

Interner Bericht  
DESY F1-71/3  
Mai 1971

DESY-Bibliothek  
7. JULI 1971

Die Reaktionen  $\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$ ,  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$   
und  $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$  bei 11.7 GeV/c Eingangsimpuls

von

Wolf-Dieter Schlatter



Die Reaktionen  $\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$ ,  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$   
und  $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$  bei 11.7 GeV/c Eingangsimpuls

Experimentell-physikalische Diplomarbeit  
des Fachbereichs Physik der Universität  
Hamburg

vorgelegt von  
Wolf-Dieter Schlatter

Hamburg

1971

## INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
	1
I)	2
II)	3
III)	5
	5
	7
	8
	9
	11
IV)	12
	14
	15
V)	19
	21
VI)	23
VII)	24
	25
	27
	29
	31
	34
	37

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden einige Eigenschaften der Reaktion  $\pi^+p \rightarrow \pi^+p \pi^+ \pi^- \pi^0$  bei einem Laborimpuls des einlaufenden  $\pi^+$  von 11.7 GeV/c beschrieben. Vorangestellt ist eine Untersuchung der Massenauflösung in diesem Experiment (für  $\pi^+p \pi^+ \pi^- \pi^0$  und  $\pi^+p \pi^+ \pi^- \pi^0$  Endzustand).

In der Massenverteilung  $M(\pi^+p)$  gegen  $M(\pi^+ \pi^- \pi^0)$  ist die Produktion von mehreren Resonanzen ( $\Delta^{++}(1236)$ ,  $\eta(549)$  und  $\omega(784)$ ) zu sehen. Die simultane Erzeugung des  $\eta$  bzw.  $\omega$ -Mesons mit dem  $\Delta^{++}(1236)$  ist etwa gleich stark wie die Einzelmesonerzeugung. Die beobachteten Breiten der Resonanzmaxima im 3-Pionenspektrum werden vorwiegend durch die Massenauflösung verursacht. Bei der Beschreibung der Resonanzen wird dies durch die Faltung einer Gauß-Funktion mit der Breit-Wigner-Funktion berücksichtigt.

Im 4-Pionenspektrum ist die Resonanz B (1235) zu sehen, die über  $\omega \pi^+$  zerfällt.

Folgende Produktionswirkungsquerschnitte sind bestimmt worden:

$$\begin{aligned} \sigma(\pi^+p \rightarrow \eta \Delta^{++}) &= 27 \pm 8 \mu\text{b} \\ \sigma(\pi^+p \rightarrow \omega \Delta^{++}) &= 61 \pm 9 \mu\text{b} \\ \sigma(\pi^+p \rightarrow B^+p) &= 17 \pm 6 \mu\text{b} \end{aligned}$$

Für die Reaktion  $\pi^+p \rightarrow \omega \Delta^{++}$  wird der differentielle Wirkungsquerschnitt angegeben und die Spindichtematrix diskutiert. Es gibt Anzeichen, daß die  $\omega \Delta^{++}$  Erzeugung sowohl über  $\rho$ - als auch B-Austausch abläuft. Ein Vergleich des Verlaufs von  $d\sigma/dt$  und der Spindichtematrix mit den Ergebnissen bei anderen Energien zeigt Übereinstimmung.

Die linearen Quarkrelationen zeigen für  $\omega \Delta^{++}$  keine befriedigende Übereinstimmung; ebenfalls nicht die Vektordominanz-Vorhersage für  $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ .

## I. Einleitung

Zur Untersuchung der starken Wechselwirkung sind schon mehrere  $\pi^+ p$ -Streuexperimente mit Blasenkammern durchgeführt worden (Ref. 1). Von Interesse sind dabei u.a. die Erzeugungs- und Zerfallsmechanismen von Resonanzen und deren Abhängigkeit von der Schwerpunktsenergie. Vor allem bei höheren Impulsen des Pions ( $> 7 \text{ GeV}/c$ ) gibt es noch wenig Ergebnisse.

Deshalb wurde im July 1967 und Februar 1968 ein  $\pi^+ p$ -Experiment mit der 2m-CERN-Wasserstoffblasenkammer bei einem Pionenimpuls von 11.7 GeV/c durchgeführt. Dabei sind ca. 200 000 Aufnahmen gemacht worden, die von 5 Instituten (Ref. 2) ausgewertet werden. Eine Beschreibung dieser Auswertung hat E. Bassler in seiner Diplomarbeit gegeben (Ref. 3).

Blasenkammerexperimente sind für die Analyse von Ereignissen mit vielen geladenen auslaufenden Teilchen besser geeignet als Zählerexperimente. In dieser Arbeit sollen einige Reaktionen des 5-Teilchenendzustandes  $\pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0$  untersucht werden. Vor allem mit Prozessen, die über Resonanzerzeugung als Quasi-Zweiteilchenreaktionen ablaufen, kann man die verschiedenen theoretischen Modelle (z.B. Austausch-, Quark-, oder Vektordominanzmodell) überprüfen.

Im folgenden werden die Reaktion

$$\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$$

$$\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$$

$$\pi^+ p \rightarrow B^+ p$$

untersucht.

## II. Die Massenauflösung im Experiment

### a) Definition

Die in der invarianten (oder effektiven) Masse einer Teilchenkombination beobachtete Breite einer Resonanz wird zum Teil von den Fehlern der effektiven Massen  $m_i$  verursacht. Es ist deshalb wichtig, die Massenauflösung für ein Massenhistogramm zu kennen. Diese kann man mit Hilfe eines Ideogramms für ein Resonanzband bestimmen (Ref. 4).

Man beschreibt jede Massenkombination  $m_i$  durch eine Normalverteilung mit dem Zentralwert  $m_i$  und dem Fehlerquadrat  $\delta^2 m_i$  als Varianz. Verschiebt man nun die einzelnen Gaußverteilungen eines Resonanzgebietes auf einen gemeinsamen Zentralwert und summiert dann die Wahrscheinlichkeitsdichten auf, so erhält man die Auflösungsfunktion. Die volle Halbwertsbreite dieses Ideogramms ist ein Maß für die Genauigkeit der Massen im entsprechenden Resonanzgebiet.

### b) Fehler der effektiven Masse

Die kinematische Anpassung bestimmter Massenhypothesen an alle Spuren eines Ereignisses mit der Nebenbedingung der Energie- und Impulserhaltung liefert Werte für die Größen  $p$  (Impuls),  $\vartheta$  (Neigung) und  $\varphi$  (Azimuth) jeder Spur, die untereinander korreliert sind. Dies wird durch Kovarianzen, die von jeweils 2 Spuren abhängen, beschrieben. Sie werden in dem CERN-Programm GRIND berechnet.

Aus den Kovarianzmatrizen kann man mit dem Fehlerfortpflanzungsgesetz den Fehler einer Massenkombination berechnen. Dies ist in Anhang A beschrieben.

Die Kovarianzen sind unter der Annahme bestimmt worden, daß die einzelnen Spurparameter normalverteilte Fehler haben. Auch die Unsicherheit der Bestimmung des Impulses des einlaufenden Pions (Ref. 6) hat einen Einfluß auf die Richtigkeit der Kovarianzen und damit auf den Fehler der effektiven Massen.

In diesem Experiment wurden die Massenauflösungen für die in Hamburg vermessenen Ereignisse für mehrere Resonanzgebiete bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 zusammengefaßt. Die Abbildung 1 zeigt die Fehlerverteilungen, Abbildung 2 die Auflösungsfunktionen für die verschiedenen Resonanzgebiete, wie sie in Tabelle 1 definiert sind.

Für den Endzustand  $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$  sind die Erwartungswerte der Massenfehler etwas kleiner als im  $\pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0$  Endzustand. Die Streuung der Fehlerhistogramme ist für Massen ohne ein  $\pi^0$  wesentlich kleiner als für Massen mit einem  $\pi^0$ . Im  $\omega$ -Gebiet liegen z.B. 12% der Fehler über 40 MeV, während im  $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$  Endzustand alle Fehler kleiner als 30 MeV sind.



### III. Wirkungsquerschnitte

#### a) Kanalreinigung

Für die Reaktion



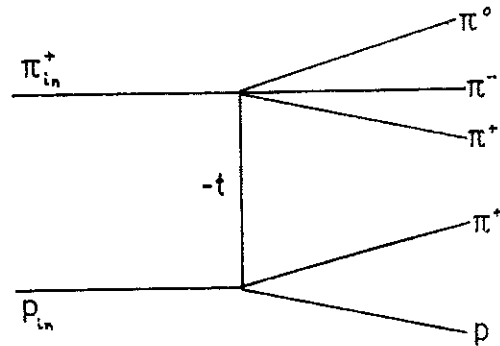
stehen zum Zeitpunkt dieser Arbeit 9241 Hypothesen zur Verfügung. Vor allem wegen der Fehlanpassungen von Neutronhypothesen der Art  $\pi^+ n \pi^+ \pi^+ \pi^-$  und der sogenannten "no fit" -Hypothesen (mehrere neutrale Teilchen im Endzustand) muß eine Kanalreinigung durchgeführt werden. Eine genaue Beschreibung der Auswahlkriterien ist in Referenz 2 gegeben. Im wesentlichen sind die Ereignisse verworfen worden, deren Anpassungswahrscheinlichkeit kleiner als 10% ist. Existiert zu einer  $\pi^0$ -Hypothese noch eine Massenhypothese der Art  $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$ , so wird die letztere akzeptiert. Doppeldeutigkeiten innerhalb der  $\pi^0$ -Hypothesen sind gemäß der größten Anpassungswahrscheinlichkeit beseitigt worden; ebenso Doppeldeutigkeiten zwischen  $\pi^0$ - und Neutronhypothesen.

Die Abbildung 3 zeigt die effektive Masse  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  ( $\pi_2^+$  siehe Figur 3.1) für die verworfenen Hypothesen. Hierbei gehen etwa 2.5%  $\omega$ -Ereignisse verloren; mit der zusätzlichen Einschränkung der Masse  $M(\pi_1^+ p)$  auf das  $\Delta^+(1236)$ -Band ( $1.13 \text{ GeV} < M(\Delta^{++}) < 1.34 \text{ GeV}$ ) werden keine  $\omega$ -Ereignisse verworfen. Dies zeigt, daß die benutzten Reinigungskriterien sinnvoll sind.

#### b) Massenverteilungen im $\pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0$ Endzustand

Nach der unter III a) beschriebenen Kanalreinigung stehen noch 5540 Ereignisse für die Reaktion (3.1) zur Verfügung. Dies entspricht einem totalen Wirkungsquerschnitt von  $\sigma = (1.50 \pm 0.15) \text{ mb}$  bzw. einem mb-Äquivalent von  $(0.27 \pm 0.03) \text{ mb}$  pro Ereignis.

Zur Untersuchung von Reaktionen mit  $\Delta^+(1236)$  Erzeugung im Reaktionskanal (3.1) ist eine Beschränkung auf Reaktionen des folgenden Graphen gerechtfertigt:



Figur 3.1

$\left. \begin{matrix} \pi_1^+ \\ \pi_2^+ \end{matrix} \right\}$  auslaufendes  $\pi^+$  mit dem  $\left[ \begin{matrix} \text{größeren} \\ \text{kleineren} \end{matrix} \right.$

Viererimpulsübertrag vom  $\pi_{in}^+$  .

$$t = |(q(p_{in}) - q(p\pi_1^+))^2|$$

$q =$  Viererimpuls ( $\vec{p}, E$ )

Kaskadenzerfälle von höheren Isobaren über  $\Delta^{++}(1236)$  kommen praktisch nicht vor, vor allem nicht für  $M(\pi_2^+\pi^-\pi^0) < 1.2 \text{ GeV}$ .

In der Abbildung 4.a wird die Massenverteilung  $M(\pi_1^+p)$  gezeigt. Eine starke  $\Delta^{++}(1236)$  Produktion ist zu beobachten. Die schraffierte Verteilung zeigt die Kombination mit  $\pi_2^+$  bis  $M(\pi_2^+p) < 1.84 \text{ GeV}$ . Die dunklen Kästchen zeigen  $M(\pi_2^+p) < 1.84 \text{ GeV}$  mit der Zusatzbedingung  $M(\pi_1^+\pi^-\pi^0) < 1.2 \text{ GeV}$ . In dem  $M(\pi_2^+p)$  Spektrum ist praktisch keine  $\Delta^{++}(1236)$ -Erzeugung zu sehen, vor allem nicht, wenn die dazugehörige 3-Pionenmasse kleiner als  $1.2 \text{ GeV}$  ist. Die Abbildung 4.b zeigt die Verteilung von  $M(\pi_1^+\pi^-\pi^0)$  bis  $1.0 \text{ GeV}$ . Es ist  $\eta(549)$ - und  $\omega(784)$ -Erzeugung zu beobachten.

In den Überlappungsgebieten von  $\eta - \Delta^{++}$  und  $\omega - \Delta^{++}$  ist die Dichte der Ereignisse größer als die Extrapolation von den einzelnen Resonanzbändern in das Überlappungsgebiet erwarten läßt. Es kommt also Doppelresonanzzeugung vor. Diese verläuft peripher, was deutlich wird, wenn man Einschränkungen für den Produktionswinkel im Gesamtschwerpunktsystem gemäß

$$\begin{aligned}
 \cos \theta^* &< 0 \text{ für } \pi_1^+ \text{ und } p \\
 \cos \theta^* &> 0 \text{ für } \pi_2^+, \pi^- \text{ und } \pi^0
 \end{aligned}
 \tag{5.2}$$

durchführt.

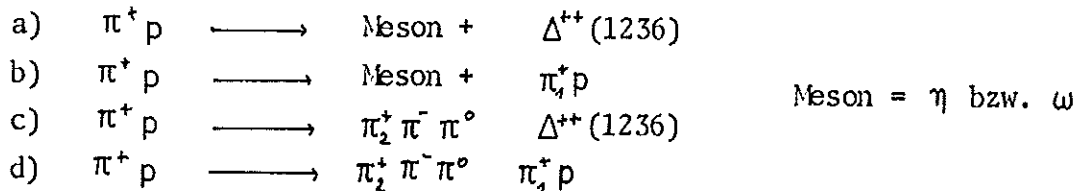
Die Abbildung 5 zeigt die Verteilung  $M(\pi_1^+ p)$  gegen  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  mit den Winkelbedingungen (3.2).

Die Resonanzbänder sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} 1.13 \text{ GeV} &< M(\Delta^{++}) < 1.34 \text{ GeV} \\ 0.53 \text{ GeV} &< M(\eta) < 0.58 \text{ GeV} \\ 0.74 \text{ GeV} &< M(\omega) < 0.85 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

In Abbildung 6 sind alle Ereignisse, die nicht die  $\cos\Theta^*$ -Einschränkungen (3.2) erfüllen, dargestellt. In den Überlappungsgebieten wird also das  $\eta$ - bzw.  $\omega$ -Meson vollständig nach vorn (im Gesamtschwerpunktsystem bezüglich  $\pi_{in}^+$ ) gestreut, das  $\Delta^{++}$ -Baryon nach hinten.

Abbildung 5 zeigt auch, daß in beiden Überlappungsgebieten im wesentlichen folgende Reaktionen vorkommen:



Der größte Anteil fällt dabei auf die Reaktion a).

### c) Einfluß des Fehlers der effektiven Masse auf die Massenverteilungen

Die beobachteten Resonanzbreiten im  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  Endzustand werden vor allem durch die Massenauflösung bestimmt. Die volle Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion für das  $\eta$  beträgt  $\Gamma_{\eta} = 21 \text{ MeV}$ . Dies entspricht der experimentell beobachteten Breite des Maximums von  $\Gamma_{\text{exp}} = 20 \text{ MeV}$ .

Um zu einer realistischen Beschreibung der Massenhistogramme zu kommen, faltet man die theoretische Dichtefunktion

$$dW/dM = \text{BW}(M) d\text{Lips}/dM$$

mit einer Gauß-Funktion

$$G(\Delta M) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\Delta M)^2}{2\sigma^2}\right)$$

BW = Breit-Wigner-Funktion

Lips = "Lorentz invariant phase space"

$\sigma$  = Fehler der Masse M

Nimmt man für eine Resonanz einen massenunabhängigen Fehler  $\sigma$  an, so lautet die gefaltete Massendichte:

$$\frac{dW(M)}{dM} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{\text{Min}}^{\text{Max}} dx \text{BW}(x) \exp\left(-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}\right) d\text{Lips}/dM \quad (3.3)$$

Die Integration erstreckt sich über den kinematisch möglichen Bereich der Masse  $M$ .

Eine  $\chi^2$ -Anpassung von Formel (3.3) an die 3-Pionen-Massenverteilung bis 0.9 GeV mit

$$BW(x) = \frac{\Gamma/\pi}{(x^2 - x_0^2)^2 + x_0^2 \Gamma^2}$$

und einem handgezogenen linearen Untergrund hat folgende Ergebnisse geliefert:

$\eta$	$\omega$
$M_0 = 550.3 \pm 0.3 \text{ MeV}$	$M_0 = 788.4 \pm 3.0 \text{ MeV}$
$\sigma = 10 \pm 1 \text{ MeV}$	$\sigma = 20 \pm 2 \text{ MeV}$
$\Gamma = 0.003 \text{ MeV (fest)}$	$\Gamma = 12.0 \text{ MeV (fest)}$

Die Werte für die volle Halbwertsbreite  $\Gamma$  sind bei der Anpassung nicht variiert worden; sie sind dem "Review of Particle Properties" (Ref. 7) entnommen worden.

Die Größe  $\sigma$  in der Formel 3.3 ist der mittlere Fehler der Massen des Resonanzgebietes. Folglich muß man das Ergebnis der Anpassung für  $\sigma$  mit dem Erwartungswert  $\langle s \rangle$ , der aus den Kovarianzmatrizen berechneten Fehlern vergleichen. Für das  $\eta$ -Band gilt  $\langle s \rangle = 14 \text{ MeV}$  und für das  $\omega$ -Band  $\langle s \rangle = 22 \text{ MeV}$  (siehe Tabelle 1). Berücksichtigt man die kleine Statistik im  $\eta$ -Band (24 Ereignisse zur Berechnung von  $\langle s \rangle$ ), so zeigt die geringe Differenz zwischen  $\sigma$  und  $\langle s \rangle$  in beiden Resonanzgebieten, daß die Kovarianzmatrizen realistische Massenfehler ergeben.

Bei der Beschreibung des  $\Delta^{++}(1236)$ -Baryons kann man die Massenauflösung vernachlässigen, da die experimentelle Breite  $\Gamma_{exp} = 122 \pm 30 \text{ MeV}$  beträgt, die Massenauflösung nur  $\Gamma_a = 13 \text{ MeV}$ .

#### d) Wirkungsquerschnitt für $\eta \Delta^{++}$

Wie man aus Abbildung 5 entnehmen kann, ist die Reaktion

$\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++} \rightarrow \pi_1^+ \pi^- \pi^0 + \pi_1^+ p$  recht gut von anderen Reaktionen getrennt. Deshalb ist der totale  $\eta \Delta^{++}$  Wirkungsquerschnitt durch Abzählen der Ereignisse im Überlappungsgebiet und durch Subtraktion eines Untergrundes bestimmt worden. Letzterer ist durch lineare Interpolations-

tion zwischen den Seitengebieten abgeschätzt worden. Dies ergibt folgenden Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\pi^+}(\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}) = 6.2 \pm 1.8 \mu\text{b}$$

Da 77% der  $\eta$ 's nicht über  $\pi^+ \pi^- \pi^0$  zerfallen, ist der totale  $\eta \Delta^{++}$  Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}) = 27 \pm 8 \mu\text{b}$$

In Abbildung 8a wird der  $\eta \Delta^{++}$  Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Laborimpuls des  $\pi^+$  gezeigt.

c) Wirkungsquerschnitt für  $\omega \Delta^{++}$

Zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes für die  $\omega \Delta^{++}$ -Doppelproduktion ist eine von M. Walter vorgeschlagene Methode (Ref. 8) angewandt worden. Durch Anpassung einer Breit-Wigner-Funktion mit handgezo-genem Untergrund an die  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  - Projektionen für verschiedene  $M(\pi_1^+ p)$ -Bereiche werden folgende  $\omega$ -Wirkungsquerschnitte bestimmt:

- die Anzahl  $N_1$  der  $\omega$ -Ereignisse im Überlappungsgebiet aus der  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  Projektionen im  $\Delta^{++}$ -Band (siehe Figur 3.2).
- die Anzahl  $N_2$  der  $\omega$ -Ereignisse im  $\omega$ -Band außerhalb des  $\Delta^{++}$ -Bandes aus der entsprechenden  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  - Projektion. Und zur Kontrolle
- die Gesamtzahl  $N$  der  $\omega$ -Ereignisse im  $\omega$ -Band aus dem gesamten  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  -Spektrum.

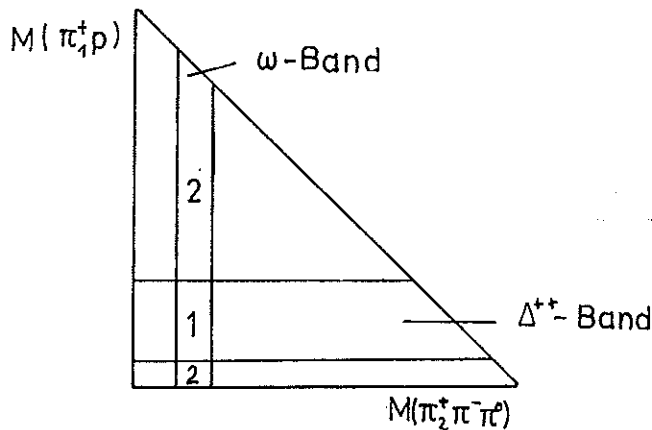


Fig. 3.2

Es muß also gelten:  $N = N_1 + N_2$

Die entsprechenden Anpassungen unter Berücksichtigung der Massenauflösung für die 3-Pionenmasse ergaben:

$$N_1 = 146 \pm 12 \quad N_2 = 148 \pm 12 \quad N = 299 \pm 17 \text{ Ereignisse.}$$

Diese Ereignisraten beinhalten aber noch sowohl  $\omega \Delta^{++}$  Doppelproduktion als auch Einzelresonanzerzeugung von  $\omega \pi_1^+ p$ .

Es sei

$$N_{1,2} =: N_{1,2}^D + N_{1,2}^E \quad N_2 =: N_2^D + N_2^E$$

(D = Doppel-, E = Einzelresonanzerzeugung).

Eine einfache Annahme ist, daß sich die Doppel- und Einzelresonanzwirkungsquerschnitte durch Phasenraumintegrale mit Breit-Wigner-Funktionen beschreiben lassen.

$$N_{1,2}^D = c \int \int_{1,2} \text{BW}(\omega) \text{BW}(\Delta^{++}) d\text{Lips} = c D_{1,2}$$

$$N_{1,2}^E = c' \int \int_{1,2} \text{BW}(\omega) d\text{Lips} = c' E_{1,2}$$

$c, c'$  sind Normierungsfaktoren. Das jeweilige Integrationsgebiet erstreckt sich über die oben als 1 bzw. 2 definierten Massenbereiche (siehe Fig. 3.2). Die einzelnen Phasenraumintegrale sind in Anhang B explizit angegeben.

Für das  $\Delta^{++}$  wurde eine Breit-Wigner-Funktion mit massenabhängiger Breite benutzt (Ref. 9). Für das schmale  $\omega$ -Meson ist angenommen worden, daß die Breite von der Masse  $M(\pi^+ \pi^- \pi^0)$  unabhängig ist. Eine Faltung mit einer Gauß-Funktion ist nach der in Abschnitt 3.c beschriebenen Weise durchgeführt worden.

Die Anzahl der Doppelresonanzereignisse im Überlappungsgebiet berechnet sich mit

$$\frac{N_1^D}{N_2^D} = \frac{D_1}{D_2} \quad \text{und} \quad \frac{N_1^E}{N_2^E} = \frac{E_1}{E_2}$$

zu

$$N_1^D = \frac{N_1 - N_2 \frac{E_1}{E_2}}{1 - \frac{D_2}{D_1} \frac{E_1}{E_2}}$$

Zum totalen  $\omega \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt muß man noch die Ausläufer der Breit-Wigner-Funktionen außerhalb des Überlappungsgebietes berücksichtigen; vor allem für das  $\Delta^{++}$ . Der Korrekturfaktor lautet:

$$C = \frac{1}{D_1} \iint_{\text{total}} \text{BW}(\omega) \text{BW}(\Delta^{++}) dLips$$

Hierbei ist über den ganzen kinematisch möglichen Bereich zu integrieren.

Für den  $\omega \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt gilt also:

$$\sigma(\omega \Delta^{++}) = N_1^D \cdot C \cdot \text{mb-Äquivalent}$$

Dieses Verfahren wiederholt man für die Projektionen der  $\pi_1^+ p$ -Massenverteilung.

In beiden Fällen hat sich folgendes ergeben:

$$\sigma(\omega \Delta^{++}) = 54.9 \pm 8.0 \mu b$$

Korrigiert man noch auf den nicht sichtbaren Zerfall des  $\omega$  in  $\pi^0 \gamma$  (ca. 10%), so erhält man für den  $\omega \Delta^{++}$  Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(\omega \Delta^{++}) = 61 \pm 9 \mu b$$

In Abbildung 8b ist der  $\omega \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt als Funktion des Laborimpulses  $p_{\text{Lab}}$  des  $\pi^+$  in gezeigt. Nach Morrison (Ref. 10) wird die Energieabhängigkeit der Quasi-Zweiteilchen-Wirkungsquerschnitte durch die Formel

$$\sigma(p_{\text{Lab}}) = A \cdot (p_{\text{Lab}}/1 \text{ GeV}/c)^{-n}$$

beschrieben. Der Exponent  $n$  soll nur vom Austauschmechanismus der Reaktion abhängen. Für nicht seltsamen Mesonaustausch haben die bisherigen Messungen  $1 \leq n \leq 2$  ergeben. Für  $\rho$ -Austausch erwartet man  $n = 1.5$ . Eine Anpassung an die Daten der Abbildung 8b liefert das Ergebnis  $A = 5.4 \pm 0.5 \text{ mb}$  und  $n = 1.95 \pm 0.1$ .

#### f) Differentieller $\omega \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt

Der differentielle  $\omega \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt ist aus der  $dN/dt$ -Verteilung des Überlappungsgebietes gewonnen worden, indem auf die Ausläufer der Breit-Wigner-Funktion nach der in III,e beschriebenen Methode korrigiert worden ist. In Abbildung 9 und Tabelle 2 ist der so bestimmte differentielle

Wirkungsquerschnitt, normiert auf den gesamten  $\omega \Delta^{++}$  Wirkungsquerschnitt, angegeben.

Für  $t > 0.15 \text{ GeV}^2$  ist  $d\sigma/dt'$  mit einem exponentiellen Abfall nach  $e^{-at}$  ( $a = 4.1 \pm 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ ) innerhalb der relative großen Fehlergrenzen vertraglich. Berücksichtigt man die Intervalle  $0.18 \text{ GeV}^2 < t < 0.26 \text{ GeV}^2$  und  $0.5 \text{ GeV}^2 < t < 0.6 \text{ GeV}^2$  nicht (evt. Nullstellen von Austausch trajektorien) gilt  $a = 3.75 \pm 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ . Außerdem ist noch die Verteilung  $d\sigma/dt'$   $t' = t - t_{\min}$  angegeben. Zum Vergleich ist in Abbildung 10 die  $d\sigma/dt'$  -Verteilung bei einem Laborimpuls des  $\pi^+$  in von  $8 \text{ GeV}/c$  und  $13.5 \text{ GeV}/c$  eingezeichnet (Ref. 1).

Bei allen 3 Verteilungen ist ein Abfall für  $t' \rightarrow 0$  zu beobachten. Dagegen zeigen die differentiellen Wirkungsquerschnitte bei  $P_{\text{Lab}} = 8 \text{ GeV}/c$  und  $P_{\text{Lab}} = 13.5 \text{ GeV}/c$  (Ref. 1) nicht das in diesem Experiment auftretende lokale Minimum bei  $t' = 0.55 \text{ GeV}^2$  (3 Standardabweichungen).

Dies könnte ein Hinweis auf einen Beitrag zum  $\omega \Delta^{++}$  -Wirkungsquerschnitt durch den Austausch eines  $\rho$ -Mesons sein, für den bei  $t' \approx 0.5 \text{ GeV}^2$  eine Nullstelle in  $d\sigma/dt'$  erwartet wird. Mehr darüber wird in Kapitel 4c diskutiert.

#### IV. Der Zerfall der Resonanzen in der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$

##### a) Statistische Tensoren, Spindichtematrix

Nach Kotanski und Zalewski (Ref. 11) läßt sich die Zerfallswinkelverteilung unter Benutzung von statistischen Tensoren auf folgende Art nach Kugelfunktionen entwickeln:

$$W(\vartheta, \varphi) = \sum_{J, M} F(J) T_M^J Y_J^{M+}(\vartheta, \varphi) \quad (4.1)$$

wobei  $0 \leq J \leq 2s$ ,  $s = \text{Spin der Resonanz}$

$$-J \leq M \leq J$$

$F(J)$  nur von  $J$  abhängiger Faktor

$T_M^J$  statistischer Tensor

$Y_J^M$  Kugelfunktionen

Eine Beschreibung der verwendeten Koordinatensysteme (Jackson- und Helizitätssystem) ist in Anhang C zu finden.

Den Zerfall einer 3-Teilchenresonanz, z.B.  $\omega$  Meson, beschreibt man durch die Winkel der Normalen  $\vec{n} = [\pi^- \times \pi^0]$  auf der Zerfallsebene gegen die z-Achse und x-y-Ebene. Man kann zeigen, daß dann die selben Formeln für die Winkelver-



teilung gelten, wie für einen Zwei-Teilchenzerfall.

Die einzelnen Tensoren berechnen sich über die Orthogonalitätsrelation der Kugelfunktionen aus deren Erwartungswerten wie folgt:

$$F(J) T_M^J = \langle Y_J^M(\vartheta, \varphi) \rangle \quad (4.2)$$

Bei einem paritätserhaltenden Zerfall hängt die Winkelverteilung (4.1) nur von Tensoren mit geradzahligem  $J$  und  $M \geq 0$  ab.

Die Spindichtematrix ist über die Clebsch-Gordon-Koeffizienten mit den Tensoren verknüpft.

$$\rho_{nm} = \sum_{J,M} (-1)^{s+m-J} \langle s s, nm | s s J M \rangle T_M^J \quad (4.3)$$

Für den  $\omega$ - bzw.  $\Delta^{++}$ -Zerfall ( $s=1, s=3/2$ ) muß man nur die Tensoren für  $J=2$  und  $M=2,1,0$  berechnen.

Die Spindichtematrixelemente lauten im einzelnen nach (4.3) und (4.2): für  $\omega$

$$\begin{aligned} \rho_{00} &= \frac{1}{3} (1 - \sqrt{6} T_0^2) = \frac{1}{3} (1 + \frac{5}{2} \langle 3 \cos^2 \vartheta - 1 \rangle) \\ \text{Re } \rho_{10} &= -\frac{1}{\sqrt{2}} T_1^2 = -\frac{5}{2} \langle \sin \vartheta \cdot \cos \vartheta \cdot \cos \varphi \rangle \\ \rho_{1,1} &= T_2^2 = \frac{5}{2} \langle \sin^2 \vartheta \cdot \cos 2\varphi \rangle \end{aligned} \quad (4.4)$$

und für  $\Delta^{++}$

$$\begin{aligned} \rho_{33} &= \frac{1}{2} T_0^2 + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{5}{8} \langle 3 \cos^2 \vartheta - 1 \rangle \\ \text{Re } \rho_{31} &= \frac{1}{\sqrt{2}} T_1^2 = -\frac{5}{2\sqrt{3}} \langle \sin \vartheta \cos \vartheta \cos \varphi \rangle \\ \text{Re } \rho_{3-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} T_2^2 = -\frac{5}{4\sqrt{3}} \langle \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi \rangle \end{aligned} \quad (4.5)$$

In den Abbildungen 11 und 12 und der Tabelle 3 sind die verschiedenen Matrixelemente in Abhängigkeit von  $t$  für  $t < 1.5 \text{ GeV}^2$  zusammengestellt. Zur Berechnung sind die Ereignisse aus dem  $\omega \Delta^{++}$  Überlappungsbereich ( $0.74 \text{ GeV} < M(\omega) < 0.85 \text{ GeV}$ ,  $1.13 \text{ GeV} < M(\Delta^{++}) < 1.34 \text{ GeV}$ ) benutzt worden. Der Untergrund in diesem Gebiet ist kleiner als 8% und wurde nicht berücksichtigt.

Ein Vergleich mit den Matrixelementen bei anderen Schwerpunktsenergien  $E_s$  zeigt innerhalb der Fehler Übereinstimmung; d.h., die Matrixelemente scheinen

von  $E_S$  unabhängig zu sein.

Gemittelt über  $t$  bis  $t = 0.6 \text{ GeV}^2$  ist  $\rho_{00}$  in beiden Systemen mit dem Wert für ein unpolarisiertes  $\omega$  ( $\rho_{00} = \frac{1}{3}$ ) verträglich. Ein Vergleich mit der analogen Reaktion  $\pi^+p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$  (Ref. 12) zeigt eine wesentlich stärkere longitudinale Polarisation des  $\rho$ -Mesons ( $\rho_{00} = 0.75 \pm 0.07$ ). Dies deutet auf einen unterschiedlichen Erzeugungsmechanismus hin.

b) Winkelverteilungen

Für den Zerfall des  $\omega$  und  $\Delta^{++}$  erhält man aus Formel (4.1) mit  $J = 2$  und  $M = 2, 0, 1$  als Winkelverteilung

$$W(\vartheta, \varphi) = \frac{1}{4\pi} + F(2) \left[ T_0^2 \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \vartheta - 1) - T_1^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin 2\vartheta \cos \varphi + T_2^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin^2 \vartheta \cos 2\varphi \right] \quad (4.6)$$

Integriert man (4.6) über  $\varphi$  bzw.  $\cos \vartheta$  so gelten für die Einzelwinkelverteilungen des  $\omega$

$$W(\cos \vartheta) = \frac{3}{4} (1 - \rho_{00} + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \vartheta) \quad (4.7)$$

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi} (1 - \rho_{1-1} + 4\rho_{1-1} \sin^2 \varphi)$$

und des

$$W(\cos \vartheta) = \frac{1}{4} (1 + 4\rho_{33} + (3 - 12\rho_{33}) \cos^2 \vartheta) \quad (4.8)$$

$$W(\varphi) = \frac{1}{2\pi} (1 - \frac{4}{\sqrt{3}} \text{Re } \rho_{3-1} + \frac{8}{\sqrt{3}} \text{Re } \rho_{3-1} \sin^2 \varphi)$$

Für das  $\omega$  sind gefaltete Verteilungen angegeben worden. Nimmt man die Reihenfolge der 3 Pionen in der Zerfallsebene als statistisch verteilt an, so ist die Normale  $\vec{n}$  auf der Zerfallsebene mit  $-\vec{n}$  gleichberechtigt.

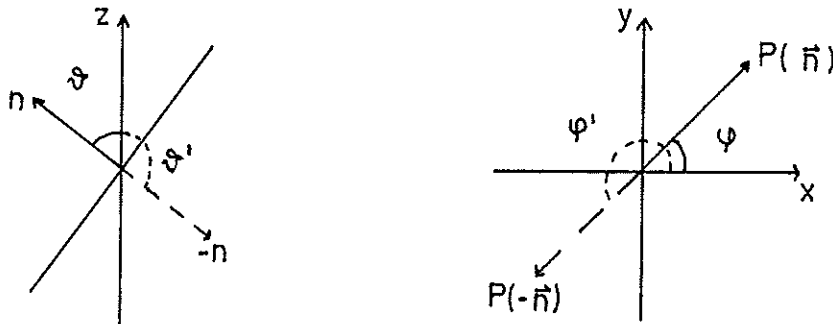


Fig.4.1

P = Projektion in die x-y-Ebene

Die Winkel  $\theta$  und  $\theta' = \pi - \theta$  (siehe Fig. 4.1) als auch  $\varphi$  und  $\varphi' = \varphi + \pi$  sind deshalb äquivalent. Folglich beschreiben die  $|\cos \theta|$ -Verteilung und eine  $\varphi$ -Verteilung mit  $0 \leq \varphi \leq \pi$  den  $\omega$ -Zerfall.

Die Histogramme für  $\cos \theta$  und  $\varphi$  der Ereignisse aus dem  $\omega \Delta^{++}$  Überlappungsgebiet für  $t < 0.6 \text{ GeV}^2$  werden in Abbildung 13 und 14 gezeigt. Die eingezeichneten Kurven sind die theoretischen Wahrscheinlichkeiten (4.7) bzw. (4.8). Der Verlauf der experimentellen Daten wird unter Berücksichtigung der geringen Statistik (145 Ereignisse) gut beschrieben. Die Werte für

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(X_{\text{exp}} - X_{\text{th}})_i^2}{X_{\text{th}}}$$

sind für alle Kurven etwa gleich der Anzahl der Freiheitsgrade.

c) Mesonaustausch bei  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$

Man kann annehmen, daß die Reaktion  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$  über folgenden Graphen abläuft.

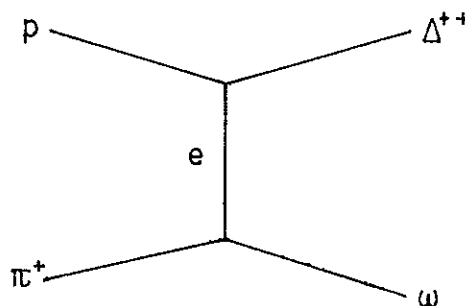


Fig. 4.2

Man unterscheidet 3 Reaktionskanäle:

- 1) S-Kanal:  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$
- 2) T-Kanal:  $\pi^+ \omega \rightarrow \bar{p} \Delta^{++}$
- 3) U-Kanal:  $\pi^+ \bar{\Delta}^{++} \rightarrow \bar{p} \omega$

Dabei ist

$$S = (q(\pi^*) - q(p))^2$$

$$T = (q(\pi^*) - q(\omega))^2$$

$$U = (q(\pi^*) - q(\Delta^{**}))^2$$

mit  $q = (E, \vec{p})$ , dem Vierervektor eines Teilchens und der Metrik  $q^2 = E^2 - \vec{p}^2$ .

Aus der Forderung nach Erhaltung der Quantenzahlen an den Vertizes folgen Auswahlkriterien für das Austauscheteilchen. Bei der Reaktion  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{**}$  kommen bei Beschränkung auf den niedrigsten möglichen Spin  $J = 1$  folgende Resonanzen in Frage:

- a) für die natürliche Spin-Paritätsreihe  $P = (-1)^J$  :  $\rho$ -Meson
- b) für die unnatürliche Serie  $P = (-1)^{J+1}$  :  $B$ -Meson.

Im Fall a) gilt für die Spindichtematrixelemente des erzeugten  $J^P = 1^-$  Mesons im Jacksonsystem:

$$\rho_{00} = \rho_{00} = 0 \qquad \rho_{1-1} = \rho_{11} = \frac{1}{2}$$

Dies folgt aus der Definition der Dichtematrix mit T-Kanal-Helizitätsamplituden

$$f_{cd,ab} \quad (\text{Ref. 13})$$

(a,b,c,d = Helizitäten von  $\pi^+ \omega \rightarrow \bar{p} \Delta^{**}$ )

$$\rho_{nm} = \sum_{cd} f_{cd,0n} \cdot f_{cd,0m}^* / \sum_{cdb} |f_{cd,ab}|^2$$

und der Beziehung  $f_{cd,00} = 0$  für natürlichen Paritätsaustausch.

In diesem Experiment sind die Werte für  $\rho_{00}$  alle mindestens eine Standardabweichung größer als Null (siehe Abb. 12). Daraus ist auf den Beitrag von unnatürlichem Paritätsaustausch zu schließen.

Wie Ader et al (Ref. 14) gezeigt haben, läßt sich der Wirkungsquerschnitt einer Reaktion in einen Anteil  $\sigma_\lambda^+$  mit natürlichem Paritätsaustausch und einen zweiten Anteil  $\sigma_\lambda^-$  mit unnatürlichem Austausch für jeden Helizitätszustand  $\lambda$  des auslaufenden Teilchens zerlegen. Im Fall der Vektorresonanzzeugung (hier  $\omega$ -Erzeugung) werden die relativen Beiträge durch die Kombination der Spindichtematrixelemente  $\rho_{11}$  und  $\rho_{1-1}$  gegeben.

$$\sigma_1^+ = \rho_{11} + \rho_{1-1} \qquad \sigma_1^- = \rho_{11} - \rho_{1-1}$$

In der Abbildung 15 ist  $\sigma_1^+$  und  $\sigma_1^-$  in  $t' = t - t_{\min}$  Intervallen aufgetragen.  $\sigma_1^+$  zeigt vor allem für  $t' \ll 0.4 \text{ GeV}^2$  große Beiträge, während  $\sigma_1^-$

für  $t' > 0.20 \text{ GeV}^2$  groß ist. Ein Vergleich mit den Daten bei  $p_{\text{lab}} = 8 \text{ GeV}/c$  zeigt sehr gute Übereinstimmung.

Sowohl aus  $\rho_{00}$  als auch aus  $\sigma_1^-$  ist zu schließen, daß die Reaktion  $\pi^+p \rightarrow \omega \Delta^{++}$  zum Teil über unnatürlichen Paritätsaustausch abläuft. Der Verlauf von  $\sigma_1^+$  weist auf den zusätzlichen natürlichen Austausch hin.

Als weiteres ist das Produkt  $\sigma_0^- = \rho_{00} \cdot d\sigma/dt$  betrachtet worden. Es gibt einen Anteil des Wirkungsquerschnittes wieder, der auf unnatürlichen Paritätsaustausch zurückzuführen ist (z.B. B-Austausch). Abrams und Moor haben ein einfaches B-Mesonaustauschmodell für die Reaktion  $\pi^+p \rightarrow$  Vektormeson +  $\Delta^{++}$  vorgeschlagen. (Ref. 15).

Danach läßt sich der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_0^-$  wie folgt beschreiben:

(4.9)

$$\sigma_0^- = \frac{2\pi}{3Sq^2} G^2 |\text{Prop}|^2 \frac{P(-t)P(t)}{m_\pi^2} ((m_p + m_\Delta)^2 + t)$$

$$\text{Prop} = \pi \cdot \alpha \frac{1 - e^{i\pi\alpha}}{2 \sin \pi\alpha} \frac{(1 + 2\alpha)(1 + \frac{2}{3}\alpha)\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2}) \Gamma(\alpha + 1)} \left(\frac{S - U}{2S_0}\right)^\alpha$$

$$\alpha = \alpha'(-t - m_\pi^2)$$

$q$  = Anfangsimpuls im Gesamtschwerpunktsystem (GSS)

$p(-t)$  = GSS-Anfangsimpuls im T-Kanal (siehe Fig. 4.2)

$p'(t)$  = GSS-Endimpuls im T-Kanal

$G^2$  = Produkt der Kopplungskonstanten

$\Gamma$  = Gammafunktion

$S_0 = 1 \text{ GeV}^2$

Eine  $\chi^2$ -Anpassung der Formel 4.9 mit den beiden Parametern  $G^2$  und  $\alpha'$  an die experimentellen Daten zeigt recht gute Übereinstimmung (Abb. 16). Da  $G^2$  nur die absolute Normierung angibt, wird nur ein Parameter zur Beschreibung der Gestalt der Kurve verwandt. Vor allem der Abfall bei  $t = 0$  und die Steigung für  $t > 0.15 \text{ GeV}^2$  wird richtig beschrieben.

Das Ergebnis der Anpassung ist:

$$G^2 = 0.77 \pm 0.10 \quad \alpha' = 2.02 \pm 0.04 \text{ GeV}^{-2} \quad \chi^2/\text{NDF} = 3.2/7.$$

Die von Abrams und Mor veröffentlichten Werte bei  $p_{lab} = 3.7 \text{ GeV}/c$  sind  $G^2 = 0.94 \pm 0.15$  und  $\alpha' = 1.16 \pm 0.03 \text{ GeV}^{-2}$ . In diesem Experiment ist die Steigung  $\alpha'$  der Trajektorie etwa um einen Faktor 2 größer als theoretisch erwartet wird ( $\alpha' \approx 1$ ). Dies kann daran liegen, daß die Parametrisierung der Trajektorie vielleicht zu einfach angenommen wurde. Da aber andere experimentelle Daten für eine lineare Trajektorie des B-Mesons sprechen, ist zu vermuten, daß in diesem Experiment zu  $\sigma_0^+$  noch ein weiterer unnatürlicher Paritätsaustausch beiträgt.

V. Vergleich mit theoretischen Vorhersagen

a) Quarkrelationen

Für die Mitglieder der  $J^P = 0^-$  und  $1^-$  SU(3)-Mesonenoktetts und der  $J^P = \frac{1}{2}^+$  und  $\frac{3}{2}^+$  Baryonenoktetts haben Bialas und Zalewsky (Ref. 16) Relationen für verschiedene Zerfallstensoren aufgestellt. Sie beruhen auf der Annahme der Additivität der Quark-Quark-Streuamplituden (Typ A). Aus der weiteren Annahme freier Spin =  $\frac{1}{2}$  Quarks, läßt sich auf die Identität zweier Quark-Quark-Amplituden schließen (Typ B). Wird zusätzlich die Identität weiterer 2 Amplituden gefordert, erhält man die sogenannten Typ C-Relationen. Die Beziehungen lassen sich am leichtesten mit Tensoren für Doppelresonanzen beschreiben, die für den Vektormeson -  $\Delta^{++}$  Zerfall analog wie die im Kapitel IV.2 beschriebenen Tensoren definiert sind:

$$T_{MM'}^{JJ'} = (F_1(J) F_2(J'))^{-1} \langle Y_J^M(\vartheta_V \varphi_V) Y_{J'}^{M'}(\vartheta_A \varphi_A) \rangle$$

J, M beziehen sich auf das Vektormeson, J', M' auf  $\Delta^{++}$ .

Eine Schwierigkeit prinzipieller Art bei der Überprüfung der Quarkrelationen liegt darin, daß diese nicht invariant gegen beliebige Koordinatentransformationen sind. Die Relationen vom Typ A sind nur invariant unter Rotationen um die Normale zur Produktionsebene (= y-Achse im Jackson- und Helizitätssystem), so daß sie hier in beiden Systemen berechnet worden sind. Die Beziehungen vom Typ B und C sind nicht invariant gegen Drehungen um die Y-Achse. Deshalb ist der Vergleich auch in transversalen - um  $\pi/2$  um die X-Achse gedrehten - Systemen durchgeführt worden.

Die Tensoren sind für das  $\omega \Delta^{++}$ -Überlappungsgebiet gemittelt über t bis  $t = 0.6 \text{ GeV}^2$  berechnet worden. Die einzelnen Relationen und die numerischen Ergebnisse sind in Tabelle 5.1 angegeben. Die unterstrichenen Werte weichen mehr als eine Standardabweichung voneinander ab. Außerdem wird noch der Wert für die Differenz angegeben. Die Relationen B und C sind nur in den transversalen Systemen aufgeführt worden, da sie in diesen etwas besser erfüllt sind, als in den nichttransversalen Systemen. Für den Typ A ist in Abbildung 17 die t-Abhängigkeit gezeigt.

Insgesamt ist nur eine geringe Übereinstimmung festzustellen. Trotz der großen Fehler ist fast die Hälfte aller  $\chi^2$ -Werte größer als 1. Die Abb. 17 zeigt, daß die A-Relationen für  $t < 0.4 \text{ GeV}^2$  etwas besser übereinstimmen.

TABELLE 5.1 QUARKRELATIONEN

für  $0.74 \text{ GeV} < M(\omega) < 0.85 \text{ GeV}$   
 $1.13 \text{ GeV} < M(\Delta^{*+}) < 1.34 \text{ GeV}$   
 $t < 0.6 \text{ GeV}^2$

145 Ereignisse

Typ A		<u>Jacksonsystem</u>			<u>Helizitätssystem</u>		
		linke Seite	rechte Seite	$\chi^2$	linke Seite	rechte Seite	$\chi^2$
A1	$T_{00}^{20} = \sqrt{2} T_{00}^{02}$	$-.001 \pm .053$	$-.008 \pm .072$	0.008	$.02 \pm .04$	$-.21 \pm .090$	5.5
A2	$\text{Re } T_{20}^{22} = \frac{1}{2} \text{Re } T_{20}^{02}$	$.014 \pm .054$	$.055 \pm .012$	0.7	$.063 \pm .06$	$.048 \pm .015$	0.06
A3	$\text{Im } T_{20}^{22} = \frac{1}{2} \text{Im } T_{20}^{02}$	$-.14 \pm .060$	$-.005 \pm .015$	6.1	$-.11 \pm .07$	$.002 \pm .015$	2.3
A4	$\text{Re } T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re } T_{02}^{02}$	$-.037 \pm .056$	$.003 \pm .025$	1.9	$.006 \pm .053$	$.045 \pm .023$	0.46
A5	$\text{Im } T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im } T_{02}^{02}$	$.039 \pm .056$	$-.008 \pm .027$	0.6	$.084 \pm .056$	$.085 \pm .025$	0.000
A6	$T_{00}^{22} = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}} T_{00}^{02}$	$.023 \pm 0.33$	$.21 \pm .04$	4.0	$.095 \pm .091$	$.31 \pm .04$	4.5
Typ B		<u>Transversale Systeme</u>					
		linke Seite	rechte Seite	$\chi^2$	linke Seite	rechte Seite	$\chi^2$
B1	$\text{Re } T_{20}^{20} = \sqrt{2} \text{Re } T_{02}^{02}$	$.053 \pm .024$	$.009 \pm .048$	0.67	$.057 \pm .025$	$.14 \pm .051$	2.1
B2	$\text{Im } T_{20}^{20} = \sqrt{2} \text{Im } T_{02}^{02}$	$.076 \pm .023$	$.17 \pm .06$	2.4	$-.074 \pm .022$	$-.105 \pm .054$	0.30
B3	$\text{Re } T_{20}^{22} = \text{Re } T_{02}^{22}$	$.024 \pm .048$	$-.050 \pm .056$	1.01	$-.027 \pm .052$	$.018 \pm .055$	0.55
B4	$\text{Im } T_{20}^{22} = \text{Im } T_{02}^{22}$	$-.021 \pm .051$	$.040 \pm .065$	0.55	$-.020 \pm .017$	$-.020 \pm .066$	0.000
B5	$\text{Im } T_{2-2}^{22} = 0$	$-.071 \pm .050$	0.0	2.0	$-.038 \pm .053$	0.0	0.51
B6	$\text{Im } T_{1-1}^{22} = 0$	$-.12 \pm .056$	0.0	4.6	$-.029 \pm .065$	0.0	0.20
Typ C		<u>Transversale Systeme</u>					
		linke Seite	rechte Seite	$\chi^2$	linke Seite	rechte Seite	$\chi^2$
C1	$\text{Im } T_{20}^{20} = 0$	$.076 \pm .023$		1.1	$-.074 \pm .022$		11.2
C2	$\text{Im } T_{02}^{02} = 0$	$.12 \pm .057$		1.1	$-.074 \pm .038$		3.8
C3	$\text{Im } T_{22}^{22} = 0$	$.14 \pm .056$		6.2	$-.030 \pm .054$		0.3
C4	$\text{Im } T_{20}^{22} = 0$	$-.021 \pm .051$		0.17	$-.020 \pm .066$		0.09
C5	$\text{Im } T_{11}^{22} = 0$	$.038 \pm .065$		0.34	$-.032 \pm .061$		0.27
C6	$\text{Im } T_{02}^{22} = 0$	$.040 \pm .065$		0.38	$-.020 \pm .047$		0.18
C7	$\frac{1}{\sqrt{6}} - (T_{22}^{22} - T_{22}^{22} - T_{00}^{22}) = 0$	$.24 \pm .20$		1.4	$.31 \pm .20$		2.4



b) Vektor-Dominanz-Modell Vorhersage von  $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$

Im Vektor-Dominanz-Modell wird der elektromagnetische Strom mit dem Vektormesonstrom gekoppelt (Ref. 16). Für die Amplituden wird folgende Beziehung angenommen:

$$A(\gamma + X \rightarrow Y + Z) = \sum_V G_{\gamma V} A(V + X \rightarrow Y + Z) \quad (6.1)$$

$G_{\gamma V} =$   $\gamma$  - Vektormesonkopplungskonstanten.  
 $V_{tr} =$  transversal-polarisiertes Vektormeson.

Man macht in Gleichung (6.1) die Annahme, daß sich die Amplitude  $A(V+X \rightarrow Y+Z)$  nur gering bei der Extrapolation der Vektormesonmasse auf Null ändern.

Die in diesem Experiment untersuchten hadronischen Reaktionen  $\pi^+ p \rightarrow \rho^+ \Delta^{++}$  und  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$  gestatten eine Vorhersage der Reaktion  $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ .

Dabei muß man allerdings die S- und U-Kanalamplituden vertauschen.

Nimmt man an, daß sich hierbei die Amplituden nur in der Phase ändern, folgt aus (6.1) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = G_{\rho}^2 d\sigma/dt(\pi^+ p \rightarrow \rho^+ \Delta^{++}) + G_{\omega}^2 d\sigma/dt(\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}) \quad (6.2)$$

+ ( $\rho - \omega$  Interferenz)

Der Beitrag des  $\varphi$ -Mesons in der Summe über die Vektormesonen in Formel (6.1) ist vernachlässigt worden, wegen der sehr kleinen Kopplung des  $\varphi$ -Mesons an nicht-seltsame Teilchen.

Die Transversalkomponente des Vektormesons erhält man mit dem Spindichtematrixelement  $\rho_{11}$  zu

$$d\sigma/dt(\pi^+ p \rightarrow V_{tr} \Delta^{++}) = \rho_{11} d\sigma/dt(\pi^+ p \rightarrow V \Delta^{++}) \quad (6.3)$$

Die Beziehung (6.2) ist allerdings nicht eindeutig. Die Polarisation des Vektormesons hängt nämlich vom Bezugssystem ab. Es existiert aber keine eindeutige Vorhersage in welchem Bezugssystem das Vektormeson transversal sein soll (Ref. 16). Eine weitere Schwierigkeit liegt darin, daß die relative Phase des Interferenztermes nicht bekannt ist. Beschränkt man sich auf maximale bzw. minimale Interferenz, so erhält man einen Grenzbereich für die Vorhersage von  $d\sigma/dt(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ .

Der für die Rechnung benötigte differentielle  $\rho^0 \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt ist in Referenz 12 angegeben. Die Kopplungskonstanten stammen aus

Messungen der leptonischen Zerfälle der Vektormesonen. Es sind folgende Mittelwerte benutzt worden (Ref. 17):

$$G_{\gamma\rho} = 0.06 \quad \text{und} \quad G_{\gamma\omega} = 0.02$$

Die Photoproduktionsdaten kommen von einem  $\gamma$ -p-Experiment bei SLAC mit einem  $\gamma$ -Laborimpuls von 11.0 GeV/c (Ref. 18).

In der Abbildung 18 ist die Vektor-Dominanz-Vorhersage nach (6.2) und (6.3) für maximale bzw. minimale  $\rho$ - $\omega$  Interferenz in Abhängigkeit von  $t' = t - t_{\min}$  dargestellt. Als Bezugssystem ist das Helizitätssystem benutzt worden. Für kleine Werte von  $t'$  ist eine Diskrepanz um einen Faktor von maximal 2 vorhanden. Für  $t > 0.15 \text{ GeV}^2$  liegt  $d\sigma/dt'(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$  im Bereich positiver  $\rho$ - $\omega$  Interferenz. Bei einem Laborimpuls von 8 GeV/c ist eine Abweichung um einen Faktor 5 beobachtet worden (Ref. 18).

Insgesamt ist aber auch bei  $p(\gamma) = 11 \text{ GeV/c}$  der Verlauf von  $d\sigma/dt'(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$  nicht richtig durch die Vektor-Dominanz-Vorhersage wiedergegeben. Da dieses Modell viele Annahmen benutzt, ist es schwer zu sagen, worauf die geringe Übereinstimmung zurückzuführen ist.

VI. DIE REAKTION  $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$

Im 4-Pionen Massenspektrum des  $\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0 p$  Endzustandes ist bei etwa 1.2 GeV ein schwaches Signal zu beobachten (nicht abgebildet). Schränkt man die 3 Pionenmasse auf das  $\omega$  Band ein ( $0.74 \text{ GeV} < M(\omega) < 0.85 \text{ GeV}$ ) und verwirft die Ereignisse mit  $1.12 \text{ GeV} < M(\pi^+ p) < 1.34 \text{ GeV}$ , um  $\Delta^{++}$ -Erzeugung auszuschließen, so zeigt das verbleibende 4-Pionenspektrum ein deutliches Signal bei der Masse des B-Mesons (Abbildung 19a). Für die schraffierte Verteilung gilt zusätzlich  $t(\pi_{\omega}^+ - \omega) < 1.0 \text{ GeV}^2$ .

Die Anpassung einer Breit-Wigner-Funktion mit einem handgezogenen Untergrund ergibt für die Masse und Breite des B-Mesons

$$M_B = 1.235 \pm 0.025 \text{ GeV}$$

$$\Gamma_B = 0.117 \pm 0.040 \text{ GeV}$$

Der  $B^+$ -Wirkungsquerschnitt ist zu

$$\sigma(B^+ \rightarrow \pi^+ \omega) = 57 \pm 20 \text{ Ereignisse}$$

bestimmt worden. Korrigiert man noch auf den nicht sichtbaren Zerfall des  $\omega$  in  $\pi^0 \gamma$  so gilt

$$\sigma(B^+ \rightarrow \pi^+ \omega) = 17 \pm 6 \text{ } (\mu\text{b})$$

In Abbildung 19 b) ist der B-Wirkungsquerschnitt bei verschiedenen Laborimpulsen gezeigt.

Anhang A

Fehler der effektiven Masse von n Teilchen

Im folgenden bedeuten:

- $M =$  effektive Masse von n Teilchen  
 $q =$   $(\vec{p}, E)$  Vierervektor der Teilchenkombination  
 mit  $q^2 = M^2 = E^2 - \vec{p}^2$ ,  $\vec{p} = \sum_1^n \vec{p}_i$ ,  $E = \sum_1^n E_i$   
 $\vec{p}_i (E_i)$  = Impuls (Energie) des i-ten Teilchens.  
 $K(x, y, \dots)$  Kovarianzmatrix in den Variablen  $x, y, \dots$   
 $A^T =$  Transponierte der Matrix A.

Der Fehler des Quadrates der Masse M ist

$$(\delta M^2(\vec{p}, E))^2 = \frac{\partial M^2}{\partial q} K(\vec{p}, E) \left( \frac{\partial M^2}{\partial q} \right)^T$$

mit  $\frac{\partial M^2}{\partial q} = -2(\vec{p}, E)$

Die Matrix  $K(\vec{p}, E)$  ist aber eine Summe über Korrelationsmatrizen zwischen der i-ten und j-ten Spur. Wegen

$$K^{ij}(\vec{p}_i, \vec{p}_j, E_i, E_j) = K^{ji}(\vec{p}_j, \vec{p}_i, E_j, E_i)$$

gilt:  $K(\vec{p}, E) = 2 \sum_{i < j}^n K^{ij}(\vec{p}, E) + \sum_{i=1}^n K^{ij}(\vec{p}, E)$

Da der Massenfehler für jedes Teilchen Null ist, kann man die 4 x 4 Matrizen  $K^{ij}(\vec{p}, E)$  auf 3 x 3 Matrizen reduzieren.

$$K^{ij}(\vec{p}, E) = \frac{\partial q_i}{\partial \vec{p}_i} K^{ij}(\vec{p}) \left( \frac{\partial q_j}{\partial \vec{p}_j} \right)^T$$

mit  $\frac{\partial q_i}{\partial \vec{p}_i} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial E_i}{\partial p_x^i} & \frac{\partial E_i}{\partial p_y^i} & \frac{\partial E_i}{\partial p_z^i} \end{pmatrix}$

Durch eine Jakobitransformation führt man die Korrelationsmatrizen auf Kugelkoordinaten zurück.

$$K^{ij}(p_x, p_y, p_z) = \frac{\partial(p_x, p_y, p_z)^i}{\partial(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi)^i} K^{ij}(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi) \left( \frac{\partial(p_x, p_y, p_z)}{\partial(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi)} \right)^T$$

Die Matrizen  $K^{ij}(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi)$  sind die im Rechenprogramm GRIND berechneten Fehlermatrizen.

Zusammenfassend gilt also:

$$(\delta M)^2 = \frac{1}{4 \cdot M^2} \cdot$$

$$\frac{\partial M^2}{\partial q} \sum_{i,j=1}^n \left[ \frac{\partial q^i}{\partial \vec{p}_i} \frac{\partial(\vec{p})^i}{\partial(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi)^i} K^{ij}(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi) \left( \frac{\partial(\vec{p})^j}{\partial(\frac{1}{p}, \lambda, \varphi)^j} \right)^T \left( \frac{\partial q^j}{\partial \vec{p}_j} \right)^T \right] \left( \frac{\partial M^2}{\partial q} \right)^T$$

### Anhang B

#### Wirkungsquerschnitte für einen 5-Teilchenendzustand mit Resonanzanregung

Definition des Wirkungsquerschnittes für die Reaktion (Ref. 19)

$$a \ b \ \longrightarrow \ 1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5$$

$$\sigma(ab) = \frac{1}{4q\sqrt{S}} \int d\text{Lips}(S, P_1, \dots, P_5) |T_{if}|^2 \tag{B.1}$$

$$S = (\text{Schwerpunktsenergie})^2$$

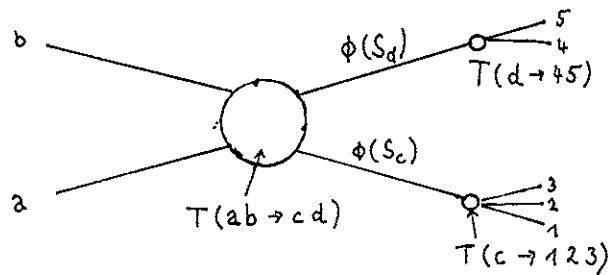
$$q = \frac{1}{2\sqrt{S}} \left[ (S - (m_a - m_b)^2)(S - (m_a + m_b)^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Lips = "Lorentz invariant phase space"

$T_{if}$  = Übergangsmatrix vom Anfangs- zum Endzustand.

Die Matrix  $T_{if}$  läßt sich faktorisieren. Für den Prozeß  $a b \rightarrow c d$ ,  $c \rightarrow 123$ ,  $d \rightarrow 45$  gilt:

$$T_{if} = T(ab \rightarrow cd) \phi(S_c) \phi(S_d) \quad (B.2)$$



$\phi(S_c)$  ist der Propagator des Teilchensystems  $c$  mit der Energie  $\sqrt{S_c}$  im  $c$ -Ruhesystem. Die Partialbreite einer Resonanz der Masse  $M_0$  ist definiert als:

$$\Gamma(c \rightarrow 123) = \frac{1}{2M_0} \int dLips(S_c, P_1, P_2, P_3) |T(c \rightarrow 123)|^2 \quad (B.3)$$

Das Betragsquadrat des Propagators läßt sich aus der Streutheorie zu

$$|\phi(S_c)|^2 = \frac{1}{(M_0^2 - S)^2 + M_0^2 \Gamma^2} \quad (B.4)$$

herleiten.

Mit den Formeln (B.1) - (B.4) und der Produktzerlegung des Phasenraumelementes  $dLips(S, P_1 \dots P_5)$  (Ref. 19) lassen sich die verschiedenen Wirkungsquerschnitte für folgende Reaktionen berechnen:

1.)  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$

$$\sigma_1 = \frac{\pi}{4qS} \int dM_{123} dM_{45} q^1 q^2 BW(\omega) BW(\Delta^{++}) |T_{ab}|^2$$

2.)  $\pi^+ p \rightarrow \omega \pi^+ p$

$$\sigma_2 = \frac{1}{32qS\pi^2} \int dM_{123} dM_{45} q^1 q^2 BW(\omega) |T_{ab}|^2$$

3.)  $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \Delta^{++}$

$$\sigma_3 = \frac{1}{64qS\pi^4} \int dM_{123} dM_{45} q^1 q^2 R3(M_{123}) BW(\Delta^{++}) |T_{ab}|^2$$

und für reinen Phasenraum

$$4.) \pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \Delta^{++}$$

$$\sigma_4 = \frac{1}{512 q_S \pi^7} \int dM_{123} dM_{45} q^1 q_{45} R3(M_{123}) |T_{ab}|^2$$

Dabei bedeuten:

$$q^1 = \frac{1}{2\sqrt{S}} \left[ (S - (M_{123} - M_{45})^2)(S - (M_{123} + M_{45})^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$q_{45} = \frac{1}{2 M_{45}} \left[ (M_{45}^2 - (m_4 - m_5)^2)(M_{45}^2 - (m_4 + m_5)^2) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$R3(M) = \int_{\min}^{M_{12}(M)} dM_{12} \cdot 2 \cdot q_{12,3} q_{1,2}$$

$$BW(M) = \frac{M_0 \Gamma}{(M_0^2 - M^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2}$$

Das Matrixelement  $T_{ab}$  ist in der Wirkungsquerschnittsbestimmung des Kapitels III,e als konstant angenommen worden.

### Anhang C

#### Koordinatensysteme

Für die Reaktion  $ab \rightarrow cd$  mit dem Zerfall  $d \rightarrow \alpha + \beta$  gilt im

Jacksonsystem:

$$\begin{aligned} \vec{y} &= \vec{a} \times \vec{c} & |a| = |b| = |c| = 1 \\ \vec{z} &= \vec{b} \\ \vec{x} &= \vec{y} \times \vec{z} \end{aligned}$$

Alle Vektoren gelten im Ruhesystem von d.

Helizitätssystem:

$$\begin{aligned}\vec{y} &= \vec{a} \times \vec{c} \\ \vec{z} &= -\vec{c} = \vec{d}_{\text{GSS}} \\ \vec{x} &= \vec{y} \times \vec{z}\end{aligned}$$

GSS = Gesamtschwerpunktssystem

Die Zerfallswinkel von  $\alpha$  sind definiert als:

$\psi$  = Azimut = Winkel zwischen x-Achse und Projektion von  $\alpha$  in die x-y Ebene.

$\vartheta$  = Polarwinkel = Winkel zwischen  $\alpha$  und der z-Achse.



Verzeichnis der Referenzen

- 1.) Übersicht über experimentelle Veröffentlichungen  
zu  $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$  und  $\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$

$P_{LAB}$  (GeV/c)

- 1.95 J.W. Chapman, L.R. Fortney, E.C. Fowler, Phys. Rev. D3 (1971), 38
- 2.3 ] W. Ko, G. Gidal, D.F. Grether, UCRL - 19779  
2.67 ] Aug. (1970), Preprint
- 2.95 ]  
3.19 ] D. Brown, G. Gidal, R.W. Birge, S.Y. Fung.  
3.53 ] W. Jackson, R.T. Poe  
3.74 ] Phys. Rev. D1 (1970), 3053  
4.08 ]
- 3.7 G.S. Abrams, K.W.J. Barnham, W.R. Butler  
D.G. Cayne, G. Goldhaber, B.H. Hall, J. MacNaughton,  
Phys. Rev. Lett. 25 (1970), 617.
- 4.0 ABBBIL - Kollaboration  
Nuovo Cimento 35 (1965), 659.
- 5.0 BDNST - Kollaboration  
Nucl. Phys. B25 (1970), 109.
- 6.95 P. Slattery, H.L. Kraybill, B. Forman, T. Ferbel,  
Nuovo Cimento A50 (1967), 377.
- 8.0 ABC - Kollaboration  
Nucl. Phys. B8 (1968), 45.
- 11.7 Dieses Experiment.
- 18.5 N.N. Biswas, N.M. Cason, M.S. Farber, J.A. Helland,  
M.J. Jones, V.P. Kenney, J.T. McCahan, J.A. Poirier,  
J.T. Powers, O.R. Sanders, W.D. Shepard,  
Phys. Rev. D2 (1970), 2529.

- 2.) Department of Physics, Durham  
Istituto di Fisica e Sezione JNFN, Genova  
II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg  
Istituto di Fisica e Sezione JNFN, Milano  
Centre d'Etudes Nucléaires, Saclay
- 3.) E. Bassler, Diplomarbeit, Hamburg (1970).
- 4.) A.H. Rosenfeld + Humphrey, Ann. Rev. of Nucl. Science, Vol. 13 (1963).
- 5.) GRIND-Manual, CERN (1967).
- 6.) H. Nagel, private Mitteilung.
- 7.) Review of Particle Properties, Phys. Lett., Aug. 1970.
- 8.) M. Walter, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin (1969).
- 9.) J.D. Jackson, Nuovo Cim. 34 (1964), Appendix, Form A 6.
- 10.) D.R.O. Morrison, Phys. Lett. 22 (1966), 528.
- 11.) A. Kotanski, K. Zalewski, Nucl. Phys. B4, 559 (1964).
- 12.) R.O. Maddock et al., DESY 71-8.
- 13.) K. Gottfried, J.D. Jackson, Nuovo Cim. 33 (1964), 309.
- 14.) J. Ader, M. Capdeville, G. Cohen-Tannoudji, Ph. Salin, Nuovo Cim. 56A (1968), 952.
- 15.) G.S. Abrams, U. Maor, Phys. Rev. Lett. 25 (1970), 621.
- 16.) D. Schildknecht, DESY 69-10.
- 17.) E. Gotsman, Phys. Rev. 186 (1969), 1543.
- 18.) A.M. Boyarski et al., SLAC-PUB-507 (1968).
- 19.) Pilkuhn, The interactions of hadrons, (1967).

Tabelle 1

Massenauflösung

$\Gamma_n$  = volle Halbwertsbreite der Massenauflösuingsfunktion

$\langle s \rangle = \frac{1}{n} \sum s_i$  = Erwartungswert des Fehlers für n Ereignisse,  
 $s_i$  Fehler der i-ten Masse.

$\pi^+ p \pi^+ \pi^-$  -Kanal

Resonanzgebiet (in GeV)	$\Gamma_n$ (MeV)	$\langle s \rangle$ (MeV)	Anzahl der Ereignisse
$\Delta^{++} : 1.12 < M(\pi_1^+ p) < 1.36$	11.0	6.0	664
$\rho^0 : 0.65 < M(\pi_2^+ \pi^-) < 0.90$	16.0	8.0	626
$f : 1.18 < M(\pi_2^+ \pi^-) < 1.34$	26.0	13.0	140
A1-A2 : $1.02 < M(\pi^+ \pi^+ \pi^0) < 1.34$	21.0	10.0	304
A3 : $1.59 < M(\pi^+ \pi^+ \pi^-) < 1.69$	30.0	14.0	94

$\pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0$  -Kanal

Resonanzgebiet (in GeV)	$\Gamma_n$ (MeV)	$\langle s \rangle$ (MeV)	Anzahl der Ereignisse
$\Delta^{++} : 1.12 < M(\pi_1^+ p) < 1.36$	13.0	9.0	729
$\eta : 0.44 < M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0) < 0.60$	21.0	14.0	24
$\omega : 0.71 < M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0) < 0.82$	27.0	22.0	111
"1000" : $0.90 < M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0) < 1.06$	33.0	34.0	142
B : $1.12 < M(\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0) < 1.34$	32.0	25.0	54

Differentieller Wirkungsquerschnitt  $d\sigma/dt$  und  $d\sigma/dt'$  für  $\omega\Delta^{++}$

bzw. $t' = t - t_{\min}$ (GeV <sup>2</sup> )	$\frac{d\sigma}{dt}$ ( $\mu\text{b GeV}^{-2}$ )	$\frac{d\sigma}{dt'}$ ( $\mu\text{b GeV}^{-2}$ )
0.0 - 0.06	38 $\pm$ 12	84 $\pm$ 22
0.06 - 0.12	102 $\pm$ 21	168 $\pm$ 32
0.12 - 0.18	179 $\pm$ 25	168 $\pm$ 32
0.18 - 0.26	101 $\pm$ 18	94 $\pm$ 20
0.26 - 0.34	124 $\pm$ 20	108 $\pm$ 22
0.34 - 0.42	96 $\pm$ 17	72 $\pm$ 18
0.42 - 0.50	57 $\pm$ 14	58 $\pm$ 16
0.50 - 0.60	18 $\pm$ 7.2	11 $\pm$ 5.8
0.60 - 0.70	32 $\pm$ 7.7	24 $\pm$ 12
0.70 - 0.80	12 $\pm$ 5.9	11 $\pm$ 6.2
0.60 - 0.80	22 $\pm$ 7.2	18 $\pm$ 6.2
0.80 - 1.50	6.6 $\pm$ 4.5	5.1 $\pm$ 1.6

Tabelle 3 Spindichtmatrixelemente für  $\omega \Delta^{++}$

t GeV <sup>2</sup>	0.0-0.15	0.15-0.30	0.30-0.40	0.40-0.60	0.60-1.50	0.0-0.6
33	0.19+0.07	0.18+0.07	0.37+0.04	0.32+0.11	0.26+0.11	0.25+0.04
31	0.09+0.06	-0.06+0.08	-0.15+0.02	-0.24+0.16	0.02+0.13	-0.15+0.05
3-1	0.03+0.08	-0.05+0.08	0.18+0.09	-0.19+0.10	0.16+0.08	0.05+0.05
10	0.44+0.10	0.37+0.12	0.24+0.10	0.17+0.07	0.30+0.15	0.34+0.06
1-1	-0.16+0.04	-0.03+0.06	-0.10+0.03	-0.16+0.06	-0.10+0.06	-0.11+0.03
	0.18+0.02	0.35+0.14	0.24+0.08	-0.07+0.16	0.08+0.13	0.21+0.05

Jacksonsystem

33	0.05+0.07	0.17+0.07	0.26+0.09	-0.07+0.23	0.37+0.03	0.10+0.03
31	0.01+0.08	0.04+0.08	0.04+0.08	0.005+0.13	0.01+0.12	0.03+0.06
3-1	0.11+0.03	-0.04+0.08	0.24+0.14	0.04 +0.09	0.10+0.10	0.11+0.06
10	0.52+0.09	0.07+0.09	0.19+0.09	0.47+0.16	0.14+0.08	0.30+0.05
1-1	0.09+0.03	0.11+0.03	0.12+0.03	0.20+0.10	0.09+0.07	0.09+0.03
Nr. der Ereignisse	47	46	32	21	21	145

Helizitätssystem

Abbildungsverzeichnis

Für die Resonanzen  $\eta, \omega, \Delta^{++}$  gelten folgende Massenbänder:

$$\begin{aligned} 0.53 \text{ GeV} < M(\eta) < 0.58 \text{ GeV} \\ 0.74 \text{ GeV} < M(\omega) < 0.85 \text{ GeV} \\ 1.13 \text{ GeV} < M(\Delta^{++}) < 1.34 \text{ GeV}. \end{aligned}$$

- Abb. 1 Histogramme der Fehler der effektiven Massen für verschiedene Resonanzgebiete (siehe Tabelle 1).
- Abb. 2 Massenauflösungsfunktionen zu den in Abb. 1 gezeigten Fehlerverteilungen.
- Abb. 3  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$  für Hypothesen, die durch die Kanalreinigung verworfen worden sind.
- Abb. 4a)  $M(\pi_1^+ \rho)$   
Die schraffierte Verteilung zeigt die Kombination  $M(\pi_2^+ \rho)$ . Die Kurve ist eine Breit-Wigner Anpassung.  
 $\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 7.4/10$
- 4b)  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$   
Die Kurve ist eine Anpassung einer Breit-Wigner-Funktion gefaltet mit einer Gauß-Funktion ( $\sigma = 20 \text{ MeV}$ )  
 $\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 12.2/14$
- Abb. 5  $M(\pi_1^+ \rho)$  gegen  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$   
mit  $\cos \theta^* < 0$  für  $\pi_1^+$  und  $\rho$   
und  $\cos \theta^* > 0$  für  $\pi_2^+, \pi^-$  und  $\pi^0$ .  
1422 Ereignisse
- Abb. 6  $M(\pi_1^+ \rho)$  gegen  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$   
Alle Ereignisse, die nicht die Bedingungen von Abb. 5 erfüllen.
- Abb. 7a)  $M(\pi_1^+ \rho)$ , Projektion aus dem  $\omega$ -Band.  
Die dunklen Felder sind Ereignisse, die die  $\cos \theta^*$ -Bedingungen, wie sie in Abb. 5 beschrieben sind, nicht erfüllen.  
Die Kurve ist eine Breit-Wigner-Anpassung.  
 $\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 3.2/5$ .
- 7b)  $M(\pi_2^+ \pi^- \pi^0)$ , Projektion aus dem  $\Delta^{++}$ -Band.  
 $\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 6.0/7$ .

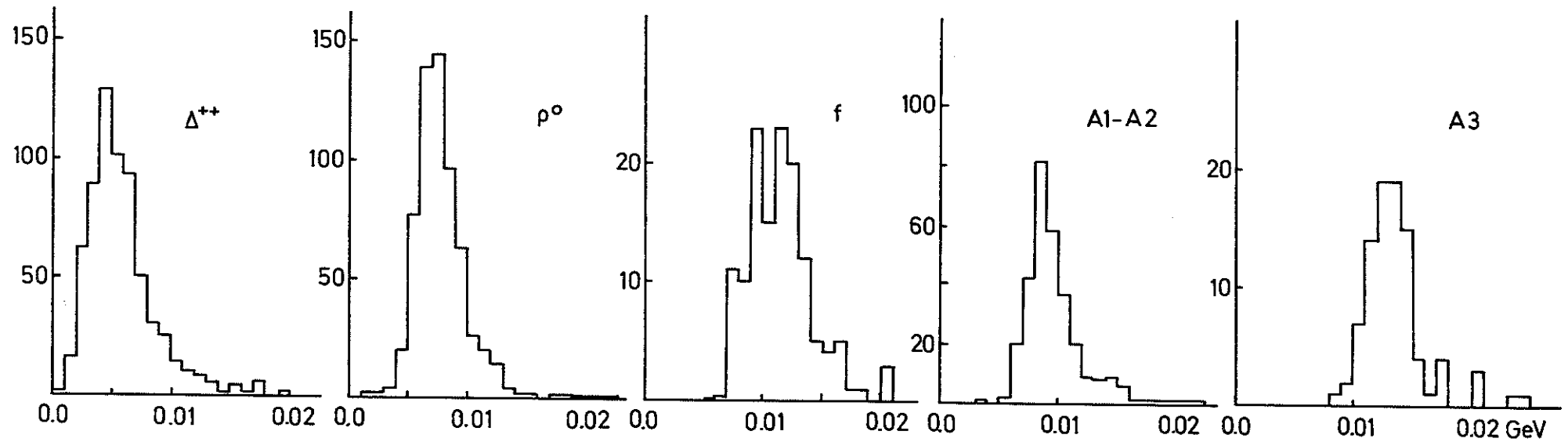
- Abb. 8a)  $\sigma(\pi^+p \rightarrow \eta \Delta^{++})$  als Funktion des Laborimpulses  
(nach Ref. 1).  
Die durchgezogene Linie ist die Funktion  $\sigma(p_{Lab}) = 0.64 \text{ (mb)} \cdot p_{Lab}^{-1.3}$ .
- 8b)  $\sigma(\pi^+p \rightarrow \omega \Delta^{++})$  als Funktion des Laborimpulses.  
Die durchgezogene Linie ist die Funktion  $\sigma(p) = 5.4 \text{ (mb)} \cdot p^{-1.9}$   
† nur Überlappungsgebiet  
† mit Ausläufern der Breit-Wigner-Funktionen für
- Abb. 9  $d\sigma/dt(\omega \Delta^{++})$  mit Anpassungen von  $e^{-at}$ . Bei der durchgezogenen Linie werden  $t = 0.24 \text{ GeV}^2$  und  $t = 0.55 \text{ GeV}^2$  nicht benutzt.
- Abb. 10  $d\sigma/dt'$ ,  $t' = t - t_{\min}$  bei  $p_{Lab} = 8 \text{ GeV/c}$ ,  
 $p_{Lab} = 11.7 \text{ GeV/c}$  (dieses Experiment) und  $p_{Lab} = 18.5 \text{ GeV/c}$ .
- Abb. 11 Spindichtematrixelemente des  $\Delta^{++}$  und  $\omega$  im Jacksonsystem für Ereignisse des Überlappungsbereichs.  
Zum Vergleich auch für  $p_{Lab} = 8 \text{ GeV/c}$  und  $p_{Lab} = 18.5 \text{ GeV/c}$ .
- Abb. 12 Analog Abb. 11, aber im Helizitätssystem und nur für dieses Experiment.
- Abb. 13  $\cos\psi$  - und  $\psi$ -Winkel-Verteilungen für  $\Delta^{++}$  und  $\omega$  im Jacksonsystem für  $t < 0.6 \text{ GeV}^2$ . 145 Ereignisse.  
Die eingezeichneten Kurven sind die theoretischen Vorhersagen nach den Formeln (4.7) und (4.8).
- Abb. 14 Analog Abb. 13, aber im Helizitätssystem.
- Abb. 15  $\sigma_1^+(\omega)$  und  $\sigma_1^-(\omega)$ , Vergleich mit  $p_{Lab} = 8 \text{ GeV/c}$ .
- Abb. 16  $\sigma_0^- = \rho_{00} d\sigma/dt(\omega \Delta^{++})$ ,  $\rho_{00}$  im Jacksonsystem.  
Die Kurve ist eine  $\chi^2$ -Anpassung nach dem Mesonaustauschmodell gemäß Kap. IV c.  
 $\chi^2/\text{Freiheitsgraden} = 3.2/7$ .
- Abb. 17 Quarkrelationen, Typ A im Helizitätssystem für das  $\omega \Delta^{++}$ -Überlappungsgebiet.  
† linke Seite, † rechte Seite der Gleichung.
- Abb. 18 Vektordominanzvorhersage für  $d\sigma/dt'(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ .  
Die Grenzen für maximale bzw. minimale  $\rho$ - $\omega$  Interferenz sind angegeben.  
Die durchgezogene Linie für die experimentellen  $\gamma p$ -Daten dient nur zur Orientierung.

- Abb. 19a)  $M(\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0)$  mit  $0.74 \text{ GeV} < M(\pi^+\pi^-\pi^0) < 0.85 \text{ GeV}$   
für beide  $\pi^+$  Kombinationen.  
Für die schraffierte Verteilung gilt zusätzlich  
 $t(\pi_{in}^+ \rightarrow \omega) < 1.0 \text{ GeV}^2$ . Die Kurve ist eine Breit-  
Wigner-Anpassung mit  $\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 5.7 / 4$ .
- 19b)  $\sigma(\rho \mathcal{B}^+)$  für verschiedene Laborimpulse.



# Fehler der effektiven Massen

$\pi^+\rho\pi^+\pi^-$  Kanal



$\pi^+\rho\pi^+\pi^-\pi^0$  Kanal

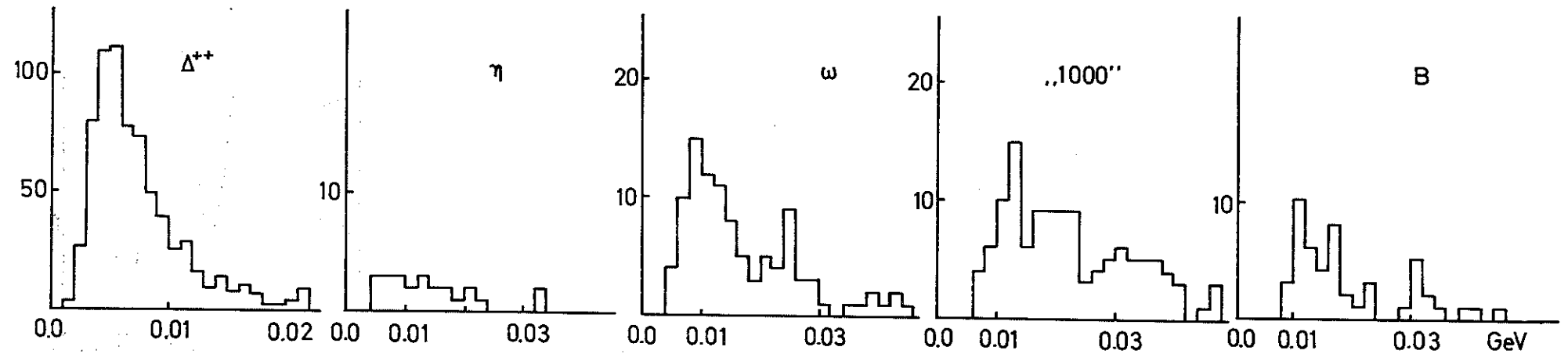
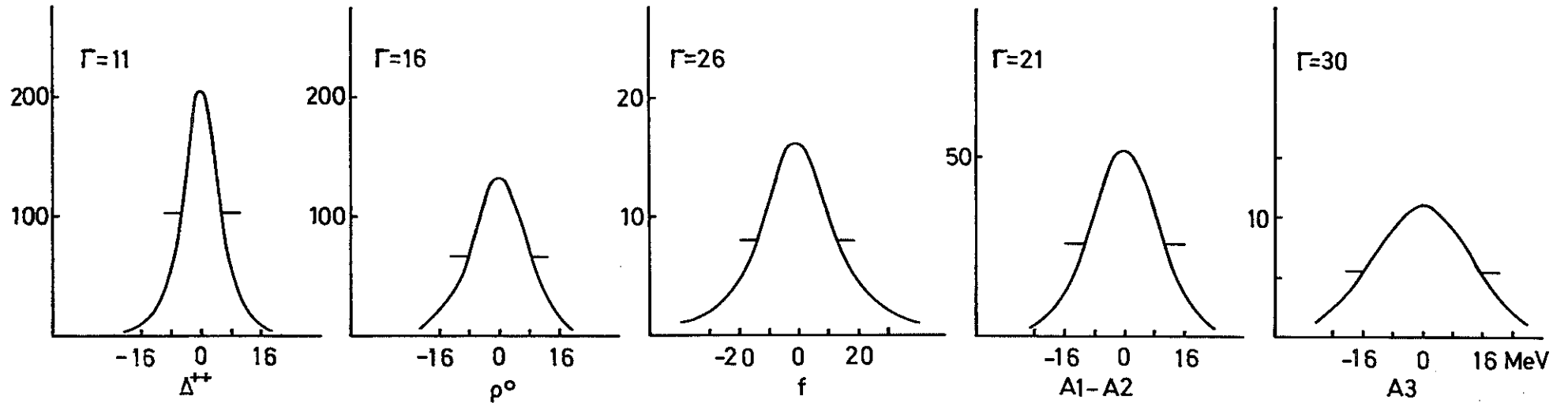


Abb.1

# Massenauflösungsfunktionen

$\pi^+ \rho \pi^+ \pi^-$  Kanal

( $\Gamma$  in MeV)



$\pi^+ \rho \pi^+ \pi^- \pi^0$  Kanal

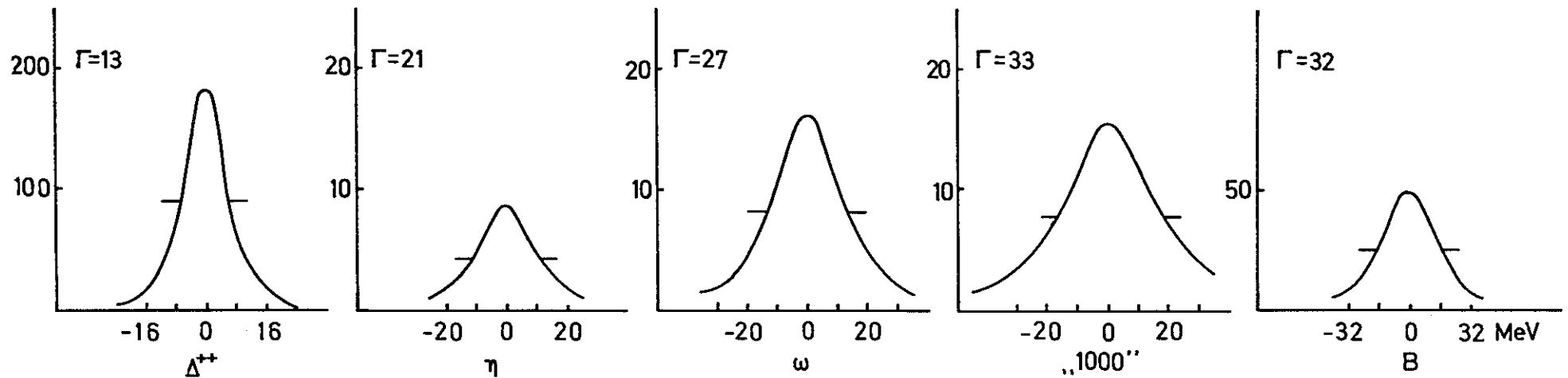


Abb.2

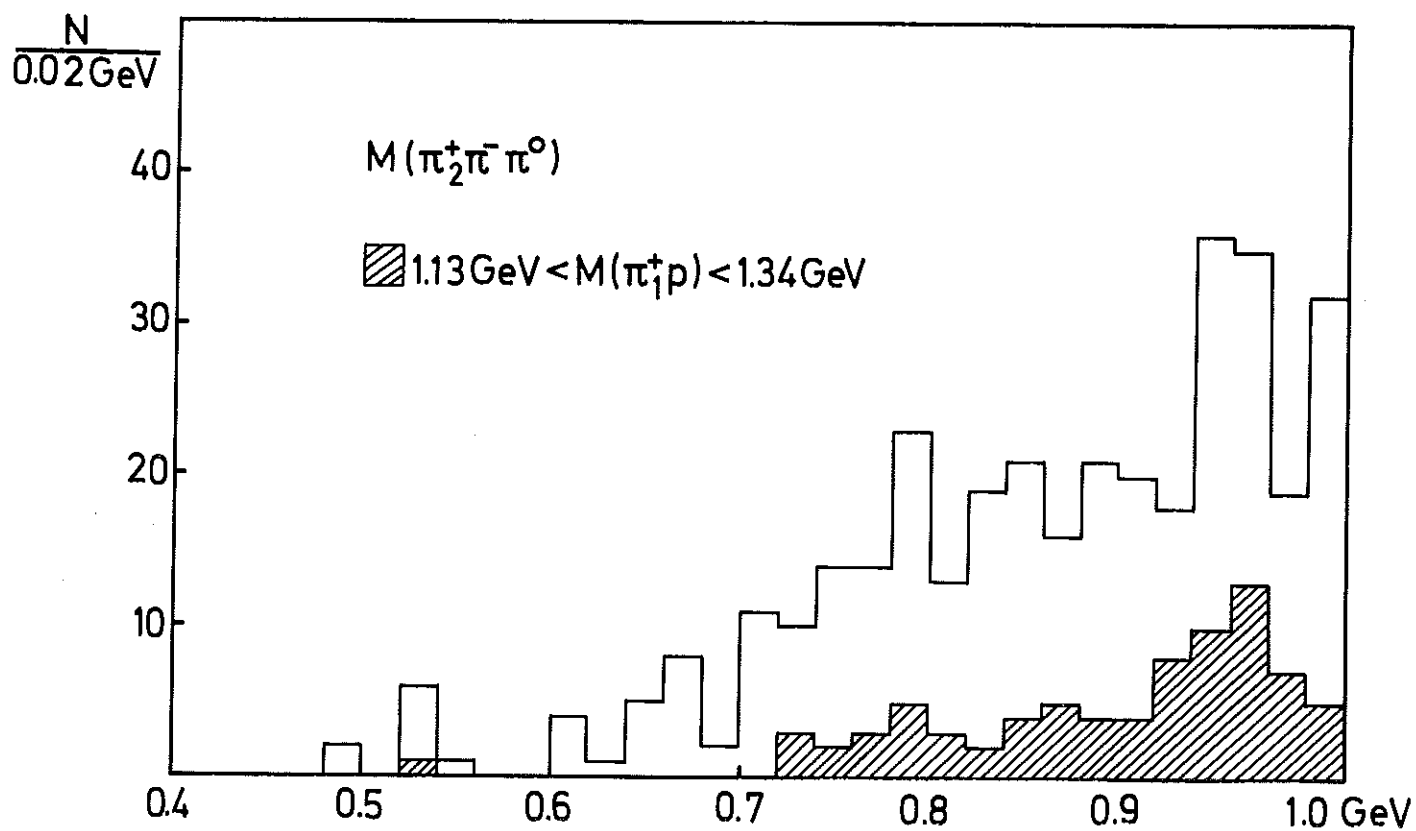


Abb. 3

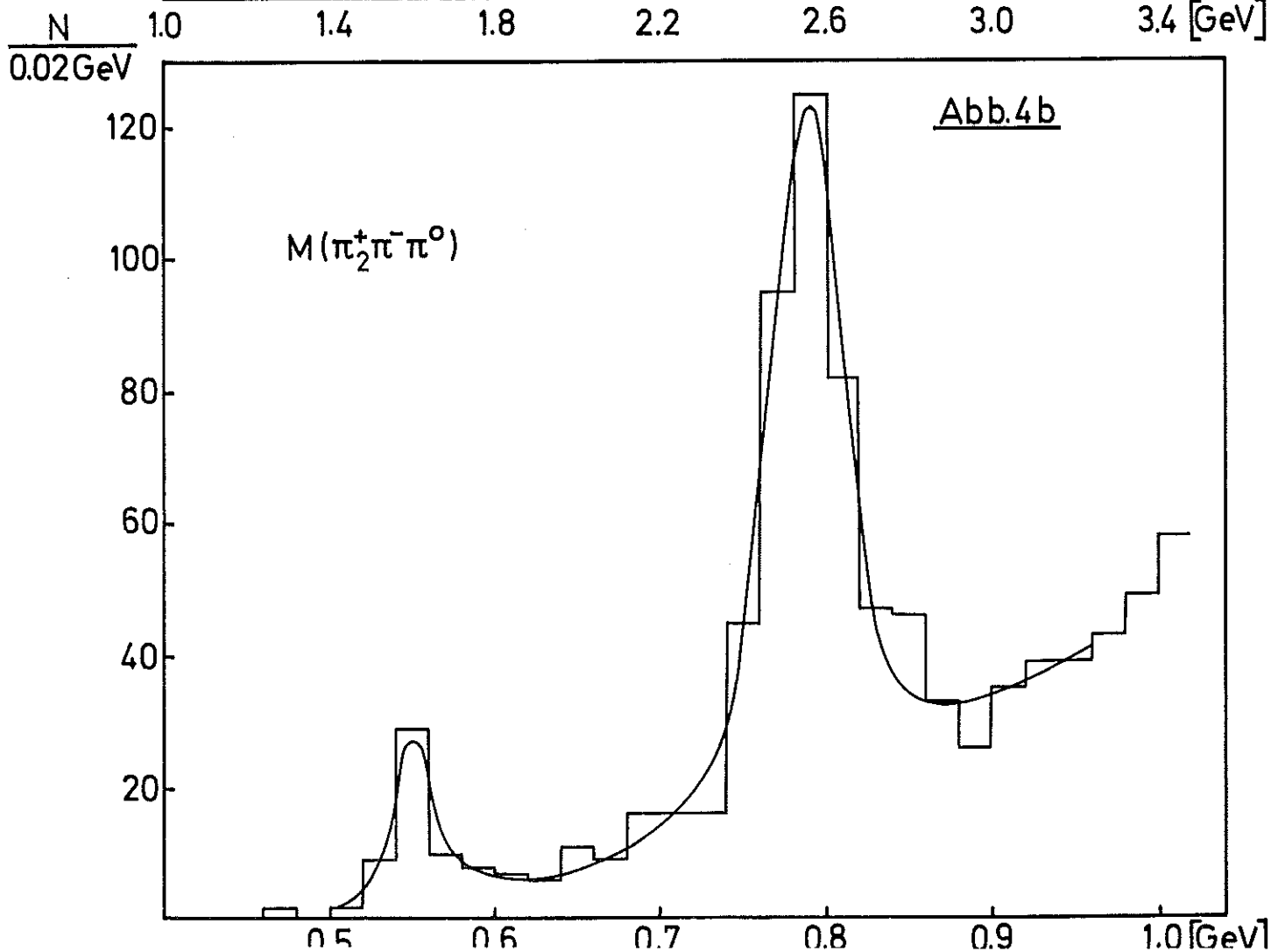
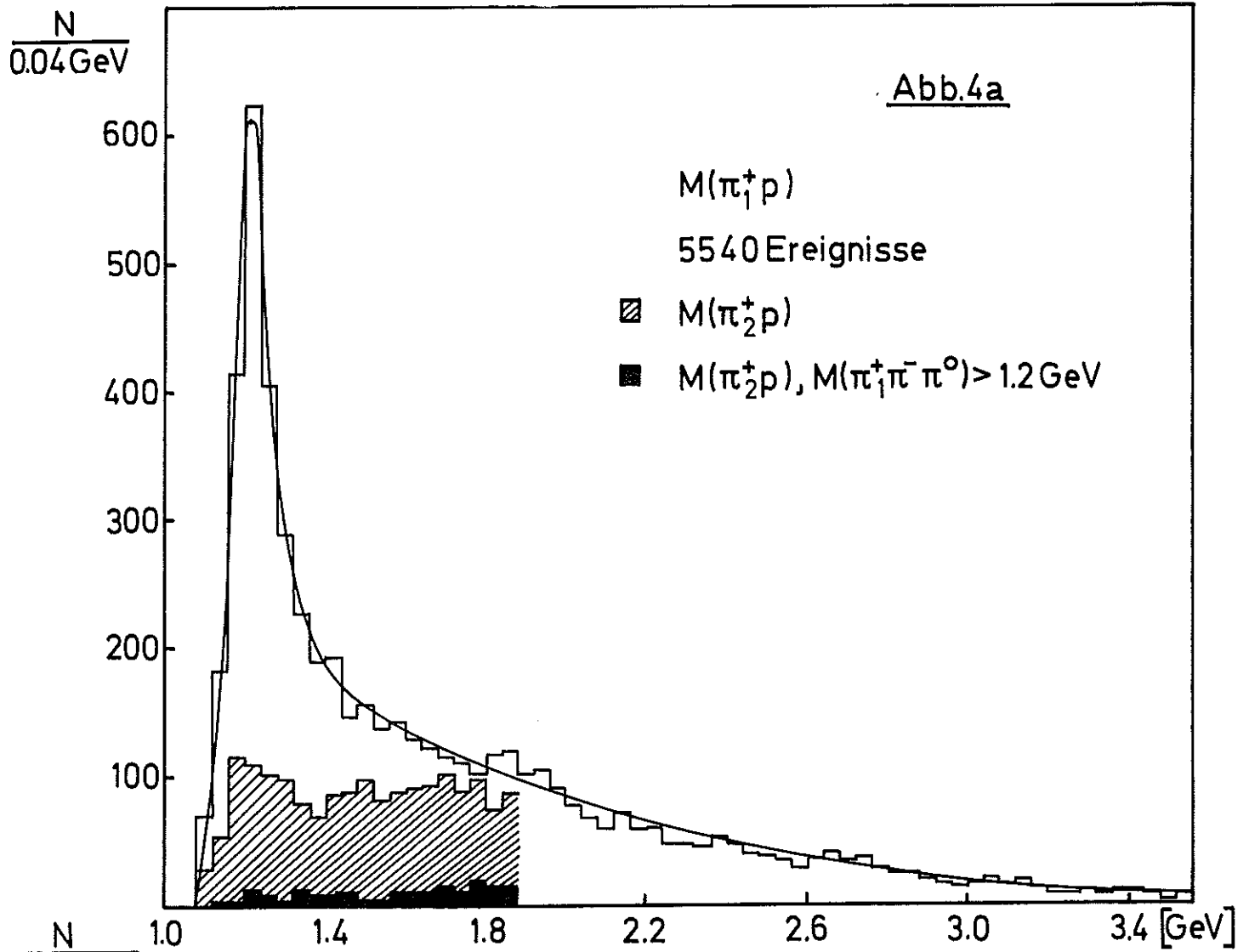
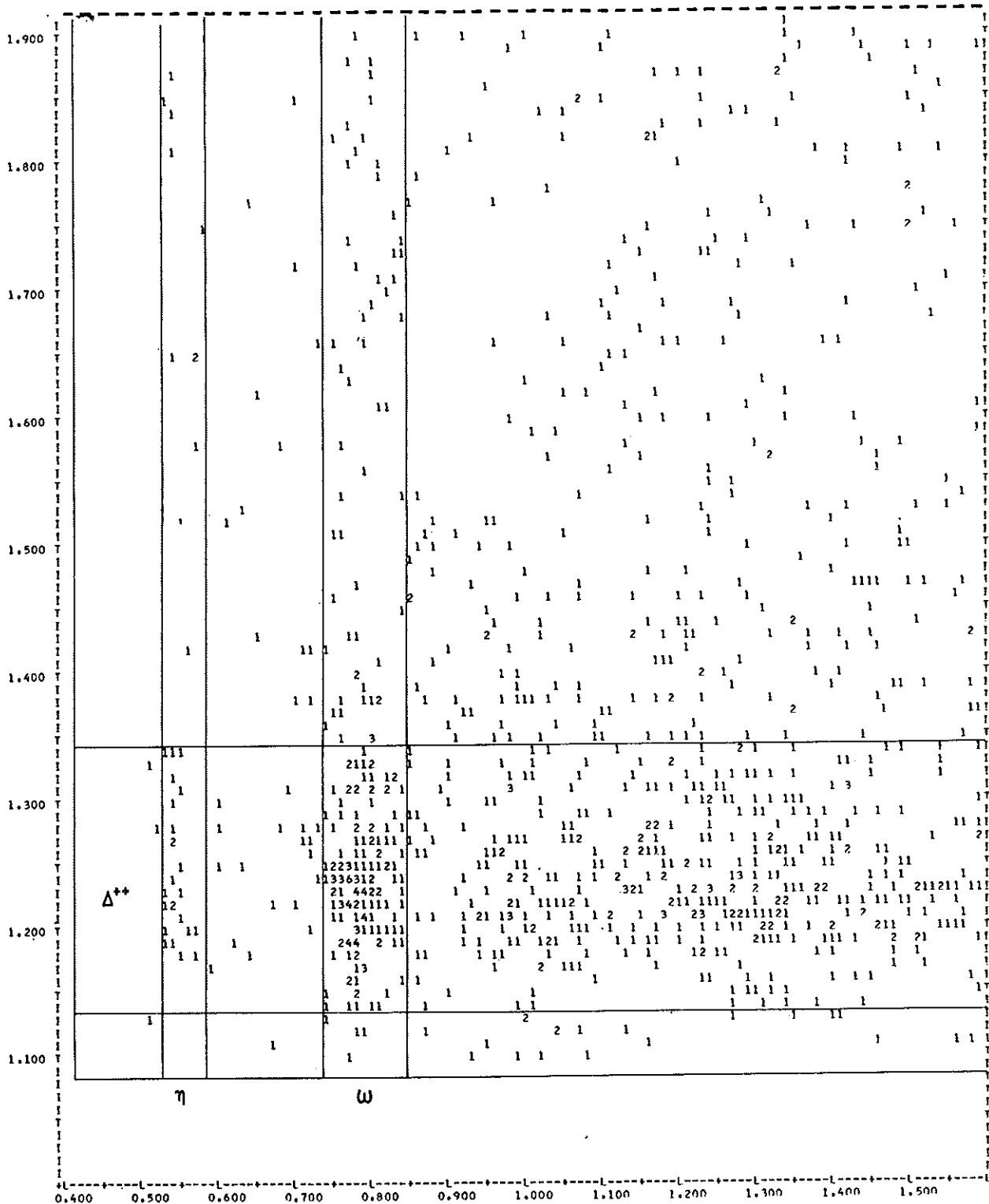
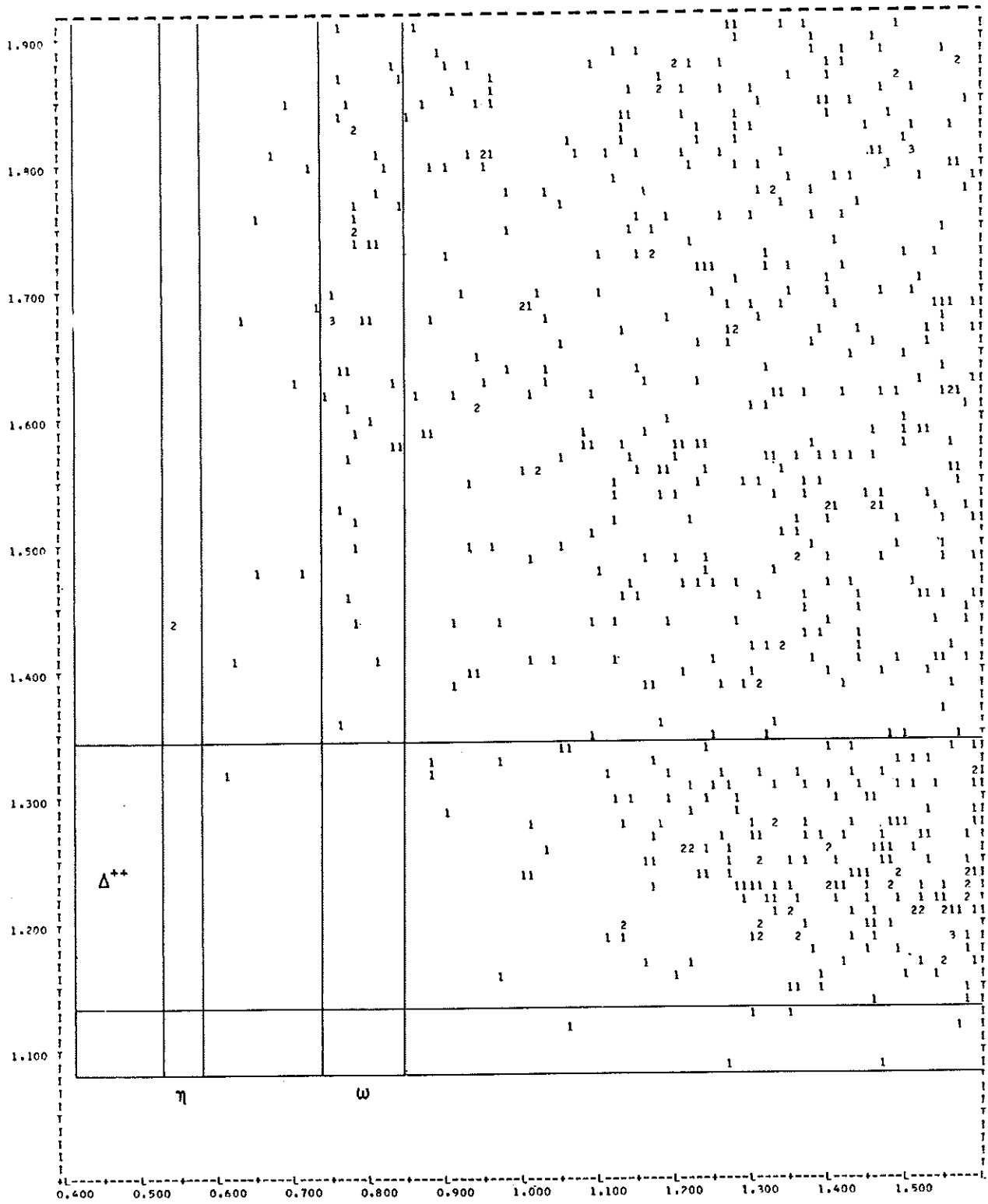


Abb.5

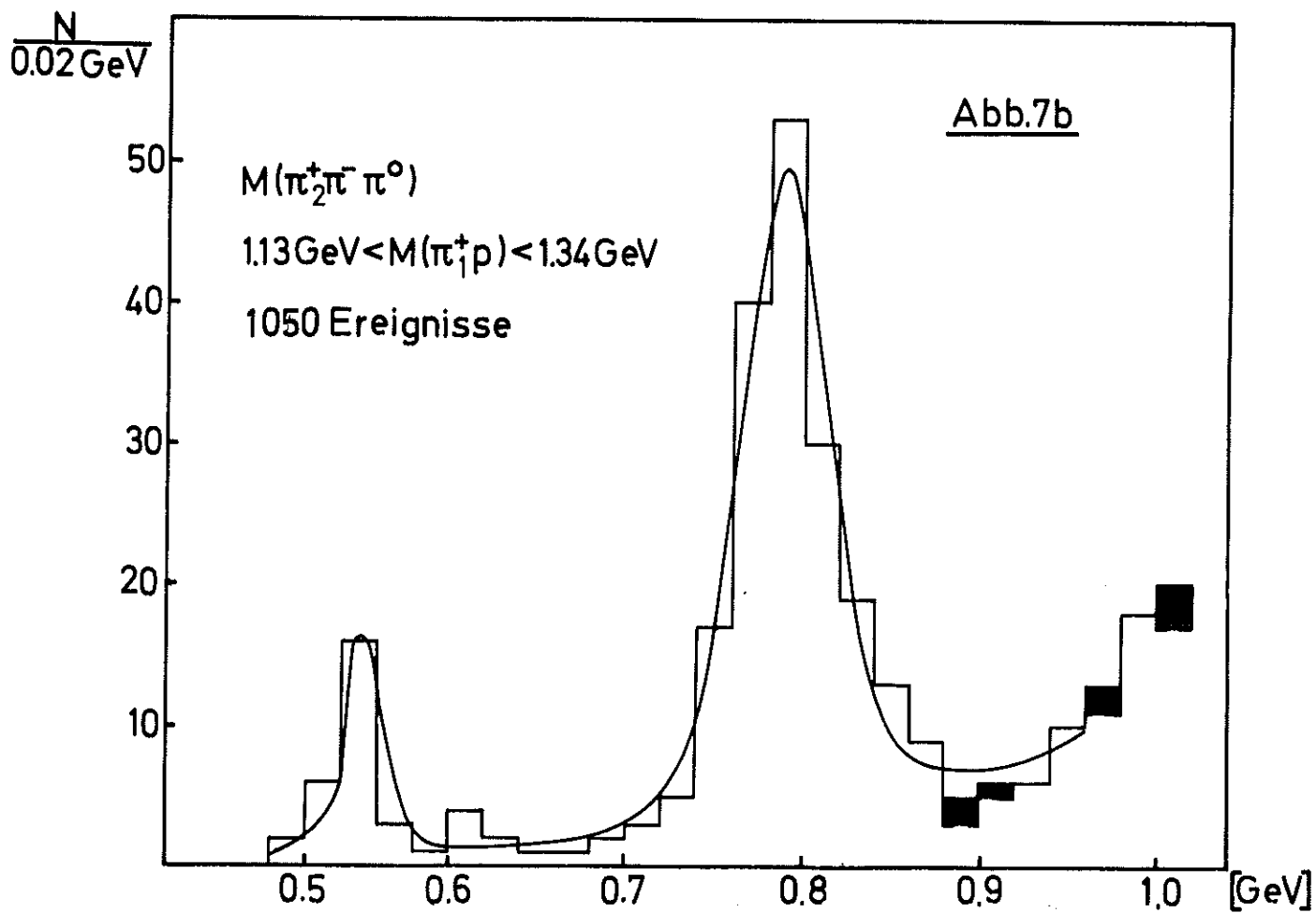
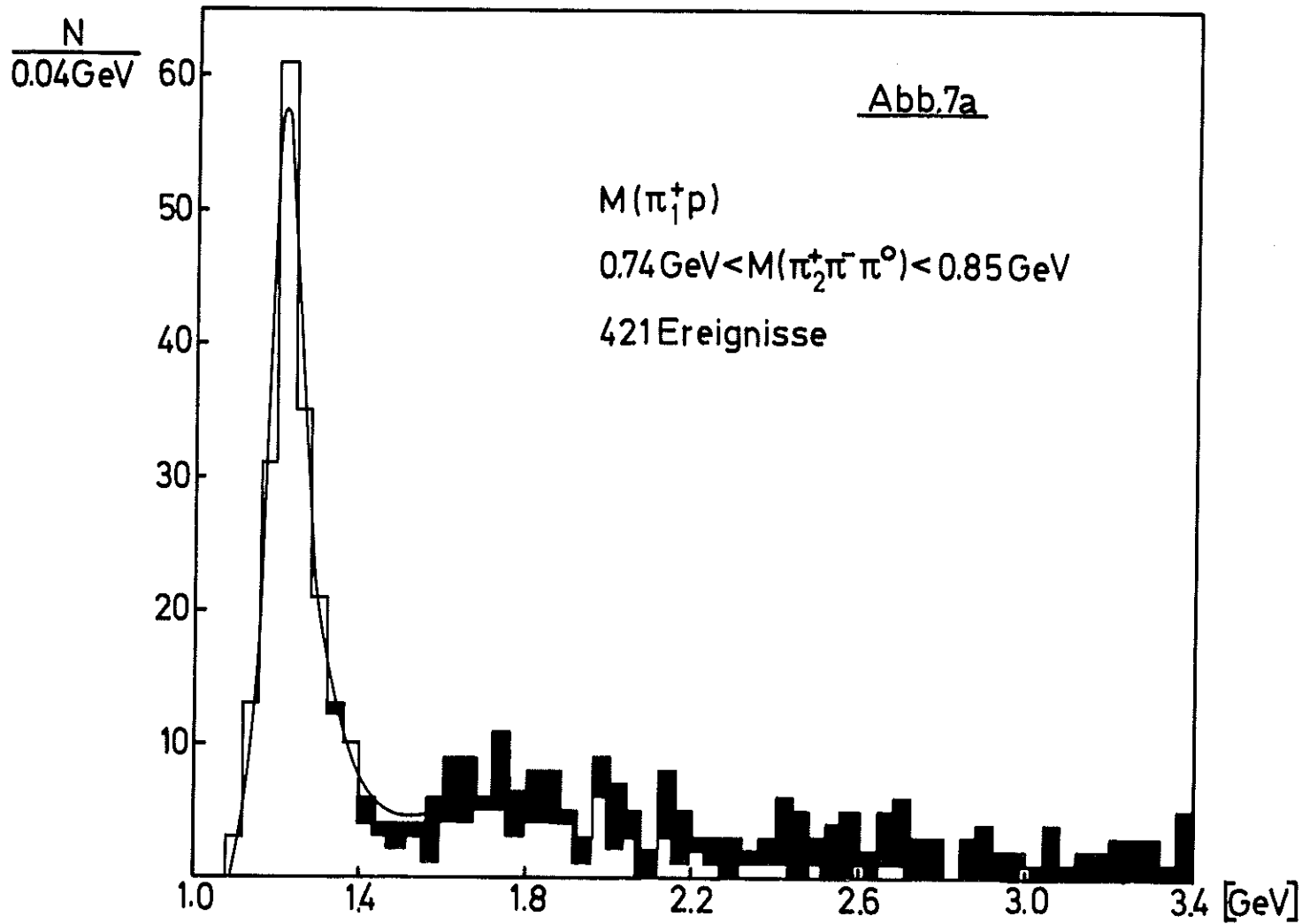


$M(\pi^+\pi^-)$  [GeV] gegen  $M(\pi^+\pi^-\pi^0)$  [GeV].

Abb.6



$M(\pi^+\pi^-)$  [GeV] gegen  $M(\pi^+\pi^-\pi^0)$  [GeV]



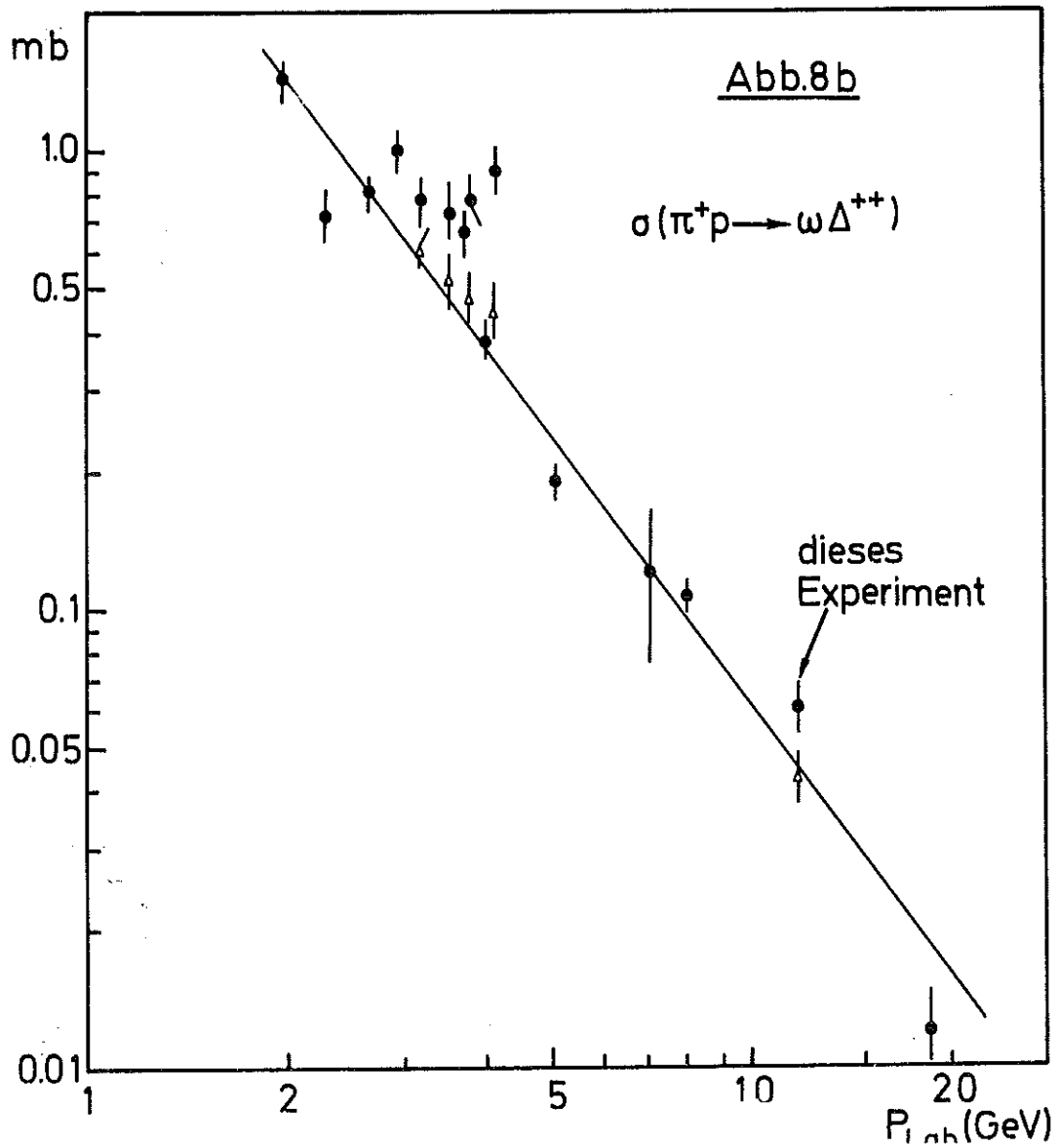
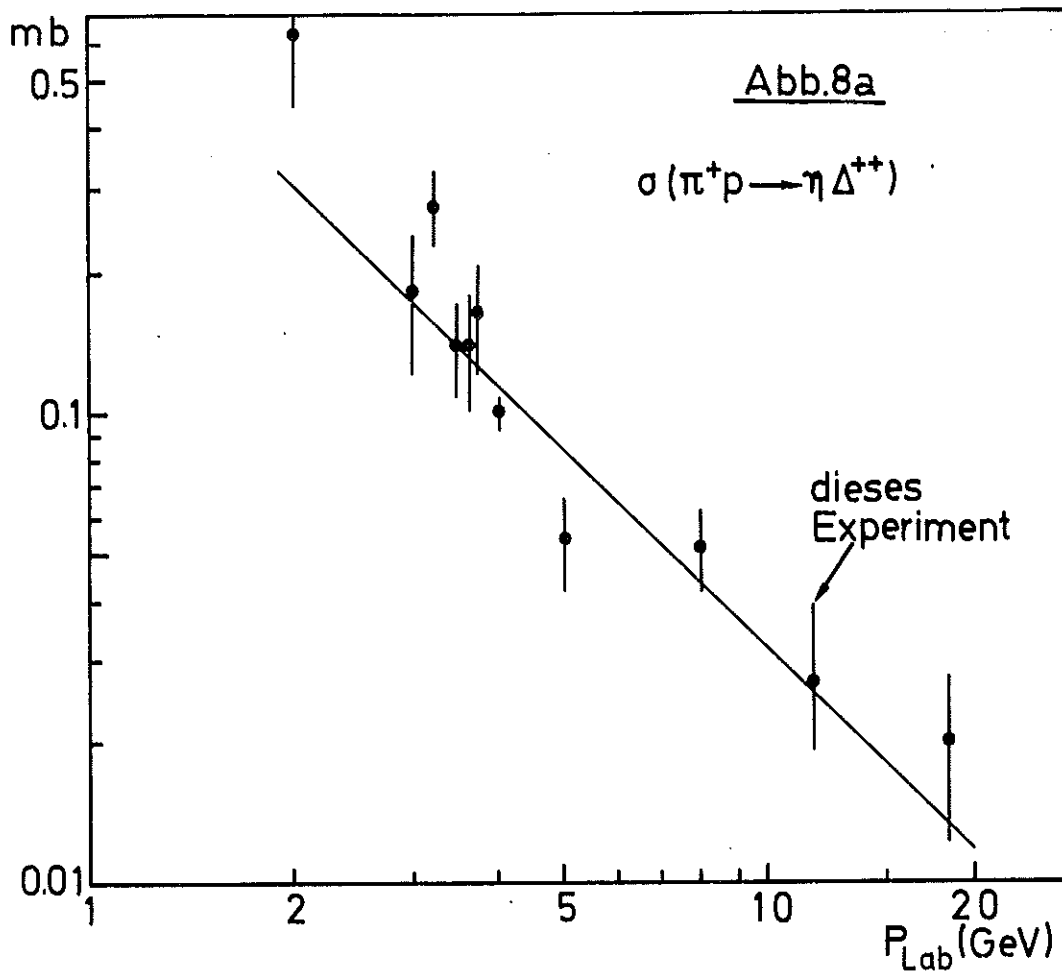
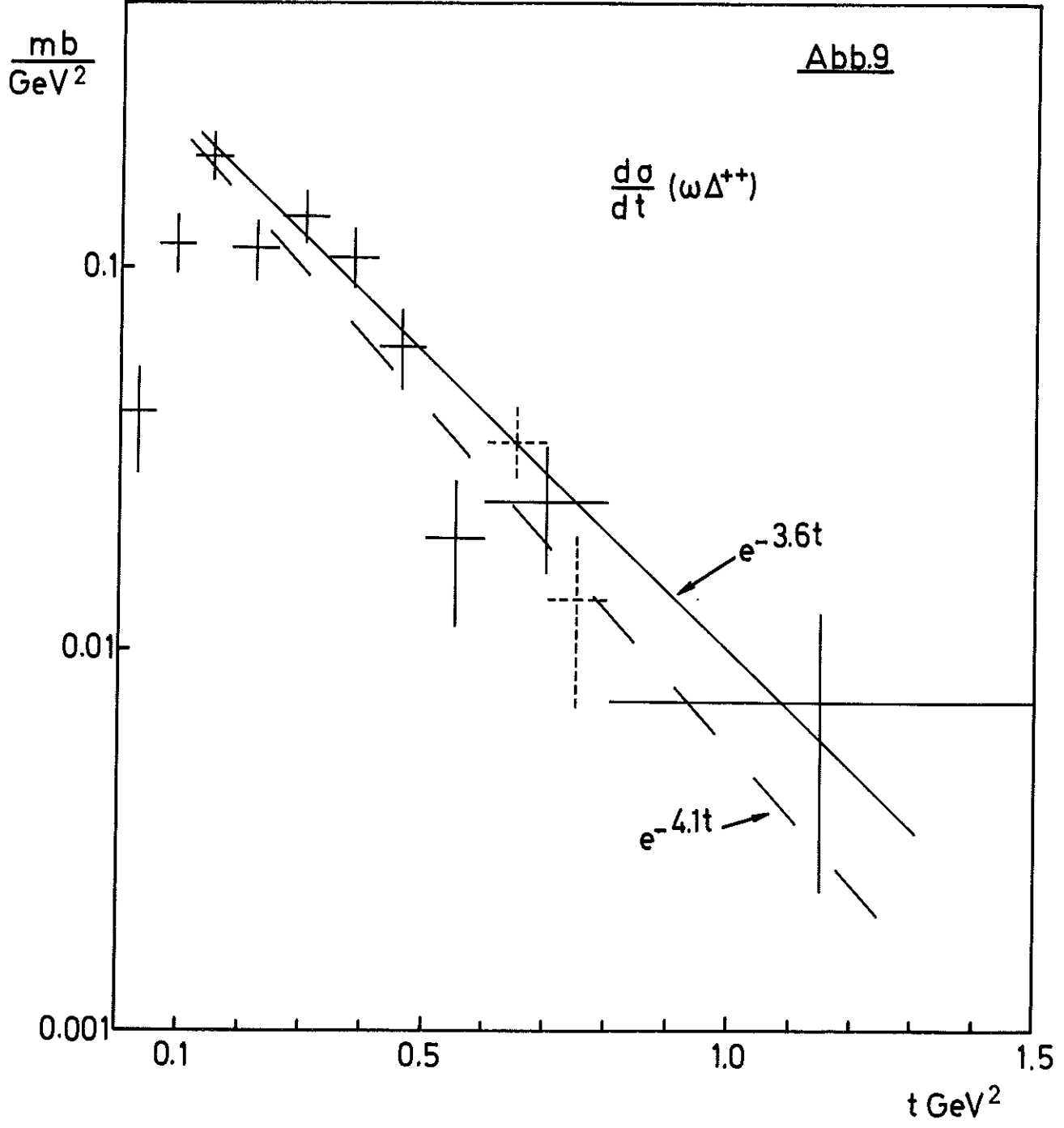




Abb.9



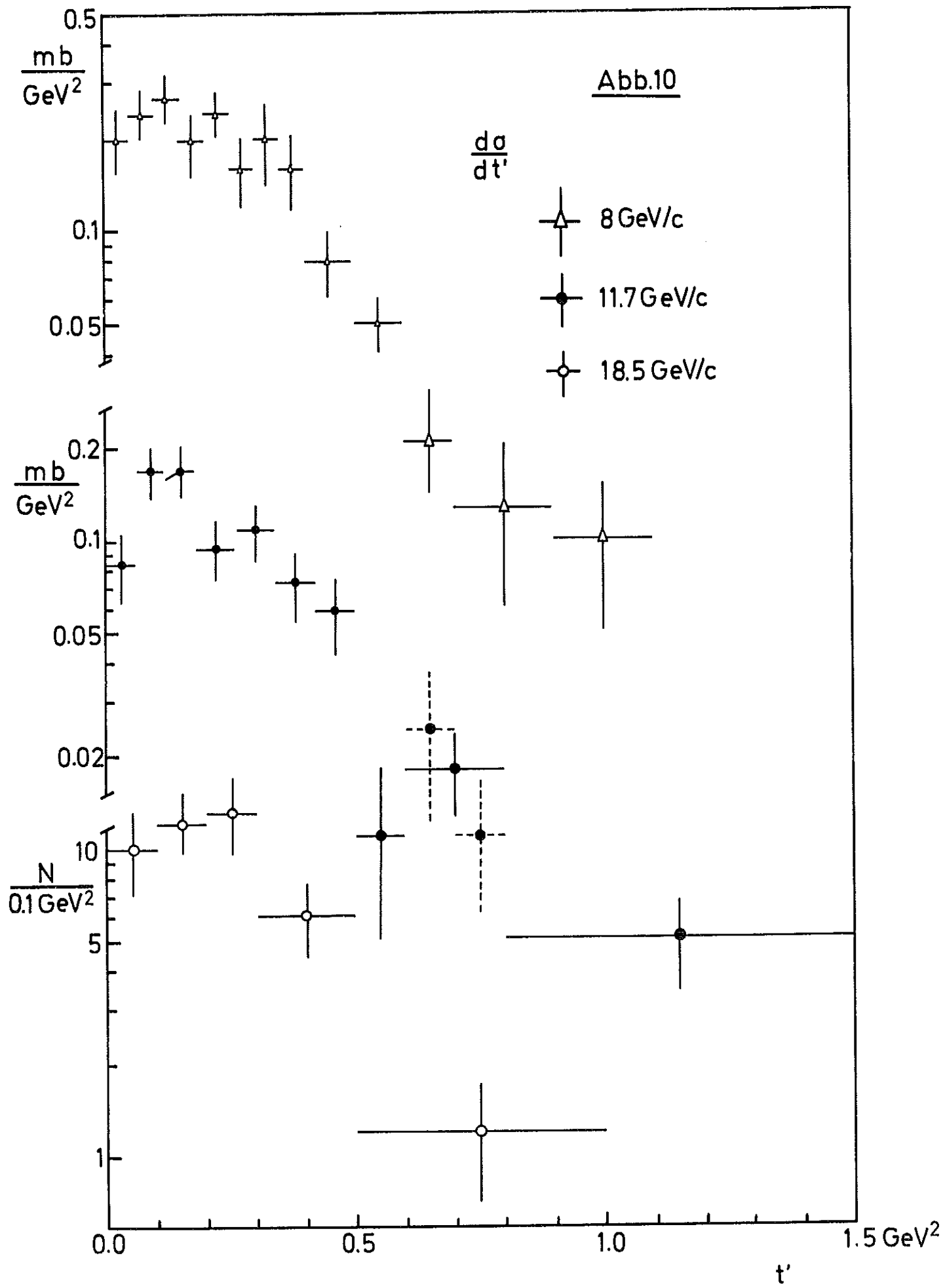
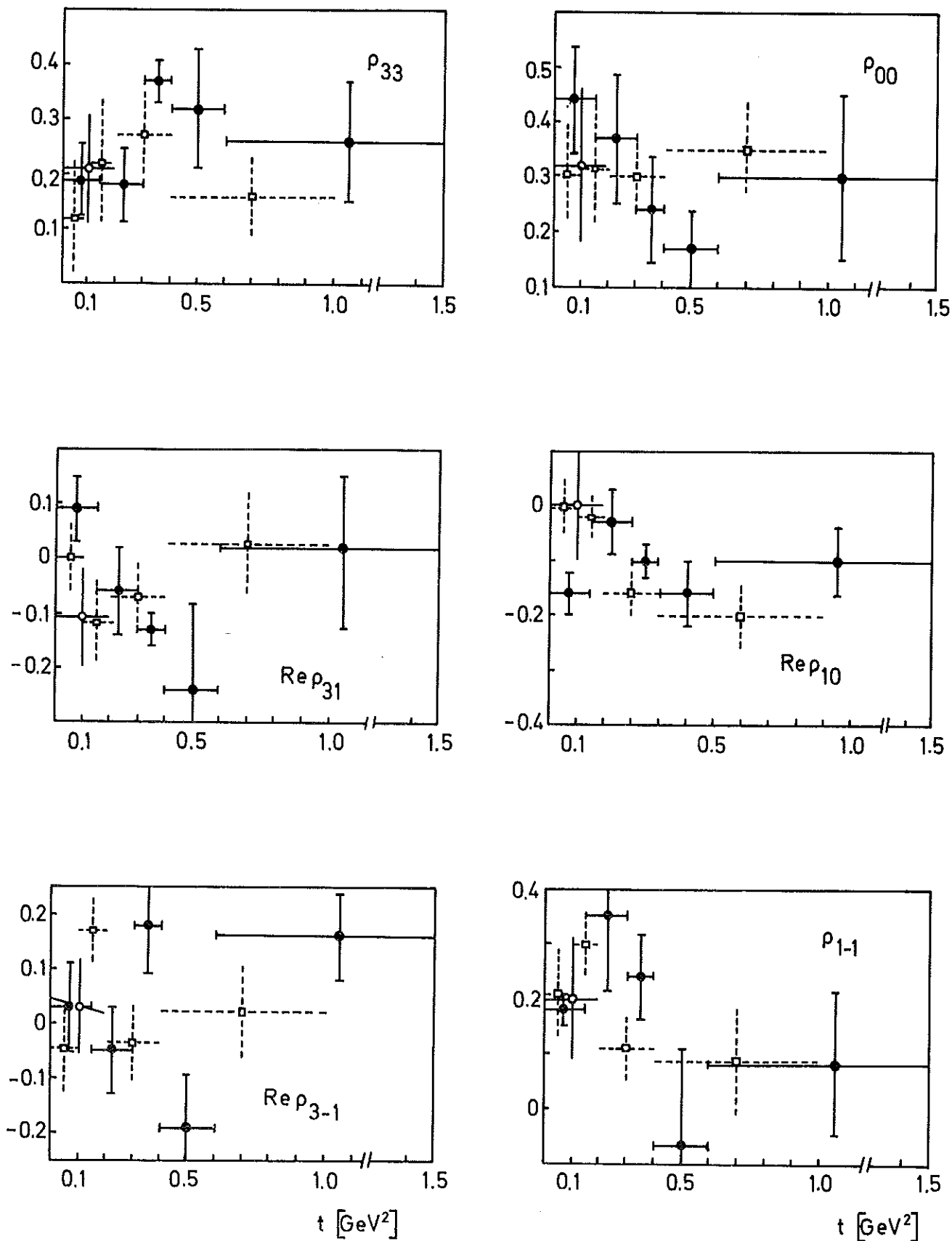


Abb.11

Dichtematrix-Elemente im Jacksonsystem

● dieses Experiment, □ 8 GeV/c, ○ 18.5 GeV/c



Dichtematrix-Elemente im Helizitätssystem

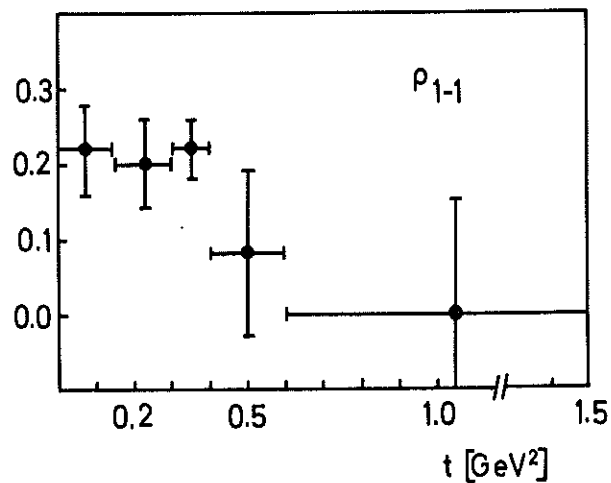
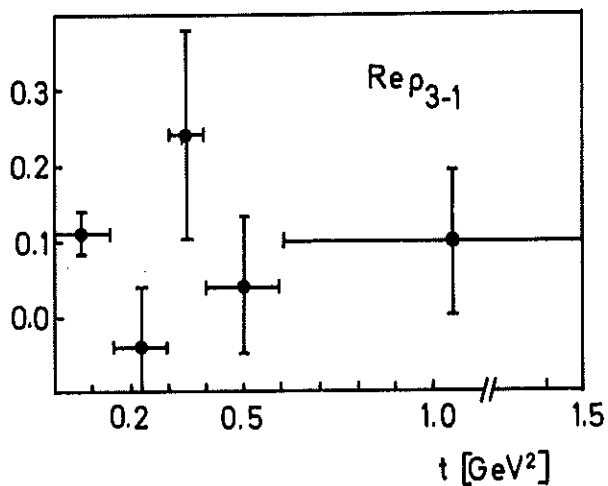
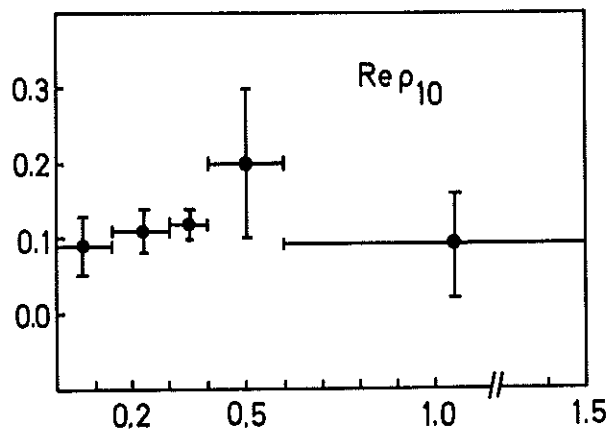
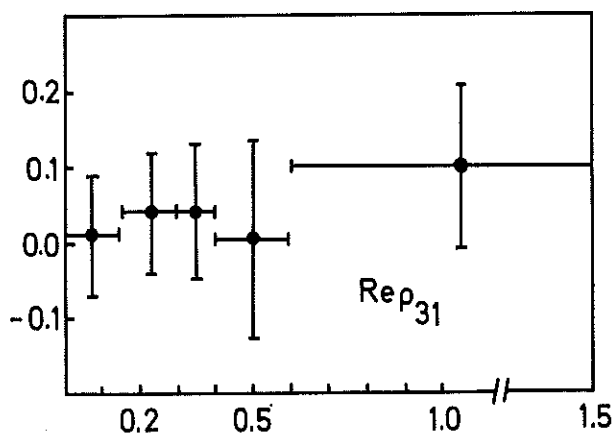
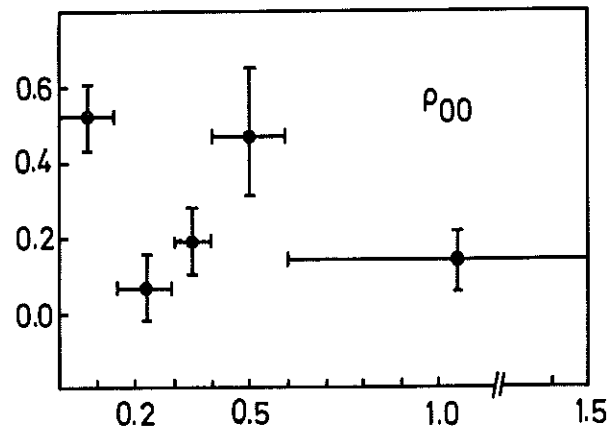
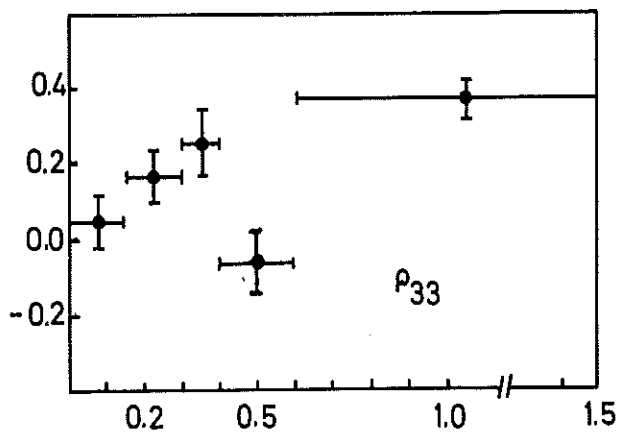
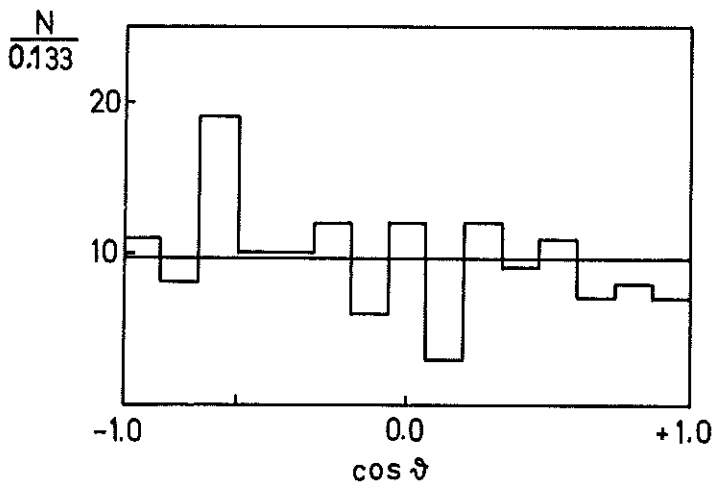


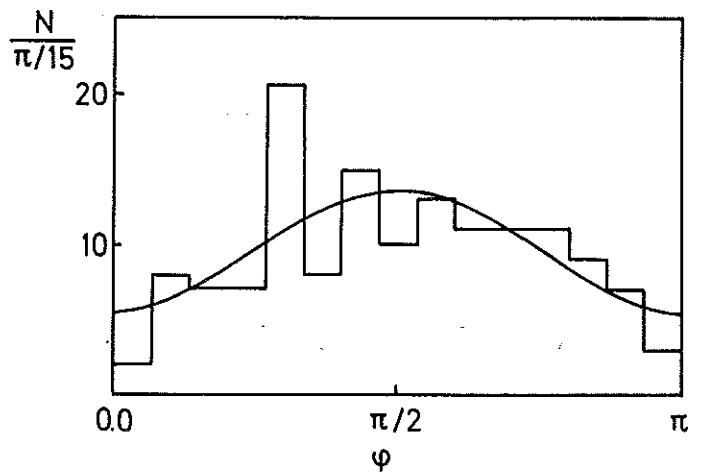
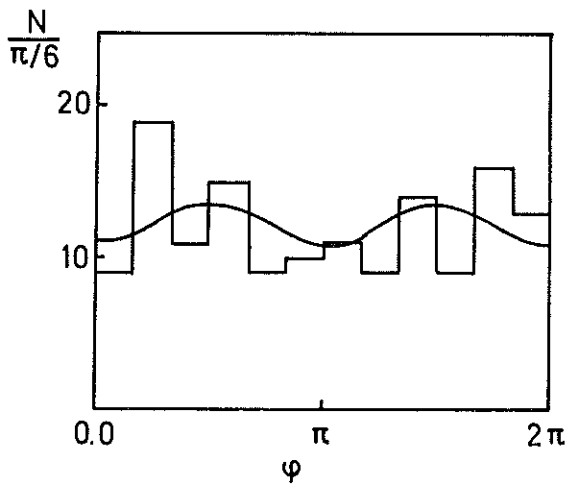
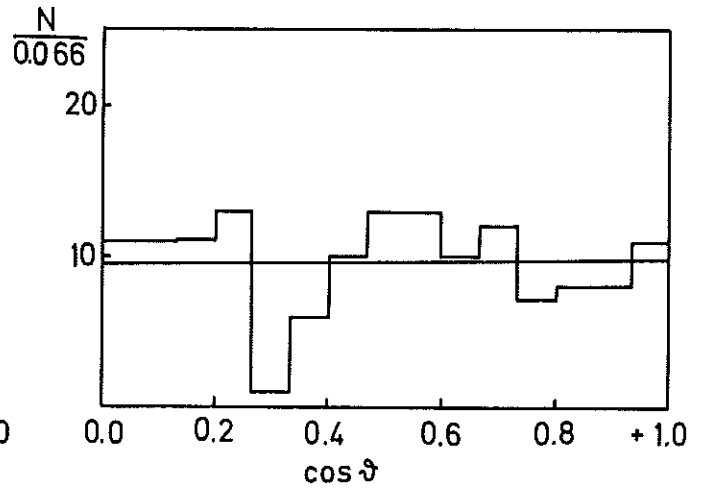
Abb.13

### Winkelverteilungen im Jacksonsystem

$\Delta^{++}$ -Vertex

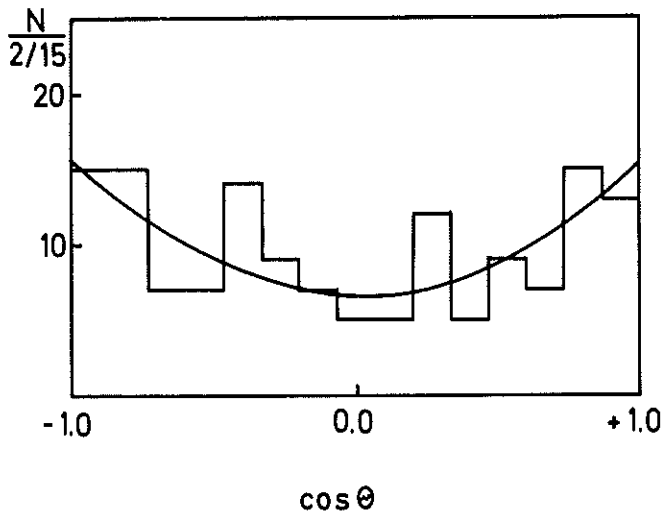


$\omega$ -Vertex



Winkelverteilungen im Helizitätssystem

$\Delta^{++}$ -Vertex



$\omega$ -Vertex

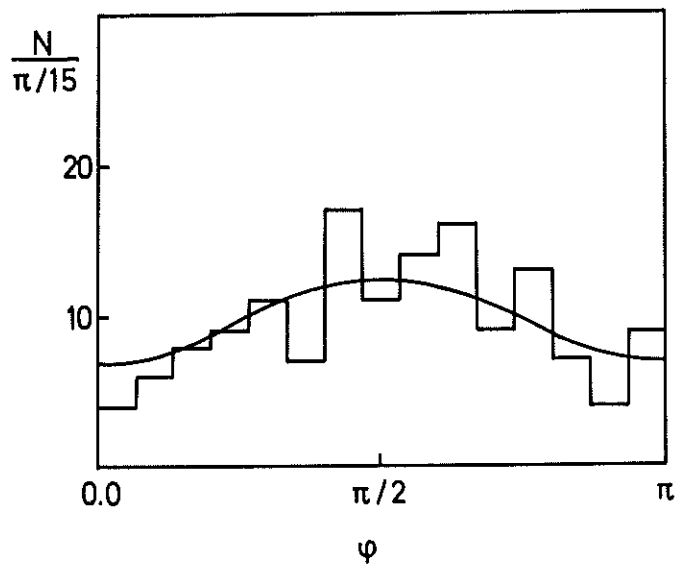
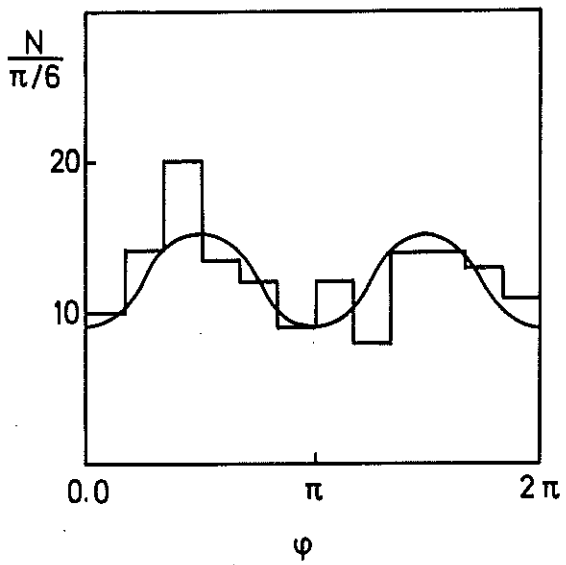
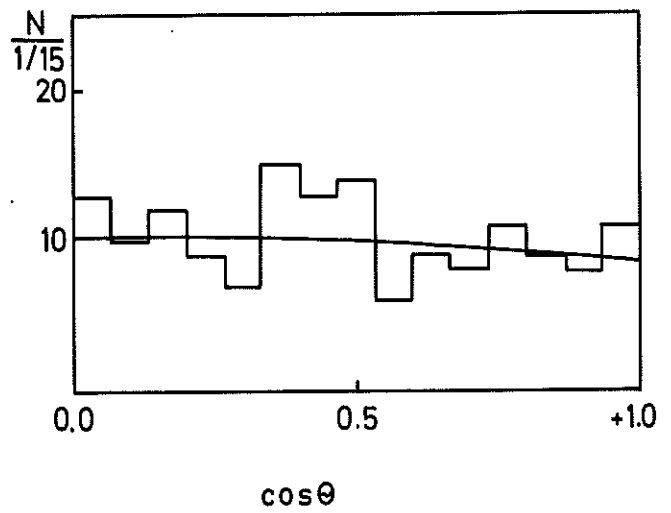
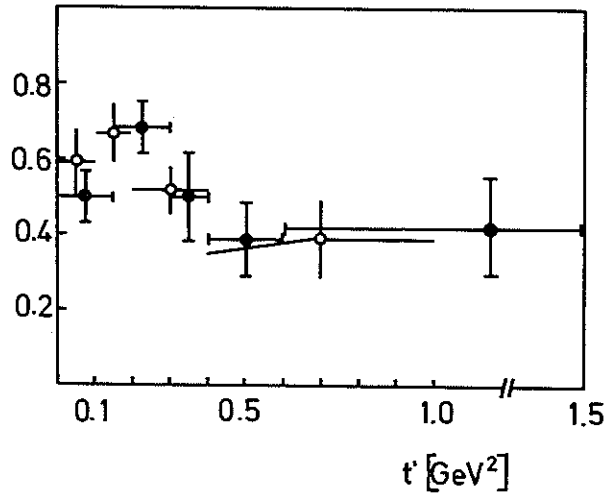
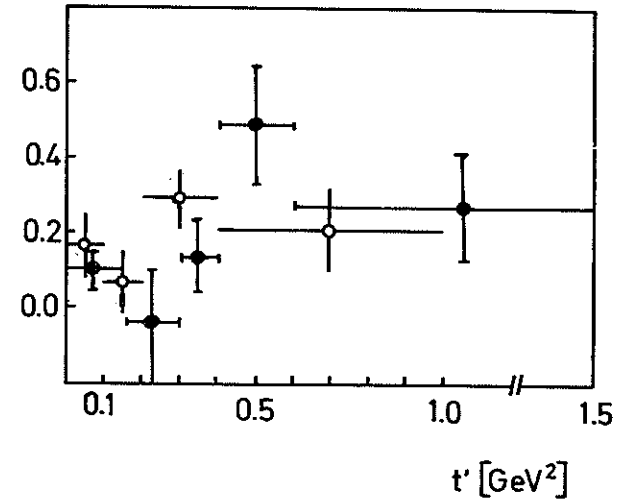


Abb.15

$$\sigma_1^+ = \rho_{11} + \rho_{1-1}$$



$$\sigma_1^- = \rho_{11} - \rho_{1-1}$$



- dieses Experiment
- 8 GeV/c

Abb.16

$\frac{\text{mb}}{\text{GeV}^2}$

$$\sigma_0^- = \rho_{00} \int \frac{d\sigma}{dt}$$

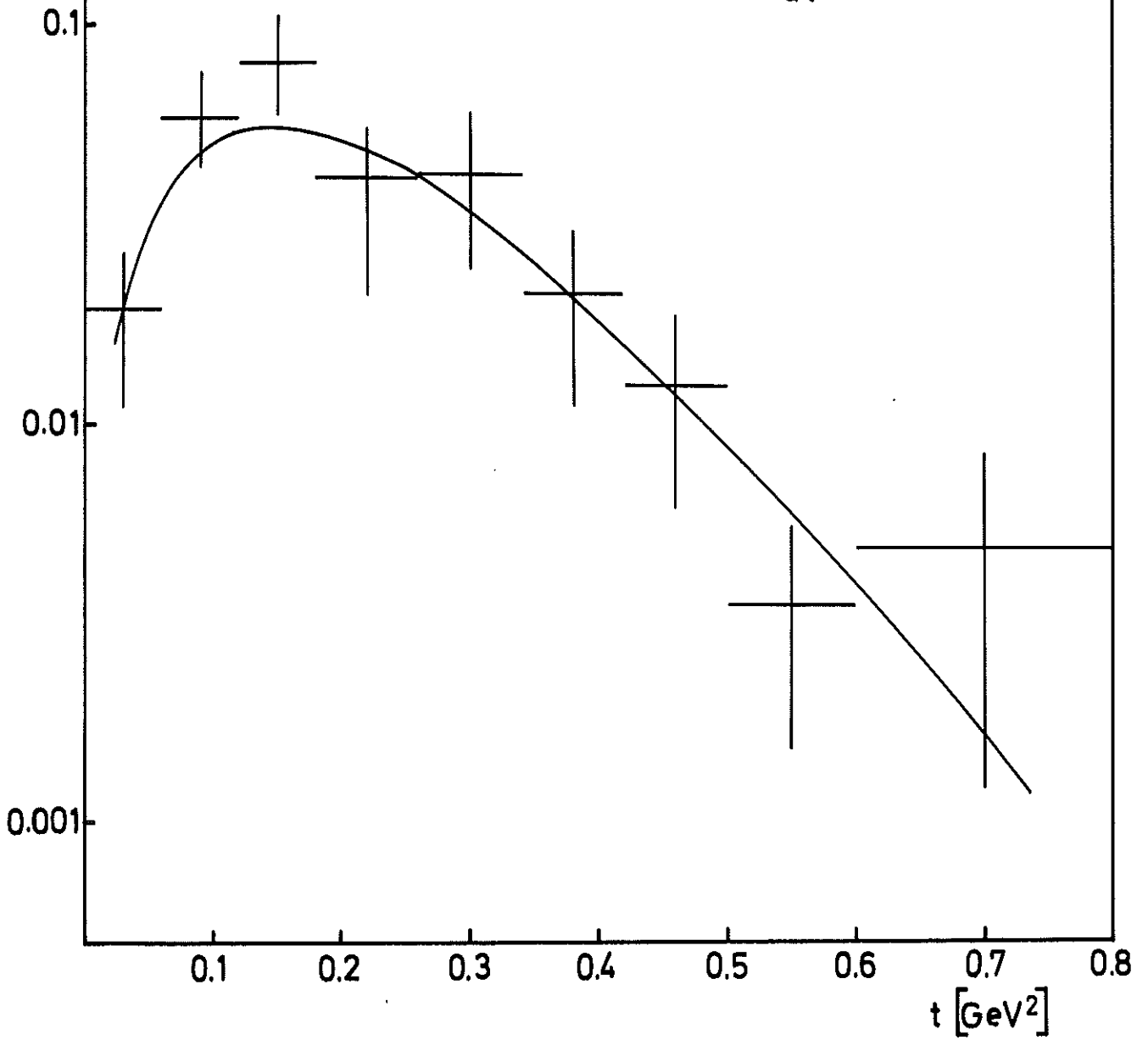
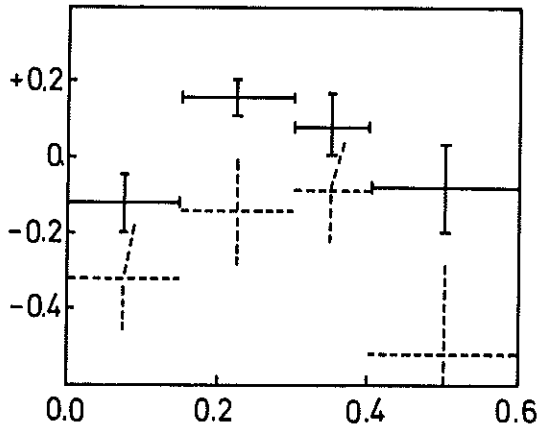




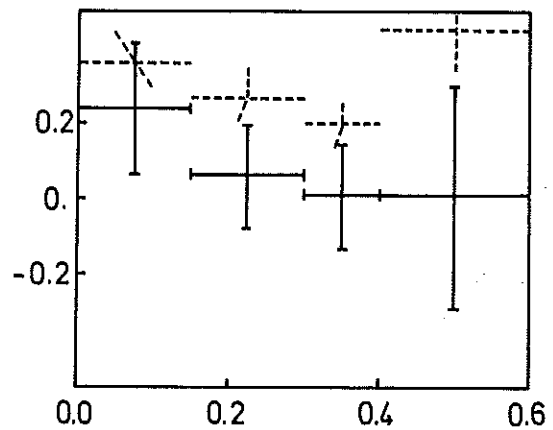
Abb.17

Quarkrelationen im Helizitätssystem

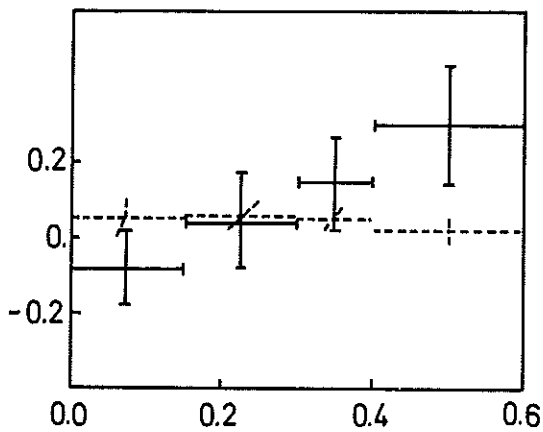
$$T_{00}^{20} = \sqrt{2} T_{00}^{02}$$



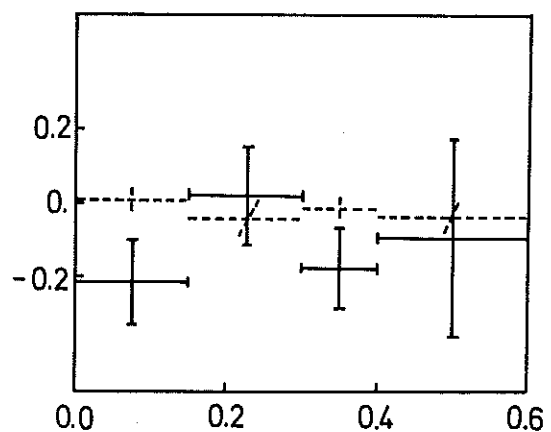
$$T_{00}^{22} = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}} T_{00}^{02}$$



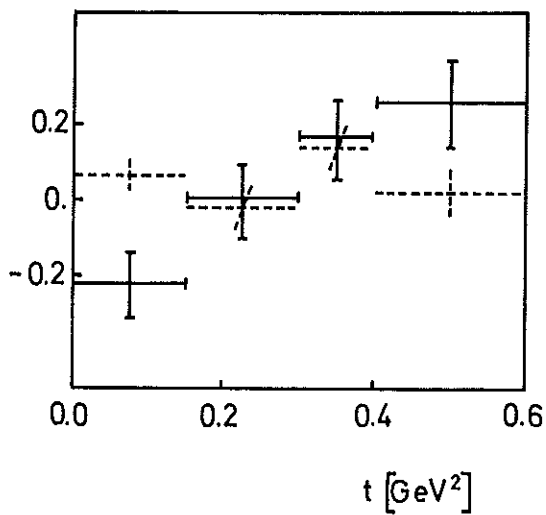
$$\text{Re} T_{20}^{22} = \frac{1}{2} \text{Re} T_{20}^{20}$$



$$\text{Im} T_{20}^{22} = \frac{1}{2} \text{Im} T_{20}^{20}$$



$$\text{Re} T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re} T_{02}^{02}$$



$$\text{Im} T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im} T_{02}^{02}$$

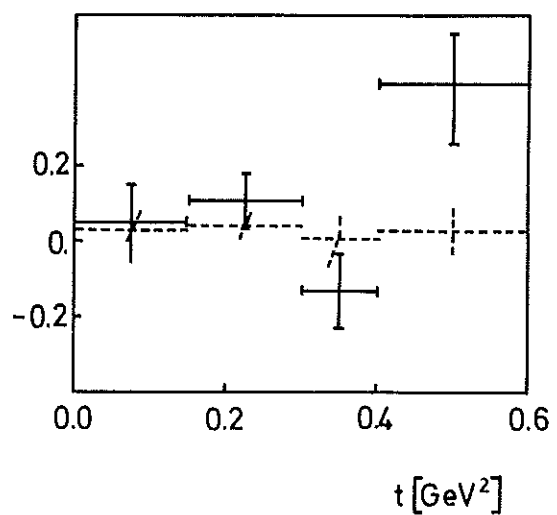
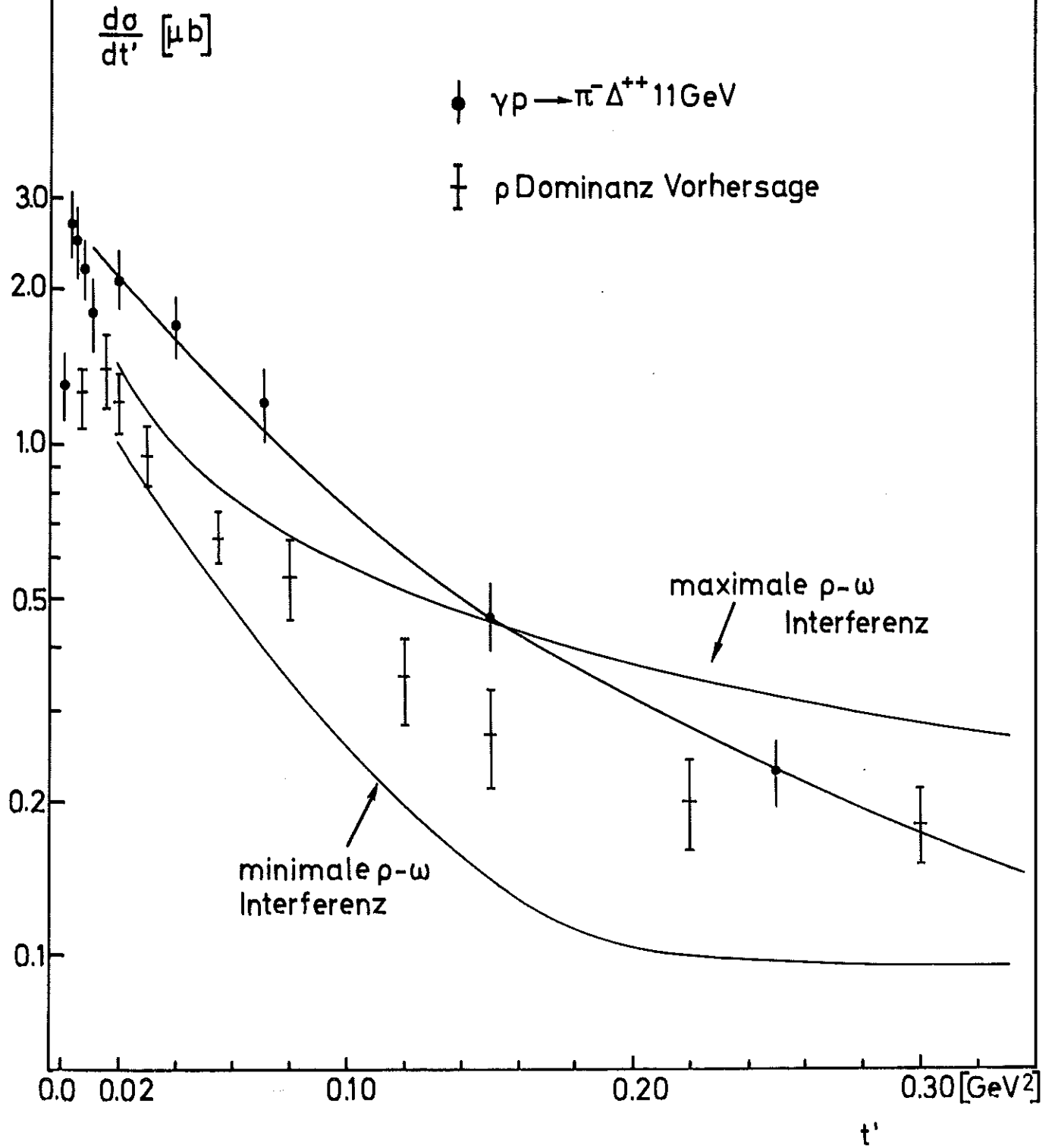
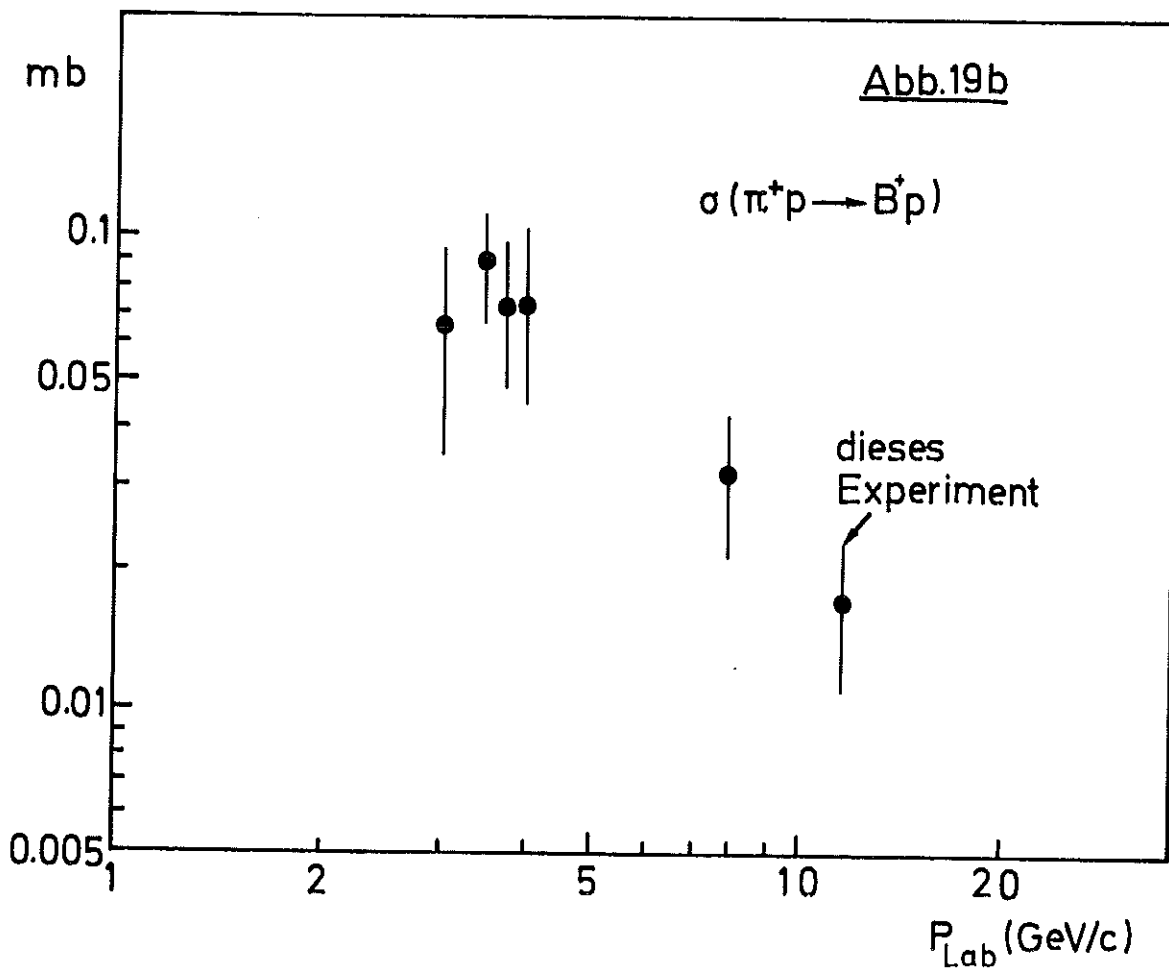
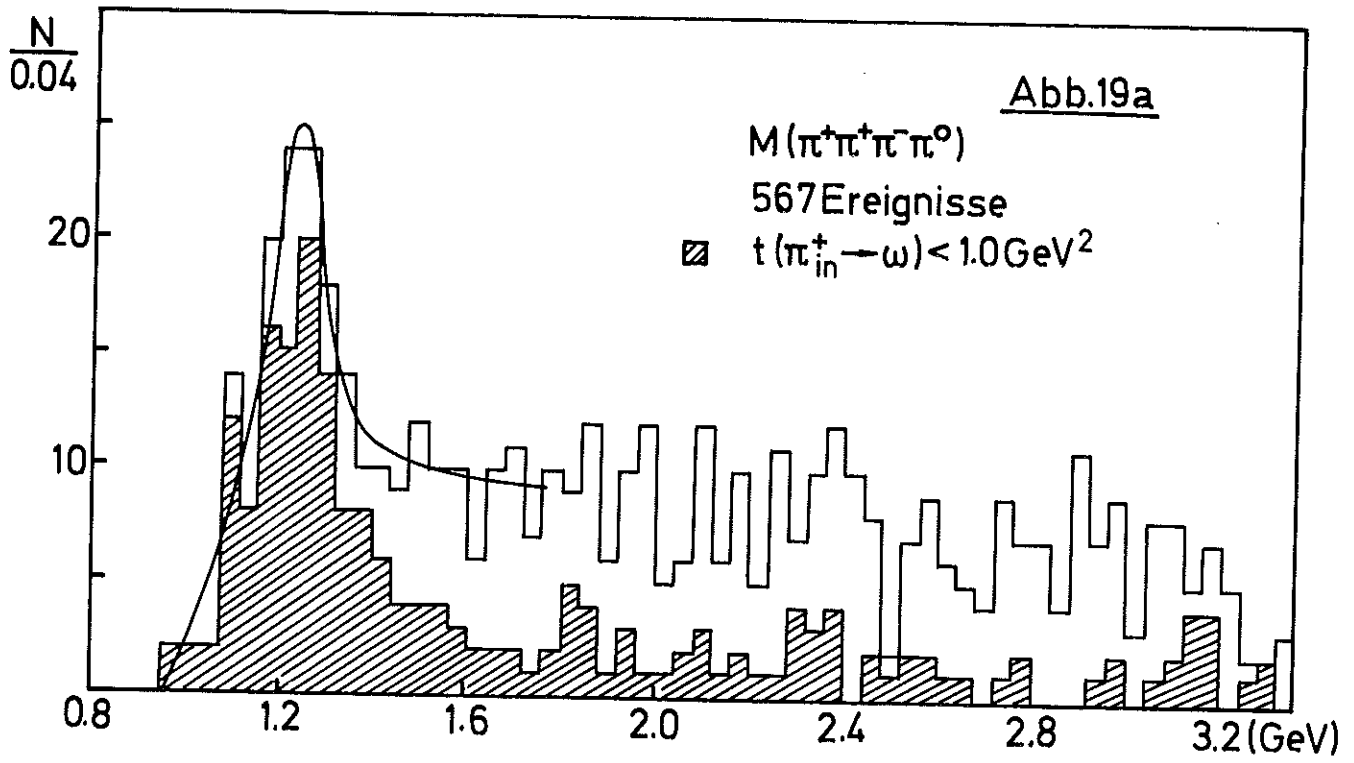


Abb.18





Interner Verteiler

NER

1