

Interner Bericht
DESY F1-72/7
November 1972

Photoproduktion von $\Lambda(1236)$ in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$
bei Photonenergien bis 5,8 GeV

von

DESY Bibliothek
12. DEZ. 1972

Dieter Lüke

Photoproduktion von $\Delta(1236)$ in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$
bei Photonenergien bis 5,8 GeV

von

Dieter Lücke

Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation im Rahmen eines Experimentes, das die Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München Kollaboration am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY durchgeführt hat.

Abstract

From an experiment on the reaction $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ with a bremsstrahlung photon beam of 5.8 GeV maximum energy we present total and differential cross sections and decay matrix elements of $\Delta^{++}(1236)$ and $\Delta^0(1236)$ production. The data can be qualitatively understood using a Born-term-model (with absorptive corrections) interfering with some contributions from resonance formation in the s-channel. At threshold a non-resonant S-wave with spin and parity $J^P = \frac{3}{2}^-$ is dominant, which is due to the contact term.

Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
Zusammenfassung	
I. Einleitung	1
II. Bisherige Experimente zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$	4
III. Experimentelles Verfahren	7
IV. Experimentelle Ergebnisse	8
1. Definition der Variablen	8
2. Anpassungsverfahren	9
a. Inkohärente Produktion	10
b. Interferenz der Δ^{++} - und Δ^0 -Amplituden	16
3. Totale Wirkungsquerschnitte	20
4. Erzeugungswinkelverteilungen	23
5. Zerfallswinkelverteilungen	27
6. Zusammenfassung der experimentellen Ergebnisse	30
7. Vergleich mit anderen Experimenten	32
V. Modellvorhersagen für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$	33
1. s-Kanal-Resonanzen	33
2. Borntermmodell	35
a. Bornterme ohne Absorptionskorrekturen	35
b. Bornterme mit Absorptionskorrekturen	39

	<u>Seite</u>
V. 2.b. i) Beschreibung der Absorptionskorrekturen	40
ii) Totaler Wirkungsquerschnitt	43
iii) Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\Omega$ und $d\sigma/dt$ (Vorwärtserzeugung)	44
iv) Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/du$ (Rückwärtserzeugung)	45
v) Asymmetrie	46
vi) Dichtematrixelemente	47
3. Borntermmodell unter Berücksichtigung von s-Kanal-Resonanzen	48
4. Eine Vorhersage des Vektordominanzmodells	52
5. Abschätzung des ρ - und A_2 -Austauschs	53
VI. Weitere Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$	56
1. Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$	56
2. Reaktionen $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$, $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-$, $\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+$	60
<u>Anhang</u>	
1. Verzeichnis der Datenbänder	62
2. Anpassungsprogramm MITOSIS	65
3. Einige Formeln zu den verwendeten Modellen	70
a. Borntermmodell ohne Absorptionskorrekturen	72
b. Borntermmodell mit Absorptionskorrekturen	73
c. s-Kanal-Resonanzen	75
d. Isospinrelationen für die Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$	77
Literaturverzeichnis und Hinweise	79
Tabellen	84
Abbildungen	92

Zusammenfassung

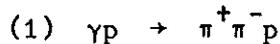
Die Photoreaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}(1236)$ wurde in der 85 cm-Wasserstoffblasenkammer am DESY mit unpolarisierten Photonen im Energiebereich bis 5.8 GeV untersucht. Etwa 18 000 Ereignisse der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ wurden beobachtet, davon etwa 9 000 bei Energien unterhalb von 1 GeV. Es werden totale Wirkungsquerschnitte, differentielle Wirkungsquerschnitte und Zerfallsdichtematrixelemente in verschiedenen Bezugssystemen des $\Delta^{++}(1236)$ als Funktion von der Photonenergie angegeben, weiterhin der totale Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0(1236)$.

Der totale Δ^{++} -Wirkungsquerschnitt steigt oberhalb der Schwelle auf 70 μb und fällt dann langsam auf etwa 1 μb bei 6 GeV ab. An der Schwelle dominiert eine nichtresonante S-Welle mit Spin und Parität $J^P = \frac{3}{2}^-$. Wir beobachten verschiedene Effekte der s-Kanalresonanz $D_{13}(1520)$, z. B. einen Dip im Δ^{++} -Wirkungsquerschnitt, ein Maximum im Δ^0 -Wirkungsquerschnitt, eine Variation der relativen Phase zwischen der Δ^{++} - und der Δ^0 -Amplitude.

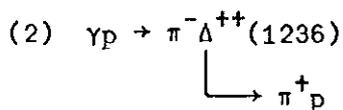
Das absorptiv korrigierte Borntermmodell von Stichel und Scholz kann die experimentellen Daten bei Photonenergien $\gtrsim 1$ GeV im Bereich von Impulsüberträgen $|t| \lesssim 0.5 \text{ GeV}^2$ näherungsweise beschreiben. Durch Berücksichtigung der s-Kanalresonanz $D_{13}(1520)$ (mit den Zerfallsbreiten $\frac{\Gamma_{\gamma p}}{\Gamma} = 0.45 \%$ und $\frac{\Gamma_{\pi \Delta}}{\Gamma} \approx 50 \%$) und eines geringen Beitrages der $P_{11}(1470)$ -Resonanz (mit den Zerfallsbreiten $\frac{\Gamma_{\gamma p}}{\Gamma} = 0.1 \%$ und $\frac{\Gamma_{\pi \Delta}}{\Gamma} \approx 20 \%$) können für Photonenergien unterhalb 1 GeV der totale und der differentielle Wirkungsquerschnitt und die Dichtematrixelemente des Δ^{++} ungefähr beschrieben werden. Auch der Δ^0 -Wirkungsquerschnitt kann innerhalb der großen Ungenauigkeiten durch das absorptiv korrigierte Borntermmodell unter Einschluß von s-Kanalresonanzen verstanden werden.

I. Einleitung

Die Photoerzeugung von zwei Pionen am Wasserstoff



nimmt unter den Photoproduktionsexperimenten neben der Einpionerzeugung $\gamma N \rightarrow \pi N$ eine Sonderstellung ein durch den besonderen Reiz, den Experimente mit zwei Pionen haben. Er besteht u. a. in dem Vorteil, daß in dem Quasi-Zweiteilchenprozeß



über den meßbaren Zerfall des $\Delta^{++}(1236)$ ¹ der Polarisationszustand des auslaufenden Baryons bestimmbar ist, während in der Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi N$ eine Polarisationsmessung des auslaufenden Nukleons N auf praktische Schwierigkeiten stößt.

Die Untersuchung der Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi \Delta$ kann dazu beitragen, folgende Fragen zu beantworten.

- 1) Man möchte wissen, ob Nukleonresonanzen, die durch Pionstöße angeregt werden, auch durch Photonen angeregt werden können. Die Experimente der Einpionphotoerzeugung haben in den letzten Jahren einige Ergebnisse über elastische Zerfälle von Nukleonresonanzen gebracht. Die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi \Delta$ sind geeignet, Aufschluß über inelastische Zerfälle zu gewinnen.
- 2) Über den Mechanismus, nach dem die nichtresonanten Beiträge zur Reaktion (2) erzeugt werden, wurden in den letzten Jahren mehrere Modellvorstellungen entwickelt (vergl. Kapitel V). Das statische Modell von Cutkosky und Zachariasen, das im wesentlichen den Kontakterm enthält, konnte die ersten experimentellen Ergebnisse im Bereich der Erzeugungsschwelle näherungsweise beschreiben. - Für höhere Energien betrachtete Drell den Pionenaustausch als dominant. - Stichel und Scholz schlugen vor, den Kontakterm

und den Pion austausch (und weitere, kleinere Beiträge) zu einer eichinvarianten Amplitude zu vereinigen; eine Vorstellung, die in vieler Hinsicht erfolgreich ist. - Die Verknüpfung der Photoreaktion (2) mit hadronisch induzierten Reaktionen versucht das Vektordominanzmodell.

Die nichtresonanten Prozesse zur Reaktion (2) sind im Hinblick auf diese Modelle an sich interessant; darüber hinaus ist ihr Verständnis notwendig (zumindest bei niedrigen Energien), um Aufschluß über die resonanten Beiträge zu gewinnen.

Experimente zur Reaktion (1) sind in mancher Hinsicht schwieriger als bei der Einpionerzeugung, da die Reaktion (1) durch Zählertechniken nicht vollständig erfassbar ist und zur vollständigen Messung visuelle Methoden (z. B. Blaskammer, Streamerkammer) notwendig sind.

Die Reaktion (1) wurde erstmals im Jahre 1957 am CALTECH-Synchrotron von M. Bloch und Mitarbeitern^{2,3} bei Photonenergien bis 1.1 GeV beobachtet. Das Experiment von Cocconi und Mitarbeitern⁴, das am Cornell-Synchrotron mit einer Nebelkammer durchgeführt wurde, zeigte zum ersten Mal, daß bei Photonenergien unterhalb von 1.1 GeV die Reaktion (1) von der $\Delta^{++}(1236)$ -Produktion nach Reaktion (2) beherrscht ist.

In den letzten Jahren wurde an vielen Elektronenbeschleunigern die $\pi^- \Delta^{++}$ -Produktion experimentell untersucht.

Die vorliegende Arbeit beruht auf einem Blaskammerexperiment, das im Jahre 1968 am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY in Zusammenarbeit mit den Physi-

kalischen Instituten in Aachen, Berlin, Bonn, Hamburg, Heidelberg und München[†] (ABBHHM-Kollaboration) durchgeführt wurde. In diesem Experiment wurden etwa 18800 Ereignisse der Reaktion (1) gemessen, davon etwa 9 000 bei Photonenergien unterhalb von 1 GeV. Dies ist die bisher umfangreichste Statistik, mit der ein Blasenkammer- oder Streamerkammerexperiment die Reaktion (1) bei niedrigen Photonenergien untersuchte. Die meisten Ergebnisse dieses Experimentes sind publiziert⁵⁻¹⁵; auch über die Reaktion (1) und die $\pi\Delta$ Produktion sind Ergebnisse bereits veröffentlicht¹³. In dieser Arbeit sollen die Methoden beschrieben werden, mit denen die Daten der $\pi\Delta$ Produktion gewonnen wurden. An einigen Stellen wurde die in der Veröffentlichung¹³ dargelegte Analyse der Daten weitergeführt.

Die Arbeit gliedert sich im wesentlichen in vier Teile. Kapitel II enthält eine Übersicht über bisherige Messungen der Reaktion (1), geordnet nach verschiedenen Experimentiermethoden. In Kapitel IV werden die Ergebnisse dieses Experimentes dargelegt. Eine Interpretation der experimentellen Daten wird in Kapitel V versucht, wobei insbesondere das Borntermmodell berücksichtigt wird.

[†] III. Physikalisches Institut (Lehrstuhl B) der Technischen Hochschule
Aachen;

Institut für Hochenergiephysik, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu
Berlin-Zeuthen;

Physikalisches Institut der Universität Bonn;

Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY, Hamburg;

II. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg;

Institut für Hochenergiephysik der Universität Heidelberg;

Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München

Damit für mögliche spätere Analysen des ABBHMM-Blasenkammerexperimentes die gemessenen Daten zur Verfügung stehen, geben wir im Anhang 1) einen Katalog der Magnetbänder an, auf denen für alle Reaktionen die wichtigsten Informationen über alle gemessenen Ereignisse enthalten sind. Anhang 2) beschreibt das mehrdimensionale Anpassungsverfahren, nach dem die experimentellen Wirkungsquerschnitte und Dichtematrixelemente bestimmt wurden. In Anhang 3) sind die Helizitätsamplituden der Bornsterme und der s-Kanal Resonanzbeiträge zusammengestellt.

II. Bisherige Experimente zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$

Die Experimente über die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ kann man nach den benutzten Meßmethoden in drei verschiedene Klassen aufteilen.

Die erste Klasse von Experimenten sind "missing-mass" Experimente. Mit einem magnetischen Spektrometer mißt man Impuls und Winkel des π^- . Durch Subtraktion an der Bremsstrahlungskante bestimmt man die Photonenergie, die zu einem "missing-mass"-Spektrum MM in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^-(MM)^{++}$ gehört. Man findet ein MM-Spektrum mit einem Resonanzmaximum im Bereich der $\Delta^{++}(1236)$ -Resonanz über einem glatter verlaufenden Untergrund, der von der Reaktion (1) herrühren kann, aber auch von den Reaktionen:



Wenn man Annahmen über den Untergrundverlauf gemacht hat, kann man den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ für Reaktion (2) bestimmen. Über den Zerfall des Δ^{++} erhält man keine Information. In Tab. 1 sind einige "missing-mass"-Experimente genannt und auch die Photonenergie E_{γ}^{Lab} im Laborsystem

und der Erzeugungswinkel θ^* im Gesamtschwerpunktsystem, bei denen sie durchgeführt wurden.

Tabelle 1 "missing-mass" Experimente der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$

Autoren	Jahr	Labor	E_{γ}^{Lab} (GeV)	θ^*	Ref
Beneventano u. M.	1965	Frascati	0,60 - 0,65	$\approx 60^\circ$	16
Allaby, Lynch, Ritson	1966	Stanford	0,58 - 0,95	\approx alle	17
Hauser	1967	CALTECH	0,90 - 1,30	\approx alle	18
Burq u. M.	1968	Orsay	0,85 - 1,21	$\approx 90^\circ$	19
Morrison, Drickey, Mozley	1968	Stanford	0,57 - 0,80 (polarisiert)	$45^\circ; 90^\circ$	20
Anderson u. M.	1969	Stanford	4,5; 5,3	$ u = -0,1 \div 0,75$ (GeV/c) ²	21
Boyarski u. M.	1969	Stanford	5,8,11,16	} $ t = 0,001 \div 2,0$ (GeV/c) ²	22
Boyarski u. M.	1970	Stanford	16		23

Die zweite Klasse von Experimenten sind Koinzidenzexperimente, bei denen man mit Hilfe von Funkenkammern und Zählern zwei oder drei der auslaufenden Teilchen von Reaktion (1) nachweist. Es werden jedoch nicht alle auslaufenden Impulse gemessen. Nachteilig ist auch, daß infolge der begrenzten Raumwinkelakzeptanz nur begrenzte kinematische Bereiche gemessen werden, beispielsweise nur Ausschnitte aus dem vollen Erzeugungs- oder Zerfallswinkelbereich. Das führt einerseits zu Unsicherheiten bei der Untergrundsubtraktion, andererseits zu Schwierigkeiten bei der Diskussion der Meßergebnisse zur Reaktion (2). Tab. 2 enthält einige Koinzidenzexperimente.

Tabelle 2 Koinzidenzexperimente der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$.

Autoren	Jahr	Labor	E_{γ}^{Lab} (GeV)	Zahl der Ereignisse	Ref
Del Fabro u. M.	1965	Frascati	< 1,1	4 900	24
Diambrini-Palazzi u. M.	1968	Frascati	0,55 - 0,85	7 400	25
Ukai u. M.	1967	Tokio	< 1	2 400	26
Shanks u. M.	1968	CALTECH	0,8 - 1,5	3 020	27
Franklin u. M.	1964	Cornell	0,9 - 1,3	17 000	28
Eisenhandler u. M.	1968	Cornell	1 - 2		29
Criegee u. M.	1970	DESY	1,4 - 3,3 (polarisiert)	31 000	30

Die dritte Klasse von Experimenten sind Blasenkammer- oder Streamerkammerexperimente, in denen die Impulse und die Winkel aller auslaufenden Teilchen der Reaktion (1) im gesamten kinematischen Bereich gemessen werden können. Bei unbekannter Photonenergie existieren drei Bedingungsgleichungen aus der Energie-Impuls-Erhaltung, so daß die Reaktion (1) von den Reaktionen (3) kinematisch getrennt werden kann. Bei diesen Experimenten ist es möglich, den Erzeugungs- und den Zerfallsprozeß zu untersuchen. In der Tab. 3 sind alle bisher durchgeführten Blasenkammer- und Streamerkammerexperimente zur Reaktion (1) genannt, und die Anzahl der gemessenen Ereignisse (bei Photonenergien $E_{\gamma}^{\text{Lab}} < 1$ GeV) zur Reaktion (1) ist angegeben.

Aus den Tabellen 1 - 3 geht hervor, daß es bisher zur Reaktion (2) nur wenige systematische Untersuchungen gibt, die bei hinreichender statistischer Genauigkeit ein großes Photoenergieintervall und einen großen Erzeugungswinkelbereich überdecken.

Tabelle 3 Blasenkammer(B)- und Streamerkammer(S)-Experimente

zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$

Gruppe	Jahr	Beschleuniger	E_{γ}^{Lab} (GeV)	Anzahl der Ereignisse		Ref
				total	< 1 GeV	
Cambridge-Kollaboration (B)	1967	Cambridge	< 6	4 400	2 100	{31 32
ABBHM-Kollaboration (B)	1968	DESY	< 6	18 800	9 000	13
SLAC (S)	1969	Stanford	2 - 16	2 000	0	33
Weizmann Institut (Annihilation) (B)	1969	Stanford	4,3	372	0	34
SLAC (Annihilation) (B)	1969	Stanford	5,25	538	0	35
SLAC-Berkeley-Tufts (Laser) (B)	1969	Stanford	2,8; 4,7 polarisiert	5 760	0	{36 37
Aachen-Hamburg-Heidelberg-München-Kollaboration (tagging) (S)	1970	DESY	4,2 - 6	1 900	0	38

III. Experimentelles Verfahren

Das experimentelle Verfahren ist in seinen Einzelheiten in der Arbeit von Spitzer³⁹ und in dem abschließenden Bericht über dieses Experiment¹³ beschrieben. Die folgenden Punkte sind dort ausführlich erörtert: Herstellung des Photonenstrahls und die Strahleigenschaften; die Blasenkammer; der Auswertung der Blasenkammeraufnahmen (Scan, Messung, geometrische und kinematische Rekonstruktion, Hypothesenauswahl); Meßgenauigkeit; die Methode der Wirkungsquerschnittsberechnung (insbesondere der Wirkungsquerschnitt für e^+e^- -Paarerzeugung).

Diese Punkte sollen hier nicht diskutiert werden.

IV. Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel wird die Methode beschrieben, mit der aus den experimentellen Daten der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ die experimentellen Resultate für die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ gewonnen werden. Es wird versucht, aus diesen experimentellen Resultaten modellunabhängige Aussagen über den zugrundeliegenden Produktionsmechanismus zu gewinnen.

1. Definition der Variablen

Die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ besitzt einen Dreiteilchen-Endzustand, und weil die Teilchen im Anfangszustand unpolarisiert sind, wird ihre Kinematik durch fünf unabhängige kinematische Variable eindeutig beschrieben. Die folgenden Variablen werden gewählt:

Es seien γ , p_1 , π^+ , π^- , p die Viererimpulse der an der Reaktion beteiligten Teilchen; $\vec{\gamma}$, \vec{p}_1 , $\vec{\pi}^+$, $\vec{\pi}^-$, \vec{p} ihre räumlichen Impulse; m_p sei die Protonmasse, m_π die Pionmasse; "CMS" bezeichne das Gesamtschwerpunktsystem; die mit einem "*" versehenen Größen sind im CMS gemeint.

$$s = (\gamma + p_1)^2 = m_p^2 + 2 m_p E_\gamma = (\text{Gesamtenergie im CMS})^2$$

Statt s wird häufig die Photonenergie E_γ im Laborsystem verwendet.

Als weitere Variable werden solche gewählt, die mit der Erzeugung und dem Zerfall der Δ^{++} Resonanz eng verbunden sind.

$$t = (\gamma - \pi^-)^2 = m_\pi^2 - 2 E_\gamma^* E_\pi^* + 2 q_\gamma^* q_\pi^* \cos \theta^*$$

= Quadrat des Viererimpulses, der von $\gamma\pi^-$ -System auf das $p_1 p \pi^+$ -System übertragen wird. Statt t wird häufig der Erzeugungswinkel des π^- ,

$\theta^* = \angle(\vec{\gamma}, \vec{\pi}^-) = \angle(\vec{p}_1, \vec{p} \pi^+)$ im CMS als Variable benutzt.

$$M_{p\pi^+}^2 = (p + \pi^+)^2 = (\text{effektive Masse des } p\pi^+\text{-Systems})^2.$$

Weitere Variable sind die Zerfallswinkel θ_{p^+} und ϕ_{p^+} des $p\pi^+$ Teilchensystems im Helizitätssystem, das folgendermaßen definiert ist (alle Impulse sind jetzt im $p\pi^+$ -Ruhesystem gemeint):

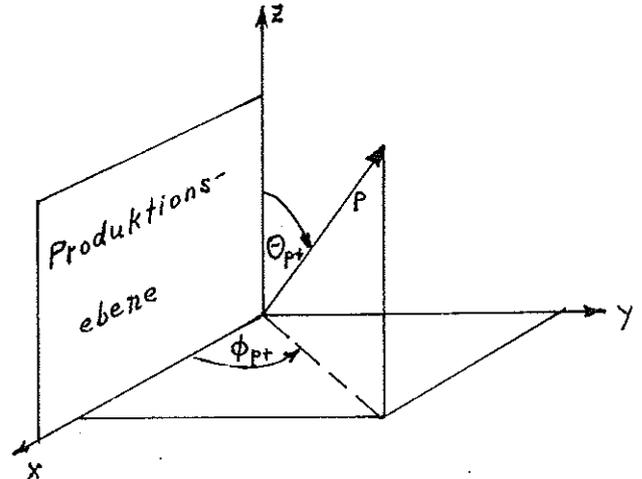
Das Helizitätssystem ist ein rechtshändiges kartesisches Koordinatensystem; die y-Achse weist in Richtung der Normale auf der Produktionsebene:

$$\vec{y} = \frac{\vec{Y} \times \vec{\pi}^-}{|\vec{Y}| \cdot |\vec{\pi}^-|}; \text{ die z-Achse (Polarachse)}$$

hat die entgegengesetzte Richtung des π^- :

$$\vec{z} = -\vec{\pi}^- \text{ (oder anders ausgedrückt: die z-Achse hat die Richtung des } \vec{p\pi^+} \text{-Impulses im CMS).}$$

Dann ist θ_{p^+} der Polarwinkel, ϕ_{p^+} der Azimutwinkel des Protons p . Den Zerfall des $p\pi^+$ kann man statt im Helizitätssystem auch in anderen Koordinatensystemen beschreiben, von denen zwei



später benutzt werden: das Gottfried-Jackson-System und das Adairsystem.

Diese beiden Koordinatensysteme unterscheiden sich vom Helizitätssystem nur durch eine Rotation um die y-Achse: die Polarachse des Gottfried-Jackson-Systems hat die Richtung des einlaufenden Protons im $p\pi^+$ -Ruhesystem:

$$\vec{z} = \vec{p}_1; \text{ die des Adairsystems hat die Richtung des einlaufenden Protons im CMS: } \vec{z} = \vec{p}_1^*.$$

Als Funktion von diesen Variablen wird die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ analysiert.

2. Anpassungsverfahren

Das Anpassungsverfahren dient dazu, die einzelnen Prozesse, die zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ beitragen, statistisch voneinander zu trennen. Mögliche Prozesse sind:

- (2) $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$,
- (4) $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$,
- (5) $\gamma p \rightarrow \rho^0 p$,
- (6) $\gamma p \rightarrow \epsilon p$ (eine mögliche resonante $\pi^+ \pi^-$ S-Welle "ε"),
- (7) $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (unkorrelierte Erzeugung).

Das Trennungsverfahren beruht im wesentlichen darauf, daß die verschiedenen Prozesse unterschiedliche Abhängigkeiten von den effektiven Massen M_{p^+} , M_{p^-} und M_{+-} besitzen. Die Abbildung 1 zeigt als Beispiel die Verteilung der Massen M_{p^+} und M_{+-} für das Photonenergieintervall 1,8 - 2,5 GeV. Der Resonanzprozeß (2) verursacht eine Resonanzstruktur in der $p\pi^+$ -Masse bei $M_{p^+} \approx 1,236$ GeV, und der Prozeß (5) besitzt eine Resonanzstruktur in der $\pi^+ \pi^-$ -Masse bei $M_{+-} \approx 0,760$ GeV, während phasenraumverteilte Ereignisse (Prozeß 7) keine solche Struktur zeigen - denn Phasenraumereignisse definierter Photonenergie bedecken den Dalitzplot " $M_{p^+}^2$ gegen M_{+-}^2 " isotrop. Die Resonanzbänder des Δ^{++} und des ρ^0 überlappen sich nur zu einem geringen Teil, d.h. Δ^{++} und ρ^0 werden hauptsächlich in kinematisch getrennten Bereichen erzeugt.

a) Inkohärente Produktion

Um die Beiträge der Prozesse (2), (4) bis (7) zur Reaktion (1) zu bestimmen, wird ein Maximum-Likelihood-Verfahren benutzt (vgl. Anhang 2). Für jeden Prozeß schreibt man die Dichteverteilung $dN/dE_\gamma d\vec{x}$ der Ereignisse als Funktion von den fünf unabhängigen Variablen: Photonenergie, Erzeugungswinkel im CMS, effektive Masse und zwei Zerfallswinkel, die symbolisch als (E_γ, \vec{x}) bezeichnet seien. Für die verschiedenen Prozesse i können verschiedene Sätze $(E_\gamma, \vec{x})_i$ von fünf unabhängigen kinematischen Variablen benutzt werden (vgl. Anhang 2).

Die gesamte Dichteverteilung, die alle Prozesse berücksichtigt, kann man schreiben als

$$(Gl.1) \quad \frac{d^5N}{dE_\gamma d\vec{x}} = (a_{\Delta^{++}} f_{\Delta^{++}} + a_{\Delta^0} f_{\Delta^0} + a_\rho f_\rho + a_\epsilon f_\epsilon + a_{ps} f_{ps}) \rho(E_\gamma, \vec{x}).$$

Dabei sind die Zahlen $a_i = (a_{\Delta^{++}}, a_{\Delta^0}, a_\rho, a_\epsilon, a_{ps})$ die Ereigniszahlen für die Einzelprozesse. Ihre Summe ist gleich der Gesamtzahl N der Ereignisse in dem betrachteten Energieintervall: $a_{\Delta^{++}} + a_{\Delta^0} + a_\rho + a_\epsilon + a_{ps} = N$. Die Funktionen f_i sind im wesentlichen normierte Dichteverteilungen für die Einzelprozesse, und $\rho(E_\gamma, \vec{x})$ beschreibt die Phasenraumdichte der Ereignisse.

Gleichung 1 wird im Anhang 2 hergeleitet. Durch den in Gleichung 1 gegebenen Ansatz werden mögliche Interferenzen nicht berücksichtigt.

Für die verschiedenen Prozesse sollen nun die bei der Anpassung benutzten Funktionen f_i und die Variablensätze (E_γ, \vec{x}) , von denen sie abhängen, einzeln angegeben werden (bis auf konstante Faktoren).

a) $f_{\Delta^{++}}$

$$(Gl. 2) \quad f_{\Delta^{++}}(E_\gamma, M_{p^+}, \cos\theta, \cos\theta^H, \phi^H) \\ = \frac{M_{p^+}}{q(M_{p^+})} BW(M_{p^+}) G(E_\gamma, \cos\theta^*) W(\cos\theta^H, \phi^H; E_\gamma, \cos\theta^*)$$

$q(M_{p^+}) \equiv q(M_{p^+}, m_p, m_\pi)$ ist der Impulsbetrag des p im $p\pi^+$ -Ruhesystem.

$$BW(M_{p^+}) = \frac{\pi^{-1} M_0 \Gamma(M_{p^+})}{(M_0^2 - M_{p^+}^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2(M_{p^+})} \quad \text{ist ein relativistischer Breit-Wigner-} \\ \text{Ausdruck; } M_0 = 1,236 \text{ GeV.}$$

$\Gamma(M_{p^+})$ ist die massenabhängige Breite, die nach der Formel

$$(Gl. 3) \quad \Gamma(M) = \frac{M_0^2 - M^2}{M_0} \operatorname{tg} \delta_{33}$$

aus den Streuphasen δ_{33} der P_{33} -Resonanz $\Delta(1236)$ berechnet wird⁴⁰.

Hierzu eine Bemerkung: Die sonst üblichen Parametrisierungen der Breite⁴¹
 $\Gamma(M)$ (z. B. $\Gamma(M) = \Gamma_0 \left[\frac{q(M)}{q(M_0)} \right]^3 \frac{2,2 m_\pi^2 + q^2(M_0)}{2,2 m_\pi^2 + q^2(M)}$ mit $\Gamma_0 = 0,123 \text{ GeV}$)

liefern bei großen Massen ($M \gtrsim 1,8 \text{ GeV}$) zu große Werte, verglichen mit der Breite, die aus den Streuphasen δ_{33} folgt; denn bei $M \gtrsim 1,8 \text{ GeV}$ gilt $\delta_{33} \approx 180^\circ$, so daß nach Gl. 3 $\Gamma(M) \approx 0$ ist. Bei hohen Photonenergien ($E_\gamma \gtrsim 2 \text{ GeV}$), bei denen große M_{p^+} -Massen kinematisch erlaubt sind, kann infolge einer zu großen Breite $\Gamma(M)$ der resultierende Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ bis zu 10 % zu groß ausfallen.

$G(E_\gamma, \cos \theta^*)$ ist bei niedrigen Photonenergien ($E_\gamma \lesssim 1,8 \text{ GeV}$) die normierte Erzeugungswinkelverteilung im CMS: $G = \frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Omega}$; bei höheren Photonenergien wird eine exponentielle Abhängigkeit von t angesetzt: $G = e^{A \cdot t}$ mit $A = 8 \text{ GeV}^{-2}$ (vgl. Abschnitt IV.4).

$W(\cos \theta^H, \phi^H; E_\gamma, \cos \theta^*)$ ist die normierte Zerfallswinkelverteilung für den Zerfall $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$. Die allgemeine Winkelverteilung lautet:

$$(Gl. 4) \quad W(\cos \theta, \phi) = \frac{3}{4 \pi} \left[\frac{1}{6} (1 + 4 \rho_{33}) + \frac{1}{2} (1 - 4 \rho_{33}) \cos^2 \theta - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \rho_{3-1} \sin^2 \theta \cos 2\phi - \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \rho_{31} \sin 2\theta \cos \phi \right]$$

Die Dichtematrixelemente ρ_{33} , $\operatorname{Re} \rho_{3-1}$, $\operatorname{Re} \rho_{31}$ sind Funktionen der Photonenergie und des Erzeugungswinkels: $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}(E_\gamma, \cos \theta^*)$ (vgl. Abschnitt IV.5).

Gl. 4 beschreibt den Zerfall im Helizitätssystem (bzw. Gottfried-Jackson-System oder im Adairsystem) als Funktion $\cos\theta^H, \phi^H$ (bzw. $\cos\theta^J, \phi^J$ oder $\cos\theta^A, \phi^A$), wenn die Dichtematrixelemente $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}^H$ im Helizitätssystem gegeben sind (bzw. im Jackson-System: $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}^J$, oder im Adairsystem: $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}^A$).

Der Ansatz nach Gl. 2 gibt bei großen Photonenergien die beobachtete Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \sim \frac{1}{E_Y^2}$ richtig wieder (vgl. Abschnitt IV.3); denn aus Gl. 2 folgt

$$\sigma \sim \frac{1}{\text{Fluß}} \int \frac{M_{p+}}{q(M_{p+})} BW(M_{p+}) e^A t \cdot \frac{d^2 R_3}{dM_{p+}^2 d\cos\theta^*} dM_{p+}^2 d\cos\theta^*.$$

Mit den Beziehungen

$$\frac{d^2 R_3}{dM_{p+}^2 d\cos\theta^*} \sim \frac{q^*(W)}{W} \frac{q(M_{p+})}{M_{p+}}, \quad d\cos\theta^* = \frac{dt}{2 q_Y^* q^*(W)} \quad \text{und} \quad \text{Fluß} = W q_Y^* = m_p E_Y$$

$$\text{folgt} \quad \sigma \sim \frac{1}{\text{Fluß}} \frac{1}{W q_Y^*} \sim \frac{1}{E_Y^2}.$$

b) f_{Δ^0}

f_{Δ^0} ist analog zu $f_{\Delta^{++}}$ definiert. Wegen des relativ kleinen Δ^0 -Wirkungsquerschnittes ist es nicht möglich, Erzeugungs- oder Zerfallswinkelverteilungen des Δ^0 zu bestimmen; daher werden $G \equiv 1$, $W \equiv 1$ gesetzt.

c) f_{ρ}

$$(Gl. 5) \quad f_{\rho}(E_Y, M_{+-}, t_{\rho}, \cos\theta_{\rho}^H, \phi_{\rho}^H) = E_Y^2 \frac{M_{+-}}{q(M_{+-})} BW(M_{+-}) e^A t_{\rho} W(\cos\theta_{\rho}^H, \phi_{\rho}^H)$$

t_{ρ} ist das Quadrat des Viererimpulses vom γ auf das ρ ,

θ_{ρ}^H und ϕ_{ρ}^H sind die Zerfallswinkel des ρ im Helizitätssystem,

$q(M_{+-}) \equiv q(M_{+-}, m_{\pi}, m_{\pi})$ ist der Impulsbetrag der Pionen im $\pi^+\pi^-$ -Ruhe-system.

$$BW(M_{+-}) = \frac{\pi^{-1} M_{\rho} \Gamma(M_{+-})}{(M_{\rho}^2 - M_{+-}^2)^2 + M_{\rho}^2 \Gamma^2(M_{+-})} \quad \text{ist ein relativistischer Breit-Wigner-}$$

Ausdruck; M_{ρ} = Masse des ρ^0 .

$$\Gamma(M) = \Gamma_{\rho} \left[\frac{q(M)}{q(M_{\rho})} \right]^3 \frac{2 q(M_{\rho})}{q^2(M) + q^2(M_{\rho})} \quad \text{ist die energieabhängige Breite } (\Gamma_{\rho} =$$

Breite des ρ^0).

Der Faktor $e^{A t_{\rho}}$ beschreibt den experimentell gefundenen differentiellen Wirkungsquerschnitt.

$W(\cos\theta^H, \phi^H)$ ist die normierte Zerfallswinkelverteilung für den Zerfall $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$:

$$W(\cos\theta, \phi)$$

$$= \frac{3}{4\pi} \left[\frac{1}{2}(1 - \rho_{00}) + \frac{1}{2}(3\rho_{00} - 1) \cos^2\theta - \rho_{1-1} \sin^2\theta \cos 2\phi - \sqrt{2} \operatorname{Re} \rho_{10} \sin 2\theta \cos\phi \right].$$

Für M_0 , Γ_0 , A , ρ_{00}^H , ρ_{1-1}^H und $\operatorname{Re} \rho_{10}^H$ werden die experimentell gefundenen Werte eingesetzt¹³.

Der Ansatz nach Gl. 5 beschreibt wegen des Faktors E_{γ}^2 die im Experiment gefundene Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma p \rightarrow \rho^0 p) \approx \text{const}$ bei großen Photonenergien richtig (Beweis analog zu a)).

d) $\underline{f_{\epsilon}}$

$$f_{\epsilon}(M_{+-}) = \frac{M_{+-}}{q(M_{+-})} \cdot \frac{\pi^{-1} M_0 \Gamma(M_{+-})}{(M_0^2 - M_{+-}^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2(M_{+-})}$$

mit $\Gamma(M) = \Gamma_0 \frac{q(M)}{q(M_0)}$, $M_0 = 700 \text{ MeV}$, $\Gamma_0 = 300 \text{ MeV}$.

e) f_{ps}

$f_{ps} = 1$ beschreibt den Untergrund nach dem statistischen Modell.

Um die Ereigniszahlen $a_{\Delta^{++}}$ für den Prozeß (2) zu bestimmen, muß man u. a. die Form der Erzeugungswinkelverteilung $G(E_\gamma, \cos\theta^*)$ und die Zerfallsmatrixelemente $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}(E_\gamma, \cos\theta^*)$ kennen, andererseits können diese Größen erst durch eine Anpassung gewonnen werden. Deshalb muß man iterativ vorgehen. Für die Photonenergien unterhalb der ρ^0 -Schwelle ($E_\gamma \lesssim 1$ GeV) wird zunächst angenommen, daß nur Δ^{++} , Δ^0 und Phasenraumbeiträge vorhanden sind, die durch isotrope Erzeugungs- und Zerfallswinkelverteilung $G(\cos\theta^*) = \text{const}$, $W(\cos\theta^H, \phi^H) = \text{const}$ beschreibbar sind. Innerhalb eines jeden Energie- und $\cos\theta^*$ -Intervalls werden dann Anpassungen an die experimentellen Verteilungen durchgeführt und so $d\sigma/d\Omega(E_\gamma, \cos\theta^*) \sim G(E_\gamma, \cos\theta^*)$ und $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}^H(E_\gamma, \cos\theta^*)$ bestimmt. Mit den nun in erster Näherung bekannten Verteilungen $G(E_\gamma, \cos\theta^*)$ und $W(\cos\theta^H, \phi^H)$ werden anschließend durch eine Anpassung an alle Ereignisse eines gegebenen E_γ -Intervalls die Ereigniszahlen $a_{\Delta^{++}}$, a_{Δ^0} , a_{ps} gewonnen. Es zeigt sich, daß $G(E_\gamma, \cos\theta^*)$ nur einen geringen Einfluß auf die Werte $a_{\Delta^{++}}$, a_{Δ^0} und a_{ps} hat; gibt man bei der Anpassungsrechnung $G(E_\gamma, \cos\theta^*)$ einen anderen Verlauf (z. B. $G = \text{const}$), so erhält man nur geringfügig veränderte $a_{\Delta^{++}}$, a_{Δ^0} und a_{ps} . Dagegen besitzt die Zerfallswinkelverteilung $W(\cos\theta^H, \phi^H)$ einen starken Einfluß auf die Ereigniszahlen. Das ist verständlich, da infolge der niedrigen Photonenergie ($E_\gamma \lesssim 1$ GeV) die Reflektion des Δ^{++} in die $p\pi^-$ -Masse eine ähnliche Form besitzt wie die Δ^0 -Resonanz (vgl. Abb. 2 und 3), andererseits aber die Reflektion des Δ^{++} von seiner Zerfallswinkelverteilung abhängt. Die Abb. 2(a), 3(a) und 4(a) zeigen die experimentellen Massenverteilungen M_{D^+} , M_{P^-} und M_{+-} . Eingezeichnet sind

die Anpassungen, bei denen die zuvor bestimmten experimentellen Verteilungen $G(E_\gamma, \cos\theta^*)$ und $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}^H(E_\gamma, \cos\theta^*)$ benutzt wurden.

Für Photonenergien oberhalb von 1 GeV wird zusätzlich der Beitrag der ρ^0 -Produktion angepaßt. Verschiedene Formulierungen der Dichteverteilung f_{ρ^0} (z. B. ρ^0 -Breit-Wigner-Form (nach Jackson⁴¹); oder Breit-Wigner-Form mit zusätzlichem Faktor $\left(\frac{M_\rho}{M_{+-}}\right)^4$ (nach Ross und Stodolsky⁴²); oder eine diffraktive ρ^0 -Amplitude, die mit einer Dreilamplitude interferiert (nach Söding⁴³) (vgl. auch Ref. 13) haben praktisch keinen Einfluß auf die Ereigniszahlen $a_{\Lambda^{++}}$. Die Abb. 2(b), 3(b) und 4(b) zeigen die Anpassungen für Photonenergien oberhalb von 1 GeV.

Für jede Anpassung kann man aus χ^2 und der Zahl der Freiheitsgrade die Wahrscheinlichkeit $P(\chi^2)$ berechnen; sie ist ein Maß für die Güte der Anpassung. Für die Anpassungen zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnitts und der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\Omega$ und $d\sigma/dt$ ist $P(\chi^2)$ in Abb. 5 gezeigt. Die Verteilung sollte isotrop sein, wenn nur statistische Fluktuationen auftreten. Die Anhäufung bei kleinen $P(\chi^2)$ zeigt jedoch, daß die experimentellen Daten sich möglicherweise nicht exakt nach der in Gl. 1 angegebenen Parametrisierung der Dichtefunktion $\frac{d^5N}{dE_\gamma d\vec{\chi}}$ verteilen.

b) Interferenz der Δ^{++} - und Δ^0 -Amplituden

In dem bisher beschriebenen Anpassungsverfahren wurde angenommen, daß die Amplituden, die die Δ^{++} , Δ^0 , ρ^0 und Phasenraumerzeugung beschreiben, nicht interferieren. Das führte zu der Dichteverteilung in Gl. 1. Wir wollen nun die Effekte einer möglichen Interferenz der Δ^{++} - und Δ^0 -Amplituden untersuchen. Abb. 6 zeigt die Verteilung der Massen M_{p^+} und M_{p^-} für

Photonenergien zwischen 700 und 800 MeV. Die eingezeichneten Resonanzbänder des Δ^{++} und des Δ^0 überlappen sich stark, so daß eine Interferenz zwischen der Δ^{++} - und der Δ^0 -Amplitude möglich ist. Bei höheren Photonenergien ($E_\gamma \gtrsim 1,5$ GeV) sind größere effektive Massen M_{p^+} und M_{p^-} erlaubt, d. h. der Dalitzplot wird "größer", so daß der Überlappungsbereich der Δ^{++} - und der Δ^0 -Resonanzen relativ klein wird - dann können keine wesentlichen Interferenzen auftreten.

Wir machen nun die Annahme, daß für Photonenergien unterhalb 1 GeV nur die Δ^{++} - und Δ^0 -Amplituden interferieren und daß sich der Phasenraumbeitrag inkohärent addiert. Die Dichteverteilung im Dalitzplot lautet als Funktion der drei Variablen Photonenergie E_γ und effektive Massen M_{p^+} und M_{p^-} :

$$\frac{d^3N}{dE_\gamma dM_{p^+}^2 dM_{p^-}^2} = \left[A_{++}^2 |T_{++}|^2 + A_0^2 |T_0|^2 + 2 \alpha A_{++} A_0 \operatorname{Re}(T_{++} T_0^*) + A_{ps}^2 |T_{ps}|^2 \right] \cdot \rho(E_\gamma, M_{p^+}, M_{p^-})$$

Die anzupassenden Größen A_{++} , A_0 und A_{ps} legen die Beiträge der Δ^{++} , Δ^0 - bzw. Phasenraumerzeugung fest. Für den Phasenraumbeitrag gilt

$|T_{ps}|^2 = \text{const.}$ T_{++} und T_0 werden als Breit-Wigner-Amplituden parametrisiert und lauten (bis auf Konstanten):

$$T_{++} = \frac{\frac{M_{p^+} W(\cos\theta_{p^+}^H) \Gamma(M_{p^+})}{q(M_{p^+})}}{M_0^2 - M_{p^+}^2 - i M_0 \Gamma(M_{p^+})} \cdot 1$$

$$T_0 = \frac{\frac{M_{p^-} W(\cos\theta_{p^-}^H) \Gamma(M_{p^-})}{q(M_{p^-})}}{M_0^2 - M_{p^-}^2 - i M_0 \Gamma(M_{p^-})} \cdot e^{i\varphi}$$

Diese Amplituden hängen nur von den drei Variablen E_γ , M_{p^+} und M_{p^-} ab; sie sind bereits über zwei der fünf Variablen eines Dreiteilchen-Endzustandes gemittelt - beispielsweise über einen Erzeugungswinkel und einen Zerfallswinkel. Der Phasenfaktor $e^{i\varphi}$ gibt die relative Phase zwischen der Δ^{++} - und der Δ^0 -Amplitude an, bezogen auf den Fall $M_{p^+} = M_{p^-}$. Innerhalb eines jeweiligen Photonenergieintervalls wird $e^{i\varphi}$ als konstant betrachtet, d. h. als unabhängig von den Massen M_{p^+} und M_{p^-} ; φ wird angepaßt. Der Parameter α vor dem Interferenzterm kann zwischen 0 und 1 variieren: $0 \leq \alpha \leq 1$. Er ermöglicht, daß nach der Mittelung über die beiden hier nicht mehr betrachteten Variablen (z. B. ein Erzeugungswinkel und ein Zerfallswinkel) der Interferenzterm entweder in voller Größe auftritt ($\alpha = 1$) oder verschwindet ($\alpha = 0$). Die Werte von α und φ sind a priori nicht bekannt. Paßt man sie an die experimentellen Daten an, so erhält man innerhalb großer Photonenergieintervalle die in Abb. 7 (a,b) gezeigten Werte für α und φ ; α variiert etwa zwischen 0 und 1, φ etwa zwischen 90° und 180° .

Neben den beiden genannten Anpassungen: 1) keine Interferenz ($\alpha = 0$) und 2) Interferenz mit angepaßten Werten von α ($0 \leq \alpha \leq 1$) und φ , wurde in einer früheren Anpassung¹³ der Einfluß der Δ^{++} - Δ^0 -Interferenz unter der anderen extremen Annahme untersucht: 3) volle Interferenz ($\alpha = 1$) mit angepaßter Phase φ . Der Δ^{++} -Wirkungsquerschnitt stimmt bei allen drei Anpassungsverfahren innerhalb von etwa 1/4 Standardabweichungen überein - nur in zwei Energieintervallen beträgt der Unterschied etwa eine Standardabweichung. Auch die Phasenraumwirkungsquerschnitte (Prozeß 7) stimmen ungefähr überein.

Dagegen unterscheiden sich die Δ^0 -Wirkungsquerschnitte wesentlich; sie sind für alle drei Interferenzannahmen in Abb. 7(c) angegeben. Der Δ^0 -Wirkungsquerschnitt, nach der 1) Methode ($\alpha = 0$) bestimmt, verschwindet nahezu unterhalb von etwa 700 MeV Photonenergie und steigt dann sprunghaft auf ein Maximum von etwa $15 \mu\text{b}$ bei 800 MeV Photonenergie an, von wo er langsam abfällt. Der Δ^0 -Wirkungsquerschnitt nach der 2) Methode (α als freier Parameter) steigt - bei größeren Fehlern - stetiger zum Maximum an und stimmt sonst mit Methode 1) überein. Methode 3) ($\alpha = 1$) liefert dagegen im Bereich von 600 bis 1000 MeV einen Δ^0 -Wirkungsquerschnitt von etwa $1 \mu\text{b}$, im völligen Gegensatz zu den Methoden 1) und 2). Das ist verständlich, da bei voller Interferenz ($\alpha = 1$) ein kleiner Δ^0 -Beitrag genügt, um mit dem großen Δ^{++} -Beitrag einen merklichen Interferenzeffekt hervorzurufen. Physikalisch ist ein Wirkungsquerschnittsverhältnis $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) / \sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 1 - 2 \%$ kaum verständlich (vgl. Kapitel VI.1).

Da die Annahme, daß für alle Photonenergien die Interferenz verschwindet ($\alpha = 0$) oder vollständig vorhanden ist ($\alpha = 1$), physikalisch nicht gerechtfertigt ist, halten wir es für notwendig, α als freien Parameter zu betrachten, um den Δ^0 -Wirkungsquerschnitt zu bestimmen. Der nach der Methode 2) gewonnene Δ^0 -Wirkungsquerschnitt wird später (Kap. VI.1) diskutiert. Es wird gezeigt, daß er mit Modellerwartungen ungefähr übereinstimmt; weiterhin wird dort gezeigt, daß man für die Phase φ im Bereich $E_\gamma < 600 \text{ MeV}$ und $E_\gamma \geq 1000 \text{ MeV}$ $\varphi = 180^\circ$ erwartet und im Bereich $600 < E_\gamma < 1000 \text{ MeV}$ von 180° verschiedene Werte. Da der Δ^{++} -Wirkungsquerschnitt bei allen drei Anpassungsmethoden übereinstimmt und da außerdem in diesem Experiment nicht genügend Ereignisse vorhanden sind, um die Abhängigkeit des Interferenzpara-

mers α und der Phase γ vom Erzeugungswinkel $\cos\theta^*$ (oder vom Impulsübertragsquadrat t) zu untersuchen, wird im Folgenden bei der Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts und der Dichtematrixelemente der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ die Methode 1) ($\alpha = 0$) verwendet.

3. Totale Wirkungsquerschnitte

Der totale Wirkungsquerschnitt für die Reaktion



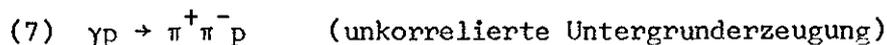
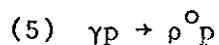
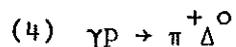
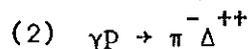
ist in Abb. 8 gezeigt. Er wurde nach der Formel

$$\sigma(E_\gamma) = \sigma_{\text{paar}}(E_\gamma) \frac{dN/dE_\gamma}{dN_{\text{paar}}/dE_\gamma}$$

bestimmt, und zwar aus den 18781 gemessenen Ereignissen der Reaktion (1) unter Verwendung des bekannten Wirkungsquerschnitts σ_{paar} für e^+e^- -Paarerzeugung. Das Spektrum $dN_{\text{paar}}/dE_\gamma$ wurde in diesem Experiment gemessen. Ausführliche Einzelheiten des Verfahrens sind in der Arbeit von Spitzer³⁹ angegeben.

Die Erzeugungsschwelle für die Reaktion (1) liegt bei $E_\gamma = 320$ MeV, entsprechend einer CMS-Energie von 1217 MeV. Der Wirkungsquerschnitt in Abb. 8 zeigt von der Schwelle aus einen steilen Anstieg zu einem breiten Maximum von etwa 75 μb , das bei der CMS-Energie von 1400 - 1600 MeV liegt. Oberhalb der CMS-Energie von etwa 1700 MeV fällt der Wirkungsquerschnitt langsam ab.

Mit dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Anpassungsverfahren wurden die Wirkungsquerschnitte für die Prozesse



bestimmt. Unterhalb der ρ^0 -Schwelle wurden die Prozesse (2), (4) und (7) berücksichtigt, oberhalb der ρ^0 -Schwelle außerdem noch der Prozeß (5). Die Wirkungsquerschnitte für diese Prozesse sind in Abb. 9 und in Tab. 4 angegeben. Versucht man, für Photonenergien $E_\gamma < 1,1$ GeV statt des Phasenraumbeitrages den Anteil einer $\pi^+\pi^-$ S-Welle (Prozeß (6)) (Masse 700 MeV, Breite 300 MeV, ϵ genannt) oder einer $\pi^+\pi^-$ P-Welle mit der Form der Breit-Wigner-Flanke des ρ^0 (Prozeß (5)) anzupassen, so erhält man eine ähnlich gute Wahrscheinlichkeit $P(\chi^2)$. Die Wirkungsquerschnitte für $\gamma p \rightarrow \epsilon p$ (bzw. $\gamma p \rightarrow \rho^0 p$) haben etwa dieselben Werte, die in Abb. 9 für den Phasenraumbeitrag angegeben sind. Die Wirkungsquerschnitte für die Δ^{++} - und Δ^0 -Produktion bleiben dabei nahezu unverändert, d. h. sie sind praktisch unabhängig von der Art des gewählten Untergrundes.

Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^-\Delta^{++})$ macht bei Photonenergien $E_\gamma \lesssim 1$ GeV bis zu 90 % des totalen Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p)$ aus. Er besitzt an der Schwelle einen steilen Anstieg auf etwa 70 μb , worin sich das Schwellenverhalten von $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p)$ fast vollständig widerspiegelt. Oberhalb von $E_\gamma \approx 1$ GeV fällt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^-\Delta^{++})$ mit zunehmender Energie etwa wie $1/E_\gamma^2$ ab, wie aus der Abb. 10 ersichtlich ist. Dort ist $\ln\sigma$ gegen $\ln E_\gamma$ aufgetragen. Die experimentellen Punkte liegen etwa auf einer Geraden mit der Steigung -2 . In Abb. 9 ist eine Struktur im Bereich der "2. Resonanz" $D_{13}(1520)$ angedeutet: bei Photonenergien von 700 - 800 MeV (entsprechend einer CMS-Energie von etwa 1550 MeV) scheint ein Dip im Δ^{++} -Wirkungsquerschnitt zu existieren. Bei der gleichen Photonenergie sieht man im Δ^0 -Wirkungsquerschnitt den Anstieg zu einem breiten Maximum. Auf diese Struktur wird später (Kapitel VI) genauer eingegangen.

Für das Verhältnis

$$R = \frac{\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p)}{\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p)}$$

erwartet man (vgl. Anhang 3.d):

$$R = \frac{1}{9} \text{ für Isospin } I_t = 1 \text{ im t-Kanal bei Kopplung an den Isovektor-} \\ \text{anteil des Photons } (I_\gamma = 1),$$

$$R = \frac{1}{9} \text{ für Isospin } I_t = 1 \text{ im t-Kanal bei Kopplung an den Isoskalar-} \\ \text{anteil des Photons } (I_\gamma = 0),$$

$$R = \frac{1}{9} \text{ für Isospin } I_s = \frac{1}{2} \text{ im s-Kanal,}$$

$$R = \frac{4}{9} \text{ für Isospin } I_s = \frac{3}{2} \text{ im s-Kanal,}$$

$$R = 1 \text{ für Isospin } I_t = 2 \text{ im t-Kanal.}$$

Bei Photonenergien $E_\gamma < 700$ ist das Verhältnis der experimentell beobachteten Wirkungsquerschnitte $R \lesssim \frac{1}{9}$. Bei Photonenergien von 700 - 1000 MeV beträgt der Δ^0 -Wirkungsquerschnitt etwa 12 - 15 μb , woraus $\frac{1}{9} < R < \frac{4}{9}$ folgt. Für $E_\gamma > 1$ GeV ist R gut mit $\frac{1}{9}$ verträglich. Die experimentell beobachteten Werte für R geben also einen Hinweis darauf, daß in den Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ I = 1 Austausch im t-Kanal und/oder I = $\frac{1}{2}$ Austausch im s-Kanal dominiert. Das energieabhängige Verhalten von R ($R \lesssim \frac{1}{9}$ für $E_\gamma < 700$ MeV, $R > \frac{1}{9}$ für $E_\gamma \approx 700 - 1000$ MeV) wird später nochmals betrachtet (Kapitel VI), wo eine Deutung versucht wird.

Der ρ^0 -Wirkungsquerschnitt steigt von der Schwelle ($E_\gamma \approx 1,1$ GeV entsprechend einer CMS-Energie von 1,7 GeV) an auf ein Maximum von etwa 25 μb im Bereich einer CMS-Energie von etwa 2 GeV. Er fällt dann langsam ab auf einen nahezu energieunabhängigen Wert von etwa 16 μb im Bereich von 3 - 6 GeV Photonenergie. Die Reaktion $\gamma p \rightarrow \rho^0 p$ zeigt die charakteristischen Eigenarten

einer elastischen diffraktiven Streuung. Die in diesem Experiment beobachtete ρ^0 -Photoproduktion ist ausführlich in den Arbeiten^{13,39} beschrieben.

4. Erzeugungswinkelverteilung

Um die Erzeugungswinkelverteilung $d\sigma/d\Omega$ für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ zu bestimmen, wird an jeweils alle Ereignisse eines E_γ - und $\cos\theta^*$ -Intervalls die im Kapitel IV.2.a beschriebene Likelihoodfunktion angepaßt. Der Term $f_{\Delta^{++}}$ (Gl. 2) enthält die Zerfallswinkelverteilung im Helizitätssystem mit den Dichtematrixelementen $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}^H(E_\gamma, \cos\theta^*)$, die in Abb. 16 gezeigt sind. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ($\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$) ist für verschiedene Photonenergieintervalle in Abb. 11 und in Tab. 5 angegeben. In der Nähe der Schwelle ist $d\sigma/d\Omega$ nahezu isotrop in $\cos\theta^*$; mit wachsender Photonenergie wird die Vorwärtsrichtung ($\cos\theta^* = 1$) immer mehr bevorzugt. Der relativ konstante Verlauf von $d\sigma/d\Omega$ in Schwellennähe weist nicht notwendigerweise darauf hin, daß dort das $\pi^- \Delta^{++}$ -System den relativen Bahndrehimpuls $L = 0$ besitzt. In Abb. 12 ist der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ ($\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$) gezeigt, den man für $\pi\Delta$ -Zustände mit definierten Werten für Spin J , Parität P und Bahndrehimpuls L erwartet. Man sieht, daß sowohl die $(J^P = \frac{3}{2}^-, L = 0, 2)$ Zustände als auch der $(J^P = \frac{1}{2}^+, L = 1)$ und der $(J^P = \frac{1}{2}^-, L = 1)$ Zustand zu einer isotropen Erzeugungswinkelverteilung führen. Aus der bei niedrigen Energien nahezu isotropen Erzeugungswinkelverteilung allein kann man also nur schließen, daß ein dominanter Zustand einer von den vier genannten Zuständen ist. Weiteren Aufschluß erhält man aus der Zerfallswinkelverteilung (Kapitel IV.5).

Beschreibt man den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ durch eine Reihe von Legendrepolyomen

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} (\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = \frac{1}{(q_\gamma^*)^2} \sum_{\ell=0}^{\ell_{\max}} A_\ell P_\ell (\cos\theta),$$

so erhält man die in Abb. 13 und Tab. 6 für Photonenergien bis 1,8 GeV angegebenen Koeffizienten A_ℓ . Der Impuls q_γ^* ist der CMS-Impuls des Anfangszustandes an der Energiemitte des jeweils betrachteten Energieintervalls; $(1/q_\gamma^*)^2$ ist dimensionsmäßig als Wirkungsquerschnitt (in Einheiten μb) eingesetzt. Für Photonenergien $E_\gamma < 800$ MeV kann man $d\sigma/d\Omega$ gut beschreiben mit $\ell_{\max} = 2$, dagegen benötigt man bei Photonenergien von 1,8 GeV eine Entwicklung mit $\ell_{\max} = 5$.

Es soll jetzt untersucht werden, inwieweit die Koeffizienten A_ℓ Hinweise über die Bahndrehimpulse L von resonanten $\pi\Delta$ Zuständen enthalten. Allgemein sollte sich der Beitrag vom Absolutbetragsquadrat einer resonanten Partialwelle mit dem Bahndrehimpuls L als eine energieabhängige Struktur des Koeffizienten A_{2L} bemerkbar machen (genau genommen gilt dies nicht für L , sondern für $\text{Min}(L, J - \frac{1}{2})$, Multipolordnung, wenn J der Spin der Partialwelle ist). Die Struktur sollte bei derjenigen CMS-Energie erscheinen, die gleich der Masse einer $\pi\Delta$ -Resonanz ist. Bei Interferenz zwischen einer resonanten Partialwelle mit Bahndrehimpuls L und einer anderen Partialwelle mit Bahndrehimpuls L' sollte der Koeffizient $A_{L+L'}$ eine energieabhängige Struktur zeigen. In folgender Tabelle ist für verschiedene A_ℓ angegeben, welche Partialwellen mit ihren Absolutbeträgen bzw. mit ihren Interferenzt termen zu A_ℓ beitragen können.

Der Koeffizient A_0 ist proportional zum totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$. A_1 entsteht durch Interferenz einer S-Welle mit einer P-Welle. Das experimentell beobachtete A_1 besitzt jedoch einen verhält-

A_ℓ	(L,L') mit $\ell = L + L'$		Daten enthalten experimentelle Hinweise auf:
	Beitrag einer Partialwelle	Interferenz zweier Partialwellen	
A_1		(1,0)	überwiegend nichtresonante S-, P-, D-Wellen für $E_\gamma < 1,8$ GeV
A_2	(1,1)	(2,0)	
A_3		(3,0), (2,1)	Interferenz bei $E_{CM} = 1680$ MeV ?
A_4	(2,2)	(4,0), (3,1)	Interferenz bei $E_{CM} = 1950$ MeV ?
A_5		(5,0), (4,1), (3,2)	
A_6	(3,3)	(6,0), (5,1), (4,2)	

nismäßig glatten Verlauf bis zu Photonenergien von 1,8 GeV und zeigt keine Interferenzstruktur. Die beobachteten S- und P-Wellen sind also überwiegend nichtresonant. Auch A_2 zeigt nahezu keine Struktur bis 1,8 GeV Photonenergie und liefert deshalb weder einen signifikanten Hinweis auf den Beitrag einer resonanten P-Welle, noch auf eine resonante Interferenz zwischen einer S- und einer D-Welle. A_3 verschwindet für $E_\gamma < 800$ MeV. Das weist darauf hin, daß bis CMS-Energien von etwa 1550 MeV keine dominierenden resonanten S- oder P-Wellen vorhanden sind - in Übereinstimmung mit dem Verlauf von A_1 und A_2 . A_3 besitzt bei einer CMS-Energie von etwa 1680 MeV die Struktur einer resonanten Interferenz. Sie könnte durch Interferenz zwischen einer resonanten F-Welle (z. B. $J^P = \frac{5}{2}^+$, der $F_{15}(1688)$ -Resonanz, die mit $L = 3$ zerfallen kann) und einer S-Welle hervorgerufen sein, oder auch durch Interferenz einer reso-

nanten P-Welle (z. B. ebenfalls $\frac{5}{2}^+$, der $F_{15}(1688)$ -Resonanz, die mit $L = 1$ zerfallen kann) mit einer D-Welle. A_4 verschwindet für $E \lesssim 1200$ MeV und wächst dann an, was durch den Interferenzbeitrag einer resonanten F-Welle (z. B. $J^P = \frac{7}{2}^+$, 1950-Resonanz mit $I = \frac{3}{2}$) bedingt sein kann.

Aus der Energieabhängigkeit der Koeffizienten A_ℓ kann man also folgendes schließen: In den S- und P-Wellen bei CMS-Energien < 2100 MeV dominieren nichtresonante Beiträge gegenüber resonanten. Auch die P-Welle ist überwiegend nichtresonant für $E_{CM} < 1680$ MeV. Bei $E_{CM} \approx 1680$ MeV existieren Hinweise auf eine resonante P- (oder F-) Welle; weiterhin könnte bei $E_{CM} \approx 1950$ MeV ein anderer F-Wellenbeitrag vorhanden sein. In Kapitel V werden die erwarteten resonanten Beiträge verschiedener $I = \frac{1}{2}$ und $I = \frac{3}{2}$ Resonanzen aus den ungefähr bekannten Zerfallsbreiten $\Gamma_{\gamma p}$ und $\Gamma_{\pi\Delta}$ abgeschätzt. Dort wird gezeigt, daß man im allgemeinen kleine Beiträge zu resonanten Partialwellen erwartet, dagegen viel stärkere Beiträge zu nichtresonanten Partialwellen, ähnlich wie es die hier besprochenen Koeffizienten qualitativ andeuten.

Neben der Erzeugungswinkelverteilung $d\sigma/d\Omega$ für $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ soll auch der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ angegeben werden, da wegen der Integration über die $p\pi^+$ -Masse und die Photonenergie innerhalb des jeweiligen E_γ -Intervalls zwischen beiden differentiellen Wirkungsquerschnitten keine eindeutige Beziehung besteht. $d\sigma/dt$ bestimmt man nach dem in Kapitel IV.2 beschriebenen Maximum-Likelihood-Verfahren, indem man an jeweils alle Ereignisse eines E_γ - und t -Intervalls die Likelihoodfunktion anpaßt. Unterhalb von $E_\gamma = 1,1$ GeV werden nur Beiträge von $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und Untergrund ("Phasenraum") angepaßt, oberhalb $E_\gamma = 1,1$ GeV auch Beiträge von $\gamma p \rightarrow \rho^0 p$.

Die in Abb. 14 und Tab. 7 angegebenen differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt$ zeigen mit zunehmender Photonenergie einen immer deutlicher ausgeprägten peripheren Charakter.

Da nach Abb. 10 für den Wirkungsquerschnitt bei großen Photonenergien gilt: $\sigma \sim \frac{1}{E_Y^2} \approx \frac{1}{s^2}$, sollte $s^2 \cdot \frac{d\sigma}{dt}(t)$ unabhängig von der Energie sein. Daher kann man, um statistische Fehler klein zu halten, $s^2 \frac{d\sigma}{dt}$ in einem relativ großen Photonenergieintervall bestimmen. Man erhält durch ein Anpassungsverfahren (wie bei $d\sigma/dt$) im Energieintervall $E_Y = 1,4 - 5,8$ GeV und bei Impulsüberträgen $|t| < 2$ GeV² für $s^2 \frac{d\sigma}{dt}(t)$ die in der Abb. 15 gezeigten Werte. Der Ausdruck $C \cdot e^{At}$ mit $A = 8$ GeV⁻² beschreibt im t -Intervall $|t| < 0,2$ GeV² den experimentellen Verlauf von $s^2 \frac{d\sigma}{dt}$ recht gut, liegt aber systematisch zu niedrig für $|t| > 0,2$ GeV². Eine bessere Beschreibung erhält man mit $C_1 \cdot e^{A_1 t} + C_2 \cdot e^{A_2 t}$ mit $A_1 = 8,5 \pm 0,5$ GeV⁻² und $A_2 = 2,5 \pm 0,15$ GeV⁻². Diese Änderung des "slope"-Parameters A bei $|t| \approx 0,2$ GeV² wird unter dem Gesichtspunkt des Vektordominanzmodells in Kapitel V.4 diskutiert.

5. Zerfallswinkelverteilung

Den Zerfall $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$ kann man bei unpolarisierten Teilchen im Anfangszustand durch die Dichtematrixelemente ρ_{33} , $\text{Re } \rho_{3-1}$ und $\text{Re } \rho_{31}$ beschreiben. In Kapitel IV.1 wurden verschiedene Koordinatensysteme genannt, in denen die Zerfallswinkel und die Dichtematrixelemente definiert werden können: Helizitäts-, Gottfried-Jackson- und Adairsystem. Die Dichtematrixelemente bestimmt man mit dem in Kapitel IV.2.a angegebenen Maximum-Likelihood-Verfahren: an jeweils alle Ereignisse eines E_Y - und $\cos\theta^*$ -Intervalls wird die Likelihoodfunktion angepaßt, indem die optimalen Werte von ρ_{33} , $\text{Re } \rho_{3-1}$ und $\text{Re } \rho_{31}$ (im Helizitäts- bzw. Gottfried-Jackson- bzw. Adairsystem) gesucht

werden. Die Abb. 16 - 18 und Tab. 8 zeigen die Dichtematrixelemente ρ_{33} , $\text{Re } \rho_{3-1}$ und $\text{Re } \rho_{31}$ als Funktion von $\cos\theta^*$ für verschiedene Photonenergieintervalle im Helizitäts-, Gottfried-Jackson- und Adairsystem. Die physikalischen Grenzen der $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}$ sind $0 \leq \rho_{33} < 0,5$ und $-0,5 < \text{Re } \rho_{3-1}$, $\text{Re } \rho_{31} < +0,5$. Außerdem gelten die Ungleichungen⁴⁴

$$|\text{Re } \rho_{31}| \leq \left[\frac{1}{2} - 2 |\text{Re } \rho_{3-1}| \rho_M \right]^{1/2} \quad \text{und}$$

$$|\text{Re } \rho_{3-1}| \leq \left[\frac{1}{2} - 2 |\text{Re } \rho_{31}| \rho_M \right]^{1/2}$$

mit $\rho_M \equiv \text{Min} \left\{ \rho_{33}, \frac{1}{2} - \rho_{33} \right\}$.

Die experimentell bestimmten $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}$ erfüllen diese Bedingungen. Abb. 16 zeigt eine starke Abhängigkeit der $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}^H(E_\gamma, \cos\theta^*)$ von der Photonenergie E_γ und dem Erzeugungswinkel θ^* . Es soll nun an den $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}^H$ im Helizitätssystem untersucht werden, welche Partialwellen an der Erzeugungsschwelle hauptsächlich beitragen. Dazu sind in Abb. 12 die Dichtematrixelemente $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}^H(\cos\theta^*)$ für alle Partialwellen mit Bahndrehimpulsen $L = 0, 1$ oder 2 aufgetragen, und zwar für verschiedene Kopplungsmöglichkeiten an das Photon: elektrische oder magnetische Multipolanregung oder Helizität im s-Kanal: $s_i = \frac{1}{2}$ oder $s_i = \frac{3}{2}$ (siehe Anhang 3.c). Vergleicht man Abb. 12 mit den experimentell beobachteten Dichtematrixelementen im Helizitätssystem (Abb. 16), so findet man, daß von allen möglichen Partialwellen mit $L = 0$ oder 1 oder 2 nur eine einzige die an der Schwelle beobachtete $\cos\theta^*$ -Abhängigkeit der $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}^H(\cos\theta^*)$ liefert, nämlich ($J^P = \frac{3}{2}^-$, $L = 0$), und zwar nur bei $E1$ oder $s_i = \frac{3}{2}$ Anregung. Der verlangte Bahndrehimpuls ist konsistent mit dem nahezu isotropen differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ (vgl. Abb. 11 und Abschnitt IV.4). Während jedoch alle vier Partialwellen ($J^P = \frac{3}{2}^-$, $L = 0, 2$),

$J^P = \frac{1}{2}^+, L = 1$) und ($J^P = \frac{1}{2}^-, L = 2$) zu einer isotropen Erzeugungswinkelverteilung führen, kann die Zerfallswinkelverteilung nur durch die Partialwelle ($J^P = \frac{3}{2}^-, L = 0$) bei E1 oder $s_i = \frac{3}{2}$ Anregung beschrieben werden. Man kann also den Schluß ziehen: wenn an der Schwelle ein Zustand dominiert, dann ist es der ($J^P = \frac{3}{2}^-, L = 0$) Zustand bei E1 oder $s_i = \frac{3}{2}$ Kopplung.

Dieser Sachverhalt erlaubt folgende Bemerkung: Frühere Messungen^{25,32} der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ konnten gut durch die Annahme beschrieben werden, daß die $\pi\Delta$ -Produktion an der Schwelle fast ausschließlich über die Anregung der s-Kanal-Resonanz $P_{11}(1470)$ ($J^P = \frac{1}{2}^+, L = 1$) abläuft. Allerdings war in Referenz 32 die Übereinstimmung mit den Dichtematrixelementen nicht überprüft worden. Die Dichtematrixelemente für die Partialwelle ($J^P = \frac{1}{2}^+, L = 1$) (wegen $J = \frac{1}{2}$ ist nur $s_i = \frac{1}{2}$ Kopplung möglich) sind jedoch im Helizitätssystem: $\rho_{33}^H \equiv \text{Re } \rho_{3-1}^H \equiv \text{Re } \rho_{31}^H \equiv 0$, im Widerspruch zu den in diesem Experiment an der Schwelle gemessenen Dichtematrixelementen. Daraus folgt: der Beitrag der s-Kanal-Resonanz $P_{11}(1470)$ ist klein, verglichen mit dem Beitrag der Partialwelle ($J^P = \frac{3}{2}^-, L = 0$) bei E1 oder $s_i = \frac{3}{2}$ Anregung. Dies steht in Übereinstimmung mit dem Schluß, der aus den Entwicklungskoeffizienten A_ρ gezogen wurde (vgl. Abschnitt IV.4). Im nächsten Kapitel wird gezeigt, daß man aus theoretischen Überlegungen gerade für die Partialwelle ($J^P = \frac{3}{2}^-, L = 0$) bei E1 Anregung einen dominierenden Beitrag an der Schwelle erwartet.

Abb. 19 zeigt die über den Erzeugungswinkel integrierten Dichtematrixelemente $\rho_{2\lambda 2\lambda'}^H(E_\gamma)$ im Helizitätssystem als Funktion der Photonenergie. ρ_{33}^H variiert stark im Bereich $E_{CM} \approx 1500 - 1600$ MeV, was auf eine in diesem Bereich schnell veränderliche Amplitude schließen läßt. Eine weitere Struktur zeigt ρ_{33}^H bei $E_{CM} \approx 1900$ MeV, und $\text{Re } \rho_{31}^H$ besitzt ein breites Maximum bei etwa derselben Schwerpunktenenergie.

6. Zusammenfassung der experimentellen Ergebnisse

A. Die phänomenologischen Aussagen für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$, die aus den in diesem Experiment gefundenen totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitten und Zerfallswinkelverteilungen ohne spezielle Modellannahmen gewonnen wurden, sind hier zusammenfassend nochmals aufgeführt.

Aus σ :

- Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ steigt an der Schwelle steil an auf einen maximalen Wert von etwa 70 μb bei $E_\gamma \approx 750$ MeV.
- Bei Photonenergien $E_\gamma \gtrsim 1,1$ GeV gilt $\sigma \sim 1/E_\gamma^2$.
- Es dominiert $I_t = 1$ Austausch im t-Kanal, oder $I_s = \frac{1}{2}$ Austausch im s-Kanal.
- Bei $E_\gamma \approx 750$ MeV (entsprechend $E_{\text{CM}} \approx 1520$ MeV) zeigt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ einen Dip; $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0)$ besitzt dort ein Maximum.

Aus $d\sigma/d\Omega$:

- $d\sigma/d\Omega$ ist an der Schwelle nahezu isotrop, woraus ($J^P = \frac{3}{2}^-$, $L = 0, 2$) oder ($J^P = \frac{1}{2}^+$, $L = 1$) oder ($J^P = \frac{1}{2}^-$, $L = 2$) als dominanter Zustand folgt.
- Bei großen Photonenergien ist die Produktion unter kleinen Winkeln ($\cos\theta^* \approx 1$) bevorzugt.
- Die S- und D-Wellen sind für $E_{\text{CM}} < 2,1$ GeV im wesentlichen nichtresonant.
- Die P-Welle ist für $E_{\text{CM}} < 1,6$ GeV im wesentlichen nichtresonant.
- Die P- (oder F-) Welle besitzt bei $E_{\text{CM}} \approx 1,680$ GeV möglicherweise einen resonanten Anteil.
- Die F-Welle besitzt bei $E_{\text{CM}} \approx 1,950$ GeV möglicherweise einen resonanten Anteil.

Aus $d\sigma/dt$:

- k) Bei großen Photonenergien ($E_\gamma = 1,4 - 5,8 \text{ GeV}$) zeigt $s^2 d\sigma/dt(t)$ eine Änderung des "slope"-Parameters als Funktion von t :
 $A = 8,5 \pm 0,5 \text{ GeV}^{-2}$ für $|t| < 0,2 \text{ GeV}^2$ und $A = 2,5 \pm 0,15 \text{ GeV}^{-2}$
für $0,2 < |t| < 2 \text{ GeV}^2$.

Aus $\rho_{2\Lambda 2\Lambda'}^H$:

- l) An der Schwelle dominiert der Zustand ($J^P = \frac{3^-}{2}$, $L = 0$) mit E1 oder $s_i = \frac{3}{2}$ Kopplung (in Konsistenz mit e).
- m) $\rho_{33}^H(E_\gamma)$ zeigt bei $E_\gamma \approx 750 \text{ MeV}$ (entsprechend $E_{CM} \approx 1520 \text{ MeV}$) eine deutliche Interferenzstruktur, und eine weniger signifikante sieht man bei $E_\gamma \approx 1,35 - 1,65 \text{ GeV}$ (entsprechend $E_{CM} \approx 1,85 - 2,0 \text{ GeV}$).
- n) $\text{Re } \rho_{31}^H(E_\gamma)$ zeigt bei $E_\gamma \approx 1,35 - 1,65 \text{ GeV}$ ein breites Maximum.

B. Aus diesen Ergebnissen kann man für die resonanten und nichtresonanten Beiträge folgende Schlüsse ziehen:

- a) An der Schwelle dominiert eine nichtresonante Partialwelle ($J^P = \frac{3^-}{2}$, $L = 0$) mit E1 oder $s_i = \frac{3}{2}$ Kopplung, die den Isospin $I_t = 1$ oder $I_s = \frac{1}{2}$ hat. Sie besitzt bei $E_\gamma = 600 \text{ MeV}$ einen Wirkungsquerschnitt von etwa $60 \mu\text{b}$.
- b) Die Resonanz $P_{11}(1470)$ ($J^P = \frac{1^+}{2}$, $L = 1$) trägt nur schwach bei; in den Daten existiert kein signifikanter Hinweis für ihre Anregung.
- c) Für die Anregung der $D_{13}(1520)$ ($J^P = \frac{3^-}{2}$, $L = 0$ oder 2) gibt es deutliche Hinweise. Der mit $L = 0$ zerfallende Anteil der D_{13} -Resonanz befindet sich im gleichen Zustand wie der an der Schwelle dominierende nichtresonante Beitrag ($J^P = \frac{3^-}{2}$, $L = 0$). Der Dip in

$\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ kann demnach als destruktive Interferenz zwischen der resonanten D_{13} S-Welle und der nichtresonanten S-Welle verstanden werden. Das Maximum im Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0)$ kann als konstruktive Interferenz zwischen der resonanten D_{13} S-Welle und der nichtresonanten S-Welle verstanden werden. Dann muß die nichtresonante S-Welle den Isospin $I_t = 1$ haben bei Kopplung an das isovektorielle Photon, muß also eine V_1 -Amplitude sein (vgl. Anhang 3.d), denn in den Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ haben die $I_s = \frac{1}{2}$ Amplituden gleiches Vorzeichen, die V_1 -Amplituden verschiedenes.

- d) Bei $E_{CM} \approx 1,680$ GeV existiert ein schwacher Hinweis auf eine resonante P- (oder F-) Welle.
- e) Bei $E_{CM} \approx 1,950$ GeV existiert ein schwacher Hinweis auf eine resonante F-Welle.

7. Vergleich mit anderen Experimenten

Der in diesem Experiment für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ bestimmte totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ und die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\Omega$ und $d\sigma/dt$ stimmen mit den Ergebnissen der anderen in den Tabellen 1, 2 und 3 genannten Experimente - soweit vergleichbar - innerhalb der Ungenauigkeitsgrenzen überein. Dichtematrixelemente als Funktion vom Erzeugungswinkel θ^* oder vom Impulsübertrag t sind bisher außer im vorliegenden Experiment nur im SLAC-Blasenkammerexperiment³⁷ bei 2,8 und 4,7 GeV Photonenergie bestimmt worden; die Ergebnisse beider Experimente stimmen überein.

V. Modellvorhersagen für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$

Nachdem im vorigen Kapitel die experimentellen Resultate bestimmt und aus ihnen modellunabhängige Aussagen gewonnen wurden, soll nun untersucht werden, inwieweit man die experimentellen Ergebnisse mit einfachen Modellen verstehen kann.

1. s-Kanal Resonanzen

In Analogie zu der Anregung von s-Kanal Resonanzen in Reaktionen der Art $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ erwartet man auch ihre Anregung in den Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \pi N$ und speziell $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$, entsprechend den Diagrammen in Abb. 20. Tatsächlich konnten der totale und der differentielle Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ in früheren Messungen sogar unter der extremen Annahme, daß nur Resonanzbeiträge existieren, recht gut beschrieben werden^{25,32} - allerdings unter der Voraussetzung von teilweise unrealistisch starken Kopplungen an $\pi^- \Delta^{++}$ einerseits und/oder γp andererseits.

Was weiß man über die $\pi \Delta$ bzw. γN Zerfälle der Resonanzen?

Die momentane Kenntnis über inelastische Zerfälle von N- und Δ -Resonanzen ist auf zwei Wegen gewonnen. Aus der elastischen πN Streuphasenanalyse^{40,45,46} ist bekannt, daß alle Partialwellen mit $I=1/2$, $J \leq 5/2$ (außer $J^P = \frac{3}{2}^+$) unterhalb einer CMS-Energie von 1750 MeV eine Resonanzstelle besitzen, und zwar mit teilweise starken Inelastizitäten η . Der andere Weg, etwas über inelastische Zerfälle von Resonanzen zu erfahren, ist die Untersuchung der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ bei entsprechenden CMS-Energien⁴⁷⁻⁴⁹. In Tab. 9 ist für verschiedene N- und Δ -Resonanzen zusammengestellt, was man über ihre Zerfallsverhältnisse $\frac{\Gamma_{\pi \pi N}}{\Gamma}$, $\frac{\Gamma_{\pi \Delta}}{\Gamma}$, $\frac{\Gamma_{\rho N}}{\Gamma}$ und $\frac{\Gamma_{\epsilon N}}{\Gamma}$ augenblicklich weiß (" ϵ " bedeutet hier ein $\pi^+ \pi^-$ -Zustand mit $I=J=0$). Das Zerfallsverhältnis $\frac{\Gamma_{\gamma N}}{\Gamma}$ von N- und Δ -Resonanzen kann man in der Einpion-Photoerzeugung bestimmen. Durch Analyse der totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ oder $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ gewinnt

man das Produkt $\frac{\Gamma_{\gamma p}}{\Gamma} \cdot \frac{\Gamma_{\pi N}}{\Gamma}$, und aus der Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ folgt $\frac{\Gamma_{\gamma n}}{\Gamma} \cdot \frac{\Gamma_{\pi N}}{\Gamma} = 50,51$. Mit Hilfe der ungefähr bekannten Breite $\Gamma_{\pi N}$ erhält man die Verhältnisse $\frac{\Gamma_{\gamma p}}{\Gamma}$ und $\frac{\Gamma_{\gamma n}}{\Gamma}$, die in der Tab. 10 angegeben sind. Die Wirkungsquerschnitte, mit denen die verschiedenen N- und Δ -Resonanzen im s-Kanal zu den Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$, $\gamma p \rightarrow \rho^0 p$ und $\gamma p \rightarrow \epsilon p$ beitragen, folgen aus der Unitaritätsgleichung

$$(Gl.6) \quad \sigma(E_{CM}) = \frac{1}{2568} \cdot \frac{\pi}{(q_\gamma^*)^2} \cdot (2J+1) \cdot \frac{M_0^2 \Gamma_f(E_{CM}) \cdot \Gamma_{\gamma p}(E_{CM})}{(M_0^2 - E_{CM}^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2(E_{CM})}$$

q_γ^* ist der CMS-Impuls des Photons, J der Spin der Resonanz, M_0 ihre Masse, $\Gamma(E_{CM})$ ihre totale Breite, $\Gamma_f(E_{CM})$ die partielle Breite für den Zerfall in $\pi^- \Delta^{++}$, $\rho^0 p$ oder ϵp (inklusive Clebsch-Gordan-Koeffizient für den entsprechenden Ladungszustand); $\sigma(E_{CM})$ erhält man in μb , wenn q_γ^* in GeV eingesetzt wird; der Faktor $1/2568$ dient zur Umrechnung von "GeV⁻²" in " μb ".

Tab. 10 enthält die aus Gl.6 abgeschätzten Wirkungsquerschnitte. Infolge der nur ungenau bekannten partiellen Breiten $\Gamma_{\pi \Delta}$ (bzw. $\Gamma_{\rho p}$ und $\Gamma_{\epsilon p}$) und $\Gamma_{\gamma N}$ sind momentan keine genaueren Abschätzungen möglich. Die für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ angegebenen s-Kanal Resonanzbeiträge sind zusammen mit dem in diesem Experiment bestimmten Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ in Abb. 21 gezeigt. Obwohl die Abschätzungen in Tab. 10 recht grob sind, kann man doch den Schluß ziehen, daß unterhalb von etwa 1 GeV Photonenergie die Resonanzbeiträge nur einen kleinen Teil des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ ausmachen und daß dort ein starker nichtresonanter Untergrund existieren muß.

Die s-Kanal Resonanz $P_{11}(1470)$ ($J^P = \frac{1}{2}^+$) kann keinen starken Beitrag liefern, und zwar aus folgenden Gründen:

i) Nach Tab. 10 ist $\sigma(\gamma p \rightarrow N(1470)^+ \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) < \sigma(\gamma p \rightarrow N(1470)^+ \rightarrow \epsilon p)$ (vgl.

Ref. 48). Für Photonenergien $500 < E_\gamma < 700$ MeV (entsprechend

1350 < E_{CM} < 1480 MeV) ist nach Abb. 9 $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 60 \mu\text{b}$, dagegen $\sigma(\gamma p \rightarrow \epsilon p) \leq 5$ bis $10 \mu\text{b}$ (vgl. Kapitel IV.3).

ii) Nach Gl.6 gilt bei Berücksichtigung der entsprechenden Clebsch-Gordan-Koeffizienten:

$$\frac{\sigma(\gamma p \rightarrow N(1470)^+ \rightarrow \pi^+ n)}{\sigma(\gamma p \rightarrow N(1470)^+ \rightarrow \pi^- \Delta^{++})} = \frac{\Gamma_{\pi N} \cdot \frac{2}{3}}{\Gamma_{\pi \Delta} \cdot \frac{1}{2}} \geq \frac{0.6 \cdot \frac{2}{3}}{0.4 \cdot \frac{1}{2}} = 2,$$

wobei das Verhältnis der Zerfallsbreiten $\Gamma_{\pi N} / \Gamma_{\pi \Delta} \geq \frac{0.6}{0.4}$ aus Tab. 9 benutzt wird. Ein Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow N(1470)^+ \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 60 \mu\text{b}$ würde bedeuten, daß $\sigma(\gamma p \rightarrow N(1470)^+ \rightarrow \pi^+ n) \geq 120 \mu\text{b}$ ist, was im eindeutigen Widerspruch zu dem experimentell bekannten Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ n)$ steht.⁵⁰

iii) Wie in Kapitel IV.5 gezeigt, haben die Dichtematrixelemente der N(1470) Resonanz im Helizitätssystem völlig andere Werte als die experimentell beobachteten.

2. Borntermmodell

a) Bornterme ohne Absorptionskorrekturen

Stichel und Scholz haben für die Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ schon vor einigen Jahren die in Abb. 22 gezeigten vier Diagramme vorgeschlagen.⁵² In der Abbildung sind die Diagramme nach der Stärke ihrer Beiträge bei kleinen Photonenergien geordnet. (a) ist der Kontaktterm, (b) der Pion austausch im t-Kanal, (c) $\Delta(1236)$ -Austausch im u-Kanal, (d) Nukleon-Austausch im s-Kanal. Stichel und Scholz haben diese vier Diagramme aus der Forderung der Eichinvarianz abgeleitet.

Die Eichinvarianz von Photoproduktionsamplituden besagt, daß die Amplituden gegenüber der Transformation $\epsilon_\mu \rightarrow \epsilon_\mu + \lambda k_\mu$ invariant sind. Dabei ist ϵ_μ der Polarisationsvektor des Photons, k_μ sein Viererimpuls und λ eine Konstante. Da Photoproduktionsamplituden linear in ϵ_μ sind, gilt für eine eichinvariante Amplitude

$T(\epsilon_\mu) : \lim_{\epsilon_\mu \rightarrow k_\mu} T(\epsilon_\mu) = 0$. Die Pion austauschamplitude für die Reaktion

$\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ ist nicht eichinvariant, denn sie enthält den Faktor $\epsilon_\mu \cdot q^\mu$ (wobei q_μ der Viererimpuls des Pions ist); andererseits verschwindet $k_\mu \cdot q^\mu$ nur bei $t = (k-q)^2 = m_\pi^2$, also außerhalb des physikalischen Bereiches.

Zum Kontaktterm trägt nur der isovektorielle Anteil des Photons ($I_Y = 1$) bei.⁵³ Auch beim Pion austausch koppelt nur der Isektoranteil des Photons, denn die G-Parität des Photons ist $G = +1$ für $I_Y = 1$ und $G = -1$ für $I_Y = 0$, und die Erhaltung der G-Parität am $\gamma\pi\pi$ -Vertex erlaubt nur $I_Y = 1$. Weil das Pion kein magnetisches Moment besitzt, kann nur Wechselwirkung mit der Ladung auftreten.

Stichel und Scholz haben die Diagramme (c) und (d) nicht vollständig berücksichtigt, denn sie hatten die Absicht, eine minimale eichinvariante Ergänzung zum Pion austausch zu konstruieren. Deshalb haben sie von den Diagrammen (c) und (d) nur diejenigen Anteile berücksichtigt, die sich wie der Pion austausch verhalten, dh. die dem Isospin des Photons $I_Y = 1$ und dem Isospin im t-Kanal $I_t = 1$ und der Wechselwirkung des Photons mit der Ladung e entsprechen. Daß diese Einschränkungen bei den Diagrammen (c) und (d) keine wesentlichen Konsequenzen für den Wirkungsquerschnitt haben, wird später diskutiert. Die Diagramme (a) bis (d) stellen also die elektrischen Bornsterme dar, die linear in den Kopplungskonstanten e und $f_{\pi N \Delta}$ sind.

Es soll kurz darauf hingewiesen werden, daß die vier Bornsterme (oder zumindest ihre wesentlichen Beiträge) in den letzten Jahren auch anders motiviert worden sind als durch Stichel und Scholz.

- i) Ursprünglich wurde die Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi\pi N$ an der Schwelle durch Cutkosky und Zachariasen nach der statischen Theorie behandelt^{54,55}; sie erhielten den Kontaktterm und den Pion austausch in der Näherung, daß die Protonenmasse unendlich groß ist. In dieser Näherung verschwinden die Beiträge vom Nukleonaustausch und Δ -Austausch.

- ii) In den letzten Jahren wurde in vielen Arbeiten gezeigt,⁵⁶⁻⁶² daß man aus der Stromalgebra und der PCAC-Hypothese in der "soft-pion" Näherung sowohl den Kontaktterm und den Pion austausch als auch den Nukleonaustauschterm ableiten kann (letzterer ist nicht völlig identisch mit dem von Stichel und Scholz angegebenen), und zwar ohne die Näherung der statischen Theorie, $m_p \rightarrow \infty$.
- iii) Praktisch dieselben Resultate erhielt Huang⁶³ aus einer phänomenologischen Lagrangefunktion. Huang gibt in seiner Arbeit auch eine ausführliche Gegenüberstellung zu den Arbeiten nach i) und ii).

Jetzt sollen die Beiträge der vier Bornsterme zum totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ einzeln diskutiert werden. Abb. 23 zeigt den Wirkungsquerschnitt des Kontaktterms. Er steigt an der Schwelle sehr schnell auf etwa 70 μb bei 600 MeV Photonenergie an. Isobare mit der $p\pi^+$ Masse 1236 MeV können erst bei Photonenergien oberhalb $E_\gamma = 540$ MeV erzeugt werden; der in Abb. 23 angegebene Schwellenverlauf des Wirkungsquerschnitts zeigt den Einfluß der endlichen Breite der $\Delta(1236)$ Resonanz. Der Kontaktterm liefert als punktförmige Wechselwirkung fast ausschließlich S-Wellen-Beiträge, die wegen $L=0$ den Spin-Paritätszustand $J^P = \frac{3}{2}^-$ haben. Da der Kontaktterm nur elektrische Anteile besitzt, entspricht er der Multipolordnung E1. Der Kontaktterm kann also das experimentell gefundene Schwellenverhalten der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ ungefähr erklären: er liefert (bis 10 - 25 %ige Abweichungen) den beobachteten totalen Wirkungsquerschnitt; seine Erzeugungswinkelverteilung im CMS ist nahezu isotrop; er liefert als Zustand ($J^P = \frac{3}{2}^-$, $L = 0$) mit E1-Anregung die beobachtete Zerfallswinkelverteilung. Die Dichtematrixelemente des Kontaktterms lauten im Helizitätssystem:

$$\rho_{33}^H = \frac{3}{16} (1 + \cos^2 \theta^*) ,$$

$$\operatorname{Re} \rho_{3-1}^H = \frac{\sqrt{3}}{16} \sin^2 \theta^* ,$$

$$\operatorname{Re} \rho_{31}^H = -\frac{\sqrt{3}}{16} \sin 2\theta^* .$$

Bei größeren Photonenergien ($E_\gamma \geq 800$ MeV) wächst der Wirkungsquerschnitt des Kontaktterms weit über die experimentell gefundenen Werte hinaus. Absorptionskorrekturen, die diese Diskrepanz beheben können, werden anschließend besprochen (Abschnitt V.2.b).

Der Wirkungsquerschnitt des Pion austauschs (Abb. 23) wächst wesentlich langsamer mit der Photonenergie an als der des Kontaktterms. Der Pion austausch enthält Beiträge verschiedener Partialwellen. Halbklassisch kann man abschätzen, daß in der Nähe der Schwelle die P-Welle dominiert: aus $L = r \cdot p$ (mit $r =$ Reichweite der Kernkräfte $\approx 1/m_\pi$, $p \approx 110$ MeV bei $E_\gamma = 600$ MeV) folgt $L \approx 1$. Für die verschiedenen Partialwellen (mit $L = 0, 1, 2$) des Pion austauschs ist in Abb. 24 der Beitrag zum Wirkungsquerschnitt für Photonenergien bis 1.5 GeV gezeichnet (zur Partialwellenprojektion vgl. Anhang 3b). Der S-Wellen-Beitrag ist an der Schwelle gering; P-Wellen liefern für Photonenergien bis etwa 1 GeV den stärksten Anteil; Beiträge von Partialwellen mit $L \geq 2$ sind unterhalb $E_\gamma = 1$ GeV gering; sie wachsen langsam mit der Energie an. Aus Abb. 23 ist ersichtlich, daß der unkorrigierte Pion austausch für Photonenergien oberhalb $E_\gamma \approx 1$ GeV wesentlich größere Wirkungsquerschnitte als die experimentell beobachteten liefert. Auch hier können Absorptionskorrekturen die Diskrepanz beheben.

Der $\Delta(1236)$ -Austausch im u-Kanal ist bei kleinen Photonenergien ($E_\gamma \leq 1$ GeV) vernachlässigbar, wie aus Abb. 23 hervorgeht. Bei größeren Energien steigt der Beitrag des nicht absorptiv korrigierten Bornterms dagegen stark an.

Der N-Austausch im s-Kanal trägt zur $\pi\Delta$ -Erzeugung nicht bei; seine Amplitude verschwindet bei Coulombbeugung im CMS.⁵²

Die Vorhersagen, die aus der Summe dieser vier Bornamplituden (a) bis (d) für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ folgen, sind für den totalen Wirkungsquerschnitt σ und die Erzeugungswinkelverteilung in Abb. 25, für die Dichtematrixelemente $\rho_{2\Delta 2\Delta'}^H$ im Helizitätssystem in Abb. 26 gezeigt (jeweils gestrichelte Kurve). Diese Vorhersagen wurden mit den gemessenen Werten des totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitts schon in früheren Arbeiten verglichen^{13,64}. Das Modell beschreibt den totalen Wirkungsquerschnitt in Schwellennähe (bis $E_\gamma \approx 700$ MeV) bis auf 10 - 25 %ige Abweichungen; bei größeren Photonenergien ($E_\gamma \geq 800$ MeV) sagt das Modell jedoch viel zu große Wirkungsquerschnitte voraus. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ wird nur bei kleinen Erzeugungswinkeln θ^* gut wiedergegeben. Unter den Dichtematrixelementen im Helizitätssystem zeigt insbesondere $\text{Re } \rho_{31}^H$ bei niedrigen Photonenergien ($E_\gamma = 500 - 600$ MeV) starke Abweichungen von den gemessenen Werten.

b) Bornsterme mit Absorptionskorrekturen

Es soll jetzt untersucht werden, inwieweit die Übereinstimmung zwischen den Meßergebnissen und den Modellvorhersagen verbessert werden kann, wenn man die Bornsterme absorptiv korrigiert. Einen ersten Versuch hierzu unternahmen Locher und Sandhas⁶⁵; sie erzielten für Photonenergien $E_\gamma \geq 1.4$ GeV eine etwas bessere Übereinstimmung im totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt (vgl. Ref. 13), mußten jedoch unrealistische Absorptionsparameter wählen (z.B. $A_\Delta = 16 \text{ GeV}^{-2}$).

Hier soll nun versucht werden, absorptive Effekte auch bei kleinen Photonenergien bis zur $\pi\Delta$ -Schwelle zu berücksichtigen. Sie können sowohl im Endzustand als auch im Anfangszustand auftreten. Für die Absorptionsparameter werden plausible Werte benutzt.

i) Beschreibung der Absorptionskorrekturen

Man erwartet Absorptionseffekte im Endzustand $\pi\Delta$ auch bei niedrigen Photonenergien, da selbst bei niedrigen Energien mehrere Reaktionskanäle existieren (z.B. $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$, $\pi\Delta \rightarrow \pi N$, $\pi\Delta \rightarrow \pi\pi N$). Da keine zuverlässige Methode bekannt ist, das Matrixelement S_{ff} für die elastische Streuung $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$ im Endzustand zu berechnen, wird sowohl bei großen als auch bei kleinen Energien die (für große Energien und große J geltende) asymptotische Formel ^{65,66}

$$(Gl. 7) \quad S_{ff} = 1 - C_{\Delta} \cdot \exp \left[- \frac{(J - \frac{1}{2})^2}{2A_{\Delta} q_{\Delta}^2} \right] \quad (\text{mit } 0 \leq C \leq 1)$$

verwendet. q_{Δ} ist der CMS-Impuls des Δ bei gegebener Photonenergie, J ist der Spin der betrachteten Partialwelle. $A_{\Delta} = 8 \text{ GeV}^{-2}$ ist der "slope"-Parameter, der im differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt \sim \exp(A_{\Delta} \cdot t)$ der elastischen Streuung $\pi^{-} \Delta^{++} \rightarrow \pi^{-} \Delta^{++}$ auftritt; man erwartet nach dem Quarkmodell denselben "slope"-Parameter wie bei elastischer πN -Streuung: $A \approx 8 \text{ GeV}^{-2}$. C_{Δ} ist definiert durch $C_{\Delta} = \frac{4\pi}{A_{\Delta}} \cdot \sigma_{\text{tot}}$, wobei σ_{tot} der totale $\pi^{-} \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt ist. Nach dem Quarkmodell erwartet man $\sigma_{\text{tot}} \approx 38 \text{ mb}$. Daraus folgt $C_{\Delta} \approx 1$.

Außer der Gl.7 existieren noch andere asymptotische Näherungen des Matrixelementes S_{ff} (vgl. Anhang 3b), z.B.

$$\left. \begin{aligned} S_{ff} &= 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{J^2}{2Aq^2} \right] && \text{wie Gl.7 als "J-Absorption" bezeichnet,} \\ S_{ff} &= 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{L^2}{2Aq^2} \right] \\ S_{ff} &= 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{(L + \frac{1}{2})^2}{2Aq^2} \right] \end{aligned} \right\} \text{als "L-Absorption" bezeichnet.}$$

Diese verschiedenen Formulierungen liefern bei großen J - entsprechend großen L - praktisch dieselben Werte S_{ff} . Sie unterscheiden sich jedoch stark

für die Partialwelle $J^P = \frac{3^-}{2}$, die den Schwellenbereich der $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ Reaktion beherrscht. Abb. 27 zeigt S_{ff} für die beiden Ausdrücke der J -Absorption, gemittelt über die endliche Breite der $\Delta(1236)$ Resonanz. Aufgrund der großen Unterschiede beider Kurven (1 und 2) kann man Formulierungen in der Art von Gl.7 nur als grobe Näherungen des Matrixelementes S_{ff} für die $J^P = \frac{3^-}{2}$ Partialwelle ansehen.

Eine andere Abschätzung von S_{ff} gewinnt man aus folgender Überlegung⁶⁷. Bei kleinen Energien, kleinen Spins und starker Absorption gilt qualitativ für die elastische Streuung $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$: $S_{ff} = \eta e^{2i\delta}$. δ und η sind Streuphase und Inelastizität für die entsprechende Partialwelle der elastischen $\pi\Delta$ Streuung. An der Schwelle der Reaktion $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$ gilt vermutlich $\delta \approx 0$. Wenn im wesentlichen nur die beiden elastischen Kanäle $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$ und $\pi N \rightarrow \pi N$ existieren, gilt $\eta_{\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta} \approx \eta_{\pi N \rightarrow \pi N}$. Deshalb kann man das Matrixelement grob abschätzen: $S_{ff} \approx \eta_{\pi N \rightarrow \pi N}$ für die entsprechende Partialwelle. Da die Born-terme (a) bis (d) die nichtresonanten Beiträge der Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi\Delta$ beschreiben, sollte auch für $\eta_{\pi N \rightarrow \pi N}$ die Inelastizität des nichtresonanten Anteils der Reaktion $\pi N \rightarrow \pi N$ verwendet werden. Für die Partialwelle $J^P = \frac{3^-}{2}$ ist in Abb. 27 $\eta_{\pi N \rightarrow \pi N}$ für verschiedene CMS-Energien aufgetragen. Die πN -Partialwelle $J^P = \frac{3^-}{2}$ besitzt bei $E_{CM} \approx 1520$ MeV eine Resonanz, nämlich die $D_{13}(1520)$. Die Inelastizität $\eta_{\pi N}$ für den nichtresonanten Anteil der πN -Partialwelle sollte etwa den in Abb. 27 angedeuteten Verlauf haben (Kurve 3). Die interpolierende Kurve (4) stellt bei kleinen Energien $S_{ff} \approx \eta_{\pi N \rightarrow \pi N}$ dar, bei größeren Energien ($E_\gamma \geq 1$ GeV), bei denen der Kontaktterm nicht mehr dominiert, den Ausdruck nach Gl.7. Im folgenden wird für das Matrixelement S_{ff} der $J^P = \frac{3^-}{2}$ Partialwelle die durch Kurve (4) angegebene Energieabhängigkeit angenommen.

Für den Anfangszustand werden oberhalb der ρ^0 Schwelle Absorptionseffekte berücksichtigt, wie man sie - entsprechend dem Vektordominanzmodell⁶⁸ - für den Zustand $\rho^0 p$ erwartet. Analog zu Gl.7 wird das Matrixelement S_{ii} für die elastische Streuung $\rho^0 p \rightarrow \rho^0 p$ im Anfangszustand geschrieben:

$$S_{ii} = 1 - C_\rho \cdot \exp \left[- \frac{(J-\frac{1}{2})^2}{2A_\rho q_p^2} \right] \quad (\text{mit } 0 \leq C_\rho \leq 1).$$

Man erwartet $A_\rho \approx 5.5 \text{ GeV}^{-2}$ für den "slope"-Parameter der elastischen Streuung^{36,69}. Der Wert für $C_\rho = \frac{4\pi}{A_\rho} \sigma_{\text{tot}}$ folgt aus dem totalen $\rho^0 p$ Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{tot}} \approx 27 \text{ mb}$, den man aus der $\rho^0 p$ Photoerzeugung bei hohen Energien ableiten kann⁶⁹. Damit erhält man $C_\rho \approx 1$. Im folgenden wird $A_\Delta = 8 \text{ GeV}^{-2}$, $A_\rho = 5.5 \text{ GeV}^{-2}$ und $C_\Delta = C_\rho = 1$ gesetzt.

Die Quadratwurzeln der Matrixelemente $S_{ii}^{1/2}$ und $S_{ff}^{1/2}$ treten als Korrekturfaktoren an der unkorrigierten Bornamplitude $\langle \Lambda | T^J | \lambda \mu \rangle$ zum Spin J auf (λ, μ und Λ charakterisieren die Spinzustände von Photon, einlaufendem Proton und $\Delta(1236)$). Die absorptiv korrigierte Helizitätsamplitude zum Spin J lautet dann (vgl. auch Anhang 3b)

$$\langle \Lambda | T^J | \lambda \mu \rangle = S_{ii}^{1/2} \cdot \langle \Lambda | T^J | \lambda \mu \rangle \cdot S_{ff}^{1/2}.$$

Den Einfluß der Absorptionskorrekturen auf die einzelnen Partialwellen des Pionenaustauschs zeigt die Abb. 24.

Bemerkung:

Auch die absorptiv korrigierten Bornamplituden (a) bis (d) sind eichinvariant, da der Korrekturfaktor $S_{ii}^{1/2} \cdot S_{ff}^{1/2}$ bei allen vier Amplituden gleich auftritt. Formfaktoren dagegen würden für die vier Amplituden verschieden sein, da die Vertizes verschieden sind, und so die Eichinvarianz zerstören (vgl. Ref. 70).

Der Einfluß der Absorptionskorrekturen auf die vier einzelnen Bornsterme ist in Abb. 23 gezeigt. Die absorptiv korrigierten Wirkungsquerschnitte für Kontaktterm, Pion austausch und Δ -Austausch sind wesentlich kleiner als die unkorrigierten. Der Beitrag des Δ -Austauschs zum totalen Wirkungsquerschnitt ist praktisch stets vernachlässigbar, oberhalb von $E_\gamma \approx 3$ GeV auch der Beitrag des Kontaktterms. Bei höheren Photonenenergien ist also von den vier Bornstermen praktisch nur der Pion austausch bedeutsam. Das gilt auch für den differentiellen Wirkungsquerschnitt, außer in extremer Rückwärtsrichtung, wo der Δ -Austausch dominiert (siehe unten). Als Beispiel für die Vorwärtserzeugung zeigt Abb. 28 den Beitrag für den absorptiv korrigierten Pion austausch, den Kontaktterm und den Δ -Austausch und die Summe dieser drei Terme bei der Photonenergie 4 GeV. Man sieht, daß der absorptiv korrigierte Kontaktterm auch in Vorwärtsrichtung keinen wesentlichen Beitrag liefert. Dies stimmt mit der schon vor einigen Jahren von Drell ⁷¹ geäußerten Vermutung überein, daß bei hohen Energien in Vorwärtsrichtung der Pion austausch dominiert.

ii) Totaler Wirkungsquerschnitt

Der aus der Summe der drei absorptiv korrigierten Bornsterme folgende totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ soll nun mit den Messungen verglichen werden. Er ist für Photonenergien $E_\gamma \leq 2$ GeV in Abb. 25 angegeben (durchgezogene Kurve), zusammen mit dem in diesem Experiment gefundenen Wirkungsquerschnitt. Das Bornstermmodell sagt unterhalb von etwa 750 MeV Photonenergie einen zu kleinen, oberhalb von etwa 750 MeV (bis etwa 1000 MeV) Photonenergie einen zu großen Wirkungsquerschnitt voraus. Diese Diskrepanz deutet auf einen Interferenzeffekt mit der s-Kanal Resonanz $D_{13}(1520)$ hin, die im Modell nicht enthalten ist. Im folgenden Kapitel (V.3) werden die Beiträge von s-Kanal Resonanzen zum Bornstermmodell betrachtet. Für höhere Photonenergien (bis etwa 6 GeV)

zeigt Abb.9 die Modellvorhersage zusammen mit den experimentellen Wirkungsquerschnitten aus diesem Experiment und aus dem SLAC-Blasenkammerexperiment;³⁷ man findet ungefähre Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

iii) Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\Omega$ und $d\sigma/dt$ (Vorwärtserzeugung)

Für Photonenergien unterhalb 1.1 GeV ist in Abb. 25 der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ des absorptiv korrigierten Borntermmodells gezeigt (durchgezogene Kurve). Die experimentellen Daten werden im Bereich $E_\gamma \leq 800$ MeV schlecht beschrieben; auch diese Abweichungen sollen im folgenden Kapitel unter dem Gesichtspunkt von s-Kanal Resonanzbeiträgen betrachtet werden. Für Photonenergien oberhalb von 1.1 GeV sind die Vorhersagen des absorptiv korrigierten Borntermmodells in Abb. 11 ($d\sigma/d\Omega$) und in Abb. 14 ($d\sigma/dt$) mit den in diesem Experiment gefundenen differentielle Wirkungsquerschnitten verglichen; man findet auch bei größeren Erzeugungswinkeln ungefähre Übereinstimmung. Der Vergleich zwischen den Vorhersagen des absorptiv korrigierten Borntermmodells und den Daten des SLAC-Blasenkammerexperiments bei 2.8 und 4.7 GeV Photonenergie wurde von Ballam und Mitarbeitern³⁷ durchgeführt. Auch dort zeigte sich für Impulsüberträge $|t| \leq 0.5 \text{ GeV}^2$ eine befriedigende Übereinstimmung im differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$. Bei noch größeren Photonenergien von 5, 8, 11 und 16 GeV wurde am SLAC^{22,23} der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ für $|t| \approx 0.001$ bis 2 GeV^2 gemessen (Abb. 29). Das Modell beschreibt bei Impulsüberträgen $0.03 \leq |t| \leq 1 \text{ GeV}^2$ die Daten recht gut, in extremer Vorwärtsrichtung ($|t| \leq 0.03 \text{ GeV}^2$) sagt es jedoch einen zu niedrigen Wirkungsquerschnitt voraus.

iv) Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/du$ (Rückwärtserzeugung)

Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ in Rückwärtsrichtung ist von Anderson u. M.²¹ am SLAC gemessen worden, und zwar bei Photonenergien von 4.5 und 5.3 GeV. Abb. 30 zeigt den differentiellen Wirkungsquerschnitt $E_\gamma^3 \frac{d\sigma}{du}$, wobei u das Quadrat des Viererimpulsübertrages vom Photon auf das Δ^{++} ist: $u = (\gamma - \Delta^{++})^2$. Auffallend ist der exponentielle Verlauf $d\sigma/du \sim \exp(\approx 3 u)$ im Bereich von $|u| = |u|_{\min}$ bis $|u| \approx 0.3 \text{ GeV}^2$. Man erwartet, daß in diesem u -Bereich der Δ -Austausch dominiert. Wir haben in Abb. 30 den Beitrag vom Austausch eines elementaren Δ in der von Stichel und Scholz angegebenen Formulierung gezeichnet; Absorptionskorrekturen wurden angebracht. Die Beiträge der anderen Bornsterme (Kontaktterm, Pionenaustausch) sind im Bereich kleiner $|u|$ vernachlässigbar; sie vergrößern $\frac{d\sigma}{du}$ um etwa 2 % für $|u| \leq 1 \text{ GeV}^2$. Die absorptiv korrigierte Bornamplitude des Δ -Austauschs kann die experimentellen Daten nicht beschreiben: ihr Beitrag verschwindet für $|u| \rightarrow |u|_{\min}$; bei größeren $|u|$ fällt er zu langsam mit wachsendem $|u|$ ab.

Stichel und Scholz haben nicht die gesamte Δ -Austausch Bornamplitude berücksichtigt, sondern nur den Anteil, der dem Isospin $I_t = 1$ im t -Kanal entspricht. Locher und Sandhas haben dagegen eingewandt⁶⁵, daß infolge der Beschränkung auf den $I_t = 1$ Anteil der Austausch zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ beiträgt, obwohl das Δ^0 keine Ladung besitzt. Sie haben vorgeschlagen, die volle Δ -Austausch Amplitude zu berücksichtigen. Für den totalen Wirkungsquerschnitt ist diese Änderung numerisch bedeutungslos, denn sie bewirkt bei Photonenergien bis 16 GeV geringere Unterschiede als 5 %. Bei Rückwärtsproduktion unter kleinen $|u|$ dominiert der Δ -Austausch jedoch, und $\frac{d\sigma}{du}$ ist für den vollen Δ -Austauschbeitrag um den Faktor $(\frac{8}{5})^2 = 2.56$ größer als für den $I_t = 1$ Anteil (vgl. Abb. 30). Da man jedoch aus Abb. 30 sieht, daß das Borntermmodell mit elementarem Austausch in keinem Fall die experimentellen Daten beschreiben kann - sowohl die

absolute Höhe als auch die u-Abhängigkeit wird nicht wiedergegeben - kann ein Vergleich auch nicht die Frage beantworten, ob der volle Δ Austausch beiträgt oder nur sein $I_t = 1$ Anteil. Unabhängig von dem Vergleich mit einem Experiment erscheint die Einschränkung auf den $I_t = 1$ Anteil jedoch willkürlich in kinematischen Bereichen, in denen der Pion austausch vernachlässigbar ist. Berger und Fox ⁷² zeigen, daß man die $\pi^- \Delta^{++}$ Rückwärtsproduktion im Rahmen verschiedener Reggepolmodelle qualitativ verstehen kann.

v) Asymmetrie

In Photoproduktionsexperimenten, die polarisierte Photonen verwenden, kann man weitergehende wichtige Informationen über den Produktionsmechanismus erhalten ^{73,74}, beispielsweise über die azimutale Asymmetrie

$$A = \frac{\sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel} + \sigma_{\perp}} .$$

Dabei ist σ_{\parallel} der Wirkungsquerschnitt, wenn der Polarisationsvektor parallel zur Produktionsebene liegt, und σ_{\perp} der Wirkungsquerschnitt, wenn der Polarisationsvektor senkrecht auf der Produktionsebene steht. Eine am SLAC durchgeführte Messung ²⁰ von A mit linear polarisierten Photonen von 570 - 800 MeV Energie ergab eine Asymmetrie $A < 10 \%$. Das nicht absorptiv korrigierte und das absorptiv korrigierte Borntermmodell beschreibt diese Messung recht gut (vgl. Ref. 46), während der Pion austausch allein eine Asymmetrie $A = 1$ vorhersagt. In dem schon erwähnten SLAC-Blasenkammerexperiment ³⁷ wurde die Asymmetrie A bei den höheren Photonenergien $E_{\gamma} = 2.8$ und $E_{\gamma} = 4.7$ GeV bestimmt; es zeigte sich bei Impulsüberträgen $|t| < 0.5 \text{ GeV}^2$ Übereinstimmung mit den Vorhersagen des absorptiv korrigierten Bornmodells.

vi) Dichtematrixelemente

Die Dichtematrixelemente ρ_{33}^H , $\text{Re } \rho_{3-1}^H$ und $\text{Re } \rho_{31}^H$ im Helizitätssystem, die das absorptiv korrigierte Borntermmodell vorhersagt, sind in Abb. 26 für Photonenergien unterhalb 1.1 GeV als Funktion von $\cos\theta^*$ angegeben (durchgezogene Kurven). Zu den in diesem Experiment bestimmten Dichtematrixelementen findet man Diskrepanzen bei $\text{Re } \rho_{31}^H$; der experimentell beobachtete Nulldurchgang $\text{Re } \rho_{31}^H \approx 0$ bei $\cos\theta^* = 0$ wird nicht wiedergegeben. Die anderen Dichtematrixelemente werden ungefähr beschrieben.

Bei höheren Photonenergien sind die Vorhersagen des Borntermmodells für die drei Dichtematrixelemente als Funktion von $\cos\theta^*$ und vom Impulsübertrag t in den Abb. 16(b) (Helizitätssystem) und 17(b) (Gottfried-Jackson-System) gezeigt. Während im Energiebereich 1.1 bis 1.8 GeV die experimentellen Daten nur schlecht beschrieben werden können, findet man im Bereich 1.8 bis 5.8 GeV befriedigende Übereinstimmung. Im SLAC-Blasenkammerexperiment bei 2.8 und 4.7 GeV Photonenergie konnten durch Verwendung von polarisierten Photonen 9 Dichtematrixelemente bestimmt werden; sie stimmen mit den Vorhersagen des absorptiv korrigierten Borntermmodells bis zu den größten gemessenen Impulsüberträgen von $|t| = 0.5 \text{ GeV}^2$ ungefähr überein.³⁷

Zusammenfassend kann man über das absorptiv korrigierte elektrische Borntermmodell sagen:

- 1) Bei Photonenergien von etwa 0.8 GeV bis 16 GeV wird der Wirkungsquerschnitt im t -Bereich $|t| \leq 1 \text{ GeV}^2$ befriedigend wiedergegeben (Diskrepanzen ≤ 1 Standardabweichung).
- 2) Nach dem Modell dominiert der Δ Austausch die $\pi\Delta$ Rückwärtsproduktion, aber der Austausch eines elementaren Δ kann die experimentellen Daten nicht beschreiben.

- 3) Das Modell gibt im allgemeinen eine befriedigende Beschreibung der Dichtematrixelemente für unpolarisierte Photonen und für polarisierte Photonen - bis auf $\text{Re } \rho_{31}^H$ für $E_\gamma \leq 1 \text{ GeV}$ und bis auf das Energieintervall 1.1 bis 1.8 GeV.
- 4) Für die azimutale Asymmetrie liefert das Modell bei kleinen Photonenergien ($E_\gamma \approx 570 - 800 \text{ MeV}$) richtige Werte; allerdings existieren dort bisher nur wenige Meßpunkte. Bei größeren Energien ($E_\gamma = 2.8, 4.7 \text{ GeV}$) zeigt sich für $|t| < 0.5 \text{ GeV}^2$ befriedigende Übereinstimmung.
- 5) Diskrepanzen zwischen den experimentell beobachteten Wirkungsquerschnitten und Dichtematrixelementen und den Modellvorhersagen treten bei kleinen Photonenergien in der Nähe der Schwelle auf. Das absorptiv korrigierte Modell beschreibt die Daten zwar im Mittel richtig, aber es gibt die beobachteten Strukturen, die auf Beiträge von s-Kanal Resonanzen hinweisen, nicht wieder.

3. Borntermmodell unter Berücksichtigung von s-Kanal Resonanzen

In diesem Kapitel soll der Versuch unternommen werden, die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ bei niedrigen Photonenergien - von der Schwelle bis etwa 1 GeV - durch eine Überlagerung der Bornterme (Kapitel V.2) mit s-Kanal Resonanzbeiträgen (Kapitel V.1) qualitativ zu beschreiben. Ein erster Schritt hierzu ist in Ref. 64 angegeben; dort wurde jedoch nur der Bereich kleiner Erzeugungswinkel untersucht. Der hier besprochene Versuch enthält gegenüber dem früheren einige Änderungen.

Die Abb. 31 zeigt die Beiträge, die berücksichtigt werden sollen.

- a) Der Kontaktterm (Diagramm I) mit den in Abschnitt V.2 angegebenen Absorptionskorrekturen liefert den dominanten Beitrag an der Schwelle. Die Notwendigkeit, den Kontaktterm zusätzlich zu irgendwelchen Resonanzen in der-

selben Partialwelle $|J^P, L\rangle = |\frac{3}{2}^-, 0\rangle$ zu berücksichtigen, wurde in den Abschnitten V.1 und V.2 diskutiert.

b) Der Pion austausch (Diagramm II) wird in Partialwellen mit definierten Werten für Spin J, Parität P, Bahndrehimpuls L und Isospin I im s-Kanal zerlegt. Die Formeln, die zur Projektion auf Zustände mit definiertem J,P,L,I benötigt werden, sind im Anhang 3 angegeben. In der folgenden Zusammenstellung sind die niedrigsten Partialwellen aufgeführt. Nur für die nichtresonanten Partialwellen wird der Beitrag des Pion austauschs berücksichtigt, während die Partialwellen $|J^P, L\rangle = |\frac{1}{2}^+, 1\rangle, |\frac{3}{2}^-, 0\rangle, |\frac{3}{2}^-, 2\rangle$ in der Nähe der Resonanzstellen durch die Resonanzen $P_{11}(1470)$ bzw $D_{13}(1520)$ beschrieben werden.

L	J^P	I = 1/2	I = 3/2
0	$\frac{3}{2}^-$	Resonanz $D_{13}(1520)$	Pion austausch
1	$\frac{1}{2}^+$	Pion austausch	"
	$\frac{3}{2}^+$	Pion austausch (nur für $E_\gamma > 700$ MeV berücksichtigt)	"
	$\frac{5}{2}^+$	Pion austausch	"
2	$\frac{1}{2}^-$	Resonanz $P_{11}(1470)$	"
	$\frac{3}{2}^-$	Resonanz $D_{13}(1520)$	"
	$\frac{5}{2}^-$	Pion austausch	"
	$\frac{7}{2}^-$	"	"
⋮	⋮	⋮	⋮

Die Partialwellen des Pion austauschs werden nach der in Kapitel V.2 beschriebenen Weise absorptiv korrigiert.

c) Der Δ Austausch (Diagramm III) wird ebenso wie der Pion austausch behandelt: nur seine nichtresonanten Partialwellen werden berücksichtigt. Numerisch sind diese Beiträge jedoch vernachlässigbar.

d) Die resonanten Partialwellen (Diagramm V) werden für Energien in der Nähe der Resonanzen durch Breit-Wigner Amplituden parametrisiert. Die Helizitätsamplituden der Resonanzbeiträge sind im Anhang 3.c aufgeführt.

Nachfolgende Tabelle enthält die Parameter der berücksichtigten Resonanzen $P_{11}(1470)$ und $D_{13}(1520)$.

Name	Masse (MeV)	Breite (MeV)	J^P	s_i	L	I	ϕ	$\sigma(\mu\text{b})$ an der Resonanzstelle
P_{11}	1420	200	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	180°	1.5
D_{13}	1520	115	$\frac{3}{2}^-$	$\frac{3}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	250°	10
					2			10

Die Kopplungskonstanten für die Kopplung der Resonanzen an den Anfangszustand γp und den Endzustand $\pi\Delta$ - und damit der Wirkungsquerschnitt an der Resonanzstelle - sind den Abschätzungen aus der Pionphotoerzeugung $\gamma N \rightarrow \pi N$ und den πN -Streuphasenanalysen entnommen (vgl. Kapitel V.1) und fest eingesetzt. Die Größe s_i ist die Gesamthelizität des einlaufenden Zustands im s-Kanal und charakterisiert den elektromagnetischen Anregungszustand der Resonanzen. Für die P_{11} Resonanz ist wegen $J = \frac{1}{2}$ nur $s_i = \frac{1}{2}$ möglich; für die D_{13} ist der Helizitätszustand $s_i = \frac{3}{2}$ dominant^{50,51}. Die Breit-Wigner-Amplitude einer jeden Resonanz enthält einen freien, konstanten Phasenfaktor $e^{i\phi}$. Eine von 0° und 180° verschiedene Phase ϕ für Resonanzen, die

mehrere Zerfallskanäle besitzen (z.B. $D_{13}(1520) \rightarrow \pi N, \pi \Lambda$) ist in Ref. 64, 75, 76 begründet worden. Durch eine Anpassung an die Daten wird der optimale Wert der Phase ϕ bestimmt.

Im Energiebereich außerhalb der Resonanzen haben wir die resonante Partialwelle durch die entsprechende Partialwelle $|J^P LI\rangle$ des Pion austauschs ersetzt, wie es die Abb. 33 am Beispiel der $D_{13}(1520)$ Resonanz für den Fall $L = 0, \cos\theta^* = 0, M_{p^+} = 1236$ MeV zeigt. Für jede Helizitätsamplitude zu $s_i = \frac{3}{2}$ sind der Realteil der $D_{13}(1520)$ Resonanz ($L = 0$) und der Beitrag der nichtresonanten Partialwelle $J^P = \frac{3^-}{2}, L = 0, I = \frac{1}{2}$ des Pion austauschs aufgetragen. Die durchgezogene Linie stellt den Übergang von der resonanten Helizitätsamplitude zur nichtresonanten dar.

Bemerkenswert ist, daß oberhalb der Resonanzstelle der Realteil der resonanten Partialwelle $J^P = \frac{3^-}{2}, L = 0, I = \frac{1}{2}$ dasselbe Vorzeichen besitzt wie die entsprechende nichtresonante Partialwelle des Pion austauschs, und zwar bei allen Helizitätseinstellungen. Bei anderen Werten der Phase ϕ wären möglicherweise die Vorzeichen der resonanten Partialwelle und der nichtresonanten des Pion austauschs voneinander verschieden, und sie würden nicht aneinander anschließbar sein.

Wir haben bisher nur die zwei niedrigsten s-Kanal Resonanzen berücksichtigt. Eine systematische Anpassung der Resonanzparameter an die experimentellen Daten wurde bisher nicht durchgeführt.

Aus dem hier beschriebenen qualitativen Modell folgt der in Abb. 9 gezeigte totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Lambda^{++})$. Größe und Energieabhängigkeit des experimentellen Wirkungsquerschnitts werden gut wiedergegeben. Auch die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\Omega$ (Abb. 11), $d\sigma/dt$ (Abb. 14) und die Dichtematrixelemente $\rho_{2\Lambda 2\Lambda}(\cos\theta^*)$ im Helizitätssystem (Abb. 16(a)) und im

Gottfried-Jackson-System (Abb. 17(a)) stimmen ungefähr mit den Voraussagen dieses einfachen Modells überein.

4. Eine Vorhersage des Vektordominanzmodells

Das Vektordominanzmodell⁶⁸ verknüpft die Wechselwirkung von Photonen und Nukleonen mit der von Vektormesonen (z.B. ρ , ω , ϕ) und Nukleonen, beispielsweise für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$:

$$T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = \sum_{V=\rho, \omega, \phi} g_{V\gamma} T_{tr}(V p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) .$$

Es darf nur über den Anteil T_{tr} der transversal polarisierten Vektormesonen summiert werden. Dar und Weißkopf⁷⁷ haben "crossing" Relationen vom s-Kanal zum u-Kanal benutzt und die Amplitude $T(V p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ mit der Amplitude $T(\pi^+ p \rightarrow V \Delta^{++})$ in Beziehung gebracht. Sie haben den ϕ -Anteil unter den Vektormesonen vernachlässigt und unter der Annahme maximaler $\rho\omega$ Interferenz die Vorhersage

$$\frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = \frac{1}{2} g_{\rho\gamma}^2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \rho^0_{tr} \Delta^{++}) + \frac{1}{2} g_{\omega\gamma}^2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \omega_{tr} \Delta^{++})$$

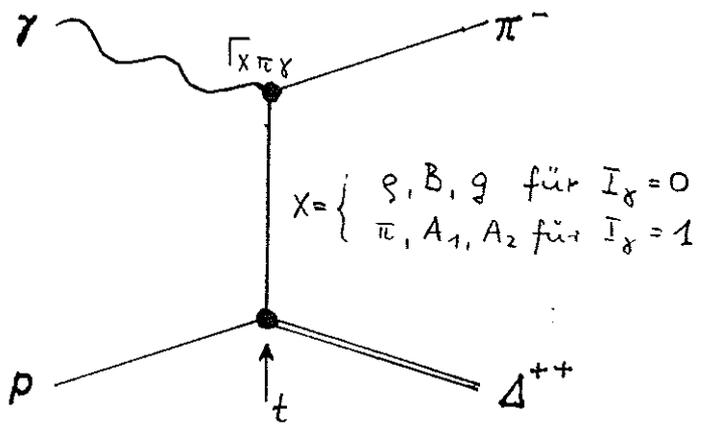
$$+ \sqrt{g_{\rho\gamma}^2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \rho^0_{tr} \Delta^{++}) \cdot g_{\omega\gamma}^2 \frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \omega_{tr} \Delta^{++})}$$

gewonnen. Mit den Vektormeson-Photon-Kopplungskonstanten $g_{\rho\gamma}^2 = 4 \cdot 10^{-3}$ und $g_{\omega\gamma}^2 = 6 \cdot 10^{-4}$ (entsprechend $\gamma_\rho^2/4\pi = 0.45$ und $\gamma_\omega^2/4\pi = 3$) und den $\pi^+ p$ Wirkungsquerschnitten der ABC-Kollaboration⁷⁸ bei 8 GeV/c erhielten sie die in Abb. 15 gezeigte Vorhersage für $s^2 \cdot \frac{d\sigma}{dt}(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$. Charakteristisch ist die Änderung des "slope" Parameter A von $A \approx 8 \text{ GeV}^{-2}$ für $|t| < 0.2 \text{ GeV}^2$ auf $A \approx 3 \text{ GeV}^{-2}$ für $|t| > 0.2 \text{ GeV}^2$, die im differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dt}(\pi^+ p \rightarrow \rho^0_{tr} \Delta^{++})$ auftritt. Die eingezeichneten experimentellen Wirkungsquerschnitte sind die in diesem Experiment bestimmten Mittelwerte für das Energieintervall 1.4 - 5.8 GeV (vgl. Kapitel IV.4). Sie stimmen

ungefähr mit der Vorhersage des Vektordominanzmodells überein; sie besitzen einen "slope" Parameter $A = 8.5 \pm 0.5 \text{ GeV}^{-2}$ für $|t| < 0.2 \text{ GeV}^2$ und $A = 2.5 \pm 0.15 \text{ GeV}^{-2}$ für $|t| > 0.2 \text{ GeV}^2$. Andererseits stimmt auch die Vorhersage des absorptiv korrigierten Borntermmodells mit den experimentellen Werten hinreichend gut überein. Da auch die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ durch Pionenaustausch gut beschrieben werden kann⁷⁹, ist hierin eine Bestätigung des Vektordominanzmodells zu sehen.

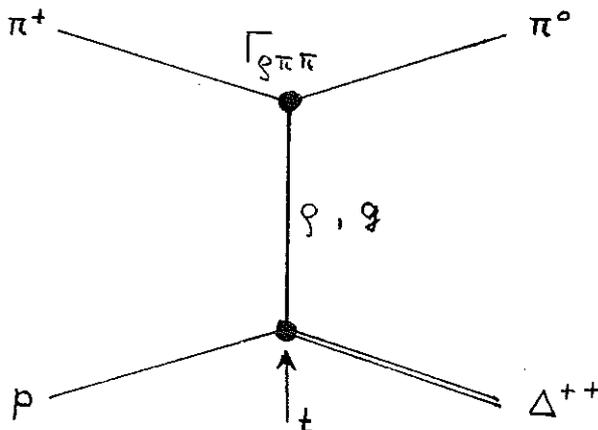
5) Abschätzung der Beiträge von ρ^- - und A_2 -Austausch

Zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ können verschiedene t-Kanal Austauschprozesse beitragen. Bei Kopplung an den isoskalaren Anteil des Photons ($I_\gamma = 0$) können die Teilchen ρ, B, ω ausgetauscht werden, bei Kopplung an den isovektoriellen Anteil des Photons ($I_\gamma = 1$) die Teilchen π, A_1, A_2 .



Den Beitrag des ρ^- -Austauschs zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ kann man abschätzen, indem man die Reaktion

$\pi^+ p \rightarrow \pi^0 \Delta^{++}$ als Vergleich benutzt. In dieser Reaktion sollte bei hohen Energien - nämlich oberhalb des Resonanzbereichs - und bei kleinen Impulsüberträgen t der ρ^- -Austausch dominieren. Der Austausch von



B, π , A_1 oder A_2 ist nicht möglich; der Austausch von g sollte wegen der größeren Masse ($M \approx 1670$ MeV) gegenüber dem ρ -Austausch vernachlässigbar sein. Unter der Annahme, daß die ρ -Austauschamplitude der Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow \pi^0 \Delta^{++}$ sich nur durch die Zerfallsbreiten $\Gamma_{\rho\pi\gamma}$ bzw. $\Gamma_{\rho\pi\pi}$ unterscheiden ("Faktorisierung"), erhält man

$$\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})(\rho\text{-Austausch})$$

$$= \sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi^0 \Delta^{++}) \cdot \frac{\Gamma_{\rho\pi\gamma}}{\Gamma_{\rho\pi\pi}} \approx \sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi^0 \Delta^{++}) \cdot \frac{1}{1400},$$

da $\Gamma_{\rho\pi\gamma} \approx 0.1$ MeV⁸⁰, $\Gamma_{\rho\pi\pi} \approx 140$ MeV⁴⁵.

Diese Abschätzung vernachlässigt die Tatsache, daß bei den Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow \pi^0 \Delta^{++}$ die verschiedenen Spineinstellungen des ρ verschieden stark beitragen können. Aus den Werten $\sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi^0 \Delta^{++}) = 300 \pm 60$ μb (π^+ Laborimpuls = 4 GeV/c, Ref. 81) und 100 ± 8 μb (π^+ Laborimpuls = 8 GeV/c, Ref. 81) erhält man für den ρ -Austauschbeitrag

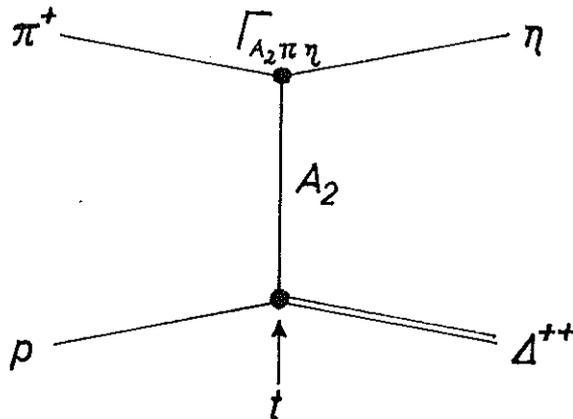
$$\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 0.22 \mu\text{b} \quad \text{bei } E_\gamma \approx 4 \text{ GeV},$$

$$\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 0.08 \mu\text{b} \quad \text{bei } E_\gamma \approx 8 \text{ GeV},$$

was etwa 10 % des gemessenen Wirkungsquerschnitts ausmacht. Diese Beiträge des ρ -Austauschs sind also geringer als die Genauigkeit, mit der gegenwärtig der Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ bekannt ist.

Den Beitrag des A_2 -Austauschs zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ kann man durch Vergleich mit der Reaktion

$\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$ abschätzen, bei der im t -Kanal nur A_2 ausgetauscht werden kann, da das ausgetauschte Teilchen $I^G = 1^-$ und $J^P = 0^+, 1^-, 2^+, \dots$ haben muß.



Man erhält unter der Annahme der Faktorisierung:

$$\begin{aligned} & \sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \text{ (A}_2\text{-Austausch)} \\ &= \sigma(\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}) \cdot \frac{\Gamma_{A_2 \pi \gamma}}{\Gamma_{A_2 \pi \eta}} \approx \sigma(\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}) \cdot \frac{1}{30}, \end{aligned}$$

da $\Gamma_{A_2 \pi \gamma} \approx 0.5 \text{ MeV}^{82}$, $\Gamma_{A_2 \pi \eta} \approx 15 \text{ MeV}^{45}$.

Mit den Werten $\sigma(\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}) = 100 \pm 5 \text{ } \mu\text{b}$ (π^+ Laborimpuls 4 GeV/c, Ref. 81) und $52 \pm 9 \text{ } \mu\text{b}$ (π^+ Laborimpuls 8 GeV/c, Ref. 81) folgt für den A_2 -Austauschbeitrag

$$\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 3 \text{ } \mu\text{b} \quad \text{bei } E_\gamma \approx 4 \text{ GeV,}$$

$$\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) \approx 1.7 \text{ } \mu\text{b} \quad \text{bei } E_\gamma \approx 8 \text{ GeV.}$$

Dagegen betragen die gemessenen Wirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = 2 - 3 \text{ } \mu\text{b}$ bei $E_\gamma = 4 \text{ GeV}$ und $0.5 - 1 \text{ } \mu\text{b}$ bei $E_\gamma = 8 \text{ GeV}$. Wirkungsquerschnitte mit diesen Werten können durch den Pionenaustausch beschrieben werden, so daß man von anderen Austauschprozessen nur kleinere Beiträge erwartet. Es ist gegenwärtig unverständlich, weshalb die benutzte Abschätzung des A_2 -Austauschbeitrags zu große Wirkungsquerschnitte liefert. Mögliche Gründe sind:

- a) die Methode der Faktorisierung nach Zerfallsbreiten ist zu ungenau,
- b) die Breite $\Gamma_{A_2 \pi \gamma}$ ist kleiner als 0.5 MeV,
- c) Endzustandswechselwirkungen sind bei $\pi^- \Delta^{++}$ stärker als bei $\eta \Delta^{++}$, wie es das Quarkmodell nahelegt.

VI. Die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$, $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$, $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-$, $\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+$

Bei Wechselwirkung von Photonen mit Protonen können $\pi\Delta$ -Systeme in folgenden Ladungszuständen entstehen:

$$\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^- \pi^+ p$$

$$\gamma p \rightarrow \pi^0 \Delta^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^0 \pi^0 p \\ \pi^0 \pi^+ n \end{cases}$$

$$\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \begin{cases} \pi^+ \pi^- p \\ \pi^+ \pi^0 n \end{cases}$$

Messungen existieren außer für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ bisher nur für $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p$. Die anderen Reaktionen besitzen zwei neutrale Teilchen im Endzustand und sind deshalb schwieriger zu messen.

$\pi\Delta$ -Produktion am Neutron tritt in den ladungsgespiegelten Reaktionen auf:

$$\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^- \rightarrow \pi^+ \pi^- n$$

$$\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0 \rightarrow \begin{cases} \pi^0 \pi^0 n \\ \pi^0 \pi^- p \end{cases}$$

$$\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+ \rightarrow \begin{cases} \pi^- \pi^+ n \\ \pi^- \pi^0 p \end{cases}$$

Hiervon ist die Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ praktisch unmeßbar, während die Wirkungsquerschnitte für die anderen Reaktionen durch Messung der Photoproduktion am Deuteron abgeleitet werden können.

1) Die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$

Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p)$ ist bis etwa 5 GeV Photonenergie außer im vorliegenden Experiment auch in anderen Blasenkammerexperimenten^{25,32,37} bestimmt worden; alle Werte sind jedoch mit großen Un-

sicherheiten versehen. Bei 16 GeV Photonenergie ist der differentielle Wirkungsquerschnitt insbesondere im Bereich kleiner Erzeugungswinkel gemessen²³.

Die Abb. 33 zeigt den Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p)$, der in diesem Experiment unter der Annahme einer $\Delta^{++}-\Delta^0$ -Interferenz mit freiem Interferenzparameter α (vgl. Kap. IV.2.b) bestimmt wurde. Die angepaßte Anzahl von Δ^0 -Ereignissen ist mit dem angepaßten Wert α stark korreliert; daher ergeben sich die großen Unsicherheiten im $\pi^+ \Delta^0$ -Wirkungsquerschnitt.

Die Vorhersage des Borntermmodells erhält man aus den im Anhang 3.a genannten Amplituden, wenn man mit Hilfe der im Anhang 3.d angegebenen Isospinfaktoren die $\pi^- \Delta^{++}$ -Amplituden in die $\pi^+ \Delta^0$ -Amplituden umrechnet. Das Borntermmodell sagt ein Wirkungsquerschnittsverhältnis

$$R = \frac{\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p)}{\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p)} = \frac{1}{9}$$

voraus. Berücksichtigt man im Borntermmodell den vollen Beitrag des Δ -Austauschs und nicht nur seinen minimal-eichinvarianten Anteil, so erhält man ungefähr denselben Wert $R = \frac{1}{9}$, da der Beitrag des Δ -Austauschs zum totalen Wirkungsquerschnitt vernachlässigbar klein ist. Die gestrichelte Kurve in Abb. 33 zeigt die Vorhersage des absorptiv korrigierten Borntermmodells. Bei Photonenergien $E_\gamma > 1$ GeV findet man eine ungefähre Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, während bei kleineren Energien Abweichungen auftreten. In Kapitel IV.3 war bereits festgestellt worden, daß das Verhältnis der experimentell gefundenen Wirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p)$ und $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p)$ im Bereich $E_\gamma < 1$ GeV nicht konstant ist: $R \lesssim \frac{1}{9}$ für

$E_\gamma \lesssim 700$ MeV und $R > \frac{1}{9}$ für $E_\gamma \approx 700 - 1000$ MeV. Addiert man zu den Borntermen die Beiträge von s-Kanal-Resonanzen mit den Kopplungskonstanten und Phasen, die in Kapitel V.3 für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ angegeben wurden, so erhält man unter Verwendung der im Anhang 3.d aufgeführten Isospinfaktoren die in Abb. 33 gezeigte durchgezogene Kurve. Sie stimmt mit dem experimentellen Wirkungsquerschnitt besser überein; insbesondere sagt das Borntermmodell bei Einschluß der s-Kanal-Resonanz $D_{13}(1520)$ ein Wirkungsquerschnittsverhältnis $R > \frac{1}{9}$ für $E_\gamma \approx 700 - 1000$ MeV voraus. Zwar gilt für den D_{13} -Anteil allein: $R = \frac{1}{9}$, ebenso wie für die Bornterme, aber das relative Vorzeichen zwischen der Bornamplitude und der resonanten D_{13} -Amplitude ist für die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ und $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ verschieden (vgl. Anhang 3.d). Deshalb liegt im Bereich $E_\gamma \approx 700 - 1000$ MeV in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0$ eine konstruktive Interferenz zwischen der Bornamplitude und der D_{13} -Amplitude vor, während in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ beide Amplituden destruktiv interferieren.

In Abb. 10 ist für den Δ^0 -Wirkungsquerschnitt $\ln \sigma$ gegen $\ln E_\gamma$ aufgetragen. Innerhalb der Fehler liegen die Meßpunkte auf einer Geraden mit der Steigung - 2, d. h. es gilt (für Photonenergien $E_\gamma \gtrsim 1$ GeV) $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) \sim 1/E_\gamma^2$. Man sieht, daß im Bereich $E_\gamma \gtrsim 1$ GeV die Daten mit $R = \frac{1}{9}$ gut verträglich sind.

Es soll nun qualitativ dargestellt werden, welche Phase φ zwischen der $\pi^- \Delta^{++}$ - und der $\pi^+ \Delta^0$ -Amplitude man nach dem absorptiv korrigierten Borntermmodell unter Berücksichtigung der s-Kanal-Resonanz $D_{13}(1520)$ erwartet (von dem geringen $P_{11}(1470)$ -Beitrag soll bei dieser Überlegung abgesehen werden). Im Kap. IV.2 hatten wir aus den experimentellen Daten eine Phase φ abgeleitet, die etwa zwischen 90° und 180° variiert.

Der Kontaktterm und der Pion austausch sind in der Bezeichnung von Anhang 3.d V_1 -Amplituden; die D_{13} -Resonanz stellt eine $V_{1/2}^-$ (oder $S_{1/2}^-$) Amplitude dar, so daß

$$T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = \left(\sqrt{\frac{1}{2}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{6}} V_{1/2} \right) - \sqrt{\frac{1}{2}} V_1,$$

$$T(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sqrt{\frac{1}{2}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{6}} V_{1/2} \right) + \sqrt{\frac{1}{6}} V_1.$$

V_1 ist reell, während $\sqrt{\frac{1}{2}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{6}} V_{1/2}$ als resonante Amplitude komplex ist:

$$\sqrt{\frac{1}{2}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{6}} V_{1/2} = -c \cdot \sin \delta_{13} \cdot e^{i \delta_{13}} \cdot e^{i 250^\circ}.$$

Dabei sind δ_{13} die Streuphasen der D_{13} -Resonanz; der Phasenfaktor $e^{i 250^\circ}$ ist in Kap. V.3 abgeleitet worden; der Proportionalitätsfaktor c (er enthält die Kopplungen an γp und $\pi \Delta$) war in Kap. V.3 positiv definiert worden, so daß die Bornterme und die D_{13} -Amplitude (bei fast allen Photonenergien) in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ destruktiv interferieren:

$$T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = c \cdot \sin \delta_{13} e^{i \delta_{13}} e^{i 250^\circ} - \sqrt{\frac{1}{2}} V_1,$$

$$T(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) = \frac{1}{\sqrt{3}} c \cdot \sin \delta_{13} e^{i \delta_{13}} e^{i 250^\circ} + \sqrt{\frac{1}{6}} V_1.$$

Außerhalb des Bereichs der D_{13} -Resonanz existieren in diesem Modell nur die Bornterme, so daß man für $E_\gamma \lesssim 600$ MeV und $E_\gamma \gtrsim 1000$ MeV eine Phase $\varphi = 180^\circ$ erwartet. Für Photonenergien $600 \lesssim E_\gamma \lesssim 1000$ MeV trägt die komplexe D_{13} -Amplitude bei, und man erwartet qualitativ die in Abb. 34 (a) angegebenen Real- und Imaginärteile der Amplituden $T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$ und

$T(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0)$. Dort ist für Photonenergien im D_{13} -Resonanzbereich V_1 näherungsweise als konstant betrachtet. Die Phase φ hat unterhalb der Resonanzstelle ($600 \lesssim E_\gamma \lesssim 750$ MeV) Werte $< 180^\circ$, sie geht oberhalb der Resonanzstelle durch 180° , nimmt bis etwa 1000 MeV Werte $> 180^\circ$ an und fällt dann wieder auf $\varphi = 180^\circ$ außerhalb des Resonanzbereichs, wie es Abb. 34 (b) qualitativ zeigt. Dem dort angedeuteten Verlauf folgen ungefähr die in diesem Experiment gefundenen Werte (vgl. Kap. IV.2 und Abb. 7 (b)).

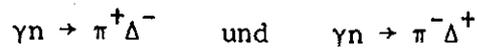
2) Die Reaktionen $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$, $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-$, $\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+$

Unter den drei Reaktionen der $\pi\Delta$ -Erzeugung am Neutron hat die Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$ die besondere Eigenschaft, daß die Bornsterme keinen Beitrag zur Amplitude liefern. Der Pion austausch verschwindet, da am $\gamma\pi^0\pi^0$ -Vertex die C-Parität nicht erhalten ist; Kontaktterm, Nukleonaustausch und Δ -Austausch (und ebenfalls Pion austausch) verschwinden, da das Modell nur die elektrischen Bornsterme enthält, andererseits Pion, Nukleon und Δ in dieser Reaktion neutral sind. Wenn die $\pi\Delta$ -Photoproduktion allgemein bei niedrigen Energien durch die Summe von elektrischen Bornstermen und s-Kanal Resonanzbeiträgen beschrieben werden kann, erwartet man für die Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$ ausschließlich Beiträge der s-Kanal-Resonanzen.

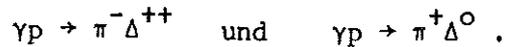
Die in Tab. 10 abgeschätzten Resonanzwirkungsquerschnitte für $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ kann man - unter Verwendung der im Anhang 3.d aufgeführten Isospinfaktoren - in die entsprechenden Resonanzwirkungsquerschnitt $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$ umrechnen. Abb. 35 (a) zeigt den Beitrag der $D_{13}(1520)$ -Resonanz zum Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0 \rightarrow \pi^0 \pi^- p)$ unter der Annahme $\Gamma_{\gamma n} / \Gamma = 0,45 \%$ oder $\Gamma_{\gamma n} / \Gamma = 0,33 \%$ (vgl. Tab. 10). Weiterhin ist der Wirkungsquerschnitt der $F_{15}(1688)$ -Resonanz unter der Annahme $\Gamma_{\gamma n} / \Gamma = 0,3 \%$ gezeichnet. Man erwartet für die Reaktion

$\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0$ also wesentlich kleinere Wirkungsquerschnitte als für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$. Vorläufige Ergebnisse des Deuterium-Blasen-kammer-Experimentes am DESY stimmen mit dieser Erwartung überein⁸³.

Die Reaktionen am Neutron



sind ladungsgespiegelt zu den Reaktionen am Proton



Enthalten die Amplituden sowohl isoskalare als auch isovektorielle Anteile, so können die Wirkungsquerschnitte ladungsgespiegelter Reaktionen voneinander verschieden sein. Die Bornsterme des hier verwendeten Modells besitzen nur isovektorielle Anteile, während die $D_{13}(1520)$ -Resonanz sowohl an das isovektorielle als auch an das isoskalare Photon koppeln kann - entsprechend dem Verhältnis $\Gamma_{\gamma p} / \Gamma_{\gamma n} = 1,35$ (vgl. Tab. 10)^{50,51}.

Die nach dem Bornstermmodell (mit Berücksichtigung von s-Kanal-Resonanzen) erwarteten Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^- \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ und $\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+ \rightarrow \pi^- \pi^0 p$ sind in Abb. 35 (b,c) angegeben, und zwar für die Zerfallsbreiten der $D_{13}(1520)$ -Resonanz $\Gamma_{\gamma p} / \Gamma_{\gamma n} = 1,35$ und $\Gamma_{\gamma p} / \Gamma_{\gamma n} = 1$. Auch mit diesen Erwartungen stimmen die vorläufigen Ergebnisse des Deuterium-Blasen-kammerexperimentes ungefähr überein⁸³.

Anhang 1 Verzeichnis der Datenbänder

In der folgenden Zusammenstellung sind die Datenbänder genannt, die die wichtigsten Informationen über alle Ereignisse des ABBHHM-Blasenkammerexperimentes enthalten. Diese Magnetbänder sind auf der Rechenanlage IBM 360/75 hergestellt.

a) HYBRID-Datenband

Das Magnetband BLA176 enthält im wesentlichen die Vierervektoren der ein- und auslaufenden Teilchen der Ereignisse. Es ist ein binäres Eingabeband für das Analyseprogramm HYBRID⁸⁴.

DD-Karte: UNIT=2400,LABEL=(n,NL),VOLUME=SER=BLA176,
DCB=(RECFM=VBS,BLKSIZE=3000,LRECL=120)

BLA176 ist ein 9-Spurband mit einer Zeichendichte von 800 bits/inch. Die verschiedenen Reaktionen stehen auf verschiedenen "files":

n	Reaktion
1	$\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$
2	$\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 p$
3	$\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- n$
4	$\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- p, \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- \pi^0 p, \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^- n$

Der Lesebefehl lautet:

```
CØMMØN P(100,10)
CØMMØN/ERWT/WHYP(4),NW,NHYP,NØHYP(10),LAB,GEW,MM,NNG,NTYP,IFRAME,DUMMY(3)
READ(...) IN,((P(I,J),J=1,7),I=1,IN),WHYP,NW,NHYP,NØHYP,QHYP,LAB,GEW,MM,NNG,
NTYP,IFRAME,DUMMY
```

Diese Worte haben folgende Bedeutung:

$P(I,1) = P_x$ -Impuls $P(I,2) = P_y$ -Impuls $P(I,3) = P_z$ -Impuls $P(I,4) = \text{Energie}$ $P(I,5) = \text{Masse}$	}	für das Teilchen I (im Laborsystem, Einheit: GeV)
--	---	--

Der Index I charakterisiert folgende Teilchen:

I								NNG	Anzahl der Ereignisse
1	2	3	4	5	6	7	8		
Y	P	P	π^+	π^-				5	18 781
Y	P	P	π^+	π^-	π^0			6 oder 3132	7 552 ¹⁾
Y	P	n	π^+	π^+	π^-			7 oder 3132	4 227 ¹⁾
Y	P	P	π^+	π^+	π^-	π^-		11	610
Y	P	P	π^+	π^+	π^-	π^-	π^0	12	789 ²⁾
Y	P	π^+	π^+	π^+	π^-	π^-	n	13	442 ²⁾

1) Hierin enthalten sind die Ereignisse, die zwischen den Reaktionen $p\pi^+\pi^-\pi^0$ und $n\pi^+\pi^+\pi^-$ mehrdeutig sind.

2) Hierin enthalten sind die Ereignisse, die zwischen den Reaktionen $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^-$ und $n\pi^+\pi^+\pi^+\pi^-$ mehrdeutig sind.

Auf Grund von Auswahlkriterien für mehrdeutige Ereignisse werden nur Ereignisse mit den angegebenen Werten NNG verwendet.

Die anderen Worte des Lesebefehls sind in der HYBRID-Beschreibung ⁸⁴ erklärt.

b) GRIND-Datenbänder

Weitere Information über die Ereignisse enthalten die GRIND⁸⁵-Datenbänder.

In folgender Liste - geordnet nach den beteiligten Instituten - sind die Nummern xxx der GRIND-Bänder BLAxxx aufgeführt.

Aachen	Berlin	Bonn	Hamburg	Heidelberg	München
170	128	240	178	167	120
384	249	248	229	238	317
389	440	292	250	269	350
460	486	295	312		352
		403	364		463
					493
Seltsame Teilchen:		386			
Ereignisse mit ≥ 7 Spuren:		280, 404			

DD-Karte: UNIT=2400,DSNAME=KØLLØ,VØLUME=SER=BLAxxx,

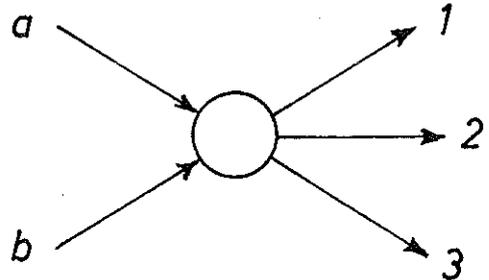
DCB=(RECFM=VS,BLKSIZE=3000)

Die Anordnung und der Inhalt der einzelnen "records" ist in der GRIND-Beschreibung⁸⁵ angegeben.

Anhang 2 Anpassungsprogramm "MITOSIS"

In diesem Anhang soll die Maximum Likelihood Methode⁸⁶ beschrieben werden, mit der im Fortranprogramm "MITOSIS" die verschiedenen Beiträge zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ bestimmt werden, und zwar unter der Annahme, daß die Amplituden der verschiedenen Prozesse nicht interferieren.

Die einlaufenden Teilchen sind mit a und b, die auslaufenden mit 1, 2 und 3 gekennzeichnet; a sei im Laborsystem das bewegte Teilchen, b das ruhende; a und b sind unpolarisiert. Wenn sich der Erzeugungsprozeß



durch m Amplituden beschreiben läßt, lautet der Wirkungsquerschnitt

$$d\sigma \sim \sum_{\text{Spins}} |T_1 + \dots + T_m|^2 \cdot \frac{1}{\text{Fluß}} \cdot dR_3 \cdot$$

\sum_{Spins} bedeutet Summation über die Spinzustände der ein- und auslaufenden Zustände;

Fluß = $W p_a^* = M_b p_a^{\text{Lab}}$ mit W = Gesamtenergie im CMS;

dR_3 ist das Phasenraumdifferential⁸⁷ des Dreiteilchen-Endzustandes.

Da die Amplituden nicht interferieren sollen, folgt

$$(Gl. A1) \quad d\sigma \sim (f_1 + \dots + f_m) \frac{1}{\text{Fluß}} dR_3, \quad \text{wobei } f_i = \sum_{\text{Spins}} |T_i|^2 \cdot$$

Bei unpolarisierten Teilchen im Anfangszustand ist der Dreiteilchen-Endzustand durch fünf unabhängige Variable vollständig festgelegt; $d\sigma$ ist also im allgemeinen von fünf Variablen abhängig. In Gl. A1 dürfen die Terme f_i der verschiedenen Prozesse von verschiedenen Sätzen von fünf Variablen abhängen, denn alle Variablensätze kann man eindeutig ineinander umrechnen. Beispielsweise kann man für die Δ^{++} Erzeugung die Variablen E_γ , $\cos\theta_{p/p^+}$, M_{p^+} , $\cos\theta_{p^+}^J$,

ϕ_{p+}^J wählen, für die ρ° Erzeugung E_{γ} , $t_{p/p}$, M_{+-} , $\cos\theta_{+-}^H$, ϕ_{+-}^H und für die Δ° Erzeugung E_{γ} , $t_{p/p-}$, M_{p-} , $\cos\theta_{p-}^H$, ϕ_{p-}^H . Im Kapitel IV.2 sind die für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ berücksichtigten Prozesse, die gewählten Variablensätze und die genaueren Formulierungen der f_i angegeben.

(E_{γ}, \vec{x}) möge einen Satz von fünf Variablen kennzeichnen. Die Dichteverteilung für den Wirkungsquerschnitt $d\sigma(E_{\gamma}, \vec{x})$ muß in eine Dichteverteilung $dN(E_{\gamma}, \vec{x})$ für Ereigniszahlen umgerechnet werden, da die Anpassung an beobachtete Verteilungen von Ereigniszahlen durchgeführt wird. Im hier betrachteten Fall einer Photoproduktionsreaktion ist $\sigma(E_{\gamma}) \sim \frac{dN/dE_{\gamma}}{dN_{\gamma}/dE_{\gamma}}$, wobei dN/dE_{γ} das beobachtete Ereignisspektrum, $dN_{\gamma}/dE_{\gamma} \equiv S(E_{\gamma})$ das beobachtete Photonspektrum ist.

Die Dichteverteilung für die Ereigniszahlen lautet

$$\frac{d^5N}{dE_{\gamma} d\vec{x}} \sim (f_1 + \dots + f_m) \rho(E_{\gamma}, \vec{x})$$

mit $\rho(E_{\gamma}, \vec{x}) = \frac{S(E_{\gamma})}{\text{Fluß}} \cdot \frac{d^4R_3}{d\vec{x}}(E_{\gamma}, \vec{x})$.

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Einzelprozesse $i = 1 \dots m$ sind in den meisten Fällen nur bis auf einen konstanten Faktor bekannt; der absolute Wert der Wirkungsquerschnitte soll erst durch eine Anpassung bestimmt werden. Dazu berechnet man die Normierungsintegrale V_i :

$$(Gl. A2) \quad V_i = \iiint f_i(E_{\gamma}, \vec{x}) \rho(E_{\gamma}, \vec{x}) dE_{\gamma} d\vec{x}$$

und schreibt für die normierten Funktionen $\tilde{f}_i \equiv \frac{f_i}{V_i}$:

$$\frac{d^5N}{dE_{\gamma} d\vec{x}}(E_{\gamma}, \vec{x}) = (a_1 \tilde{f}_1 + \dots + a_m \tilde{f}_m) \rho(E_{\gamma}, \vec{x}).$$

Dann stellen die unbekannt Parameter a_i die Ereigniszahlen zum Prozeß i dar, wobei $a_1 + \dots + a_m = N =$ Gesamtzahl der Ereignisse. Die a_i und andere Parameter, die in den \tilde{f}_i auftreten, können nach der Maximum-Likelihoodmethode angepaßt werden.

Die Likelihoodfunktion L für N gemessene Ereignisse lautet

$$L = \prod_{j=1}^N \frac{d^5 N}{dE_Y d\vec{x}} (E_{Yj}, \vec{x}_j) = \prod_{j=1}^N (a_1 \tilde{f}_1^j + \dots + a_m \tilde{f}_m^j) \rho(E_{Yj}, \vec{x}_j) .$$

Man bestimmt den optimalen Wert der Parameter, indem man den Logarithmus von L maximalisiert:

$$\ln L = \sum_{j=1}^N \ln(a_1 \tilde{f}_1^j + \dots + a_m \tilde{f}_m^j) + \sum_{j=1}^N \ln \rho(E_{Yj}, \vec{x}_j)$$

Der Ausdruck $\sum_{j=1}^N \ln \rho(E_{Yj}, \vec{x}_j)$ ist unabhängig von den anzupassenden Parametern und kann daher fortgelassen werden.

Die Normierungsintegrale sind in Gl. A2 als fünffache Integration geschrieben:

$$V_i = \int \int \int \int \int f_i(E_Y, \vec{x}) \frac{S(E_Y)}{\text{Fluß}} d^4 R_3 dE_Y .$$

Wählt man jedoch einen geeigneten Variablensatz \vec{x} (eventuell für verschiedene Prozesse i verschiedene Sätze \vec{x}), so vereinfacht sich die Integration, wie kurz in zwei Beispielen angegeben werden soll.

1. Beispiel: Für den Untergrundterm, der durch den Phasenraum beschrieben wird, gilt $f(E_Y, \vec{x}) \equiv 1$. Das Normierungsintegral lautet

$$V = \int \int \int \int \int \frac{S(E_Y)}{\text{Fluß}} d^4 R_3 dE_Y .$$

Benutzt man die Rekursionsformel für Phasenraumintegration⁸⁷, so erhält man nach der Integration über drei Winkel

$$V = \iiint \frac{S(E_Y)}{\text{Fluß}} \cdot \frac{\pi q^*(W, M_{12}, M_3)}{W} \cdot \frac{\pi q(M_{12}, M_1, M_2)}{M_{12}} dM_{12}^2 dE_Y .$$

Dabei bedeutet

$$q(M_{12}, M_1, M_2) = \frac{\sqrt{(M_{12}^2 - (M_1 - M_2)^2) (M_{12}^2 - (M_1 + M_2)^2)}}{2 M_{12}}$$

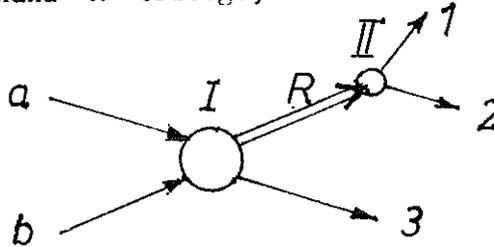
allgemein den Betrag des räumlichen Impulses eines Teilchens mit Masse M_1 im Ruhesystem des Teilchens M_{12} , das in M_1 und M_2 zerfällt.

Das Normierungsintegral V wird durch zweifache numerische Integration berechnet.

2. Beispiel: Wird eine Resonanz R erzeugt, die in die Teilchen 1 und 2 zerfällt, so kann man

die gesamte Amplitude

$T(ab \rightarrow 123)$ schreiben als



$$T(ab \rightarrow 123) = T_I(ab \rightarrow 3 R) \cdot \frac{1}{M_{12}^2 - M_0^2 - i M_0 \Gamma(M_{12})} \cdot T_{II}(R \rightarrow 12),$$

wobei $T_I(ab \rightarrow 3 R)$ am Vertex I die Erzeugung einer stabilen Resonanz R beschreibt, $\frac{1}{M_{12}^2 - M_0^2 - i M_0 \Gamma(M_{12})}$ der Propagator ist und $T_{II}(R \rightarrow 12)$

am Vertex II den Zerfall der Resonanz mit der Masse M_{12} in die Teilchen 1 und 2 angibt⁴¹. M_0 sei die Masse und $\Gamma(M_{12})$ die massenabhängige

Breite der Resonanz R . Mit der Formel (4) aus Ref. 41 erhält man

$$\iiint \sum_{\text{Spins}} |T(ab \rightarrow 123)|^2 d^4R_3$$

$$= \iint \sum_{\text{Spins}(I)} |T_I(ab \rightarrow 3 R)|^2 BW(M_{12}) \frac{q_R^*}{W} \frac{1}{2} d \cos \theta_{a/R}^* dM_{12}^2 .$$

$\sum_{\text{Spins}(I)}$ bedeutet Mittelung über die Spinzustände der einlaufenden Teilchen a und b sowie Summation über die Spinzustände der auslaufenden Teilchen 3 und R am Vertex I.

$$BW(M_{12}) = \frac{\pi^{-1} M_0 \Gamma(M_{12})}{(M_{12}^2 - M_0^2)^2 + M_0^2 \Gamma^2(M_{12})}$$
 ist ein relativistischer Breit-Wigner-Faktor;

$\theta_{a/R}^*$ ist der Winkel zwischen den Teilchen a und R im CMS;

$q_R^* \equiv q(W, M_{12}, M_3)$.

Damit lautet das gesuchte Normierungsintegral

$$V = \iiint \sum_{\text{Spins}(I)} |T_I(ab \rightarrow 3 R)|^2 BW(M_{12}) \frac{q_R^*}{2W} d\cos\theta_{a/R}^* dM_{12}^2 \frac{S(E_Y)}{\text{Flu\ss}} dE_Y.$$

Über den Erzeugungswinkel $\theta_{a/R}^*$ kann in vielen Fällen analytisch integriert werden. Für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \rho^0 p$ kann man beispielsweise setzen:

$$\sum_{\text{Spins}(I)} |T_I(ab \rightarrow 3 R)|^2 = E_Y^2 e^{A t_{\gamma/\rho^0}} \quad (\text{vergl. Kapitel IV.2})$$

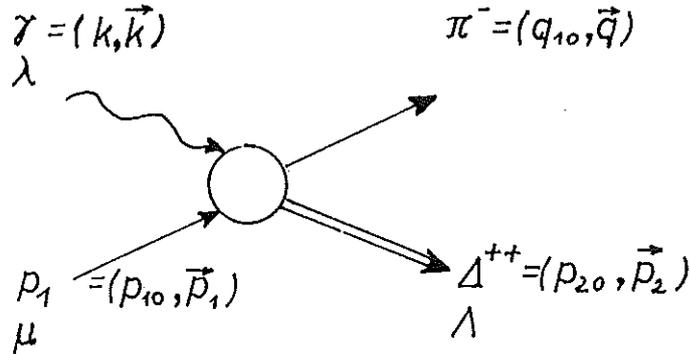
Integration über $d\cos\theta_{\gamma/\rho^0}^*$ liefert dann

$$V = \iiint E_Y^2 \frac{1}{A} (e^{A \cdot t_{\min}} - e^{A \cdot t_{\max}}) BW(M_{12}) \frac{q_R^*}{2W} dM_{12}^2 \frac{S(E_Y)}{\text{Flu\ss}} dE_Y,$$

wobei t_{\min} und t_{\max} die minimal bzw. maximal möglichen Werte von t bei gegebener Masse M_{12} und Energie E_Y sind. Die verbleibende zweifache Integration kann numerisch ausgeführt werden.

Anhang 3 Einige Formeln zu den verwendeten Modellen

In diesem Anhang sollen einige Einzelheiten der in dieser Arbeit verwendeten Modelle zur Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ formelmäßig aufgeführt werden, und zwar sowohl für das Borntermmodell als auch für die s-Kanal-Beiträge.



Die Teilchen sind durch folgende Größen gekennzeichnet:

Teilchen	Viererimpuls (CMS)	Impuls (CMS)	Masse	Helizität
Photon	$\gamma = (k, \vec{k})$	} $ \vec{k} = \vec{p}_1 = k$	0	$\lambda = \pm 1$
Proton	$p_1 = (p_{10}, \vec{p}_1)$		m_p	$\mu = \pm \frac{1}{2}$
Pion	$\pi = (q_{10}, \vec{q})$	} $ \vec{q} = \vec{p}_2 = q$	m_π	-
Isobar	$\Delta = (p_{20}, \vec{p}_2)$		M	$\Lambda = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$

Die Invarianten s , t , u sind durch

$$s = (\gamma + p_1)^2 = m_p^2 + 2 m_p E_\gamma^{\text{Lab}}$$

$$t = (\gamma - \pi)^2 = m_\pi^2 - 2 k p_{10} + 2 k q \cos \theta$$

$$u = (\gamma - \Delta)^2 = m_p^2 + 2 m_\pi^2 + M^2 - s - t$$

definiert. $\theta = \angle(\gamma/\pi^-) = \angle(p_1/\Delta^{++})$ ist der Erzeugungswinkel des Δ^{++} im CMS.

Der Wirkungsquerschnitt lautet

$$d\sigma = \frac{3 e^2}{32 \pi^2} \frac{M^2}{s p K^2} \sigma_{33}(M) \frac{m_p}{\sqrt{p^2 + m_p^2} + m_p} \sum_{\lambda, \mu, \Lambda} |T_{\Lambda\mu}^\lambda|^2 dM dt .$$

Die Summation erstreckt sich über die Helizitäten $\lambda = \pm 1$, $\mu = \pm \frac{1}{2}$ und $\Lambda = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$.

$$p = \left[\frac{(M^2 - (m_p + m_\pi)^2) \cdot (M^2 - (m_p - m_\pi)^2)}{4 M^2} \right]^{1/2} \quad \text{ist der Impulsbetrag}$$

des Protons aus dem Zerfall $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$ im Ruhesystem des Δ^{++} ;

$$\frac{e^2}{4 \pi} = \alpha \approx \frac{1}{137} \quad \text{ist die Feinstrukturkonstante;}$$

$\sigma_{33}(M) = \frac{4 \pi}{p} \sin^2 \delta_{33}(M)$ ist der Wirkungsquerschnitt der Reaktion

$\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(1236) \rightarrow \pi^+ p$, gegeben durch die Streuphasen δ_{33} der $\Delta^{++}(1236)$ Resonanz⁴⁰.

Wegen der Paritätserhaltung gilt für die Helizitätsamplituden die Relation

$$T_{\Lambda\mu}^\lambda = 2^{-\mu} (-1)^{\Lambda + 1/2} T_{-\Lambda-\mu}^{-\lambda} ,$$

so daß von den 16 Helizitätsamplituden nur 8 voneinander unabhängig sind.

Die unnormierte Zerfalls-Dichtematrix im Helizitätssystem (Quantisierungsachse ist $-\vec{q}$) lautet

$$\rho_{2\Lambda, 2\Lambda'}^H = \frac{1}{4} \sum_{\lambda=\pm 1} T_{\Lambda\mu}^\lambda T_{\Lambda'\mu}^{\lambda*} .$$

$$\mu = \pm \frac{1}{2}$$

Im Gottfried-Jackson System (Quantisierungsachse \vec{p}_1) lautet sie

$$\rho_{2M, 2M'}^J = \sum_{\Lambda, \Lambda'} d_{M\Lambda}^{3/2}(\psi) \rho_{2\Lambda, 2\Lambda'}^H d_{M'\Lambda'}^{3/2}(\psi),$$

wobei über $\Lambda, \Lambda' = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}$ summiert wird.

$d_{M\Lambda}^{3/2}(\psi)$ sind die d-Funktionen⁸⁸ zum Spin $\frac{3}{2}$.

Der Drehwinkel ψ ist definiert durch

$$\cos\psi = \frac{k p_{20} \cos\theta - q p_{10}}{\left((p_{10} p_{20} - k q \cos\theta)^2 - m_p^2 M^2 \right)^{1/2}},$$

$$\sin\psi = \frac{k M \sin\theta}{\left((p_{10} p_{20} - k q \cos\theta)^2 - m_p^2 M^2 \right)^{1/2}}.$$

a) Bornstermmodell ohne Absorptionskorrekturen

Bei Coulombstreuung im CMS lauten die Helizitätsamplituden für die Diagramme a) - d) (Abb. 22) in dem von Stichel und Scholz⁵² angegebenen minimal-eich-invarianten Bornstermmodell:

$$T_{3/2 \ 1/2}^\lambda = \gamma_{-1} \cos\frac{\theta}{2} V_1^\lambda$$

$$T_{3/2 \ -1/2}^\lambda = \gamma_1 \sin\frac{\theta}{2} V_1^\lambda$$

$$T_{1/2 \ +1/2}^\lambda = \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma_{-1} \cos\frac{\theta}{2} V_0^\lambda - \sqrt{\frac{1}{3}} \gamma_1 \sin\frac{\theta}{2} V_1^\lambda$$

$$T_{1/2 \ -1/2}^\lambda = \sqrt{\frac{2}{3}} \gamma_1 \sin\frac{\theta}{2} V_0^\lambda + \sqrt{\frac{1}{3}} \gamma_{-1} \cos\frac{\theta}{2} V_1^\lambda$$

Dabei ist

$$\gamma_1 = \left(1 + \frac{k}{p_{10} + m_p} \cdot \frac{q}{p_{20} + M} \right) \sqrt{\frac{p_{10} + m_p}{2 m_p} \cdot \frac{p_{20} + M}{2 M}},$$

$$\gamma_{-1} = \left(1 - \frac{k}{p_{10} + m_p} \cdot \frac{q}{p_{20} + M} \right) \sqrt{\frac{p_{10} + m_p}{2 m_p} \cdot \frac{p_{20} + M}{2 M}},$$

$$V_0^\lambda = \begin{cases} - \frac{\lambda \sqrt{2} q \sin\theta}{t - m_\pi^2} \frac{1}{M} (q p_{10} - k p_{20} \cos\theta) & \text{Pion austausch} \\ - \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \frac{p_{20}}{M} \sin\theta & \text{Kontaktterm} \\ - \frac{5}{2} \frac{\lambda}{\sqrt{2}} \frac{q^2 \sin^2\theta \sqrt{s}}{u - M^2} \frac{1}{M} & \Delta\text{-Austausch} \end{cases}$$

$$V_1^\lambda = \begin{cases} \frac{\lambda k q \sin^2\theta}{t - m_\pi^2} & \text{Pion austausch} \\ - \frac{1}{2} (1 - \lambda \cos\theta) & \text{Kontaktterm} \\ 0 & \Delta\text{-Austausch} \end{cases}$$

Bemerkung: Berücksichtigt man die vollen Beiträge der Diagramme c) (Δ -Austausch im u-Kanal) und d) (N-Austausch in s-Kanal), und nicht nur ihre Anteile mit $I_t = 1$, so müssen die Amplituden $V_{0,1}^\lambda$ für den Δ -Austausch mit dem Faktor $8/5$ multipliziert werden.

b) Borntermmodell mit Absorptionskorrekturen

Die Helizitätsamplituden werden in Partialwellen zerlegt. Die Partialwelle zu definiertem Spin J lautet

$$\langle \Lambda | T^J | \lambda \mu \rangle = \int_{-1}^{+1} \frac{1}{2} T_{\Lambda \mu}^\lambda(\theta) d_{\mu-\lambda, \Lambda}^J(\theta) d\cos\theta .$$

Hieraus erhält man die Partialwelle zu definiertem Spin J und Bahndrehimpuls L

$$\langle L | T^J | \lambda \mu \rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \sum_{\Lambda=\pm 1/2, \pm 3/2} C_{\Lambda}^{L \ 3/2 \ J} \langle \Lambda | T^J | \lambda \mu \rangle .$$

$C_{\Lambda}^{L \ 3/2 \ J}$ sind Clebsch-Gordan-Koeffizienten.

Der Einfluß von Absorptionseffekten wird näherungsweise durch einen Korrekturfaktor

$$a_J = \begin{cases} 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{(J - \frac{1}{2})^2}{2 A q^2} \right] \\ \text{oder} \\ 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{J^2}{2 A q^2} \right] \end{cases} \quad (\text{"J-Absorption" genannt})$$

$$a_L = \begin{cases} 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{L^2}{2 A q^2} \right] \\ \text{oder} \\ 1 - C \cdot \exp \left[- \frac{(L + \frac{1}{2})^2}{2 A q^2} \right] \end{cases} \quad (\text{"L-Absorption" genannt})$$

berücksichtigt⁶⁶. Dabei gilt $0 \leq C \leq 1$; $\sigma = \frac{C}{4 \pi A}$ ist der Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung $\pi\Delta \rightarrow \pi\Delta$ (bei Absorptionskorrektur im Endzustand); A ist der "slope" Parameter der elastischen Streuung. Für die korrigierte Partialwelle $\langle L | T'^J | \lambda\mu \rangle$ gilt also

$$\langle L | T'^J | \lambda\mu \rangle = \langle L | T^J | \lambda\mu \rangle \cdot \begin{cases} a_J & \text{bei J-Absorption} \\ a_L & \text{bei L-Absorption} \end{cases} .$$

Durch die Rücktransformation

$$\langle \Lambda | T'^J | \lambda\mu \rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \sum_{L=J+1/2, J+3/2} C_0^L \frac{3/2}{\Lambda} \frac{J}{\Lambda} \langle L | T'^J | \lambda\mu \rangle$$

und

$$T_{\Lambda\mu}^{\lambda}(\theta) = \sum_{J=1/2}^{\infty} (2J+1) \langle \Lambda | T'^J | \lambda\mu \rangle d_{\mu-\lambda, \Lambda}^J(\theta)$$

erhält man die absorptiv korrigierten Helizitätsamplituden. Da bei festem q die Korrekturfaktoren $a_J \rightarrow 1$ für $J \rightarrow \infty$ (und ebenso $a_L \rightarrow 1$ für $L \rightarrow \infty$) streben, benutzt man für die Summation über J bei numerischen Rechnungen folgende Näherung:

Man setzt $a_J = 1$ für $J > J_{\max}$ (wobei J_{\max} hinreichend groß gewählt wird) und erhält dann

$$T_{\Lambda\mu}^{\lambda}(\theta) = T_{\Lambda\mu}^{\lambda}(\theta) + \sum_{J=1/2}^{J_{\max}} (2J+1) \langle L | T^J | \lambda\mu \rangle (a_J - 1) d_{\mu-\lambda, \Lambda}^J(\theta) .$$

c) s-Kanal Resonanzen

Die Helizitätsamplituden $T_{\Lambda\mu}^{\lambda}(\theta)$ für eine Resonanz mit Spin J , die mit dem Bahndrehimpuls L in $\pi\Delta$ zerfällt, lauten^{73,89}:

$$T_{\Lambda\mu}^{\lambda}(\theta) = \sqrt{2J+1} \sqrt{2L+1} C_{0 \Lambda}^{L \ 3/2 \ J} d_{\mu-\lambda, \Lambda}^J(\theta) \langle L | T^J | \lambda\mu \rangle .$$

Aufgrund der Paritätserhaltung gilt die Relation

$$\langle L | T^J | -\lambda - \mu \rangle = (-1)^{J + 1/2 - L} \langle L | T^J | \lambda\mu \rangle .$$

Die Resonanzamplitude $\langle L | T^J | \lambda\mu \rangle$ wird durch einen Breit-Wigner-Ansatz parametrisiert, multipliziert mit einem konstanten Phasenfaktor:

$$\begin{aligned} \text{(Gl. A3)} \quad \langle L | T^J | \lambda \mu \rangle &= \sqrt{\frac{m_{\pi}^2}{4 m_p M}} \sqrt{\frac{(8\pi)^2 S}{k q}} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{m_R \sqrt{\Gamma_f(s) \Gamma_i(s)}}{m_R^2 - s - i m_R \Gamma(s)} e^{i\phi} \langle L | T_0^J | \lambda\mu \rangle . \end{aligned}$$

m_R ist die Resonanzmasse;

$\Gamma_f(s)$ ist die energieabhängige Breite für den Zerfall der Resonanz in $\pi\Delta$;

$\Gamma_i(s)$ für den Zerfall in γN , $\Gamma(s)$ ist die totale Breite.

Verschiedene Resonanzen können auf verschiedene Art elektromagnetisch ange-
regt werden. Der Faktor $\langle L | T_O^J | \lambda \mu \rangle$ in Gl. A3 legt die Art der elektromag-
netischen Anregung fest. Bei einer gegebenen Resonanz können die verschie-
denen Helizitätszustände $|\lambda \mu\rangle$ unterschiedlich stark zur Amplitude beitra-
gen. In folgender Zusammenstellung ist $\langle L | T_O^J | \lambda \mu \rangle$ für verschiedene Arten
der elektromagnetischen Anregung angegeben, charakterisiert durch den Betrag
der Gesamthelizität des γN Zustandes $s_i = \frac{1}{2}$ oder $s_i = \frac{3}{2}$.

Helizität				Anregung			Beispiel	
				allgemein: $\alpha s_i = \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{1-\alpha^2} s_i = \frac{3}{2}\rangle$	$ s_i = \frac{1}{2}\rangle$	$ s_i = \frac{3}{2}\rangle$	$J^P = \frac{3}{2}^-, L=0$ $ E1\rangle$	$ M2\rangle$
γ	p	λ	μ					
		1	$\frac{1}{2}$	$0 \leq \alpha \leq 1$	1	0	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$
		-1	$-\frac{1}{2}$	$(-1)^{J+1/2-L} \cdot \alpha$	$(-1)^{J+1/2-L}$	0	$\sqrt{\frac{1}{4}}$	$-\sqrt{\frac{3}{4}}$
		1	$-\frac{1}{2}$	$\sqrt{1-\alpha^2}$	0	1	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$
		-1	$\frac{1}{2}$	$(-1)^{J+1/2-L} \sqrt{1-\alpha^2}$	0	$(-1)^{J+1/2-L}$	$\sqrt{\frac{3}{4}}$	$\sqrt{\frac{1}{4}}$

Den elektromagnetischen Anregungszustand einer Resonanz kann man statt durch
Helizitätszustände auch durch Multipolzustände beschreiben. Ein Multipolzu-
stand ist eine Linearkombination von Helizitätszuständen. Bei der Anregung

der Resonanz durch γN gilt für den Multipolzustand

$$|j^\pi \frac{1}{2}\rangle = \sum_{\lambda, \mu} \sqrt{\frac{2j+1}{2(2J+1)}} (-\lambda)^p C_{\lambda-\mu}^{j \ 1/2 \ J} | \lambda \ \mu \rangle$$

Dabei ist J der Spin der Resonanz; j (= Multipolordnung, $j \geq 1$, ganzzahlig) ist der Gesamtdrehimpuls des Photons; $\pi = (-1)^{j+P}$ ist die Parität des Photons mit $p = 0$ (für einen elektrischen 2^j -Pol, abgekürzt E_j) oder $p = 1$ (für einen magnetischen 2^j -Pol, abgekürzt M_j). Beispielsweise gilt für die elektromagnetische Anregung des $J^P = \frac{3}{2}^-$, $L = 0$ Zustandes ($D_{13}(1520)$ Resonanz):

$$|E1\rangle = \sqrt{\frac{1}{4}} |s_i = \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{3}{4}} |s_i = \frac{3}{2}\rangle$$

$$|M2\rangle = -\sqrt{\frac{3}{4}} |s_i = \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{4}} |s_i = \frac{3}{2}\rangle,$$

während der $J^P = \frac{1}{2}^+$, $L = 1$ Zustand ($P_{11}(1470)$ Resonanz) nur als magnetischer Dipol ($M1$) angeregt werden kann: $|M1\rangle = |s_i = \frac{1}{2}\rangle$.

d) Isospinrelationen für die Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$

Die Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ kann man durch verschiedene Isospinamplituden beschreiben ("S" bedeutet Kopplung an das isoskalare Photon, "V" Kopplung an das isovektorielle Photon; die Indizes charakterisieren den Isospin):

- a) Isospinamplituden im s-Kanal: $S_{1/2}, V_{1/2}, V_{3/2}$;
- b) Isospinamplituden im t-Kanal: S_1, V_1, V_2 ;
- c) Isospinamplituden im u-Kanal: $S_{3/2}^u, V_{1/2}^u, V_{3/2}^u$.

Für die verschiedenen Ladungszustände in der Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ gelten folgende Beziehungen:

$T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = \sqrt{1 \frac{1}{2}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{2}} v_{1/2} + \sqrt{\frac{2}{3} \frac{2}{5}} v_{3/2} = \sqrt{\frac{1}{3}} S_1 - \sqrt{\frac{1}{2}} v_1 - \sqrt{\frac{3}{10} \frac{1}{5}} v_2$
$T(\gamma p \rightarrow \pi^0 \Delta^+) = -\sqrt{1 \frac{1}{3}} S_{1/2} + \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{3}} v_{1/2} + \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{15}} v_{3/2} = -\sqrt{\frac{1}{3} \frac{2}{3}} S_1 + \sqrt{0 \frac{2}{3}} v_1 + \sqrt{\frac{2}{5} \frac{2}{5}} v_2$
$T(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) = +\sqrt{1 \frac{1}{6}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{6}} v_{1/2} - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{8}{15}} v_{3/2} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{3}} S_1 + \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{3}} v_1 - \sqrt{\frac{3}{10} \frac{3}{5}} v_2$
$T(\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-) = +\sqrt{1 \frac{1}{2}} S_{1/2} + \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{2}} v_{1/2} - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{2}{5}} v_{3/2} = \sqrt{\frac{1}{3}} S_1 + \sqrt{\frac{1}{2}} v_1 + \sqrt{\frac{3}{10} \frac{1}{5}} v_2$
$T(\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0) = -\sqrt{1 \frac{1}{3}} S_{1/2} - \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{3}} v_{1/2} - \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{15}} v_{3/2} = -\sqrt{\frac{1}{3} \frac{2}{3}} S_1 - \sqrt{0 \frac{2}{3}} v_1 - \sqrt{\frac{2}{5} \frac{2}{5}} v_2$
$T(\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+) = \sqrt{1 \frac{1}{6}} S_{1/2} + \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{6}} v_{1/2} + \sqrt{\frac{2}{3} \frac{8}{15}} v_{3/2} = \sqrt{\frac{1}{3} \frac{1}{3}} S_1 - \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{3}} v_1 + \sqrt{\frac{3}{10} \frac{3}{5}} v_2$
$T(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = -\sqrt{\frac{1}{4} \frac{3}{4}} S_{3/2}^u + \sqrt{0 \ 0} v_{1/2}^u - \sqrt{\frac{9}{20} \frac{3}{4}} v_{3/2}^u$
$T(\gamma p \rightarrow \pi^0 \Delta^+) = +\sqrt{\frac{1}{4} \frac{1}{2}} S_{3/2}^u + \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{2}} v_{1/2}^u + \sqrt{\frac{1}{20} \frac{1}{2}} v_{3/2}^u$
$T(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0) = -\sqrt{\frac{1}{4} \frac{1}{4}} S_{3/2}^u - \sqrt{\frac{1}{2} \ 1} v_{1/2}^u + \sqrt{\frac{1}{20} \frac{1}{4}} v_{3/2}^u$
$T(\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-) = -\sqrt{\frac{1}{4} \frac{3}{4}} S_{3/2}^u + \sqrt{0 \ 0} v_{1/2}^u + \sqrt{\frac{9}{20} \frac{3}{4}} v_{3/2}^u$
$T(\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0) = +\sqrt{\frac{1}{4} \frac{1}{2}} S_{3/2}^u - \sqrt{\frac{1}{2} \frac{1}{2}} v_{1/2}^u - \sqrt{\frac{1}{20} \frac{1}{2}} v_{3/2}^u$
$T(\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+) = -\sqrt{\frac{1}{4} \frac{1}{4}} S_{3/2}^u + \sqrt{\frac{1}{2} \ 1} v_{1/2}^u + \sqrt{\frac{1}{20} \frac{1}{4}} v_{3/2}^u$

Hieraus folgt für den Zusammenhang zwischen den s-, t- und u-Kanal Isospinamplituden:

$S_{1/2} = \sqrt{\frac{2}{3}} S_1$	$S_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} S_{1/2}$
$v_{1/2} = \sqrt{\frac{1}{3}} v_1 + v_2$	$v_1 = \sqrt{\frac{1}{12}} v_{1/2} - \sqrt{\frac{5}{6}} v_{3/2}$
$v_{3/2} = -\sqrt{\frac{5}{6}} v_1 + \sqrt{\frac{1}{10}} v_2$	$v_2 = \frac{5}{6} v_{1/2} + \frac{\sqrt{10}}{6} v_{3/2}$
$S_1 = -\frac{3}{4} S_{3/2}^u$	$S_{3/2}^u = -\frac{4}{3} S_1$
$v_1 = -\frac{1}{4} \sqrt{3} v_{1/2}^u + \frac{5}{4} \sqrt{\frac{3}{10}} v_{3/2}^u$	$v_{1/2}^u = -\frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{3}} v_1 + \frac{2}{3} v_2$
$v_2 = \frac{5}{4} v_{1/2}^u + \frac{5}{4} \sqrt{\frac{1}{10}} v_{3/2}^u$	$v_{3/2}^u = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{10}{3}} v_1 + \frac{2}{15} \sqrt{10} v_2$
$S_{3/2}^u = -\sqrt{\frac{8}{3}} S_{1/2}$	$S_{1/2} = -\sqrt{\frac{3}{8}} S_{3/2}^u$
$v_{1/2}^u = \frac{4}{9} v_{1/2} + \frac{2}{9} \sqrt{10} v_{3/2}$	$v_{1/2} = v_{1/2}^u + \frac{5}{2} \frac{1}{\sqrt{10}} v_{3/2}^u$
$v_{3/2}^u = \frac{2}{9} \sqrt{10} v_{1/2} - \frac{8}{9} v_{3/2}$	$v_{3/2} = \frac{5}{2} \frac{1}{\sqrt{10}} v_{1/2}^u - \frac{1}{2} v_{3/2}^u$

Literaturverzeichnis und Hinweise

- 1 Die Bezeichnungsweise aus Ref. 45 wird verwendet.
- 2 M. Bloch, M. Sands, Phys. Rev. 108, 1101 (1957).
- 3 M. Bloch, M. Sands, Phys. Rev. 113, 305 (1959).
- 4 B.M. Chasan, G. Cocconi, V.T. Cocconi, R.M. Schectman, D.H. White, Phys. Rev. 119, 811 (1960).
- 5 Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München (ABBHHM) Kollaboration, Proceedings of the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energies, 1965, herausgegeben von G. Höhler u. M. (Deutsche Physikalische Gesellschaft, Hanau, 1966), Bd. II, 36 (erste Ergebnisse).
- 6 ABBHHM Kollaboration, Nuovo Cimento 41A, 270 (1966) (erste Ergebnisse).
- 7 ABBHHM Kollaboration, Phys. Letters 23, 707 (1966) (Δ^{++} (1236) Erzeugung).
- 8 ABBHHM Kollaboration, Nuovo Cimento 46A, 795 (1966) (ω , ϕ , η , X^0 Erzeugung).
- 9 ABBHHM Kollaboration, Nuovo Cimento 48A, 262 (1967); 49A, 337 (1967) (ρ Erzeugung).
- 10 ABBHHM Kollaboration, Nuovo Cimento 49A, 504 (1967); 51A, 246 (1967) (Erzeugung Seltsamer Teilchen).
- 11 ABBHHM Kollaboration, Nucl. Phys. B1, 668 (1967); B3, 364 (1967) (Teilchenspektren).
- 12 ABBHHM Kollaboration, Phys. Letters 27B, 54 (1968) (Vektormesonenerzeugung).
- 13 ABBHHM Kollaboration, Phys. Rev. 175, 1669 (1968) (mesonische und baryonische Resonanzen, abschließender Bericht).
- 14 ABBHHM Kollaboration, Phys. Rev. 188, 2060 (1969) (Erzeugung von mehreren Pionen und Seltsamen Teilchen, abschließender Bericht).
- 15 D. Lüke, P. Söding, Springer Tracts in Mod. Phys. 59, (1971)

- 16 M. Beneventano u. M., Nuovo Cimento 38, 1054 (1965).
- 17 J.V. Allaby, H.L. Lynch, D.M. Ritson, Phys. Rev. 142,
887 (1966).
- 18 M.G. Hauser, Phys. Rev. 160, 1215 (1967).
- 19 J.P. Burq u. M., Nuovo Cimento 56A, 1142 (1968).
- 20 R.W. Morrison, D.J. Drickey, R.F. Mozley, Nuovo Cimento
56A, 409 (1968).
- 21 R.L. Anderson u. M., Phys. Rev. Letters 23, 721 (1969).
- 22 A.M. Boyarski u. M., Phys. Rev. Letters 22, 148 (1969).
- 23 A.M. Boyarski u. M., Phys. Rev. Letters 25, 695 (1970).
- 24 R. Del Fabro u. M., Phys. Rev. 139B, 701 (1965).
- 25 G. Diambri-Palazzi u. M., Phys. Rev. Letters 21, 1463
(1968).
- 26 K. Ukai u. M., INSJ-107 (Universität Tokio), (1967).
- 27 W.L. Shanks, Dissertation, Calif. Inst. of Technology,
(1968).
- 28 A.D. Franklin u. M., Phys. Rev. Letters 13, 491 (1964).
- 29 E. Eisenhandler u. M., Phys. Rev. Letters 20, 758 (1968).
- 30 L. Criegee u. M., Phys. Rev. Letters 25, 1306 (1970).
- 31 Cambridge Bubble Chamber Group, Phys. Rev. 146, 994 (1966)
(ρ^0 -Erzeugung).
- 32 Cambridge Bubble Chamber Group, Phys. Rev. 163, 1510 (1967)
(Δ^{++} -Erzeugung).
- 33 M. Davier u. M., Phys. Rev. D1, 790 (1970).
- 34 Y. Eisenberg u. M., Phys. Rev. Letters 22, 669 (1969).
- 35 J. Ballam u. M., Phys. Letters 30B, 421 (1969)
- 36 H.H. Bingham u. M., Phys. Rev. Letters 24, 955 (1970)
(ρ^0 -Erzeugung).
- 37 H.H. Bingham u. M., Phys. Rev. Letters 25, 1223 (1970)
(Δ^{++} -Erzeugung).

- 38 E. Rabe, Diplomarbeit, Universität Hamburg
DESY F1-71/2 (1971) (Interner Bericht).
- 39 H. Spitzer, Dissertation, Universität Hamburg,
DESY F1/4 (1967) (Interner Bericht)
und SLAC-Trans-79 (1968).
- 40 Particle Data Group, πN Partial-wave amplitudes,
UCRL-20030 πN , (Febr. 1970).
- 41 J.D. Jackson, Nuovo Cimento 34, 1644 (1964).
- 42 M. Ross, L. Stodolsky, Phys. Rev. 149, 1172 (1966).
- 43 P. Söding, Phys. Letters 19, 702 (1965).
- 44 J. Daboul, Nucl. Phys. B4, 180 (1968)
- 45 Particle Data Group, Review of Particle Properties,
Review of Mod. Physics 43, Nr.2 (1971).
- 46 Zum Beispiel: R.J. Plano, S=0 Baryon Resonances;
Proceedings of the Lund International Conference on
Elementary Particles, Lund 1969, S. 321.
- 47 M. de Beer u. M., Nuclear Phys. B12, 599 (1969).
- 48 D.H.Saxon, J.H.Mulvey, W.Chinowsky, Phys.Rev.D2, 1790 (1970)
- 49 A.D. Brody u. M., Phys. Rev. D3, 2619 (1971)
- 50 R.L. Walker, Single Pion Photoproduction in the Resonance
Region; Proceedings of the International Symposium on
Electron and Photon Interactions at High Energies;
Liverpool 1969, S. 23 und Phys. Rev. 182, 1729 (1969).
- 51 W. Pfeil, D. Schwela, Springer Tracts in Mod.Phys. 55,
213 (1970).
- 52 P. Stichel, M. Scholz, Nuovo Cimento 34, 1381 (1964).
- 53 Der Kontaktterm enthält eine Ableitungskopplung, die vek-
toriellen Transformationscharakter besitzt. Vgl. Fußnote
10 in Ref. 52.
- 54 R.E. Cutkosky, F. Zachariasen, Phys. Rev. 103, 1108 (1956).

- 55 P. Carruthers, H. Wong, Phys. Rev. 128, 2382 (1962).
- 56 T. Ebata, Phys. Rev. 154, 1341 (1967).
- 57 P. Carruthers, H.W. Huang, Phys. Letters 24B, 464 (1967).
- 58 S.L. Adler, W.I. Weißberger, Phys. Rev. 169, 1392 (1968).
- 59 P. Narayanaswamy, B. Renner, Nuovo Cimento 53A, 107 (1968).
- 60 A.N. Kamal, Phys. Rev. 171, 1556 (1968).
- 61 S.C. Bhargava, Phys. Rev. 174, 1969 (1968).
- 62 H.G. Dosch, D. Gordon, Ann. Phys. 50, 472 (1968).
- 63 H.W. Huang, Phys. Rev. 174, 1799 (1968).
- 64 D. Lüke, M. Scheunert, P. Stichel, Nuovo Cimento 58A,
234 (1968).
- 65 M.P. Locher, W. Sandhas, Zeitschrift f. Phys. 195, 461 (1966).
- 66 K. Gottfried, J.D. Jackson, Nuovo Cimento 34, 735 (1964);
siehe auch H. Högaasen u. M., Nuovo Cimento 42, 323 (1966).
- 67 P. Söding, private Mitteilung.
- 68 G. Kramer, K. Schilling, L. Stodolsky, Nucl. Phys. B5,
317 (1968).
- 69 G. Wolf, Springer Tracts in Mod. Phys. 59 (1971).
- 70 Der Versuch, eine eichinvariante Pion austauschamplitude
zu konstruieren, die einen Formfaktor enthält, wurde
unternommen:
G. Ciocchetti u. M., Lett. Nuov. Cimento 1, 21 (1969).
- 71 S.D. Drell, Phys. Rev. Letters 5, 278 (1960)
- 72 E.L. Berger, G.C. Fox, ANL/HEP 7103, Argonne National
Lab. (1971).
- 73 D.S. Beder, P. Söding, UCRL-17867 (1967).
- 74 K. Böckmann, W. Sandhas, H. Wessel, Zeitschrift f. Phys.
202, 477 (1967).

- 75 K.W. Mc Voy; Nuclear Resonance reactions and ρ -Matrix analyticity; Fundamentals in Nuclear Theory, Vorlesung, Triest-Konferenz (1966), S. 419.
- 76 Y.C. Chau, N. Dombey, R.G. Moorhouse, Phys. Rev. 163, 1632 (1967).
- 77 A. Dar, V.F. Weißkopf, CERN-TH 934 (1968)
- 78 ABC-Kollaboration, Phys. Letters 19, 608 (1965) und 27B, 174 (1968).
- 79 ABC-Kollaboration, Nuclear Physics B22, 1 (1970),
- 80 Aus SU_6 folgt $\Gamma_{\rho\pi\gamma} = 1/9 \cdot \Gamma_{\omega\pi\gamma} \approx 0.1 \text{ MeV}$ (vgl. Ref. 45)
- 81 ABBBHLM-Kollaboration, Phys. Rev. 138, B897 (1965) (4 GeV/c);
ABC-Kollaboration, Nucl. Phys. B8, 45 (1968) (8 GeV/c).
- 82 Y. Eisenberg u.M., Phys. Rev. Letters 23, 1322 (1969)
- 83 Aachen-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München Kollaboration, private Mitteilung von P. Benz und F. Störmer, Hamburg.
- 84 H. Butenschön, DESY R1-69/1 (1969) (Interner Bericht: HYBRID-360)
- 85 CERN, TC-Library (1965) (GRIND Beschreibung)
- 86 W.P. Swanson, DESY 66/17 (1966).
- 87 Zum Beispiel: O. Skjeggstad, CERN 64-13, Bd. II, (1964).
- 88 Zum Beispiel: H. Högaasen, J. Högaasen, Nuovo Cimento 39, 941 (1965). Dort ist eine Rekursionsformel der d-Funktionen angegeben (Beachte: In dortiger Formel (A2) muß es $\cos \frac{\theta}{2}$ (statt $\cos \theta$) = $\sqrt{\frac{1+x}{2}}$ und $\sin \frac{\theta}{2}$ (statt $\sin \theta$) = $\sqrt{\frac{1-x}{2}}$ heißen.)
- 89 In Ref. 73 sind die Amplituden anders normiert. Multipliziert man sie mit $\sqrt{\frac{m_\pi^2}{4m_p M}}$, so erhält man die hier gewählte Normierung.

Tabelle 4

Wirkungsquerschnitte

E_γ (GeV)	Ereignisse	$\sigma(\gamma p \rightarrow \dots)$ (μb)			
		$\pi^- \Delta^{++}$	$\pi^+ \Delta^0$	$\rho^0 p^1)$	$\pi^+ \pi^- p$ (PS)
0.40 - 0.45	97	3.0 ± 0.6	0.5 ± 0.8	-	1.2 ± 0.7
0.45 - 0.50	322	13.5 ± 1.1		-	2.1 ± 1.3
0.50 - 0.55	670	34.5 ± 1.5	1.3 ± 0.7	-	1.1 ± 1.7
0.55 - 0.60	949	53.9 ± 2.3		-	0.6 ± 1.8
0.60 - 0.65	1111	67.6 ± 2.2	2.9 ± 3.3	-	3.4 ± 1.2
0.65 - 0.70	1078	71.1 ± 2.6		-	5.0 ± 1.3
0.70 - 0.75	932	60.2 ± 4.0	12.0 ± 3.4	-	9.2 ± 2.4
0.75 - 0.80	851	44.2 ± 3.2		-	12.4 ± 2.0
0.80 - 0.85	845	49.9 ± 3.7	8.8 ± 4.1	-	11.8 ± 2.7
0.85 - 0.90	814	53.1 ± 3.2		-	12.4 ± 1.8
0.90 - 0.95	722	49.9 ± 3.0	15.4 ± 4.2	-	17.6 ± 1.7
0.95 - 1.00	684	44.5 ± 2.9		-	19.0 ± 2.8
1.0 - 1.05	583	41.3 ± 2.9	2.8 ± 3.1	5.5 ± 2.0	17.0 ± 3.8
1.05 - 1.10	568	39.0 ± 2.5			25.0 ± 4.2
1.1 - 1.15	504	31.5 ± 2.5	11.2 ± 2.0	11.2 ± 2.0	22.1 ± 4.1
1.15 - 1.20	428	22.0 ± 2.8			20.2 ± 3.9
1.2 - 1.25	393	22.5 ± 3.0	2.7 ± 0.9	14.4 ± 2.4	21.1 ± 3.0
1.25 - 1.30	358	19.5 ± 2.5			10.0 ± 3.8
1.3 - 1.35	358	18.5 ± 2.5	0.75 ± 0.75	26.7 ± 2.7	5.2 ± 3.8
1.35 - 1.40	345	13.7 ± 2.2			6.3 ± 3.3
1.4 - 1.5	604	15.5 ± 2.0	1.3 ± 0.7	29.3 ± 2.7	11.5 ± 3.5
1.5 - 1.6	543	15.2 ± 1.6			10.2 ± 2.9
1.6 - 1.7	454	12.2 ± 1.5	0.1 ± 0.3	20.7 ± 2.2	6.0 ± 3.2
1.7 - 1.8	415	15.4 ± 1.5			4.1 ± 4.2
1.8 - 2.0	658	9.6 ± 1.0	1.1 ± 0.3	17.8 ± 1.2	4.3 ± 4.1
2.0 - 2.2	547	6.2 ± 1.0			3.5 ± 3.2
2.2 - 2.5	598	6.1 ± 0.7	0.2 ± 0.2	17.2 ± 1.2	3.5 ± 3.2
2.5 - 3.0	726	3.0 ± 0.6			
3.0 - 3.5	481	3.8 ± 0.6			
3.5 - 4.5	628	1.9 ± 0.5			
4.5 - 5.8	467	1.5 ± 0.3			

1) Die angegebenen Wirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma p \rightarrow \rho^0 p)$ wurden für $E_\gamma < 1.4$ GeV mit der ρ^0 -Resonanzform nach Breit-Wigner bestimmt, für $E_\gamma > 1.4$ GeV wurde die Breit-Wigner-Formel mit $(M_\rho/M_{+-})^4$ multipliziert (vgl. Ref. 13,39).

Tabelle 5 Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d\Omega$ ($\mu\text{b}/\text{sr}$)

$\cos\theta^*$	E_γ (GeV)				
	0.4-0.5	0.5-0.6	0.6-0,7	0.7-0.8	0.8-0.9
(-1.0)-(-0.8)	0.5 ± 0.1	2.1 ± 0.5	5.0 ± 0.5	2.7 ± 0.8	2.7 ± 0.4
(-0.8)-(-0.6)		2.9 ± 0.4	4.3 ± 0.5	2.4 ± 0.7	
(-0.6)-(-0.4)		2.6 ± 0.3	3.5 ± 0.5	2.6 ± 0.5	
(-0.4)-(-0.2)	0.8 ± 0.1	3.0 ± 0.3	3.9 ± 0.5	1.9 ± 0.6	1.9 ± 0.4
(-0.2)-(-0.0)		2.6 ± 0.4	3.9 ± 0.5	3.6 ± 0.6	4.2 ± 0.8
0.0 - 0.2		3.2 ± 0.5	4.9 ± 0.6	2.8 ± 0.7	3.8 ± 0.6
0.2 - 0.4	0.8 ± 0.1	3.9 ± 0.4	4.7 ± 0.5	3.5 ± 0.8	5.3 ± 0.8
0.4 - 0.6		3.9 ± 0.4	6.1 ± 0.5	5.6 ± 0.9	6.4 ± 0.8
0.6 - 0.8		4.5 ± 0.5	7.5 ± 0.7	5.5 ± 1.0	7.1 ± 0.8
0.8 - 1.0	1.0 ± 0.1	5.2 ± 0.5	8.8 ± 0.7	6.4 ± 1.2	7.6 ± 0.9

$\cos\theta^*$	0.9-1.0	1.0-1.1	1.1-1.4	1.4-1.8	1.8-2.5
(-1.0)-(-0.8)	2.0 ± 0.4	1.2 ± 0.2	0.7 ± 0.2	0.2 ± 0.1	0.0 ± 0.10
(-0.8)-(-0.6)			0.6 ± 0.2	0.3 ± 0.1	0.0 ± 0.12
(-0.6)-(-0.4)			0.7 ± 0.2	0.3 ± 0.1	0.0 ± 0.10
(-0.4)-(-0.2)	2.1 ± 0.4	2.6 ± 0.4	0.7 ± 0.2	0.5 ± 0.2	0.0 ± 0.10
(-0.2)- 0.0	2.7 ± 0.4		1.0 ± 0.2	0.3 ± 0.1	0.0 ± 0.10
0.0 - 0.2	4.5 ± 0.7		1.7 ± 0.3	0.4 ± 0.2	0.0 ± 0.12
0.2 - 0.4	6.5 ± 0.8	5.2 ± 0.8	2.0 ± 0.3	0.5 ± 0.2	0.0 ± 0.10
0.4 - 0.6	7.6 ± 0.8	5.9 ± 0.8	2.0 ± 0.3	1.1 ± 0.2	0.0 ± 0.19
0.6 - 0.8	7.8 ± 0.8	7.1 ± 0.9	3.5 ± 0.4	1.8 ± 0.3	0.5 ± 0.25
0.8 - 1.0	9.2 ± 1.3	8.3 ± 1.4	6.2 ± 0.5	6.5 ± 0.4	-
0.8 - 0.9	7.2 ± 1.3	-	3.5 ± 0.6	4.3 ± 0.5	-
0.9 - 1.0	-	-	8.6 ± 0.8	8.9 ± 0.7	-
0.8 - 0.85	-	-	-	-	3.0 ± 0.8
0.85- 0.9	-	-	-	-	3.8 ± 0.8
0.9 - 0.95	-	-	-	-	8.5 ± 1.0
0.95- 1.0	-	-	-	-	10.6 ± 1.2

$\cos\theta^*$	E_γ (GeV)		$\cos\theta^*$	E_γ (GeV)	
	2.5-3.5	3.5-5.8		2.5-3.5	3.5-5.8
(-1.0)-(-0.8)	0.0 ± 0.10	0.0 ± 0.07	0.8 -0.85	0.8 ± 0.5	0.2 ± 0.8
(-0.8)-(-0.6)	0.0 ± 0.08	0.0 ± 0.07	0.85-0.9	1.8 ± 0.7	0.5 ± 0.3
(-0.6)-(-0.4)	0.0 ± 0.10	0.0 ± 0.07	0.9 -0.95	3.2 ± 0.8	1.7 ± 0.5
(-0.4)- 0.0	0.0 ± 0.08	0.0 ± 0.07	0.95-1.0	11.1 ± 1.0	9.5 ± 0.8
0.0 - 0.2	0.0 ± 0.08	0.0 ± 0.07			
0.2 - 0.4	0.0 ± 0.12	0.0 ± 0.07	0.95-0.975	-	10.2 ± 1.1
0.4 - 0.6	0.0 ± 0.15	0.0 ± 0.1	0.575-1.0	-	9.0 ± 1.1
0.6 - 0.8	0.0 ± 0.10	0.0 ± 0.1			

Tabelle 6 Koeffizienten A_ℓ (in Einheiten 10^{-3})

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(q_Y^*)^2} \sum_{\ell} A_\ell P_\ell(\cos\theta^*)$$

E_Y (GeV)	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
0.4-0.5	0.17±.01	0.10±.02	-.02±.03	.05±.04		
0.5-0.6	1.26±.04	0.61±.07	.20±.09	.08±.11		
0.6-0.7	2.52±.09	0.95±.16	.97±.20	-.26±.24		
0.7-0.8	2.65±.13	1.56±.24	1.50±.30	-.18±.36		
0.8-0.9	3.13±.16	2.13±.29	0.96±.37	-1.01±.44		
0.9-1.0	3.17±.18	2.97±.34	1.52±.43	-1.06±.52	-.49±.61	
1.0-1.2	2.53±.12	3.06±.22	1.74±.28	0.09±.34	-.57±.37	0.33±.43
1.2-1.4	2.03±.11	4.33±.22	3.70±.28	2.41±.36	1.69±.40	1.57±.45
1.4-1.6	2.02±.13	4.26±.26	4.08±.35	3.52±.43	2.59±.46	1.07±.55
1.6-1.8	1.99±.15	4.43±.34	5.33±.44	4.63±.54	2.00±.51	1.48±.59

Tabelle 7

Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ ($\mu\text{b}/\text{GeV}^2$)

$ t $ (GeV^2)	E_Y (GeV)						
	0.4-0.5	0.5-0.6	0.6-0.7	0.7-0.8	0.8-0.9	0.9-1.0	1.0-1.1
$ t _{\text{min}} - 0.05$	61±9	153±15	191±16	170±20	141±20	97±15	75±16
0.05-0.1	91±8	330±15	338±27	242±17	203±21	143±17	106±16
0.1 -0.15	43±7	213±15	259±22	142±21	173±21	127±17	73±14
0.15-0.2	10±3	109±10	192±14	126±21	120±18	117±17	109±16
0.2 -0.25		51±8	153±14	121±18	125±18	112±15	78±14
0.25-0.3		11±5	105±12	90±19	113±16	90±15	84±15
0.3 -0.35		10±5	65±9	73±17	40±16	63±13	54±12
0.35-0.4		3±4	25±7	86±12	55±16	20±12	47±12
0.4 -0.45			14±4	33±10	54±15	33±13	42±12
0.45-0.5				32±7	49±12	29±12	33±11
0.5 -0.55				15±5	43±11	28±12	29±12
0.55-0.6						19±13	40±11

$ t $ (GeV^2)	E_Y (GeV)				
	1.1-1.4	1.4-1.8	1.8-2.5	2.5-3.5	3.5-5.8
$ t _{\text{min}} - 0.1$	82±8	81±6	42±4	25±3	10±3
0.1-0.2	60±8	39±6	19±4	8±3	5.5±2
0.2-0.3	40±7	16±4	7±3	2±1	1.5±2
0.3-0.4	14±6	6±4	0±1	3±3	1.5±2
0.4-0.5	14±6	5±4	0±1	0±3	0±1

Tabelle 8

Dichtematrixelemente im Helizitätssystem

cos θ^*	ρ_{33}	Re ρ_{3-1}	Re ρ_{31}	ρ_{33}	Re ρ_{3-1}	Re ρ_{31}	ρ_{33}	Re ρ_{3-1}	Re ρ_{31}
	$E_Y = 0.4 - 0.5$ GeV			$E_Y = 0.5 - 0.6$ GeV			$E_Y = 0.6 - 0.7$ GeV		
-1.0 \div -.8	.23 \pm .06	.05 \pm .07	-.04 \pm .07	.36 \pm .06	.04 \pm .07	.03 \pm .06	.41 \pm .04	.05 \pm .05	.09 \pm .04
-.8 \div -.6				.34 \pm .05	.0 \pm .05	.14 \pm .04	.32 \pm .04	-.05 \pm .05	.14 \pm .05
-.6 \div -.4				.33 \pm .03	.21 \pm .05	.11 \pm .04	.31 \pm .05	.11 \pm .05	.18 \pm .05
-.4 \div -.2				.20 \pm .05	.13 \pm .04	.10 \pm .04	.38 \pm .04	.16 \pm .05	.10 \pm .04
-.2 \div .0	.12 \pm .06	.24 \pm .06	-.04 \pm .04	.22 \pm .06	.23 \pm .05	.02 \pm .05	.35 \pm .05	.15 \pm .05	.06 \pm .05
.0 \div .2				.17 \pm .05	.12 \pm .05	-.01 \pm .04	.20 \pm .04	.14 \pm .04	.03 \pm .04
.2 \div .4				.20 \pm .05	.13 \pm .04	-.11 \pm .04	.22 \pm .05	.18 \pm .04	-.01 \pm .04
.4 \div .6	.22 \pm .07	.05 \pm .07	-.17 \pm .06	.18 \pm .04	.15 \pm .04	-.21 \pm .04	.20 \pm .04	.17 \pm .03	-.07 \pm .04
.6 \div .8	.40 \pm .04	.18 \pm .05	-.29 \pm .04	.26 \pm .04	.05 \pm .04	-.12 \pm .04	.30 \pm .03	.13 \pm .03	-.06 \pm .03
.8 \div 1.0				.38 \pm .03	.12 \pm .04	-.12 \pm .03	.33 \pm .03	.02 \pm .03	-.10 \pm .03
	$E_Y = 0.7 - 0.8$ GeV			$E_Y = 0.8 - 0.9$ GeV			$E_Y = 0.9 - 1.0$ GeV		
-1.0 \div -.8	.46 \pm .08	.09 \pm .09	.06 \pm .08	.24 \pm .05	.07 \pm .06	-.18 \pm .05	.34 \pm .08	.13 \pm .08	-.17 \pm .07
-.8 \div -.6	.45 \pm .08	.08 \pm .09	-.09 \pm .08						
-.6 \div -.4	.50 \pm .04	.05 \pm .08	-.02 \pm .07	.25 \pm .08	.06 \pm .07	-.14 \pm .08	.21 \pm .07	-.12 \pm .07	-.10 \pm .07
-.4 \div -.2	.40 \pm .10	.03 \pm .10	-.18 \pm .09	.29 \pm .06	.04 \pm .06	-.02 \pm .05	.26 \pm .06	-.03 \pm .06	.03 \pm .06
-.2 \div .0	.42 \pm .04	.08 \pm .06	-.07 \pm .04	.25 \pm .06	.10 \pm .06	.08 \pm .06	.26 \pm .06	.04 \pm .06	.07 \pm .06
.0 \div .2	.29 \pm .07	.26 \pm .07	.04 \pm .07	.25 \pm .05	.0 \pm .05	.10 \pm .05	.10 \pm .05	-.01 \pm .04	.05 \pm .05
.2 \div .4	.39 \pm .06	.05 \pm .07	-.02 \pm .06	.25 \pm .04	-.02 \pm .04	.06 \pm .05	.10 \pm .04	.05 \pm .04	.18 \pm .04
.4 \div .6	.30 \pm .04	.06 \pm .05	.10 \pm .04	.08 \pm .04	.04 \pm .04	.09 \pm .05	.10 \pm .04	.05 \pm .04	-.03 \pm .05
.6 \div .8	.27 \pm .05	.15 \pm .05	.09 \pm .05	.03 \pm .04	.06 \pm .04	-.04 \pm .05	.12 \pm .04	.05 \pm .04	-.03 \pm .04
.8 \div 1.0	.25 \pm .05	.10 \pm .05	-.04 \pm .05	.03 \pm .04	.06 \pm .04	-.05 \pm .04	.12 \pm .04	.05 \pm .04	-.03 \pm .05
	$E_Y = 1.0 - 1.1$ GeV			$E_Y = 1.0 - 1.1$ GeV			$E_Y = 1.0 - 1.1$ GeV		
-1.0 \div -.2	.16 \pm .08	.19 \pm .08	-.13 \pm .08						
-.2 \div .2	.16 \pm .07	.04 \pm .06	.01 \pm .07						
-.2 \div .4	.12 \pm .07	-.07 \pm .06	-.13 \pm .08						
.4 \div .6	.23 \pm .06	-.02 \pm .06	.10 \pm .06						
.6 \div .8	.17 \pm .05	-.08 \pm .05	.04 \pm .06						
.8 \div 1.0	.24 \pm .05	-.06 \pm .05	.04 \pm .05						

Tabelle 9 $\pi\pi N$ Zerfall von N und Δ Resonanzen

Name	J^P	$\ell, 2I, 2J$ für πN Zerfall	Γ (MeV)	$\frac{\Gamma_{\pi\pi N}}{\Gamma}$	$\pi\pi N$ Kanäle (Bahndrehimpuls L)
N(1470)	$\frac{1}{2}^+$	P 11	200-400	40 %	$\epsilon N(S)$ wahrsch. dominant $\pi\Delta(P)/\epsilon N(S)$ zwischen 0 und 1 $\rho N(P)$ möglich
N(1520)	$\frac{3}{2}^-$	D 13	105-150	50 %	$\pi\Delta(S)$ gesichert (wahr- scheinlich dominant) $\pi\Delta(D)$ wahrscheinlich $\epsilon N(P)$ wahrscheinlich
N(1535)	$\frac{1}{2}^-$	S 11	50-160	$N\eta$ dominant, $\pi\pi N$ nur gering	$\epsilon N(P)$ wahrscheinlich $\rho N(S)$ nicht gesichert $\pi\Delta(D)$ Null oder sehr klein
N(1670)	$\frac{5}{2}^-$	D 15	105-175	60 %	$\pi\Delta(D)$ ~40 %, gesichert
N(1688)	$\frac{5}{2}^+$	F 15	105-180	40 %	$\pi\Delta(P)$ ~25 %, gesichert
N(1700)	$\frac{1}{2}^-$	S 11	100-400	$\pi\pi N$ Zerfall nicht beobachtet	
N(1780)	$\frac{1}{2}^+$	P 11	270-450		$\pi\Delta$ wahrscheinlich
N(1860)	$\frac{3}{2}^+$	P 13	310-450		ρN wahrscheinlich
$\pi\pi N$ Zerfälle höherer N Resonanzen sind noch nicht bekannt					
$\Delta(1236)$	$\frac{3}{2}^+$	P 33	120	kein $\pi\pi N$ Zerfall möglich	
$\Delta(1650)$	$\frac{1}{2}^-$	S 31	130-250	70 %	$\pi\Delta(D)$ möglich
$\Delta(1670)$	$\frac{3}{2}^-$	D 33	175-300		$\pi\Delta(S)$ gesichert
$\Delta(1690)$	$\frac{3}{2}^+$	P 33	270		$\pi\Delta(P)$ wahrscheinlich
$\Delta(1890)$	$\frac{5}{2}^+$	F 35	135-380		$\pi\Delta(F)$ möglich
$\Delta(1910)$	$\frac{1}{2}^+$	P 31	230-420		$\pi N_{1/2}^*(S)$ möglich $\pi\Delta(P)$ möglich
$\Delta(1950)$	$\frac{7}{2}^+$	F 37	140-220		$\pi\Delta(F)$ ~50 % (gesichert) $\rho\Delta$ wahrscheinlich [ρN ~10 % *]
$\Delta(2420)$	$\frac{11}{2}^+$	H3,11	~ 310	>20 %	[ρN ~10 % *]

* Schätzung nach dem Vektordominanzmodell

Tabelle 10

γN Kopplungen von N- und Δ -Resonanzen

Name	J^P	$\ell, 2I, 2J$ (für πN)	$\Gamma_{\gamma p} / \Gamma$ %	$\Gamma_{\gamma n} / \Gamma$ %	Max $\sigma(\gamma p \rightarrow)$ (μb)		
					$\pi^- \Delta^{++}$	$\rho^0 p$	ϵp
N(1470)	$\frac{1}{2}^+$	P_{11}	($\geq 0.1?$)	(Schätzung)	(≤ 1.5) ¹⁾		(≤ 6)
N(1520)	$\frac{3}{2}^-$	D_{13}	0.45	0.33	26 ²⁾		
N(1535)	$\frac{1}{2}^-$	S_{11}	~ 0.2	~ 0.4	0	~ 2	≤ 4
N(1670)	$\frac{5}{2}^-$	D_{15}	($\leq 0.1?$)	(Schätzung)	(≤ 5)		
N(1688)	$\frac{5}{2}^+$	F_{15}	0.3	(0 ?)	~ 10		
$\Delta(1236)$	$\frac{3}{2}^+$	P_{33}	0.52	0.52			
$\Delta(1950)$	$\frac{7}{2}^+$	F_{37}	0.2	0.2	~ 9	~ 3	

1) wenn der $\pi\Delta$ Zerfall 50 % des inelastischen Zerfalls darstellt

2) wenn der $\pi\Delta$ Zerfall 100 % des inelastischen Zerfalls darstellt.

Abbildungsverzeichnis

- Abb. 1 Verteilung der effektiven Massen $M(p\pi^+)$ gegen $M(\pi^+\pi^-)$.
Eingezeichnet sind die Resonanzbänder des Δ^{++} (1.16 - 1.28 GeV)
und des ρ^0 (.69 - .83 GeV).
- Abb. 2 Verteilung der effektiven Masse $M(p\pi^+)$. Die volle Kurve stellt
die Summe der angepaßten Δ^{++} -, Δ^0 -, ρ^0 - (nur für $E_\gamma > 1.1$ GeV)
und Phasenraumbeiträge dar, die strichpunktierte Kurve die
 $\Delta^{++}(1236)$ -Resonanz, die gestrichelte Kurve den Untergrund
zur Resonanz $\Delta^{++}(1236)$ und die punktierte den Δ^{++} - Δ^0 -Inter-
ferenzbeitrag.
- Abb. 3 Verteilung der effektiven Masse $M(p\pi^-)$. Die Kurven haben eine
analoge Bedeutung wie in Abb. 2.
- Abb. 4 Verteilung der effektiven Masse $M(\pi^+\pi^-)$. Die Kurven haben eine
analoge Bedeutung wie in Abb. 2.
- Abb. 5 Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(\chi^2)$ für Anpassungen, die mit
dem Optimierungsprogramm MITOSIS durchgeführt wurden.
- Abb. 6 Verteilung der effektiven Massen $M(p\pi^+)$ gegen $M(p\pi^-)$ mit den
Resonanzbändern des Δ^{++} und des Δ^0 (1.16 - 1.28 GeV).
- Abb. 7 a) Interferenzparameter α , der den Grad der Δ^{++} - Δ^0 -Interferenz
beschreibt, als Funktion der Photonenergie E_γ .
b) Relative Phase ψ zwischen der Δ^{++} - und der Δ^0 -Amplitude als
Funktion der Photonenergie E_γ .
c) Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+\Delta^0 \rightarrow \pi^+\pi^-p)$ für drei verschiedene
Annahmen über den Grad α der Δ^{++} - Δ^0 -Interferenz.
- Abb. 8 Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p$.
- Abb. 9 Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^-\Delta^{++}$,
 $\gamma p \rightarrow \pi^+\Delta^0 \rightarrow \pi^+\pi^-p$, $\gamma p \rightarrow \rho^0p$ und $\gamma p \rightarrow \pi^+\pi^-p$ (phasenraumartiger
Untergrund) nach den in Kap. IV beschriebenen Anpassungen. Die Δ^{++} -
und Δ^0 -Wirkungsquerschnitte des SLAC-Blasenkammerexperiments
(Ref. 37) sind eingezeichnet. Die Kurve folgt aus dem absorptiv
korrigierten Borntermmodell unter Einschluß von s-Kanal-Resonanzen
(vgl. Kap. V).

- Abb. 10 Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (aus Abb. 9). Bei $E_\gamma = 5, 8, 11$ und 16 GeV ist der summierte differentielle Wirkungsquerschnitt des SLAC-Zählerexperimentes (Refs. 22, 23) eingezeichnet. Die beiden Kurven entsprechen den Wirkungsquerschnitten $\sigma \sim 1/E_\gamma^2$ im Verhältnis $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p) / \sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}) = 1/9$.
- Abb. 11 Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$. Die Kurven folgen aus dem absorptiv korrigierten Borntermmodell unter Einschluß von s-Kanal-Resonanzen (vgl. Kap. V.3).
- Abb. 12 Differentielle Wirkungsquerschnitte (willkürliche Einheiten) und Dichtematrixelemente im Helizitätssystem für verschiedene Partialwellen (mit verschiedenen Kopplungen an das Photon) in der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$.
- Abb. 13 Koeffizienten einer Legendre-Polynomentwicklung für die Erzeugungswinkelverteilung (Abb. 11) der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$.
- Abb. 14 Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$. Die Kurven haben eine analoge Bedeutung wie in Abb. 11.
- Abb. 15 Differentieller Wirkungsquerschnitt $s^2 \cdot d\sigma/dt$ für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$. Die Kurve "VDM" ist eine Vorhersage des Vektordominanzmodells aus dem Wirkungsquerschnitt $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 8 GeV/c π^+ -Laborimpuls (vgl. Kap. V.4). Die Vorhersage des absorptiv korrigierten Borntermmodells ist ebenfalls eingezeichnet.
- Abb. 16 Dichtematrixelemente für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (im Helizitätssystem). Die Kurven haben eine zu Abb. 11 analoge Bedeutung.
- Abb. 17 Dichtematrixelemente für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (im Gottfried-Jackson-System). Die Kurven haben eine zu Abb. 11 analoge Bedeutung.
- Abb. 18 Dichtematrixelemente für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (im Adairsystem).
- Abb. 19 Dichtematrixelemente für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ (im Helizitätssystem) in Abhängigkeit von der Photonenergie (gemittelt über alle Erzeugungswinkel).

- Abb. 20 Diagramme der s-Kanal-Resonanzanregung in den Reaktionen $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ und $\gamma N \rightarrow \pi \pi N$.
- Abb. 21 Beiträge von s-Kanal-Resonanzen (abgeschätzt nach Tabelle 10), verglichen mit dem experimentellen Wirkungsquerschnitt für $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$. Die gestrichelte Kurve stellt den Beitrag der nicht absorptiv korrigierten Bornsterme dar.
- Abb. 22 Diagramme der elektrischen Bornsterme für die Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$.
- Abb. 23 Beiträge der einzelnen elektrischen Bornsterme zum Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$. Die gestrichelten Kurven zeigen den Einfluß von Absorptionskorrekturen.
- Abb. 24 Beiträge der einzelnen Partialwellen des Pion austauschs zum Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++})$. J^P sind Spin und Parität der Partialwelle, L ist der Bahndrehimpuls im $\pi \Delta$ -Endzustand. Die unteren Kurven eines jeden Kurvenpaares zeigen den Einfluß von Absorptionskorrekturen.
- Abb. 25 Vorhersage des unkorrigierten Bornstermmodells (gestrichelte Kurven) und des absorptiv korrigierten Modells (volle Kurven) für den differentiellen und den totalen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$, verglichen mit den experimentellen Daten.
- Abb. 26 Analog zu Abb. 25 für die Dichtematrixelemente im Helizitätssystem.
- Abb. 27 Verschiedene Näherungen für das S-Matrixelement S_{ff} der Reaktion $\pi \Delta \rightarrow \pi \Delta$ in der $J = \frac{3}{2}$ Partialwelle (vgl. Kap. V.2.6).
- Abb. 28 Beiträge der einzelnen Bornsterme zum differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ und zur Asymmetrie A der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ bei der Photonenergie $E_\gamma = 4$ GeV.
- Abb. 29 Differentieller Wirkungsquerschnitt $(s - M^2)^2 d\sigma/dt$ (mit $M =$ Protonenmasse), der im SLAC-Zählerexperiment (Ref. 22) gemessen wurde, verglichen mit den Voraussagen des unkorrigierten und des absorptiv korrigierten Bornstermmodells.
- Abb. 30 Differentieller Wirkungsquerschnitt $E_\gamma^3 d\sigma/du$ (Rückwärtserzeugung), gemessen am SLAC (Ref. 21) bei 4.5 und 5.3 GeV Photonenergie. Der Bornsterm für den Austausch eines elementaren $\Delta(1236)$ ist eingezeichnet; die untere Kurve zeigt den Anteil mit $I_t = 1$ für den Isospin im t-Kanal.

- Abb. 31 Diagramme eines in Kap. V.3 erläuterten Versuchs, die Reaktion $\gamma N \rightarrow \pi \Delta$ zu beschreiben.
- Abb. 32 Helizitätsamplituden (Realteile) der Partialwelle: Spin-Parität $J^P = \frac{3}{2}^-$, Bahndrehimpuls $L = 0$, Isospin $I = \frac{1}{2}$ für den Pionaus-tausch und für die Resonanz $D_{13}(1520)$ (Erzeugungswinkel $\theta^* = 90^\circ$) in Abhängigkeit von der Photonenergie E_γ .
- Abb. 33 Wirkungsquerschnitt des absorptiv korrigierten Borntermmodells (für $0.6 < E_\gamma < 1.3$ GeV gestrichelt gezeichnet) unter Berücksichtigung der s-Kanalresonanz $D_{13}(1520)$ (für $0.6 < E_\gamma < 1.3$ GeV volle Kurve) für die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ \Delta^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- p$. Die entsprechenden experimentellen Wirkungsquerschnitte aus Abb. 9 sind eingezeichnet.
- Abb. 34 a) Schematische Darstellung von Real- und Imaginärteil der Δ^{++} - und Δ^0 -Amplituden im Bereich der s-Kanal-Resonanz $D_{13}(1520)$.
b) Qualitativer Verlauf der relativen Phase φ der Δ^{++} - und Δ^0 -Amplituden, wie er aus a) folgt.
- Abb. 35 Wirkungsquerschnitt des absorptiv korrigierten Borntermmodells bei Einschluß der s-Kanal-Resonanz $D_{13}(1520)$
a) für die Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^0 \Delta^0 \rightarrow \pi^0 \pi^- p$ (hier ist auch $F_{15}(1688)$ berücksichtigt),
b) für die Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-$,
c) für die Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^- \Delta^+ \rightarrow \pi^- \pi^0 p$,
und zwar mit den Zerfallsbreiten der $D_{13}(1520)$ -Resonanz $\Gamma_{\gamma p} / \Gamma_{\gamma n} = 1.35$ (gestrichelte Kurven) und $\Gamma_{\gamma p} / \Gamma_{\gamma n} = 1$ (volle Kurven).

$$\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$$

$$1.8 < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$$

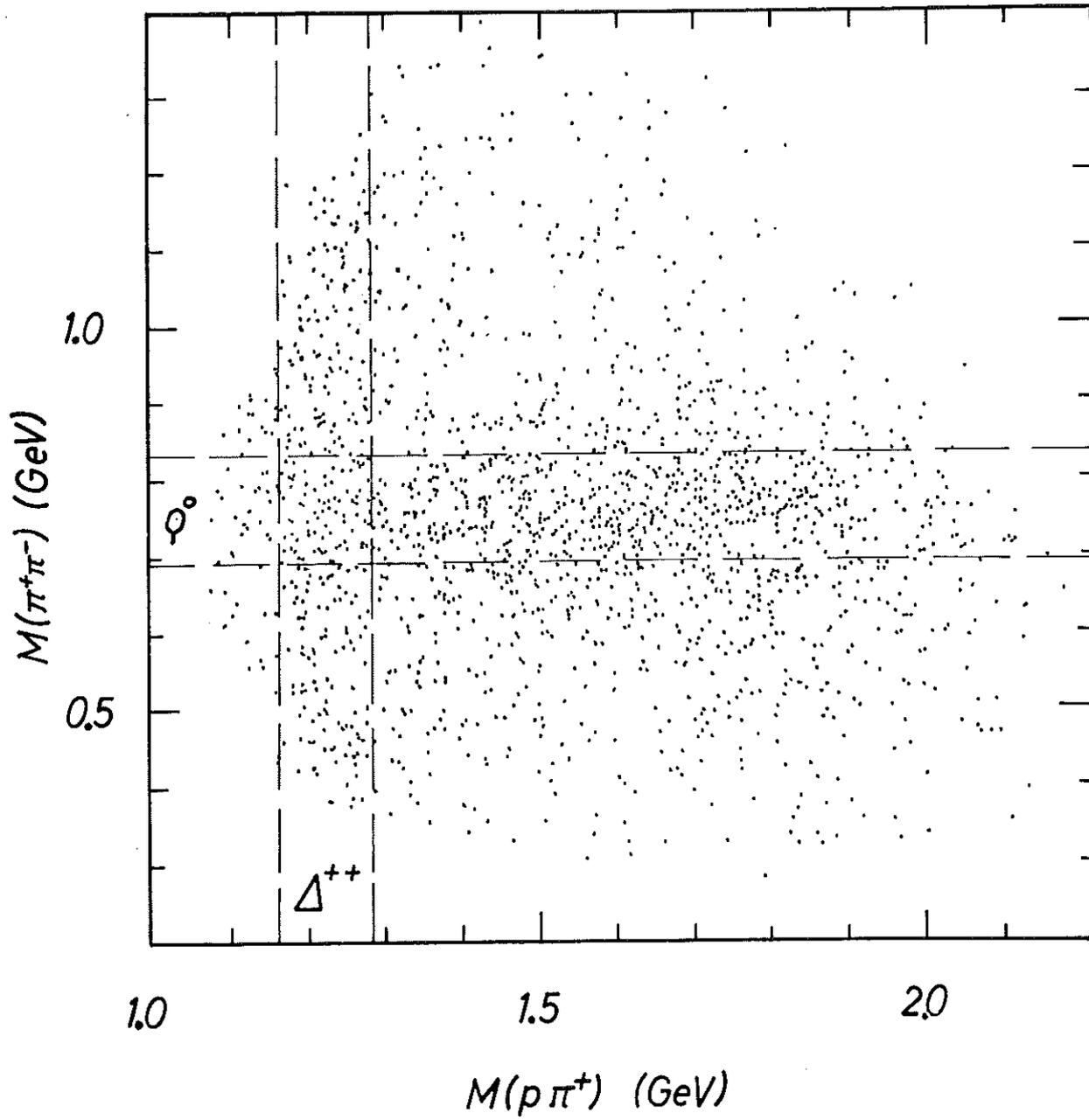


Abb. 1

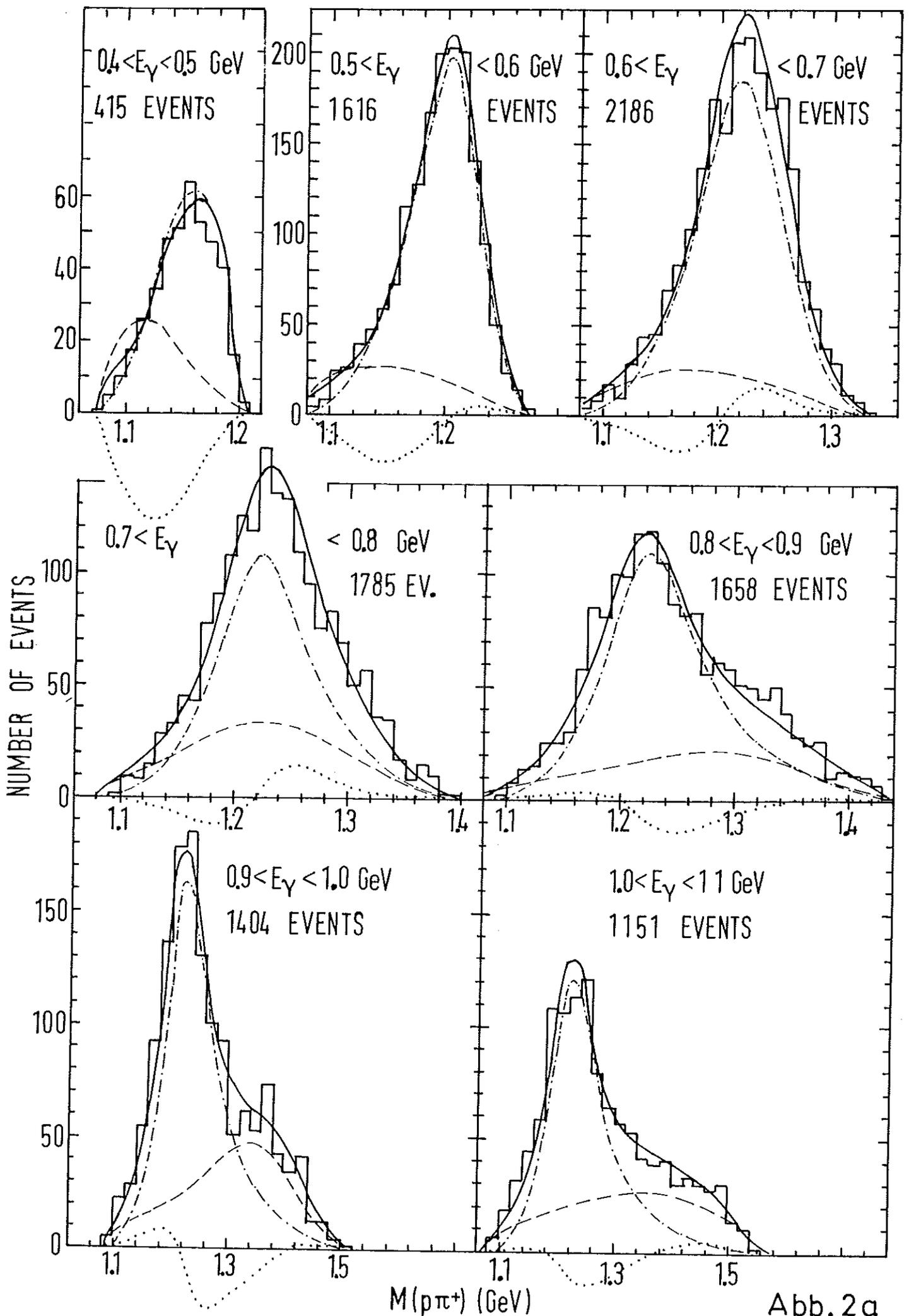


Abb. 2a

$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$

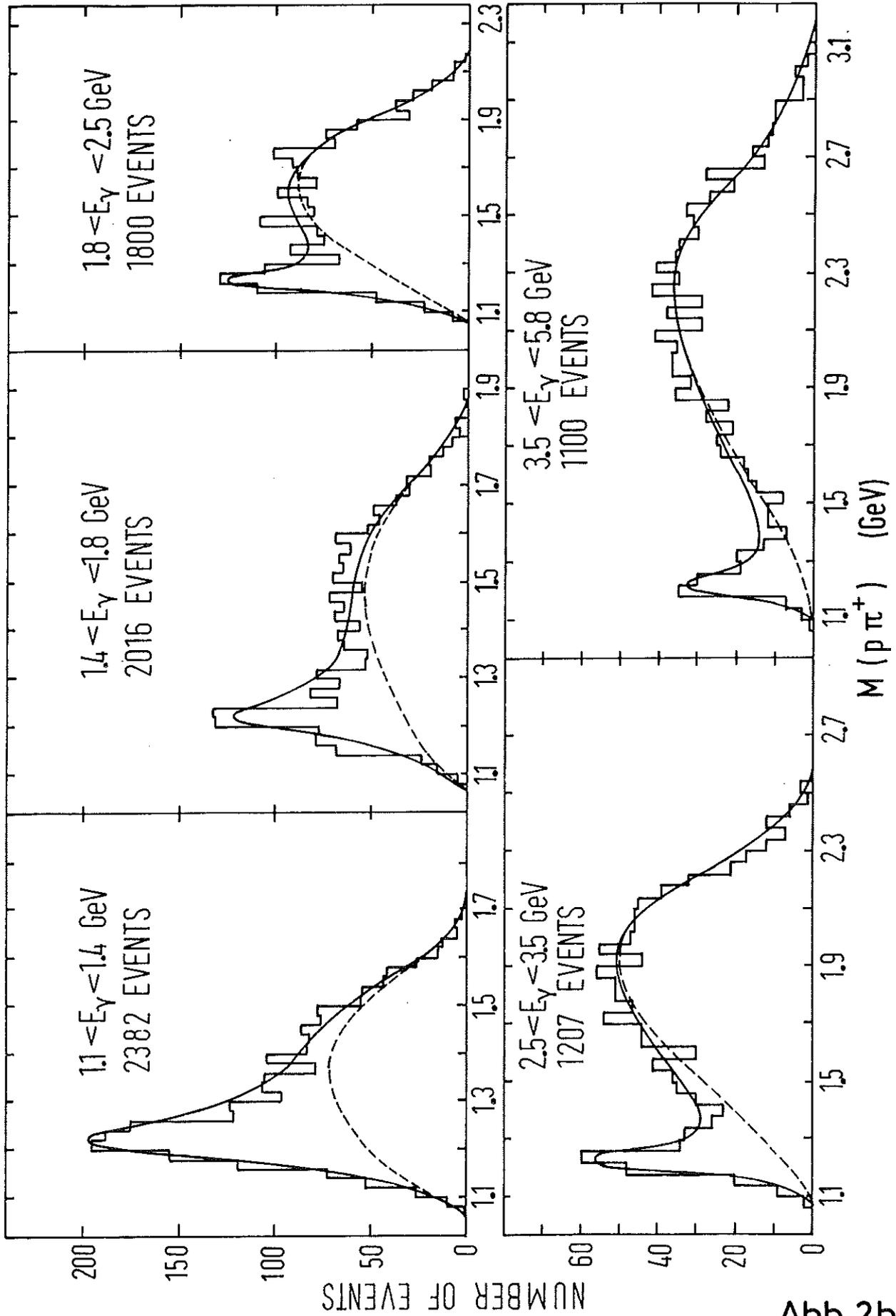


Abb. 2b

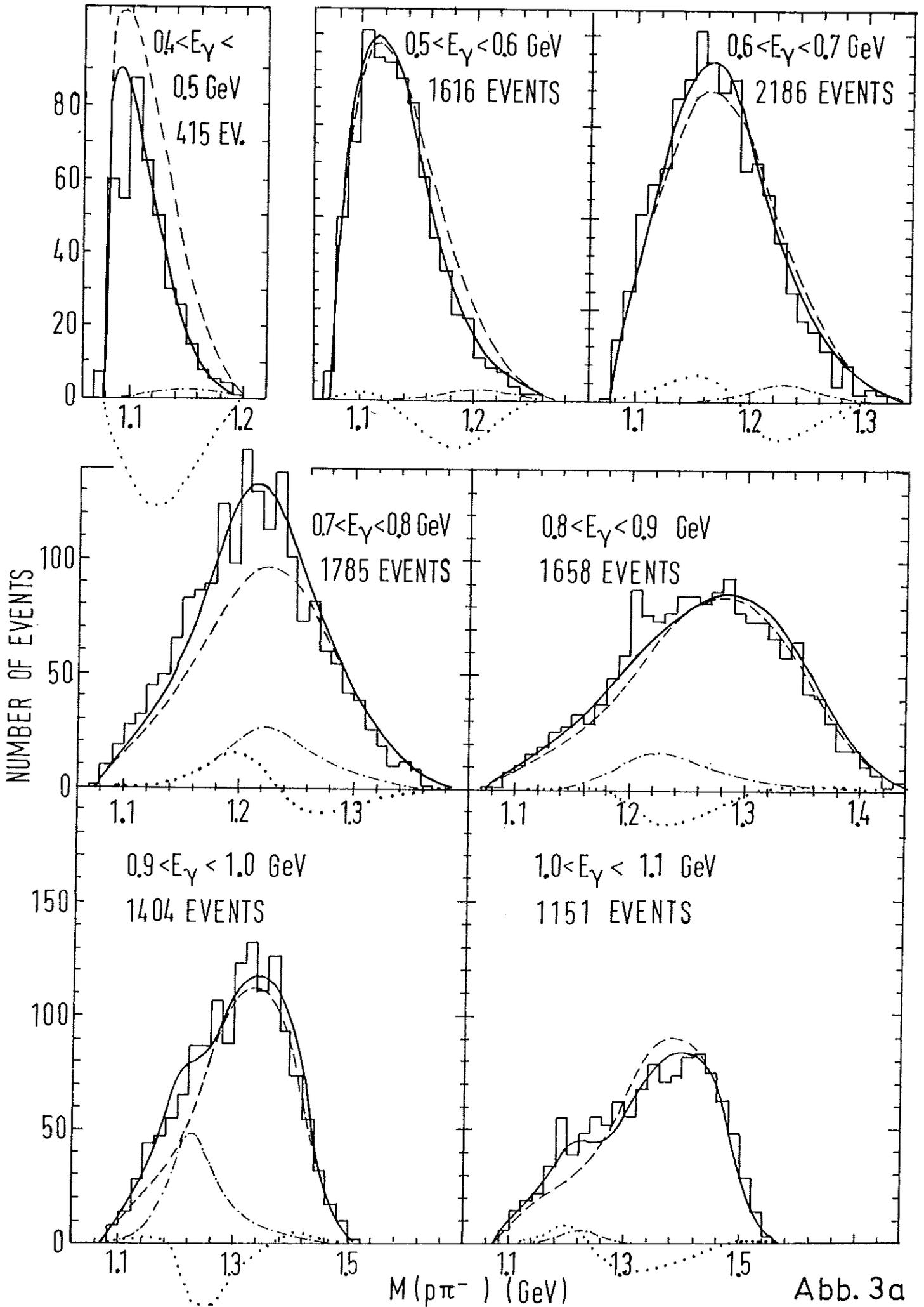
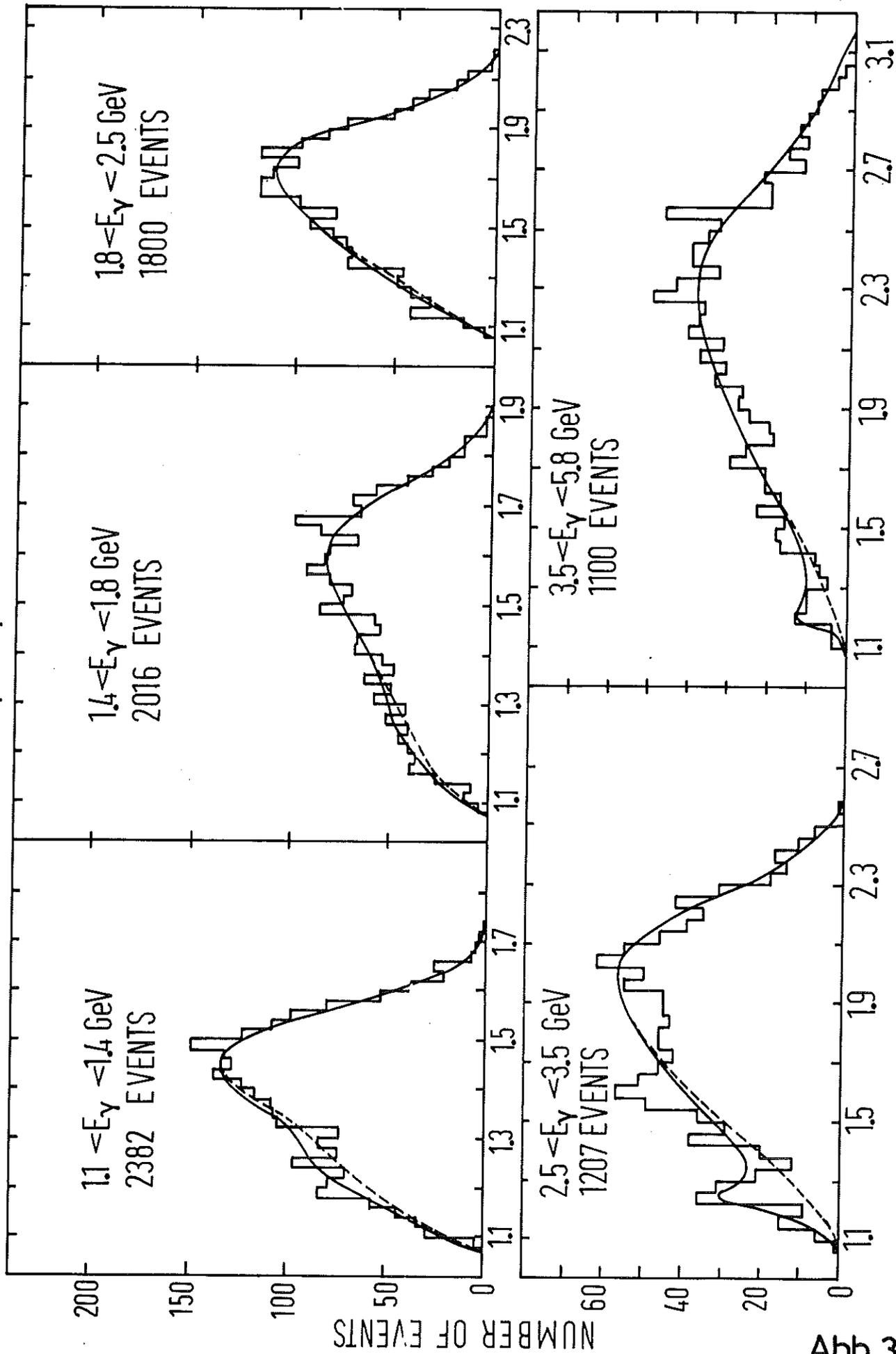


Abb. 3a

$\gamma p \rightarrow p \pi^+ \pi^-$



93.p9a

$\gamma p \rightarrow \rho \pi^+ \pi^-$

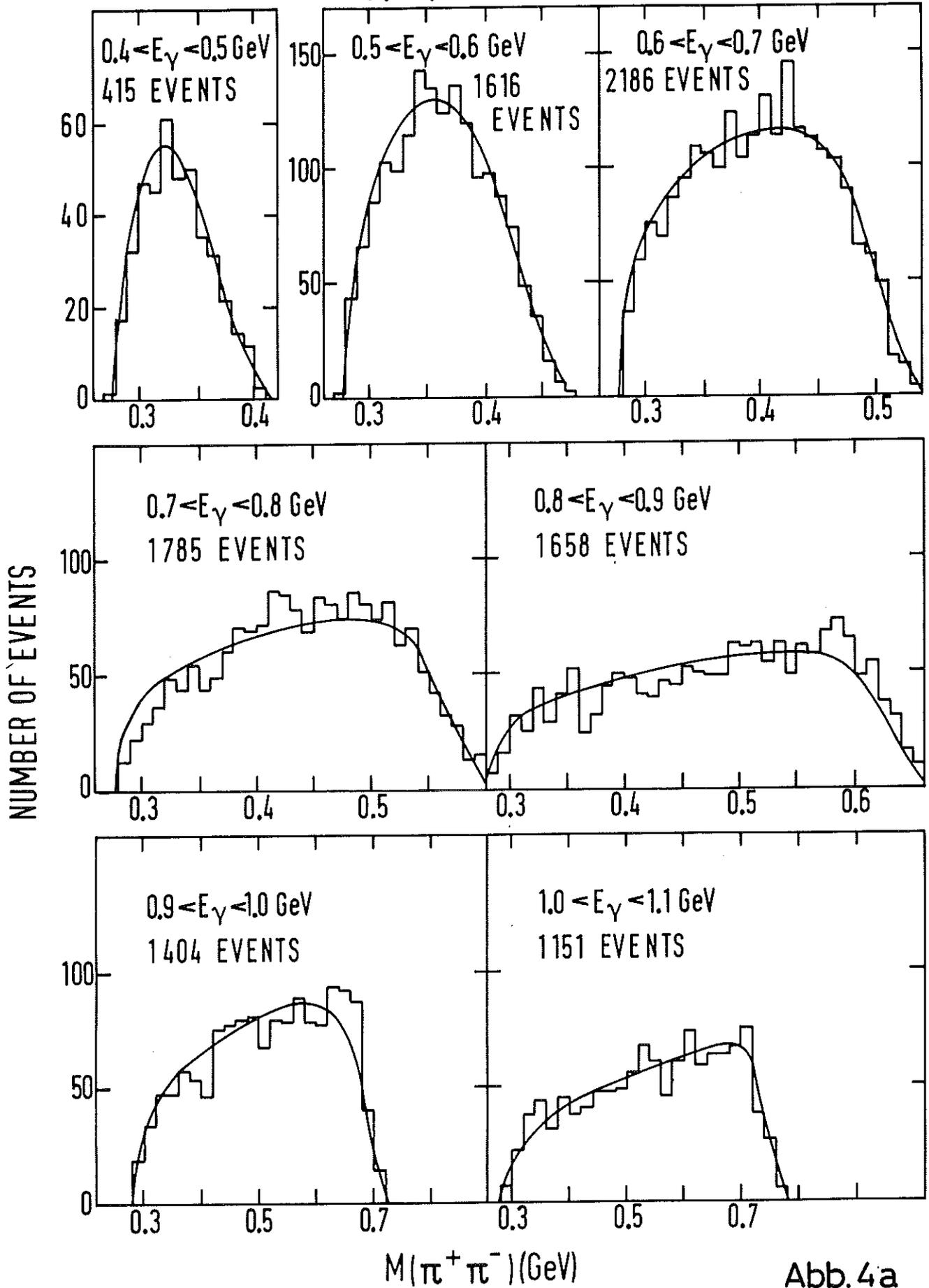


Abb. 4a

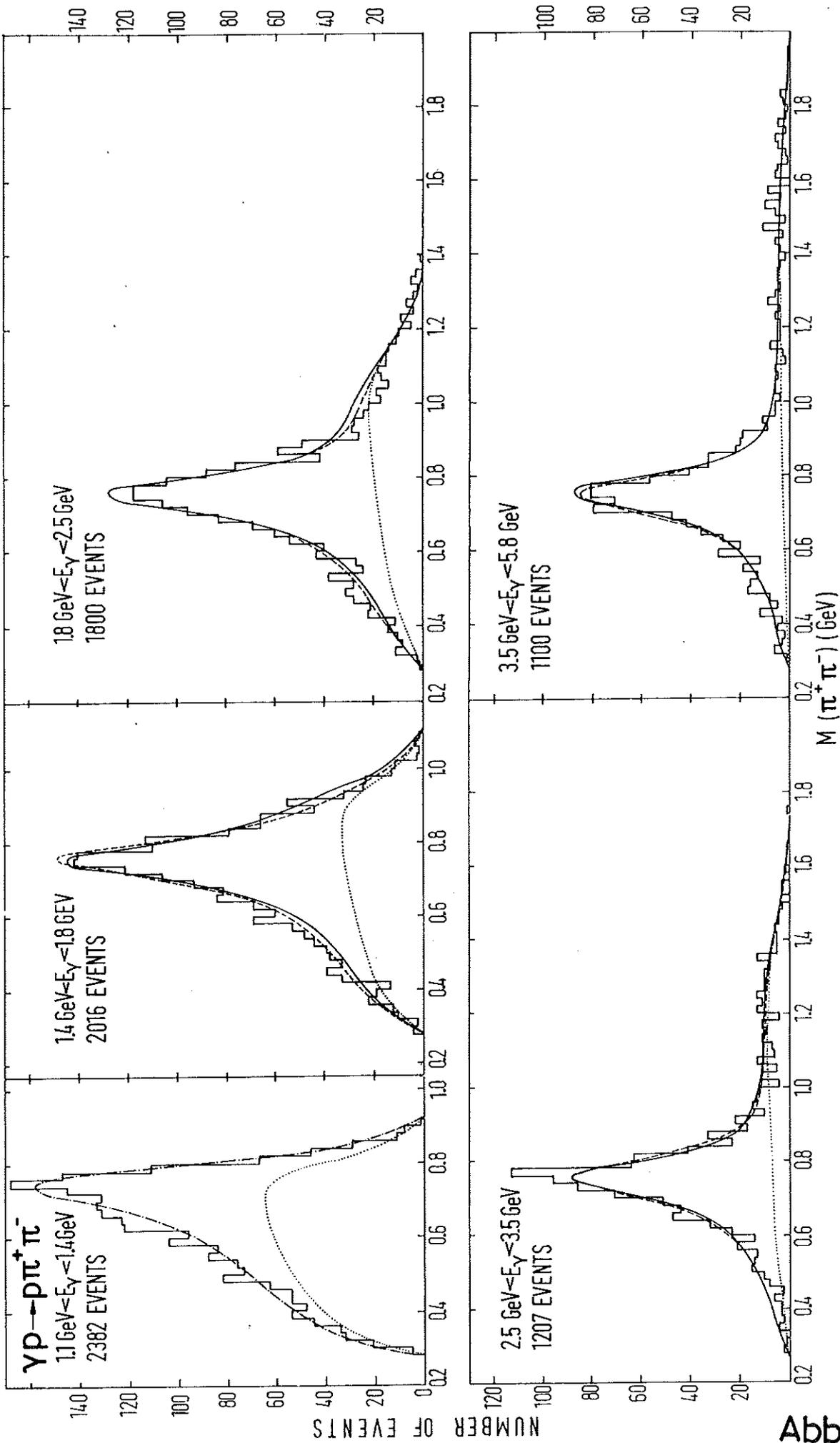


Abb.4b

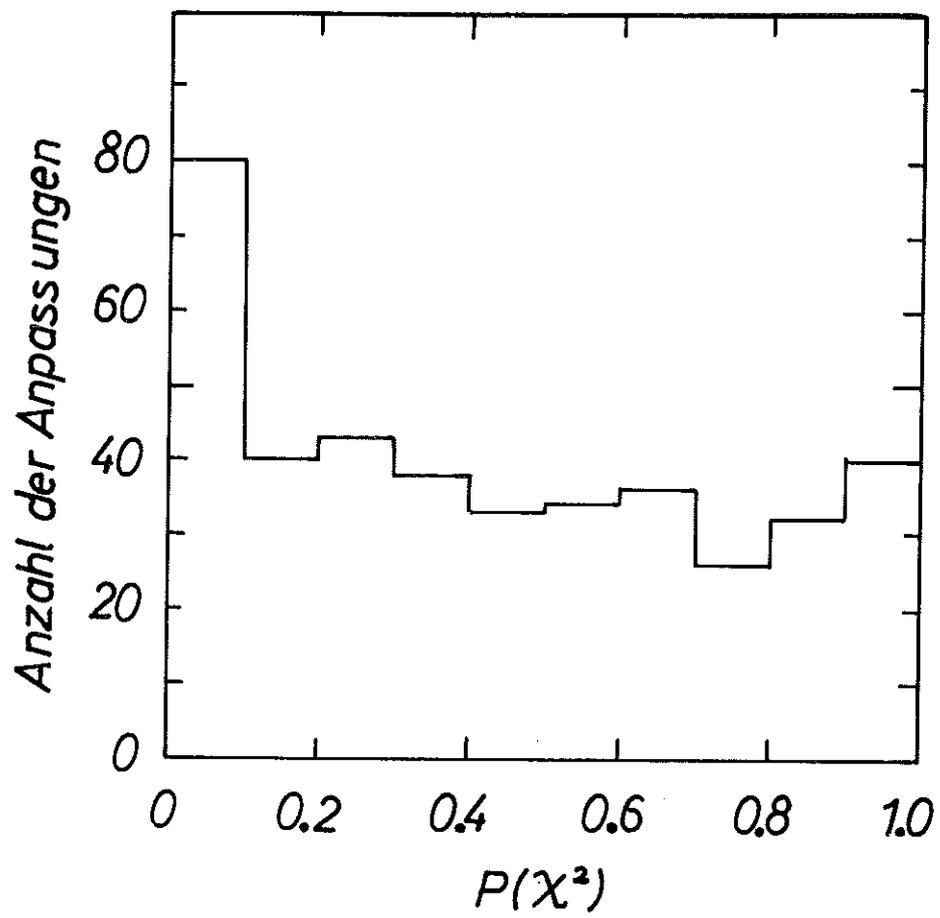


Abb. 5

$$\gamma p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$$

$$0.7 < E_\gamma < 0.8 \text{ GeV}$$

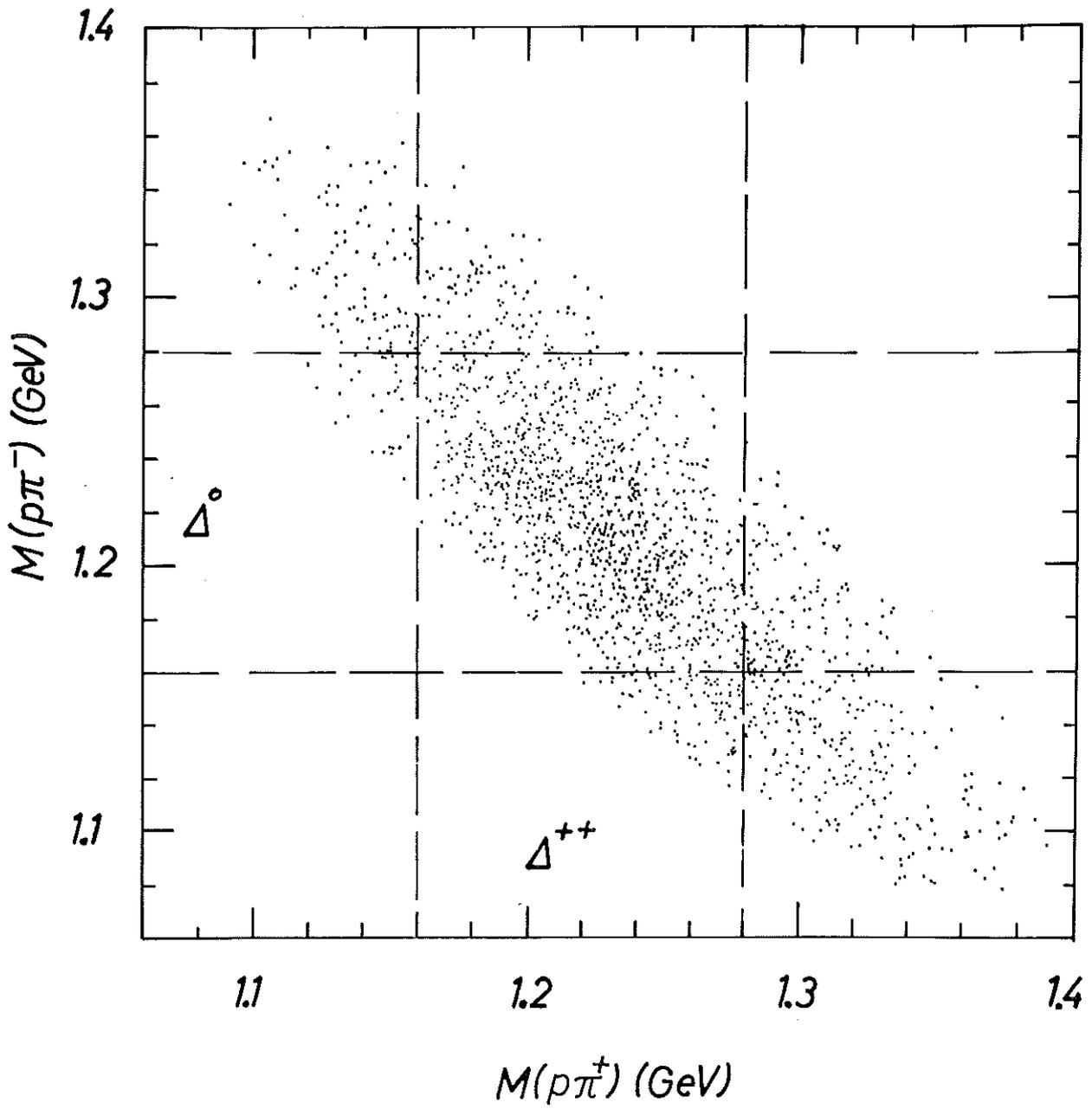


Abb. 6

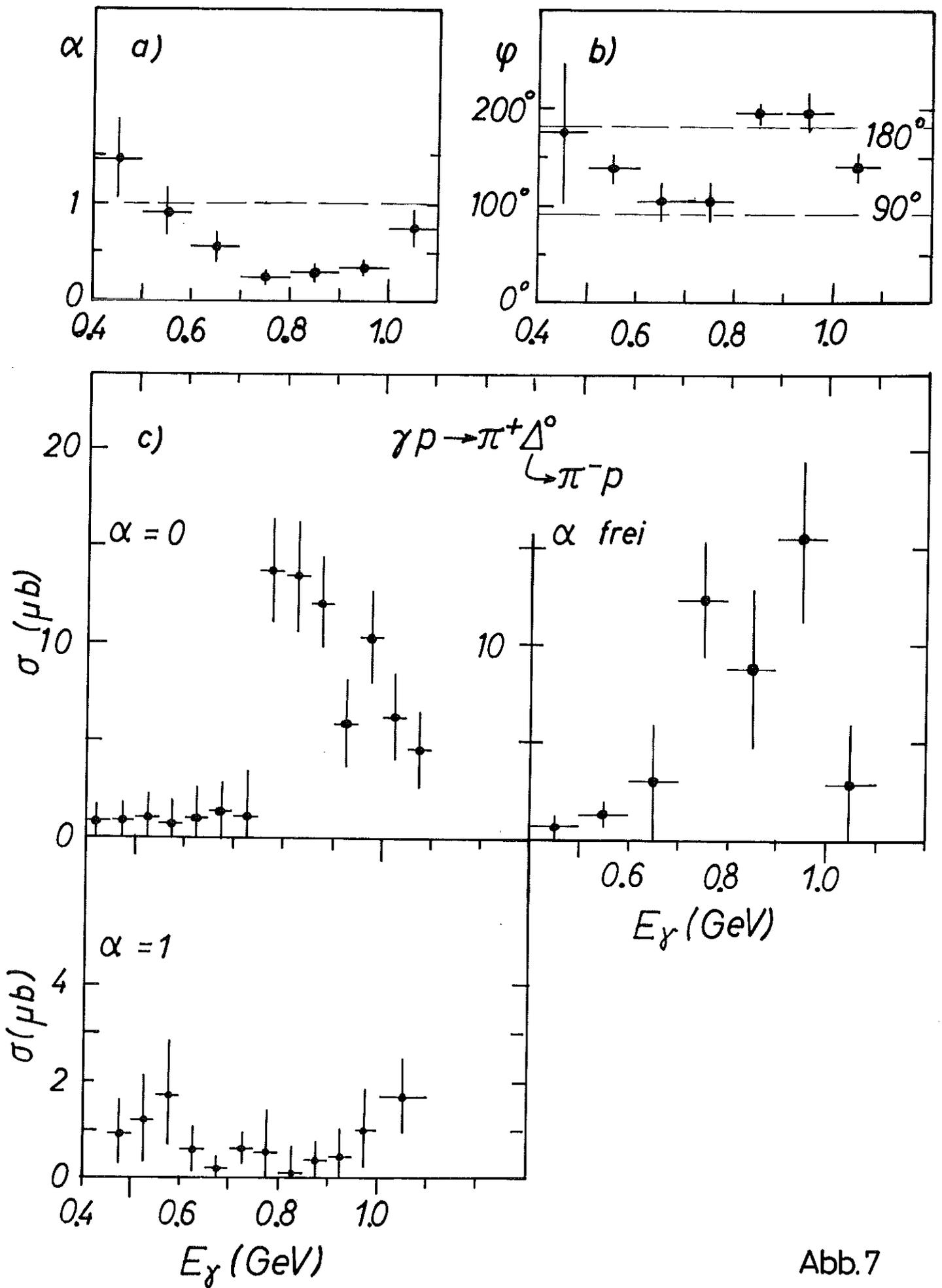


Abb.7

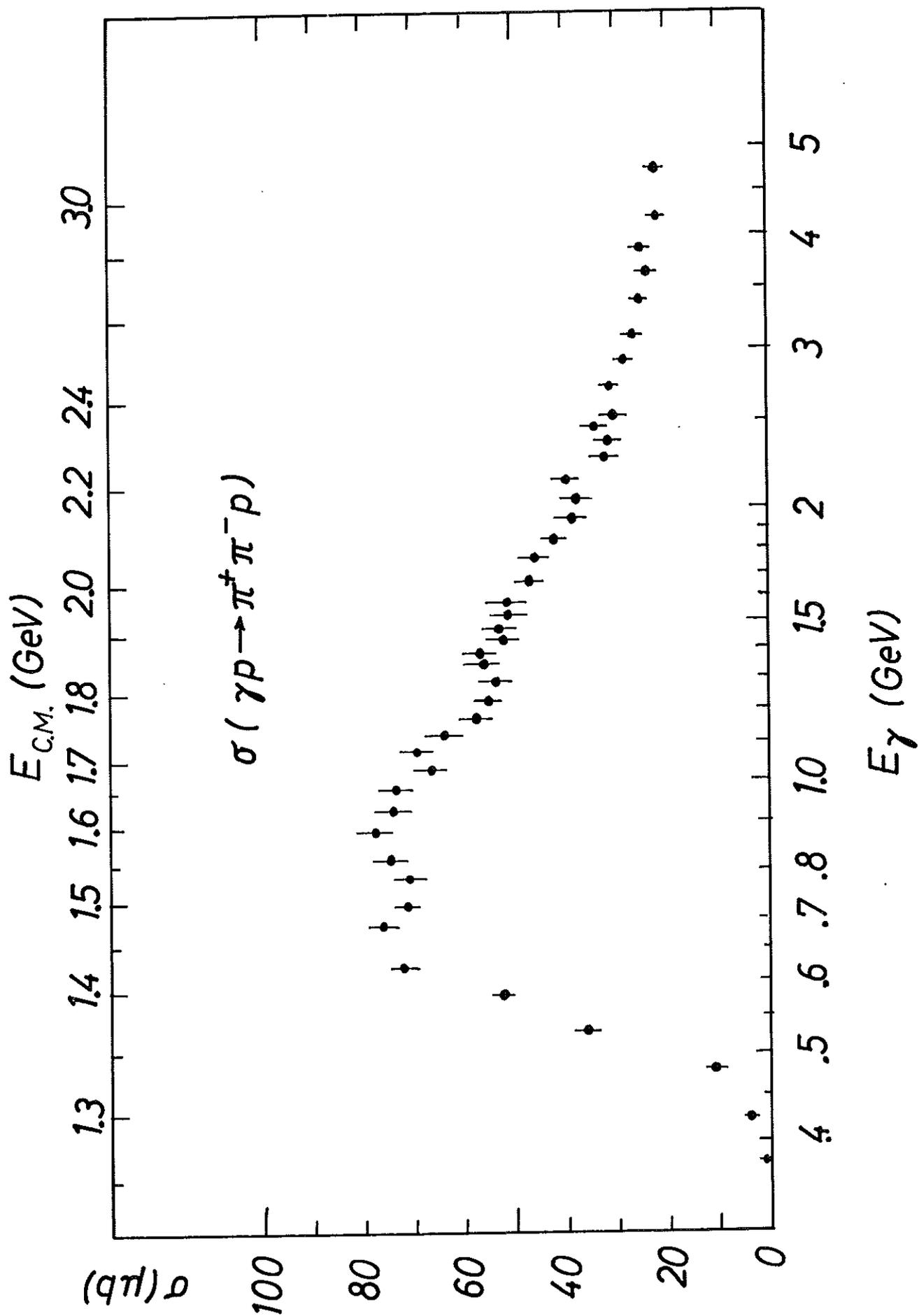


Abb.8

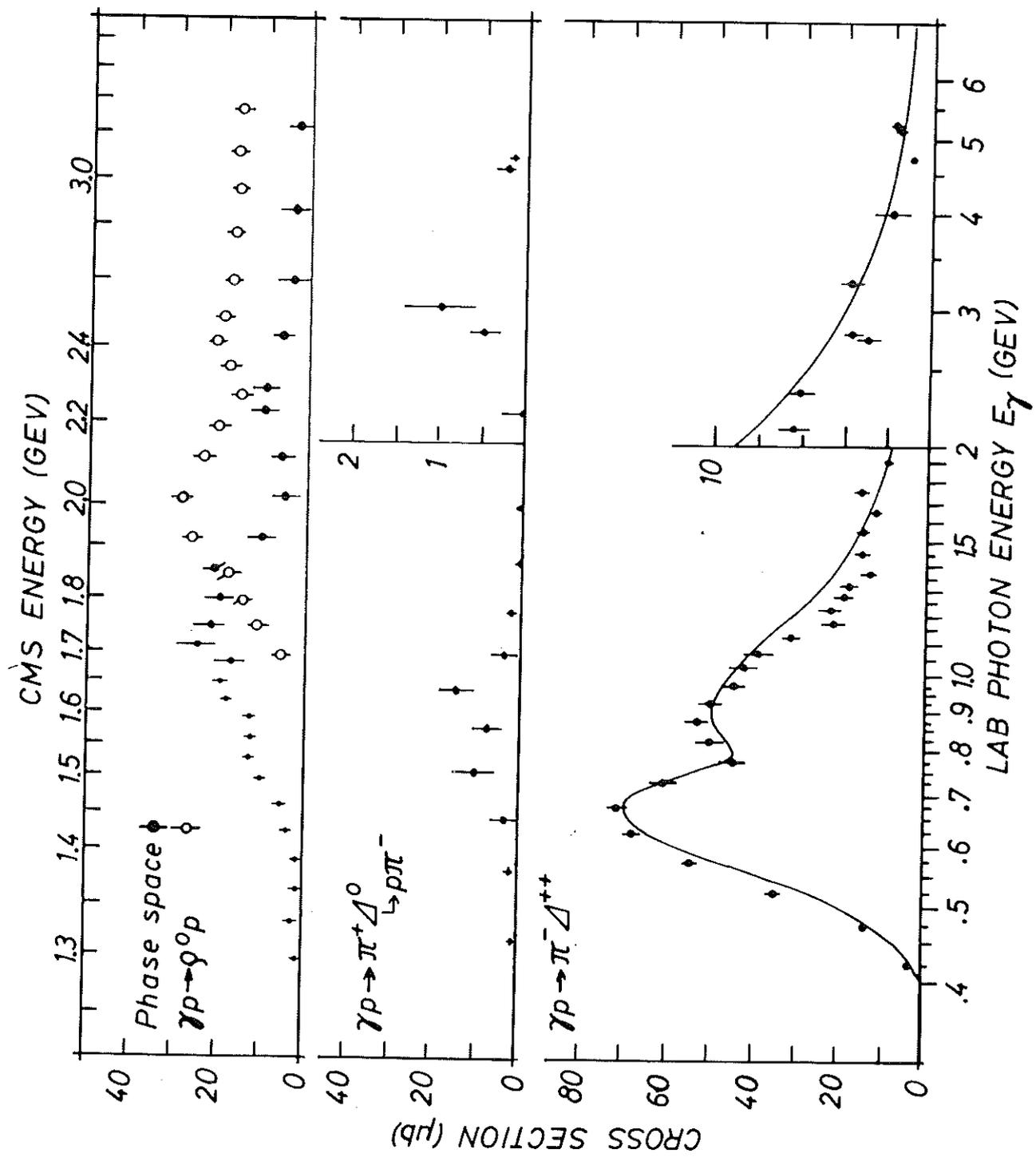


Abb.9

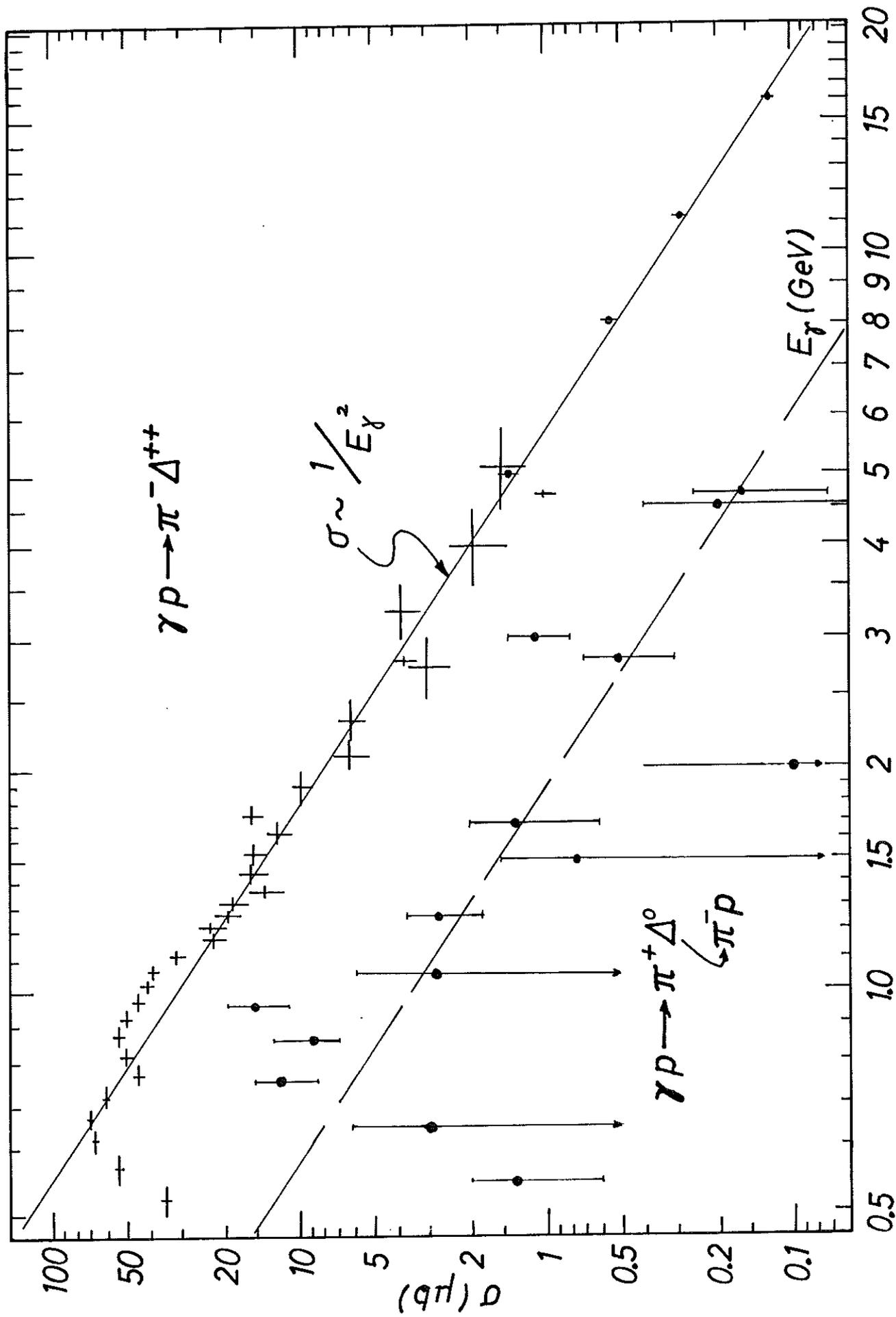


Abb. 10

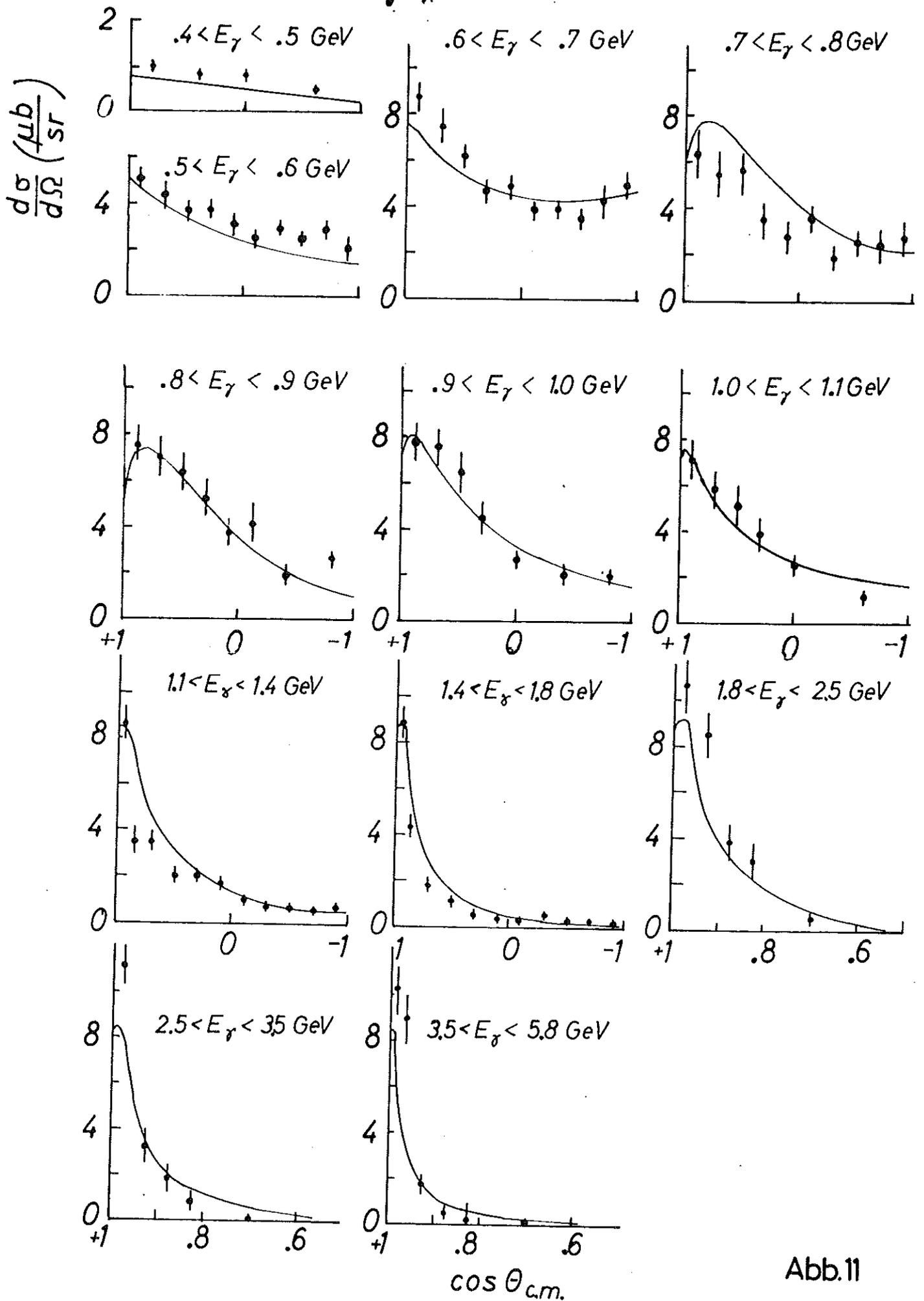
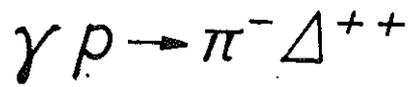
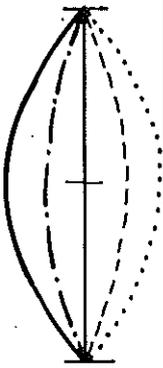
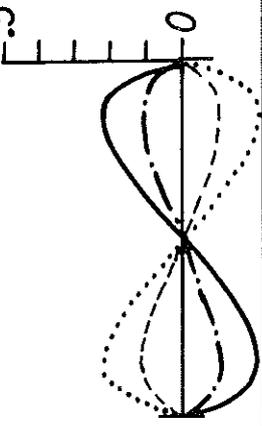
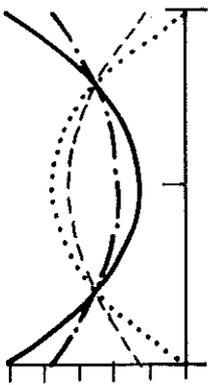
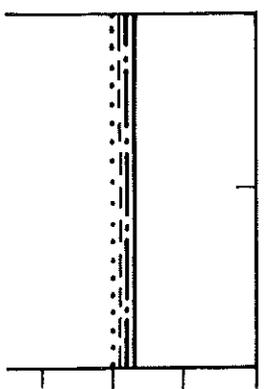
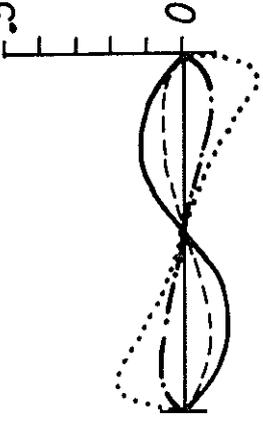
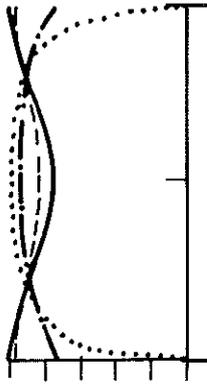
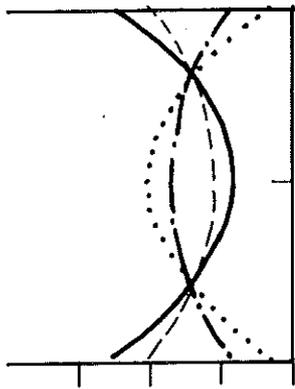


Abb.11

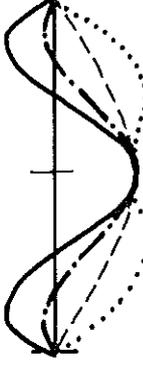
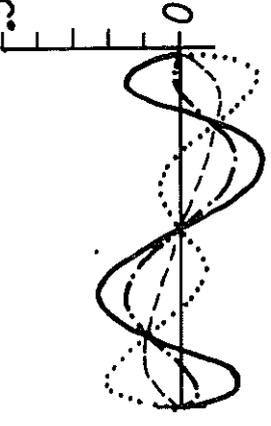
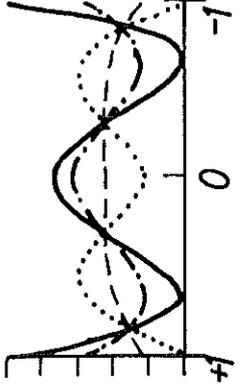
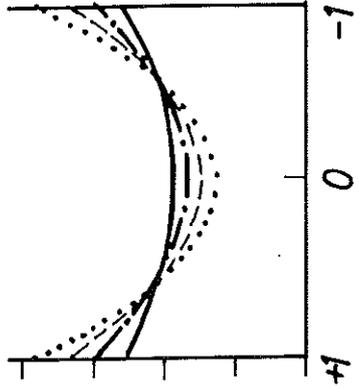
$d\sigma/d\Omega$ ρ_{33}^H $\text{Re } \rho_{3-1}^H$ $\text{Re } \rho_{31}^H$ 

$\mathcal{P}=3^-, L=0$
 $s_1 = \frac{1}{2}$
 --- M2
 -·-·- E1
 — $s_1 = \frac{3}{2}$

$d\sigma/d\Omega = \text{const.}, \quad \rho_{33}^H = \text{Re } \rho_{3-1}^H = \text{Re } \rho_{31}^H = 0$



$\mathcal{P}=3^+, L=1$
 $s_1 = \frac{1}{2}$
 --- M1
 -·-·- E2
 — $s_1 = \frac{3}{2}$



$\mathcal{P}=5^+, L=1$
 $s_1 = \frac{1}{2}$
 --- M3
 -·-·- E2
 — $s_1 = \frac{3}{2}$

$\cos \theta_{cm}$ +1 0 -1 +1 0 -1

Abb.12a

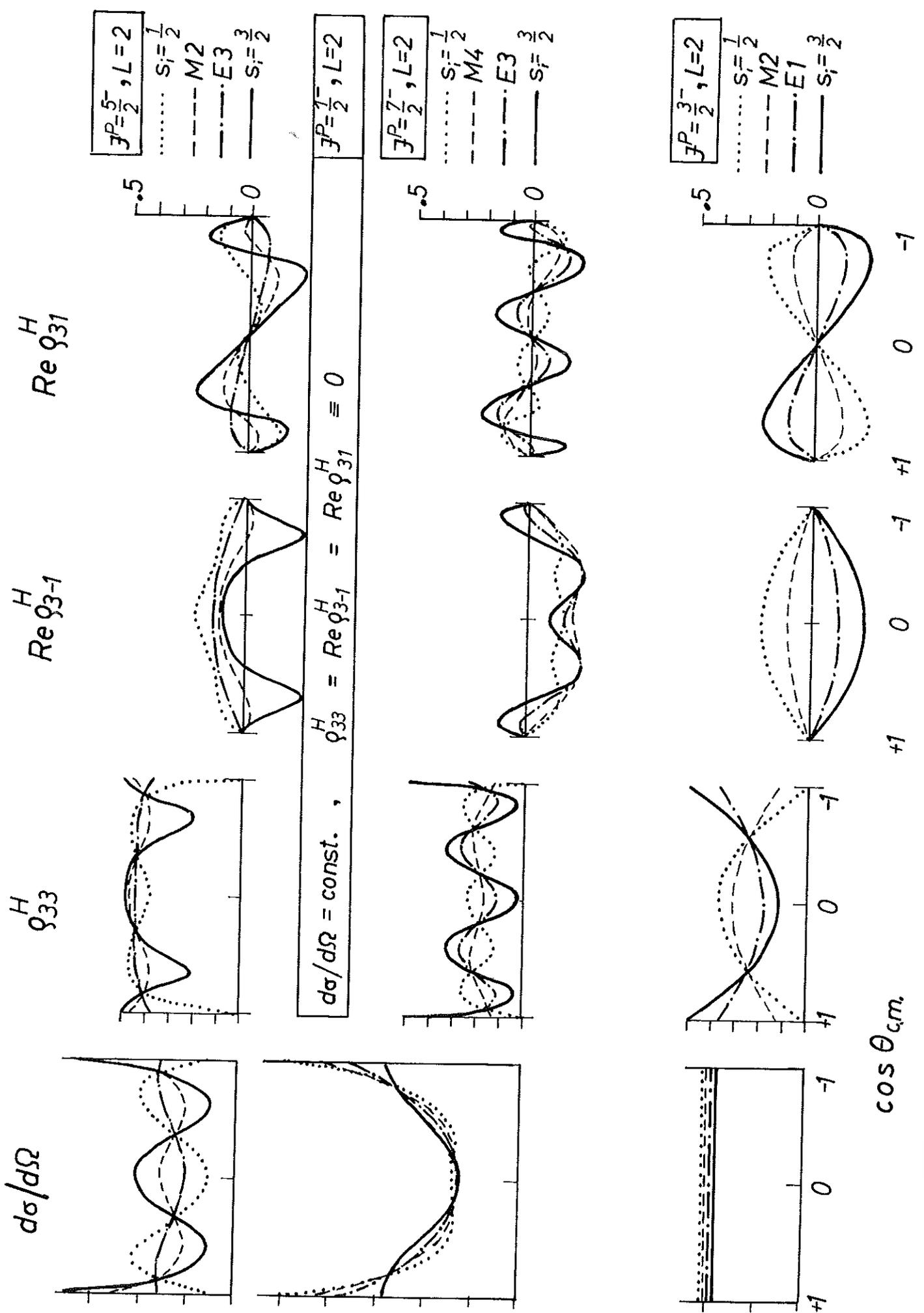
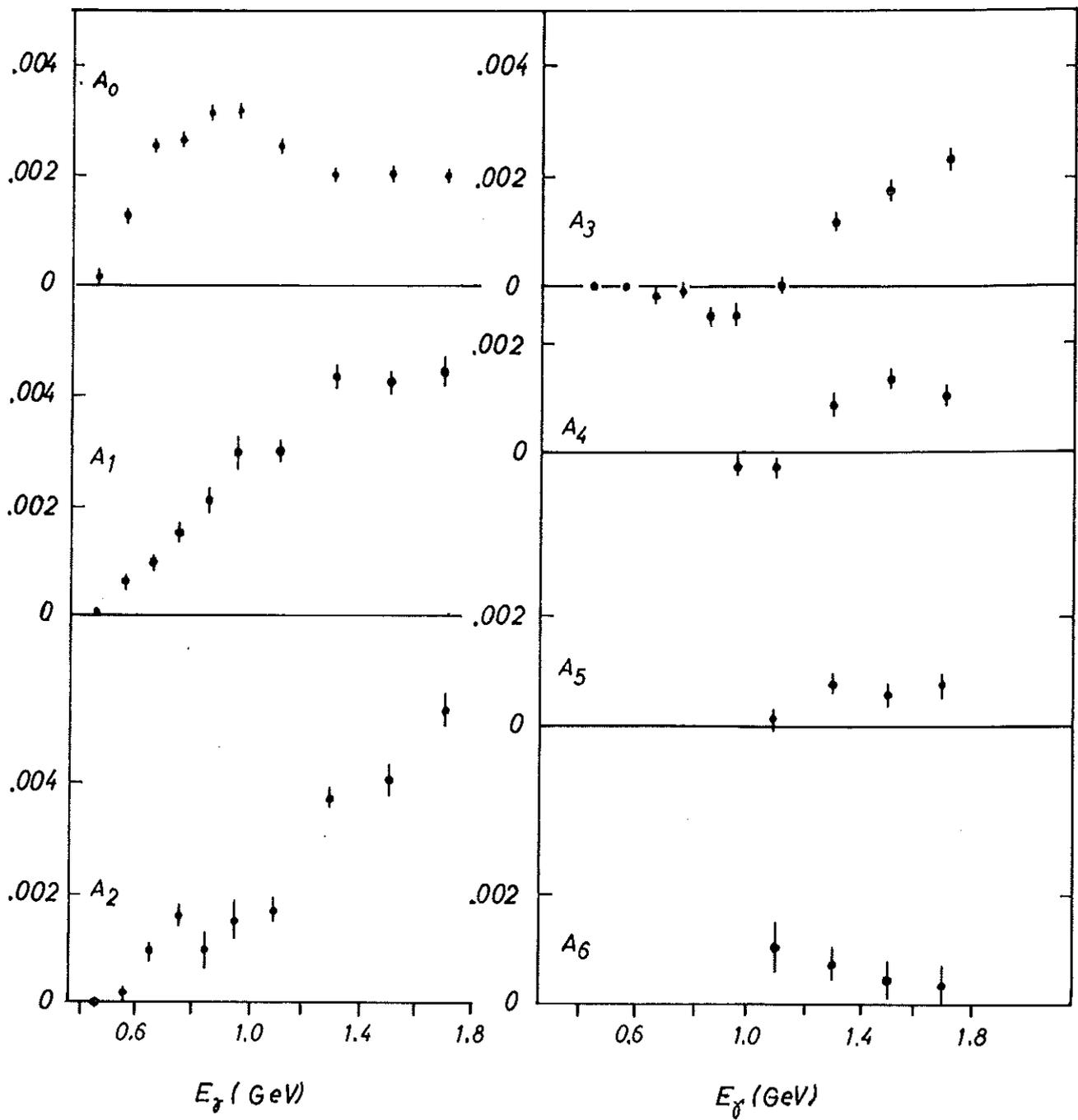


Abb.12b



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{k^2} \sum A_l P_l(\cos\theta_{CM})$$

Abb.13

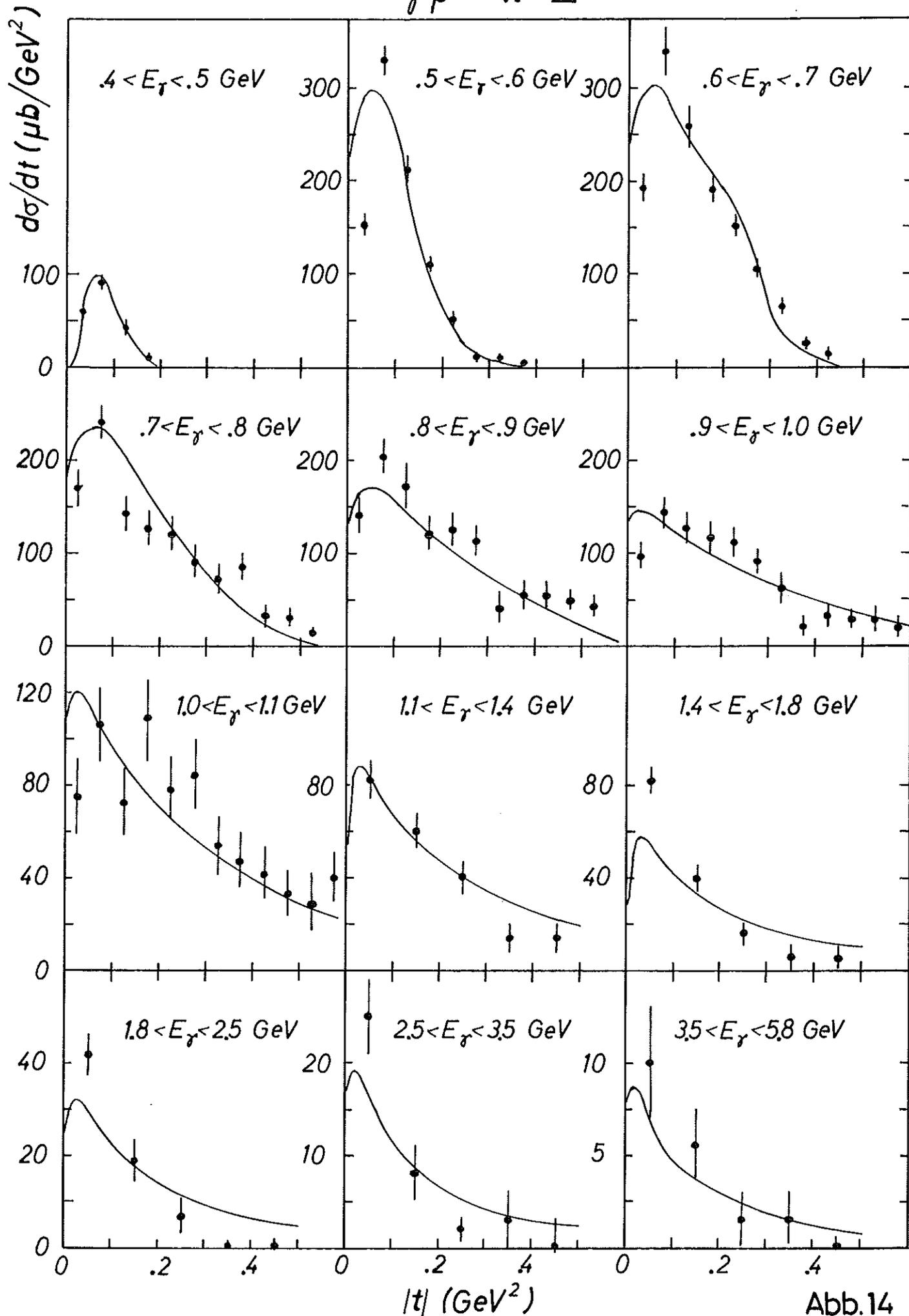
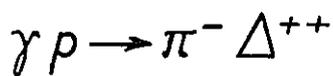


Abb.14

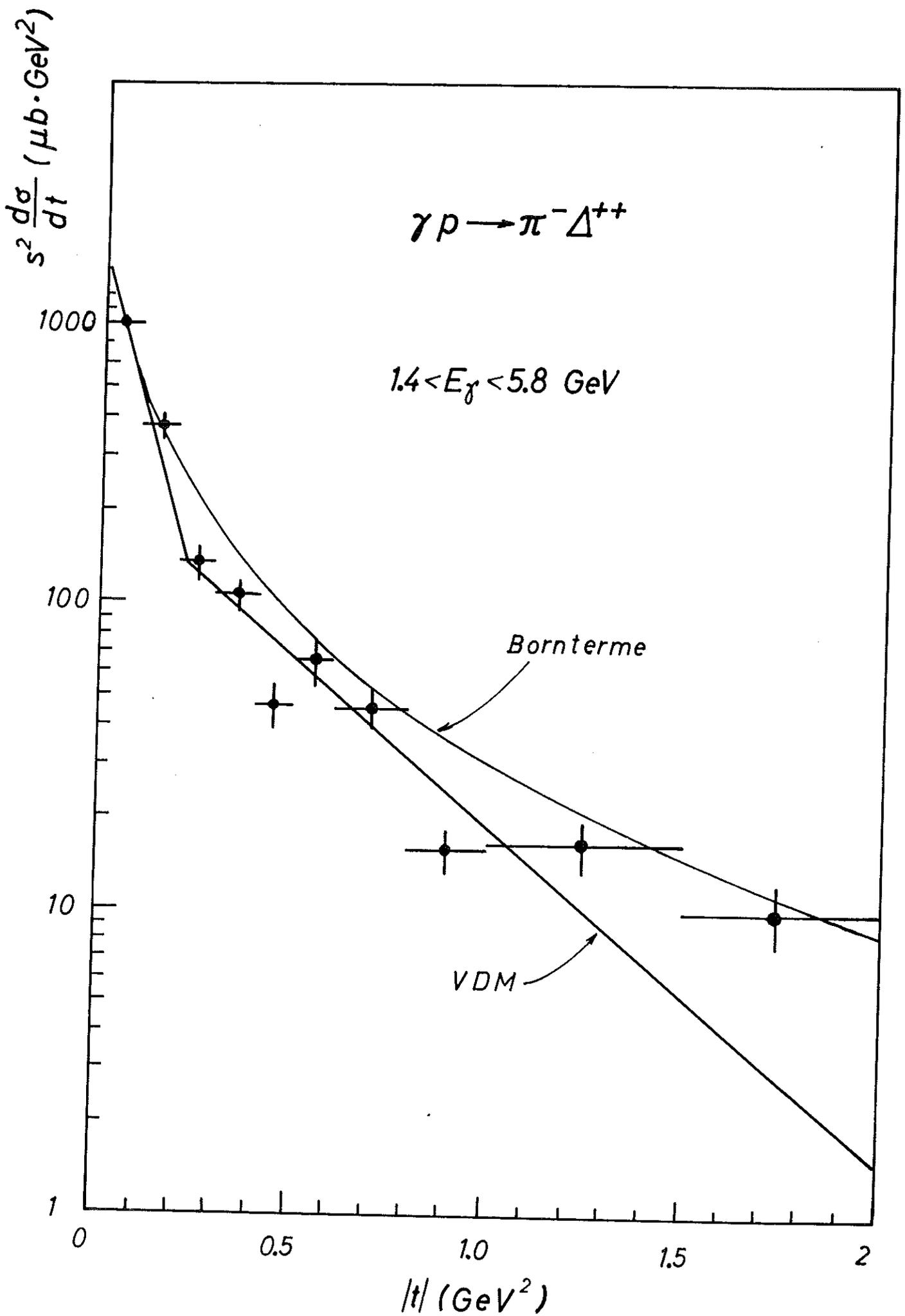


Abb.15

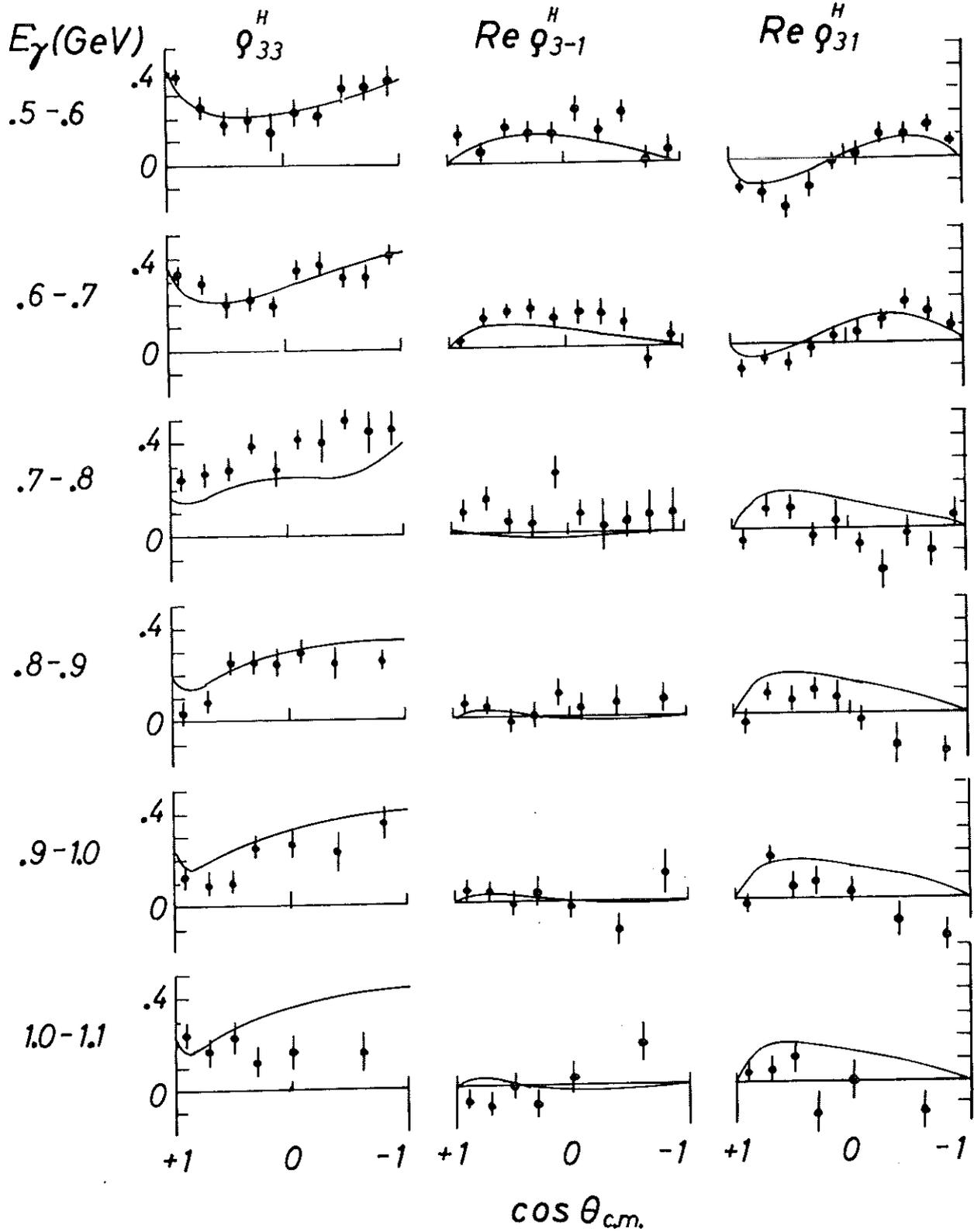
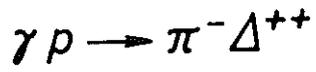


Abb.16a

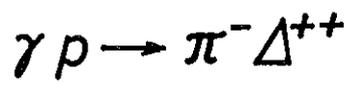
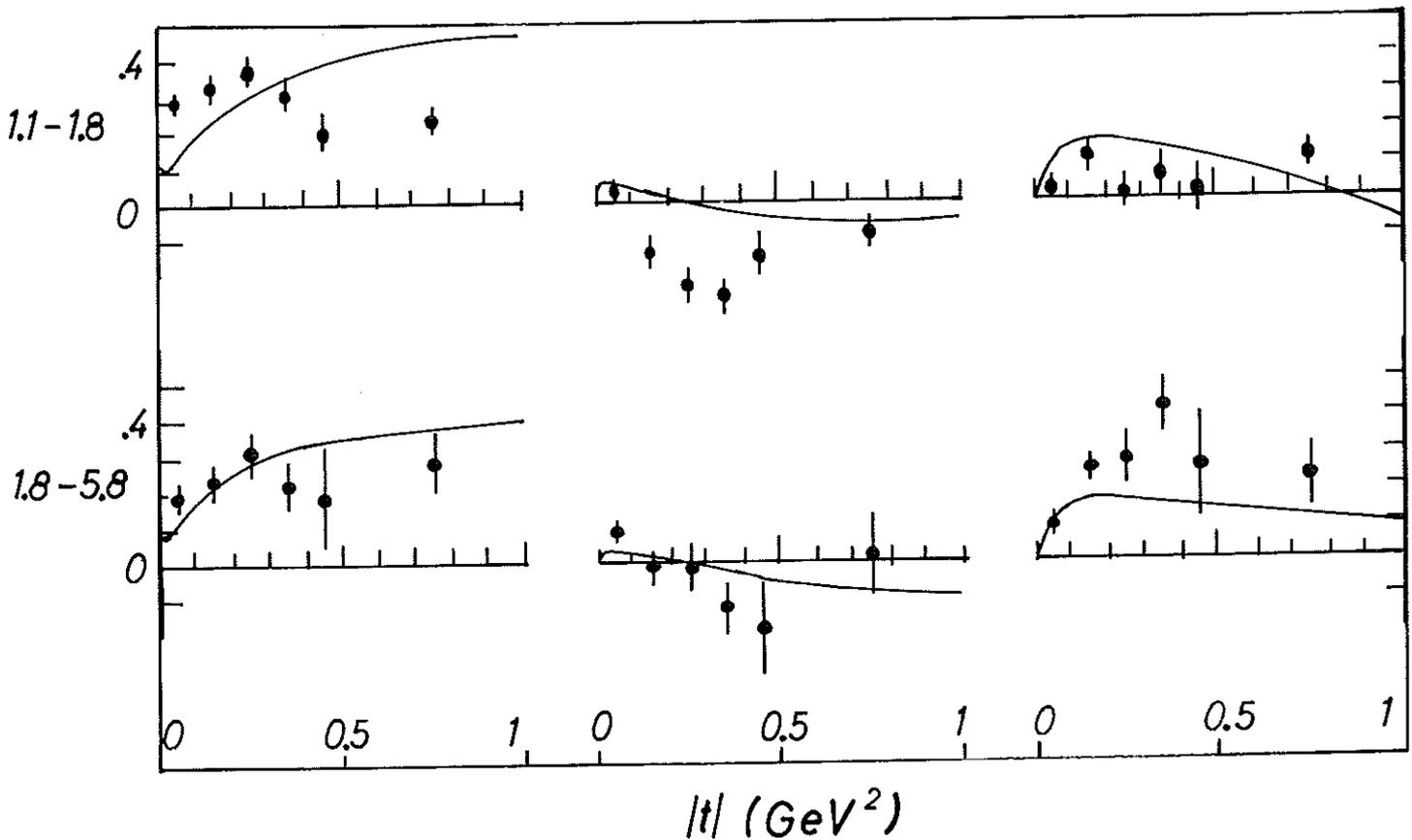
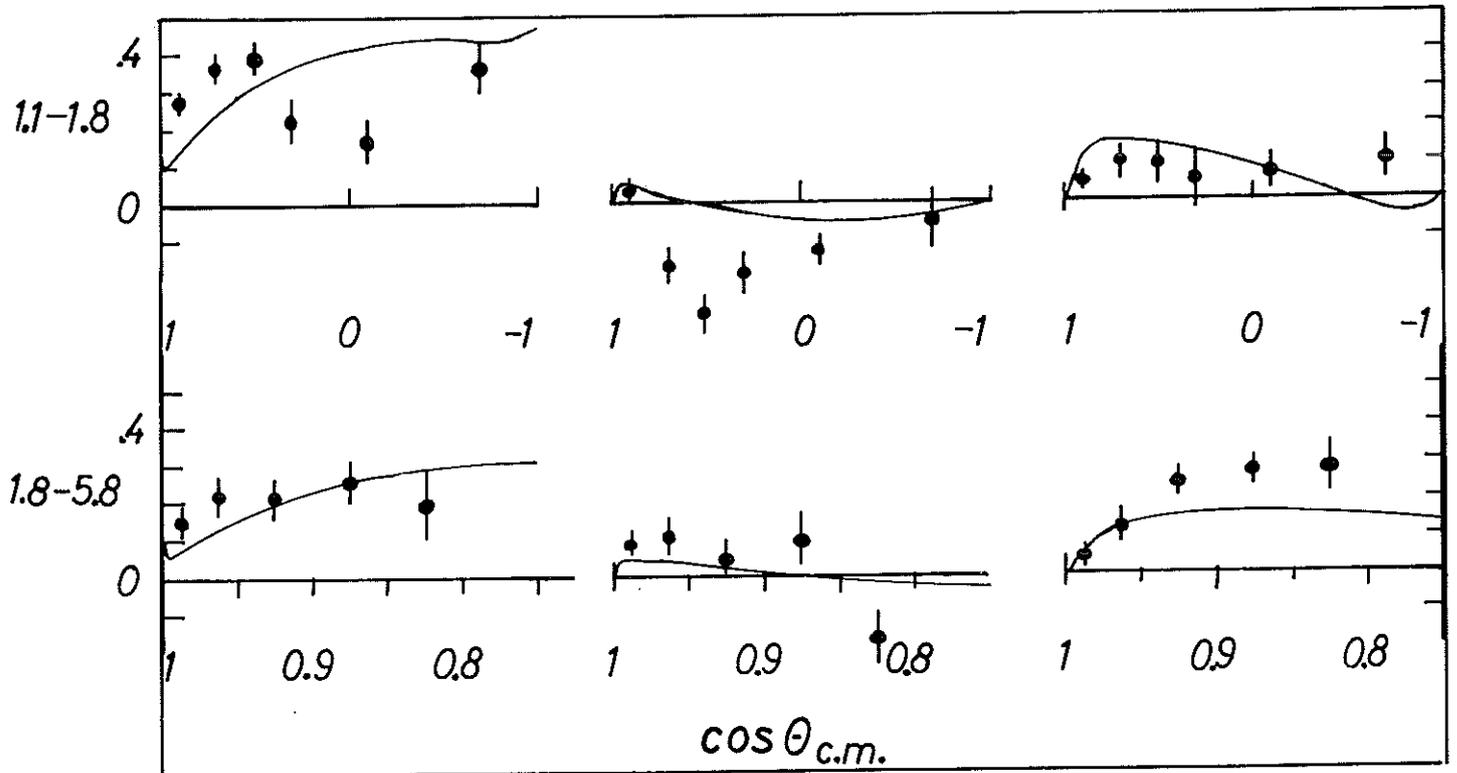

 $E_\gamma(\text{GeV})$
 ρ_{33}^H
 $\text{Re } \rho_{3-1}^H$
 $\text{Re } \rho_{31}^H$


Abb. 16 b

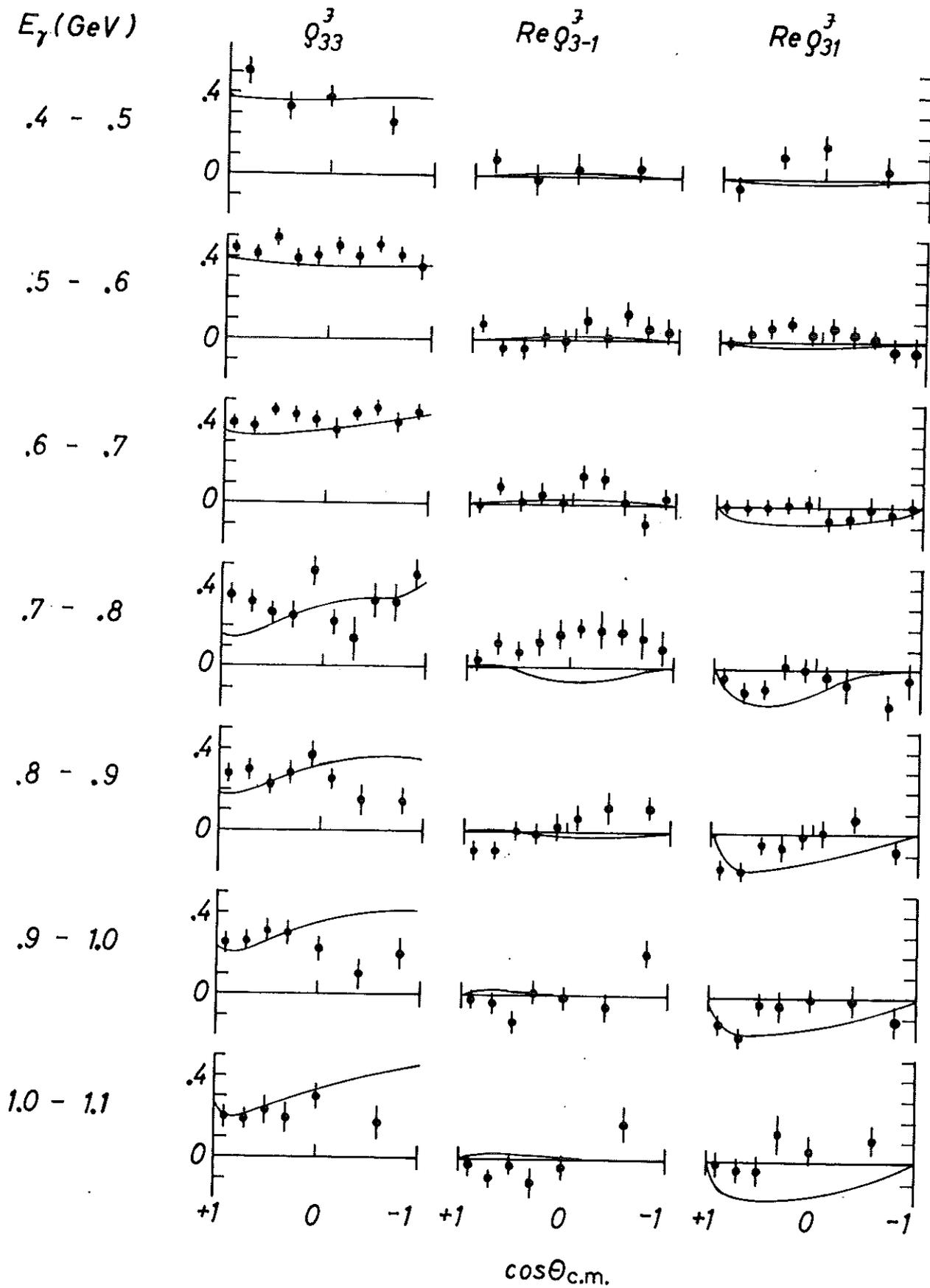


Abb.17a

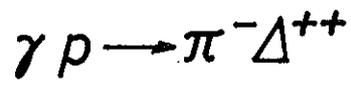
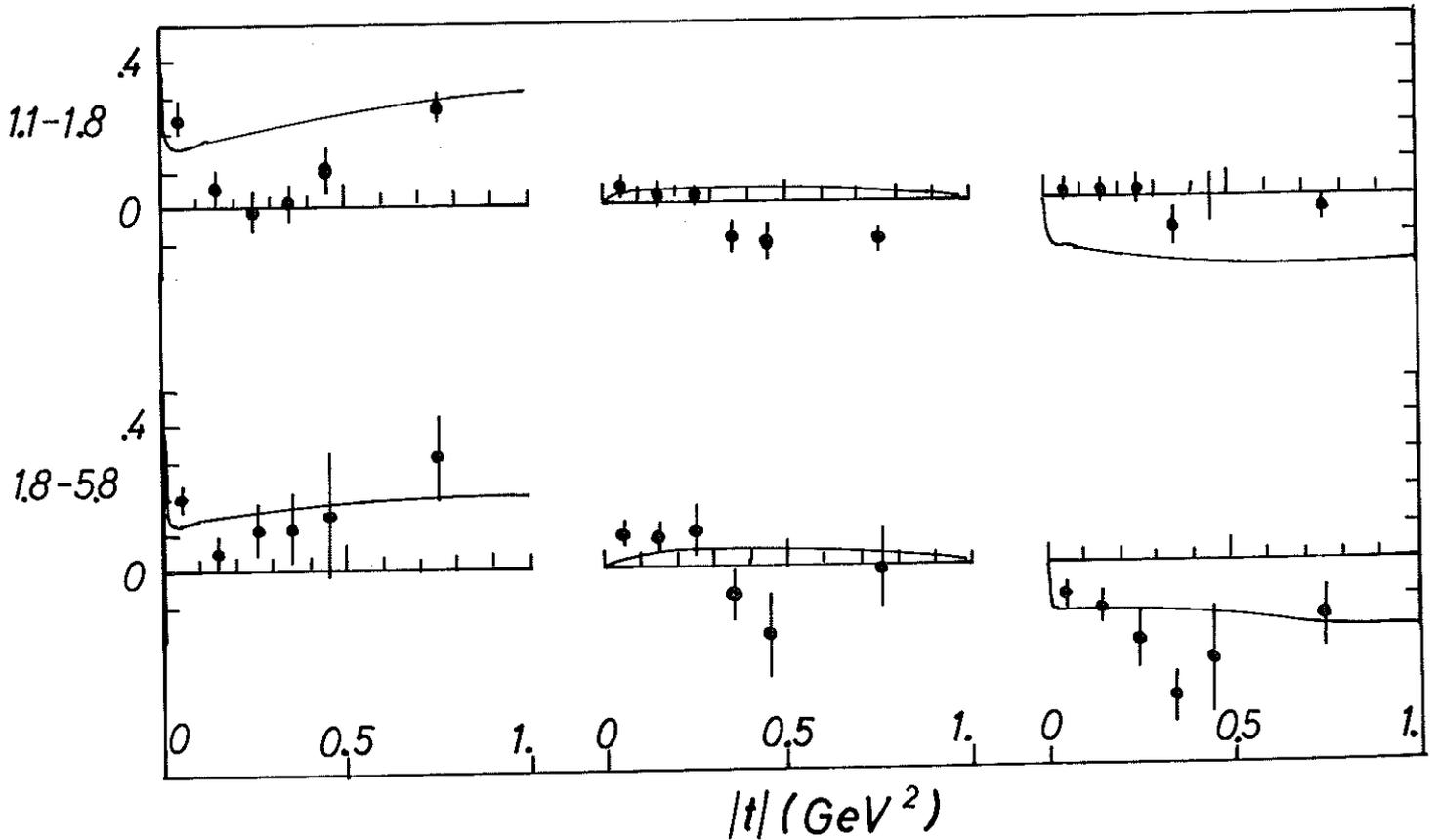
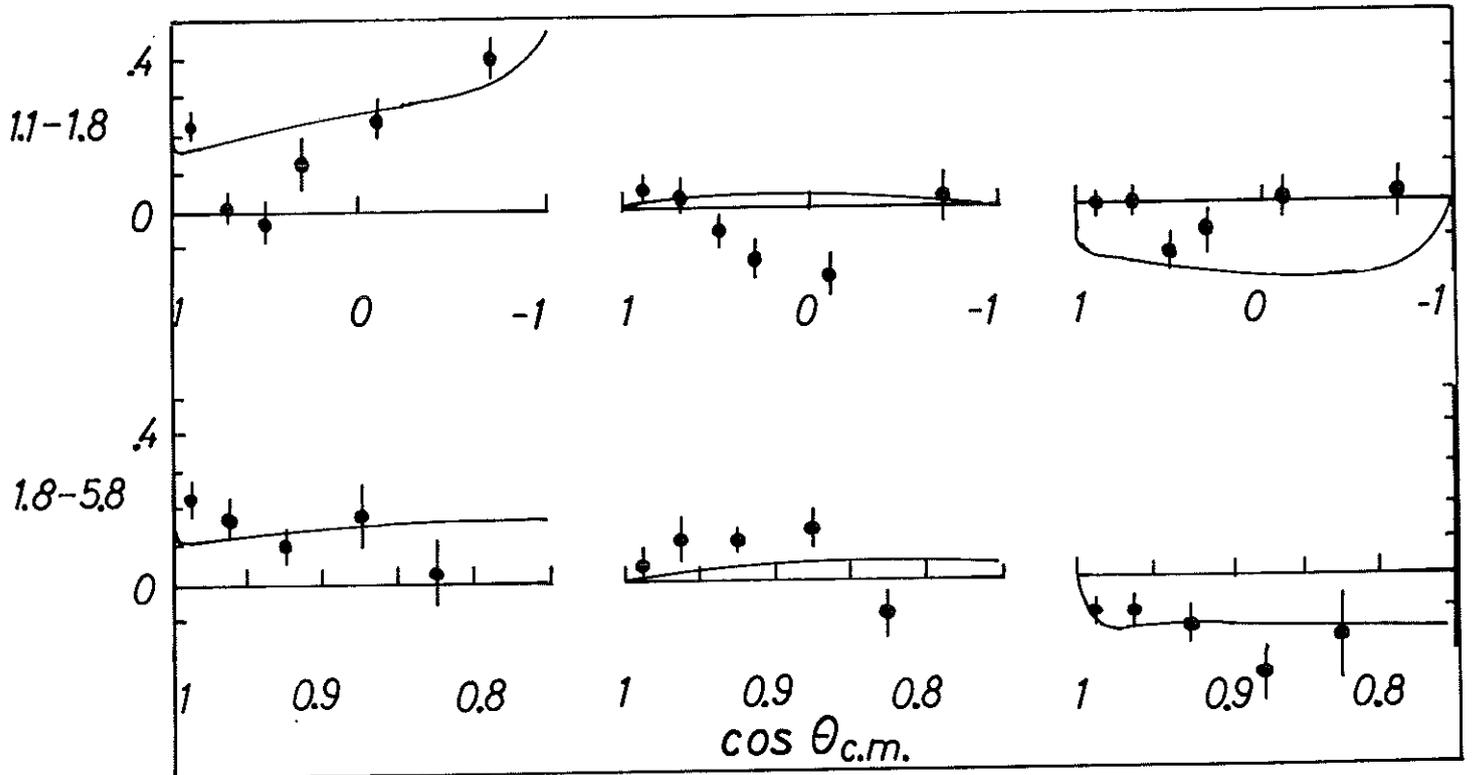

 $E_\gamma (\text{GeV})$
 ρ_{33}^J
 $\text{Re } \rho_{3-1}^J$
 $\text{Re } \rho_{31}^J$


Abb.17b

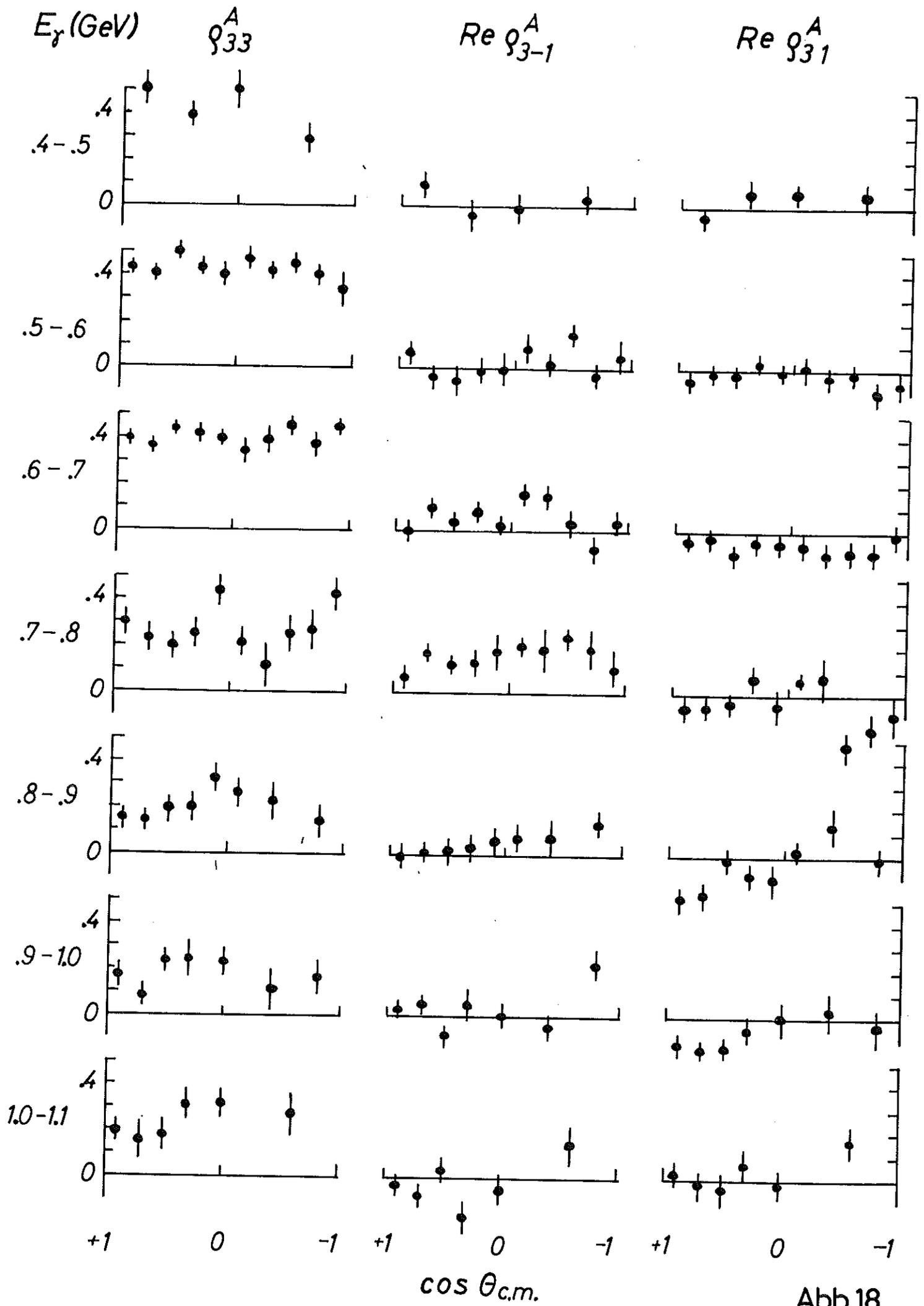


Abb.18

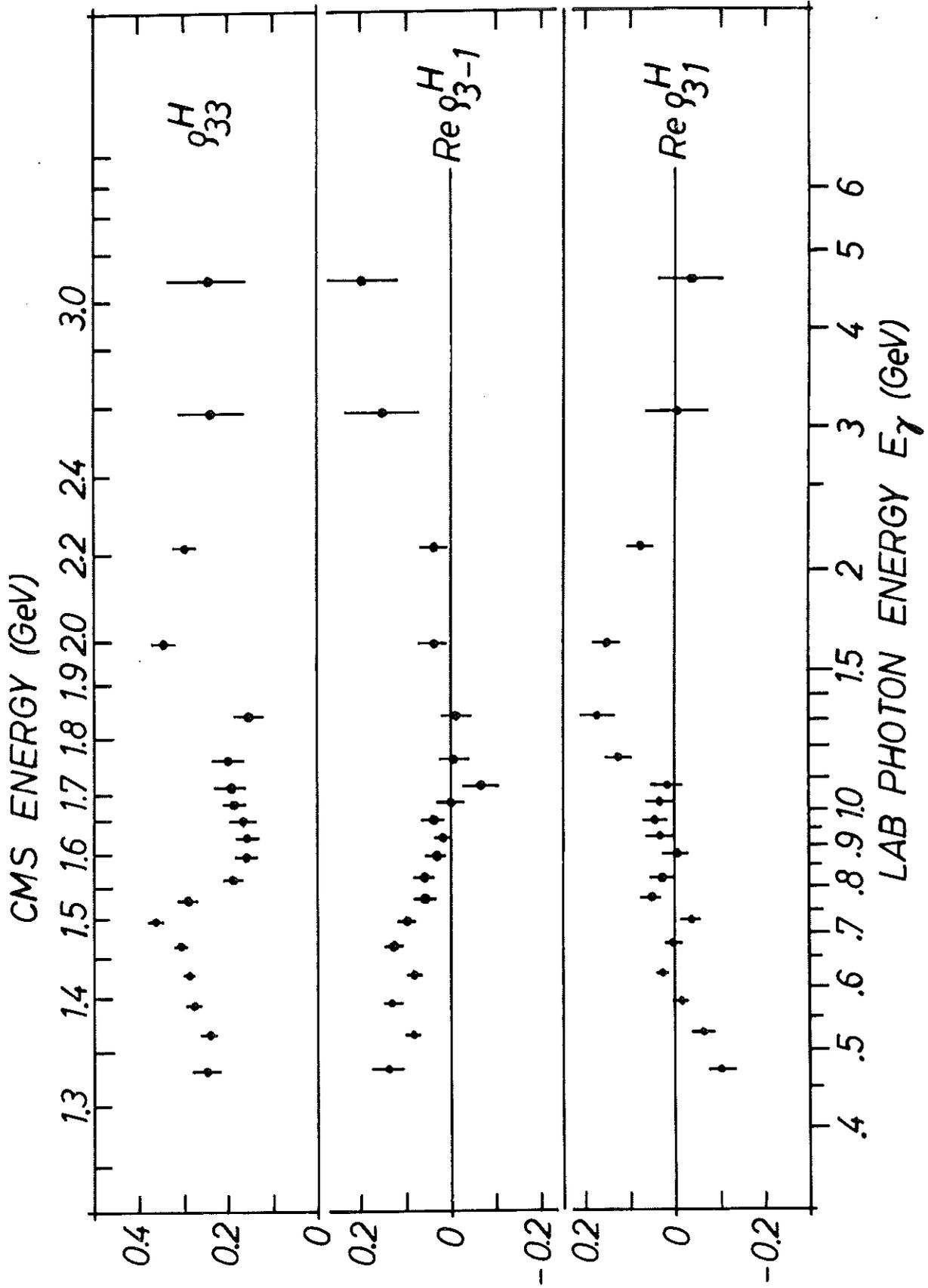


Abb. 19

S, P, \dots
wave π

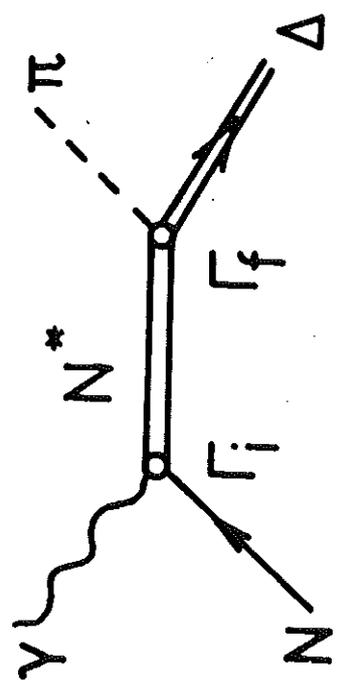
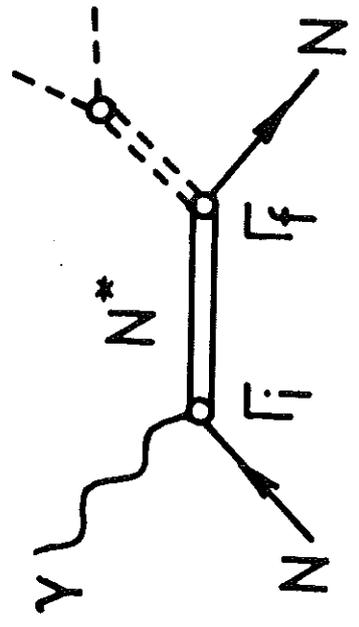


Abb.20

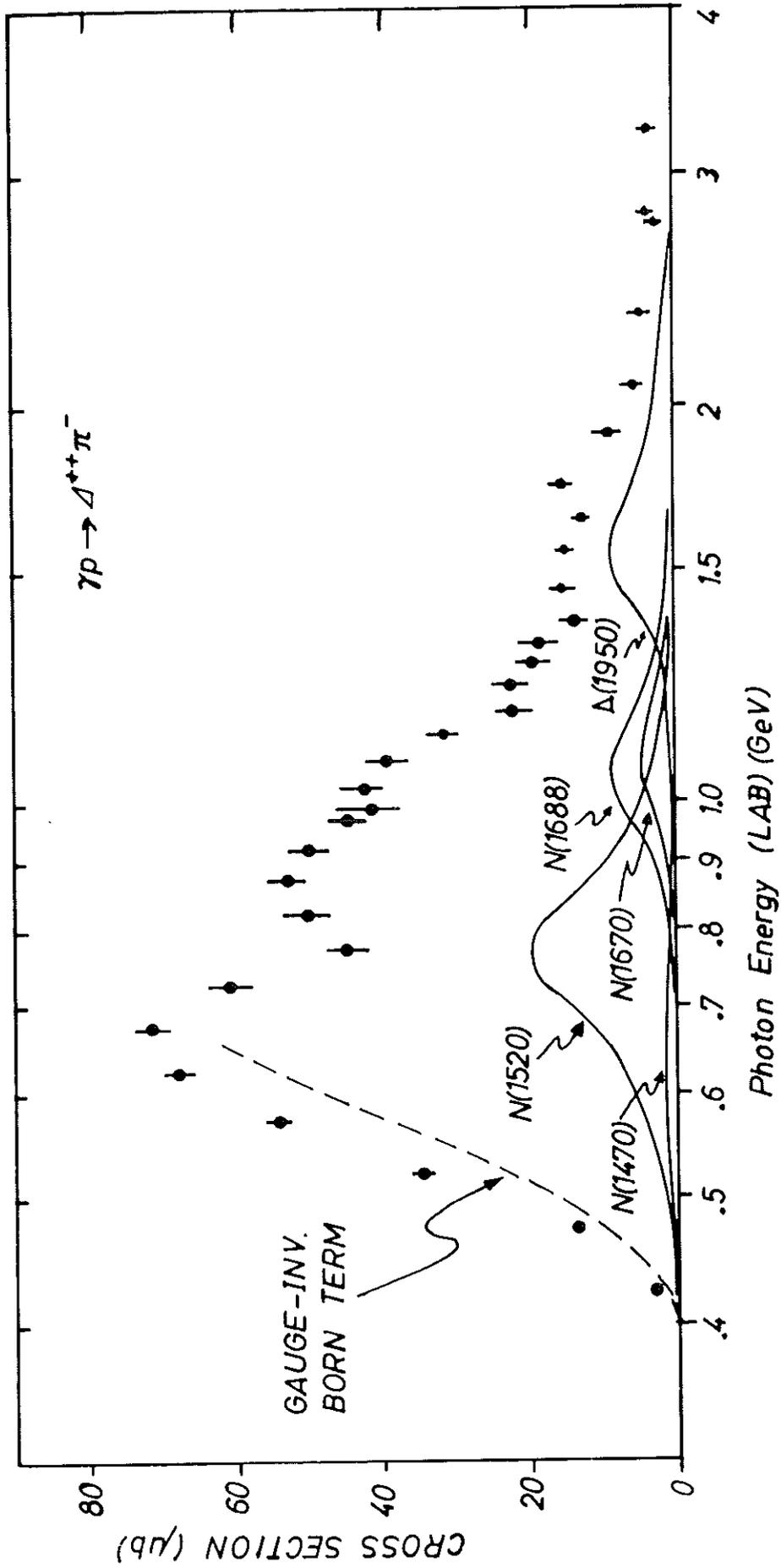
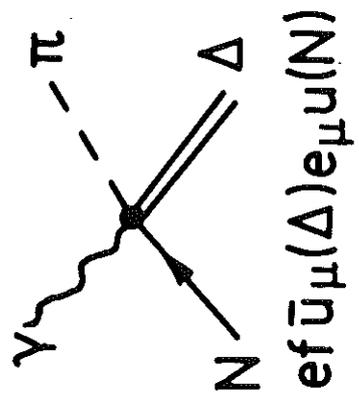


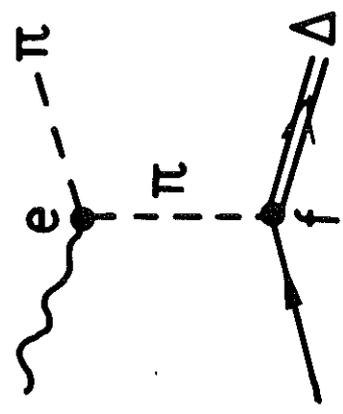
Abb. 21

(a)



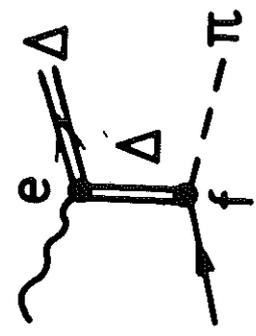
$\pi\Delta$ in Swave, $J^P = \frac{3}{2}^-$

(b)

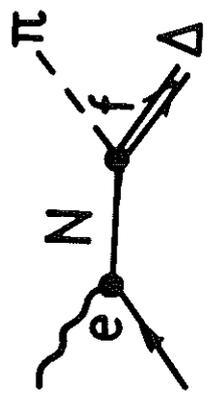


S, P, and higher L

(c)



(d)



$\gamma p \rightarrow \Delta^{++} \pi^-$

— BORN TERM

- - - BORN TERM with absorptive correction

$\sigma (\mu b)$

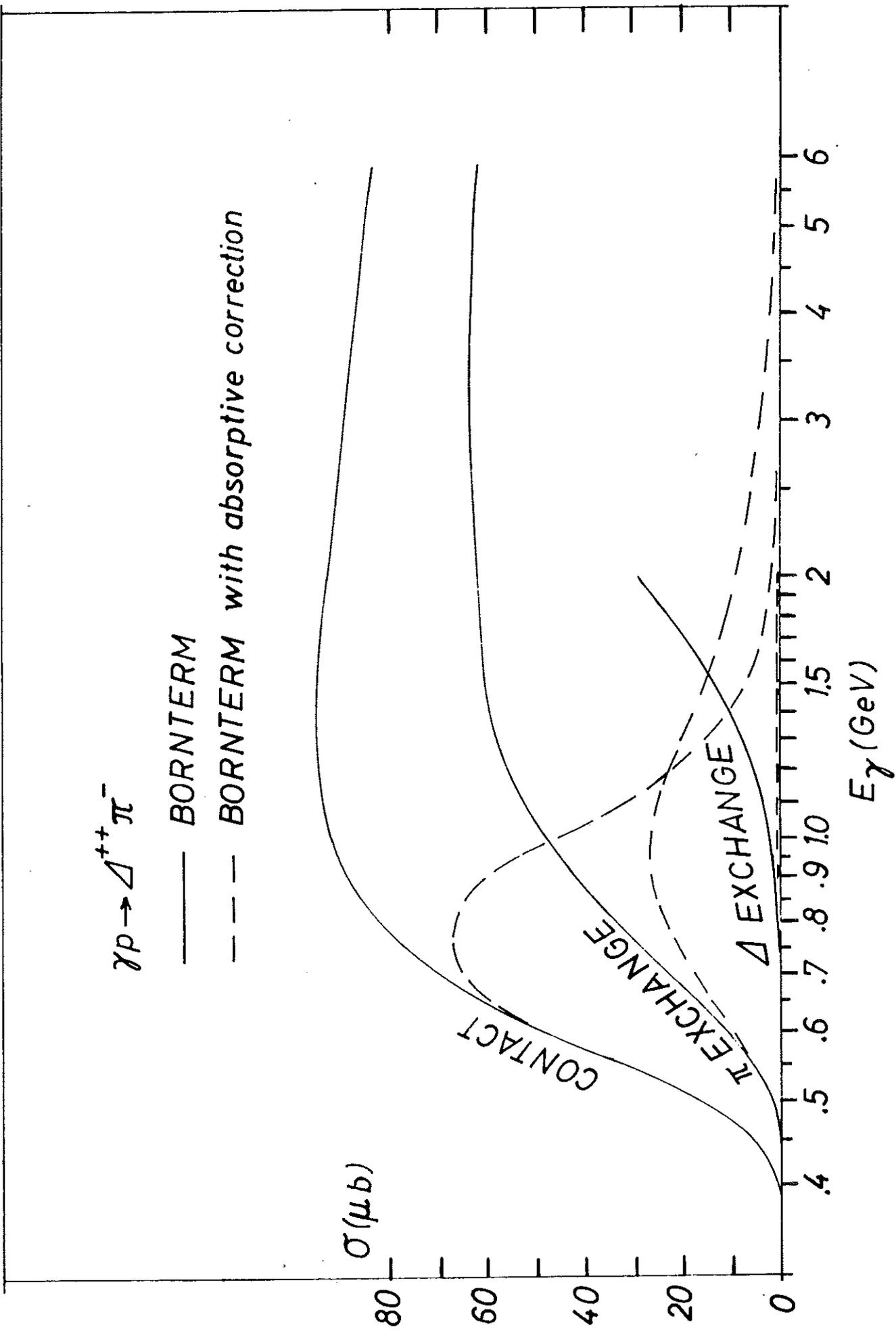
CONTACT

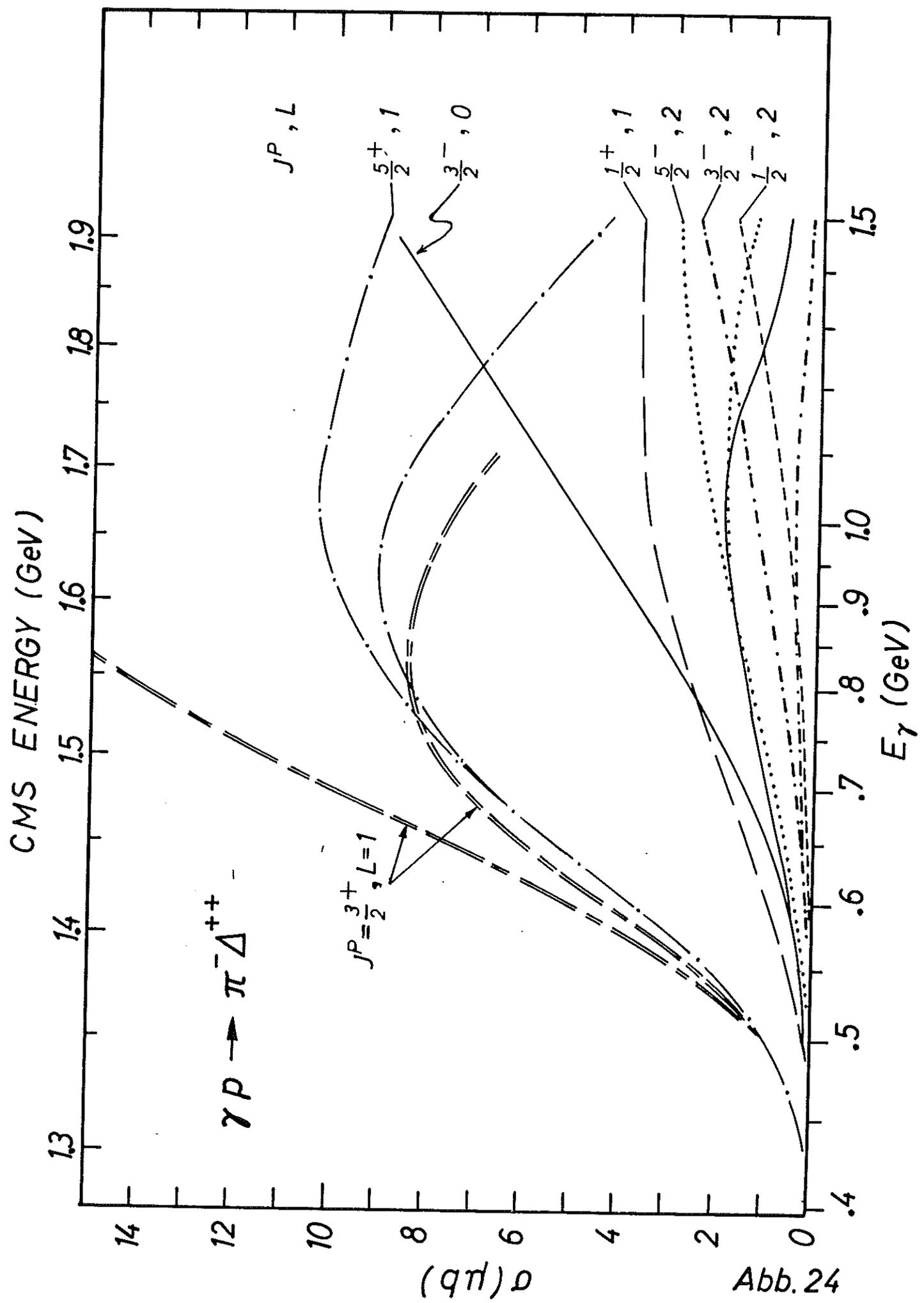
π EXCHANGE

Δ EXCHANGE

E_γ (GeV)

Abb.23





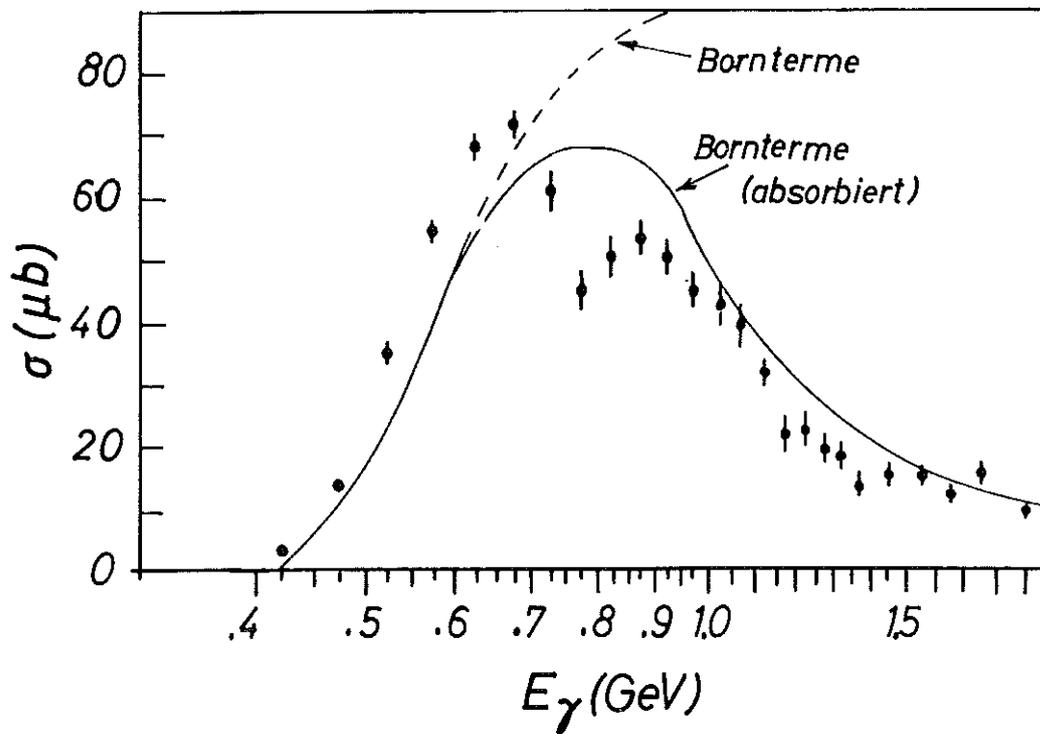
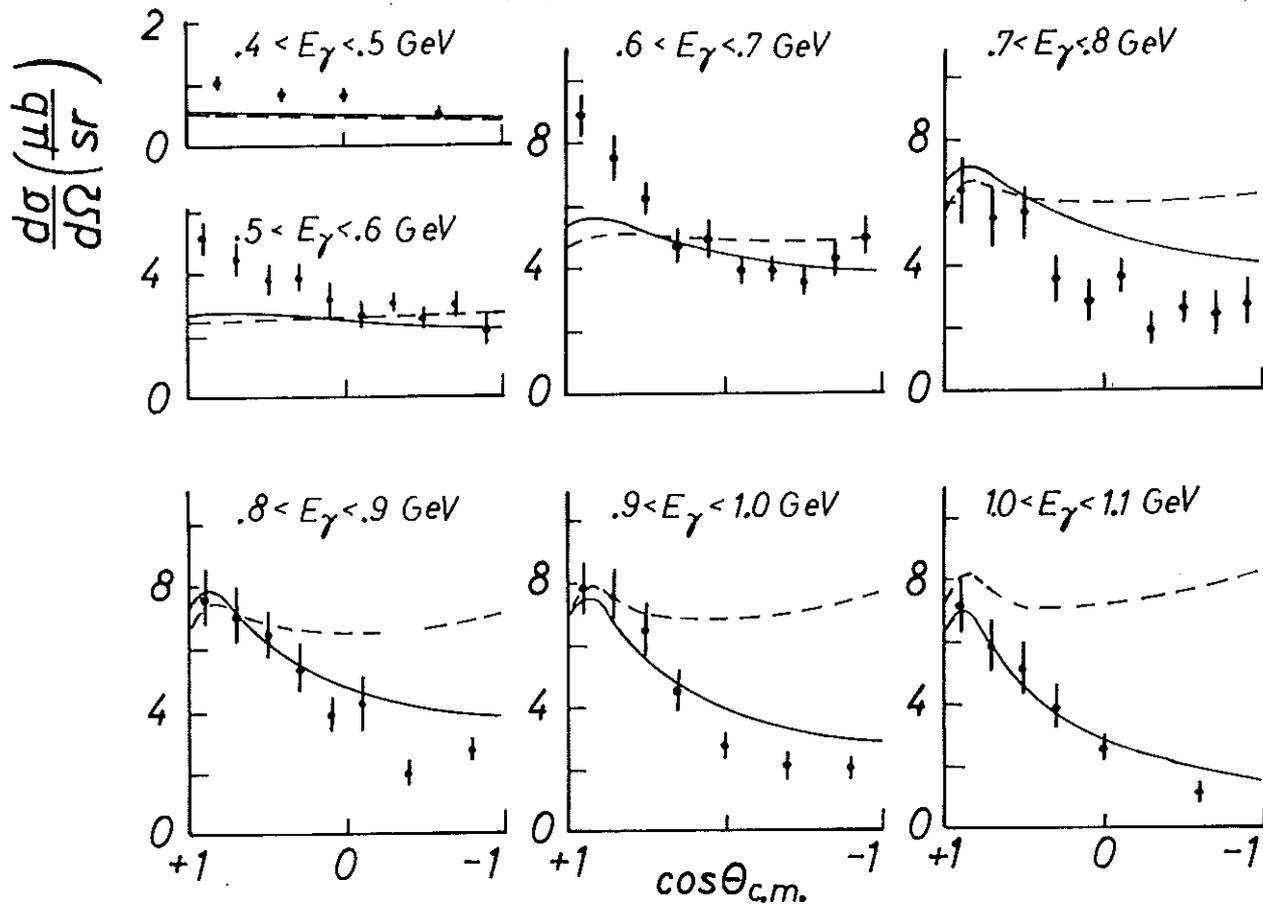
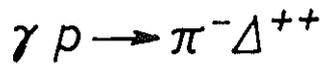


Abb.25

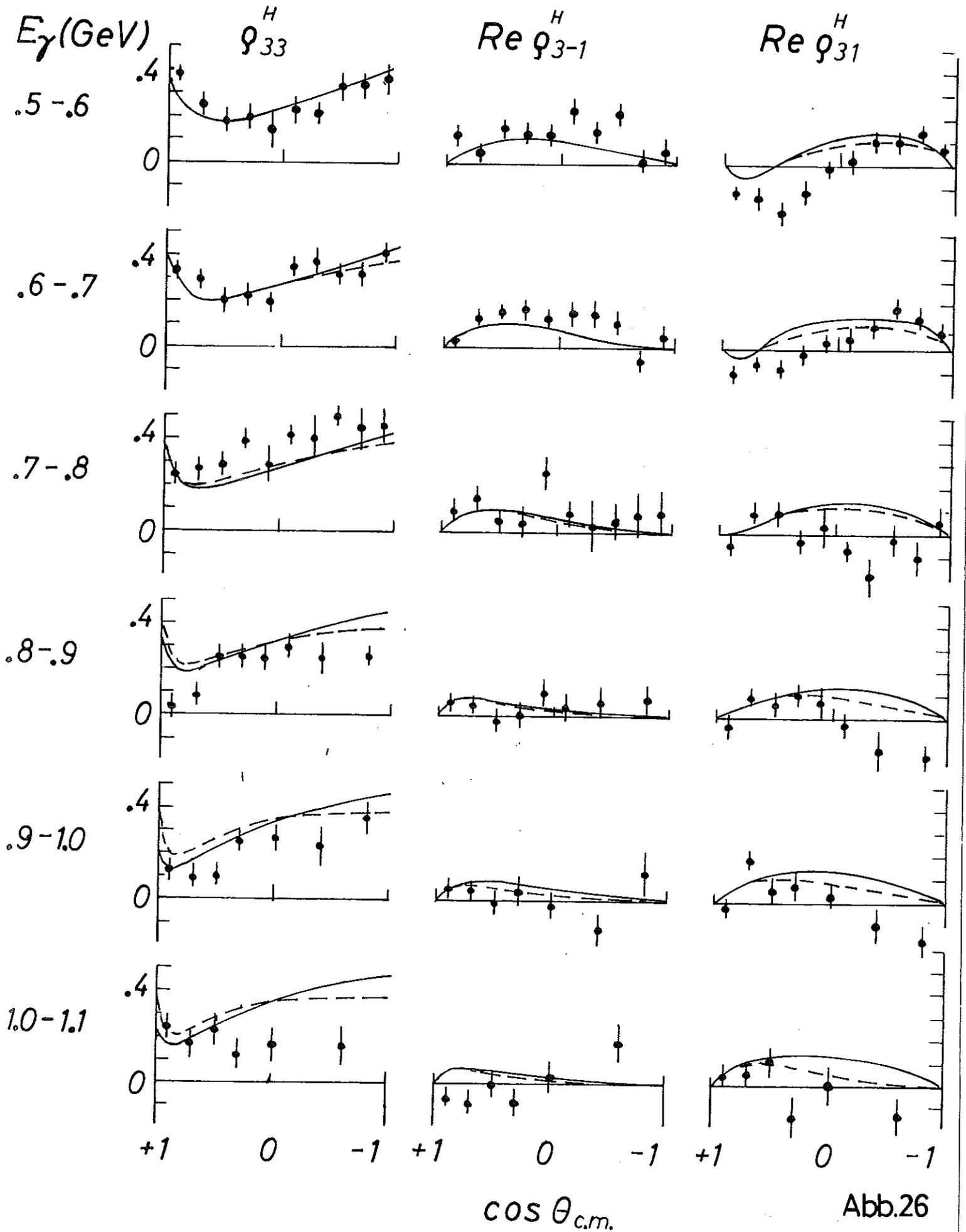


Abb.26

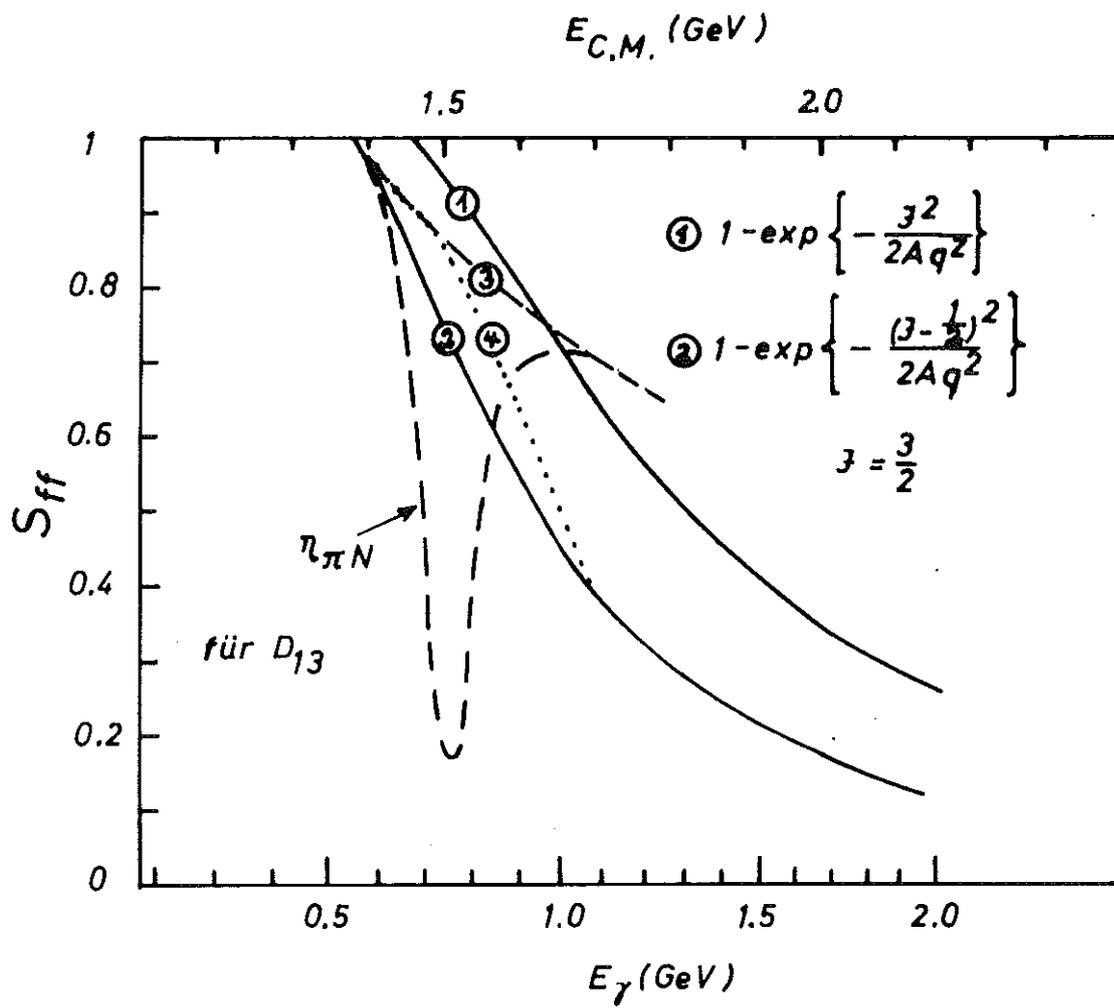
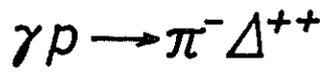


Abb.27



$E_\gamma = 4 \text{ GeV}$

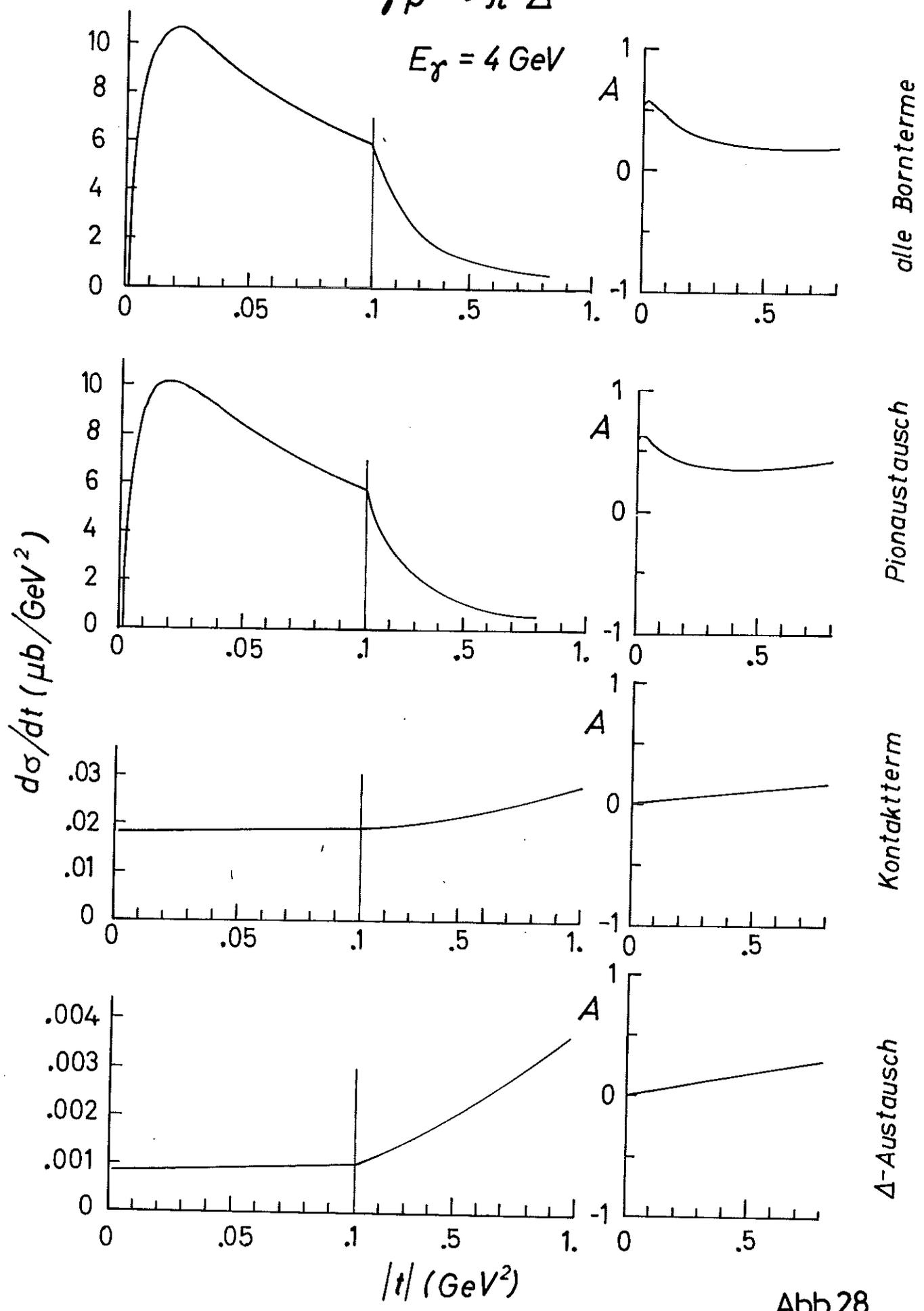


Abb.28

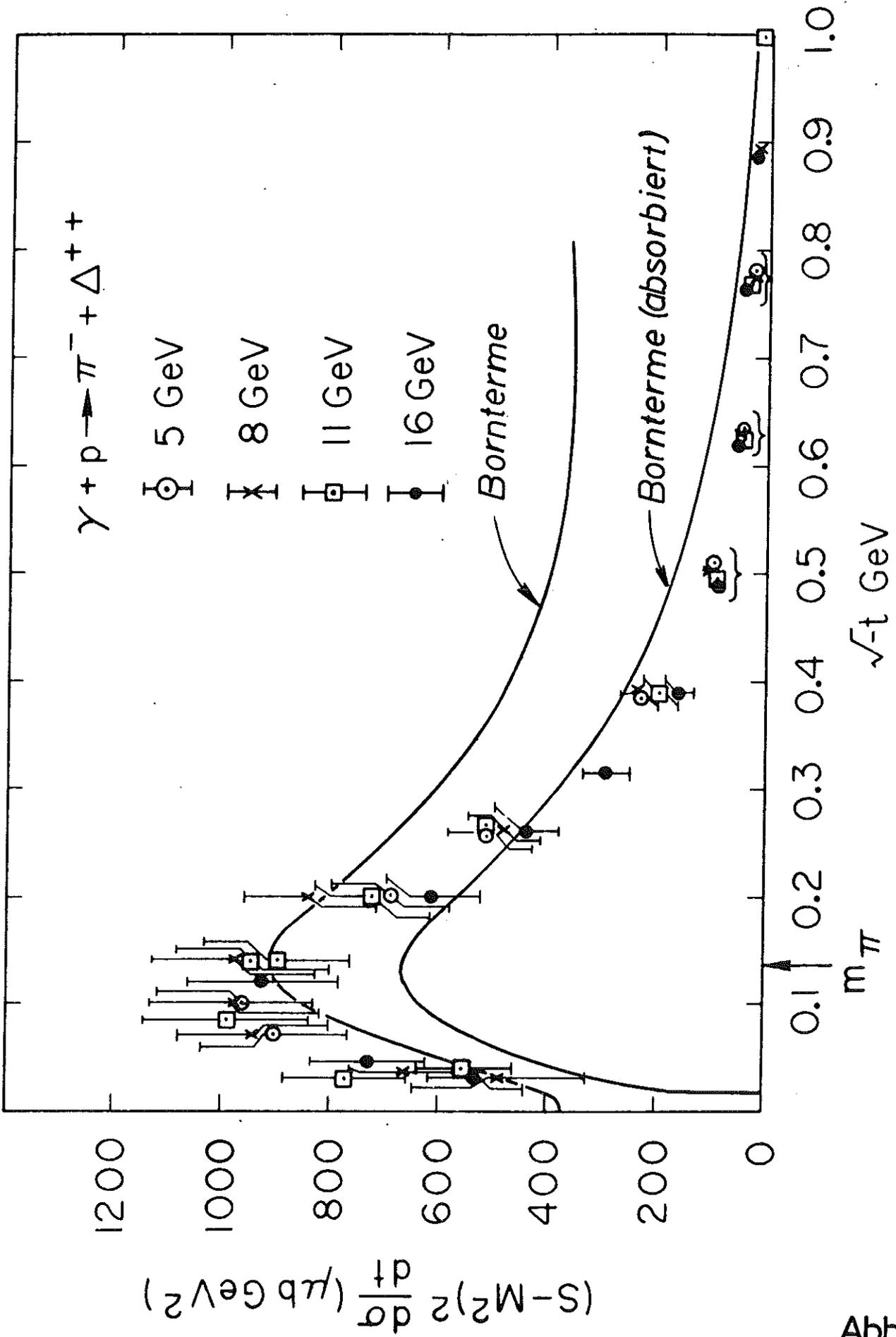


Abb.29

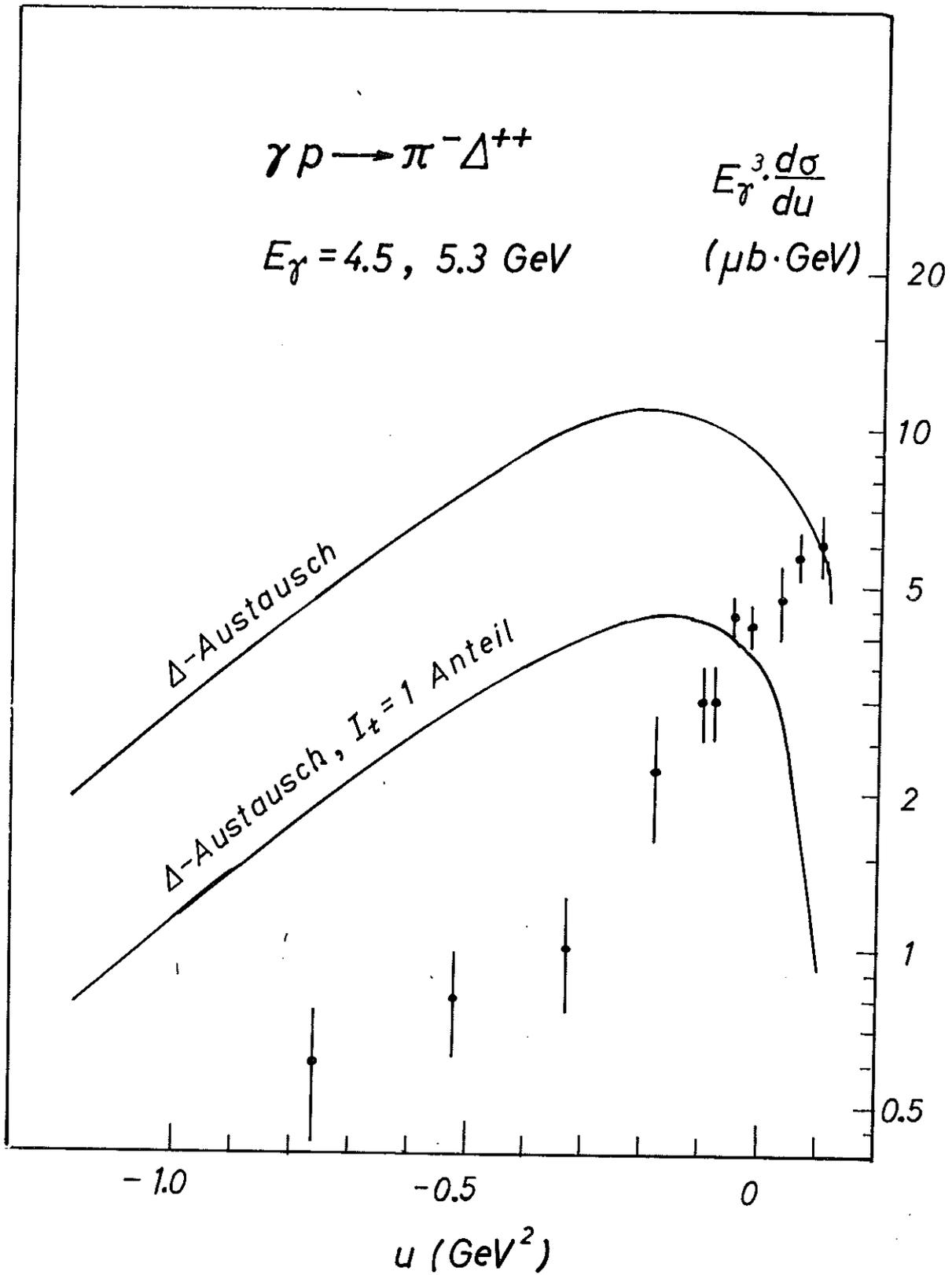


Abb.30

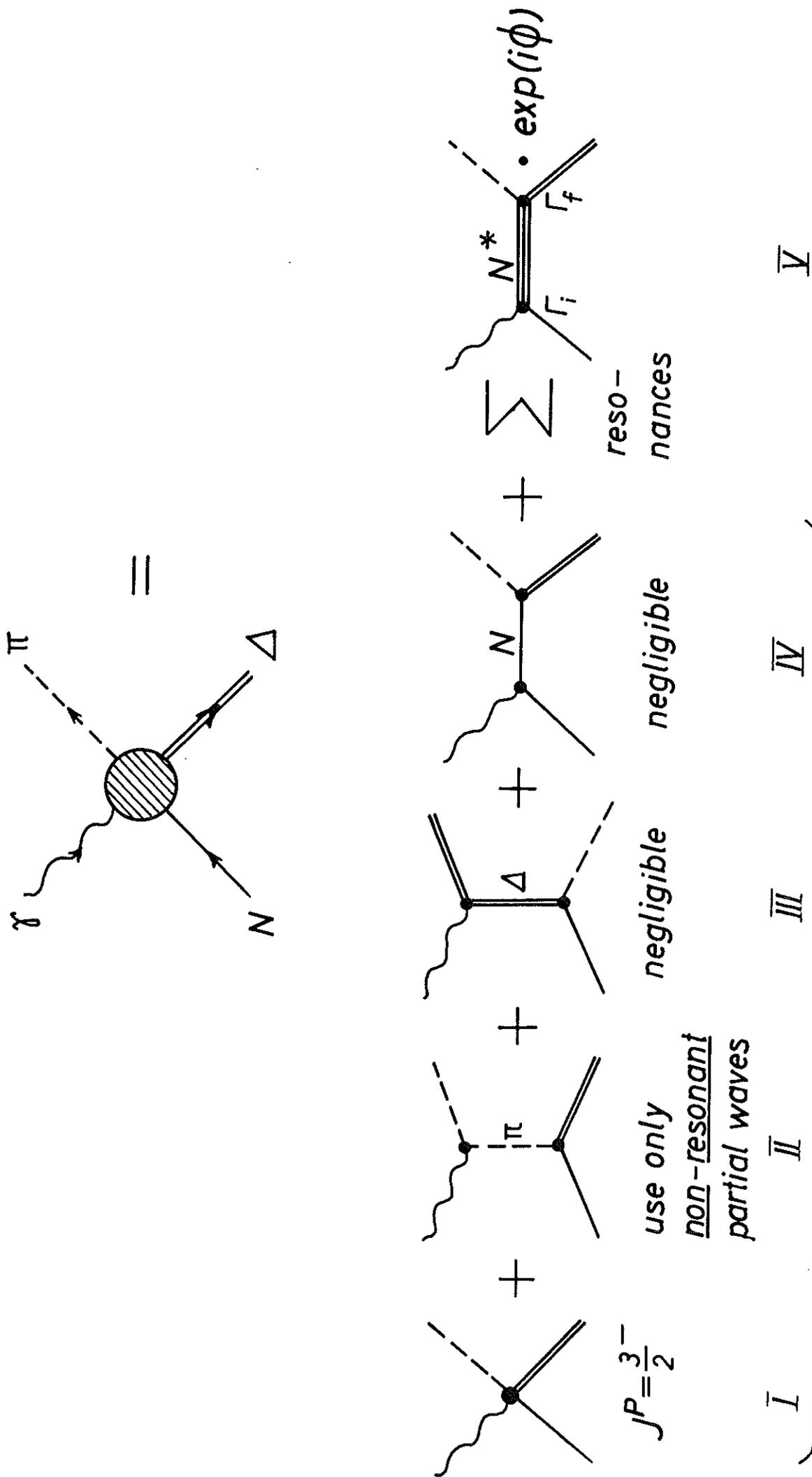


Abb.31

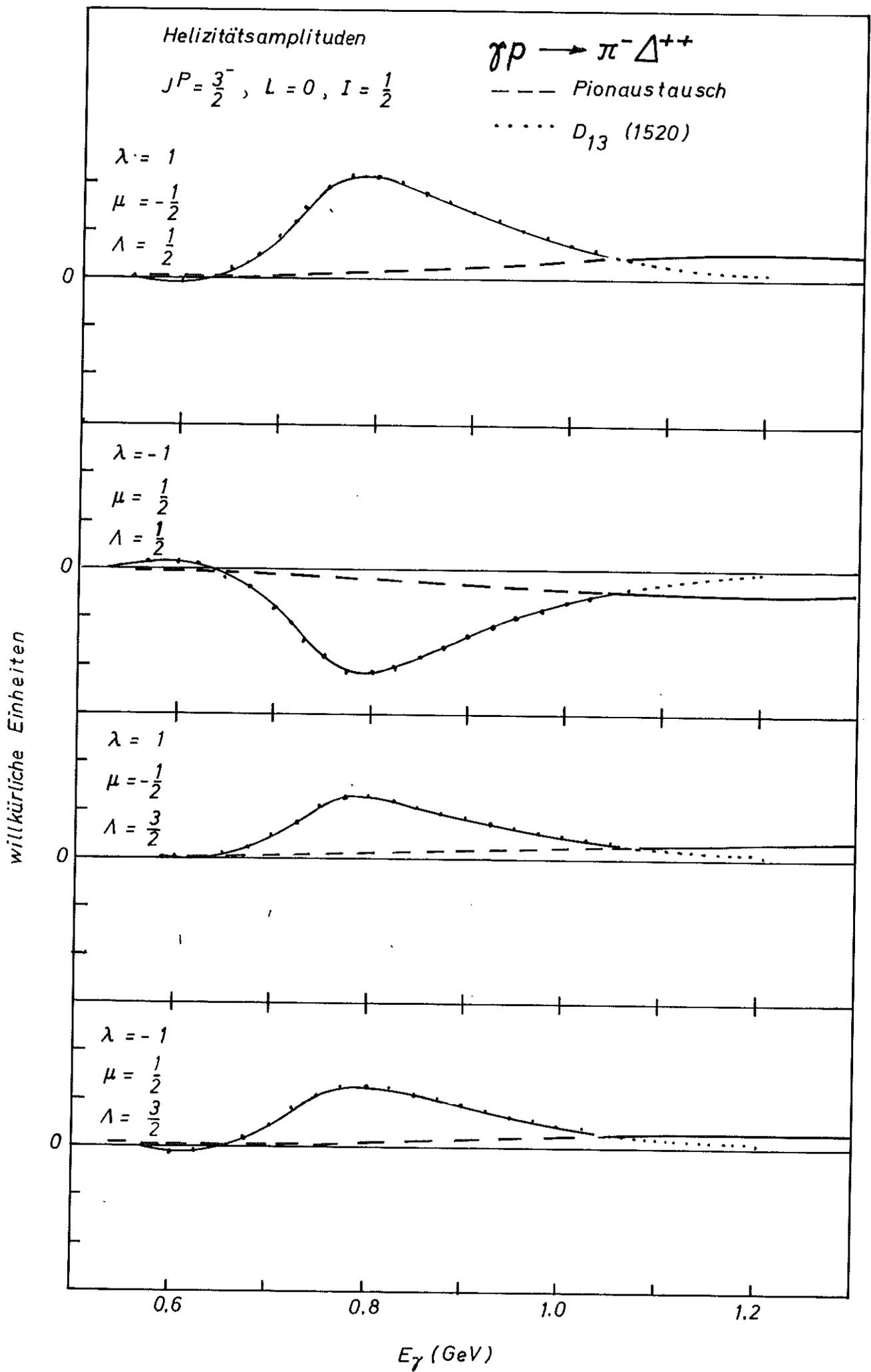


Abb.32

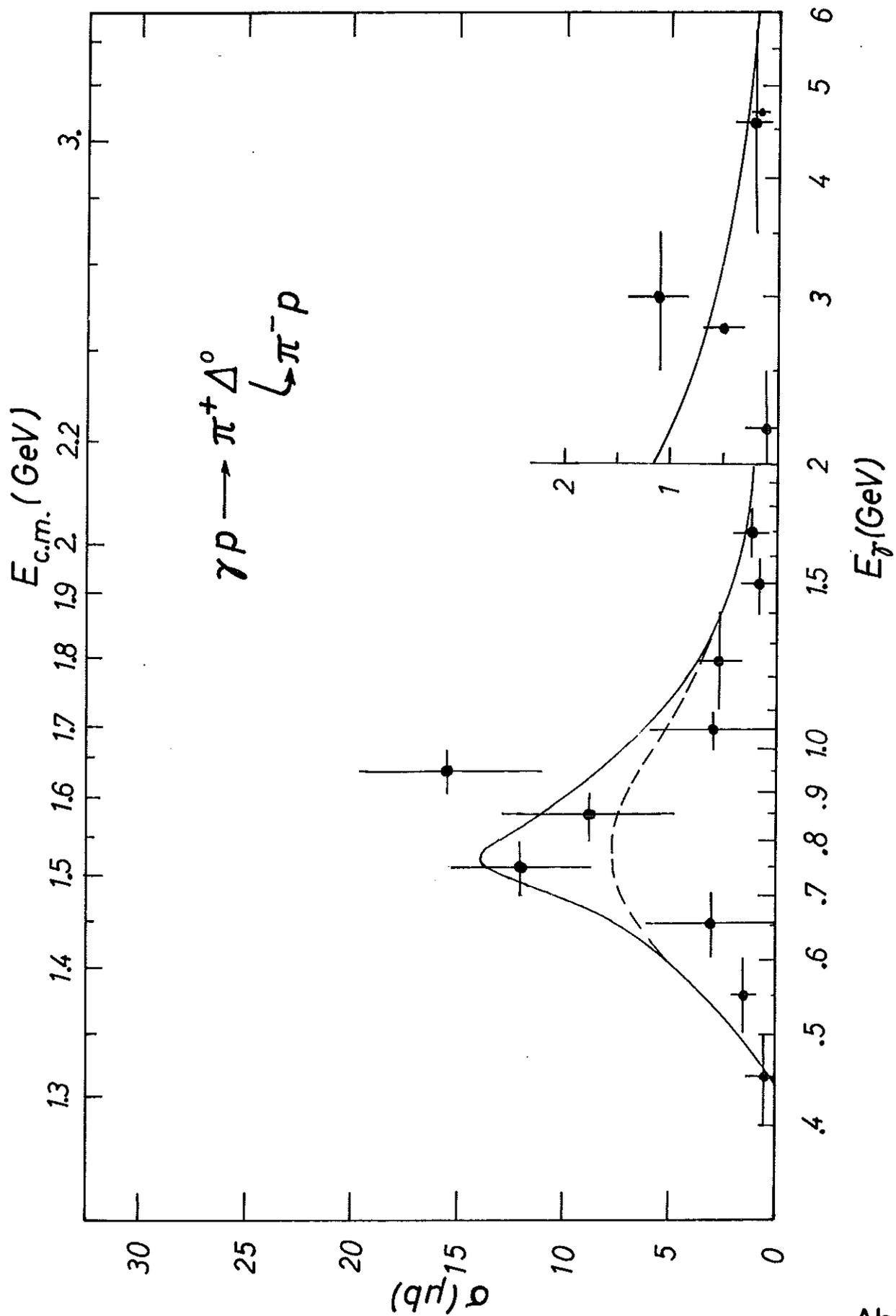


Abb.33

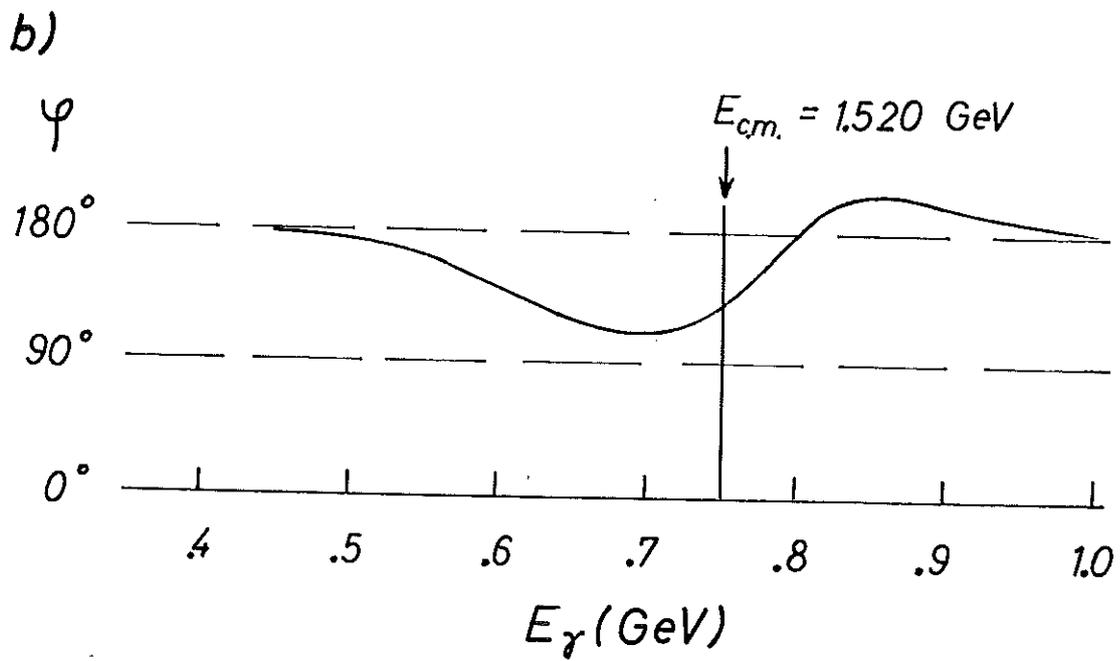
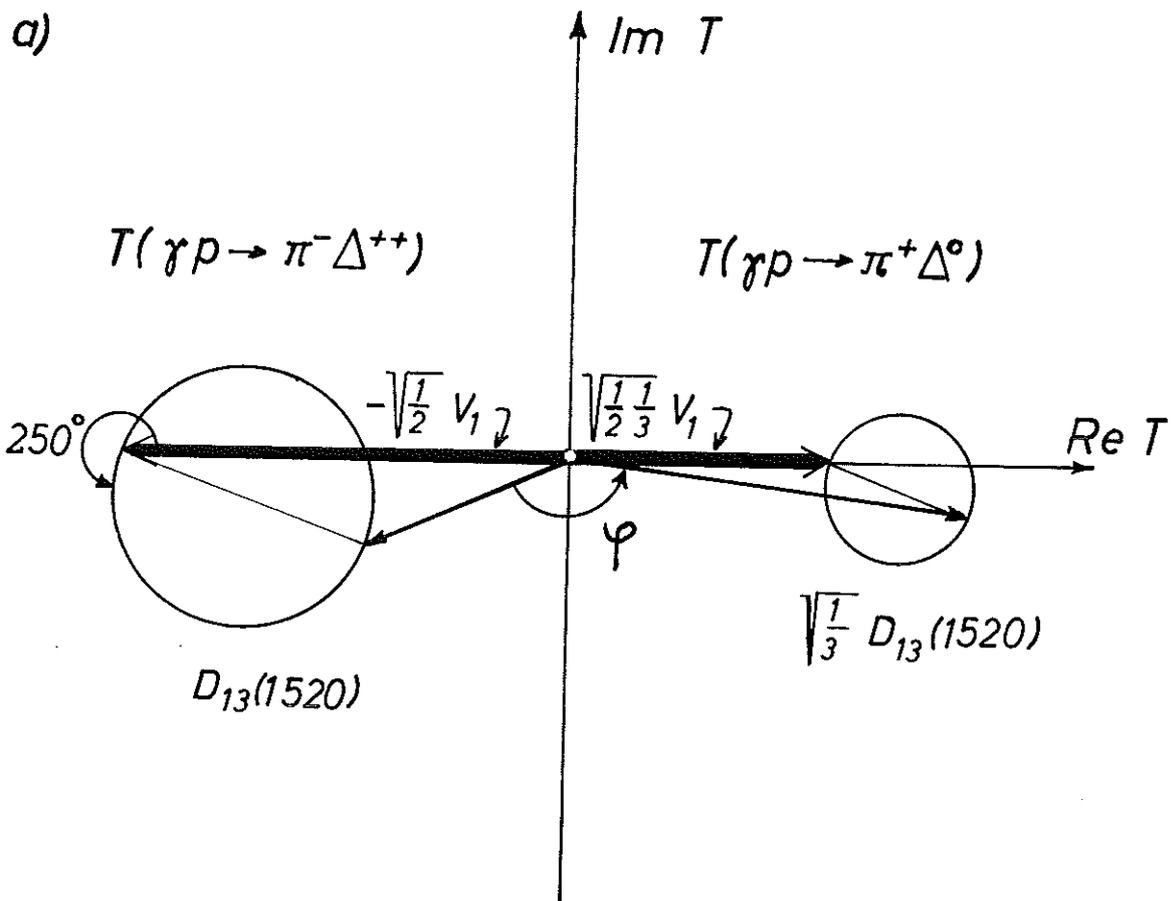


Abb.34

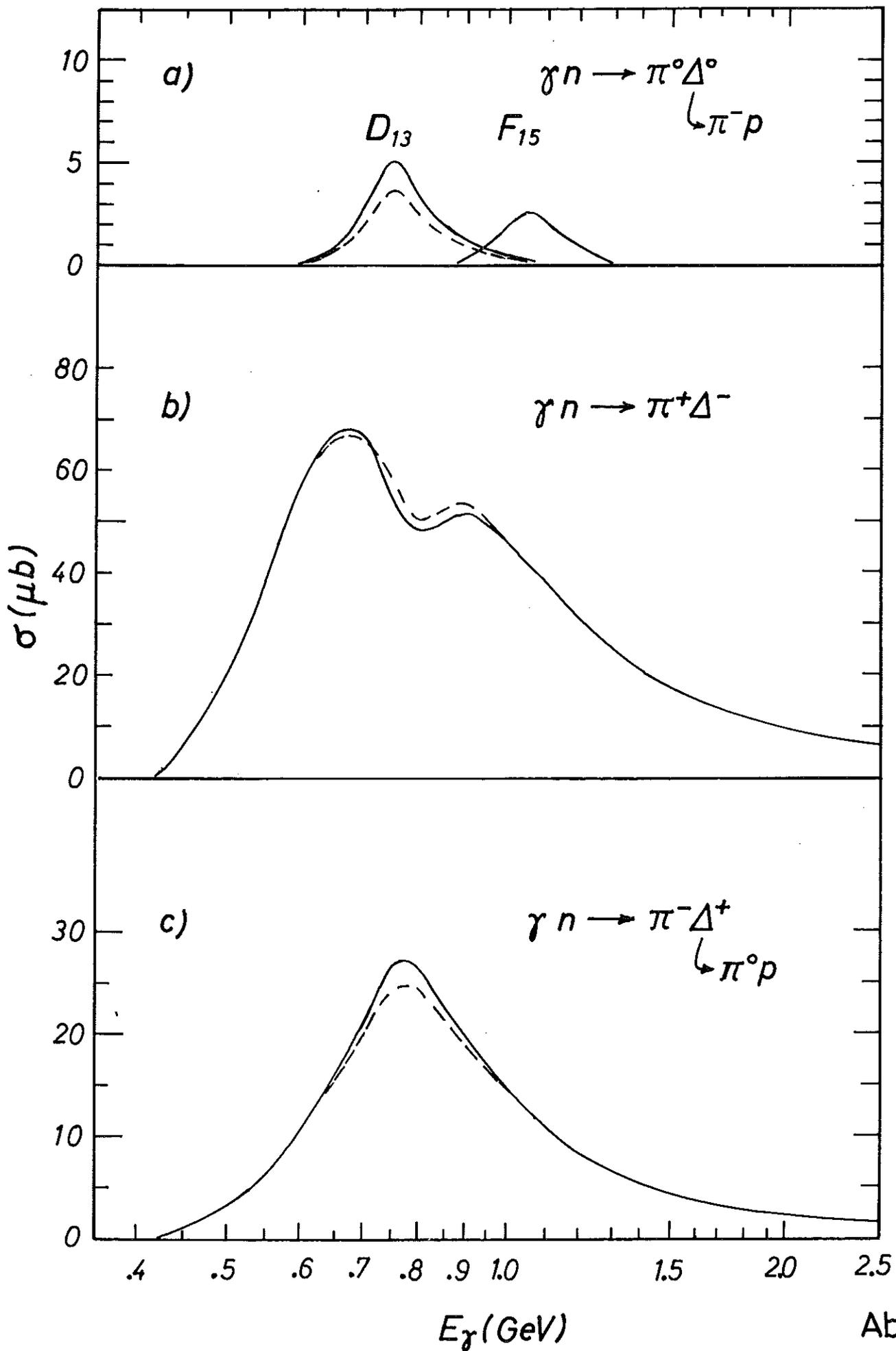


Abb.35

Danksagung

Herr Professor M.W. Teucher und Herr Professor E. Lohrmann haben es mir durch ihre Planung und Initiative ermöglicht, an dem Blasenkammerexperiment, das dieser Arbeit zugrunde liegt, mitzuarbeiten. Ich möchte ihnen dafür meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Darüber hinaus bin ich Herrn Professor Lohrmann für sein beständiges Interesse an dieser Arbeit dankbar.

Herrn Dr. P. Söding und Herrn Dr. G. Wolf danke ich für viele wertvolle Ratschläge und für ihre unermüdliche Unterstützung, die sie mir bei der Anfertigung der Arbeit gewährten. Mit ihnen konnte ich alle auftretenden Probleme diskutieren.

Mein Dank gilt auch den Herren Dr. F. Gutbrod, Dr. W. Schmidt, Professor H. Spitzer und Professor P. Stichel für manche fruchtbaren Gespräche.

Allen Mitarbeitern der an der Kollaboration beteiligten Institute danke ich für die Möglichkeit, ihre Ergebnisse mitbenutzen zu können.

Die Blasenkammerbetriebsgruppe, die Mitarbeiter des Synchrotrons, des Hallendienstes und des DESY-Rechenzentrums und die Scanner haben durch ihre zuverlässige Arbeit wesentlich zum Erfolg des Experimentes beigetragen.

Ich bedanke mich bei Frl. Hell und bei Frl. Schöning für das sorgfältige Schreiben der Arbeit.