

Interner Bericht

DESY-Bibliothek

4. DEZ. 1967 ✓  
DESY F1/4

PHOTOPRODUKTION VON  $\rho^0$ -MESONEN IN EINER  
WASSERSTOFFBLASENKAMMER BEI PHOTONEN-  
ENERGIEN BIS ZU 5.8 GEV

von

H. Spitzer

Physikalisches Staatsinstitut  
II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg

1. The first part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee. The names are listed in alphabetical order. The addresses are listed in the same order as the names.

...

...

2. The second part of the document is a list of names and addresses of the members of the committee. The names are listed in alphabetical order. The addresses are listed in the same order as the names.

Photoproduktion von  $\rho^0$ -Mesonen  
in einer Wasserstoffblasenkammer  
bei Photonenenergien bis zu 5.8 GeV <sup>+)</sup>

von

H. Spitzer

Physikalisches Staatsinstitut

II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg

---

<sup>+)</sup>  Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation im Rahmen eines Experiments der Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München-Kollaboration am Deutschen Elektronen-Synchrotron in Hamburg. Die Mitglieder der Kollaboration sind

U. Brall, R. Erbe, H.G. Hilpert, G. Reimann und E. Schüttler (I. Physikalisches Institut der Technischen Hochschule, Aachen),

H. Böttcher, W. Bothin, K. Lanus, A. Meyer, A. Pose und W. Schreiber (Forschungsstelle für Physik hoher Energien der Deutschen Akademie der Wissenschaften, Berlin-Zeuthen),

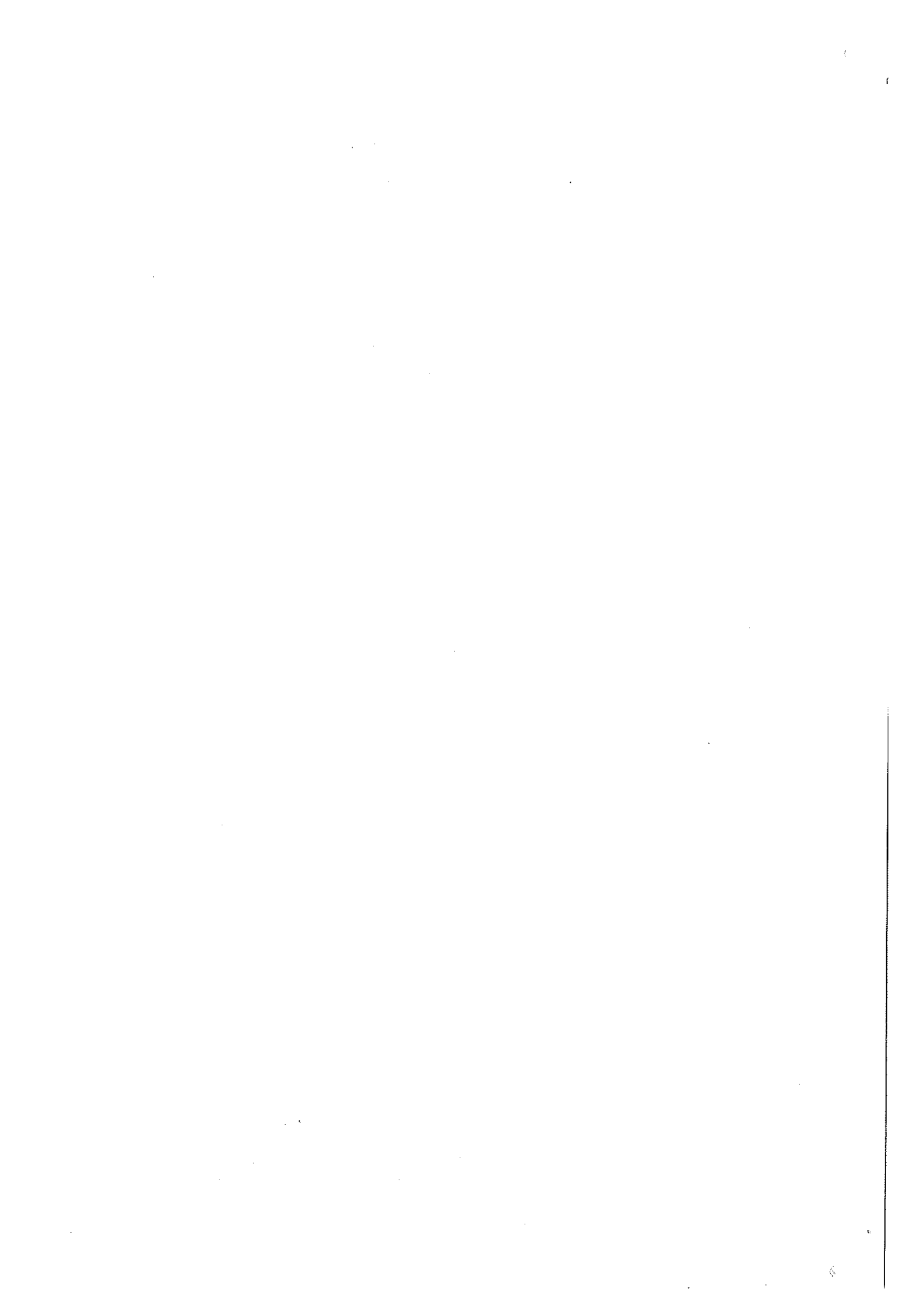
K. Böckmann, W. Johnssen, J. Moebes, H. Mück, B. Nellen und W. Tejessy (Physikalisches Institut der Universität Bonn und KFA Jülich, Bonn),

G. Harigel, G. Horlitz, E. Lohrmann, H. Meyer, W.P. Swanson, M.W. Teucher, G. Wolf und S. Wolff (Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Hamburg),

D. Lüke, D. Mönkemeyer, D. Pollmann, W. Rau, H. Seebeck, P. Söding, H. Spitzer und W. Woidtke (Physikalisches Staatsinstitut, II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg),

H. Beisel, H. Filthuth, H. Kolar und P. Steffen (Institut für Hochenergiephysik der Universität Heidelberg, Heidelberg),

P. Freund, K. Gottstein, N. Schmitz, P. Seyboth und J. Seyerlein (Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München).



## Abstract

The photoproduction of  $\rho^0$ -mesons has been investigated at photon energies from threshold up to 5.8 GeV with the help of the 85 cm hydrogen bubble chamber at DESY. About 8400 reactions of the type  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  were analysed in 640 000 pictures;  $\rho^0$ -production is the dominant process in this reaction above 1.1 GeV.

Results on the total cross sections, differential cross sections and decay matrix elements are given for various photon energy intervals. The total cross section rises above threshold to 20  $\mu\text{b}$  and falls slowly to about 16  $\mu\text{b}$  at 5 GeV. The magnitude and the energy dependence of the total cross section are successfully explained by a combined vector-dominance and quark model.

The forward differential cross section at 4.5 GeV agrees with the results of Crouch et.al.<sup>(2)</sup> but not with the work of Lanzerotti et.al.<sup>(3)</sup>. Both the cross sections and the decay distributions indicate a mainly diffractive production mechanism.

At high energies the  $\rho$  peak is distorted and shifted to low mass values. These features are explained by the interference of a resonant  $\rho$  amplitude with a coherent Drell-type background as proposed by Söding. We find several effects of the interference, e.g., a strong variation of the diffraction slope with the invariant  $\pi^+ \pi^-$  mass near the resonance and a dependence of the  $\rho$  mass distribution on the production angle.

In the first part (section II) of this work we describe the experimental procedure in detail. In the second part (section III) we present the results on  $\rho$ -production and give a short discussion. The appendix contains a description of the fitting procedure applied. The reader mainly interested in the results is referred to section III.

## Zusammenfassung

Wir haben die Photoproduktion von  $\rho^0$ -Mesonen mit Hilfe der 85 cm-Wasserstoffblasenkammer beim DESY untersucht. Die  $\rho^0$ -Mesonen werden unter 8400 Ereignissen der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  häufig beobachtet. Es werden totale Wirkungsquerschnitte, differentielle Wirkungsquerschnitte und Dichtematrixelemente angegeben.

Der totale Wirkungsquerschnitt steigt oberhalb der Schwelle auf 20  $\mu\text{b}$  und fällt dann langsam auf etwa 16  $\mu\text{b}$  bei 5 GeV ab. Die Größe und die Energieabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts können mit einem kombinierten Vektordominanz-Quarkmodell erklärt werden. Der differentielle Wirkungsquerschnitt in Vorwärtsrichtung bei 4.5 GeV stimmt mit den Ergebnissen von Crouch u.a. <sup>(2)</sup> überein, jedoch nicht mit den Messungen von Lanzerotti u.a. <sup>(3)</sup>. Die Wirkungsquerschnitte und die Zerfallswinkelverteilungen sind mit einem diffraktiven Erzeugungsprozeß verträglich. Bei hohen Energien ist die Massenverteilung des  $\rho^0$ -Mesons verzerrt und zu niedrigen Massenwerten verschoben. Diese Eigenschaften können durch die Interferenz einer resonanten  $\rho$ -Amplitude mit einem kohärenten Untergrund vom Drelltyp erklärt werden. Wir beobachten verschiedene Effekte der Interferenz, z.B. eine starke Variation des Abfalls des Diffraktionsmaximums mit der invarianten  $\pi^+ \pi^-$ -Masse in der Nähe der Resonanz und eine Abhängigkeit der  $\rho$ -Massenverteilung vom Erzeugungswinkel.

Photoproduktion von  $\rho^0$ -Mesonen in einer  
Wasserstoffblasenkammer bei Photonenenergien  
bis zu 5.8 GeV

	Seite
I Einleitung	1
II Beschreibung des experimentellen Verfahrens	
1. Strahlaufbau	3
2. Blaskammer	8
3. Durchmusterung der Filme (Scan)	10
4. Messungen	13
5. Räumliche und kinematische Rekonstruktion der Ereignisse	15
5.1. Räumliche Rekonstruktion	15
5.2. Kinematische Rekonstruktion	16
5.3. Fehlerbehandlung in GRIND	18
6. Hypothesenauswahl und Test der Entscheidungskriterien mit FAKE	21
7. Datenorganisation für die physikalische Analyse	27
8. Meßgenauigkeit	28
9. Berechnung von Wirkungsquerschnitten	31
9.1. Methode	31
9.2. Wirkungsquerschnitt für Elektron-Positron-Paarbildung	33
9.3. Flußbestimmung	41
9.4. Korrekturen und systematische Fehler	43
III Ergebnisse: Photoproduktion von $\rho^0$ -Mesonen an Protonen.	
1. Totale Wirkungsquerschnitte	50
1.1. Die Reaktionen $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$ , $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ , $\gamma p \rightarrow p3\pi^+3\pi^-$	52
1.2. Wirkungsquerschnitte für Ereignisse mit neutralen Teilchen im Endzustand	52

	Seite
1.3. Vorhersagen des Vektordominanzmodells.	53
2. Effektive Massenverteilungen	57
2.1. Bestimmung der Resonanzproduktion	57
2.2. Die Massenverteilung des $\rho$ -Mesons	60
3. Wirkungsquerschnitte für $\rho$ -Produktion	64
3.1. Totale und differentielle Wirkungsquerschnitte	64
3.2. Diskussion der Wirkungsquerschnitte	68
4. Zerfallswinkelverteilungen	71
4.1. Definitionen und Ergebnisse	71
4.2. Diskussion der Dichtematrixelemente	73
5. Interferenzeffekte in Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilungen	75
6. Zusammenfassung	78
IV Anhang: Anpassungsverfahren zur Bestimmung von Resonanzproduktion	79
A.1. Einleitung	79
A.2. Anpassungsverfahren für die Reaktion $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$	79
A.3. Anpassungsverfahren für die Reaktion $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$	85
A.4. Anpassungen mit RESGAM	88
A.5. Anpassungen mit MITOSIS	89
V Literaturverzeichnis	92
VI Verzeichnis der Abbildungen	95
Abbildungen	98



## I Einleitung

Die Photoproduktion von  $\rho^0$ -Mesonen an Wasserstoff wurde erstmals im Jahre 1961 am Cornell-Synchrotron beobachtet<sup>(1)</sup>. Die Experimente von Crouch u.M.<sup>(2)</sup> und Lanzerotti u.M.<sup>(3)</sup> am Elektronenbeschleuniger in Cambridge zeigten dann, daß die  $\rho^0$ -Photoproduktion bis zu Energien von 6 GeV ein dominierender Prozeß ist. Der Wirkungsquerschnitt als Funktion der Energie und der Verlauf der Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilungen zeigten ähnliche Eigenschaften wie die Diffraktionsstreuung von Hadronen, was nahelegte, die Rho-Erzeugung mit einem diffraktiven Produktionsmechanismus zu erklären. Jedoch traten bei der weiteren Deutung der Experimente Schwierigkeiten auf:

1. Der mittlere Wert der Rhomasse erschien bei 730-740 MeV und nicht bei 760-770 MeV wie in Experimenten mit  $\pi$ -Mesonen als Primärteilchen.
2. Die Ergebnisse der beiden Gruppen (2) und (3) für den  $\rho$ -Wirkungsquerschnitt an Wasserstoff differierten um einen Faktor zwei.
3. Ähnliche Reaktionen wie die Photoproduktion der anderen Vektormesonen  $\omega$  und  $\phi$  wurden gar nicht oder nur mit einem kleinen Wirkungsquerschnitt beobachtet.

Daher wurde, sobald die 85 cm-Wasserstoffblasenkammer beim Deutschen Elektronen-Synchrotron in Hamburg betriebsbereit war, ein Photoproduktionsexperiment mit hoher Statistik begonnen.

Die Blasen-kammer ist zum Studium der Photoproduktion von  $\rho^0$ -Mesonen besonders geeignet. Alle auslaufenden Teilchen der Erzeugungsreaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  sind in der Blasen-kammer sichtbar. Die Reaktion ist kinematisch dreifach überbestimmt. Die Dimensionen der 85 cm-Blasen-kammer sind so ausgelegt, daß die Ereignisse bis zu den maximal verfügbaren Photonenergien von ca. 6 GeV noch mit großer Genauigkeit gemessen werden können.

Das Experiment begann im Frühjahr 1965. Die Auswertung der Filme wurde von den Blasen-kammergruppen in Aachen, Berlin, Bonn, Hamburg, Heidelberg und München übernommen<sup>(4)</sup>.

Diese Arbeit stützt sich auf ca. 8400 Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .

Bei der endgültigen Auswertung wird die doppelte Statistik zur Verfügung stehen.

Die Arbeit hat zwei Teile:

Im ersten Teil wird das experimentelle Verfahren ausführlich beschrieben. Der zweite Teil enthält die Wirkungsquerschnitte für Mehrfach-Pion-Produktion (III 1.) und für  $\rho^0$ -Produktion (III 3.). Wir vergleichen die totalen Wirkungsquerschnitte mit den Vorhersagen eines kombinierten Vektordominanz-Quarkmodells. Die Spindichtematrixelemente des  $\rho^0$ -Zerfalls werden in III 4. diskutiert.

In III 2. untersuchen wir die Form der  $\rho$ -Massenverteilung. Der Verlauf und die Lage der Resonanzkurve können mit der von Söding<sup>(5)</sup> vorgeschlagenen Interferenz einer resonanten  $\rho$ -Amplitude mit einem kohärenten Untergrund erklärt werden.

Die Einflüsse der Interferenz auf die Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilungen werden in III 5. nachgewiesen und mit den Vorhersagen des Interferenzmodells von Krass<sup>(6)</sup> verglichen. Im Anhang beschreiben wir die mehrdimensionalen Anpassungsverfahren zur Bestimmung der Resonanzanteile und der Dichtematrixelemente.

## II Beschreibung des experimentellen Verfahrens

### 1. Strahlaufbau

Zur Untersuchung der Photoproduktion mit einer Blasenkammer wird ein möglichst paralleler Photonenstrahl von genügend niedriger, leicht regulierbarer Intensität benötigt. Das Strahlprofil muß so geformt sein, daß sich die Ereignisse gleichmäßig über die Breite der Blasenkammer verteilen.

Die vom Elektronenstrahl des Synchrotrons an einem internen Target erzeugte Bremsstrahlung erfüllt diese Anforderungen im allgemeinen nicht. Daher wurde der Photonenstrahl für die Blasenkammer durch Mehrfachumwandlung gewonnen <sup>(7)</sup>:

Man erzeugt mit Hilfe des primären Bremsstrahls einen Elektronenstrahl von definiertem Impuls und mit dem gewünschten Profil. Die Bremsstrahlung dieses Elektronenstrahls an einem dünnen Target dient dann als Photonenquelle für die Blasenkammer.

Abbildung 1 zeigt den Aufbau der Strahlelemente. Der auf 6 GeV beschleunigte Elektronenstrahl trifft in der Vakuumkammer des Synchrotrons auf ein Metalltarget. Die tangential austretende Bremsstrahlung erzeugt im Target T1 (3-6 mm Cu) durch Paarbildung hochenergetische Elektronen. Die Elektronen werden mit Hilfe des Quadrupoldubletts QB1 - QB2 und des Ablenkmagneten MB1 fokussiert und durch den Kollimator K2 (volle Öffnung ~ 1.5 cm) nach Impulsen analysiert. Man erreicht eine Impulsauflösung von  $\frac{\Delta p}{p} \approx \pm 1\%$ .

Ein weiteres Dublett von Quadrupolmagneten QD1-QD2 und der nachfolgende Ablenkmagnet MB2 geben dem Strahl die gewünschte Form und lenken ihn in Richtung auf die Blasenkammer. Die Bremsstrahlung aus Target T2 (1-1.5 mm Cu) erreicht nach Durchqueren des Strahlhärters (60 bzw. 80 cm kristallines LiH mit 10 cm  $\phi$ ) und des horizontalen Kollimators K3 (volle Öffnung 3 cm) die Kammer, während der Elektronenstrahl durch den Magneten MB3 abgelenkt wird.

Zwei Ablenkungsmagnete MA1 und MB4, in denen der Strahlhärter bzw. der Kollimator K3 aufgestellt sind, reinigen den Strahl von sekundären geladenen Teilchen.

Die Öffnung des Kollimators K1 und die Dicke der Targets T1 und T2 können durch Fernsteuerung variiert werden. Auf diese Weise ist eine rasche Intensitätsregelung möglich. Der Photonenfluß wird begrenzt durch die Zahl der Elektron-Positronpaare und der Comptonelektronen in der Blasen-kammer, die für eine zuverlässige Auswertung der Photoproduktionsereignisse noch zugelassen werden kann. Als günstig erwies sich eine Strahlintensität von 70 äquivalenten Quanten\* ( $E_\gamma > 0.1 \text{ GeV}$ ) pro Bild bei einer Maximalenergie von 5.8 GeV; das entspricht etwa 11 Paaren (mit Energien  $> 0.1 \text{ GeV}$ ) in einem Kammerbereich von 47 cm Länge. Man findet dann im Mittel auf 30 Bildern ein Photoproduktionsereignis mit drei oder mehr auslaufenden Spuren.

Die Energie des Elektronenstrahls konnte auf etwa 0.8 % genau eingestellt werden. Die eingestellten Energiewerte wurden durch Impulsmessungen an Elektronen der Sollenergie, die direkt in die Kammer gelenkt wurden, bestätigt.

Die genaue Position und die Feldwerte der Magnete wurden mit dem Analogrechner bei DESY berechnet. Abb. 2 zeigt die Enveloppen der Teilchenbahnen in der horizontalen und vertikalen Ebene. In der horizontalen Ebene wird der Strahl am Ort der Blasen-kammer fokussiert, während er in der vertikalen Ebene, die parallel zur Bildebene der Kameras liegt, breit gehalten wird, um eine gleichmäßige Verteilung der Spuren über die Bildbreite zu erreichen. Auf Grund der Rechnungen erwartet man unter Berücksichtigung der Vielfachstreuung im Target T2 einen Photonenstrahl in der Kammer mit Durchmessern (Fußbreite)  $D_y = 17 \text{ cm}$

und Divergenzen

$$D_z = 3.6 \text{ cm}$$
$$y' = \pm 2.5 \text{ mrad}$$
$$z' = \pm 1.2 \text{ mrad}$$

(Zur Definition des Bezugssystems siehe Abb. 3a)

Die angegebenen Werte hängen von der Emittanz des Elektronenstrahls im Synchrotron am Ort des Maschinentargets ab. Die Eigenschaften des Photonenstrahls können experimentell durch die Ausmessung der in der Blasen-kammer erzeugten Spuren von Elektronenpaaren bestimmt werden.

---

\*Zahl der äquivalenten Quanten =  $\frac{\text{Gesamte vom } \gamma\text{-Strahl transportierte Energie}}{\text{Maximalenergie des Strahls}}$

Abb. 4 und 5 zeigen die räumliche Verteilung der Entstehungspunkte und der Richtungen  $\lambda$  und  $\phi$  von Elektronenpaaren in der Kammer;  $\lambda$  und  $\phi$  sind hier im wesentlichen die projizierten Winkel in die xz- bzw. die xy-Ebene.

Die Breiten der gezeigten Verteilungen von  $\lambda$  und  $\phi$

$$\sigma_{\lambda} = \pm 3.2 \text{ mrad}$$
$$\sigma_{\phi} = \pm 2.1 \text{ mrad}$$

werden hauptsächlich durch die Meßfehler bestimmt. Die Verteilungen sind mit den Strahlführungsrechnungen und den dabei zugrunde gelegten Anfangsbedingungen verträglich.

Das Energiespektrum des Photonenstrahls wurde aus der Energieverteilung der gemessenen Elektronenpaare berechnet. Abb. 6 zeigt zwei Photonen-spektren mit Maximalenergien von 5.45 GeV bzw. 5.8 GeV. Es treten Abweichungen vom theoretischen Bremsspektrum (volle Kurve) auf.\* Bei hohen Energien wird die Bremskante durch die endliche Meßgenauigkeit ( $\frac{\Delta E_{\gamma}}{E_{\gamma}} = \pm 6\%$  bei 5.5 GeV) abgeflacht. Bei niedrigen Energien ist das Spektrum überhöht. Faltet man die Energieauflösung in das theoretische Bremsspektrum, so kann das gemessene Spektrum oberhalb 3 GeV reproduziert werden (gestrichelte Kurve).

Bei niedrigen Energien treten weiterhin Abweichungen auf, die von Mehrfachprozessen (Kaskaden) im Strahlhärter herrühren.

Strahlhärter verwendet man in Photoproduktionsexperimenten mit Blaskammern, um den Anteil von niederenergetischen  $\gamma$ -Quanten ( $E_{\gamma} < 10 \text{ MeV}$ ) am Photonspektrum zu reduzieren.

Die niederenergetischen Quanten erleiden im Strahlhärter durch den stark energieabhängigen Comptonprozeß besonders hohe Streuverluste.

Ein ähnlich verlaufendes Spektrum erhielten Crouch u.M. (2d) bei einem Blaskammerexperiment am Elektronenbeschleuniger in Cambridge/Mass. Sie benutzten einen Strahlhärter aus 1.8 Strahlungslängen Beryllium, die in Scheiben von jeweils 1" Dicke in einem 72" langen Magnetfeld verteilt waren. Auf Grund der Angaben in (2d) erwartet man, daß ein in Scheiben angeordneter LiH Strahlhärter von 0.3 - 0.5 Strahlungslängen im Magnetfeld einen noch günstigeren Spektrumsverlauf als die bisher benutzten Anordnungen liefern würde.

---

\*Bei der Berechnung des theoretischen Bremsspektrums wurden die endliche Dicke des zweiten Konversionstargets T2 und die Kollimation des Photonenstrahls berücksichtigt<sup>(8)</sup>. Die endliche Targetdicke (0.065 bzw. 0.1 Strahlungslängen) beeinflusst den Spektrumsverlauf oberhalb 5 GeV relativ stark.

Das Experiment wurde in vier Abschnitten von Februar 1965 bis Juni 1966 durchgeführt. Insgesamt wurden 1 730 000 Bilder aufgenommen. Tabelle 1 gibt einen Überblick über die Betriebsbedingungen während der einzelnen Abschnitte.

Tabelle 1 Übersicht über die Abschnitte des Experiments

Teil	Datum	Zahl der aufgenommenen	Bilder ausgewertet	Strahlenergie [GeV]		Strahlrichtung [rad]		Strahlhärter	Blasen-kammer		mittlere Länge des Scanvolumens [cm]	Spuren-zahl der gescannten Ereignisse	Mittlere Zahl der Paare im Scanvol.
				nominal	gemessen	$\lambda$	$\phi$		Magnetfeld <sup>2)</sup> [kG]	Exp. rate <sup>-1</sup> [sec <sup>-1</sup> ]			
I	Febr./ März 1965	58 000	33 200	5.5		0.0025 ±0.003	3.1428 ±0.002	80 cm LiH B = 0	21.3	1.	47	≥ 1	13.3
II	Mai 1965	396 000	278 700	5.45	5.44 ±0.10	-0.0015 ±0.003	3.1428 0.002	60 cm LiH B=8.6kG	20.9	1.	47	≥ 1 ≥ 3	8.4
III	Nov./ Dez. 1965	580 000	331 670	5.8	5.83 ±0.08	-0.002 ±0.0035	3.1413 ±0.0021	60 cm LiH B=8.6kG	22.6	1.	47	≥ 3	11.3
						-0.002 ±0.0035	3.1435 ±0.0021			1.43			
IV	Juni 1966	696 000	1)	5.8	5.80 ±0.12	-0.00296 ±0.0032	3.1416 ±0.0021	60 cm LiH B=8.6kG	20.9	1. 1.43	43	≥ 3	1)
										1.67			
	Summe	1730 000	643 570										

1) Auswertung noch nicht abgeschlossen

2) Es werden mittlere Werte in Kammermitte angegeben

Mittlere Dicke des 2. Konversionstargets:

Teil I und II 1 mm Cu

Teil III und IV 1.5 mm Cu

## 2. Blasenkammer

Das Experiment wurde mit der 85 cm Blasenkammer beim DESY durchgeführt. Die Blasenkammer wurde in den Jahren 1961 bis 1964 in Anlehnung an die 81 cm Blasenkammer der Ecole Polytechnique in Saclay gebaut<sup>(9)</sup>. Dabei wurde die Kammertiefe vergrößert und das optische System<sup>(10)</sup> einschließlich der Kameras völlig neu ausgelegt. Die Wasserstoffversorgung wurde vom Dewarbetrieb auf einen Verflüssiger umgestellt.

Abb. 3 a) und b) zeigt eine schematische Darstellung der Bauelemente der Blasenkammer.\*)

Der eigentliche Kammerkörper hat eine maximal nutzbare Innenausdehnung von 85 cm x 40 cm x 40 cm<sup>\*\*)</sup>. Die Begrenzungsflächen an den beiden Schmalseiten sind halbkreisförmig abgerundet. Das nutzbare Volumen beträgt 110 l Wasserstoff.

Zwei je 7.5 cm dicke Glasfenster an den Breitseiten erlauben die Beleuchtung der Kammer von der Blitzseite her und die Beobachtung der Spuren durch die Kameras.

Die Kammer wird bei ca. 26°K betrieben. Zur Temperaturregelung dient ein von flüssigem Wasserstoff durchspülter Kammermantel. Zwei um den Kammerkörper gelegte Wärmeschirme, die sich auf Temperaturen von etwa 27°K bzw. 77°K befinden, vermindern die Wärmeverluste durch Strahlung. Der Kammerkörper mit den Wärmeschildern ist in einem Sicherheitstank aufgehängt. Das in diesem Tank herrschende Vakuum von ca.  $10^{-6}$  Torr verhindert weitgehend den Wärmetransport durch Leitung und Konvektion.

Das Expansionssystem befindet sich oberhalb der Kammer. Durch eine annähernd adiabatische Expansion von einem Ruhedruck  $p_0 = 5.5 \text{ kg/cm}^2$  auf ca.  $3.5 \text{ kg/cm}^2$  wird der flüssige Wasserstoff in einen überkritischen Zustand versetzt, in dem eine Blasenbildung längs der Bahn ionisierender Teilchen stattfindet.

Um den zweiten Wärmeschirm herum liegen auf beiden Kammerseiten die Spulen des Elektromagneten, der ein Magnetfeld von etwa 22 kG in der Kammer erzeugt.

An der Stelle des Strahleintritts tragen der Sicherheitstank bzw. der

\*) Technische Einzelheiten findet man bei G. Harigel, G. Horlitz, S. Wolff, DESY-Bericht 67/14 (1967)

\*\*\*) Die lichte Weite zwischen den Innenwänden der beiden Schmalseiten (Strahleinschuß und Strahlaustritt) beträgt 85 cm. Die Fensterdichtungen lassen nur eine Länge von 81 cm frei.



Kammerkörper zwei dünne Metallfenster (10 cm breit, 20 cm hoch, Material: am Tank 0.5 mm Stahl, am Kammerkörper 3 mm Aluminium). Die bei Reaktionen im äußeren Strahleintrittsfenster erzeugten Teilchen werden durch einen Vormagneten mit einem Feld von 11 kF abgelenkt. Teilchen mit Impulsen  $\leq 2$  GeV/c gelangen nicht mehr in die Kammer.

Die Beleuchtung der Kammer erfolgt nach dem Prinzip der Dunkelfeldbeleuchtung (s. Abb. 7). Das Licht von vier Xenonhochleistungsblitzröhren wird durch zwei Kondensorbänke auf ein Gebiet außerhalb der Kameraöffnungen abgebildet. Nur das an den Dampfbläschen unter kleinen Winkeln gestreute Licht gelangt in die Blenden der Kameras. Mit der vorliegenden Anordnung erreicht man eine optimale Ausleuchtung der Kammer.

Die Ausdehnung des sichtbaren Volumens ist abhängig vom Ort der Kameras und der Blitzröhren (s. Tabelle 2). Durch Kombination von drei Kameras überstreicht man einen sichtbaren Bereich von ca. 77 cm Länge. Der von allen drei Kameras gemeinsam überstrichene Bereich ist 62 cm lang.

Tabelle 2 Maximale Ausdehnung des sichtbaren Bereichs in der Blaskammer bei Normalstellung der Blitzröhren. Zur Definition des Koordinatensystems s. Abb. 3a).

Kamera 1	$- 39 \text{ cm} \leq x \leq 31 \text{ cm}$	$- 16 \text{ cm} \leq y \leq 18 \text{ cm}$	$- 40 \text{ cm} \leq z \leq 0 \text{ cm}$
2	$- 31 \text{ cm} \leq x \leq 38,5 \text{ cm}$	$- 17 \text{ cm} \leq y \leq 17 \text{ cm}$	
3	$- 39 \text{ cm} \leq x \leq 31 \text{ cm}$	$- 18 \text{ cm} \leq y \leq 16 \text{ cm}$	

Die Kameras sind für eine Aufnahmefrequenz von 5 Bildern/Sekunde gebaut. Bei dieser Geschwindigkeit kann die Arretierung des Films nicht mehr zuverlässig mit einer Ansaugvorrichtung erreicht werden. Statt dessen wird der Film durch eine gepolsterte Metallplatte gegen eine 1.7 cm dicke Glasscheibe gepreßt.

Die Kameras arbeiten mit einer Verkleinerung 1:15 in der Mittelebene der Kammer. Zwischen Kameras und Kammerkörper befinden sich je zwei insgesamt 5.7 cm dicke Gläser als Fenster des Sicherheitstanks und des äußeren Wärmeschirmes.

Auf den beiden Innenflächen und auf der blitzseitigen Außenfläche der Kammerfenster sind 3 cm hohe kreuzförmige Marken in das Glas geätzt. Sie werden mit den Spuren zusammen fotografiert und dienen als Bezugspunkte

für Koordinatenmessungen auf dem Film.

Durch die Messung der Bezugsmarken auf dem Film ist es nach einem von G. Wolf angegebenen Verfahren<sup>(11)</sup> möglich, die Werte der Kamerakoordinaten, der Kammertiefe und des Abstandes zwischen dem vorderen Hauptpunkt und dem Frontglas der Kammer auf 0.1-0.3 mm genau zu bestimmen. Man benutzt außer den auf dem Film gemessenen Koordinaten der Bezugsmarken die bei Zimmertemperatur bestimmten räumlichen Koordinaten der Bezugsmarken auf den Gläsern und gewinnt die gesuchten Parameter durch ein Optimalisierungsverfahren. Die Kontraktion der Gläser bei Abkühlung von Zimmertemperatur auf 31°K wurde dabei mit  $\frac{\Delta l}{l} = 10^{-3}$  angesetzt.

Der Wasserstoffbedarf für die Kammerfüllung und für Kühlzwecke wird von einem direkt angeschlossenen Verflüssiger aufgebracht. Zum Füllen der Kammer selbst benutzt man Parawasserstoff. Die Wasserstoffdichte wurde für den ersten Abschnitt durch Ausmessung von  $\mu$ -Mesonenspuren aus  $\pi^+$ -Zerfällen in Ruhe bestimmt. Sie beträgt  $\rho = 0.06204 \pm 0.00099 \text{ g/cm}^3$ . Das Magnetfeld in der Blasenkammer ist in guter Näherung homogen. Der Vektor  $\vec{B}$  zeigt in z-Richtung. Der Absolutwert B hängt innerhalb von  $\pm 6 \%$  vom Ort in der Kammer ab. Die räumliche Verteilung der z-Komponente des Feldes wird in den Auswerteprogrammen berücksichtigt. Aus technischen Gründen konnte der Magnet nicht geregelt, sondern nur gesteuert betrieben werden. Während der einzelnen Abschnitte des Experimentes traten Langzeitschwankungen des Magnetstroms von ca.  $\pm 2.5 \%$  auf. Die Magnetfeldwerte wurden daher in regelmäßigen Abständen abgelesen und jeweils über einen Film (~3000 Bilder) gemittelt. Die Schwankungen innerhalb eines Films waren kleiner als  $\pm 0.5 \%$ .

### 3. Durchmusterung der Filme (Scan)

In den folgenden Abschnitten 3-6 wird das Auswerteverfahren der Hamburger Gruppe beschrieben. Die Auswerteverfahren der übrigen Gruppen sind ähnlich.

Der Scan erfüllt wie bei einem Blasenkammerexperiment mit geladenen Strahlteilchen die doppelte Aufgabe, die gesuchten Wechselwirkungen auf den Filmen aufzufinden und gleichzeitig den Fluß der Strahlteilchen zu bestimmen.

Gesucht werden alle Ereignisse, bei denen stark wechselwirkende Teilchen entstehen. Da der Anfangszustand ( $\gamma + p$ ) einfach positiv geladen ist, treten Ereignisse mit jeweils 1,3,5,7.. geladenen Spuren auf. Seltsame

Teilchen können auf Grund ihrer charakteristischen Zerfälle erkannt werden. Die Forderung einer positiven Gesamtladung erlaubt es, den starken elektromagnetischen Untergrund abzutrennen. Er besteht aus Comptonelektronen (die als einzelne negative Spuren erscheinen), aus am Elektron erzeugten Elektron-Positronpaaren mit einer Gesamtladung  $-1$  und aus am Kern erzeugten Paaren (sichtbare Gesamtladung  $0$ ).

Die stark wechselwirkenden Teilchen werden außerdem meist unter größeren Winkeln gegen die Strahlrichtung emittiert als die annähernd in Vorwärtsrichtung erzeugten Elektronen und Positronen.

Die Filme von jeweils zwei Kameras werden an Projektionstischen mit 1.31- bzw. 1.5-facher Vergrößerung (gegenüber der experimentellen Anordnung) projiziert und von einem Scanner gemustert.

Die in einem definierten Bereich von Kamera 2, dem Scanvolumen, beobachteten Photoproduktionsereignisse werden in Listen notiert. Gleichzeitig werden Kontaktabzüge im Maßstab 1:1 hergestellt. Die Spuren und Ereignispunkte erhalten Kennzeichen (Label), mit denen sie beim Messen und in den Auswerteprogrammen identifiziert werden können. Das Scanvolumen ist so begrenzt, daß die Spuren aller Ereignisse hinreichend lang gemessen werden können (Mindestlänge 13 cm für vorwärtslaufende Spuren und 10 cm für rückwärtslaufende Spuren). Die Ausdehnung des Scanvolumens wurde in den einzelnen Gruppen etwas verschieden gewählt. Sie betrug für die Filmmenge, die in dieser Arbeit berücksichtigt ist, im Mittel 47 cm ( $-29 \text{ cm} \leq x \leq +18 \text{ cm}$ ). Im zweiten Teil der Auswertung wurde die Länge des Scanvolumens auf 43 cm herabgesetzt ( $-29 \text{ cm} \leq x \leq +14 \text{ cm}$ ). Zur Definition des Koordinatensystems siehe Abb. 3a). Der Scanner untersucht jeweils, ob die Spurendpunkte von stark ionisierenden positiven Spuren in der Kammer liegen. Wenn ein positives Teilchen in der Kammer zur Ruhe kommt ohne zu zerfallen oder zu annihilieren, kann es sich in diesem Experiment nur um ein Proton handeln. Die Endpunkte werden mit einem besonderen Label gekennzeichnet. Zusätzlich zu der Impulsmessung wird dann an den Meßtischen eine Reichweitemessung vorgenommen, die sehr genau ist. Sekundäre Wechselwirkungen von auslaufenden Teilchen werden nur dann notiert und mitgemessen, wenn der Impuls der Verbindungsspur sich am Meßtisch nicht genauer als auf 6 % bestimmen läßt.

Zur Auszählung des Strahlflusses nutzt man in Photoproduktionsexperimenten mit Blaskammern den elektromagnetischen Untergrund von Elektron-Positronpaaren aus. Da der Wirkungsquerschnitt für Paarbildung hinreichend genau bekannt ist, kann man aus der Anzahl und Energieverteilung der Paare das Photonspektrum und seine Intensität berechnen.

Auf jedem 100. Bild werden alle Elektronenpaare einschließlich der Paare am Elektron mit einer Gesamtenergie größer als 50 MeV gezählt und auf Kontaktabzügen gekennzeichnet. Die Länge des Scanvolumens für Paare und Ereignisse ist jeweils exakt gleich und geht daher in die Berechnung der Wirkungsquerschnitte nicht ein. Tritt zwischen zwei Paarzählungen ein unbrauchbares Bild auf, so wird es übergangen. Die folgende Paarzählung wird um ein Bild verschoben.

Als unbrauchbar gelten

1. Bilder mit Kamera- oder Blitzausfall (bereits, wenn eine Kamera versagt hat),
2. Leerbilder,
3. Bilder mit sehr hoher Paardichte, bei denen eine zuverlässige Paarzählung nicht mehr möglich ist.

Ereignisse auf unbrauchbaren Bildern werden nicht notiert.

Im allgemeinen liegt die Zahl der unbrauchbaren Bilder auf den ausgewerteten Filmen zwischen 1 % und 5 %.

Alle Filme werden zweimal von unabhängigen Beobachtern gescannt. Auch im 2. Scan werden Kontaktabzüge der Bilder mit Paarzählungen hergestellt.

Die Scanlisten von beiden Scans werden auf Lochkarten übertragen. Ein Rechenprogramm<sup>(12)</sup> prüft dann die Ergebnisse auf Übereinstimmung und druckt eine Liste der Abweichungen aus.

Die Abweichungen werden bei einem sorgfältigen Vergleichsscan untersucht und entschieden. Das Ergebnis kommt auf eine weitere Scankarte.

Die kombinierte Scangüte  $\alpha$  für beide Scans berechnet sich aus

$$\alpha = \frac{V(n_1 + n_2 - V)}{n_1 \cdot n_2} .$$

$n_1$  = Zahl der im 1. Scan gefundenen Ereignisse

$n_2$  = Zahl der im 2. Scan gefundenen Ereignisse

$V$  = Vereinigungsmenge = Zahl der im 1. Scan  
und  
oder 2. Scan gefundenen Ereignisse

Die Scangüte hängt von der Spurenzahl und dem Vorhandensein stark ionisierender Teilchen (Protonen) ab.

Sie beträgt für 1-Spurereignisse mit Proton	99.3 %
1-Spurereignisse ohne Proton	97.1 %
3-Spurereignisse mit Proton	99.8 %
3-Spurereignisse ohne Proton	99.2 %
≥ 5-Spurereignisse	~100 %

Die Scangüte für Paarzahlungen beträgt ca. 99.6 %. Alle Wirkungsquerschnitte werden auf übersehene Ereignisse und Paare korrigiert.

#### 4. Messungen

Die Messungen wurden in Hamburg an zwei digitalisierten Meßprojektoren vom Typ Coknitron<sup>(13)</sup> und Meßwolff<sup>(14)</sup> ausgeführt.

Auf jeder Spur werden ca. 10 Punkte gemessen. Außerdem werden in jeder Kamera 4 bis 5 Bezugsmarken gemessen als Referenzpunkte für die räumliche Rekonstruktion. Die kleinste Meßeinheit entspricht etwa 70  $\mu$  in der Kammer.

Die Meßgenauigkeit wird begrenzt durch

1. Einstellgenauigkeit am Meßtisch,
2. Coulombstreuung der Spuren,
3. Abbildungsfehler am Meßtisch,
4. Abbildungsfehler und Verzerrungen der Blaskammer.

Um die beiden letzten Fehlerquellen zu untersuchen, wurden Elektronenspuren von 5.8 GeV ausgemessen, die bei einem Magnetfeld von  $B = 0$  fotografiert worden waren ("Gerade Spuren"). Die Verzerrungen durch die Optik des Meßtisches lassen sich größtenteils eliminieren, indem man zwei Meßreihen ausführt, bei denen der Film zunächst in Strahlrichtung und dann entgegengesetzt zur Strahlrichtung eingelegt wird. Tabelle 3a) zeigt die Ergebnisse.

Tabelle 3      Meß- und Abbildungsfehler

Lage des Films beim Messen		$\bar{\frac{1}{r}}$ ( $10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ )	$\sigma \left(\frac{1}{r}\right)$ ( $10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ )	$\bar{\frac{1}{r}}$ Kammer ( $10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ )	Korrektur auf Verzerrungen der Meßtischoptik ausgeführt
a)	in Strahl- entgegen richtung	$-1.2 \pm 0.45$	1.9	$-0.37 \pm 0.7$	nein
		$+0.83 \pm 0.39$	1.7		
b)	in Strahl- entgegen richtung	$-0.79 \pm 0.39$	1.8	$-0.66 \pm 0.7$	ja
		$+0.13 \pm 0.42$	1.7		

Die gemessene mittlere Krümmung  $\bar{\frac{1}{r}}$  der Spuren ist von Null verschieden ( $\bar{\frac{1}{r}} \sim 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ ) und hat für die beiden Meßreihen ein entgegengesetztes Vorzeichen. Sie rührt also hauptsächlich von den Verzerrungen am Meßtisch her. Die Differenz beider Werte  $\bar{\frac{1}{r}}$  Kammer, die auf Verzerrungen in der Blaskammer und in der Blaskammeroptik zurückzuführen ist, fällt kleiner aus und ist vernachlässigbar. Die Streuung  $\sigma \left(\frac{1}{r}\right)$  der Verteilung von  $\frac{1}{r}$  ist ein Maß für die Einstellgenauigkeit. Die Einstellgenauigkeit drückt man durch den maximal nachweisbaren Impuls  $p_{\text{MDM}}$  (maximum detectable momentum) aus. Für  $p = p_{\text{MDM}}$  ist der Impulsfehler durch Einstellgenauigkeit gleich groß wie  $p$ , wenn die Spur über die ganze Kammerlänge ( $\sim 60 \text{ cm}$  je Kamera) gemessen wird. Der Wert von  $p_{\text{MDM}}$  beträgt für die Meßprojektoren etwa  $350 \text{ GeV}/c$ .

Der Einfluß der Abbildungsfehler am Meßtisch kann durch ein Korrekturverfahren verringert werden. In jeder Kameraprojektion werden dazu ca. 100 Gitterpunkte eines quadratischen Strichgitters ausgemessen, das statt der Filme eingelegt wird. Aus den Abweichungen der Meßpunkte vom exakten Gitter wird für die beiden Zählrichtungen je ein Korrekturpolynom 3. Ordnung bestimmt, mit dessen Hilfe die Meßpunkte aller Spurmessungen im Geometrieprogramm korrigiert werden. Tabelle 3b) zeigt die korrigierten Ergebnisse von Messungen an geraden Spuren.

Die mittleren nachweisbaren Krümmungen verringern sich etwa auf die Hälfte ( $\sim 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ ) und liefern keinen nennenswerten Beitrag zur Meßgenauigkeit mehr\*. Die Meßgenauigkeit rührt dann im wesentlichen von Einstell- und Coulombstreufehlern her.

## 5. Räumliche und kinematische Rekonstruktion der Ereignisse

Eine Kette von Rechenprogrammen verarbeitet die Meßergebnisse. Zunächst rekonstruiert ein Geometrieprogramm den Verlauf und die Lage der gemessenen Spuren und Punkte im Raum. Ein Kinematikprogramm ordnet den Spuren Teilchenmassen zu und ermittelt die kinematisch möglichen Teilchenkombinationen für jedes Ereignis.

### 5.1. Räumliche Rekonstruktion

Als Geometrieprogramm wird das von G. Wolf geschriebene Programm WELAGA<sup>(15)</sup> <sup>(16)</sup> benutzt. Die geometrischen Verhältnisse der Blaskammer bei DESY werden geeignet berücksichtigt\*\*.

Das Geometrieprogramm liefert für jede Spur die räumlichen Koordinaten der Spuranfangs- und -endpunkte, die Krümmung  $\frac{1}{r}$  in Spurmitte, den Dipwinkel  $\lambda$  und den projizierten Winkel  $\phi$ , außerdem die Fehler  $\Delta\left(\frac{1}{r}\right)$ ,  $\Delta\lambda$  und  $\Delta\phi$ .

Wir benutzen die Definitionen:

- r Radius der Spurprojektion in die xy-Ebene
- $\lambda$  Neigungswinkel zwischen Spur und xy-Ebene (Dipwinkel)
- $\phi$  Winkel zwischen der x-Richtung und der Projektion der Spur in die xy-Ebene.

Zur Definition des Koordinatensystems s. Abb. 3a).

Die genauen Positionen der Kameras, der Blaskammerfenster und der Bezugsmarken werden nach dem in (11) beschriebenen Verfahren für jeden Teilabschnitt des Experiments bestimmt und in das Geometrieprogramm eingegeben.

---

\*Das Korrekturverfahren wurde für die in Hamburg gemessenen Ereignisse seit Anfang 1966 angewendet. Lediglich 1700 im Jahre 1965 gemessene Ereignisse mit 3 und mehr Spuren und alle 1-Spurereignisse sind nicht entzerrt.

\*\*Der Einfluß der Glasplatten vor der Filmebene muß ausgeglichen werden<sup>(17)</sup>.

Ein neuer Teilabschnitt beginnt nach jeder Erwärmung der Blaskammer auf die Siedetemperatur von Stickstoff.

Liegen zu einem Ereignis mehrere Messungen vor, so tritt im Anschluss an WELAGA das Programm HERAK in Funktion. HERAK sucht aus den verschiedenen Messungen zu einem Ereignis jeweils die Punkte mit den kleinsten Positionsfehlern ( $\Delta z$  minimal) und die Spuren mit den kleinsten Krümmungsfehlern aus und stellt sie zu einem "neuen" Ereignis zusammen. HERAK verringert so den Meßaufwand für Nachmessungen, da im allgemeinen nur noch einzelne Spuren nachgemessen zu werden brauchen.

## 5.2. Kinematische Rekonstruktion

Zur kinematischen Anpassung wird das in CERN geschriebene Programm GRIND<sup>(18)</sup> verwendet.

Außer den Ergebnissen der Geometrierechnung werden die folgenden experimentabhängigen Daten in GRIND verarbeitet:

1. Energie-Reichweitetablelle in Wasserstoff,
2. Magnetfeldliste,
  - a) räumlicher Verlauf des Magnetfeldes,
  - b) Mittelwerte des Feldes in den ausgewerteten Filmen,
3. Richtung des  $\gamma$ -Strahls für die verschiedenen Teilabschnitte des Experimentes.

Die Strahlrichtung wird aus der Richtung von Elektronenpaaren mit Energien größer als 500 MeV bestimmt. Die Werte sind in Tabelle 1 aufgeführt.

GRIND berechnet zunächst mit Hilfe der Magnetfeldliste für jede Spur den Impuls in Spurmitte. Dann werden den Spuren Teilchenmassen zugeordnet und die Impulse am Spuranfang berechnet. Der Beitrag der Coulombstreuung zu den Fehlern wird eingeführt.

Bei der Massenzuordnung werden die in Tabelle 4 angegebenen Teilchenkombinationen durchgerechnet. Die einzelnen Teilchenkombinationen nennt man Hypothesen.

Tabelle 4 Liste der von GRIND durchgerechneten Hypothesen

1-Spurereignisse	$\gamma p \rightarrow p\pi^0$	OF
	$n\pi^+$	OF



3-Spurereignisse	$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$	3F
	$p \pi^+ \pi^- \pi^0$	OF
	$n \pi^+ \pi^-$	OF
	$p K^+ K^-$	3F
	$p K^+ K^- \pi^0$	OF
5-Spurereignisse	$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$	3F
	$p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0$	OF
	$n \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^-$	OF
	$p K^+ K^- \pi^+ \pi^-$	3F
	$p K^+ K^- \pi^+ \pi^- \pi^0$	OF
7-Spurereignisse	$p 3 \pi^+ 3 \pi^-$	3F
	$p 3 \pi^+ 3 \pi^- \pi^0$	OF
	$n 4 \pi^+ 3 \pi^-$	OF

3F Hypothesen mit 3 Freiheitsgraden

OF Hypothesen mit 0 Freiheitsgraden

Außerdem gibt es zahlreiche Hypothesen für Ereignisse mit sichtbar zerfallenden seltsamen Teilchen.

Für die Rechnung sind bekannt:

Die Impulse und Winkel der geladenen auslaufenden Teilchen, die Winkel des einlaufenden Photons und die Massen der ein- und auslaufenden Teilchen. Als Nebenbedingung müssen vier Erhaltungssätze erfüllt sein. Bei Hypothesen ohne neutrale Teilchen im Endzustand wird zunächst mit Hilfe der Nebenbedingungen die einzige Unbekannte, der Impuls des einlaufenden Photons, berechnet. Das Ereignis ist dann noch dreifach überbestimmt ( $\chi^2$ -Verteilung mit 3 Freiheitsgraden). In einem Optimierungsverfahren werden die Spurdaten  $p$ ,  $\lambda$  und  $\phi$  verbessert und die Güte der Anpassung geprüft.

Man minimalisiert den Ausdruck:

$$M(x_1^{\text{Fit}}, \dots, x_{3n}^{\text{Fit}}, a_1, a_2, a_3) =$$

$$\sum_{k,j=1}^{3n} (x_j^G - x_j^{\text{Fit}})^2 G_{jk} (x_k^G - x_k^{\text{Fit}})^2 + \sum_{m=1}^3 a_m F_m (x_1^{\text{Fit}}, \dots, x_{3n}^{\text{Fit}}) \quad (1)$$

$n$  Zahl der ein- und auslaufenden Teilchen

$x_{3i-2}, x_{3i-1}, x_{3i}$  Werte  $\frac{1}{p}, \lambda, \phi$  des  $i$ -ten Teilchens

$x_i^G$  gemessene Werte

$x_i^{\text{Fit}}$  angepaßte, verbesserte Werte

$G_{jk}$  inverse Matrix der Fehlermatrix  $G_{jk}^{-1}$

Die Summe  $\sum_m \alpha_m F_m$  sorgt dafür, daß die Größen  $x_i^{\text{Fit}}$  Energie- und Impulssatz erfüllen. Es werden nur die Hypothesen angenommen, deren Impulse und Energien im physikalischen Bereich liegen. Wenn die Meßwerte gaußverteilt sind, folgt M einer  $\chi^2$ -Verteilung mit 3 Freiheitsgraden. M wird daher auch  $\chi^2$  genannt.

Bei Hypothesen mit einem auslaufenden neutralen Teilchen können der Photonimpuls und die drei Impulskomponenten des neutralen Teilchens mit Hilfe der vier Nebenbedingungen berechnet werden. Dann stehen aber keine weiteren Nebenbedingungen mehr zur Verfügung, um die mögliche Beteiligung von zwei und mehr neutralen Teilchen kinematisch auszuschließen (0 Freiheitsgrade).

In diesem Experiment werden daher Ereignisse mit zwei oder mehr auslaufenden neutralen Teilchen so behandelt, als hätten sie nur ein neutrales Teilchen. Sie stellen eine Beimischung unter den wahren Ereignissen mit einem neutralen Teilchen dar.

### 5.3. Fehlerbehandlung in GRIND

Die Behandlung der Meßfehler in GRIND wurde von G. Wolf völlig neu gestaltet. Während in der ursprünglichen GRIND-Version die Fehler unabhängig von der Güte der Einzelmessung nur durch Spurlänge und Dipwinkel bestimmt werden, übernimmt man in der Hamburger GRIND-Fassung die Meßfehler für jede einzelne Spur aus dem Geometrieprogramm. G. Wolf hat in (16) die Fehlerbehandlung ausführlich beschrieben\*.

Als Test der Fehlerbehandlung dient die Verteilung von  $\chi^2$ .

Wenn die Fehlerbehandlung korrekt ist und die Meßwerte gaußverteilt sind, sollte die  $\chi^2$ -Verteilung der Ereignisse mit drei Freiheitsgraden der theoretischen  $\chi^2$ -Verteilung folgen.

Das ausgezogene Histogramm in Abb. 8 zeigt die experimentelle  $\chi^2$ -Verteilung für 8373 Ereignisse vom Typ  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ . Die Übereinstimmung mit der theoretischen

---

\*Lediglich der Fehler durch Coulombstreuung ist nicht wie in (16) S. 27 angegeben, sondern nach Formel (4) dieser Arbeit behandelt worden.

tischen Kurve ist befriedigend.

Das Programm TASTE druckt die Ergebnisse von GRIND in übersichtlicher Weise aus.

Zur Erleichterung der Hypothesenauswahl prüft GRIND die Meßgüte.

Für jeden Ereignispunkt mit den Meßfehlern  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  wird gefordert, daß die quadratische Summe der Fehler  $\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 \leq 1 \text{ cm}^2$  ist.

Für den Impulsfehler jeder Spur wird verlangt

$$(2) \quad \left( \frac{\Delta p}{p} \right)_{\text{Geom}} \leq \left[ f_M \left( \frac{\Delta p}{p} \right)_M^2 + f_c \left( \frac{\Delta p}{p} \right)_c^2 \right]^{1/2}$$

mit

$$(3) \quad \left( \frac{\Delta p}{p} \right)_M = \frac{p}{P_{\text{MDM}}} \left( \frac{60 \text{ cm}}{L \cos \lambda} \right)^2 .$$

$\left( \frac{\Delta p}{p} \right)_{\text{Geom}}$  = relativer Impulsfehler in Spurmitte vor der kinematischen Anpassung

$\left( \frac{\Delta p}{p} \right)_M$  = Beitrag der Einstellfehler zum Impulsfehler

$P_{\text{MDM}}$  = 300 GeV/c

$L$  = Spurlänge in cm

$f_c \left( \frac{\Delta p}{p} \right)_c^2$  repräsentiert den Beitrag der Coulombstreuung zum Meßfehler.

$$(4) \quad \left( \frac{\Delta p}{p} \right)_c^2 = \left( \frac{k}{\beta} \right)^2 \left[ \frac{2}{3} \left( \frac{r}{p} \right)^2 \frac{1}{L \cos^4 \lambda} + \frac{1}{6} \frac{L \sin^2 \lambda}{p^2} \right]$$

$$\beta = \frac{v}{c}$$

r = Spurenradius in cm

$$k = 0.675 \text{ GeV/c} \cdot \text{cm}^{-\frac{1}{2}}$$

$\lambda$  = Dipwinkel

Für  $f_M$  und  $f_c$  wurde  $f_M = 4$  und  $f_c = 0.25$  gewählt.

Tabelle 5 zeigt die Fehlerschranken für Spuren mit  $\cos\lambda = 1$  und 30 cm Länge.

Tabelle 5 Fehlerschranken für Spuren mit  $\cos\lambda = 1$  und einer Länge  $L = 30$  cm

P [GeV/c]	$\left(\frac{\Delta p}{P}\right)_M$	$\left(\frac{\Delta p}{P}\right)_c$	Schranke für $\left(\frac{\Delta p}{P}\right)_{\text{Geom}}$
0.1	0.0013	0.0252	0.013
0.2	0.0027	0.0180	0.010
0.5	0.0067	0.0154	0.015
1.0	0.0133	0.0151	0.028
2.0	0.0266	0.0149	0.054
5.0	0.0666	0.0148	0.133

Die durch Gl. (4) gegebenen Fehlerschranken können bei fast allen Ereignissen durch ein- oder mehrmalige Messungen unterschritten werden.

## 6. Hypothesenauswahl und Test der Entscheidungskriterien mit FAKE

Vor der Lektüre dieses Abschnitts verweisen wir den Leser noch einmal auf die Liste der von GRIND durchgerechneten Hypothesen (Tabelle 4).

Wegen der endlichen Meßgenauigkeit kann das Kinematikprogramm einem Ereignis mehrere Hypothesen zuordnen. Daher muß unter den verschiedenen Hypothesen die wahrscheinlichste ausgesucht werden. Die Entscheidungen nehmen Physiker vor, denen neben den GRIND-Ausdrucken die Kontaktfotos der Ereignisse zur Verfügung stehen. Zunächst wird die Meßgüte für jede Spur einzeln geprüft. Auf die gut gemessenen Ereignisse werden die folgenden Entscheidungskriterien der Reihe nach angewendet:

- 1) GRIND druckt Hypothesen mit drei Freiheitsgraden nur aus, wenn der Wert von  $\chi^2 \leq 16$  ist. Falls die experimentelle und die theoretische  $\chi^2$ -Verteilung übereinstimmen, bedeutet die Einschränkung auf  $\chi^2 \leq 16$ , daß weniger als 0.1 % der wahren Ereignisse mit drei Freiheitsgraden verworfen werden.

Die experimentelle  $\chi^2$ -Verteilung verläuft, wie Abb. 8 zeigt, jedoch für  $\chi^2 \geq 10$  oberhalb der theoretischen Verteilung. Wir schätzen daraus den möglichen Verlust von wahren Ereignissen mit drei Freiheitsgraden infolge der  $\chi^2$ -Einschränkung auf kleiner als 1 % ab.

- 2) Es werden nur Hypothesen angenommen, bei denen die berechnete mit der beobachteten Ionisation der Spuren verträglich ist. Die Ionisation der Spuren wird auf den Kontaktfotos und in schwierigen Fällen am Scantisch abgeschätzt. Im allgemeinen lassen sich auf Grund der unterschiedlichen Blasendichte  $\pi$ -Mesonen von Protonen bis zu Impulsen von  $p \leq 1,4$  GeV/c und K-Mesonen von Protonen bei Impulsen  $0,4 \leq p \leq 1,1$  GeV/c unterscheiden.
- 3) Hypothesen mit einer Photonenergie  $E_\gamma > E_{\max} + 3 \Delta E_\gamma$  werden verworfen ( $E_{\max}$  ist die Maximalenergie des Photonenstrahls und  $\Delta E_\gamma$  der Fehler von  $E_\gamma$ ). Man vernachlässigt also die Hypothesen, deren Photon-

energie mit 99,7 % Wahrscheinlichkeit nicht mehr mit der maximal möglichen Energie verträglich sind.

- 4) Hat eine der verbleibenden Hypothesen drei Freiheitsgrade, so wird sie als einzige Hypothese des Ereignisses angenommen. Monte Carlo-Rechnungen haben gezeigt, daß dieses Verfahren einen Fehler von weniger als 1 % einführt. Die Rechnungen werden unten beschrieben. Sind zwei Hypothesen mit drei Freiheitsgraden möglich, so werden sie als gleichberechtigt behandelt. Wir verhindern damit den Verlust der seltenen Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p K^+ K^-$ , in denen das  $\phi$ -Meson erzeugt werden kann.
  
- 5) Es bleiben jetzt nur noch Ereignisse mit 0 Freiheitsgraden übrig. Kommt nach Anwendung der Kriterien 1) - 4) genau eine Hypothese in Frage, so wird diese angenommen. Wenn mehrere Hypothesen möglich sind, werden sie als gleichberechtigt behandelt. Das Ereignis gilt als mehrdeutig. Mehrdeutigkeit tritt im allgemeinen erst bei Photonenergien oberhalb 2,5 GeV auf, wenn in bestimmten kinematischen Bereichen eine Trennung der Hypothesen auf Grund der Ionisation unmöglich ist. Ist jedoch eine der möglichen Hypothesen vom Typ  $p K^+ K^- \pi^0$ ,  $p K^+ K^- \pi^+ \pi^- \pi^0$ , so wird sie vernachlässigt. Die Produktionsrate für geladene K-Mesonen ist sehr klein, verglichen mit der Rate der  $\pi$ -Mesonen. Das Verfahren führt also eine kleine Beimischung von  $\leq 1$  % in die Gruppe OF Hypothesen mit  $\pi$ -Erzeugung ein.
  
- 6) Eine kleine Gruppe von Ereignissen (1,5 %) liefert weder eine Hypothese mit drei noch eine Hypothese mit 0 Freiheitsgraden. Sie werden als Nofitereignisse klassifiziert.
  
- 7) Die Zahl der aus technischen oder geometrischen Gründen unmeßbaren Ereignisse beträgt 1,8 % bei den 3-Spurereignissen und etwa 5 % bei den 5-Spurereignissen. Die Ereignisse mit sichtbar zerfallenden seltsamen Teilchen werden in einem besonderen Arbeitsgang gerechnet und entschieden. Das Verfahren wird in (4h) und (19) beschrieben.

Die Kriterien 1) - 3) und 5) sind oben bereits erläutert worden. Das 4. Kriterium wurde auf Grund von FAKE-Rechnungen gewonnen.

Wir benutzten das Programm FAKE (20) in einer von E. Raubold bearbeiteten Version (21).

FAKE erzeugt durch Monte Carlo-Verfahren Ereignisse mit bis zu sechs auslaufenden Spuren. Einem der Teilchen kann eine charakteristische Winkelverteilung aufgeprägt werden. Die Spurparameter ( $\frac{1}{r}$ ,  $\lambda$ ,  $\phi$ ) werden innerhalb der Meßgenauigkeit ausgespielt und mit realistischen Fehlern versehen. Die Ereignisse werden dann von GRIND wie gewöhnliche Ereignisse behandelt.

FAKE simuliert also die Ergebnisse des Geometrieprogramms und erlaubt es, die Güte der Anpassung im Kinematikprogramm zu testen.

Zunächst wurden verschiedene Parameter in FAKE an die experimentellen Bedingungen angeglichen (Ausdehnung der Blaskammer, Meßgenauigkeit usw.). Wir untersuchten die Genauigkeit der Angleichung mit Hilfe zweier Testgrößen. Abb. 8 zeigt die Verteilung von  $\chi^2$  für gemessene und für von FAKE erzeugte Ereignisse des Typs  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$ . Die Verteilungen stimmen befriedigend überein. Das bedeutet, daß FAKE die Streuung der Spurparameter der wirklich gemessenen Ereignisse simuliert.

Die zweite Testgröße ist  $M_\gamma^2$ . Man berechnet  $M_\gamma^2$  aus

$$M_\gamma^2 = \left[ \begin{array}{c} n \\ \sum_{i=1} p_i - p_0 \end{array} \right]^2 .$$

$p_i$  = Viererimpulse der n auslaufenden  
geladenen Teilchen  
(vor der Anpassung in GRIND)

$p_0$  = Viererimpuls des Targetprotons

$M_\gamma^2$  entspricht bei Ereignissen mit drei Freiheitsgraden dem Quadrat der Masse des Photons. Wegen der endlichen Meßgenauigkeit ist  $M_\gamma^2$  um 0 verteilt. Die Breite der Verteilung ist ein Maß für die Meßgenauigkeit.

In Abb. 9 sind zwei Verteilungen von  $M_\gamma^2$  für gemessene Ereignisse

und für von FAKE erzeugte Ereignisse des Typs  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  aufgetragen. Die Breiten der Verteilungen stimmen gut überein.

Daraufhin sind mit FAKE 3- und 5-Spurereignisse erzeugt worden. Die Ereignisse werden mit GRIND analysiert. Die Auswahl der Hypothesen erfolgt nach den Kriterien 1) - 6).

Die Ergebnisse sind in Tabelle 6 zusammengestellt. In der linken Hälfte der Tabelle stehen die Zahl der erzeugten Ereignisse, die Winkelverteilung des auslaufenden Nukleons im Schwerpunktsystem, die Photonenergie und der Ereignistyp. In der rechten Hälfte sind die auf Grund der Kriterien 1) - 6) angenommenen Hypothesen eingetragen.

Die Ergebnisse lassen sich kurz zusammenfassen:

- 1) Ereignisse mit drei Freiheitsgraden simulieren in weniger als 1 % der Fälle eine Hypothese mit 0 Freiheitsgraden.
- 2) Ereignisse mit 0 Freiheitsgraden vom Typ  $p \pi^+ \pi^- \pi^0$  simulieren in etwa 1 % der Fälle eine Hypothese mit drei Freiheitsgraden.
- 3) Ereignisse vom Typ  $n \pi^+ \pi^+ \pi^-$  simulieren innerhalb der Statistik keine Hypothesen mit drei Freiheitsgraden.

(22)

Zu ähnlichen Ergebnissen kam W. Tejessy in Bonn. Er benutzte die ursprüngliche FAKE-Version aus Berkeley.<sup>(20)</sup>

Wenn wir die FAKE-Ergebnisse auf die gemessenen Ereignisse übertragen, so folgt:

Bei Anwendung des 4. Kriteriums ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ereignis mit drei Freiheitsgraden verlorengeht oder simuliert wird, kleiner als 1 %, bezogen auf die wahre Zahl der Ereignisse mit drei Freiheitsgraden.

Eine Ausnahme bildet die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p e^+ e^-$  mit sichtbarem Proton.



Tabelle 6 Verzweigungsverhältnisse der mit FAKE erzeugten Ereignisse

N erzeugt	Winkelvert. des Nukleons	E <sub>γ</sub> [GeV]	erzeugter Endzustand	Angenommene Hypothesen [%]								
				pπ <sup>+</sup> π <sup>-</sup>	pπ <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>0</sup>	nπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup>	pπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>0</sup>	Nofit p	pK <sup>+</sup> K <sup>-</sup>	pK <sup>+</sup> K <sup>-</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup>	pπ <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>0</sup>	nπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>0</sup>
<u>3-Spur-Ereignisse</u>												
100	isotrop	0,75	pπ <sup>+</sup> π <sup>-</sup>	100	0,5				0,5			
200	isotrop	0,75		99								
100	~f(cosθ <sub>cm</sub> ) <sup>+</sup>	1,6		100								
100	isotrop	2,0		100								
100	~f(cosθ <sub>cm</sub> )	3,0		97								
100	~f(cosθ <sub>cm</sub> )	4,0		92								
100	e <sup>+10t</sup> ++)	2,0	pπ <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>0</sup>		100							
90	~f(cosθ <sub>cm</sub> )	4,0		2,2	70							
100	isotrop	2,0	nπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup>			100						
100	isotrop	3,0	pK <sup>+</sup> K <sup>-</sup>							98	2	
100	e <sup>+10t</sup>	3,0		100								
100	e <sup>+10t</sup>	1,6	pe <sup>+</sup> e <sup>-</sup>	16					84			
100	e <sup>+3t</sup>	0,75	pe <sup>+</sup> e <sup>-</sup> γ	1	35				64			
<u>5-Spur-Ereignisse</u>												
100	isotrop	4,0	pπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>-</sup>	92	8							
100	isotrop	4,0	pπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>-</sup> π <sup>0</sup>	1		35	3	61				
50	~f(cosθ <sub>cm</sub> )	4,5		62	38							
50	isotrop	4,0	nπ <sup>+</sup> π <sup>+</sup> π <sup>-</sup> π <sup>-</sup>				86	14				
50	~f(cosθ <sub>cm</sub> )	4,5		69	31							

+) Dem Nukleon wurde eine experimentell bestimmte Winkelverteilung aufgeprägt.

++) Die Winkelverteilung des Nukleons ist bestimmt durch e<sup>+10t</sup> . |t| = (Impulsübertrag (Proton/Proton))<sup>2</sup>

Die Ereignisse  $p e^+ e^-$  simulieren in etwa 15 % der Fälle eine Hypothese vom Typ  $p \pi^+ \pi^-$ . Ein Teil der Ereignisse  $p e^+ e^-$  kann auf Grund der Ionisation ausgeschieden werden. Die übrigen liefern wegen des kleinen Wirkungsquerschnitts ( $\sigma^{\text{paar}}(p_p > 100 \text{ MeV}/c) \leq 0,1 \text{ } \mu\text{b}$ ) eine vernachlässigbare Beimischung in der Gruppe  $p \pi^+ \pi^-$ .

Über die Aufteilung der mehrdeutigen Ereignisse können die vorliegenden FAKE-Ergebnisse nur bedingt Aufschluß geben.

Mehrdeutigkeit tritt auf, wenn zwei Hypothesen nicht mehr auf Grund der Ionisation getrennt werden können. Es ist mit der vorhandenen FAKE-Version nicht möglich, die experimentellen Impulsverteilungen aller auslaufenden Teilchen exakt zu simulieren. Damit weisen auch die Verteilungen der Ionisationswerte von erzeugten und wirklichen Ereignissen Unterschiede auf.

Die wirklichen Verhältnisse lassen sich annähern, wenn man den auslaufenden Nukleonen eine experimentell bestimmte Winkelverteilung aufprägt.

## 7. Datenorganisation für die physikalische Analyse

Nach der Hypothesenauswahl werden die wichtigsten kinematischen Größen aller Ereignisse auf Magnetband geschrieben und stehen zur Berechnung von Verteilungen der interessierenden Größen zur Verfügung.

Das Programm CUT 1 (23) sortiert die GRIND-Ergebnisse zu den angenommenen Hypothesen aus. Das Programm CUT 2 stellt ein Datenband her, das als Eingabe für das Plotprogramm HYBRID-ULTRAN dient. Im Programm CUT 3 werden die Hypothesen der einzelnen Ereignisse mit den auf Band gespeicherten Scaninformationen vereinigt. Durch den Vergleich von Scaninformation und angenommener Hypothese lassen sich leicht die beim Scan unterlaufenen Fehlinterpretationen herausfinden. Außerdem gibt der Vergleich eine bequeme und zuverlässige Übersicht, wieviel der im Scan gefundenen Ereignisse die Auswertekette vom Messen bis zur Herstellung des Datenbandes für das Plotprogramm durchlaufen haben. Durch wiederholte Anwendung des Vergleichs wird die Möglichkeit, daß Ereignisse bei der Auswertung "verlorengehen", ausgeschaltet.

Das Plotprogramm HYBRID-ULTRAN (24) stellt Verteilungen der aus dem Experiment bestimmbaren kinematischen und geometrischen Größen her. Neben verschiedenen Testgrößen werden hauptsächlich ein- und zweidimensionale Verteilungen von effektiven Massen und von Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilungen für verschiedene Photonenergiebereiche aufgetragen. In einfachen Fällen berechnet man aus den Verteilungen direkt die experimentellen Ergebnisse wie totale Wirkungsquerschnitte und Zerfallskorrelationen. Bei bestimmten Reaktionen werden umfangreiche statistische Analysen mit Hilfe von Rechenprogrammen vorgenommen, etwa zur Bestimmung von Resonanzproduktion.

Die Verfahren zur Bestimmung von Resonanzproduktion werden im Anhang beschrieben.

### 8. Meßgenauigkeit

Wir diskutieren im folgenden die Genauigkeit des Rekonstruktionsverfahrens und die Energieauflösung für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$ .

Die Berechnung von Teilchenmassen aus den gemessenen (noch nicht in GRIND verbesserten) Spurdaten erlaubt einen empfindlichen Test der Genauigkeit des gesamten Rekonstruktionsverfahrens. Die Massen der seltsamen Teilchen  $\Lambda^0$  und  $K^0$ , des Photons und des  $\omega$ -Mesons werden aus den Spurdaten bestimmt.

Aus 165 Zerfällen von  $K^0$ -Mesonen und 428 Zerfällen von  $\Lambda$ -Hyperonen erhält man die Massenwerte  $M_{K^0} = 500 \pm 0,3$  MeV,  $M_{\Lambda^0} = 1116,2 \pm 0,13$  MeV (19). Die Massen liegen geringfügig über den Tabellenwerten ( $M_{K^0} = 497,87 \pm 0,16$  MeV,  $M_{\Lambda^0} = 1115,58 \pm 0,10$  MeV) (25).

Abb. 10a zeigt den Mittelwert des Quadrates der Photonmasse  $M_Y^2$  in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  für verschiedene Kammerbereiche. Die Werte sind bis auf einen Punkt am Kammerende mit Null verträglich. Die Breiten der Verteilung von  $M_Y^2$ , die ein Maß für die Meßgenauigkeit darstellen, sind in Abb. 10b für zwei Photonenergiebereiche als Funktion der x-Richtung (Strahlrichtung) aufgetragen. Die Ereignisse am hinteren Ende der Kammer (positive x-Werte der Ereignispunkte) haben im Mittel kleinere Spurlängen als die Ereignisse im vorderen Teil.

Für Photonenergien  $< 1,8$  GeV hängt die Breite der Verteilung von  $M_Y^2$  nicht vom Ort in der Kammer ab, während für Photonenergien  $1,8 \text{ GeV} < E_Y < 5,8$  GeV die Meßgenauigkeit mit wachsendem Abstand vom Kammereinschub abnimmt.

Für Experimente mit Primärenergien  $> 2$  GeV sollte daher der Scanbereich verkürzt werden.

Die geringen Abweichungen von  $M_Y^2$ ,  $M_{\Lambda}$  und  $M_{K^0}$  von den Sollwerten beruhen wahrscheinlich auf kleinen Unstetigkeiten in den Meßwerten des räumlichen Magnetfeldverlaufs in der Blaskammer.

Die Ereignisse der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$  wurden mit einer verbesserten Magnetfeldmatrix neu gerechnet. Tabelle 7a zeigt die Breiten und Massen des  $\omega$ -Mesons, das in dieser Reaktion erzeugt wird. Die Massen stimmen innerhalb der Fehler mit dem Tabellenwert  $(783,4 \pm 0,7 \text{ MeV})$  überein.<sup>(25)</sup> Die experimentelle Halbwertsbreite von ca. 40 MeV kann durch FAKE-Rechnungen reproduziert werden.

Die Massenauflösung in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  wurde mit FAKE-Rechnungen (Erzeugung einer schmalen  $\pi\pi$ -Resonanz bei 760 MeV) untersucht. Sie beträgt 17 MeV und ist nur schwach von der Photonenergie abhängig.

Die Photonenergieauflösung in den Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$  ist in Tabelle 7b für verschiedene Primärenergien angegeben. Für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  beträgt die Photonenergieauflösung 2 - 3 % (volle Halbwertsbreite).

Tabelle 7 Massen- und Photonenergieauflösung  
in den Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ ,  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$

a) Massenauflösung

Endzustand	$E_\gamma$ [GeV]	M Resonanz- masse [MeV]	$\Gamma$ volle Breite in halber Höhe [MeV]	$\Delta M$ Massenaufl. (volle Breite) [MeV]	Methode zur Be- stimmung
$p \underbrace{\pi^+ \pi^-}_{\rho}$	2			16	FAKE
	4			18,5	FAKE
$p \underbrace{\pi^+ \pi^- \pi^0}_{\omega}$	1.1-1.4	784 $\pm$ 2,5	45 $\pm$ 5,8		Anpassung an Experiment <sup>†)</sup>
	1.4-1.8	789,5 $\pm$ 2	37 $\pm$ 4,6		
	1.8-2.5	786,8 $\pm$ 1,6	35 $\pm$ 3,4		
	2.5-3.5	784,1 $\pm$ 2,7	43 $\pm$ 6,2		
	3.5-5.8	791,6 $\pm$ 2,5	34 $\pm$ 5,9		
$p \underbrace{\pi^+ \pi^- \pi^0}_{\eta}$	0,75 u. 0,9			15	FAKE
$p \underbrace{\pi^+ \pi^- \pi^0}_{\omega}$	2		39		FAKE
	4		48		FAKE

b) Photonenergieauflösung

Endzustand	$E_\gamma$ [GeV]	$\Delta E_\gamma$ volle Breite in halber Höhe [MeV]	Methode zur Bestimmung
$p \pi^+ \pi^-$	0,75	25	FAKE
	2,0	40	
	4,0	100	
$p \pi^+ \pi^- \pi^0$	0,75	30	FAKE
	2,0	90	
	4,0	270	

+ ) Die Massenverteilung wurde mit einer Gaußfunktion angepaßt. Außer den angegebenen statistischen Fehlern geht bei der Bestimmung des Massenwertes noch ein systematischer Fehler ein, da die Flanken der experimentellen Massenverteilung nicht gaußverteilt sind und der Verlauf des Untergrundes nicht genau bekannt ist. Man beachte die Korrelation zwischen den angepaßten Massenwerten und der angepaßten Breite.

## 9. Berechnung von Wirkungsquerschnitten

### 9.1. Methode

Da die Photonen ein kontinuierliches Energiespektrum haben, müssen die Wirkungsquerschnitte über Bereiche der Photonenergie gemittelt werden.

Wenn  $N$  Ereignisse eines bestimmten Typs im Photonenergieintervall  $(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$  erzeugt werden, beträgt der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion:

$$(5) \quad \sigma(E_\gamma) = \frac{N(E_\gamma, \Delta E_\gamma) \cdot \Delta E_\gamma}{N_\gamma(E_\gamma, \Delta E_\gamma) \cdot M \cdot L \cdot \Delta E_\gamma}$$

$\sigma(E_\gamma)$  Wirkungsquerschnitt gemittelt über den Energiebereich  $(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$

$N(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$  Zahl der Ereignisse im Energiebereich  $(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$

$N_\gamma(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$  Zahl der einfallenden  $\gamma$ -Quanten im Energiebereich  $(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$

$M$  Zahl der Protonen /  $\text{cm}^3$

$L$  Länge des Scanbereichs [cm]

Den  $\gamma$ -Fluß  $N_\gamma(E_\gamma, \Delta E_\gamma)$  erhält man durch Ausmessung und Auszählung von Elektron-Positronpaaren.

$$(6) \quad N_\gamma(E_\gamma, \Delta E_\gamma) = \frac{N_{\text{paar}}(E_\gamma, \Delta E_{\text{paar}})}{\sigma_{\text{paar}}(E_\gamma) \cdot M \cdot L} \frac{\Delta E_\gamma}{\Delta E_{\text{paar}}}$$

$N_{\text{paar}}(E_\gamma, \Delta E_{\text{paar}})$  Gesamtzahl der Paare im Energiebereich  $(E_\gamma, \Delta E_{\text{paar}})$

$\sigma_{\text{paar}}(E_{\gamma})$  Wirkungsquerschnitt für Paarbildung  
in Wasserstoff

Der Wirkungsquerschnitt für Paarbildung läßt sich auf wenige Prozent genau mit Hilfe der Quantenelektrodynamik berechnen. Die Berechnung wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

Aus (5) und (6) folgt

$$(7) \quad \sigma(E_{\gamma}) = \frac{N(E_{\gamma}, \Delta E_{\gamma}) \Delta E_{\text{paar}}}{N_{\text{paar}}(E_{\gamma}, \Delta E_{\text{paar}}) \Delta E_{\gamma}} \cdot \sigma_{\text{paar}}(E_{\gamma}) .$$

Die Protonendichte und die Länge des Scanbereichs heben sich dabei heraus.

Es ist nicht nötig, die Zahl und Energieverteilung der Paare auf jedem einzelnen Bild zu bestimmen. Man erhält die mittlere Zahl der Paare pro Bild  $\bar{n}_{\text{paar}}$  hinreichend genau durch Auszählung der Paare auf jedem 100. brauchbaren Bild. Die Zahl der Paare auf Z Bildern ist dann

$$Z \cdot \bar{n}_{\text{paar}} .$$

Die Energieverteilung der Paare ergibt sich aus der auf ein Paar normierten Energieverteilung der gemessenen Paare:

$$(8) \quad N_{\text{paar}}(E_{\gamma}, \Delta E_{\text{paar}}) = Z \cdot \bar{n}_{\text{paar}} \frac{N_{\text{paar}}^{\text{gem}}(E_{\gamma}, \Delta E_{\text{paar}})}{N_{\text{paar}}^{\text{gem, tot}}}$$

Z Zahl der ausgewerteten Bilder

$\bar{n}_{\text{paar}}$  mittlere Zahl der Paare pro Bild

$N_{\text{paar}}^{\text{gem}}(E_{\gamma}, \Delta E_{\text{paar}})$  Zahl der gemessenen Paare im Energiebereich  $(E_{\gamma}, \Delta E_{\text{paar}})$

$N_{\text{paar}}^{\text{gem, tot}}$  Gesamtzahl der gemessenen Paare

Man setzt (8) in (7) und erhält für den Wirkungsquerschnitt



$$\sigma(E_\gamma) = \frac{N(E_\gamma, \Delta E_\gamma)}{Z \bar{n}_{\text{paar}} \Delta E_\gamma} \frac{N_{\text{paar}}^{\text{gem, tot}} \sigma_{\text{paar}}(E_\gamma) \Delta E_{\text{paar}}}{N_{\text{paar}}^{\text{gem}}(E_\gamma, \Delta E_{\text{paar}})}$$

Man definiert eine Flußfunktion  $F(E_\gamma)$ .

$$(9) \quad F(E_\gamma) = \frac{N_{\text{paar}}^{\text{gem, tot}} \sigma_{\text{paar}}(E_\gamma) \Delta E_{\text{paar}}}{N_{\text{paar}}^{\text{gem}}(E_\gamma, \Delta E_{\text{paar}})}$$

$F(E_\gamma)$  repräsentiert im wesentlichen das Reziproke des  $\gamma$ -Flusses.

Dann wird

$$(10) \quad \left\| \sigma(E_\gamma) = \frac{N(E_\gamma, \Delta E_\gamma) F(E_\gamma)}{Z \bar{n}_{\text{paar}} \Delta E_\gamma} \right\|$$

Für kleinere Energiebereiche  $\Delta E_\gamma$  gilt (10) hinreichend genau, wenn man den Wert von  $F$  in Intervallmitte verwendet. Bei größeren Energiebereichen muß  $F(E_\gamma)$  mit der Energieverteilung der Ereignisse bewichtet werden:

$$\overline{F(E_\gamma)} = \frac{\int_{E_\gamma - \Delta E_\gamma/2}^{E_\gamma + \Delta E_\gamma/2} \frac{dN(E)}{dE} F(E) dE}{\int_{E_\gamma - \frac{\Delta E_\gamma}{2}}^{E_\gamma + \Delta E_\gamma/2} \frac{dN(E)}{dE} dE}$$

## 9.2. Wirkungsquerschnitte für Elektron-Positron-Paarbildung

### 9.2.1. Wirkungsquerschnitte nach Wheeler und Lamb

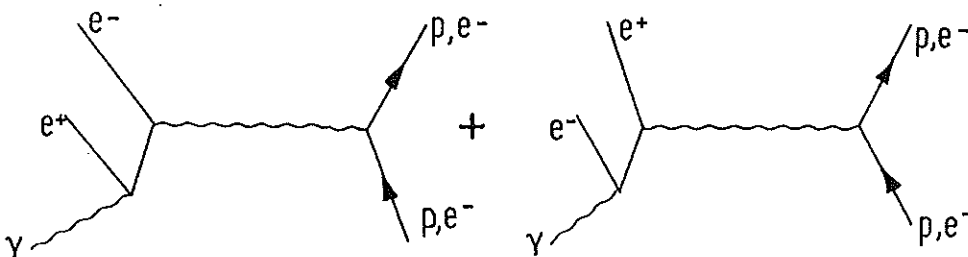
Zur Paarbildung an Wasserstoff tragen Wechselwirkungen mit dem Kernfeld (kohärente Produktion) und Wechselwirkungen mit dem Feld des Hüllenelektrons

(inkohärente Produktion<sup>†</sup>) etwa gleich stark bei. Die Prozesse lassen sich im Prinzip mit Hilfe der Quantenelektrodynamik exakt berechnen.

Jedoch bereitet die rechnerische Behandlung der Korrekturen höherer Ordnung Schwierigkeiten. Die Literatur darüber ist sehr umfangreich.

Wir haben den Wirkungsquerschnitt für Paarbildung nach Wheeler und Lamb (26) berechnet.

Wheeler und Lamb haben die Beiträge der Bethe-Heitlergraphen



zur Paarbildung am Wasserstoff berücksichtigt und die gegenseitige Abschirmung von Hülle und Kern mit Hilfe von Wasserstoff-Formfaktoren eingeführt.

Wheeler und Lamb geben die differentiellen Wirkungsquerschnitte  $\phi_p$ ,  $\phi_e$  für kohärente und inkohärente Paarproduktion am Wasserstoffatom wie folgt an:

$$(11) \quad \phi_p = Z^2 \alpha r_0^2 \frac{dE_+}{E_\gamma^3} \left\{ [E_+^2 + E_-^2] \left[ \phi_1(\gamma) - \frac{4}{3} \ln Z \right] + \frac{2}{3} E_+ E_- \left[ \phi_2(\gamma) - \frac{4}{3} \ln Z \right] \right\}$$

<sup>†</sup>Inkohärente Produktion liegt vor, wenn bei der Paarbildung ein Hüllenelektron in einen angeregten Zustand angehoben wird.

$$(12) \quad \phi_e = Z \alpha r_0^2 \frac{dE_+}{E_\gamma^3} \left\{ \left[ E_+^2 + E_-^2 \right] \left[ \psi_1(\epsilon) - \frac{8}{3} \ln Z \right] + \frac{2 E_+ E_-}{3} \left[ \psi_2(\epsilon) - \frac{8}{3} \ln Z \right] \right\}$$

mit  $Z = 1$  Kernladung

$$\alpha \approx \frac{1}{137}$$

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2} \quad \text{klass. Elektronradius}$$

$E_{\pm}$  = Gesamtenergie des  $e^{\pm}$

$E_\gamma$  = Photonenergie

$$\left. \begin{aligned} \gamma &= \frac{100 m c^2 E_\gamma}{E_+ E_- Z^{1/3}} \\ \epsilon &= \frac{100 m c^2 E_\gamma}{E_+ E_- Z^{2/3}} \end{aligned} \right\}$$

Abschirmungsparameter

$m$  = Elektronenmasse

Der Verlauf von  $\phi(\gamma)$  und  $\psi(\epsilon)$  ist in (26) für  $\gamma \leq 1.5$ ,  $\epsilon \leq 1.5$  angegeben. Für  $\epsilon \gg 1.5$ ,  $\gamma \gg 1.5$  gilt nach Rossi (27)

$$(13) \quad \phi_{e,p} = \alpha r_0^2 \frac{dE_+}{E_\gamma^3} 4 \left[ E_+^2 + E_-^2 + \frac{2}{3} E_+ E_- \right] \left[ \ln \frac{2E_+ E_-}{m} - \frac{1}{2} \right].$$

Die totalen Wirkungsquerschnitte für Paarproduktion  $\sigma_p$  und  $\sigma_e$  am Proton und am Elektron erhält man durch numerische Integration von (11), (12) und (13).

Abb. 11 und Tabelle 8 zeigen den Verlauf von  $\sigma_e$  und  $\sigma_p$  und die Summe  $\sigma_e + \sigma_p$  für Photonenergien von 100 MeV bis 6 GeV.

Die Kurve  $\sigma_p + \sigma_e$  stimmt mit Messungen von Gates u.a. (28) und Malamud (29)

innerhalb der experimentellen Fehlergrenzen von 3 - 5 % überein.

In dieser Größenordnung liegt auch die Unsicherheit der theoretischen Wirkungsquerschnitte.

Tabelle 8 Wirkungsquerschnitte für kohärente ( $\sigma_p$ ) und inkohärente ( $\sigma_e$ ) Paarproduktion am Wasserstoff nach Wheeler und Lamb

$E_\gamma$ [GeV]	$\sigma_p$ [mb]	$\sigma_p$ nach Sørenssen (31)	$\sigma_e$ [mb]	$\sigma_p + \sigma_e$ [mb]
0.1	6.09	5.99	6.09	12.19
0.15	6.76		6.81	13.57
0.2	7.15		7.30	14.45
0.25	7.45		7.66	15.11
0.3	7.66		7.95	15.61
0.35	7.84		8.18	16.02
0.4	7.97		8.39	16.36
0.45	8.09		8.56	16.65
0.5	8.19	8.12	8.70	16.88
0.6	8.33		8.93	17.27
0.7	8.45		9.12	17.57
0.8	8.55		9.27	17.82
0.9	8.63		9.39	18.02
1.0	8.69	8.63	9.50	18.20
1.5	8.90		9.86	18.77
2.0	9.00		10.07	19.08
2.5	9.07		10.21	19.28
3.0	9.11		10.30	19.42
3.5	9.15		10.38	19.52
4.0	9.17		10.43	19.60
4.5	9.19		10.47	19.66
5.0	9.21	9.19	10.51	19.72
5.5	9.22		10.54	19.76
6.0	9.23		10.57	19.80
6.5	9.24		10.59	19.83

Wir diskutieren im folgenden die von Wheeler und Lamb vernachlässigten Effekte.

### 9.2.2. Korrekturen zur kohärenten und inkohärenten Paarbildung

#### 9.2.2.1. Abschirmung und Molekularstruktur

Die Genauigkeit der Abschirmungskorrektur hängt davon ab, wie exakt man die Wellenfunktionen der Atomhülle berücksichtigen kann.

Wheeler und Lamb haben für das Wasserstoffatom Wellenfunktionen verwendet, die nach der Variationsmethode (30) bestimmt worden sind. A. Sørenssen (31) hat den Wirkungsquerschnitt für Paarbildung am Proton mit Hartree-Fock-Slater-Wellenfunktionen berechnet. Die von Sørenssen gewonnenen totalen Wirkungsquerschnitte stimmen innerhalb 1 % mit unseren nach Wheeler und Lamb berechneten Werten überein.

Da in diesem Experiment molekularer Wasserstoff verwendet wurde, müssen bei einer exakten Behandlung Wellenfunktionen des  $H_2$ -Moleküls verwendet werden.

Bernstein und Panofsky (32) haben einen Ansatz für die gegenseitige Abschirmung von Elektronen und Kernen im  $H_2$ -Molekül gemacht. Sie erhalten mit molekularen Wellenfunktionen in der Heitler-London-Näherung für die Bremsstrahlung am Wasserstoffmolekül eine Korrektur zu dem Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung von Wheeler und Lamb.

$$\frac{\sigma(H_2) - 2\sigma(H)}{2\sigma(H)} = 0,027$$

$\sigma(H_2)$       Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung  
am  $H_2$ -Molekül

$\sigma(H)$       Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung  
am H-Atom nach Wheeler und Lamb bei  
völliger Abschirmung

Die Korrektur soll bei völliger Abschirmung energieunabhängig sein. In Wasserstoff kann man etwa oberhalb 500 MeV mit völliger Abschirmung rechnen.

Molekulareffekte bei der Paarbildung sind bisher nicht berechnet worden.

Wir berücksichtigen hier keine Korrektur auf Molekulareffekte. Die damit eingehende Unsicherheit des theoretischen Wirkungsquerschnitts liegt in der Größenordnung von 2 %.

#### 9.2.2.2. Strahlungskorrekturen

Beiträge von Graphen höherer Ordnung zum Wirkungsquerschnitt nennt man Strahlungskorrekturen. Mork und Olsen (33) haben die Strahlungskorrekturen für Paarbildung nach der Weizsäcker-Williams-Methode berechnet. Sie erhalten eine Korrektur von + 0.93 % für alle Elemente und hohe Energien.

#### 9.2.3. Korrekturen, die nur die inkohärente Paarproduktion betreffen

##### 9.2.3.1. Behandlung des Rückstoßelektrons

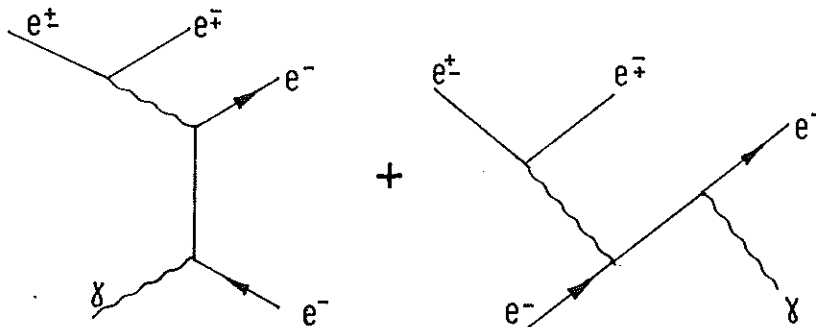
Bei hohen Energien geben Reaktionen mit kleinen Impulsüberträgen  $q \ll mc$  den Hauptbeitrag zum Wirkungsquerschnitt. Wheeler und Lamb haben angenommen, daß Protonen und Elektronen für  $q \leq mc$  dieselbe Rückstoßimpulsverteilung haben. Sie haben nur bis zu Rückstoßimpulsen  $q = mc$  integriert. Suh und Bethe (36) haben inzwischen gezeigt, daß die erste Annahme berechtigt ist.

##### 9.2.3.2. Austauscheffekt und $\gamma e$ -Wechselwirkung

Bei der Paarproduktion am Elektron treten zwei Elektronen im Endzustand auf. Das Pauliprinzip verbietet, daß die beiden Elektronen dieselben Zustände im Phasenraum besetzen. Dadurch kann der Wirkungsquerschnitt redu-

ziert werden. Der Effekt heißt Austauscheffekt. Bei hohen Energien sollte der Austauscheffekt nur für große Impulsüberträge  $q \geq mc$  einen Beitrag liefern. Bei kleinen Impulsüberträgen liegen das angestoßene Elektron und das Paarelektron im Phasenraum so weit auseinander, daß die Reaktionswahrscheinlichkeit nicht beeinträchtigt wird.

Als  $\gamma e$ -Wechselwirkung bezeichnet man den Beitrag der beiden Comptongraphen:



Die  $\gamma e$ -Wechselwirkung vergrößert den Wirkungsquerschnitt. Sie liefert bei hohen Energien nur für große Impulsüberträge merkliche Beiträge.

Votruba (37) hat die Paarproduktion an freien Elektronen exakt behandelt, unter Einschluß des Austauscheffekts und der  $\gamma e$ -Wechselwirkung, aber ohne Abschirmung. Es ist sehr schwierig, die mehrfach differentiellen Wirkungsquerschnitte von Votruba ohne große Näherungen zu integrieren.

Wesentlich ist eine exakte Behandlung der Rückstoßverteilung.

Joseph und Rohrlich (38) haben aus Votrubas Ansatz eine Rückstoßverteilung für kleine Impulse  $q \ll mc$  abgeleitet. Für große Impulse geben sie eine Näherung an.

Nach Berücksichtigung der Abschirmung im H-Atom haben Joseph und Rohrlich durch Integration über die Rückstoßimpulsverteilung von  $q_{\min}$  bis  $q_{\max}$  Wirkungsquerschnitte am Elektron berechnet, die beträchtlich unter denen von Wheeler und Lamb liegen.

$$\frac{\sigma_{JR} - \sigma_{WL}}{\sigma_{WL}} = \frac{16 - 19}{19} \approx -0,16$$

$\sigma_{JR}$	Wirkungsquerschnitt für inkohärente Paarproduktion nach Joseph und Rohrlich
$\sigma_{WL}$	Wirkungsquerschnitt für inkohärente Paarproduktion nach Wheeler und Lamb

Das würde eine Verringerung des totalen Wirkungsquerschnitts am Wasserstoff um ca. 8,5 % bei  $E_\gamma = 1$  GeV bedeuten.

Suh und Bethe (36) schätzen dagegen für große Energien den relativen Beitrag von Austauscheffekt und  $\gamma e$ -Wechselwirkung zur inkohärenten Paarproduktion mit  $[\ln E_\gamma/mc^2] / [E_\gamma/mc^2]$  ab. Der Ausdruck bleibt  $< 1$  % für  $E_\gamma > 0,35$  GeV.

#### 9.2.4. Zusammenfassung

Der Wirkungsquerschnitt für Paarbildung am Wasserstoffatom wurde nach Wheeler und Lamb in Bornscher Näherung berechnet. Die von Wheeler und Lamb vernachlässigten Effekte (Molekulareffekt, Strahlungskorrekturen, Austausch-  
effekt,  $\gamma e$ -Wechselwirkung) haben entgegengesetzte Vorzeichen und heben sich teilweise auf.

Für die uns interessierenden Energien  $E_\gamma > 350$  MeV sollte der Fehler der benutzten Wirkungsquerschnitte kleiner als 4 % sein.



### 9.3. Flußbestimmung

Den Gesamtfluß erhält man mit Hilfe von Paarzahlungen auf jedem 100. Bild. Alle Filme werden unabhängig voneinander zweimal gescannt. Die Scanverluste für Paare betragen weniger als 0,5 %. Sie werden korrigiert.

Der statistische Fehler der Paarzählung ist für die in dieser Arbeit berücksichtigte Filmmenge kleiner als 0,5 %.

Zur Bestimmung der Energieverteilung der Paare standen 1940 Paarmessungen von Abschnitt I des Experiments, 8710 Paarmessungen von Abschnitt II und 17670 Paarmessungen von Abschnitt III und IV zur Verfügung. Die Impulsauflösung des Elektronenstrahls lag bei 1 %. Die Strahlenergiewerte konnten durch Ausmessung von Strahlspuren auf besser als 2 % (Standardabweichung) bestätigt werden.

Bevor die Flußkurve berechnet werden kann, müssen zwei Korrekturen angebracht werden.

#### 1) Schnitt bei $E_{\gamma} = 0,1$ GeV

Die untere Grenzenergie ( $\sim 50$  MeV) der gezählten Paare unterlag aus technischen Gründen Schwankungen. Daher wird eine scharfe Grenze für Fluß und Paarspektrum bei 100 MeV gewählt. Der Fluß wird (für jedes Institut getrennt) mit Hilfe des gemessenen Spektrums auf Energien größer als 100 MeV normiert. Die statistische Unsicherheit der Korrektur beträgt etwa 0,8 %.

#### 2) Korrektur auf Paare außerhalb des Strahlbereichs

Durch die Größe der Eintrittsfenster ist der Strahlbereich definiert.

$$- 10 \text{ cm} \leq y \leq + 10 \text{ cm}$$

$$- 25 \text{ cm} \leq z \leq - 15 \text{ cm}$$

Ereignisse und Paare außerhalb des Strahlbereichs entstehen durch sekundäre Teilchen.

Etwa 1 % aller Paare liegen außerhalb des Strahlbereichs, dagegen nur 0,2 % aller 3-Spur-Ereignisse. Man korrigiert daher den Gesamtfluß auf die außerhalb liegenden Paare.

Zur Vereinfachung werden die Paarspektren von Abschnitt I und II im Verhältnis der Flüsse zusammengefaßt.

Damit die Flußkurve stetig verläuft, müssen die gemessenen Paarspektren geglättet werden.

Man rechnet die Paarspektren in Photonspektren um:

$$N_{\gamma E_{\gamma}} = \frac{N_{\text{paar}}^{\text{gem}}(E_{\gamma}, \Delta E_{\text{paar}}) E_{\gamma}}{\sigma_{\text{paar}}(E_{\gamma}) N_{\text{paar}}^{\text{gem, tot}}} \cdot \frac{\text{Fluß}}{\text{const}}$$

$$\text{Fluß} = \bar{n}_{\text{paar}} \cdot Z$$

Die wegen endlicher Meßgenauigkeit oberhalb der Grenzenergie liegenden Paare werden zurückgefaltet. Dann glättet man die Photonspektren mit stetigen Kurven, die an der Grenzenergie etwa denselben Verlauf wie das theoretische Bremsspektrum haben.

Die geglätteten Kurven werden (im Verhältnis der Flüsse) addiert. Aus der Summe erhält man mit <sup>G1</sup>(9) die Flußfunktion.

Abb. 12 zeigt den Verlauf der Flußfunktion. Der steile Anstieg zwischen 5,4 und 5,5 GeV wird durch die Bremskante des Spektrums von Abschnitt I und II hervorgerufen.

Die Unsicherheit der Flußfunktion infolge begrenzter Statistik der Paar-messungen und der Unschärfe der Grenzenergie beträgt etwa 2 % für  $E_{\gamma} < 3,5 \text{ GeV}$ , 5 % für  $3,5 \text{ GeV} < E_{\gamma} \leq 5 \text{ GeV}$  und 10 % für  $E_{\gamma} > 5 \text{ GeV}$ .

#### 9.4 Korrekturen und systematische Fehler

Wir diskutieren im folgenden Abschnitt die möglichen Fehlerquellen bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten. In Tabelle 9 sind die Fehlerabschätzungen zusammengestellt, getrennt für Flußbestimmung und Ereignisauswahl.

In die Fehler der Flußbestimmung geht am stärksten die Genauigkeit des Paarwirkungsquerschnitts mit 3 - 5 % ein, außerdem bei hohen Energien die Unsicherheit bei der Glättung des gemessenen Paarspektrums mit etwa 5 - 10 %. Die übrigen Fehlerquellen sind dagegen vernachlässigbar.

Die Verunreinigung der Blaskammer mit schweren Elementen (hauptsächlich  $N_2$ ,  $O_2$ , Ne, Ar mit einer Häufigkeit von  $\leq 0,005$  Volumenprozenten (39)) liefert einen kleinen Beitrag von  $\leq 0,25$  % zur Paarbildung, der vernachlässigt werden kann.

Bei der Ereignisauswahl überwiegen im allgemeinen die statistischen Fehler, die in Tabelle 9 nicht aufgeführt sind.

Bei der Diskussion der übrigen Fehlerquellen konzentrieren wir uns auf die 3-Spurereignisse.

Tabelle 9 Fehlerabschätzungen für die Berechnung der Wirkungsquerschnitte

1. Flußbestimmung

Statistischer Fehler der Paarzählung	$\leq 0.5 \%$
Genauigkeit der Normierung auf Paare oberhalb 0.1 GeV	0.8 %
Systematische Fehler der Paarzählung:	
a) Scanverluste	$< 0.5 \%$
b) Paarbildung an schweren Kernen	$\leq 0.25 \%$
Ungenauigkeit des $\gamma$ -Spektrums:	
a) Unsicherheit bei der Glättung des gemessenen Paarspektrums	2 % für $E_\gamma < 3.5 \text{ GeV}$ 5 % für $3.5 < E_\gamma < 5 \text{ GeV}$ 10 % für $E_\gamma > 5 \text{ GeV}$
b) Genauigkeit des Paarwirkungsquerschnitts	3-5 %

2. Ereignisauswahl

3-Spurereignisse

Endzustand

	Alle 3-Spurereign.	$p\pi^+\pi^-$	$p\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0\dots)$	$n\pi^+\pi^+\pi^-(\pi^0\dots)$
a) Scanverluste*	$< 0.5 \%$	$< 0.5 \%$	$< 0.5 \%$	$< 0.8 \%$
b) Ereignisse an schweren Kernen	0.1 %	$< 0.1 \%$	$\leq 0.3 \%$	$\leq 0.1 \%$
c) Reaktionen von Neutronen	$\leq 0.25 \%$	$< 0.1 \%$	$\leq 0.6 \%$	$\leq 0.3 \%$
d) Elektronenpaare <sup>und <math>\mu</math>-Paare</sup> mit sichtbarem Proton	0.5 %	$< 0.1 \%$	-	-
e) Ereignisse mit neutral zerfallenden seltsamen Teilchen	0.5 %	$< 0.1 \%$	$\leq 1 \%$	$\leq 0.5 \%$
f) Beimengung $pK^+K^-\pi^0$ in Gruppe $p\pi^+\pi^-\pi^0$	-	-	$\leq 1 \%$	-
g) Simulierung und Verlust von Hypothesen bei der kinematischen Anpassung		$< 1 \%$	$\sim 1 \%$	$< 1 \%$
h) Unsicherheit der Aufteilung der Nofiterereignisse		0.3 %	$\sim 1 \%$	$\sim 1 \%$
i) Unsicherheit bei der Aufteilung der unmeßbaren Ereignisse		$\leq 1.5 \%$	$\leq 4 \%$	$\leq 5 \%$

\* ausgenommen Scanverluste von Ereignissen mit sehr kurzen Protonenspuren. Diese Verluste werden auf S. 66 diskutiert.

Tabelle 9 (Fortsetzung)

3-Spurereignisse

Endzustand

	<u>Endzustand</u>			
	Alle 3-Spur- ereign.	$p\pi^+\pi^-$	$p\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0\dots)$	$n\pi^+\pi^+\pi^-(\pi^0\dots)$
j) Anteil der multineutralen Ereignisse			20-50 %	20-50 %
k) Anteil der wahren Ereignisse $p\pi^+\pi^-\pi^0$ mit falsch berechneter Photonenergie			(10-15 %)	

Die Anteile sind auf die Zahl der Ereignisse im jeweiligen Endzustand bezogen.

5-Spurereignisse

Unsicherheit der Aufteilung der unmeßbaren Ereignisse

Simulierung und Verlust von Hypothesen bei der kinematischen Anpassung

Anteil der multineutralen Ereignisse

	$p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$	$p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0\dots)$	$n\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0\dots)$
Unsicherheit der Aufteilung der unmeßbaren Ereignisse	~5 %	~5 %	~5 %
Simulierung und Verlust von Hypothesen bei der kinematischen Anpassung	< 1 %	~1 %	< 1 %
Anteil der multineutralen Ereignisse	-	20-50 %	20-50 %

a) Die Scanverluste betragen nach zwei Scans 0.3 - 0.5 % für Ereignisse mit Proton und 0.8 - 1 % für Ereignisse ohne Proton. Sie werden korrigiert.

b) Ereignisse an schweren Kernen. Auf Grund der Verunreinigung der Blasen-kammer erwartet man 0.1 % 3-Spurereignisse an schweren Kernen. Die Zahl der gefundenen Reaktionen mit gerader Spurenzahl, die nicht am Proton stattfinden können, ist mit der genannten Rate verträglich.

c) Ereignisse durch Neutronen

Der Neutronfluß interessiert nur oberhalb der  $\pi$ -Erzeugungsschwelle bei 800 MeV/c.

Der Neutronfluß aus dem Strahlhärter ist wegen der kleinen Akzeptanz von etwa 6 mrad bedingt durch Abstand und Öffnung von Reinigungs- und Einlenkmagneten vernachlässigbar. Der Neutronfluß aus Photonreaktionen im Eintrittsfenster und in der Kammerflüssigkeit läßt sich abschätzen, wenn man annimmt, daß die Neutronen oberhalb 800 MeV/c eine ähnliche Impuls- und Winkelverteilung haben wie die in der Kammer erzeugten Protonen. Man erwartet dann weniger als 0.25 % 3-Spurereaktionen, die von Neutronen ausgelöst werden.

d) Elektronen- und  $\mu$ -Mesonenpaare mit sichtbarem Proton

Hochenergetische Elektronen- und  $\mu$ -Mesonenpaare mit sichtbarem Rückstoßproton können nicht auf Grund der Ionisation abgetrennt werden. FAKE-Rechnungen haben gezeigt, daß ein kleiner Teil dieser Ereignisse vom Kinematikprogramm mit der Hypothese  $p\pi^+\pi^-$  interpretiert wird. Die übrigen genügen keiner Hypothese und gelangen in die Nofit-gruppe.

Der Wirkungsquerschnitt für beide Prozesse wird mit  $\leq 0.2 \mu\text{b}$  abgeschätzt. Da nur ein Teil der Ereignisse eine Hypothese  $p\pi^+\pi^-$  erhält, ist der Effekt vernachlässigbar.

e) Ereignisse mit neutral zerfallenden seltsamen Teilchen machen etwa 0.5 % der 3-Spurereignisse aus.

f) Der Anteil von Reaktionen  $pK^+K^-\pi^0$ , die auf Grund der Ionisation nicht von der Gruppe  $p\pi^+\pi^0$  getrennt werden können, ist kleiner als 1 %.

g) Die Verluste und die Simulierung von Hypothesen bei der kinematischen Anpassung wurden mit Hilfe von FAKE-Rechnungen abgeschätzt. Die Effekte sind für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  kleiner als 1 %.

h) Aufteilung der Nofitereignisse

Zur Aufteilung der Nofitereignisse wurden die effektiven Massenverteilungen  $M_{p\pi^+}$ ,  $M_{p\pi^-}$  und  $M_{\pi^+\pi^-}$  der Nofitereignisse untersucht. Man beobachtet schwache Produktion der Resonanzen  $N^{*++}$  und  $\rho^0$ . Da die Resonanzen  $N^{*++}$  und  $\rho^0$  im Kanal  $p\pi^+\pi^-$  sehr häufig, in den übrigen Kanälen aber kaum erzeugt werden, läßt sich der Anteil des Endzustandes  $p\pi^+\pi^-$  an den Nofitereignissen abschätzen. Er beträgt  $(25 \pm 12)$  %. Von den übrigen Nofitereignissen mit Proton wurden  $(35 \pm 15)$  % als Reaktion  $p\pi^+\pi^-\pi^0$  ( $\pi^0..$ ) und 40 % als Elektronenpaare klassifiziert. Die Nofitereignisse ohne Proton wurden der Gruppe  $n\pi^+\pi^-\pi^0$  ( $\pi^0..$ ) zugeordnet.

i) Die unmeßbaren Ereignisse werden gemäß den Verzweigungsverhältnissen der meßbaren Ereignisse aufgeteilt <sup>+)</sup> . Die dadurch eingehenden Fehler liegen bei  $\leq 1.5$  % für den Kanal  $p\pi^+\pi^-$  und bei  $\leq 4$  % für den Kanal  $p\pi^+\pi^-\pi^0$ .

j) Anteil der multineutralen Ereignisse

Bei diesem Experiment besteht die prinzipielle Schwierigkeit, daß man kinematisch nicht zwischen Endzuständen mit einem oder mehreren neutralen Teilchen unterscheiden kann. Auch bei multineutralen Ereignissen wird nur ein neutrales Teilchen angepaßt. Die Photonenergie wird dann falsch - in der Regel zu niedrig - ausgerechnet. Ereignisse mit einem neutralen Teilchen werden dagegen, insbesondere wenn eine Resonanz erzeugt wird, richtig berechnet. Crouch u.a. (2d) haben versucht, durch statistische Analysen der Laborwinkelverteilungen

---

<sup>+)</sup>  Meist verhindern technische oder geometrische Gründe (wie steile Spuren, sekundäre Wechselwirkungen) eine hinreichend genaue Messung. Bei den 3- und 5-Spurereignissen sollte der Effekt nicht stark vom Ereignistyp abhängen, da die auslaufenden Spuren ähnliche Winkelverteilungen und Wirkungsquerschnitte haben.

der  $\pi$ -Mesonen den Anteil der Ereignisse mit mehreren  $\pi^0$ -Mesonen unter den als  $p\pi^+\pi^-\pi^0$  ( $\pi^0..$ ) entschiedenen Ereignissen zu ermitteln. Crouch u.a. geben einen Anteil von 47 % an.

Wir versuchen wegen der Unsicherheit der Methode keine **Abtrennung** der Beimischung und geben für die Wirkungsquerschnitte der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$  nur obere Grenzen an.

Der Anteil der multineutralen Ereignisse kann bei einem Blasenkammerexperiment mit energiemarkierten Photonen bestimmt werden.

Ähnliche Überlegungen gelten für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow n\pi^+\pi^+\pi^-(\pi^0..)$ .

k) Verfälschung der Photonenergie bei Ereignissen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$

Bei einem Teil der Ereignisse  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$  wird die Energie des  $\pi^0$ -Mesons und des Photons falsch berechnet, wenn das  $\pi^0$ -Meson annähernd in Vorwärtsrichtung, d.h. mit kleinem Querimpuls, emittiert wird.

Für solche Ereignisse kann infolge von Meßfehlern der geladenen Spuren und Unkenntnis der exakten Photonrichtung der relative Fehler des berechneten Querimpulses des  $\pi^0$ -Mesons  $\Delta p_+/p_+$  große Werte annehmen.

Da zugleich die Meßwerte der geladenen Spuren um den wahren Wert streuen, weichen der Quer- und der Gesamtimpuls des  $\pi^0$ -Mesons unter Umständen beträchtlich vom wahren Wert ab.

Wir haben den Effekt mit FAKE-Rechnungen reproduziert und schätzen den Anteil der Ereignisse mit falsch berechneter Photonenergie mit 10 - 15 % ab, bezogen auf die Zahl der wahren  $p\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignisse.

Für die 5-Spurereignisse geben wir nur die wichtigsten Fehlerquellen an.

Bei der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  entsteht eine Unsicherheit von 5 % durch die Aufteilung der unmeßbaren Ereignisse entsprechend den Verzweigungsverhältnissen der meßbaren Ereignisse.

Bei den Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$  ( $\pi^0..$ ),  $\gamma p \rightarrow n\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  ( $\pi^0..$ ) schätzen wir den Anteil der multineutralen Ereignisse auf Grund der Anzahl der 7-Spurereignisse mit 20 - 50 % ab.



Wir fassen zusammen:

1. Die Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  lassen sich relativ genau bestimmen. Die systematischen Fehler liegen unterhalb 5 GeV bei  $\leq 7\%$ .

2. Für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  
 $n\pi^+\pi^+\pi^-$   
 $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-\pi^0$   
 $n\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$

können wegen der Unsicherheit der Beimengung von multineutralen Ereignissen nur obere Grenzen für die totalen Wirkungsquerschnitte angegeben werden.

Die Genauigkeit, mit der sich der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  bestimmen läßt, ist im wesentlichen durch die Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts für Paarbildung begrenzt. Für zukünftige Blasen-kammerexperimente mit hoher Statistik (etwa Untersuchung von höheren Nukleonresonanzen in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  mit polarisierten  $\gamma$ -Strahlen) wäre es wünschenswert, wenn der Wirkungsquerschnitt für Paarbildung mit größerer Genauigkeit gemessen würde. Dazu könnte man eine ähnliche Appa-ratur wie E. Malamud (29) benutzen (Wasserstofftarget, Paarspektrometer und absolut geeichtes Quantameter).

### III Ergebnisse: Photoproduktion von $\rho^0$ -Mesonen an Protonen

Die folgenden fünf Abschnitte enthalten die experimentellen Ergebnisse. In III.1. geben wir die Wirkungsquerschnitte für Mehrfach-Pionproduktion an. In III.2. werden die effektiven Massenverteilungen der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  untersucht. Abschnitt III,3. bringt die totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte für  $\rho^0$ -Produktion. In III.4. werden die Zerfallswinkelverteilungen des  $\rho^0$ -Mesons und in III.5. verschiedene Interferenzeffekte analysiert. Wir diskutieren die Ergebnisse jeweils in der zweiten Hälfte der einzelnen Abschnitte.

#### 1. Totale Wirkungsquerschnitte

Tab.10 enthält die Anzahl und Verzweigungsverhältnisse für Ereignisse mit drei und mehr auslaufenden Spuren. Dabei ist (ausser für die 7-Spurergebnisse) nur die bis Juni 1966 völlig ausgewertete Filmmenge berücksichtigt. Die totalen Wirkungsquerschnitte der einzelnen Endzustände<sup>\*)</sup> werden nach dem in II.9. beschriebenen Verfahren berechnet. Die Fehler sind in II.9.4. ausführlich diskutiert worden.

---

\*) Bei einer vorläufigen Auswertung von 1-Spurereignissen wurden obere Grenzen für die Wirkungsquerschnitte der Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p \pi^0$ ,  $\gamma p \rightarrow n \pi^+$  angegeben<sup>(4b)</sup>. Bei den 1-Spurereignissen besteht die prinzipielle Schwierigkeit, dass man kinematisch nicht die Produktion von mehreren neutralen Teilchen ausschliessen kann. Inzwischen liegen Ergebnisse von Zählermessungen mit hoher Statistik für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p \pi^0$  und  $\gamma p \rightarrow n \pi^+$  vor<sup>(40)</sup>. Wir gehen daher nicht auf die 1-Spurereignisse ein. Die in Ref.4b veröffentlichten Werte sind auf Scanverluste und Ereignisse ausserhalb des Strahlbereichs (durch sekundäre Neutronen) korrigiert.

Tabelle 10: Anzahl und Verzweigungsverhältnisse der 3-, 5- und 7-Spurereignisse ohne Strange Particles.

Ereigniszahlen

3-Spurereignisse		5-Spurereignisse	7-Spurereignisse	Zahl der zugehör. Paare m. $E_Y > 0.1 \text{ GeV}$	Zahl der äquiv. * Quanten mit $E_Y > 0.1 \text{ GeV}$
gefunden	korrigiert <sup>†</sup>				
14 740	14 800	807		$5.636 \cdot 10^6$	$4.07 \cdot 10^7$
			52	$11.407 \cdot 10^6$	

\* berechnet mit:

Strahlungslänge  $H_2 = 58 \text{ g/cm}^2 \approx 990 \text{ cm}$

Länge des Scanbereichs = 47 cm

Verzweigungsverhältnisse

3-Spurereignisse<sup>†</sup>

Endzustand	Anteil (%)	Anteil ohne Unmessbare nach Aufteilg.d.Nofits	Anzahl	Verfügbar für Plots
a) $p\pi^+\pi^-$	60.03	61.91	9 163	8 445
b) $p\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0..)$	22.46	23.56	3 487	
c) $n\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0..)$	9.99	10.32	1 527	
d) Mehrdeutig b)/c.)	4.11	4.21	623	
e) Nofit mit Proton	1.53			
f) Nofit ohne Proton	0.08			
g) Unmessbar	1.8			
Summe	100.	100.	14 800	

5-Spurereignisse

Endzustand	Anteil (%)	Anteil (%) ohne Unmessbare nach Aufteilg.d.Nofits
a) $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$	30.51	32.8
b) $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0..)$	32.73	35.15
c) $n\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0(\pi^0..)$	16.15	17.28
d) Mehrdeutig zw. b)u.c)	13.92	14.77
e) Nofit mit Proton	0.79	
f) Nofit ohne Proton	0.13	
g) Unmessbar	5.77	
Summe	100.	100.

<sup>†</sup> ohne Korrektur auf Scanverluste von Ereignissen mit sehr kurzen Protonenspuren. Diese Verluste werden auf S. 66 diskutiert.

1.1. Die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$ ,  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ ,  $\gamma p \rightarrow p3\pi^+3\pi^-$

Die Reaktionen ohne neutrale Teilchen im Endzustand sind kinematisch durch drei Nebenbedingungen überbestimmt. Ihre Photonenergie und die übrigen kinematischen Grössen können mit grosser Genauigkeit ermittelt werden. Die Abbildungen 13 und 14c),f) zeigen den Verlauf des Wirkungsquerschnitts für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$ ,  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p3\pi^+3\pi^-$ . Die angegebenen Fehler sind statistisch. Die systematischen Fehler liegen unter 7% für  $E_\gamma < 5$  GeV und bei ca. 10% für  $E_\gamma > 5$  GeV.

Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  steigt oberhalb der Schwelle auf  $80\mu\text{b}$  an und zeigt zwischen  $E_\gamma = 0.6$  und  $1.0$  GeV eine schwache Struktur. Der steile Anstieg wird im wesentlichen durch das Schwellenverhalten der Reaktion  $\gamma p \rightarrow N_{1236}^{*++}\pi^-$  (gestrichelte Kurve in Abb.13) verursacht<sup>(4e)</sup>. Die Struktur könnte mit der Bildung von höheren Nukleonresonanzen im s-Kanal zusammenhängen<sup>(41)</sup>. Unsere Photonenergieauflösung beträgt in diesem Bereich 25 MeV. Frühere Messungen des totalen Wirkungsquerschnitts  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  von Crouch u.a.<sup>(2d)</sup> und Hauser<sup>(42)</sup> sind mit unseren Ergebnissen verträglich, während die Messungen von Allaby u.a.<sup>(43)</sup> zwischen 0.6 und 0.9 GeV keine Übereinstimmung liefern.

Die Wirkungsquerschnitte für  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p3\pi^+3\pi^-$  steigen oberhalb der Schwelle schwach an und erreichen 5 bzw.  $0.6\mu\text{b}$  bei 5 GeV.

1.2. Wirkungsquerschnitte für Ereignisse mit neutralen Teilchen im Endzustand

In diesem Experiment kann die Photonenergie nur richtig berechnet werden, wenn nicht mehr als ein neutrales Teilchen emittiert wird. Bei Ereignissen mit mehr als einem neutralen Teilchen wird nur eine neutrale Spur angepasst. Die Photonenergie wird dann falsch - im allgemeinen zu niedrig - berechnet. Man kann die multineutralen Ereignisse nicht von den Ereignissen mit einem neutralen Teilchen abtrennen. Wir geben daher nur obere Grenzen für die Wirkungsquerschnitte der Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $\gamma p \rightarrow n\pi^+\pi^+\pi^-$ ,  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ ,  $\gamma p \rightarrow n\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  an. Der Anteil der multineutralen Ereignisse an den angegebenen Querschnitten liegt bei 20-50%. Abb.14a),b),d),e) zeigt die oberen Grenzen für die Wirkungsquerschnitte der vier genannten Reaktionen.

Die mehrdeutigen Ereignisse wurden im Verhältnis der eindeutigen Ereignisse aufgeteilt. Unterhalb  $E_Y = 1.5$  GeV gibt es keine mehrdeutigen Ereignisse. Der Anteil der multineutralen Ereignisse sollte hier klein sein. Wir haben für die Wirkungsquerschnitte  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$  und  $\gamma p \rightarrow n\pi^+\pi^+\pi^-$  unterhalb 1.5 GeV statt oberer Grenzen die Werte mit statistischen Fehlern eingezeichnet.

Der Wirkungsquerschnitt für  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$  steigt bei 0.71 GeV steil an. Dort hat die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\eta$  ihre Schwelle und liefert den Hauptbeitrag zum Wirkungsquerschnitt<sup>(4d)</sup>. Der Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $\gamma p \rightarrow n\pi^+\pi^+\pi^-$  hat dagegen einen flacheren Anstieg.

### 1.3. Vorhersagen des Vektordominanzmodells

Die Wirkungsquerschnitte für Endzustände mit gleicher Teilchenzahl können untereinander und mit entsprechenden Wirkungsquerschnitten für  $\pi^+p$ -Reaktionen verglichen werden.

Nach dem Vektordominanzmodell<sup>(44)</sup> (VDM) koppelt der elektromagnetische Strom  $j_\mu$  an Vektormesonströme der Form

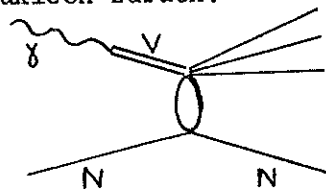
$$j_\mu(x) = e \cdot \sum_V \frac{m_V^2}{2\gamma_V} j_\mu^V(x)$$

$$V = \rho, \omega, \phi$$

$$m_V = \text{Masse der Vektormesonen } \rho^0, \omega, \phi$$

$$\gamma_V^2/4\pi = \gamma V\text{-Kopplungskonstante}$$

Die Photoproduktionsreaktionen führt man im VDM auf Wechselwirkungen von Vektormesonen am Nukleon zurück.



Die totalen Wirkungsquerschnitte der Vektormesonen am Proton können in einem Quarkmodell mit spinunabhängigen additiven Amplituden berechnet werden<sup>(44)</sup>:

$$\sigma_{\text{tot}}(\rho^0 p) = \sigma_{\text{tot}}(\omega p) = \frac{1}{2} \left[ \sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p) + \sigma_{\text{tot}}(\pi^- p) \right] = \sigma_{\text{tot}}(\pi^0 p)$$

$$\sigma_{\text{tot}}(\varphi p) = 2 \sigma_{\text{tot}}(K^+ p) + \sigma_{\text{tot}}(\pi^- p) - 2 \sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p)$$

Man erhält aus den experimentellen  $\pi^\pm p$ -Wirkungsquerschnitten bei 6 GeV<sup>(44)</sup> folgende Werte:

$$\sigma_{\text{tot}}(\rho^0 p) = \sigma_{\text{tot}}(\omega p) = \sigma_{\text{tot}}(\pi^0 p) = 27,3 \text{ mb}$$

$$\sigma_{\text{tot}}(\varphi p) = 10,1 \text{ mb}$$

Man vernachlässigt den kleinen Beitrag der  $\varphi p$ -Reaktionen und kann den totalen Wirkungsquerschnitt für Photoproduktion direkt mit dem totalen  $\pi^0 p$ -Wirkungsquerschnitt verknüpfen.

$$(14) \quad \sigma(\gamma p) \approx \alpha \pi \left( \frac{1}{\gamma_\rho} + \frac{1}{\gamma_\omega} \right) \sigma(\pi^0 p)$$

$$\alpha \approx \frac{1}{137}$$

Nimmt man weiter an, dass die Beziehung  $\sigma(\gamma p) \sim \sigma(\pi^0 p)$  nicht nur für totale Wirkungsquerschnitte, sondern auch für die Wirkungsquerschnitte gleicher Endzustände gilt, so lassen sich mit Hilfe der Isospininvarianz die relativen Häufigkeiten verschiedener Teilchenkombinationen (N,  $\pi$ ..) in Endzuständen mit gleicher Teilchenzahl berechnen<sup>(45)</sup>. Für den Anfangszustand wird dabei das Isospingemisch  $|\pi^0 p\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$  benutzt.

Wir haben die Isospingewichte für Endzustände von  $\gamma p$ -Reaktionen mit bis zu acht auslaufenden Teilchen nach Gl. 5 von Referenz<sup>(45)</sup> berechnet. Tab. 11 enthält die Zahlenwerte. Resonanzproduktion wurde nicht berücksichtigt.

Die Isospingewichte für einen Isospinanzustand  $\sqrt{\frac{1}{2}} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$  unterscheiden sich von den angegebenen Gewichten ausser bei 2-Teilchen-Reaktionen um weniger als 5%. Die aufgeführten Isospingewichte hängen also nur schwach von den oben gemachten Annahmen ab.

Tabelle 11: Isospingewichte für Endzustände mit gleicher Teilchenzahl

Als Anfangsisospinzustand ( $\gamma p$ ) wurde eine Mischung  $\sqrt{\frac{2}{3}} \left| \frac{3}{2} \frac{1}{2} \right\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}} \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2} \right\rangle$  angenommen.

p = Proton, n = Neutron, + =  $\pi^+$ -Meson, - =  $\pi^-$ -Meson, o =  $\pi^0$ -Meson

Endzustand	Gewicht	Endzustand	Gewicht
po	55.5	poo	14.4
n+	44.5	p+-	43.4
		n+o	42.2
pooo	7.1	poooo	2.0
p+-o	47.1	p+-oo	32.0
n+oo	20.0	p++--	20.0
n++-	25.8	n+ooo	10.0
		n++-o	36.0
pooooo	0.8	poooooo	0.3
p+-ooo	18.7	p+-oooo	9.7
p++--o	33.5	p++--oo	33.8
n+oooo	4.2	p+++---	9.0
n++-oo	30.4	n+ooooo	1.8
n+++--	12.4	n++-ooo	20.8
		n+++--o	24.6
pooooooo	0.1		
p+-ooooo	3.8		
p++--ooo	42.1		
p+++---o	16.4		
n+oooooo	0.6		
n++-oooo	9.8		
n+++--oo	22.7		
n++++---	4.5		

Für Endzustände mit mehr als vier Teilchen liefert die Isospininvarianz bei Primärenergien oberhalb etwa 3 GeV im allgemeinen gute Vorhersagen<sup>(46)</sup>. Mit Hilfe der in Tab.11 angegebenen Gewichte und der Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  ist es daher möglich, die Verseuchung der Reaktionen a),b),d),e) von Abb.14 mit multineutralen Ereignissen abzuschätzen. Wir gehen hier auf diese Fragen nicht näher ein. Weitergehende Untersuchungen der Wirkungsquerschnitte für Vielteilchenproduktion könnten bei einem Experiment mit energiemarkierten Photonen durchgeführt werden.

H. Satz<sup>(46)</sup> hat mit den oben gemachten Annahmen nach Gleichung (14) die Wirkungsquerschnitte von  $\gamma p$ - und  $\pi^{\pm}p$ -Reaktionen verknüpft. Die Wirkungsquerschnitte für spezielle  $\pi^0p$ -Reaktionen z.B.  $\pi^0p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  erhält man mit Hilfe der Isospininvarianz aus den gemessenen  $\pi^{\pm}p$ -Wirkungsquerschnitten. Für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p3\pi^+3\pi^-$  ergibt sich gute Übereinstimmung zwischen den nach Gleichung(14) berechneten (gestrichelte Kurven in Abb.14 c),f)) und den von uns gemessenen Werten.



## 2. Effektive Massenverteilungen

### 2.1. Bestimmung der Resonanzproduktion

Wir beschränken uns im folgenden auf die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .

Die Abbildungen 15-17 zeigen die Verteilungen der drei invarianten 2-Teilchenmassen  $M_{p\pi^+}$ ,  $M_{p\pi^-}$  und  $M_{\pi^+\pi^-}$  für fünf Energiebereiche oberhalb 1.1 GeV. Die fein gestrichelten Kurven geben die Massenabhängigkeit des lorentzinvarianten Phasenraums an. Man beobachtet starke Produktion der Resonanzen  $N^{*++}$  und  $\rho^0$  in der  $p\pi^+$ - bzw.  $\pi^+\pi^-$ -Massenkombination. Für die Resonanz  $N^{*0}$  (1236) gibt es in der Verteilung von  $M_{p\pi^-}$  nur schwache Anzeichen. Bei der Masse des  $f^0$ -Mesons (1250 MeV) treten geringe Abweichungen vom  $\pi^+\pi^-$ -Phasenraum auf. Für die Erzeugung von höheren Nukleonresonanzen gibt es keine sichere Evidenz.

Die Anteile der  $\rho^0$ - und  $N^{*}$ -Produktion werden durch Anpassungsprogramme bestimmt.

Man betrachtet die Verteilung der Ereignisse im Dalitzplot  $M_{p\pi^+}^2$  vs.  $M_{\pi^+\pi^-}^2$ . Für die Dichteverteilung der Ereignisse mit der Photonenergie  $E_\gamma$  im Dalitzplot wird angesetzt:

$$(15) \quad dW = \left[ A_{N^*} f_{N^*}(M_{p\pi^+}) + A_\rho f_\rho(M_{\pi^+\pi^-}) + A_{ps} f_{ps} \right] \frac{\pi}{4E^{*2}} dM_{p\pi^+}^2 dM_{\pi^+\pi^-}^2 dE_\gamma$$

$E^*$  = Gesamtenergie im Schwerpunktsystem

Die Parameter  $A_{N^*}$ ,  $A_\rho$  und  $A_{ps}$  sind die Anteile der  $N^{*}$ -,  $\rho^0$ - und Untergrundeignisse ( $A_{N^*} + A_\rho + A_{ps} = 1$ ). Für die Terme  $f_{N^*}$ ,  $f_\rho$  verwenden wir nach Jackson<sup>(47)</sup> relativistische Breit-Wigner-Ausdrücke mit energieabhängigen Breiten<sup>(\*)</sup>. Der Term  $f_{ps}$  gibt die lorentzinvariante Phasenraumverteilung wieder.

\* Mit ähnlichen Ausdrücken kann die Resonanzproduktion in  $\pi p$  und  $K^+ p$ -Experimenten im allgemeinen gut beschrieben werden. S.z.B. (48), (49).

Bei diesem Ansatz nimmt man an, dass die verschiedenen Amplituden, die zum Endzustand beitragen, nicht miteinander interferieren.

Die Ausdrücke  $f_{N^*}$ ,  $f_\rho$  und  $f_{\rho\pi}$  werden über feste Bereiche der Photonenergie gemittelt und zu 1 normiert.

Für Masse und Breite des  $N^{*++}$  verwenden wir die Werte  $M_{N^*} = 1236$  MeV und  $\Gamma_{N^*} = 123$  MeV.

Die gesuchten Parameter werden durch Anpassungen der Verteilungen an die experimentellen Ereignisse bestimmt. Wir benutzen dabei sowohl die Maximum-Likelihood-Methode als auch Anpassungen nach kleinsten Quadraten. Das Verfahren wird im Anhang ausführlich beschrieben (A.3.-A.5.)

Die Anpassungen können verbessert werden, wenn man die Zerfallswinkelverteilung der  $\rho$ -Mesonen im Helizitätssystem berücksichtigt. Der Helizitätswinkel  $\Theta_H$  ist der Winkel zwischen dem auslaufenden  $\pi^+$ -Meson und der entgegen gesetzten Richtung des auslaufenden Protons (dh. der  $\rho$ -Flugrichtung) im Ruhssystem der  $\pi\pi$ -Massenkombination. Der Cosinus des Helizitätswinkels lässt sich durch die Photonenergie und die effektiven Massen  $M_{\rho\pi^+}$  und  $M_{\pi^+\pi^-}$  ausdrücken (Anhang Gl. A.18).

$W(\Theta_H)$  wird an den Term  $f_\rho$  multipliziert. Unterhalb  $E_\gamma = 2$  GeV beeinflusst die Form der Helizitätswinkelverteilung die Anpassung der Parameter  $A_{\rho\pi}$ ,  $A_{N^*}$  und  $A_\rho$  relativ stark. Wir verwenden für  $W(\Theta_H)$  die experimentell bestimmten Zerfallswinkelverteilungen.

Bei den Rechnungen in fünf Photonenergiebereichen oberhalb 1.1 GeV werden zunächst die Masse und Breite des  $\rho$ -Mesons einzeln bzw. beide variabel gehalten und angepasst. Die Werte für die Breite schwanken bei den verschiedenen Anpassungen zwischen 112 und 198 MeV. Da die Anpassung der  $\rho$ -Breite stark vom Verlauf des Untergrundes, der Resonanzform des  $\rho$ -Mesons und von Interferenzeffekten abhängt, verwenden wir im folgenden stets eine feste mittlere Breite von 146 MeV.

Die Abbildungen 15-17 zeigen die Anpassungen mit variabler  $\rho$ -Masse und fester  $\rho$ -Breite. Die gestrichelte Kurve gibt jeweils den Verlauf des lorentzinvarianten Phasenraums wieder. Die gebrochene Kurve ist die Summe von Phasenraum und kinematischer Reflektion der Resonanzen in den anderen Massenkombinationen. Die volle Kurve gibt die Summe aller Beiträge an.

Tab.12 enthält die zugehörigen Resonanzanteile, die Werte der  $\rho^0$ -Masse,  $\chi^2$  und die Zahl der Freiheitsgrade für jede Anpassung.

Die angepassten Werte der  $\rho^0$ -Masse nehmen von 760 MeV unterhalb 1.8 GeV auf 726 MeV zwischen 3.5 und 5.5 GeV ab. Ähnliche Effekte wurden in anderen Photoproduktionsexperimenten beobachtet<sup>(2),(3)</sup>.

Wir möchten jedoch betonen, dass die Berechnung des  $\rho$ -Massenwertes von der Form der verwendeten Resonanzkurve und der Untergrundbehandlung abhängt. Daher können die Zahlen verschiedener Experimente nicht ohne weiteres verglichen werden.

Die Anpassungen liefern oberhalb 1.8 GeV keine guten  $\chi^2$ -Werte. Man beobachtet, dass in der  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung die experimentellen Ereignisse an den beiden Flanken der Resonanz systematisch über bzw. unter der angepassten Kurve liegen. Die Resonanzform nach Jackson gibt also oberhalb 1.8 GeV keine gute Beschreibung der in der Photoproduktion am Wasserstoff erzeugten  $\rho^0$ -Mesonen. Einige Erklärungen dafür werden im folgenden Abschnitt diskutiert.

Tabelle 12: Anteile der Resonanzproduktion bei Anpassung von relativistischen Breit-Wigner-Ausdrücken mit energieabhängiger Breite (Programm RESGAM)

Anteile (%)								
E <sub>y</sub> (GeV)	Zahl d. Ereignisse	Phasenraum	N <sup>***</sup>	$\rho^0$	m <sub><math>\rho</math></sub> (MeV)	Zerfallswinkel- vert.d. $\rho$	$\chi^2$	NF
1.1-1.4	1070	33.7 <sup>+3.4</sup>	38.2 <sup>+3.7</sup>	28.1 <sup>+2.9</sup>	761 <sup>+8</sup>	isotrop	99.9	110
1.4-1.8	880	33 <sup>+4</sup>	28.8 <sup>+2.5</sup>	38.2 <sup>+3.4</sup>	760 <sup>+7</sup>	0.3+0.55 •sin <sup>2</sup> $\theta_H$	142.6	134
1.8-2.5	800	32.5 <sup>+4</sup>	18.2 <sup>+2.1</sup>	49.3 <sup>+3.4</sup>	747 <sup>+7</sup>	sin <sup>2</sup> $\theta_H$	157.4	89
2.5-3.5	537	15.2 <sup>+4.8</sup>	13.1 <sup>+2.1</sup>	70.9 <sup>+4.5</sup>	746 <sup>+6</sup>	sin <sup>2</sup> $\theta_H$	168.7	115
3.5-5.5	461	10.3 <sup>+4</sup>	10.7 <sup>+2</sup>	77.8 <sup>+4.3</sup>	726 <sup>+5</sup>	sin <sup>2</sup> $\theta_H$	203.9	145

feste Parameter:  $M_N^* = 1236$  MeV,  $\Gamma_N^* = 123$  MeV,  $\Gamma_\rho = 146$  MeV

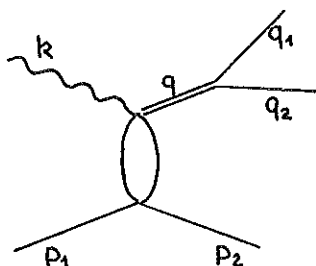
NF = Zahl der Freiheitsgrade

Die Anteile sind nicht auf Scanverluste von Ereignissen mit sehr kurzen Protonenspuren korrigiert.

## 2.2. Die Massenverteilung des $\rho$ -Mesons

Verschiedene experimentelle Ergebnisse haben inzwischen gezeigt, dass die Photoproduktion von  $\rho^0$ -Mesonen an Wasserstoff hauptsächlich durch diffraktive Prozesse beherrscht wird<sup>(2)-(4)</sup>. Die schwache Energieabhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts, der Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnitts und der Zerfallswinkelverteilungen lassen sich besser mit einem Diffraktionsprozess als mit einem Ein-Pion-Austauschmodell beschreiben. Davon ausgehend hat P. Söding<sup>(5)</sup> einen Interferenzmechanismus vorgeschlagen, der eine Erklärung für die Verformung der  $\rho$ -Massenverteilung gibt.

Söding nimmt an, dass die Amplitude  $T_\rho$  für die  $\rho$ -Erzeugung hauptsächlich absorptiv ist.



$$T_\rho \sim i \text{const} \frac{1}{2} (s - m_N^2) e^{\frac{A}{2}t}$$

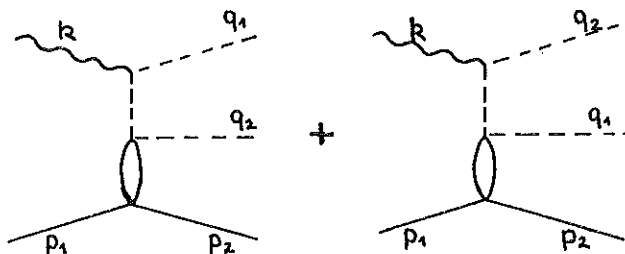
wo  $s = (k + p_1)^2$   
 $t = (p_1 - p_2)^2$   
 $m_N = \text{Protonmasse}$

Für das Matrixelement wird angesetzt:

$$(16) \quad M_1 \sim T_\rho \frac{1}{m_\rho^2 - m_{\pi\pi}^2 - im_\rho \Gamma} \epsilon_\mu^{(\gamma)}(k) \left[ \delta_{\mu\nu} - \frac{q_\mu k_\nu}{(q \cdot k)} \right] (q_{1\nu} - q_{2\nu})$$

$\Gamma$  = energieabhängige Breite  
 $m_\rho$  =  $\rho^0$ -Masse  
 $m_{\pi\pi}^2$  =  $(q_1 + q_2)^2$   
 $\epsilon_\mu^{(\gamma)}(k)$  = Polarisationsvektor des Photons

Man betrachtet jetzt nichtresonante Prozesse vom Dreilichttyp, bei denen  $\pi\pi$ -Paare erzeugt werden. Das ausgetauschte  $\pi$ -Meson wird dabei am Proton diffraktiv gestreut.



Für die zugehörigen Matrixelemente schreibt man

$$(17) \quad M_2 + M_3 \sim \epsilon_\mu^{(\gamma)}(k) \left[ \frac{T_-}{m_\pi^2 - t_1} q_{1\mu} - \frac{T_+}{m_\pi^2 - t_2} q_{2\mu} \right] .$$

$$t_1 = (q_1 - k)^2, \quad t_2 = (q_2 - k)^2, \quad m_\pi = \pi\text{-Masse}$$

$T_\pm$  sind die Amplituden für die elastische  $\pi^\pm p$ -Streuung :

$$T_\pm \sim i e^{\frac{B}{Z} t} .$$

Die Diagramme  $M_2$  und  $M_3$  können mit dem Imaginärteil von  $M_1$

$$\text{Im}M_1 \sim \frac{m_\rho^2 - m_\pi^2}{(m_\rho^2 - m_\pi^2)^2 + m_\rho^2 \Gamma^2}$$

interferieren. Das führt bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts  $d\sigma/dm_{\pi\pi}$  zu einem Beitrag, der sich in der Nähe der Resonanzmasse schnell ändert und eine Verformung der  $\rho$ -Massenverteilung erzeugt. Infolge der Verformung erscheint das Maximum bei einem kleineren bzw. grösseren Wert (je nach dem relativen Vorzeichen der Amplituden  $T_\rho$  und  $T_\pm$ ).

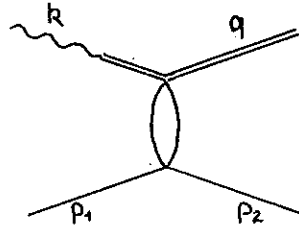
Wir haben die Rechnungen von Söding für  $d\sigma/dm_{\pi\pi}$  über verschiedene Bereiche der Photonenergie gemittelt und die Massenabhängigkeit der Beiträge von Resonanz, Untergrund und Interferenzterm parametrisiert. Die resultierenden Ausdrücke wurden an die  $\pi\pi$ -Massenverteilung angepasst. Dabei wurde der Anteil der Untergrundeignisse (Drellgraph) nicht den Söding'schen Rechnungen entnommen, sondern angepasst. Wir erhalten eine gute Beschreibung der  $\rho$ -Massenverteilung bei Photonenergien  $> 2.5$  GeV. Insbesondere der Verlauf in den Flanken der Resonanz wird richtig wiedergegeben. Abb.17a) zeigt die Anpassungen für zwei Photonenergiebereiche oberhalb 2.5 GeV. Unterhalb 2 GeV werden die Anpassungen nicht verbessert. Hier erwartet man auch nicht, dass die vereinfachenden Annahmen des Söding'schen Modells noch zutreffen.

Variiert man bei den Anpassungen auch die  $\rho$ -Masse<sup>\*)</sup>, so ergibt sich oberhalb 1.4 GeV ein konstanter Massenwert von etwa 775 MeV. Der Massenwert variiert nicht mehr mit der Photonenergie. Der von Söding vorgeschlagene Mechanismus gibt also eine qualitativ richtige, konsistente Beschreibung der experimentellen Massenverteilung.

---

\* Die  $\rho$ -Masse ist hier die Resonanzmasse, die im Matrixelement  $M_1$  auftritt.

Ross und Stodolsky<sup>(50)</sup> haben die  $\rho^0$ -Erzeugung im Rahmen des Vektordominanzmodells untersucht.



Wenn man die Kopplung des Photons an die Vektormesonen mit Hilfe von Feynmangraphen beschreibt, tritt für den  $\gamma\rho$ -Vertex und die  $\rho$ -Linie ein Faktor

$$-\frac{em_V^2}{2\gamma_V} \frac{1}{K^2 - m_V^2} \quad m_V = \text{Masse der Vektormesonen}, K^2 = 0$$

auf.

Ross und Stodolsky vernachlässigen die Beiträge von intermediären  $\omega$ - und  $\phi$ -Mesonen zur  $\rho$ -Erzeugung und beschränken sich auf kleine Impulsüberträge

$$|(p_1 - p_2)^2| \ll m_V^2.$$

Sie nehmen ferner an, dass sich bei der Diffraktionsstreuung des einlaufenden virtuellen  $\rho$ -Mesons am Proton die effektive  $\pi^+\pi^-$ -Masse kaum ändert und schreiben für die Kopplung

$$-\frac{em_\rho^2}{2\gamma_\rho} \frac{1}{m_{\pi\pi}^2}.$$

Im differentiellen Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{dm_{\pi\pi}}$  tritt dann ein Faktor  $m_\rho^4/m_{\pi\pi}^4$  auf. Der Faktor  $m_\rho^4/m_{\pi\pi}^4$  führt zu einer Verformung der  $\rho$ -Massenverteilung und verschiebt das Maximum zu kleineren Werten.

Wir haben den von Ross und Stodolsky vorgeschlagenen Faktor  $m_\rho^4/m_{\pi\pi}^4$  an die Breit-Wigner-Resonanzform multipliziert. Man erhält gute Anpassungen an die experimentellen  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilungen für Photonenergien oberhalb 1.4 GeV. Jedoch liefern die Anpassungen keinen festen, von der Photonenergie

unabhängigen Wert der  $\rho$ -Masse<sup>\*</sup>).

Die vereinfachte Formel von Ross und Stodolsky reicht nicht aus, um die experimentellen  $\rho$ -Massenverteilungen bei verschiedenen Photonenergien und für Erzeugungswinkel ausserhalb der Vorwärtsrichtung konsistent zu beschreiben.

Dagegen werden die Massenverteilungen bei der  $\rho$ -Photoproduktion an schweren Kernen unter kleinen Erzeugungswinkeln unabhängig von der Photonenergie gut durch die von Ross und Stodolsky vorgeschlagene Formel wiedergegeben<sup>(65)</sup>. Die gefundenen Massenwerte liegen konstant bei 765 - 770 MeV in guter Übereinstimmung mit dem Tabellenwert<sup>(25)</sup>.

Wenn wir uns auf Erzeugungswinkel nahe der Vorwärtsrichtung beschränken ( $0.97 < \cos \theta_{\rho}^* < 0.99$ ) erhalten wir in der  $\rho$ -Produktion am Wasserstoff bei Anpassungen nach Ross und Stodolsky Massenwerte von  $755 \pm 7$  MeV bei  $2.5 < E_{\gamma} < 3.5$  GeV und  $750 \pm 5$  MeV bei  $3.5 < E_{\gamma} < 5.8$  GeV. Die Massen liegen also um ca. 15 MeV niedriger als bei der  $\rho$ -Photoproduktion an schweren Kernen.

---

\* Wir finden abnehmende Massenwerte zwischen  $(780 \pm 4)$  MeV und  $762 \pm 5$  MeV in den Photonenergiebereichen  $1.4 < E_{\gamma} < 1.8$  GeV bzw.  $4.5 < E_{\gamma} < 5.8$  GeV.

### 3. Wirkungsquerschnitte für $\rho$ -Produktion

#### 3.1. Totale und differentielle Wirkungsquerschnitte

Wir bestimmen den Wirkungsquerschnitt für  $\rho$ -Produktion mit dem im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Anpassungsverfahren.

Um eine möglichst modellunabhängige Beschreibung der Daten zu geben, benutzen wir für die  $\rho$ -Massenverteilung eine Breit-Wigner-Resonanzform nach Jackson<sup>(47)</sup>. Die Breite  $\Gamma$  wird mit 146 MeV, die Masse  $M_\rho$  mit festen Werten eingesetzt, die in Tab.12 angegeben sind.

Abb.18 zeigt den so bestimmten Wirkungsquerschnitt für  $\rho$ -Produktion als Funktion der Photonenergie (volle Punkte).

Die mit der Breit-Wigner-Form ermittelten Werte sind die der Fläche des  $\rho$ -Maximums entsprechenden Wirkungsquerschnitte abzüglich der Phasenraum- und Untergrundergebnisse. Beiträge von Interferenzeffekten und nicht-phasenraum-verteiltem Untergrund können dabei mit unter die Breit-Wigner-Kurve des  $\rho$  gezogen werden.

Zum Vergleich haben wir auch die Parametrisierung des Södingschen Interferenzmodells benutzt, um den  $\rho$ -Anteil bei hohen Energien zu bestimmen. (Bei den Anpassungen waren  $M_\rho = 775$  MeV und  $\Gamma_\rho = 146$  MeV festgehalten.)

Die offenen Punkte in Abb.18 zeigen die so berechneten Wirkungsquerschnitte oberhalb 2.5 GeV. Diese Punkte enthalten nur den Beitrag der resonanten  $\rho$ -Amplitude (Diagramm  $M_1$  Gl.16)). Die Beiträge von Interferenz und Untergrund sind separiert. Die Werte liegen daher tiefer als die mit der Breit-Wigner-Form bestimmten Wirkungsquerschnitte. Beide Methoden führen jedoch auf dieselbe Energieabhängigkeit des  $\rho$ -Wirkungsquerschnitts. Die Diskrepanz zwischen den Ergebnissen bei der Methoden zeigt, dass die systematischen Fehler bei der Bestimmung des  $\rho$ -Wirkungsquerschnitts oberhalb 2 GeV in der Größenordnung von 10 - 15 % liegen.

Unterhalb 2 GeV erschweren Schwelleneffekte und möglicherweise auch Einflüsse von Resonanzen im s-Kanal die Analyse. Die Trennung der Resonanzen



Tabelle 13: Differentielle Wirkungsquerschnitte  $\frac{d\sigma}{d\Omega}$  für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow pp^0$   
 (Bestimmt durch Anpassung einer Breit-Wigner-Resonanzform).

1.4 GeV < E <sub>γ</sub> < 1.8 GeV				1.8 GeV < E <sub>γ</sub> < 2.5 GeV			
cosθ* <sub>min</sub>	cosθ* <sub>max</sub>	$\frac{d\sigma}{d\Omega} [\mu\text{b}]/\text{sr}$	$\Delta(\frac{d\sigma}{d\Omega})$	cosθ* <sub>min</sub>	cosθ* <sub>max</sub>	$\frac{d\sigma}{d\Omega} [\mu\text{b}]/\text{sr}$	$\Delta(\frac{d\sigma}{d\Omega})$
0.975	1.0	9.65	3.3	0.975	1.0	15.7	2.9
0.9375	0.975	11.2	2.6	0.95	0.975	17.6	3.0
0.9	0.9375	4.08	2.1	0.9	0.95	12.0	1.8
0.85	0.9	7.96	1.8	0.85	0.9	6.6	0.86
0.8	0.85	9.28	1.8	0.775	0.85	4.6	0.86
0.7	0.8	3.12	0.8	0.7	0.775	4.4	0.83
0.3	0.7	1.31	0.3	0.4	0.7	0.89	0.24
-0.2	0.3	0.83	0.22	-0.3	0.4	0.28	0.10
-1.0	-0.2	0.11	0.11	-1.0	-0.3	0.098	0.08

2.5 GeV < E <sub>γ</sub> < 3.5 GeV				3.5 GeV < E <sub>γ</sub> < 5.8 GeV			
cosθ* <sub>min</sub>	cosθ* <sub>max</sub>	$\frac{d\sigma}{d\Omega} [\mu\text{b}]/\text{sr}$	$\Delta(\frac{d\sigma}{d\Omega})$	cosθ* <sub>min</sub>	cosθ* <sub>max</sub>	$\frac{d\sigma}{d\Omega} [\mu\text{b}]/\text{sr}$	$\Delta(\frac{d\sigma}{d\Omega})$
0.975	1.0	24.6	3.05	0.985	1.0	36.5	4.1
0.95	0.975	26.6	4.2	0.975	0.985	53.0	6.4
0.9	0.95	13.4	1.65	0.95	0.975	24.0	2.6
0.85	0.90	7.01	1.15	0.9	0.95	9.4	1.4
0.7	0.85	2.32	0.45	0.825	0.9	3.03	0.6
0.3	0.7	0.272	0.12	0.5	0.825	0.29	0.1
-1.0	0.3	0.093	0.093	-1.0	0.5	0.03	0.03

θ\* = Erzeugungswinkel im Schwerpunktsystem

vom Untergrund ist mit grossen Fehlern behaftet, da die Resonanzen und ihre Reflektionen kinematisch eng beieinander liegen. Wir beschränken uns darauf, unterhalb 2.5 GeV die mit der Breit-Wigner-Form bestimmten Wirkungsquerschnitte anzugeben.

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte  $d\sigma_p/d\Delta^2$  und  $\frac{d\sigma_p}{d\Omega}$  wurden mit demselben Anpassungsverfahren bestimmt (Breit-Wigner-Resonanzform mit fest eingegebenen Massen und Breiten).

Die Abbildungen 19 und 20 zeigen die differentiellen Wirkungsquerschnitte für vier Photonenergiebereiche. Tab.13 enthält die Zahlenwerte von  $d\sigma/d\Omega$ .

Die Ereignisse mit sehr kurzer Rückstoßprotonspur sind mit Scanverlusten behaftet. Insbesondere die Ereignisse mit einem Protonenimpuls kleiner als  $\sim 90$  MeV/c (entsprechend einer Reichweite von etwa 2 mm in der Blaskammer) werden nicht erfaßt.

Die Scanverluste treten bei Erzeugungswinkeln  $\cos\theta_p^* > 0.99$  auf. In den differentiellen Wirkungsquerschnitten  $d\sigma/d\Omega$  ist jeweils nur der erste Punkt von Scanverlusten betroffen. Die Punkte nahe der Vorwärtsrichtung sind nicht korrigiert.

Wir berechnen die Zahl der verlorenen Ereignisse mit der Annahme, daß sich der differentielle Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Delta^2$  bis zu den kleinstmöglichen Impulsüberträgen durch ein Exponentialgesetz  $Ae^{-B\Delta^2}$  beschreiben läßt. Diese Annahme wird durch neuere Ergebnisse eines Funkenkammerexperiments von Blechschmidt u.a. bestätigt<sup>(66)</sup>.

Wir haben die differentielle Winkelverteilung  $dN/d\Delta^2$  aller Ereignisse in feinen Schritten der Photonenergie untersucht und mit dem Exponentialgesetz verglichen. Die Scanverluste setzen merklich erst oberhalb 2.5 GeV ein. Sie erreichen  $(2.5 \pm 0.5)\mu\text{b}$  bei 3.5 GeV und bleiben dann etwa konstant. Entsprechende Korrekturen sind bei der Berechnung der totalen Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  und  $\gamma p \rightarrow p\pi^0$  angebracht (Abb. 13 und 18). In den früheren Veröffentlichungen wurde nicht auf die Scanverluste von Ereignissen mit kurzen Protonenspuren korrigiert.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma}{d\Delta^2}$  wurde mit einer Funktion  $Ae^{-B\Delta^2}$  für  $\Delta^2 < 0.5 \text{ (GeV)}^2$  angepasst. Tab.14 enthält die Ergebnisse der Anpassung.

Tabelle 14: Anpassung von  $Ae^{-B\Delta^2}$  an den differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Delta^2$  für  $\Delta^2 < 0.5 \text{ (GeV)}^2$

$E_\gamma \text{ [GeV]}$	$A \text{ [\mu b/(GeV)}^2\text{]}$	$B \text{ (GeV)}^{-2}$
1.4 - 1.8	$116.0 \pm 15.4$	$5.98 \pm 0.49$
1.8 - 2.5	$87.8 \pm 9.8$	$4.38 \pm 0.39$
2.5 - 3.5	$116.6 \pm 12.4$	$5.72 \pm 0.41$
3.5 - 5.8	$111.7 \pm 11.4$	$7.29 \pm 0.41$

Die angegebenen Fehler sind statistisch. Die Neigung B nimmt mit wachsender Energie von etwa 5 auf  $7 \text{ GeV}^{-2}$  zu. Die Bestimmung der Neigung hängt von der verwendeten Resonanzform ab. Berechnet man den differentiellen Wirkungsquerschnitt durch Anpassungen mit einer Resonanzform nach Ross und Stodolsky, so erhält man im Mittel um  $1 \text{ GeV}^{-2}$  größere Werte von B. In dieser Größenordnung liegt der systematische Fehler der angegebenen Neigungen.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt bei  $0^\circ$  berechnet sich aus  $Ae^{-B\Delta_{\text{Min}}^2}$ .  $\Delta_{\text{Min}}^2$  ist der minimale Impulsübertrag. Bei hohen Energien gilt  $\Delta_{\text{Min}}^2 \approx (m_p^2/2E_\gamma)^2$ .

Mit der Transformation  $d\Delta^2 = p_\gamma p_\rho d\Omega/\pi$  erhält man dann den Wirkungsquerschnitt im Laborsystem

$$d\sigma_{\text{Lab}}/d\Omega|_0 = (0.70 \pm 0.071) \text{ mb/sr für } 3.5 \text{ GeV} < E_\gamma < 5.8 \text{ GeV.}$$

Dieser Wert stimmt mit dem Wert von Crouch u.a. <sup>(2c)</sup>  $d\sigma/d\Omega|_0 = (0.6 \pm 0.15) \frac{\text{mb}}{\text{sr}}$

im selben Energiebereich überein, jedoch nicht mit dem Ergebnis von

$$\text{Lanzerotti u.a.} \text{ } ^{(3)} \frac{d\sigma}{d\Omega} \Big|_0 = (1.26 \pm 0.17) \frac{\text{mb}}{\text{sr}} \text{ bei } E_\gamma = 4.4 \text{ GeV.}$$

### 3.2. Diskussion der Wirkungsquerschnitte

Der totale Wirkungsquerschnitt für  $\rho$ -Produktion fällt oberhalb 1.4 GeV schwach mit wachsender Photonenergie ab. Dieses Verhalten lässt sich mit einem vorwiegend diffraktiven Erzeugungsprozess erklären.

Berman und Drell<sup>(51)</sup> haben als erste ein Diffraktionsmodell für die Photoproduktion von  $\rho$ -Mesonen vorgeschlagen. Sie verknüpfen die  $\rho$ -Produktion mit der  $\pi N$ -Diffraktionsstreuung.

Das Modell liefert für kleine Impulsüberträge einen etwa konstanten  $\rho$ -Wirkungsquerschnitt als Funktion der Photonenergie.

Die Kurven in Abb.19 wurden mit dem Modell von Berman und Drell berechnet. Dazu wurden die Parameter des Modells auf den experimentellen totalen Wirkungsquerschnitt für  $\Delta^2 < 0.3 \text{ (GeV)}^2$  und  $E_\gamma > 2.5 \text{ GeV}$  normiert. Für die  $\Delta^2$ -Abhängigkeit der  $\pi N$ -Streuung wurde gesetzt:

$$\frac{d\sigma}{d\Delta^2} = \frac{\sigma_{\text{tot}}^2}{16\pi} e^{-B\Delta^2}$$
$$\text{mit } \sigma_{\text{tot}} = \left( 24.1 + \frac{26.8 \text{ GeV}}{P_{\text{lab}}} \right) \text{ mb}$$
$$B = 7.7 \text{ (GeV)}^{-2}$$

Mit dieser Normierung wird der differentielle Wirkungsquerschnitt für  $\Delta^2 < 0.5 \text{ (GeV)}^2$  und  $3.5 < E_\gamma < 5.8 \text{ GeV}$  gut wiedergegeben, während bei kleineren Energien die experimentellen Punkte schwächer abfallen als die berechneten Kurven.

Trotz der qualitativen Wiedergabe von Energie- und  $\Delta^2$ -Abhängigkeit der  $\rho$ -Wirkungsquerschnitte ist es nicht möglich, die Photoproduktion von Vektormesonen mit dem Modell von Berman und Drell konsistent zu beschreiben. Das Modell ist unter Annahmen entwickelt, die nur für die Vorwärtsrichtung gelten. A.S. Krass hat gezeigt<sup>(6)</sup>, dass das Modell auf ähnliche Zerfallswinkelverteilungen führt wie das Ein-Pion-Austauschmodell, dessen Vorhersagen im Widerspruch zum Experiment stehen (für Erzeugungswinkel ausserhalb der Vorwärtsrichtung). Ausserdem treten Schwierigkeiten auf, wenn man das experimentelle Verhältnis der  $\rho^0$ -,  $\omega$ - und  $\phi$ -Photoproduktion im Rahmen des Berman-Drell-Modells erklären will<sup>(52)</sup>.

Die Energieabhängigkeit des  $\rho$ -Wirkungsquerschnitts kann mit den Vorhersagen eines kombinierten Vektordominanz- und Quarkmodells verglichen werden<sup>(44)</sup>.

Nach dem Vektordominanzmodell gilt für den Wirkungsquerschnitt der Photoproduktion von Vektormesonen bei hohen Energien

$$\sigma(\gamma p \rightarrow Vp) \approx \sum_V \frac{\alpha}{4} \left( \frac{h\pi}{V} \right) \sigma(Vp \rightarrow Vp) \quad .$$

$$(V = \rho^0, \omega, \varphi)$$

Im Quarkmodell<sup>(53)</sup> liefert der Übergang  $\varphi p \rightarrow \rho p$  keinen Beitrag. Es genügt, die Übergänge  $\omega p \rightarrow \rho p$  und  $\rho p \rightarrow \rho p$  zu betrachten.

Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $Vp \rightarrow Vp$  ( $V=\rho, \omega$ ) macht man den Ansatz

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{d\sigma}{dt} \Big|_{t=0} \cdot e^{Bt} \quad .$$

Man nimmt an, dass die elastische  $Vp$ -Streuung im wesentlichen diffraktiv ist. Mit Hilfe des optischen Theorems ergibt sich

$$\sigma_{\text{diff}}(Vp \rightarrow Vp) = \frac{1}{16\pi B} \sigma_{\text{tot}}^2(Vp) \quad .$$

Die Summenregel

$$\sigma_{\text{tot}}(\rho^0 p) = \sigma_{\text{tot}}(\omega p) = \frac{1}{2} \left[ \sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p) + \sigma_{\text{tot}}(\pi^- p) \right]$$

verknüpft dann den Wirkungsquerschnitt für  $\rho$ -Photoproduktion direkt mit den totalen  $\pi^+ p$ - und  $\pi^- p$ -Wirkungsquerschnitten.

$$(18) \quad \sigma(\gamma p \rightarrow \rho p^0) = \text{const.} \cdot \left[ \sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p) + \sigma_{\text{tot}}(\pi^- p) \right]^2$$

Tabelle 15 zeigt die mit Gl(18) berechneten Werte von  $\sigma(\gamma p \rightarrow \rho p^0)$ .

Tabelle 15: Vergleich der Energieabhängigkeit von  $\sigma(\gamma p \rightarrow p\rho^0)$   
mit dem kombinierten Vektordominanz-Quarkmodell

$E\gamma$ [GeV]	$\sigma_\rho$ (exp.) [ $\mu\text{b}$ ] Breit-Wigner	$\sigma_\rho$ nach Söding	const. $\left[ \sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p) + \sigma_{\text{tot}}(\pi^- p) \right]^2$ (54)
2.5-3.5	$20.5 \pm 1.3$	$19.7 \pm 1.3$	19.0
3.5-4.5	$18.4 \pm 1.4$	$16 \pm 1.2$	17.0
4.5-5.8	$17.1 \pm 1.5$	$15 \pm 1.3$	15.0

Die nach dem Vektordominanz- und Quarkmodell berechneten Werte geben die Energieabhängigkeit des  $\rho$ -Wirkungsquerschnitts innerhalb der Fehlergrenzen wider. Wenn man den absoluten Wert für  $\sigma(\gamma p \rightarrow p\rho^0)$  berechnet, erhält man mit  $\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} = 0.55$  und  $B = 8(\text{GeV})^{-2}$  unter Vernachlässigung der Übergänge  $\omega p \rightarrow p\rho$  einen Wert von  $\sigma(\gamma p \rightarrow p\rho^0) \approx 16 \mu\text{b}$  bei 5.2 GeV. Dieser Wert liegt in der richtigen Grössenordnung. Darüberhinaus ist das Vektordominanz-Quarkmodell in der Lage, das richtige Verhältnis für die Photo-  
 produktion der Vektormesonen  $\rho^0$ ,  $\omega$  und  $\phi$  vorherzusagen<sup>(44)</sup>. Die verschiedenen Annahmen und die Parameter  $\gamma_\rho^2/4\pi$  und B enthalten jedoch noch eine beträchtliche Unsicherheit.

## 4. Zerfallswinkelverteilungen

### 4.1. Definitionen und Ergebnisse

Die Zerfallswinkelverteilungen einer Resonanz enthalten Information über den Spin der Resonanz und über den Erzeugungsprozess. Da Spin und Parität des  $\rho$ -Mesons  $J^P = 1^-$  bekannt sind, können wir die Zerfallswinkelverteilung benutzen, um Aussagen über den Erzeugungsprozess zu erhalten.

Wir definieren zunächst geeignete Koordinatensysteme.

Man betrachtet die 3er-Impulse  $\vec{\gamma}$ ,  $\vec{p}_1$ ,  $\vec{p}_f$ ,  $\vec{\pi}^+$ ,  $\vec{\pi}^-$  des Photons, des ein- und auslaufenden Protons und der auslaufenden  $\pi$ -Mesonen im Gesamtschwerpunktsystem. Die beiden Vektoren  $\vec{p}_1$  und  $\vec{p}_f$  spannen die Produktionsebene für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \rho^0$  auf.

Man transformiert jetzt alle Impulse ins Ruhesystem der  $\pi^+ \pi^-$ -Massenkombination, d.h. man führt eine Transformation innerhalb der Produktionsebene entlang der Flugrichtung des  $\rho^0$ -Mesons  $-\vec{p}_f$  aus.

Wir unterscheiden zwei Fälle:

#### a) Jacksonsystem

Die folgenden Einheitsvektoren werden definiert:

$$\vec{e}_z = \frac{\vec{\gamma}}{|\vec{\gamma}|}$$

Photonrichtung im Ruhesystem der  $\pi\pi$ -Kombination

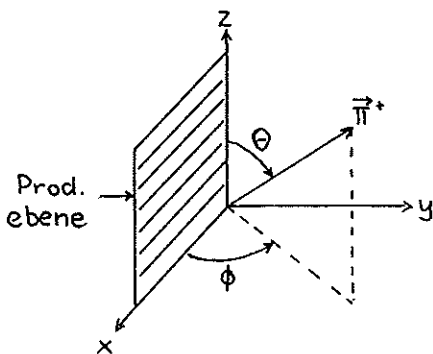
$$\vec{e}_y = \frac{\vec{p}_1 \times \vec{p}_f}{|\vec{p}_1 \times \vec{p}_f|}$$

Normale auf der Produktionsebene

$$\vec{e}_x = \vec{e}_y \times \vec{e}_z$$

$\theta$  = Polarwinkel des auslaufenden  $\pi^+$ -Mesons (Winkel zwischen  $\vec{\pi}^+$  und  $\vec{e}_z$ )

$\phi$  = Azimutwinkel des auslaufenden  $\pi^+$ -Mesons (Winkel zwischen  $\vec{e}_x$  und der Projektion von  $\vec{\pi}^+$  in die  $xy$ -Ebene)



Die Winkel  $\theta$  und  $\phi$  heißen Jackson- oder OPE-Winkel. Sie werden benutzt, wenn man Reaktionen mit dem Ein-Pion-Austauschmodell untersucht.

b) Helizitätssystem

Im Helizitätssystem wird die Bezugsrichtung anders gewählt:

$$\begin{aligned} \vec{e}_z &= \frac{-\vec{p}_f}{|\vec{p}_f|} && \rho\text{-Flugrichtung} \quad | \quad = \text{entgegengesetzte} \\ & && \text{Richtung des auslaufenden Protons} \\ \vec{e}_y &= \frac{\vec{p}_i \times \vec{p}_f}{|\vec{p}_i \times \vec{p}_f|} && \text{Normale auf der Produktionsebene} \\ \vec{e}_x &= \vec{e}_y \times \vec{e}_z \end{aligned}$$

$\Theta_H$  = Polarwinkel des auslaufenden  $\pi^+$ -Mesons

$\phi_H$  = Azimutwinkel des auslaufenden  $\pi^+$ -Mesons

Die Winkel  $\Theta_H$  und  $\phi_H$  heissen Helizitätswinkel. Sie sind zweckmässig, wenn man den Erzeugungsprozess im Helizitätsformalismus beschreibt.

Die allgemeine Zerfallswinkelverteilung eines  $J^P = 1^-$  Teilchens hat in beiden Bezugssystemen die folgende Form<sup>(55)</sup>:

$$(20) \quad W(\cos\theta, \phi) = \frac{3}{4\pi} \left[ \frac{1}{2} (1 - \rho_{0,0}) + \frac{1}{2} (3\rho_{0,0} - 1) \cos^2\theta - \rho_{1,-1} \sin^2\theta \cos 2\phi \right. \\ \left. - \sqrt{2} \operatorname{Re} \rho_{1,0} \sin 2\theta \cos \phi \right]$$

Die Information über die Zerfallswinkelverteilung ist in den Werten  $\rho_{0,0}$ ,  $\rho_{1,-1}$ ,  $\operatorname{Re} \rho_{1,0}$  der Spindichtematrix enthalten.

Zur Bestimmung der Dichtematrixelemente für den  $\rho$ -Zerfall werden die Verteilungen (20) und geeignete Winkelverteilungen für Untergrund- und  $N^*$ -Ereignisse an die Terme  $f$  der Dichteverteilung im Dalitzplot (Gl.(15)) multipliziert und mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode an die experimentellen Verteilungen angepasst.

Einzelheiten sind im Anhang (A.3., A.5.) beschrieben.

Die Abbildungen (21) und (22) zeigen die Dichtematrixelemente  $\rho_{0,0}$ ,  $\rho_{1,-1}$ ,  $\operatorname{Re} \rho_{1,0}$  im Jacksonsystem und die Elemente  $\rho_{0,0}^H$ ,  $\rho_{1,-1}^H$ ,  $\operatorname{Re} \rho_{1,0}^H$  im Helizitätssystem für verschiedene Photonenergiebereiche als Funktion des Erzeugungswinkels. Die angegebenen Fehler sind statistisch. Die systematischen Fehler infolge der Unsicherheit der Untergrundbehandlung liegen in der Grössenordnung der statistischen Fehler.



#### 4.2. Diskussion der Dichtematrixelemente

Nach dem Ein-Pion-Austauschmodell erwartet man für die Dichtematrixelemente im Jacksonsystem  $\rho_{00} = \rho_{1,-1} = \text{Re}\rho_{1,0} = 0$ , also eine  $\sin^2\theta$ -förmige Polarwinkel- und eine isotrope Azimutwinkelverteilung. Absorptionskorrekturen ändern die Werte nur geringfügig<sup>(56)</sup>. Die Daten sind damit nicht verträglich.

In Abb.21 sind Kurven eingezeichnet, die sich aus dem "Starken Absorptionsmodell" (SAM) von Eisenberg u.a.<sup>(57)</sup> ergeben.

Im Starken Absorptionsmodell werden diffraktive Prozesse wie die  $\rho$ -Photoproduktion mit einem spinunabhängigen Zentralpotential behandelt. Die vier Parameter des Modells ( $R_0$  = Radius der absorbierenden Kugel,  $\epsilon$  = ihre Transparenz,  $d$  = Randunschärfe,  $\mu$  = Stärke des Realteils des Potentials) werden gleichzeitig bei verschiedenen Photonenergien durch Anpassung der theoretischen Kurven an die Form der differentiellen Erzeugungswirkungsquerschnitte  $d\sigma_p/d\Omega$  bestimmt. Wenn die Parameter einmal berechnet sind, ergeben sich die Aussagen über die Zerfallsdichtematrix ohne weitere Anpassungen. Die Werte der Matrixelemente sind nur schwach von den Parametern abhängig.

Die Kurven in Abb.21 wurden von Eisenberg u.a. bei der Auswertung des Blasenkammerexperiments der Cambridge-Kollaboration<sup>(2)</sup> gewonnen. Sie sind mit den experimentellen Werten verträglich.

Die Dichtematrixelemente  $\rho_{00}^H$  im Helizitätssystem erlauben eine Aussage über die Spinausrichtung des  $\rho$ -Mesons längs seiner Flugrichtung. Der Wert  $\rho_{00}^H = 0$  bedeutet eine völlige Ausrichtung des Spins längs der Flugrichtung (parallel oder antiparallel). Die experimentellen Punkte in der Nähe der Vorwärtsrichtung  $\cos\theta_p^* > 0.7$  sind mit Null verträglich<sup>\*)</sup>, während für noch grössere Erzeugungswinkel die Spinausrichtung abnimmt.

A.S. Krass<sup>(6)</sup> hat vor kurzem die  $\rho$ -Produktion mit dem von Söding vorgeschlagenen Interferenzmechanismus untersucht.

---

<sup>\*)</sup> Ein solches Verhalten erwartet man auch im Rahmen des Vektordominanzmodells bei hohen Energien<sup>(58)</sup>.

Da das von Söding benutzte Matrixelement  $M_1$  (Gl.(16)) für die  $\rho$ -Erzeugung auf dieselben Zerfallswinkelverteilungen führt wie das Ein-Pion-Austauschmodell<sup>(6)</sup>, hat Krass die  $\rho$ -Amplitude des Starken Absorptionsmodells verwendet. Für die Untergrundgraphen werden ähnliche Matrixelemente wie für die Diagramme  $M_2$  und  $M_3$  der Södingschen Rechnungen (Gl.(17)) eingesetzt. Damit ist es möglich, den Einfluss von Interferenzeffekten auf die Zerfallswinkelverteilungen zu untersuchen. Die Kurven in Abb.22 zeigen die Ergebnisse von Krass für die Dichtematrixelemente im Helizitätssystem.<sup>(6)</sup> Die Werte sind bei der Resonanzmasse berechnet mit den von Eisenberg u.a.<sup>(57)</sup> bestimmten Parametern<sup>\*)</sup>. Die Abhängigkeit der Zerfallswinkelverteilungen von der Masse der  $\pi\pi$ -Kombination wird im nächsten Abschnitt diskutiert.

Die Kurven stimmen nicht in allen Fällen mit den experimentellen Punkten überein. Jedoch kann man wegen der systematischen Fehler eine endgültige Beurteilung erst treffen, wenn die Dichtematrixelemente mit grösserer Genauigkeit bestimmt sind.

---

\*) Die Dichtematrixelemente bei der Resonanzmasse unterscheiden sich nicht von den Werten, die man mit dem Starken Absorptionsmodell erhalten würde.

## 5. Interferenzeffekte in Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilungen

Die Untersuchung der effektiven Massenverteilungen hat gezeigt, dass man die  $\rho$ -Massenverteilung bei Photonenergien oberhalb 2 GeV erklären kann, wenn man eine Interferenz der  $\rho$ -Amplitude mit einem kohärenten Untergrund einführt.

Im folgenden sollen die Einflüsse der Interferenz auf Produktion und Zerfall des  $\rho$ -Mesons diskutiert werden. Interferenzeffekte lassen sich gut beobachten, wenn man verschiedene Verteilungen als Funktion der effektiven  $\pi^+\pi^-$ -Masse aufträgt.

Die Abbildungen (23) und (24) zeigen den doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Delta^2 dM_{\pi\pi}$  für vier Bereiche der Masse  $M_{\pi\pi}$ .

Die Punkte enthalten alle  $\rho$ - und Untergrundeignisse im entsprechenden Intervall von  $M_{\pi\pi}$ . Lediglich die  $N^*$ -Ereignisse sind abgezogen. Die Wirkungsquerschnitte haben den charakteristischen exponentiellen Abfall. Jedoch variiert die Neigung der Verteilungen sehr stark mit der  $\pi^+\pi^-$ -Masse. Eine Anpassung mit  $Ae^{-B\Delta^2}$  für  $\Delta^2 < 0.5$  (GeV)<sup>2</sup> ergibt Werte für die Neigung B zwischen

$$B = 9.5 \text{ (GeV)}^{-2} \text{ bei } 0.56 < M_{\pi\pi} < 0.7 \text{ GeV}$$
$$\text{und } B = 5.4 \text{ (GeV)}^{-2} \text{ bei } 0.82 < M_{\pi\pi} < 0.96 \text{ GeV}.$$

Für kleine  $\pi^+\pi^-$ -Massen, bei denen die  $\rho$ -Massenverteilung durch den Einfluss der Interferenz und des kohärenten Untergrundes überhöht ist, fällt der differentielle Wirkungsquerschnitt also wesentlich steiler ab als der über alle  $\pi^+\pi^-$ -Massen gemittelte Wirkungsquerschnitt (s.Tab.14). Für  $\pi^+\pi^-$ -Massen oberhalb der Resonanzmasse ist die Situation genau umgekehrt.

Söding hat explizite Berechnungen der Massenabhängigkeit von B im Rahmen seines Modells durchgeführt<sup>(67)</sup>. Die Ergebnisse stimmen qualitativ mit den experimentellen Werten überein.

Wegen der Massenabhängigkeit der Form des differentiellen Wirkungsquerschnitts erwartet man umgekehrt eine Variation der  $\rho$ -Massenverteilung als Funktion des Erzeugungswinkels.

Abb.25 zeigt die  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung für drei Bereiche des Erzeugungswinkels im Schwerpunktsystem und zwei Photonenergiebereiche oberhalb 2.5 GeV<sup>\*</sup>). Die gestrichelten Linien bei  $M_{\pi\pi} = 760$  MeV sind zur Erleichterung für das Auge eingetragen.

Man beobachtet, dass die Verschiebung und Verformung der  $\rho$ -Massenverteilung für kleine Erzeugungswinkel am grössten ist, während sie für grössere Erzeugungswinkel abnimmt.

Krass<sup>(6)</sup> hat mit Hilfe seines Interferenzmodells (s.III.4.2.) Werte für die Massenverschiebung als Funktion des Erzeugungswinkels berechnet. Bei den Rechnungen gehen die Parameter  $\sigma_{\pi^+\pi^-} = 30\text{mb}$  und  $B_{\pi} = 8(\text{GeV})^{-2}$  ein. Für das  $\rho$ -Meson wurde eine nichtrelativistische Breit-Wigner-Form mit konstanter Breite von 125 MeV und einer Masse von 765 MeV verwendet. Die Ergebnisse sind zusammen mit den experimentellen Werten in Tab.16 eingetragen.

Die experimentellen Massenmittelwerte haben dieselbe Winkelabhängigkeit wie von Krass vorhergesagt. Die beobachteten Verschiebungen sind jedoch grösser als man auf Grund der Rechnungen erwarten würde.

---

\*) Abb.25 stützt sich auf die Gesamtstatistik des Experiments, die im April 1967 ausgewertet war.

Tabelle 16: Vorhersage des Interferenzmodells von Krass  
für die Verschiebung der  $\rho$ -Massenverteilung

$\cos\theta_{\rho}^*$	$\bar{M}$ [MeV] nach Krass		$\cos\theta_{\rho}^*$	$\bar{M}$ [MeV] Experiment (beste Schätzung auf Grund verschiedener Anpassungen)	
	$E_{\gamma}=3\text{GeV}$	$E_{\gamma}=4.5\text{GeV}$		$2.5 < E_{\gamma} < 3.5\text{GeV}$	$3.5 < E_{\gamma} < 5.8\text{GeV}$
0.985	749	747.5	0.96-1.0	$732 \pm 8$	$732 \pm 8$
0.94	753	754.5	0.90-0.96	$745 \pm 8$	$748 \pm 8$
0.866	757	760	0.8 -0.9	$764 \pm 10$	$780 \pm 15$

( $\bar{M}$  ist die mittlere Masse in halber Höhe.)

Die Abbildungen 26 und 27 zeigen die Zerfallswinkelverteilungen  $W(\theta_H)$  und  $W(\phi_H)$  im Helizitätssystem für zwei  $\pi^+\pi^-$ -Massenbereiche als Funktion des Erzeugungswinkels. Die Histogramme enthalten alle Ereignisse in dem entsprechenden Bereich von  $M\pi^+\pi^-$ . Bei der Anpassung der theoretischen Winkelverteilung (Gl.(20) wird aber der  $N^*$ -Anteil separiert. Die Kurven in Abb. 27 zeigen die Anpassungen normiert auf die Zahl aller Ereignisse. Die Kurven in Abb. 26 sind nur auf die Zahl der  $\rho$ - und Untergrundereignisse normiert. Die  $N^*$ -Ereignisse, die im Helizitätssystem bei  $\cos\theta_H = -1.0$  liegen, sind schraffiert.

Man beobachtet, dass die Dichtematrixelemente von der  $\pi^+\pi^-$ -Masse abhängen.

Dieses Verhalten erwartet man auf Grund des Interferenzmodells von Krass. Tab.17 enthält die von Krass berechneten Werte für die Änderung der Dichtematrixelemente  $\rho_{00}^H$  und  $\rho_{1,-1}^H$  oberhalb und unterhalb der Resonanzmasse.

Tabelle 17: Änderung der Dichtematrixelemente für  $\pi^+\pi^-$ -Massen oberhalb und unterhalb der  $\rho$ -Masse

Vorhersage des Modells von Krass für $E_\gamma = 4\text{GeV}$ $\Delta\rho_{m,n} = \rho_{m,n}(M=828) - \rho_{m,n}(M=702)$			Experiment für $2.5\text{ GeV} < E_\gamma < 5.8\text{ GeV}$ $\Delta\rho_{m,n} = \rho_{m,n}(760-960) - \rho_{m,n}(560-760)$		
$\cos\theta_\rho^*$	$\Delta\rho_{0,0}^H$	$\Delta\rho_{1,1}^H$	$\cos\theta_\rho^*$	$\Delta\rho_{0,0}^H$	$\Delta\rho_{1,1}^H$
0.985 ( $10^\circ$ )	0.004	-0.001	0.96-1.0	$0.053^{+0.080}$	$-0.057^{+0.110}$
0.94 ( $20^\circ$ )	0.010	-0.008	0.9 -0.96	$-0.026^{+0.120}$	$-0.001^{+0.140}$
0.866 ( $30^\circ$ )	0.011	-0.013	0.7 -0.9	$0.023^{+0.150}$	$-0.238^{+0.180}$

Zum Vergleich sind die experimentellen Ergebnisse eingetragen. Die Fehler sind noch zu gross, um einen Schluss zu erlauben. Jedoch gehen die beobachteten Effekte in dieselbe Richtung wie von Krass vorhergesagt.

### 6. Zusammenfassung

Die Photoproduktion von  $\rho$ -Mesonen an Wasserstoff lässt sich im wesentlichen als ein diffraktiver Prozess deuten.

Die absolute Grösse des totalen Wirkungsquerschnitts und seine Energieabhängigkeit ist mit den Vorhersagen des Vektordominanzmodells gut verträglich.

Der Verlauf der  $\rho$ -Massenverteilung oberhalb einer Photonenergie  $E_\gamma = 2\text{ GeV}$  und die Abhängigkeit der Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilungen von der  $\pi^+\pi^-$ -Masse zeigen deutliche Interferenzeffekte. Diese können qualitativ mit der von Söding vorgeschlagenen Interferenz einer resonanten  $\rho$ -Amplitude mit einem kohärenten Untergrund vom Drelltyp verstanden werden.

IV. Anhang: Anpassungsverfahren zur Bestimmung von Resonanzproduktion

1. Einleitung

In den vergangenen Jahren hat man die Resonanzproduktion in Blasenkammerexperimenten im allgemeinen mit Hilfe von ein- oder zweidimensionalen Massen- und Winkelverteilungen untersucht. Für eine umfassende Analyse eines Endzustandes muss man jedoch das Verhalten sämtlicher unabhängiger Variablen, die die Reaktion beschreiben, gleichzeitig betrachten. Das würde bereits bei drei auslaufenden Teilchen einen erheblichen Rechenaufwand verursachen und Experimente mit sehr hohen Ereigniszahlen erfordern. Wir beschränken uns daher auf Anpassungen mit drei bzw. vier Variablen für Endzustände mit drei bzw. vier auslaufenden Teilchen. Bei den Anpassungen wird im allgemeinen die Maximumlikelihood-Methode verwendet.

2. Anpassungsverfahren für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$

Wir betrachten einen Endzustand von vier Teilchen bekannter Masse  $M_1 \dots M_4$ . Die Gesamtenergie im Schwerpunktsystem sei  $E$ . Wenn sich der Erzeugungsprozess durch  $m$  Feynmangraphen beschreiben lässt, ist die Übergangswahrscheinlichkeit gegeben durch

$$(A1) \quad W = |A_1 + \dots + A_m|^2$$

$A_1, \dots, A_m$  sind die einzelnen Übergangsamplituden. In vielen Blasenkammerexperimenten kann man die Daten hinreichend gut wiedergeben, wenn man annimmt, dass die verschiedenen Amplituden nicht miteinander interferieren.

Wir machen diese Annahme. Wir beschränken uns weiter auf den einfachen Fall, dass die  $m$  Amplituden die Produktion von  $m-1$  verschiedenen Resonanzen und des Untergrundes beschreiben. Die Übergangswahrscheinlichkeit lautet dann

$$(A2) \quad W = |A_1|^2 + \dots + |A_m|^2$$

Beispiel:  $m = 5$ , Photoproduktion der Resonanzen  $\rho^- N^{*++}$  und  $\omega$  in einem 4-Teilchen Endzustand

$$\begin{aligned} A_1 &= A (\gamma p \rightarrow N^{*++} \pi^0 \pi^-) \\ A_2 &= A (\gamma p \rightarrow p \pi^+ \rho^-) \\ A_3 &= A (\gamma p \rightarrow N^{*++} \rho^-) \\ A_4 &= A (\gamma p \rightarrow p \omega) \\ A_5 &= A (\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0) \end{aligned}$$

Die Terme  $|A_j|^2$  setzen sich aus einem kinematischen Faktor und aus dem Quadrat des invarianten Matrixelements  $F_j$  zusammen.

Man multipliziert  $W$  mit der Dichte der möglichen Endzustände. Dann beträgt die differentielle Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Reaktion über eine Resonanz  $j$  auf einen Endzustand führt, in dem das  $i$ -te Teilchen im Impulsintervall  $dp_i$  liegt<sup>(59)</sup>.

$$(A3) \quad d^{12} R_4 = \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{p}_3 d\vec{p}_4}{2 E_1 E_2 E_3 E_4} \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \vec{p}_4) \cdot \delta(E_1 + E_2 + E_3 + E_4 - E) \cdot F_j$$

$\vec{p}_1 \dots \vec{p}_4$  3er Impulse der Teilchen im Schwerpunktsystem  
 $E_1 \dots E_4$  Gesamtenergien der Teilchen im Schwerpunktsystem  
 $F_j$  Quadrat des inv. Matrixelements

Die 12 Impulsvariablen sind durch vier Erhaltungssätze eingeschränkt. Durch entsprechende Integrationen wird die Zahl der Variablen auf 8 reduziert. Nimmt man jetzt an, dass die  $F_j$  von der Orientierung des Systems unabhängig sind, so können durch weitere Integrationen drei Variable eliminiert werden. Das System wird dann durch fünf unabhängige Variable beschrieben.

Man wählt als unabhängige Variable fünf effektive Massen  $M_{12}^2, M_{34}^2, M_{14}^2, M_{124}^2, M_{134}^2$ .

Alle übrigen effektiven Massen lassen sich durch diese fünf ausdrücken.

Die effektive Masse  $M_{1\dots k}$  ist gegeben durch

$$M_{1\dots k}^2 = (p_1 + p_2 + \dots + p_k)^2$$

$p_1 \dots p_k$  = Viererimpulse der  $k$  Teilchen.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer Reaktion die fünf effektiven Massen  $M_{12}^2, \dots, M_{134}^2$  in den Intervallen  $dM_{12}^2 \dots dM_{134}^2$  liegen, beträgt

$$(A4) \quad d^5 R_4 = \frac{\pi}{8E} \frac{1}{B^{1/2}} dM_{12}^2 dM_{34}^2 dM_{14}^2 dM_{124}^2 dM_{134}^2 \cdot F_j$$

Der Ausdruck  $B$  ist durch Gleichung (7) in (59) gegeben.

Bis auf den Faktor  $F_j$  gibt  $d^5 R_4$  die durch Impuls- und Energieerhaltung bedingte Verteilung der effektiven Massen an. Diese Verteilung wird auch Phasenraum genannt.



Nimmt man weiter an, dass die Quadrate der Matrixelemente  $F_j$  nicht von den beiden Massen  $M_{14}$  und  $M_{134}$  abhängen, so vereinfacht sich die differentielle Wahrscheinlichkeit durch zwei Integrationen über  $M_{14}^2$  und  $M_{134}^2$ .

$$(A5) \quad d^3R_4 = \frac{\pi^3}{8E_{M_{12}}^2} \sqrt{[M_{12}^2 - (M_1 + M_2)^2][M_{12}^2 - (M_1 - M_2)^2]} dM_{12}^2 dM_{34}^2 \cdot dM_{124}^2 \cdot F_j$$

Wenn keine weitere Information über den Produktionsprozess vorliegt, kann man nach Jackson<sup>(47)</sup> die effektive Massenverteilung einer Zwei-Teilchen-Resonanz beschreiben, indem man den n-Teilchenphasenraum (n = Zahl der Teilchen im Endzustand, n = 4) mit einem Faktor

$$(A6) \quad F(M_{ij}) = C \frac{M_{ij}}{q_{ij}(M_{ij})} \left[ \frac{\Gamma(M_{ij})}{(M_{ij}^2 - M_{ij}^0)^2 + M_{ij}^0 \Gamma^2(M_{ij})} \right]$$

multipliziert.

C ist eine Konstante,

$M_{ij}^0$  ist die Resonanzmasse,

$\Gamma(M_{ij})$  ist eine energieabhängige Breite der Resonanz,

$q_{ij}$  ist der 3-er Impulsbetrag der Teilchen i oder j

in ihrem gemeinsamen Ruhssystem.

$$q_{ij}(M_{ij}) = \frac{\sqrt{[M_{ij}^2 - (M_i + M_j)^2][M_{ij}^2 - (M_i - M_j)^2]}}{2 M_{ij}}$$

$F(M_{ij})$  ist im wesentlichen ein relativistischer Breit-Wigner-Ausdruck.

Im Endzustand  $p\pi^+\pi^-\pi^0$  werden am häufigsten die Resonanzen  $\omega^0$ ,  $N^{*++}$  und  $\rho^-$  beobachtet.

$$\begin{array}{ll} \text{Wir setzen } M_1 = M_{\pi^-} & M_{12} = M(\pi^-\pi^0) \\ M_2 = M_{\pi^0} & M_{34} = M(p\pi^+) \\ M_3 = M_p & M_{124} = M(\pi^-\pi^0\pi^+) \\ M_4 = M_{\pi^+} & \end{array}$$

Die Erzeugung der Resonanzen  $\rho^-$  und  $N^{*++}$  wird nach Gleichung (A6) durch die Ausdrücke  $F^{\rho}(M_{12})$  und  $F^N(M_{34})$  beschrieben.

Wir verwenden die folgenden Breiten<sup>(47)</sup>

$$(A7) \quad \Gamma(M_{12}) = \Gamma_{\rho} \frac{q_{12}^3(M_{12})}{q_{12}^3(M_{12}^0)} \cdot \frac{M_{12}^0}{M_{12}}$$

$$\Gamma(M_{34}) = \Gamma_N^* \frac{q_{34}^3(M_{34})}{q_{34}^3(M_{34}^0)} \left[ \frac{(M_{34} + M_3)^2 - M_4^2}{M_{34}^2} \right] \left[ \frac{M_{34}^0{}^2}{(M_{34} + M_3)^2 - M_4^2} \right]$$

$\Gamma_\rho$  Breite des  $\rho^-$

$\Gamma_N^*$  Breite des  $N^*$

Da die Breite des  $\omega$ -Mesons kleiner ist als die experimentelle Massenauf-  
lösung  $\Gamma$ , wird die  $\omega$ -Erzeugung durch eine Gaußfunktion beschrieben.

$$(A8) \quad F(M_{124}) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}\Gamma M_{124}} \cdot e^{-\frac{(M_{124} - M_{124}^0)^2}{2\Gamma^2}}$$

Für unkorreliert erzeugte Untergrundereignisse ist  $F_j = 1$ .

Bevor wir die kombinierte Wahrscheinlichkeit für die Produktion von ver-  
schiedenen Resonanzen bilden, werden die Ausdrücke  $d^3R_4$  zu 1 normiert.

$$(A9) \quad d^3R_4' = \frac{\frac{q_{12}}{E^2 M_{12}} dM_{12}^2 dM_{34}^2 dM_{124}^2 F_j}{N_j}$$

$$N_j = \int \frac{q_{12}}{E^2 M_{12}} dM_{12}^2 dM_{34}^2 dM_{124}^2 \cdot F_j$$

Wir führen die Häufigkeiten der einzelnen Resonanzen ein:

$A_1$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow N^{*++} \pi^- \pi^0$

$A_2$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \rho^-$

$A_3$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \omega^0$

$A_4$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow N^{*++} \rho^-$

$(1 - A_1 - A_2 - A_3 - A_4)$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$

Dann beträgt die Gesamtwahrscheinlichkeit dafür, dass eine Reaktion auf  
die fünf betrachteten Zustände führt, wobei die invarianten Massen  $M_{12}^2$ ,  
 $M_{34}^2$ ,  $M_{124}^2$  im Bereich  $dM_{12}^2$ ,  $dM_{34}^2$ ,  $dM_{124}^2$  liegen:

$$(A10) \quad dW = \left[ A_1 \cdot \frac{F^{N^*}(M_{34})}{N_1} + A_2 \frac{F^D(M_{12})}{N_2} + A_3 \frac{F^{\omega}(M_{124})}{N_3} \right. \\ \left. + A_4 \frac{F^D(M_{12})F^{N^*}(M_{34})}{N_4} + (1-A_1-A_2-A_3-A_4) \frac{1}{N_5} \right] \frac{q_{12}}{E^2 M_{12}} dM_{12}^2 dM_{34}^2 dM_{124}^2$$

Da die Ereignisse von einem kontinuierlichen Bremsspektrum erzeugt werden, muss eine Mittelung über endliche Bereiche der Photonenenergie  $E_Y$  durchgeführt werden.

Man multipliziert die einzelnen Ausdrücke  $F_j$  mit der energieabhängigen Häufigkeitsverteilung  $h(E_Y)$  der experimentell gefundenen Ereignisse vom Typ  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$ ,

$$(A11) \quad dW' = \left[ A_1 \frac{F(M_{34})}{N_1'} + A_2 \frac{F(M_{12})}{N_2'} + A_3 \frac{F(M_{124})}{N_3'} + A_4 \frac{F(M_{12}) \cdot F(M_{34})}{N_4'} \right. \\ \left. + \frac{(1-A_1-A_2-A_3-A_4)}{N_5'} \right] h(E_Y) \frac{q_{12}}{E^2 M_{12}} dM_{12}^2 dM_{34}^2 dM_{124}^2 dE_Y$$

$$N_j' = \int E_j h(E_Y) \frac{q_{12}}{E M_{12}} dM_{12}^2 dM_{34}^2 dM_{124}^2 dE_Y$$

$h(E_Y)$  Energieverteilung der Ereignisse  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-\pi^0$   
 $E_Y$  Laborenergie des Photons

d.h. man nimmt  $E_Y$  in die Zahl der Variablen auf.

Bei dieser Energiemitteilung setzt man voraus, daß alle Summanden dieselbe Energieabhängigkeit haben. Eine genauere Energiemitteilung ist iterativ möglich, wenn man durch Anpassungen in verschiedenen Photonenergiebereichen die Energieabhängigkeit der einzelnen Summanden bestimmt.

Die Integration über jeweils eine der Massenvariablen lässt sich analytisch ausführen. Die Integrationsgrenzen sind bei Nyborg u.a. <sup>(59)</sup> angegeben. Die übrigen Integrationen werden numerisch ausgeführt.

Die Häufigkeiten  $A_1 \dots A_5$  werden im Programm SUPFIT mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode durch Anpassung von  $dW'$  an die Verteilung der experimentell gefundenen Ereignisse bestimmt.

Für jedes gemessene Ereignis mit den effektiven Massen  $M_{12}^i$ ,  $M_{34}^i$ ,  $M_{124}^i$  und der Photonenergie  $E_Y^i$  beträgt die differentielle Wahrscheinlichkeit  $dW^i$

$$dW^i = dW^i (M_{12}^i, M_{34}^i, M_{124}^i, E_Y^i) .$$

Die Wahrscheinlichkeit für  $n$  gemessene Ereignisse ist

$$(A12) \quad L = \prod_{i=1}^n \frac{dW^i}{dM_{12}^i dM_{34}^i dM_{124}^i dE_Y^i} = \prod_{i=1}^n \sum_{j=1}^5 (A_j \frac{F_{j,i}^i}{N_j^i} \cdot \rho^i)$$

$$\text{mit } \rho^i = \frac{h(E_Y^i) g_{12}^i}{E^i M_{12}^i} .$$

Man bestimmt die Bestwerte der Parameter, indem man den Logarithmus von  $L$  maximalisiert.  $L$  heisst Likelihood-Funktion.

$$(A13) \quad \begin{aligned} \ln L &= \sum_{i=1}^n \ln \sum_{j=1}^5 (A_j \frac{F_{j,i}^i}{N_j^i} \rho^i) \\ &= \sum_{i=1}^n \ln \sum_{j=1}^5 A_j \frac{F_{j,i}^i}{N_j^i} + \sum_{i=1}^n \ln \rho^i \end{aligned}$$

Der Ausdruck  $\sum_{i=1}^n \ln \rho^i$  ist für ein gegebenes Experiment eine Konstante und kann weggelassen werden.

Die Güte der Anpassung hängt davon ab, wie genau die theoretische Wahrscheinlichkeitsverteilung für Resonanz- und Untergrundereignisse die experimentellen Verhältnisse wiedergibt..

Bei der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$  wird die Anpassung durch die experimentelle Beimischung von falsch interpretierten Reaktionen mit mehreren neutralen Teilchen erschwert. Diese Ereignisse haben, wie Crouch u.a. (2e) durch Monte-Carlo-Rechnungen gezeigt haben, jedoch nur leicht verschobene Phasenraumverteilungen, wenn sie im Kinematikprogramm als Hypothesen  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^- \pi^0$  interpretiert werden.

Das Anpassungsverfahren kann auf beliebige 2- und 3-Teilchenresonanzen ausgedehnt werden<sup>(60)</sup>. Man geht von Gl. (A4) aus und substituiert die interessierenden Massen statt der fünf als unabhängige Variable benutzten Massen. Für jede Resonanz erhält man einen additiven Term in der Likelihood-Funktion.

3. Anpassungsverfahren für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$

In der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  werden mehrere Resonanzen erzeugt.

Man geht vor wie im vorigen Abschnitt und nimmt an, dass die verschiedenen möglichen Übergangsamplituden nicht interferieren.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Reaktion über eine Resonanz  $j$  auf einen Endzustand führt, indem das  $i$ -te Teilchen im Impulsintervall  $d\vec{p}_i$  liegt, beträgt

$$(A14) \quad d^9 R_3 = \frac{d\vec{p}_1 d\vec{p}_2 d\vec{p}_3}{2 E_1 E_2 E_3} \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3) \delta(E_1 + E_2 + E_3 - E) \cdot F_j$$

$F_j$  = Quadrat des invarianten Matrixelements

Die 9 Impulsvariablen sind durch vier Erhaltungssätze eingeschränkt. Die Reaktion wird durch fünf unabhängige Variable bestimmt. Nach Integration über zwei Winkel und nach Vorgabe der Gesamtenergie  $E$  verringert sich die Zahl der unabhängigen Variablen auf 2. Man wählt als Variable die zwei effektiven Massen  $M_{13}$  und  $M_{23}$ .

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung beträgt dann (61)(62)

$$(A15) \quad d^2 R_3 = \frac{\pi}{4E} dM_{13}^2 dM_{23}^2 F_j$$

Eine Verteilung  $M_{13}^2$  gegen  $M_{23}^2$  heisst Dalitzplot. Phasenraumereignisse mit gleicher Gesamtenergie sind im Dalitzplot gleich verteilt.

In der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  werden hauptsächlich die Resonanzen  $N^{*++}$ ,  $\rho^0$  und  $f^0$  erzeugt. Da das  $f^0$ -Meson nur schwach auftritt, kann sein Beitrag in vielen Anpassungen vernachlässigt werden.

Wir machen die folgende Zuordnung

$$\begin{array}{ll} M_1 = M_p & M_{13} = M(p \pi^+) \\ M_2 = M_{\pi^-} & M_{23} = M(\pi^- \pi^+) \\ M_3 = M_{\pi^+} & M_{12} = M(p \pi^-) \end{array}$$

Für die Quadrate der invarianten Matrixelemente  $F(M_{13})$ ,  $F(M_{23})$  werden wieder die von Jackson <sup>(47)</sup> angegebenen relativistischen Breit-Wigner-Ausdrücke (Gl.(A6)) verwendet.

Statt der in Gl.(A7) angegebenen Breiten, die auf Störungsrechnungen beruhen, werden die bei Jackson vorgeschlagenen, empirisch gewonnenen Breiten eingesetzt. Die aus der Störungsrechnung erhaltenen Breiten unterscheiden sich von den empirischen Breiten nur geringfügig.

$$(A16) \quad N^{*++} : \Gamma(M_{13}) = \Gamma_N^* \frac{q_{13}^3(M_{13}) (2 \cdot 2M_\pi^2 + q_{13}^2(M_{13}^0))}{q_{13}^3(M_{13}^0) (2 \cdot 2M_\pi^2 + q_{13}^2(M_{13}))}$$

$$\rho^0 : \Gamma(M_{23}) = \Gamma_\rho \frac{q_{23}^3(M_{23}) \quad 2q_{23}^2(M_{23}^0)}{q_{23}^3(M_{23}^0) \quad q_{23}^2(M_{23}^0) + q_{23}^2(M_{23})}$$

$$f^0 : \Gamma(M_{23}) = \Gamma_f \frac{q_{23}^5(M_{23})}{q_{23}^5(M_{23}^0)}$$

$N_j$  sei das Normierungsintegral.

$$N_j = \int F_j \frac{\pi^2}{4E} dM_{13}^2 dM_{23}^2$$

Wir führen die folgenden Häufigkeiten ein:

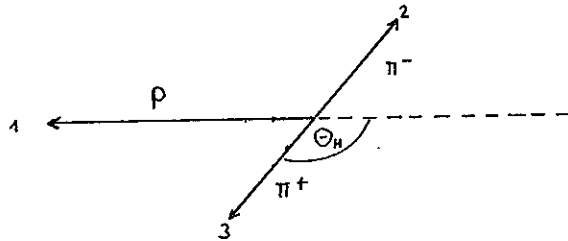
- $A_1$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  (Untergrund)
- $A_2$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow N^{*++} \pi^-$
- $A_3$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \rho^0$
- $A_4$  Häufigkeit der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p f^0$

mit der Nebenbedingung  $A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 1$ .

Dann beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einer Reaktion die vier betrachteten Zustände erzeugt werden, wobei die effektiven Massen  $M_{13}^2$  und  $M_{23}^2$  im Bereich  $dM_{13}^2$  und  $dM_{23}^2$  liegen:

$$(A17) \quad dW = \left[ A_1 \frac{1}{N_1} + A_2 \frac{F^{N^*}(M_{13})}{N_2} + A_3 \frac{F^0(M_{23})}{N_3} + A_4 \frac{F^f(M_{23})}{N_4} \right] \frac{\pi^2}{4E^2} dM_{13}^2 dM_{23}^2$$

Bei der Anpassung des Kanals  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$  wird die Zerfallswinkelverteilung des  $\rho^0$ -Mesons berücksichtigt. Erste Ergebnisse dieses Experiments (4c) haben gezeigt, dass das  $\rho^0$ -Meson bezüglich seiner Flugrichtung eine charakteristische Zerfallswinkelverteilung hat. Die Verteilung verläuft etwa wie  $\sin^2 \Theta_H$ . Der Helizitätswinkel  $\Theta_H$  ist der Winkel zwischen dem auslaufenden  $\pi^+$ -Meson <sup>der entgegengesetzten Richtung</sup> und des auslaufenden Protons im Ruhssystem der beiden  $\pi$ -Mesonen.



Der Cosinus des Helizitätswinkels lässt sich durch  $M_{13}$ ,  $M_{23}$  und die Gesamtenergie  $E$  im Schwerpunktsystem der drei Teilchen ausdrücken:

$$(A18) \quad \cos \Theta_H = \frac{M_p^2 + M_{\pi^+}^2 + 2E_1^* \sqrt{q_{23}^2 + M_{\pi^+}^2 - M_{13}^2}}{2\sqrt{E_1^{*2} - M_p^2} q_{23}}$$

mit 
$$E_1^* = \frac{E^2 - M_p^2 - M_{23}^2}{2M_{23}}$$

$$q_{23} = \frac{\sqrt{[M_{23}^2 - (M_2 + M_3)^2][M_{23}^2 - (M_2 - M_3)^2]}}{2M_{23}}$$

Eine Winkelverteilung

$$W(\cos \Theta_H) = 1.5 \cdot (1 - A_5 + (3A_5 - 1) \cos^2 \Theta_H)$$

wird an das Matrixelement  $F^0(M_{23})$  multipliziert.

Dadurch kann die Anpassung in der  $p \pi^+$ -Massenverteilung verbessert werden.

Abb. 28 zeigt die experimentelle Massenverteilung  $M_p \pi^+$  im Photonenenergiebereich

$1.8 \text{ GeV} < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$  mit zwei Anpassungen: a) isotroper  $\rho^0$ -Zerfall,

b)  $\rho^0$ -Zerfall proportional  $\sin^2 \Theta_H$ .

Die Anpassungen an die experimentellen Verteilungen wurden mit den Rechenprogrammen RESGAM und MITOSIS ausgeführt. Die beiden Programme werden im folgenden getrennt behandelt.

#### 4. Anpassungen mit RESGAM

RESGAM und MITOSIS unterscheiden sich in der Art der Energiemittelung. Im Programm RESGAM<sup>(63)</sup> werden die Quadrate der Matrixelemente  $F_j$  mit der energieabhängigen Häufigkeitsverteilung  $h(E_\gamma)$  der experimentell gefundenen Ereignisse vom Typ  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$  multipliziert und dann normiert. Diese Mittelung ist bei kleinen Photonenergieintervallen und in Bereichen, in denen die verschiedenen Zwischenzustände eine ähnliche Energieabhängigkeit haben, sinnvoll.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung lautet dann:

$$(A19) \quad dW' = \left[ A_1 \frac{1}{N_1'} + A_2 \frac{F^{W*}(M_{13})}{N_2'} + A_3 \frac{F^D(M_{23})}{N_3'} \cdot W(\cos\theta_H) + A_4 \frac{F^f(M_{23})}{N_4'} \right] \\ \cdot h(E_\gamma) \frac{\pi^2}{4E^2} dM_{13}^2 dM_{23}^2 dE_\gamma \\ N_j' = \int F_j h(E_\gamma) \frac{\pi^2}{4E^2} dM_{13}^2 dM_{23}^2 dE_\gamma$$

In RESGAM werden die Parameter durch aufeinanderfolgende Anpassungen an eindimensionale Verteilungen der experimentellen effektiven Massen  $M_{13}$ ,  $M_{23}$  und  $M_{12}$  nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Die theoretischen Verteilungen  $\frac{dW'}{dM_{13}^2}$  und  $\frac{dW'}{dM_{23}^2}$  gewinnt man durch Integrationen über die anderen Variablen. Die Verteilung  $\frac{dW'}{dM_{12}^2}$  ergibt sich, wenn man eine der beiden Variablen  $M_{13}$  und  $M_{23}$  durch  $M_{12}$  substituiert.

Zur Bestimmung von differentiellen Wirkungsquerschnitten werden die Daten in Schritten des Erzeugungswinkels  $\theta^*$  oder des Quadrats des 4-Impulsübertrages  $\Delta^2$  eingelesen und in den Intervallen getrennt angepasst. Die kinematischen Grenzen für  $\Delta^2$  werden berücksichtigt.

Der Vorteil von RESGAM liegt in seiner relativ hohen Rechengeschwindigkeit. Sie beruht darauf, dass lediglich eindimensionale Verteilungen angepasst werden. Für eine Anpassung von drei Variablen benötigt RESGAM auf der IBM 7044 Q5-3 Minuten, falls keine Einschränkungen in  $\Delta^2$  verlangt werden. RESGAM ist daher besonders geeignet, um Massen und Breiten von Resonanzen anzupassen.



Änderungen an der theoretischen Wahrscheinlichkeitsverteilung erfordern einen grösseren Programmieraufwand als im Programm MITOSIS.

### 5. Anpassungen mit MITOSIS

MITOSIS führt eine vollständige Maximum-Likelihood-Analyse (64) durch.

Die Energiemittelung wird anders angesetzt als in RESGAM. Man berücksichtigt, dass die energieabhängige Häufigkeitsverteilung der Ereignisse dem Photonspektrum  $N_Y(E_Y)$  und dem Wirkungsquerschnitt proportional ist. Der Wirkungsquerschnitt für  $N^{*++}$ - und Untergrundeignisse verläuft oberhalb der Schwelle etwa proportional  $\frac{1}{E_Y}$ . Der Wirkungsquerschnitt für  $\rho$ -Produktion fällt dagegen oberhalb der Schwelle nur schwach ab. Die Energieabhängigkeit der  $f^0$ -Produktion ist erst sehr ungenau bekannt. Daher wird die folgende Gewichtung gewählt

für  $N^{*++}$ ,  $f^0$  und Untergrund: Häufigkeitsverteilung  $\sim \frac{N_Y(E_Y)}{E_Y}$

für  $\rho^0$ : Häufigkeitsverteilung  $\sim \frac{N_Y(E_Y)}{E_Y} E_Y^n$

$n = 0.74$  (experimentell bestimmt) .

In MITOSIS kann die Abhängigkeit der Quadrate der Matrixelemente vom Erzeugungswinkel durch einen Faktor  $e^{-B\Delta}$  eingeführt werden. Man erhält jedoch bei gleichzeitiger Bestimmung von  $N^{*++}$ - und  $\rho^0$ -Produktion bessere Anpassungen, wenn man die Faktoren  $B = 0$  setzt.

Dann lautet die Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$(A20) \quad dW' = (A_1 \frac{1}{N_1'} + A_2 \frac{F^{N^{*++}}(M_{13})}{N_2'} + A_3 \frac{F^{\rho}(M_{23}) \cdot W(\cos\Theta_H)}{N_3'} \cdot E_Y^n + A_4 \frac{F^{f^0}(M_{23})}{N_4'}) \cdot \frac{N_Y(E_Y)}{E_Y} \frac{\pi}{4E} dM_{13}^2 dM_{23}^2 dE_Y$$

mit  $N_j' =$  Normierungsintegral; oder

$$dW' = \sum_{j=1}^4 A_j \frac{F_j'}{N_j'} \cdot \rho dM_{13}^2 dM_{23}^2 dE_Y$$

mit  $\rho = \frac{N_Y(E_Y)}{E_Y} \frac{\pi}{4E^2}$  .

Für n Ereignisse mit den Messwerten  $M_{13}^i$ ,  $M_{23}^i$ ,  $\cos\theta_H^i$ ,  $E_Y^i$  beträgt die Wahrscheinlichkeit

$$(A21) \quad L = \prod_{i=1}^n \frac{dW^{i'}}{dM_{13} dM_{23} dE_Y} = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^4 A_j \frac{F_j^{i'}}{N_j} \rho^i$$

$$\text{Dann wird } \ln L = \sum_{i=1}^n \ln \prod_{j=1}^4 A_j \frac{F_j^{i'}}{N_j} \rho^i = \sum_{i=1}^n \ln \prod_{j=1}^4 A_j \frac{F_j^{i'}}{N_j} + \sum_{i=1}^n \ln \rho^i$$

Der Faktor  $\prod_{i=1}^n \ln \rho^i$  kann wieder weggelassen werden. Man wendet die erweiterte Maximum-Likelihood-Methode an <sup>(64)</sup>. Statt mit normierten Häufigkeiten rechnet man mit Ereigniszahlen  $A_j$ . Man minimalisiert den Ausdruck

$$(A22) \quad -\ln L = - \sum_{i=1}^n \ln \prod_{j=1}^4 A_j \frac{F_j^{i'}}{N_j} + A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

Zur Bestimmung von differentiellen Wirkungsquerschnitten werden die Daten in Schnitten von  $\cos\theta^*$  oder  $\Delta^2$  eingelesen und angepasst.

MITOSIS erlaubt es, die Spindichtematrixelemente des  $\rho^0$ -Mesons gleichzeitig anzupassen.

Die Winkelverteilungen  $W(\theta, \phi)$  für den  $\rho^0$ -Zerfall und geeignete Winkelverteilungen  $W'(\theta, \phi)$  für die Untergrundereignisse werden an die Matrixelemente multipliziert. Für das  $\rho^0$ -Meson ist <sup>(55)</sup>

$$W(\theta, \phi) = \frac{3}{4\pi} \left( \frac{1}{2}(1-A_5) \sin^2 \theta + A_5 \cos^2 \theta - A_6 \sin^2 \theta \cos 2\phi - \sqrt{2} A_7 \sin 2\theta \cos \phi \right)$$

Für den Untergrund wird eine Verteilung mit asymmetrischen Beiträgen in  $\cos\theta$  gewählt.

$$W'(\theta, \phi) = \frac{3}{4\pi} \left[ \frac{1}{2} (1-A_8) \sin^2\theta + A_8 \cos^2\theta - A_9 \sin^2\theta \cos 2\phi - \sqrt{2} A_{10} \sin 2\theta \cos \phi \right] + \frac{\sqrt{3}}{4\pi} 2A_{11} \cos\theta$$

mit

$A_5$	$=$	$\rho_{0,0}$	)	} Dichtematrixelemente des $\rho^0$ -Mesons
$A_6$	$=$	$\rho_{1,-1}$	)	
$A_7$	$=$	$\text{Re} \rho_{1,0}$	)	
$A_8$	$=$	$\rho_{0,0}$	)	} Dichtematrixelemente zur phänomenologischen Beschreibung des Untergrundes
$A_9$	$=$	$\rho_{1,-1}$	)	
$A_{10}$	$=$	$\text{Re} \rho_{1,0}$	)	
$A_{11}$	$=$	$\text{Re} \rho_{0,0}$	)	

$\theta$  = Jacksonwinkel.

Der Jacksonwinkel ist der Winkel zwischen dem auslaufenden  $\pi^+$ -Meson und der Richtung des einlaufenden Photons im Ruhssystem der beiden  $\pi$ -Mesonen ;

$\phi$  = der zugehörige Azimutwinkel

$\theta_H$  = der Helizitätswinkel

$\phi_H$  = der zugehörige Azimutwinkel .

Die Untergrundwinkelverteilung  $W'(\theta, \phi)$  wird an die Matrixelemente für  $f^0$ ,  $N^{*++}$ - und Untergrundereignisse multipliziert.

Die Verteilung  $W'(\theta_H, \phi_H)$  wird dagegen nur an die Matrixelemente für Untergrund und  $f^0$ -Produktion multipliziert, da für Ereignisse mit  $N^{*++}$ -Produktion der Helizitätswinkel bereits durch Gl.(A18) eindeutig fixiert ist und nicht mehr angepasst zu werden braucht. (Das  $N^{*}$ -Matrixelement wird dann nur mit einer Winkelverteilung  $W'(\phi_H)$  multipliziert).

Zur Anpassung der Spindichtematrixelemente werden die Häufigkeiten  $A_1 \dots A_4$  aus vorherigen Rechnungen fest eingegeben. Die Anpassung von sieben Parametern bei einer Statistik von 250 Ereignissen benötigt auf der IBM 7044 15-25 Minuten Rechenzeit.

Nach jeder Anpassung druckt ein Unterprogramm die experimentellen und angepassten Winkel- und Massenverteilungen als Histogramm bzw. Kurve aus. Auf diese Weise erhält man sofort eine Kontrolle für die Güte der Anpassung.

V. Literaturverzeichnis

- (1) D. McLeod, S. Richert, A. Silverman, Phys. Rev. Letters 7, 383 (1961)
- (2) Cambridge Bubble Chamber Group, H.R. Crouch u.a.
  - a) Phys. Rev. Letters 13, 636 und 640 (1964)
  - b) Proc. Int. Symp. El. Photon Int., Hamburg (1965), Bd.II
  - c) Phys. Rev. 146, 994 (1966) ( $\rho$ -Produktion)
  - d) Phys. Rev. 155, 1477 (1967)(totale Wirkungsquerschnitte)
  - e) Phys. Rev. 155, 1468 (1967)( $\omega$ -Produktion)
  - f) Phys. Rev. 156, 1426 (1967) (Prod. Strange Particles)
  - g) Phys. Rev. im Druck ( $N^*$ -Produktion)
- (3) L.J. Lanzerotti, R.B. Blumenthal, D.C. Ehn, W.L. Faissler, P.M. Joseph, F.M. Pipkin, J.K. Randolph, J.J. Russel, D.G. Stairs, J. Tennenbaum, Phys. Rev. Letters 15, 210 (1965)
- (4) Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München-Kollaboration;  
U. Brall, R. Erbe, H.G. Hilpert, G. Reimann, E. Schüttler,  
H. Böttcher, W. Bothin, K. Lanius, A. Meyer, A. Pose, J. Schreiber,  
K. Böckmann, W. Johnssen, J. Moebes, H. Mück, B. Nellen, W. Tejessy,  
D. Cords, G. Knies, G. Harigel, G. Horlitz, E. Lohrmann, H. Meyer,  
W.P. Swanson, M.W. Teucher, G. Wolf, S. Wolff, D. Lücke, D. Mönkemeyer,  
D. Pollmann, W. Rau, E. Raubold, P. Söding, H. Spitzer, W. Woidtke,  
H. Beisel, E. Burkhardt, H. Filthuth, H. Kolar, P. Steffen,  
P. Freund, K. Gottstein, N. Schmitz, P. Seyboth, J. Seyerlein;  
Zwischenergebnisse wurden veröffentlicht in
  - a) Proc. Int. Symp. Electron Photon Int., Hamburg 1965, Bd.II
  - b) Nuovo Cim. 41, 270 (1966) (Übersicht)
  - c) DESY Bericht 66/32 (1966) (Übersicht)
  - d) Nuovo Cim. 46A, 795 (1966) ( $\omega, \phi, \eta, X^0$ -Produktion)
  - e) Phys. Letters 23, 707 (1966) ( $N^{*++}$ -Produktion)
  - f) Nuovo Cim. 48A, 262 (1967) ( $\rho$ -Produktion)
  - g) Nuclear Phys. B1, 668 (1967) (Laborimpuls und -Winkelverteilungen)
  - h) DESY Bericht 67/6, (1967) (Prod. Strange Particles)  
und Nuovo Cim. 49, 504 (1967)
- (5) P. Söding, Phys. Letters 19, 702 (1965)
- (6) A.S. Krass, "Interference Effects in Photoproduction of  $\rho$ -Mesons",  
Phys. Rev. 159, 1496 (1967)  
und private Mitteilung
- (7) H. Meyer, H. Spitzer, Interner Bericht DESY F1-1 (1966)

- (8) G. Lutz, Private Mitteilung, G. Lutz, H.D. Schulz, DESY-Bericht 67/29 (1967)
- (9) L'Onde Électrique 41, 1001 (Dez. 1961)
- (10) ZEISS Informationen 59, 15 (1966)
- (11) G. Wolf, Interner Bericht, DESY Fl-3 (1966)
- (12) F. Storim, G. Wolf, INDEX Programm, Interner Bericht, BLA-  
KA A; Hamburg, 1967, F. Storim, Diplomarbeit, Hamburg, 1967
- (13) D. Cords, Diplomarbeit, Hamburg, 1964; G. Knies, Diplomarbeit, Hamburg, 1964
- (14) S. Wolff, Diplomarbeit, Hamburg, 1965
- (15) G. Wolf, WELAGA Programmbeschreibung, Hamburg, 1963
- (16) G. Wolf, Doktorarbeit, Hamburg, 1964
- (17) G. Wolf, Zum optischen System der Blasen-kammer bei DESY, Interner  
Bericht, Hamburg, (1964)
- (18) R. Böck, CERN 60-30 (1960), CERN 61-29 (1961),  
GRIND Manual, DD/EXP/62/10, CERN (1963)
- (19) D. Mönkemeyer, Diplomarbeit, Hamburg 1967
- (20) G.R. Lynch, UCRL 10335 (1962)
- (21) E. Raubold, FAKE Manual, Hamburg (1966)  
Die Hamburger FAKE Version wurde so abgeändert, dass die Fehler-  
behandlung der Fehlerbehandlung im Geometrieprogramm WELAGA entspricht.
- (22) W. Tejessy, Private Mitteilung, 1966
- (23) H. Butenschön, CUT 1-CUT 2-CUT 3, Interner Bericht BLAKA C Hamburg (1966)
- (24) V. Blobel, H. Butenschön, P.v. Handel, P. Schilling, ULTRAN Beschreibung,  
Interner Bericht, Hamburg (1964)  
H. Butenschön, DESY Bericht 66/29 (1966)
- (25) A.H. Rosenfeld, A. Barbaro-Galtieri, W.J. Podolsky, L.R. Price,  
M. Roos, P. Söding, W.J. Willis, C.G. Wohl, Rev. Mod. Phys. 39, 1 (1967)
- (26) J.A. Wheeler, W.E. Lamb jr., Phys. Rev. 55, 858 (1939), Phys. Rev. 101,  
1836 (1956)
- (27) B. Rossi, High Energy Particles, New York 1952
- (28) D.C. Gates, Berkeley UCRL 9390 (1960)  
D.C. Gates, R.W. Kenney, W.P. Swanson, Phys. Rev. 125, 1310 (1962)
- (29) E. Malamud, Phys. Rev. 115, 687 (1959)
- (30) P.M. Morse, L.A. Young, E.S. Haurwitz, Phys. Rev. 48, 948 (1935)
- (31) A. Sørenssen, Nuovo Cim. 38, 745 (1965), Nuovo Cim. 41, 543 (1966)
- (32) D. Bernstein, W.K.H. Panofsky, Phys. Rev. 102, 522 (1956)
- (33) K. Mork, H. Olsen, Phys. Rev. 140, B1661 (1965)
- (34) H.D. Schulz, DESY Bericht 66/16 (1966)
- (35) H.D. Schulz, private Mitteilung, Hamburg, 1967

- (36) K.S. Suh, H.A. Bethe, Phys. Rev. 115, 672 (1959)
- (37) V. Votruba, Phys. Rev. 72, 1468 (1948)  
und Bull. Intern. acad. Tchèque Sci. 49, 19 (1948)
- (38) J. Joseph, F. Rohrlich, Rev. Mod. Phys. 30, 354 (1958)
- (39) G. Kessler, Private Mitteilung, Hamburg, 1967
- (40) Unter 1.5 GeV: J.T. Beale, S.D. Ecklund, R.L. Walker,  
CALT-68-108 (1966)
- Oberhalb 1.5 GeV:
- a)  $\gamma p \rightarrow p \pi^0$  M. Braunschweig, D. Husmann, K. Lübelmeyer, D. Schmitz,  
Phys. Letters 22, 705 (1966),  
G.C. Bolon u.a., Phys. Rev. Letters 18, 926 (1967)
- b)  $\gamma p \rightarrow n \pi^+$  V.B. Elings u.a., Phys. Rev. Letters 16, 474 (1966),  
G. Buschhorn u.a., Phys. Rev. Letters 17, 1027 (1966),  
Phys. Rev. Letters 18, 571 (1967)
- (41) D. Lüke, Diplomarbeit, Hamburg, 1966
- (42) M.G. Hauser, CALT-68-123 (1967) und Phys. Rev. 160, 1215 (1967)
- (43) J.V. Allaby, H.L. Lynch, D.M. Ritson, Phys. Rev. 142, 887 (1966)
- (44) H. Joos, Phys. Letters, 24B, 103 (1967); H. Joos, DESY Bericht 67/13 (1967)  
und die dort zitierte Literatur
- (45) J. Shapiro, Suppl. Nuovo Cim. 18, 40 (1960)
- (46) H. Satz, Phys. Letters 25 B, 27 (1967)
- (47) J.D. Jackson, Nuovo Cim. 34, 1644 (1964)
- (48) M. Ferro-Luzzi u.a., Nuovo Cim. 39, 417 (1965)
- (49) L.D. Jacobs, UCRL 16877 (1966)
- (50) M. Ross, L. Stodolsky, Phys. Rev. 149, 1172 (1966)
- (51) S.M. Berman, S.D. Drell, Phys. Rev. 133, B 791 (1964)
- (52) H. Harari, Phys. Rev. 155, 1565 (1967)
- (53) K. Kajantie, J.S. Trefil, Phys. Letters 24B, 106 (1967)
- (54) A. Citron u.a., Phys. Rev. 144, 1101 (1966)
- (55) K. Gottfried, J.D. Jackson, Nuovo Cim. 33, 309 (1964)
- (56) G. Kramer, K. Schilling, Z. Physik 191, 51 (1966) und private Mitteilung
- (57) Y. Eisenberg, E.E. Ronat, A. Brandstetter, A. Levy, E. Gotsman,  
Phys. Letters 22, 217 und 223 (1966)

- (58) D. Schildknecht, private Mitteilung, Hamburg, 1967
- (59) P. Nyborg u.a., Phys. Rev. 140, B 914 (1965)
- (60) P. Söding, Informelle Beschreibung des Programms SUPFIT, Hamburg (1966)
- (61) R. Hagedorn, Relativistic Kinematics, Benjamin Inc., New York, 1963, S.98
- (62) O. Skjeggstad, CERN 64-13, Bd.II
- (63) Das Programm RESGAM wurde von A. Meyer entwickelt.
- (64) W.P. Swanson, DESY Bericht 66/17, 1966
- (65) J.G. Asbury u.a. Phys. Rev. Letters im Druck,  
S.C.C. Ting, Lecture given at the International School  
of Physics "Ettore Majorana", Brice 1967  
und U. Becker, Private Mitteilung, Hamburg 1967
- (66) H. Blechschmidt u.a., DESY Interner Bericht F32-2 (1967)
- (67) P. Söding, Private Mitteilung, 1967

VI. Verzeichnis der Abbildungen

- Abb.1 Strahlaufbau.
- Abb.2 Enveloppen der Teilchenbahnen.  
(Definition des Bezugssystems s.Abb.3).  
Bei der Berechnung der gezeigten Enveloppen wurde die Vielfachstreuung der Elektronen im Target T2 vernachlässigt. Die Photonenbahnen wurden in Richtung der durch Target T2 laufenden Elektronenbahnen angenommen.
- Abb.3 Schematische Darstellung der Blaskammer:  
a) Kammerkörper mit Seitenfenstern und Kameras,  
b) Bauelemente der Blaskammer.
- Abb.4 Räumliche Verteilung der Entstehungspunkte von Elektronenpaaren in der Kammer. Es wurde ein Film von Teil IV des Experiments benutzt.
- Abb.5 Verteilung der Richtungen von gemessenen Elektronenpaaren mit Energien  $\geq 0.5$  GeV (Teil IV).
- Abb.6 Photonenspektren für Maximalenergien von 5.45 bzw. 5.8 GeV.  
Die Spektren a) und b) sind auf den Photonenfluss ( $E_{\gamma} > 0.1$  GeV) der Filme von Teil I, II und III normiert, die in dieser Arbeit berücksichtigt sind.  
Die volle Kurve ist ein für ein dünnes Titantarget gerechnetes Bethe-Heitler Bremspektrum<sup>(34)</sup> mit Korrekturen auf die endliche Targetdicke und die Kollimation des Photonenstrahls<sup>(8)</sup>. Die gestrichelte Kurve berücksichtigt die endliche Messgenauigkeit (oberhalb 1 GeV beträgt der relative Messfehler für Elektronenpaare  $\frac{\Delta E_{\gamma}}{E_{\gamma}} = 0.019 + \frac{E_{\gamma}}{\text{GeV}} \cdot 0.003$ ). Die volle Kurve wurde auf Flächengleichheit mit dem experimentellen Spektrum oberhalb 3 GeV normiert.
- Abb.7 Optisches Schema der Blaskammer.
- Abb.8 Verteilung von  $\chi^2$  für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .
- Abb.9 Verteilung von  $M_{\gamma}^2$  für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .  $M_{\gamma}^2$  ist im Text definiert.
- Abb.10 Abhängigkeit der ungefitteten Photonmasse vom Ort in der Kammer (Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ ):  
a) Mittelwert von  $M_{\gamma}^2$  für alle Photonenergien;  
b) Breite der Verteilung von  $M_{\gamma}^2$  für Photonenergien kleiner und grösser 1.8 GeV;  $\sigma$  ist die Standardabweichung der angepassten Gaußfunktion.



- Abb.11 Wirkungsquerschnitt für Paarbildung an Wasserstoff nach Wheeler und Lamb.
- Abb.12 Flussfunktion.  
Die Flussfunktion gilt für die bis Juni 1966 ausgewerteten Filme.
- Abb.13 Totaler Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .
- Abb.14 Wirkungsquerschnitte für Mehrfachpionproduktion.  
Die gestrichelten Kurven wurden mit Hilfe von Vektordominanzmodell, Quarkmodell und Isospininvarianz aus entsprechenden Wirkungsquerschnitten für  $\pi^\pm p$ -Reaktionen berechnet<sup>(46)</sup>.
- Abb.15 Verteilungen der effektiven Masse  $M_{p\pi^+}$  in der Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$ .  
Bei den Anpassungen in Abb.15-17 wurden relativistische Breit-Wigner-Ausdrücke mit energieabhängiger Breite verwendet.
- Abb.16 Verteilungen der effektiven Masse  $M_{p\pi^-}$ .
- Abb.17 Verteilungen der effektiven Masse  $M_{\pi^+ \pi^-}$ .
- Abb.17a Verteilungen der effektiven Masse  $M_{\pi^+ \pi^-}$  für zwei Photonenergiebereiche oberhalb 2.5 GeV. Die Anpassungen wurden mit Interferenztermen nach Söding vorgenommen.
- Abb.18 Totaler Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \rho^0$ .
- Abb.19 Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma_\rho/d\Delta^2$  für vier Photonenergiebereiche.
- Abb.20 Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma_\rho/d\Omega$  im Schwerpunktsystem für vier Photonenergiebereiche;  $\theta_\rho^*$  ist der Erzeugungswinkel.
- Abb.21 Dichtematrixelemente im Jacksonsystem als Funktion des Erzeugungswinkels. Die Kurven ergeben sich aus dem Starken Absorptionsmodell<sup>(57)</sup>.
- Abb.22 Dichtematrixelemente im Helizitätssystem als Funktion des Erzeugungswinkels. Die Kurven folgen aus dem Modell von Krass<sup>(6)</sup>.
- Abb.23 Differentielle Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/d\Delta^2 dM_{\pi\pi}$  für zwei Bereiche von  $M_{\pi^+ \pi^-}$  unterhalb 760 MeV.
- Abb. 24 Differentielle Wirkungsquerschnitte  $d\sigma/d\Delta^2 dM_{\pi\pi}$  für zwei Bereiche von  $M_{\pi^+ \pi^-}$  oberhalb 760 MeV.
- Abb.25 Abhängigkeit der  $\pi^+ \pi^-$ -Massenverteilung vom Erzeugungswinkel  $\cos \theta_\rho^*$  im Schwerpunktsystem für zwei Photonenergiebereiche.
- Abb.26 Zerfallswinkelverteilung  $W(\cos \theta_H)$  im Helizitätssystem für zwei  $\pi^+ \pi^-$ -Massenbereiche. Die Kurven sind angepasst. s. Text S.77.
- Abb.27 Zerfallswinkelverteilung  $W(\phi_H)$  im Helizitätssystem für zwei  $\pi^+ \pi^-$ -Massenbereiche. Die Kurven sind angepasst.
- Abb.28 Abhängigkeit der Anpassung in der  $p\pi^+$ -Massenverteilung von der Zerfallswinkelverteilung des  $\rho$ -Mesons.



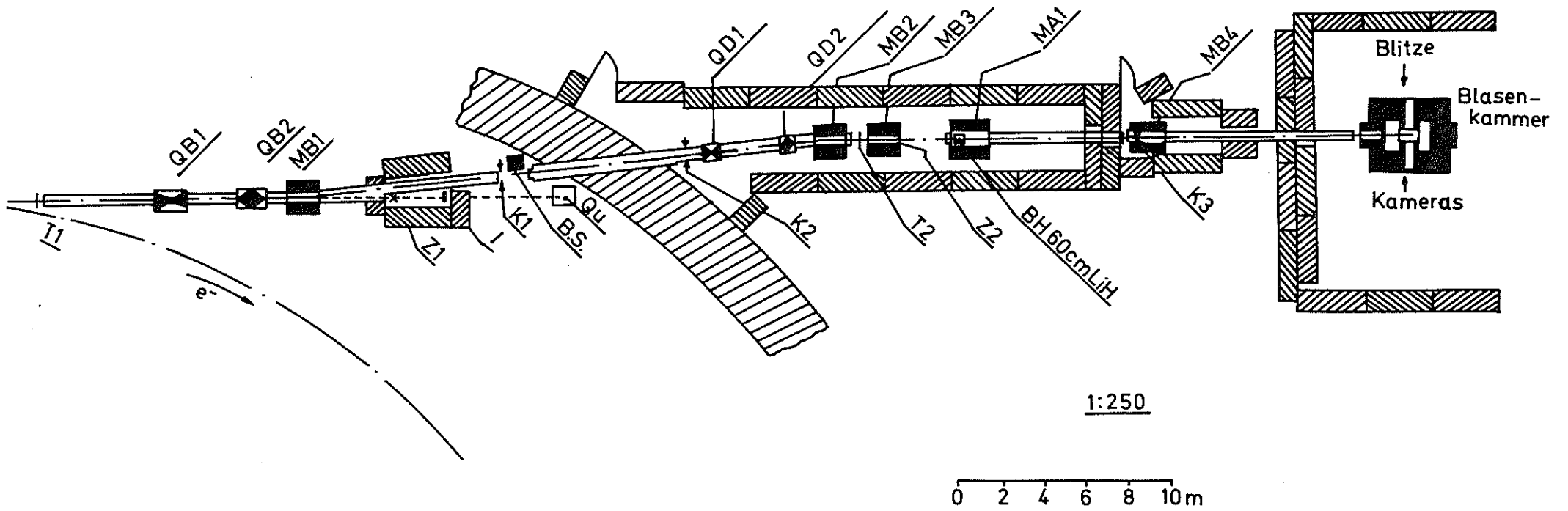


Abb.1 Strahlaufbau

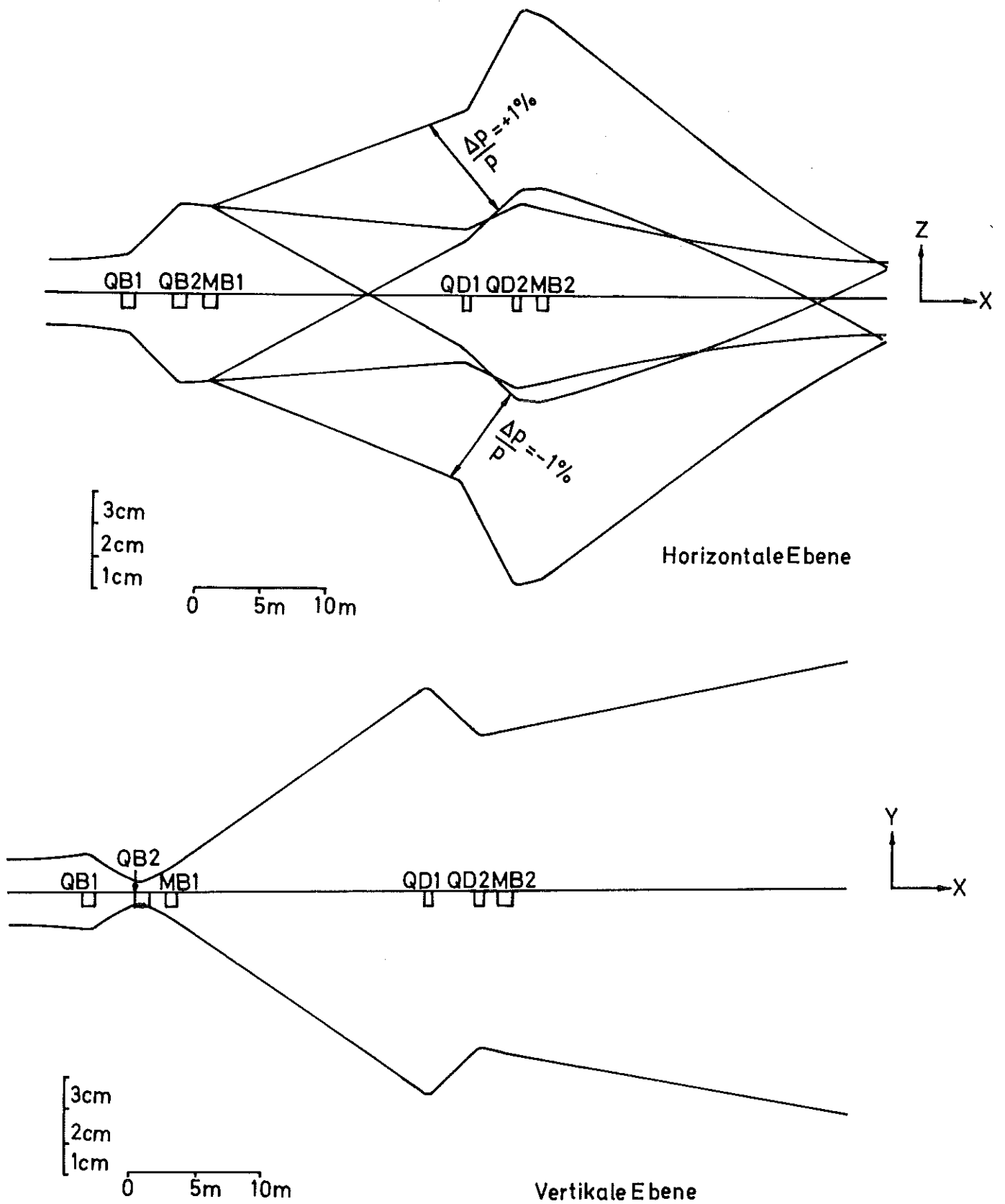


Abb. 2 Enveloppen der Teilchenbahnen

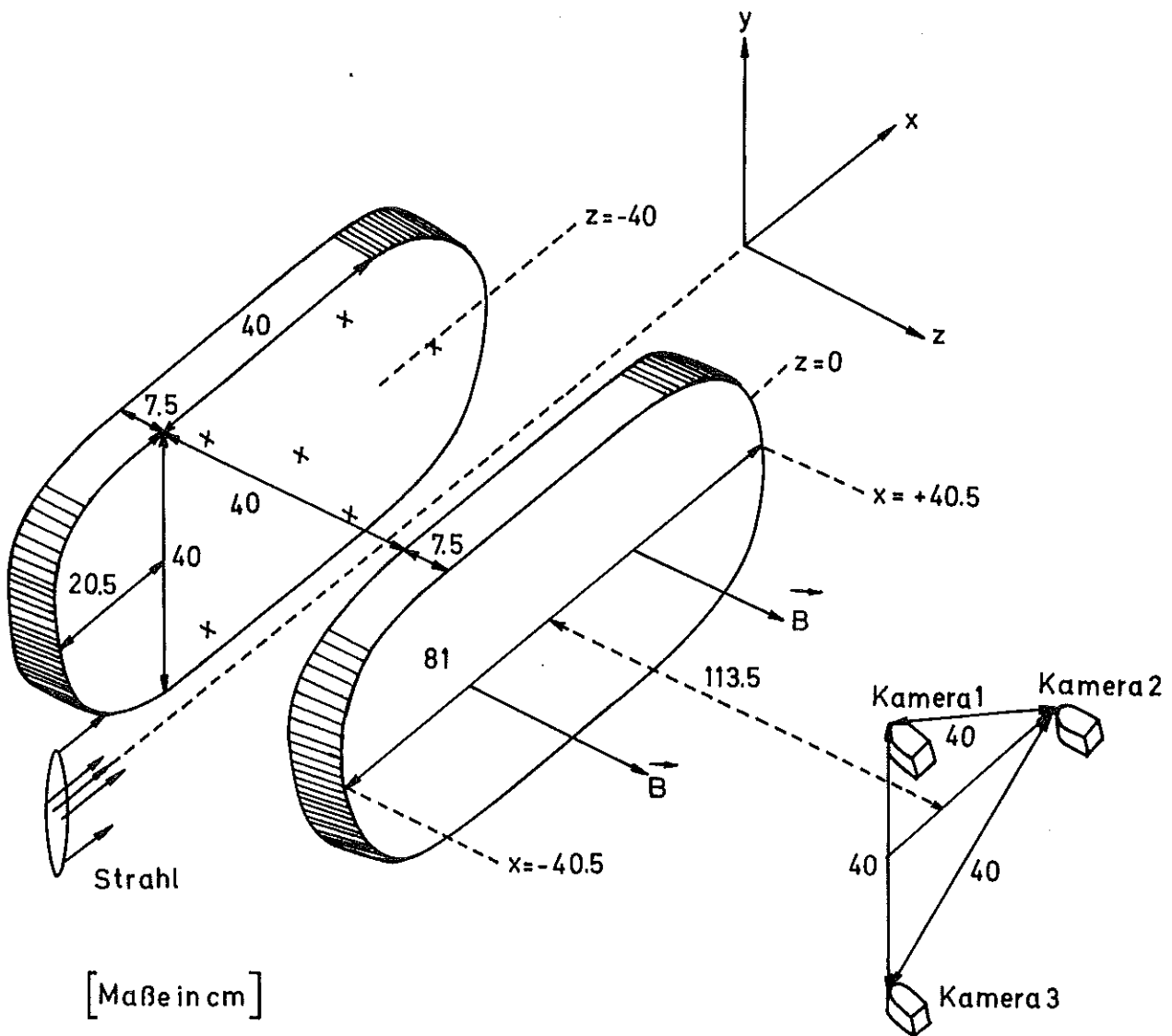
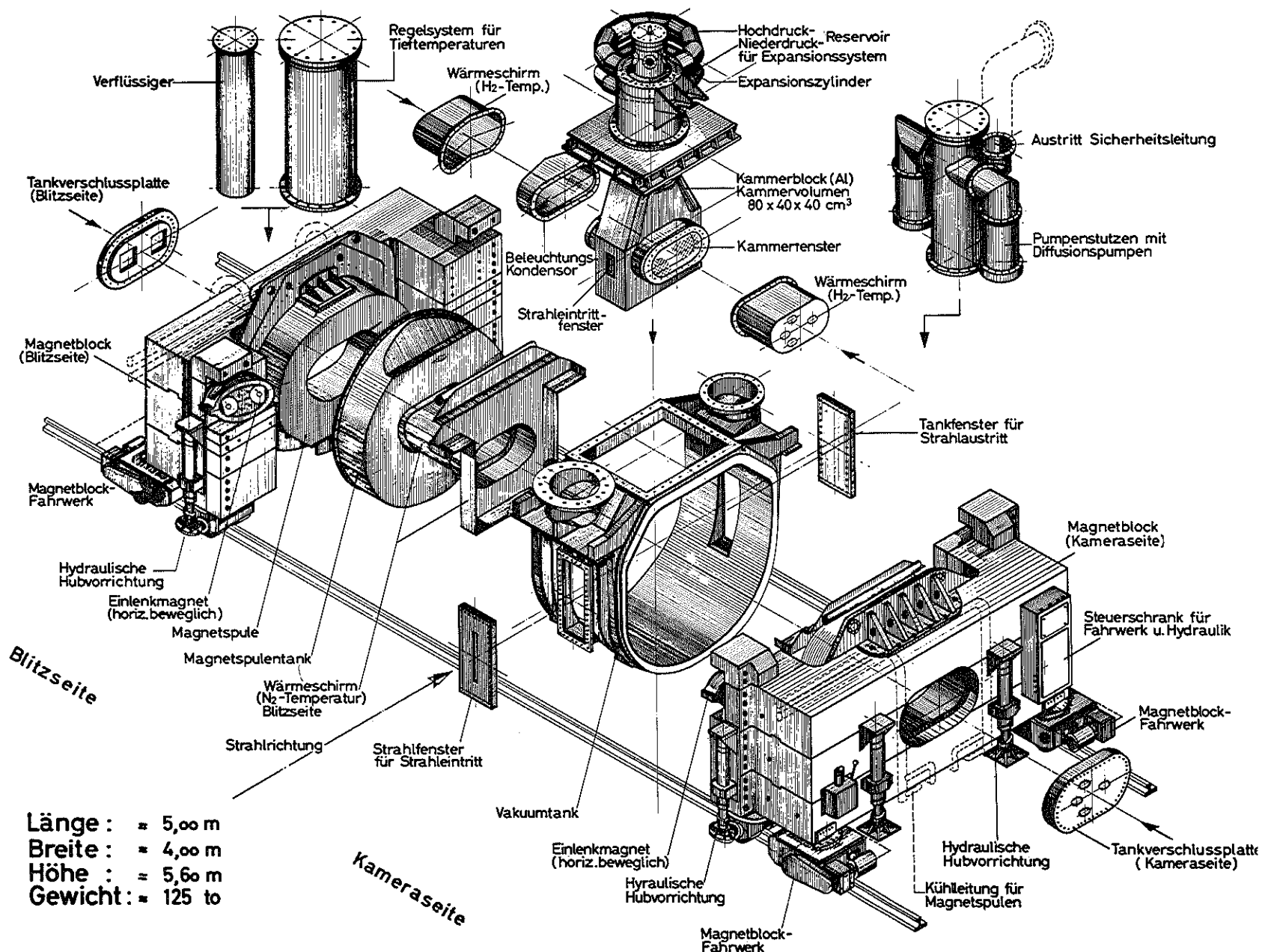
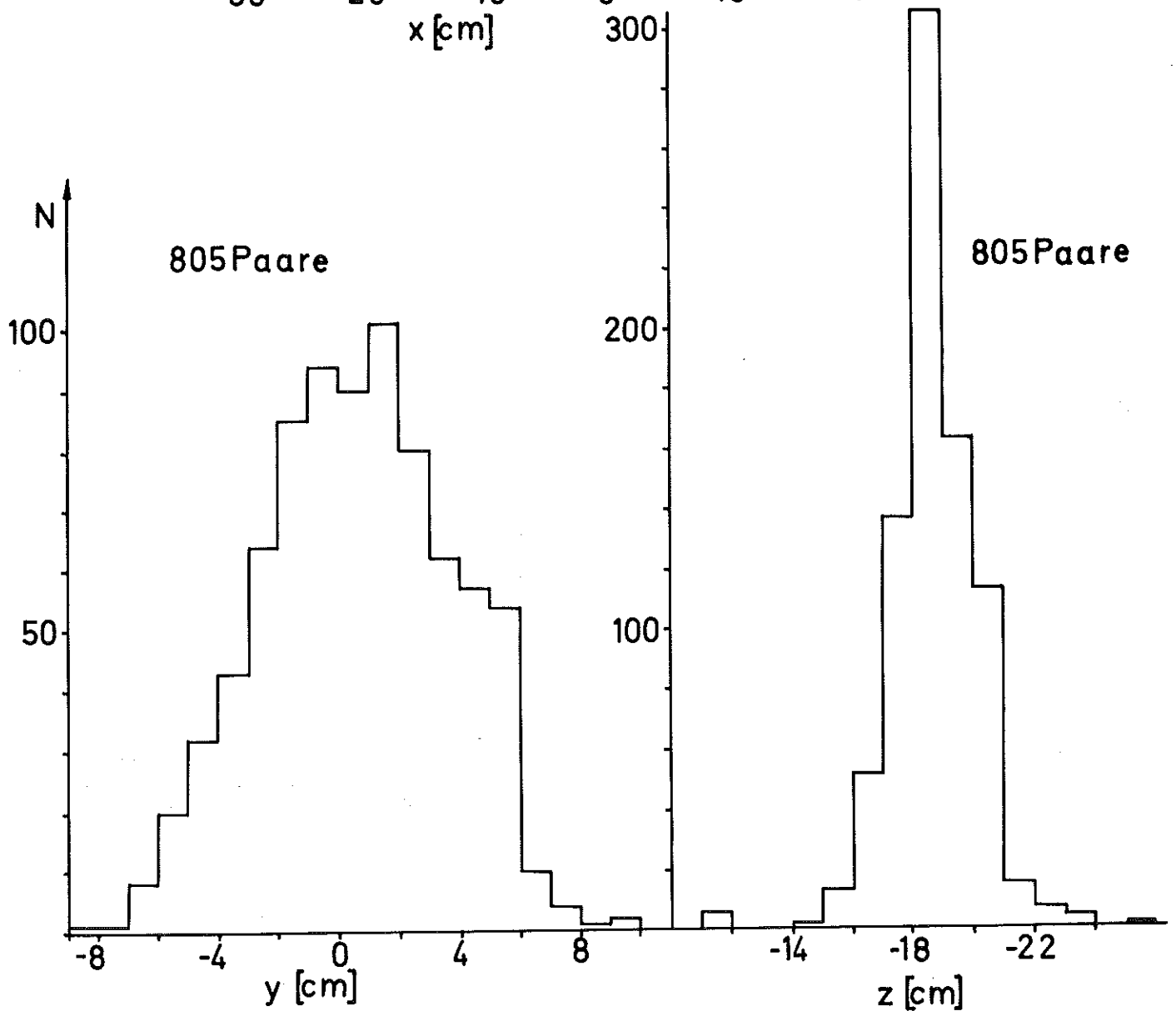
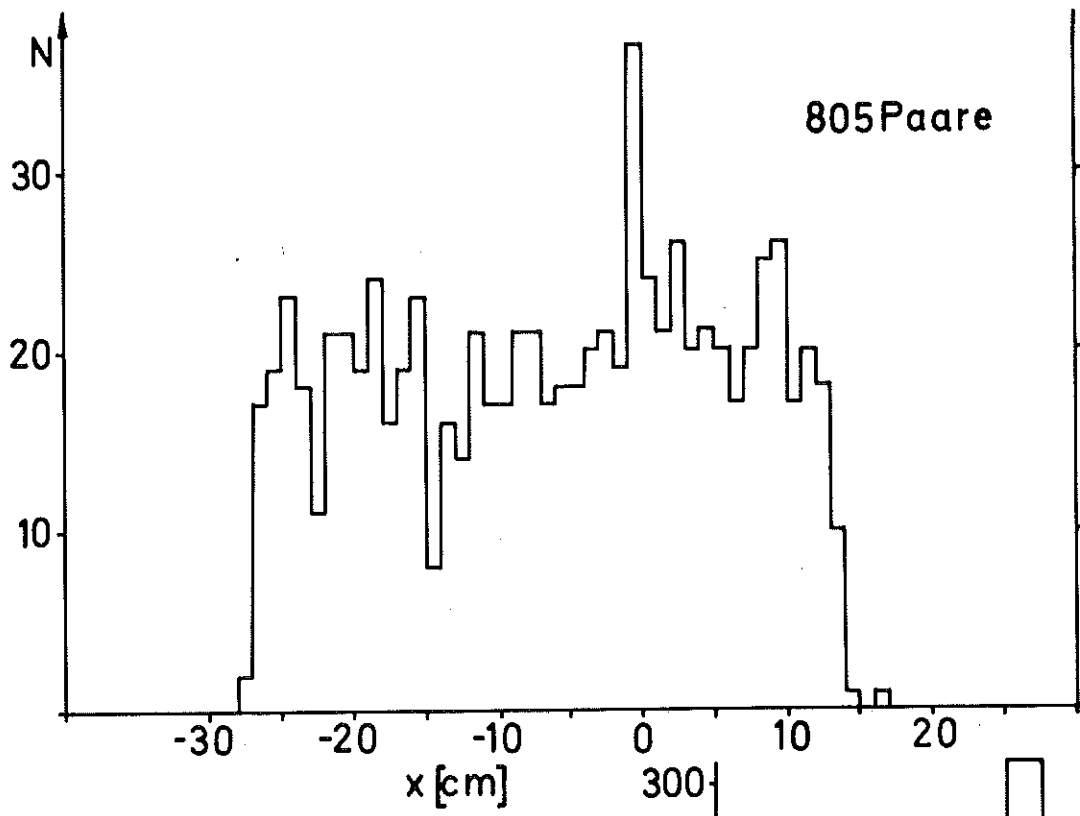


Abb. 3 Schematische Darstellung der Blasenkammer  
 a) Kammerkörper mit Seitenfenstern und Kameras  
 Der Punkt  $(x, y, z) = (0, 0, -20)$  liegt in  
 Kammermitte.

Abb.3b) Bauelemente der Blasenkammer



Länge : ≈ 5,00 m  
 Breite : ≈ 4,00 m  
 Höhe : ≈ 5,60 m  
 Gewicht : ≈ 125 to



**Abb.4** Räumliche Verteilung der Entstehungspunkte von Elektronenpaaren in der Kammer

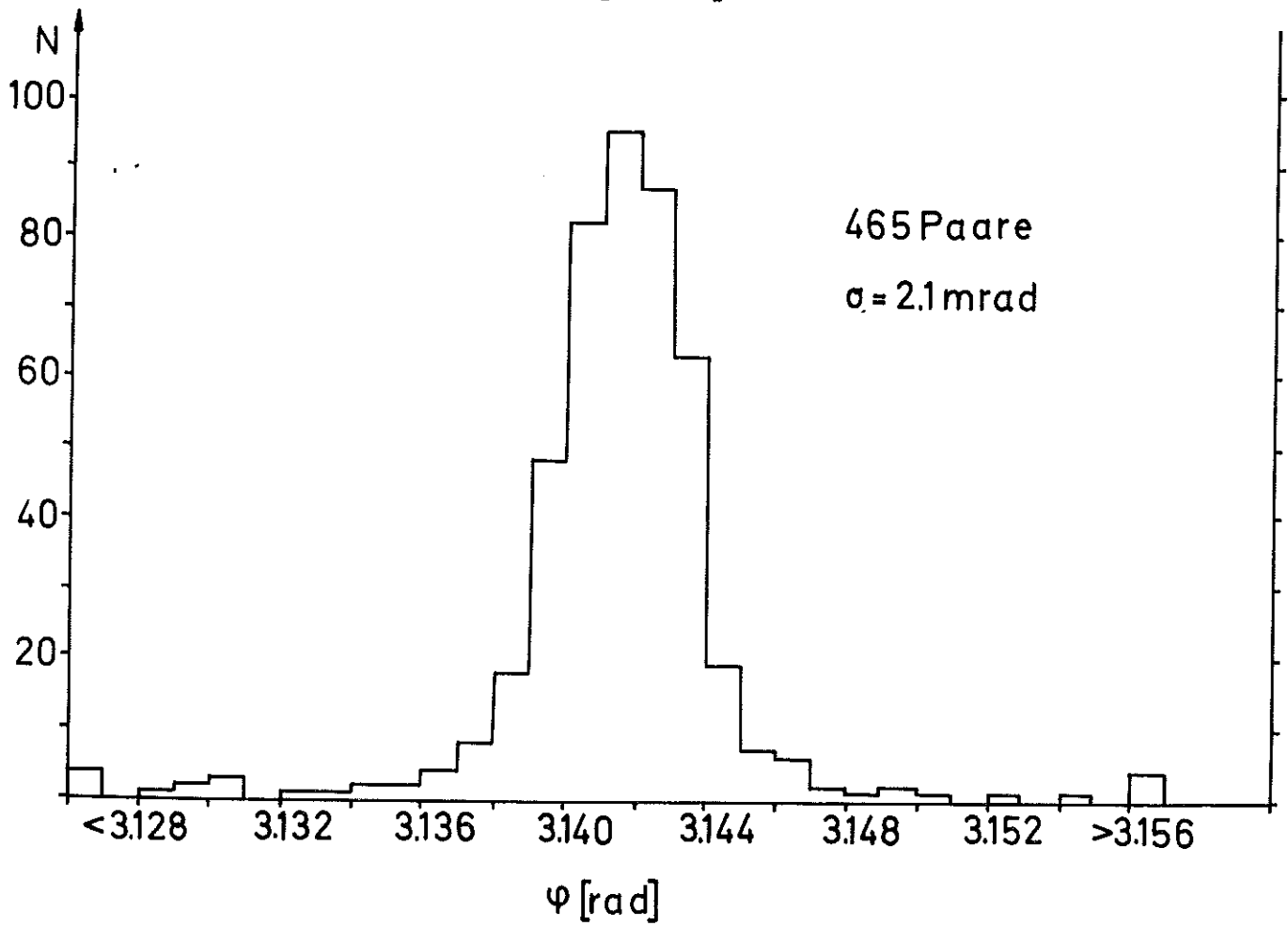
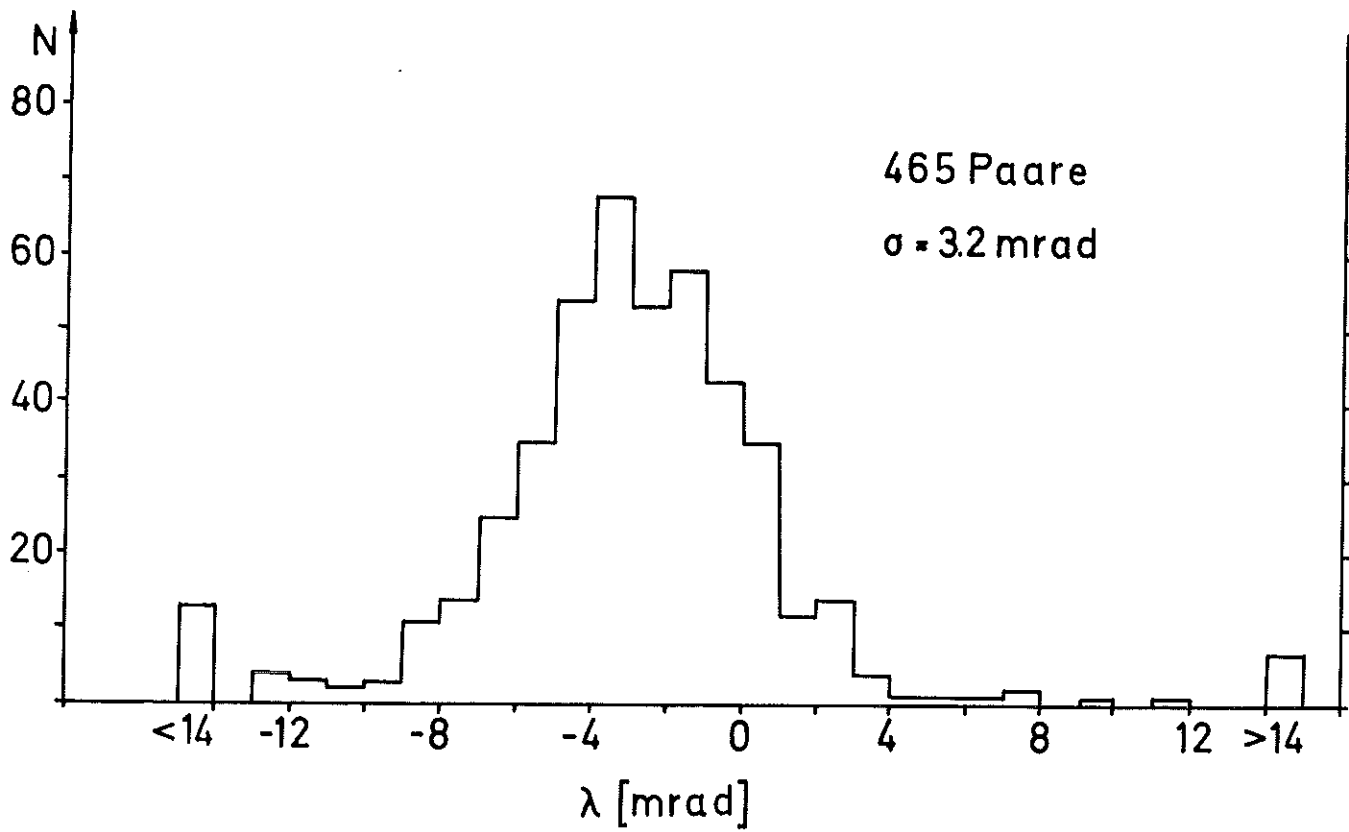


Abb. 5 Verteilung der Richtungen von Elektronenpaaren mit Energien  $\geq 0.5$  GeV



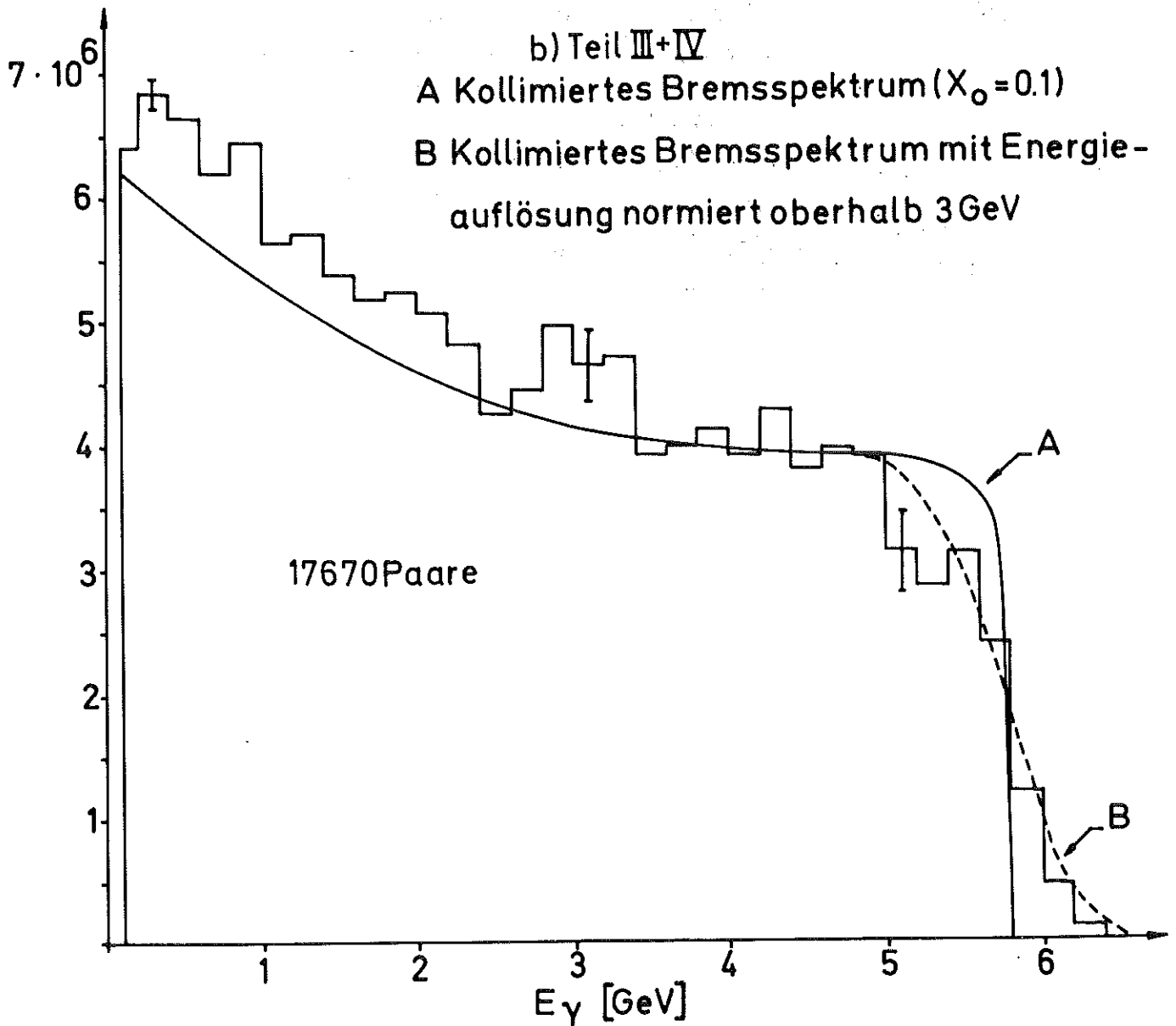
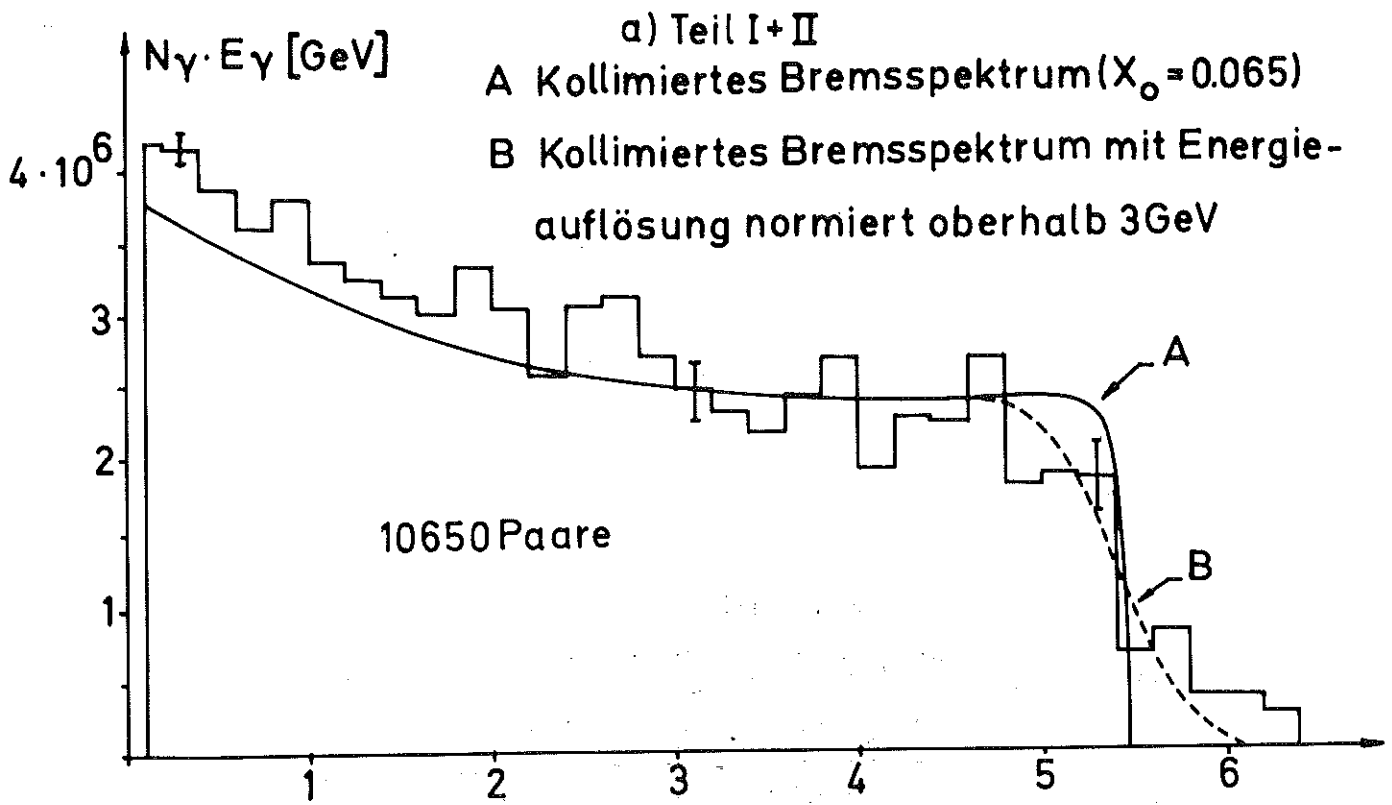
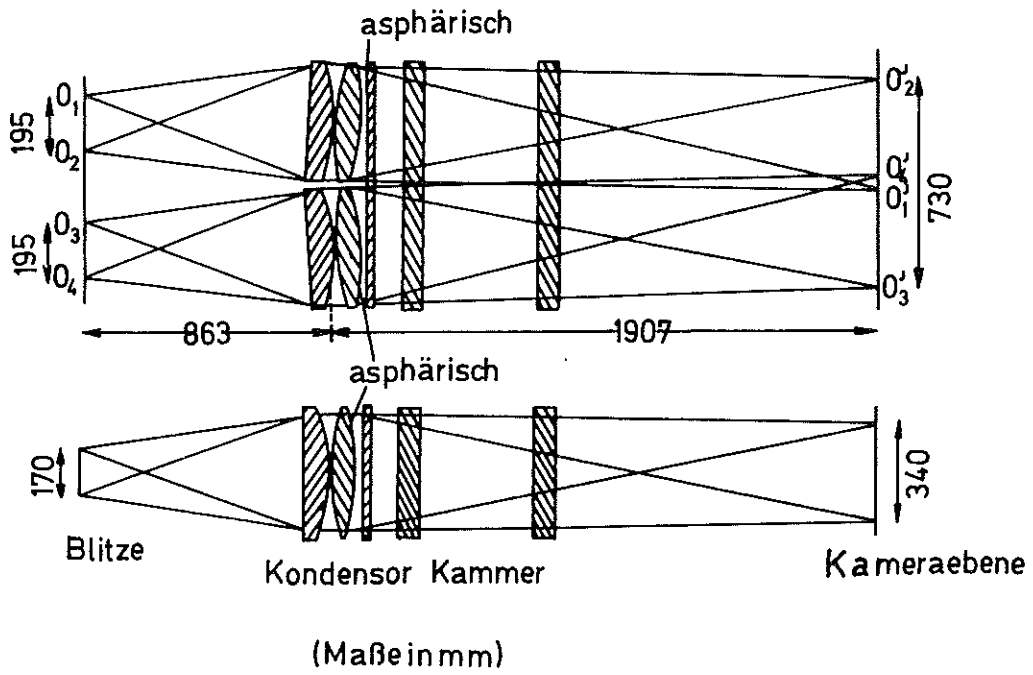
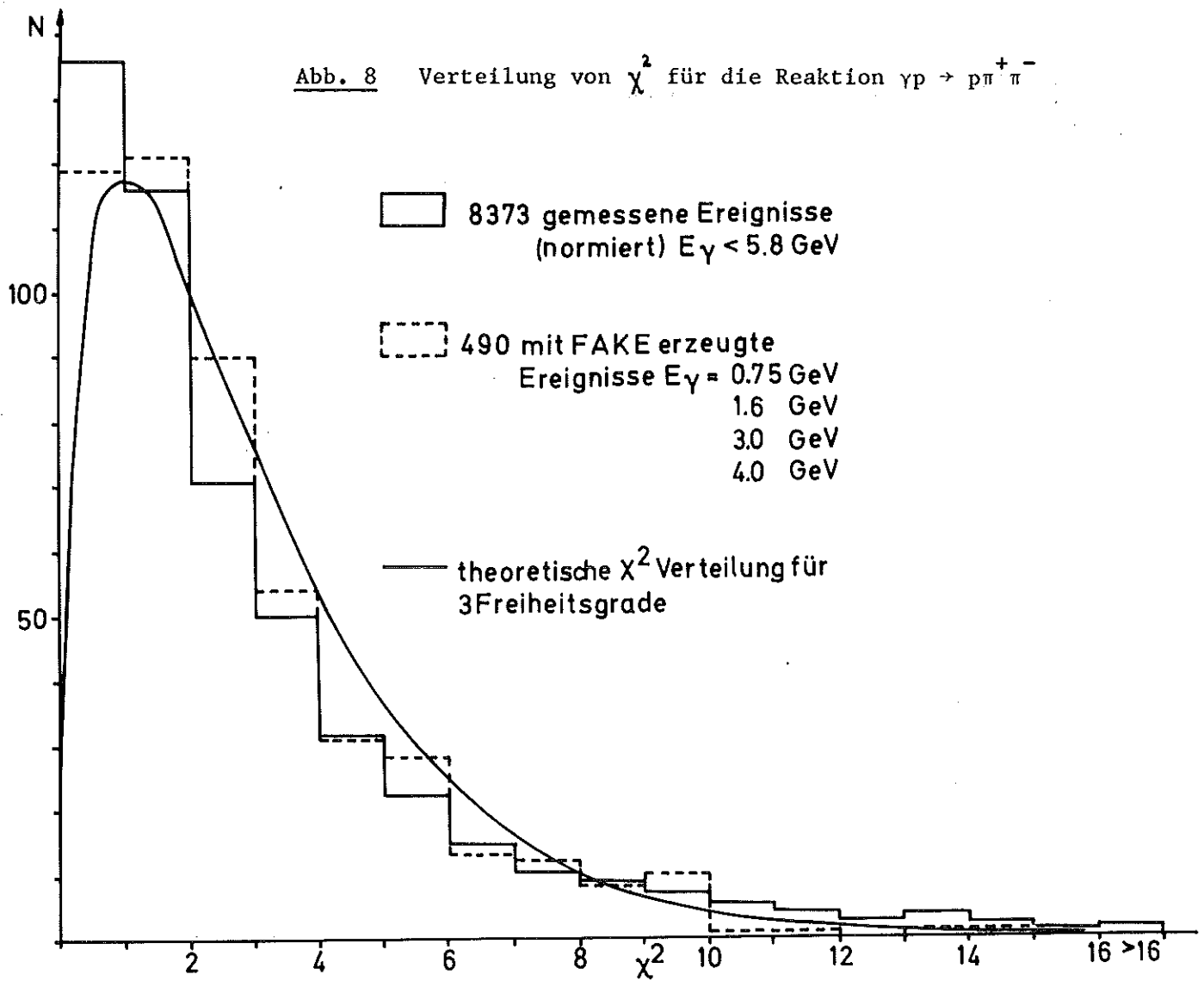


Abb.6 Gemessene Photonenspektren ( $E_\gamma > 0.1 \text{ GeV}$ )

Abb.7 Optisches Schema der Blasenkommer





874 gemessene Ereignisse  
(normiert)  $14 \text{ GeV} < E_\gamma < 18 \text{ GeV}$

535 gemessene Ereignisse  
(normiert)  $2.5 \text{ GeV} < E_\gamma < 3.5 \text{ GeV}$

99 FAKE Ereignisse  $E_\gamma = 1.6 \text{ GeV}$

98 FAKE Ereignisse  $E_\gamma = 3 \text{ GeV}$

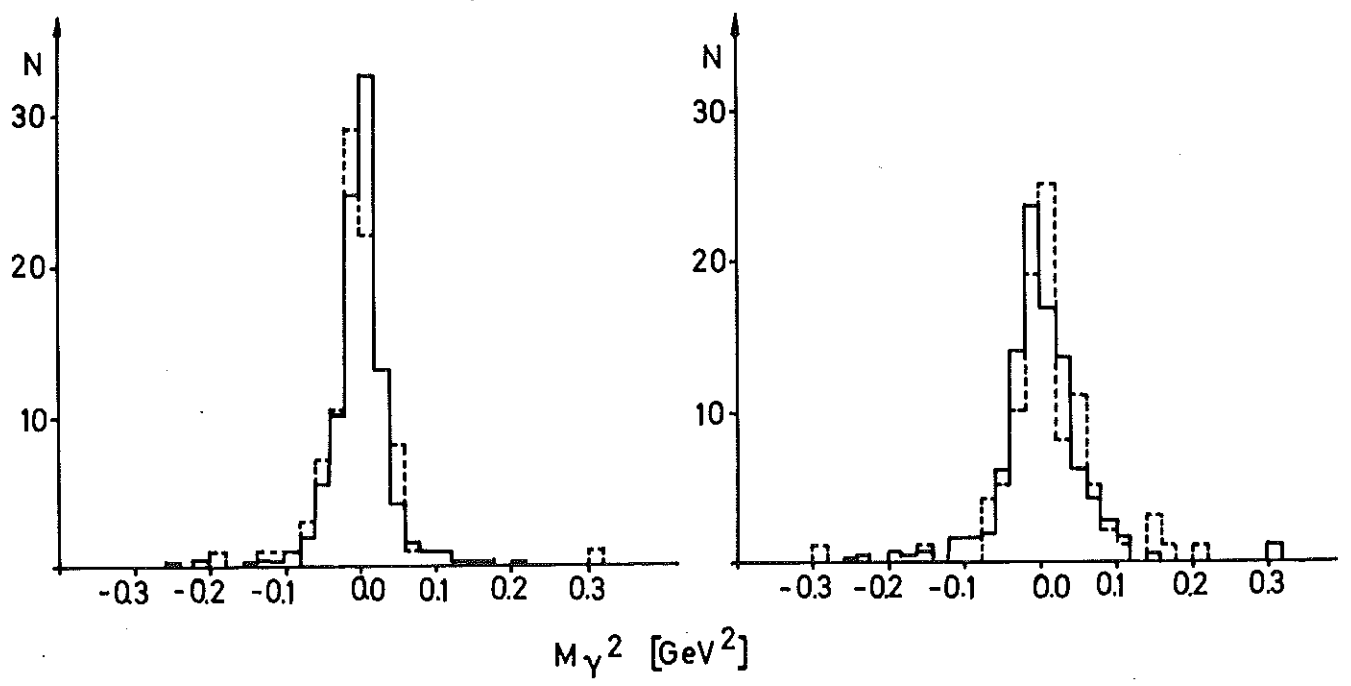


Abb. 9 Verteilung von  $M_\gamma^2$  für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p\pi^+\pi^-$

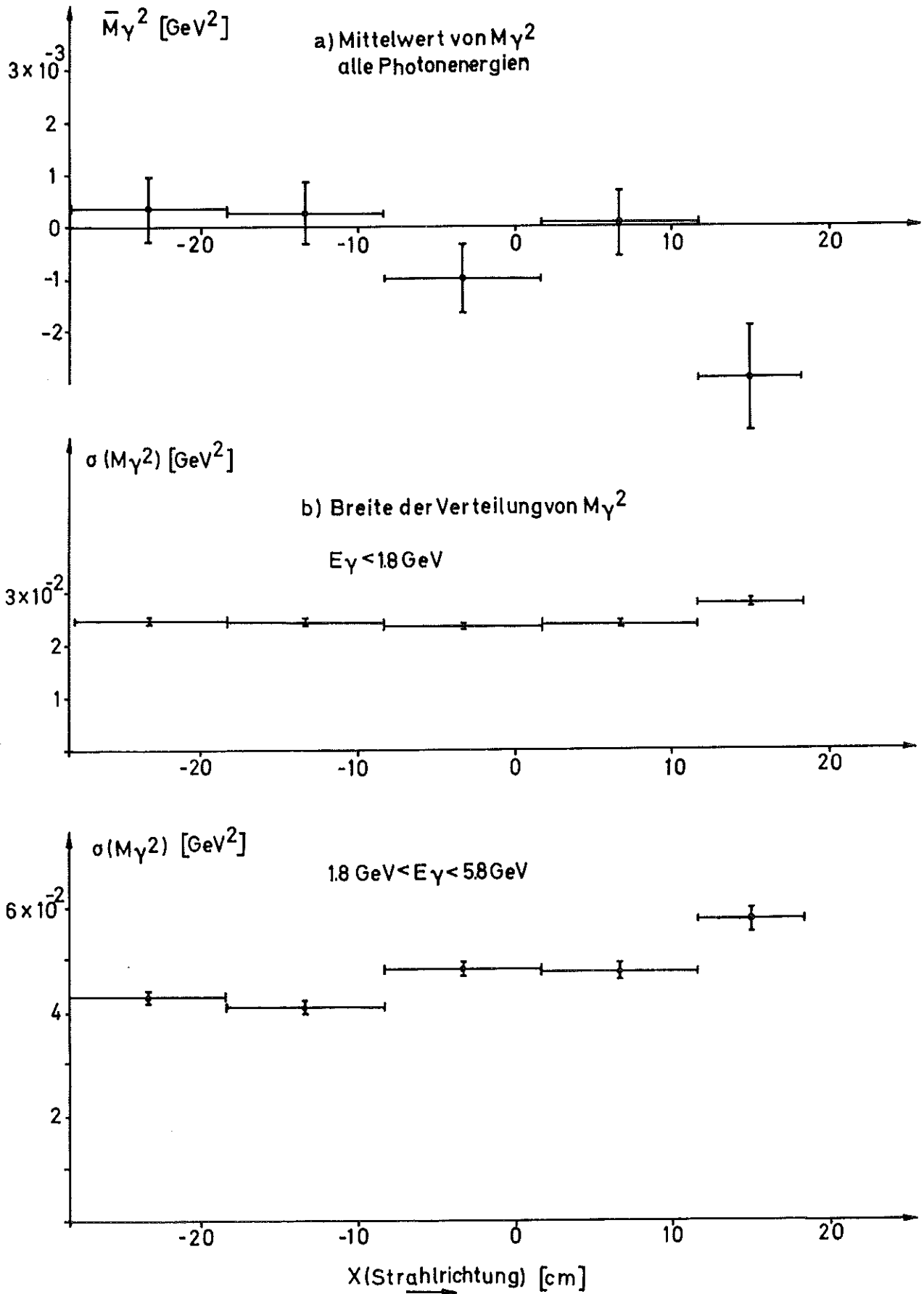
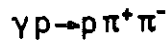


Abb. 10 Abhängigkeit der ungefitteten Photonmasse vom Ort in der Kammer

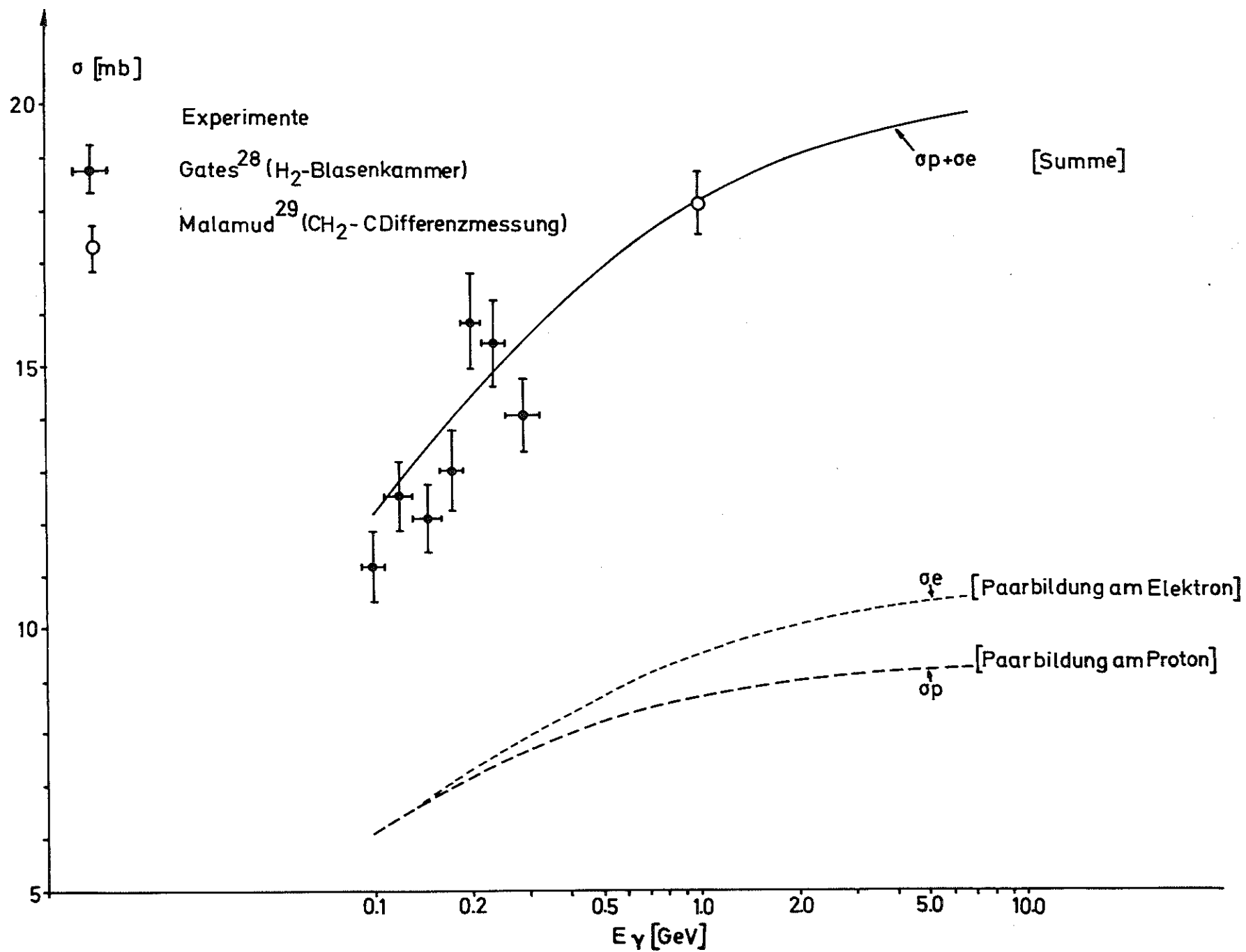


Abb.11 Wirkungsquerschnitt für Elektronenpaarbildung am Wasserstoff (nach Wheeler und Lamb(26))

Abb.12 Flußfunktion

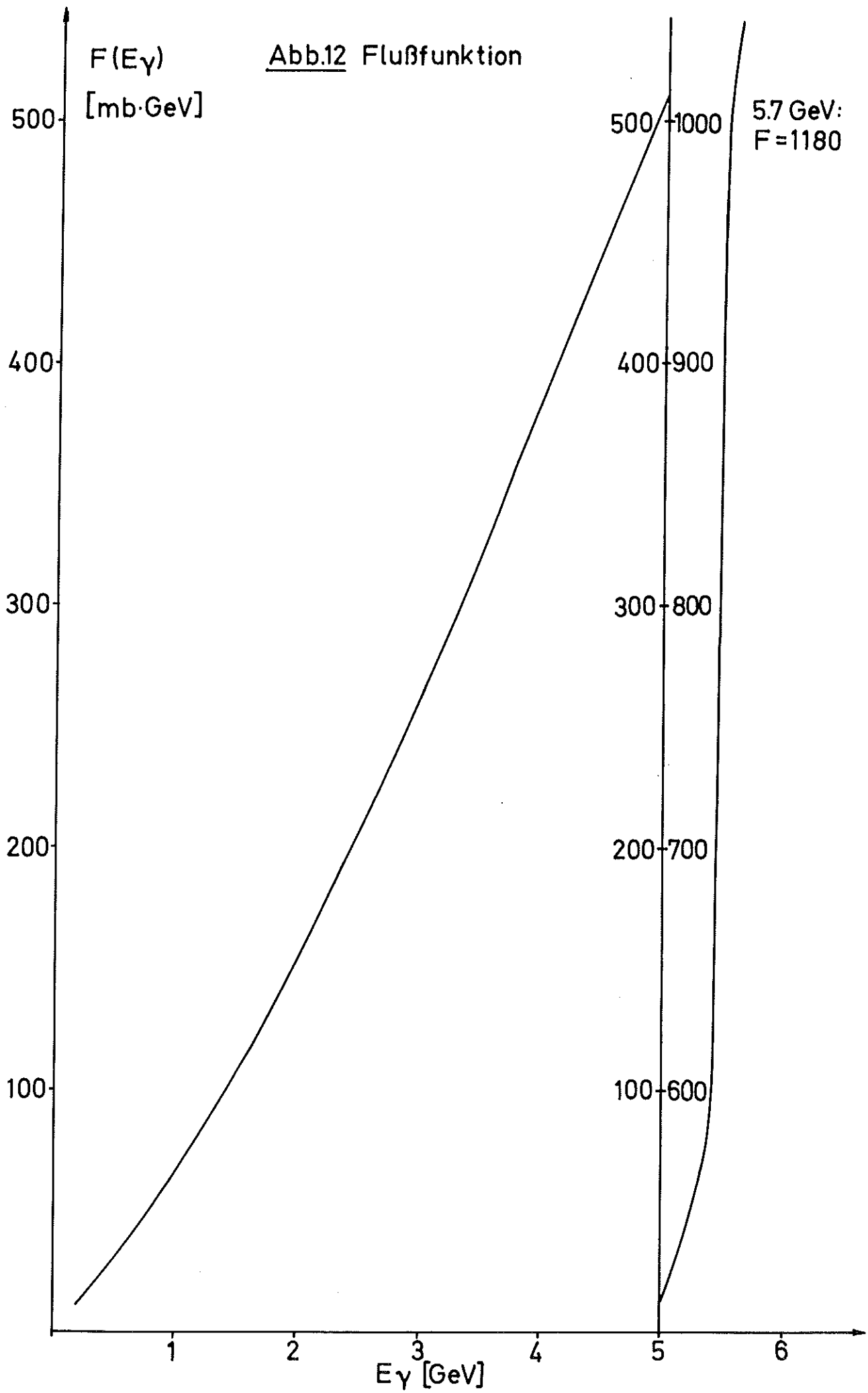
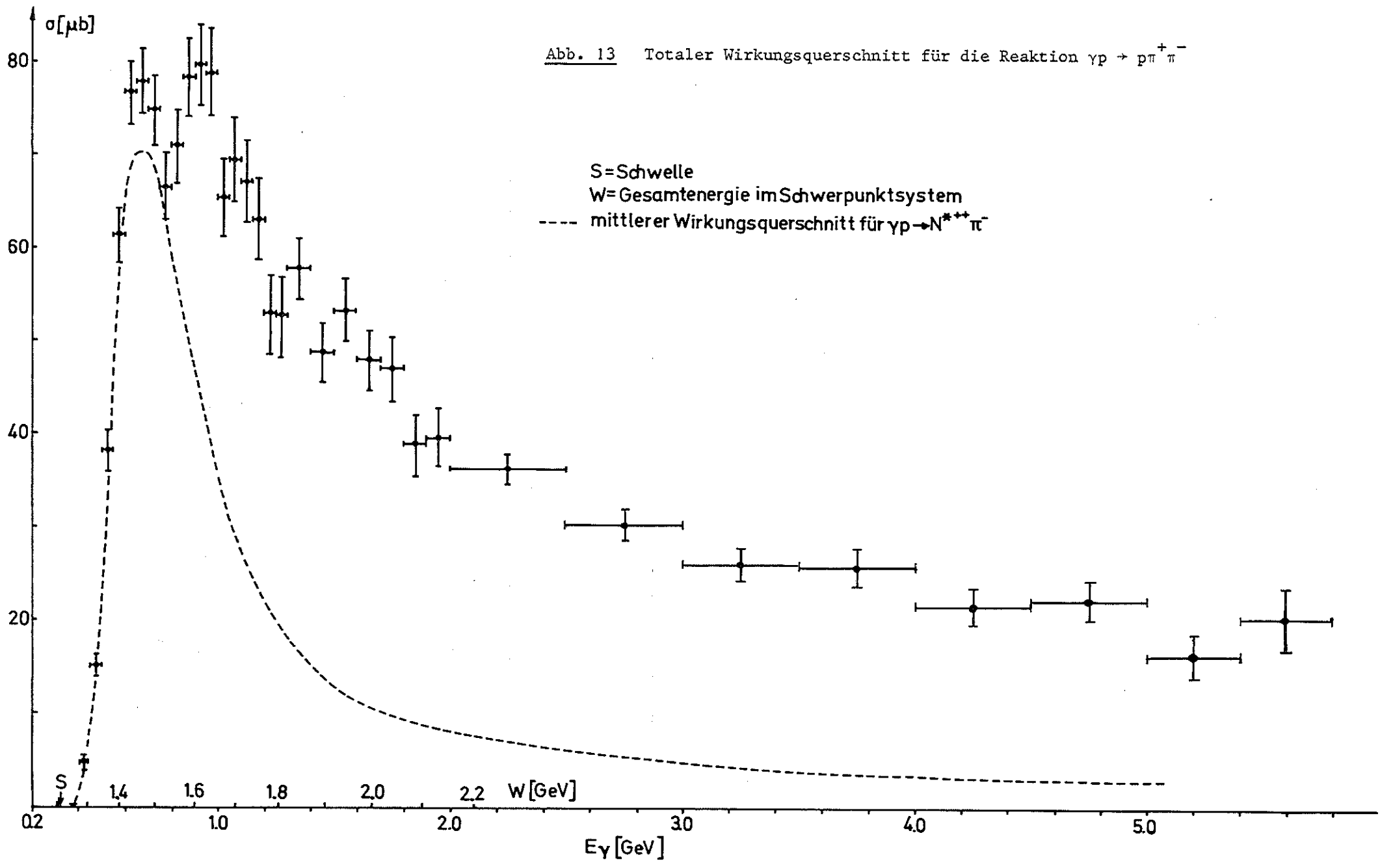


Abb. 13 Totaler Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$



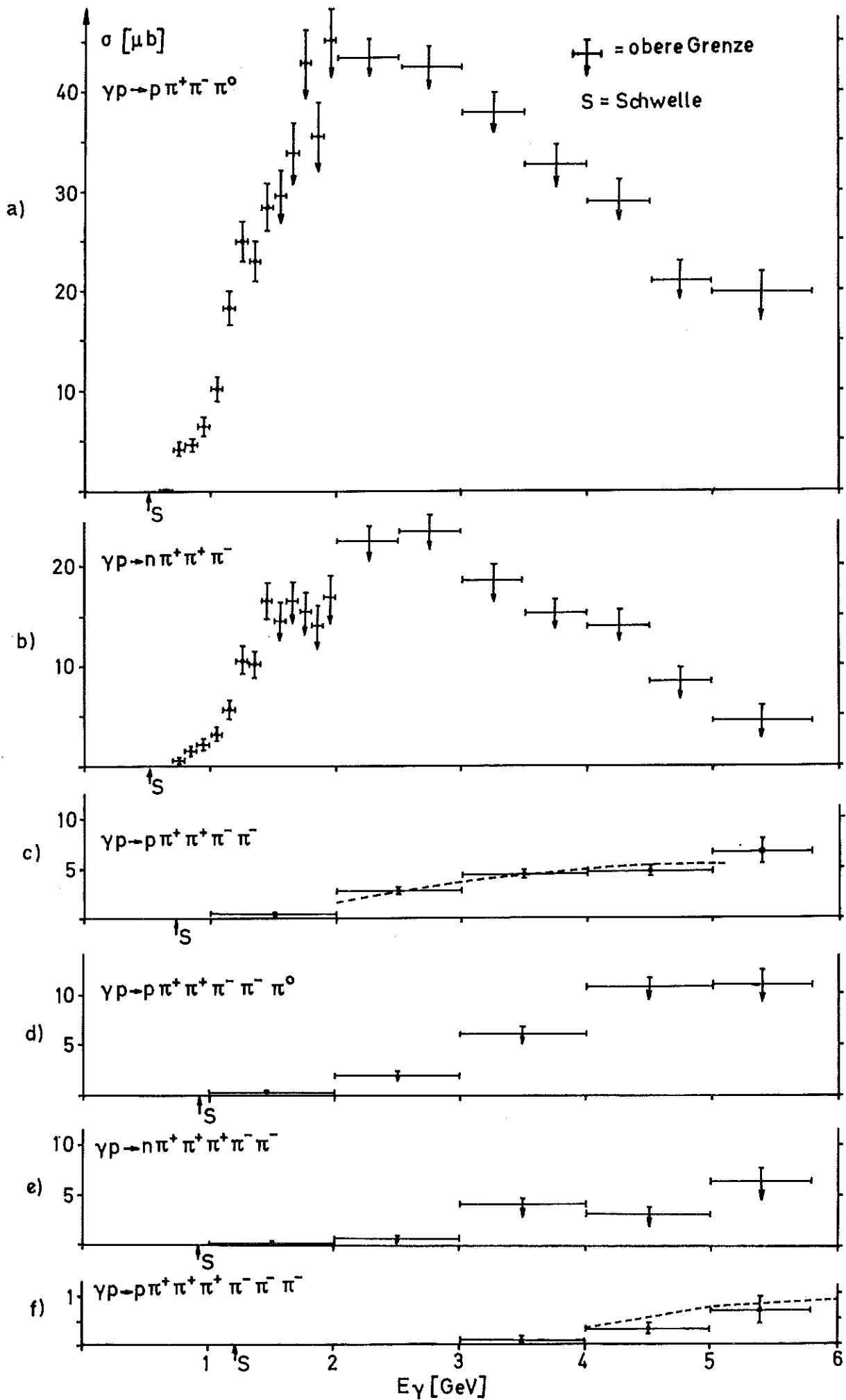
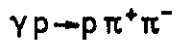


Abb.14 Wirkungsquerschnitte für Mehrfachpionproduktion





$1.1 < E_\gamma < 1.4 \text{ GeV}$

$1.4 < E_\gamma < 1.8 \text{ GeV}$

$1.8 < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$

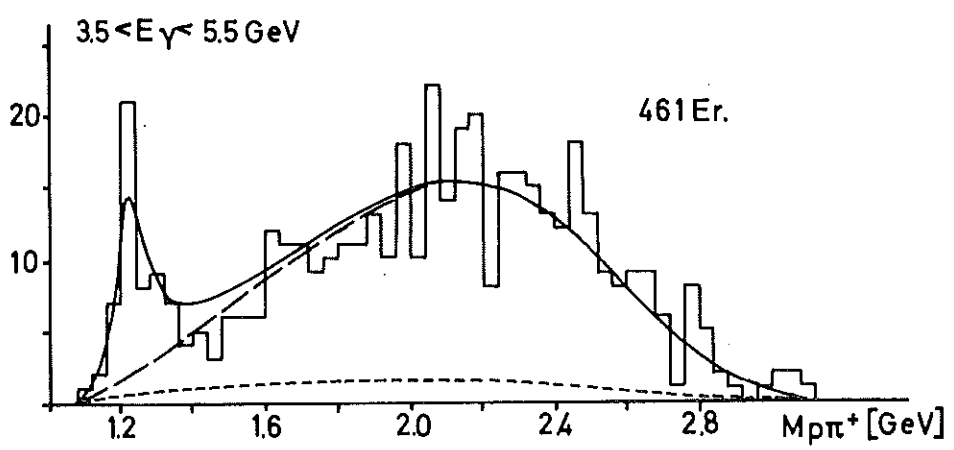
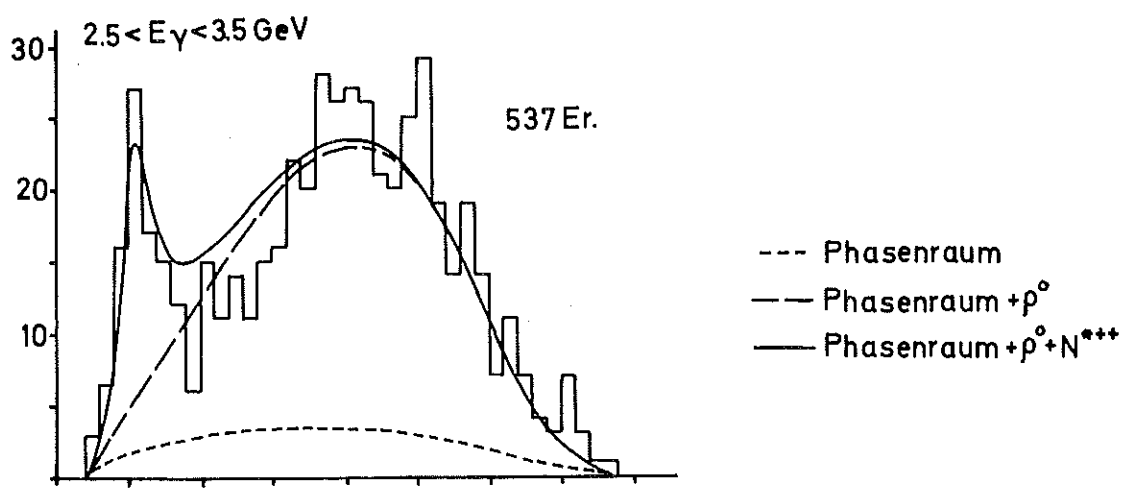
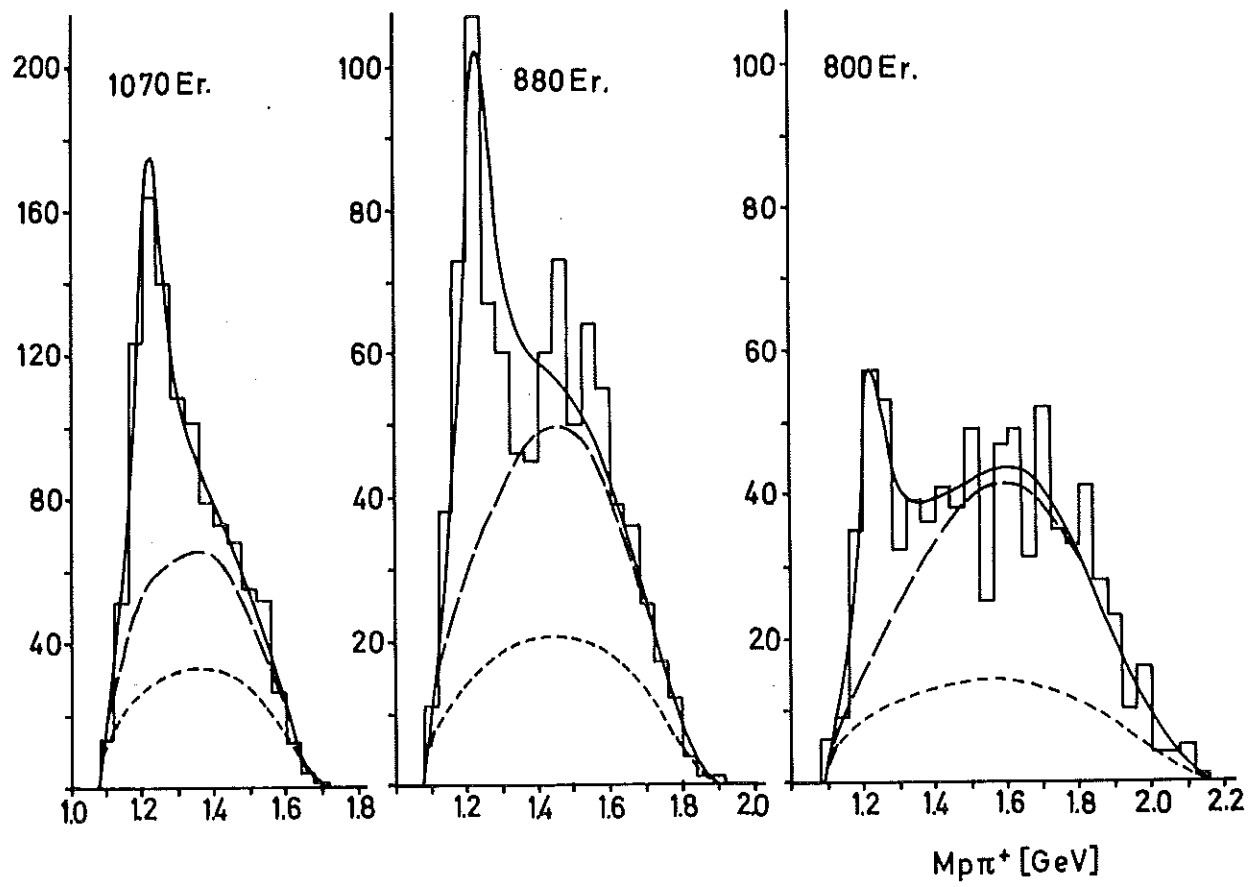


Abb.15 Verteilung der effektiven Masse  $M_{\rho\pi^+}$

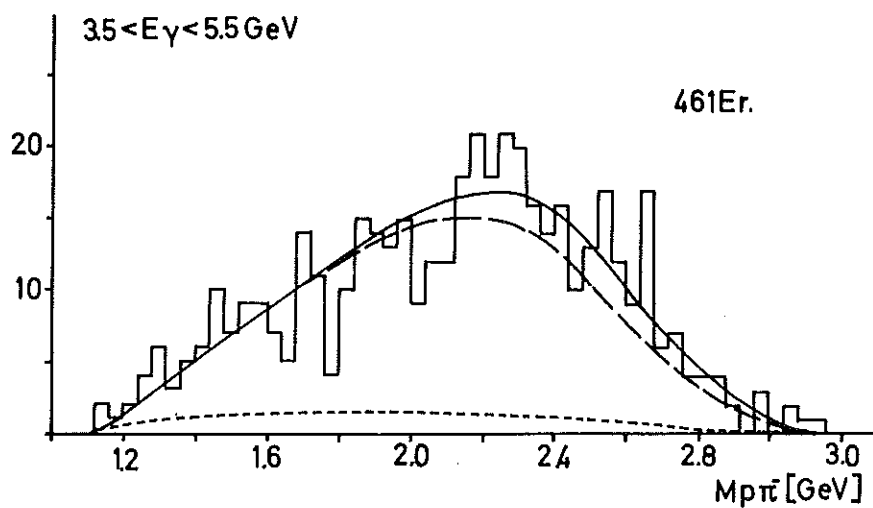
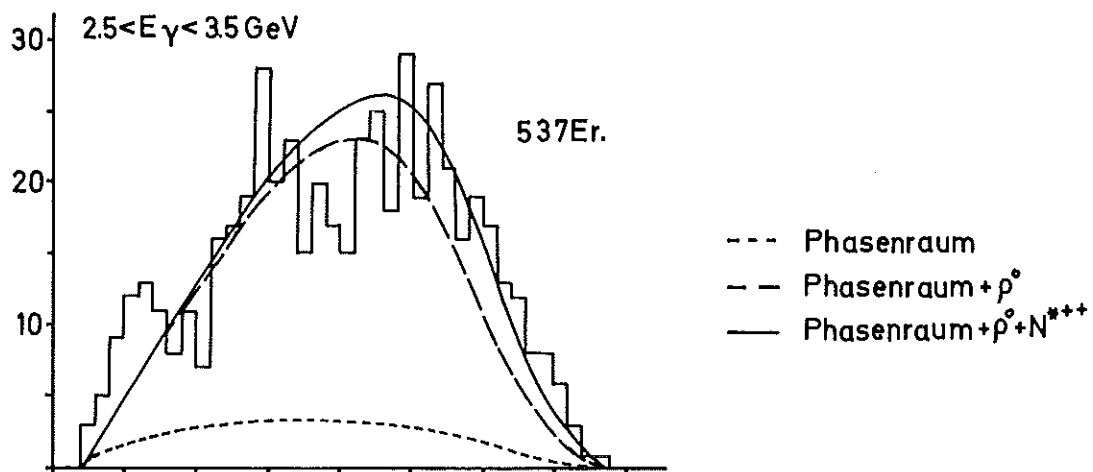
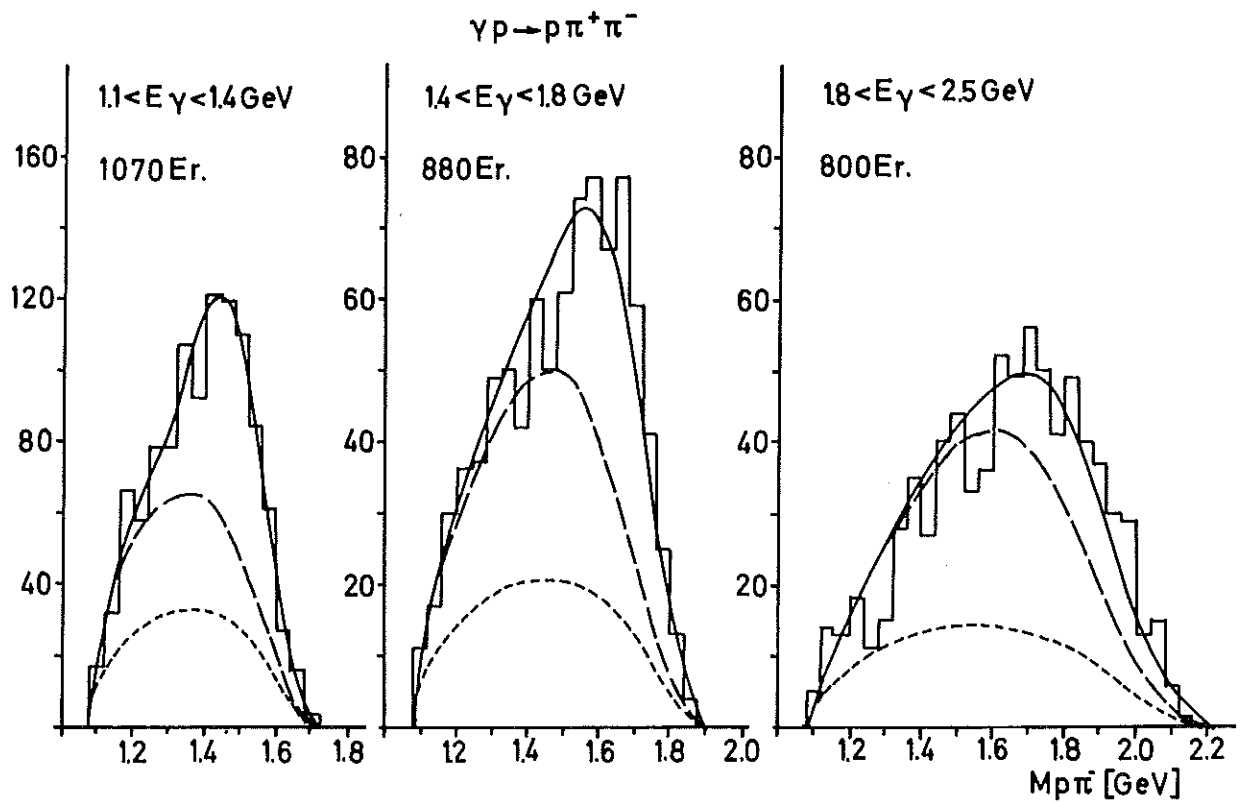


Abb.16 Verteilung der effektiven Masse  $M_{\pi\pi^-}$

$$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$$

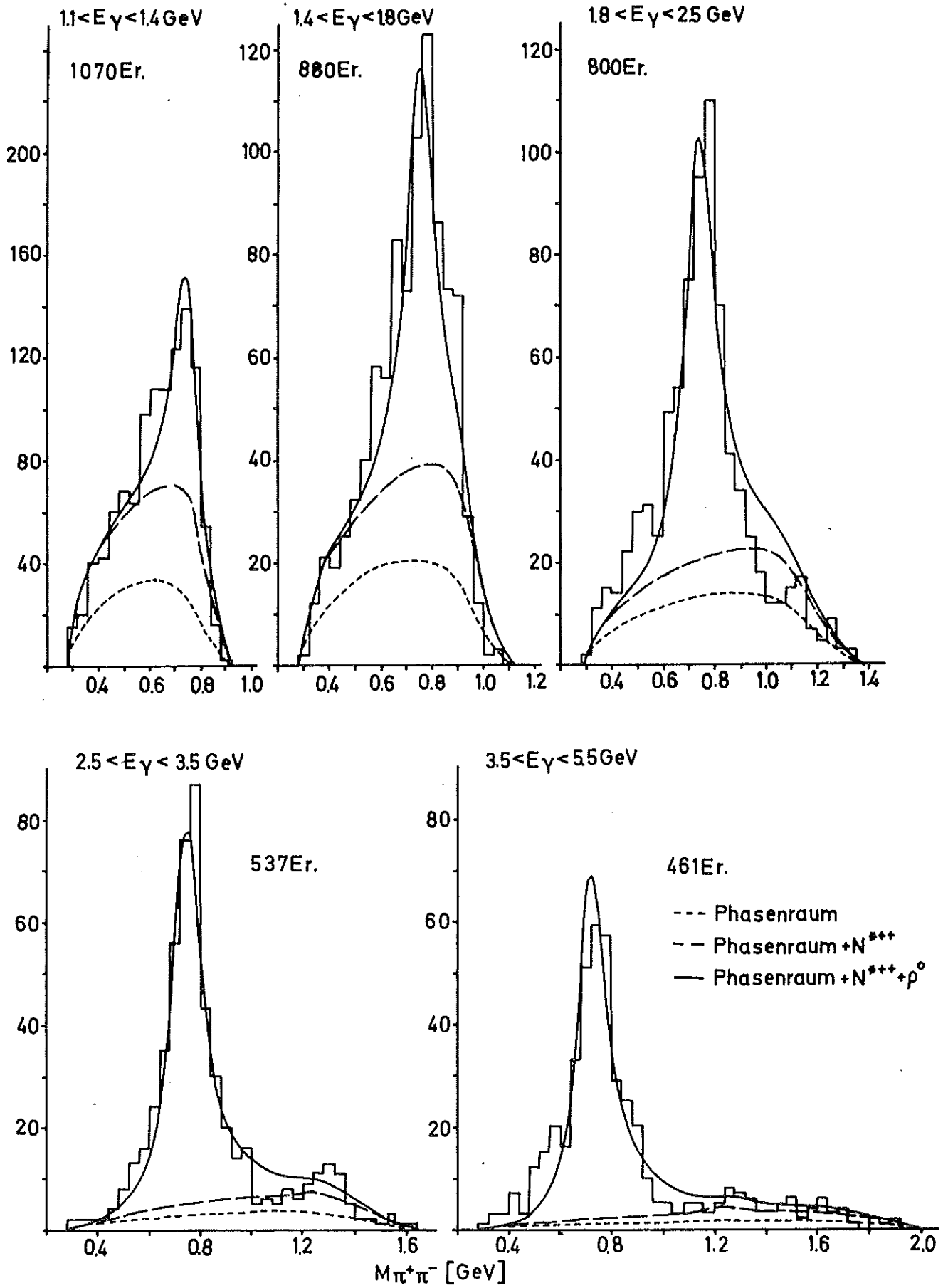


Abb.17 Verteilung der effektiven Masse  $M_{\pi^+\pi^-}$

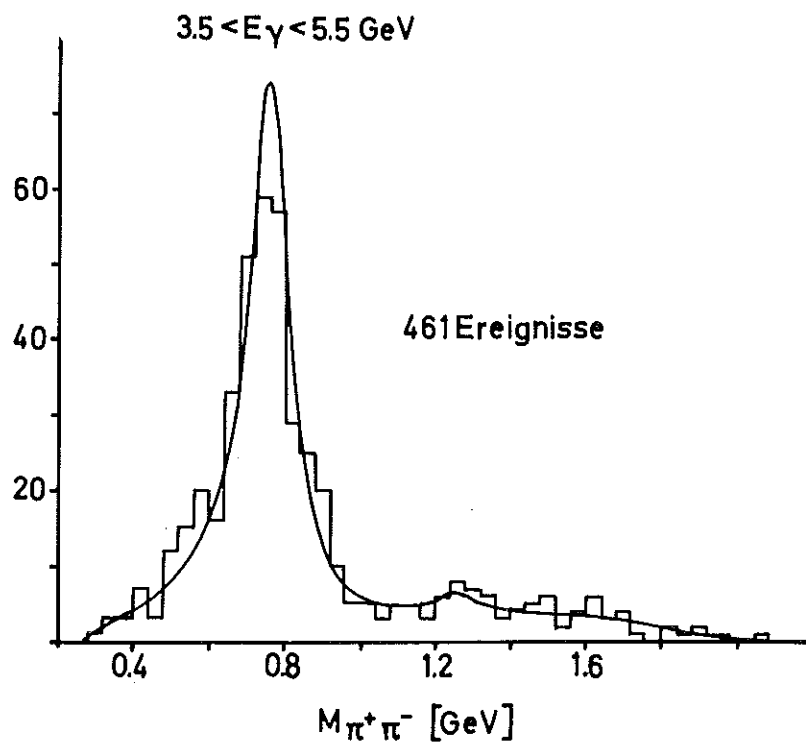
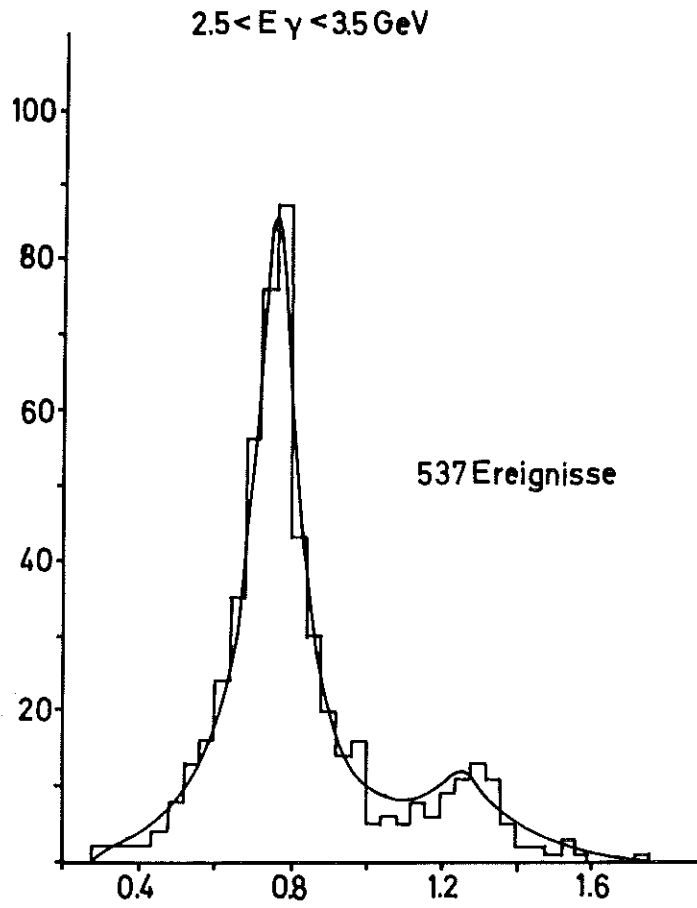


Abb. 17a Verteilungen der effektiven Masse  $M_{\pi^+\pi^-}$  oberhalb  $E_\gamma = 2.5 \text{ GeV}$ . Anpassungen mit Interferenzterm nach Söding.

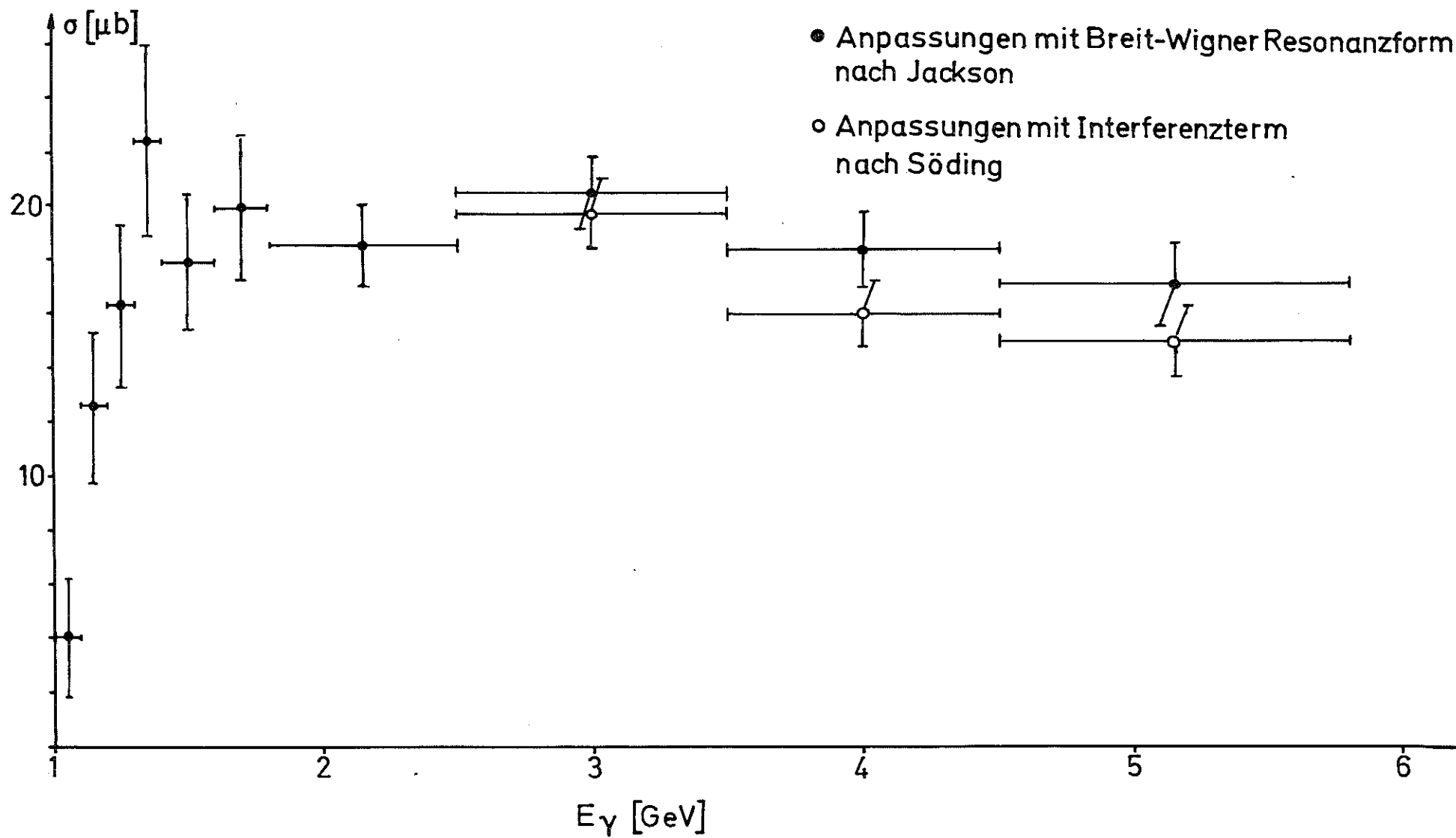


Abb.18 Totaler Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma p \rightarrow p p^0$

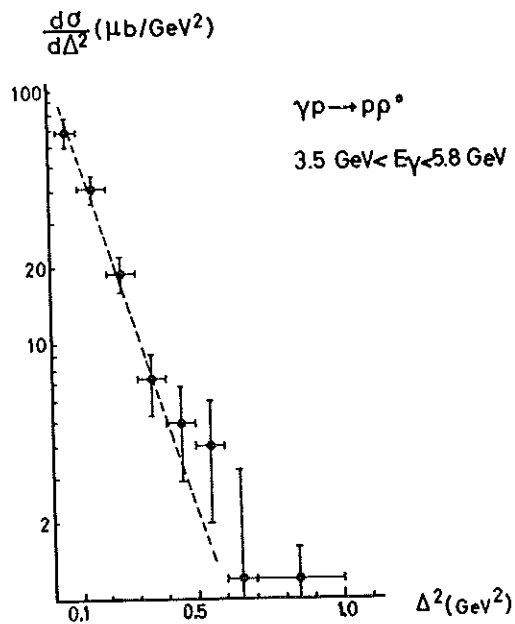
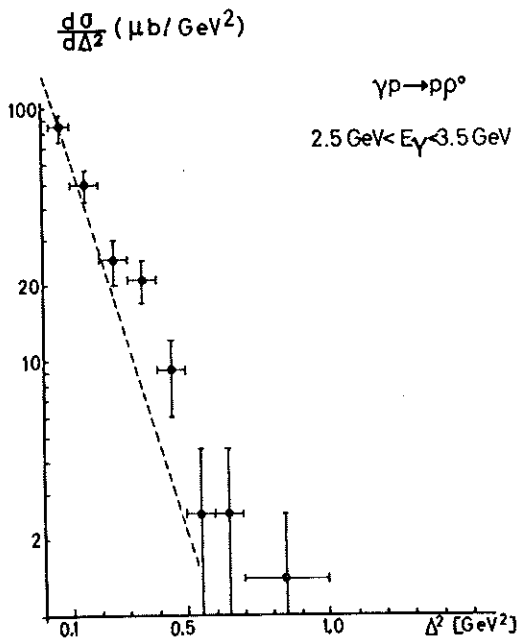
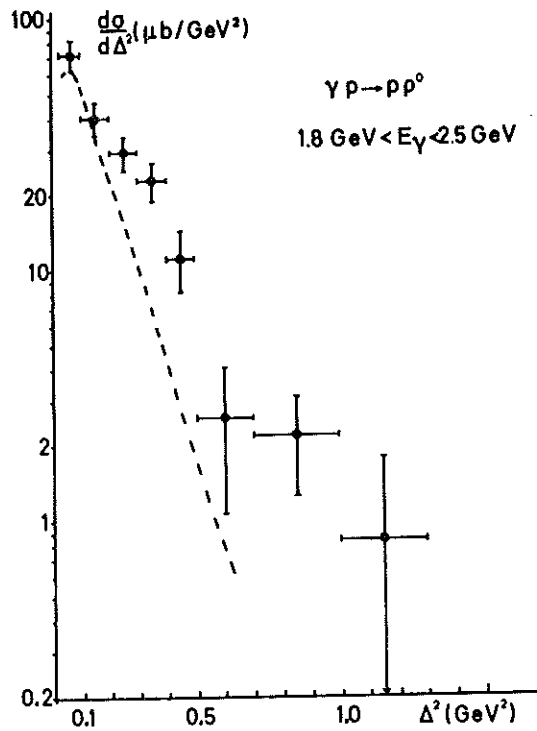
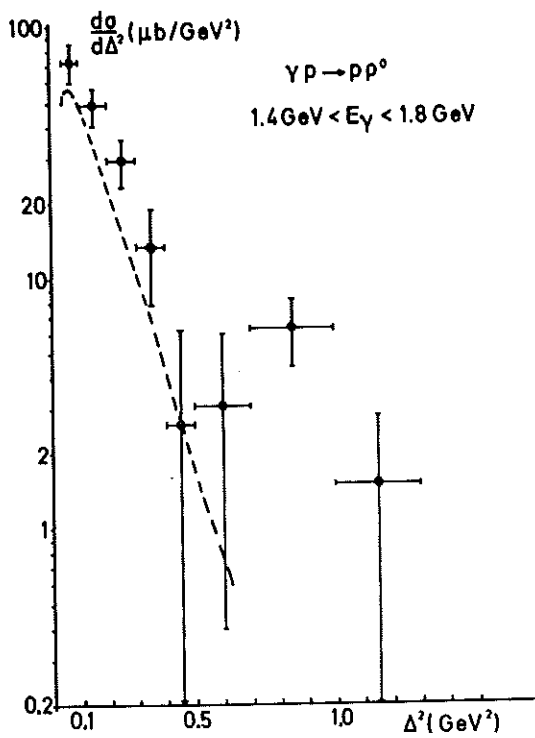


Abb. 19    Differentieller Wirkungsquerschnitt     $\frac{d\sigma_p}{d\Delta^2}$

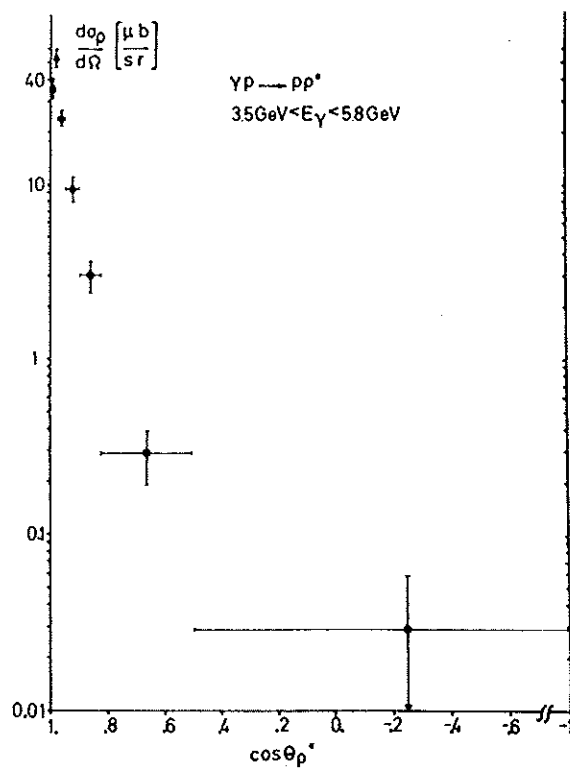
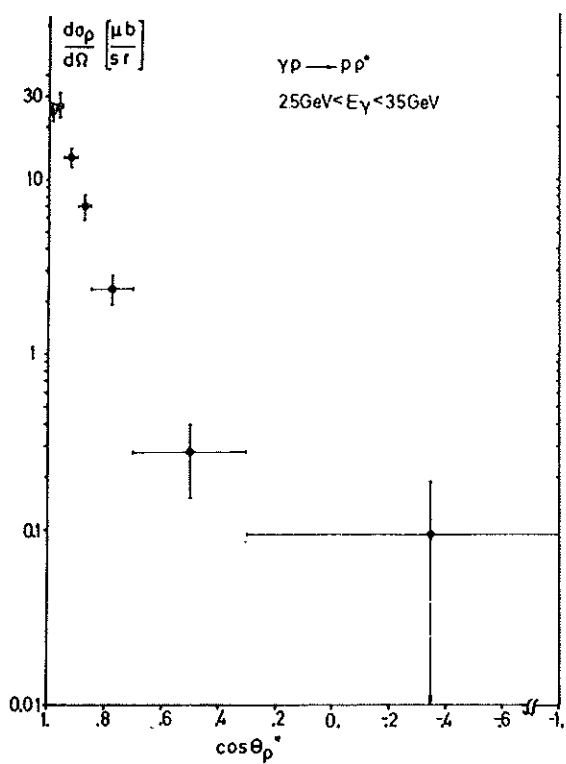
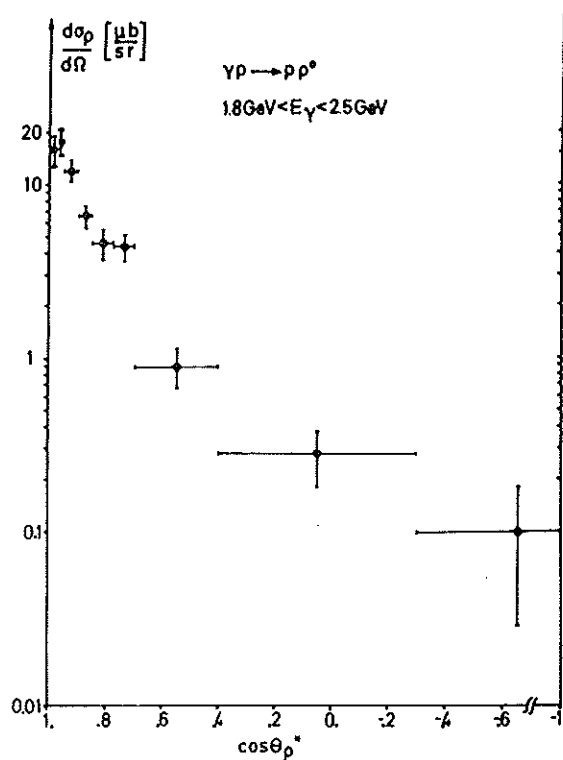
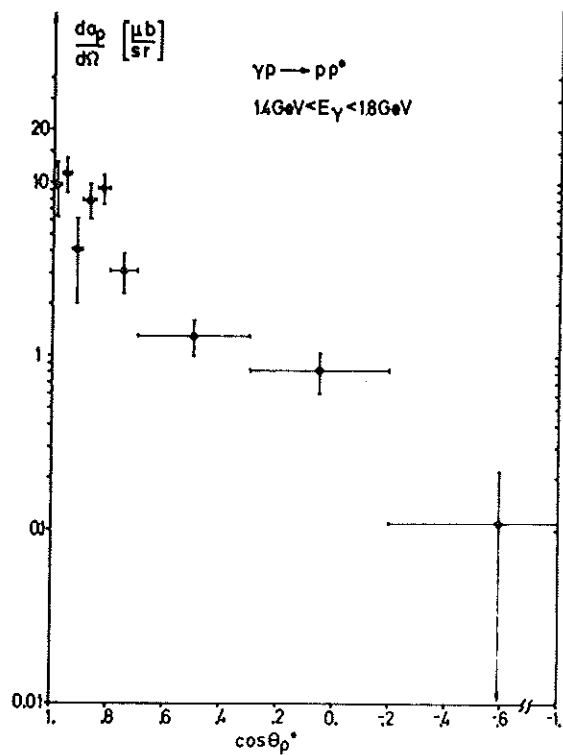


Abb. 20 Differentieller Wirkungsquerschnitt  $\frac{d\sigma_p}{d\Omega}$   
im Schwerpunktsystem

$\gamma p \rightarrow p p^0$

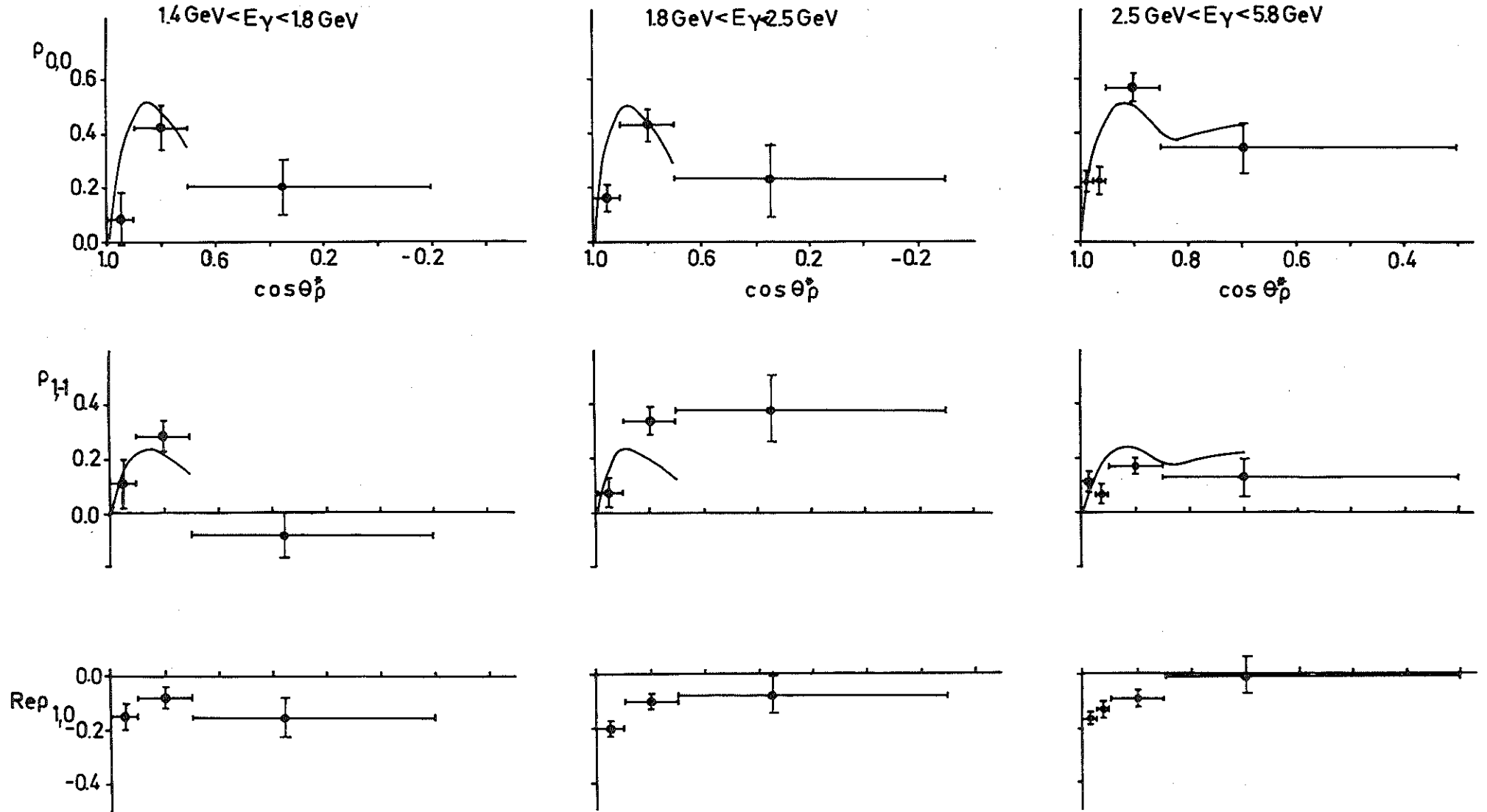


Abb. 21 Dichtematrixelemente im Jacksonsystem.  $\theta_p^*$  = Erzeugungswinkel im Schwerpunktsystem.  
Die Kurven ergeben sich aus dem starken Absorptionsmodell.



$\gamma p \rightarrow p \rho^0$

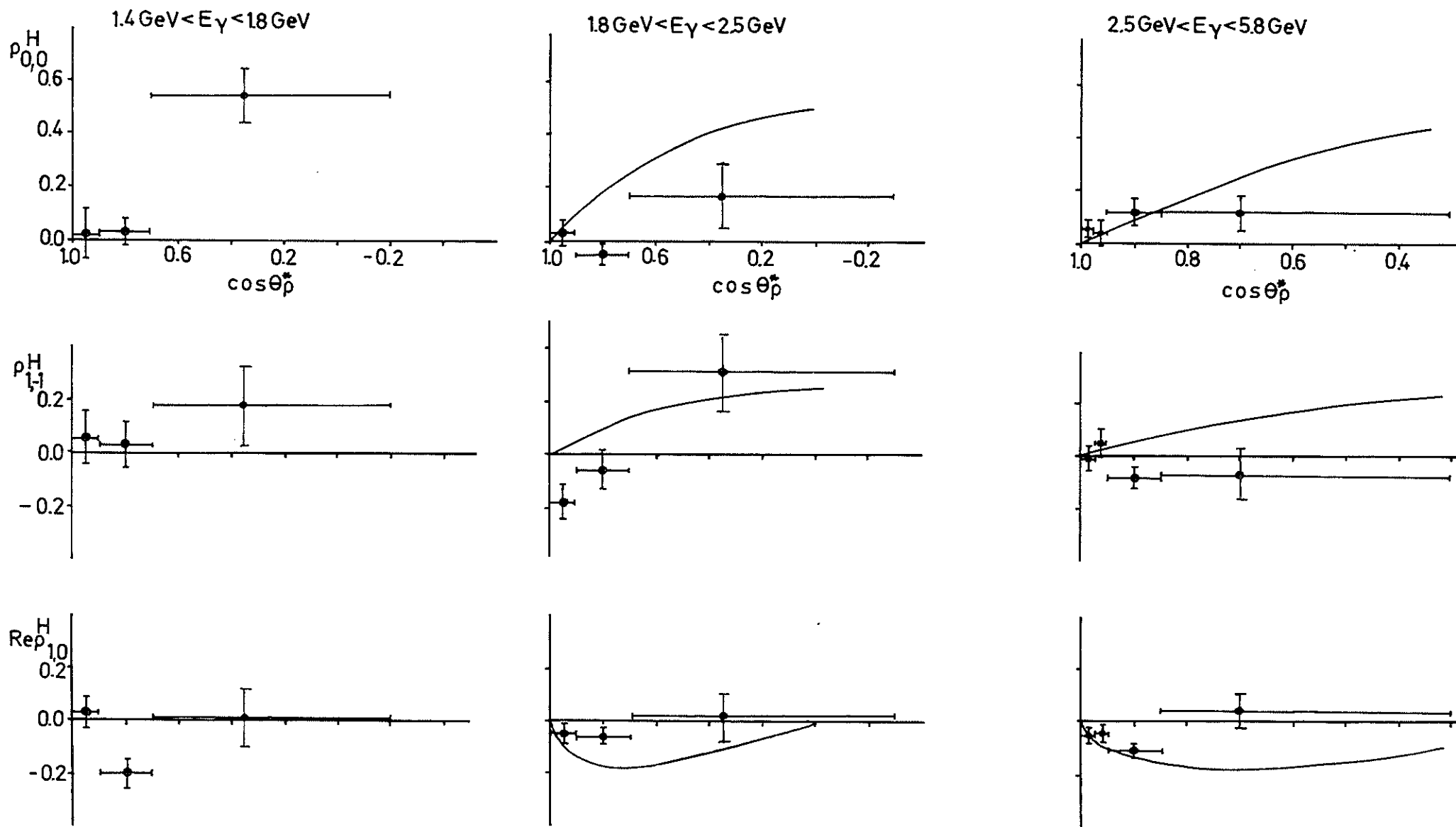


Abb. 22 Dichtematrixelemente im Helizitätssystem.  $\theta_p^*$  = Erzeugungswinkel im Schwerpunktsystem.  
Die Kurven ergeben sich aus dem Modell von Krass.

$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$   
 $2.5 \text{ GeV} < E_\gamma < 5.8 \text{ GeV}$

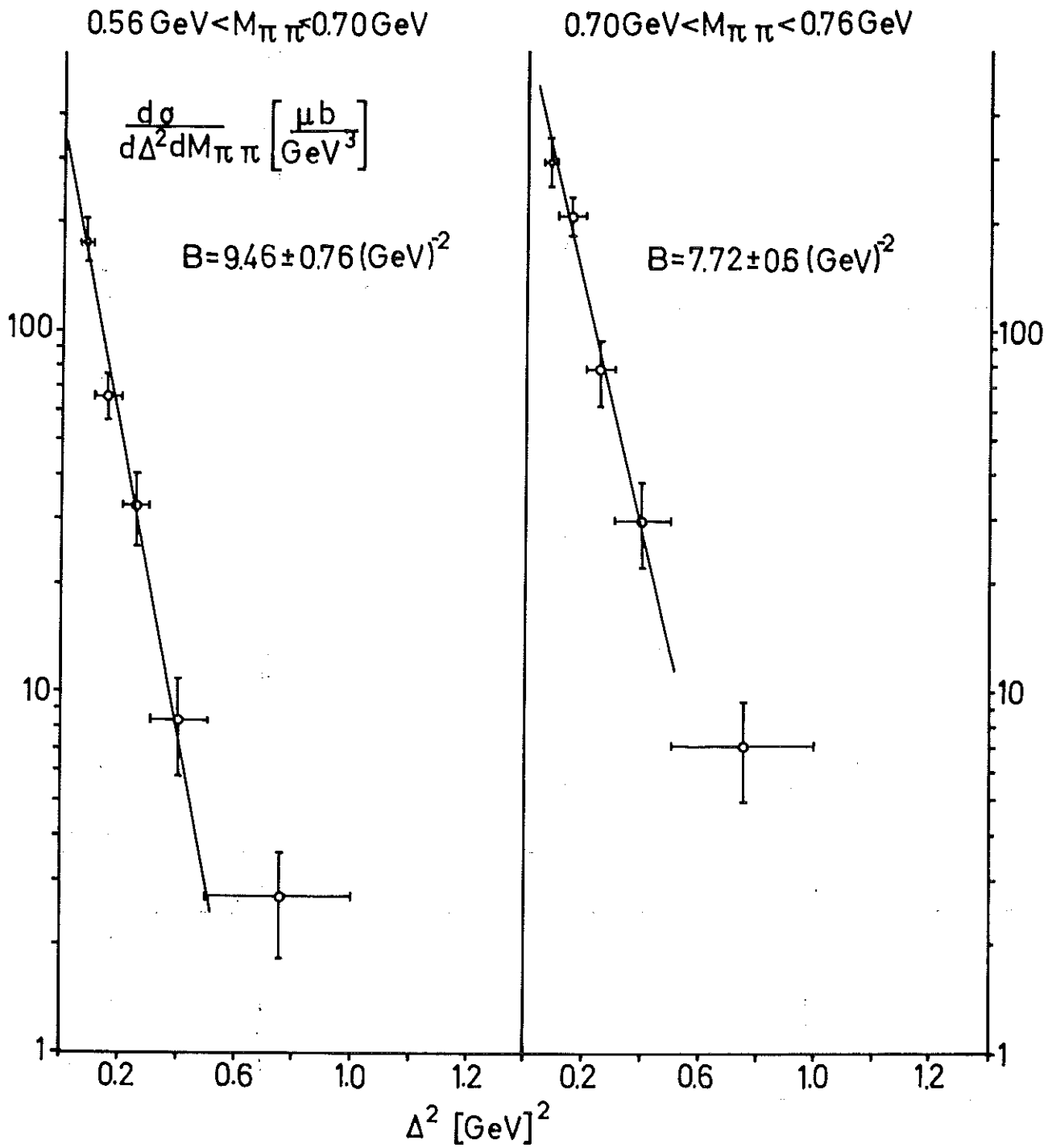


Abb. 23 Differentielle Wirkungsquerschnitte für Dipion-  
 Erzeugung in verschiedenen Bereichen von  $M_{\pi^+\pi^-}$ .

Anpassung  $A e^{-B\Delta^2}$  für  $\Delta^2 < 0.5 \text{ GeV}^2$

$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$   
 $2.5 \text{ GeV} < E_\gamma < 5.8 \text{ GeV}$

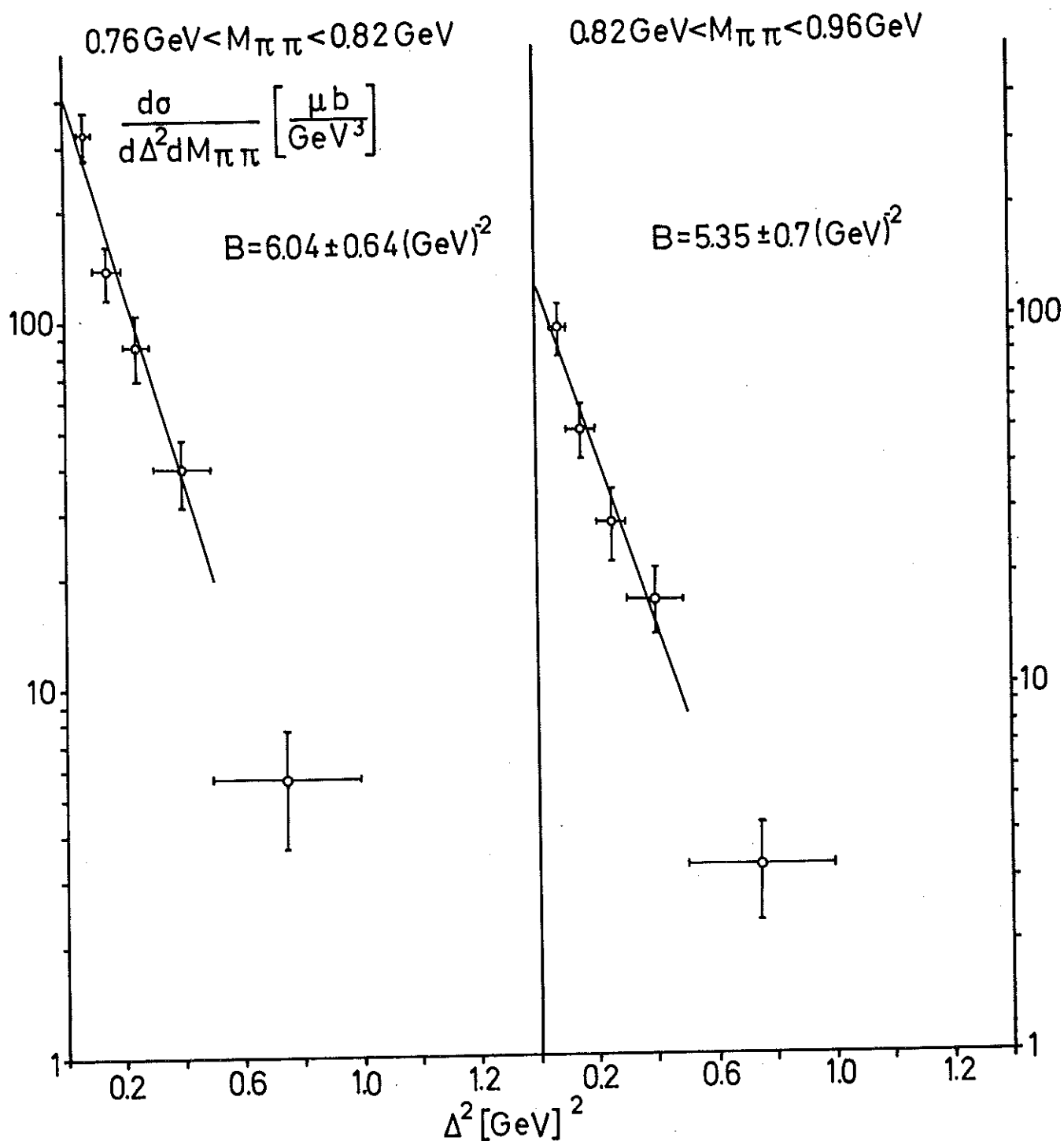


Abb. 24 Differentielle Wirkungsquerschnitte für Dipion-  
 Erzeugung in verschiedenen Bereichen von  $M_{\pi^+\pi^-}$ .

Anpassung  $A e^{-B\Delta^2}$  für  $\Delta^2 < 0.5 \text{ GeV}^2$

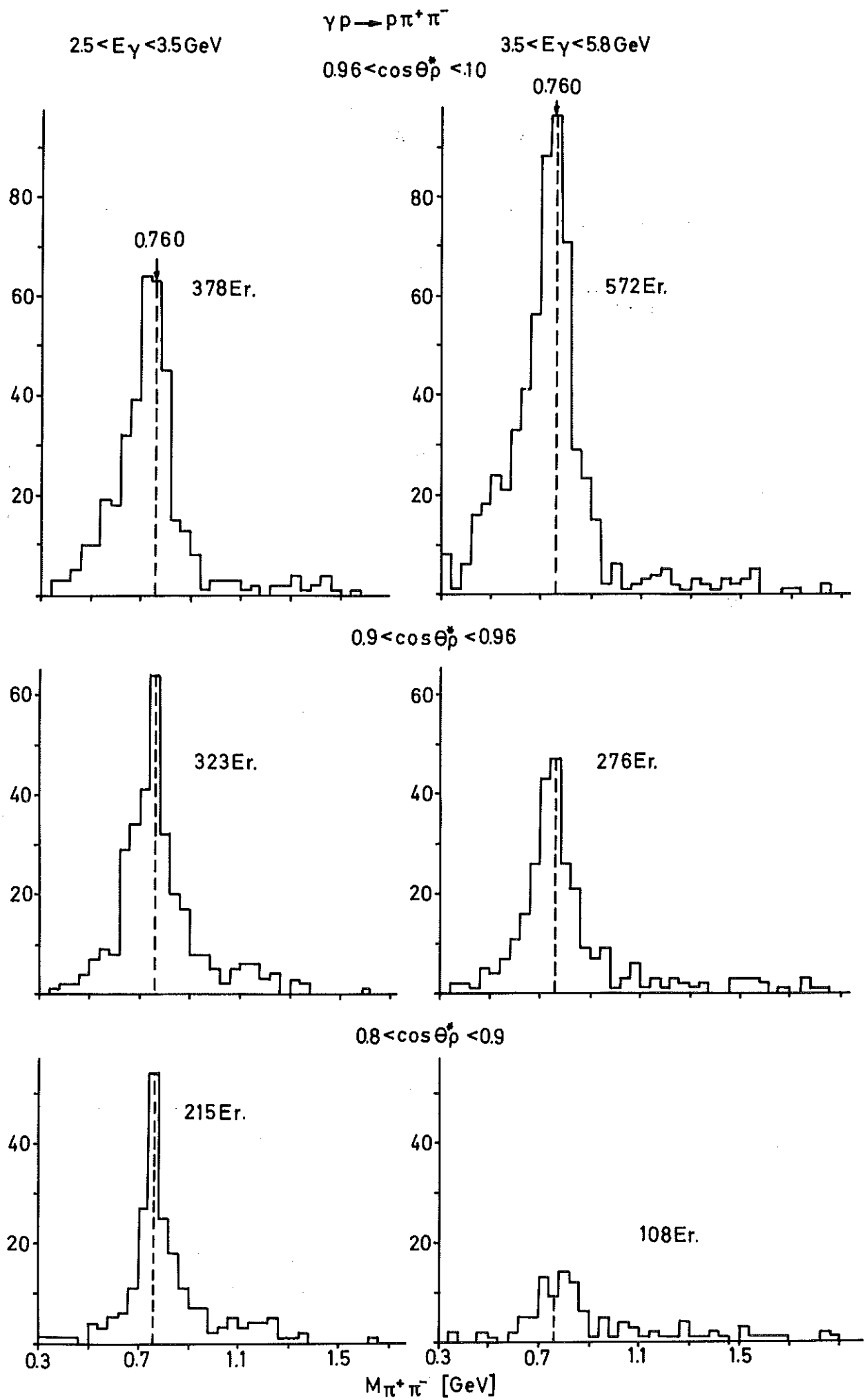


Abb.25 Abhängigkeit der  $\pi^+ \pi^-$ -Massenverteilung vom Erzeugungswinkel  $\cos \theta_p^*$

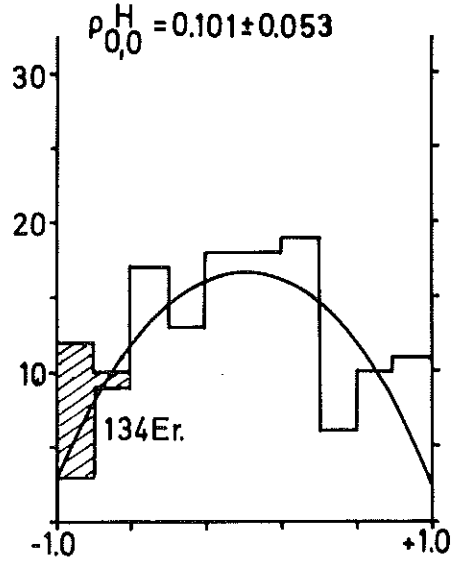
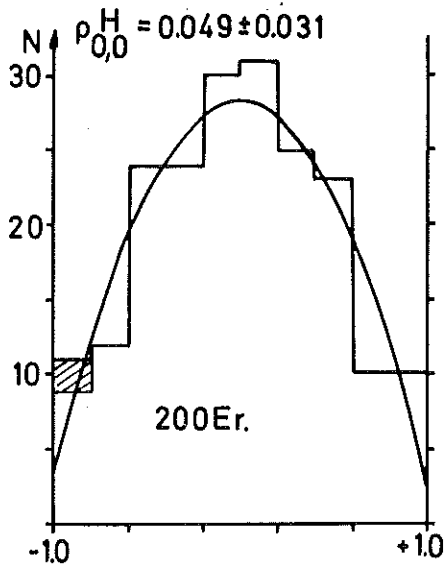
$$\gamma p \rightarrow \rho \pi^+ \pi^-$$

$$2.5 \text{ GeV} < E_\gamma < 5.8 \text{ GeV}$$

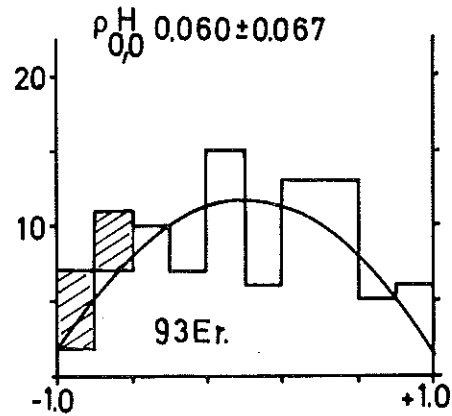
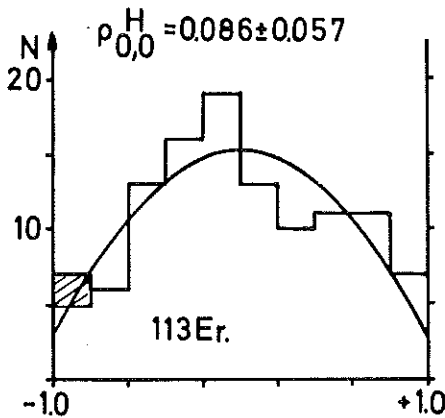
$$0.56 \text{ GeV} < M_{\pi^+ \pi^-} < 0.76 \text{ GeV}$$

$$0.96 < \cos \theta_p^* < 1.0$$

$$0.76 \text{ GeV} < M_{\pi^+ \pi^-} < 0.96 \text{ GeV}$$



$$0.90 < \cos \theta_p^* < 0.96$$



$$0.7 < \cos \theta_p^* < 0.9$$

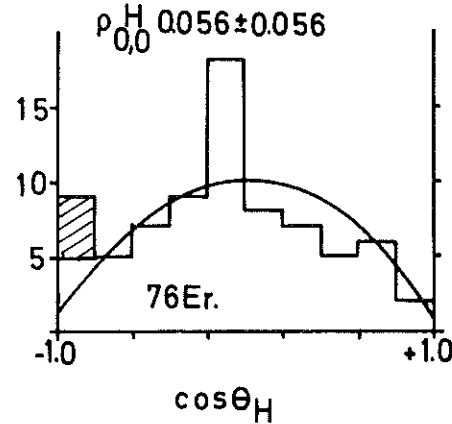
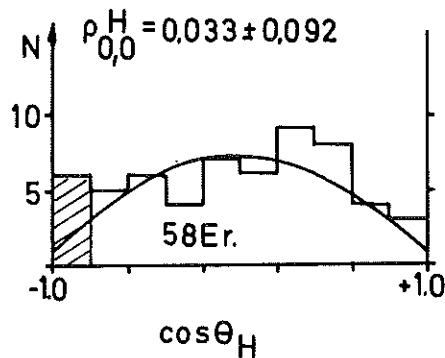


Abb. 26 Zerfallswinkelverteilungen  $W(\cos \theta_H)$  im Helizitätssystem für zwei  $\pi^+ \pi^-$ -Massenbereiche

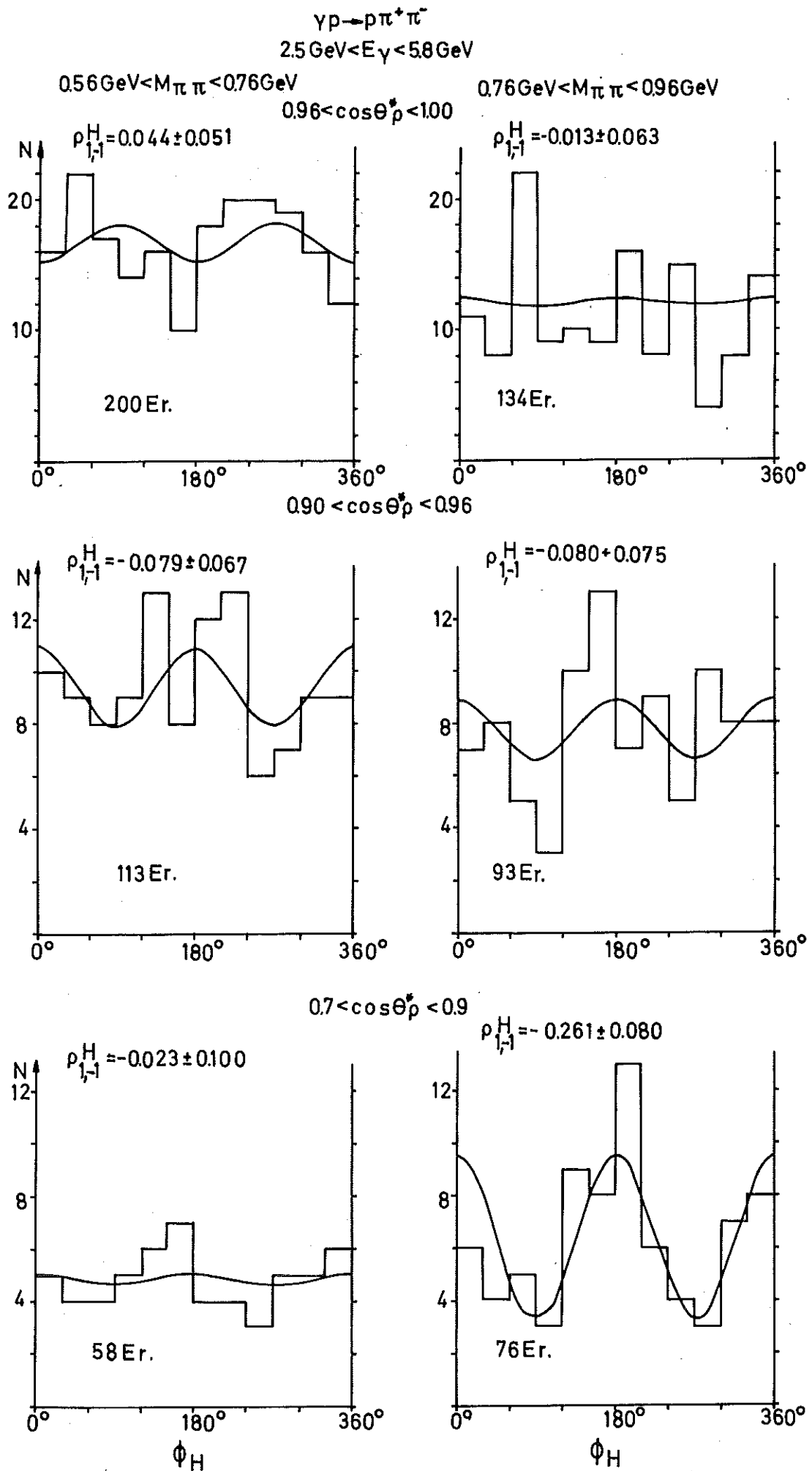
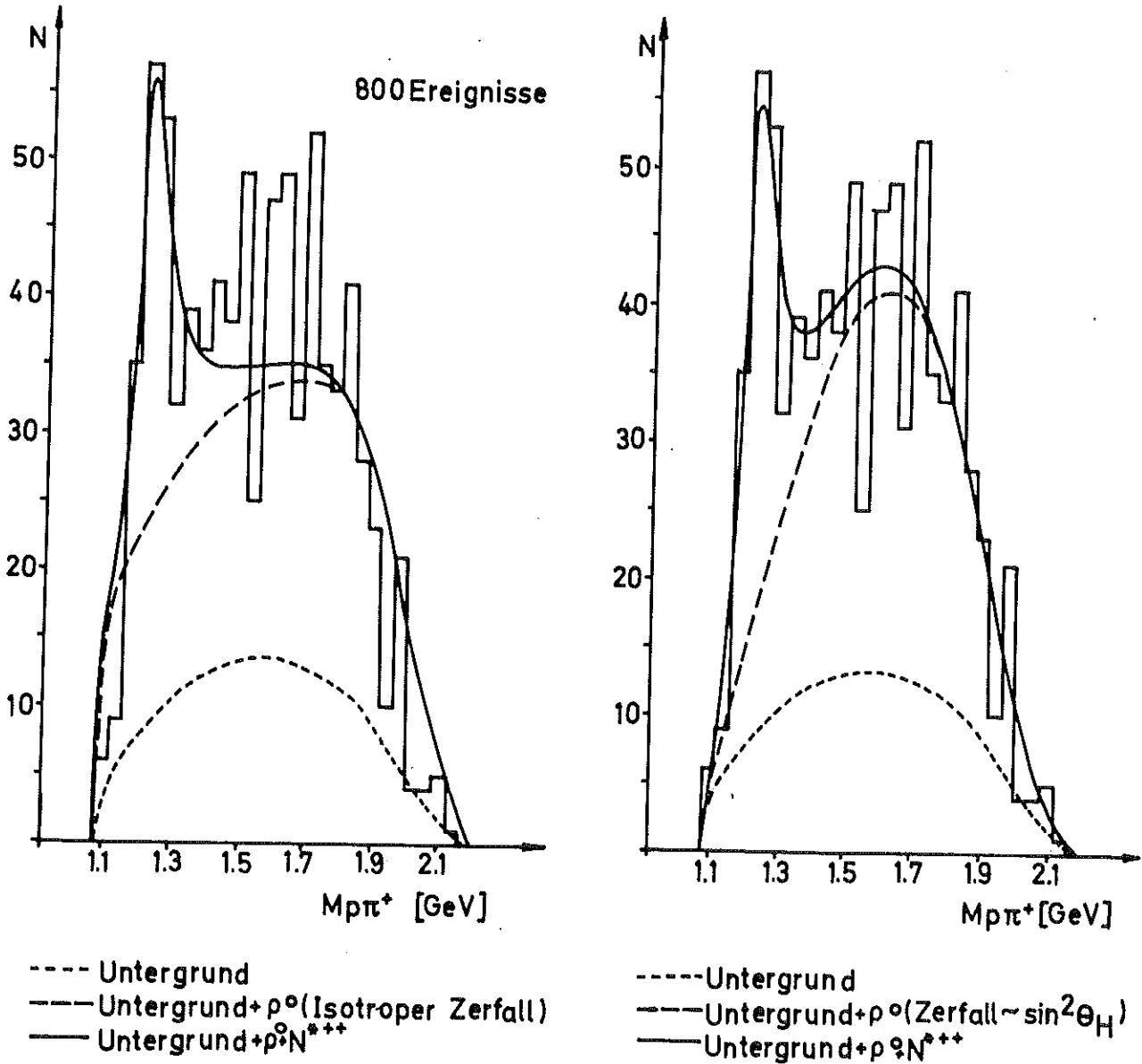


Abb.27 Zerfallswinkelverteilung  $W(\phi_H)$  im Helizitätssystem für zwei  $\pi^+ \pi^-$ -Massenbereiche



$$18 \text{ GeV} < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$$


**Abb. 28** Abhängigkeit der Anpassung in der  $\pi^+ \pi^-$ -  
Massenverteilung von der Zerfallswinkel-  
verteilung des  $\rho$ -Mesons





Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen eines Experiments der Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München-Kollaboration am Deutschen Elektronensynchrotron in Hamburg.

Herrn Professor M.W. Teucher danke ich für die Ermöglichung und großzügige Förderung dieser Arbeit. Herr Dr. E. Lohrmann hat durch seinen unermüdlichen Einsatz dem Experiment die entscheidenden Impulse gegeben. Ihm danke ich für seine ständige Bereitschaft zu hilfreicher Kritik. Den Mitgliedern der Hamburger Blasenkommergruppe, insbesondere den Herren D. Lüke, H. Meyer, Dr. P. Söding, Dr. W.P. Swanson, Dr. G. Wolf und allen Diplomanden des Gamma-Experiments danke ich für ihre bereitwillige Zusammenarbeit und viele nützliche Diskussionen. Die Blasenkommerbetriebsgruppe, die Mitarbeiter des Synchrotrons, des Hallendienstes und des Rechenzentrums und die Scanner haben durch ihre zuverlässige Arbeit wesentlich zum Erfolg des Experiments beigetragen.

Den Physikern der Gruppen in Aachen, Berlin, Bonn, Heidelberg und München danke ich für die fruchtbare Zusammenarbeit und die Möglichkeit, ihre Ergebnisse mitbenutzen zu können.

Herrn Professor A.S. Krass bin ich für die Mitteilung verschiedener noch nicht veröffentlichter Ergebnisse verpflichtet.

Diese Arbeit wurde vom Bundesministerium für wissenschaftliche Forschung unterstützt.