

DEUTSCHES ELEKTRONEN-SYNCHROTRON **DESY**

DESY 70/51
Oktober 1970

Die langsame Strahlauslenkung bei DESY

von

DESY-Bibliothek
21. OKT. 1970

G. Hemmie und H. Walther

2 HAMBURG 52 . NOTKESTIEG 1

Abstract .

Reasons for the failure of slow third-order resonant beam extraction by using a current sheet at DESY are investigated.

The first section gives a briefing of the theory of resonant beam ejection by using the method of Y. Kobayashi and M. Month. Theoretical results are discussed in comparison to practical experience with the current sheet ejection. Finally approximative results of calculations for an ejection with separated functions (sextupol, quadrupol, septum) are given.

Der vorliegende Bericht gibt einen Überblick, warum die sonst beim Elektronen-Synchrotron bewährte langsame Strahlauslenkung mit Hilfe der Stromschienenmethode [1] bei DESY nicht beibehalten werden konnte.

Zunächst wird ein kurzer Überblick über die Theorie der Resonanzejektion im Anschluß an [2], [3] gegeben. Die theoretischen Ergebnisse werden mit den praktischen Erfahrungen bei Stromschienen-ejektion verglichen und zuletzt wird eine genäherte Auslegung eines neuen Systems mit getrennten Funktionen der Ejektionselemente (Septum, Quadrupol, Sextupol) gegeben.

1. Theoretische Grundlagen der Resonanzejektion

1.1 Die Anregung einer Drittelresonanz

Zur Vereinfachung der Rechnung wird unter Verwendung der Amplituden- und Phasenfunktionen $\beta(s)$, $\alpha(s)$, $\psi(s)$ zu normalisierten Koordinaten übergegangen.

Als Unabhängige Variable wird dabei statt der azimuthalen Bogenlänge s (oder des Azimuthwinkels ϑ) die Phase

$$\psi(s) = \int_{s_0}^s \frac{ds}{\beta(s)} \quad (1.1.1)$$

gewählt, wo s_0 den Azimuth des Septums bedeutet.

Die abhängigen Phasenraumvariablen

$$x(s) \text{ und } x'(s) = \frac{dx}{ds}$$

werden in die Normalkoordinaten

$$\eta(\psi) \text{ und } \dot{\eta}(\psi) = \frac{d\eta}{d\psi}$$

transformiert:

$$\begin{pmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta^{-1/2}(s) & 0 \\ \alpha(s)\beta^{-1/2}(s) & \beta^{1/2}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \end{pmatrix} \quad (1.1.2)$$

In diesem System wird die Bewegung vom Azimuth s_1 mit $\psi_1 = \psi(s_1)$ nach s_2 mit $\psi_2 = \psi(s_2)$ beschrieben durch die Rotation

$$\begin{pmatrix} \eta_2 \\ \dot{\eta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\psi_2 - \psi_1) & 2\sin(\psi_2 - \psi_1) \\ -2\sin(\psi_2 - \psi_1) & \cos(\psi_2 - \psi_1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \dot{\eta}_1 \end{pmatrix} \quad (1.1.3)$$

In der Nähe einer Drittelresonanz

$$Q_{Res} = 2\pi K/3 \quad (K \text{ ganzzahlig } \neq 0 \pmod{3}) \quad (1.1.4)$$

ist der Phasenvorschub für einen Umlauf:

$$\psi(s+Q) - \psi(s) = 2\pi Q = (2\pi K + \epsilon)/3 \quad (|\epsilon| \ll 1) \quad (1.1.5)$$

Für den weiteren Verlauf der Rechnung wird vorausgesetzt, daß der Arbeitspunkt der Maschine - z.B. durch Einsatz eines zusätzlichen Quadrupols - vom Normalwert Q_0 zum Ejektionswert Q geschoben wurde. Bei der Berechnung der Amplituden- und Phasenfunktionen muß diese Maßnahme ("Tuning" der Maschine) berücksichtigt werden (siehe Anhang I).

Als weitere Ejektionselemente werden zunächst nur Sextupole mit den Phasenlagen $\psi_i = \Psi(s_i)$ (s_i sind die Azimuthe der Sextupollinsen) angenommen. Sie werden in der Näherung dünner Linsen berücksichtigt:

$$\begin{aligned} \Delta x_i' &= g_i x_i^2 & (1.1.6a) \\ \text{oder} \quad \Delta \dot{\eta}_i &= g_i \eta_i^2 & (1.1.6b) \\ \text{mit} \quad g_i &= g_i \beta_i^{-3/2} \quad (\beta_i = \beta(s_i)) & (1.1.6c) \end{aligned}$$

Die Hamiltonfunktion dieses Systems ist unter Berücksichtigung der Terme 1. Ordnung in den Sextupolstärken

$$H(\eta, \dot{\eta}) = -\frac{E}{2}(\eta^2 + \dot{\eta}^2) + C\eta(\eta^2 - 3\dot{\eta}^2) + D\dot{\eta}(\eta^2 - 3\dot{\eta}^2) \quad (1.1.7)$$

mit

$$C = \frac{1}{4} \sum g_i \cos 3\psi_i \quad (1.1.8a)$$

$$D = -\frac{1}{4} \sum g_i \sin 3\psi_i \quad (1.1.8b)$$

Eine weitere Vereinfachung ergibt sich durch eine geeignete Rotation des Koordinatensystems:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{pmatrix} \quad (1.1.9)$$

Wählt man nämlich den Drehwinkel φ so, daß

$$C = E \cos 3\varphi \quad (1.1.10a)$$

$$D = -E \sin 3\varphi \quad (1.1.10b)$$

gilt mit

$$E = \sqrt{C^2 + D^2}, \quad (1.1.10c)$$

so nimmt die Hamiltonfunktion in den neuen Koordinaten die einfache Form an:

$$U(X, Y) = -\frac{\epsilon}{2}(X^2 + Y^2) + EX(X^2 - 3Y^2) \quad (1.1.10d)$$

$U(X, Y)$ ist Konstante der Bewegung und man erhält die Änderung der Phasenraumvariablen über 1 Zyklus (= 3 Umläufe) aus

$$\Delta X = -\frac{\partial U}{\partial Y}, \quad \Delta Y = \frac{\partial U}{\partial X} \quad (1.1.10e)$$

Die Bewegung ist charakterisiert durch das Auftreten von 4 Fixpunkten ($\Delta X = \Delta Y = 0$). Der Fixpunkt $P_0(0, 0)$ (Closed Orbit) ist Zentrum eines Bereiches stabiler Bewegung, der abgeschlossen wird von einem gleichseitigen Dreieck, dessen Eckpunkte die 3 instabilen Fixpunkte P_1, P_2, P_3 mit den Koordinaten

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = X_0 \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}, -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{pmatrix} \right\} \quad (1.1.11a)$$

$$X_0 = \frac{\epsilon}{3E} \quad (1.1.11b)$$

bilden.

Die stabile Dreiecksfläche

$$A_R = \frac{3\sqrt{3}}{4} X_0^2 \quad (1.1.12)$$

stellt auch in den Koordinatensystemen (x, x') und $(\eta, \dot{\eta})$ den stabilen Bereich dar, da die Transformationen (1.1.2) und (1.1.9) kanonisch sind.

Die Bewegung im unstabilen Bereich der Phasenebene wird bestimmt durch die Form der Trennungskurve (Separatrix) zwischen stabilem und instabilem Bereich, die in diesem Fall in 3 Gerade durch die instabilen Fixpunkte zerfällt (siehe Abb. 1 und 2).

$$(x + \frac{1}{2} X_0)(x - \sqrt{3} Y - X_0)(x + \sqrt{3} Y - X_0) = 0 \quad (1.1.13)$$

Die Geraden bilden die Asymptoten für die Teilchenbewegung vom und zum Unendlichen.

Speziell gilt z.B. für Teilchen in der Nähe des zur Y-Achse parallel auslaufenden Astes

$$\Delta Y \approx -3E(Y^2 - \frac{3}{4}x_0^2) \quad (1.1.14a)$$

oder für $Y^2 \gg x_0^2$

$$\Delta Y \approx -3E Y^2 \quad (1.1.14b)$$

Der längs eines der Äste ausfließende Phasenstrom kann dann zur Ejektion benutzt werden, wenn die entsprechende Sprungweite ΔY am Orte des Septums genügend groß ist gegen die Dicke des Septums im Phasenraum. Um die Wirkung der in der Realität immer auftretenden Verkrümmung der Separatrix möglichst gering zu halten, wird man durch geeignete Wahl der Sextupolstärken und Azimuthe den Drehwinkel ψ so wählen, daß einer der auslaufenden Separatrixäste senkrecht zum Septum verläuft. Die Bedingung hierfür ist ($\cos 3\psi = 0!$)

$$\sum \gamma_i \cos 3\psi_i = 0 \quad (1.1.15)$$

Die Verluste am Septum betragen dann (siehe Abb. 2)

$$1 - \eta = \frac{\theta_s}{\Delta_s} \quad (\Delta_s \approx 3|E| \eta_s^2) \quad (1.1.16a)$$

Schreibt man A_s für $\beta(s_0)$, ist d die Septumdicke und x_s die radiale Koordinate der strahlzugewandten Seite des Septums, so wird

$$1 - \eta = \frac{d \beta_s^{\frac{1}{2}}}{3|E| x_s^2} \quad (1.1.16b)$$

Man könnte nun durch Vergrößerung von x_s die Verluste scheinbar beliebig klein machen. Dabei übersieht man aber die Dynamik des Prozesses. Die gewünschte Spilldauer ist begrenzt, d.h. die Maschine bleibt nur eine gewisse Zeit innerhalb des Stopbandes, dann vergrößert sich die stabile Fläche des Phasenraumes wieder. Da aber die Teilchen bis zum Erreichen des Septums eine endliche Zeit brauchen, können sie von der sich ausdehnenden stabilen Fläche wieder "eingefangen" werden und bleiben in der Maschine.

Man muß also immer einen technisch vernünftigen Kompromiß schließen zwischen dem Septumabstand x_s und der realisierbaren Sextupolstärke, die die Größe $|E|$ begrenzen (siehe auch Anhang II).

Da die Drittelresonanz nichtlinear ist, wird der Einsatz der Ejektion von den geometrischen Dimensionen des ungestörten hochbeschleunigten Strahles abhängen.

Bezeichnet man die Emittanz des hochbeschleunigten Strahles mit e_{rev} und verläuft bei $X_0 = X_{oi}$ der gesamte Strahl gerade noch im stabilen Bereich, dann gilt wegen (1.1.12)

$$X_{oi} = 2 \sqrt{\frac{\pi}{3\sqrt{3}}} \frac{1}{e_{rev}} \quad (1.1.17a)$$

oder, wenn man statt der Emittanz die halbe Strahlbreite \hat{x} verwendet,

$$X_{oi} = 2 \sqrt{\frac{\pi}{3\sqrt{3}}} \frac{\hat{x}}{\beta_s^{1/2}} \quad (1.1.17b)$$

Aus Abb. 2 erkennt man sehr einfach die Beziehung für die Emittanz e_{ej} des ausgelenkten Strahles:

$$e_{ej} = \frac{1}{\pi} (\Delta_s - d_s) \Delta \dot{\eta}_s = \frac{n}{1-n} \frac{d_s \Delta \dot{\eta}_s}{\pi}$$

Mit $\Delta \dot{\eta}_s = \frac{\sqrt{3}}{2} X_{oi}$ erhält man

$$e_{ej} = \frac{1}{\sqrt{\pi\sqrt{3}}} \frac{n}{1-n} d \sqrt{\frac{e_{rev}}{\beta_s}} \quad (1.1.18a)$$

oder

$$e_{ej} = \frac{1}{\sqrt{\pi\sqrt{3}}} \frac{n}{1-n} d \frac{\hat{x}}{\beta_s}$$

Solange man sich nicht in der Nähe einer vertikalen Resonanzstelle befindet, sollte die vertikale Emittanz des Strahles praktisch unbeeinflusst bleiben.

Zum Abschluß der Betrachtungen über die Drittelresonanz soll nun noch kurz der Einfluß von Oktupollinsen diskutiert werden.

Auch sie sollen in der Näherung dünner Linsen behandelt werden:

$$\Delta x_i' = \alpha_i x^3 \quad (1.1.19)$$

oder

$$\Delta \dot{n}_i = \omega_i n^3 \quad (1.1.20)$$

$$\text{mit } \omega_i = \beta_i^2 \alpha_i \quad (1.1.20a)$$

Man erhält in der (X, Y)-Darstellung einen Zusatzterm zur Hamiltonfunktion, der nur von der Summe der Oktupole abhängt.

$$U' = -\frac{E}{2}(x^2 + y^2) + EX(x^2 - 3Y^2) + F(x^2 + Y^2)^2 \quad (1.1.21)$$

mit

$$F = \frac{q}{32} \sum \omega_i = \frac{q}{32} \sum \beta_i^2 \alpha_i \quad (1.1.22)$$

Der stabilisierende Einfluß der Oktupole wird charakterisiert durch die dimensionslose Größe

$$\alpha = \frac{16}{3} X_0 \frac{F}{E} \quad (1.1.23)$$

Für $\alpha < -1$ gibt es nur mehr den stabilen Fixpunkt. Die Bewegung ist in der ganzen Phasenebene stabil. Ist $\alpha > -1$, so entsteht zusätzlich zu jedem instabilen Fixpunkt (dessen Entfernung vom Ursprung sich auch ändert) ein stabiler Fixpunkt. Diese beiden Fixpunkte liegen auf einer Geraden durch den Ursprung. So entsprechen z.B. dem bei $\alpha = 0$ auf der X-Achse liegenden instabilen Fixpunkt $(X_0, 0)$ die beiden Fixpunkte

$$P_{\text{instabil}} = X_0 \left[-\frac{2}{\alpha} (1 - \sqrt{1 + \alpha}), 0 \right] \quad (1.1.24a)$$

$$P_{\text{stabil}} = X_0 \left[-\frac{2}{\alpha} (1 + \sqrt{1 + \alpha}), 0 \right] \quad (1.1.24b)$$

oder approximativ für $|\alpha| \ll 1$

$$P_{\text{instabil}} \approx X_0 \left[\left(1 - \frac{\alpha}{4}\right), 0 \right] \quad (1.1.25a)$$

$$P_{\text{stabil}} \approx x_0 \left[-\frac{4}{\alpha}, 0 \right] = \left(-\frac{3}{4} \frac{E}{F}, 0 \right) \quad (1.1.25b)$$

Die Bewegungsformen für verschiedene Vorzeichen von α sind in Abb. 3a, b dargestellt.

In der Nähe des instabilen Fixpunktes lautet dann die Gleichung des dem Separatrixast

$$X + \frac{X_0}{2} = 0 \quad (1.1.26a)$$

entsprechenden Teilstückes der geschlossenen Separatrix für kleines $|\alpha|$

$$X + \frac{X_0}{2} \approx -\frac{X_0}{16} \left[-\frac{5\alpha}{4} + \alpha \frac{Y^2}{X_0^2} \right] \quad (1.1.26b)$$

Der Krümmungsradius R wird

$$\frac{R}{X_0} \approx \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{3\alpha^2}{16} \frac{Y^2}{X_0^2}} \quad (1.1.27)$$

Durch die Krümmung wird i.a. eine Vergrößerung des Teiles der Separatrix hervorgerufen, welcher das Septum schneidet, womit also der Wirkungsgrad verringert wird. Auch die Emittanz des separierten Strahles kann ungünstig beeinflusst werden. Es sei noch daraufhingewiesen, daß der "frequenzschiebende" Term $F(X^2+Y^2)^2$ auch bei einer reinen Sextupolstörung auftritt. Er ist aber i.a. zu vernachlässigen, da er quadratisch in den Sextupolstärken ist.

Zum Abschluß sei noch eine anschauliche Verdeutlichung der Größe E gegeben.

Im normalisierten Koordinatensystem stellt sie die Amplitude der dritten Fourierkomponente der normalisierten Sextupolverteilung

$$S'(\psi) = \beta_i^{3/2} g_i \delta(\psi - \psi_i) \quad (\delta: \text{Diracsche Deltafunktion}) \quad (1.1.28a)$$

dar. Verwendet man im (x, x') -System die azimuthale Winkelkoordinate ϑ , dann wird wegen (1.1.5) E die Amplitude der K-ten Fourierkomponente der Verteilung

$$S(\vartheta) = \beta_i^{3/2} g_i \delta(\vartheta - \vartheta_i) \quad (1.1.28b)$$

1.2 Die Anregung einer Viertelresonanz mit Oktupolen

Die Vorgangsweise ist zunächst dieselbe wie unter 1.1.

Es tritt hier an Stelle von (1.1.5)

$$2\pi Q = \frac{1}{4}(2\pi K + \epsilon_4) \quad (K \text{ ganzzahlig, } \neq 0 \text{ oder } 2 \pmod{4}) \quad (1.2.1)$$

und man erhält bei Einsatz von Oktupolen nach (1.1.19), (1.1.20), (1.1.21)

$$U(\eta, \dot{\eta}) = -\frac{\epsilon_4}{2}(\eta^2 + \dot{\eta}^2) - \frac{1}{2}A_4\eta\dot{\eta}(\eta^2 - \dot{\eta}^2) + B_4(\eta^2 + \dot{\eta}^2)^2 + C_4\eta^2\dot{\eta}^2 \quad (1.2.2)$$

mit

$$A_4 = -\sum \omega_i \sin 4\psi_i \quad (1.2.3a)$$

$$B_4 = \frac{1}{2} \sum \omega_i (1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\psi_i) \quad (1.2.3b)$$

$$C_4 = \sum \omega_i \cos 4\psi_i \quad (1.2.3c)$$

Bestimmt man E_4 und ψ_4 aus

$$A_4 = E_4 \sin 4\psi_4 \quad (1.2.4a)$$

$$B_4 = E_4 \cos 4\psi_4 \quad (1.2.4b)$$

und geht wieder durch Drehung um den Winkel ψ_4 nach (1.1.9) zu den Koordinaten (X, Y) über, so erhält die Hamiltonfunktion die Gestalt

$$U(X, Y) = -\frac{\epsilon_4}{2}(X^2 + Y^2) + E_4 X^2 Y^2 + F_4 (X^2 + Y^2)^2 \quad (1.2.5a)$$

mit

$$F_4 = B_4 + \frac{1}{8}(C_4 - E_4) \quad (1.2.5b)$$

Die Bewegung läßt sich hier einfacher diskutieren, wenn man durch die kanonische Transformation

$$X = (2\rho)^{\frac{1}{2}} \sin \varphi \quad (1.2.6a)$$

$$Y = (2\rho)^{\frac{1}{2}} \cos \varphi \quad (1.2.6b)$$

auf Polarkoordinaten (ρ, φ) transformiert.

Man erhält

$$U(\rho, \varphi) = -E_4 \rho - \frac{1}{8} E_4 (2\rho)^2 \cos 4\varphi + \frac{3}{8} G (2\rho)^2 \quad (1.2.7)$$

$$\text{mit } G = \sum \omega_i \quad (1.2.8)$$

Die Größe E_4 stellt, wie eine genauere Analyse [4] zeigt, die 25te Fourierkomponente der mit dem Quadrat der Amplitudenfunktion gewichteten Oktupolverteilung nach dem Azimuth ϑ dar. Da bei einer instabilen Bewegung ($\rho \rightarrow \infty$) $|\cos 4\varphi| \leq 1$ bleiben muß, erhält man die Stabilitätsbedingung

$$\left| \frac{3G}{E_4} \right| > 1 \quad (1.2.9)$$

Sie ist bei Verwendung nur eines Oktupols immer erfüllt.

1.3. Die Anregung einer halbzahligen Resonanz durch Quadrupole

Der Q-Wert sei gegeben durch

$$2\pi Q = \frac{1}{2}(2\pi K + \epsilon) \quad K \text{ ungerade} \quad (1.3.1)$$

Die Quadrupole werden als dünne Linsen beschrieben durch

$$\Delta x_i' = Q_i x \quad (1.3.2a)$$

$$\text{oder } \Delta \dot{\eta}_i = K_i \eta \quad (1.3.2b)$$

$$\text{mit } K_i = \beta_i Q_i \quad (1.3.2c)$$

Damit ergibt sich die Hamiltonfunktion

$$U(\eta, \dot{\eta}) = -\frac{\epsilon}{2} (\eta^2 + \dot{\eta}^2) + \sum K_i (\eta \cos \psi + \dot{\eta} \sin \psi)^2 \quad (1.3.3)$$

Man transformiert auf gedrehte Polarkoordinaten (ρ, φ) durch

$$\eta = (2g)^{\frac{1}{2}} \sin(\gamma + \varphi) \quad (1.3.4a)$$

$$\dot{\eta} = (2g)^{\frac{1}{2}} \cos(\gamma + \varphi) \quad (1.3.4b)$$

Wählt man den Drehwinkel φ derart, daß

$$E_2 \cos 2\varphi = \sum k_i \cos 2\varphi_i \quad (1.3.5a)$$

$$E_2 \sin 2\varphi = -\sum k_i \sin 2\varphi_i \quad (1.3.5b)$$

gilt, so ergibt sich

$$U(\varrho, \gamma) = (G_2 - \varepsilon) \varrho - E_2 \varrho \cos 2\gamma \quad (1.3.6a)$$

mit

$$G_2 = \sum k_i \quad (1.3.6b)$$

Die Stabilitätsbedingung lautet hier

$$\left| \frac{G_2 - \varepsilon}{E_2} \right| > 1 \quad (1.3.7)$$

und speziell im Falle nur eines Quadrupols der Stärke k_1

$$\left| \frac{k_1 - \varepsilon}{k_1} \right| > 1 \quad (1.3.8)$$

2. Stromschienenejektion

2.1 Theoretische Analyse

Die in [1] beschriebene Methode, wo das hoch nicht-lineare Feld einer stromführenden dünnen Schiene, die hochkant nahezu parallel zum Sollkreis steht, sowohl die Arbeitspunktverschiebung - durch die Quadrupolkomponente ihres Feldes - bewirkt, als auch durch ihren Sextupolanteil die Resonanz anregt, scheint auch bei DESY verwendbar zu sein.

Zunächst sei die Methode noch einmal kurz qualitativ beschrieben:

Bei praktisch konstantem Strom I_{res} in der Schiene (Höhe h , Dicke d), die im Abstand x_s vom Sollkreis steht, wird der Strahl durch einen Beam Bump zunächst schnell in die Nähe der Schiene gebracht ("Resonanzbereich" vor der Schiene) und dann während der Spillout-Zeit langsam noch weiter an die Schiene geführt (s. Abb. 6). Der "Resonanzbereich" beginnt, wo die stabile Fläche im Phasenraum gleich ist der Emittanzfläche des hochbeschleunigten Strahls. Durch das weitere langsame Herausführen sollte die Fläche des stabilen Bereiches entsprechend der gewünschten Spillout-Geschwindigkeit schrumpfen und der Strahl ejiziert werden.

Diese Vorstellungen sollen nun noch quantitativ erhärtet werden. Das vertikale Magnetfeld der Schiene in der Symmetrieebene $z = 0$ ist

$$B_z(x; x_s, h) = \frac{2}{\pi} B_0 \operatorname{arctg} \frac{h}{2(x-x_s)} \quad (2.1.1a)$$

und entsprechend in der Näherung dünner Linsen

$$\Delta x' = \frac{2}{\pi} \epsilon_0 \operatorname{arctg} \frac{h}{2(x-x_s)} \quad (2.1.1b)$$

(Abb. 4a)

Eine Darstellung der Multipolkomponenten des Feldes in Abhängigkeit vom Abstand von der Schiene wird in Abb. 4b für den Spezialfall $h = 2$ cm gegeben.

Im folgenden werden 2 Fälle analysiert. Zuerst wird angenommen, daß der Strahl durch den Beam Bump an die Stelle des höchsten Sextupolfeldes geschoben wird $\left(\frac{d^2 B_z}{dx^2} \Big|_{x=x_0} = 0 \right)$

$$x_0 = x_s + \frac{h\sqrt{3}}{6} \quad (2.1.2a)$$

Der Abstand ξ_s des Strahles vom Septum ist

$$\xi_s = \frac{h\sqrt{3}}{6} \quad (2.1.2b)$$

Die Ejektionseigenschaften werden dann unter der Annahme berechnet, daß im Bereich maximaler Sextupolstärke das weitere Heranführen des Strahls an die Schiene in erster Näherung nur eine Verringerung des Abstandes der Betatronfrequenz der Maschine von der Drittelresonanz bewirkt. Führt man die closed Orbit-bezogene radiale Koordinate

$$\xi = x - x_0 \quad (2.1.3a)$$

ein, so lautet die Entwicklung der Linsenstärke

$$E'(\xi) = \epsilon_0' \left[1 - \frac{q}{2\pi} \frac{\xi}{L} + \frac{q\sqrt{3}}{4\pi} \frac{\xi^2}{L^2} + \dots \right] \quad (2.1.3b)$$

Den Dipolanteil ϵ_0' , der dem Schienenstrom proportional ist, kann man aus (2.1.3b) bestimmen, wenn man berücksichtigt, daß der Quadrupolterm die nötige Q-Verschiebung bewirken muß:

$$\epsilon_0' = \frac{4\pi}{9} \frac{h}{\beta_s} \frac{\cos 2\pi Q_0 - \cos 2\pi Q}{\sin 2\pi Q_0} \quad (2.1.4)$$

Daraus ergibt sich die Sextupolstärke:

$$g_1 = \frac{\sqrt{3}}{h\beta_s} \frac{\cos 2\pi Q_0 - \cos 2\pi Q}{\sin 2\pi Q_0} \quad (\text{nicht normalisiert}) \quad (2.1.5a)$$

$$g_1 = \frac{\beta_s^{1/2} \sqrt{3}}{h} \frac{\cos 2\pi Q_0 - \cos 2\pi Q}{\sin 2\pi Q_0} \quad (\text{normalisiert}) \quad (2.1.5b)$$

Für $Q_0 = 6.22$ und $Q \approx Q_{\text{res}}$ ergibt sich

$$g_1 \approx 1.2 \frac{\beta_0^{1/2}}{h}$$

Die Phasenraumkonfiguration ist in Abb. 5a dargestellt. Man benutzt einen um 30° geneigten Ast der Separatrix zur Ejektion. Der Teilchenverlust beläuft sich auf etwa

$$1 - \eta \approx 10 \frac{d}{h} \quad (2.1.6)$$

Für $d = 1$ mm und $h = 2$ cm ergibt dies einen Wirkungsgrad von etwa 50 %.

Zu einem höheren Wirkungsgrad gelangt man, wenn man den Strahl durch den Beam Bump nicht so nahe an das Septum heranbringt. Dies sei am Beispiel des 2. Falles gezeigt. (s. Abb. 5b).

Der Abstand von der Schiene wird zu

$$\xi'_s = h/2 \quad (x'_0 = x_s + h/2) \quad (2.1.7)$$

gewählt. Daraus ergibt sich die Entwicklung

$$\epsilon''(\xi) = \epsilon_0'' \left(1 - \frac{4}{\pi} \frac{\xi}{h} + \frac{4}{\pi} \frac{\xi^2}{h^2} - \frac{8}{3\pi} \frac{\xi^3}{h^3} + \dots \right) \quad (2.1.8)$$

Die normalisierte Sextupolstärke wird hier

$$g_1' \approx 1.4 \frac{\beta_s^2}{h} \quad (2.1.9)$$

und damit die Verluste

$$1 - \eta' \approx 3 \frac{d}{h} \quad (2.1.10)$$

Der erzielte Wirkungsgrad könnte bei $\eta' \approx 80\%$ liegen. Dabei muß man den Strom in der Schiene nur um ca. 50% erhöhen.

Unberücksichtigt blieb aber bis jetzt der Einfluß der Oktupolkomponente. Diese verschwindet ja im ersten Falle.

Im zweiten Fall aber erhält man

$$\omega_1' = - \frac{8 \beta_s^2}{3\pi h^3} \epsilon_0'' \quad (2.1.11)$$

und die kritische Zahl d wird zu Beginn der Ejektion

$$d \approx +5 \frac{\hat{x}}{h} \quad (2.1.12)$$

wenn \hat{x} die halbe Strahlbreite bedeutet. Übersteigt die Strahlbreite bei $h = 2$ cm den Wert von etwa 1 mm, so wird der Einfluß der Oktupole zu groß. Man würde also zu Beginn der Ejektion, wenn die Teilchen mit großen Ausgangsamplituden erfaßt werden, eine starke Erhöhung der Verluste in Kauf nehmen müssen.

Als Ergebnis kann man festhalten, daß der "Resonanzbereich" etwa durch die diskutierten Abstände von der Schiene festgelegt wird:

$$\frac{\sqrt{3}}{6} \leq \frac{\xi_{res}}{2} \leq \frac{1}{2} \quad (2.1.13)$$

In diesem Bereich wird man bei Strahldimensionen in der Größenordnung von einigen Millimetern Wirkungsgrade von etwa $\eta = (60 - 70) \%$ erwarten dürfen bei brauchbaren Phasenraumeigenschaften des separierten Strahles. Abschließend kann gesagt werden, daß eine befriedigende Strahlauslenkung nach der Stromschienenmethode auch bei Ausnutzung der Drittelresonanz möglich sein müßte, was durch die Ergebnisse bei NINA bestätigt wird. CEA und Bonn können allerdings nicht zum Vergleich herangezogen werden, da dort die halbzahlige Resonanz verwendet wird. Nach (1.3.8) erhält man sofort die Bestätigung für die Gültigkeit der Methode in diesem Fall: Da der Ausgangsarbeitspunkt Q_0 dieser Maschinen unterhalb der Resonanz liegt, ist $K_1 < 0$ und daher für einen bestimmten Bereich von $\epsilon < 0$ immer

$$\left| \frac{K_1 - \epsilon}{K_1} \right| < 1$$

und damit die erforderliche Instabilität gegeben.

2.2 Praktische Erfahrungen mit der Stromschienenejektion

In Abb. 6 ist ein Teil der nach den Rechnungen zu erwartenden Ergebnisse dargestellt und mit dem Index "Soll" versehen. Die charakteristischen Ergebnisse erhalten das Kennzeichen "Ist". Neben der stufenförmigen Intensitätsabnahme des umlaufenden Strahls und der Existenz zweier zeitlich und phasenraummäßig verschiedener externer Strahlen, die beide abwechselnd mit einem maximalen Wirkungsgrad von etwa 40 % ejizierbar waren, zeigte sich eine auffällig starke Erhöhung der vertikalen Emittanz gegenüber dem errechneten Wert. Nach der Rechnung sollte die vertikale Emittanz des externen Strahls etwa gleich groß sein wie die des hochbeschleunigten Strahls. Diese vertikale Aufblähung wuchs in ihrem Ausmaß stark mit der vertikalen Strahlbreite des hochbeschleunigten Strahls. Messungen über die vertikalen Strahlbreiten in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt der Maschine sind in den Abbildungen 8, 9 und 10 dargestellt.

Die Abbildung 7 erläutert die Meßmethode:

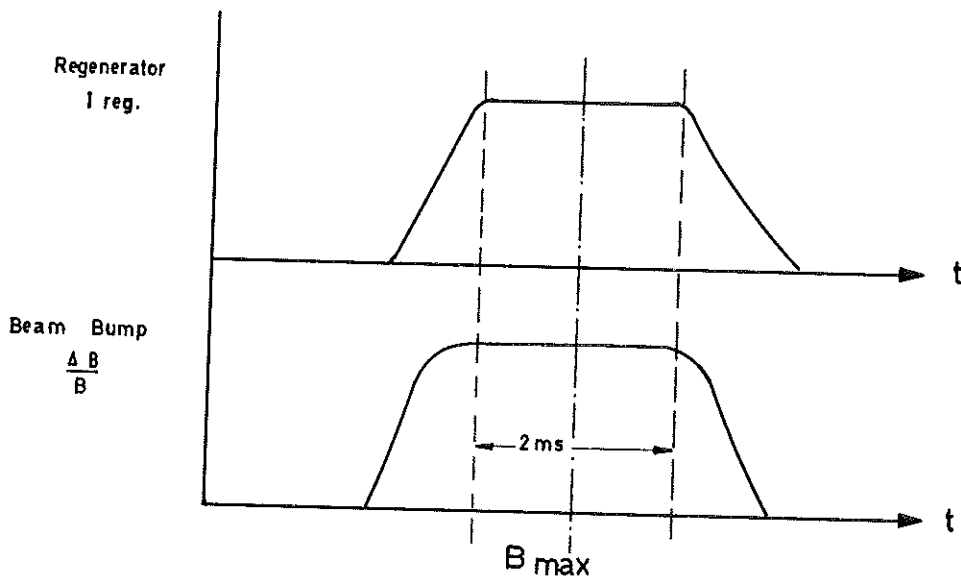


Abb.: 7

In einem Bereich von etwa 2 ms um B_{max} war der Beam Bump-Vorschub nahezu Null und der Strom in der Schiene konstant auf einem bestimmten Wert, der schrittweise erhöht wurde. Bei jedem Wert des Schienenstroms wurden Q_x , Q_z und die vertikalen Strahldimensionen gemessen zum Zeitpunkt der Maximalenergie des Synchrotrons. Die Meßpunkte der vertikalen Enveloppe wurden durch eine Kurve interpoliert und sind in Abb. 8, 9, 10 als Funktion der Arbeitspunktverschiebung dargestellt. Man darf bei Beurteilung dieser Kurven aber nie übersehen, daß jeder Punkt der Kurve die Enveloppe darstellt, die bei Verwendung der Meßanordnung nach Abb. 7 gewonnen würde!

Auf den ersten Blick erkennt man folgendes:

- 1.) Der Strahl reagiert auf alle Viertelresonanzen und auf die Kopplung $Q_r = Q_z$.
- 2.) Werden die Resonanzstellen genügend schnell durchlaufen - das geschieht, wenn die Resonanz auf den steil ansteigenden Teil der Stromkurve des Schienenstroms fällt - und ist der Strahl vor Erreichen der Resonanz noch schmal genug - das ist nur bei den ersten Resonanzen der Fall, die durchlaufen werden -, dann wirkt sich das Durchlaufen der Resonanz nicht aus.
- 3.) In der Abb. 10 scheint der Resonanzpeak für $Q_z + 3 Q_x = 25$ verschoben zu sein. Das Ausmaß dieser Verschiebung erwies sich als abhängig von der Hochfrequenzspannung an den Beschleunigungsstrecken.

Abb. 11 zeigt, daß der Zusammenhang zwischen der Verschiebung und der Wurzel aus der Hochfrequenzspannung linear ist, ein Nachweis dafür, daß an der Stelle dieser Peaks eine Kopplung des transversalen Phasenraumes mit dem longitudinalen vorliegt. Durch ein etwas abgeändertes Meßverfahren, das allerdings nur die Trennung von benachbarten Resonanzpeaks, aber keine quantitative Messung der Enveloppe gestattete, konnte sichergestellt werden, daß in diesem Arbeitspunktbereich eigentlich zwei Resonanzen vorliegen, die eine davon unabhängig von der Hochfrequenz. Die Auflösung des Verfahrens zur quantitativen Bestimmung der vertikalen Enveloppe war zu gering, um die Trennung der transversalen Resonanz von ihrer Kopplung mit den Synchrotronschwingungen zu gestatten.

Eine Zusammenfassung all dieser Meßergebnisse ergibt also folgendes Bild:

Der Strahl reagiert auf alle Resonanzen 4. Ordnung, die während des Ejektionsprozesses gekreuzt werden, weiter auf die Kopplungsstelle $Q_x = Q_z$ und auf Satellitenstopbänder, die durch Kopplung der transversalen Schwingungen mit den Phasenschwingungen entstehen. Die Emittanz des Strahls vor Erreichen des Stopbandes muß nur genügend groß sein, und das Stopband darf nicht zu schnell durchlaufen werden. Mit Hilfe dieser Ergebnisse gelang es durch gezielte Q-Messungen, die Hauptstufen der Intensitätsabnahme des umlaufenden Strahls nach Abb. 6 zu identifizieren:

Die erste Stufe, die noch nicht zu einem Elektronenstrahl führt, aber auf einem γ -Monitor (Spillzähler) registriert werden kann, entsteht an der rein vertikalen Resonanzstelle $4 Q_z = 25$. Offenbar ist der Strahl durch das kurze Durchlaufen der vorangegangenen Resonanzen zwar noch nicht instabil geworden, aber doch in seinen vertikalen Dimensionen so verändert, daß seine äußeren Teile in Resonanz geraten. Der erste ejizierbare Strahl entsteht beim anschließenden Durchlaufen der Resonanzlinie $3 Q_z + Q_x = 25$, die aus technischen Gründen nicht mehr genügend schnell gekreuzt werden kann. Erst der zeitlich zweite Elektronenstrahl entspricht der gewünschten Resonanz $3 Q_x = 19$. Durch die vorstehend beschriebenen Prozesse ist auch die starke Erhöhung der vertikalen Emittanz des externen Elektronenstrahls geklärt. Eine theoretische Klärung, warum der Strahl auf die Viertelresonanzen reagiert, steht allerdings noch aus.

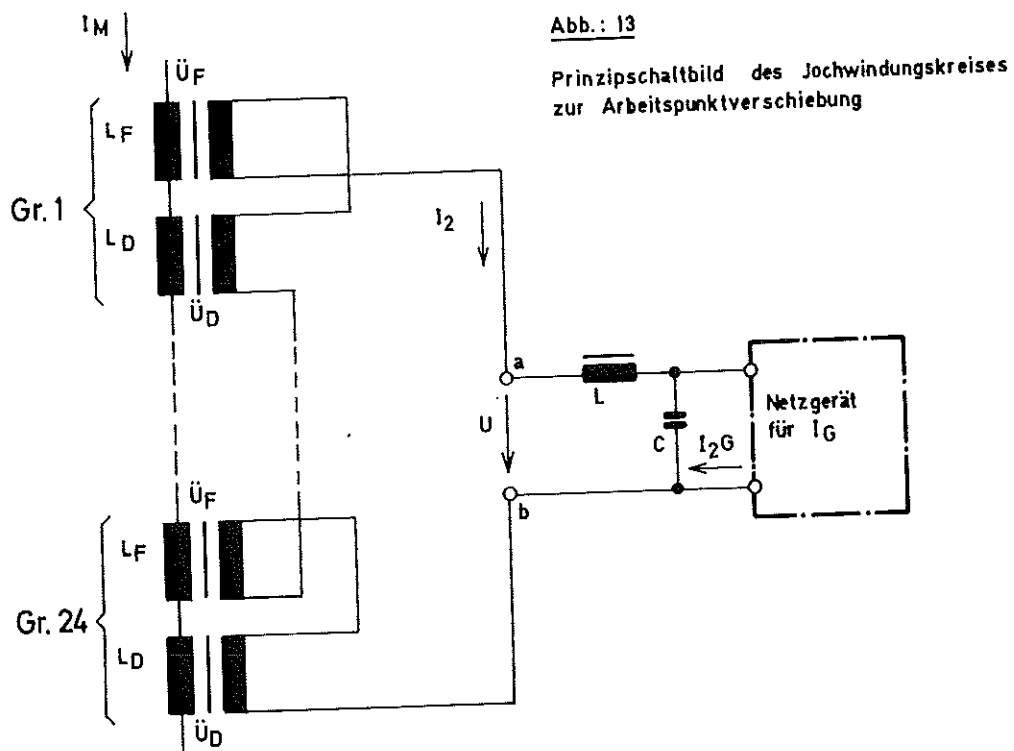
Betrachtet man jede Resonanz für sich, so kann auf keinen Fall eine Strahlinstabilität auftreten, wenn man als anregende Linse nur den Oktupolanteil der Stromschiene ins Kalkül zieht (s. Gleichung (1.2.9), die im wesentlichen auch für gekoppelte isolierte Resonanzstellen gilt). Man müßte also auch die Oktupolkomponenten der Führungsmagnete in die Rechnung einbeziehen, wobei wegen der starken Verbiegung der Gleichgewichtsbahn gegenüber der Sollbahn sogar die Kenntnis der Dekupolterme nötig wäre. Diese sind aber überhaupt nicht, die Oktupolkomponenten nur viel zu ungenau bekannt. Im übrigen ist es aber genauso möglich, daß in diesem Arbeitspunktbereich eine isolierte Betrachtung der Einzelresonanzen gar nicht mehr zulässig ist. Diesbezügliche Rechnungen würden aber den Rahmen dieser Arbeit weit überschreiten.

Abschließend sei noch gesagt, daß es durch geschickte Einstellung der verschiedenen Parameter möglich war, eine der beiden ejektionsfähigen Resonanzen auszunutzen und eine Ejektion mit maximal 40 % Wirkungsgrad und Emittanzen von etwa $(1-2) \cdot \pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ in beiden Phasenebenen routinemäßig zu betreiben. Damit war aber noch keine befriedigende Lösung gefunden!

3. Gedanken zu einer neuen Ejektion

3.1 Arbeitspunktverschiebung

Da die Schwierigkeiten offenbar in dem ungünstigen Arbeitspunkt der Maschine begründet sind, ist es notwendig, diesen in einen Bereich zu verschieben, von dem ausgehend man keine unerwünschten Resonanzlinien kreuzt. Dies gilt z.B. für den Arbeitspunkt B in Abb. 12a. Man erreicht die Verschiebung in folgender Weise durch 2 Maßnahmen:



- 1.) Zwischen den Klemmen a und b (Abb. 13) einer Reihenschaltung von 24 Magnetgruppen, innerhalb der jeweils 2 Jochwindungen eines F-Sektors gegen 2 Jochwindungen eines D-Sektors in Reihe geschaltet sind, wird infolge der unterschiedlichen Wechseldurchflutung in den Sektoren eine Spannung U induziert, die über die Reihenschaltung von L und C einen Wechselstrom $I_{2\sim}$ treibt. Zusätzlich wird parallel zum Kondensator ein Gleichstrom I_{2G} eingespeist, der in einem

bestimmten Verhältnis zum Magnetgleichstrom steht. Im Jochwindungskreis fließt dann ein dem Magnetstrom I_M proportionaler Strom $I_2 = I_{2\sim} + I_{2G}$, der zu einer Erhöhung des Flusses in den F-Sektoren und einer Flußschwächung in den D-Sektoren führt. Hierdurch wird der Arbeitspunkt längs der in Abb. 12 angegebenen Geraden vom Ausgangsarbeitspunkt A in Richtung auf B' verschoben [5].

Unter Vernachlässigung der Verluste im Jochwindungskreis (sie führen zu einer unbedeutenden Phasenverschiebung der Wechselflüsse zwischen den F- und D-Sektoren), sowie der Streureaktanzen und des Spannungsabfalls am Kondensator C erhält man folgende Beziehungen zwischen L , I_2 und I_M

$$L = 24 \left[\left(\frac{L_D}{N_D} - \frac{L_F}{N_F} \right) \frac{I_M}{I_2} - \left(\frac{L_D}{N_D^2} + \frac{L_F}{N_F^2} \right) \right] \quad (3.1.1)$$

wobei $L_D = 36,2$ mH und $L_F = 21,4$ mH die Primärinduktivitäten und $N_D = 22$, bzw. $N_F = 14$ die Windungszahlverhältnisse der D- und F-Sektoren sind.

Außerdem gilt

$$\frac{I_2}{I_M} = N_F' \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_F = -N_D \left(\frac{\Delta B}{B} \right)_D \quad (3.1.2)$$

Zur Erreichung des Arbeitspunktes B' (Abb. 12) ist ein Jochwindungsstrom von etwa $I_2 = 12,5$ A/GeV erforderlich. Daraus folgt die Induktivität der Drossel $L = 33$ mH. Die maximale gespeicherte Energie in der Drossel beträgt $N = \frac{LI^2}{2} = 150$ Ws für 7,5 GeV, entsprechend einer äquivalenten 50 Hz-Baugröße von $N^* = 45$ kVA.

- 2.) Um den Arbeitspunkt B zu erreichen, muß man noch die Frequenz der Beschleunigungshochfrequenz um $\Delta f = 20$ kHz auf $f_{HF} = 499,645$ hinaufsetzen. [5].

In Abb. 14 sind für den Beschleunigungszyklus einmal die durch die Frequenzverschiebung Δf , zum anderen die durch die Kombination der beiden Maßnahmen 1.) und 2.) erzielten Arbeitspunkte für 3 GeV Endenergie aufgetragen. Vom neuen Arbeitspunkt ausgehend ist es in der Praxis unmöglich, ohne zusätzliche Elemente eine Stromschienenejektion zu betreiben! Die für einen brauchbaren Wirkungsgrad nötige Sextupolstärke würde nie erreicht werden, da bis zum Resonanzpunkt nur eine geringe Q-Verschiebung durch den Quadrupolterm des Regenerators erforderlich ist.

Es ist daher zweckmäßig, ein Ejektionssystem mit getrennten Apparaturen für die einzelnen Funktionen (Quadrupol, Sextupol, Septum und Beam Bump) zu entwickeln.

3.2 Analytische Auslegung eines Systems mit getrennten Funktionen

Obwohl die bei DESY z.Zt. zur Verfügung stehenden alten Septa ("1. Ejektor" nach [1]) ein relativ großes Streufeld besitzen und über die Größe des Streufeldes der in Konstruktion befindlichen neuen Septa noch keine Aussagen gemacht werden können, soll versucht werden, auf analytischem Wege eine vorläufige Auslegung für die Ejektion der Strahlen "8" und "20" mit einem Sextupol für beide Strahlen und je einen Quadrupol zu finden, ohne dabei das Streufeld des Septums zu berücksichtigen. Die Entfernung zwischen beiden Strahlen ist etwas größer als $3/2$ Betatronwellenlängen. Wichtig ist die Berücksichtigung des Einflusses der Quadrupolposition auf die Amplituden- und Phasenfunktionen nach Anhang I. Die folgende Tabelle gibt die wichtigsten Zahlen für die gefundene Konfiguration.

Sie enthält die für den Wirkungsgrad wesentliche Größe $|E|/\beta_s^{1/2}$ in Vielfachen der absoluten Sextupolstärke $|g|$ [m⁻²] geteilt durch die Wurzel der Amplitudenfunktion am Orte des Septum bei nichterregtem Quadrupol β_{os} [m]. (Es gilt $\beta_{os} \approx 10$ m), weiter für $|g|=1$ m⁻² die Sprungweiten Δx_{20} und Δx_{10} am Orte des Septum für die Septumabstände vom Sollkreis $x_s = 20$ mm, bzw. $x_s = 10$ mm. Weiter sind für diese Septumpositionen die zur Erzielung eines Wirkungsgrades $\eta = 80\%$ erforderlichen Linsenstärken g_{10} , g_{20} und die daraus für 1 GeV Endenergie und 1 m Sextupollänge resultierenden Feldindizes K_{10} , K_{20} ($K = B(a)/a^2$) angegeben.

	<u>Strahl 8</u>	<u>Strahl 20</u>
Septum	ger. Stück 6	ger. Stück 18
Quadrupol	" " 16	" " 4
Sextupol	" " 34	" " 34
$ E /\beta_s^{1/2}$ [m ⁻¹]	10.8 $ g /\beta_{os}^{1/2}$	11.2 $ g /\beta_{os}^{1/2}$
Δx_{20} [mm]	4.5	4.5
Δx_{10} [mm]	1.1	1.1
g_{20} [m ⁻²]	1.1	1.1
g_{10} [m ⁻²]	4.5	4.5
K_{20} [T/cm ²]	620	620
k_{10} [T/cm ²]	2500	2500

Diese analytisch gewonnenen Ergebnisse wurden noch überprüft durch eine vereinfachte digitale Berechnung von Teilchenumläufen und Fixpunkten mit den oben angegebenen Parametern [7]. Diese stimmen mit den analytisch gewonnenen Werten auf etwa 10 % überein. Bei Septum-Sollkreisabständen von 20 mm muß man mit etwa 500-600 Γ/cm^2 GeV, bei 10 mm mit etwa 2000-2500 Γ/cm^2 GeV rechnen bei 1 m Länge des Sextupols (s. Abb. 15a, b, c, d, e).

Weiterhin ergibt sich, daß die Krümmung der Separatrix für diese Konfiguration unwesentlich ist.

$$\text{Für } \sigma_D \approx \sigma_F \approx -0.2 \text{ m}^{-3} \text{ [6]}$$

$$\text{ergibt sich } |F| < 1000 \text{ m}^{-1}$$

$$\text{und damit für } x_0 < 10^{-3} \text{ m}^{1/2} \text{ (entsprechend etwa } \hat{x} < 2 \text{ mm)}$$

$$\left| \frac{F}{B} x_0 \right| < 0.05$$

Die stabilen Fixpunkte sollten also vom Strahlzentrum etwa um 2 Größenordnungen weiter entfernt sein als die instabilen. Der minimale Krümmungsradius der Separatrix im normalisierten Koordinatensystem liegt bei etwa $100 |x_0|$! Die Oktupolkomponenten der Führungsmagneten sollten daher keinen wesentlichen Einfluß auf die Ejektion haben (siehe Abb. 15 f, g). Zum Schluß sei noch im Anschluß an Anhang II der Anteil der nach Durchlaufen des Stopbandes im Synchrotron verbleibenden Teilchen abgeschätzt. Es werden zwei Fälle unterschiedlicher Spilloutzeit angenommen, entsprechend dem Betrieb des Magnetstroms mit und ohne flat top. Der theoretische Wirkungsgrad ist mit 80 % angenommen.

Mit $\Delta p/p \approx 1$ % und $\hat{x} \approx 2$ mm erhält man nach (II.4):

x_s [mm]	Spillzeit [ms]	
	0.5 (kein flat top)	3.5 (flat top)
10	5 %	< 1 %
20	45 %	7 %

Daraus geht eindeutig hervor, daß man für den Betrieb mit kurzer Spilloutzeit die hohen Sextupolstärken in Kauf nehmen muß, die bei einem Septumabstand von etwa 10 mm vom Sollkreis erforderlich sind.

Anhang I

Störung der Maschinenperiodizität durch einen Zusatzquadrupol

Der Quadrupol sei als dünne Linse der Brennstärke f im Azimuth s_L mit den ursprünglichen Werten $\beta_0(s_L)$, $\alpha_0(s_L)$ und $\psi_0(s_L)$ angenommen. Die ungestörten Werte für einen Aufpunkt s seien $\beta_0(s)$, $\alpha_0(s)$ und $\psi_0(s)$.

Es sei

$$\Delta \psi_{0L} = \psi_0(s_L) - \psi_0(s) \quad (\text{I.1})$$

Dann erhält man

$$\cos 2\pi Q = \cos 2\pi Q_0 + \frac{1}{2} f \beta_0(s_L) \sin 2\pi Q_0 \quad (\text{I.2})$$

und

$$\beta(s) \sin 2\pi Q = \beta(s) \sin 2\pi Q_0 \left[1 - \frac{1}{2} f \beta_0(s_L) \frac{\cos 2\pi Q_0 - \cos(2\pi Q_0 - 2\Delta\psi_{0L})}{\sin 2\pi Q_0} \right] \quad (\text{I.3})$$

Bestimmt man aus (I.2)

$$\frac{1}{2} f \beta_0(s_L) = \frac{\cos 2\pi Q - \cos 2\pi Q_0}{\sin 2\pi Q_0} \quad (\text{I.2a})$$

so erhält man

$$\beta(s) = \frac{\beta_0(s)}{A} \left[1 + B \cos(2\pi Q_0 - 2\Delta\psi_{0L}) \right] \quad (\text{I.4})$$

mit

$$A = \frac{\sin 2\pi Q \sin 2\pi Q_0}{1 - \cos 2\pi Q \cos 2\pi Q_0} \quad B = \frac{\cos 2\pi Q - \cos 2\pi Q_0}{1 - \cos 2\pi Q \cos 2\pi Q_0} \quad (\text{I.5})$$

Per definitionem ist

$$\beta_0(s) = \left(\frac{d\psi_0(s)}{ds} \right)^{-1} \quad \text{und} \quad \beta(s) = \left(\frac{d\psi(s)}{ds} \right)^{-1} \quad (\text{I.6})$$

Aus (I.4) ergibt sich damit

$$\psi'(s) = \frac{\psi_0'(s)}{1 + B \cos[2\pi Q_0 - 2\psi_0(s_L) + 2\psi_0(s)]} \quad (\text{I.7a})$$

Durch Integration erhält man

$$\psi(s) - \psi(s_0) = A \int_{\psi_0(s_0)}^{\psi_0(s)} \frac{d\psi_0}{1 + B \cos[2\pi Q_0 - 2\psi_0(s) + 2\psi_0]} \quad (\text{I.7b})$$

Wählt man z.B. als Anfangsstelle s_0 mit

$$\psi_0(s_0) = \psi(s_0) = 0 \quad (\text{I.8})$$

den der Linse gegenüberliegenden Azimuth, so wird

$$\psi_0(s_L) = \pi Q_0$$

und damit

$$\psi(s) = \arctg \left[\frac{\operatorname{tg} \frac{N\mu}{2}}{\operatorname{tg} \frac{N\mu_0}{2}} \operatorname{tg} \psi_0(s) \right] \quad (\text{I.9a})$$

sowie

$$\beta(s) = \beta_0(s) \frac{1 + \frac{\operatorname{tg}^2 \frac{N\mu}{2}}{\operatorname{tg}^2 \frac{N\mu_0}{2}} \operatorname{tg}^2 \psi_0(s)}{1 + \operatorname{tg}^2 \psi_0(s)} \frac{\operatorname{tg} \frac{N\mu_0}{2}}{\operatorname{tg} \frac{N\mu}{2}} \quad (\text{I.9b})$$

Die Funktion $f_1(\psi_0) = \psi - \psi_0$ und $f_2(\psi_0) = \beta/\beta_0$ sind periodisch mit der Periode π und werden für den Argumentbereich $-\pi \leq \psi \leq \pi$ in den Abbildungen I.1 und I.2 dargestellt.

Nach (I.9a) und (I.9b) kann man durch Probieren geeignete Positionen für Sextupole und Quadrupole finden.

Zur Verdeutlichung des Einflusses des Quadrupols sei auf die Abbildungen 15.d und II.3 verwiesen, wo bei gleicher Sextupolposition und Stärke durch Variation des Quadrupolortes vom ger. Stück 4 zum ger. Stück 6 ein völlig anderes Verhalten des Strahles erreicht wird.

Anhang II

Trapping auf Grund der endlichen Durchlaufzeit durch das Stopband

Nach [4] ist der getrappte Anteil

$$T = \frac{|dQ/dv|}{3(Q_{res} - Q_{in})^2} \quad (II.1)$$

Erstreckt sich der Spillout über N Umläufe, so erhält man bei einer Gesamtbreite $\Delta Q_x (\Delta \epsilon)$ des Stopbandes (eine Impulsbreite $\frac{\Delta p}{p}$ eingerechnet)

$$T \approx \frac{1}{N} \frac{|\Delta \epsilon|}{\epsilon_{in}^2} \quad (II.2)$$

Die gesamte Stopbandbreite ist wegen

$$\Delta x_r \approx -10 \Delta p/p [5]:$$

$$|\Delta \epsilon| \approx (60\pi) \left(\frac{\Delta p}{p} + 2|\epsilon_{in}| \right) \quad (II.3)$$

Gibt man die halbe Strahlbreite \hat{x} in [mm], die Impulsbreite $\frac{\Delta p}{p}$ in [%] und E in Vielfachen von $10 \text{ m}^{-1/2}$ an, so erhält man

$$T \approx \frac{1}{N} \left[\frac{130}{\hat{x} E} + \frac{800 \frac{\Delta p}{p}}{E^2} \right] \quad (II.4)$$

Im Bereich adiabatischer Dämpfung gilt, wenn bei $p_0 = 40 \text{ MeV/c}$ mit $(\frac{\Delta p}{p})_0$ und \hat{x}_0 eingeschossen wird mit p, gemessen in [GeV/c]:

$$\frac{\Delta p}{p} = \left(\frac{\Delta p}{p} \right)_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-1/4} \approx 0.5 \left(\frac{\Delta p}{p_0} \right) \frac{1}{\sqrt[4]{p}} \quad (II.5a)$$

$$\text{und } \hat{x} = \hat{x}_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{-1/2} \approx 0.2 \hat{x}_0 / \sqrt{p} \quad (II.5b)$$

und daher

$$T = \frac{1}{NE^2} \left[\frac{650 E}{\hat{x}_0} \sqrt{p} + \frac{10^4 (\frac{\Delta p}{p})_0}{\hat{x}_0^2} p^{3/4} \right] \quad (II.6)$$

Literatur

- [1] F.W. Brasse, G. Hemmie, W. Schmidt, DESY 68/18 Dez. 1965
- [2] K.Y. Kobayashi, SJC-A-66-1, 1966
- [3] M. Month, AGSCD-17, 1967
- [4] K. Symon, NAL-FN 130, 1968
- [5] H. Walther, Int.Bericht DESY-S1-69/4
- [6] J. Rustige, priv. Mitteilung
- [7] H. Walther, Int.Bericht DESY-S1-70/2

Unser Dank gilt im besonderen den Herren H. Kumpfert und Dr. H.O. Wüster, die unsere Arbeit durch stetiges Interesse förderten und uns in vielen Diskussionen wertvolle Anregungen gaben. Unserem ehemaligen Kollegen D. Paas danken wir für seine Hilfe bei den Messungen und bei der Lösung technischer Probleme. Mit Herrn Dr. W. Hardt (CERN) hatten wir fruchtbringende Diskussionen über verschiedene technische Probleme.

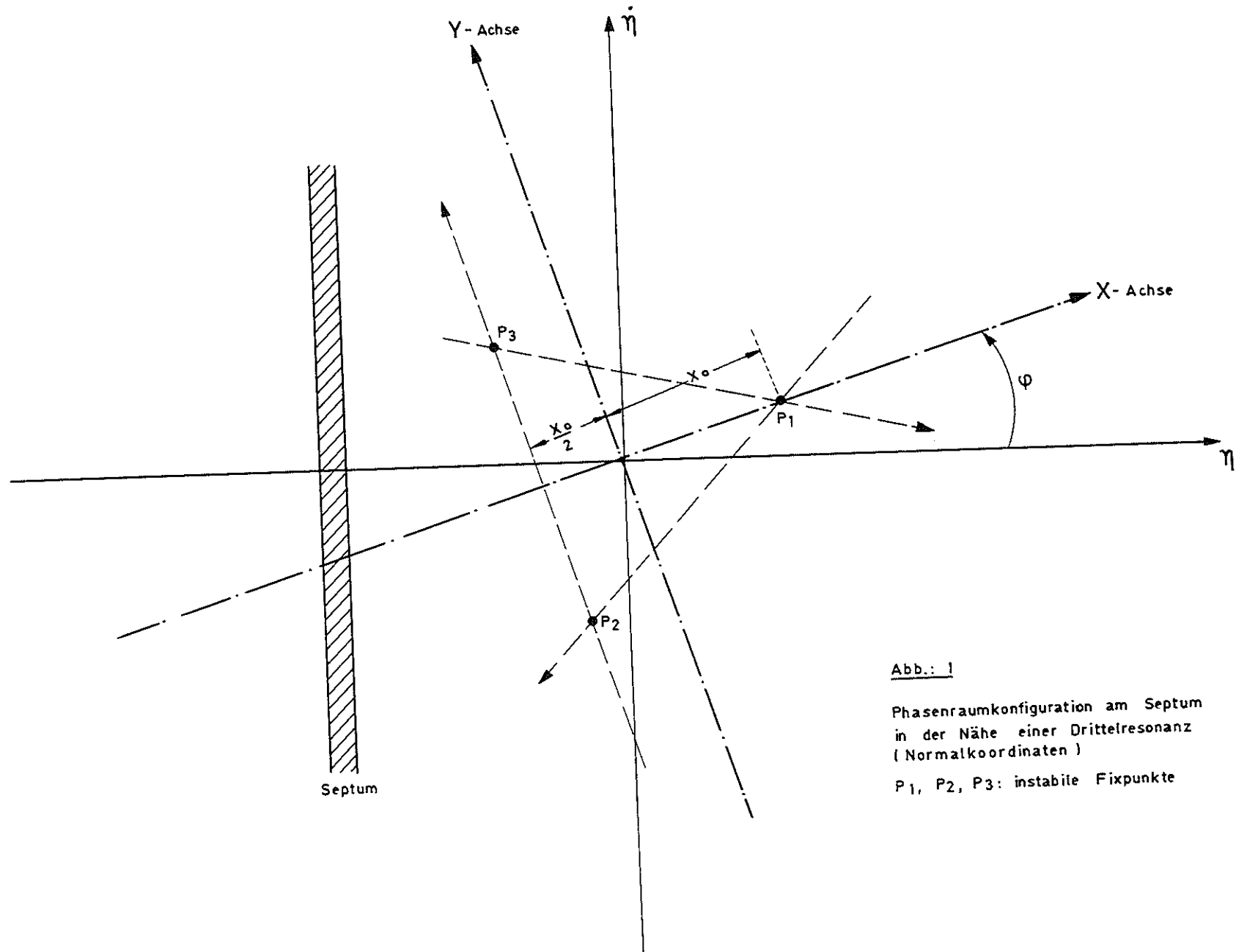


Abb.: 1

Phasenraumkonfiguration am Septum
in der Nähe einer Drittelresonanz
(Normalkoordinaten)

P_1, P_2, P_3 : instabile Fixpunkte

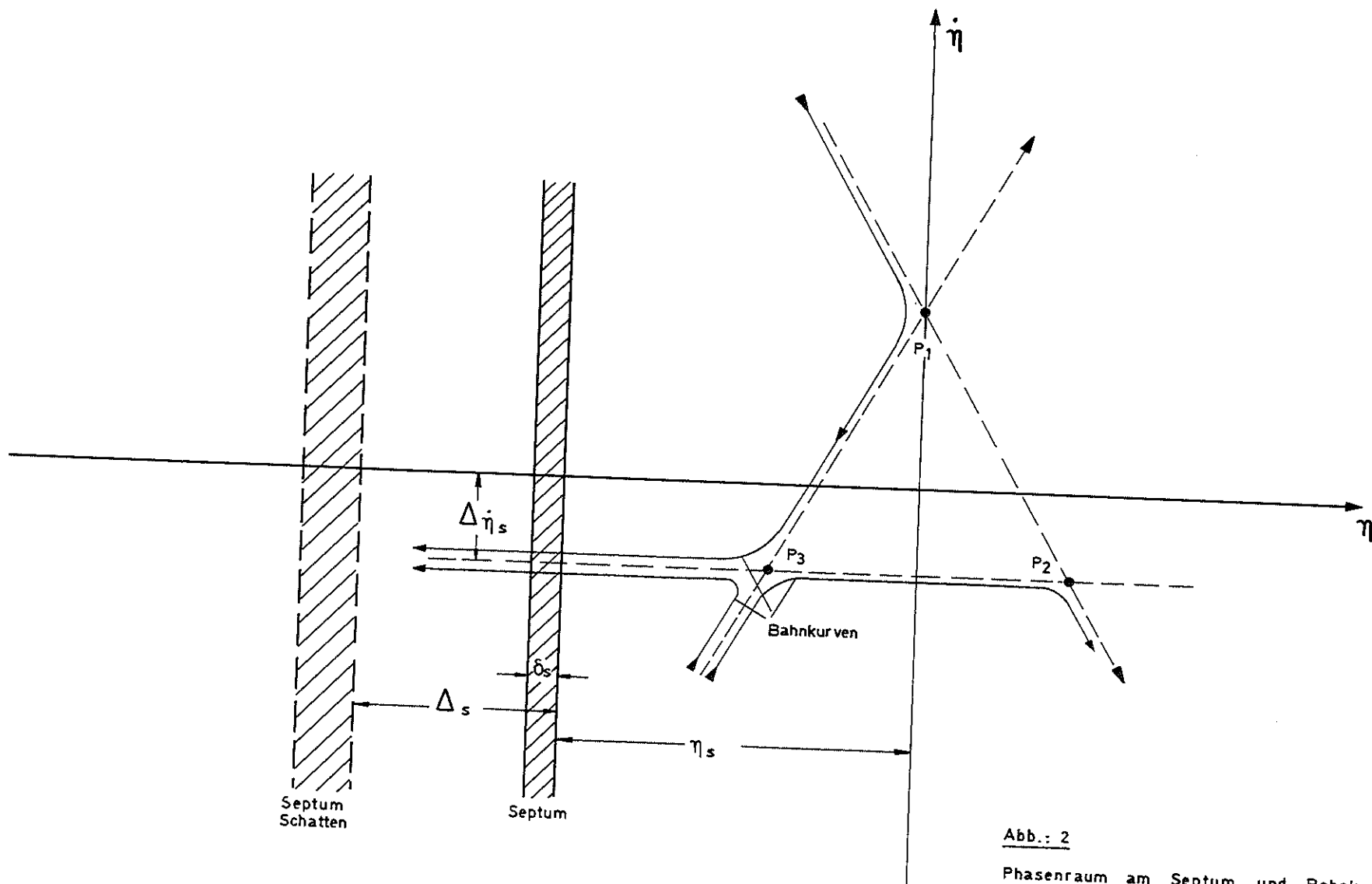


Abb.: 2

Phasenraum am Septum und Bahnkurven
(Normalkoordinaten)

P_1, P_2, P_3 : instabile Fixpunkte bei Ejektionsbeginn

Septum Schatten : Abbild des Septums nach Gleichung
(1.1.14)

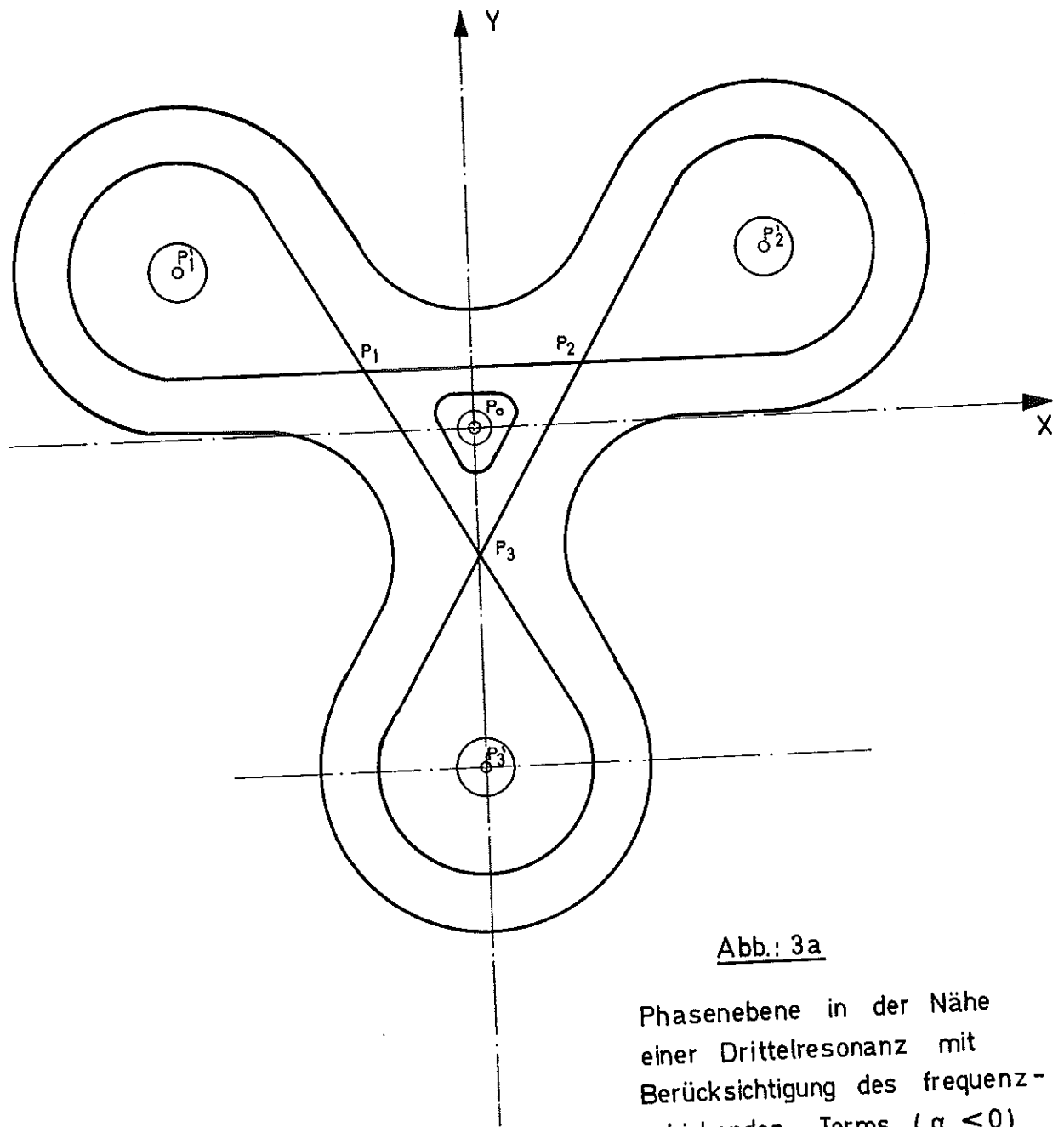


Abb.: 3a

Phasenebene in der Nähe
 einer Drittelresonanz mit
 Berücksichtigung des frequenz-
 schiebenden Terms ($\alpha < 0$)

$P_0; P_1'; P_2'; P_3'$ = Stabile Fixpunkte
 $P_1; P_2; P_3$ = Instabile Fixpunkte

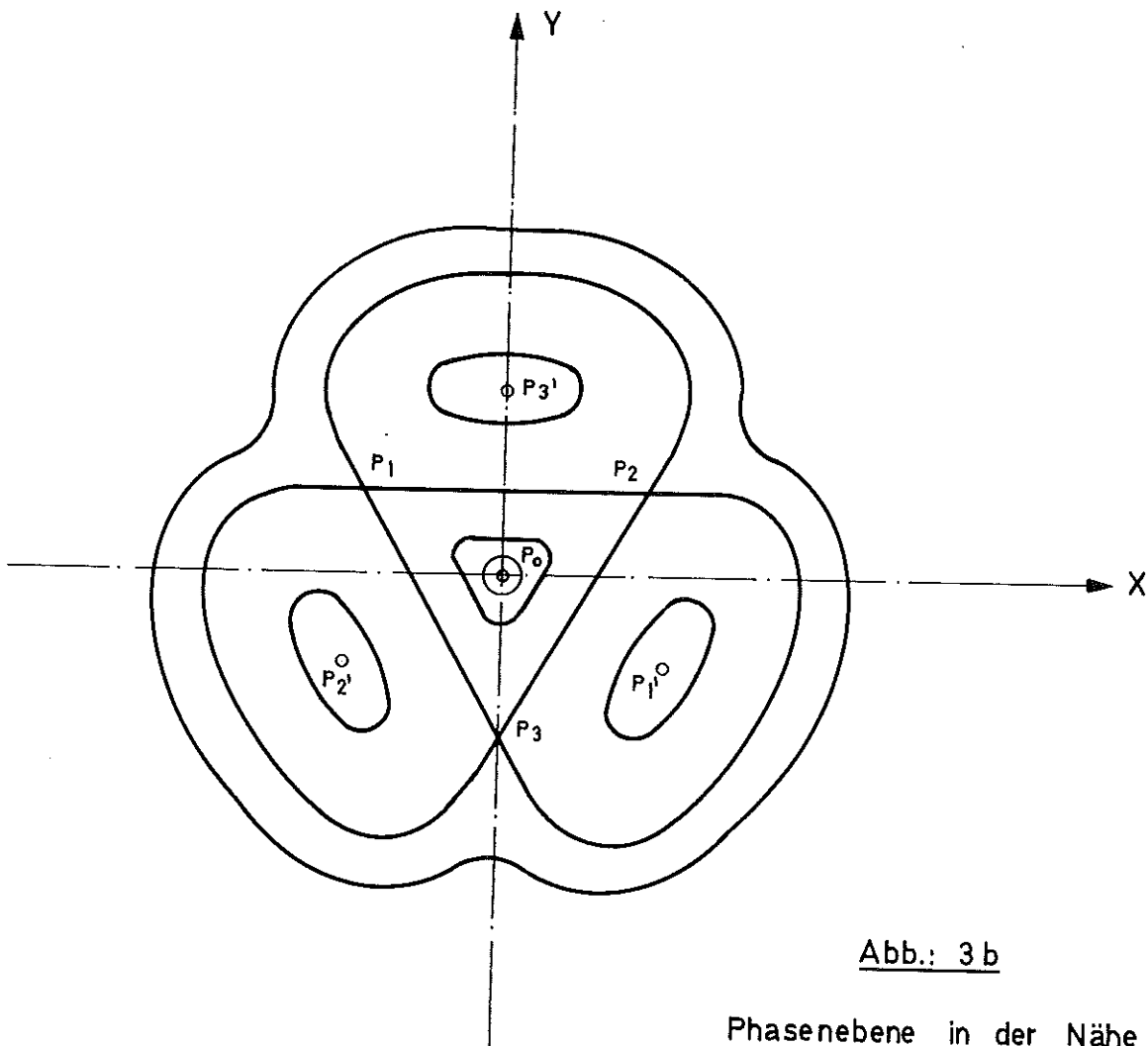


Abb.: 3 b

Phasenebene in der Nähe
 einer Drittelresonanz mit
 Berücksichtigung des frequenz-
 schiebenden Terms ($\alpha > 0$)

$P_0; P_1'; P_2'; P_3'$ = Stabile Fixpunkte

$P_1; P_2; P_3$ = Instabile Fixpunkte

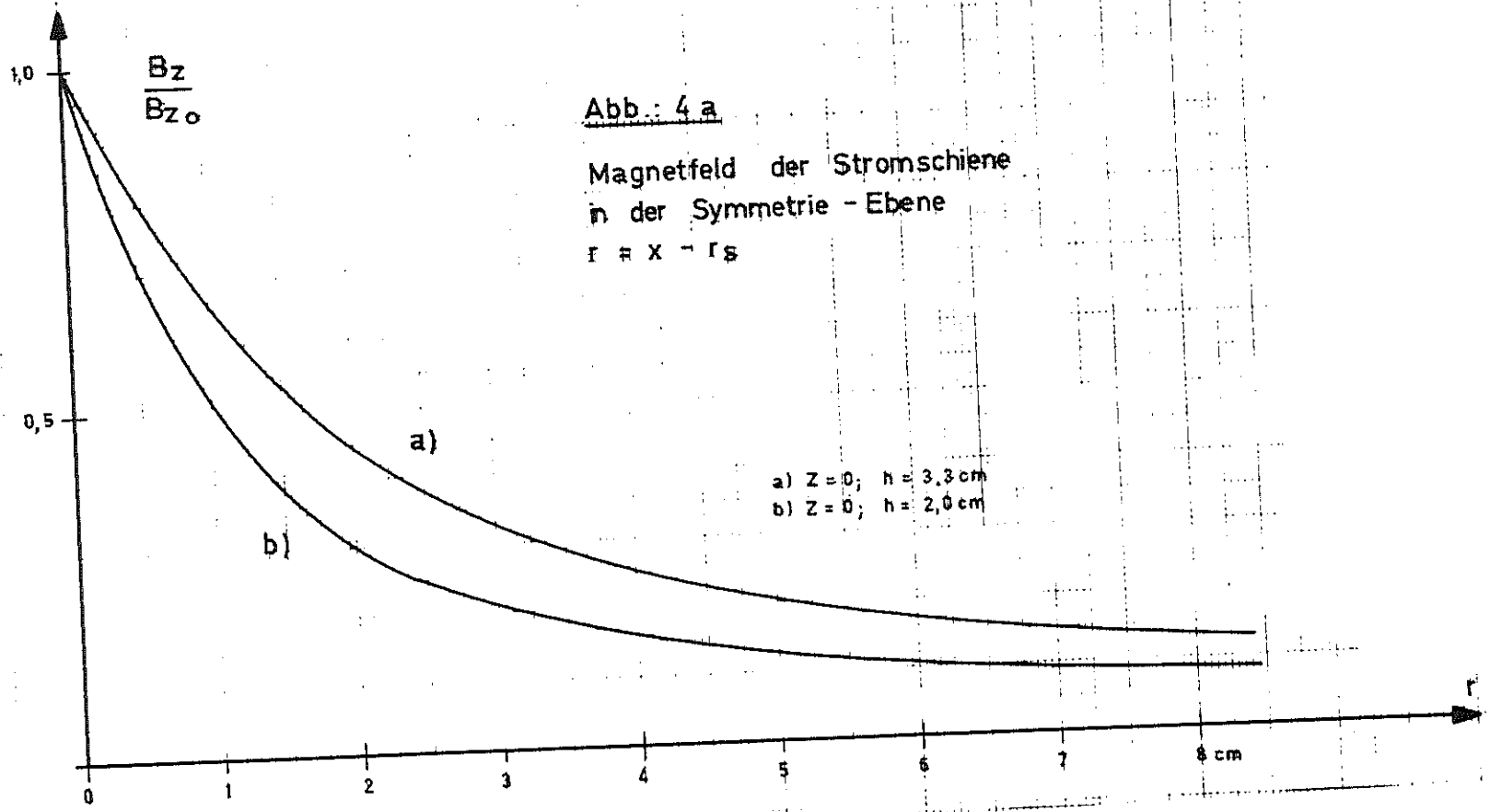
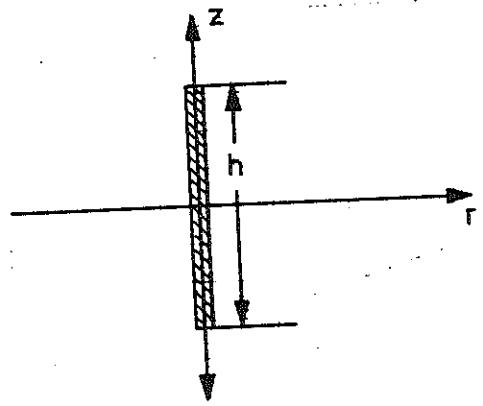
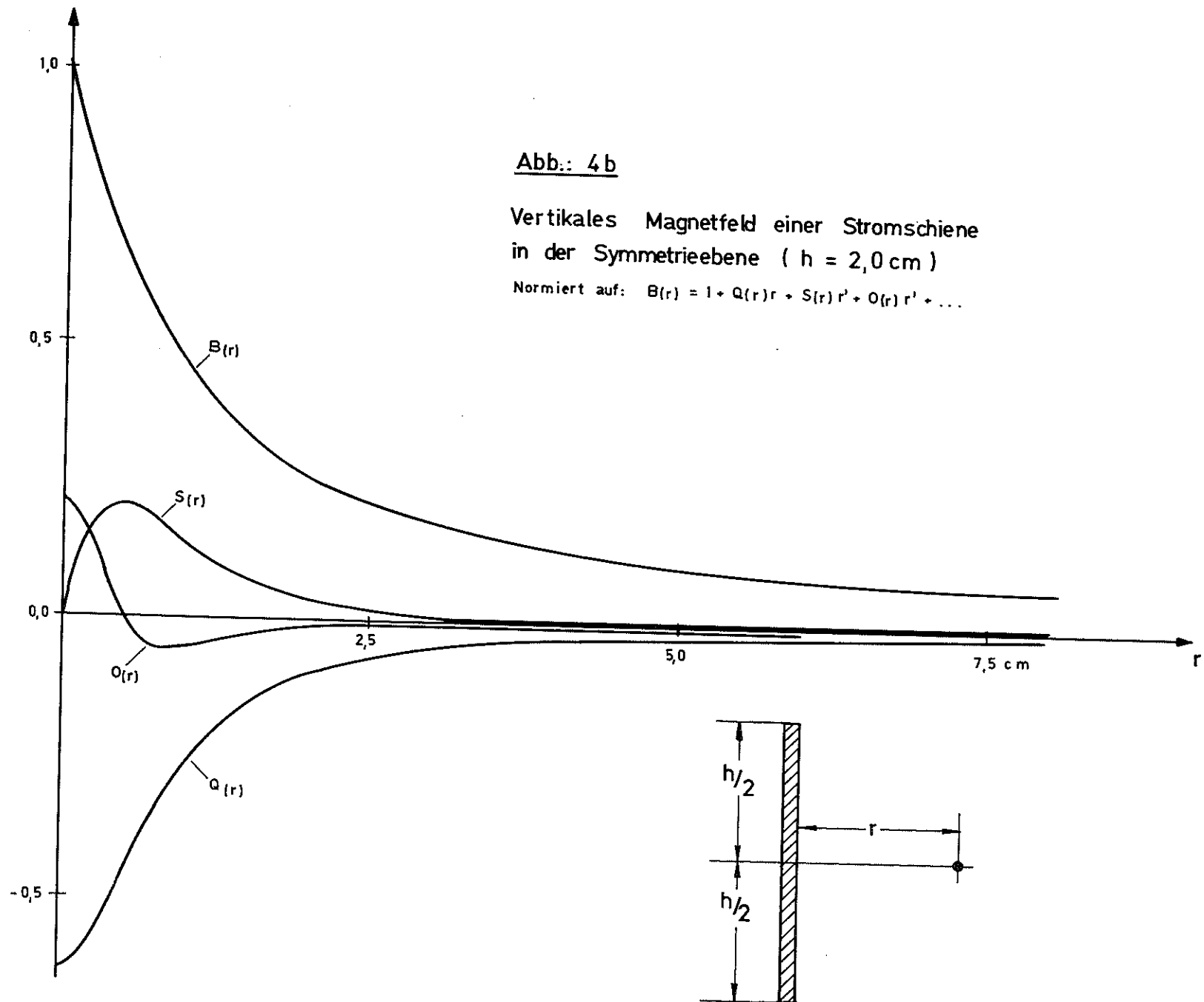


Abb.: 4 a
 Magnetfeld der Stromschiene
 in der Symmetrie - Ebene
 $r = x - r_s$

a) $Z = 0; h = 3,3$ cm
 b) $Z = 0; h = 2,0$ cm





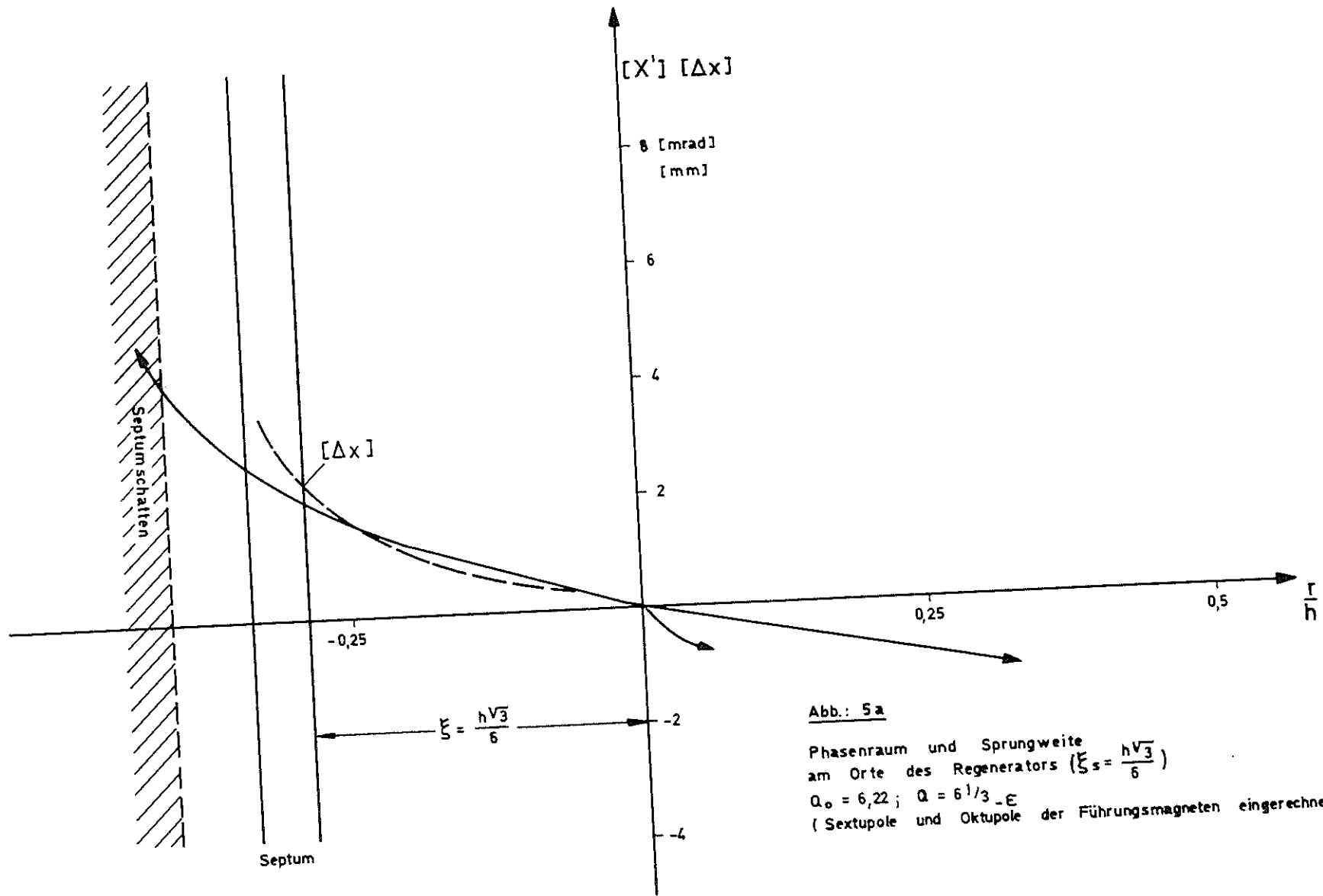


Abb.: 5a

Phasenraum und Sprungweite
 am Orte des Regenerators ($\xi_s = \frac{h\sqrt{3}}{6}$)
 $Q_0 = 6,22$; $Q = 6^{1/3} \cdot \epsilon$
 (Sextupole und Oktupole der Führungsmagneten eingerechnet)

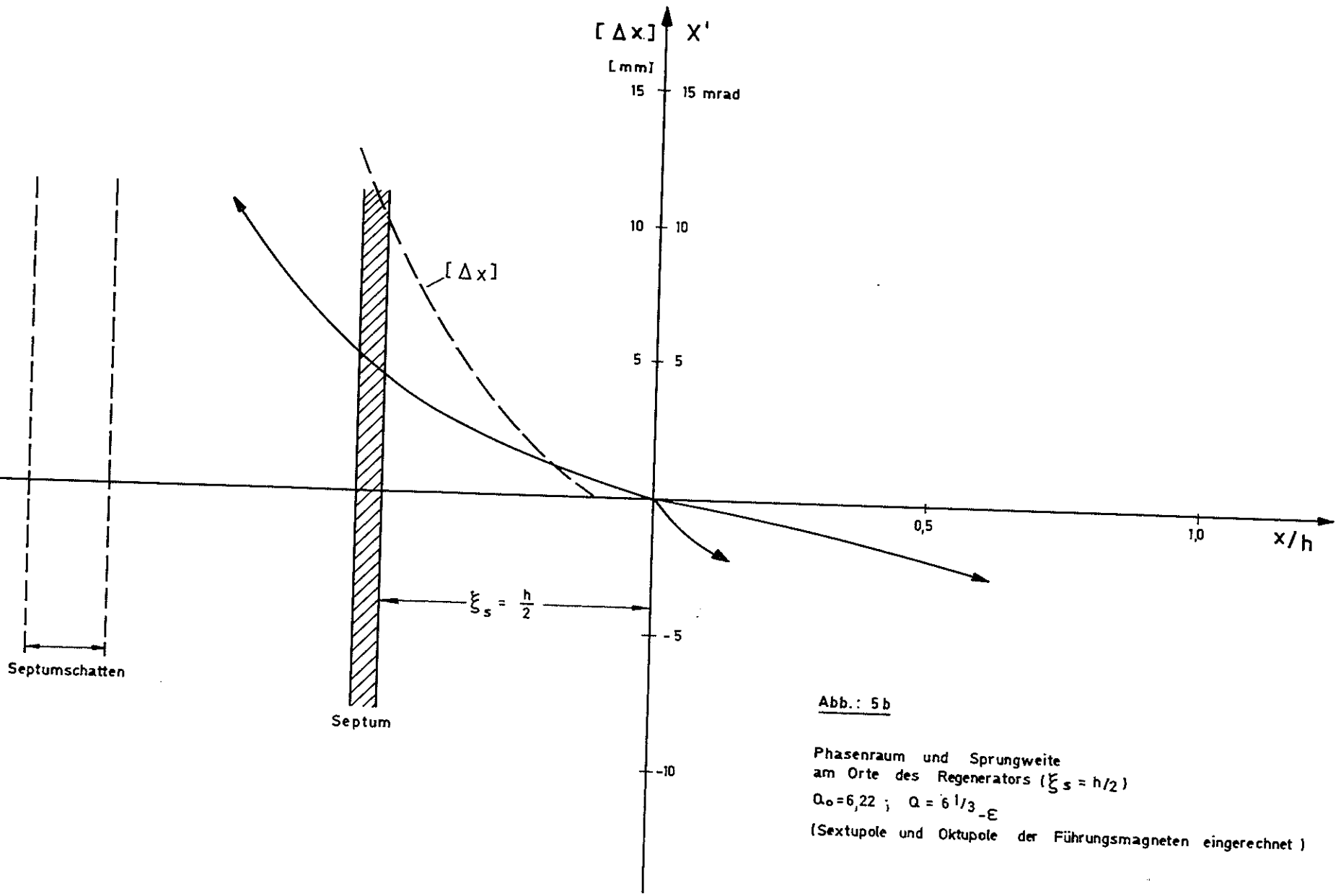


Abb.: 5 b

Phasenraum und Sprungweite
 am Orte des Regenerators ($\xi_s = h/2$)
 $Q_0 = 6,22$; $Q = 6 \frac{1}{3} - \epsilon$
 (Sextupole und Oktupole der Führungsmagneten eingerechnet)

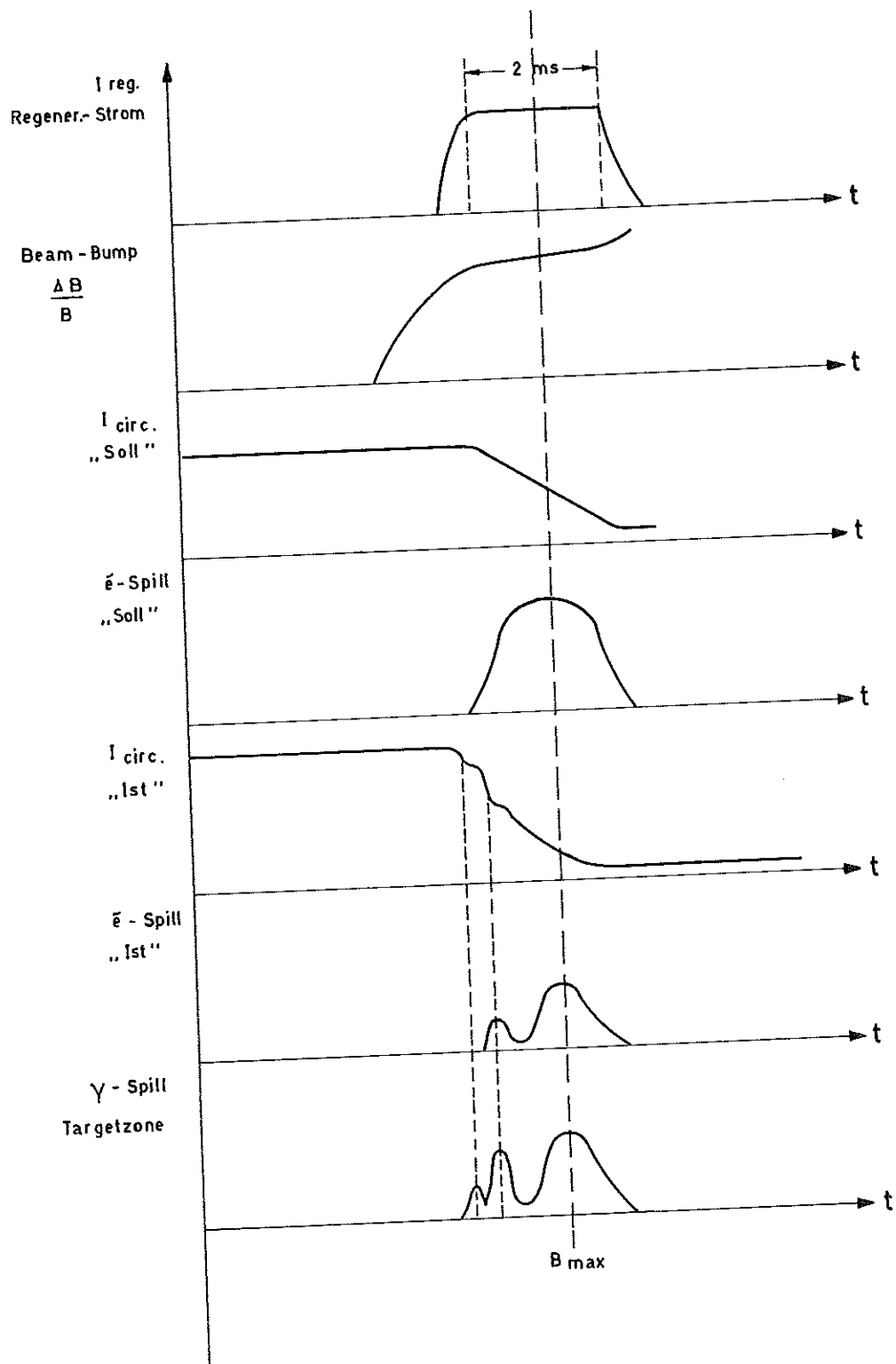
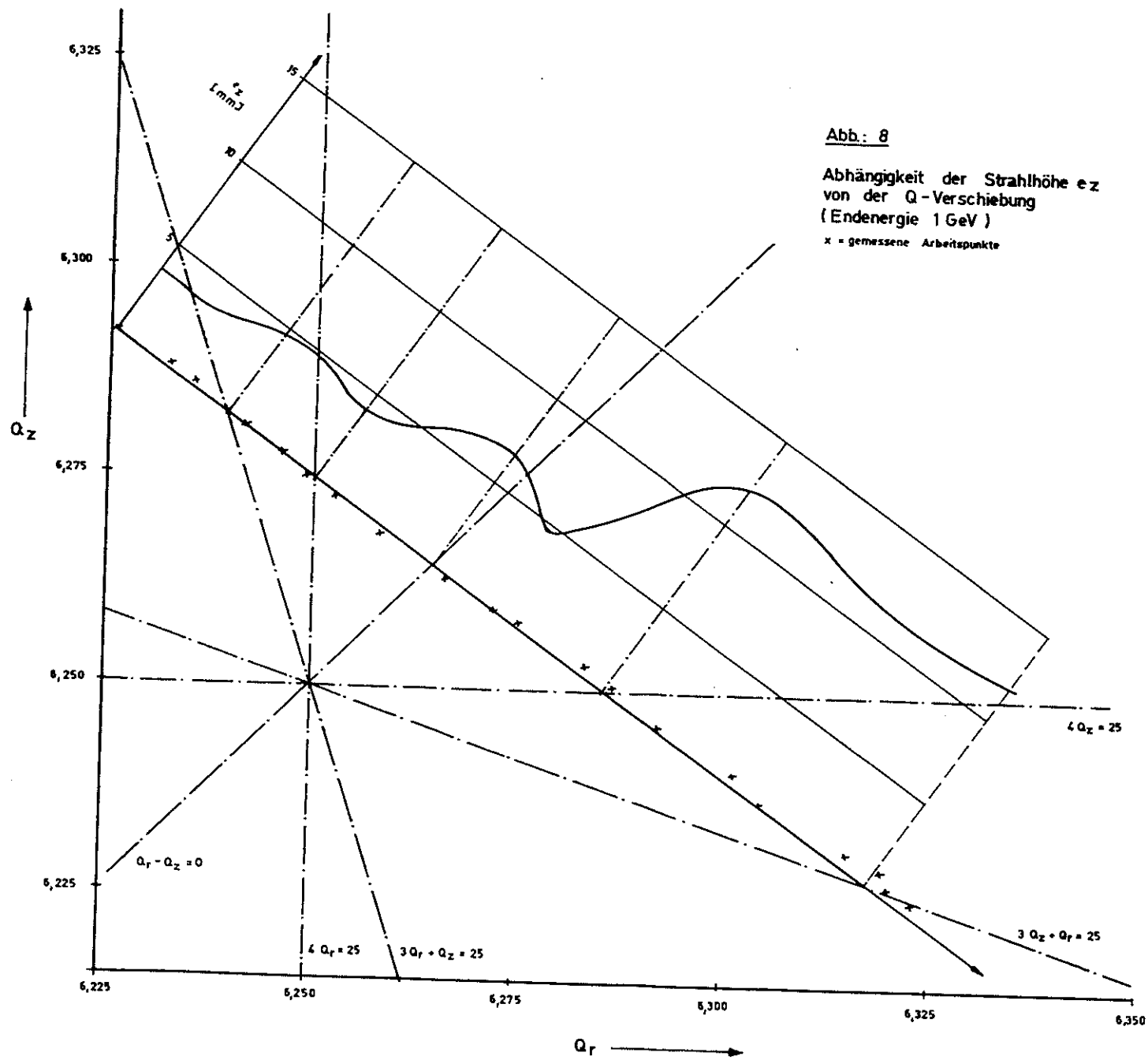


Abb.: 6

Schematischer Zeitplan des Ejektionsvorganges



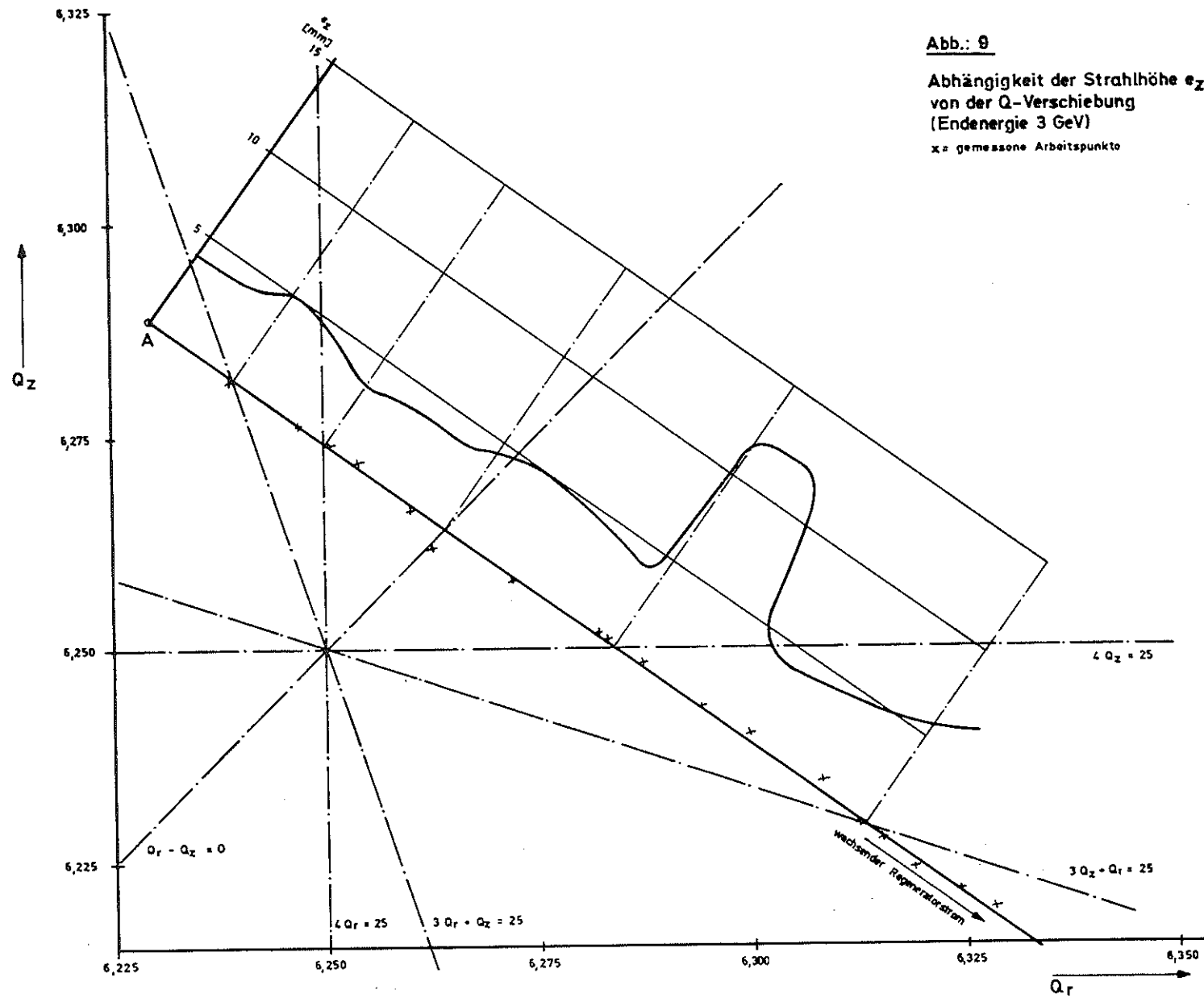


Abb.: 9

Abhängigkeit der Strahlhöhe e_z von der Q-Verschiebung (Endenergie 3 GeV)

x = gemessene Arbeitspunkte

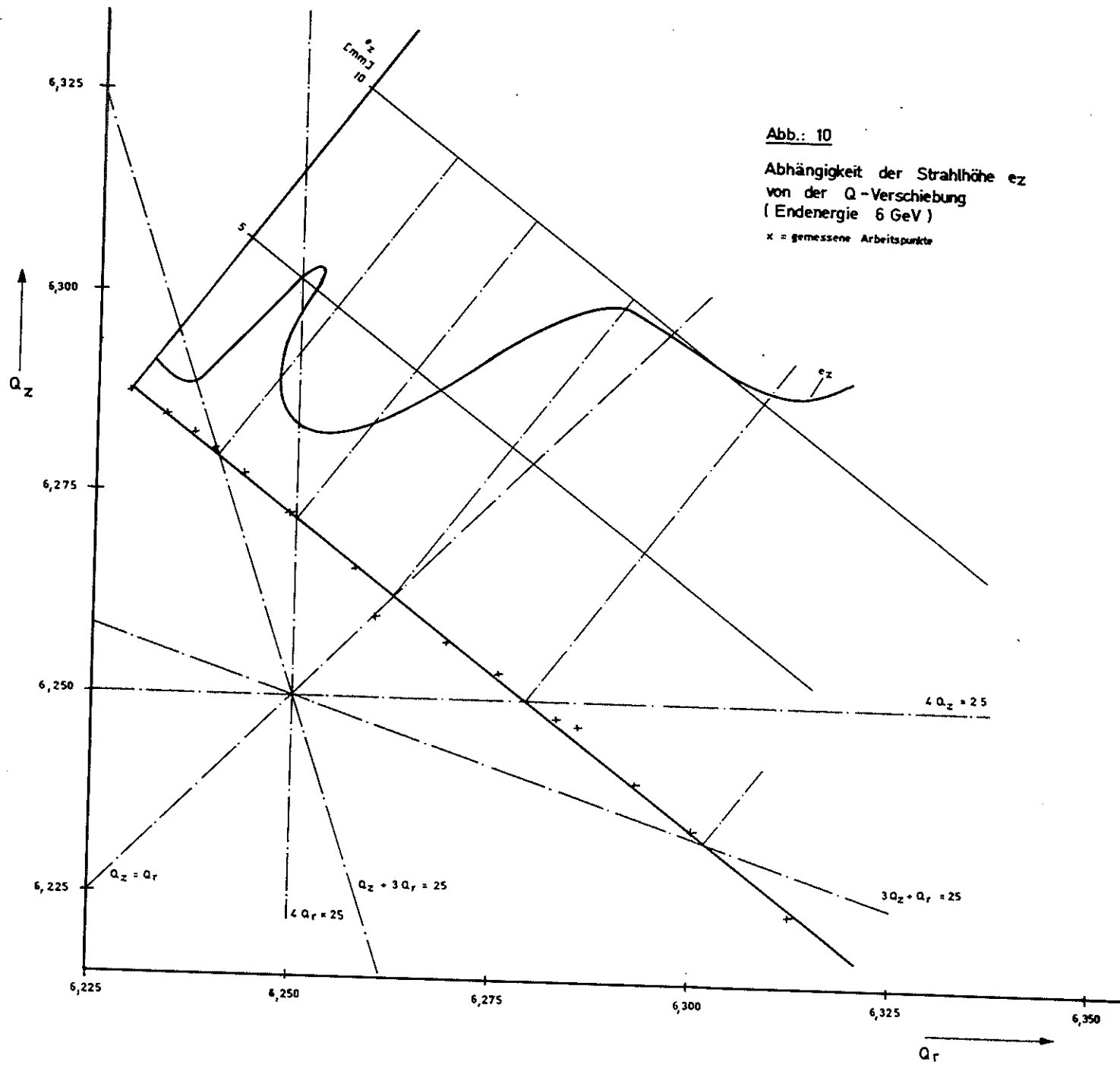


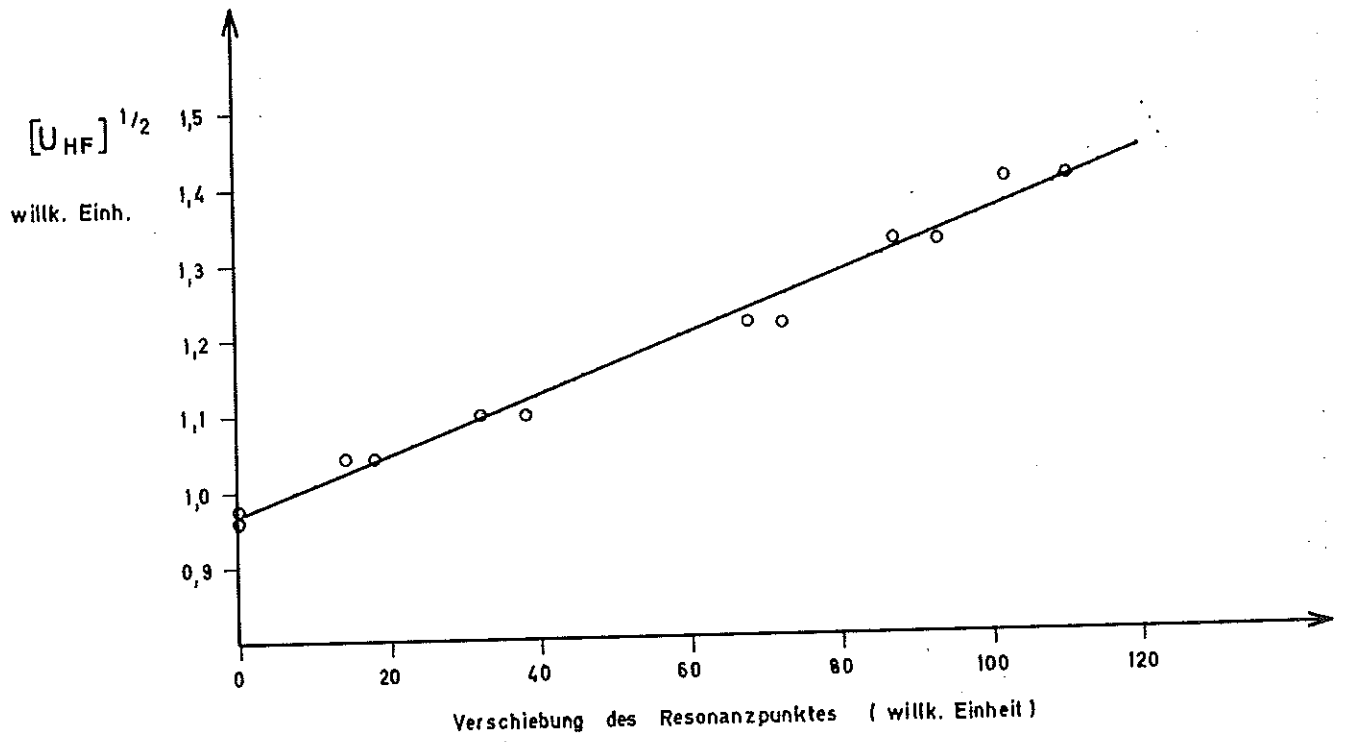
Abb.: 10

Abhängigkeit der Strahlhöhe e_z
 von der Q -Verschiebung
 (Endenergie 6 GeV)

$x = \text{gemessene Arbeitspunkte}$

Abb.: 11

Abhängigkeit des Resonanzpeaks $Q_z + 3 Q_x = 25$
von der Cavity - Spannung



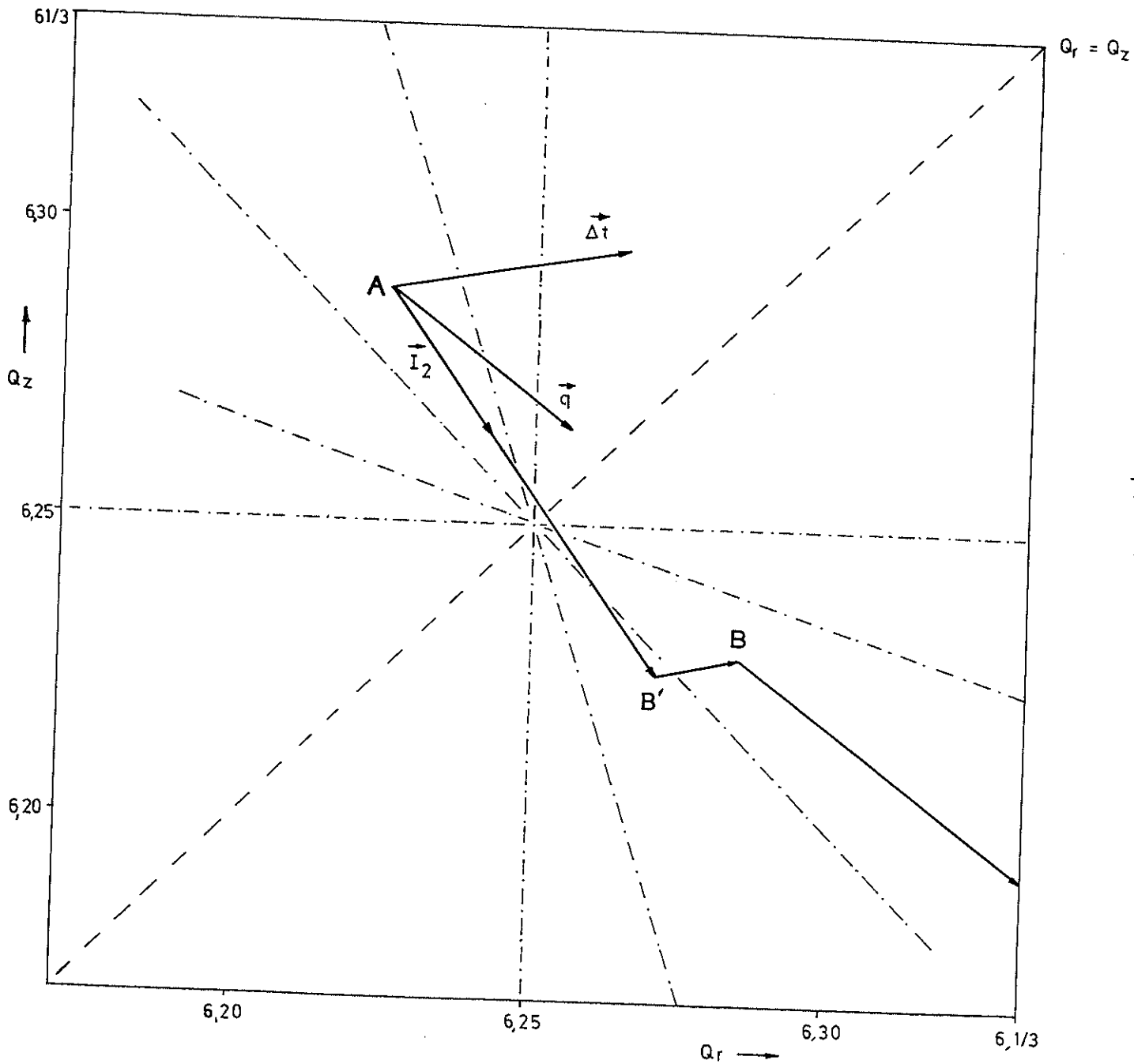


Abb.:12
 Arbeitspunktverschiebung für Ejektion
 mit getrennten Elementen

- Summenresonanzen 4. Ordnung
- \vec{q} : Regenerator oder Quadrupol
- Δf : Änderung der HF-Frequenz
- \vec{I}_2 : gemeinsame Jochwindungen
- A : normaler Arbeitspunkt
- B : neuer Arbeitspunkt

$E_{max} = 3 \text{ GeV}$

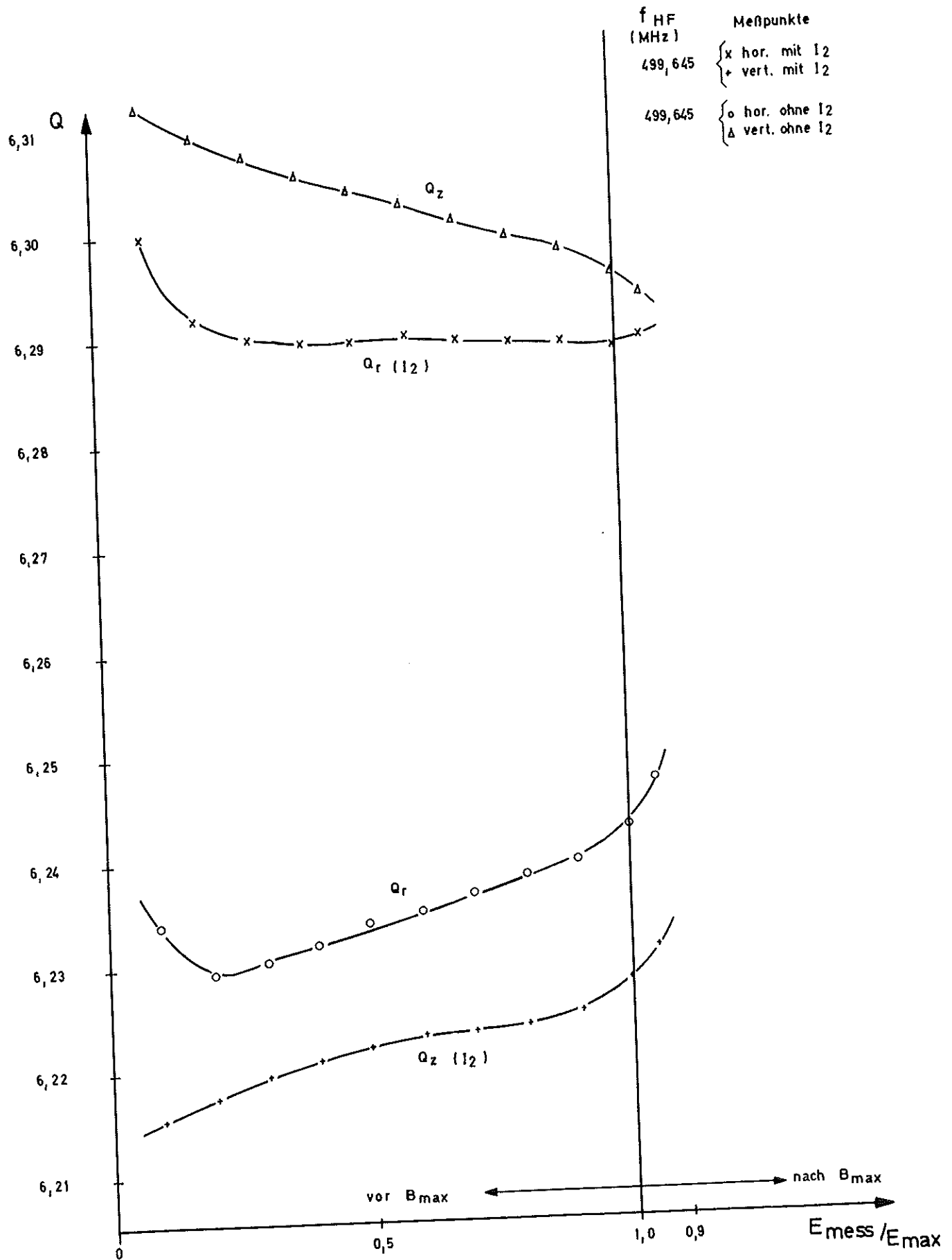
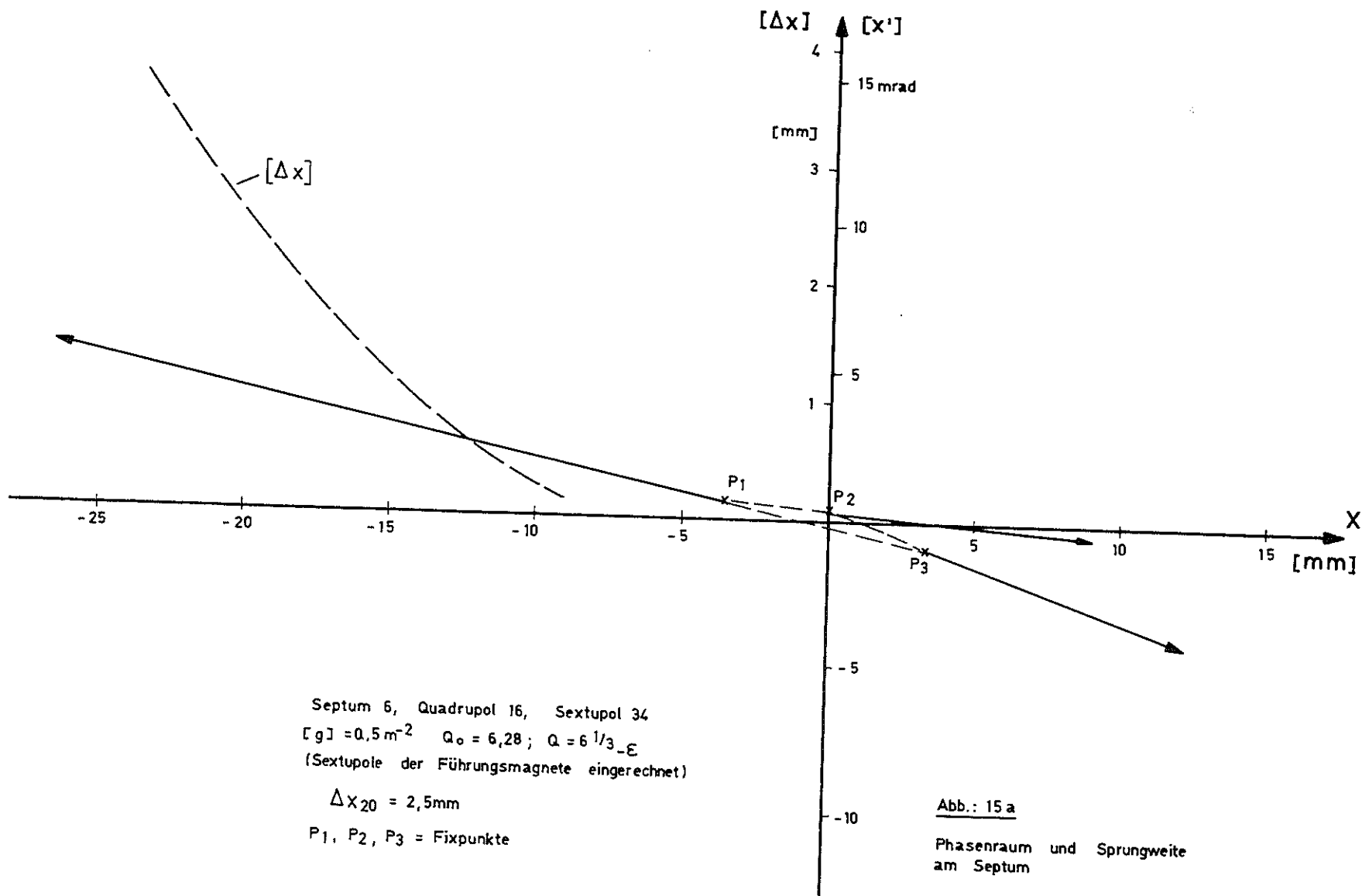


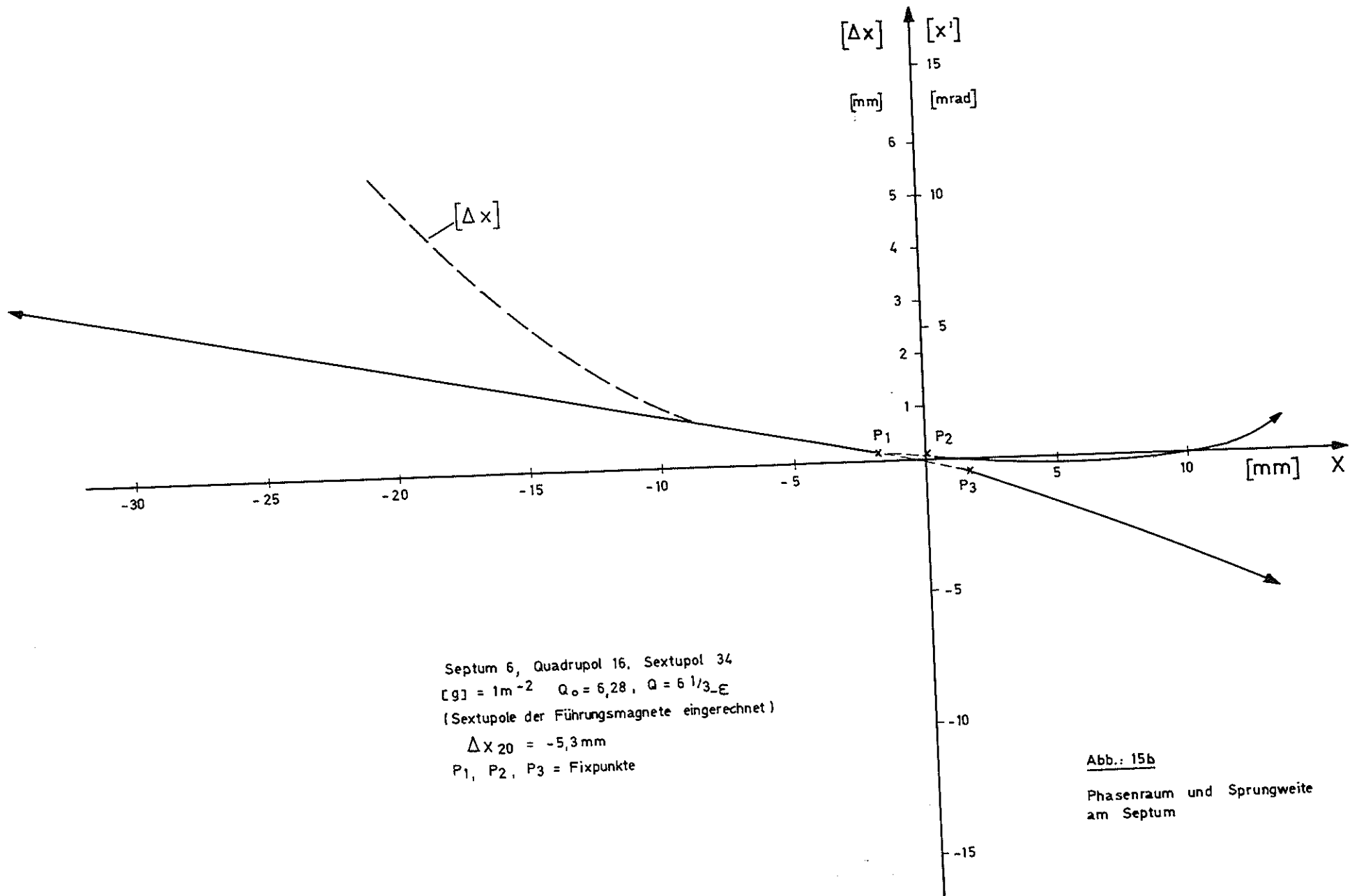
Abb.: 14

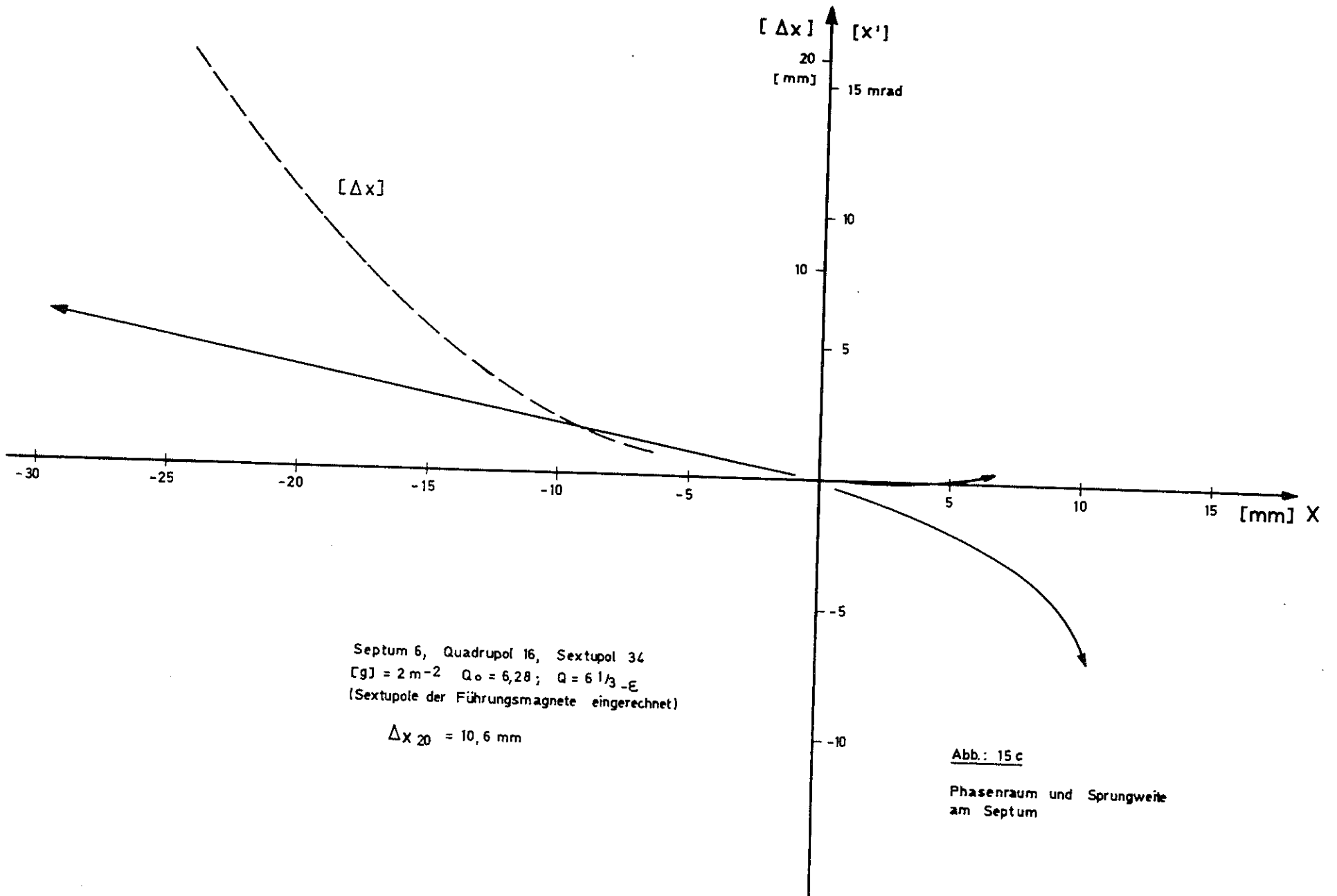


Septum 6, Quadrupol 16, Sextupol 34
 $[g] = 0,5 \text{ m}^{-2}$ $Q_0 = 6,28$; $Q = 6^{1/3} \text{ -E}$
 (Sextupole der Führungsmagnete eingerechnet)

$\Delta X_{20} = 2,5 \text{ mm}$
 $P_1, P_2, P_3 = \text{Fixpunkte}$

Abb.: 15 a
 Phasenraum und Sprungweite
 am Septum



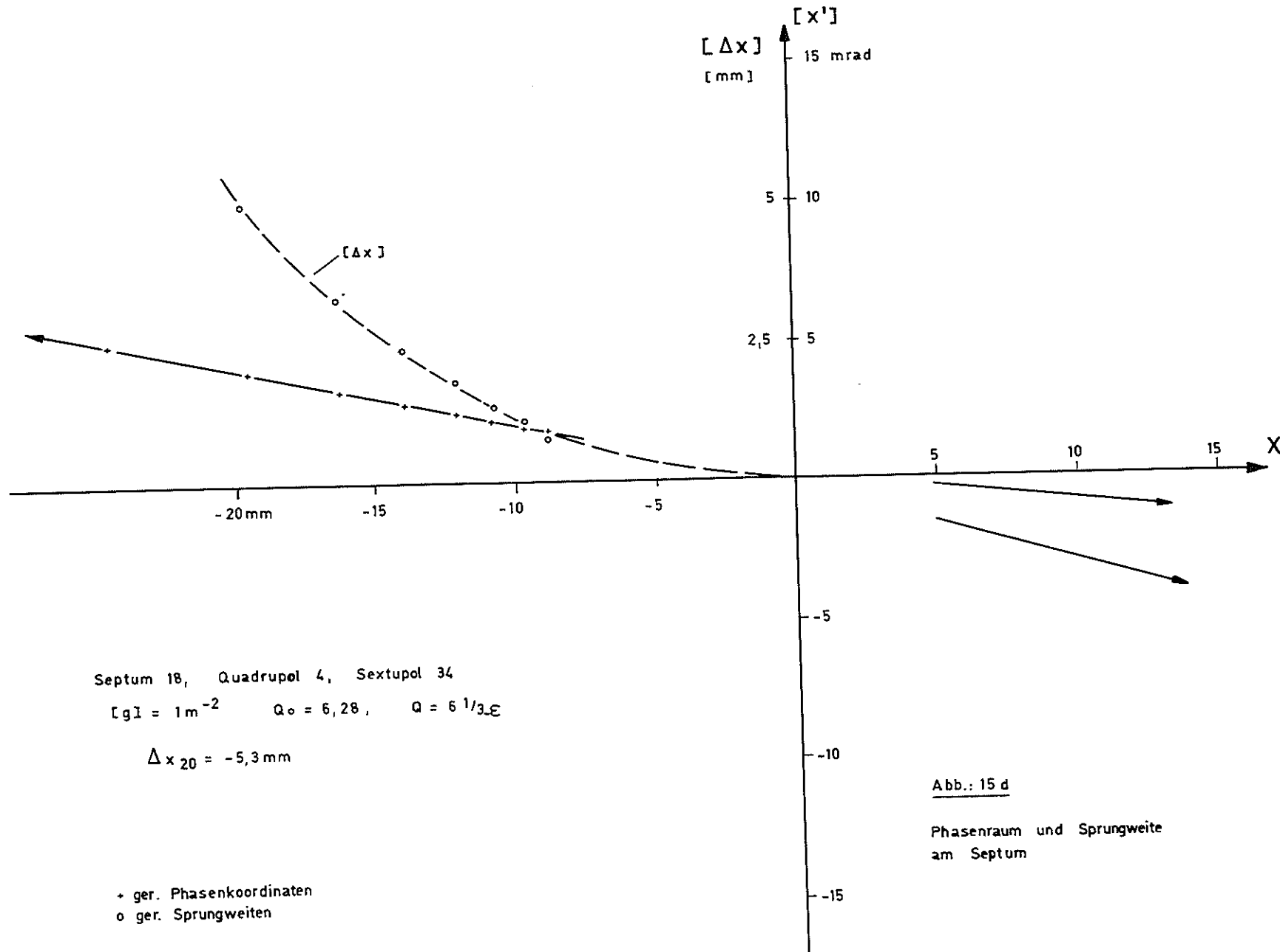


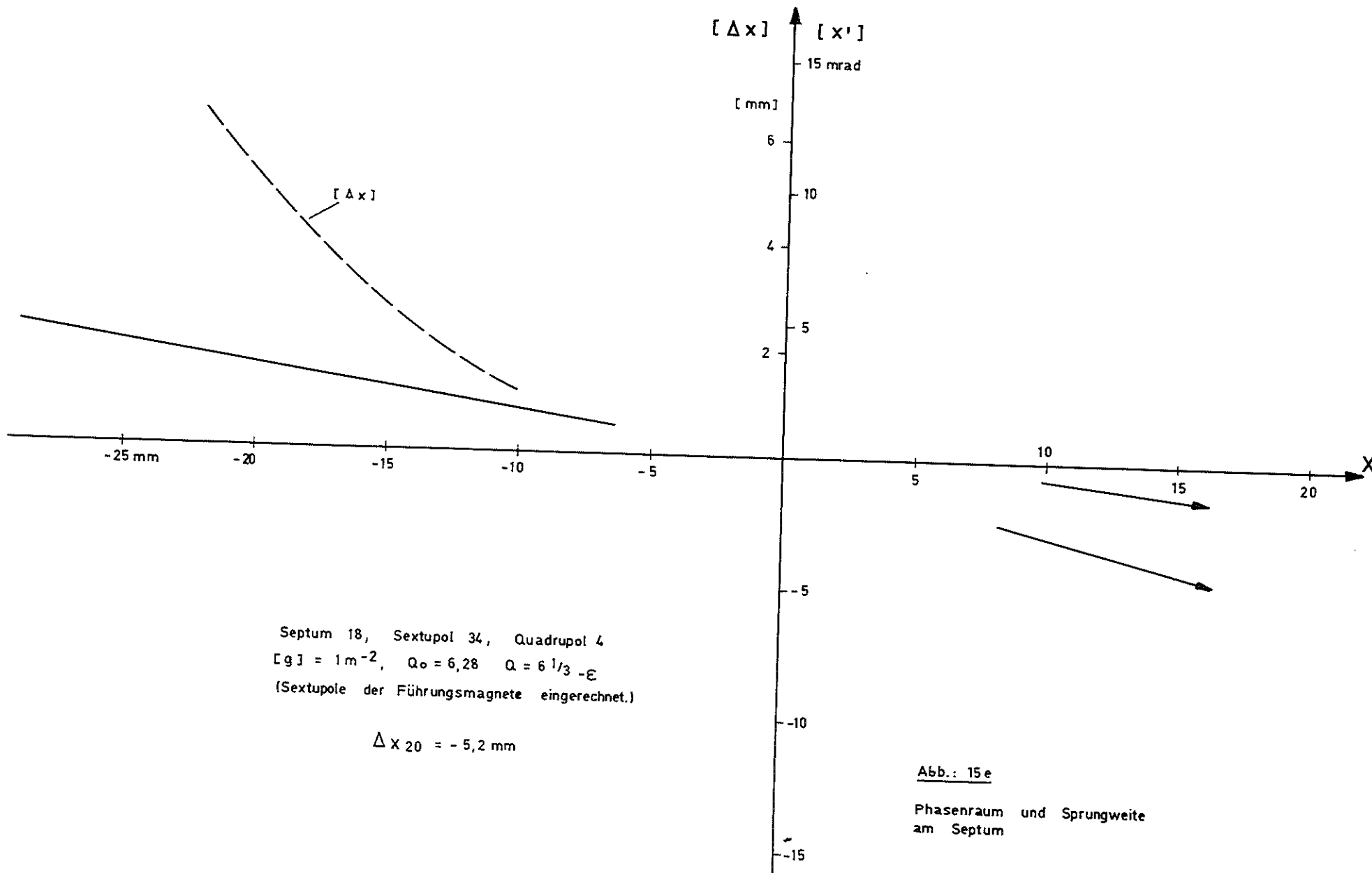
Septum 6, Quadrupol 16, Sextupol 34
 $[g] = 2 \text{ m}^{-2}$ $Q_0 = 6,28$; $Q = 6 \frac{1}{3} - \epsilon$
 (Sextupole der Führungsmagnete eingerechnet)

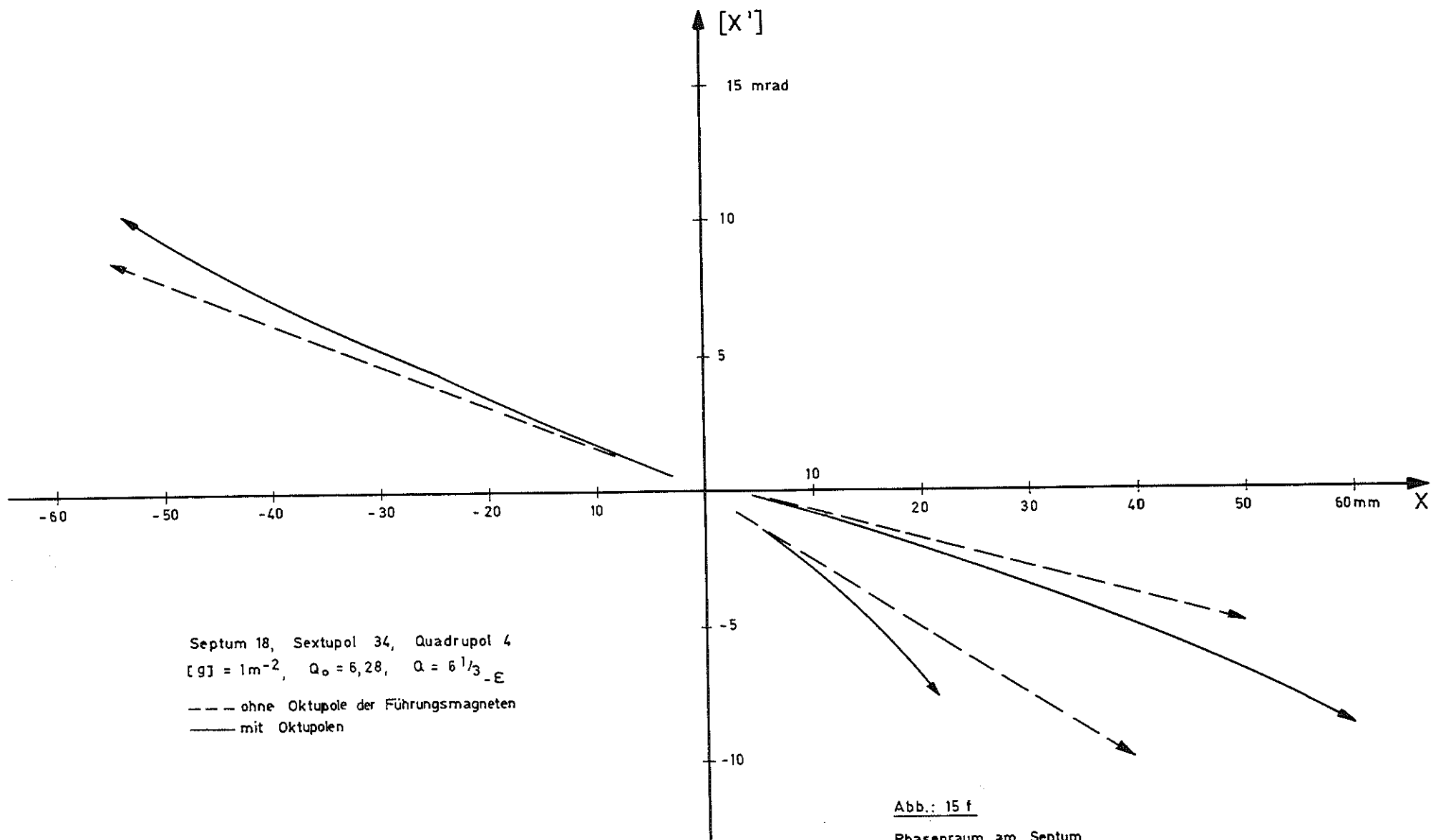
$$\Delta x_{20} = 10,6 \text{ mm}$$

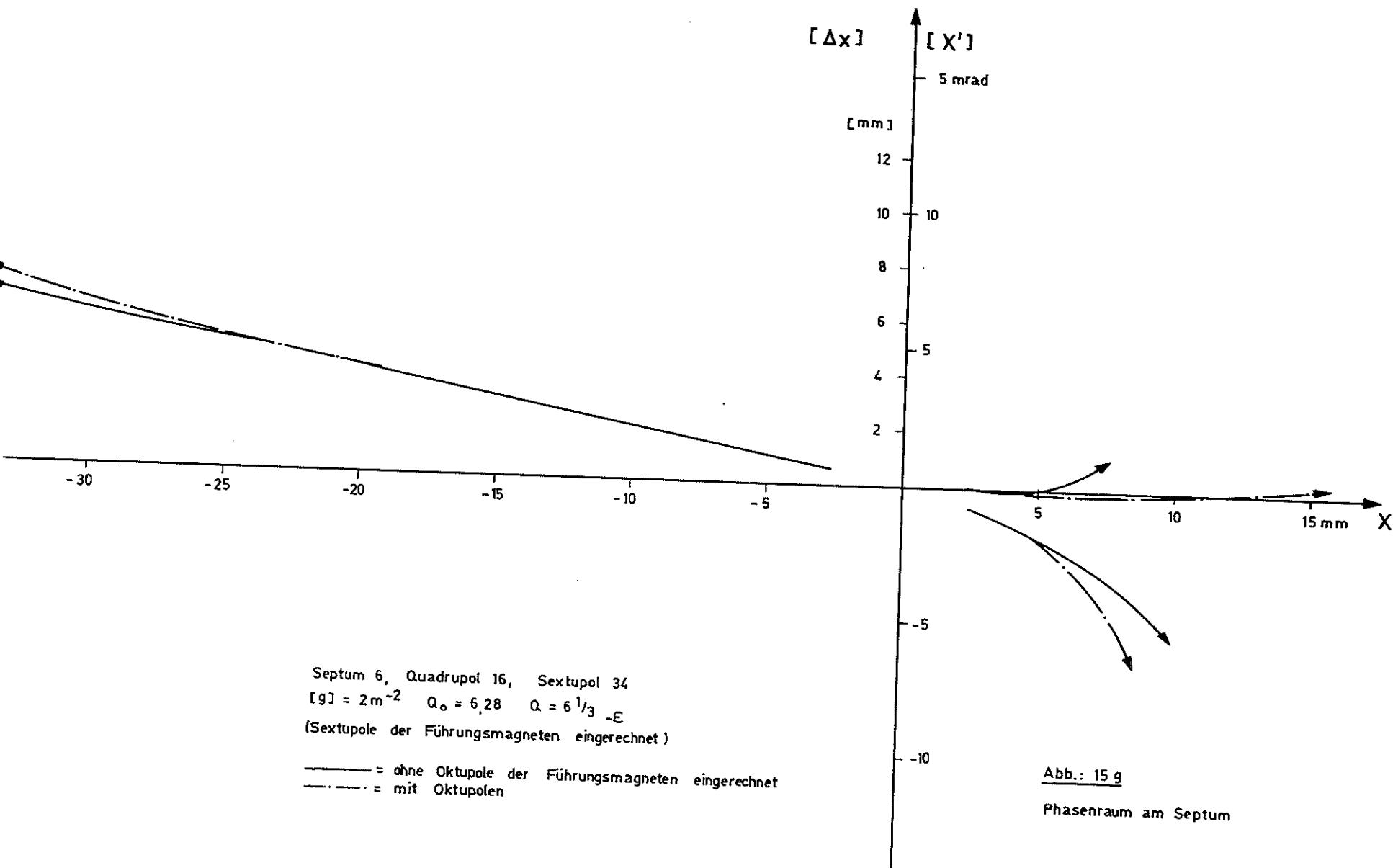
Abb.: 15 c

Phasenraum und Sprungweite
 am Septum









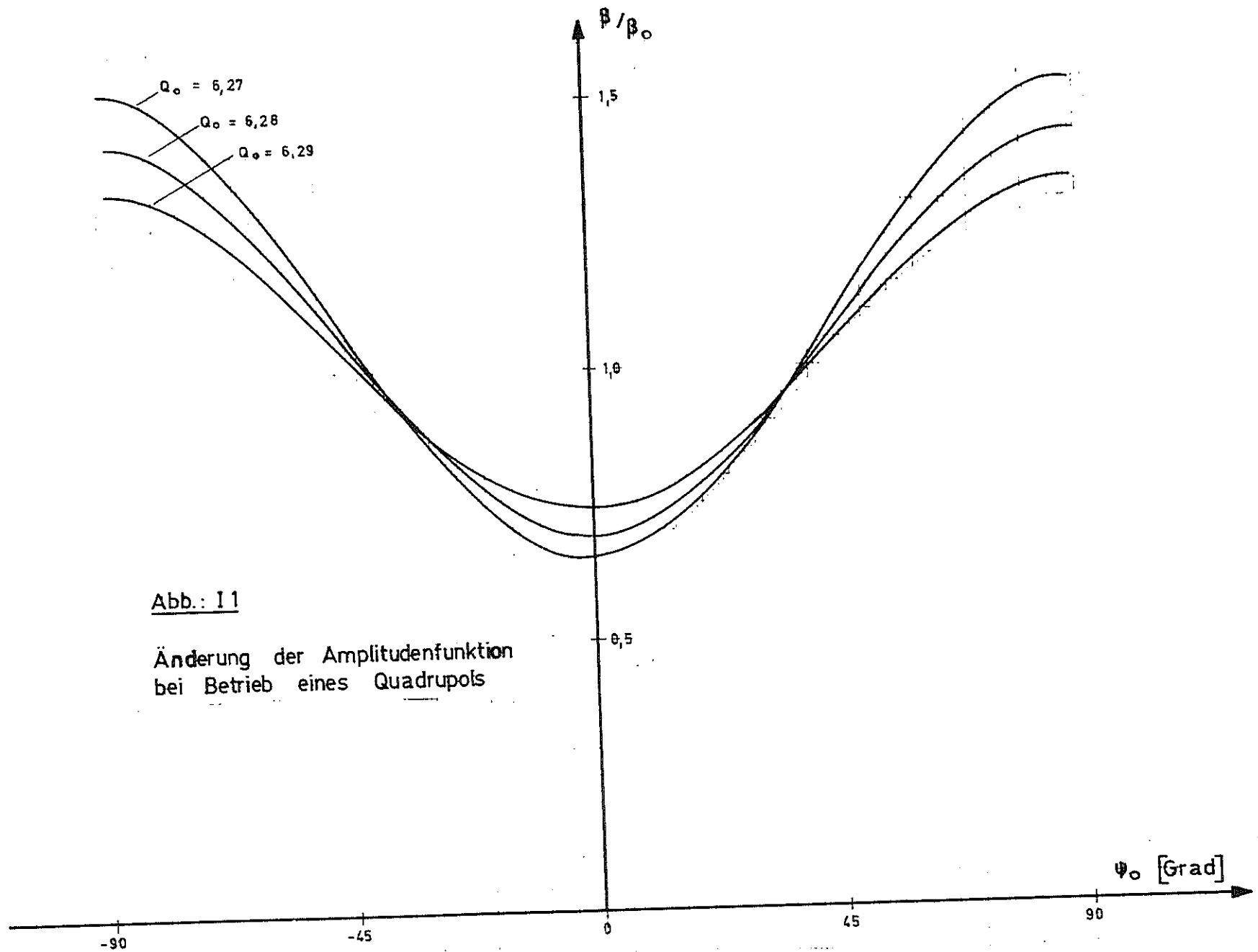


Abb.: 11

Änderung der Amplitudenfunktion
bei Betrieb eines Quadrupols

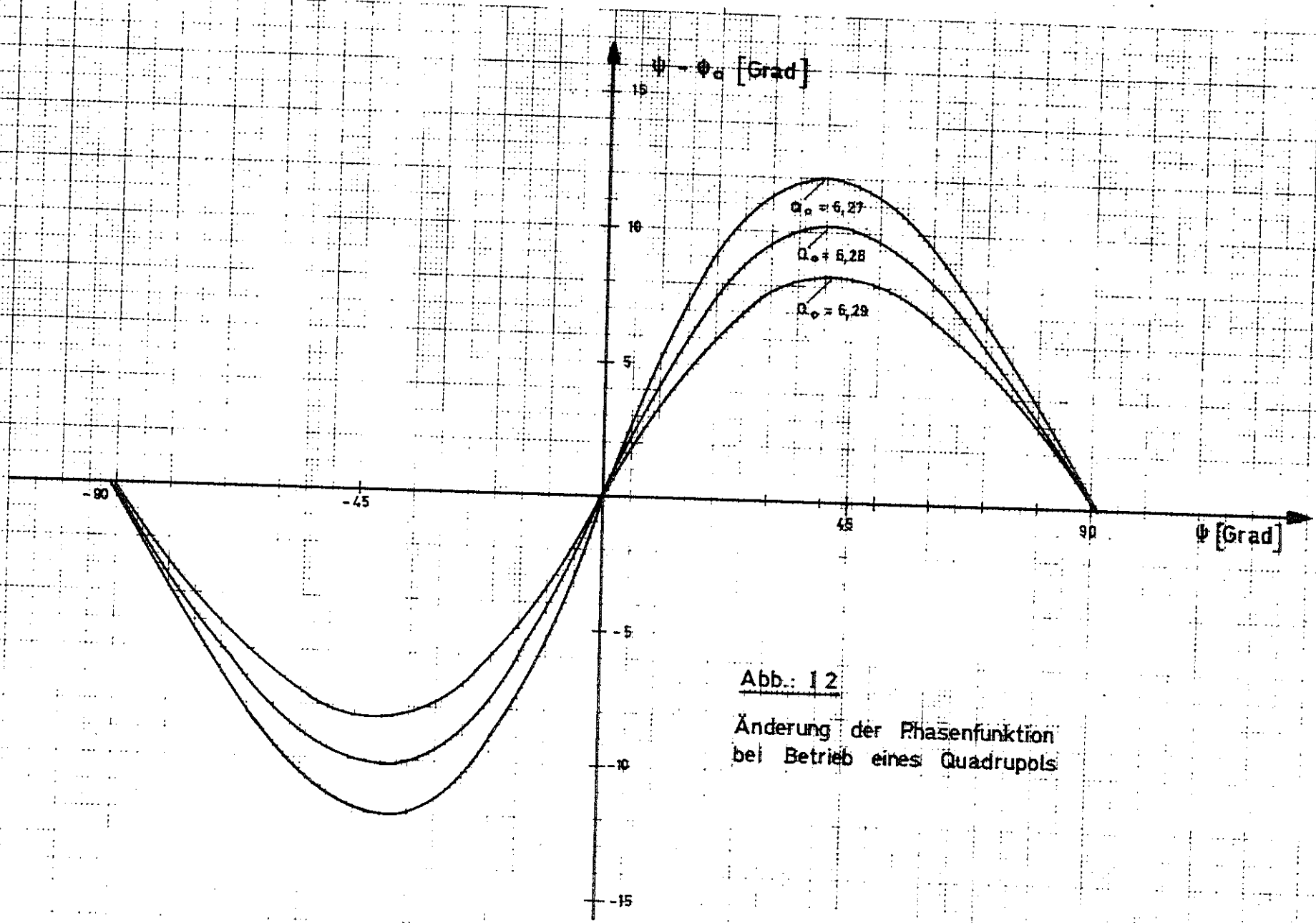


Abb.: 12

Änderung der Phasenfunktion
bei Betrieb eines Quadrupols

