

DESY A 2.27

Hamburg, den 24.6.1958
Bo/Schw.

Analogmodell für die Temperaturverteilung und den Wärmefluß
des Ringtunnels und seiner Umgebung

Ein Querschnitt durch den Ringtunnel des Synchrotrons wird voraussichtlich das in Abb. 1 gezeichnete Aussehen haben, in der die für die Temperaturverhältnisse wichtigen Maße eingetragen sind. Die Luft im Tunnel wird auf konstanter Temperatur von $18-20^{\circ}$ C gehalten. Es muß nun der Wärme- bzw. Kühlbedarf für die auftretenden Extremwerte der Außentemperatur bekannt sein, da nach diesem die Anlagen zur Ventilation, Heizung, Kühlung und Befeuchtung der einströmenden Luft ausgelegt werden. Außerdem ist es wichtig, die Temperatur an beliebigen Stellen im Tunnel bei Ab- oder Zuschaltung von Wärmequellen (z.B. Kabel und Apparate mit Wärmeverlusten, die an die Tunnelluft abgegeben werden) und beim Aus- oder Einschalten der Ventilation zu kennen. Wegen der Einbettung des Tunnels im Erdreich macht die Berechnung schon allein des Wärmebedarfs Schwierigkeiten. Einigermaßen genau läßt sich diese nur für den Bereich zwischen Tunneldecke und Erdboden angeben, da die Temperaturen dieser beiden Begrenzungsflächen bekannt sind. Bei den Seitenflächen und dem Boden des Tunnels läßt sich kein "Bereich" angeben, sondern nur sagen, daß in einer gewissen Entfernung von den Tunnelwandungen nichts mehr zu spüren sein wird und sich der Temperaturverlauf des "ungestörten" Erdreichs wieder einstellen wird, wie er etwa gemäß Abb. 3 zu erwarten ist.

Für die Lufttemperatur wird ein zeitlicher Verlauf nach Abb. 2, also eine reine Sinusfunktion mit einem überlagerten konstanten Glied angenommen. Der Sinusverlauf trifft recht genau zu, wenn man langjährige Tagesmittelwerte über der Zeit aufträgt. Das konstante Glied

ist dann gleich der mittleren Jahrestemperatur.*) Für die Auslegung der Klimaanlage muß man aber die Extremwerte der gemessenen Tagesmitteltemperaturen berücksichtigen. Der denkbar ungünstigste Fall ist dann der, daß ein sehr kalter Winter auf einen sehr heißen Sommer folgt. Dieser Fall ist in Abb. 2 dargestellt. Das konstante Glied ist dabei kleiner als das langjährige Mittel der mittleren Jahrestemperaturen. Rechnet man mit diesem Temperaturverlauf auch für den "eingeschwungenen" Zustand, so wird vorausgesetzt, daß mehrere Jahre mit extremen Bedingungen aufeinander folgen. - Die täglichen Temperaturschwankungen spielen für unsere Betrachtungen keine Rolle, da ihre Frequenz so hoch ist, daß ihre Eindringtiefe in das Erdreich klein ist gegenüber der Entfernung der Tunneldecke von der Erdoberfläche.

Für ein Volumenelement dV , das die Wärmeleitfähigkeit λ ($\frac{\text{kcal}}{\text{mh}^\circ \text{C}}$), die spezifische Wärme c ($\frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ \text{C}}$) und das spezifische Gewicht ρ ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) hat und in dem sich keine Wärmequellen befinden, gilt die Wärmeleitungsgleichung für die Temperatur τ

$$\text{div grad } \tau = \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \frac{\partial \tau}{\partial t} \quad (1)$$

Bei eindimensionalem Wärmefluß in der Koordinate x wird daraus

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} = \frac{\rho \cdot c}{\lambda} \frac{\partial \tau}{\partial t} \quad (2)$$

Diese Gleichung hat dieselbe Form wie die für eine Leitung mit dem Längswiderstand r ($\frac{\Omega}{\text{m}}$) und der Querkapazität C ($\frac{\text{F}}{\text{m}}$), also ohne Induktivität und ohne Ableitung. Dafür, bzw. für die äquivalente Vierpolkette mit T-Gliedern, gilt die Ersatzschaltung Abb. 4. Für den eingeschwungenen Zustand unter der Wirkung einer Wechsel-EMK bzw. einer Wechsel-Temperatur am Anfang einer solchen Kette gelten dann die beiden Gleichungen (3) und (4). Im Modell wird man außer der Wechselspannungsquelle die analogen Gleichspannungsquellen für die konstante

*) Siehe Rietschel-Gröber, Lehrbuch der Heiz- und Lüftungstechnik 1948, Seite 228

Tunneltemperatur und den konstanten Anteil der Außentemperatur anbringen. Im eingeschwungenen Zustand wirken die Gleichspannungen nur auf die Wirkwiderstände der Ersatzschaltung; für alle Ausgleichsvorgänge stellen (3) und (4) die Lösungen im Unterbereich dar.

$$U_x = U_a \frac{\cos \gamma x}{\cos \gamma l} - I_a Z_{EL} \sin \gamma x \quad (3)$$

$$I_x = -\frac{U_a}{Z_{EL}} \sin \gamma x + I_a \frac{\cos \gamma x}{\cos \gamma l} \quad (4)$$

Darin bedeuten:

Elektrischer Fall

U (V)	Spannung
U_a	Spannung am Anfang
I (A)	Strom
Z_{EL} [Ω]	Wellenwiderstand
γ	Fortpflanzungskonstante

$$Z_{EL} = \sqrt{\frac{\tau}{j\omega_{EL} C}} ; \gamma = \sqrt{j\omega_{EL} C \cdot \tau}$$

Wärmeströmung

t [$^{\circ}C$]	Temperatur
Q [$\frac{kcal}{h}$]	Wärmemenge
γ [$\frac{^{\circ}Ch}{kcal}$]	
γ	

$$\gamma = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{1}{j\lambda \cdot \rho \cdot \omega}}$$

Analoge Größen sind:

{	elektrischer Widerstand pro Längeneinheit	τ [$\frac{\Omega}{m}$]
	Wärmewiderstand pro Längeneinheit	$\frac{1}{\lambda \cdot F}$ [$\frac{h^{\circ}C}{kcal \cdot m}$]
{	Kapazität pro Längeneinheit	C [$\frac{F}{m}$]
	Wärmekapazität pro Längeneinheit	$C \cdot \rho \cdot F$ [$\frac{kcal}{m^{\circ}C}$]

Dabei ist F die Fläche senkrecht zur x-Koordinate der Wärmeströmung.

Das zweidimensionale Wärmeleitungsproblem wie es für die Tunnelwände und ihre Umgebung auftritt, läßt sich unter Zuhilfenahme der Kettenleiter-Elemente analog nachbilden, wie es in Abb. 5 dargestellt ist. Natürlich wird die Nachbildung umso besser, je feiner die Unterteilung ist. Es dürfte ausreichend sein, wenn man eine Aufteilung in Quadrate $40 \times 40 \text{ cm}^2$ vornimmt, wie in Abb. 6 skizziert. (Dieses Maß wurde gewählt, da die voraussichtlichen Wandstärken für Beton und Kies 40 cm betragen). Da die Vorgänge in Richtung der Tunnelachse vorläufig außer Betracht bleiben sollen und in dieser Richtung keine Temperaturgradienten auftreten sollen, wurde alles auf 1 m Tunnellänge bezogen.

Es ist mit folgenden Materialdaten zu rechnen:

	Erde	Kies	Pappe	Beton
$\lambda \left[\frac{\text{kcal}}{\text{m}^\circ \text{hC}} \right]$	1,5...2,2*)	1,0	0,66	1,2
$c \left[\frac{\text{kcal}}{\text{kg}^\circ \text{C}} \right]$	0,3	0,22	--	0,21
$\rho \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	$2,0 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^3$	--	$2,3 \cdot 10^3$

*) je nach Feuchtigkeit

Die äquivalenten Wärmeleitwerte für den Wärmeübergang durch Konvektion und Strahlung betragen:

$$\text{außen im Mittel} \quad \alpha_a = 20 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}^\circ \text{C}}$$

$$\text{innen im Mittel} \quad \alpha_i = 5 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^2 \text{h}^\circ \text{C}}$$

Sie werden, ebenso wie die Pappschicht, durch einfache Widerstände dargestellt. Für die Analogdarstellung mit Kettenleitergliedern sind demnach folgende Kennwerte zugrunde zu legen:

	Erde	Kies	Beton
$ \gamma^* = 0,4 \text{ m} \times \gamma $	0,215...0,177	0,214	0,216
$ \gamma \left[\frac{^{\circ}\text{Ch}}{\text{kcal}} \right]$	3,1 ... 2,56	4,7	3,9

*) entsprechend $\lambda = 1,5 \dots 2,2 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^{\circ}\text{Ch}}$

Jetzt muß noch die Maßstabs-Konstante β zwischen Wärmewiderständen R_{cal} und elektrischen Widerständen R_{El} eingeführt werden:

$$\frac{R_{\text{cal}}}{\frac{\text{h}^{\circ}\text{C}}{\text{kcal}}} = \frac{\beta}{\frac{\text{h}^{\circ}\text{C}}{\text{kcal}\Omega}} \frac{R_{\text{El}}}{\Omega} \quad (5)$$

Für die Wärmeleitwerte, die durch rein elektrische Widerstände dargestellt werden, ergeben sich dann die folgenden Widerstandswerte (jeweils für $0,4 \times 1 \text{ m}^2$ Tunnelfläche)

$$5 \text{ cm Pappschicht} \quad R_p = \frac{2,08}{\beta} \Omega$$

$$\text{Konvektion und Strahlung innen} \quad R_i = \frac{0,5}{\beta} \Omega$$

$$\text{Konvektion und Strahlung außen} \quad R_a = \frac{0,125}{\beta} \Omega$$

Aus den o.a. Beziehungen erhält man dann die Bestimmungsgleichungen für die Ersatzwiderstände R_V und die Ersatzkapazitäten C_V des Kettenleiter-Analogons.

$$R_V = \frac{|\gamma_V| |\gamma_V^*|}{\beta} \quad (6)$$

$$C_V = \frac{|\gamma_V^*| \beta}{|\gamma_V| \omega_{EL}} \quad (7)$$

Um den möglichen Bereich der Wärmeleitfähigkeit des Erdreichs

1,5 ... 2,2 $\frac{\text{kcal}}{\text{m}^{\circ}\text{Ch}}$ maßtechnisch zu erfassen, ist es einmal möglich,

mitvariabler Frequenz zu arbeiten. Dann verändert sich der Maßstab umgekehrt proportional zur Frequenz; es kann für alle 3 Materialien (Erde, Kies, Beton) mit den gleichen Kondensatoren gearbeitet werden, und es müssen nur die Ersatzwiderstände R_p , R_i , R_a und R_V für Beton und Kies ausgewechselt werden. Oder aber, man hält ω_{EL} und β fest, dann müssen sämtliche Ersatzwiderstände für das Erdreich ausgewechselt werden. Der erste Weg dürfte der einfachere sein.

Da für die Darstellung des Erdreichs die meisten Schaltelemente benötigt werden, sollen hier runde Werte von R_E und C_E genommen werden. Man erhält dann folgende Werte für die Schaltelemente; siehe beiliegende Tabelle.

Die Größe des Modells soll so sein, daß an seinen beiden Seiten und unten sich der ungestörte Temperaturverlauf des Erdbodens einstellt. Dazu ist es nötig, daß es einer horizontalen Breite von 25 m und einer Tiefe von 15 m äquivalent ist. Nimmt man einen lichten Tunnelquerschnitt von 4 m Breite und 5,5 m Höhe und horizontale Oberfläche des aufgeschütteten Erdreichs an, so muß das Modell aus ungefähr 1900 T-Gliedern zusammengesetzt sein. Ein überschlägiger Leistungsbedarf ergibt sich, wenn man sich vorstellt, daß die ganze Fläche von 25 x 15 m² aus Erdreich besteht; es liegen dann ca. 63 Kettenleiter mit einem Wellenwider-

stand von im ungünstigsten Falle 94 k Ω parallel, so daß die Spannungsquelle mit ca. 1,5 k Ω belastet wird. Rechnet man mit 1 k Ω , so muß bei $U_{\text{eff}} = 20$ V eine Leistung von 400 mW aufgebracht werden. Da der Wert von $\lambda = 2,2 \frac{\text{kcal}}{\text{m}^{\circ}\text{Ch}}$ für die Wärmeleitfähigkeit des Erdreiches der wahrscheinlichere - stark durchfeuchtetes Sand - Tongemisch - und für die Auslegung der Heizung und Lüftung maßgebendere weil ungünstigere Wert ist, reicht es unter Umständen aus, nur mit ihm zu rechnen. Das Analogmodell kann dann - siehe Tabelle - mit der 50-Hz-Netzfrequenz betrieben werden. Die den Temperaturen analogen Spannungen werden parallel zu den Kondensatoren gemessen. Der größte Blindwiderstand eines Kondensators beträgt 1 M Ω . Es kann mit Röhrenvoltmeter und auch mit Oszillographen mit hochohmigem Eingang (ca. 10 M Ω) gemessen werden. Die oszillographische Messung muß zur Erfassung der Ausgleichsvorgänge angewandt werden. Arbeitet man mit den Werten der zweiten Zeile der Tabelle, so entspricht einer Stunde im Modell eine Zeit von 2,3 μs .

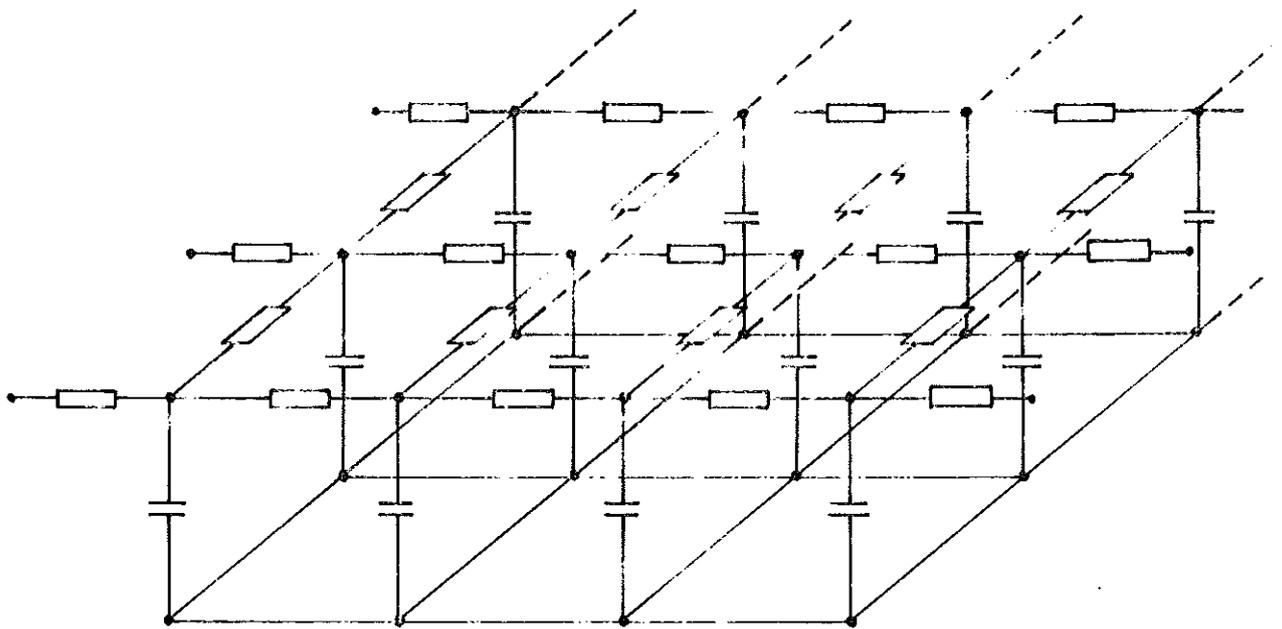
24.6.1958
Bo/Schw.

W. Bothe

TABELLE

		Erde		Kies		Beton		Pappe	Wärmeübergangswiderstand		f_B
λ_E	β	R_E	C_E	R_K	C_K	R_B	C_B	R_P	innen	außen	
$\frac{\text{kcal}}{\text{m}^\circ\text{Ch}}$	$\frac{\text{h}^\circ\text{C}}{\text{kcal } \Omega}$	$\text{k } \Omega$	10^{-9}F	$\text{k } \Omega$	10^{-9}F	$\text{k } \Omega$	10^{-9}F	$\text{k } \Omega$	$\text{k } \Omega$	$\text{k } \Omega$	Hz
1,5	$3,3 \cdot 10^{-5}$	20	5	30	3	26,5	4	62,5	15	3,45	73,3
2,2	$2,26 \cdot 10^{-5}$	20	5	44	3	39	4	92	22	5,1	50

Abb. 5

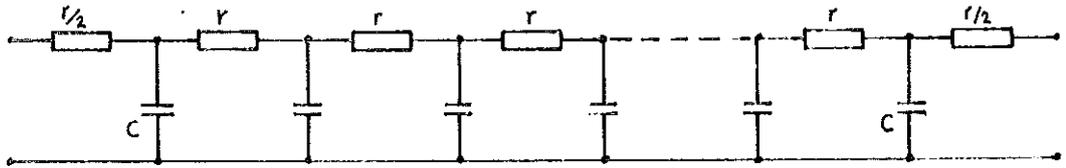


Elektrisches Analogon für zweidimensionale Wärmeströmung.

DESY		pez.:	Datum	Name	Gruppe: M6 Zchn. No.: 5 Blatt No.: 3 Ersetzt von: Ersetzt durch: x ausl. von: ausgel. von: Auftrag No.:
		repr.:	6.58	Ne	
		gen.:		Kn	
Maßstab:	<u>Abb. 5</u>				

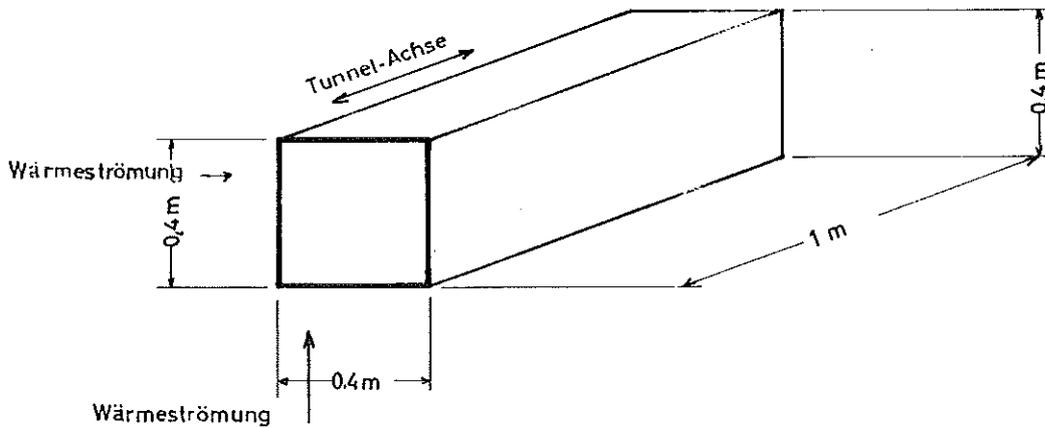
642/7.4

Abb. 4



Kettenleiter-Analog für eindimensionale Wärmeströmung.

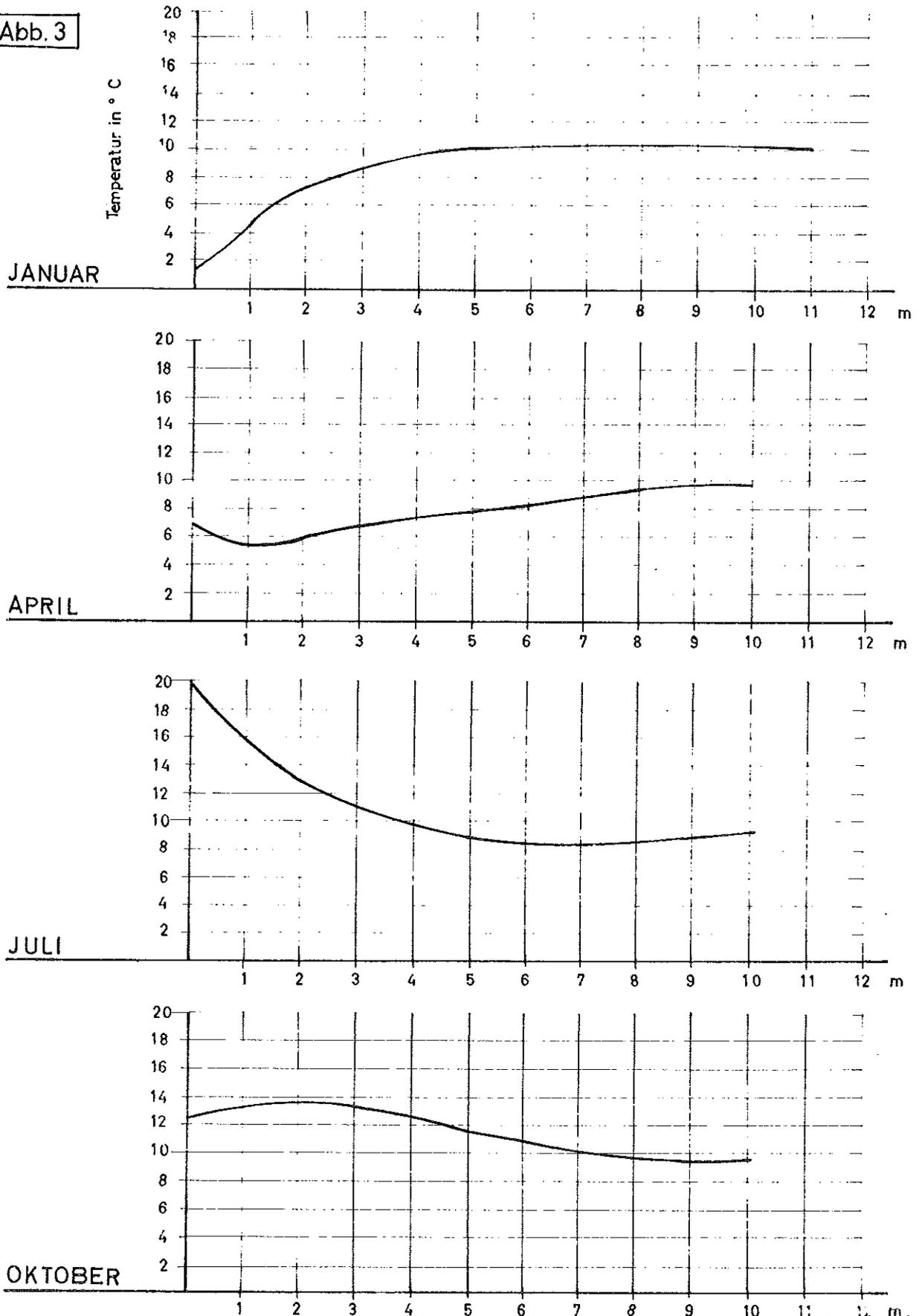
Abb. 6



Volumen-Element für die Nachbildung

DESY		gez.:	Datum	Name	642/6.4 Gruppe: M6 Zeich. No.: 5 Blatt No.: 2 Erzeugt von: Erzeugt durch: x aus: ausgeh. von: Auftrag No.:
			6.58	Ne	
gepr.:		Kn			
gen.:					
Maßstab:	Abb. 4				
	Abb. 6	s.o.			

Abb. 3



64273.4^m

DESY	Datum		Name		Gruppe:	M 5
	gez.:	4.58	Ne		Zon. No.:	1
	gepr.:		Kn		Blatt No.:	2
	gena.:				Erst. No.:	
Maßstab:	Erdbodentemperaturen (0-12mTiefe) Hamburg-Bergedorf Mittel 1911-1918				Erst. durch:	
					x c.:	
					Ausf. No.:	

Abb.1

Ringtunnel- Querschnitt

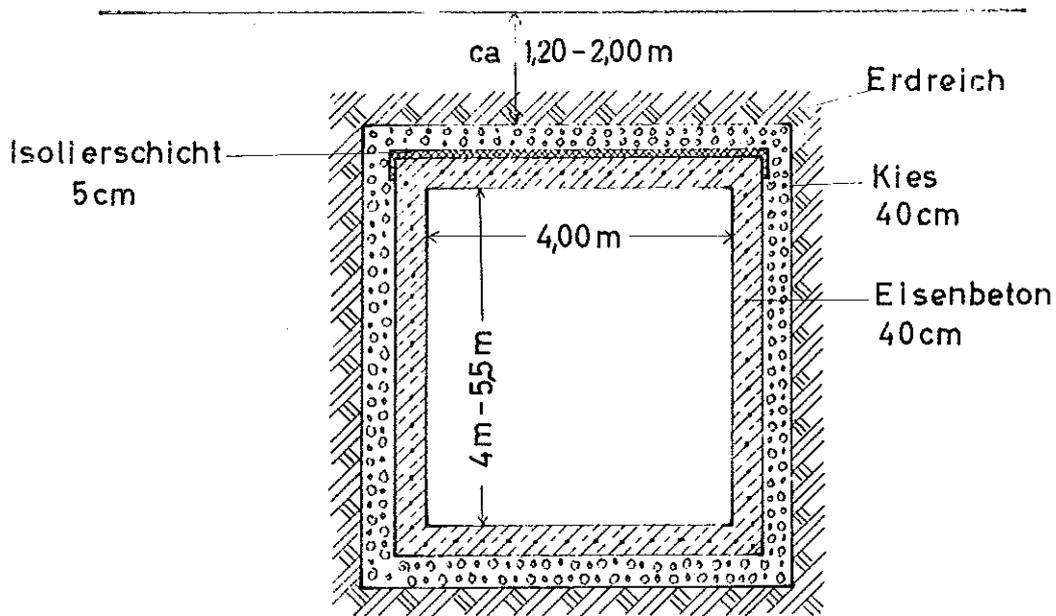
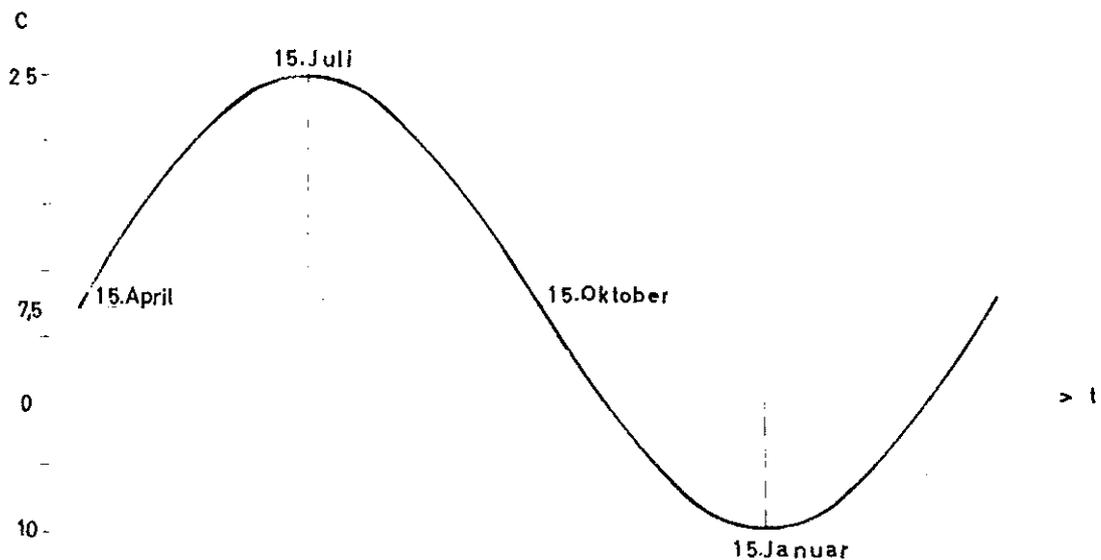


Abb.2

Temperaturgang in Hamburg in einem Jahr mit extremen Sommer und Wintertemperaturen.



Die Kurve verbindet mittlere Tagestemperaturen, wobei die Scheitelpunkte gemessene Extremwerte verschiedener Jahre sind.

642/5.4

DESY	gez:	Datum	Name	Gruppe: M 5 Zahl. No.: 5 Blatt No.: 1 Ersatz für: Ersatz durch: x ausf.: ausgef. von: Antrag No.:
	gepr.:	5.58	Ne.	
	gen.:			
	Maßstab: 1:100	1. Ringtunnel-Querschnitt 2. Temperaturgang in Hamburg		