

(A)  
Interner Bericht

DESY F22-71/2

Oktober 1971

DESY-Bibliothek  
3. 12. 71

Die elektomagnetischen Protonformfaktoren  
bei Impulsüberträgen zwischen  $0.6$  und  $3.0 \text{ (GeV/c)}^2$

von

Dirk Harms



Die elektromagnetischen Protonformfaktoren  
bei Impulsüberträgen zwischen 0.6 und 3.0 (GeV/c)<sup>2</sup>

von

Dirk Harms

---

Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation im  
Rahmen eines Experimentes der Gruppe F22 beim DESY



1. Einleitung
2. Theorie der elastischen Elektron-Proton Streuung
  - 2.1 Rosenbluthwirkungsquerschnitt
  - 2.2 Gültigkeit der Rosenbluthformel
  - 2.3 Strahlungskorrektur
    - 2.3.1 Vielfachemission von Photonen
    - 2.3.2 Reelle Bremsstrahlung
    - 2.3.3 Unsicherheiten bei der Strahlungskorrektur
3. Experimentelle Anordnung
  - 3.1 Prinzip der Messung
  - 3.2 Überblick über den Aufbau des Experiments
    - 3.2.1 Externer Elektronenstrahl
    - 3.2.2 Wasserstofftarget
  - 3.3 Spektrometer
    - 3.3.1 Fokussierungseigenschaften eines Schrägfenster-spektrometers
    - 3.3.2 Gegenüberstellung von Klein- und Großwinkel-spektrometer
    - 3.3.3 Raumwinkelakzeptanz vom Kleinwinkelspektrometer
    - 3.3.4 Raumwinkelakzeptanz vom Großwinkelspektrometer
      - 3.3.4.1 Rechnung
      - 3.3.4.2 Eichung
  - 3.4 Zählersystem
    - 3.4.1 Zählersystem im Kleinwinkelspektrometer
    - 3.4.2 Zählersystem im Großwinkelspektrometer
  - 3.5 Zählerelektronik
  - 3.6 Positionsmonitor für den Elektronenstrahl
  - 3.7 Magnetfeldmessung
4. Messung der Formfaktoren vom Proton
  - 4.1 Reduktion der Daten zum Wirkungsquerschnitt
    - 4.1.1 Einfallenergie und Streuwinkel
    - 4.1.2 Targetdichte und Targetlänge
  - 4.2 Korrekturen
    - 4.2.1 Korrekturen an der Zählrate

- 4.2.1.1 Totzeitkorrektur
- 4.2.1.2 Leertargeteffekt
- 4.2.1.3 Dalitz-Elektronen
- 4.2.1.4 Abtrennung inelastischer Prozesse
- 4.2.1.5 Ereignisse vor dem elastischen Maximum
- 4.2.1.6 Protonenabsorption
- 4.2.2 Korrekturen am Wirkungsquerschnitt
  - 4.2.2.1 Strahlungs- und reelle Bremsstrahlungskorrektur
  - 4.2.2.2 Variation des Wirkungsquerschnitts innerhalb der Spektrometerakzeptanz
  - 4.2.2.3 Öffnungswinkelkorrektur
  - 4.2.2.4 Korrektur auf Ladungsverlust
- 4.3 Fehler
- 4.4 Ergebnisse
  
- 5. Messung der Strahlungskorrektur
  - 5.1 Experimentelle Durchführung
  - 5.2 Auswertung
  - 5.3 Fehler
  - 5.4 Ergebnisse
  
- 6. Vergleich der Nukleon Formfaktoren mit theoretischen Modellen
  - 6.1 Vektordominanzmodell
  - 6.2 Quarkmodell
  - 6.3 Venezianomodell
  
- 7. Zusammenfassung
  
- 8. Anhang
  - 8.1 Großwinkelspektrometer
    - 8.1.1 Berechnung von Bahnkurven geladener Teilchen in Dipol- und Quadrupolmagneten
    - 8.1.2 Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung
    - 8.1.3 Raumwinkelakzeptanz bei elastischer e-p Streuung
  
- 9. Literaturverzeichnis

1. Einleitung

Die elastische Streuung von hochenergetischen Elektronen an freien Protonen liefert Information über die elektromagnetische Struktur des Protons. Diese Information über räumliche Verteilung von Ladung und magnetischem Moment  $\mu(\mathbf{r})$  im Proton ist enthalten in zwei Strukturfunktionen, dem elektrischen und magnetischen Formfaktor  $G_E$  und  $G_M$ . Ihre Abhängigkeit vom Impulsübertrag  $q^2$  kann näherungsweise durch zwei empirische Gesetze beschrieben werden, dem Dipolgesetz

$$G_E(q^2) = (1 + q^2/0.71)^{-2} \quad (1)$$

und dem Proportionalitätsgesetz

$$G_E(q^2) = G_M(q^2)/\mu \quad (2)$$

Mit Steigerung der Meßgenauigkeit fand man Abweichungen vom Dipolgesetz in der Größenordnung von 10%. Das Proportionalitätsgesetz wird durch die experimentellen Daten innerhalb der Fehler bis zu Impulsüberträgen von  $1(\text{GeV}/c)^2$  bestätigt.

Bei höheren Impulsüberträgen wird die Messung der Formfaktoren schwieriger, da der Beitrag des elektrischen Formfaktors zum Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Proton Streuung abnimmt. Im Bereich von  $q^2 = 1(\text{GeV}/c)^2$  bis  $q^2 = 3,75(\text{GeV}/c)^2$  kommen neuere Experimente am Synchrotron in Bonn<sup>(1)</sup> und am Linearbeschleuniger in Stanford<sup>(2)</sup> zu unterschiedlichen Aussagen über die Gültigkeit des Proportionalitätsgesetzes (1). Während die SLAC Messungen bei  $q^2 = 2,5$  und  $3,75(\text{GeV}/c)^2$  innerhalb der Fehler im Einklang sind mit dem Proportionalitätsgesetz, zeigen die Bonner Daten bei Impulsüberträgen zwischen  $1,2$  und  $1,8(\text{GeV}/c)^2$  Abweichungen in der Größenordnung von zwei Standardabweichungen.

Ziel dieser Arbeit war es, die Kenntnis über die Formfaktoren des Protons bei Impulsüberträgen zwischen  $0,6$  und  $3(\text{GeV}/c)^2$  zu verbessern. Dazu ist es nötig, bei gegebenem  $q^2$  Messungen bei zwei verschiedenen Winkeln auszu-

führen.

Um Normalisierungsfehler, die bei der Kombination von Daten verschiedener Laboratorien auftreten können, im Verhältnis  $G_E/G_M$  auszuschliessen, sollte bei kleinem und großem Winkel mit derselben Apparatur gemessen werden.

Für den Nachweis von Elektronen unter Winkeln zwischen  $\Theta = 10-20^\circ$  stand ein Schrägfensterspektrometer <sup>(3)</sup> mit hoher Impulsauflösung zur Verfügung. Bei großem Streuwinkel des Elektrons wurden die Wirkungsquerschnitte auf zwei voneinander unabhängigen Methoden gemessen. Ein neu errichtetes Spektrometer mit großer Akzeptanz wies gestreute Elektronen unter  $86^\circ$  nach. Gleichzeitig wurden Rückstoßprotonen, die zum selben Impulsübertrag gehörten wie die unter  $86^\circ$  gestreuten Elektronen, im Kleinwinkelspektrometer registriert.

Um aus den experimentellen Daten die Formfaktoren zu bestimmen, müssen an die gemessenen Wirkungsquerschnitte sog. Strahlungskorrekturen angebracht werden. Diese stellen mit etwa 20 % die größte Korrektur dar. Im genannten  $q^2$ -Bereich tragen die Unsicherheiten in der Berechnung der Strahlungskorrekturen einen großen Bruchteil zum Fehler im elektrischen Protonformfaktor bei. Deswegen wurde die Reaktion  $e + p \rightarrow e + p + \gamma$  vom elastischen Maximum bis zur Pionschwelle bei  $q^2 = 1 \text{ (GeV/c)}^2$  und  $\Theta = 12^\circ$  experimentell untersucht und die Ergebnisse mit verschiedenen Vorschriften zur Berechnung der Strahlungskorrekturen verglichen.

2. Theorie der elastischen Elektron-Proton-Streuung

2.1 Rosenbluthwirkungsquerschnitt

Die Möglichkeit, aus elastischen Elektron-Proton-Streuxperimenten Aussagen über die Struktur des Protons in der Gestalt von zwei Formfaktoren zu bekommen, beruht auf der Rosenbluthformel<sup>(4)</sup>. Zu ihrer Ableitung sind drei grundlegende Annahmen erforderlich.

1. Der Streuprozess wird durch reine elektromagnetische Wechselwirkung beschrieben.
2. Die Quantenelektrodynamik ist gültig.
3. Die Kopplung zwischen Elektron und Proton erfolgt durch Austausch eines einzigen virtuellen Photons (Abb. 1).

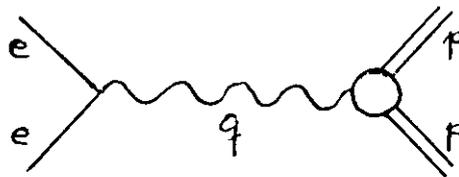


Abb. 1: Feynman-Diagramm für e-p-Streuung in niedrigster Ordnung. Der Kreis am Protonvertex deutet an, daß das Proton eine endliche Ausdehnung hat, die durch unbekannte Effekte der starken Wechselwirkung verursacht wird.

Für den in Abbildung 1 gezeigten Prozeß wird die Streumatrix durch ein Integral der folgenden Form ausgedrückt.

$$S_{fi} = i \int d^4x \int d^4x' j_{\mu}^{(e)}(x) D_{\mu\nu}(x-x') j_{\nu}^{(p)}(x')$$

(3)

Dabei sind  $j_{\mu}^{(e)}$  und  $j_{\mu}^{(p)}$  die Stromdichten von Elektron und Proton und  $D_{\mu\nu}(x-x')$ , der sog. Propagator, ist eine Funktion, die die Ausbreitung des Photons von x nach x' beschreibt.

Der allgemeinst mögliche Ausdruck für die in Gleichung (3) auftretenden Ströme, der mit Lorentz-Invarianz und Stromerhaltung verträglich ist und berücksichtigt, daß Elektron und Proton als freie Teilchen der Dirac-Gleichung genügen, lautet

$$\vec{j}_\mu(x) = e \bar{\Psi}_f(x) \left( F_1(q^2) \gamma_\mu + F_2(q^2) \frac{\sigma_{\mu\nu} q_\nu}{2M} \right) \Psi_i(x)$$

(4)

$\Psi_i$  und  $\bar{\Psi}_f$  sind die freien Anfangs- und Endzustände der Teilchen und  $\gamma_\mu$  sowie  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$  sind Dirac-Matrizen. Die reellen Funktionen  $F_1$  und  $F_2$  heißen Dirac und Pauli-Formfaktoren. Sie sind so normiert, daß für  $q^2 = 0$   $F_1(0) = 1$  und  $F_2(0)$  das anomale magnetische Moment  $\mu_a$  des Protons ist. Speziell für das Elektron gilt in der hier betrachteten Näherung  $F_1(q^2) = 1$  und  $F_2(q^2) = 0$ ; d.h. das Elektron wird als punktförmig und ohne anomales magnetisches Moment angenommen mit einem Strom, der durch

$$\vec{j}_\mu^{(e)}(x) = e \bar{\Psi}_f^{(e)}(x) \gamma_\mu \Psi_i^{(e)}(x)$$

(5)

gegeben ist.

Das Quadrat der Streuamplitude von Gleichung (3) mit den entsprechenden Strömen von Elektron und Proton aus (4) und (5) führt nach Mittelung über die Spins im Anfangszustand und Summierung über die Spins im Endzustand auf den Rosenbluthwirkungsquerschnitt für die elastische e-p-Streuung

$$\frac{d\sigma_z}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{NS} \left\{ F_1^2(q^2) + \tau F_2^2(q^2) + 2\tau (F_1(q^2) + F_2(q^2))^2 \tan^2 \frac{\theta_z}{2} \right\}$$

(6)

mit  $\tau = -q^2/4M^2$  und  $q^2 = -4E_1E_3\sin^2\Theta/2$ . Dabei ist  $(d\sigma/d\Omega)_{NS}$  der Wirkungsquerschnitt für die Streuung eines relativistischen Elektrons an einer punktförmigen Ladung ohne Spin

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{NS} = \frac{\alpha^2}{4E_1^2} \frac{\cos^2\Theta/2}{\sin^4\Theta/2} \frac{1}{1 + \frac{2E_1}{M}\sin^2\Theta/2}$$

(7)

$E_1$  ist die Energie des einlaufenden Elektrons.  $\Theta$  ist der Streuwinkel des Elektrons und  $M$  die Masse des Protons.

Um die experimentelle Analyse zu vereinfachen, ist es zweckmäßig, bestimmte Linearkombinationen der Formfaktoren  $F_1$  und  $F_2$  einzuführen.

$$G_E = F_1 - \tau F_2 \quad F_1 = \frac{G_E + \tau G_M}{1 + \tau}$$

$$G_M = F_1 + F_2 \quad F_2 = \frac{G_M - G_E}{1 + \tau}$$

(8)

Die Rosenbluthformel, ausgedrückt durch die neuen Formfaktoren<sup>(5)</sup>, hat den Vorteil, daß sie keine gemischten Terme von  $G_E$  und  $G_M$  enthält.

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{NS} \left\{ \frac{G_E^2(q^2) + \tau G_M^2(q^2)}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2(q^2) \tan^2\Theta/2 \right\}$$

(9)

Aus der Definition der  $F_i$  ergeben sich folgende Bedingungen für  $G_E$  und  $G_M$  bei  $q^2 = 0$ :

$$G_E(0) = 1$$

$$G_M(0) = 1 + \mu_a = \mu$$

(10)

Damit beim zeitartigen Impulsübertrag  $q^2 = 4M^2$   
 $F_1$  und  $F_2$  gemäß (8) keinen Pol aufweisen, muß gelten

$$G_E(4M^2) = G_M(4M^2) \quad (11)$$

Ein Pol im Dirac und Pauliformfaktor an der Schwelle der Reaktion  $e^+ + e^- \longrightarrow p + \bar{p}$  würde zwar nicht zwangsläufig bedeuten, daß der Wirkungsquerschnitt divergiert, da der Phasenraum verschwindet; es würde jedoch heißen, daß das Schwellenverhalten dieser Reaktion recht kompliziert ist. Da dafür keine Hinweise bestehen, wird  $G_E$  und  $G_M$  die Bedingung (11) auferlegt.

In einem Koordinatensystem, in dem die zeitartige Komponente des Vierervektors  $q$  gleich Null und somit  $q^2 = \vec{q}^2$  ist, haben die Formfaktoren eine anschauliche geometrische Bedeutung, die die Benennung von  $G_E$  als elektrischen und  $G_M$  als magnetischen Formfaktor nahelegt. Ihre Fouriert transformierten können in diesem sog. Breitsystem als räumliche Verteilungen von elektrischer Ladung  $\rho(r)$  und magnetischen Moment  $\mu(r)$  interpretiert werden<sup>(5)</sup>. Diese Deutung ist nur in diesem Koordinatensystem physikalisch sinnvoll, da dann  $\rho(r)$  und  $\mu(r)$  Verteilungen im Ruhesystem des Protons beschreiben.

$$\begin{aligned} \rho(r) &= \int G_E(q^2) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3q \\ \mu(r) &= \int G_M(q^2) e^{i\vec{q}\vec{r}} d^3q \end{aligned} \quad (12)$$

Der mittlere quadratische Radius  $\langle r_{E,M}^2 \rangle$  dieser räumlichen Verteilungen wird durch folgenden Ausdruck definiert :

$$\langle r_{E,M}^2 \rangle = \frac{\int r^2 \frac{\rho(r)}{\mu(r)} d^3r}{\int \frac{\rho(r)}{\mu(r)} d^3r} = 6 \cdot \left. \frac{dG_{E,M}}{dq^2} \right|_{q^2=0} \quad (13)$$

Sein Wert hängt ab von der Steilheit, mit der die Formfaktoren bei kleinen Impulsüberträgen abfallen.

Die Ausdehnung des Protons zu bestimmen und Aufschluß darüber zu bekommen, wie Ladung und magnetisches Moment im Proton verteilt sind, ist von fundamentalem Interesse. Die Bedeutung liegt in der Möglichkeit, die starke Wechselwirkung zu erforschen, die für die Struktur des Protons verantwortlich ist. Theoretische Modelle, die versuchen, die Formfaktoren zu erklären, werden in Kapitel 6 beschrieben und mit den experimentellen Ergebnissen verglichen.

## 2.2 Gültigkeit der Rosenbluthformel

Die Rosenbluthformel ist eine direkte Konsequenz der Annahme, daß zwischen Elektron und Proton nur ein Photon ausgetauscht wird. Gourdin und Martin<sup>(6)</sup> haben gezeigt, daß sie gleichzeitig die allgemeinst mögliche Form hat, die mit der Einphotonenaustausch-Annahme im Einklang ist, selbst dann, wenn nicht nur das Proton sondern auch das Elektron eine Struktur hat.

Da die Größe  $(d\sigma_0/d\Omega)/(d\sigma/d\Omega)_{NS}$  aufgetragen gegenüber  $\tan^2\theta/2$  eine Gerade ergeben muß (vergl. Abb. 2), sind Abweichungen von diesem Verhalten ein Hinweis dafür, daß entweder die Annahme über den Austausch eines einzigen Photons falsch ist oder vielleicht sogar eine Modifikation der Quantenelektrodynamik erforderlich ist.

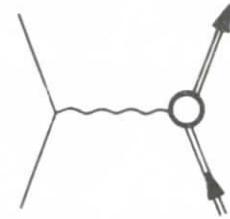
Eine mögliche Quelle für Korrekturen zur Rosenbluthformel können der Austausch von zwei oder mehr Photonen zwischen Elektron und Proton sein (Abb.3).



Abb. 3: Feynman Diagramme für den Zweiphotonenaustausch

# Rosenbluth Formel

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{NS} \left[ \frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1 + \tau} + 2\tau G_M^2 \tan^2 \frac{\theta}{2} \right]$$



$$\sigma_{NS} = \left( \frac{e^2}{2E_0} \right)^2 \frac{\cos^2 \frac{\theta}{2}}{\sin^4 \frac{\theta}{2}} \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{MC^2} \sin^2 \frac{\theta}{2}} ; \tau = \frac{q^2}{4M^2}, q^2 = \frac{4E_0^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{(\hbar c)^2 \left[ 1 + \frac{2E_0}{MC^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right]}$$

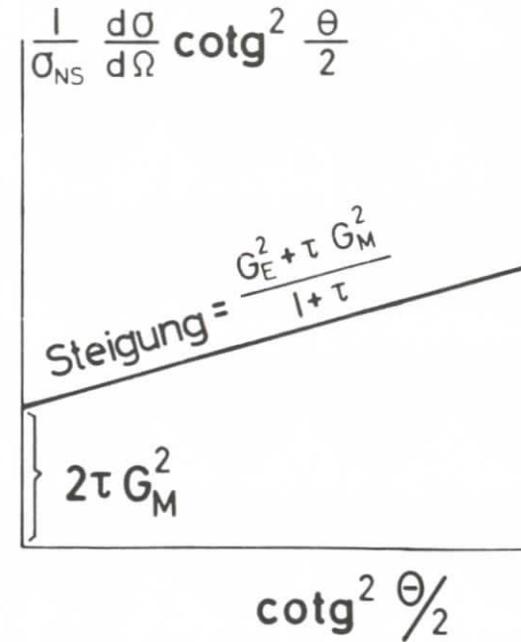
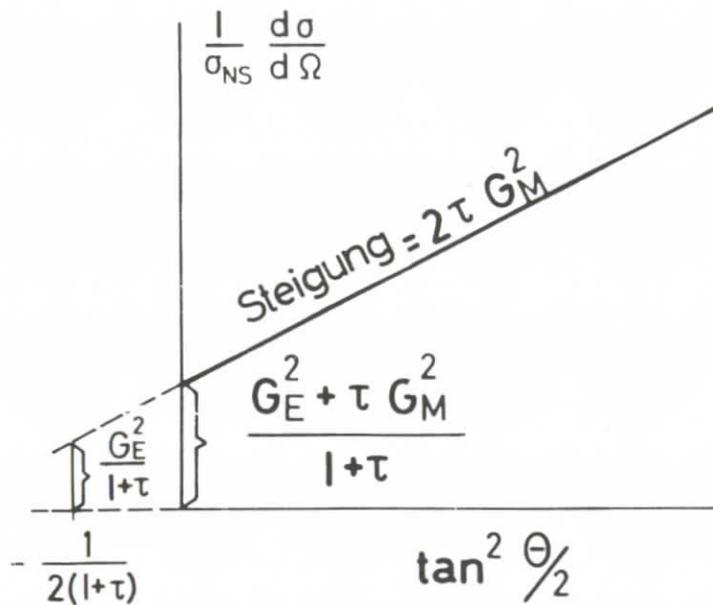


Abb.2

Sieht man von der Struktur des Protons ab, dann erwartet man, daß die Beiträge solcher Diagramme zum Wirkungsquerschnitt größenordnungsmäßig um  $\alpha=1/137$  kleiner sind als die Beiträge des Einphotonenaustausches. Die Anwesenheit von Formfaktoren kompliziert die Situation aus folgenden Gründen :

1. Wegen des Abfalls der Formfaktoren mit wachsendem  $q^2$  nimmt die Streuamplitude für den Einphotonenaustausch bei großen Impulsüberträgen rasch ab.
2. Beim Zweiphotonenaustausch können Resonanz- und Kontinuumszustände vom Proton angeregt werden.

Da bei tiefinelastischer e-p-Streuung der Wirkungsquerschnitt nicht so schnell wie der elastische Wirkungsquerschnitt mit wachsendem  $q^2$  abfällt, ist es denkbar, daß die Streuamplitude des Zweiphotonenaustausches bei sehr großen Impulsüberträgen vergleichbar wird mit der des Einphotonenaustausches.

Die Existenz eines Beitrages vom Zweiphotonenaustausch würde sich in folgender Weise bemerkbar machen.

1. Abweichungen der Daten von der Rosenbluthgeraden.
2. Das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte von elastischer Elektron-Proton- und Positron-Proton-Streuung ist ungleich 1.
3. Auftreten einer Polarisation der Rückstoßprotonen bei elastischer Streuung von unpolarisierten Elektronen an unpolarisierten Targetprotonen.
4. Asymmetrie bei der Streuung von Elektronen an polarisierten Protonen bei Umkehrung der Polarisationsrichtung.

Während 2. den Realteil der Zweiphotonenaustauschamplitude mißt, ist 3. und 4. empfindlich auf den Imaginärteil.

Bisherige Messungen erstrecken sich bis zu Impulsüberträgen von  $5 \text{ (GeV/c)}^2$ <sup>(7)</sup>. Sie sind innerhalb der Fehler im Einklang mit der Annahme, daß nur ein einziges Photon zwischen Elektron und Proton ausgetauscht wird.

### 2.3 Strahlungskorrektur

Die Streuung geladener Teilchen ist nach einem Theorem von Bloch und Nordsiek<sup>(8)</sup> stets begleitet von der Emission unendlich vieler weicher Photonen. Dabei ist die Abstrahlung von Photonen durch ein Elektron wegen seiner kleinen Masse von wesentlich größerer Bedeutung als die eines Protons.

Zur Beschreibung des experimentell gemessenen Wirkungsquerschnitts reicht also das in Abb. 1 gezeigte Feynman-Diagramm nicht aus. Zum meßbaren Wirkungsquerschnitt tragen auch alle höheren Ordnungen in der Feinstrukturkonstanten bei. Wegen der Kleinheit von  $\alpha$  begnügt man sich mit Beiträgen von solchen Prozessen, die von der nächst höheren Ordnung sind. Dazu gehören:

1. Interferenzterme zwischen den elastischen Prozessen der Abbildung 4 und dem Einphotonenaustausch der Abbildung 1.
2. Inelastische Prozesse, bei denen ein virtuelles Photon ausgetauscht und ein reelles emittiert wird. (Abb.5)

Ein Teil der Interferenzterme ist divergent. Dazu gehören die Beiträge vom Zweiphotonenaustausch und von der Vertexkorrektur. Diese sog. Infrarotsingularitäten rühren von einer Integration über kleine Impulse im Photonpropagator her. Ihr Auftreten ist eine Folge der physikalisch sinnlosen aber durch die Feynman-Graphen der Quantenelektrodynamik nahegelegten Einteilung der e-p-Streuung in elastische und inelastische Prozesse bezüglich der Erzeugung von Photonen. Die physikalisch relevante Größe ist nur die Summe der Streuamplituden von beiden Prozessen. Es zeigt sich, daß in dieser Summe der infrarotdivergente Anteil vom Zweiphotonenaustausch und der Vertexkorrektur sich mit einer Infrarotdivergenz der inelastischen Prozesse kompensiert. Die Aussage im Kapitel 2.2 über die Beiträge des Zweiphotonenaustausches zum Wirkungsquerschnitt der elastischen e-p Streuung bezieht sich deswegen nur auf den nicht infrarotdivergenten Anteil.

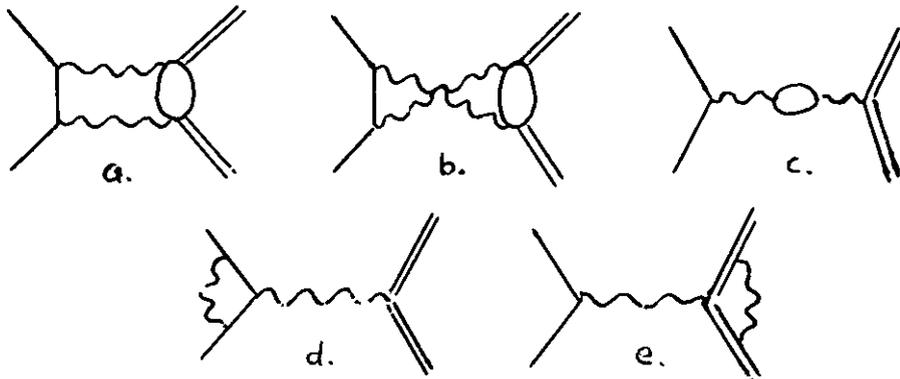


Abb. 4: Feynman Diagramme für elastische Prozesse, deren Wirkungsquerschnitte von 4. Ordnung in  $\alpha$  sind. a) + b): Zweiphotonenaustausch; c) Vakuumpolarisation; d) + e): Vertexkorrektur.

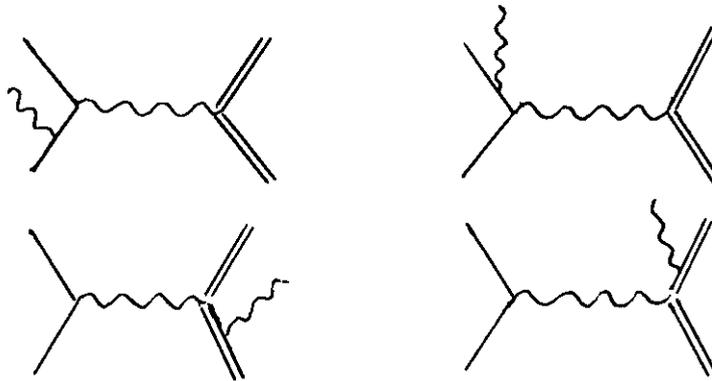


Abb. 5: Feynman Diagramme für inelastische Prozesse der Ordnung  $\alpha^3$ .

Unter der Voraussetzung, daß die Streuamplitude des Einphotonenaustausches konstant bleibt, wenn sich der Impulsübertrag auf das Proton durch Photonenemission des einlaufenden Elektrons ändert, sind sowohl die Interferenzterme der elastischen Reaktionen als auch die inelastischen Prozesse proportional zum Rosenbluthwirkungsquerschnitt  $d\sigma/d\Omega_0$ .

Die Proportionalitätskonstante  $\mathcal{S}$  hängt von den gleichen Variablen ab wie der elastische Wirkungsquerschnitt und zusätzlich von der Energiegrenze  $\Delta E$ , bis zu der die Meßanordnung über emittierte unbeobachtete Photonen integriert. Der experimentelle Wirkungsquerschnitt wird demnach durch folgenden Ausdruck beschrieben:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{EXP}} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} (1 + \delta(\Delta E))$$

(14)

Die Strahlungskorrektur  $\delta(\Delta E)$  für elastische e-p-Streuung ist von mehreren Autoren<sup>(9, 10, 11)</sup> berechnet worden. Die Formel von Meister und Yennie<sup>(10)</sup> lautet:

a) Strahlungskorrektur beim Nachweis des gestreuten Elektrons:

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left( \ln \frac{q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \left( \eta \frac{\Delta E_3}{E_3} \right) + \frac{13}{6} \ln \frac{q^2}{m^2} - \frac{1}{2} \ln^2 \eta - \frac{28}{9} \right\} \\ & + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \ln \eta \ln \left( \eta \left( \frac{E_1}{E_4} \right)^2 \left( \frac{\Delta E_3}{E_3} \right)^4 \right) \right\} \\ & + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left( \frac{E_4}{P_4} \ln \frac{E_4 + P_4}{M} - 1 \right) \ln \left( \frac{E_1^2}{M E_4} \left( \frac{\Delta E_3}{E_3} \right)^2 \right) + \frac{3}{2} \ln \frac{2E_4}{M} - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{E_4}{M} \right\} \\ & \eta = 1 / (1 + 2E_1 / M \sin^2 \theta / 2) \end{aligned} \quad (15)$$

b) Strahlungskorrektur beim Nachweis des gestreuten Protons:

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left( \ln \frac{q^2}{m^2} - 1 \right) \ln \Lambda + \frac{17}{12} \ln \frac{q^2}{m^2} - \frac{1}{2} \ln^2 \Lambda - \frac{3}{4} \ln \Lambda - \frac{28}{9} \right\} \\ & + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \ln \eta \ln \frac{q^2 \Lambda^4}{4M^2 E_4 E_3} \right\} \\ & + \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \left( \frac{E_4}{P_4} \ln \frac{E_4 + P_4}{M} - 1 \right) \ln \frac{q^2 \Lambda^2}{4M^2 E_4 E_3} + \frac{3}{2} \ln \frac{2E_4}{M} - \frac{1}{2} \ln^2 \eta \right\} \\ & \Lambda = \frac{E_1 + M}{E_4} \frac{\Delta P_4}{P_4} \end{aligned} \quad (16)$$

$E_4$  und  $p_4$  sind Energie und Impuls des Rückstoßprotons.

Der Hauptunterschied zwischen der Strahlungskorrektur beim Nachweis des gestreuten Elektrons einerseits und dem Nachweis des Rückstoßprotons andererseits liegt in einem kinematischen Effekt. Das auslaufende Elektron kann nämlich einen großen Bruchteil seiner Energie in Flugrichtung abstrahlen, ohne daß sich der Impuls oder der Streuwinkel des Rückstoßprotons ändert. Das hat zur Folge, daß der Prozeß, bei dem das auslaufende Elektron ein Photon emittiert, sich in seiner Bedeutung für die Strahlungskorrektur sehr unterscheidet von jenem, bei dem das einlaufende Elektron Energie abstrahlt.

Experimentell kann man diesen Effekt sehr anschaulich demonstrieren, wenn man die Winkelverteilung des Rückstoßprotons in Koinzidenz mit solchen Elektronen aufnimmt, die einen merklichen Anteil ihrer Energie durch Emission von Photonen verloren haben (Abb.6).

Die beiden Maxima in Abbildung 6 entsprechen den beiden Möglichkeiten, die das Elektron für die Abstrahlung reeller Photonen hat. Das Maximum bei  $61^\circ$  gehört zu der Emission reeller Photonen durch das auslaufende Elektron. Seine Lage ist nahezu unabhängig von dem Bruchteil der Energie, die das Elektron abgestrahlt hat. Wenn dagegen das einlaufende Elektron ein Photon emittiert, dann ist der Impulsübertrag auf das Proton kleiner. Das bedeutet, daß der Wirkungsquerschnitt größer ist und das Proton bei festem Streuwinkel und Impuls des Elektrons unter größerem Winkel nachgewiesen wird.

### 2.3.1 Vielfachemission weicher Photonen

Die Emission von mehr als einem reellen Photon ist bei der Berechnung von  $\delta$  vernachlässigt worden. Das führt dazu, daß der Ausdruck auf der rechten Seite von Gleichung (14) für  $\Delta E \rightarrow 0$  divergiert. Andererseits erwartet man, daß in diesem Grenzfall der gemessene Wirkungsquerschnitt Null wird, da eine Streuung geladener Teilchen ohne Abstrahlung von Photonen nicht existiert.

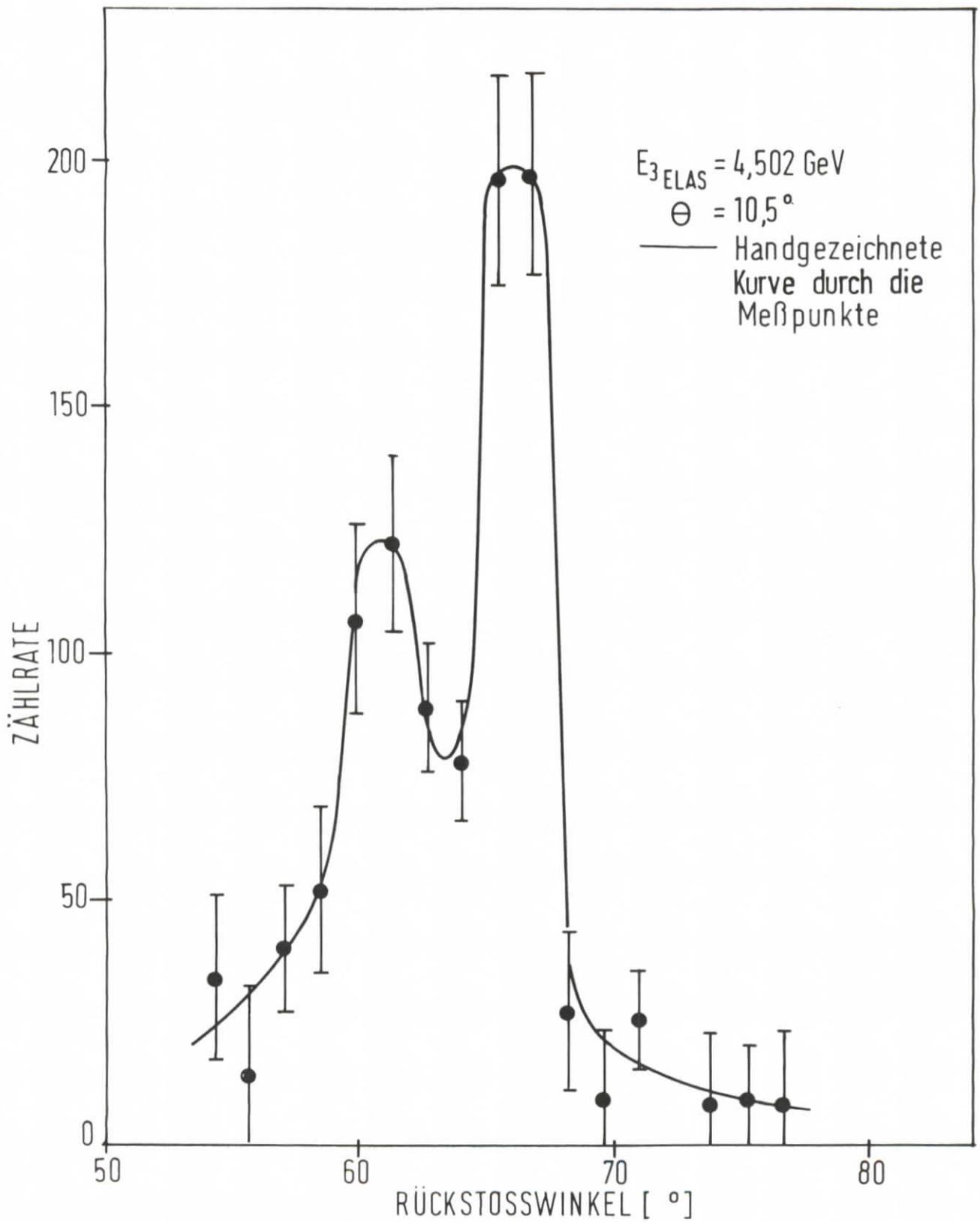


Abb. 6  
 Winkelverteilung der Rückstoßprotonen, die in Koinzidenz sind mit Elektronen der Energie  $E_3 = 3,345 \text{ GeV}$

Yennie, Frautschi und Suura<sup>(12)</sup> haben gezeigt, daß die Vielfachemission von weichen Photonen durch Exponentieren des infrarotdivergenten Anteils von Gleichung (15) bzw. (16) berücksichtigt werden kann. Der Korrekturfaktor  $1 + \delta$  ist somit in folgender Weise zu modifizieren.

$$1 + \delta \longrightarrow (1 + \delta_1) e^{\delta_2} \quad (17)$$

wobei  $\delta_2$  der infrarote Beitrag ist und  $\delta_1$  den restlichen Anteil von  $\delta$  darstellt. Dadurch bekommt der gemessene Wirkungsquerschnitt ein vernünftiges asymptotisches Verhalten für  $\Delta E \rightarrow 0$ . Die Trennung der beiden Anteile von  $\delta$  ist jedoch nicht eindeutig. Meister und Yennie<sup>(10)</sup> haben vorgeschlagen, nur die doppelt logarithmischen Terme zu exponentieren.

Ob außer den infrarotdivergenten Gliedern noch andere Terme in Gleichung (15) und (16) exponentiert werden müssen, ist ungelöst.

### 2.3.2 Reelle Bremsstrahlung

Elektronen, die im Target an einem Proton gestreut werden, können vor oder nach dem eigentlichen Streuprozeß im Feld eines anderen Protons oder an Kernen der im Strahl befindlichen Folien abgebremst werden und reelle Photonen emittieren. Diese sog. externe reelle Bremsstrahlung zeigt fast die gleiche Abhängigkeit von dem Energieverlust  $\Delta E$  des Elektrons wie die inelastischen Prozesse in Abb. 5 bei der Strahlungskorrektur. Beide Effekte bewirken, daß sich an das elastische Maximum in der Energieverteilung der gestreuten Elektronen ein Strahlungsschwanz anschließt. Ein Teil der Elektronen entzieht sich deswegen dem Nachweis, da vom Spektrometer nur ein begrenztes Energieband akzeptiert wird.

Ebenso wie die Strahlungskorrektur kann die reelle Bremsstrahlung durch einen Faktor am Rosenbluthwirkungsquerschnitt berücksichtigt werden. Läßt man nur die Emission eines einzigen reellen Photons im Feld eines Kerns zu, erlaubt aber die Mehrfachstreuung an verschiedenen Kernen, dann hat nach Mo und Tsai<sup>(22)</sup> für kleine  $\Delta E$  der Korrekturfaktor folgende Form.

a) Bremsstrahlung beim Nachweis des Elektrons

$$e^{\delta_t} = e^{b \cdot t_1 \ln \frac{\Delta E_1}{E_1} + b t_2 \ln \frac{\Delta E_3}{E_3}} \quad (18)$$

( $b = 1.357 \cdot 4/3$  für Wasserstoff)

b) Bremsstrahlung beim Nachweis des Protons

$$e^{\delta_t} = e^{b t_1 \ln \frac{\Delta E_1}{E_1}} \quad (19)$$

$t_1$  und  $t_2$  sind die vom Elektron durchlaufenen Materialdicken vor und hinter dem Target in Einheiten von Strahlungslängen. Beide Größen enthalten jeweils die halbe Targetlänge.  $\Delta E_1$  ist der maximale Energieverlust, den das einlaufende Elektron erleiden darf, damit das gestreute Teilchen noch im Spektrometer innerhalb der Energieakzeptanz  $\Delta E_3$  bzw.  $\Delta E_4$  nachgewiesen wird. Daß beim Nachweis des Protons der zweite Summand im Exponenten von Gleichung (19) nicht auftritt, besagt lediglich, daß das Proton nicht merkt, ob das auslaufende Elektron im Feld eines anderen Kerns noch Photonen emittiert oder nicht.

Gleichung (14) ist demnach bei Berücksichtigung von (17) und (18) bzw. (19) folgendermaßen abzuwandeln.

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{EXP}} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} (1 + \delta_1) e^{\delta_2 + \delta_t} \quad (20)$$

### 2.3.3 Unsicherheiten bei der Strahlungskorrektur

Sowohl von Tsai<sup>(11)</sup> als auch von Meister und Yennie<sup>(10)</sup> wird die Genauigkeit in der Berechnung der Strahlungskorrektur mit 1 bis 2 % vom gemessenen Wirkungsquerschnitt abgeschätzt. In dieser Fehlerangabe sind folgende Unsicherheiten enthalten:

1. Berechnung von Beiträgen, bei denen zwischen Elektron und Proton mehr als ein Photon ausgetauscht wird;
2. Berechnung solcher Feynman-Diagramme, bei denen das Proton Photonen abstrahlt;
3. Berechnung der Vielfachemission.

Eine Unsicherheit, die nicht in der Fehlerabschätzung enthalten ist und die sowohl bei der Strahlungskorrektur als auch bei der reellen Bremsstrahlungskorrektur auftritt, rührt von der Annahme her, daß die Streuamplitude des Einphotonenaustausches konstant bleibt, wenn sich der Impulsübertrag auf das Proton durch Photonenemission des einlaufenden Elektrons ändert. Diese Annahme ist gleichwertig damit, daß in Abbildung 6 die absolute Höhe der beiden Maxima in der Winkelverteilung der Rückstoßprotonen als gleich vorausgesetzt wird. Für kleine Streuwinkel des Elektrons ist das bei einer Energieakzeptanz  $\Delta E$  von 2-3 % eine gerechtfertigte Näherung.

Bei großem Streuwinkel hingegen bewirkt eine große Änderung der Einfallenergie nur eine kleine Änderung der gestreuten Energie. Deswegen kann ein einlaufendes Elektron einen merklichen Bruchteil seiner Energie abstrahlen und dennoch in die Energieakzeptanz des Spektrometers fallen. Da der elastische Wirkungsquerschnitt mit abnehmender Einfallenergie rasch ansteigt, ist bei Vernachlässigung dieses Effektes der gemessene Strahlungsschwanz größer als der berechnete. Das kann bei hohem Impulsübertrag zu einem Fehler im Wirkungsquerschnitt von mehreren Prozent führen.

Eine Möglichkeit, die Variation des Wirkungsquerschnittes innerhalb der Energieakzeptanz des Spektrometers zu berücksichtigen, wird im Kapitel 4.2.2.2 beschrieben.

### 3. Experimentelle Anordnung

#### 3.1 Prinzip der Messung

Die Bestimmung der beiden Formfaktoren des Protons erfordert Messungen des elastischen Wirkungsquerschnittes bei festem Impulsübertrag  $q^2$  und mindestens zwei verschiedenen Streuwinkeln. Aus der Neigung und dem Ordinatenabschnitt der Rosenbluthgeraden ergibt sich das Quadrat der Formfaktoren  $G_E$  und  $G_M$  (vergl. Abb. 2).

Die Kinematik der elastischen Elektron-Proton-Streuung ist bei gegebener Energie und Richtung des einfallenden Elektrons durch Impuls und Richtung des gestreuten Elektrons oder durch die entsprechenden Größen des Rückstoßprotons festgelegt.

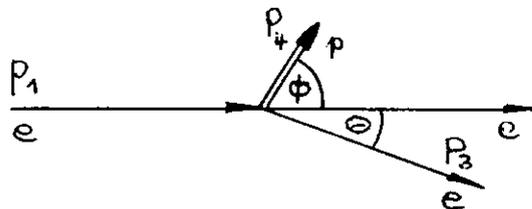


Abb. 7: Streudiagramm

Inelastische Streuprozesse unterscheiden sich von elastischen Reaktionen dadurch, daß die nachgewiesenen Teilchen bei gleichem Streuwinkel einen kleineren Impuls haben. Die kleinste relative Impulsdifferenz zwischen einem elastischen Prozeß und einem inelastischen Ereignis, bei dem im Endzustand außer dem gestreuten Elektron und Proton noch ein neutrales Pion der Masse  $m_{\pi^0}$  vorhanden ist, beträgt

$$\frac{\Delta p_3}{p_3} = \frac{(M + m_{\pi^0})^2 - M^2}{2ME_1} \quad (21)$$

beim Nachweis des gestreuten Elektrons und

$$\frac{\Delta p_4}{p_4} \approx \frac{m_{\pi^0}^2}{2M(M+E_1)} \left( 1 + \frac{(M+E_1)^2}{E_1^2 \cos^2 \phi} \right) \quad (22)$$

beim Nachweis des Rückstoßprotons.

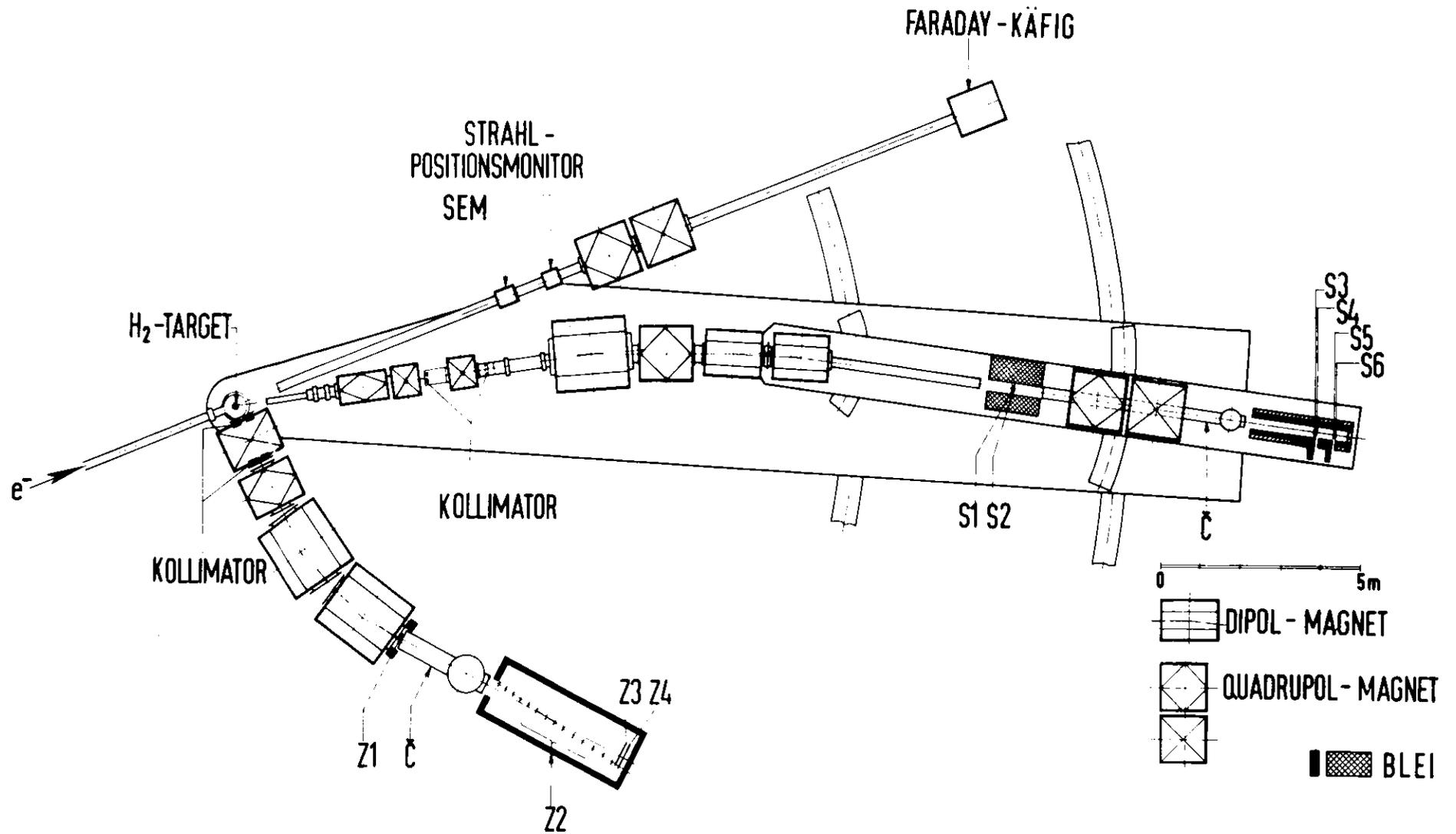
Die zur Messung von Impuls und Winkel verwendeten Spektrometer müssen eine Impulsauflösung haben, die klein ist gegenüber den in Gleichung (21) bzw. (22) angegebenen Werten. Denn einerseits muß gewährleistet sein, daß inelastische Reaktionen abgetrennt werden können, und andererseits wird der auf Strahlungseffekte korrigierte Wirkungsquerschnitt erst dann von  $\Delta E$  unabhängig, wenn der Abstand zwischen elastischem Maximum und inelastischer Schwelle etwa das 3-4-fache der Impulsauflösung beträgt. Wenn die Spektrometereigenschaften sehr genau bekannt sind, so daß eine Entfaltung der Spektrometerauflösung vom gemessenen Impulsspektrum möglich ist, kann die letztere der beiden Bedingungen umgangen werden.

### 3.2 Überblick über den Aufbau des Experiments

Abb. 8 zeigt den Aufbau des Experiments. Der aus dem Synchrotron ausgelenkte Elektronenstrahl wird durch ein System von Quadrupolen und Ablenkmagneten auf ein 6 cm langes flüssiges Wasserstofftarget fokussiert. Danach durchlaufen die Elektronen 7 m hinter dem Target einen Sekundäremissionsmonitor (SEM) und einen Positionsmonitor. Nach nochmaliger Fokussierung durch zwei Quadrupole wird der Elektronenstrahl in einem Faradaykäfig gestoppt. Am Wasserstoff gestreute Elektronen werden je nach Streuwinkel in zwei magnetischen Spektrometern durch Szintillationszähler nachgewiesen und in Cerenkovzählern identifiziert.

Das Kleinwinkelspektrometer<sup>(3)</sup> besteht aus 6 Quadrupolen und 3 Ablenkmagneten, die auf einer 26 m langen Plattform aufgebaut sind. Die Plattform ist um das Target im Winkelbereich zwischen  $10$  und  $21^\circ$  schwenkbar. Alle Magnete und Zähler, die hinter dem zweiten Ablenkmagneten aufgebaut sind, befinden sich auf einer zweiten Lafette, die auf der ersten um einen Drehzapfen am Ausgang des zweiten Ablenkmagneten geschwenkt werden kann. Neben dem Nachweis von Elektronen bei kleinem Streuwinkel dient das Kleinwinkelspektrometer zur Messung von Winkel und Impuls solcher Rückstoßprotonen, die zum gleichen Impulsübertrag gehören, wie die im Großwinkelspektrometer nachgewiesenen Elektronen.

Abb. 8 EXPERIMENTELLER AUFBAU



Die Optik des Großwinkelspektrometers ist gegenüber der des Kleinwinkelspektrometers einfach. Es ist aus 2 Quadrupolen und 2 Ablenkmagneten zusammengesetzt, die unter  $86^{\circ}$  fest auf dem Hallenboden stehen.

Das Experiment wird von einer PDP-8-I Rechenmaschine<sup>(13)</sup> überwacht. Sie ist angeschlossen an eine IBM 360/75, die detaillierte Information für jedes durch die Zähler registrierte Teilchen auf Magnetband speichert.

### 3.2.1 Externer Elektronenstrahl

Die Zeitdauer, während der Elektronen aus dem Synchrotron ejiziert werden, beträgt etwa  $500 \mu\text{sec}$  bei einer Wiederholfrequenz von 50 Herz und einer Strahlintensität von  $3 \cdot 10^{11}$  Elektronen/sec. An der Auslaßkammer des Synchrotrons hat der Elektronenstrahl eine Breite von etwa 10 mm und eine Höhe von 4 mm. Durch ein System von 6 Quadrupolen und 2 Ablenkmagneten wird dieser Querschnitt auf das Target abgebildet. Zwei weitere Quadrupole lenken den Strahl in den Faradaykäfig .

Das Strahltransportsystem<sup>(14)</sup> gliedert sich in zwei Abschnitte. Im ersten Teil wird eine Impulsanalyse vorgenommen und im zweiten Abschnitt wird die Impulsauffächerung rückgängig gemacht, um einen dispersionsfreien Fokus in beiden Ebenen am Target zu erzeugen. Die Energieverteilung der auf das Target treffenden Elektronen hat eine Halbwertsbreite von etwa 0,15% und ein Fußbreite von etwa 0,25% .

Zur Intensitätsmessung dient der Faradaykäfig<sup>(15)</sup>. Die von ihm akkumulierte Ladung wird aufintegriert und mit einer Messung der selben Größe durch den Sekundäremissionsmonitor<sup>(15)</sup> verglichen. Dadurch ist einerseits eine Überwachung der Integratoren möglich und andererseits kann die Strahlfokussierung zwischen SEM und Faradaykäfig kontrolliert werden.

### 3.2.2 Wasserstofftarget

Das eigentliche Reaktionsgefäß, die Targetzelle, ist ein 6 cm langer, mit flüssigem Wasserstoff gefüllter Zylinder aus 100 $\mu$  dicker Kapton-H-Folie. Beim Füllen der Zelle wird gasförmiger Wasserstoff durch einen Wärmeaustauscher, der ebenfalls mit flüssigem Wasserstoff gekühlt wird, in die Zelle gedrückt und dabei verflüssigt. Die Dichte des einkondensierten flüssigen Wasserstoffs in der Zelle wurde aus dem Dampfdruck über die Temperatur bestimmt. Zelle und Kondensationsgefäß sind zur Wärmeisolation von Hochvakuum umgeben (16).

Zur Messung der Untergrundzählrate wird der flüssige Wasserstoff durch den eigenen Dampfdruck in das Kondensationsgefäß zurückgedrückt. Die Leertargetrate betrug etwa 3 % von der mit vollem Target gemessenen Zählrate.

### 3.3 Spektrometer

#### 3.3.1 Fokussierungseigenschaften eines Schrägfensterspektrometers

Die Teilchenbahn in einem fokussierenden Spektrometer hängt außer von den Fokussierungseigenschaften der Quadrupole und dem Ablenkwinkel der Dipolmagnete noch ab von den Anfangsbedingungen, unter denen das geladene Teilchen das Target verläßt. Dazu gehören der Ort des Streuzentrums  $(x_0, z_0)$  im Target, die Winkel  $(x'_0, z'_0)$ , unter denen das Teilchen relativ zur Achse des Spektrometers erzeugt wird und die Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p_0}$  bezüglich des Impulses, auf den das Spektrometer eingestellt ist. Beschränkt man sich auf achsennahe Teilchenbahnen, dann gilt in guter Näherung, daß die horizontale und die vertikale Komponente der Bewegung voneinander unabhängig sind. Wenn die Streuebene gleichzeitig die Ebene ist, in der die Dipolmagnete ablenken, dann gilt für die Abweichung der horizontalen Komponente X von der Sollbahn im Abstand s vom Target folgende Beziehung (17).

$$X(s) = C(s)x_0 + S(s)x_0' + D(s)\frac{\Delta p}{p_0} \quad (23)$$

C und S sind Funktionen, die durch die Eigenschaften der Quadrupole bestimmt werden und D, die Dispersion, beschreibt die Wirkung der Ablenkmagnete. Eine Brennebene am Ort  $s = s_1$  zeichnet sich dadurch aus, daß  $C(s_1) = 0$  ist. Ein Zähler in der Brennebene zwischen den Koordinaten  $x_1$  und  $x_2$  akzeptiert also alle diejenigen Teilchen, für die

$$X_1 \leq S(s)x_0' + D(s)\frac{\Delta p}{p_0} \leq X_2 \quad (24)$$

gilt. In einem Diagramm (Abb. 9), in dem der Impuls des gestreuten Teilchens  $p$  gegenüber dem Streuwinkel aufgetragen ist, entspricht Gleichung (24) einem schräg liegenden Fenster, dessen Neigung durch die Spektrometersteigung

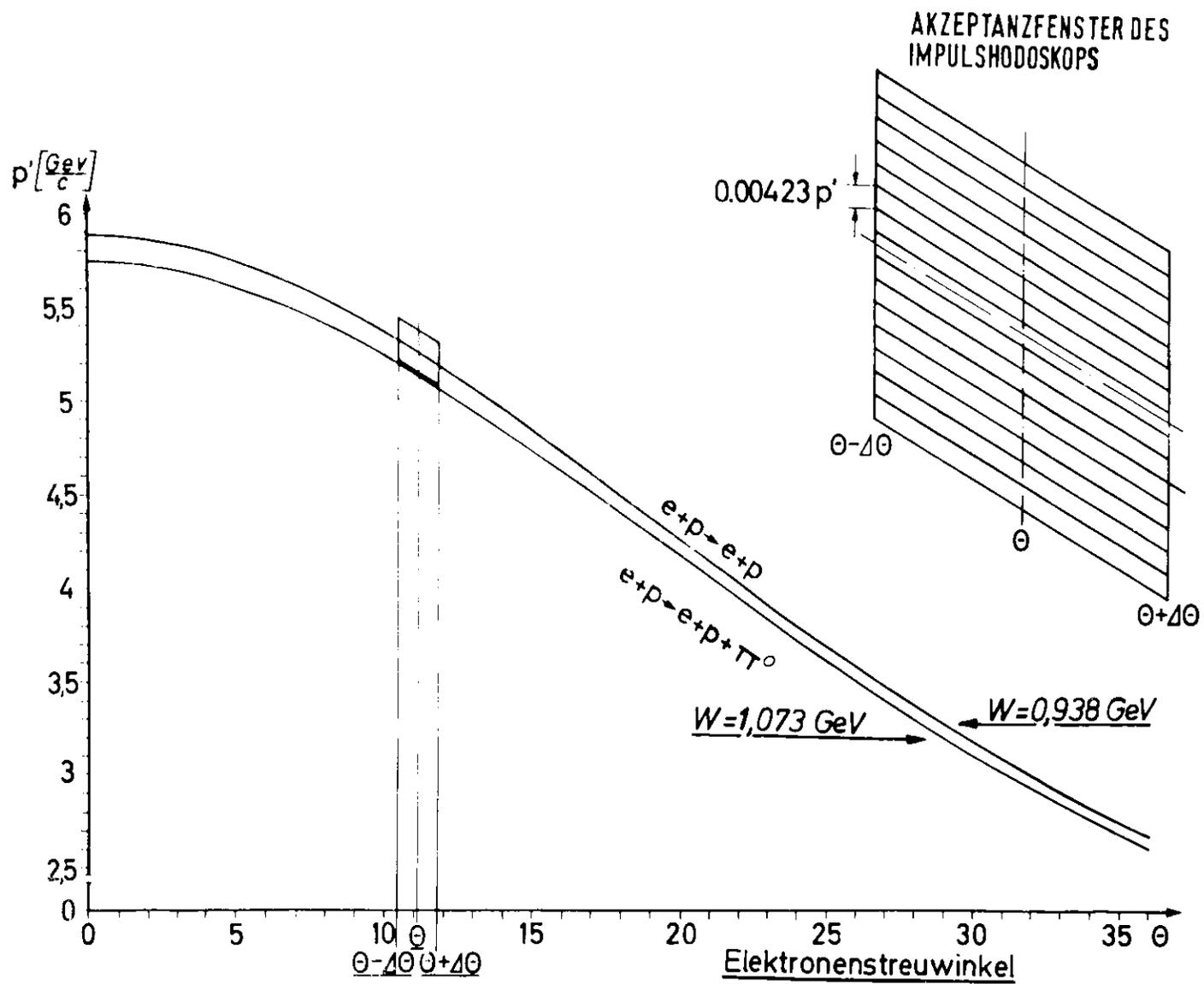
$$\frac{1}{p_0} \frac{dp}{d\theta} = - \frac{S(s_1)}{D(s_1)} \quad (25)$$

gegeben ist und die durch Änderung der Dispersion der jeweiligen Kinematik des zu untersuchenden Prozesses angepaßt werden kann.

Für die allgemeine Reaktion  $e + p \longrightarrow e + X$ , wobei X das Rückstoßsystem bezeichnet, wird die Kinematik des gestreuten Elektrons durch

$$p_3 = \frac{E_1 - \frac{W^2 - M^2}{2M}}{1 + \frac{2E_1}{M} \sin^2 \theta/2} \quad (26)$$

beschrieben.  $W$  ist dabei die Masse von X. Im  $p$ - $\theta$  Diagramm liefert Gleichung (26) bei gegebener Einfallsenergie eine Kurvenschar mit  $W$ , der sogen. Missing Mass, als Parameter. Fallen Spektrometersteigung und kinematische Steigung zusammen, dann entspricht jedem Zähler in der



IMPULS DES GESTREUTEN ELEKTRONS ALS FUNKTION DES STREUWINKELS FÜR EINE EINFALLSENERGIE VON 5,89 GEV

Abb. 9

Brennebene genau ein Missing Mass Intervall (Abb. 9).

### 3.3.2 Gegenüberstellung von Klein- und Großwinkelspektrometer

Obwohl die in Abb. 8 gezeigten Spektrometer beide Schrägfensterspektrometer sind, ist ihr Aufbau sehr verschieden. Das resultiert aus den sehr unterschiedlichen Bedingungen beim Nachweis von Teilchen unter kleinem und großem Streuwinkel.

Der hohe Untergrund in Strahlnähe macht beim Kleinwinkelspektrometer eine Ablenkung weg vom einfallenden Strahl nötig. Gleichzeitig wird dadurch die Einführung eines Winkelfokus erreicht, der aus zwei Gründen nützlich ist:

1. Die horizontale Winkelakzeptanz kann durch einen Kollimator an dieser Stelle scharf begrenzt werden und wird nahezu unabhängig von der Targetlänge.
2. Der Streuwinkel der in das Spektrometer fallenden Teilchen kann an dieser Stelle durch ein Zählerhodoskop auf einen Bruchteil der Winkelakzeptanz genau gemessen werden.

Auf diese beiden Vorteile muß man beim Großwinkelspektrometer zu Gunsten eines möglichst großen Raumwinkels verzichten. Dieser soll den Raumwinkel vom Kleinwinkelspektrometer um ein Vielfaches übertreffen, da der Wirkungsquerschnitt mit zunehmendem Streuwinkel rasch abfällt.

Bezüglich der Impulsauflösung werden an das Kleinwinkelspektrometer die größeren Anforderungen gestellt. Beim Nachweis von elastisch gestreuten Protonen im Kleinwinkelspektrometer beträgt bei  $E_1 = 1,7 \text{ GeV}$  und  $\theta = 21^\circ$  der Abstand zur Schwelle für inelastische Prozesse nur 1,4 %. Zum gleichen Impulsübertrag gehörige elastisch gestreute Elektronen haben dagegen im Großwinkelspektrometer einen um 8,5 % größeren Impuls als die energiereichsten inelastisch gestreuten Elektronen. Um eine Impulsauflösung zu erreichen, die klein ist gegenüber diesen Werten, müssen zwei Forderungen im Fall des Kleinwinkelspektrometers erfüllt werden.

1. Beschränkung auf achsennahe Teilchen-Bahnen innerhalb der Magnete, um chromatische Fehler in der Optik so

klein wie möglich zu halten. Das ist nur durch einen kleinen Raumwinkel zu erreichen.

2. Anpassung der kinematischen Steigung im  $p-\theta$  Diagramm an die Spektrometersteigung. Dies erfordert, daß der Ablenkwinkel der Dipolmagnete verändert werden kann.

Beim Großwinkelspektrometer sind beide Forderungen unnötig, da eine Impulsauflösung von 1,5 % ausreicht und die kinematische Steigung bei großem Streuwinkel ohnehin nicht stark variiert.

Gemeinsam ist beiden Spektrometern die extreme Neigung der Brennebene gegenüber der Sollbahn ( $6^\circ$ ). Der 50mal größere Raumwinkel und etwa die 2fache Impulsakzeptanz machen jedoch beim Großwinkelspektrometer erforderlich, daß das Impulshodoskop entlang der Brennebene angeordnet wird, um die Impulsauflösung von 1,5 % nicht zu unterschreiten.

Tabelle 1: Spektrometerdaten

	Kleinwinkel- spektrometer	Großwinkel- spektrometer
Streuwinkel	10-21 $^\circ$	86 $^\circ$
hor. Winkelakzeptanz	24.0 mrad	HWB = 88 mrad FB = 140 mrad
vert. Winkelakzeptanz	18,2 mrad	300 mrad
Raumwinkel für $\frac{\Delta p}{p_0} = 0$	0.435 msterad	21.0 msterad
Impulsakzeptanz	4.8 - 10.5 %	HWB = 10 % FB = 14 %
Impulsauflösung für $\Delta p/p_0 = 0$	(0.3-0.6)%	1.5 %
transv. Dispersion	(1.1-2.5) cm/%	4.1 cm/%
Ablenkwinkel der Dipolmagnete	(10.66-22.66) $^\circ$	37.25 $^\circ$
Spektrometersteigung	-(0.83-1.79) radian $^{-1}$	-0.6 radian $^{-1}$

Die wichtigsten Eigenschaften der beiden Spektrometer sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Eine ausführliche Beschreibung des Kleinwinkelspektrometers findet man bei (3). Nähere Einzelheiten des Großwinkelspektrometers sind dem Anhang dieser Arbeit zu entnehmen .

### 3.3.3 Raumwinkelakzeptanz vom Kleinwinkelspektrometer

Die beiden Kollimatoren, die die Raumwinkelakzeptanz beim Kleinwinkelspektrometer definieren, befinden sich in einem horizontalen und in einem vertikalen Winkelfokus. Deswegen ist in guter Näherung der Raumwinkel gleich dem Produkt der horizontalen und vertikalen Winkelakzeptanz dieser Kollimatoren.

Der zur Auswertung verwendete Wert für den vom Spektrometer erfaßten Raumwinkel wurde mit Hilfe einer Monte-Carlo-Rechnung ermittelt. Das Programm löst die Bahngleichungen der Teilchen in zweiter Ordnung und berücksichtigt Vielfachstreuung entlang der Trajektorien. Für die Mitte des Impulshodoskops weicht der so berechnete Wert nur um 1 % vom Produkt der beiden Winkelakzeptanzen ab. Chromatische Linsenfehler der Magnete bewirken, daß sich der Raumwinkel über das 12 cm breite Impulshodoskop linear um  $\pm 5$  % ändert. Deswegen muß bei der Berechnung des effektiven Raumwinkels die Impulsverteilung der elastisch gestreuten Ereignisse berücksichtigt werden.

### 3.3.4 Raumwinkelakzeptanz vom Großwinkelspektrometer

#### 3.3.4.1 Rechnung

Die genaue Berechnung des Raumwinkels mit Hilfe einer Monte-Carlo-Rechnung ist aus vier Gründen schwieriger als beim Kleinwinkelspektrometer.

1. Da ein horizontaler Zwischenfokus fehlt, ist die horizontale Winkelakzeptanz nicht scharf begrenzt und abhängig von der Targetausdehnung.
2. Die Teilchenbahnen in den Magneten können nur noch begrenzt als achsennahe bezeichnet werden, so daß chro-

matische Linsenfehler wesentlich stärker ins Gewicht fallen.

3. Die große Apertur der verwendeten Quadrupole bedingt, daß der Feldgradient im Magneten nicht mehr als konstant approximiert werden kann.
4. Die Energie der gestreuten Elektronen ist klein, so daß die Vielfachstreuung einen merklichen Einfluß auf Impulsauflösung und Raumwinkel hat.

In der Monte-Carlo-Rechnung wurden die Bahngleichungen unter Berücksichtigung der speziellen Feldverteilung der beiden Quadrupole gelöst (17).

Wegen der großen Winkelakzeptanz wurden in den Differentialgleichungen, die die Bewegung in den Quadrupolen beschreiben, erst Glieder vernachlässigt, die von 4. Ordnung in den Koordinaten  $x, z, x', z', \frac{\Delta p}{p_0}$  sind. Bei den Ablenkmagneten wurden Glieder bis zur zweiten Ordnung berücksichtigt (18). Da der Raumwinkel nicht wie im Kleinwinkelspektrometer linear von der Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p_0}$  abhängt und nicht an den Rändern des akzeptierten Impulsbandes steil abfällt, wurde in der Monte-Carlo-Rechnung die Verteilung der Ereignisse im Impulshodoskop bei elastischer e-p Streuung simuliert. Wenn Vielfachstreuung und eine Energieverschmierung des einfallenden Strahls in die Rechnung mit einbezogen werden, kann das Programm die Form des elastischen Maximums und den Strahlungsschwanz reproduzieren (siehe Anhang). Die Rechnung wurde zu jedem gemessenen Impulsübertrag und jeder verwendeten Targetlänge ausgeführt.

Tabelle 2: Raumwinkel aus der Monte-Carlo-Rechnung

Art der Rechnung	Raumwinkel in der Mitte des Impulshodos.	Raumwinkel gemittelt über akz. Impulsband
1. Ordnung <sup>§</sup>	21,35 msterad	16.00 msterad
1. + 2. Ordnung <sup>§</sup>	21.14 "	15.33 "
1. + 2. + 3. Ordnung <sup>§§</sup>	21.48 "	15.56 "
1. + 2. + 3. Ordnung <sup>§§</sup> ohne Vielfachstreuung	21.51 "	15.59 "

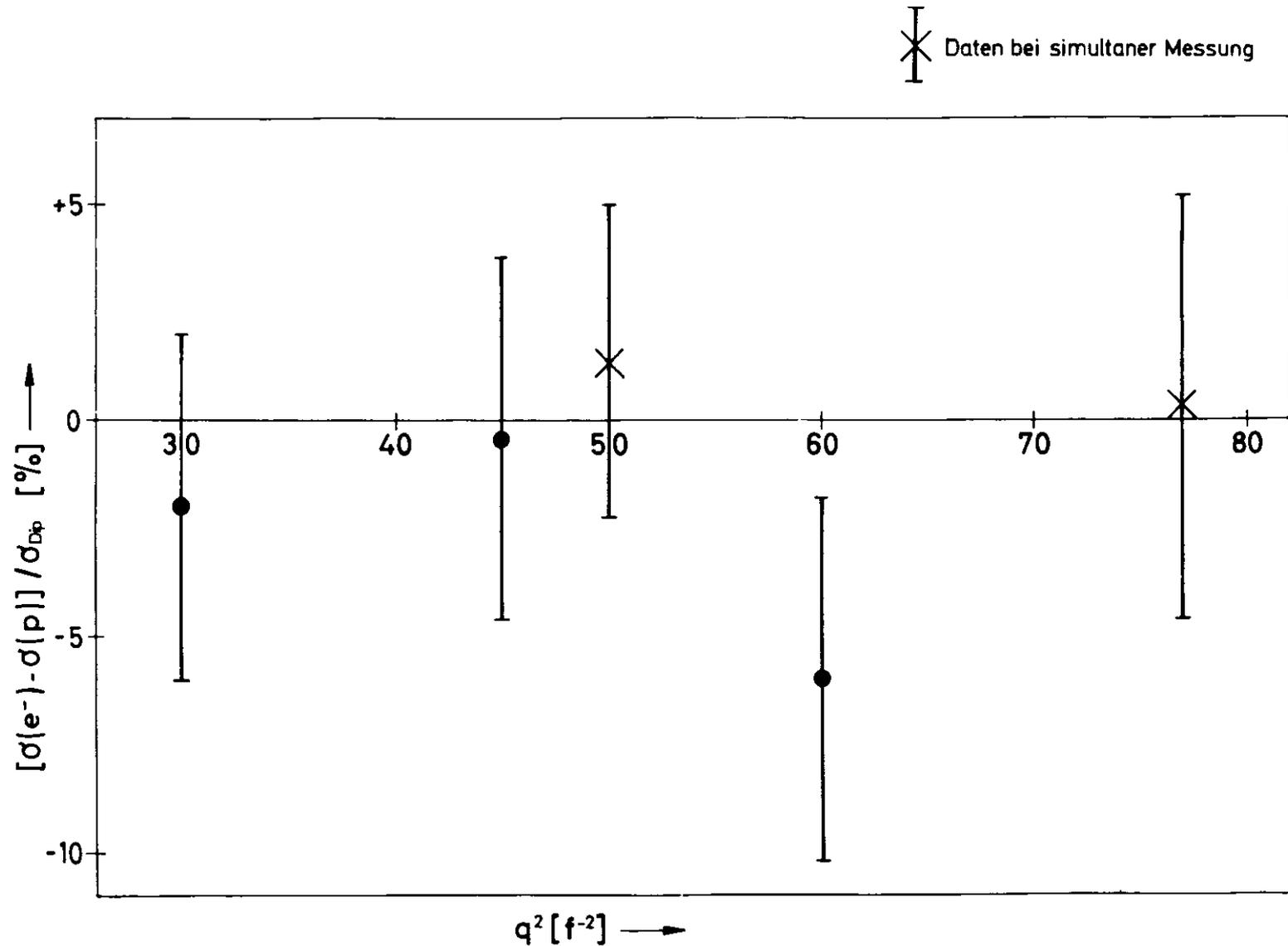


Abb.10 DIFFERENZ DER MIT KLEIN- UND GROSSWINKELSPEKTROMETER BEI GLEICHEN KINEMATISCHEN BEDINGUNGEN GEMESSENEN WIRKUNGSQUERSCHNITTE NORMIERT AUF DEN MIT HILFE DER DIPOLFORMEL BERECHNETEN ROSENBLUTHWIRKUNGSQUERSCHNITT.

- ( § mit konstanter Feldverteilung in den Quadrupolen)
- ( §§ mit gemessener Feldverteilung in den Quadrupolen)

### 3.3.4.2 Eichung

Der elastische Wirkungsquerschnitt bei  $\Theta = 86^\circ$  kann mit den beiden Spektrometern auf zweierlei Weise gemessen werden. Entweder werden elastisch gestreute Elektronen unter  $86^\circ$  nachgewiesen oder es werden die zum gleichen Impulsübertrag gehörigen Rückstoßprotonen im Kleinwinkelspektrometer registriert. Eine simultane Messung mit beiden Spektrometern bietet eine Möglichkeit, die obige Monte-Carlo-Rechnung zu überprüfen. Das Ergebnis der Messungen ist in Abb. 10 dargestellt. In den Fehlerbalken sind sowohl statistische als auch systematische Fehler enthalten, wobei für den Raumwinkel des Kleinwinkelspektrometers ein Fehler von  $\pm 1\%$  angenommen wurde.

Die Streuung der Meßpunkte sowie die geringe Änderung im Resultat des Monte-Carlo-Programms beim Übergang von Rechnung 1. Ordnung zur Rechnung 3. Ordnung (siehe Tabelle 2) rechtfertigt die Annahme, daß der Raumwinkel des Großwinkelspektrometers bis auf  $\pm 1.5\%$  genau bekannt ist.

## 3.4. Zählersystem

### 3.4.1 Zählersystem im Kleinwinkelspektrometer

Zum Teilchennachweis dienen sechs Szintillationszähler S1-S6. Ihre räumliche Lage zueinander und ihre Abmessungen sind Abb. 11 zu entnehmen. Die Zählergrößen sind so gewählt, daß sie dem Strahlquerschnitt an der jeweiligen Stelle angepaßt sind mit Ausnahme von S4 und S6, die S3 und S5 um 20 % überragen. Das Zählerrhodoskop S1 befindet sich am Ort der Brennebene und setzt sich aus 15 Elementen zusammen. Die übrigen Zähler bestehen jeweils aus einem Szintillatorstück, deren Szintillationslicht über

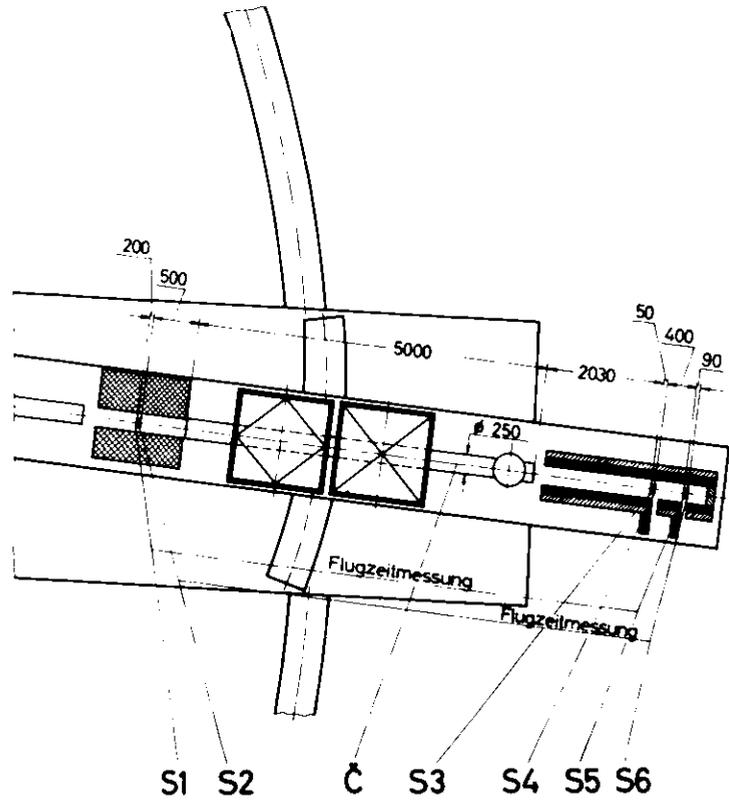
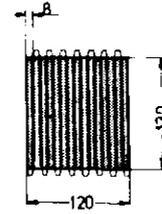


Abb.11 ZÄHLERSYSTEM IM  
KLEINWINKELSPETROMETER

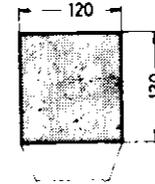
S1



S1 Impulshodoskop

15 Zähler  
Material: Pilot y ; 5mm dick

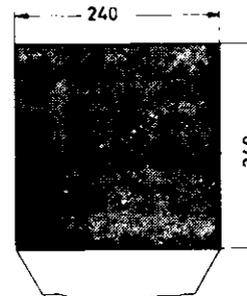
S2



S2 Triggerzähler

1 Zähler  
Material: Pilot y ; 3,2 mm dick

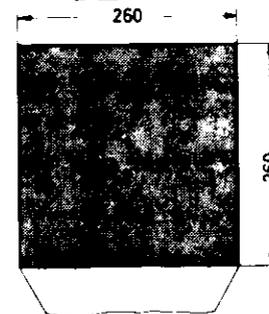
S3  
u.  
S4



S3 u. S4 Triggerzähler

je 1 Zähler  
Material: Pilot y ; 3,2 mm dick

S5  
u.  
S6



S5 Triggerzähler

1 Zähler  
Material: Pilot y ; 3,2 mm dick

S6 Triggerzähler

1 Zähler  
Material: Pilot y ; 20,0 mm dick

Lichtleiter auf je einen Photomultiplier vom Typ Philips 56 AVP gelenkt wird. Zur Teilchendiskriminierung dient ein mit Äthylen gefüllter Schwellen-Cerenkovzähler (19). Der Gasdruck ist so eingestellt, daß nur Elektronen ein Signal liefern. Als zusätzliche Information hat man Flugzeitmessungen zwischen den Szintillationszählern S1 und S5 sowie S2 und S6 .

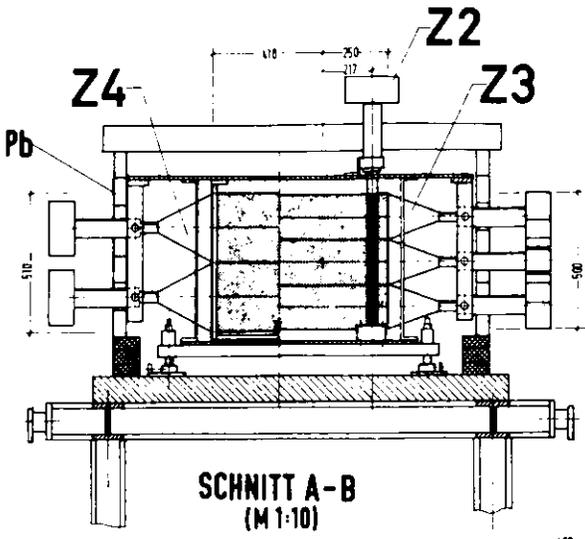
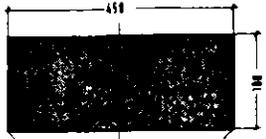
### 3.4.2 Zählersystem im Großwinkelspektrometer

Das Zählersystem ist vom Prinzip her dem des Kleinwinkelspektrometers sehr ähnlich. Es besteht aus 4 Szintillationszählern Z1-Z4 und einem ebenfalls mit Äthylen gefüllten Cerenkovzähler (20) (siehe Abb.12).

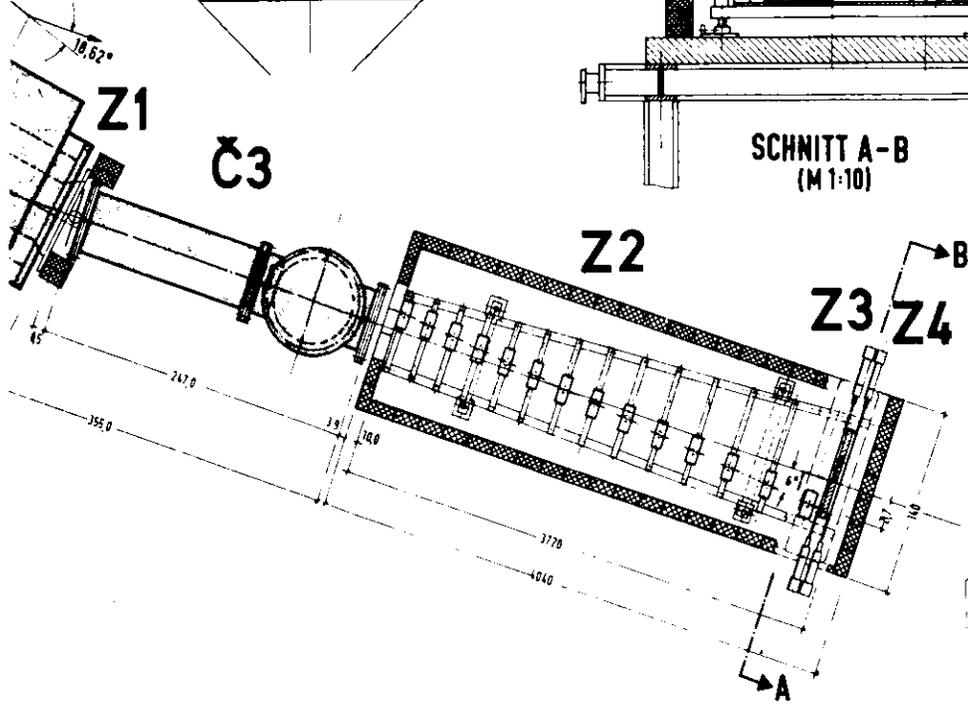
Die Impulsverteilung der im Cerenkovzähler identifizierten Elektronen wird mit dem Hodoskop Z2 gemessen. Es ist aus 14 einzelnen Zählern aufgebaut, die entlang der Brennebene angeordnet sind. Bei den großflächigen Zählern Z3 und Z4 wird das Szintillationslicht auf mehrere Photomultiplier geführt . Zu jedem Szintillatorstück des dreigeteilten Zählers Z3 gehören 2 Photomultiplier. Der Zähler Z4 ist aus einem Stück und hat 4 Photomultiplier . Das Licht in großflächigen Zählern von zwei Seiten mit Photomultipliern zu registrieren, hat zwei Vorteile. Einmal wird gewährleistet, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit über die gesamte Fläche konstant ist, und zum anderen können Laufzeitunterschiede des Lichtes im Szintillator bei Flugzeitmessungen ausgeglichen werden. Bei der Flugzeitmessung zwischen Z1 und Z3 bzw. Z4 ist das folgendermaßen erreicht worden. Es würde sowohl die Flugzeit zwischen Z1 und der rechten Seite von Z3 bzw. Z4 als auch die Flugzeit zwischen Z1 und der linken Seite von Z3 bzw. Z4 gemessen. Die Summe der beiden Analogsignale vom linken und rechten Photomultiplier ist dann unabhängig vom Ort, an dem das Teilchen durch die Zähler gegangen ist .

Damit sehr niederenergetischer Untergrund zu keinem koinzidenten Signal in den Zählern Z3 und Z4 führen kann, befindet sich zwischen diesen Zählern eine 5 cm dicke PVC-Platte .

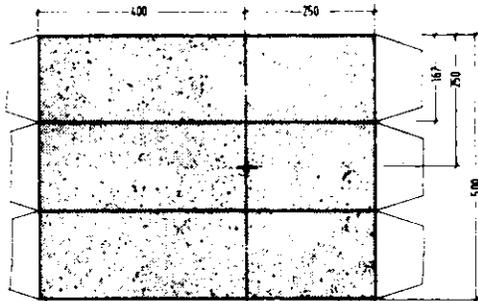
**Z1 Triggerzähler**  
Material: Pilot Y 3,1mm dick



**Z2 Impulshodoskop**  
14 Zähler  
Material: Pitot Y 5mm dick



**Z3 Triggerzähler**  
3 Zähler  
Material: 10mm dick, NE 110



zwischen Z3 u Z4 PVC - Platte, 5 cm dick

**Z4 Triggerzähler**  
1 Zähler  
Material: 10mm dick, NE 110

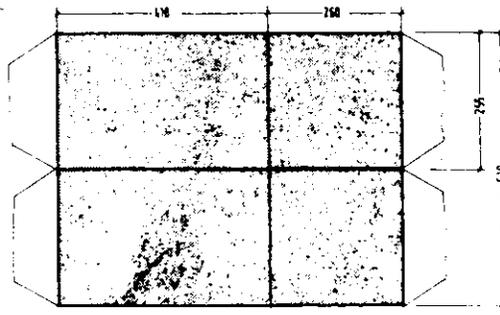


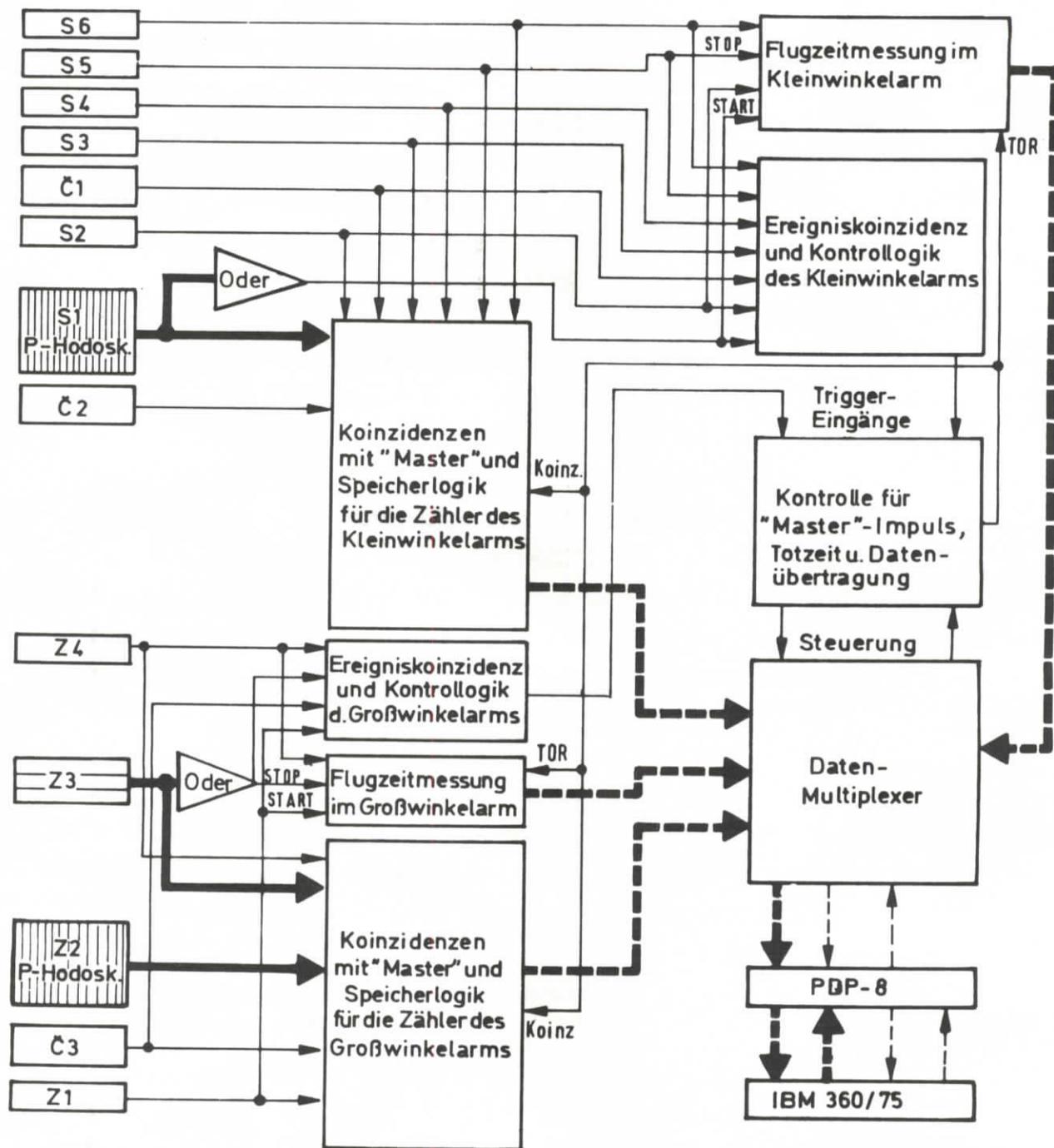
Abb. 12 Zählersystem im Großwinkelspektrometer

### 3.5 Zählerelektronik

Die Zählerelektronik gliedert sich in schnelle und langsame Elektronik. Ein vereinfachtes Blockschaltbild zeigt Abb. 13. Die schnelle elektronische Logik stellt beispielsweise fest, ob ein geladenes Teilchen durch das Spektrometer hindurchgegangen ist und welche Flugzeit dieses Teilchen zwischen zwei Zählern hatte. Die Kriterien, die ein geladenes Teilchen erfüllen muß, um als Ereignis von der Elektronik akzeptiert zu werden, sind einerseits so schwach wie möglich, andererseits doch streng genug, um den größten Teil des vorhandenen Untergrundes zu eliminieren. Für das Kleinwinkelspektrometer bedeutet das, daß einer der beiden vorderen und zwei der hinteren vier Szintillationszähler angesprochen haben müssen. Beim Großwinkelspektrometer muß das Teilchen mindestens von drei der vier Zähler Z1, Z, Z3, Z4 nachgewiesen worden sein, um nicht als Untergrundereignis verworfen zu werden.

Die Informationen über die von der schnellen Elektronik ausgewählten Ereignisse werden nicht einfach aufsummiert, sondern für jedes Ereignis einzeln gespeichert. Dadurch wird erreicht, daß selbst nach der eigentlichen Meßzeit sämtliche Möglichkeiten einer Klassifizierung der Ereignisse unter den verschiedensten Gesichtspunkten offen bleiben.

Wenn eine Ereigniskoinzidenz von der schnellen totzeitfreien Elektronik registriert wird, führt das zu einem sog. "Master"-Impuls, der den "Master"-Flip-Flop setzt. Jedes Photomultipliersignal, das mit dem Master-Impuls eine Koinzidenz liefert, hat zur Folge, daß ein zugehöriger Flip Flop seinen Zustand von 0 nach 1 ändert. Außerdem werden die Signale der Flugzeitzähler in einen Zeit-Amplituden-Konverter gegeben, der den Zeitunterschied zwischen den Impulsen in ein Analogsignal umwandelt. Die Amplitude des Analogsignals wird dann in einem 128-Kanal-Analog-Digital-Konverter digitalisiert und in dieser Form ebenfalls in Flip-Flop-Registern gespeichert. Der



— schnelle Signale (im Nanosekundenbereich)  
 - - - langsame, digitale Signale  
 ≡ Leitungs­bündel

**Vereinfachtes Blockschaltbild der Elektronik**  
 Die gezeichneten Leitungsbahnen bezeichnen den logischen  
 Signalfluß, nicht die Verkabelung

Abb. 13

Inhalt aller Flip-Flops wird über einen Daten-Multiplexer in einen Rechner vom Typ PDP-8-I übertragen. Die PDP-8-I zusammen mit dem Multiplexer bilden den langsamen Teil der Elektronik. Sobald ein Master-Impuls am Eingang des Multiplexers eintrifft, beginnt die Datenübertragung zur PDP. Dazu dient ein Datenkanal, der eine Datenübertragung in den Kernspeicher ermöglicht, ohne daß Register verändert werden müssen, die das laufende Programm benötigt. Dem Rechner wird nur die für die Datenübertragung notwendige Zeit entzogen. Die gesamte zu einem Ereignis gehörige Information, die gleichzeitig am Datenmultiplexer angekommen ist, wird Wort für Wort nacheinander in aufeinanderfolgende Kernspeicherplätze der PDP-8-I gelesen. Ein Ereignis beansprucht 40 Worte mit jeweils 12 Bit. Das Einlesen eines Wortes dauert 1.5  $\mu$ sec, so daß der Rechner während einer Zeitdauer von 60  $\mu$ sec keine weiteren Ereignisse verarbeiten kann. Teilchen, die die schnelle Elektronik innerhalb dieser Zeit registriert, werden von einem 100 MHz-Untersetzer gezählt, der bei der Auswertung zur Totzeitkorrektur benutzt wird. Nachdem alle 40 Worte in den Rechner eingelesen sind, erzeugt der Daten-Multiplexer ein Signal, das den Master Flip Flop und die übrigen Flip-Flop-Register zurücksetzt. Die PDP-8-I verläßt den "data-break"-Modus und nimmt die Arbeit am unterbrochenen Programm wieder auf.

Nach jeweils 50 Ereignissen wird die in der PDP akkumulierte Information in den Kernspeicher einer IBM 360/75 übertragen (21). Dort werden die Ereignisse klassifiziert und nach Zwischenspeicherung auf einer Platte auf Magnetband geschrieben. Die in der IBM nach den verschiedensten Kriterien eingeordneten Daten können auf Wunsch des Experimentators auf dem Display der PDP erscheinen und ermöglichen so eine ständige Kontrolle über das richtige Funktionieren der Apparatur. Eine zusätzliche und vom Rechner unabhängige Kontrolle bietet eine Vielzahl von

Untersetzern, die die Hodoskopverteilungen der Ereignisse und die wichtigsten Zählerkinzidenzen anzeigen.

Wenn der zum Faradaykäfig gehörige Integrator einen bestimmten Wert überschreitet, wird die Datennahme gestoppt und ein Programm in der PDP aufgerufen, das alle Untersetzer in den Kernspeicher liest und zur IBM überträgt.

### 3.6 Positionsmonitor für den Elektronenstrahl

10 m hinter dem Target auf dem Weg zum Faradaykäfig befindet sich ein Positionsmonitor, der die horizontale Intensitätsverteilung des Elektronenstrahls mißt. Er besteht aus 10 6mm breiten und 8 $\mu$  dicken vertikal gespannten Aluminiumstreifen, die zueinander einen Abstand von 3 mm haben. Der auftreffende Elektronenstrahl erzeugt Sekundärelektronen, die von einer 6mm entfernten Aluminiumfolie abgesaugt werden. Der Ladungsverlust an den einzelnen Streifen wird über die Ejektionsdauer von etwa 500  $\mu$ sec integriert. Während der nächsten 20 msec, in der keine Elektronen vom Synchrotron kommen, werden die Analogsignale in einem Analog-Digital-Konverter digitalisiert und in die PDP-8-I gelesen.

Abb. 14 zeigt ein auf diese Weise gemessenes Strahlprofil zusammen mit der Verteilung der Schwerpunkte vieler solcher Profile.

### 3.7 Magnetfeldmessung

Die Ablenkmagnete des Kleinwinkelspektrometers sind mit Feldplatten ausgerüstet. Sie messen die absolute Magnetfeldstärke mit einer Genauigkeit von  $10^{-4}$  und werden durch Magnetfeldmessung mittels Kernresonanz geeicht. Das Meßprinzip beruht auf dem Halleffekt in einer Indiumantimonid-Schicht. Es wird jedoch nicht die Hallspannung, sondern der gegenüber Temperaturschwankungen stabilisierte Widerstand gemessen. Etwa alle 20 Minuten wird das Resultat der Messung in die PDP-8-I eingelesen,

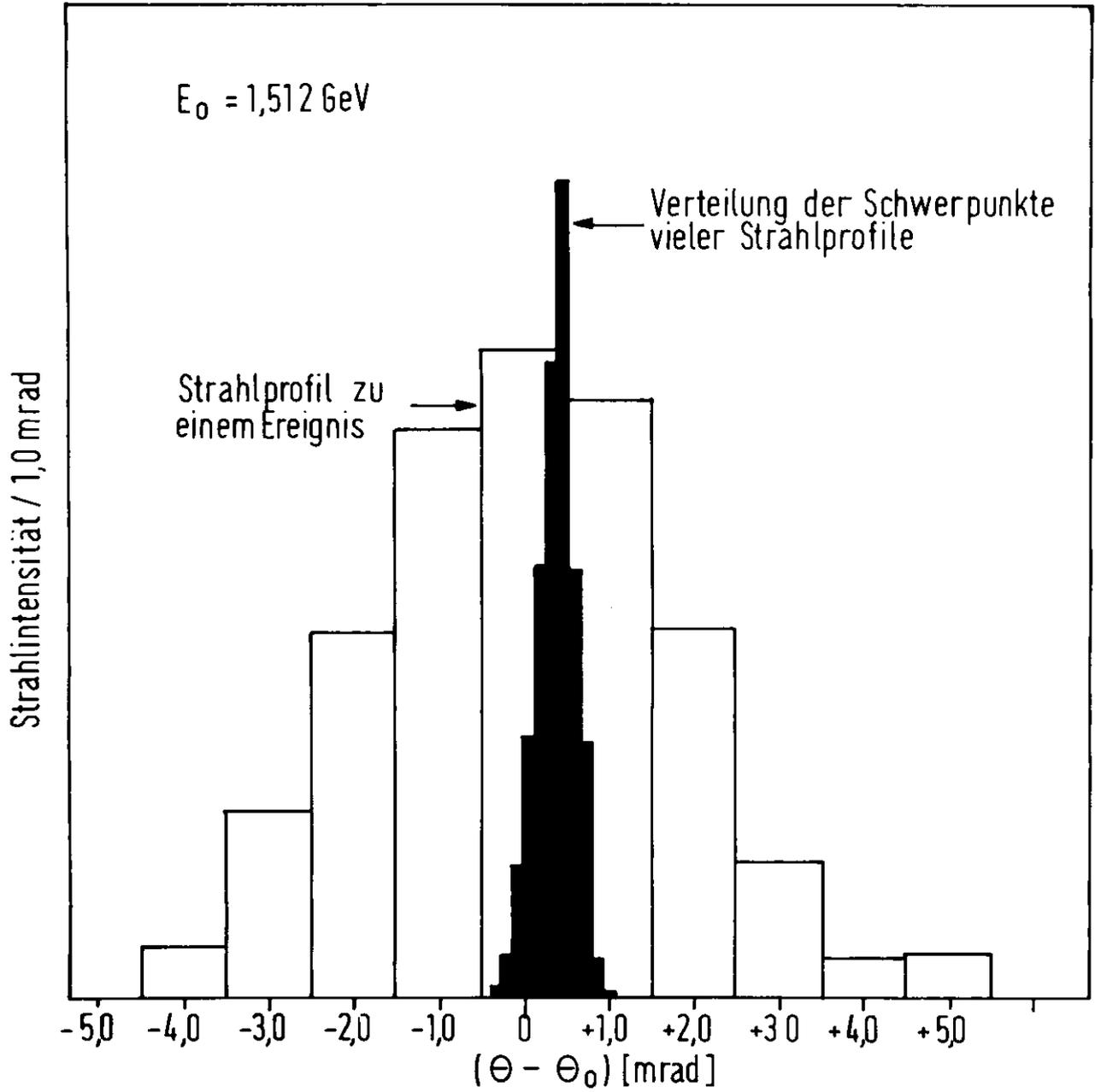


Abb. 14  
 Intensitätsverteilung des einfallenden Elektronenstrahls am Positionsmonitor

zur IBM 360/75 übertragen und wie die anderen Informationen auf Magnetband geschrieben.

Relative Schwankungen gegenüber den Sollwerten der in den Magnetspulen fließenden Ströme werden bei allen Magneten der beiden Spektrometer alle drei Minuten von einem Digitalvoltmeter über einen Shunt gemessen. Falls die Abweichung vom Sollwert größer ist als  $2 \cdot 10^{-4}$ , erscheint eine entsprechende Meldung auf dem Display der PDP-8-I.

#### 4. Messung der Formfaktoren vom Proton

Im Bereich zwischen  $q^2 = 0.6 \text{ (GeV/c)}^2$  und  $q^2 = 3.0 \text{ (GeV/c)}^2$  wurde bei 8 verschiedenen Impulsüberträgen sowohl bei großem als auch bei kleinem Streuwinkel der elastische Elektron-Proton-Wirkungsquerschnitt gemessen. Die Kleinwinkelmessungen wurden bei  $\theta \leq 18^\circ$  ausgeführt. Bei den Großwinkelmessungen wurde das gestreute Elektron im Großwinkelspektrometer und das zum gleichen Impulsübertrag gehörige Rückstoßproton im Kleinwinkelspektrometer nachgewiesen. Eine Ausnahme bilden die Messungen bei Impulsüberträgen von  $q^2 = 0.67, 1.00$  und  $1.50 \text{ (GeV/c)}^2$ , bei denen unter großem Streuwinkel nur das Elektron registriert wurde.

Simultane Messungen mit dem Klein- und Großwinkelspektrometer, wie sie bei  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$  und  $q^2 = 3.0 \text{ (GeV/c)}^2$  ausgeführt wurden, eignen sich als Vergleich der beiden voneinander unabhängigen Meßmethoden, da sich systematische Fehler bei der Bestimmung von Energie und Intensität des einfallenden Strahls sowie Länge und Dichte vom Target aus dem Verhältnis der beiden Wirkungsquerschnitte herausheben. Die mit den beiden Spektrometern in den Hodoskopen S1 und Z2 aufgenommenen Impulsverteilungen der elastisch gestreuten Teilchen zeigt Abb. 15 für  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$ .

##### 4.1 Reduktion der Daten zum Wirkungsquerschnitt

Zwischen der gemessenen Zählrate  $N$  und dem differentiellen Wirkungsquerschnitt  $(\frac{d\sigma}{d\Omega})_{\text{Exp}}$  besteht folgender Zusammenhang

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Exp}} = \frac{N}{N_p N_e \Delta\Omega} \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sterad}} \right] \quad (27)$$

Dabei ist  $N_p$  die Zahl der Protonen im Target,  $N_e$  die Zahl der einfallenden Elektronen und  $\Delta\Omega$  der Spektrometer-raumwinkel. Gleichung (27), ausgedrückt durch Meßgrößen und Apparaturkonstanten, ergibt:

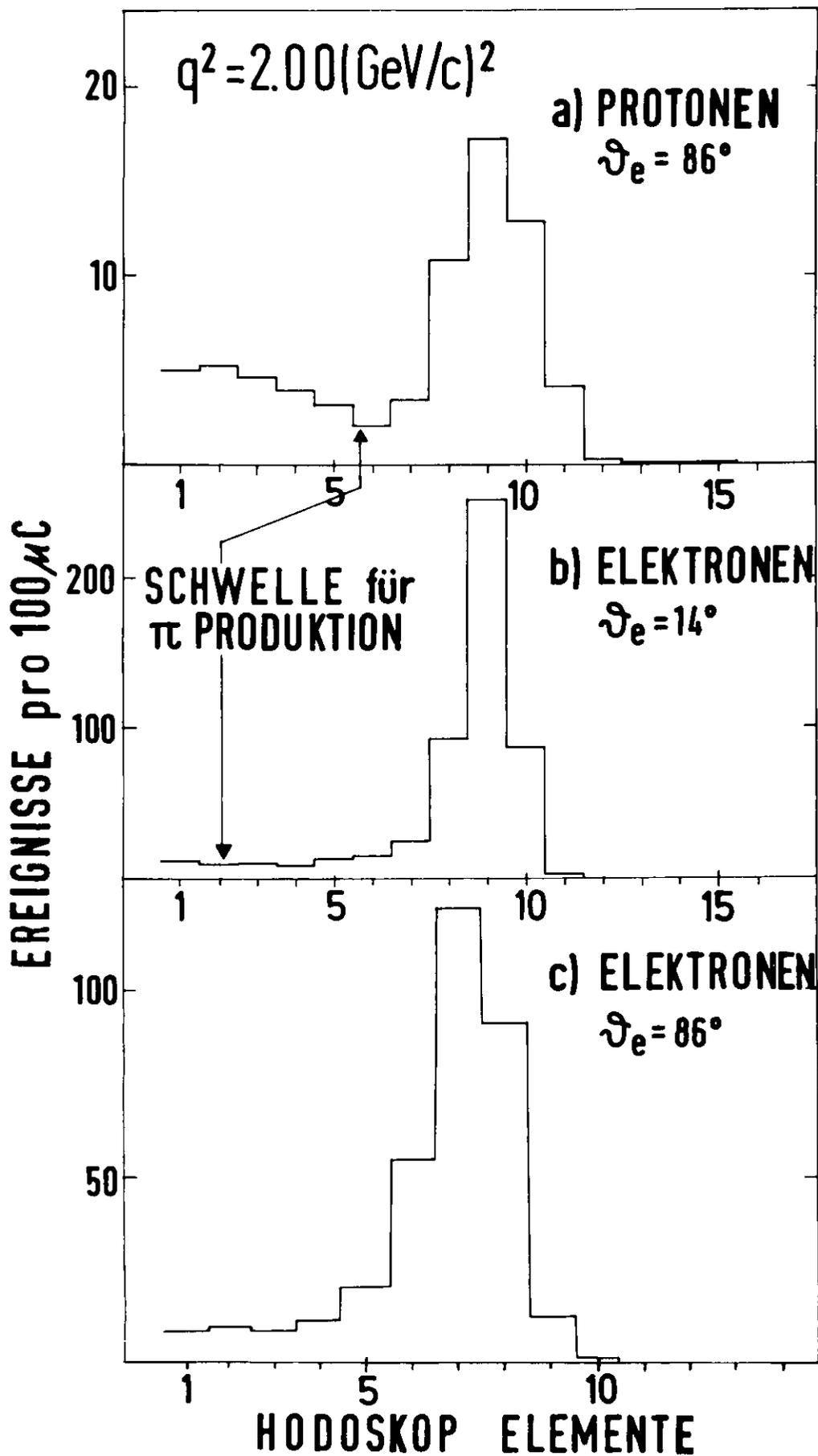


Abb.15 IMPULSVERTEILUNG DER GESTREUTEN TEILCHEN

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{EXP}} = 0.2681 \frac{N}{Q L \rho \Delta\Omega} 10^{-33} \left[ \frac{\text{cm}^2}{\text{sterad}} \right] \quad (28)$$

- $Q$  = akkumulierte Ladung ( $\mu\text{Coul}$ )  
 $\Delta\Omega$  = Raumwinkelakzeptanz (msterad)  
 $L$  = Targetlänge (cm)  
 $\rho$  = Targetdichte ( $\text{gr}/\text{cm}^3$ )

#### 4.1.1 Einfallsenergie und Streuwinkel

Die Einfallsenergie wurde aus dem Streuwinkel und der Energie der elastisch gestreuten Teilchen berechnet. Letztere wurde bei allen Messungen aus der Impulsverteilung im Kleinwinkelspektrometer bestimmt, da einerseits die Impulsauflösung gegenüber der im Großwinkelspektrometer groß ist und andererseits bei Streuung unter  $86^\circ$  eine große Änderung in der Einfallsenergie nur eine kleine Änderung in der Streuenergie bewirkt.

Der Positionsmonitor für den direkten Strahl ermöglicht eine auf  $\pm 0,1$  mrad genaue Bestimmung des Streuwinkels, sofern man von der endlichen Winkelakzeptanz der Spektrometer absieht. Diese wurde als Öffnungswinkelkorrektur am gemessenen Wirkungsquerschnitt berücksichtigt.

#### 4.1.2 Targetdichte und Targetlänge

Die Dichte des flüssigen Wasserstoffs wurde etwa alle 20 Minuten aus dem Dampfdruck über die Temperatur bestimmt. Die Genauigkeit der Messung betrug  $\pm 1$  %. Die Targetlänge wurde sowohl im gefüllten kalten als auch im warmen Zustand gemessen. Beide Messungen führen innerhalb des Fehlers von  $\pm 0,5$  % auf das gleiche Ergebnis.

#### 4.1.3 Zählrate

Die zu jedem Ereignis auf Magnetband gespeicherte Information wurde dazu benutzt, um "gute Ereignisse" von Untergrundteilchen zu trennen. Zu diesem Zweck wurden zunächst

die Ereignisse nach den möglichen Koinzidenzbedingungen klassifiziert und dann jede Klasse von Ereignissen getrennt untersucht bezüglich Flugzeit- und Impulsverteilung. "Gute Ereignisse" müssen innerhalb eines vorgegebenen Flugzeitintervalls liegen und ein deutliches elastisches Maximum in der Impulsverteilung aufweisen.

Der Unterschied zwischen der Zahl der so ausgewählten "guten Ereignisse" und der Zählrate in den Hauptkoinzidenzen Z1Z3Z4<sup>X</sup> bzw. S1S2S3S4S5S6 war nie größer als 1.2 %.

## 4.2 Korrekturen

### 4.2.1 Korrekturen an der Zählrate

#### 4.2.1.1 Totzeitkorrektur

Da die PDP-8-I innerhalb von  $500 \mu\text{sec}$ , der Ejektionsdauer des Synchrotrons, nur wenige Ereignisse verarbeiten kann, muß die Zahl der "guten Ereignisse" korrigiert werden mit der Zählrate des in Abschnitt 3.5 erwähnten Totzeitzählers.

#### 4.2.1.2 Leertargeteffekt

Die bei leerem Target gemessene Zählrate wurde von der Rate bei vollem Target subtrahiert. Die Streuung an dem in der Zelle verbleibenden Wasserstoffgas konnte gegenüber der Streuung in den Folien der Zelle und der Streukammer vernachlässigt werden. Die Begründung hierfür ist die gegenüber dem Untergrund nur sehr schwache Andeutung eines elastischen Maximums in der Impulsverteilung der gestreuten Teilchen. Dies deutet auf eine relativ hohe Temperatur in der Zelle während der Leertargetmessung.

#### 4.2.1.3 Dalitz Elektronen

Im Target erzeugte neutrale Pionen können in Elektron-Positron-Paare zerfallen. Wenn die Elektronen genügend Impuls mitnehmen, werden sie vom Spektrometer als elastisch gestreute Elektronen identifiziert. Die Wahrscheinlichkeit solcher Reaktionen kann durch den Nachweis der Positronen bei umgekehrter Polarität aller Spektrometer-

magnete gemessen werden. Bei großem Streuwinkel, wo man erwartet, daß die durch diesen Effekt nötige Korrektur am größten ist, wurden deswegen sowohl bei vollem als auch bei leerem Target Messungen dieser Art ausgeführt. Die Korrektur betrug beim größten gemessenen Impulsübertrag 2.0 %.

#### 4.2.1.4 Abtrennung inelastischer Prozesse

Aus der Impulsverteilung der gestreuten Teilchen wurde der Bruchteil der Ereignisse bestimmt, deren Energie größer ist als die um  $\Delta E$  verminderte Streuenergie der elastischen Reaktion. Das in die Strahlungskorrektur eingehende Energieintervall  $\Delta E$  war so gewählt, daß inelastische Prozesse mit Sicherheit abgetrennt wurden.

#### 4.2.1.5 Ereignisse vor dem elastischen Maximum

Ereignisse, die in der Impulsverteilung vor dem elastischen Maximum liegen, sind kinematisch verboten. Bei den meisten Messungen konnten solche Ereignisse durch die Leertargetrate und durch Dalitz-Elektronen erklärt werden. In den Fällen, wo das nicht möglich war, wurde unter der Annahme einer flachen Impulsverteilung der verbleibende Untergrund zu kleineren Impulsen extrapoliert und vom gemessenen Spektrum subtrahiert. Das führte beim Nachweis von Protonen maximal zu einer Korrektur von 3.0 %. Beim Nachweis von Elektronen war sie bei keinem Impulsübertrag größer als 0.5 %.

#### 4.2.1.6 Protonenabsorption

Durch nukleare Wechselwirkung in den Szintillationszählern können sich Rückstoßprotonen dem Nachweis in den folgenden Zählern entziehen. Dieser Effekt wurde durch eine Korrektur von  $(2.0 \pm 0.6)$  % berücksichtigt.

#### 4.2.2 Korrekturen am Wirkungsquerschnitt

##### 4.2.2.1 Strahlungs- und reelle Bremsstrahlungskorrektur

Die Strahlungskorrektur ist mit 10-20 % die bedeutendste und zugleich die mit dem größten Fehler behaftete Korrektur.

tur am gemessenen Wirkungsquerschnitt. Zusammen mit der 3-7 % betragenden reellen Bremsstrahlungskorrektur wird sie gemäß Gleichung (20) als Faktor am gemessenen Wirkungsquerschnitt angebracht.

$$\frac{d\sigma_0}{d\Omega} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{EXP}} \frac{1}{1+\delta_2} e^{-\delta_1 - \delta_t} \quad (29)$$

#### 4.2.2.2 Variation des Wirkungsquerschnitts innerhalb der Spektrometarakzeptanz

Voraussetzung für die Gültigkeit der obigen Korrektur ist die Konstanz des elastischen Wirkungsquerschnitts innerhalb der Impulsakzeptanz des Spektrometers. Da diese Annahme bei großem Streuwinkel nicht mehr gerechtfertigt ist, wurde die Änderung des Wirkungsquerschnitts im Energieband  $\Delta E$  folgendermaßen berücksichtigt.

Der durch Mo und Tsai<sup>(22)</sup> auf Grund von Spin und Rückstoßeffekten modifizierte Bethe-Heitler-Wirkungsquerschnitt für den elastischen Strahlungsschwanz trägt der Änderung des Wirkungsquerschnitts innerhalb des akzeptierten Energieintervalls  $\Delta E$  in besonders einfacher Weise Rechnung, wenn für die Integration über die Richtung der emittierten Photonen eine sog. Peakingapproximation gemacht wird. Darunter versteht man die Näherung, daß nur solche Photonen betrachtet werden, die in Richtung des ein- oder auslaufenden Elektrons abgestrahlt werden. Die von Mo und Tsai<sup>(22)</sup> angegebene Formel (c11) lautet

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega dE} = & \frac{1}{\omega_1} t_1 \frac{M+(E_1-\omega_1)(1-\cos\theta)}{M-E_3(1-\cos\theta)} \frac{d\sigma(E_1-\omega_1)}{d\Omega} \\ & + \frac{1}{\omega_3} t_3 \frac{d\sigma(E_1)}{d\Omega} \end{aligned} \quad (30)$$

wobei

$$t_{1,3} = \frac{\alpha}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} (1 + X_{1,3})^2 \ln \frac{q^2}{m^2} - X_{1,3} \right\}$$

$$X_1 = (E_1 - \omega_1) / E_1 \quad X_3 = E_3 / (E_3 + \omega_3)$$

und  $\omega_1$  bzw.  $\omega_3$  die Energien der emittierten Photonen sind. Obwohl Gleichung (30) den Strahlungsschwanz in der Nähe des elastischen Peaks nur näherungsweise wiedergibt, reicht ihre Genauigkeit aus, um die gewünschte Korrektur zu berechnen. Dazu wurde der obige zweifach differentielle Wirkungsquerschnitt von  $E_3 - \Delta E$  bis  $E_3 - \epsilon$  mit  $\epsilon \ll E_3$  auf zweierlei Weise integriert. Einmal wurde im ersten Summanden von Gleichung (30) über einen Rosenbluthwirkungsquerschnitt integriert, in dem die Einfallenergie konstant bleibt, und ein andermal wurde bei der Integration die Einfallenergie im Rosenbluthwirkungsquerschnitt entsprechend der abgestrahlten Photonenenergie verändert. Die im selben Energieband gemessene Zählrate, vermindert um den Bruchteil der Elektronen, die durch reelle Bremsstrahlung in dieses Intervall fallen, wurde mit dem Verhältnis der beiden Integrale korrigiert. Bezogen auf die gesamte Zählrate und damit auf den gemessenen Wirkungsquerschnitt betrug die Korrektur bei  $q^2 = 3.0 \text{ (GeV/c)}^2$  und  $\Theta = 86^\circ - (4.3 \pm 1.5) \%$ . Die Rechtfertigung dafür, daß der Anteil der Elektronen, die durch Bremsstrahlung ihre Energie verlieren, nicht in der beschriebenen Weise korrigiert werden, liegt darin, daß die Materialdicke vor und hinter dem Target sich verhält wie 1 : 8.

#### 4.2.2.3 Öffnungswinkelkorrektur

Wegen der endlichen Winkelakzeptanz der Spektrometer sind die gemessenen Wirkungsquerschnitte  $\overline{\sigma}_{\text{EXP}}$  Mittelwerte in dem erfaßten Winkelbereich. Der Wirkungsquerschnitt bei dem zentralen Streuwinkel  $\Theta_0$  ergibt sich aus dem gemessenen Mittelwert in folgender Weise:

$$\overline{\sigma}_{\text{EXP}}(\Theta_0) = \overline{\sigma}_{\text{EXP}}(\Theta) \frac{\overline{\sigma}_{\text{TH}}(\Theta_0)}{\overline{\sigma}_{\text{TH}}(\Theta)} \quad (31)$$

Dabei sind  $\overline{\sigma}_{T\#}(\Theta_0)$  und  $\overline{\sigma}_{T\#}(\Theta)$  die mit Hilfe von Dipol-Formel und Proportionalitätsgesetz berechneten Rosenbluthwirkungsquerschnitte im ersten Fall beim zentralen Streuwinkel  $\Theta_0$  und im zweiten Fall gemittelt über die Winkelakzeptanz.

Bei  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$  und  $\Theta = 14^\circ$  betrug die Öffnungswinkelkorrektur 3.0 % mit einer Unsicherheit von nur 0.2 %.

#### 4.2.2.4 Korrektur auf Ladungsverlust

Der einfallende Elektronenstrahl wird bei niedrigen Energien merklich durch Vielfachstreuung im Target und im Sekundäremissionsmonitor aufgeweitet. Hinzu kommt, daß die Elektronen durch Bremsstrahlung Energie verlieren. Beides kann zu einem Ladungsverlust zwischen Target und Faradaykäfig führen. Um darauf zu korrigieren, wurde bei einem Teil der Messungen der Abstand zwischen Faradaykäfig und Target um 15 m reduziert. Die Zählrate im Kleinwinkelspektrometer diente bei beiden Stellungen als unabhängiger Intensitätsmonitor. Zusätzlich wurden Plexiglasscheiben verschiedener Dicke unmittelbar hinter dem Target in den Strahl gebracht und jeweils die Zählrate im Kleinwinkelspektrometer zu einer bestimmten aufakkumulierten Ladung im Faradaykäfig registriert. Bei jeder neuen Fokussierung des ejizierten Elektronenstrahls wurde die Messung wiederholt. Aus der Abhängigkeit der gemessenen Rate von der im Strahl befindlichen Materie ergab sich bei der niedrigsten Einfallenergie von 804 MeV ein Ladungsverlust von  $(2.7 \pm 0.6) \%$ .

#### 4.3 Fehler

Tabelle 3 gibt eine Übersicht über die verschiedenen Beiträge der Fehlerquellen zum Gesamtfehler im Wirkungsquerschnitt für die Messung bei  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$ . Die Fehler sind in zwei Anteile aufgespalten und zwar

1. in Normalisierungsfehler, die für die Messung unter verschiedenen kinematischen Bedingungen identisch sind

- und deswegen nicht zum Fehler im Verhältnis der Formfaktoren  $G_E/G_M$  beitragen und
2. in unkorrelierte Fehler, die für Messungen unter verschiedenem Winkel voneinander unabhängig sind.

Tabelle 3

Fehlerquelle	unkorrelierte Fehler (%)		Normalisierungsfehler %	
	Elektronen $\Theta=14^\circ$ $\Theta=86^\circ$	Protonen $\Theta=86^\circ$		
Statistik	1.4	0.8	1.8	-
Abtrennung inelast. Ereignisse	-	-	0.7	-
Ladungsmessung	0.6	0.9	0.9	0.5
Einfallsenergie	0.9	0.6	0.6	-
Unsicherheit in $\Delta E$	0.4	0.4	1.0	-
Streuwinkel	0.6	0.2	0.3	-
Auswahl der "guten Ereignisse"	0.7	0.7	0.7	-
Protonabsorption	-	-	0.6	-
Öffnungswinkelkorr.	0.2	-	-	-
Raumwinkel	-	1.5	-	1.0
Strahlungskorrektur	0.5	1.0	1.0	1.0
Länge und Dichte des Targets	-	-	-	1.5
Gesamtfehler	2.1	2.4	2.8	2.1

Die Fehlerabschätzung bei der Strahlungskorrektur beruht auf den von Meister und Yennie gemachten Angaben und auf Ergebnissen einer Messung (siehe Kapitel 5), die zum Ziel hatte, verschiedene Strahlungskorrekturvorschriften zu testen. Bei den Großwinkelmessungen wurden diese Fehler aus folgenden Gründen vergrößert.

1. Beim Nachweis von Elektronen im Großwinkelspektrometer tritt eine zusätzliche Unsicherheit durch die Korrektur auf, die nötig ist, um die Variation des Wirkungs-

querschnitts im akzeptierten Energieband zu berücksichtigen.

2. Für die Protonenmessungen ist die Forderung nach einem Abstand zwischen elastischem Maximum und inelastischer Schwelle, der groß ist gegenüber der Impulsauflösung, nur mangelhaft erfüllt.

Punkt 2 hat außerdem zur Folge, daß die Unsicherheiten bei der Bestimmung des akzeptierten Energieintervalls  $\Delta E$  und bei der Abtrennung inelastischer Reaktionen wegen der Nähe der Schwelle relativ groß sind.

Die Genauigkeit, mit der die Einfallenergie bekannt ist, hängt davon ab, wie gut man die Lage des elastischen Maximums im Impulshodoskop bestimmen kann. Bei  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$  war das auf  $\pm 0.05 \%$  möglich. Außerdem geht in den Fehler ein die Stromstabilität in den Magneten, die Genauigkeit der Magnetfeldmessung und die Kenntnis über die Verteilung des Feldes innerhalb der Ablenkermagnete. Der hierdurch bewirkte Fehler im Wirkungsquerschnitt betrug maximal  $0.5 \%$ .

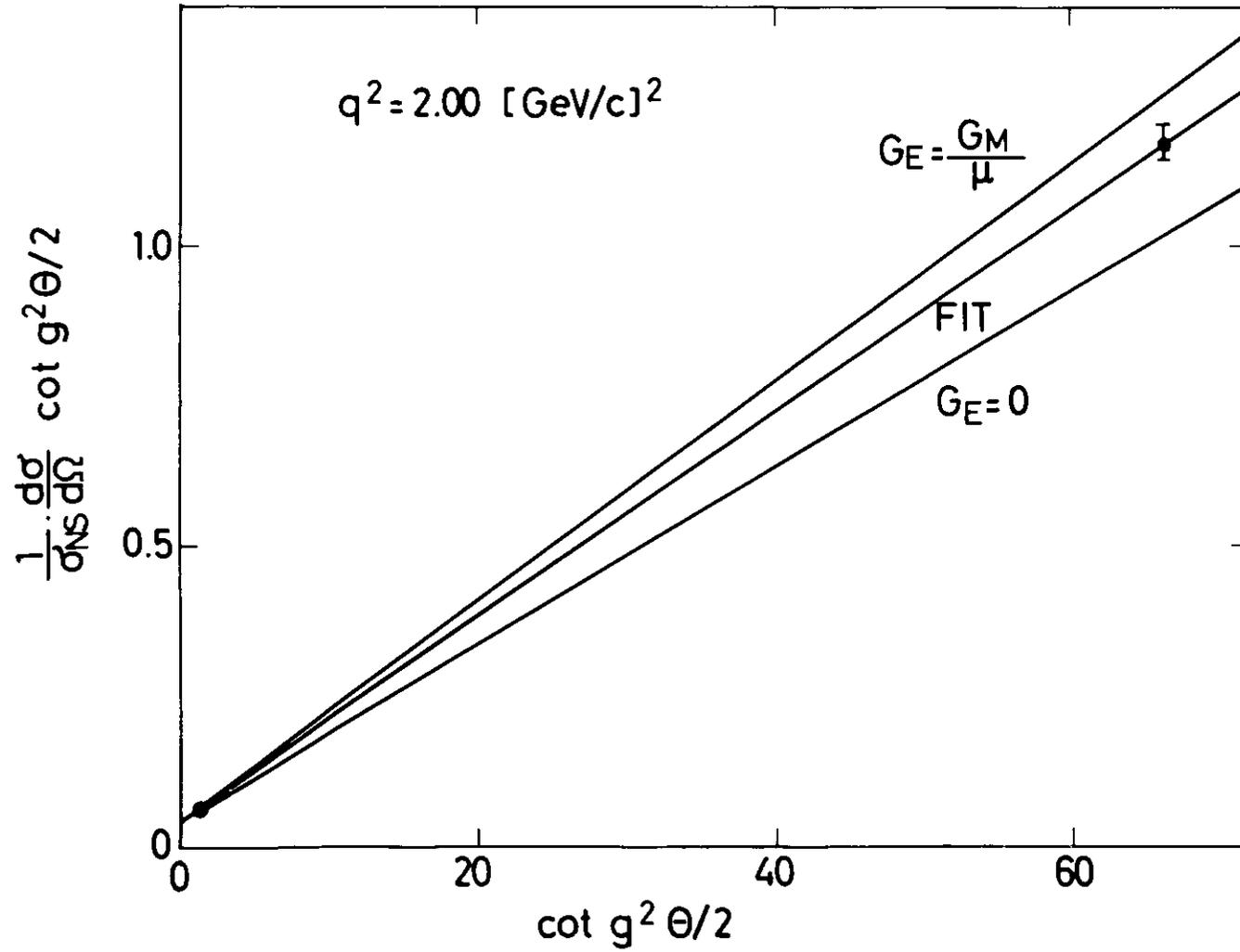
#### 4.4 Ergebnisse

Die gemessenen elastischen Wirkungsquerschnitte zusammen mit den unkorrelierten Fehlern sind in Tabelle 4 aufgeführt. Aus diesen Werten wurden jeweils die Rosenbluthgeraden nach der Methode der kleinsten Abweichungsquadrate ermittelt und aus Achsenabschnitt und Steigung der Geraden die Formfaktoren bestimmt. Die Ergebnisse für  $G_M$  und  $\mu G_E/G_M$  sind in den letzten beiden Spalten zusammengestellt. In der Fehlerangabe von  $G_M$  ist der Normalisierungsfehler von  $2,1 \%$  enthalten. Außerdem enthält die Tabelle den Korrekturfaktor, der die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts berücksichtigt und das Quadrat von  $\mu G_E/G_M$ . Diese Größe ist deswegen in die Tabelle und die folgenden graphischen Darstellungen mit aufgenommen worden, weil sie enger mit dem Experiment zusammenhängt als das Verhältnis der Formfaktoren und weil sie die Unsicherheit der Daten realistischer wiedergibt.

Tabelle 4

$q^2$ (GeV/c) <sup>2</sup>	$E_1$ (GeV)	$\theta$ (grad)	$d\sigma/d\Omega$ (nb/sterad)	unkorrel. Fehler $\Delta(d\sigma/d\Omega)$ (%)	nachge= wiesene Teilchen	Korrekt. faktor	$\left(\frac{\mu_{G_E}}{G_M}\right)^2$	$\frac{\mu_{G_E}}{G_M}$	$G_M$
0.670	4.098	12.00	337.3	1.9	e	-			
0.670	0.8047	86.00	3.424	2.7	e	0.990	1.11 $\pm$ .16	1.05 $\pm$ .08	0.714 $\pm$ 3.1%
1.000	5.058	12.00	121.3	2.1	e	-			
1.000	1.048	86.00	1.129	2.9	e	0.985	1.09 $\pm$ .21	1.04 $\pm$ .10	0.490 $\pm$ 2.9%
1.169	5.287	12.50	68.20	1.9	e	-			
1.169	1.137	90.00	0.6204	2.7	p	-	0.99 $\pm$ .15	0.99 $\pm$ .08	0.410 $\pm$ 2.1%
1.169	1.162	86.00	0.6780	2.5	e	0.985			
1.500	6.273	12.00	33.71	2.0	e	-			
1.500	1.383	86.00	0.2839	3.4	e	0.979	1.00 $\pm$ .27	1.00 $\pm$ . <sup>13</sup> <sub>.14</sub>	0.298 $\pm$ 3.1%
1.75	6.561	12.50	17.37	2.4	e	-			
1.75	1.512	90.00	0.1447	3.2	p	-	0.60 $\pm$ .21	0.78 $\pm$ . <sup>13</sup> <sub>.14</sub>	0.246 $\pm$ 2.1%
1.75	1.544	86.00	0.1599	2.5	e	0.976			
2.00	6.360	14.00	8.442	2.1	e	-			
2.00	1.699	86.00	0.09441	2.8	p	-	0.65 $\pm$ .21	0.81 $\pm$ . <sup>13</sup> <sub>.14</sub>	0.202 $\pm$ 2.0%
2.00	1.699	86.00	0.09561	2.4	e	0.972			
2.33	6.502	15.00	4.048	2.6	e	-			
2.33	1.901	86.00	0.05285	3.2	p	-	0.51 $\pm$ .28	0.71 $\pm$ . <sup>18</sup> <sub>.22</sub>	0.162 $\pm$ 2.2%
2.33	1.904	86.00	0.04954	2.6	e	0.967			
3.00	6.498	17.66	1.007	2.1	e	-			
3.00	2.300	86.00	0.01698	3.9	n	-	0.40 $\pm$ .32	0.63 $\pm$ . <sup>22</sup> <sub>.33</sub>	0.108 $\pm$ 2.2%
3.00	2.300	86.00	0.01703	2.7	e	0.957			

Abb. 16 Experimentell bestimmte ROSENBLUTHGERADE  
bei  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$  zusammen mit den Vorhersagen  
für  $G_E = 0$  und  $G_E = G_M/\mu$



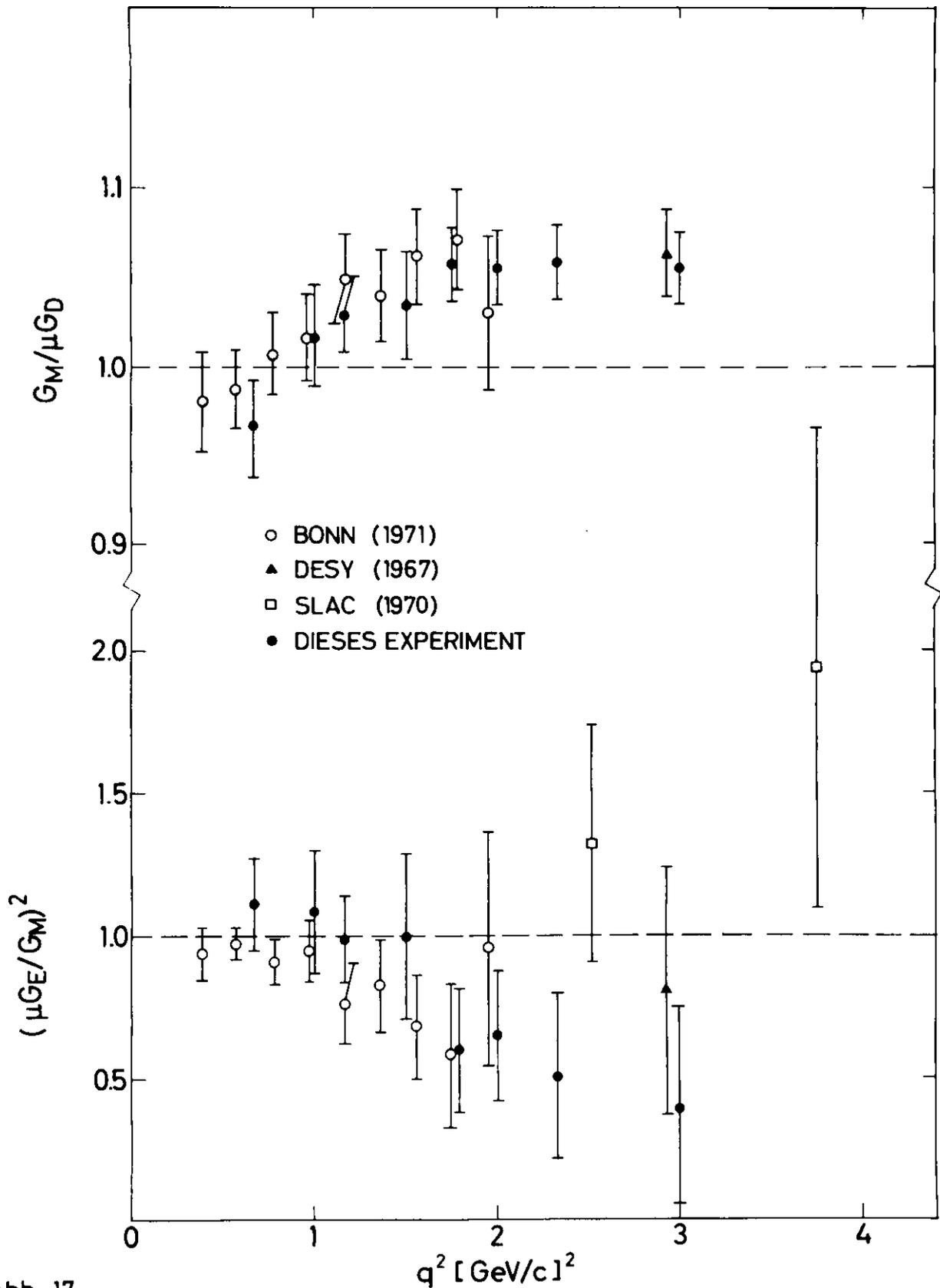


Abb. 17

Die Verhältnisse  $(\mu G_E/G_M)^2$  und  $G_M/\mu G_D$ , wobei  $G_D = (1 + q^2/0.71)^{-2}$ , als Funktion von  $q^2$ . Die Daten von Ref. (1), (2) und (23) sind ebenfalls eingezeichnet.

Bei  $q^2 = 2.0 \text{ (GeV/c)}^2$  zeigt Abbildung 16 die an die Wirkungsquerschnitte angepaßte Rosenbluthgerade zusammen mit den Vorhersagen des Proportionalitätsgesetzes und der Annahme  $G_E = 0$ . Die Gesamtheit aller in diesem Experiment gemessenen Daten ist in Abbildung 17 dargestellt, und zwar ist der magnetische Formfaktor bezogen auf den Dipolformfaktor und das Quadrat der Größe  $\mu G_E/G_M$  in Abhängigkeit vom Impulsübertrag aufgetragen. Zum Vergleich sind die Ergebnisse von Referenz (1), (2) und (23) eingezeichnet. Unsere Daten sind mit denen von Referenz (1) innerhalb der Fehler im Einklang und bestätigen, daß der elektrische Formfaktor stärker mit wachsendem Impulsübertrag abfällt als der magnetische Formfaktor. Um die statistische Bedeutung dieser Abweichung vom Proportionalitätsgesetz richtig einzuschätzen, muß man bedenken, daß die Fehler im Verhältnis  $(\mu G_E/G_M)^2$  für verschiedene Impulsüberträge teilweise korreliert sind wie z.B. Fehler bei der Strahlungskorrektur. Nimmt man in einer konservativen Abschätzung an, daß nur die statistischen Fehler in der Zählrate voneinander unabhängig sind, dann ergibt sich eine Diskrepanz von 2 Standardabweichungen zwischen den Meßpunkten und dem Proportionalitätsgesetz.

5. Messung der Strahlungskorrektur

Da bei hohen Impulsüberträgen die Unsicherheiten in der Berechnung der Strahlungskorrekturen einen großen Bruchteil zum Fehler im elektrischen Formfaktor beitragen, wurde die Reaktion  $e + p \rightarrow e + p + \delta$  im Missing Mass Intervall  $M \leq M(p+\delta) \leq M + m_\pi$  experimentell untersucht. Nachgewiesen wurde das gestreute Elektron bei einem Streuwinkel von  $12^\circ$  und einem Impulsübertrag von  $1 \text{ (GeV/c)}^2$ . Die Beschränkung auf den Bereich zwischen elastischem Maximum und Pionschwelle für die Masse des  $(p+\delta)$  Rückstoßsystems erlaubt einen Test verschiedener Strahlungskorrekturvorschriften, die den Wirkungsquerschnitt  $d^2\sigma/d\Omega dE_3$  der obigen Reaktion mit dem Rosenbluthwirkungsquerschnitt  $d\sigma_0/d\Omega$  verknüpfen.

Ziel dieser Messungen war es zu entscheiden, ob Strahlungseffekte, die von höherer Ordnung als  $\alpha^{3/2}$  in der Streuamplitude sind, bedeutende Beiträge zum Wirkungsquerschnitt liefern. Versuche, solche Beiträge bei der Berechnung des zweifachdifferenziellen Wirkungsquerschnittes zu berücksichtigen, werden in Referenz (10) und (12) und in Referenz (24) und (25) angegeben.

Meister und Yennie schlagen vor, die doppelt logarithmischen Glieder der Strahlungskorrektur  $\delta$  von Gleichung (15) bzw. (16) zu exponentieren. Der zweifachdifferenzielle Wirkungsquerschnitt ergibt sich dann durch Differenzieren von Gleichung (20) zu

$$\left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} \right)_{\text{Exp}} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \frac{d}{dE_3} \left[ (1+\delta_1) e^{\delta_2+\delta_3} \right] \quad (32)$$

Diese Gleichung vernachlässigt die Variation des Rosenbluthwirkungsquerschnitts mit der Einfallsenergie und ist deswegen nur gültig, wenn  $\Delta E_3 \cdot (1+2E_1/M) \ll E_3$  ist.

Bei dem von Tsai<sup>(24)</sup> berechneten Wirkungsquerschnitt ist diese Einschränkung unnötig. Er beschreibt den experimentellen Wirkungsquerschnitt durch folgenden Ausdruck:

$$(33) \quad \left( \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} \right)_{\text{EXP}} = \left( \frac{\omega_1 \omega_3}{E_1 E_3^{\text{el}}} \right)^{b \left( \frac{t_1+t_2}{2} + t_r \right)} \frac{1}{\Gamma(1+b(t_1+t_2))} \left[ \frac{d^2\tilde{\sigma}(E_1, E_3)}{d\Omega dE_3} + \frac{bt_1}{2} \frac{M+(E_1-\omega_1)(1-\cos\theta)}{M-E_3(1-\cos\theta)} \frac{d\tilde{\sigma}(E_1-\omega_1)}{d\Omega} \frac{\phi\left(\frac{\omega_1}{E_1}\right)}{\omega_1} + \frac{bt_2}{2} \frac{d\tilde{\sigma}(E_1)}{d\Omega} \frac{\phi\left(\frac{\omega_3}{E_3}\right)}{\omega_3} \right]$$

$$\frac{d^2\tilde{\sigma}}{d\Omega dE_3} = F \cdot \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} \quad \frac{d\tilde{\sigma}}{d\Omega} = F \cdot \frac{d\sigma_0}{d\Omega}$$

$$\phi(x) = 1 - x + \frac{3}{4} x^2$$

$$t_r = \frac{1}{b} \frac{\alpha}{\pi} \left[ \ln \frac{q^2}{m^2} - 1 \right]$$

$$E_3^{\text{el}} = E_3 + \omega_3$$

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3}$$

: Zweifach differenzieller Wirkungsquerschnitt, berechnet unter der Annahme, daß nur ein virtuelles Photon zwischen Elektron und Proton ausgetauscht und nur ein reelles Photon vom Elektron abgestrahlt wird.

F : Korrekturfaktor, der Beiträge zum Wirkungsquerschnitt von der Vakuumpolarisation und dem nicht infrarotdivergenten Anteil der Vertexkorrektur berücksichtigt  $\left( F = 1 + \frac{2\alpha}{F} \left[ \frac{13}{12} \ln \frac{q^2}{m^2} - \frac{14}{9} \right] \right)$

$$\phi$$

: Form des Bremsstrahlungsspektrums.

$$t_r$$

: Äquivalente Radiatordicke. Sie gestattet die interne Strahlung während des eigentlichen Streuprozesses durch die externe Bremsstrahlung zweier Radiatoren der Dicke  $t_r$  vor und hinter dem Target zu approximieren.

$\frac{1}{\Gamma(1+b(t_1+t_2))}$ : Faktor, der zur Normalisierung der externen Bremsstrahlung dient.

$\left(\frac{\omega_1 \omega_3}{E_1 E_3^{el}}\right)^{b \frac{t_1+t_2}{\lambda}}$ : Korrektur, die berücksichtigt, daß das Elektron im Target und dessen Folien mehrfach gestreut werden kann und dabei jeweils ein Photon emittiert.

$\left(\frac{\omega_1 \omega_3}{E_1 E_3^{el}}\right)^{bt_r}$ : Vielfachemissionsfaktor. Er soll die Beiträge aller Prozesse, die von höherer Ordnung als  $\alpha^3$  in der Streuamplitude sind, zusammenfassen. Da solche Prozesse nicht zu berechnen sind, wurde ihr Beitrag in Analogie zur Mehrfachstreuung bei der externen Bremsstrahlung mit dem obigen Faktor abgeschätzt.

### 5.1 Experimentelle Durchführung

Im Wasserstofftarget gestreute Elektronen wurden unter  $12^\circ$  mit dem Kleinwinkelspektrometer nachgewiesen. Ihre Impulsverteilung wurde durch das Zählerhodoskop S1, das in 15 Intervalle mit einer Bandbreite von jeweils  $\frac{\Delta p}{p_c} = 0.39\%$  unterteilt war, registriert. Etwa 7 Zähler unterhalb des elastischen Maximums waren frei von inelastischen Beiträgen. Die experimentelle Auflösung betrug  $0.25\% - 0.30\%$ .

Um eine Kontrolle für die berechnete Impulsdispersion zu haben, wurde alternierend bei zwei verschiedenen Spektrometereinstellungen gemessen. Dadurch war es gleichzeitig möglich, auf unterschiedliche Ansprechwahrscheinlichkeit der Hodoskopzähler zu korrigieren. Insgesamt wurden etwa 230000 Ereignisse registriert. Davon fielen rund 5000 Ereignisse in den Hodoskopzähler, der der inelastischen Schwelle am nächsten lag. Eine zweite Messung mit halb so großer Statistik wurde mit einem zusätzlichen Radiator vor dem Eintrittsfenster des Spektrometers ausgeführt. Sie war nötig, um zu prüfen, ob der Teil der Strahlungskorrektur, der von der externen Bremsstrahlung herrührt, richtig berechnet wurde.

## 5.2 Auswertung

Um eine Verschlechterung der Auflösung durch langzeitige Schwankungen der Einfallenergie auszuschließen, wurden die akkumulierten Daten in 26 Gruppen unterteilt, die sich um maximal 0.2% in der Lage des elastischen Maximums unterschieden. Jede einzelne Gruppe wurde getrennt analysiert und mit theoretischen Vorhersagen verglichen. In den Vergleich zwischen der Energieverteilung der "guten Ereignisse" und einem entsprechenden theoretischen Spektrum gehen zwei Dinge sehr empfindlich ein :

1. Die relative Impulseichung der einzelnen Hodoskopzähler gegenüber dem elastischen Maximum;
2. die endliche Auflösung des Spektrometers, verursacht durch die Optik des Systems und durch die Energieverteilung der einfallenden Elektronen.

Um eine möglichst direkte Gegenüberstellung von Theorie und Experiment zu bekommen, wurde die Messung mit einem Monte-Carlo-Programm simuliert. Dazu sind Annahmen über den Verlauf des Wirkungsquerschnitts innerhalb der Spektrometerakzeptanz erforderlich. Für die Einfallenergie wurde eine Gaußverteilung gewählt, die überlagert war von einer Verteilung, wie sie durch die Änderung des Magnetfeldes in den Synchrotronmagneten während der Ejektionsdauer hervorgerufen wird. Die Parameter beider Verteilungen waren innerhalb vernünftiger durch das Synchrotron gegebenen Grenzen frei wählbar.

Entsprechend der Variation des von Meister und Yennie berechneten zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitts (Gleichung (32)) wählte das Programm die Energie der im Target gestreuten Elektronen. Der Streuwinkel wurde innerhalb der Raumwinkelakzeptanz ohne Rücksicht auf die Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts ausgewürfelt.

Die Differentialgleichungen, die die Bewegung der Elektronen im Spektrometer beschreiben, wurden mit den so erzeugten Anfangsbedingungen gelöst. Dabei wurden erst Glieder, die von dritter Ordnung in den Anfangsbedingungen sind, vernachlässigt. Vielfachstreuung an verschiedenen

Stellen des Spektrometers wurde in die Rechnung mit einbezogen.

Um die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Streuwinkel zu berücksichtigen, wurde jedes durch das Spektrometer verfolgte Teilchen mit einem Gewicht versehen. Dieses war gleich dem Verhältnis der Rosenbluthwirkungsquerschnitte, berechnet mit dem zufällig gewählten Streuwinkel  $\Theta$  einerseits und dem zentralen Streuwinkel  $\Theta_0$  andererseits.

Das auf diese Weise im Hodoskop vom Programm erzeugte Spektrum gestattet im Bereich zwischen elastischem Maximum und inelastischer Schwelle einen direkten Vergleich mit den gemessenen, wenn die Lage des elastischen Maximums in beiden Fällen die gleiche ist. Dies wurde bei jeder Datengruppe dadurch erreicht, daß in der Monte-Carlo-Rechnung die Energie der elastisch gestreuten Elektronen als freier Parameter behandelt wurde. Eine verbleibende Unsicherheit von  $\pm 0,04\%$  in der Lagebestimmung des elastischen Maximums beruht auf der endlichen Auflösung des Spektrometers und der ungenügenden Kenntnis über die Energieverteilung der einlaufenden Elektronen. Die Fehlerangabe enthält außerdem den Einfluß, den die spezielle Wahl eines theoretischen Modells für den elastischen Strahlungsschwanz bei der Energiebestimmung hat.

Um den Verlauf des Strahlungsschwanzes genauer zu untersuchen, wurde das gemessene Impulsspektrum jeder Datengruppe mit dem berechneten in folgender Weise verglichen. Wenn  $i_s$  das Hodoskopelement ist, in dem die inelastische Schwelle liegt, dann wurden die in den Hodoskopzählern nachgewiesenen Raten  $N_n$  jeweils bis zu einem Element  $n = i \leq i_s - 1$  aufsummiert und durch die gesamte Zählrate in allen  $i_s - 1$  Elementen dividiert. Das so berechnete Verhältnis wurde auf ein entsprechendes der Monte-Carlo-Rechnung normiert. Die gebildete Größe kann mit folgendem Quotienten von Wirkungsquerschnitten identifiziert werden .

$$R(i) = \frac{\frac{\sum_{n=1}^i N_n}{\sum_{n=1}^{i_s-1} N_n} \Big|_{\text{EXP}}}{\frac{\sum_{n=1}^i N_n}{\sum_{n=1}^{i_s-1} N_n} \Big|_{\text{MC}}} = \frac{\frac{\overline{\sigma}(\delta E)}{\overline{\sigma}(\Delta E)} \Big|_{\text{EXP}}}{\frac{\overline{\sigma}(\delta E)}{\overline{\sigma}(\Delta E)} \Big|_{\text{MC}}} \quad (34)$$

wobei  $\overline{\sigma}(\delta E) = \int_{E_3^{\text{el}} - \delta E}^{E_3^{\text{el}}} \frac{d^2 \overline{\sigma}}{d\Omega dE_3} dE_3$ .  $\delta E$  und  $\Delta E$  sind die Energieintervalle,

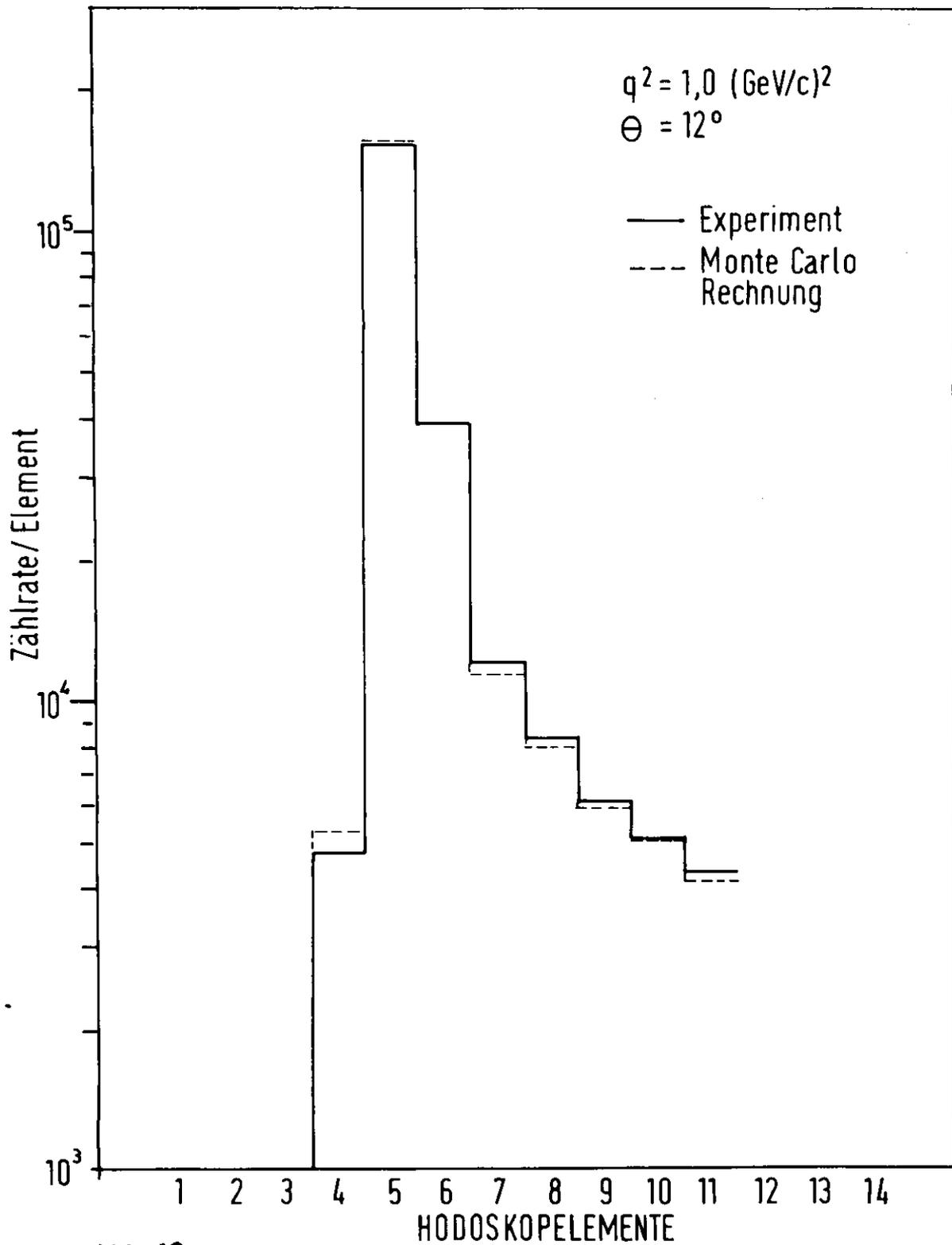
die den Abständen zwischen dem elastischen Maximum und dem  $i$ -ten bzw.  $i_s - 1$  Zähler entsprechen. Wenn die experimentellen Wirkungsquerschnitte sich verhalten wie der in Gleichung (32), dann muß  $R(i)$  für alle  $i$  bzw.  $\delta E$  gleich 1 sein.

Da sich die einzelnen Datengruppen bezüglich der Lage des elastischen Maximums und somit auch bezüglich der  $\delta E$  Werte nur um 0,2 % unterschieden, war eine lineare Extrapolation der einzelnen  $R(i)$  zu jeweils einem gemeinsamen  $\delta E$  gerechtfertigt. Mit Hilfe der gewichteten Mittelwerte aller  $R(i)$ , die zu einem  $\delta E$  gehören, wurden die 26 gemessenen Spektren zu einer Hodoskopverteilung zusammengefaßt. Die Zählraten in den Hodoskopzählern, aus denen diese zusammengefaßte Hodoskopverteilung besteht, wurde mit der Annahme

$$\sum_{n=1}^{i_s-1} N_n \Big|_{\text{MC}} = \sum_{n=1}^{i_s-1} N_n \Big|_{\text{EXP}}$$

gemäß Gleichung (34) berechnet.

$$N_i = \overline{R(i)} \sum_{n=1}^i N_n \Big|_{\text{MC}} - \overline{R(i-1)} \sum_{n=1}^{i-1} N_n \Big|_{\text{MC}} \quad (35)$$



**Abb. 18**  
 Impulsverteilung der gestreuten Elektronen. In der Monte-Carlo-Rechnung wurde für den Verlauf des Wirkungsquerschnitts Gleichung (32) zu Grunde gelegt.

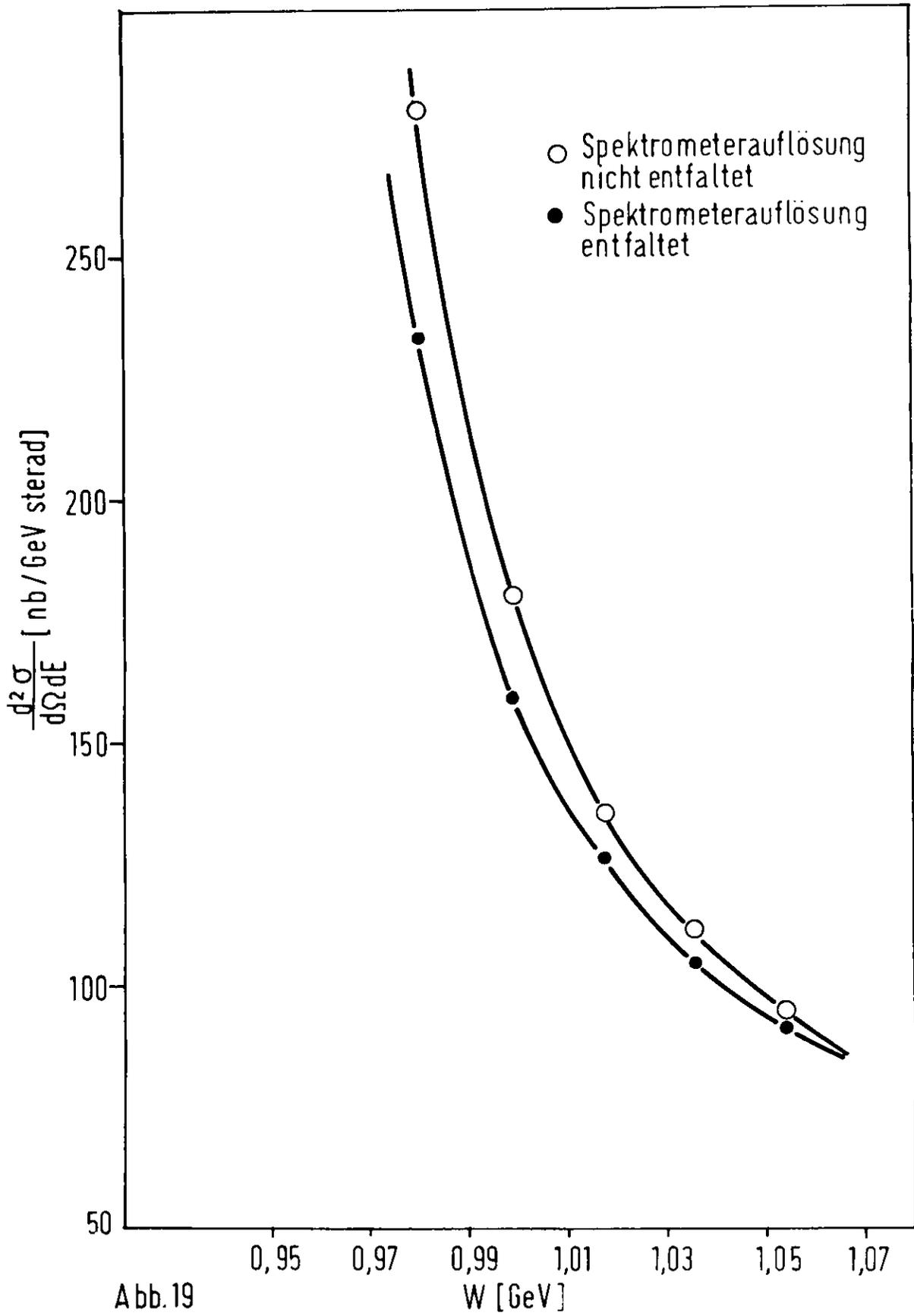


Abb.19  
 Wirkungsquerschnitte als Funktion der Masse W des Rückstoßsystems mit und ohne Berücksichtigung der Spektrometerauflösung

Die Normierung auf gleichen Hodoskopinhalt zwischen Theorie und Experiment ist gleichbedeutend damit, daß in Formel (32) für den Rosenbluthwirkungsquerschnitt der in diesem Experiment gemessene Wert eingesetzt wird.

Abbildung 18 zeigt im logarithmischen Maßstab die auf diese Weise berechnete Verteilung der im Hodoskop nachgewiesenen Elektronen. Das vom Programm unter den obigen Annahmen erzeugte Spektrum ist in dieselbe Abbildung als gestrichelte Linie eingezeichnet.

Wie wichtig eine möglichst exakte Behandlung der experimentellen Auflösung ist, zeigt ein Vergleich der in Abbildung 19 als Funktion der invarianten Masse  $W$  dargestellten Wirkungsquerschnitte, wenn diese direkt aus der Zählrate in den Hodoskopzählern berechnet werden oder aus der relativen Abweichung zwischen gemessenem und berechnetem Spektrum.

### 5.3 Fehler

Es sind drei Fehlerquellen, durch die die Genauigkeit der Messung begrenzt wird:

1. Statistik,
2. Entfaltung der Spektrometerauflösung und Lagebestimmung des elastischen Maximums,
3. Kenntnis der Impulsdispersion.

In der Nähe der inelastischen Schwelle dominiert der durch 1. verursachte Fehler, während im übrigen Bereich die Unsicherheiten durch 2. und 3. überwiegen. Der statistische Fehler hat Werte zwischen 2.7 und 5.3 %. Die auf  $\pm 5$  % bekannte Impulsdispersion, die endliche Auflösung des Spektrometers und die Lagebestimmung des elastischen Maximums bewirken zusammen einen Fehler, der zwischen 3.4 und 4.5 % liegt.

5.4. Ergebnisse

Die bei zwei verschiedenen Materialdicken vor dem Spektrometer und fünf invarianten Massen  $W=M(p+\gamma)$  gemessenen Wirkungsquerschnitte sind in Tabelle 5 aufgeführt.

Tabelle 5

ohne zusätzlichen Kadator		mit zusätzlichem Kadator	
W [GeV]	$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} \left[ \frac{nb}{GeV \text{ sterad}} \right]$	W [GeV]	$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} \left[ \frac{nb}{GeV \text{ sterad}} \right]$
0.9807	233.3 $\pm$ 14.3	0.9827	252.4 $\pm$ 16.0
0.9995	159.4 $\pm$ 9.6	1.0014	184.4 $\pm$ 11.7
1.0179	126.5 $\pm$ 7.9	1.0198	146.2 $\pm$ 9.7
1.0360	104.8 $\pm$ 6.7	1.0379	119.5 $\pm$ 8.1
1.0538	91.7 $\pm$ 6.0	1.0556	103.2 $\pm$ 7.2

Der Vergleich der gemessenen Wirkungsquerschnitte mit theoretischen Vorhersagen für den elastischen Strahlungsschwanz ist Abbildung 20a und b zu entnehmen. Die Kurven (1) und (3) beruhen auf Gleichung (33) und unterscheiden sich dadurch, daß bei (1) der Vielfachemissionsfaktor gleich 1 gesetzt wurde. Zu ihrer Berechnung wurde für den  $q^2$ -Verlauf der Protonformfaktoren ein Fit an die existierenden Daten benutzt. Seine Normierung war so gewählt, daß er den in diesem Experiment gemessenen Rosenbluthwirkungsquerschnitt  $d\sigma_0/d\Omega$  wiedergibt. Die Unsicherheit von  $\pm 2,3\%$  in der Messung von  $d\sigma_0/d\Omega$  ist in den Fehlerbalken der experimentellen Punkte enthalten. Kurve (2) zeigt die Vorhersage von Meister und Yennie (Gleichung (32)).

Ohne zusätzlichen Radiator (Abb.20a) tragen interne und externe Bremsstrahlung im Verhältnis 3:1 zum Strahlungsschwanz bei. Der zusätzliche Radiator von 0.034 Strahlungslängen vor dem Eintrittsfenster des Spektrometers erhöht den elastischen Strahlungsschwanz um 20 %. Das Ver-

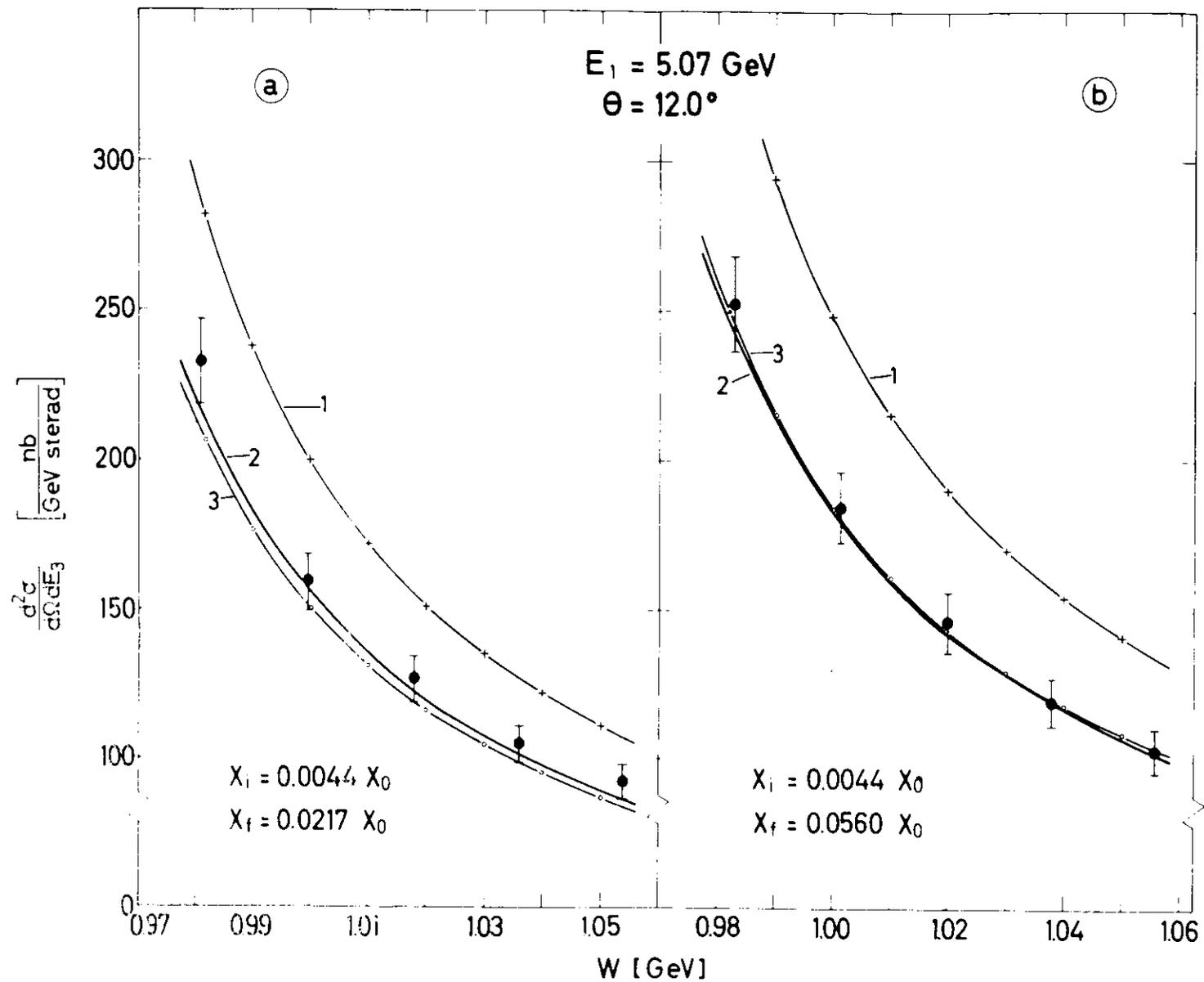


Abb. 20 : Die experimentellen Punkte geben den gemessenen zweifach differentiellen Wirkungsquerschnitt  $d^2\sigma/d\Omega dE_3$  als Funktion der Masse  $W$  des  $(p+\bar{p})$  Rückstoßsystems wieder.  $X_i$  und  $X_f$  sind die Materialdicken vor und hinter dem Target in Einheiten von Strahlungslängen  $X_0$ , die die einlaufenden und gestreuten Elektronen durchdringen. Kurve (1) und (3) sind die Vorhersagen von Tsai mit (3) und ohne (1) Berücksichtigung von Vielfachemission. Kurve (2) ist gemäß Gleichung (32) berechnet worden.

hältnis von interner zu externer Strahlung beträgt dann 3:2 (Abb.20b).

Kurve (2) kann die experimentellen Wirkungsquerschnitte sehr gut beschreiben. Diese Aussage gilt unabhängig von der Materialdicke im Strahl und zeigt, daß in diesem Fall die externe Bremsstrahlung richtig behandelt wird. Auch der von Tsai berechnete Strahlungsschwanz (Kurve (3)) ist mit den Daten verträglich. Bei zunehmender Radiatordicke sieht man jedoch eine deutliche Verschiebung der berechneten Kurve relativ zu den Meßpunkten. Dies deutet darauf hin, daß von Tsai die externe Bremsstrahlung überschätzt wird. Die Übereinstimmung mit den Meßpunkten wird verbessert, wenn man bei der Vorhersage von Meister und Yennie die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts innerhalb der Spektrometerakzeptanz berücksichtigt und den von Tsai berechneten Ausdruck korrigiert auf Grund der Abstrahlung von Photonen durch das Proton. Beide Effekte vergrößern den zweifachdifferentiellen Wirkungsquerschnitt. Die Variation des Rosenbluthwirkungsquerschnitts im akzeptierten Impulsband bewirkt eine Erhöhung um  $\Delta\left(\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3}\right) \approx 7 \left[\frac{nb}{\text{GeVsterad}}\right]$  und die Protonbremsstrahlung eine Erhöhung um etwa 2,5-3,0 %.

Die schlechte Wiedergabe der Daten durch Kurve (1) macht deutlich, daß Beiträge von Prozessen höherer Ordnung bei der Berechnung von Strahlungskorrekturvorschriften nicht vernachlässigt werden dürfen.

In Abbildung 21 werden die experimentellen Ergebnisse mit der Vorhersage von Gleichung (20) verglichen. Die als Funktion von  $\delta E/E_3$  dargestellte Größe ist das in Gleichung (34) angegebene Verhältnis von Wirkungsquerschnitten. Da die Monte-Carlo-Rechnung auf Gleichung (20) beruht, ist Kurve (1) in dieser Art der Darstellung die Vorhersage, die man erhält, wenn in der Strahlungskorrekturformel von Meister und Yennie die doppelt logarithmischen Terme exponentiert werden. Kurve (3) zeigt als Vergleich den theoretisch zu erwartenden Verlauf, wenn diese Terme nicht exponentiert werden. Die experimentellen

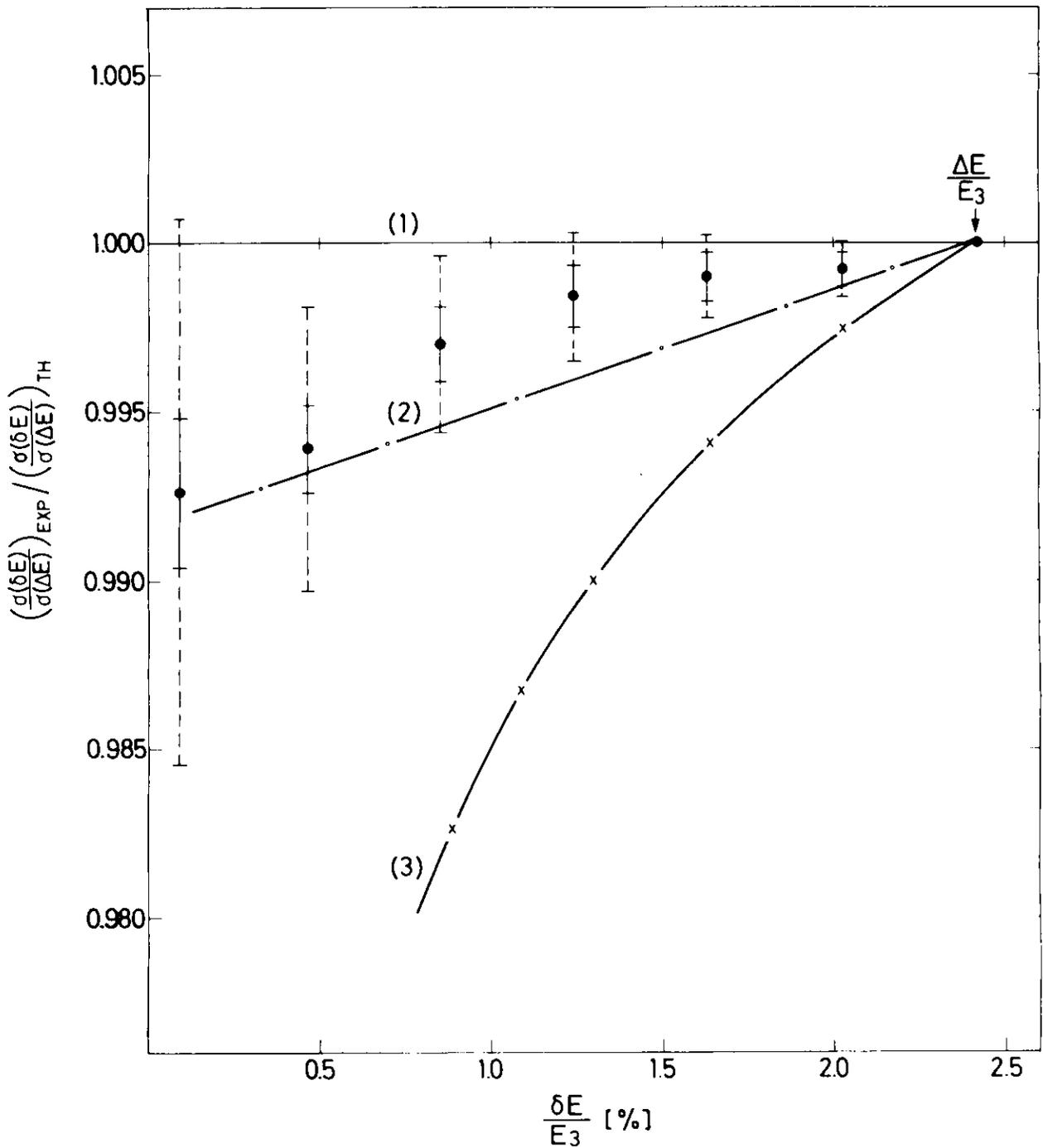


Abb. 21 : Das gemessene Verhältnis  $\sigma(\delta E)/\sigma(\Delta E)$  -normalisiert auf ein entsprechendes Verhältnis, das aus Gleichung (20) berechnet wurde - als Funktion von  $\delta E/E_3$ . Kurve (2) beruht ebenfalls auf Gleichung (20), berücksichtigt aber zusätzlich die Variation des Wirkungsquerschnitts  $d\sigma/d\Omega$  im akzeptierten Impulsband. Kurve (3) ist die Vorhersage von Meister und Yennie, wenn in Gleichung (20) die doppelt logarithmischen Terme von  $\delta$  nicht exponentiert werden.

Punkte sprechen eindeutig für die exponentierte Form und bestätigen damit wiederum die Notwendigkeit, Vielfachemission von Photonen in die Theorie mit einzubeziehen.

Die mit (2) bezeichnete Kurve ist ein Versuch, die Energieabhängigkeit von  $d\sigma_0/d\Omega$  innerhalb der Spektrometerakzeptanz zu berücksichtigen. Dazu wurde der zweifachdifferentielle Wirkungsquerschnitt in Gleichung (33) einmal bei konstanter Einfallenergie  $E_1$  und ein zweites Mal bei variabler Energie  $E_1' = E_1 - w_1$  berechnet. Mit dem Verhältnis dieser Werte wurde für jede Energie des gestreuten Elektrons der Wirkungsquerschnitt von Gleichung (32) korrigiert und dann numerisch integriert. Die befriedigende Übereinstimmung mit dem Experiment ist ein Hinweis dafür, daß dieser bei großem Streuwinkel sehr wichtige Effekt in Kapitel 4.2.2.2 richtig behandelt wurde.

6. Vergleich der Nukleonformfaktoren mit theoretischen Modellen-----

Die experimentellen Ergebnisse über die Formfaktoren von Proton und Neutron lassen sich bei grober Beschreibungsweise folgendermaßen zusammenfassen:

1. Die Formfaktoren des Nukleons haben mit Ausnahme des elektrischen Formfaktors vom Neutron näherungsweise den gleichen  $q^2$ -Verlauf, d.h. es gilt:

$$G_{EP} \approx \frac{G_{MP}}{\mu_p} \approx \frac{G_{MN}}{\mu_n} \approx G \quad (36)$$

2. In grober Näherung kann ihre Abhängigkeit vom Impulsübertrag durch eine Dipolformel beschrieben werden.

$$G = (1 + q^2/0.71)^{-2} \quad (37)$$

3. Der elektrische Formfaktor vom Neutron ist oberhalb von  $q^2 = 0.5 \text{ (GeV/c)}^2$  mit Null verträglich.

$$G_{EN}(q^2) \approx 0 \quad (38)$$

Genauere Messungen diskutieren die Daten in Form von Abweichungen von den unter 1. bis 3. genannten Aussagen. Dabei zeigt sich:

1. Der magnetische Formfaktor des Protons weicht von der Dipolformel bei  $q^2 = 0.-0.6 \text{ (GeV/c)}^2$  um etwa 3 % und oberhalb von  $q^2 = 5.0 \text{ (GeV/c)}^2$  bis zu 15 % systematisch zu kleineren Werten ab. Im Bereich von  $q^2 = 0.6-5.0 \text{ (GeV/c)}^2$  liegen die experimentellen Werte bis zu 5 % über der Dipolformel.
2. Das Proportionalitätsgesetz ist oberhalb von  $q^2 = 1.5 \text{ (GeV/c)}^2$  mit einer Signifikanz von 2 Standardabweichungen verletzt, und zwar fällt der elektrische Formfaktor des Protons mit wachsendem Impulsübertrag stärker ab als der magnetische Formfaktor.

3. Die Streuung thermischer Neutronen an Atomen ergibt eine von Null verschiedene Steigung für den  $q^2$ -Verlauf des elektrischen Neutronformfaktors<sup>(26)</sup>.

$$\left. \frac{dG_{EN}}{dq^2} \right|_{q^2=0} = (0.0193 \pm 0.0004) q^2 \quad (39)$$

Theoretische Modelle, die diese  $q^2$ -Abhängigkeit der Formfaktoren wiedergeben wollen, müssen ferner folgende Randbedingungen bei  $q^2 = 0$  erfüllen:

$$\begin{aligned} G_{EP}(0) &= 1 & G_{EN}(0) &= 0 \\ G_{MP}(0) &= 2.793 & G_{MN}(0) &= -1.913 \end{aligned} \quad (40)$$

Eine weitere Bedingung, die die Gültigkeit des Proportionalitätsgesetzes bei zeitartigen Impulsüberträgen ausschließt, verlangt, daß bei  $q^2 = 4M^2$

$$G_{EP,N}(4M^2) = G_{MP,N}(4M^2) \quad (41)$$

gilt.

Es sind hauptsächlich drei Gruppen theoretischer Modelle, die versuchen, die Struktur des Nukleons zu erklären.

1. Vektordominanzmodelle,
2. Quarkmodelle,
3. Venezianomodelle.

Im folgenden sollen die Annahmen, auf denen diese Modelle beruhen, kurz erläutert werden und je ein für die Gruppe repräsentatives Modell mit den experimentellen Daten verglichen werden. Die zum Vergleich benutzten Daten stammen aus den Laboratorien Orsay, Stanford, Cornell, CEA, Bonn und DESY. Sie bestehen aus

- 15 Werten für  $(\mu G_{EP}/G_{MP})^2$  (1,2,23,27-33, Diese Arbeit)
- 15 Werten für  $G_{MP}$  (1,2,23,27-33, Diese Arbeit)
- 39 Werten für  $G_{EN}$  (26),  $G_{EN}/G_{EP}$  (34-37),  $G_{EN}^2$  (38-40),  $G_{EN}^S$  (41)
- 18 Werten für  $G_{MN}/G_{MP}$  (38-40),  $G_{MN}$  (42)
- 31 Werten für  $1/G_{NS} \cdot d\sigma/d\Omega$  (e-p) (2,30,32,33,43)
- 12 Werten für  $d\sigma/d\Omega$  (e-n)/ $d\sigma/d\Omega$  (e-p) (44,45)

Die Gesamtheit dieser Daten - also auch die Formfaktoren des Neutrons und die Wirkungsquerschnittsmessungen bei großen Impulsüberträgen - wurden bei der Bestimmung der in die Modelle eingehenden freien Parameter benutzt.

### 6.1 Vektordominanzmodell

Die elektromagnetische Wechselwirkung von Elementarteilchen wird durch den elektromagnetischen Stromoperator  $J_\mu(x)$  beschrieben. Er kann aufgeteilt werden in einen hadronischen und einen leptonischen Teil

$$J_\mu(x) = j_\mu^{had}(x) + j_\mu^{lep}(x) \quad (42).$$

Der Leptonenstrom  $j_\mu^{lep}$  ist bekannt und in Gleichung (5) gegeben. Über den hadronischen elektromagnetischen Strom behauptet das Vektordominanzmodell, daß er identisch ist mit einer Linearkombination der bekannten neutralen Vektor-Meson Felder  $\rho, \omega$  und  $\phi$

$$j_\mu^{had}(x) = e \left\{ \lambda_\rho \rho_\mu(x) + \lambda_\omega \omega_\mu(x) + \lambda_\phi \phi_\mu(x) \right\} \quad (43)$$

$e$  ist hier die Ladung des Elektrons und  $\lambda_\rho, \lambda_\omega$  und  $\lambda_\phi$  sind Konstanten.

In Analogie zur Gell-Mann-Nishijima-Formel

$$Q = I_3 + Y/2 \quad (44)$$

kann man den hadronischen elektromagnetischen Strom auch zerlegen in einen isovektoriellen und einen isoskalaren Anteil.

$$j_{\mu}^{\text{had}}(X) = j_{\mu}^{(I_3)}(X) + j_{\mu}^{(Y)}(X) \quad (45)$$

Demnach ist das  $\rho$  Meson mit Isospin  $I=1$  gekoppelt mit einem Strom  $j_{\mu}^{(I_3)}$ , der zur dritten Komponente des Isospinoperators gehört und die isoskalaren Teilchen  $\omega$  und  $\phi$  stehen in Beziehung zu einem Strom  $j_{\mu}^{(Y)}$ , der zur Hyperladung  $Y$  gehört.

Ebenso wie die Ströme teilt man die Formfaktoren in isoskalare und isovektorielle Komponenten auf. Dadurch wird der Vergleich von experimentellen Daten mit theoretischen Vorhersagen vereinfacht.

$$\begin{aligned} G_E^V &= \frac{1}{2}(G_{EP} - G_{EN}) & G_M^V &= \frac{1}{2}(G_{MP} - G_{MN}) \\ G_E^S &= \frac{1}{2}(G_{EP} + G_{EN}) & G_M^S &= \frac{1}{2}(G_{MP} + G_{MN}) \end{aligned} \quad (46)$$

Für die Berechnung von Formfaktoren mit Hilfe von Dispersionsrelationen

$$G(q^2) = \frac{1}{\pi} \int \frac{m(x)}{q^2 + x} dx \quad (47)$$

bedeutet die Aussage des Vektordominanzmodells, daß die Spektralfunktion  $m(x)$  im Integranden allein durch die drei Vektormesonen dominiert wird. Bei Vernachlässigung der endlichen Breiten dieser Resonanzen erhält man z.B.

$$G_{MP} = G_M^V + G_M^S = \frac{1}{\pi} \sum_i \frac{A_i}{1 + q^2/m_i^2} \quad i = \rho, \omega, \phi \quad (48)$$

Da man nur ein einziges Meson mit Isospin  $I=1$  kennt, fällt der isovektorielle Formfaktor hiernach mit  $1/q^2$  bei wachsendem Impulsübertrag ab, während die Daten eine  $1/q^4$  Abhängigkeit zeigen. Versuche, diese Schwierigkeit

zu beheben

1. durch Einführung eines zusätzlichen Vektormesons,
2. durch Anbringen von Formfaktoren am Meson-Nukleon Vertex

haben nur begrenzten Erfolg.

Ein Modell <sup>(46)</sup> des zweiten Typs, das sich gegenüber anderen Vektordominanzmodellen dadurch auszeichnet, daß es eichinvariant ist, koppelt die bekannten Vektormesonen an Ströme, die zu den in der starken Wechselwirkung erhaltenen verallgemeinerten Ladungen Isospin I, Baryonenzahl N und Hyperladung Y gehören. Zu diesen drei Strömen werden entsprechende "Dirac" und "Pauli" Formfaktoren

$$F_a^{(b)}(q^2) = \frac{F_a^{(b)}(0)}{1 + q^2/\Lambda_{(b)}^2} \quad \begin{array}{l} b = I, N, Y \\ a = 1, 2 \end{array} \quad (49)$$

eingeführt, die die  $q^2$ -Abhängigkeit der Meson-Nukleon Vertizes beschreiben sollen. Die 6 Konstanten  $F_2^{(b)}(0)$  ergeben sich bis auf  $F_2^{(N)}(0)$  aus Isospin, Hyperladung, Baryonenzahl und den magnetischen Momenten von Proton und Neutron.

Da die Invarianz der starken Wechselwirkung gegenüber Transformationen der Symmetriegruppe  $SU(3)$  nicht streng gilt, werden die physikalischen Zustände  $\omega$  und  $\phi$  durch eine Mischung aus Baryonenstrom  $j_\mu^{(B)}$  und Hyperladungstrom  $j_\mu^{(Y)}$  erzeugt.

$$j_\mu^\phi = \frac{1}{\cos(\theta_Y - \theta_N)} \left\{ g_Y \cos \theta_N j_\mu^{(Y)} + g_N \sin \theta_Y j_\mu^{(N)} \right\} \quad (50)$$

$$j_\mu^\omega = \frac{1}{\cos(\theta_Y - \theta_N)} \left\{ -g_Y \sin \theta_N j_\mu^{(Y)} + g_N \cos \theta_Y j_\mu^{(N)} \right\} \quad (51)$$

Das Mischungsverhältnis wird durch zwei Winkel  $\Theta_N$  und  $\Theta_Y$  beschrieben. Bei der Anpassung des Modells an den verwendeten Datensatz wurden für sie die aus den Zerfallsbreiten  $\Gamma_{\phi \rightarrow K^+K^-}$ ,  $\Gamma_{\phi \rightarrow e^+e^-}$  und  $\Gamma_{\omega \rightarrow e^+e^-}$  experimentell gefundenen Werte <sup>(47)</sup>

$$\Theta_N = 29.0^\circ$$

$$\Theta_Y = 41.6^\circ$$

benutzt. Außer den 4 Parametern  $\Lambda_I, \Lambda_Y, \Lambda_N$  und  $F_2^{(N)}(0)$  enthält das Modell noch einen weiteren Parameter, der gleich dem Verhältnis  $g_N/g_Y$  der in Gleichung (50) und (51) definierten Kopplungskonstanten ist.

Die Ausgleichsrechnung liefert ein  $\chi^2$  pro Freiheitsgrad von 9.4 mit folgenden angepaßten Parameterwerten:

$$\begin{aligned} \Lambda_I &= 0.863 \pm 0.005 \text{ GeV} \\ \Lambda_Y &= 0.529 \pm 0.009 \text{ GeV} \\ \Lambda_N &= 1.29 \pm 0.05 \text{ GeV} \\ F_2^{(N)}(0) &= -0.42 \pm 0.02 \\ g_N/g_Y &= 4.5 \pm 0.2 \end{aligned}$$

Der große  $\chi^2$  Wert rührt hauptsächlich daher, daß das Modell den von allen Nukleonformfaktoren am besten bekannten magnetischen Formfaktor vom Proton nicht wiederzugeben vermag (Abb. 22 und 23) und der elektrische Formfaktor vom Neutron überschätzt wird. Der elektrische Protonformfaktor hat nach diesem Modell bei  $q^2 = 6.1 \text{ (GeV/c)}^2$  eine Nullstelle.

## 6.2 quarkmodell

Im Quarkmodell werden Neutron und Proton als gebundene Zustände dreier Quarks beschrieben. Ihre Bewegung wird wegen der großen Masse und der deswegen zwangsläufig starken Bindungskräfte nichtrelativistisch behandelt.

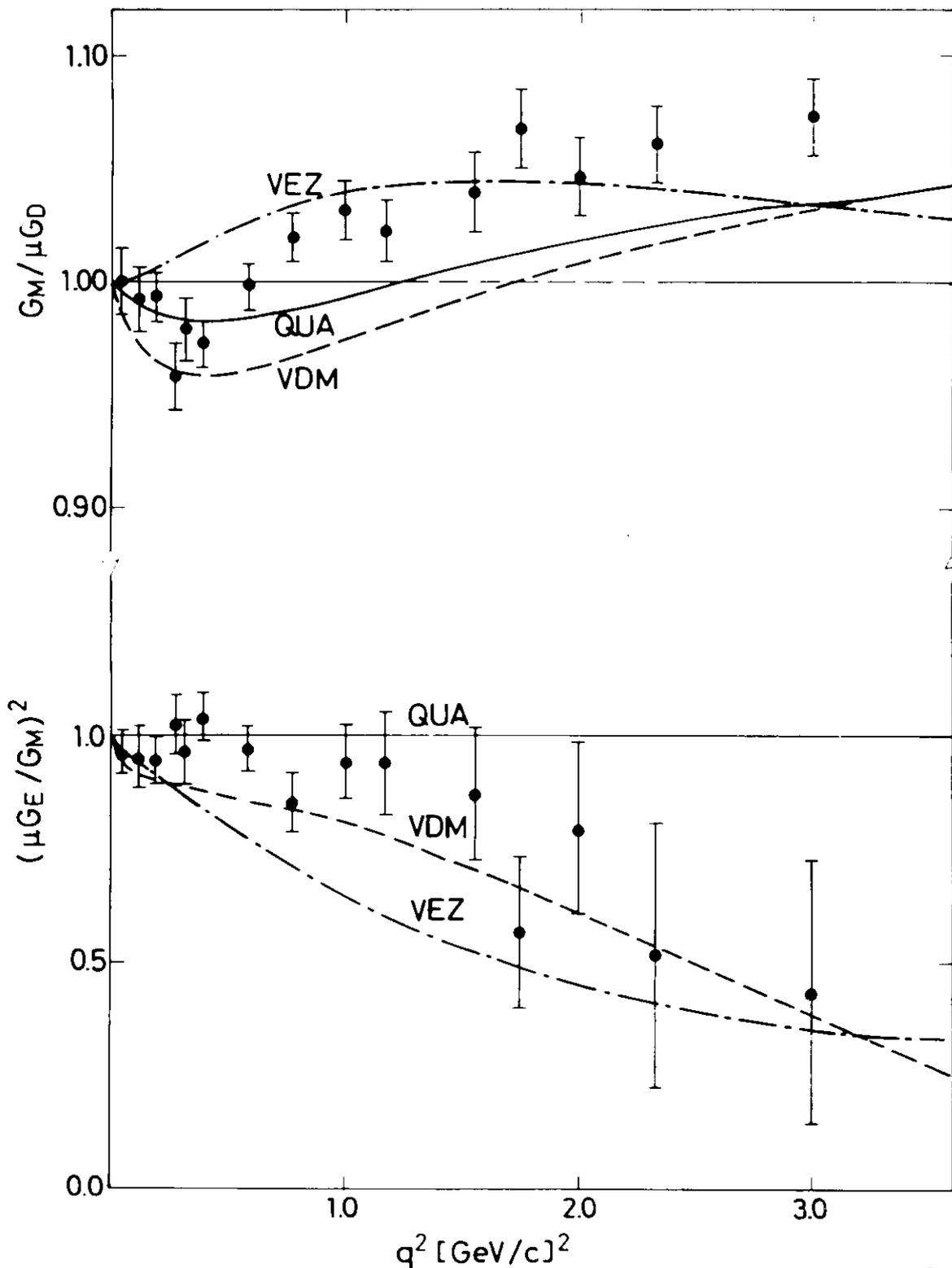


Abb.22 : Die Verhältnisse  $\mu_{G_E} / G_M$  - wobei  $G_M = (1 + q^2/0.71)^{-1}$  - und  $(\mu_{G_E} / G_M)^2$  als Funktion von  $q^2$ . Die experimentellen Daten stammen aus dieser Arbeit und Referenz (1,2,23,27-33). Die eingezeichneten Kurven sind die Vorhersagen des Vektordominanzmodells(46) (VDM), des Quarkmodells(48) (QUA) und des Venezianomodells (51) (VEZ). Bei der Bestimmung ihrer freien Parameter wurden auch die Formfaktoren des Neutrons von Ref. (26,34-42,44,45) berücksichtigt sowie die Wirkungsquerschnittsmessungen bei großen Impulsüberträgen (2,30,31,33,43) .

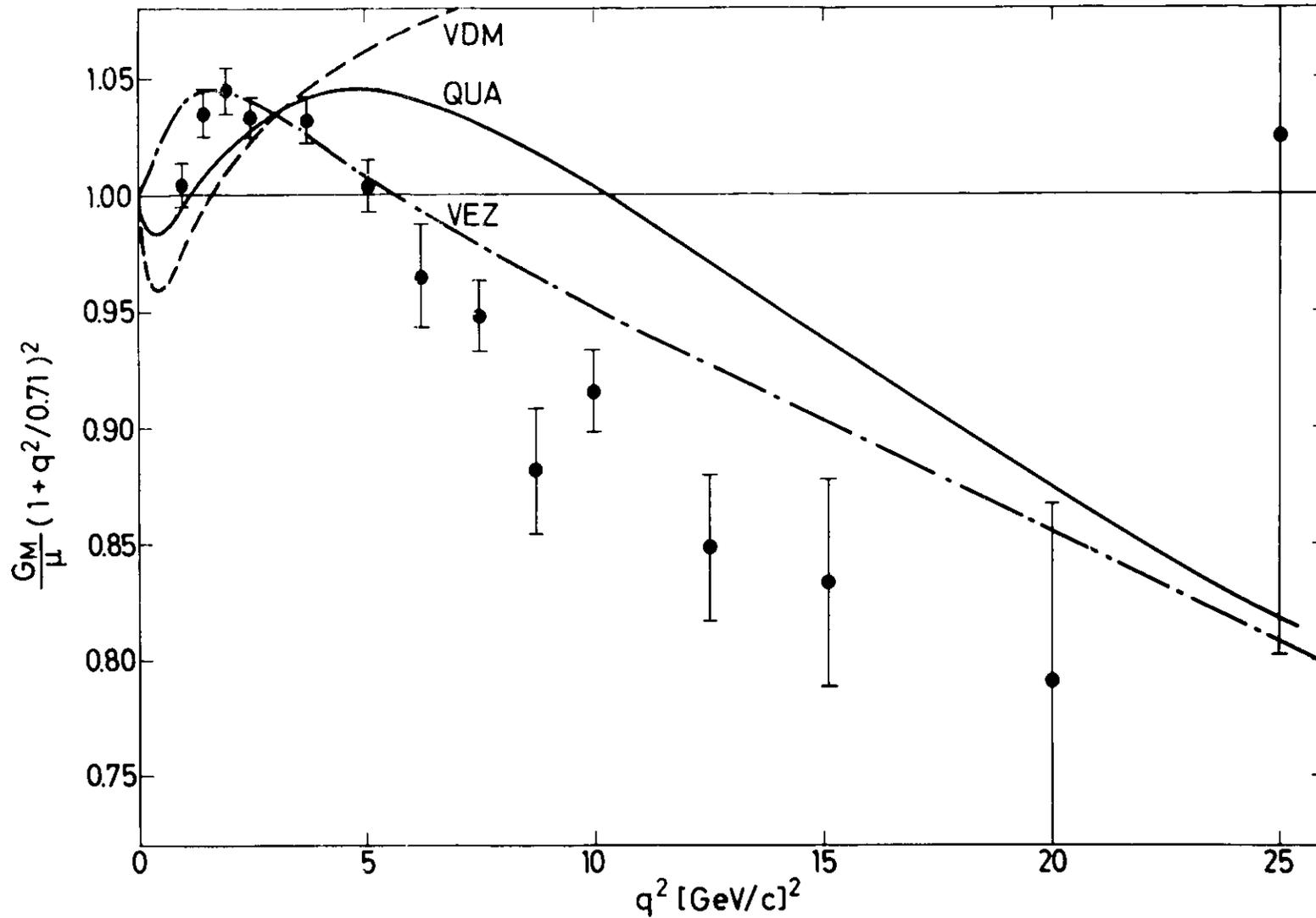


Abb.23: Der magnetische Protonformfaktor dividiert durch den Dipolformfaktor bei großen Impulsüberträgen  $q^2$ . Die Daten sind die Ergebnisse von Ref.(43) und die eingezeichneten Kurven sind die Vorhersagen des Vektordominanzmodells<sup>(46)</sup> (VDM) , des Quarkmodells<sup>(48)</sup> (QUA) und des Venezianomodells<sup>(51)</sup> (VEZ) ,

Unter der Annahme punktförmiger Quarks, deren Eigenschaften sich additiv zu denen des Nukleons zusammensetzen, macht man für Neutron und Proton folgenden Ansatz über die nullte Komponente des Stromoperators

$$j_0(r) = \sum_{i=1}^3 e_i \delta(\vec{x}_i - r) \quad (52)$$

Der allgemeinst mögliche additive Ausdruck für die räumlichen Komponenten ergibt sich aus der nullten Komponente durch eine Lorentztransformation.

$$\vec{j}(r) = \sum_{i=1}^3 e_i [\vec{x}_i \delta(\vec{x}_i - r)]_{\text{Symm.}} + \sum_{i=1}^3 \mu_i \text{rot}_i \vec{\delta}_i \delta(\vec{x}_i - r) \quad (53)$$

Das Produkt aus Operatoren in der ersten Summe muß symmetrisiert werden, um den richtigen Übergang von der klassischen zur quantenmechanischen Beschreibungsweise zu gewährleisten.

In einem Koordinatensystem, in dem  $q_0 = 0$  und somit  $q^2 = \vec{q}^2$  ist, läßt sich aus Gleichung (52) und (53) unabhängig von der Wellenfunktion des Quarksystems das Proportionalitätsgesetz für die Nukleonformfaktoren sowie  $G_{EN}(q^2) = 0$  folgern.

Die  $q^2$ -Abhängigkeit des elektrischen und magnetischen Protonformfaktors und die des magnetischen Neutronformfaktors wird durch die Gestalt der Wellenfunktion bestimmt. Wenn die Quarks Fermionen sind, dann muß die Wellenfunktion des Nukleons ein Produkt aus einer symmetrischen Spinwellenfunktion und einer antisymmetrischen Ortswellenfunktion sein. Ein Beispiel für eine physikalisch akzeptierbare und am Koordinatenursprung singuläre Ortswellenfunktion, die zu keiner Nullstelle im elektrischen Formfaktor vom Proton führt, wird von

Meyer (48) angegeben. Die mit dieser Wellenfunktion berechneten Nukleonformfaktoren

$$G(q^2) = \frac{1}{1+q^2/m_\rho^2} \frac{32}{5(y+2)^2} (19y^4 + 48y^3 + 88y^2 + 80y + 40)$$

$$y = \sqrt{1 + \frac{2q^2}{3b^2}} - 1 \quad (53)$$

wurden mit den experimentellen Daten verglichen (Abb. 22 und 23). Der Vergleich liefert für den einzigen freien Parameter

$$b = 0.738 \pm 0.002 \text{ GeV}$$

bei einem  $\chi^2/\text{Freiheitsgrad}$  von 6.46. Der Hauptbeitrag zu diesem Wert wird durch die experimentell mit großer Präzision gemessenen Steigung des elektrischen Neutronformfaktors bei  $q^2 = 0$  verursacht.

Versuche (49, 50), die Bewegung des Nukleons relativistisch aber die relative Quarkbewegung nichtrelativistisch zu behandeln, führen zu keiner besseren Übereinstimmung mit den Daten.

### 6.3 Venezianomodell

Im Gegensatz zum Vektordominanzmodell, das im Dispersionsintegral (47) nur Beiträge der bekannten Vektormesonen in Form von Resonanzen bei zeitartigen Impulsüberträgen  $q^2 = m_\rho^2$ ,  $m_\omega^2$  und  $m_\phi^2$  berücksichtigt, tragen im Venezianomodell auch alle höheren Massenzustände zum Integral (47) und damit zu den Nukleonformfaktoren bei. Diese Zustände gehören zu einer Familie von linear ansteigenden Regge-Trajektorien, von denen jede zwischen einer unendlichen Zahl von Resonanzen interpoliert. Die Breite aller Resonanzen ist Null.

Ein Modell von Frampton<sup>(51)</sup> beschränkt sich auf solche

Vektormesonresonanzen, die auf der  $\rho$  und  $\omega$  Trajektorie  $\alpha(t) = a + bt$  liegen. Der Autor schlägt für den magnetischen Formfaktor vom Proton folgendes Verhältnis von Gamma-Funktionen vor

$$G_{MP}(t) = \frac{\Gamma(c-a) \Gamma(1-\alpha(t))}{\Gamma(1-a) \Gamma(c-\alpha(t))} \quad (54)$$

Für raumartige Impulsüberträge  $t = -q^2$  stellt diese Funktion eine Überlagerung von Ausläufern unendlich vieler Pole dar, die von den Resonanzen auf den beiden Regge-Trajektoren herrühren. Um zu gewährleisten, daß die Schwellenbedingung (41) erfüllt ist, wurden statt der Sachs-Formfaktoren der isoskalare und isovektorielle Anteil vom Dirac- und Pauli-Formfaktor in Form von Gleichung (54) mit  $\alpha(t) = 0.5 + t$  an die experimentellen Daten angepaßt.

$$F_{1,2}^{SV}(t) = F_{1,2}^{SV}(0) \frac{\Gamma(c_{1,2}^{SV}-0.5) \Gamma(0.5-t)}{\Gamma(0.5) \Gamma(c_{1,2}^{SV}-0.5-t)} \quad (55)$$

Für die freien Parameter ergeben sich bei einem  $\chi^2$ /Freiheitsgrad von 3.5 folgende Werte

$$c_1^V = 2.67 \pm 0.02$$

$$c_2^V = 3.61 \pm 0.02$$

$$c_1^S = 2.82 \pm 0.02$$

$$c_2^S = 2.07 \pm 0.03$$

Mit Hilfe dieser Parameter können die Residuen der Pole berechnet werden, die zu den Vektormesonresonanzen auf der Regge-Trajektorie  $\alpha(t)$  und ihren Töchtertrajektorien gehören. Zu diesem Zweck macht man für die Gamma-Funktion in Gleichung (55) eine Polentwicklung.

$$F_{1,2}^{S_1 V}(t) = F_{1,2}^{S_1 V}(0) \frac{\Gamma(C_{1,2}^{S_1 V} - 0.5)}{\Gamma(0.5)} \sum_m \frac{(-1)^m}{m! \Gamma(C - m - 1)} \frac{1}{1 - \alpha(t) + m} \quad (56)$$

Für die Residuen  $R$  am  $\rho, \rho', \rho'', \rho''' \dots$  Pol und damit für das Produkt der Kopplungskonstanten  $g_{\rho\rho} g_{\rho\rho''}, g_{\rho\rho'} g_{\rho'\rho''}, \dots$  ergeben sich aus  $F_1^V$  folgende Werte:

$$\begin{aligned} F_1^V(t) &= \frac{(-1) \cdot \frac{F_1^V(0) \Gamma(C_1^V - 0.5)}{\Gamma(0.5) \Gamma(C_1^V - 1)}}{t - 0.5} + \frac{\frac{F_1^V(0) \Gamma(C_1^V - 0.5)}{\Gamma(0.5) \Gamma(C_1^V - 2)}}{t - 1.5} \\ &+ \frac{(-1) \frac{F_1^V(0) \Gamma(C_1^V - 0.5)}{2 \cdot \Gamma(0.5) \Gamma(C_1^V - 3)}}{t - 2.5} + \frac{\frac{F_1^V(0) \Gamma(C_1^V - 0.5)}{6 \cdot \Gamma(0.5) \Gamma(C_1^V - 4)}}{t - 3.5} + \dots \\ &= \frac{R_\rho}{t - m_\rho^2} + \frac{R_{\rho'}}{t - m_{\rho'}^2} \\ &+ \frac{R_{\rho''}}{t - m_{\rho''}^2} + \frac{R_{\rho'''}}{t - m_{\rho'''}^2} + \dots \quad (57) \end{aligned}$$

mit  $R_\rho = -0.38$ ,  $R_{\rho'} = 0.26$ ,  $R_{\rho''} = +0.042$  und  $R_{\rho'''} = 0.019$

Das Residuum vom  $\rho'$  Pol hat gegenüber dem Residuum vom  $\rho$  Pol entgegengesetztes Vorzeichen und ist von gleicher Größenordnung. Demnach ist für die Kopplung zwischen virtuellem Photon und Nukleon das  $\rho'$  Meson von annähernd gleicher Bedeutung wie das  $\rho$  Meson.

P. H. Frampton, K. Schilling und C. Schmid<sup>(52)</sup> zeigen, daß dieses Ergebnis nicht im Widerspruch dazu steht, daß in der Photoproduktion die  $\rho'$  Erzeugung um mindestens zwei Zehnerpotenzen kleiner ist als die  $\rho$  Erzeugung. Sie weisen darauf hin, daß die sich aus dem Verhältnis

$$\frac{\sigma(\gamma P \rightarrow \gamma' P)}{\sigma(\gamma P \rightarrow \gamma P)} = \left( \frac{g_{\gamma P \gamma'}}{g_{\gamma P \gamma}} \right)^2 \quad (58)$$

ergebende geringe Kopplung des Pomeron  $P$  an das  $\gamma'$  Meson keine Rückschlüsse auf das Verhältnis der Photon-Vektormeson Kopplungskonstanten  $g_{\gamma \gamma'}/g_{\gamma \gamma}$  erlaubt .

7. Zusammenfassung

- 1.) Es wurden Wirkungsquerschnitte für die elastische Streuung von hochenergetischen Elektronen an freien Protonen bei Impulsüberträgen zwischen 0.6 und 3.0  $(\text{GeV}/c)^2$  und Elektronstreuwinkeln zwischen  $12.5^\circ$  und  $90^\circ$  gemessen. Unabhängig von Daten anderer Laboratorien wurden der elektrische und magnetische Protonformfaktor bestimmt. Die Ergebnisse zeigen oberhalb von  $q^2 = 1.5 (\text{GeV}/c)^2$  eine Abweichung vom Proportionalitätsgesetz, deren Signifikanz bei konservativer Abschätzung 2 Standardabweichungen beträgt. Der elektrische Protonformfaktor  $G_E(q^2)$  fällt mit wachsendem Impulsübertrag stärker ab als der magnetische Formfaktor  $G_M(q^2)$ .

Ein Vergleich mit theoretischen Modellen ergibt: Weder das Vektordominanzmodell noch das Quarkmodell noch das Venezianomodell können den  $q^2$ -Verlauf der Nukleonformfaktoren richtig wiedergeben. Gemessen an der erreichten großen experimentellen Genauigkeit ist unser theoretisches Verständnis der Daten recht klein.

- 2.) Es wurde die Reaktion  $e + p \rightarrow e + p + \gamma$  im Missing-Mass-Bereich  $M_p \ll M(p+\gamma) \leq M_p + m_\pi$  untersucht. Nachgewiesen wurde das gestreute Elektron bei einem Streuwinkel von  $12^\circ$  und einem Impulsübertrag von 1.0  $(\text{GeV}/c)^2$ . Die Beschränkung auf den genannten Missing-Mass-Bereich erlaubt einen Test der verschiedenen Strahlungskorrekturvorschriften, die den Wirkungsquerschnitt  $d^2\sigma / d\Omega dE_3$  der obigen Reaktion mit dem Rosenbluthwirkungsquerschnitt  $d\sigma_0 / d\Omega$  verknüpfen.

Ein Vergleich mit den theoretischen Voraussagen von Meister und Yennie<sup>(10)</sup> und Tsai<sup>(24)</sup> bringt folgendes Ergebnis:

- a) Der Strahlungsschwanz wird durch die differentielle Form von Gleichung (20) richtig wiedergegeben.

Eine äquivalente Beschreibung ohne Exponentieren der doppelt-logarithmischen Terme versagt.

- b) Der von Tsai berechnete zweifachdifferentielle Wirkungsquerschnitt (Gleichung (33)) ist mit den Daten verträglich, wenn der Korrekturfaktor für Vielfachemission berücksichtigt wird. Die Übereinstimmung ist besser, wenn die Abstrahlung von Photonen durch das Proton berücksichtigt wird.

8. Anhang

8.1 Großwinkelspektrometer

8.1.1 Berechnung von Bahnkurven geladener Teilchen in Dipol- und Quadrupolmag-neten

Die Bewegung eines Teilchens mit Ladung  $e$  und Impuls  $p$  in einem beliebigen Magnetfeld gehorcht der Lorentzgleichung. Aus ihr ergibt sich in einem kartesischen Koordinatensystem  $(z, x, s)$  folgende Bahngleichung

$$\begin{aligned} \ddot{z} &= \frac{e}{p} \sqrt{1+z'^2+x'^2} (x' B_s - (1+z'^2) B_x + x' z' B_z) \\ \ddot{x} &= -\frac{e}{p} \sqrt{1+z'^2+x'^2} (z' B_s - (1+x'^2) B_z + x' z' B_x) \end{aligned} \quad (59)$$

Gestrichene Größen bezeichnen dabei die Differentiation nach der Koordinate  $s$ .

In einem Quadrupol, dessen Achse mit der  $s$ -Richtung zusammenfällt, hat das Feld vier Symmetrieebenen.

$$x = 0, \quad z = 0, \quad x = z, \quad x = -z$$

Bei Berücksichtigung dieser Symmetrie folgt aus den Maxwell'schen Gleichungen

$$\begin{aligned} -\text{rot } B &= 0 \\ \text{div } B &= 0 \end{aligned} \quad (60)$$

eine Entwicklung des Feldes nach Potenzen von  $z$  und  $x$ :

$$\begin{aligned} B_z &= x \left( g - \frac{1}{12} (3z^2 + x^2) g'' \right) + 0(5) \dots \\ B_x &= z \left( g - \frac{1}{12} (3x^2 + z^2) g'' \right) + 0(5) \dots \\ B_s &= zx \left( g' - \frac{1}{12} (z^2 + x^2) g'' \right) + 0(5) \dots \end{aligned} \quad (61)$$

wobei  $g(s) = \left. \frac{\partial B_z}{\partial x} \right|_{z=x=0} = \left. \frac{\partial B_x}{\partial z} \right|_{z=x=0}$  der Feldgradient in der Quadrupolachse ist und  $O(5)$  alle Glieder fünfter und höherer Ordnung enthält.

Der Verlauf des Feldgradienten für die im Großwinkelspektrometer verwendeten Quadrupole kann durch folgende Funktion beschrieben werden.

$$g(s) = g(0) \frac{1 + e^{-\frac{A}{B}}}{1 + e^{(s-A)/B}} \quad (62)$$

Die Parameter A und B wurden mit Hilfe von Gleichung (61) durch Vergleich mit der gemessenen Feldverteilung bestimmt.

Durch Entwickeln von

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{P_0 \left(1 + \frac{\Delta P}{P_0}\right)} = \frac{1}{P_0} \left(1 - \frac{\Delta P}{P_0} + \left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^2 + O(4) \dots\right)$$

und

$$\sqrt{1 + z'^2 + x'^2} = 1 + \frac{1}{2} z'^2 + \frac{1}{2} x'^2 + O(4) \dots$$

bekommt man aus Gleichung (59), indem man die Feldkomponenten aus Gleichung (61) einsetzt, die Bahngleichung in dritter Ordnung für die Bewegung in einem Quadrupolfeld.

$$z'' + kz = k \frac{\Delta P}{P_0} z - k \left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^2 z - \frac{3}{2} k z z'^2 - \frac{1}{2} k z x'^2 + k z' x x' + k z x x' + \frac{1}{12} k'' z^3 + \frac{1}{4} k'' z x^2 + O(5) \dots$$

$$x'' + kx = -k \frac{\Delta P}{P_0} x + k \left(\frac{\Delta P}{P_0}\right)^2 x + \frac{3}{2} k x x'^2 + \frac{1}{2} k x z'^2 + k x' z z' - k x z z' - \frac{1}{12} k'' x^3 - \frac{1}{4} k'' x z^2 + O(5) \dots \quad (63)$$

wobei  $k(s) = e g(s)/p$ .

In der Nähe der Sollbahn können die Lösungen von (63) in eine Taylorreihe entwickelt werden.

$$z = a_{1z} z_0 + a_{2z} z_0' + a_{3z} x_0 + a_{4z} x_0' + b_{1z} z_0^2 + b_{2z} z_0 z_0' + \dots + c_{1z} z_0^3 + \dots$$

$$x = a_{1x} x_0 + a_{2x} x_0' + a_{3x} z_0 + a_{4x} z_0' + b_{1x} x_0^2 + (64) \dots$$

Die Koeffizienten a, b, c, ... sind Funktionen von s. Mit diesem Lösungsansatz führt ein Vergleich der Terme gleicher Ordnung auf beiden Seiten von Gleichung (63) zu dem Ergebnis

$$b_i(s) = 0 \quad (65)$$

Der physikalische Grund dafür ist die Symmetrie des Quadrupolfeldes

$$B(-z, -x) = -B(z, x) \quad (66)$$

Sie bewirkt, daß  $-z(s)$  und  $-x(s)$  Lösungen sein müssen, wenn es  $z(s)$  und  $x(s)$  sind.

Für alle anderen Koeffizienten ergeben sich aus dem Vergleich Differentialgleichungen der Form

$$q'' \pm k q = f \quad (67)$$

mit  $q(0) = q'(0) = 0$ . Die Funktionen f enthalten die Lösungen der homogenen Differentialgleichungen sowie die Linsenstärke und deren Ableitungen. Speziell für die Koeffizienten der linearen Terme sind sie gleich Null. Eine Zusammenstellung aller nicht linearen Koeffizienten und ihrer zugehörigen Funktionen f findet man bei Steffen<sup>(17)</sup>.

Die Ablenkmagnete des Spektrometers können in analoger Weise behandelt werden. Da die Sollbahn der Teilchen in einem Dipolmagnet Teil eines Kreisbogens ist, verwendet

man ein krummliniges Koordinatensystem. Die Differentialgleichungen in diesem System für die Koeffizienten in der Taylorentwicklung, die als Lösungsansatz in die Bahngleichung eingesetzt wird, lauten

$$\begin{aligned}q_z'' + k q_z &= f_z \\ q_x'' - \left(k - \frac{1}{\rho^2}\right) q_x &= f_x\end{aligned}\quad (68)$$

Dabei ist angenommen worden, daß die Ablenkung in der x-Ebene erfolgt.  $\rho$  ist der Krümmungsradius der Sollbahn und im Großwinkelspektrometer bei beiden Magneten 4.1 m.  $f_z$  und  $f_x$  sind Funktionen, die von Steffen<sup>(17)</sup> und Brown<sup>(18)</sup> für den Fall angegeben werden, daß bei allen Entwicklungen nur Glieder bis zur zweiten Ordnung berücksichtigt werden.

Die numerisch gefundenen Lösungen wurden in einer digitalen Rechnung dazu benutzt, um Transformationsmatrizen für die einzelnen Spektrometerabschnitte zu erzeugen. Zuvor waren die charakteristischen Apparaturkonstanten wie Position der Magnete, Linsenstärke und Ablenkwinkel der Dipole mit Hilfe von einem Analog-Rechner, der die obigen Differentialgleichungen in linearer Näherung löst, festgelegt worden. In Abbildung 24 und 25 sind einige Lösungen der Bewegungsgleichung für spezielle Anfangsbedingungen dargestellt.

### 8.1.2 Ergebnisse der Monte-Carlo-Rechnung

Unter Berücksichtigung von Vielfachstreuung wurden mit Hilfe der Transformationsmatrizen Elektronen bei zufällig gewählten Anfangsbedingungen durch das Spektrometer verfolgt. Die zugelassenen vertikalen und horizontalen Winkelbereiche  $\Delta\theta$  und  $\Delta\phi$ , innerhalb derer das Monte-Carlo-Programm die Anfangsbedingungen auswürfelte, waren mit Sicherheit größer als die entsprechenden vom Spektrometer akzeptierten Intervalle.

Bei einem 6,2 cm langen Target wird unter der Wirkung des Spektrometers eine Impulsverteilung, die am Target

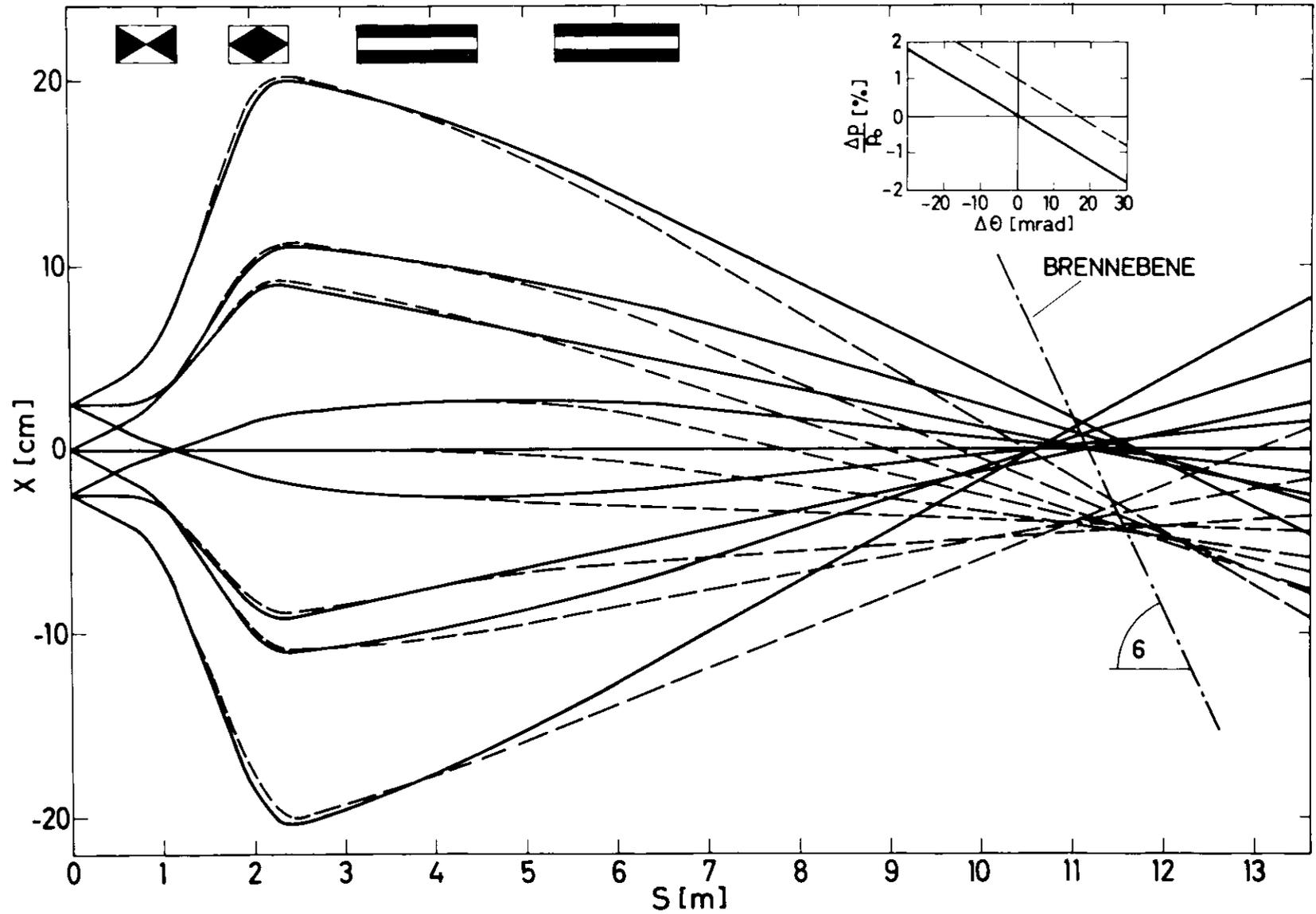


Abb. 24 Teilchenbahnen in der Horizontalen. Die Anfangsbedingungen sind so gewählt, daß zwischen  $\Delta\theta$  und  $\frac{\Delta p}{p_0}$  der im  $p$ - $\theta$  Diagramm angegebene lineare Zusammenhang besteht.

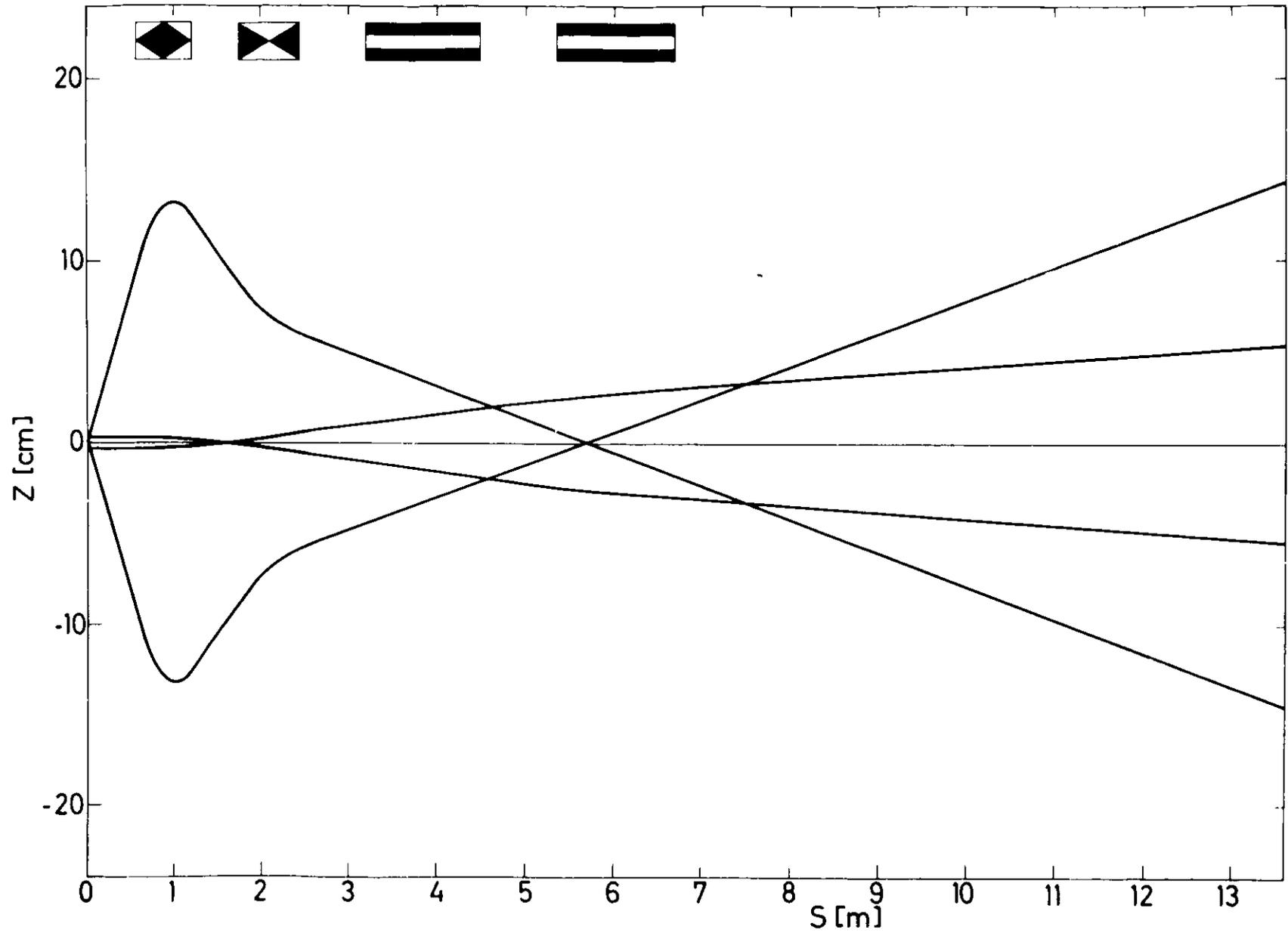


Abb. 25 Teilchenbahnen in der Vertikalen

kastenförmige Gestalt aufweist, abgebildet in eine Verteilung, wie sie Abbildung 26 zeigt. Sie spiegelt den Verlauf des Raumwinkels als Funktion der Abweichung vom Sollimpuls wider. Für den - im Vergleich zu einer rechteckigen Verteilung - flachen Abfall an den Grenzen des erfaßten Impulsbandes ist die Spektrometerauflösung verantwortlich.

Die Zahl der nachgewiesenen Teilchen in den einzelnen Elementen des Impulshodoskops hängt ab von dem Produkt aus Raumwinkel- und Impulsakzeptanz. Da die Randzähler um 3 cm breiter sind als die übrigen und zwischen Impulsabweichung und Zählernummer kein linearer Zusammenhang besteht (Abb. 27), kommt die in Abbildung 28 gezeigte Verteilung zustande.

Wie sich der Raumwinkel für  $\frac{\Delta P}{P_0} = 0$  mit der Targetlänge ändert, ist Abbildung (29) zu entnehmen.

### 8.1.3 Raumwinkel bei elastischer e-p Streuung

Der Raumwinkel des Spektrometers hängt empfindlich vom Verlauf des Wirkungsquerschnitts ab. Deswegen wurden bei der Raumwinkelberechnung die Anfangsbedingungen der Elektronen im Target so gewählt, daß die Häufigkeit, mit der bestimmte kinematische Größen auftreten, jeweils immer so groß wie die im Experiment beobachtete ist. Dies ist möglich, da bis auf einen Normierungsfaktor der Wirkungsquerschnitt und dessen Variation innerhalb der Spektrometerakzeptanz in guter Näherung bekannt sind. Doch auch ohne diese Kenntnis kann der Raumwinkel des Spektrometers berechnet werden. Im Allgemeinen genügt es mit Annahmen, die angenähert die Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts beschreiben, eine Funktion zu finden, mit deren Hilfe man das gemessene Missing-Mass-Spektrum reproduzieren kann.

Auf Grund der Ergebnisse von Kapitel 5 ist die Annahme gerechtfertigt, daß durch Gleichung (32) die Streuung von Elektronen im Target richtig beschrieben wird. Um die Rechnung zu vereinfachen, wurde Gleichung (32) geringfügig modifiziert, insofern als nicht nur die doppelt logarithmischen Terme von  $\delta$ , sondern die gesamte Strahlungskorrektur exponentiert wurde. Der Unterschied beträgt

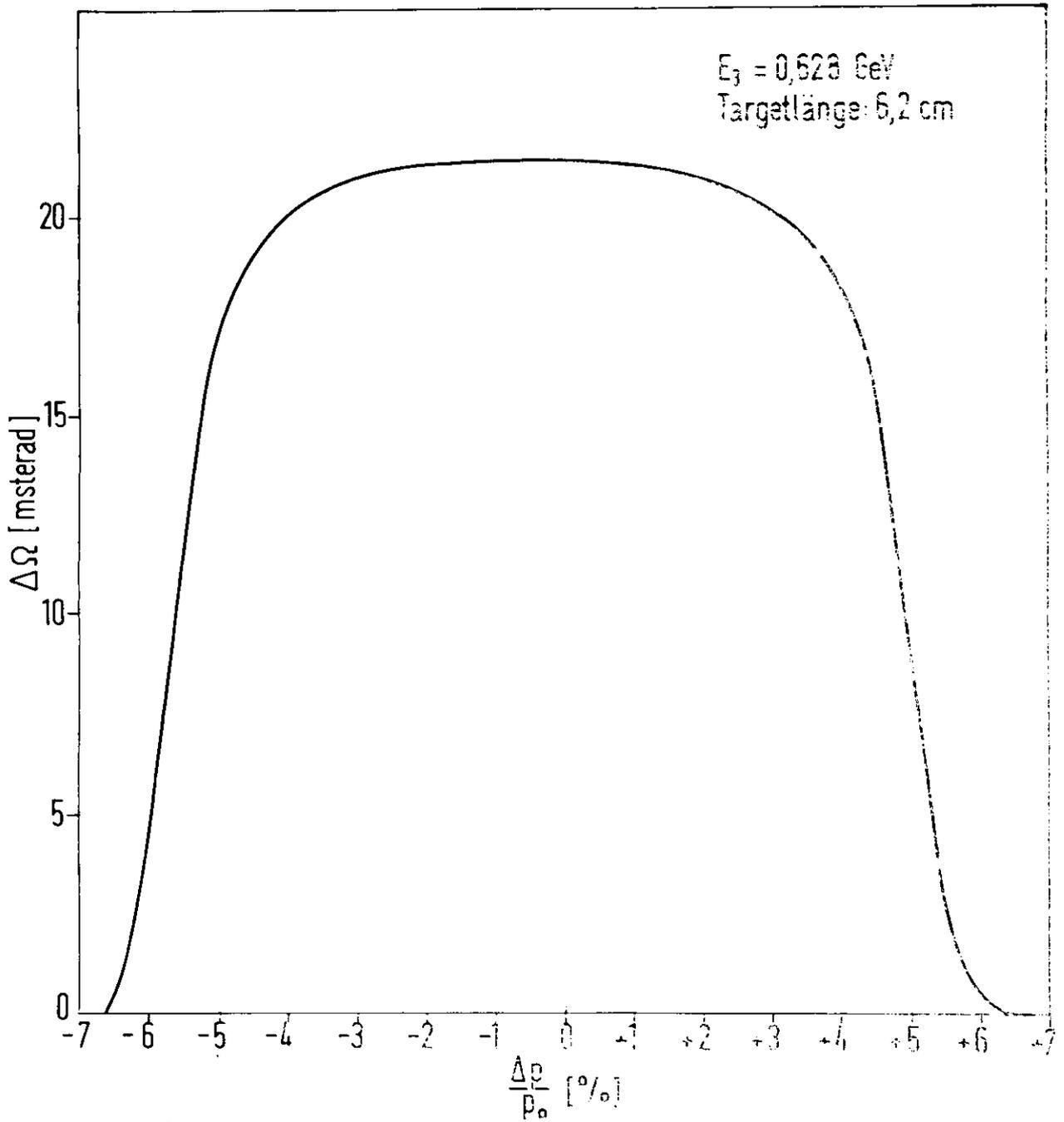


Abb. 26  
Raumwinkelakzeptanz als Funktion der Impulsabweichung  $\frac{\Delta p}{p_0}$

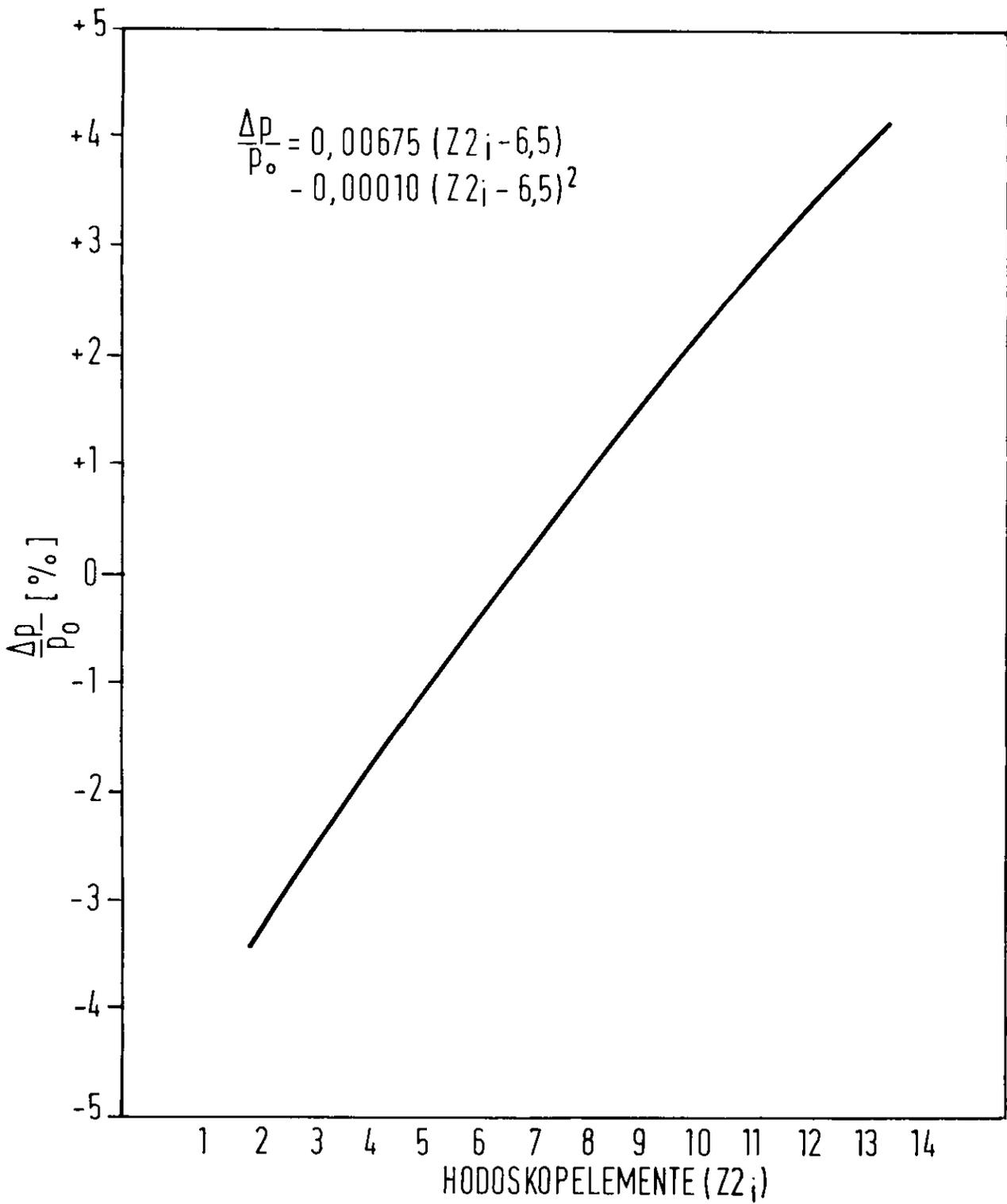


Abb. 27

Zusammenhang zwischen Impulsabweichung und Hodoskopzähler

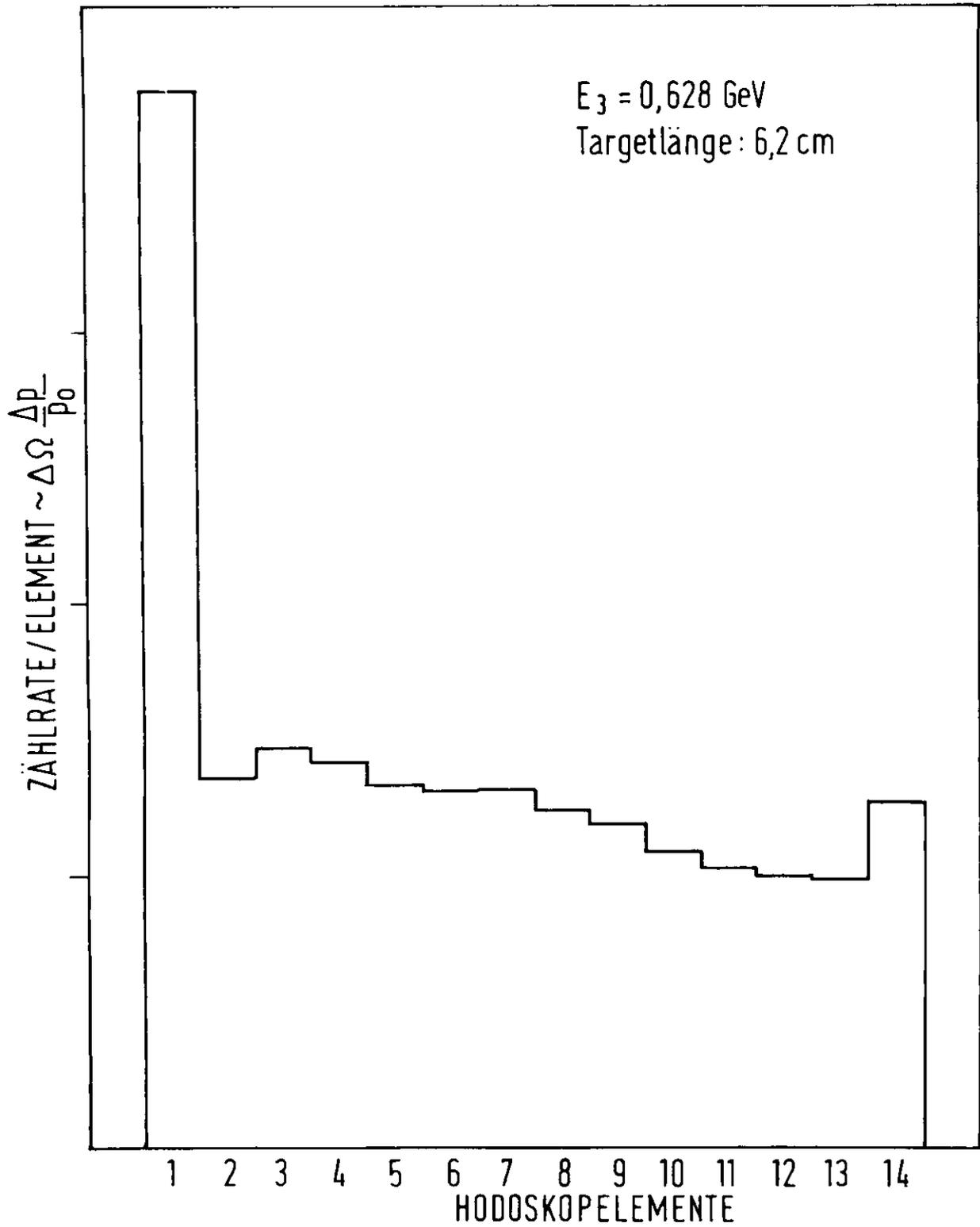


Abb. 28

Vom Monte-Carlo-Programm erzeugtes Impulsspektrum von solchen Teilchen, die am Target mit konstantem Wirkungsquerschnitt erzeugt werden.

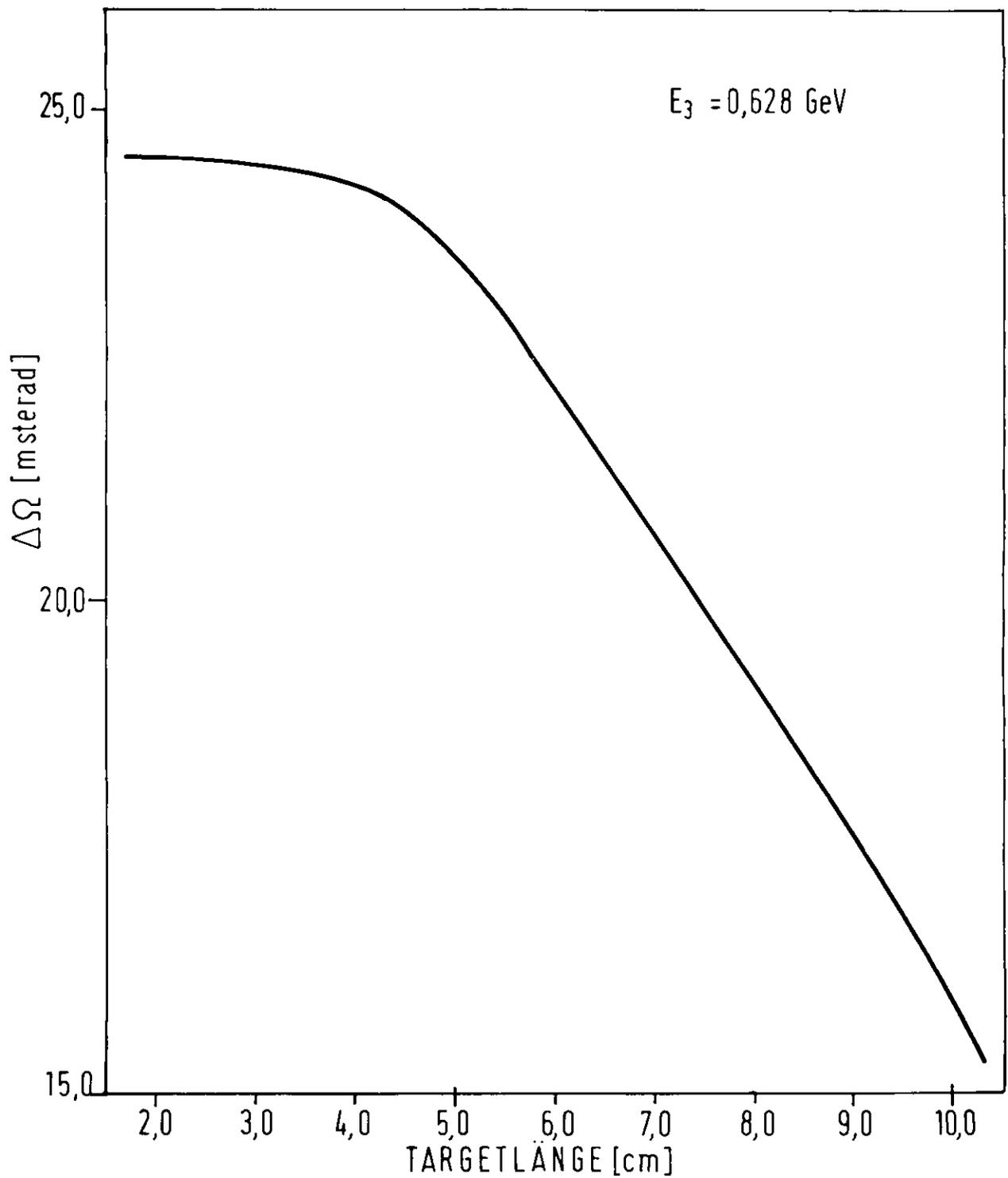


Abb. 29

Raumwinkelakzeptanz als Funktion der Targetlänge für  $\frac{\Delta p}{p_0} = 0$

maximal 0.5 %. Allerdings ist bei großen Elektronenstreuungswinkeln eine in Kapitel 4.2.2.2 und 5. diskutierte Korrektur nötig, die berücksichtigt, daß sich bei Photonenemission des einlaufenden Elektrons der Impulsübertrag auf das Proton ändert. Der entsprechende Korrekturfaktor ist im folgenden der besseren Übersicht wegen weggelassen worden.

Der Spektrometerraumwinkel wurde folgendermaßen definiert:

$$\Delta \Omega = \Delta \Omega_0 \frac{\int_{\Delta \Omega_0} \left\{ \int_{\Delta E} F \cdot \frac{d^2 \sigma}{d\Omega dE_3} dE_3 \right\} d\Omega}{\int_{\Delta \Omega_0} \left\{ \int_{\Delta E} \frac{d^2 \sigma}{d\Omega dE_3} dE_3 \right\} d\Omega} \quad (69)$$

Dabei sind  $\Delta \Omega_0$  der Raumwinkel, in dem die Anfangswerte für die beiden Winkel  $\Theta$  und  $\phi$  gewählt werden und  $\Delta E = E_3^{\text{el}} - E_3^{\text{min}}$  das für elastisch gestreute Elektronen kinematisch mögliche Energieintervall, dessen untere Grenze  $E_3^{\text{min}}$  jedoch wenig unterhalb der kleinsten vom Spektrometer akzeptierten Energie festgelegt wurde. Da trotz dieser Einschränkung in der Wahl der Energie  $E_3^{\text{min}}$  gewisse Freiheit besteht, ist der berechnete Raumwinkel eine Funktion von  $\Delta E$ . Diese Abhängigkeit wird durch die Strahlungskorrektur kompensiert, denn sie erhöht die Zählrate gerade um diejenigen Elektronen, deren Energie kleiner ist als  $E_3^{\text{el}} - \Delta E$ .

Die Funktion  $F$  in Gleichung (69) enthält die Eigenschaften des Spektrometers und kann für ein punktförmiges Target nur die beiden Werte 1 oder 0 annehmen je nachdem, ob das Elektron bei den gewählten Anfangsbedingungen innerhalb aller aperturbegrenzenden Spektrometerwände bleibt oder an Kollimatoren verloren geht bzw. Szintillationszähler verfehlt. Diese Eigenschaft von  $F$  trifft auch für ein ausgedehntes Target zu, wenn man  $F$  nicht nur als Funktion von  $\Theta$ ,  $\phi$  und  $E_3$  betrachtet sondern auch als Funktion vom Ort des Streuzentrums  $(x, z)$ . Bei

einer endlichen Ausdehnung des Targets muß man in Gleichung (69) im Zähler und Nenner zusätzlich über die horizontale Targetlänge und die vertikale Strahlhöhe integrieren.

Aus Gleichung (69) folgt

$$\Delta\Omega = 4 \Delta\theta \Delta\phi \frac{\int_{-\Delta\theta}^{+\Delta\theta} \int_{-\Delta\phi}^{+\Delta\phi} \left\{ \int_{E_3^{min}}^{E_3^{el}} e^{\delta^*} \frac{d\delta^*}{dE_3} F(\theta, \phi, E_3) dE_3 \right\} \frac{d\sigma_0}{d\Omega} \sin\theta d\theta d\phi}{\int_{-\Delta\theta}^{+\Delta\theta} \int_{-\Delta\phi}^{+\Delta\phi} \frac{d\sigma_0}{d\Omega} e^{\delta^*(E_3^{el} - E_3^{min})} \sin\theta d\theta d\phi} \quad (70)$$

wobei

$$\int \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} dE_3 = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} e^{\delta^*} \quad \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} = \frac{d\sigma_0}{d\Omega} e^{\delta^*} \frac{d\delta^*}{dE_3}$$

mit  $\delta^* = \delta + \delta_t$  von Gleichung (15) und (18) benutzt worden ist. Um Rechenzeit zu sparen, müssen die Energien der gestreuten Elektronen entsprechend einer Verteilung gewählt werden, die den Energieverlauf des Wirkungsquerschnitts wiedergibt. Zu diesem Zweck setzt man folgendes Verhältnis

$$\frac{\int_{E_3^{el}}^{E_3} \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} dE_3}{\int_{E_3^{min}}^{E_3^{el}} \frac{d^2\sigma}{d\Omega dE_3} dE_3} = \left( \frac{E_3^{el} - E_3}{E_3^{el} - E_3^{min}} \right)^A = Z_1 \quad (71)$$

gleich einer Zufallszahl  $z_1$  zwischen 0 und 1. Die Größe A berechnet sich aus

$$e^{\delta^*} = \Delta E^A e^{\delta'}$$

wobei  $\delta'$  alle Summanden von  $\delta^*$  enthält, die nicht von  $\Delta E$  abhängen. Durch Auflösen von Gleichung (71) nach  $E_3$  bekommt eine Funktion

$$g(z_1) = E_3 = E_3^{el} - (E_3^{el} - E_3^{min}) \cdot z_1^{1/A},$$

die die gestellte Forderung erfüllt; d.h.: Die mit ihrer Hilfe berechneten Energien gehören einer Verteilung an, wie sie die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes verlangt.

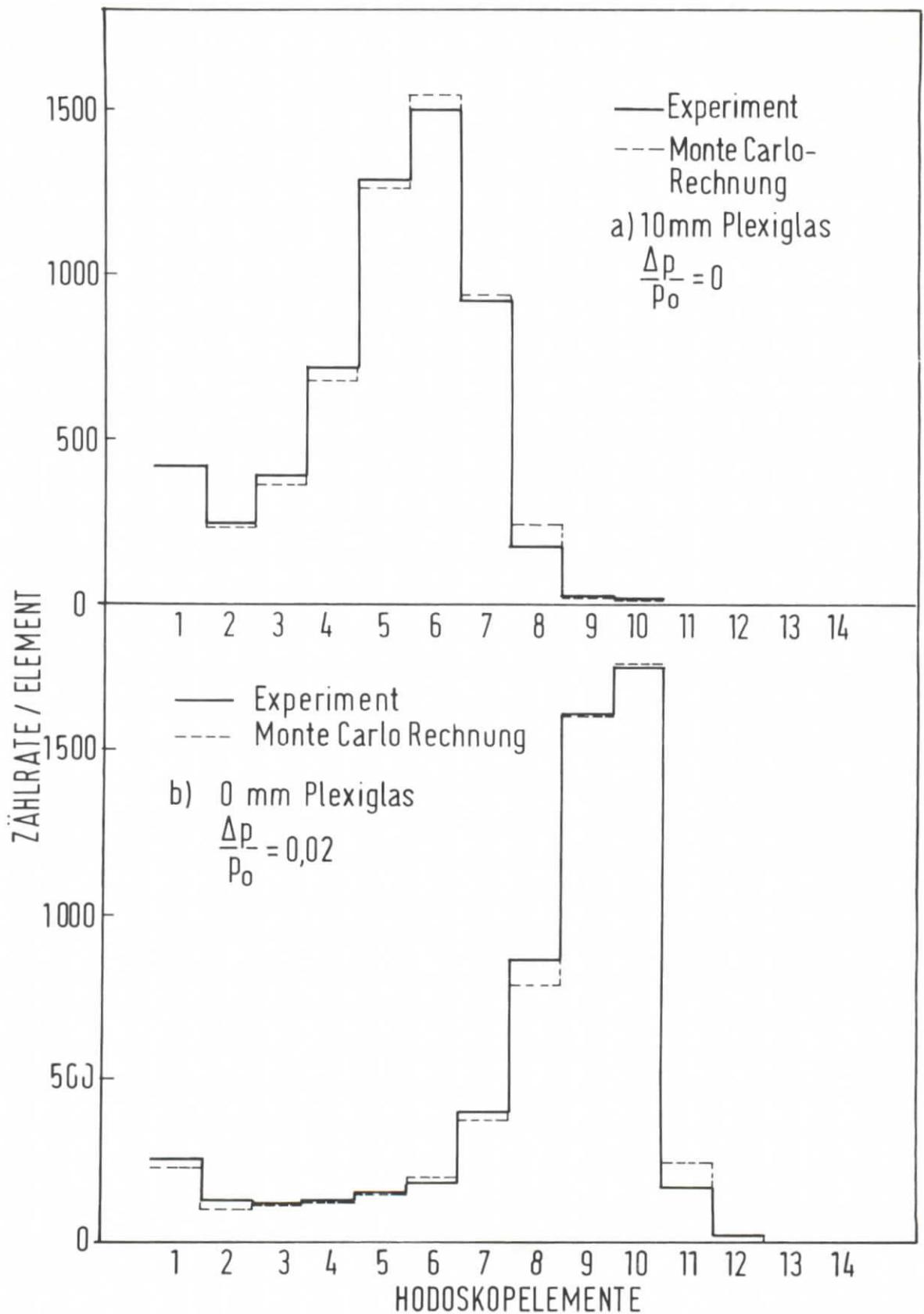


Abb. 30 Vergleich zwischen gemessenem und berechnetem Impulsspektrum  
 bei a)  $\frac{\Delta p}{p_0} = 0$  und 10mm Plexiglas zwischen den ersten beiden Quadrupolen  
 b)  $\frac{\Delta p}{p_0} = 0,02$  und ohne zusätzlichem Radiator

Außer  $z_1$  wählt man noch zwei weitere Zufallszahlen  $z_2$  und  $z_3$ , mit denen man die Winkel  $\Theta$  und  $\phi$  berechnet.

$$h(z_2) = \Theta = \Delta\Theta (1 - 2 \cdot z_2)$$

$$k(z_3) = \phi = \Delta\phi (1 - 2 \cdot z_3)$$

Ersetzt man in Gleichung (70) die Variablen  $E_3$ ,  $\Theta$  und  $\phi$  durch  $z_1$ ,  $z_2$  und  $z_3$ , dann ergibt sich

$$\Delta\Omega = 4\Delta\Theta\Delta\phi \frac{\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 \left\{ \int F(h(z_2), k(z_3), g(z_1)) dz_1 \right\} \frac{d\Omega_0}{d\Omega}(h(z_2), k(z_3)) e^{\gamma(E_3^{\text{el}} - E_3^{\text{min}})} \sin(h(z_2)) dz_2 dz_3}{\int_0^1 \int_0^1 \frac{d\Omega_0}{d\Omega}(h(z_2), k(z_3)) e^{\gamma(E_3^{\text{el}} - E_3^{\text{min}})} \sin(h(z_2)) dz_2 dz_3}$$

(72)

Aus dieser Schreibweise geht unmittelbar hervor, wie in einem Monte-Carlo-Programm die Raumwinkelberechnung vorzunehmen ist.

Das mehrfachintegrale im Zähler gibt die über alle Hodoskopelemente aufsummierte Zählrate und der für viele Zufallszahlen berechnete Integrand erzeugt ein Spektrum im Impulshodoskop, das direkt mit dem gemessenen verglichen werden kann. So ein Vergleich ist in Abbildung 30 vollzogen worden. Der Normierungsfaktor ist in beiden Fällen der gleiche. Obwohl die Meßbedingungen sehr unterschiedlich waren, ist die Übereinstimmung mit der Monte-Carlo-Rechnung zufriedenstellend.

9. Literaturverzeichnis

- 1.) Ch.Berger, V.Burghart, G.Knop, B.Langenbeck und K.Lith, Phys.Lett. 35B(1971)87.
- 2.) J.Litt, G.Buschhorn, D.H.Coward, H.De Staebler, L.W.Mo, R.E.Taylor, B.C.Barish, S.C.Loken, J.Pine, J.I.Friedman, G.C.Hartmann und H.W.Kendall, Phys.Lett. 31B(1970)40
- 3.) W.Bartel, B.Dudelzak, H.Krehbiel, J.McElroy, U.Neyer-Berkhout, R.J. Morrison, H. Nguyen-Ngoc, W.Schmidt, K.G.Steffen und G.Weber, Nucl.Instr. and Meth. 53(1967)293
- 4.) M.N. Rosenbluth, Phys.Rev. 79(1950)615
- 5.) R.G.Sachs, Phys.Rev. 126(1962)2256
- 6.) M.Gourdin und A.Martin, CERN Report 4804(1962)  
M.Gourdin, Nuovo Cim. 21(1961)1094
- 7.) J.Mar, C.Barish, J.Pine, D.H.Coward, D.De Staebler, J.Litt, A. Minten, R.Taylor und M.Breidenbach, Phys.Rev.Lett. 21(1968)482, T. Powell, M. Borghini, O.Chamberlain, R.Z.Fuzesy, C.G.Morhouse, S.Rock, G.Shapiro, M.Weisberg, R.L.A.Cottrell, J.Litt, L.W.Mo und R.E.Taylor, Phys.Rev.Lett 24(1970)753
- 8.) F.Bloch und A.Kordsiek, Phys.Rev. 52(1937)54
- 9.) J.Schwinger, Phys.Rev. 76(1949)760
- 10.) N.T.Heister und D.R.Yennie, Phys.Rev. 130(1963) 1210
- 11.) Y.S.Tsai, Phys.Rev. 122(1961) 1898
- 12.) D.R.Yennie, S.C.Frautschi und H.Suura, Ann.Phys. 13(1961)379
- 13.) W.R.Dix, Diplomarbeit, Interner Bericht, DESY F22-69/1 (1969)
- 14.) W.Schmidt, Dissertation, Interner Bericht, DESY F22-69/2 (1969)
- 15.) A.Ladage und H.Pingel, DESY Report 69/12 (1965)
- 16.) W.Bartel, und W.Kolster, Interner Bericht, DESY F22-71/1 (1971)
- 17.) K.G.Steffen, High Energy Beam Optics, Interscience Publishers (1964)
- 18.) K.L.Brown, Stanford, SLAC-75 (1967)
- 19.) M.Vivargent, G.von Dardel, R.Mermod, G.Weber und K.Winter Nucl.Inst. and Meth. 22(1963)165
- 20.) D.Harms, Diplomarbeit, Interner Bericht, DESY F22-69/4 (1969)
- 21.) P.E.Kuhlmann, Interner Bericht, DESY R1-71/2 (1971)
- 22.) L.W.Mo und Y.S.Tsai, Rev. of Mod.Phys. 41(1969)205

- 23.) W. Bartel, B. Dudelzak, H. Krehbiel, J. McElroy, U. Meyer-Berkhout, R.J. Morrison, H. Nguyen-Ngoc, W. Schmidt und G. Weber  
Phys.Lett. 25B(1967)236
- 24.) Y.S. Tsai, Stanford, SLAC-PUB-848 (1971)
- 25.) G. Miller, Dissertation, Stanford-University (1970)  
unveröffentlicht
- 26.) V.E. Krohn und G.R. Ringo, Phys.Rev. 148(1966)1303
- 27.) W. Bartel, F.W. Büßer, W.R. Dix, R. Felst, D. Harms, H. Krehbiel,  
P.E. Kuhlmann, J. McElroy und G. Weber, Phys.Lett. 33B(1970)245
- 28.) B. Dudelzak, Dissertation, Universität Paris, (1965)
- 29.) T. Janssens, R. Hofstadter, E.B. Hughes und M.R. Yearian  
Phys.Rev. 142(1966)142
- 30.) M. Goitein, R.J. Budnitz, L. Carroll, J.R. Chen, J.R. Dunning,  
J.R., K. Hanson, D.C. Imrie, C. Mistretta und R. Wilson  
Phys.Rev. D1(1970)2449
- 31.) L.E. Price, J.R. Dunning, JR., M. Goitein, K. Hanson, T. Kirk und  
R. Wilson, Preprint Jan.(1971), submitted to Phys.Rev.D
- 32.) W. Bartel, B. Dudelzak, H. Krehbiel, J. McElroy, U. Meyer-Berkhout,  
R.J. Morrison, H. Nguyen-Ngoc, W. Schmidt und G. Weber  
Phys.Rev.Lett. 17(1966)608
- 33.) W. Albrecht, H.J. Behrend, H. Dorner, W. Flauger und H. Hultschig  
Phys.Rev.Lett. 18(1967)1044
- 34.) F.A. Bumiller, F.R. Buskirk, J.W. Stewart und E.B. Dally,  
Phys.Rev.Lett. 25(1970)1774
- 35.) D.J. Drickey und L.N. Hand, Phys.Rev.Lett. 9(1962)521
- 36.) D.J. Drickey, B. Grossetete und P. Lehmann, Proc. of the  
Scienna Conf. (1963)
- 37.) B. Grossetete und P. Lehmann, Nuovo Cim. 28(1963)423
- 38.) D. Benaksas, D. Drickey und D. Frerejaque, Phys.Rev.Lett. 13  
(1964)353
- 39.) P. Stein, M. Binkley, R. McAllister, A. Suri und W. Woodward,  
Phys.Rev.Lett. 16(1966)592
- 40.) E.B. Hughes, T.A. Griffy, M.R. Yearian und R. Hofstadter,  
Phys.Rev. 139B(1965)458  
neu analysiert durch: D. Braess, D. Hasselmann und G. Kramer,  
DESY Report 67/21 (1967)
- 41.) S. Galster, H. Klein, J. Moritz, K.H. Schmidt, D. Wegener und  
J. Bleckwenn, DESY Report (71/7 (1971))

- 42.) B.Grossetete, S.Julian und P.Lehmann, Phys.Rev.141B(1966)1435  
neu analysiert durch: D.Braess, D.Hasselmann und G.Kramer,  
DESY Report 66/21 (1966)
- 43.) P.N.Kirk, M.Breidenbach, J.I.Friedmann, G.C.Hartmann,  
H.W.Kendall, G.Buschhorn, D.H.Coward, H.DeStaebler, R.A.  
Early, J.Litt, A.Minten, L.W.Mo, W.K.H.Panofsky, R.E.Taylor,  
B.C.Barish, S.C.Loken, J.Mar und J.Pine, SLAC-PUB-656 (1969)
- 44.) W.Bartel, F.W.Büßer, W.R.Dix, R.Felst, D.Harms, H.Krehbiel,  
P.E.Kuhlmann, J.McElroy, W.Schmidt, V.Walther und G.Weber  
Phys.Lett. 30B(1969)285
- 45.) W.Albrecht, H.J.Behrend, H.Dorner, W.Flauger und H.Hultschig,  
Phys.Lett. 26B(1968)642
- 46.) N.M.Kroll, T.D.Lee, B.Zumino, Phys.Rev. 157(1967)1376  
King-Yuen Ng, Phys.Rev. 170(1968) 1435
- 47.) J.Perez-y-Jorba, Proc. of the Liverpool Conf. (1969)
- 48.) R.F.Meyer, Lett.Nuovo.Cim.II (1969)76
- 49.) A.L.Licht und A.Pagnamenta, Phys.Rev. 2D(1970)1150
- 50.) K.Fujimura, T.Kobayashi und M.Namiki, Prog.of Theor.Phys.  
44(1970)193
- 51.) P.H.Frampton, Phys.Rev. D1(1970)3141
- 52.) P.H.Frampton, K.Schilling und C.Schmid , CERN TH 1347 (1971)

Herrn Prof. Dr.G. Weber danke ich für die Anregung und Förderung dieser Arbeit. Herrn Dr.J. McElroy danke ich für seine ständige Bereitschaft zur Diskussion und für Hinweise und wertvolle Ratschläge, Herrn Dr.R. Felst darüber hinaus für das kritische Lesen des Manuskriptes.

Den Mitarbeitern der Gruppe F22, Herrn Dr.W.Bartel, Dr.F.W. Büßer, W.R. Dix, R.Ehrenfort, W.Kolster, Dr.H. Krehbiel, F.Küppers, P.E. Kuhlmann und J. Meyer möchte ich für die gute Zusammenarbeit und die tatkräftige Hilfe bei der Vorbereitung und Durchführung des Experiments danken. Für die Lösung technischer Probleme bin ich den Herren J. Bech, P. Lütke und V. Masbender zu Dank verpflichtet.

Mein Dank gilt ferner der Synchrotron Gruppe und dem Hallendienst, dessen Unterstützung beim Aufbau des Experiments von großem Wert war. Insbesondere möchte ich Herrn Peters für die Wartung der Intensitätsmonitore und des Positionsmonitors danken.