

DESY A 2.18

Hamburg, den 6. Februar 1958
M 1 - He/Js.

Erste Überlegungen zur Strahlextraktion (multiturn ejection)

Zusammenfassung:

Mittels multiturn ejection kann man ohne Aufwand bis mehr als 5 % der Elektronen aus dem Synchrotron herausbringen. Davon liegen über 90 % innerhalb 30 μ sec in ca. 12 000 Pulsen mit je etwa $0,5 \cdot 10^6$ Elektronen (bei 1 μ A mittl. Strom im Synchrotron). Daneben gibt es aber wohl etwa ebensoviele Nachläufer (und einige Vorläufer) mit geringerer Elektronenzahl. Abstand der Pulse $2 \cdot 10^{-9}$ sec. Die ersten Pulse, vielleicht einige 10^3 , haben eine günstigere Winkelverteilung als die Elektronen im Synchrotron. Die Möglichkeit, Hofstaedter-Experimente durchzuführen, ist zu prüfen.

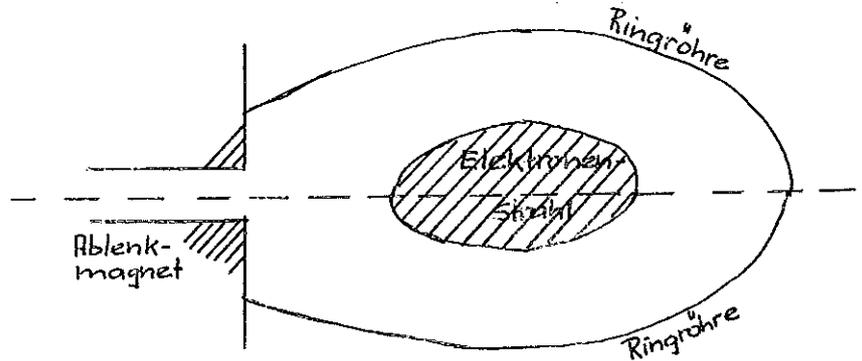
1. Die multiturn ejection

In einem geraden Sektor wird ein Magnetfeld angeordnet, das mit dem Führungsfeld hochgefahren wird. Dieses Magnetfeld soll in einem Abstand $r < 6$ cm vom Sollkreis die maximale Stärke haben, für die anderen r sollte es möglichst klein sein, um keine Störung während des Beschleunigungsvorganges hervorzurufen.

Wenn die Elektronen die Maximalenergie (6 GeV) erreicht haben, wird die HF abgeschaltet und der Strahl wandert langsam nach innen und kommt in den Bereich des Magnetfeldes und zur Auslenkung. Eine Länge des Ablenkelementes von $a = 1,5$ m und eine Maximalfeldstärke von $B = 8000$ Gauß ergibt eine Winkelablenkung von $3,5^\circ$, die zur Auslenkung ausreicht.

Langsam wandert auf diese Weise der gesamte Strahlquerschnitt in den Bereich des Ablenkefeldes.

Querschnitt durch die Ringröhre:



Vorbereitend untersuchen wir unter 2) die Struktur des Magnetfeldes und unter 3) die Transformation über einen Umlauf mit dem Ablenkelement (räuml. konstantes Magnetfeld). Unter 4) untersuchen wir dann, ob die Teilchenbahnen trotz Ablenkkfeld während des Beschleunigungsvorganges noch stabil sind, unter 5) die eigentliche Auslenkung.

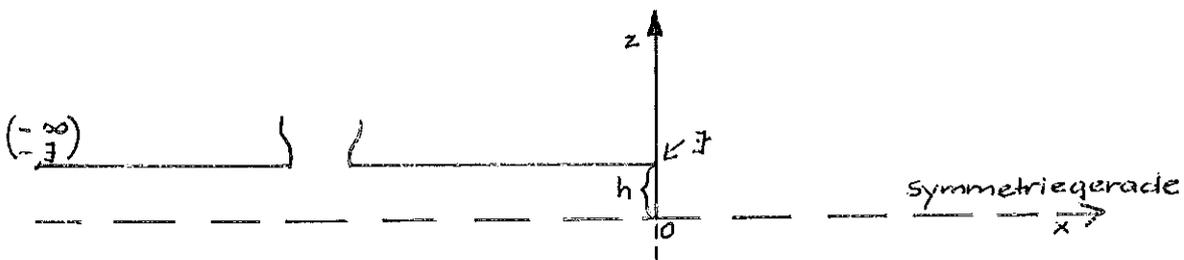
2. Die Struktur des Magnetfeldes

Das Streufeld ist von wesentlichem Einfluß. Hardt berechnete mittels konformer Abbildung exakt das Feld des Ablenkelementes, das in erster Näherung in folgender Weise angenommen wird:

$$\mu = \infty \text{ Eisen}$$

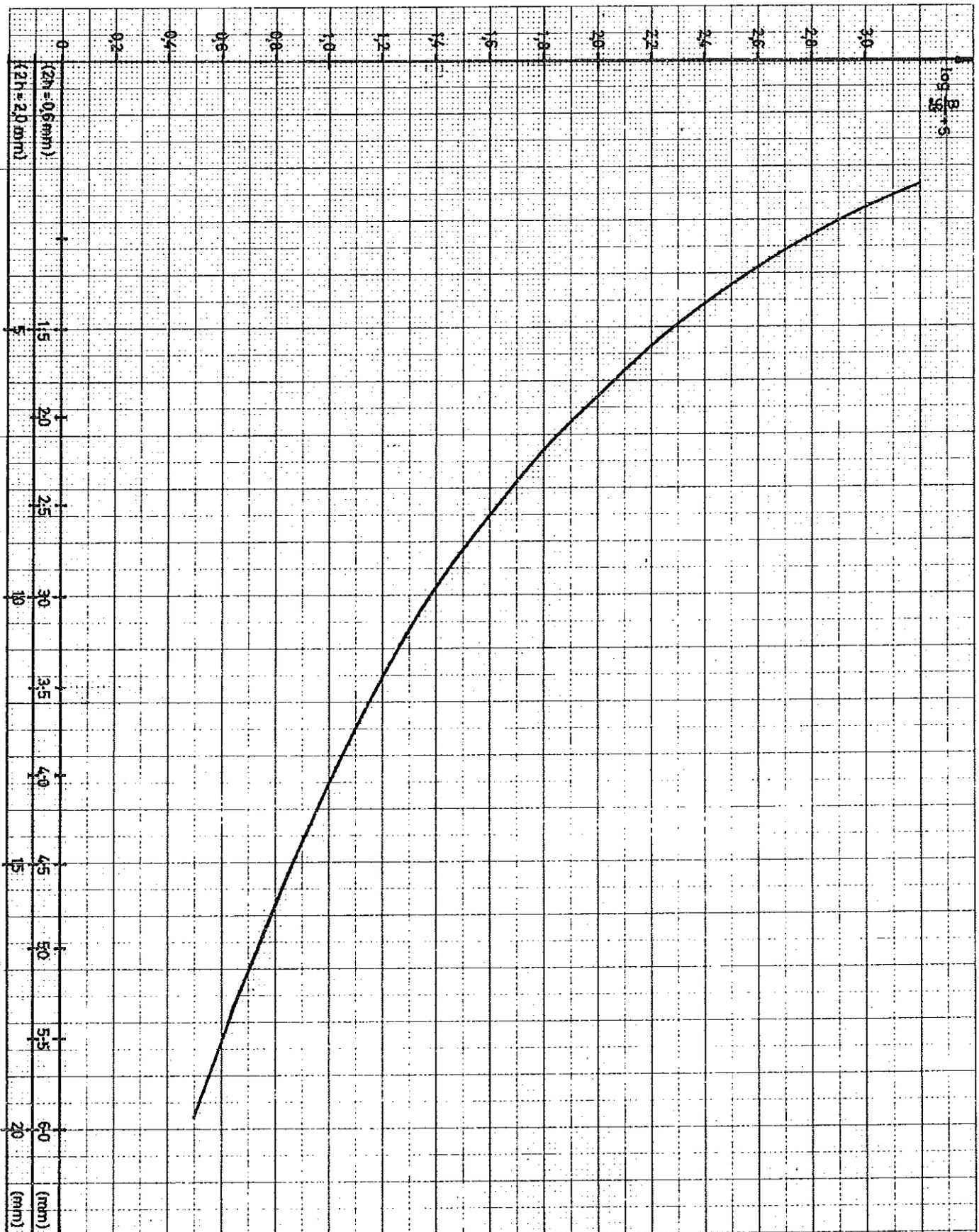
$$\mu = \mu_0 \text{ Luft}$$

Stromstärke I $\frac{B}{\mu_0} = h$ im Punkt $x = 0; z = h$



Die x-z-Ebene machen wir zur komplexen w-Ebene

$$w = u + v \quad \text{mit} \quad z = vh; \quad x = u \cdot h$$



<h1>DESY</h1>	Datum	Name	Gruppe	Tn
	2.58	kn	Zchg. No.:	8
Meßstab: <div style="text-align: center; border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> Streufeld des Magneten </div>	gez.:		Blatt No.:	1
	gepr.:		Ersatz für:	
	gen.:		Ersetzt durch:	
			x ausf.:	
			ausgef. von:	
		Auftrag No.:		

Man erhält nach Hardt die Feldstärke in der w-Ebene durch die Parameterdarstellung (Feldstärke in Einheiten des Sollfeldes $\frac{B}{B_0}$ im Inneren des Spaltes)

$$\frac{B}{B_0} = \frac{i}{h^2} ; \quad \frac{\pi}{2} w = \xi - \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{\xi + 1}{\xi - 1} \right\}$$

Wir berechnen das Feld auf der Symmetrie-Ebene $z = 0$ (w reell). In einer Zeichnung tragen wir Streufeld in Einheiten des Sollfeldes im logarithmischen Maßstab auf. Die Abszisse trägt zwei Maßstäbe, einmal für $2h = 0,6$ mm, dann für $2h = 2$ mm.

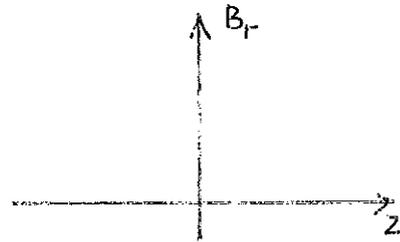
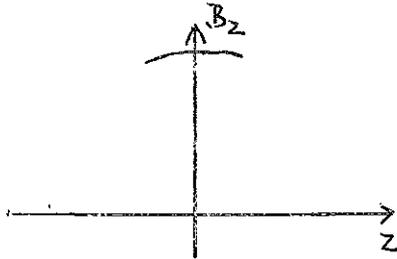
Für $2h = 6$ mm haben wir (rohe Näherung)

x mm	$\frac{B}{B_0}$
6	$3,3 \cdot 10^{-5}$
5,5	$3,9 \cdot 10^{-5}$
5	$5 \cdot 10^{-5}$
4,5	$6,3 \cdot 10^{-5}$
4	$9 \cdot 10^{-5}$
3,5	$1,4 \cdot 10^{-4}$
3	$2,6 \cdot 10^{-4}$
2,5	$4,8 \cdot 10^{-4}$
2	$1 \cdot 10^{-3}$
1,5	$2,2 \cdot 10^{-3}$
1	$6,3 \cdot 10^{-3}$
0,5	$3,7 \cdot 10^{-2}$

Das Feld in der Nähe der Ebene $z = 0$ erschließen wir durch Taylor-entwicklung.

B_z (speziell B genannt) ist eine symmetrische Funktion von z , die erste Ableitung ist also Null. Für unsere Zwecke können wir also $B_z(z) = B_z(0)$ annehmen.

B_r ist eine schiefssymmetrische Funktion von z , die 2. Ableitung wird also Null. Demnach ist also B_r in der Umgebung von $z = 0$ proportional z .



Wegen $\text{rot } B = 0$ ist

$$B_r = \frac{\partial B_z}{\partial x} z$$

Wir berechnen B_r aus der vorliegenden logarithmischen Kurve von $\frac{B_z}{\mathcal{L}}$ nach

$$\frac{d \left(\log \frac{B_z(x)}{\mathcal{L}} \right)}{dx} = \log e \cdot \frac{1}{\frac{B_z}{\mathcal{L}}} \cdot \frac{d \frac{B_z(x)}{\mathcal{L}}}{dx}$$

Das ergibt:

x	6	5,5	5	4,5	4
$\frac{B_r}{\mathcal{L}} \cdot 0,3 [\text{mm}]$	$5,3 \cdot 10^{-6}$	$6,2 \cdot 10^{-6}$	$8,7 \cdot 10^{-6}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$2,1 \cdot 10^{-5}$

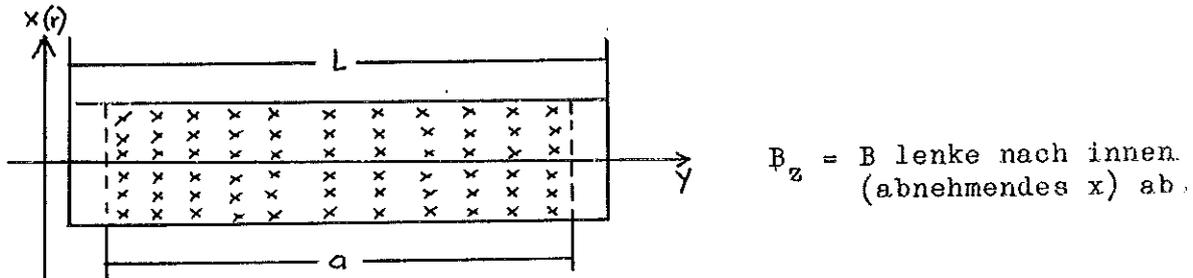
x	3,5	3	2,5	2	1,5
$\frac{B_r}{\mathcal{L}} \cdot 0,3 [\text{mm}]$	$3,9 \cdot 10^{-5}$	$8,3 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$

x	1	0,5
$\frac{B_r}{\mathcal{L}} \cdot 0,3 [\text{mm}]$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$4,1 \cdot 10^{-2}$

Das Feld $\frac{B_r}{\mathcal{L}}$ im Abstand $z = 0,3$ ist also direkt durch die angegebenen Zahlen gegeben.

3. Transformation über einen Umlauf mit räumlich konstantem Magnetfeld in einem O-Sektor in einer Feldperiode.

I. Die Transformation, die das reale Streufeld des Ablenkmagneten induziert, ist nichtlinear und schwer zu fassen. Für diese Betrachtungen genügt es, die Transformationen zu betrachten, die ein räumlich konstantes Magnetfeld im O-Sektor erzeugt.



Es werde sogleich ein (räumlich konstantes) B_r -Feld mitbetrachtet.

$$R = e [v \mathcal{L}]$$

$$\mathcal{L} = \{B_r, 0, -B\}$$

$$K_x = ev_y B$$

Kraft in negativer x-Richtung

$$K_z = ev_y B_r$$

Kraft negative Richtung, wenn B_r positiv.

führt auf:

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{ds} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L/R_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{ds} \end{pmatrix}_R - \frac{eB}{mc^2} \begin{pmatrix} \frac{a^2 c}{2} \\ aR_0 c \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{ds} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L/R_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{ds} \end{pmatrix}_R - \frac{eB}{mc^2} \begin{pmatrix} \frac{a^2 c}{2} \\ aR_0 c \end{pmatrix}$$

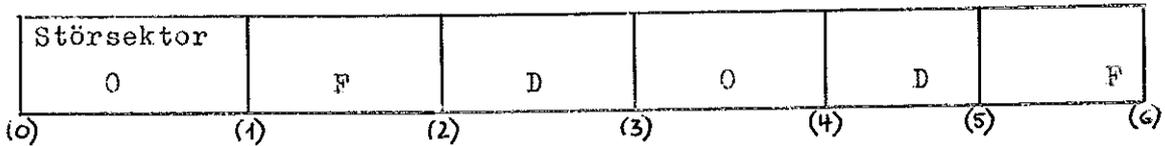
Vernünftig ist die Annahme

$a = 150$ cm Weiter ist bei DESY I $l = 200$ cm

$R_0 = 48$ cm

II. Die Transformation mit Störelement über eine Periode.

Das Ablenkelement setzt man in einen O-Sektor zwischen zwei F-Sektoren. Dort ist nämlich die Ausdehnung des Strahles in r-Richtung sehr groß, in z-Richtung klein.



$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_6 = M_F \cdot \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_5$$

$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_2 = M_F \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_1$$

$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_1 = M_O \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_0 - \frac{eB}{mc^2} (\gamma); \quad (\gamma) = \begin{pmatrix} \frac{a^2 c}{2} \\ a R_{0c} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix};$$

$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_6 = M_F \cdot M_D \cdot M_O \cdot M_D \cdot M_F \cdot M_O \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_0 - M_F \cdot M_D \cdot M_O \cdot M_D \cdot M_F \cdot \frac{eB}{mc^2} (\gamma)$$

Für die z-Richtung

$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_6 = M_D \cdot M_F \cdot M_O \cdot M_F \cdot M_D \cdot M_O \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix}_0 - M_D \cdot M_F \cdot M_O \cdot M_F \cdot M_D \cdot \frac{eB}{mc^2} (\gamma)$$

Näherungsweise setzen wir

$$M_F \cdot M_D \cdot M_O \cdot M_D \cdot M_F \cdot M_O = (\mu\beta_x)$$

(Transformationsmatrix
von Mitte O-Sektor
und Mitte O-Sektor)

$$M_D \cdot M_F \cdot M_O \cdot M_F \cdot M_D \cdot M_O = (\mu\beta_z)$$

Wir setzen

$$M_F \cdot M_D \cdot M_O \cdot M_D \cdot M_F = M; \quad M_D \cdot M_F \cdot M_O \cdot M_F \cdot M_D = \bar{M};$$

Also die Transformation über eine Periode:

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{d\varphi} \end{pmatrix}_E = \begin{pmatrix} \cdot \\ \mu\beta_x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{d\varphi} \end{pmatrix}_R - \frac{eB}{mc^2} \cdot M \cdot (\gamma)$$

$$\begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix}_E = \begin{pmatrix} \cdot \\ \mu\beta_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix}_R - \frac{eB_r}{mc^2} M (\gamma)$$

III. Transformation über einen Umlauf:

Es ist noch die Transformation über die (N-1) ungestörten Perioden hinzuzufügen:

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{d\varphi} \end{pmatrix}_I = \begin{pmatrix} \mu\beta_x \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{d\varphi} \end{pmatrix}_I - \begin{pmatrix} \mu\beta_x \end{pmatrix}^{N-1} \cdot \mathcal{M} \cdot (\varphi) \frac{eB}{mc^2} ;$$

$$\begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix}_I = \begin{pmatrix} \mu\beta_z \end{pmatrix}^N \begin{pmatrix} z \\ \frac{dz}{d\varphi} \end{pmatrix}_I - \begin{pmatrix} \mu\beta_z \end{pmatrix}^{N-1} \cdot \overline{\mathcal{M}} \cdot (\varphi) \frac{eB_r}{mc^2} ;$$

$$\begin{pmatrix} \mu\beta \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} \cos N\mu & \beta \sin N\mu \\ -\frac{1}{\beta} \sin N\mu & \cos N\mu \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 2E_1 E_2 - 1 - \varepsilon E_2 G & \frac{E_2}{a} (2F + \varepsilon E_2) \\ -aG (2E_1 - \varepsilon G) & 2E_1 E_2 - 1 - \varepsilon E_2 G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$$

$$\overline{\mathcal{M}} = \begin{pmatrix} 2E_1 E_2 - 1 - \varepsilon E_1 G & \frac{E_1}{a} (2F + \varepsilon E_1) \\ -aG (2E_2 - \varepsilon G) & 2E_1 E_2 - 1 - \varepsilon E_1 G \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{M}_{11} & \overline{M}_{12} \\ \overline{M}_{21} & \overline{M}_{22} \end{pmatrix}$$

4. Stört das Magnetfeld des Ablenkefeldes die Stabilität der Teilchenbahnen während des Beschleunigungsvorganges?

Ein Magnetfeld, das nur im Spalt des Ablenkelementes den Sollwert hat, im übrigen Null ist, wäre das Ideal. In Wirklichkeit ist ein Streufeld vorhanden, das in der Ringröhre an Stelle der Teilchenbahnen mit $\frac{1}{r^3}$ abfällt. Wir berechnen vereinfachend den Einfluß eines räumlich konstanten (mit dem Sollfeld hochgefahrenen) Magnetfeldes. Das reale Feld haben wir dann an jeder Stelle kleiner als das räumlich konstante Feld zu halten.

Die Transformation über einen Umlauf

$$\begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{ds} \end{pmatrix}_{II} = (\mu\beta)^N \begin{pmatrix} x \\ \frac{dx}{ds} \end{pmatrix}_{I} - (\mu\beta)^{N-1} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2}$$

Nun haben wir m derartige Transformationen zusammzusetzen -
ist dabei eine Konstante, da die Energie proportional zum Magnetfeld
anwächst.

$$\begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{III} = (\mu\beta)^N \begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{II} - (\mu\beta)^{N-1} \cdot m(\gamma) \frac{eB}{mc^2}$$

$$\begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{III} = (\mu\beta)^{2N} \begin{pmatrix} \end{pmatrix}_{I} - (\mu\beta)^{2N-1} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2} - (\mu\beta)^{N-1} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2}$$

$$\begin{pmatrix} \end{pmatrix}_m = (\mu\beta)^{mN} \begin{pmatrix} \end{pmatrix}_I - (\mu\beta)^{mN-1} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2} - (\mu\beta)^{(m-1)N-1} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2} \\ \dots \dots \dots (\mu\beta)^{N-1} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2}$$

Das läßt sich aufsummieren zu:

$$\begin{pmatrix} \end{pmatrix}_m = (\mu\beta)^{mN} \begin{pmatrix} \end{pmatrix}_I - \frac{\sin \frac{m-1}{2} N\mu}{\sin \frac{N\mu}{2}} \begin{pmatrix} \cos(\frac{m}{2} N-1)\mu & \beta \sin(\frac{m}{2} N-1)\mu \\ -\beta \sin(\frac{m}{2} N-1)\mu & \cos(\frac{m}{2} N-1)\mu \end{pmatrix} \cdot m \cdot (\gamma) \frac{eB}{mc^2}$$

Als Nebenergebnis erfahren wir, wie allgemein ein derartiges (räumlich)
konstantes) Magnetfeld die Stabilität beeinflusst. Entscheidend ist der
Faktor $\frac{\sin(m-1) \frac{N\mu}{2}}{\sin \frac{N\mu}{2}}$ der aus der optischen Beugungstheorie bekannt ist.

Wir erhalten Maxima

bei

$$Q = h + \frac{v}{2(m-1)}$$

$$h = 1, 2, 3 \dots\dots$$

$$v = 1, 3, 5 \dots\dots$$

$$-1, -3, -5 \dots\dots$$

mit den Funktionswerten

$$f = (m-1) \quad v = 0; \quad f \approx \frac{(m-1)}{\pi v} \quad v \neq 0$$

Demnach haben wir bei ganzzahligen Q Stoppbänder mit endlicher Breite



(in Wirklichkeit 6000 solcher Maxima zwischen Q=5 u. Q=6)

Nach dieser Einschaltung zurück zum Störglied.

Bei DESY I (II etc) haben wir ein Q = 5,75 (6,75, 625).

Hier wird ungünstigstenfalls

$$\frac{\sin(m-1) \frac{N\mu}{2}}{\sin \frac{N\mu}{2}} = \sqrt{2}$$

Das Störglied beträgt:

$$\frac{\sin(m-1) \frac{N\mu}{2}}{\sin \frac{N\mu}{2}} \frac{eB}{mc^2} \left(\begin{aligned} & [M_{11} \cos(\frac{m}{2} N-1)\mu + M_{21} \beta \sin(\frac{m}{2} N-1)\mu] s_1 + [M_{12} \cos(\frac{m}{2} N-1)\mu + M_{22} \beta \sin(\frac{m}{2} N-1)\mu] s_2 \\ & [-\frac{M_{11}}{\beta} \sin(\frac{m}{2} N-1)\mu + M_{21} \cos(\frac{m}{2} N-1)\mu] s_2 + [-M_{12} \frac{1}{\beta} \sin(\frac{m}{2} N-1)\mu + M_{22} \cos(\frac{m}{2} N-1)\mu] s_2 \end{aligned} \right)$$

$$\lesssim \sqrt{2} \cdot 1,18 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{B}{\beta} \left(\begin{aligned} & [0,285 + 0,3 \cdot 0,3] \cdot 225 \\ & [0,28 \cdot \frac{1}{0,3} + 0,28] \cdot 225 \end{aligned} \right) \lesssim 1,7 \cdot 10^{-2} \frac{B}{\beta} \left(\frac{90}{300} \right)$$

$$\lesssim \frac{B}{\beta} \left(\frac{2}{6} \right) [\text{m}]$$

4 mm von der Kante des Ablenkelementes beträgt das Feld noch 10^{-4} vom Sollfeld, also ist die Abweichung

$$\left(\frac{dx}{d\theta} \right) \lesssim \begin{pmatrix} 0,2 \\ 0,6 \end{pmatrix} [\text{mm}]$$

Das Streufeld des Ablenkelementes hat also keinen Einfluß auf die Stabilität der Teilchenbahnen während des Beschleunigungsvorganges.

5. Die Strahlextraktion nach dem Abschalten der Hochfrequenz

Nach Abschalten der Hochfrequenz tritt eine Energieabnahme infolge Ausstrahlung ein; wenn die Hochfrequenz auf Null heruntergegangen ist, beträgt sie

$$\Delta W [\text{MeV}] = 0,0885 \frac{W^4 [\text{GeV}]}{S [\text{m}]}$$

$$W = 6 \text{ GeV}$$

$$W = 4,08 \text{ MeV}$$

$$W = 5,5 \text{ GeV}$$

$$W = 2,87 \text{ MeV}$$

Dem entspricht eine Schrumpfung der Sollbahn

$$\Delta r = \alpha \cdot \frac{\Delta W}{W} \cdot S$$

$$\Delta r = 1,4 \text{ mm}$$

$$(W = 6 \text{ GeV})$$

$$\Delta r = 1,0 \text{ mm}$$

$$(W = 5,5 \text{ GeV})$$

Zuerst wird die Schrumpfung langsamer erfolgen; tritt der Strahl aber ins kritische Gebiet, ist die Annahme eines

$$r = 1 \text{ mm pro Umlauf gerechtfertigt.}$$

Diese Abwanderung könnte man durch Verbiegen des closed orbit noch unterstützen.

Die Teilchen mit negativer Betatronamplitude nahe der Maximalamplitude (am Ort des Ablenkelementes) geraten zuerst in den Einfluß des Magnetfeldes (zunächst des Störfeldes).

Wegen $Q = 5,75$ (auch $6,75$ und $6,25$) kommen diese Teilchen erst wieder nach vier Umläufen in den Bereich des Feldes (währenddessen ist der Sollkreis um 4 mm weitergewandert!).

Diese Transformation über die vier Umläufe wollen wir betrachten. Wir haben also eine Transformation über eine gestörte und drei ungestörte Perioden, da das Störfeld sehr schnell abfällt und nur in der unmittelbaren Umgebung des Ablenkmagneten von Einfluß ist.

Die Transformation über die drei ungestörten Perioden setzen wir an die oben abgeleitete Transformation.

Wir erhalten als Transformation über vier Umläufe (vom Eingang Magnetelement zu Eingang Magnetelement):

$$\begin{aligned} \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)_{\text{IV}} &= (\mu\beta_x)^{4N} \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)_0 - (\mu\beta_x)^{3N-1} \cdot \mathcal{M} \cdot (\gamma) \cdot \frac{eB}{mc^2} \\ \left(\frac{dz}{d\varphi} \right)_{\text{IV}} &= (\mu\beta_z)^{4N} \left(\frac{dz}{d\varphi} \right)_0 - (\mu\beta_z)^{3N-1} \cdot \mathcal{M} \cdot (\gamma) \cdot \frac{eB}{mc^2} \\ (\mu\beta) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ (\mu\beta)^{3N-1} &= \begin{pmatrix} \cos(3N-1)\mu & \beta \sin(3N-1)\mu \\ -\frac{1}{\beta} \sin(3N-1)\mu & \cos(3N-1)\mu \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Die Formel zeigt, daß es für die Extraktion sehr wohl auf den Q-Wert ankommen kann.

Numerisch erhalten wir:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)_{\text{IV}} &= \left(\frac{dx}{d\varphi} \right)_0 - \frac{B_z}{\mathcal{L}} \begin{pmatrix} 800 \\ 200 \end{pmatrix} \quad [\text{mm}] \\ \left(\frac{dz}{d\varphi} \right)_{\text{IV}} &= \left(\frac{dz}{d\varphi} \right)_0 - \frac{B_r}{\mathcal{L}} \begin{pmatrix} 250 \\ 800 \end{pmatrix} \quad [\text{mm}] \end{aligned}$$

Zur Transformation kommt nun noch die Seitenversetzung durch Strahlungsschrumpfung des Sollkreises um 4 mm.

Wir rechnen hier jeweils mit einem konstanten Magnetfeld, je nach dem Ort des Elektrons. Dies ist für diese Elektronen gerechtfertigt.

- 1) ihr $\frac{dx}{d\varphi}$ ist nahezu Null
- 2) beträgt das Feld 10^{-3} vom Sollfeld, ist die Seitenversetzung nur 0,02 mm.

Um einen Überblick zu haben, wollen wir den Strahl in Streifen mit $r = 1$ mm aufteilen. Wir betrachten die Elektronen in den ersten vier Streifen, die nun in das Störfeld eintreten. Wo sind diese nach vier Umläufen?

Das Störglied beträgt

a) für die x-Koordinate

Δr	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1,0	0,5 mm
$x_{\text{Stör}}$	-0,07	-0,11	-0,21	-0,38	-0,8	-1,8	-5,0	-29,6 mm
$\left(\frac{dx}{dy}\right)_{\text{Stör}}$	-0,02	-0,03	-0,05	-0,1	-0,2	-0,44	-1,3	-7,4 mm

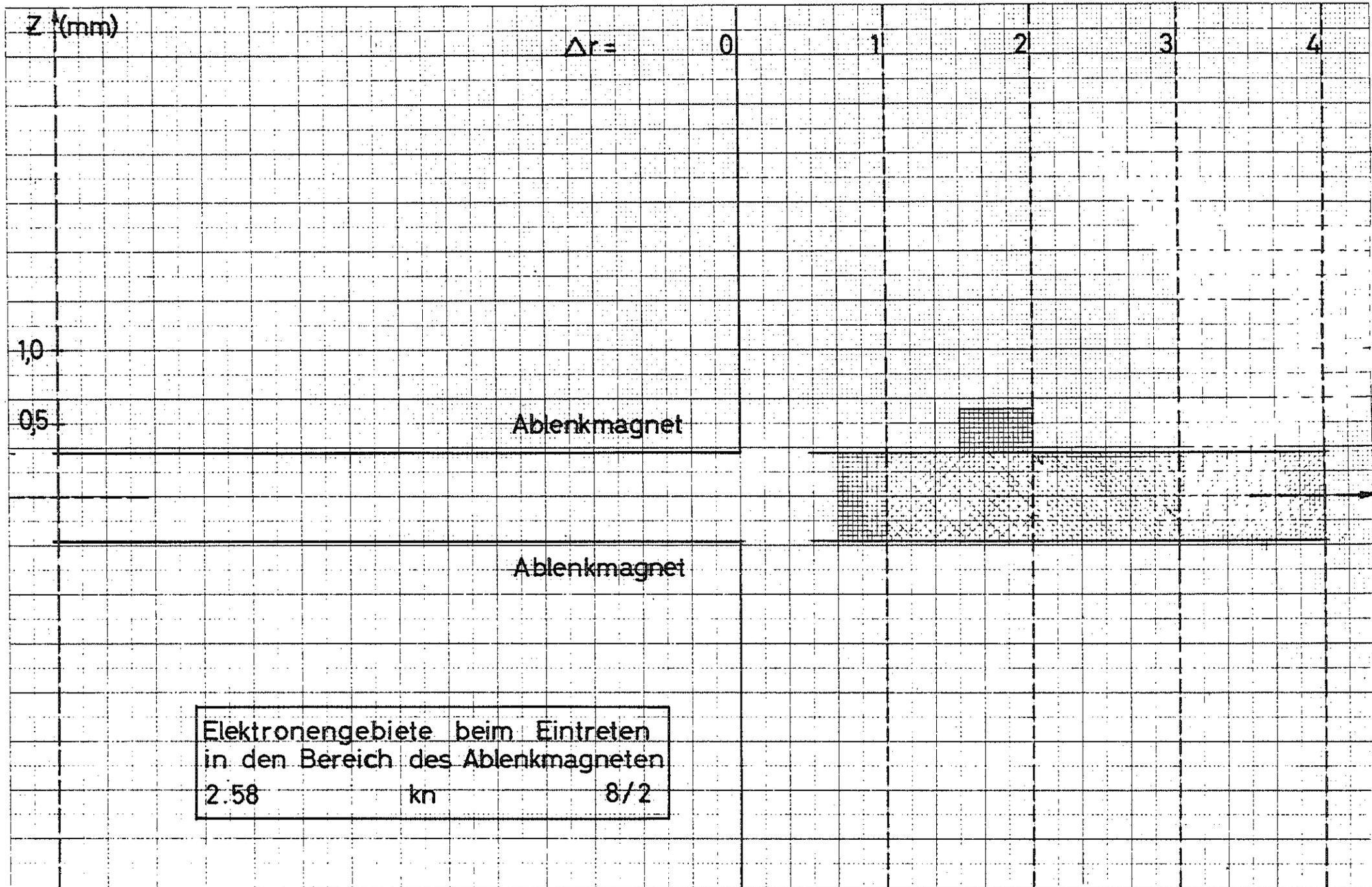
b) für die z-Koordinate (im Abstand $z = 0,3$ mm)

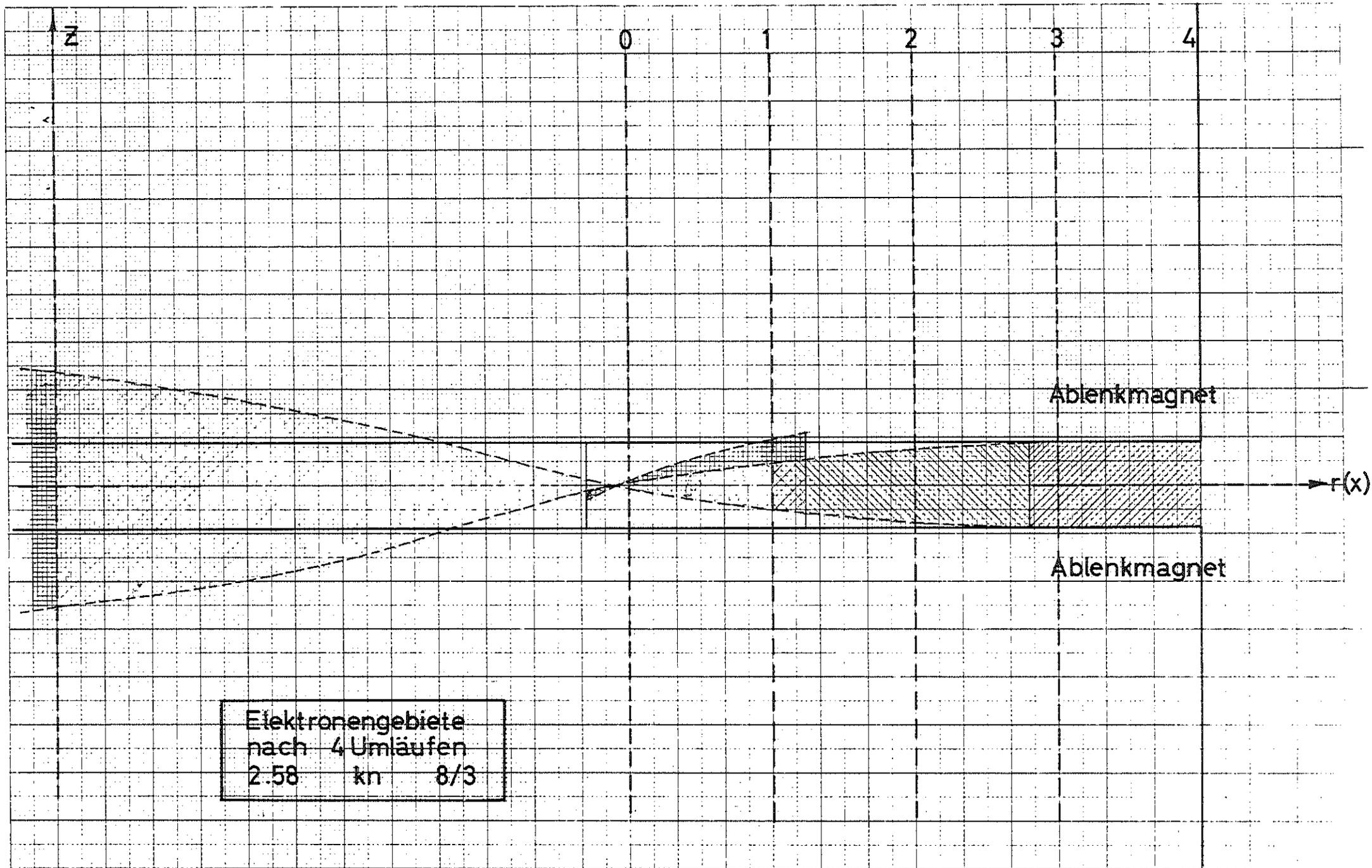
Δr	4	3,5	3	2,5	2	1,5	1,0	0,5 mm.
$z_{\text{Stör}}$	-0,05	-0,01	-0,021	-0,045	-0,12	-0,33	-1,28	-10,25 mm.

In zwei Zeichnungen stellen wir dar, wie die Elektronen (nahe der Maximalamplitude) die in den Bereich des Streufeldes kommen, über vier Umläufe transformiert werden. Als Azimutwinkel ist der Beginn des Ablenkelementes im 0-Sektor gewählt. Die beiden Bilder zeigen also Querschnitte durch den Strahl.

Diese Transformation ist zusammengesetzt aus den beiden Transformationen in x- und z-Richtung, wie wir sie in unseren Formeln angeschrieben haben, zusätzlich einer Seitenversetzung um 4 mm, entstanden durch die Schrumpfung des Sollkreisradius.

Bei der gewählten Spaltbreite des Ablenkelementes von $2h = 0,6$ mm werden also in nullter Näherung die im Streifen $|z| < 0,3$ mm befindlichen Elektronen zur Ablenkung gelangen, in erster Näherung etwa ebensoviele. Die Elektronen mit Δr zwischen 0 und 1 mm werden zerstreut, dafür kommen in der Gegend des Fokus auch Elektronen mit einem großen z in den Ablenspalt. Das Gebiet, in dem keine vernünftige Ablenkung erfolgt, geht bis etwa $\frac{B}{\mathcal{L}} = 5 \cdot 10^{-3}$. Macht man also den Spalt breiter, schiebt man das Zerstreungsgebiet vor; dafür bringt man dann die Elektronen etwa zwischen drei und vier mm auch mit größerem z zur Auslenkung. $2h = 0,6$ mm dürfte ziemlich im Optimum liegen.

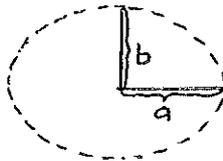
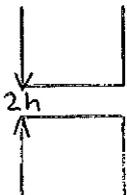




Gelingt es aber, durch Verbiegen des closed orbit die Abwanderungsgeschwindigkeit des Elektronenstrahles zu erhöhen, kann man wiederum die Spalthöhe vergrößern und die Anzahl der ausgelenkten Elektronen erhöhen. Das ist ein wesentlicher Punkt.

Betrachten wir die Phasenellipsen in der $(r \frac{dr}{d\varphi})$ -Ebene, sieht man, daß diese Ellipsen durch das Ablenkelement langsam (1 mm pro Umlauf) abgeschält werden; da Q doch nicht exakt viertelzahlig ist, werden keine störenden "Resonanzen" vorkommen. Nehmen wir eine radiale Ausdehnung der Phasenellipse von 5 cm an, so wird nach 30 Umläufen nur mehr eine Restellipse von der radialen Ausdehnung 2 cm vorhanden sein. In dieser liegen aber weniger als 10 % der Elektronen, für deren Verhalten wir uns nicht weiter interessieren wollen.

Der zur Auslenkung gelangende Bruchteil der Elektronen ist also gegeben durch das Flächenverhältnis



$$Q = \frac{2ha \cdot f}{a b \pi} = \frac{2hf}{b \cdot \pi}$$

Dabei ist f ein Faktor, der eine Funktion von h ist. $f = 1$ für $2h = 0,6$ mm.

Durch Verbiegen der closed orbit kann man erreichen, daß auch noch für $2h = 1,2$ mm $f \approx 1$ ist.

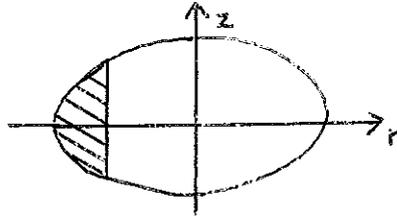
Der zur Auslenkung gelangende Bruchteil der Elektronen (in %)

$\frac{b}{2h} \left[\frac{cm}{mm} \right]$	0,5	1	2	3
0,6	4	2	1	0,6
1	8	4	2	1

(ohne Verbiegen des closed orbit)

(mit Verbiegen des closed orbit)

Die ersten zur Ablenkung gelangenden Elektronen, die wir in der r-z-Ebene schraffieren,



zeigen sowohl in der r- als auch in der z-Phasenebene kleinere Winkeldivergenzen als die Elektronen im Synchrotron.

Bei 1 μA mittl. Strom befinden sich im Synchrotron pro Puls etwa $3 \cdot 10^6$ Elektronen, herausgezogen werden (über 30 Umläufe gerechnet) $0,5 \cdot 10^6$ Elektronen pro Puls in 12 000 Pulsen.

Setzt man Ablenkelemente auch in andere O-Sektoren, wobei man die Elektronen mit anderen z-Werten herausholt, kann man sicher noch die Gesamtzahl der extrahierten Elektronen erhöhen.

Damit kann man etwa an fünf verschiedenen Stellen mit einem extrahierten Strom von $1/20 \mu\text{A}$ arbeiten (bei 1 μA mittl. Strom im Synchrotron).

Diese Notiz ist die Ausarbeitung eines Vorschlages von Herrn Bodestadt, dabei fanden laufend Diskussionen statt mit den Herren Hardt, Passow und Timm. Die Berechnung des Magnetfeldes stammt von Herrn Hardt.

A. Hermann