

DEUTSCHES ELEKTRONEN-SYNCHROTRON **DESY**

DESY 73/59
Dezember 1973



Schwache Wechselwirkung höherer Ordnung
und Neutrino-Prozesse in der Astrophysik

von

Mehmet Abak

II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg

2 HAMBURG 52 · NOTKESTIEG 1

SCHWACHE WECHSELWIRKUNG HÖHERER ORDNUNG
UND NEUTRINOPROZESSE IN DER ASTROPHYSIK⁺

Mehmet Abak ⁺⁺

II. Institut für Theoretische
Physik der Universität Hamburg
H a m b u r g

⁺ Gefördert von der Alexander von HUMBOLDT-Stiftung

⁺⁺ Present Address: The Univ. of Sussex, School of
Mathematical and Physical Sciences, Falmer, Brighton,
England.

Z u s a m m e n f a s s u n g

Die Wirkungsquerschnitte und die Energieverluste der Prozesse $e+\gamma \rightarrow e+\nu+\bar{\nu}$ (Photo-Neutrino-Prozeß), $e+e \rightarrow \nu+\bar{\nu}$ (Paarvernichtungsprozeß), $Z+e \rightarrow Z+e+\nu+\bar{\nu}$ (Bremsstrahlungsprozeß) und die Energieverlustraten des Plasma-Neutrino-Prozesses ($\Gamma \rightarrow \nu_e+\bar{\nu}_e$) wurden in zweiter Ordnung der V-A-Theorie schwacher Wechselwirkung berechnet. Statt den Integranden, der wegen der geschlossenen Leptonenlinien auftritt, zu regularisieren, führten wir einen invarianten Cutoff (=Abschneideparameter) ein. Die Matrixelemente und folglich auch die Wirkungsquerschnitte sowie die Energieverlustraten für Prozesse mit Berücksichtigung der Diagramme zweiter Ordnung können in Termen, die sich aus den Matrixelementen erster Ordnung und einem Tensor zweiter Ordnung zusammensetzen, ausgedrückt werden. Zum Schluß diskutieren wir einige Konsequenzen aus der Annahme der Elektron-Neutrino-Wechselwirkung für die Astrophysik.

I. EINLEITUNG

Die Rolle der Neutrino-Prozesse in der Astrophysik wurde mittels der V-A-Theorie erster Ordnung bereits von vielen Autoren¹⁾ ausführlich diskutiert. Zur Beschreibung der Prozesse schwacher Wechselwirkung höherer Ordnung schlug E. C. G. Sudarshan²⁾ eine Theorie vor. Dieser Theorie folgend betrachten wir Neutrino-Prozesse, die eine wichtige Rolle in der Sternentwicklung spielen. Wir berechnen die Wirkungsquerschnitte und die Energieverluste der Prozesse $e + \gamma \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ (Photo-Neutrino-Prozess), $e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ (Paarvernichtungsprozess), $Z + e \rightarrow Z + e + \nu + \bar{\nu}$ (Bremsstrahlungsprozess) und die Energieverlustraten des Plasma-Neutrino-Prozesses ($T \rightarrow \nu + \bar{\nu}$) in zweiter Ordnung der V-A-Theorie schwacher Wechselwirkung. Statt den Integranden, die wegen der inneren Teilchen auftreten, zu regularisieren, wenden wir einen invarianten Cutoff auf die vierdimensionale Integration an. Es zeigte sich, daß man die Matrixelemente der Prozesse unter Berücksichtigung der zweiten Ordnung der V-A-Theorie in Termen der Matrixelemente erster Ordnung und durch einen, ähnlich dem in der Quantenelektrodynamik bekannten, Vakuumpolarisationstensor ausdrücken kann. Im folgenden geben wir einen kurzen Überblick über die quantenfeldtheoretische Methode^{2,3)} und einige thermodynamische Größen^{1,4)} für Neutrino-Prozesse astrophysikalischer Bedeutung. Nichtlokale Wechselwirkungen resultieren aus lokalen Wechselwirkungen höherer Ordnung. Für nichtlokale schwache Wechselwirkungen schlugen T. D. Lee und C. N. Yang⁵⁾ das geladene intermediäre Vektorboson vor. Die Integrale, die wegen der inneren Teilchen auftreten, sind meistens divergent. Sie haben ihren Ursprung im geschlossenen Leptonenring.

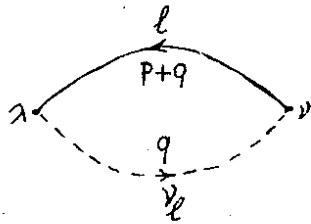


Fig. 1. Geschlossener Leptonenring

$$P_{\lambda\nu} = \int \text{Sp} \{ O_\lambda S(q) O_\nu S(p+q) \} d^4q \quad (\text{I.1})$$

$$O_\lambda = \gamma_\lambda (1 + \gamma_5), \quad S(q) = \frac{\hat{q} + m}{q^2 - m^2}, \quad \hat{q} = \gamma_\mu q_\mu \quad (\text{I.2})$$

Das Integral $P_{\lambda\nu}$ divergiert quadratisch. In der Quantenelektrodynamik wird versucht, diese Divergenzen mit der Renormalisationsmethode zu beseitigen.

Die Selbstenergie des Leptons wird durch das folgende Diagramm dargestellt.

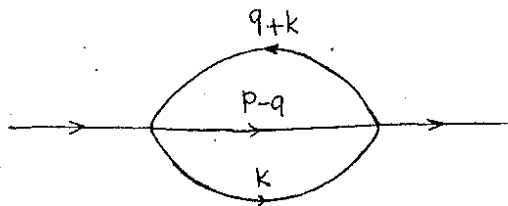


Fig. 2. Selbstenergie des Leptons

Für das reduzierte Matrixelement findet man²⁾

$$\Sigma(p) = (2\pi)^{-4} G^2 \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} O_\mu S(p-q) O_\nu C_{\mu\nu}(q) \quad (\text{I.3})$$

wobei

$$C_{\mu\nu}(q) = \int d^4k \text{Sp} \{ O_\mu S(q+k) O_\nu S(k) \} \quad (\text{I.4})$$

bedeutet.

Diagramme, die den Prozeß $l + \nu_e \rightarrow l + \nu_e$ ($l = \mu, e$) in der höheren Ordnung beschreiben, sind

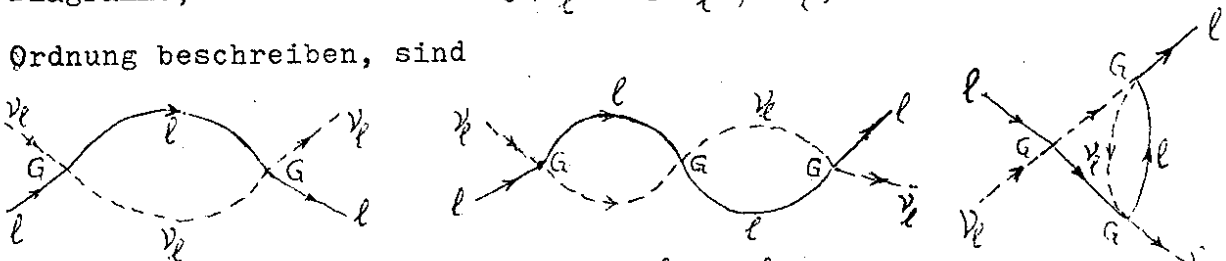


Fig. 3. Der Prozeß $l + \nu_e \rightarrow l + \nu_e$ in höherer Ordnung der V-A-Theorie

Der Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt ist

$$\sigma = \frac{(2\pi)^4}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} |M_{fi}|^2 \prod_{\ell=1}^n \left[\frac{d\vec{k}_\ell}{(2\pi)^3 2E_\ell} \right] \delta^4(p_f - p_i) \quad (\text{I.5})$$

Es wird angenommen, daß der Stern bei thermalem Gleichgewicht einer Temperatur T und einer Dichte ρ aus einem vollständig ionisierten Gas besteht. Die Dichtezahlen der Elektronen n_- und der Positronen n_+ sind durch die Fermi-Dirac-Verteilung gegeben⁴⁾:

$$\int dn_{\pm} = n_{\pm} = (2\pi\hbar)^{-3} \int d^3p \left\{ \exp[(E \pm \mu)/kT] + 1 \right\}^{-1} \quad (\text{I.6})$$

wobei μ das chemische Potential und E die kinetische Energie des Elektrons

$$E^2 = p^2 + m^2 \quad (\text{I.7})$$

sind. Die Zustandsdichte der Photonen in thermalem Gleichgewicht ist gegeben durch

$$dn_w = (2\pi)^{-3} [e^w - 1]^{-1} d^3k \quad (\text{I.8})$$

Für Neutrinos gilt

$$dn_q = (2\pi)^{-3} d^3q \quad (\text{I.9})$$

Der Ausdruck für den Energieverlust ist gegeben durch

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{Photo}} &= \frac{1}{\rho} \int |\vec{v}_{\text{rel}}| dn_w dn_- (E_1 + w - E_2) \sigma \\ \mathcal{E}_{\text{Paar}} &= \frac{1}{\rho} \int (E + E) \sigma v_{\text{rel}} dn_- dn_+ \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.10})$$

II. NEUTRINOERZEUGUNGSPROZESSE

A. Der Photo-Neutrino-Prozess $e + \gamma \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$

Dieser Prozess wurde in der V-A-Theorie⁶⁾ erster Ordnung von V. Petrosian et al⁷⁾, H.-Y. Chiu et al⁸⁾ und Ritus⁹⁾, in der IVB-Theorie¹⁰⁾ von M. Abak¹¹⁾, in der Photon-Neutrino-Wechselwirkung¹²⁾ von R. P. Chaudhuri¹³⁾ und in der Weinberg'schen Theorie¹⁴⁾ von D. A. Dicus¹⁵⁾ betrachtet. Die Feynmanschen Graphen, die den Prozess in der V-A-Theorie beschreiben, sind:

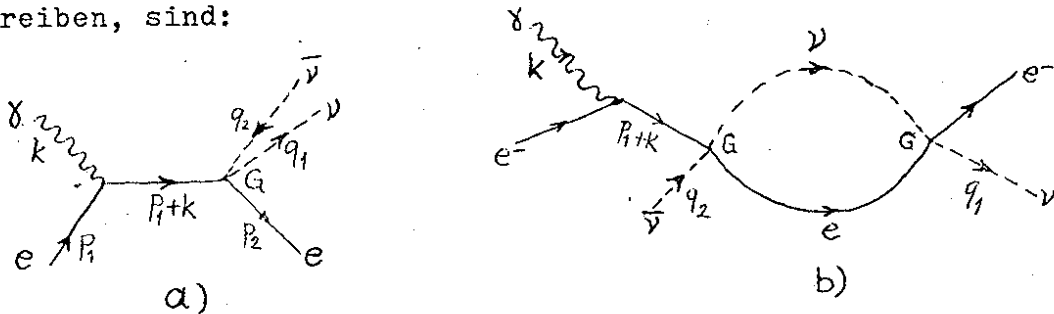


Fig. 4. Die Feynman-Diagramme, die den Photo-Neutrino-Prozess

$e + \gamma \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ a) in der V-A-Theorie erster Ordnung, b) in der V-A-Theorie zweiter Ordnung beschreiben.

Nach den Feynmanschen Regeln lautet das Matrixelement für das Diagramm a)

$$S_{fi}^{(1)} = \frac{ieG}{\sqrt{2}(2\pi)^4} \left(\frac{m_e^2 m_\nu^2}{2\omega E^2 E_\nu^2} \right)^{1/2} [u(q_2) O_\lambda u(q_1)] [u(p_2) O_\lambda S(p_1+k) \hat{\epsilon} u(p_1)] \quad (\text{II.1})$$

Hierbei sind: u die Spinoren, ϵ die Polarisation des Photons, Elektron e : $p=(E, \vec{p})$, Neutrino ν : $q=(E_\nu, \vec{q})$, Photon γ : $k=(\omega, \vec{k})$, m_e die Masse des Elektrons, m_ν die Masse des Neutrinos, e die Elektronladung, G die Kopplungskonstante in der V-A-Theorie.

Das Matrixelement für das Diagramm Fig. 4.b) ist

$$S_{fi}^{(2)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{ie}{(2\pi)^4} \left(\frac{m_e^2 m_\nu^2}{2\omega E^2 E_\nu^2} \right)^{1/2} [\bar{u}(p_2) O_\lambda u(p_1)] [\bar{u}(q_2) Q_\nu S(p_1+k) \hat{\epsilon} u(p_1)] \Pi_{\lambda\nu}(k^2) \quad (\text{II.2})$$

wobei

$$\Pi_{\lambda\nu}(K^2) = \frac{G}{\sqrt{2}(2\pi)^4} \int \text{Sp}\{O_\lambda S(q) O_\nu S(q-K)\} d^4q \text{ und } K = p+k \quad (\text{II.3})$$

sind.

Unter der Benutzung von

$$\gamma_5 \gamma_\mu = -\gamma_\mu \gamma_5, \quad (1+\gamma_5)^2 = 2(1+\gamma_5) \text{ und } (1-\gamma_5)(1+\gamma_5) = 0$$

kann $\Pi_{\lambda\nu}(K^2)$ wie folgt geschrieben werden

$$\Pi_{\lambda\nu}(K^2) = \frac{2G}{\sqrt{2}(2\pi)^4} \int \text{Sp}\{O_\lambda S(q) \gamma_\nu S(q-K)\} d^4q \quad (\text{II.4})$$

Nach der Spurbildung findet man

$$\Pi_{\lambda\nu}(K^2) = \frac{8G}{\sqrt{2}(2\pi)^4} \int \frac{d^4q \{ [q^2 + (qK) + m^2] \delta_{\lambda\nu} - 2q_\lambda K_\nu - (q_\lambda K_\nu + q_\nu K_\lambda) \}}{(q^2 - m^2) [(q+K)^2 - m^2]} \quad (\text{II.5})$$

Das ist ein Tensor zweiter Ordnung und hat im allgemeinen die Form

$$\Pi_{\lambda\nu}(K^2) = A(K^2) \delta_{\lambda\nu} + B(K^2) K_\lambda K_\nu \quad (\text{II.6})$$

Der zweite Term entfällt wegen der Dirac-Gleichung für masselose Spinoren $u(q)$. Die Größe $A(K^2)$ ist der elektromagnetische Formfaktor des Neutrinos³⁾.

Der Polarisationsstensor $\Pi_{\lambda\nu}(K^2)$ in der Gleichung (II.5) ist genau der gleiche wie der Photon-Vakuum-Polarisationsstensor $\Pi_{\lambda\nu}(K^2)$ in der Quantenelektrodynamik¹⁶⁾, wenn man die Substitution $\frac{G}{\sqrt{2}} \rightarrow e^2$ durchführt. Nach J. M. Jauch et al.¹⁶⁾ findet man für $\Pi_{\lambda\nu}(K^2)$

$$\Pi_{\lambda\nu}(K^2) = (K_\lambda K_\nu - K^2 \delta_{\lambda\nu}) C(K^2) \quad (\text{II.7})$$

$$(II.8)$$

Führt man einen invarianten Cutoff Λ ein, findet man für die Integration und für $C(K^2)$

$$C(K^2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{2^3 \pi^2}{(2\pi)^4} f(K^2) \quad (II.9)$$

wobei

$$f(K^2) = -\frac{4}{3} \ln \frac{\Lambda^2}{m^2} - \frac{18}{9} + \frac{4}{3} \left\{ \frac{1}{\rho} + \left(1 - \frac{1}{2\rho}\right) \left(1 + \frac{1}{2\rho}\right)^{1/2} \ln \left[\frac{(1 + 1/\rho)^{1/2} + 1}{(1 + 1/\rho)^{1/2} - 1} \right] \right\} \quad (II.10)$$

und

$$\rho = \frac{K^2}{4m^2} \quad (II.11).$$

sind.

Setzt man diese Werte in Gl.(II.2) ein, erhält man das Matrixelement $S_{fi}^{(2)}$ für das Diagramm Fig. 4. b.), ausgedrückt in Termen des Matrixelementes $S_{fi}^{(1)}$ für das Diagramm Fig. 4. a):

$$S_{fi}^{(2)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{K^2}{2\pi^2} f(K^2) S_{fi}^{(1)} \quad (II.12)$$

$$= \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{K^2}{2\pi^2} f(K^2) S_{fi}^{(1)} = \Pi S_{fi}^{(1)} \quad (II.13)$$

mit

$$\Pi(K^2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{K^2}{2\pi^2} f(K^2) \quad (II.14)$$

Bei der Aufstellung und der Berechnung des Tensors $\Pi_{\lambda\nu}(K^2)$ Gl.(II.3)

und Gln.(II.4-10) taten wir, als ob der geschlossene Leptonenring

(Fig.4.b) aus Elektronlinien bestünde (Vakuumpolarisationstensor).

In unserem Fall jedoch wird der geschlossene Leptonenring aus einer

Elektron- und einer Neutronlinie gebildet. Hierbei nimmt Gl.(II.3)

folgende Form an:

$$\bar{\Pi}_{\lambda\sigma} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{(2\pi)^4} \int Sp \left\{ \alpha_\lambda \frac{1}{\hat{q}} \alpha_\sigma \frac{1}{\hat{p}-\hat{q}} \right\} d^4q \quad (II.15)$$

Dieser Ausdruck gestattet uns einen groben numerischen Wert für den

Tensor $\bar{\Pi}_{\lambda\sigma}$ abzuschätzen. Wenn man nämlich die Masse des Leptons ver-

nachlässigt, findet man für das logarithmisch divergierende Integral:

$$\bar{\Pi}_{\lambda\nu} \approx \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{\Lambda^2}{12\pi^2} \quad (II.16)$$

Somit lautet das Matrixelement mit Berücksichtigung des Matrixelementes zweiter Ordnung:

$$S_{fi} = S_{fi}^{(1)} + S_{fi}^{(2)} \quad (\text{II.17})$$

$$\approx S_{fi}^{(1)} \left(1 + \frac{\lambda^2}{12\pi^2}\right) \quad (\text{II.18})$$

Den Wirkungsquerschnitt des Prozesses erhält man nach Gl.(I.5)

$$\sigma = |(1 + \bar{\pi})|^2 \cdot \sigma^{(1)} \quad (\text{II.19})$$

Hierbei ist $\sigma^{(1)}$ der Wirkungsquerschnitt des Prozesses in erster Ordnung (Fig.4.a) und nach C. Hayashi et al¹⁷⁾

$$\sigma^{(1)} = \frac{4\alpha}{35\pi^2} \left(\frac{G m^2 c}{\hbar^3}\right) \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \left(\frac{\omega}{mc^2}\right)^4 = 1,1 \cdot 10^{-48} \left(\frac{\omega}{mc^2}\right)^4 \text{ cm}^2 \quad (\text{II.20})$$

Nach Gl.(I.10) kann der Energieverlust \mathcal{E} berechnet werden. Nach H.-Y. Chiu et al⁸⁾ ist

$$\mathcal{E} = |(1 + \bar{\pi}_{av})|^2 \cdot \mathcal{E}^{(1)} \quad (\text{II.21})$$

wobei

$$\mathcal{E}^{(1)} = \frac{1}{\pi^2 (\hbar c)^3} \frac{n_e}{\rho} \int \frac{\sigma^{(1)} c \omega^3 d\omega}{e^{\omega/kT} - 1} = 0,96 \mu_E^{-1} T_8^8 \text{ erg gr}^{-1} \text{ sec}^{-1} \quad (\text{II.22})$$

der Energieverlust für den Prozeß erster Ordnung (Fig.4.a) ist.

$\mu_E = \rho/n_e M_p$ ist das mittlere Molekulargewicht des Elektrons. M_p ist die Masse des Protons, $T_8 = T/10^8$.

B. Der Paarvernichtungsprozeß $e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$

Der Elektron-Positron-Paarvernichtungsprozeß ist einer der wichtigsten in der Neutrino-Astrophysik. Darum wurde er in verschiedenen Modellen schwacher Wechselwirkung von vielen Autoren diskutiert^{11,12,15,18)}

Wir betrachten diesen Prozeß in der V-A-Theorie zweiter Ordnung. Die Feynmanschen Diagramme, die den Prozeß in erster und zweiter Ordnung der V-A-Theorie beschreiben, sind

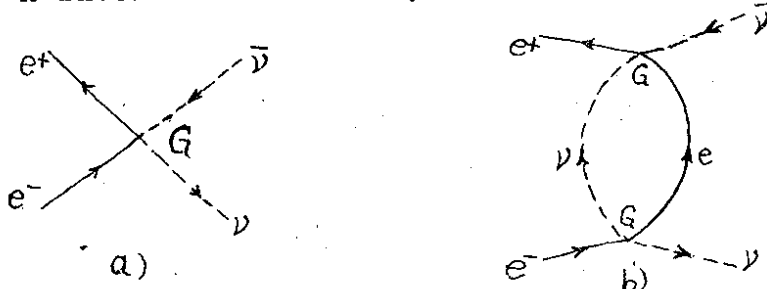


Fig.6. Die Feynman-Diagramme für den Paarvernichtungsprozeß $e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ a) in V-A-Theorie erster Ordnung, b) zweiter Ordnung.

Das Matrixelement für das Diagramm Fig.6.a) ist

$$S_{fi}^{(1)} = \frac{-iG}{\sqrt{2}} \frac{1}{(2\pi)^4} \left(\frac{m_e^2 m_\nu^2}{E^2 E_\nu^2} \right)^{1/2} [\bar{u}(p_2) O_\lambda u(q_2)] [u(q_1) O_\lambda u(p_1)] \quad (\text{II.23})$$

und für das Diagramm Fig.6.b)

$$S_{fi}^{(2)} = \frac{-iG}{\sqrt{2}} \frac{1}{(2\pi)^4} \left(\frac{m_e^2 m_\nu^2}{E^2 E_\nu^2} \right)^{1/2} [\bar{u}(p_2) O_\lambda u(q_2)] \Pi_{\lambda\nu}(r^2) [\bar{u}(q_1) O_\nu u(p_1)] \quad (\text{II.24})$$

wobei

$$\Pi_{\lambda\nu}(r^2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{(2\pi)^4} \int \text{Sp} \{ O_\lambda S(q) O_\nu S(p) \} d^4 q_1, \quad p = q - p_1 - q_1 \quad (\text{II.25})$$

$$= \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{2^3}{(2\pi)^4} \int \frac{[q_\lambda p_\nu + q_\nu p_\lambda - \delta_{\lambda\nu} (q \cdot p) + \epsilon_{\lambda\nu\alpha\beta} q_\alpha p_\beta] d^4 q}{(q^2 - m_\nu^2)(p^2 - m_e^2)} \quad (\text{II.26})$$

ist. $\epsilon_{\nu\alpha\beta}$ ist der antisymmetrische Tensor vierter Ordnung.

Aus der Definition der Diracschen γ -Matrizen folgt:

$$\frac{1}{4} \text{Sp} \gamma_\lambda \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\beta = \delta_{\lambda\nu} \delta_{\alpha\beta} + \delta_{\nu\alpha} \delta_{\lambda\beta} - \delta_{\lambda\alpha} \delta_{\nu\beta} \quad (\text{II.27})$$

$$\frac{1}{4} \text{Sp} \gamma_5 \gamma_\lambda \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\beta = -i \varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta} \quad (\text{II.28})$$

$$\varepsilon_{\lambda\nu\alpha\beta} = \begin{cases} +1, & \text{wenn } \lambda, \nu, \alpha, \beta \text{ gerade Permutation} \\ -1, & \text{wenn } \lambda, \nu, \alpha, \beta \text{ ungerade Permutation} \\ 0, & \text{wenn zwei Indizes gleich sind.} \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

In der Form

$$\Pi_{\lambda\nu}(r^2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{(2\pi)^4} \cdot P_{\lambda\nu}(r^2), \quad P_{\lambda\nu}(r^2) = \int_{r=P_1+q_1} \text{Sp} \{ \not{a}_\lambda S(q) \not{a}_\nu S(p) \}, \quad (\text{II.30})$$

ist $\Pi_{\lambda\nu}(r^2)$ genau der gleiche wie der Vakuumpolarisationstensor in der Quantenelektrodynamik¹⁶⁾, wenn man die Substitution $\frac{G}{2} \rightarrow e^2$ einführt. Der Unterschied ist der, daß anstelle einer der geschlossenen Linien eine Neutrinolinie auftritt.

Nach J. M. Jauch et al¹⁶⁾ lautet der Ausdruck für $\Pi_{\lambda\nu}(r^2)$

$$\Pi_{\lambda\nu}(r^2) = (r_\lambda r_\nu - r^2 \delta_{\lambda\nu}) C(r^2) \quad (\text{II.31})$$

Hierbei ist

$$\begin{aligned} C(r^2) &= -\frac{1}{3r^2} \Pi_{\lambda\nu}(r^2) \\ &= \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot \frac{8\pi^2}{(2\pi)^4} \cdot f(r^2) \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

Wenn man diese Werte in den Ausdruck Gl.(II.21) einsetzt, erhält man

$$\Pi_{\lambda\nu}(r^2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\pi^2} (r_\lambda r_\nu - r^2 \delta_{\lambda\nu}) f(r^2) \quad (\text{II.33})$$

Schließlich erhält man für das Matrixelement (Fig.6.b) den Ausdruck

$$S_{fi}^{(2)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{2\pi^2} (r_\lambda r_\nu - r^2 \delta_{\lambda\nu}) \cdot f(r^2) \cdot S_{fi}^{(1)} \quad (\text{II.34})$$

$$= S_{fi}^{(1)} \cdot \Pi(r^2), \quad \Pi(r^2) = \frac{G}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2\pi^2} \cdot f(r^2) \quad (\text{II.35})$$

Das Gesamtmatrixelement ist

$$S_{fi} = S_{fi}^{(1)} + S_{fi}^{(2)} = S_{fi}^{(1)} (1 + \Pi_{\lambda\nu}(r^2)) \quad (\text{II.36})$$

Nun können der Wirkungsquerschnitt und der Energieverlust berechnet werden. Nach der Gl. (I.5) erhält man für den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma = |1 + \Pi|^2 \sigma^{(1)} \quad (\text{II.37})$$

wobei nach H.-Y. Chiu et al¹⁸⁾

$$\sigma^{(1)} = 1,5 \cdot 10^{-45} \left(\frac{c}{v} \right) \cdot (E^2/m^2c^4 - 1) \text{ cm}^2 \quad (\text{II.38})$$

ist. Hierbei ist E die Energie des Elektrons und des Positrons und v deren relative Geschwindigkeit. Der Energieverlust nach der Formel Gl. (I.10) lautet

$$\dot{E} = 2mc^2 \sigma v n_+ n_- / \rho \quad (\text{II.39})$$

$$= \begin{cases} 7,5 \cdot 10^{20} \{K_2(\beta)/\beta\}^2 / \rho & \text{(Nichtentartet)} \\ 2,5 \cdot 10^{14} (Z/A) e^{-E_F/kT} K_2(\beta)/\beta & \text{(Entartet)} \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

Hierbei sind: $\beta = mc^2/kT$, $K_2(\beta)$ die modifizierte Besselsche Funktion, $E_F = \psi kT$ die Fermi-Energie des Elektrons, ψ die Gibbsche freie Energie pro Elektron dividiert durch kT (H.-Y. Chiu et al¹⁸⁾).

C. Der Bremsstrahlungsprozeß $Z+e^- \rightarrow Z+e^-+\nu+\bar{\nu}$

Nachdem die universelle Fermi-Wechselwirkung 1958 in der V-A-Form⁶⁾ formuliert wurde, wies B. Pontecorvo¹⁹⁾ darauf hin, daß Prozesse wie $Z+e^- \rightarrow Z+e^-+\nu+\bar{\nu}$ auch in der Astrophysik möglicherweise eine Rolle spielen könnten.

Dieser Prozeß wurde in der V-A-Theorie erster Ordnung von G. M. Gandel'man et al²⁰⁾ betrachtet.

Die Feynmanschen Graphen und deren Matrixelemente sind folgende

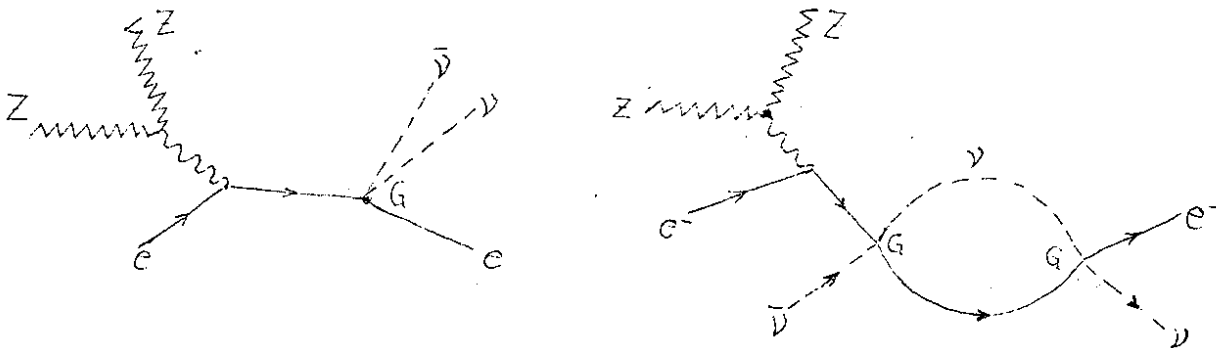


Fig.7. Feynman-Diagramme, die den Bremsstrahlungsprozeß $Z+e^- \rightarrow Z+e^-+\nu+\bar{\nu}$ a) in erster, b) in zweiter Ordnung der V-A-Theorie beschreiben.

$$S_{fi}^{(1)} = \frac{-ig}{\sqrt{2}} \frac{e}{(2\pi)^4} [\bar{u}(q_1) \alpha_\lambda \frac{\alpha_Q(\hat{p}+m)}{p^2-m^2} u(p_1)] [\bar{u}(p_2) \alpha_\lambda u(q_2)] \quad (\text{II.41})$$

Hierbei ist

$$a_Q = \int A e^{-iQx} dx = \int A_0 e^{i\vec{Q}\cdot\vec{r}} (2\pi) i \delta(E_1 - E_2 - E_\nu - E_{\bar{\nu}}) \quad (\text{II.42})$$

$$= 2\pi i \alpha_Q^0 \delta(E_1 - E_2 - E_\nu - E_{\bar{\nu}}) \quad (\text{II.43})$$

Im Fall des Coulombschen Feldes eines Kernes mit der Ladung Ze ist

$$\alpha_Q^0 = Ze/Q^2 \quad (\text{II.44})$$

Q ist der in den Kern zu transferierende Viererimpuls. Zur Berechnung des Wirkungsquerschnittes verfolgen wir die übliche Methode. Das Matrixelement für das Diagramm Fig.7.b) lautet

$$\begin{aligned} S_{fi}^{(2)} &= S_{fi}^{(1)} \Pi(k^2) \\ S_{fi} &= S_{fi}^{(1)} + S_{fi}^{(2)} = S_{fi}^{(1)} (1 + \Pi(k^2)) \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

Nach der Formel für den Wirkungsquerschnitt Gl. (I.5) findet man

$$\sigma = |1 + \Pi(k^2)|^2 \sigma^{(1)} \quad (\text{II.46})$$

wobei

$$\sigma^{(1)} = \sigma_0 Z^2 E_1^2, \quad \sigma_0 = 3,52 \cdot 10^{-52} \text{cm}^2 \quad (\text{II.47})$$

der Wirkungsquerschnitt des Prozesses in der V-A-Theorie erster Ordnung (Fig.7.a) ist

Mittels der Formel

$$\xi = \int \frac{1}{\rho} (E_r + E_{\bar{\nu}}) \sigma v_{\text{rel}}^e n_{\text{nucl.}} dn_e \quad (\text{II.48})$$

findet man für den Energieverlust

$$\xi = |1 + \Pi(k^2)|^2 \xi^{(1)} \quad (\text{II.49})$$

Hierbei ist

$$\xi^{(1)} = 1,6 \cdot 10^{-50} n_{\text{nucl.}} n_e Z^2 mc^3 (T/mc^2)^{3/2} \text{erg.gr}^{-1}\text{sec}^{-1} \quad (\text{II.50})$$

n_e und $n_{\text{nucl.}}$ sind Elektronen- bzw. Nukleonenzahl pro cm^3 . T wird in ($^{\circ}\text{K}$) gemessen. ρ ist die Dichte der Materie, in der sich der Prozeß abspielt. Wenn die Materie eine Mischung von Atomen und ionisiert ist, ist

$$n_e = 6 \cdot 10^{23} \rho / \mu_E, \quad \mu_E^{-1} = \sum_i \frac{C_i Z_i}{A_i} \quad (\text{II.51})$$

C_i ist die Dichte des i.ten Elementes pro Gewicht

$$\sum_i n_i Z_i = 6 \cdot 10^{23} \rho \quad , \quad \frac{1}{\nu} = \sum_i \frac{C_i Z_i}{A_i} \quad (\text{II.52})$$

Setzt man diese Werte in die Gl. (I.43) ein, erhält man

$$\bar{E} = |(1 + \Pi(k^2))|^2 \bar{G}^{(1)} \quad (\text{II.53})$$

$$\bar{G}^{(1)} = 7,42 \cdot 10^{-5} (\rho / \nu \mu_E) T_8^{9/2} \text{ erg} \cdot \text{gr}^{-1} \text{sec}^{-1}, \quad T_8 = T / 10^8 \quad (\text{II.54})$$

Analog kann die Leuchtkraft berechnet werden.

D. Der Plasma-Neutrino-Prozeß $\Gamma \rightarrow \nu_e + \bar{\nu}_e$

Neulich haben wir diesen Prozeß mittels der IVB-Theorie betrachtet (M. Abak²¹⁾). Sämtliche Autoren²²⁾ haben die Energieverlustraten des Plasma-Neutrino-Prozesses mit der V-A-Theorie erster Ordnung untersucht. Von R. P. Chaudhuri²³⁾ wurde er in der Photon-Neutrino-Wechselwirkung und von D. A. Dicus¹⁵⁾ in der Weinbergschen Theorie betrachtet. All diese Autoren benutzten ein Modell des Plasmas von V. N. Tsytovich²⁴⁾.

Die Feynmanschen Graphen, die den Plasma-Neutrino-Prozeß beschreiben, sind:

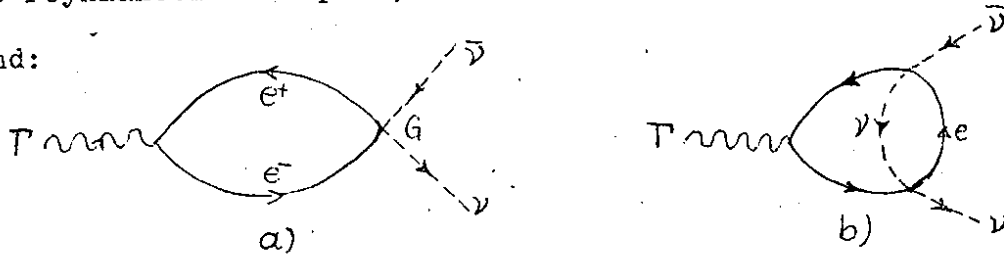


Fig. 8. Feynman-Diagramme, die den Plasma-Neutrino-Prozeß

a) in erster, b) in zweiter Ordnung der V-A-Theorie schwacher Wechselwirkung beschreiben.

Nach den Feynmanschen Regeln lautet das Matrixelement für das Diagramm

Fig.8.a)

$$S_{\Gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}}^{(1)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{e}{(2\pi)^4} \mathcal{M}^{t,l} \bar{D}_e \quad (\text{II.55})$$

Hierbei ist

$$\mathcal{M}^t = \epsilon^\mu \left[\frac{\partial}{\partial \omega} (\omega^2 \epsilon^t) \right]^{-1/2} u(q_2) \gamma_\nu (1 + \gamma_5) u(q_1) \quad (\text{II.56})$$

das Matrixelement für das transversale Plasmon und

$$\mathcal{M}^l = \epsilon^\mu \left[-k^2 \left(\frac{\partial \epsilon^l}{\partial \omega} \right) \right]^{-1/2} u(q_2) \gamma_\nu (1 + \gamma_5) u(q_1) \quad (\text{II.57})$$

das Matrixelement für das longitudinale Plasmon. ϵ^μ ist der Polarisationsvektor, ϵ^t und ϵ^l sind die dielektrischen Konstanten des transversalen bzw. des longitudinalen Plasmons.

In einem Medium, dessen dielektrische Konstante $\epsilon(\omega, \vec{k})$ ist, sind die Energie (in kT -Einheiten, k Boltzmannsche Konstante) und der Wellenvektor k eines Photons durch die Relation

$$\omega^2 \epsilon(\omega, \vec{k}) = k^2 \quad (II.58)$$

verbunden, wobei $\epsilon(\omega, \vec{k}) = 1 - \omega_0^2/\omega^2$ und ω_0 die Plasmafrequenz ist. Das bedeutet, daß das Photon sich verhält, als hätte es eine Ruhmasse gleich der Plasmafrequenz ω_0 .

P_e ist das Integral über den geschlossenen Elektronenring und ist das gleiche wie das, das aus der Berechnung der Selbstmasse des Photons in der Quantenelektrodynamik¹⁶⁾ entsteht, da der gleiche Elektronenring in beiden Feynmanschen Graphen auftritt. Nach der Integration ergibt sich

$$P_e = \int Sp \left\{ \gamma_\nu \frac{\hat{p}+m}{p^2-m^2} \gamma_\mu \left[\frac{\hat{p}+\hat{q}+m}{(p+q)^2-m^2} - \frac{\hat{p}+m}{p^2-m^2} \right] \right\} d^4p \quad (II.59)$$

$$= \frac{4}{3} \pi^2 q^2 \left[\ln \frac{\Lambda^2}{m^2} - \frac{1}{\delta} \right] \quad (II.60)$$

Für das Matrixelement des Diagramms Fig.8.b) benutzen wir die Gleichung (I.3). Das Matrixelement für das Diagramm Fig. 8.b) ist

$$S_{T \rightarrow \nu \bar{\nu}}^{(2)} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{e}{(2\pi)^4} M^{t,\ell} \pi_{\lambda\nu}(\cdot) C_{\lambda\nu}(\cdot) \quad (II.61)$$

Hierbei sind

$$\pi_{\lambda\nu} = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{(2\pi)^4} \int Sp \{ C_\lambda S(q) C_\nu S(q-k) \} d^4q \quad (II.62)$$

und

$$C_{\lambda\nu}(q) = \int d^4k \{ C_\lambda S(q+k) C_\nu S(k) \} \quad (II.63)$$

Das Gesamtmatrixelement lautet

$$S_{T \rightarrow \nu \bar{\nu}} = S_{T \rightarrow \nu \bar{\nu}}^{(1)} (1 + \bar{\pi}') \quad (II.64)$$

wobei

$$\bar{\pi}' \approx \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{\Lambda^2}{24\pi^2} \quad (II.65)$$

ist.

Zur Berechnung der Energieverlustraten $Q^{t,\ell}$ benutzen wir die übliche Methode²¹⁾. Im Fall des transversalen Plasmons findet man

$$Q_t = Q_t^{(1)} (1 + \bar{\pi}')^2 \quad (II.66)$$

Hierbei ist

$$Q^t = (g^2/48\pi^4\alpha)\omega_0^6\lambda^4 \int (e^{\omega}-1)^{-1} k^2 dk \cdot P_e^2 \quad (\text{II.67})$$

$$g \equiv Gm^2c/\hbar^3 = 3 \cdot 10^{-12}, \quad \lambda = kT/mc^2 = T/593 \cdot 10^9 \text{K}, \quad \alpha = 1/137 \quad (\text{II.68})$$

Für das longitudinale Plasmon

$$Q_l = Q_l^{(1)} (1 + \bar{\pi}')^2$$

mit

$$Q_l^{(1)} = P_e^2 \cdot \begin{cases} (g/1260\pi^4\alpha)\lambda^4 (e^{\omega_0}-1)^{-1}, & (\omega_0 \leq 1) \\ (g/96\pi^4\alpha)\lambda^4 e^{-\omega_0} \omega_0^{15/2} (\pi/2)^{1/2} (\frac{5}{3})^{3/2}, & (\omega_0 \gg 1) \end{cases} \quad (\text{II.69})$$

III. ERZEUGUNG VON NEUTRINO-ANTINEUTRINO-PAAREN AUS HEISSEN STERN- INNERN

Prozesse, durch die Neutrino-Antineutrino-Paare aus den heißen dichten Innern der hoch entwickelten Sterne erzeugt werden, sind:

- (1) $\gamma + e \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$ (Photo-Neutrino-Prozeß)
- (2) $e^- + e^+ \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ (Paarvernichtungsprozeß)
- (3) $Z + e \rightarrow Z + e + \nu + \bar{\nu}$ (Bremsstrahlungsprozeß)
- (4) $\Gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ (Plasma-Neutrino-Prozeß)
- (5) $\gamma + \gamma \rightarrow \nu + \bar{\nu}$ (Photon-Photon-Prozeß)
- (6) $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \nu + \bar{\nu}$ (Photon-Photon-Photon-Prozeß)
- (7) $Z + \gamma \rightarrow Z + \nu + \bar{\nu}$ (Photo-Coulomb-Neutrinos)

Im folgenden diskutieren wir die astrophysikalischen Argumente für die Neutrino-Antineutrino-Paare, ohne auf Einzelheiten einzugehen, da diese in der Literatur ausführlich diskutiert worden sind.

Man nimmt an, daß Sterne aus dünnen Gaswolken, die sich langsam aufgrund der Selbstgravitation zusammenziehen, entstehen. Die ersten Sterne enthalten ursprüngliche Materie, die aus Wasserstoff und Helium bestehen soll. Spätere Stadien der Sterne (einschließlich der Sonne) enthalten kleine aber doch nennenswerte Bruchteile schwerer Elemente, die wahrscheinlich in früheren hoch entwickelten Sternen produziert und dann durch verschiedene Masseverlustmechanismen, wie z. B. Supernova-Explosionen, im Raum gelagert wurden. Bei der Kontraktion eines jungen Protosterns wird Gravitationsenergie in kinetische Energie der Massenbewegung und dann in thermische Energie umgewandelt. Dadurch bildet sich Druck, der die Kontraktion verlangsamt, bis eine quasi-statische Konfiguration (hydrostatisches Gleichgewicht) erreicht wird. Im Falle eines nichtrelativistischen und monoatomischen Gases geht die Hälfte der freigewordenen Gravitationsenergie in thermische Energie

und die Hälfte in den Energieverlust durch Radiation über (Virial-Theorem). Deshalb steigt die innere Temperatur an, da der Stern sich fast statisch zusammenzieht, bis sich Wasserstoffverbrennungsreaktionen bei einer Temperatur von $T \approx 10^7 \text{K}$ entzünden. An diesem Punkt wird die gesamte Kontraktion gebremst, die Temperatur wird stabilisiert und die Energieerzeugung durch nukleare Reaktionen ist gerade ausreichend, um zu einem Reaktionsverlust an der Oberfläche zu führen. Damit hat der Stern seine Position auf der Hauptsequenz des Hertzsprung-Russell-Diagramms erreicht und bleibt dort mehr oder weniger stationär, während der ganzen Periode der Hauptsequenzwasserstoffverbrennung. (Dieses Zeitintervall ist für leichte Sterne größer als für schwere Sterne, für die Sonne etwa 10^{10} Jahre.)

Die Zentraltemperatur eines Sternes steht in engem Zusammenhang mit seinem Verbrennungsmechanismus (Fig.9). Während der Energieverlust durch Neutrinostrahlung für die Kohle-Sauerstoffverbrennenden Sterne große Bedeutung erlangt und ihre Entwicklung wesentlich beschleunigt, ist er für die Sonne und die übrigen Hauptsequenzsterne unwesentlich.

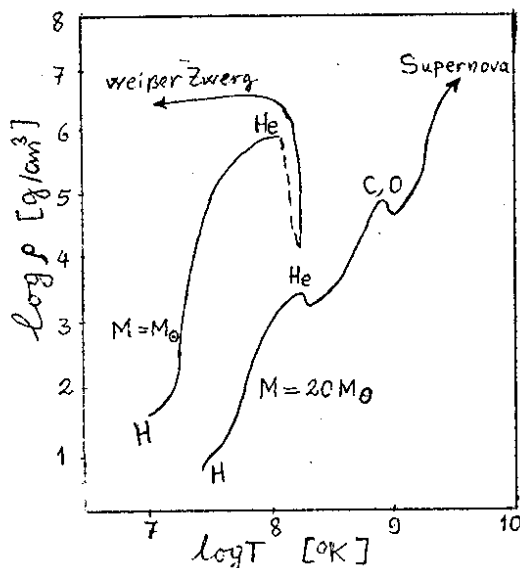


Fig.9. Die Entwicklungsphasen eines schweren $M=20 M_{\odot}$ und eines leichten Sterns $M=M_{\odot}$ im Temperatur-Dichte-Diagramm.

Den größten Teil seiner Lebensdauer verbringt der schwere Stern mit der Verbrennung von Wasserstoff zu Helium und ist in diesem Stadium der Hauptsequenz zugehörig. Nachdem der Wasserstoff verbraucht ist, zieht sich das Innere unter Erwärmung zusammen, dabei wird das Helium erschöpft und die Kohlenstoff- und Sauerstoffphase beginnen. Durch weitere Kontraktion und zunehmende Erwärmung wird die Verbrennung von C und O zu schweren Elementen (Fe) möglich, und der Stern gerät in den Zustand einer Supernova. Als Hauptsequenzstern verbrennt der leichte Stern seinen Wasserstoff auch zunächst wie der schwere Stern. Die anschließende starke Kontraktion führt das Innere des Sternes zur Entartung. Mit dem Zünden des Heliums kommt es zu einer plötzlichen Aufhebung der Entartung und damit zu einer Explosion im Innern. Nach der Heliumverbrennung setzt erneut eine Kontraktion ein, wodurch das Innere wieder in einen zunehmend entarteten Zustand gerät. Schließlich ist der Entartungsdruck der Elektronen so groß, daß keine weitere Erhöhung der Dichte mehr eintritt; der Stern kühlt sich ab und wird zum weißen Zwerg.

Argumente für die Existenz der Neutrino-paar-Erzeugung

Von vielen Autoren ist untersucht worden, welchen Einfluß die Möglichkeit einer $\nu\bar{\nu}$ -Erzeugung auf das oben geschilderte Entwicklungsbild hat. Die wenn auch unvollständige und nicht ganz sichere Hauptinformation stützt sich auf die Existenz der Elektron-Neutrino-Wechselwirkung. Ein solcher Beweis schließt stellare Statistiken der blauen und roten Superriesen, Entwicklungsdaten der planetarischen Nebel, Abkühlung der sehr heißen weißen Zwerge und die Existenz der Supernovae ein.

(a) Entwicklung der Sterne mit $M \geq 15 M_{\odot}$

Aus der Arbeit von R. Stothers²⁵⁾ geht hervor, daß die Zahl der roten

Superriesen, die ihre Energie durch Helium- und Kohleverbrennung gewinnen, geringer ist als die der blauen Superriesen, welche ihre Energie aus der Heliumverbrennung beziehen. Das besagt, daß sich im Leuchtkraft-Temperatur-Diagramm die Entwicklungszeit sehr verkürzt, wenn das C-O-verbrennende Stadium erreicht ist. Solche kurzen Zeiten können in der Entwicklungstheorie der Superriesen nicht ausgeglichen werden; es sei denn, daß Neutrino-Antineutrino-Verluste eingeschlossen sind.

(b) Planetarische Nebel

Aus der Beobachtung der Entwicklung planetarischer Nebel in verschiedenen Stadien schloß man, daß alle beobachteten planetarischen Nebel innerhalb einer Zeit von 10^5 Jahren gebildet wurden. Während dieses 10^5 jährigen Zeitintervalls verändert sich der zentrale Stern sehr schnell. (Seine Leuchtkraft sinkt; seine Oberflächentemperatur steigt). Obwohl es wegen anderer Effekte schwierig ist, den Entwicklungsweg der planetarischen Nebel mit großer Zuverlässigkeit zu berechnen, gibt es jedoch Anzeichen, daß, außer wenn Neutrinoverluste einbezogen werden, die berechneten Zeitskalen viel länger werden als 10^5 Jahre (S. Villa²⁶, W.K. Rose²⁶).

(c) Abkühlung der Sterne mit der Masse $M < 1,2 M_{\odot}$

Ein leichter Stern verwandelt sich während seiner Endphase in einen planetarischen Nebel, der aus einem Kern als Zentralstern und einer äußeren Schicht (Nebelwolke) besteht. Aus dem Zentralstern entwickelt sich später der weiße Zwerg.

Wie im Leuchtkraft-Temperatur-Diagramm Fig. 10 zu sehen ist, gibt es eine bedeutende "Lücke" zwischen den Zentralsternen planetarischer Nebel und den weißen Zwergen, die bedeutet, daß das Stadium der heißen weißen Zwerge besonders schnell durchlaufen wird. Es wird vermutet (R. Stothers²⁷), daß Plasma-Neutrinoverluste von einem jungen, heißen

weißen Zwerg mit einer Zentraltemperatur $T_c \approx 3-5 \cdot 10^8 \text{K}$ ihn sehr schnell abkühlen, so daß der Stern sich schnell von B zu C entwickelt. Infolgedessen wird die Neutrino-Emission unbedeutend und die Abkühlung schreitet sehr langsam von C zu D über thermale Radiation von der Oberfläche fort.

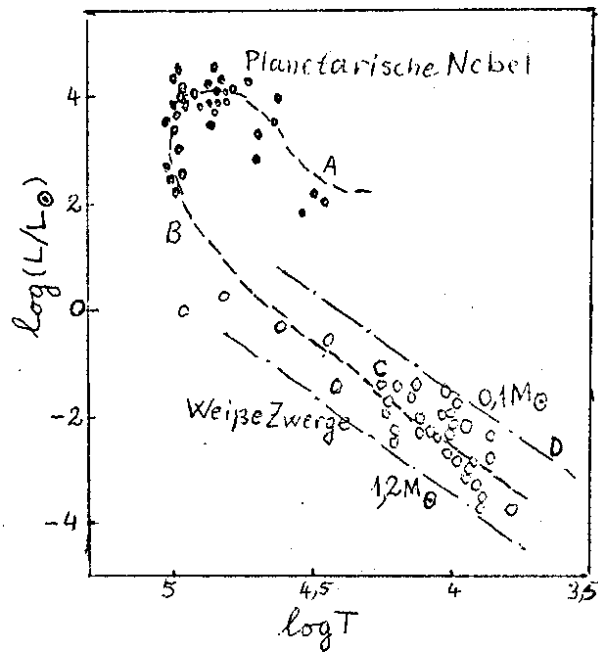


Fig.10. Ein Teil des Hertzsprung-Russell-Diagramms, der Zentralsterne planetarischer Nebel und weiße Zwerge enthält. Im Leuchtkraftintervall zwischen B und C ($L_{\odot} \leq L \leq 10^2 L_{\odot}$) befinden sich keine Sterne. Die Abkühlung zwischen B und C (heiße weiße Zwerge) ist sehr kurz. Eine solche kurze Abkühlungszeit wird durch $\nu\bar{\nu}$ -Verluste verursacht.

d) Es ist wichtig für die Astrophysik festzustellen, welche Neutrino-
prozesse in welchen Sternen eine Rolle spielen. R. Stothers²⁸⁾ be-
merkte, daß Photo-Neutrino- und Paarvernichtungsprozeß in roten Rie-
sen eine wichtige Rolle spielen. Aus der von J.A.Campbell²⁹⁾ durchge-
führten Arbeit geht hervor, daß der Photon-Photon-Prozeß (5) mögli-
cherweise eine Rolle bei der Supernova-explosion (Gravitationskollaps)
($T \sim 10^{10} \text{K}$) spielen könnte. Die Leuchtkraft für diesen Fall ist pro-
portional zu T_9^{13} . Es ist auch sehr wichtig, die Größe Λ (Cutoff=Ab-
schneideparameter) in der Astrophysik zu bestimmen, da er bislang
im Labor noch nicht bestimmt werden konnte (J.A.Campbell³⁰⁾).

LITERATURVERZEICHNIS

- 1) M. A. Ruderman, CERN 69-7, P. 111; H.-Y. Chiu, Ann.Rev.Nucl.Sci. 16, 591(1966); C.-W. Chin, H.-Y. Chiu and R. Stothers, Ann.Phys. 39, 280 (1966); G. Beaudet, V. Petrosian and E. E. Salpeter, Astrophys. J. 150 979 (1967).
- 2) E.C.G. Sudarshan, Nuovo Cimento, 21, 7 (1961)
- 3) R.E. Marshak, Riazuddin and C. P. Ryan, Theory of Weak Interactions in Particle Physics, Wiley-Interscience, New York (1969)
- 4) L. D. Landau and E. M. Lifschitz, Lehrbuch Theor. Physik, Bd. V., Statistische Physik, Akademie--Verlag, Berlin (1969)
- 5) T.D. Lee and C.N. Yang, Phys. Rev. Letters, 4, 307 (1960)
- 6) R.P. Feynman and M. Gell-Mann, Phys. Rev. 109, 193 (1958); E.C.G. Sudarshan and R.E.Marshak, Phys. Rev. 108, 1860 (1958)
- 7) V. Petrosian, G. Beaudet and E.E. Salpeter, Phys.Rev. 154, 1445 (1967)
- 8) H.-Y. Chiu and R. Stabler, Phys.Rev. 122, 1317 (1961)
- 9) V.I.Ritus, Sov.Phys. JETP, 14, 915 (1962)
- 10) T.D.Lee and C.N.Yang, Phys.Rev. 128, 885 (1962); C.N.Yang ibid 128, 899 (1962)
- 11) M. Abak, Fortschr. Phys. 19, 529 (1971)
- 12) P. Bandyopadhyay, Phys.Rev. 173, 1481 (1968)
- 13) R. P. Chaudhuri, Canad. J. Phys. 48, 935(1970)
- 14) S. Weinberg, Phys. Rev. Letters, 27, 1688 (1971)
- 15) D.A.Dicus, Phys.Rev. D6, 941 (1972)
- 16) J.M.Jauch and F. Rohrlich, The Theory of Photons and Electrons, (Addison-Wesley Pub. Comp. Inc. Reading, Mass. 1959)
- 17) C. Hayashi, R. Hōshi and D. Sugimoto, Progr. Theor. Phys. (Suppl.) 22, 1 (1962)
- 18) H.-Y. Chiu and P. Morrison, Phys. Rev. Letters 5, 573 (1960); G. 't Hooft, Phys. Rev. Letters, 37 B, 195 (1971); G. Maiella and A.B.Lopez-Cepero, CPT-101 (Apr.1971) and CPT-115 (Mar.1972)
- 19) B. Pontecorvo, Sov. Phys. JETP, 9, 1148 (1959)
- 20) G. M. Gandel'man and V. S. Pinaev, Sov.Phys. JETP, 10, 764 (1960)
- 21) M. Abak (to be published)
- 22) J.B.Adams, M.A.Ruderman and H.-C.Woo, Phys.Rev.129, 1383,(1963)
C.L.Inman and M.A.Ruderman, Astrophys.J.140, 1025 (1964)
G.Beaudet, V.Petrosian and E.E.Salpeter, Astrophys.J. 150, 979 (1967)

- 23) R.P.Chaudhuri, Canad.J.Phys. 48, 935 (1970)
- 24) V.N.Tsytoich, Sov.Phys.JETP 13, 1249 (1961)
- 25) R.Stothers, Astrophys.J. 155, 935 (1969); R.Stothers and C.W.Chin, ibid 158, 1039 (1969)
- 26) S. Villa, Astrophys.J. 149, 613 (1967); W.K.Rose, ibid 150, 193(1967)
- 27) R.Stothers, Astron.71,943 (1960); Astrophys. Letters, 4, 187 (1969); Phys.Rev.Lett., 24, 538 (1970)
- 28) R. Stothers, Private Communication
- 29) J. A. Campbell, Austr.J.Phys. 21, 139 (1967); S.N.Biswas, J.A. Campbell, R.N.Chaudhuri, J.K.S.Taank submitted to Progr.Theor.Phys.; J.A.Campbell, CERN-DD/73/9, Apr.1973
- 30) J. A.Campbell, Astrophys.J.157; L177 (1969)

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. R. Haag für die Möglichkeit, diese Arbeit am II. Institut für Theoretische Physik der Universität Hamburg durchführen zu können, herzlich danken.

Ferner danke ich Herrn Prof. Dr. G. Kramer für sein bekundetes Interesse an dieser Arbeit.

Für die finanzielle Unterstützung danke ich der Alexander von Humboldt-Stiftung.