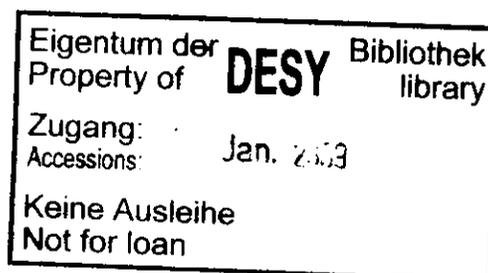


Interner Bericht  
DESY F22-90-03  
März 1990

# Untersuchung der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$ mit dem JADE-Detektor bei PETRA

von

R. Pust



DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

“Die Verantwortung für den Inhalt dieses  
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser“

# Untersuchung der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$$

## mit dem JADE-Detektor bei PETRA

Experimentelle Diplomarbeit von  
REINHARD PUST

II. Institut für Experimentalphysik  
Universität Hamburg  
1990

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>6</b>
2.1	Der Zwei-Photon-Prozeß $e^+e^- \rightarrow e^+e^- X$	6
2.1.1	Kinematik	6
2.1.2	Die Weizsäcker-Williams-Näherung	7
2.1.3	Die allgemeine Form des Wirkungsquerschnitts	9
2.2	Hadronproduktion im Zwei-Photon-Prozeß	10
2.2.1	Das Vektor-Dominanz-Modell	11
2.2.2	Vektormesonpaarerzeugung am Beispiel $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$	11
2.2.3	Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt	13
2.3	Die Bose-Einstein-Korrelation	16
<b>3</b>	<b>Experimentelle Grundlagen</b>	<b>20</b>
3.1	Der PETRA-Speicherring	20
3.2	Der JADE-Detektor	21
3.2.1	Die Jetkammer	22
3.2.2	Die Vertexkammer	22
3.2.3	Die Flugzeitähler	22
3.2.4	Der Bleiglasdetektor	24
3.2.5	Weitere Detektorkomponenten	24
3.3	Das Triggersystem	25
3.4	Datennahme	26
3.5	Datenrekonstruktion	27
<b>4</b>	<b>Datenselektion</b>	<b>28</b>
4.1	Selektion von Ereignissen mit 6 geladenen Teilchen	28
4.2	Teilchenidentifikation	29
4.2.1	Energieverlustmessung	29
4.2.2	$K_S^0$ -Sekundärvertex-Identifikation	31
4.3	Selektion von $3\pi^+ 3\pi^-$ -Ereignissen	32
<b>5</b>	<b>Die Simulationsrechnung</b>	<b>35</b>
5.1	Der Monte-Carlo-Generator	35
5.1.1	Die Erzeugung von Vierervektoren	35

5.1.2	Gewichte für $\rho^0$ -Produktion . . . . .	36
5.1.3	Berücksichtigung des Bose-Einstein-Effektes . . . . .	37
5.2	Die Detektorsimulation . . . . .	39
5.3	Korrekturen zur Detektorsimulation . . . . .	40
5.3.1	Triggerkorrekturen . . . . .	40
5.3.2	Wechselwirkungen der Pionen in Strahlrohr und Tankwand . . . . .	41
5.3.3	Verluste durch zusätzliche Photonen . . . . .	43
5.4	Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit . . . . .	44
<b>6</b>	<b>Messung des topologischen Wirkungsquerschnitts</b> . . . . .	<b>45</b>
6.1	Untergrundabschätzung . . . . .	45
6.1.1	Unvollständig rekonstruierte Ereignisse . . . . .	45
6.1.2	Exklusive Endzustände mit Kaonen . . . . .	47
6.2	Die systematischen Fehler . . . . .	47
6.3	Ergebnisse . . . . .	49
6.4	Diskussion . . . . .	51
<b>7</b>	<b><math>\rho</math>-Produktion im <math>3\pi^+ 3\pi^-</math>-Kanal</b> . . . . .	<b>52</b>
7.1	Einleitung . . . . .	52
7.2	Messung der $\rho^0$ -Produktionsrate . . . . .	52
7.3	Die Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$ und $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ . . . . .	57
7.3.1	Die Extended-Maximum-Likelihood-Anpassung . . . . .	57
7.3.2	Der Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ . . . . .	63
7.4	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	64
<b>8</b>	<b>Messung der Bose-Einstein-Korrelation</b> . . . . .	<b>65</b>
8.1	Einleitung . . . . .	65
8.2	Messung der Korrelationsparameter . . . . .	66
8.3	Vergleich mit anderen Messungen . . . . .	70
	<b>Zusammenfassung</b> . . . . .	<b>72</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .	<b>73</b>

## Kapitel 1

### Einleitung

Die in dieser Arbeit untersuchte Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  gehört zur Klasse der Zwei-Photon-Reaktionen. Derartige Prozesse können im Rahmen der klassischen Physik nicht erklärt werden, da sich in der Maxwell'schen Theorie elektromagnetische Wellen ungestört durchdringen. In der Quanten-Elektrodynamik ist dagegen eine indirekte Photon-Photon-Kopplung möglich. Bedingt durch die Heisenbergsche Unschärferelation kann ein Photon in ein Teilchen-Antiteilchen-Paar konvertieren. An die Ladung eines dieser Teilchen kann nun ein zweites Photon koppeln. Der erste — allerdings vergebliche — Versuch, Photon-Photon-Kollisionen zu beobachten, wurde 1930 durch Kreuzung zweier Sonnenlichtstrahlen in einem einfachen optischen Experiment gemacht[1]. Eine entsprechende Berechnung von Euler und Kockel zeigte 1935, daß der Wirkungsquerschnitt für elastische  $\gamma\gamma$ -Streuung im optischen Bereich extrem klein ist, nämlich  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} \approx 10^{-30} \text{ nb}$  [2].

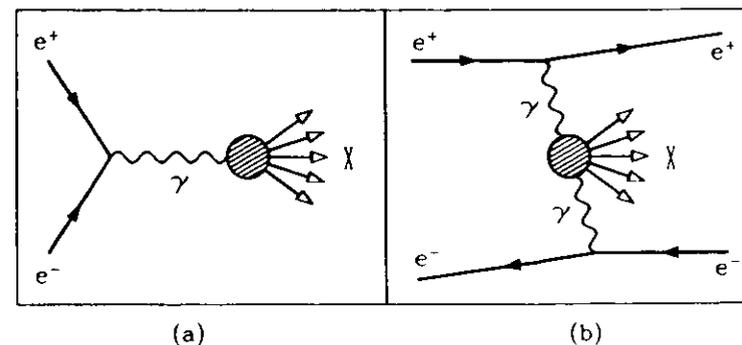


Abbildung 1.1: Feynman-Graphen für a)  $e^+e^- \rightarrow X$  b)  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$

Um Zwei-Photon-Reaktionen experimentell zu untersuchen, sind Photonstrahlen hoher Energie und Intensität notwendig. Seit Anfang der 70er Jahre stehen  $e^+e^-$ -Speicherringe zur

Verfügung, die diese experimentellen Voraussetzungen erfüllen. Neben der  $e^+e^-$ -Vernichtung (Abbildung 1.1 a), deren Untersuchung das vorrangige Ziel von  $e^+e^-$ -Experimenten ist, treten vor allem Zwei-Photon-Reaktionen auf (Abbildung 1.1 b). Zwei-Photon-Prozesse stellen einen wichtigen Untergrund bei der Untersuchung von  $1\gamma$ -Prozessen dar und sind andererseits selbst Gegenstand der Forschung. Folgende Untersuchungen wurden auf dem Gebiet der Zwei-Photon-Physik bereits durchgeführt:

- Test der QED bis zur Ordnung  $\alpha^4$  durch  $\gamma\gamma$ -Produktion von Leptonpaaren.
- Test der QCD durch Jetproduktion bei hohen Transversalimpulsen.
- Test des Vektor-Dominanz-Modells durch Messung des totalen hadronischen  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitts.
- $\gamma\gamma$ -Produktion exklusiver hadronischer Endzustände.

Seit Mitte der 70er Jahre hat sich die Zwei-Photon-Physik mit dem Bau der Speicherringe SPEAR, DORIS, PETRA und PEP stark entwickelt. Die Untersuchung exklusiver Endzustände konzentrierte sich anfangs auf die experimentell leicht zugänglichen Kanäle mit wenigen Teilchen. Besonderes Interesse galt hier der Resonanzzeugung (Meson-Spektroskopie). Aber auch nicht-resonante Prozesse wie z.B.  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  oder  $\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}$  wurden mit dem Ziel, QCD-Vorhersagen zu testen, untersucht. Durch die Messung des Wirkungsquerschnitts der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$  durch TASSO im Jahr 1980 wurde die Untersuchung der  $\gamma\gamma$ -Erzeugung von Vektormesonpaaren eingeleitet. Inzwischen sind für alle Paare der leichten Vektormesonen  $\rho, \omega, \phi, K^*$  Wirkungsquerschnitte (oder zumindest obere Grenzen) bestimmt worden. Durch die Vergrößerung der Datenmenge sowie Verbesserung der Detektoren wurden Messungen von Endzuständen höherer Multiplizitäten ermöglicht.

In diese Entwicklung reiht sich die vorliegende Analyse der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  ein. Für den Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion gibt es noch keine theoretischen Vorhersagen. Von anderen Experimenten liegen bislang nur vorläufige Ergebnisse vor [9,62]. Ein wichtiger Teil dieser Arbeit ist daher die Messung des topologischen Wirkungsquerschnitts. Darüber hinaus sollen Resonanzen im  $3\pi^+3\pi^-$ -Endzustand identifiziert werden. Im Hinblick auf das Vektor-Dominanz-Modell ist die Suche nach weiteren Reaktionen des Typs  $\gamma\gamma \rightarrow VV'$  interessant. Im  $3\pi^+3\pi^-$ -Kanal kommt die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho(1700)$  in Betracht. Außerdem bieten die  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$ -Daten eine sehr gute Gelegenheit, die Bose-Einstein-Interferenz von Pionen zu messen.

Es folgt eine kurze Inhaltsangabe der einzelnen Kapitel:

In **Kapitel 2** wird auf die für diese Analyse wichtigen theoretischen Grundlagen eingegangen. Zunächst wird der allgemeine Formalismus des Zwei-Photon-Prozesses  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$

zusammengefaßt. Es schließt sich eine Übersicht über die Anwendungen des Vektor-Dominanz-Modells auf hadronische Zwei-Photon-Reaktionen an. Dann wird eine Einführung in die Bose-Einstein-Korrelation von Pionen gegeben.

**Kapitel 3** enthält eine Beschreibung des JADE-Detektors und des Triggersystems. Außerdem wird kurz auf Datennahme und Datenrekonstruktion eingegangen.

**Kapitel 4** behandelt die Selektion von  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignissen. Zuerst werden die Selektionskriterien für 6-Spur-Ereignisse definiert. Es folgt ein Abschnitt über die Identifikation von Teilchen durch die Energieverlustmessung oder Identifikation von  $K_S^0$ -Sekundärvertizes. Abschließend wird eine Aufstellung der zur Untergrundreduktion ausgeführten Schritte gegeben.

In **Kapitel 5** wird die Simulationsrechnung beschrieben. Der erste Abschnitt behandelt die Erzeugung von  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignissen sowie die Berücksichtigung von  $\rho^0$ -Produktion und Bose-Einstein-Korrelation durch die Einführung von Gewichten. In den Abschnitten 5.2 und 5.3 werden die Standard-Detektorsimulation sowie die in dieser Analyse notwendigen Korrekturen zur Detektorsimulation erläutert. Am Ende des Kapitels wird die mit Hilfe der Simulationsrechnung ermittelte Nachweiswahrscheinlichkeit präsentiert.

**Kapitel 6** enthält die Messung des Wirkungsquerschnitts der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$ . Es wird eine Untergrundabschätzung durchgeführt und eine Aufstellung der Quellen systematischer Fehler gegeben. Der gemessene Wirkungsquerschnitt wird mit den vorläufigen Ergebnissen anderer Messungen verglichen.

Aufschluß über die  $\rho^0$ -Produktion im  $3\pi^+3\pi^-$ -Kanal gibt **Kapitel 7**. Die mittlere Zahl von  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis wird durch eine Anpassung an die eindimensionale  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung bestimmt. Zur Bestimmung der Anteile von  $\rho^0 2\pi^+2\pi^-$  und  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  wird eine 3-Parameter-Anpassung durchgeführt. Danach folgt eine Diskussion der Ergebnisse im Hinblick auf die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho(1700)$ .

In **Kapitel 8** wird die Messung der Bose-Einstein-Korrelation von gleichgeladenen Pionen beschrieben. Die Ergebnisse werden mit den Messungen anderer  $e^+e^-$ -Experimente verglichen.

## Kapitel 2

# Theoretische Grundlagen

### 2.1 Der Zwei-Photon-Prozess $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$

#### 2.1.1 Kinematik

Beim Zwei-Photon-Prozess im  $e^+e^-$ -Experiment, der in Abbildung 2.1 durch ein Feynmandiagramm dargestellt ist, kommt die Kopplung von Elektron und Positron durch die Abstrahlung von zwei Photonen zustande. Bei den abgestrahlten Photonen handelt es sich um raumartige virtuelle Photonen, d.h.  $q_1^2, q_2^2 < 0$ . Es ist üblich, anstelle von  $q_i^2$  die positive Größe  $Q_i^2 \equiv -q_i^2$  zu verwenden. Bedingt durch den Photonpropagator dominieren Ereignisse mit  $Q_1^2, Q_2^2 \rightarrow 0$ . Dies ist der Grenzfall quasi-reeller Photonen. Reelle Photonen ( $Q_i^2 = 0$ ) treten nicht auf, denn aufgrund der Energie- und Impuls-Erhaltung gibt es einen Minimalwert für  $Q_i^2$ :

$$Q_{i,\min}^2 = \frac{m_e^2 E_{\gamma_i}^2}{E(E - E_{\gamma_i})} \quad (2.1)$$

Für kleine  $Q_i^2$  sind die Streuwinkel  $\theta_1, \theta_2$  klein, so daß meistens keines der beiden Strahlteilchen im Detektor nachgewiesen werden kann. In diesem Fall handelt es sich um ein *no-tag*-Ereignis. Der transversale Impuls des  $\gamma\gamma$ -Systems ist in *no-tag*-Ereignissen vorwiegend klein. Diese Tatsache ist für die Auswahl exklusiver Endzustände von großer Bedeutung, denn der überwiegende Teil unvollständig rekonstruierter Ereignisse kann somit durch einen Transversalimpulsschnitt beseitigt werden.

Im Gegensatz zur  $e^+e^-$ -Vernichtung wird im Zwei-Photon-Prozess nur ein kleiner Teil der Strahlenergie auf die Austauschteilchen übertragen. Das  $\gamma\gamma$ -Ruhesystem ist im allgemeinen nicht mit dem Laborsystem identisch, was dazu führt, daß die Teilchen des Endzustandes bevorzugt in Vor- oder Rückwärtsrichtung beobachtet werden ("Lorentzboost"). Dies führt insbesondere bei exklusiven Endzuständen mit vielen Teilchen, die in der vorliegenden Arbeit untersucht wurden, zu niedrigen Nachweiswahrscheinlichkeiten.

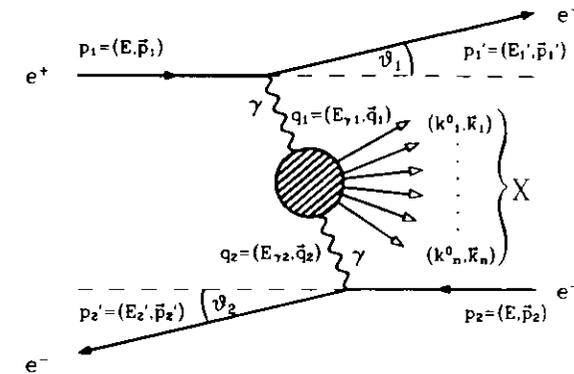


Abbildung 2.1: Feynman-Diagramm der Zwei-Photon-Reaktion

#### 2.1.2 Die Weizsäcker-Williams-Näherung

Dieses auch *Equivalent Photon Approximation* (EPA) genannte Näherungsverfahren, das bereits 1934 von Weizsäcker und Williams unabhängig voneinander entwickelt wurde [3], beschreibt den Zwei-Photon-Prozess durch das Produkt von zwei Dichtefunktionen unabhängiger transversaler Photonen. Diese Dichtefunktionen  $n_i$  sind gegeben durch [4]:

$$d^2n_i = \frac{\alpha}{\pi E_i Q_i^2} \left( \left(1 - \frac{E_{\gamma_i}}{E} + \frac{E_{\gamma_i}^2}{2E^2}\right) \left(1 - \frac{E_{\gamma_i}}{E} - \frac{Q_{i,\min}^2}{Q_i^2}\right) \right) dE_{\gamma_i} dQ_i^2 \quad (2.2)$$

Die  $\gamma\gamma$ -Luminositätsfunktion  $dL_{\gamma\gamma} = d^2n_1 d^2n_2$  läßt sich durch Integration des führenden Terms berechnen [5]:

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} = 4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{W_{\gamma\gamma}} \left(\ln \frac{E}{m_e}\right)^2 f\left(\frac{W_{\gamma\gamma}}{2E}\right) \quad (2.3)$$

$f(x) = (2 + x^2)^2 \ln(1/x) + (1 - x^2)(3 + x^2)$  ist die Low-Funktion, benannt nach F. Low, der 1960 die Messung der  $\pi^0$ -Lebensdauer durch  $\gamma\gamma$ -Produktion in  $ee$ -Kollisionen vorschlug und so den Anstoß für die Untersuchung von  $\gamma\gamma$ -Prozessen in  $e^+e^-$ -Experimenten gab [6]. Die mit dieser Näherung erhaltenen Werte sind  $\sim 20-30\%$  zu hoch, aber die Abhängigkeit der Luminositätsfunktion von der invarianten  $\gamma\gamma$ -Masse  $W_{\gamma\gamma}$  wird recht gut beschrieben, solange

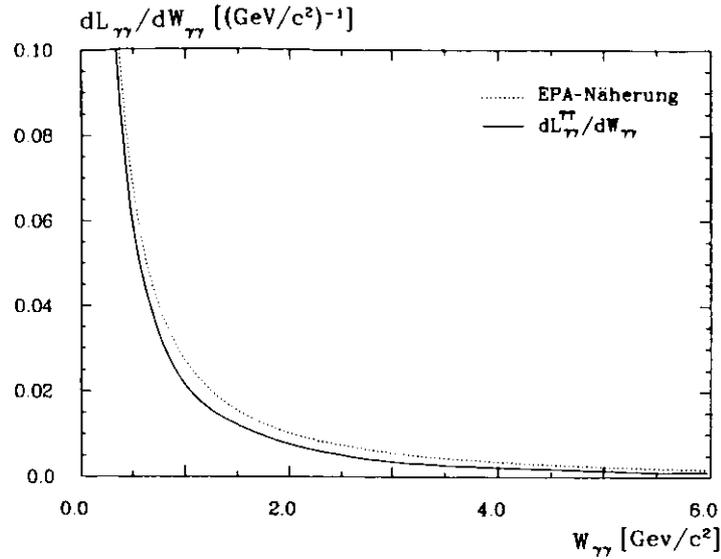


Abbildung 2.2: Vergleich der EPA-Näherung mit der numerischen Berechnung der Luminositätsfunktion nach Gleichung 2.9 bei einer Strahlenergie von 18.2 GeV.

sich  $W_{\gamma\gamma}$  nicht der  $e^+e^-$ -Schwerpunktenergie nähert. Hier zeigen sich bereits grundlegende Eigenschaften des Wirkungsquerschnitts  $\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X}$ , der durch

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X} = \int_0^{2E} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} dW_{\gamma\gamma}$$

mit der Luminositätsfunktion verknüpft ist:

- überwiegend kleine invariante Massen.
- logarithmischer Anstieg des Wirkungsquerschnitts mit der Strahlenergie.

Die für derartige qualitative Betrachtungen nützliche EPA-Näherung war in den frühen Tagen der Zwei-Photon-Physik für die Abschätzung von Wirkungsquerschnitten unverzichtbar, bis eine Berechnung der vollständigen Luminositätsfunktion durch aufwendige Computerprogramme möglich wurde.

### 2.1.3 Die allgemeine Form des Wirkungsquerschnitts

Allgemein lässt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt folgendermaßen berechnen:

$$d\sigma = \frac{1}{4 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 + \sum_i k_i) |S|^2 \frac{d^3 p'_1 d^3 p'_2}{(2\pi)^6 4 E'_1 E'_2} d\Gamma \quad (2.4)$$

Hierbei ist  $d\Gamma = \prod_i \frac{d^3 k_i}{(2\pi)^3 2k_i^0}$  das Lorentz-invariante Phasenraumvolumen des Endzustandes. Das vollständige Matrixelement  $S$  für den Prozess  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$  lautet

$$S = \frac{e^2}{q_1^2 q_2^2} \underbrace{\bar{u}(p'_1) \gamma^\mu u(p_1)}_{j_1^\mu} M_{\mu\nu} \underbrace{\bar{v}(p'_2) \gamma^\nu v(p_2)}_{j_2^\nu} \quad (2.5)$$

- Der Faktor  $\frac{1}{q_i^2}$  rührt von den Propagatoren der beiden Photonen her.
- $u, v$  sind die impuls- und spinabhängigen Spinoren der beiden Leptonen.
- $M_{\mu\nu}$  ist die Übergangsmatrix für den Prozess  $\gamma\gamma \rightarrow X$ .

Die Lepton-Übergangsströme  $j_1^\mu, j_2^\nu$  werden nach den Regeln der QED berechnet und durch die Photondichte-Matrizen  $\rho_i^{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{q_i^2} j_i^\alpha j_i^\beta$  ausgedrückt. Dabei wird über die Spins der einlaufenden Elektronen gemittelt. Integriert über den Phasenraum des Endzustandes erhält der Wirkungsquerschnitt dann die Form [4]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{2\pi^4} \frac{1}{q_1^2 q_2^2} \frac{1}{4 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \rho_1^{\alpha\alpha'} \rho_2^{\beta\beta'} W_{\alpha'\beta'\alpha\beta} \frac{d^3 p'_1 d^3 p'_2}{4 E'_1 E'_2} \quad (2.6)$$

$$W_{\alpha'\beta'\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2} \int M_{\alpha'\beta'} M_{\alpha\beta} (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 + \sum_i k_i) d\Gamma$$

Der Tensor  $W_{\alpha'\beta'\alpha\beta}$  besteht aus  $4^4 = 256$  Elementen, kann aber aufgrund von Lorentzinvarianz, Zeitumkehrbarkeit und Eichinvarianz für unpolarisierte Elektronen auf 6 unabhängige Komponenten reduziert werden [4,7]. Hierbei ist es vorteilhaft den Tensor in die Helizitätsbasis zu transformieren. Der Basiswechsel ist definiert durch

$$M_{ab} = \epsilon_{1a}^\alpha \epsilon_{2b}^\beta M_{\alpha\beta}$$

und entsprechend für  $\rho_i^{\alpha\beta}$ , was einen Übergang von den Lorentzindizes  $\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3$  zu den Polarisationszuständen  $a, b = 0, +, -$  bewirkt. Die Zusammenfassung der transversalen Polarisationszustände ermöglicht eine kompakte Darstellung mit den beiden Indizes  $T \equiv +, -$  und  $L \equiv 0$ . Der Tensor ist mit dem Wirkungsquerschnitt verknüpft durch  $W_{TT} = 2\sqrt{X} \sigma_{TT}$  und entsprechende Beziehungen für die anderen Komponenten. Hierbei ist  $X = (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2$

die analytische Fortsetzung des Möllerschen Flußfaktors. Dann erhält man für den Wirkungsquerschnitt:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{16\pi^4 q_1^2 q_2^2} \sqrt{\frac{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \left[ 4 |\rho_1^{++} \rho_2^{++}| \sigma_{TT} + 2 |\rho_1^{+-} \rho_2^{+-}| \tau_{TT} \cos 2\tilde{\varphi} + \right. \\ \left. 2 \rho_1^{++} \rho_2^{00} \sigma_{TL} + 2 \rho_1^{00} \rho_2^{++} \sigma_{LT} + \rho_1^{00} \rho_2^{00} \sigma_{LL} - 8 |\rho_1^{+0} \rho_2^{+0}| \tau_{TL} \cos \tilde{\varphi} \right] \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{E_1' E_2'} \quad (2.7)$$

Die Definition der Matrizen  $\rho_i^{++}, \rho_i^{00}, \dots$  ist Ref. [4] zu entnehmen.  $\tilde{\varphi}$  ist der Winkel zwischen den Streuebene von Elektron und Positron im  $\gamma\gamma$ -Schwerpunktsystem. Für die Untersuchung von *no-tag*-Ereignissen können Beiträge longitudinaler Photonen vernachlässigt werden. Der Term  $\tau_{TT}$  ist bei Mittelung über  $\cos \tilde{\varphi}$  für unpolarisierte Strahlen klein gegenüber  $\sigma_{TT}$ , und man erhält:

$$d\sigma = dL_{\gamma\gamma}^{TT} \sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}, q_1^2, q_2^2) d^3 p_1' d^3 p_2' \quad (2.8)$$

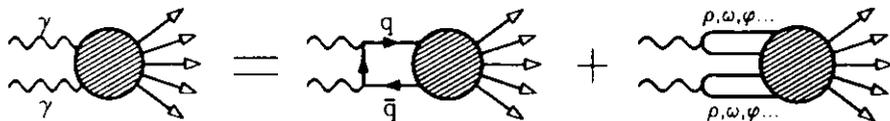
Dabei ist  $dL_{\gamma\gamma}^{TT}$  die differentielle Luminositätsfunktion für transversale Photonen:

$$dL_{\gamma\gamma}^{TT} \equiv \frac{\alpha^2}{4\pi^4 E_1' E_2' q_1^2 q_2^2} \sqrt{\frac{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \rho_1^{++} \rho_2^{++} \quad (2.9)$$

In Abbildung 2.2 ist  $dL_{\gamma\gamma}^{TT}$  im Vergleich mit den Ergebnissen der EPA-Näherung dargestellt.

## 2.2 Hadronproduktion im Zwei-Photon-Prozeß

Für die Erzeugung von Hadronen in  $\gamma\gamma$ -Kollisionen sind in erster Linie zwei Prozesse verantwortlich:



- Der direkte Quark austausch mit punktförmigen  $\gamma$ - $q$ -Kopplungen.
- Kopplung der Photonen an intermediäre Vektormesonen nach dem Vektor-Dominanz-Modell (=VDM).

Die punktförmige Photon-Quark-Kopplung ist bei "harten" Streuprozessen, d.h. Prozessen mit hohen Impulsüberträgen von Bedeutung. Sind die Impulsüberträge dagegen klein, was im Fall von *no-tag*-Ereignissen angenommen werden kann, so wird die punktförmige Kopplung vernachlässigbar, und die Hadronproduktion kann gut durch das VDM beschrieben werden.

### 2.2.1 Das Vektor-Dominanz-Modell

Die Geschichte des Vektor-Dominanz-Modells reicht bis in die späten 50er Jahre zurück [8]. Es wurde zunächst in der Photoproduktion  $\gamma p \rightarrow p X$  und später in der  $e^+e^-$ -Vernichtung erfolgreich angewendet. Im Vektor-Dominanz-Modell wird die Wechselwirkung des Photons mit dem hadronischen Endzustand durch Vektormesonen vermittelt. So kann die Photon-Hadron-Wechselwirkung auf einen rein hadronischen Prozeß zurückgeführt werden. Das Matrixelement für den Zwei-Photon-Prozeß lautet dann:

$$M_{\gamma\gamma \rightarrow X} = \sum_{i,k} \left( \frac{e^2}{4\gamma_V \gamma_{V_i}} \right) \frac{m_{V_i}^2}{m_{V_i}^2 - q_1^2} \frac{m_{V_k}^2}{m_{V_k}^2 - q_2^2} M_{V_i V_k \rightarrow X} \quad (2.10)$$

$\gamma_V$  und  $\gamma_{V_i}$  sind die  $\gamma$ - $V^0$ -Kopplungskonstanten.

In der Zwei-Photon-Physik ist das Vektor-Dominanz-Modell vor allem für die Erzeugung von Vektormesonpaaren von Bedeutung. Außerdem können mit Hilfe des Vektor-Dominanz-Modells Vorhersagen für den totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt von Zwei-Photon-Reaktionen  $\sigma_{\gamma\gamma}^T$  gemacht werden. Für diese beiden Anwendungsbereiche werden in den Abschnitten 2.2.2 und 2.2.3 die theoretischen Modelle mit den experimentellen Ergebnissen verglichen. Dadurch soll ein Überblick über die theoretischen Grundlagen der Hadronproduktion im Zwei-Photon-Prozeß gegeben werden, obwohl dies nicht in direktem Zusammenhang mit dem Thema dieser Arbeit steht. Für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  gibt es leider noch keine theoretischen Ansätze.

### 2.2.2 Vektormesonpaarerzeugung am Beispiel $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$

Untersuchungen exklusiver Reaktionen des Typs  $\gamma\gamma \rightarrow VV'$  haben in den letzten Jahren eine Fülle von Ergebnissen geliefert. Das Interesse an den Vektormesonpaaren war ausgelöst worden durch die Messung der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$  von TASSO [10], die eine starke Erhöhung des Wirkungsquerschnitts nahe der  $\rho^0 \rho^0$ -Schwelle ergab. Diese Erhöhung, die später durch andere Experimente bestätigt wurde, konnte durch die damaligen theoretischen Vorstellungen nicht erklärt werden. Die experimentellen Ergebnisse [11] sind in Abbildung 2.3 im Vergleich mit einer Abschätzung nach dem Vektor-Dominanz-Modell dargestellt. Diese Abschätzung hat die Form [10]:

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0} = \left( \frac{e}{f_{\rho^0}} \right)^2 \left( \frac{p^*}{k^*} \right)^2 \frac{1}{16\pi A} \frac{16}{81} (\sigma_{pp \rightarrow X}^{tot})^2 \quad (2.11)$$

mit  $\sigma_{pp \rightarrow X}^{tot} \simeq 40$  mbarn und  $A \sim 5.6 \text{ GeV}^{-2}$ .

Die Herleitung von Gleichung 2.11 geht aus von der aus dem Vektor-Dominanz-Modell erhaltenen Beziehung

$$\frac{d}{dt}(\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0}) = \left(\frac{\epsilon}{f_{\rho^0}}\right)^2 \left(\frac{p^*}{k^*}\right)^2 \frac{d}{dt}(\sigma_{\rho^0\rho^0 \rightarrow \rho^0\rho^0}) \quad (2.12)$$

Dabei sind  $p^*$  und  $k^*$  die Impulse der  $\rho$ -Mesonen bzw. der Photonen im  $\gamma\gamma$ -Schwerpunktsystem. Mit  $t$  wird die Mandelstamvariable des Impulsübertrages bezeichnet. Unter Verwendung des optischen Theorems und des additiven Quarkmodells wird der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$  mit dem totalen Wirkungsquerschnitt für Proton-Proton-Streuung in Verbindung gebracht.

Der hohe Wirkungsquerschnitt nahe der  $\rho^0\rho^0$ -Schwelle kann jedoch durch das Vektor-Dominanz-Modell nicht erklärt werden (Abbildung 2.3). Überlegungen, dieses Phänomen durch Bildung einer intermedären Resonanz zu erklären, mußten verworfen werden, nachdem für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+\rho^-$  durch JADE ein wesentlich kleinerer Wirkungsquerschnitt gemessen worden war [12]. Dies führte zu neuen theoretischen Ansätzen wie z.B. dem 4-Quark-

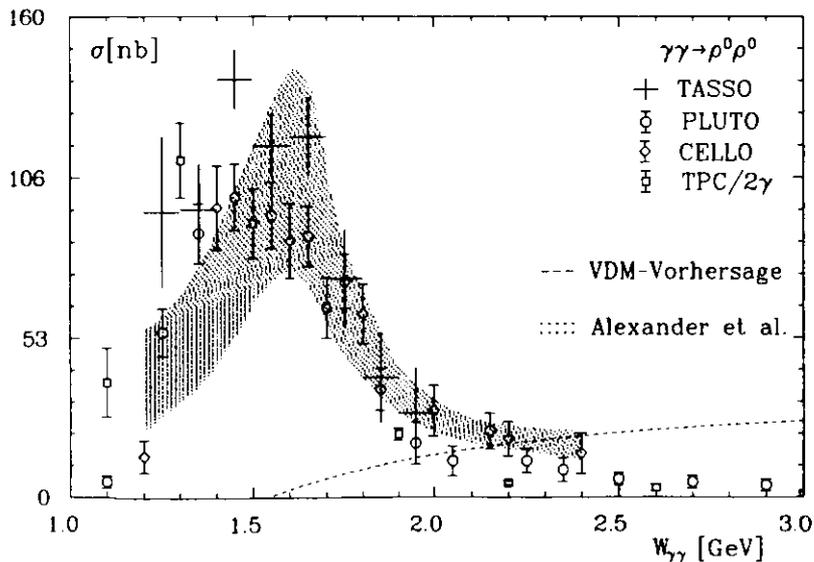


Abbildung 2.3: Messung des Wirkungsquerschnitts für  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$

Modell von Achasov et al. [13] sowie Li und Liu [14]. In diesem Modell wird die Produktion von Vektormesonpaaren durch interferierende  $q\bar{q}q\bar{q}$ -Zustände beschrieben. Die erhöhte  $\rho^0\rho^0$ -Produktion kann aber auch ohne Einführung exotischer Resonanzen, nämlich durch das  $t$ -channel factorization Modell von Alexander et al. [15], beschrieben werden. In diesem auf

dem Vektor-Dominanz-Modell basierenden Ansatz wird der Wirkungsquerschnitt mit Hilfe des Faktorisierungstheorems aus den experimentell gewonnenen Daten für Photoproduktion und Nukleon-Nukleon-Streuung berechnet.

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow VV'} = \sum_i \frac{\sigma_{NN \rightarrow VV'}^i \sigma_{NN \rightarrow V'N}^i}{\sigma_{NN \rightarrow NN}^i} \frac{F_{iN}^2}{F_{iN} F_{iN'}} \quad (2.13)$$

Die Summe enthält die Austauschbeiträge im  $t$ -Kanal (Pomeron-, Pion-Austausch). Zwei wesentliche Punkte dieses Modells, die den niederenergetischen Bereich betreffen, sind:

- Gleichung 2.13 wird bei gleichem Impuls der auslaufenden Teilchen im Schwerpunktsystem verwendet, um das unterschiedliche Schwellenverhalten der Kanäle mit ungleichen Massen zu berücksichtigen.
- Durch die von der Schwerpunktsenergie  $W_{ij}$  abhängigen Flußfaktoren  $F_{ij}$  wird auf den unterschiedlichen Fluß der einlaufenden Teilchen korrigiert.

Die Vorhersage des  $t$ -channel factorization Modells ist aufgrund der Ungenauigkeit der eingehenden experimentellen Daten in Form eines breiten Bandes gegeben (Abbildung 2.3).

### 2.2.3 Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt

Bei der Untersuchung des Produktionsmechanismus von Hadronen in Zwei-Photon-Reaktionen ist der totale hadronische Wirkungsquerschnitt eine wichtige Meßgröße. In diesem Abschnitt sollen die Meßergebnisse mit den auf dem Vektor-Dominanz-Modell basierenden theoretischen Vorhersagen verglichen werden. Zunächst soll jedoch kurz auf die experimentelle Problematik eingegangen werden.

Um hadronische Zwei-Photon-Ereignisse von Annihilations-Ereignissen zu trennen, ist es vorteilhaft, für die Messung des totalen Wirkungsquerschnitts  $tag$ -Ereignisse zu verwenden. Dies sind Ereignisse, bei denen mindestens eines der beiden Elektronen nachgewiesen wird. Um aber die  $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts für quasi-reelle Photonen, d.h.  $Q^2 \approx 0$  zu messen, wäre der Nachweis der Elektronen auf der Strahlachse erforderlich ( $0^\circ$ -tagging). Da dies aber einen ganz speziellen Detektoraufbau erfordern würde, wird die Messung üblicherweise mit  $tag$ -Ereignissen bei  $Q^2 > 0$  durchgeführt. Mit Hilfe der aus dem generalisierten Vektor-Dominanz-Modell (=GVDM) [16] bekannten  $Q^2$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts kann auf  $Q^2 = 0$  extrapoliert werden. Auf diese Art und Weise wurden die in Abbildung 2.4 dargestellten Ergebnisse von TPC/2 $\gamma$  [17] und PLUTO[18] gewonnen.

Auf der Grundlage des Vektor-Dominanz-Modells wurden phänomenologische Ansätze entwickelt, um die  $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit des totalen Wirkungsquerschnitts zu beschreiben. Hierbei wird die Hadronproduktion in einen diffraktiven Beitrag (Pomeron-Austausch) und einen

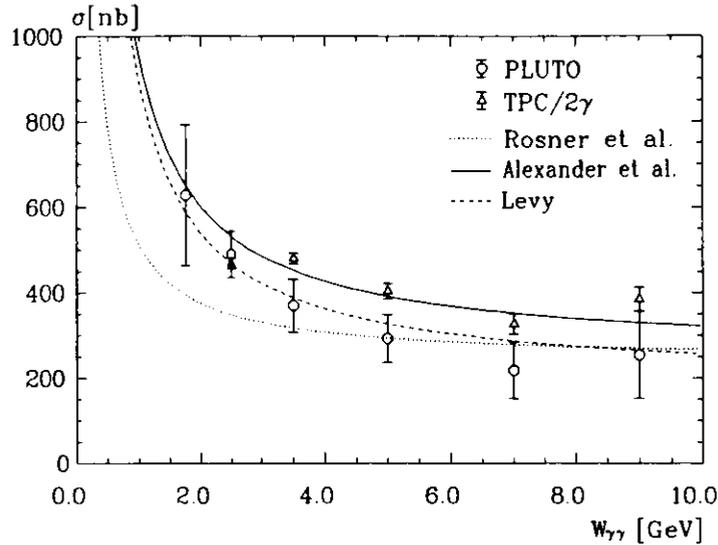


Abbildung 2.4: Messung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts im Vergleich mit durch Faktorisierung gewonnenen Vorhersagen.

resonanten Beitrag (Regge-Austausch) zerlegt. Die einzelnen Beiträge können über das Faktorisierungstheorem aus den experimentell gewonnenen Daten für Nukleon-Nukleon-Streuung und Photoproduktion berechnet werden. Eine frühe Anwendung dieser Methode ist die folgende Abschätzung von J. L. Rosner [19] und T. F. Walsh [20]:

$$\sigma_{\gamma\gamma}^T = 240 \text{ nb} + \frac{270}{W} \text{ GeV nb} \quad (2.14)$$

Dieser Ansatz wurde durch G. Alexander et al. [21] erweitert, wobei die Methode des in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen *t*-channel factorization Modells auf die Berechnung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts übertragen wurde. Dies führt, insbesondere bei kleinen  $W_{\gamma\gamma}$ , zu einer besseren Beschreibung der experimentellen Daten (Abbildung 2.4).

Eine weitere Modifikation dieses Modells wurde von A. Levy entwickelt [22]. Darin wird der totale Wirkungsquerschnitt aus den Daten für elastische Vorwärtsstreuung in der Photoproduktion und Proton-Proton-Streuung gewonnen. Grundlage hierfür ist das optische Theorem:

$$\sigma_{\gamma\gamma}^T = \frac{4\pi}{k} A(t=0) \quad (2.15)$$

A ist die Amplitude für elastische Streuung.

Unter Verwendung des Faktorisierungstheorems folgt:

$$\sigma_{\gamma\gamma}^T = 4\sqrt{\pi} \hbar c \frac{\left. \frac{d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma P}}{dt} \right|_{t=0} F_{\gamma P}}{\left[ \left. \frac{d\sigma_{pp \rightarrow pp}}{dt} \right|_{t=0} F_{pp} F_{\gamma\gamma} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (2.16)$$

Abbildung 2.4 zeigt, daß insbesondere die PLUTO-Ergebnisse durch dieses Modell sehr gut beschrieben werden.

Außerdem stellt A. Levy durch Verbindung des Vektor-Dominanz-Modells mit dem optischen Theorem einen Zusammenhang zwischen dem totalen Wirkungsquerschnitt und den exklusiven Prozessen  $\gamma\gamma \rightarrow VV'$  her [23]:

$$\sigma_{\gamma\gamma}^T = 4\sqrt{\pi} \sum_{VV'} \frac{4\pi}{\gamma_V^2} \frac{4\pi}{\gamma_{V'}^2} |B_{VV'} \cdot \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow VV'}|^{\frac{1}{2}} \quad (2.17)$$

Durch die Parameter  $B_{VV'}$  wird die *t*-Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts parametrisiert:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow VV'}}{dt} = \left. \frac{d\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow VV'}}{dt} \right|_{t=0} \cdot e^{-B_{VV'} t}$$

Die auf diese Art und Weise aus den gemessenen  $\gamma\gamma \rightarrow VV'$ -Wirkungsquerschnitten gewonnene Abschätzung ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

Während die bei kleinen  $W_{\gamma\gamma}$  erhaltenen Werte mit den Messungen und der durch Faktorisierung gewonnenen Vorhersage konsistent sind, liefert Levys Modell oberhalb von 2 GeV zu kleine Werte. Eine mögliche Erklärung wären weitere  $\gamma\gamma \rightarrow VV'$ -Reaktionen, die bisher nicht beobachtet wurden. Da die  $\gamma$ - $V^0$ -Kopplung für das  $\rho^0$ -Meson am stärksten ist, käme z.B. die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho'$  in Betracht. So würde etwa ein Wirkungsquerschnitt von 10 nb bei  $W_{\gamma\gamma} = 2.5 \text{ GeV}$  in Levys Modell einen Beitrag von 85 nb zum totalen Wirkungsquerschnitt liefern [23].

Das  $\rho'$ , traditionell auch als  $\rho(1600)$  bezeichnet, ist ein Vektormeson mit einer Zerfallsbreite von ca. 200-300 MeV. Die Zerfallsraten sind nicht genau bekannt, aber es wurde ein hoher Anteil von  $\rho' \rightarrow 4\pi$  (inkl.  $\rho\pi\pi$ ) beobachtet. Demnach wäre die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho\rho'$  im Endzustand  $3\pi^+ 3\pi^-$  zu suchen, der in dieser Arbeit untersucht wird. In jüngster Zeit gibt es allerdings eine experimentelle Evidenz dafür, daß es sich beim  $\rho'$  um zwei Resonanzen mit Massen von 1450 MeV und 1700 MeV handelt [25,26]. Dies erschwert neben der großen Breite und dem kombinatorischen Untergrund eine Identifikation des  $\rho\rho'$ -Endzustandes.

Nachdem in den letzten beiden Abschnitten ein Überblick über die theoretischen Grundlagen von Zwei-Photon-Reaktionen gegeben wurde, folgt nun eine Einführung in die Bose-Einstein-Korrelation gleichgeladener Pionen, die ebenfalls Gegenstand dieser Arbeit ist (siehe Kap. 8).

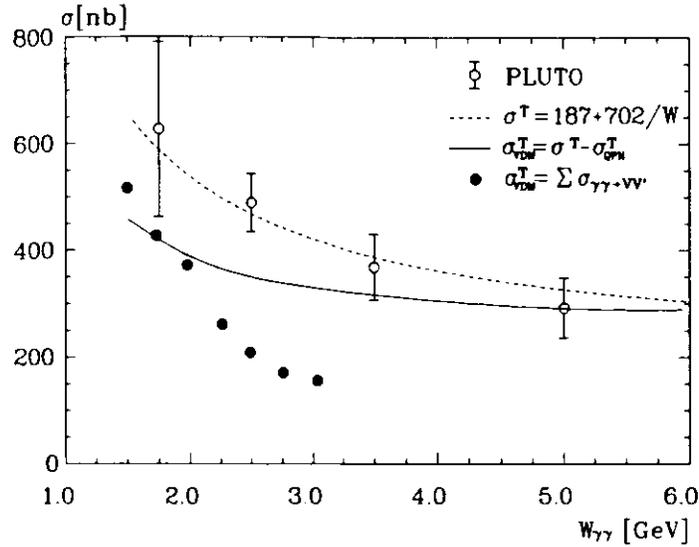


Abbildung 2.5: Vorhersage des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts aus den  $\gamma\gamma \rightarrow VV'$ -Daten nach Levy[24]. Zum Vergleich dient die auf Gleichung 2.16 basierende Vorhersage (gestrichelt). Die durchgezogene Linie repräsentiert den VDM-Anteil des Wirkungsquerschnitts. Der Anteil punktförmiger Kopplung wurde mit Hilfe des Quark-Parton-Modells berechnet[4].

### 2.3 Die Bose-Einstein-Korrelation

Die erhöhte Produktion von Pion-Paaren gleicher Ladung wird als *Bose-Einstein-Korrelation* bezeichnet. Bei diesem Effekt, der zuerst 1959 von Goldhaber et al. [27,28] beobachtet wurde, handelt es sich um einen auf der Bose-Einstein(=BE)-Statistik beruhenden Interferenzeffekt. Bereits 1954 wurde von Hanbury-Brown und Twiss ein Verfahren zur Bestimmung des Durchmessers von Sternen entwickelt, das auf der BE-Interferenz von Photonen beruht [29]. Um diese Interferenz qualitativ zu erklären, betrachten wir die Wellenfunktion von zwei interferierenden Pionen (siehe Abbildung 2.6). Die Pionen seien in einer Quelle in  $x_A$  und  $x_B$  lokalisiert. Mit zwei Detektoren werden die Vierervektoren  $k_1$  und  $k_2$  gemessen. Dann gilt für die Wellenfunktion eines Systems von zwei ununterscheidbaren Teilchen:

$$\psi_{\text{like}} \propto e^{i(k_1 x_A + k_2 x_B)} + e^{i(k_2 x_A + k_1 x_B)} \quad (2.18)$$

Der zweite Term ist zur Symmetrisierung der Wellenfunktion gemäß der Bose-Einstein-

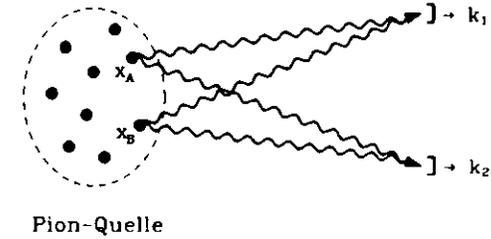


Abbildung 2.6: Interferenz von zwei ununterscheidbaren Pionen

Statistik nötig. Für die Wahrscheinlichkeitsdichte  $P_{\text{like}}$  folgt dann

$$P_{\text{like}} \propto 1 + \cos(\Delta k \Delta x) \quad (2.19)$$

$$\text{mit } \Delta k \equiv k_1 - k_2, \Delta x \equiv x_A - x_B$$

Verallgemeinert man dieses Beispiel für eine beliebige Pion-Dichteverteilung  $\rho(x)$  so gilt für die Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$P_{\text{like}} \propto \int |\psi_{\text{like}}|^2 \rho(x_A) \rho(x_B) dx_A dx_B = 1 + \tilde{\rho}(\Delta k) \quad (2.20)$$

Die durch  $C \equiv P_{\text{like}}/P_{\text{unlike}}$  definierte Korrelationsfunktion lautet dann

$$C(\Delta k) = 1 + \tilde{\rho}(\Delta k) \quad (2.21)$$

Hierbei ist  $\tilde{\rho}(\Delta k)$  die Fouriertransformierte der Dichteverteilung, die durch die räumliche und zeitliche Struktur der Quelle bestimmt ist. Unter der Annahme einer Gaußverteilung für die Dichte und Einführung der Lorentz-invarianten Variablen  $Q^2 \equiv -\Delta k^2 = M_{\pi\pi}^2 - 4m_\pi^2$  läßt sich die Korrelationsfunktion folgendermaßen parametrisieren:

$$C(Q^2) = 1 + \lambda e^{-r^2 Q^2} \quad (2.22)$$

Die Korrelationsfunktion kann experimentell leicht bestimmt werden durch

$$C(Q^2) = \frac{R_{\text{like}}(Q^2)}{R_{\text{ref}}(Q^2)}$$

$R_{\text{like}}$  ist die Rate gleichgeladener Pionen.  $R_{\text{ref}}$  ist die Rate von unkorrelierten Pion-Paaren. Um  $R_{\text{ref}}(Q^2)$  zu bestimmen, muß eine geeignete Vergleichsdatenmenge unkorrelierter Pionen, ein sogenanntes *Referenz-Sample*, herangezogen werden, z.B. die Paare verschieden geladener

Pionen. Die Parametrisierung  $C = 1 + e^{-r^2 Q^2}$  wurde bereits bei der ersten Messung des BE-Effektes durch Goldhaber et al. [28] zur Beschreibung der Daten verwendet. Nachfolgende Messungen ergaben teilweise schwächere Korrelationen, was zur Einführung des Parameters  $\lambda$  führte [30].  $\lambda$  kann im Prinzip alle Werte zwischen 0 und 1 annehmen und ist ein Maß für die Kohärenz der Quelle [31]. Die BE-Korrelation verschwindet bei einer völlig kohärenten Quelle, dem sogenannten *Pion-Laser* ( $\lambda = 0$ ), und wird maximal für eine total chaotische Quelle ( $\lambda = 1$ ).

Der Einfluß der Kohärenz der Quelle auf die Stärke der Korrelation kann in Analogie zur klassischen Optik hergeleitet werden [32]. Zur Veranschaulichung wird jetzt der vereinfachte Fall mit zwei punktförmigen Pion-Quellen diskutiert: Hierzu wird im Gegensatz zum früheren Ansatz in Gleichung 2.18 eine Phasenbeziehung der Pion-Quellen angenommen. Die Phasen der in  $x_A$  und  $x_B$  lokalisierten Quellen seien  $f_A$  und  $f_B$ . Die Wellenfunktion für die Emission eines Pions lautet dann:

$$\psi_j \propto f_A e^{ik_j x_A} + f_B e^{ik_j x_B} \quad (2.23)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte für die Produktion von zwei Pionen  $\pi_1, \pi_2$  ist  $P_{12} = P_1 P_2$  mit:

$$P_j = |f_A|^2 + |f_B|^2 + f_A f_B^* e^{ik_j \Delta x} + f_A^* f_B e^{-ik_j \Delta x} \quad (2.24)$$

Im Fall vollständiger Kohärenz ist die relative Phase  $\langle f_A f_B^* \rangle = \text{const} \neq 0$ . Daraus folgt für die Korrelationsfunktion:

$$C = \frac{\langle P_{12} \rangle}{\langle P_1 \rangle \langle P_2 \rangle} = 1$$

Ist die Phasenbeziehung dagegen völlig chaotisch, d.h.  $\langle f_A f_B^* \rangle = 0$ , so folgt aus Gleichung 2.24:

$$\langle P_{12} \rangle = (|f_A|^2 + |f_B|^2)^2 + 2|f_A|^2 |f_B|^2 \cos(\Delta k \Delta x) \quad (2.25)$$

Unter der Annahme  $|f_A| = |f_B|$  folgt:

$$C = 1 + \frac{1}{2} \cos(\Delta k \Delta x)$$

Durch Verallgemeinerung auf  $n$  Quellen erhält man im Grenzfall  $n \rightarrow \infty$  das zu Beginn abgeleitete Ergebnis

$$C = 1 + \cos(\Delta k \Delta x)$$

Die Form der Korrelationsfunktion hängt nach Gleichung 2.21 von der Struktur der Quelle ab. So repräsentiert der Parameter  $r$  in Gleichung 2.22 die räumliche und zeitliche Ausdehnung der Quelle. Es wurden auch Parametrisierungen entwickelt, in denen durch Einführung neuer kinematischer Variablen Raum- und Zeitabhängigkeit der Quelle separiert werden [33,35].

Zunehmende Bedeutung hat in jüngster Zeit die Untersuchung der BE-Korrelation in der  $e^+e^-$ -Vernichtung erlangt. Von theoretischer Seite gibt es seit einigen Jahren intensive Bemühungen, den Produktionsmechanismus von Hadronen bei hohen Energien zu erklären [34]. Hierbei wird die Hadronisierung u. a. durch Flußschläuche zwischen den Quarks, sogenannte *Strings*, beschrieben. Im Zusammenhang mit Messungen des BE-Effektes in der  $e^+e^-$ -Vernichtung bei Energien von  $\sim 30\text{-}40\text{ GeV}$  [36,37] gibt es theoretische Modelle für die BE-Korrelation unter Anwendung des String-Formalismus [32,38].

Im Rahmen dieser Arbeit wird die BE-Korrelation in exklusiven Ereignissen der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  untersucht (siehe Kap. 8).

## Kapitel 3

### Experimentelle Grundlagen

#### 3.1 Der PETRA-Speicherring

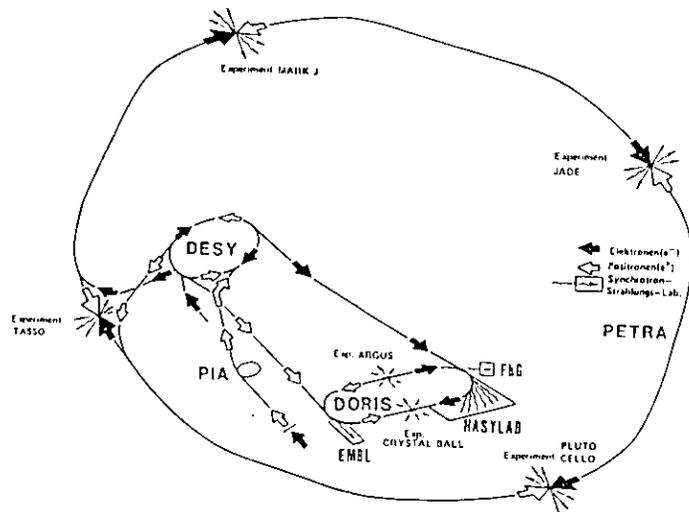


Abbildung 3.1: Der PETRA-Speicherring

Das JADE-Experiment<sup>1</sup> wurde in den Jahren 1979-86 am  $e^+e^-$ -Speicherring PETRA<sup>2</sup> bei DESY in Hamburg durchgeführt. Der 1978 in Betrieb genommene Speicherring hatte bei

<sup>1</sup> Benannt nach den ursprünglich am Experiment beteiligten Nationen JAPAN, Deutschland, England

<sup>2</sup> PETRA = Positron-Elektron-Tandem-Ring-Anlage

#### 3.2 Der JADE-Detektor

Der JADE-Detektor[39,40] ist ein kompakter magnetischer Detektor zur Untersuchung eines möglichst breiten Spektrums von Endzuständen aus  $e^+e^-$ -Reaktionen. Zur möglichst vollständigen Erfassung der entstehenden Teilchen überdeckt der Detektor nahezu den gesamten Raumwinkel von  $4\pi$ . Um den vielfältigen Anforderungen zu genügen, ist der Detektor (Abbildung 3.3) aus verschiedenen Komponenten aufgebaut, die nachfolgend beschrieben werden. Die Wahl des Koordinatensystems ist Abbildung 3.2 zu entnehmen.

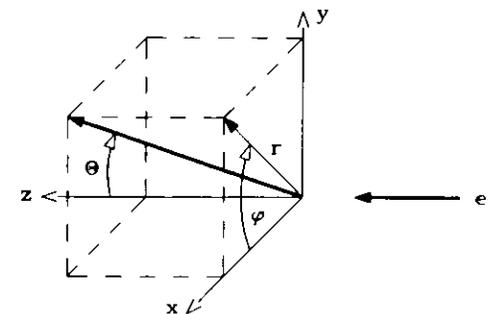


Abbildung 3.2: Das JADE-Koordinatensystem

einem Umfang von 2.3 km vier Wechselwirkungszone (Abbildung 3.1). Er war mit einer maximalen Strahlenergie von 23.39 GeV der  $e^+e^-$ -Speicherring mit der weltweit höchsten Schwerpunktenergie. Die Injektionsenergie der Leptonen betrug 7 GeV. Nach Ende der Beschleunigungsphase konnten die in je zwei Teilchenpaketen umlaufenden Elektronen und Positronen für mehrere Stunden gespeichert werden. Es wurden je zwei Teilchenpakete von Elektronen und Positronen gespeichert, um vier Experimente zu ermöglichen. In jeder der vier Wechselwirkungszone durchdrangen sich die Teilchenpakete alle  $4\mu s$ . Nach Abschluß der Experimente Ende 1986 wurde der Speicherring PETRA zum Vorbeschleuniger für den  $e^-p$ -Speicherring HERA umgebaut.

### 3.2.1 Die Jetkammer

Die Jetkammer[41] ist eine zylindrische Driftkammer, die der Bestimmung von Impuls und Ionisationsverlust geladener Teilchen dient. Sie ist von einer Magnetspule umgeben, die ein Magnetfeld von 0.45 T erzeugt. Die Kammer befindet sich in einem Drucktank und wird bei einem Druck von 4 bar betrieben. Die 2.4 m lange Kammer hat einen Durchmesser von 1.5 m und ist in 96 Zellen unterteilt, die in 3 Ringen angeordnet sind. Die beiden inneren Ringe bestehen aus je 24 Zellen, der äußere Ring hat 48 Zellen. Jede Zelle enthält 16 Signaldrähte, so daß für eine Teilchenspur maximal 48 Meßpunkte zur Verfügung stehen. Innerhalb von 97% des gesamten Raumwinkels werden durch eine Spur mindestens 8 Signaldrähte gesetzt. Aus der am Draht gemessenen Driftzeit kann mit Hilfe von Driftgeschwindigkeit und Lorentzwinkel, die beide aus der Kalibration bestimmt wurden, die  $x$ - $y$ -Koordinate mit einer Genauigkeit von  $170 \mu\text{m}$  bestimmt werden. Durch den Einbau einer verbesserten Ausleseelektronik (FADC's) wurde die Auflösung 1986 auf  $110 \mu\text{m}$  verbessert[42]. Um Rechts-Links-Zweideutigkeiten bei der Ortsbestimmung zu vermeiden, sind die Signaldrähte gegenüber der Drahtebene abwechselnd um  $\pm 150 \mu\text{m}$  versetzt. Aus dem Verhältnis der an den Drahtenden gemessenen Ladungsmengen kann die  $z$ -Koordinate mit einer Auflösung von 1.6 cm bestimmt werden<sup>3</sup>. Durch die Summe der Ladungsmengen wird außerdem der Energieverlust gemessen, was zur Teilchenidentifikation ausgenutzt werden kann (Kap. 4.2.1). Der Impuls wird aus der Bahnkrümmung geladener Teilchen im Magnetfeld rekonstruiert. Für Impulse über  $2 \text{ GeV}/c$  beträgt die Impulsauflösung  $\frac{\sigma_p}{p} \approx 2\% \cdot p(\text{GeV}/c)^{-1}$ . Für kleinere Impulse ist die Auflösung durch Vielfachstreuung auf 4% begrenzt[43].

### 3.2.2 Die Vertexkammer

Die Vertexkammer wurde 1984 zur Verbesserung der Impuls- und Vertex-Auflösung in der  $x$ - $y$ -Ebene zwischen Strahlrohr und Jetkammer eingebaut[44]. Sie hat einen Durchmesser von 320 mm und ist 760 mm lang. Die Vertexkammer ist der Jetkammer sehr ähnlich und bildet sozusagen deren Fortsetzung in Richtung des Wechselwirkungspunktes. Sie besteht aus 24 Zellen mit je 7 Drähten. Für die digitale Auslese-Elektronik wurden FADC's verwendet. Die  $r\phi$ -Auflösung beträgt  $110 \mu\text{m}$ . Die Kammer befindet sich außerhalb des Jetkammer-Drucktanks und wird bei Normaldruck betrieben.

### 3.2.3 Die Flugzeitzähler

Zwischen Jetkammer und Magnetspule befinden sich 42 Szintillatoren, die der Flugzeitmessung dienen. Die Zähler haben eine Länge von 3.25 m und überdecken somit den Polarwinkel  $|\cos\theta| \sim 0.87$ . Die Zeitauflösung beträgt 0.4 ns. Die Flugzeitzähler spielen bei den schnellen

<sup>3</sup>Nach Einbau der FADC's verschlechterte sich die  $z$ -Auflösung auf 3.6 cm

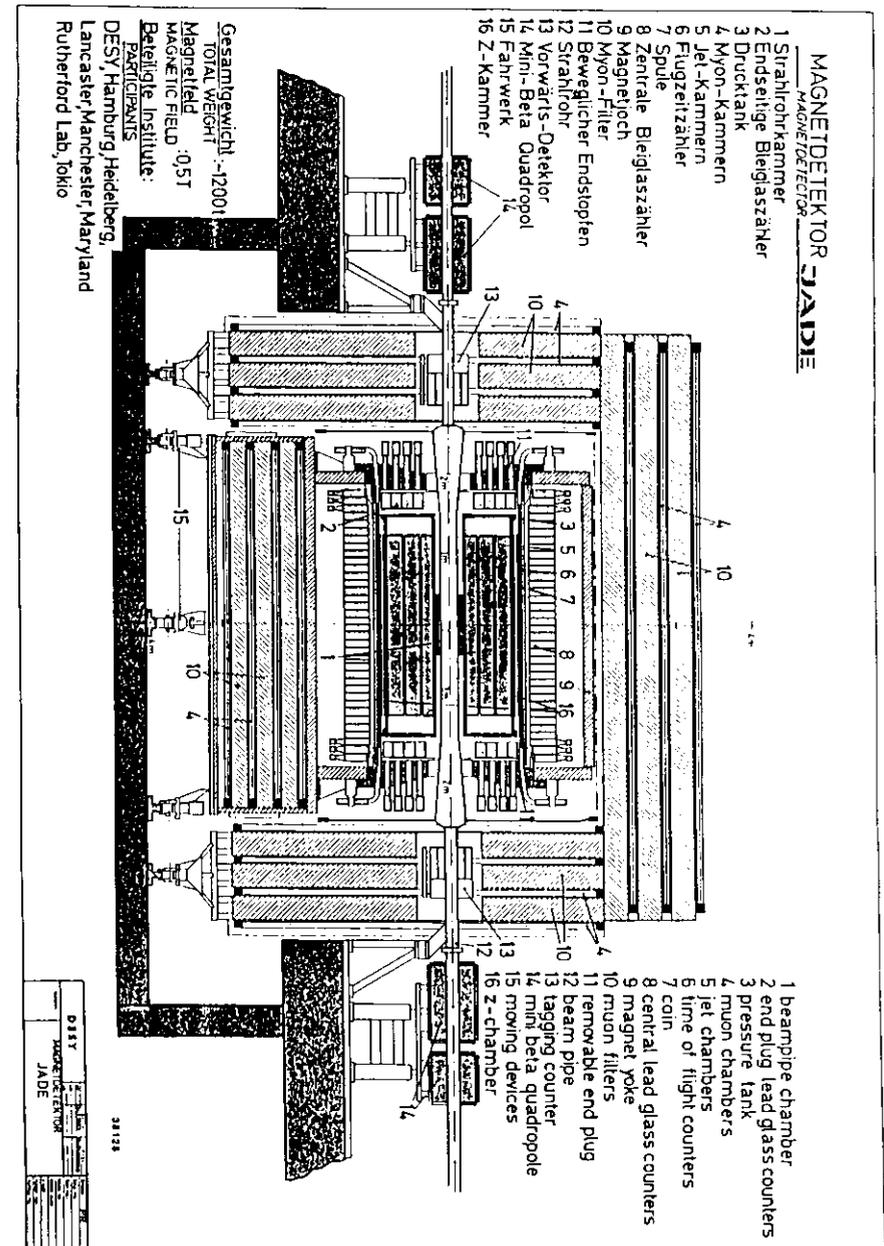


Abbildung 3.3: Der JADE-Detektor

Triggerentscheidungen eine wichtige Rolle (siehe Kap. 3.3). Bei niedrigen Impulsen bietet die Flugzeitmessung als Ergänzung zur Energieverlustmessung eine weitere Möglichkeit der Teilchenidentifikation. Außerdem können kosmische Myonen identifiziert werden, welche die Wechselwirkungsregion durchqueren, und dabei zwei gegenüberliegende Flugzeitähler mit einer Verzögerung von etwa 6 ns setzen.

### 3.2.4 Der Bleiglasdetektor

Das aus einzelnen Bleiglasblöcken des Typs SF5 ( $n=1.67$ ,  $\rho = 4.08 \text{ g/cm}^3$ ) bestehende Kalorimeter dient der Energiemessung elektromagnetisch schauernder Teilchen, also Elektronen und Photonen. Außerdem ist der Bleiglasdetektor Bestandteil der ersten Triggerstufe (Kap. 3.3). Somit sind die Schauerzähler auch für Hadronen von Bedeutung. Die Wahrscheinlichkeit für hadronische Schauer beträgt etwa 65%. Das Bleiglas-Kalorimeter besteht aus einem zylindrischen Zentralteil mit 2520 Blöcken, angeordnet in 30 Ringen mit je 84 Blöcken, und zwei Endkappen mit je 96 Blöcken. Damit werden die Polarwinkelbereiche  $0 < |\cos \theta| < 0.84$  und  $0.89 < |\cos \theta| < 0.97$  erfaßt, was 90% des vollen Raumwinkels entspricht. Die Blöcke der Endkappen sind 230 mm (= 9.6 Strahlungslängen) lang. Im Zentralteil haben die Blöcke eine Länge von 300 mm (= 12 Strahlungslängen). Um hochenergetische elektromagnetische Schauer besser zu erfassen, wurden die sechs mittleren Ringe 1983 durch Blöcke mit kleinerer Strahlungslänge ersetzt (Bleiglas Typ SF6:  $n = 1.81$ ,  $\rho = 5.2 \text{ g/cm}^3$ ). Die Außenwände der Blöcke sind durch Lichtleiter mit den Photomultipliern verbunden. Das Ausgangssignal wird direkt an die Triggerlogik weitergegeben und außerdem durch Digital-Analog-Wandler integriert. Die Ausleseschwelle pro Block lag bis 1983 bei 28 MeV und ab 1983 bei 35 MeV. Die Energieauflösung  $\sigma_E/E = 4\%/\sqrt{E(\text{GeV})} + 1.5\%$  wurde für Bhabha-Ereignisse bei Strahlenergien zwischen 7 und 17 GeV gemessen[39].

### 3.2.5 Weitere Detektorkomponenten

In dem schmalen Zwischenraum zwischen Jetkammer und Flugzeitählern befindet sich seit 1984 die **Z-Kammer**[45], eine Driftkammer, die eine genauere Messung der z-Koordinate ermöglicht. Sie besteht aus zwei 45 mm dicken Halbschalen der Länge 2.4 m, die einen Zylinder mit dem Durchmesser 1.75 m bilden. In jeder Halbschale befinden sich 32 Signaldrähte, die als Polygone senkrecht zur z-Achse aufgespannt sind. Die Auflösung beträgt 0.25 mm.

Im Abstand von  $\pm 3 \text{ m}$  vom Wechselwirkungspunkt befinden sich die **Vorwärtsdetektoren**, die dem Nachweis von Teilchen nahe der Strahlachse dienen. Es wird der Winkelbereich von 34 bis 75 mrad abgedeckt. Die Vorwärtsdetektoren ermöglichen den Nachweis von Elektron und Positron in Zwei-Photon-Ereignissen. Außerdem werden Kleinwinkel-Bhabha-Ereignisse registriert, was einer schnellen Luminositätsbestimmung dient.

Den äußeren Abschluß des Detektors bildet der **Myondetektor**. Zur Absorption der Hadronen dienen drei Lagen eisenangereicherter Beton sowie das Eisenjoch des Magneten. Zwischen den Absorptionsschichten befinden sich die Myondriftkammern[46]. Für diese Arbeit ist der Myondetektor nicht von Bedeutung.

## 3.3 Das Triggersystem

Für die vollständige Auslese eines Ereignisses werden etwa 25 ms benötigt. Während dieser Zeit kreuzen sich die Teilchenpakete der Elektronen und Positronen mehr als 6000 mal. Daher sollte das Auslesen von Untergründereignissen möglichst vermieden werden. Es ist die Aufgabe des Triggersystems, schnell zu entscheiden, ob ein Ereignis ausgelesen oder verworfen werden soll. Das JADE-Triggersystem[47] besteht aus 3 Stufen, deren Reihenfolge durch die Reaktionszeit der einzelnen Detektorkomponenten gegeben ist (siehe Tab. 3.1). Auf jeder Triggerstufe gibt es *hinreichende* und *aufschiebende* Triggerbedingungen. Sind nur

Triggerstufe	Detektorkomponente	Totzeit
T1	Bleiglasdetektor Flugzeitähler Vorwärtsdetektoren	$0.4 \mu\text{s}$
T2	Jetkammer	$3 \mu\text{s}$
T3	Myonfilter	$5 \mu\text{s}$

Tabelle 3.1: JADE-Triggerlogik

Bedingungen des zweiten Typs erfüllt, muß die nächste Triggerstufe abgewartet werden. Für die erste Triggerstufe (T1) wurden verschiedene Triggerbedingungen formuliert, die durch unterschiedliche physikalische Fragestellungen motiviert sind. Die *hinreichenden* Triggerbedingungen enthalten Energieschwellen für Bleiglas-Kalorimeter oder Vorwärtsdetektoren. Die *aufschiebenden* Triggerbedingungen verlangen bestimmte Konstellationen von Flugzeitählern und/oder Bleiglasblöcken. Die in dieser Analyse verwendeten Ereignisse erfüllen nur aufschiebende T1-Bedingungen und werden auf der zweiten Triggerstufe (T2) akzeptiert.

Die Triggerbedingungen sind in Tabelle 3.2 dargestellt. Hierzu einige Erläuterungen: Die 84 Bleiglasblockreihen werden zu 42 'Barrel-Gruppen' (BG) mit je 6 Reihen zusammengefaßt, wobei sich benachbarte Barrel-Gruppen um zwei Reihen überlappen. Liegt die Energiesumme einer Barrel-Gruppe über der Schwelle von 80 MeV und ist der davorliegende Flugzeitähler gesetzt, so wird von einer 'TOF-Barrel-Gruppe' (TBG) gesprochen. Für die

koplanaren Trigger werden Abweichungen von der Gegenüberstellung der Flugzeitähler bzw. TOF-Barrel-Gruppen um  $\pm \Delta_{kopl}$  toleriert. Bei einigen Triggern ist die Anzahl der Flugzeitähler  $N_{TOF}$  begrenzt, um Untergrundereignisse zu beseitigen, in denen durch Synchrotronstrahlung viele Flugzeitähler gesetzt wurden. Auf der Triggerstufe T2 stehen die Signale der Jetkammerdrähte zur Verfügung. Spuren sind in der Triggerlogik durch eine Mindestanzahl von gesetzten Drähten in benachbarten Zellen definiert. Die Triggerbedingungen für Spuren sind derart, daß sie bei Impulsen von mehr als 100 MeV in jedem Fall erfüllt werden. Bei den *schnellen* Spuren sind die Bedingungen für die Konstellation der gesetzten Signaldrähte etwas härter, so daß eine vollständige Erfassung der Spuren erst ab 1 GeV eintritt.

Trigger	T1, AUFSCHEIBEND	$\Delta_{kopl}$	$N_{TOF}$	T2, HINREICHEND
COTOF1	2 koplanare TOF	$\pm 3$	$\leq 4$	2 <i>schnelle</i> koplanare Spuren
COTOF2	2 koplanare TOF	$\pm 1$	$\leq 6$	2 <i>schnelle</i> koplanare Spuren
COTBG	2 koplanare TBG	$\pm 2$	beliebig	2 <i>schnelle</i> koplanare Spuren
TBGNS	2 TBG, Abstand $> 3$ TOF	—	$\leq 6$	2 Spuren

Tabelle 3.2: Triggerbedingungen

Die mittlere Nachweiswahrscheinlichkeit für die in dieser Arbeit untersuchten Ereignisse beträgt etwa 10%. Hierbei sind die in Kap. 4.3 beschriebenen Schnitte zur Untergrundbeseitigung und Korrekturen für Verluste durch zusätzliche Photonen (siehe Kap. 5.3.3) nicht berücksichtigt. Ein akzeptiertes  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignis ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

### 3.4 Datennahme

Die vom Triggersystem akzeptierten Ereignisse werden mit einem MIPROC-16 Mikroprozessor sowie einem NORD 10/50-Rechnersystem einer Online-Analyse unterzogen. Hier können bereits 60% aller Ereignisse als Untergrund identifiziert werden [48]. Jedes zwanzigste Untergrundereignis wird jedoch nicht verworfen, sondern markiert, um später eventuelle Verluste durch diese erste Auswahl abschätzen zu können. Die Rohdaten von ca.  $10^8$  Ereignissen werden auf eine IBM-Großrechenanlage übertragen und auf Magnetbändern gespeichert.

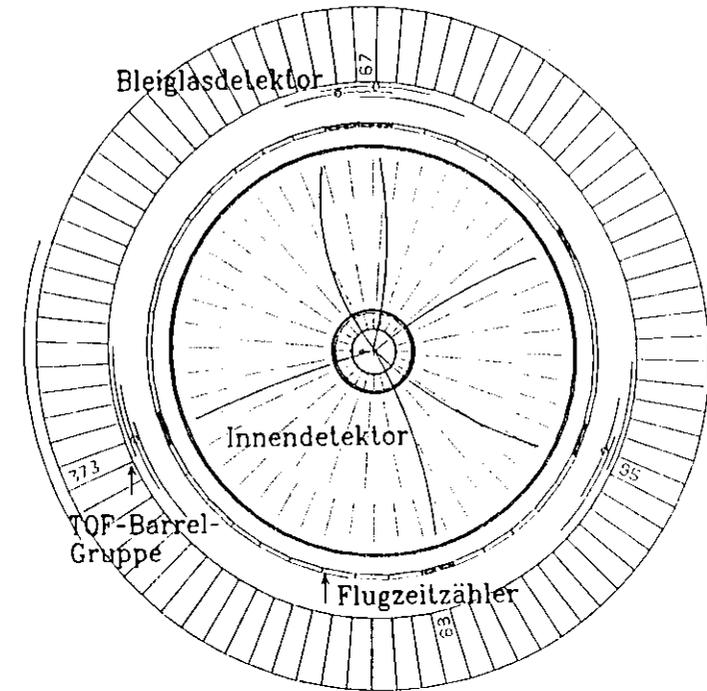


Abbildung 3.4:  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignis im JADE-Detektor ( $r$ - $\phi$ -Projektion). Das Ereignis erfüllt die Triggerbedingungen COTOF2 und TBGNS (siehe Tabelle 3.2).

### 3.5 Datenrekonstruktion

Die Rohdaten bestehen aus den digitalisierten Signalen der einzelnen Detektorkomponenten. Mit Hilfe eines Spurerkennungsprogramms werden aus den Signalen der Driftkammerdrähte Spuren rekonstruiert, an deren einzelne Punkte Parabeln bzw. Kreise (für Impulse unter 500 MeV/c) angepaßt werden [49]. Die im Bleiglasdetektor deponierten Energien werden durch Multiplikation der ausgelesenen Signale mit den Kalibrationskonstanten berechnet. Benachbarte Blöcke werden zu sogenannten "Clustern" zusammengefaßt. Für den Zentraldetektor wird die Clusterenergie auf verschiedene Effekte korrigiert. Dies sind u.a. Energieverluste durch Wechselwirkungen im Detektormaterial und die Ausleseschwelle der einzelnen Blöcke.

Die sich anschließenden Selektionsstufen REDUC 1 und REDUC 2 dienen der Beseitigung von Untergrund und reduzieren die ursprüngliche Datenmenge auf etwa  $10^7$  Ereignisse. Danach stehen die Daten für die individuelle Analyse zur Verfügung.

## Kapitel 4

# Datenselektion

Für diese Arbeit werden alle vom JADE-Experiment in den Jahren 1979–86 genommenen Daten verwendet. Die mittlere Schwerpunktenergie beträgt 36.4 GeV/c. Die integrierte Luminosität ist  $221 \text{ pb}^{-1}$ . Ausgangspunkt für die individuelle Selektion sind die rekonstruierten Daten nach der Selektionsstufe REDUC 2 (siehe Kap. 3.5).

### 4.1 Selektion von Ereignissen mit 6 geladenen Teilchen

Zur Selektion von Ereignissen der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  werden zunächst Ereignisse ausgewählt, die genau 6 ‘gute’ Spuren und keine Photonen enthalten.

Eine “gute” Spur muß folgende Bedingungen erfüllen:

- mindestens 8 gemessene Punkte wurden der Spur zugeordnet.
- $|\vec{p}| > 100 \text{ MeV}/c$ .
- minimaler Abstand der Spur zum Vertex:
  - $r$ - $\varphi$ -Projektion:  $r < 20 \text{ mm}$ .
  - $r$ - $z$ -Projektion:  $z < 200 \text{ mm}$ .

Ein **Photon** ist definiert als:

- eine Konversion, d.h. ein im Detektor nachgewiesenes  $e^+e^-$ -Paar mit Ursprung außerhalb der Wechselwirkungszone.

- ein Bleiglascluster ohne zugehörige Spur im Innendetektor. Für Ein-Block-Cluster werden untere Grenzen für die deponierte Energie festgelegt:
  - in einer Endkappe des Bleiglasdetektors  $E_{\gamma, \text{deponiert}} > 45 \text{ MeV}$ .  $E_{\gamma, \text{deponiert}}$  ist die sich nach der Kalibration ergebende Energie ohne Korrekturen.
  - im Zentralteil des Bleiglasdetektors  $E_{\gamma} > 50 \text{ MeV}$ .

Ereignisse, die neben den 6 ‘guten’ Spuren auch ‘schlechte’ Spuren enthalten, werden zunächst akzeptiert. ‘Schlechte’ Spuren können durch Wechselwirkungen der geladenen Teilchen im Detektor entstehen und stehen dann in keinem direkten Zusammenhang mit dem Zwei-Photon-Prozeß. Außerdem werden Teilstücke stark gekrümmter Teilchenbahnen manchmal als separate Spuren interpretiert.

‘Schlechte’ Spuren werden definiert als:

- Spuren mit Ursprung außerhalb des Wechselwirkungsbereich ( $r = 20 \text{ mm}$ ,  $z = 200 \text{ mm}$ ) für  $|\vec{p}| > 100 \text{ MeV}/c$  (maximal 3 Spuren erlaubt).
- kurze Spuren (weniger als 8 Meßpunkte).
- niederenergetische Spuren ( $|\vec{p}| < 100 \text{ MeV}/c$ ).

Bevor auf die weiteren Selektionskriterien eingegangen wird, werden im folgenden Abschnitt die Methoden der Teilchenidentifikation beschrieben.

## 4.2 Teilchenidentifikation

### 4.2.1 Energieverlustmessung

Beim JADE-Detektor ist durch die Messung des Energieverlustes geladener Teilchen in der Driftkammer die Möglichkeit der Teilchenidentifikation gegeben. Diese Methode ist besonders für die Identifikation von Teilchen mit Impulsen bis  $\sim 1 \text{ GeV}/c$  hervorragend geeignet.

Durch die Summe der Pulshöhen an den Enden der Driftkammerdrähte ist die deponierte Gesamtladung und somit der Energieverlust eines ionisierenden Teilchens bestimmt. Für jede Spur können so bis zu 48 Werte für den Energieverlust gemessen werden. Die einzelnen Werte sind Landau-verteilt. Um statistische Fluktuationen, die durch die Ausläufer der Landau-Verteilung verursacht werden, zu vermindern, wird der Mittelwert nach der *truncated-mean*-Methode berechnet: Die höchsten 30 % und die niedrigsten 5 % der  $dE/dx$ -Meßpunkte gehen nicht in die Mittelwertbildung ein.

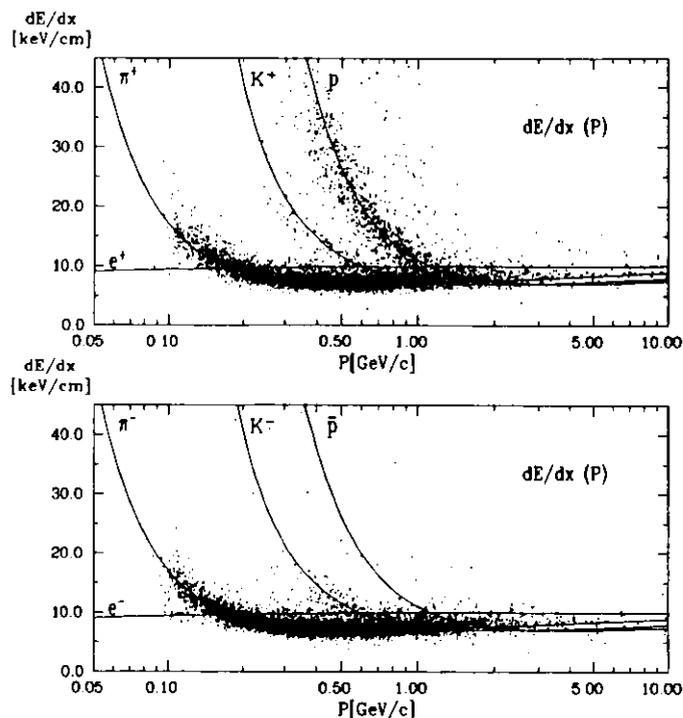


Abbildung 4.1: Messung des Energieverlustes in Abhängigkeit vom Impulsbetrag für Ereignisse mit sechs Spuren, getrennt für positive und negative Teilchen

Die mit diesem Verfahren erreichbare Auflösung wurde für Bhabha-Ereignisse und Pionen mit Impulsen zwischen 0.45 und 0.6 GeV/c in Multihadron-Ereignissen bestimmt[50]:

$$\begin{aligned} \text{Bhabha-Ereignisse:} \quad & \frac{\sigma(dE/dx)}{dE/dx} = 6.5\% \\ \text{Multihadron-Ereignisse:} \quad & \frac{\sigma(dE/dx)}{dE/dx} = 8.0\% \end{aligned}$$

Für jede Teilchenart kann mit der Bethe-Bloch-Formel und detektorabhängigen Parametern, die aus den Daten gewonnen wurden, eine Energieverlustkurve berechnet werden[51]. So kann für jede Teilchenhypothese ein  $\chi^2$  definiert werden:

$$\chi_i^2 = \frac{(\sigma \cdot dE/dx)_{\text{trunke}} - (dE/dx)_{\text{theor}})^2}{\sigma_{dE/dx}^2 + \sigma_p^2} \quad i = e, \pi, K, p \quad (4.1)$$

Der  $\chi^2$ -Wert für eine bestimmte Teilchenhypothese ist ein Kriterium zur Teilchenidentifikation, das in Kap. 4.3 zur Auswahl von  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignissen verwendet wird. Die Darstellung der gemessenen dE/dx-Werte und Impulse zeigt (Abbildung 4.1), daß neben den Pionen auch Kaonen zahlreich vertreten sind (siehe Kap. 6.1.2).

Die große Zahl von Protonen deutet auf Strahl-Gas-Ereignisse hin. Es fällt auf, daß auch einige Antiprotonen vorhanden sind. Eine genauere Untersuchung führt auf zwei Ereignisse als Kandidaten für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}2\pi^+2\pi^-$ . In beiden Ereignissen sind Proton und Antiproton außerdem durch die Flugzeitmessung eindeutig identifiziert. Wirkungsquerschnitte von Reaktionen des Typs  $\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}n\pi$  wurden bereits für  $n = 0, 1, 2, 3$  bestimmt[52]. Bislang gibt es keine befriedigenden QCD-Modelle für die  $p\bar{p}$ -Produktion in Zwei-Photon-Reaktionen. Eine Untersuchung der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow p\bar{p}2\pi^+2\pi^-$  wäre daher interessant, geht aber über den Rahmen dieser Arbeit hinaus.

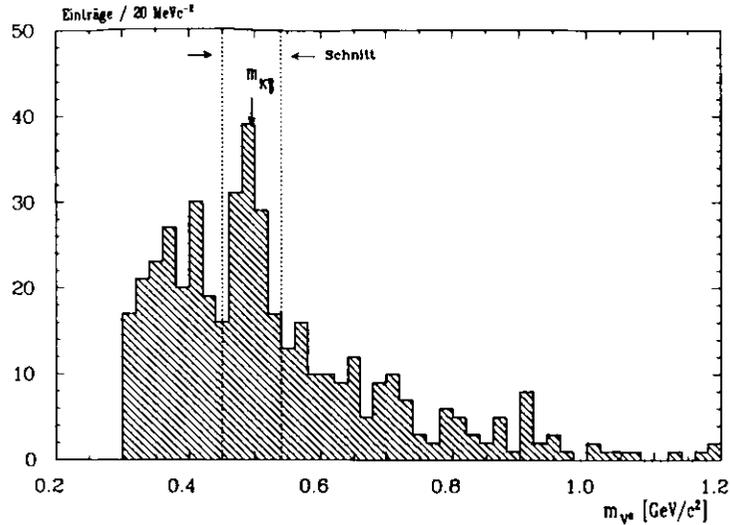
#### 4.2.2 $K_S^0$ -Sekundärvertex-Identifikation

Das  $K_S^0$ -Meson tritt in Ereignissen mit geladenen Hadronen durch den Zerfall  $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  (Br=68.61 ± 0.24%) auf. Die mittlere Lebensdauer des  $K_S^0$  beträgt  $0.8922 \times 10^{-10}$ s, was  $c\tau = 2.679$  cm entspricht[25]. Ein Teil der  $K_S^0$ -Mesonen kann also dadurch identifiziert werden, daß die Zerfallsspuren nicht vom Wechselwirkungspunkt stammen.

Die Sekundärvertex(“ $V^0$ ”)-Identifikation erfolgt mit dem JADE-internen Computerprogramm KOMAKS [53]. Die Suche nach Sekundärvertizes erfolgt aufgrund der besseren Auflösung nur in der  $r$ - $\varphi$ -Projektion. Für identifizierte  $V^0$ -Vertizes werden beide Spuren unter der Annahme eines gemeinsamen Ursprungs erneut rekonstruiert und so die  $z$ -Koordinate des  $V^0$ -Vertex bestimmt. Die  $V^0$ -Kandidaten müssen folgende Bedingungen erfüllen:

- für jede Spur muß die dE/dx-Messung mit der Pion-Hypothese verträglich sein:  $\chi_p^2 < 9.0$
- minimaler Abstand jeder Zerfallsspur zum Hauptwechselwirkungspunkt  $r_{\gamma, \text{min}} > 4$  mm
- Zerfallslänge  $d > 10$  mm

Die Verteilung der  $V^0$ -Massen (Abbildung 4.2) zeigt ein deutliches  $K^0$ -Signal.  $V^0$ -Kandidaten mit einer Masse im Intervall von 0.45 bis 0.54 GeV/c<sup>2</sup> werden in der folgenden Analyse als  $K_S^0$ -Mesonen interpretiert.

Abbildung 4.2: Massenverteilung der  $\pi^+\pi^-$ -Sekundärvertizes

### 4.3 Selektion von $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignissen

Für die Selektion von Ereignissen, die aus der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  stammen, werden die Ereignisse mit  $K_S^0$ -Vertizes nicht berücksichtigt. Für die übrigen 6-Spur-Ereignisse wird zur Verbesserung der Impulsauflösung eine neue Spuranpassung durchgeführt. Hierbei werden die Spuren auf einen gemeinsamen z-Vertex gezwungen. Für die Anpassung in der  $r$ - $\varphi$ -Projektion wird die Spur-Information der Vertexkammer, soweit vorhanden, einbezogen[54].

Es folgt eine Aufstellung der zur Untergrundbeseitigung ausgeführten Schnitte. Die Datenreduktion der einzelnen Selektionsstufen ist Tabelle 4.1 zu entnehmen. Ein typisches  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignis zeigt Abbildung 3.4.

**dE/dx-Schnitt:** Ein Ereignis wird akzeptiert, wenn für jede Spur mit mindestens zehn dE/dx-Meßpunkten die Bedingung  $\chi^2 < 9.0$  erfüllt ist. Der gemessene Energieverlust ist in Abhängigkeit vom Impuls für akzeptierte Ereignisse in Abbildung 4.3 dargestellt.

**Z-Vertex-Schnitt:** Die Verteilung der z-Koordinaten der Ereignisvertizes in Abbildung 4.4 zeigt eine deutliche Konzentration bei  $z_{Vertex} \approx 0$ . Außerhalb der Wechselwirkungsregion gibt es eine flache Gleichverteilung. Hier handelt es sich um Strahl-Gas-Ereignisse, die längs des Strahlrohres gleichmäßig verteilt sind. Deshalb werden nur Ereignisse mit  $z_{Vertex} < 50$  mm akzeptiert.

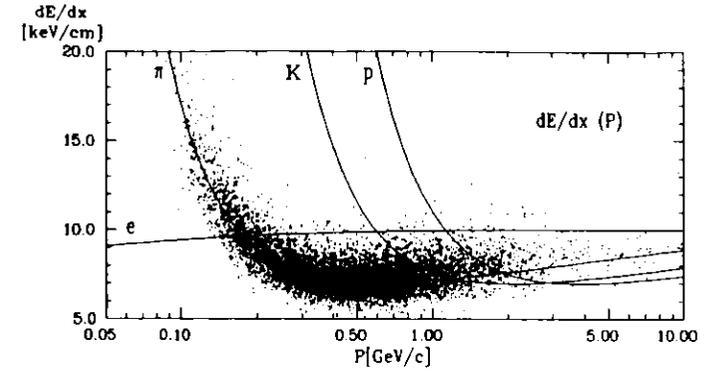


Abbildung 4.3: Gemessener Energieverlust in Abhängigkeit vom Impulsbetrag nach dem dE/dx-Schnitt

**Transversalimpuls-Schnitt:** Die Summe der Transversalimpulse aller Spuren  $P_T$  ist in *notag*-Ereignissen typischerweise klein. Die flache Verteilung bei hohen  $P_T$  wird durch unvollständig rekonstruierte Ereignisse sowie sonstigen Untergrund verursacht. Ereignisse mit  $P_T^2 > 0.05 \text{ GeV}^2/c^2$  werden verworfen (Abbildung 4.5).

**Visuelle Untergrundbeseitigung:** Um den nach den Schnitten verbliebenen Untergrund so weit wie möglich zu beseitigen, werden die Ereignisse am Grafik-Bildschirm betrachtet. Der hierbei verworfene Untergrund besteht überwiegend aus schlecht rekonstruierten Ereignissen mit mehr als sechs Spuren.

Am Ende der Datenselektion verbleiben 724 Ereignisse, deren  $W_{\gamma\gamma}$ -Verteilung in Abbildung 6.1 dargestellt ist.

Selektionsstufe	Ereignisse (Daten)	Ereignisse (MC)
REDUC 2	9724453	
generiert	-	10000
Auswahl von 6 Spuren und 0 Photonen	2441	1002
Ausschluß von Ereignissen mit $K_S^0$ -Vertizes	2300	986
Schnitt in der dE/dx-Verteilung	1485	960
Schnitt in der z-Vertex Verteilung	1416	960
Schnitt im Transversalimpuls	790	727
$1.5 \text{ GeV} < W_{\gamma\gamma} < 5.5 \text{ GeV}$	730	727
visuelle Untergrundbeseitigung	724	727

Tabelle 4.1: Anzahl der Ereignisse in den verschiedenen Selektionsstufen im Vergleich mit der MC-Simulation. Die Zahl der generierten MC-Ereignisse wurde auf 10 000 normiert.

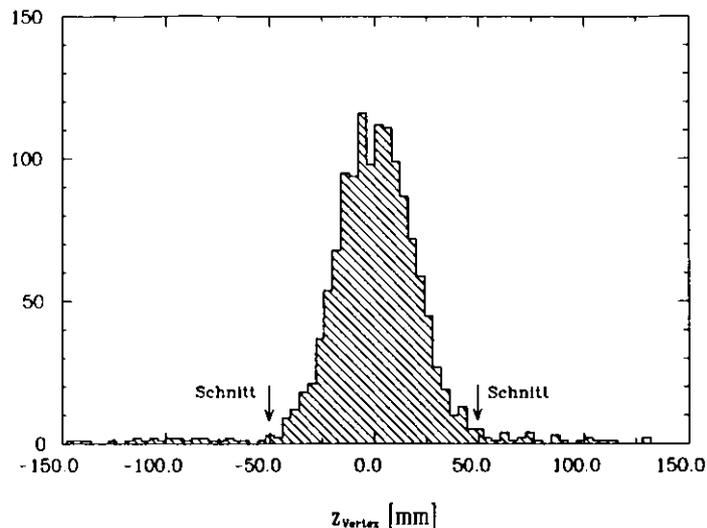


Abbildung 4.4: Z-Vertex-Verteilung

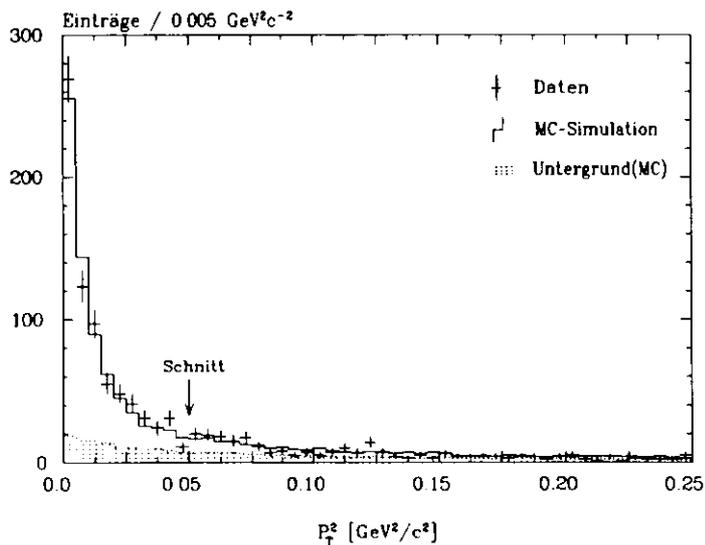


Abbildung 4.5: Transversalimpulsverteilung. Der Untergrund wurde durch Anpassung von Verteilungen aus unvollständig rekonstruierten Ereignissen der Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow 4\pi^+ 4\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^- \pi^0$  gewonnen.

## Kapitel 5

### Die Simulationsrechnung

Die Simulation des untersuchten Prozesses nach der Monte-Carlo(=MC)-Methode dient der Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit sowie der Optimierung der Schnitte. Außerdem können mit Hilfe der MC-Simulation physikalische Strukturen, wie z.B. Resonanzbeiträge, untersucht werden. Hierzu werden die gemessenen Daten mit den Simulationen der verschiedenen in Frage kommenden Prozesse verglichen. Die vollständige Simulation gliedert sich folgendermaßen: Zunächst werden die Vierervektoren eines Ereignisses durch die Simulation des Prozesses  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$  erzeugt. Dann wird das Verhalten der Teilchen des Endzustandes, die durch die erzeugten Vierervektoren charakterisiert sind, im Detektor simuliert. Daran anschließend durchlaufen die simulierten Ereignisse die gleiche Datenselektion wie die gemessenen Ereignisse.

#### 5.1 Der Monte-Carlo-Generator

##### 5.1.1 Die Erzeugung von Vierervektoren

Die Erzeugung der Vierervektoren erfolgt in zwei Schritten. Zunächst werden Ereignisse für ein vorgegebenes Massenintervall des  $\gamma\gamma$ -Systems erzeugt. Dann wird der Zerfall des  $\gamma\gamma$ -Systems in den stabilen Endzustand simuliert.

Die Simulation des Prozesses  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$  wird mit Hilfe des von S. Kawabata entwickelten Programmpaketes BASES/SPRING durchgeführt<sup>[56]</sup>. Die sechs-dimensionale<sup>1</sup> Integration des Endzustandes erfordert hierbei den höchsten Aufwand an Rechenzeit. Deshalb ist das Programm so konzipiert, daß die Integration nur einmal durchgeführt wird. Hierzu wird der Zustandsraum in Quader unterteilt. Iterativ wird die Unterteilung so gewählt, daß die Varia-

<sup>1</sup>Die unabhängigen Integrationsvariablen sind:  $E_1^+$ ,  $E_1^-$ ,  $\vartheta_1$ ,  $\vartheta_2$ ,  $W_{\gamma\gamma}$  und  $\varphi$ , der Winkel zwischen  $e^+$  und  $e^-$ .

tion des Wirkungsquerschnitts in einem Quader möglichst gering ist (*importance sampling*). Die Unterteilung des Zustandsraumes und die zugehörigen integrierten Wirkungsquerschnitte werden auf einem Datenträger gespeichert. Nun können die Ereignisse mit geringem Aufwand an Rechenzeit erzeugt werden: Für jeden Quader werden gleich viele Ereignisse erzeugt, aus denen eine zufällige Teilmenge ausgewählt wird, deren Größe dem integrierten Wirkungsquerschnitt des Quaders entspricht.

Die  $Q^2$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts wird gemäß dem Vektor-Dominanz-Modell durch  $\rho^0$ -Formfaktoren parametrisiert:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(W^2, Q_1^2, Q_2^2) \approx F^2(Q_1^2) F^2(Q_2^2) \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) \quad F(Q_i^2) = \frac{1}{1 + Q_i^2/m_\rho^2} \quad (5.1)$$

Allerdings ist die  $Q^2$ -Abhängigkeit in dieser Analyse kaum von Bedeutung, weil Ereignisse mit  $Q_1^2, Q_2^2 \approx 0$  dominieren.

Der Zerfall  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  wird, gemäß einer Phasenraumverteilung, durch das Programm SAGE von J. Friedman[57] simuliert. Ereignisse mit  $\rho^0$ -Mesonen können aus den Phasenraumereignissen durch eine zusätzliche Gewichtung gewonnen werden. Hierauf wird im folgenden Abschnitt eingegangen. Der BE-Effekt ist in der Simulationsrechnung nicht enthalten, kann aber ebenfalls durch eine Gewichtung der Ereignisse berücksichtigt werden (Kap. 5.1.3).

### 5.1.2 Gewichte für $\rho^0$ -Produktion

Für die Erzeugung des Endzustandes  $3\pi^+ 3\pi^-$  kommen drei Prozesse in Betracht:

- $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  (nicht-resonant)
- $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$
- $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$

Die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\rho^0$  kommt aufgrund der Erhaltung der C-Parität nicht in Betracht. Die Erzeugung anderer  $\pi^+ \pi^-$ -Resonanzen wird nicht berücksichtigt, weil es in den Daten keinerlei Hinweise dafür gibt. Die Prozesse  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  können durch Gewichtung von nicht-resonanten Ereignissen mit dem Faktor  $w = |M|^2$  simuliert werden. Die Matrixelemente für die beiden in Frage kommenden Prozesse sind durch die Breit-Wigner-Parametrisierung bestimmt[58]:

$$BW_{ij} = \frac{1}{\pi} \frac{\sqrt{m_\rho \Gamma_\rho} m_{ij}/p^*}{m_\rho^2 - m_{ij}^2 - im_\rho \Gamma_\rho} \quad (5.2)$$

$$\Gamma_\rho(m_{ij}) = \Gamma_\rho^0 \left( \frac{p^*}{p_\rho^*} \right)^3 \frac{2p_\rho^{*2}}{p^{*2} + p_\rho^{*2}} \quad (5.3)$$

mit  $m_\rho = 770$  MeV,  $\Gamma_\rho^0 = 153$  MeV[25]

Hierbei ist  $m_{ij}$  die  $\pi_i^+ \pi_j^-$ -Masse ( $i, j=1, 2, 3$ ). Der Pionimpuls im  $\pi^+ \pi^-$ -Ruhesystem wird mit  $p^*$  bezeichnet. Der entsprechende Impuls bei der nominellen  $\rho^0$ -Masse  $m_\rho$  ist  $p_\rho^*$ . Die unter dem Austausch gleich geladener Pionen symmetrische Form der Matrixelemente lautet dann:

$$M_{\rho^0 4\pi} = \sum_{i,j=1,3} BW_{ij} \quad M_{\rho\rho\pi\pi} = \sum_{\substack{i,j,k,l=1,3 \\ i \neq k \wedge j \neq l}} BW_{ij} BW_{kl} \quad (5.4)$$

Man erhält damit die Gewichtungsfaktoren

$$w_{\rho^0 4\pi}^{COH} = \left| \sum BW_{ij} \right|^2 \quad w_{\rho\rho\pi\pi}^{COH} = \left| \sum BW_{ij} BW_{kl} \right|^2 \quad (5.5)$$

Diese Gewichtung enthält die Annahme, daß zwischen den einzelnen Resonanzbeiträgen eine maximale Interferenz auftritt. Dies setzt eine vollständige Kohärenz aller  $\pi^+ \pi^-$ -Paare voraus. Die Gewichtung 5.5 stellt daher einen idealisierten Grenzfall dar, der nachfolgend als kohärentes Modell bezeichnet wird. Ist die Phasenbeziehung dagegen völlig inkohärent, so verschwinden die Interferenzterme bei Mittelung über alle Phasen, und man erhält:

$$w_{\rho^0 4\pi}^{INCOH} = \sum |BW_{ij}|^2 \quad w_{\rho\rho\pi\pi}^{INCOH} = \sum |BW_{ij} BW_{kl}|^2 \quad (5.6)$$

Der Vergleich beider Modelle zeigt ein deutlich stärkeres  $\rho^0$ -Signal im kohärenten Modell (Abbildung 5.1). Die Anpassung einer Breit-Wigner-Funktion an die simulierte  $\pi^+ \pi^-$ -Verteilung liefert für die durchschnittliche Anzahl von  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis folgende Werte:

	inkohärent	kohärent
$\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$	$1.00 \pm 0.06$	$1.60 \pm 0.07$
$\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$	$1.93 \pm 0.07$	$2.64 \pm 0.10$

Im inkohärenten Modell wird der simulierte  $\rho^0$ -Anteil durch die Anpassungsrechnung korrekt wiedergegeben. Dies ist auch ein Konsistenztest für die Simulationsrechnung und die Anpassungsprozedur. Im kohärenten Modell werden mehr  $\rho^0$ -Mesonen beobachtet, als in den simulierten Prozessen zu erwarten sind. Die totale Interferenz der einzelnen Resonanzbeiträge führt hier zu einer Verstärkung des Resonanz-Signals. Da es keine experimentellen oder theoretischen Hinweise für eine Phasenkorrelation der Pionen gibt, ist das kohärente Modell als ein Extremfall anzusehen. In der folgenden Analyse wird daher, wenn nicht anders angegeben, das inkohärente Modell verwendet.

### 5.1.3 Berücksichtigung des Bose-Einstein-Effektes

Der BE-Effekt ist in der Simulationsrechnung zunächst nicht enthalten. Dies hat den Vorteil, daß die simulierten Ereignisse als Referenzdaten für die Messung der BE-Korrelation verwendet werden können. Andererseits ist eine Simulation des BE-Effektes nützlich, um eventuelle

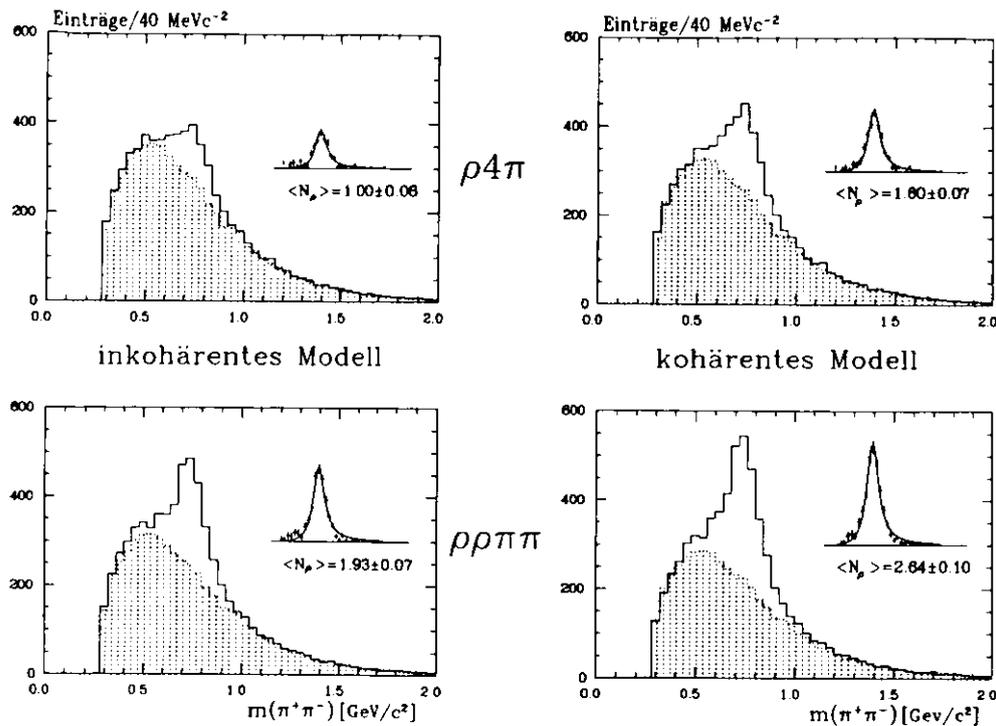


Abbildung 5.1: Verteilungen der  $\pi^+ \pi^-$ -Masse für simulierte Ereignisse (9 Einträge pro Ereignis). Der durchschnittliche  $\rho$ -Anteil  $\langle N_\rho \rangle$  der Ereignisse wurde durch Anpassung einer Breit-Wigner-Funktion ermittelt. Zur Beschreibung des kombinatorischen Untergrundes wurden simulierte Ereignisse des nicht-resonanten Prozesses  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  verwendet (punktierte Verteilung). Jeweils oben rechts im Bild ist das  $\rho^0$ -Signal mit der angepaßten Breit-Wigner-Funktion nach Abzug des Untergrundes dargestellt.

Auswirkungen des BE-Effektes auf die Nachweiswahrscheinlichkeit sowie die Messung des  $\rho^0$ -Anteiles zu untersuchen. Außerdem kann mit simulierten Ereignissen die zur Bestimmung der Korrelationsparameter verwendete Anpassungsprozedur getestet werden. Die Simulation des BE-Effektes wird durch eine Gewichtung der Ereignisse vorgenommen. Für alle  $\pi^+ \pi^-$ -Kombinationen eines Ereignisses werden Gewichtungsfaktoren berechnet, deren Produkt das resultierende Gewicht des Ereignisses ist:

$$w_{BE} = \prod_{i=1}^6 C_i, \quad \text{mit } C_i = a \left( 1 + \lambda e^{-\left(\frac{r_i}{r_0}\right)^2 Q_i^2} \right) \quad (5.7)$$

Die simulierten Ereignisse wurden entsprechend den gemessenen Werten für  $a$ ,  $\lambda$  und  $r$  gewichtet und mit den ungewichteten Ereignissen verglichen. Dabei zeigte sich, daß die Nachweiswahrscheinlichkeit und die  $\rho^0$ -Produktion durch den BE-Effekt nicht beeinflusst werden.

## 5.2 Die Detektorsimulation

In der Detektorsimulation wird die Reaktion des Detektors auf den Durchgang der erzeugten Teilchen untersucht. Der Bahnverlauf geladener Teilchen im Detektor wird unter Berücksichtigung von Vielfachstreuung und Energieverlusten entsprechend dem durchquerten Detektormaterial berechnet. Außerdem werden Teilchenzerfälle (z.B.  $\pi \rightarrow \mu\nu$ ) berücksichtigt. Diese Prozesse werden für jedes Teilstück der Teilchenbahn, entsprechend bekannter Wahrscheinlichkeitsverteilungen, simuliert. Aufgrund des so ermittelten Bahnverlaufs werden getroffene Flugzeitähler und Blöcke des Bleiglasdetektors registriert. Die von Hadronen im Bleiglasdetektor deponierte Energie wird auf der Grundlage von Testmessungen berechnet. Photonen werden geradlinig vom Wechselwirkungspunkt bis zum Bleiglasdetektor extrapoliert, und für jede durchquerte Materialschicht wird die Konversionswahrscheinlichkeit berechnet. Die Energieverteilung der elektromagnetischen Schauer wird durch eine vollständige Schauer-simulation berechnet[55].

Im Anschluß an die Detektorsimulation werden die berechneten Meßpunkte der Teilchenbahnen in Vertex-, Jet- und Z-Kammer *verschmiert*, wobei die experimentelle Ortsauflösung und die Doppelspurauflösung berücksichtigt werden. Außerdem wird die Erfüllung der Triggerbedingungen überprüft. Die simulierten Ereignisse werden mit dem gleichen Datenformat wie die gemessenen Ereignisse gespeichert und durchlaufen im Anschluß an die Detektorsimulation die gleichen Analyseprogramme.

### 5.3 Korrekturen zur Detektorsimulation

In der Simulation des JADE-Detektors werden folgende Effekte nicht oder unzureichend berücksichtigt:

- Die Simulation des Ansprechverhaltens von Flugzeitählern und TOF-Barrel-Gruppen.
- Wechselwirkungen von Pionen vor Erreichen der Jetkammer.
- Vorgetäuschte Photonen.

Hierzu werden Korrekturen eingeführt, die nachfolgend beschrieben werden.

#### 5.3.1 Triggerkorrekturen

Die in dieser Analyse verwendeten Triggerentscheidungen werden durch gesetzte Flugzeitähler beeinflusst. Insbesondere ist in drei der vier Triggerbedingungen die Anzahl der gesetzten Flugzeitähler auf 4 bzw. 6 begrenzt (siehe Kap. 3.3). Deshalb wird auf die folgenden Effekte korrigiert, die die Anzahl der gesetzten Flugzeitähler verfälschen:

**Zusätzliche Flugzeitähler durch Synchrotronstrahlung:** Die Rate der durch Synchrotronstrahlung gesetzten Flugzeitähler wurde für verschiedene Datennahmeperioden bestimmt. Hierzu wurden Bhabha-Ereignisse verwendet, die durch die Vorwärtsdetektoren getriggert wurden, sowie Ereignisse, die aufgrund eines Zufallstriggers gemessen wurden. Die mittlere Rate für zusätzliche Flugzeitähler zeigt Abbildung 5.2.

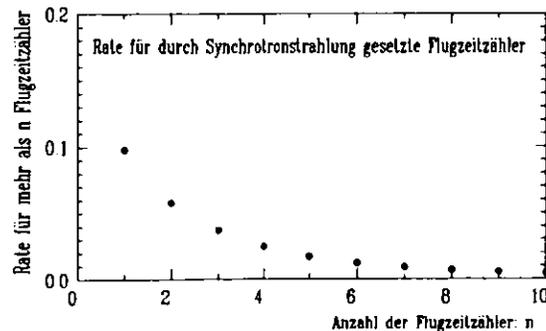


Abbildung 5.2: Rate für mehr als n durch Synchrotronstrahlung gesetzte Flugzeitähler (Mittel über alle Datennahmeperioden, gewichtet mit der integrierten Luminosität)

**Mehrfache Auslösung von Flugzeitählern:** Durch nukleare Wechselwirkungen in Magnetspule oder äußerer Tankwand kann ein Pion mehrere Flugzeitähler auslösen. Durch die visuelle Untersuchung von ca. 400 Ereignissen der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^- \pi^0$  wurden folgende Raten ermittelt [59]:

Anzahl der zusätzlichen Flugzeitähler	Rate pro Pion
1	$8.0\% \pm 1.4\%$
2	$0.9\% \pm 0.5\%$

**Alterung von Flugzeitählern:** Aufgrund von Alterungserscheinungen sinkt die Effizienz der Szintillationszähler mit der Zeit. Aus Ereignissen, die unabhängig von den Flugzeitählern akzeptiert wurden, ist die Ineffizienz für verschiedene Datennahmeperioden bestimmt worden. Die ermittelten Werte liegen zwischen 0.9 % und 5.9 %.

Entsprechend der für diese Abweichungen ermittelten Raten werden in den simulierten Ereignissen Flugzeitähler an- oder abgeschaltet.

Neben den Flugzeitählern sind die Barrel-Gruppen für die Triggerentscheidungen von Bedeutung. Für niederenergetische Pionen weicht das Ansprechverhalten der TOF-Barrel-Gruppen in simulierten Ereignissen von den Daten ab. Deshalb wurde aus Daten der Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow \eta' \rightarrow \gamma\rho^0$  die Ansprechwahrscheinlichkeit der TOF-Barrel-Gruppen in Abhängigkeit von Pionimpuls und Polarwinkel bestimmt. Die Simulation der TOF-Barrel-Gruppen wurde entsprechend korrigiert.

#### 5.3.2 Wechselwirkungen der Pionen in Strahlrohr und Tankwand

##### Nukleare Wechselwirkungen

Bevor die Pionen die Jetkammer erreichen, müssen sie das 3 mm dicke Strahlrohr und die 7 mm dicke innere Wand des Drucktanks durchqueren. Strahlrohr und Tankwand bestehen aus Aluminium. Wenn ein Pion im Aluminium eine nukleare Wechselwirkung eingeht, kann sein Anfangsimpuls in der Jetkammer nicht mehr rekonstruiert werden, und das Ereignis geht für die Analyse verloren. Aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt für Pionen in Aluminium wird die Wahrscheinlichkeit für die Beobachtbarkeit eines jeden Ereignisses berechnet [60]. Entsprechend dieser Wahrscheinlichkeit werden die Ereignisse gewichtet. Die Nachweiswahrscheinlichkeit wird durch diese Korrektur um  $28\% \pm 4\%$  reduziert. Der Fehler resultiert aus der Ungenauigkeit des  $\pi$ -Aluminium-Wirkungsquerschnitts.

### Vielfachstreuung

In der oben beschriebenen Detektorsimulation wird die Vielfachstreuung nach Moliere unter der Annahme kleiner Streuwinkel berücksichtigt. Die gemessene  $r_{\min}$ -Verteilung<sup>2</sup> zeigt eine Erhöhung bei großen  $r_{\min}$  gegenüber der MC-Simulation. Dies ist ein Hinweis auf nicht simulierte Streuprozesse, z.B. Vielfachstreuung unter großen Winkeln. Durch die Streuung wird die Impulsaufösung verschlechtert, was insbesondere für die Messung der typischerweise kleinen Transversalimpulssumme kritisch ist. Tatsächlich werden in den Daten für Ereignisse mit großen  $r_{\min}$  größere Transversalimpulse gemessen, während in den simulierten Ereignissen keine Korrelation zwischen beiden Größen beobachtbar ist.

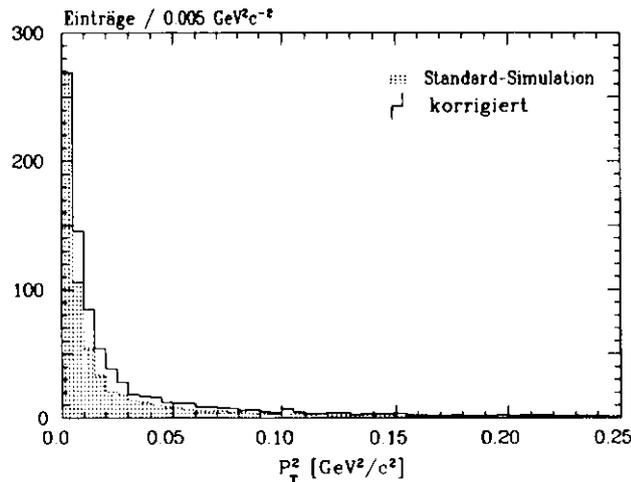


Abbildung 5.3: Vergleich der korrigierten Transversalimpulsverteilung mit der Standard-MC-Simulation. Die Verteilungen sind auf das Maximum normiert.

Die Einführung eines  $r_{\min}$ -abhängigen Korrekturfaktors für die Transversalimpulssumme führt zu einer besseren Beschreibung der gemessenen Transversalimpulsverteilung durch die MC-Simulation, sowie zu einer Erniedrigung der Nachweiswahrscheinlichkeit um ca. 4%.

<sup>2</sup>Mit  $r_{\min}$  wird der minimale radiale Abstand einer Spur zum Vertex bezeichnet.

### 5.3.3 Verluste durch zusätzliche Photonen

Durch nukleare Wechselwirkungen der Pionen oder Rauschen der Bleiglaselctronik können Photonen vorgetäuscht werden. Die Rekonstruktion falscher oder sekundärer Photonen führt zu einem Verlust von Ereignissen und muß deshalb bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts berücksichtigt werden.

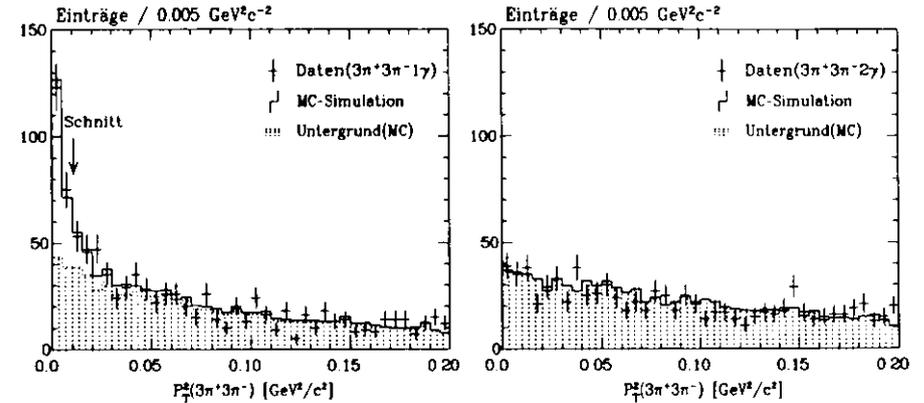


Abbildung 5.4: Quadrat der Transversalimpulssumme der sechs Spuren.

In Abbildung 5.4 ist die Transversalimpulssumme der 6 Spuren für Ereignisse mit ein und zwei rekonstruierten Photonen dargestellt. Im  $3\pi^+3\pi^-1\gamma$ -Kanal fällt eine deutliche Erhöhung bei  $P_T^2 \approx 0$  auf, die auf exklusive  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignisse hindeutet. Im  $3\pi^+3\pi^-2\gamma$ -Kanal ist praktisch kein Effekt mehr sichtbar. Durch eine Anpassung von simulierten Ereignissen an die gemessene Transversalimpulsverteilung kann die Zahl der exklusiven  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignisse  $N_i$  abgeschätzt werden. Der Untergrund wird durch simulierte  $3\pi^+3\pi^-\pi^0$ - und  $4\pi^+4\pi^-$ -Ereignisse beschrieben. Dieses Verfahren liefert mit einem Transversalimpulsschnitt bei  $P_T^2 = 0.01 \text{ GeV}^2/c^2$  folgende Ergebnisse:

Kanal:	$3\pi^+3\pi^-0\gamma$	$3\pi^+3\pi^-1\gamma$	$3\pi^+3\pi^-2\gamma$
$N_i$	$365 \pm 31$	$113 \pm 21$	$1 \pm 7$
$N_i/N_0$	1	$0.31 \pm 0.06$	$0.00 \pm 0.02$

Zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts ergibt sich somit folgender Korrekturfaktor für die Zahl der beobachteten Ereignisse:

$$k = 1.31 \pm 0.06 \pm 0.07$$

Die statistischen Fehler ergeben sich aus der Anpassungsrechnung. Der systematische Fehler wurde durch Variation des Untergrundes ermittelt. Der angegebene Korrekturfaktor ist ein

Mittelwert für den gesamten in dieser Analyse betrachteten  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereich. Eine Untersuchung für verschiedene  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervalle ergab einen geringen Anstieg der Rate zusätzlicher Photonen bei steigender  $\gamma\gamma$ -Energie. Dieser Effekt wurde in den systematischen Fehler aufgenommen.

## 5.4 Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit

Mit der in diesem Kapitel beschriebenen MC-Simulation wurden 470 000  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignisse erzeugt. Durch die Anzahl der nach der Datenreduktion verbleibenden Ereignisse ist die Nachweiswahrscheinlichkeit des JADE-Detektors bestimmt. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für die in Frage kommenden Prozesse ist in Abhängigkeit von  $W_{\gamma\gamma}$  in Abbildung 5.5 dargestellt. Die geringfügigen Unterschiede der Nachweiswahrscheinlichkeit für die verschiedenen Pro-

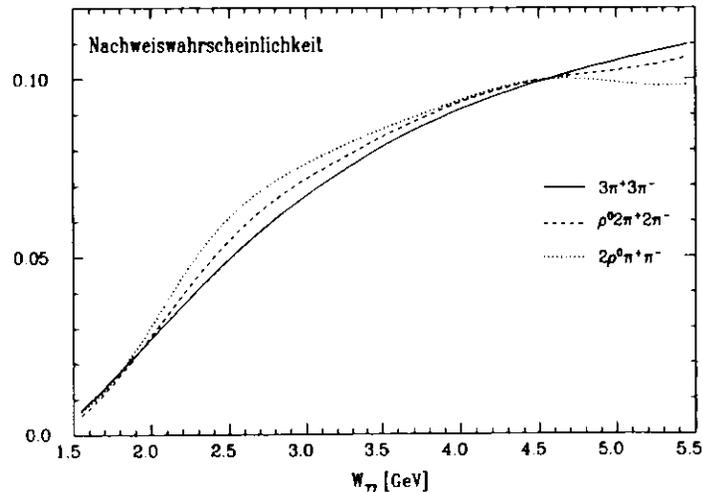


Abbildung 5.5: Nachweiswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von  $W_{\gamma\gamma}$ . Die Kurven entstanden durch Glättung der in Intervallen von 100 MeV gemessenen Mittelwerte.

zesse sind auf die Veränderung der invarianten  $\pi^+\pi^-$ -Massen durch die  $\rho^0$ -Resonanzbildung zurückzuführen.

## Kapitel 6

# Messung des topologischen Wirkungsquerschnitts

Mit Hilfe der im vorigen Kapitel bestimmten Nachweiswahrscheinlichkeit wird nun der topologische Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  bestimmt. Zuvor ist jedoch eine Abschätzung des in den ausgewählten Ereignissen enthaltenen Untergrundanteils notwendig.

## 6.1 Untergrundabschätzung

Der in den  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignissen zu erwartende Untergrund läßt sich in zwei Klassen einteilen:

- unvollständig rekonstruierte Ereignisse höherer Multiplicität (z.B.  $3\pi^+3\pi^-\pi^0$ ,  $3\pi^+3\pi^-2\pi^0$  und  $4\pi^+4\pi^-$ ).
- exklusive Ereignisse mit nicht identifizierten Kaonen.

### 6.1.1 Unvollständig rekonstruierte Ereignisse

Der größte Untergrundbeitrag ist von  $3\pi^+3\pi^-\pi^0$ -Ereignissen zu erwarten, in denen beide Photonen aus dem  $\pi^0$ -Zerfall nicht nachgewiesen werden konnten. Durch die Simulation des Prozesses  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-\pi^0$  kann der Untergrundanteil auf der Grundlage des von ARGUS gemessenen Wirkungsquerschnitts[9] auf ca. 11% abgeschätzt werden. Die Abhängigkeit des Untergrundes von der gemessenen  $3\pi^+3\pi^-$ -Masse ist Abbildung 6.1 zu entnehmen.

Als weitere Untergrundquellen kommen andere Multipion-Endzustände, wie z.B.  $4\pi^+4\pi^-$  und  $3\pi^+3\pi^-2\pi^0$ , in Betracht. Die Wirkungsquerschnitte für diese Reaktionen sind nicht bekannt, aber es sind kleinere Werte als für den  $3\pi^+3\pi^-\pi^0$ -Wirkungsquerschnitt zu erwarten. Der gesamte von unvollständig rekonstruierten Ereignissen herrührende Untergrund beträgt 18 %, wie die Betrachtung der Transversalimpulsverteilung zeigt (Abbildung 4.5). In diesem Betrag sind außerdem Strahl-Gas-Ereignisse enthalten, die eine flache Transversalimpulsverteilung aufweisen. Die  $z_{reco}$ -Verteilung der nach dem Transversalimpulschnitt akzeptierten Ereignisse deutet auf einen Strahl-Gas-Anteil von maximal 1 % hin.

Es wird angenommen, daß die übrigen Untergrundquellen in gleicher Weise von  $W_{\gamma\gamma}$  abhängen wie der  $3\pi^+3\pi^-\pi^0$ -Untergrund. Diese Annahme wird durch die MC-Analyse der Prozesse  $\gamma\gamma \rightarrow 4\pi^+4\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-2\pi^0$  gerechtfertigt.

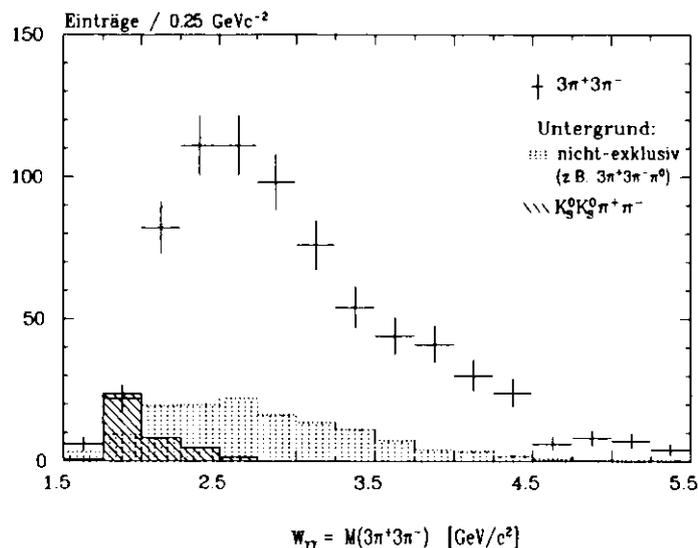


Abbildung 6.1: Verteilung der gemessenen  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignisse in Abhängigkeit von der  $\gamma\gamma$ -Masse. Die Verteilungen der Untergrundprozesse entstanden durch Erzeugung von MC-Ereignissen entsprechend den gemessenen Wirkungsquerschnitten.

### 6.1.2 Exklusive Endzustände mit Kaonen

In der Datenselektion wird eine Reihe von Ereignissen aufgrund identifizierter Kaonen verworfen. Die Transversalimpulsverteilung zeigt ein ausgeprägtes Maximum bei  $P_T \approx 0$ , was auf exklusive  $\gamma\gamma$ -Endzustände hindeutet. Neben Ereignissen mit geladenen Kaonen ist Untergrund durch die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$  erwarten. Der Wirkungsquerschnitt dieser Reaktion wurde von ARGUS im Rahmen der Untersuchung der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow K^{*+} K^{*-}$  gemessen [61]. Dabei konnten die beobachteten  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Endzustände größtenteils als  $K^{*+} K^{*-}$ -Ereignisse identifiziert werden. Der Wirkungsquerschnitt ist im Bereich der  $K^{*+} K^{*-}$ -Schwelle ( $W_{\gamma\gamma} = 1.8 - 2.0 \text{ GeV}$ ) maximal. In der vorliegenden Arbeit wurde wegen der geringen Zahl von eindeutigen  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Ereignissen von einer Untersuchung der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow K^{*+} K^{*-}$  abgesehen. In der ARGUS-Analyse wurde übrigens zur Messung von  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow K^{*+} K^{*-}}$  auch der Kanal  $K_S^0 \pi^+ K^+ \pi^0$  untersucht, in dem mehr als dreimal so viele Ereignisse beobachtet wurden.

Anhand des von ARGUS gemessenen Wirkungsquerschnitts wurden  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -MC-Ereignisse generiert, um den  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Untergrundanteil in den  $3\pi^+3\pi^-$ -Daten abzuschätzen. Wie Abbildung 6.1 zeigt, wird der  $3\pi^+3\pi^-$ -Kanal für  $\gamma\gamma$ -Energien unterhalb von 2 GeV durch  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Untergrund dominiert. Die Zahl der identifizierten  $K_S^0$ -Ereignisse und die  $\pi^+ \pi^-$ -Massenverteilung der akzeptierten  $3\pi^+3\pi^-$ -Ereignisse mit  $W_{\gamma\gamma} > 2 \text{ GeV}$  sind mit der MC-Simulation konsistent. Die Größenordnung des von ARGUS gemessenen  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Wirkungsquerschnitts wird somit durch diese Arbeit bestätigt.

Für die Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow K^+ K^- 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow K_S^0 K^+ \pi^+ \pi^+ \pi^-$  liegen noch keine Messungen des Wirkungsquerschnitts vor. Der Untergrundbeitrag wird anhand der beobachteten geladenen Kaonen abgeschätzt. Durch die Energieverlustmessung können Kaonen bis zu Impulsen von ca. 500 MeV/c eindeutig identifiziert werden. Die Extrapolation der Impulsverteilung führt auf etwa 35 nicht identifizierte Kaonen. Die Zahl der Untergrundereignisse liegt zwischen folgenden Extremfällen: a) Die nicht identifizierten  $K^+$  sind in Ereignissen enthalten, die bereits aufgrund eines identifizierten Kaons verworfen wurden, d.h. es gibt keinen Untergrund. b) Zu jedem nicht identifizierten  $K^+$  gehört ein nicht identifiziertes  $K_S^0$ , d.h. es gibt 35 Untergrundereignisse. Dies führt auf eine Abschätzung des Untergrundanteils zu  $2.3\% \pm 2.3\%$ .

## 6.2 Die systematischen Fehler

Dieser Abschnitt enthält eine Aufstellung der Quellen systematischer Fehler. Die einzelnen Beiträge zum systematischen Fehler der Messung des Wirkungsquerschnitts sind in Tabelle 6.1 zusammengefaßt.

Fehlerquelle	rel. Fehler
Integrierte Luminosität	3 %
Schnitte	5 %
zusätzliche Photonen	5 %
Nukleare Wechselwirkungen	6 %
Nachweiswahrscheinlichkeit	3 %
$K^\pm$ -Untergrund	2 %
inklusive Untergrund	2 %
$K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Untergrund ( $W_{\gamma\gamma} = 1.8 - 2 \text{ GeV}$ )	13 %
Quadratische Summe der systematischen Fehler	
$W_{\gamma\gamma} < 1.8 \text{ GeV} \vee W_{\gamma\gamma} > 2.0 \text{ GeV}$	11 %
$1.8 \text{ GeV} < W_{\gamma\gamma} < 2.0 \text{ GeV}$	17 %

Tabelle 6.1: Aufstellung der Beiträge zum systematischen Fehler der Messung des topologischen Wirkungsquerschnitts für  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$

**$e^+e^-$ -Luminosität:** Die integrierte  $e^+e^-$ -Luminosität ist im JADE-Experiment aus der gemessenen Rate von Bhabha-Ereignissen bestimmt worden. Für die Messung des totalen hadronischen  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts ist eine umfangreiche Fehleranalyse durchgeführt worden, die einen systematischen Fehler von 3% ergab[70].

**Schnitte:** Systematische Abweichungen der MC-Simulation von den Daten können durch eine Variation der Schnitte untersucht werden. Die größte Bedeutung hat in diesem Zusammenhang der Schnitt in der Transversalimpulsverteilung. Eine Änderung des Schnitts von  $P_T^2 < 0.05 \text{ GeV}^2/c^2$  auf  $P_T^2 < 0.02 \text{ GeV}^2/c^2$  verändert die Messung des Wirkungsquerschnitts um 5%.

**Prozeßabhängigkeit der Nachweiswahrscheinlichkeit:** Die Nachweiswahrscheinlichkeit wird durch die  $\rho^0$ -Produktion beeinflusst (Kap. 5.4). Eine Variation der Anteile der drei in Frage kommenden Prozesse im Rahmen der gemessenen  $\rho^0$ -Rate  $\langle N_\rho \rangle = 1.4 \pm 0.1$  ergibt eine Variation der Nachweiswahrscheinlichkeit von 3%.

**Korrektur für zusätzliche Photonen:** Der systematische Fehler des Korrekturfaktors  $k = 1.31$  beträgt 0.07, was einem relativen Fehler von 5% entspricht (Kap. 5.3.3).

**MC-Korrektur für nukleare Wechselwirkungen:** Die Korrektur der MC-Simulation für nukleare Wechselwirkungen der Pionen in Strahlrohr und Tankwand hat eine Ungenauigkeit von ca. 4%, die durch den Fehler des in die Korrektur eingehenden  $\pi$ -Aluminium-Wirkungsquerschnitts bedingt ist. Daraus resultiert ein relativer Fehler von 6% (Kap. 5.3.2).

**Untergrundabschätzung:** Die Untergrundabschätzung für geladene Kaonen hat einen systematischen Fehler von 2%. Die Ungenauigkeit der aus der Transversalimpulsverteilung gewonnenen Abschätzung für unvollständig rekonstruierte Untergrundereignisse beträgt ebenfalls 2%.

Der systematische Fehler des  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Wirkungsquerschnitts wird von ARGUS mit 13% angegeben[61]. Außerhalb des  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereichs von 1.8 bis 2.0 GeV ist dieser Beitrag zum gesamten systematischen Fehler vernachlässigbar.

### 6.3 Ergebnisse

Der zu messende Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$  ist mit dem  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt verknüpft durch:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X} = \int \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} dW_{\gamma\gamma} \quad (6.1)$$

$\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X}$  ist bei bekannter Nachweiswahrscheinlichkeit  $A$  durch die Anzahl der beobachteten Ereignisse  $N_X$  bestimmt:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X} = \frac{N_X}{A L_{e^+e^-}} \quad (6.2)$$

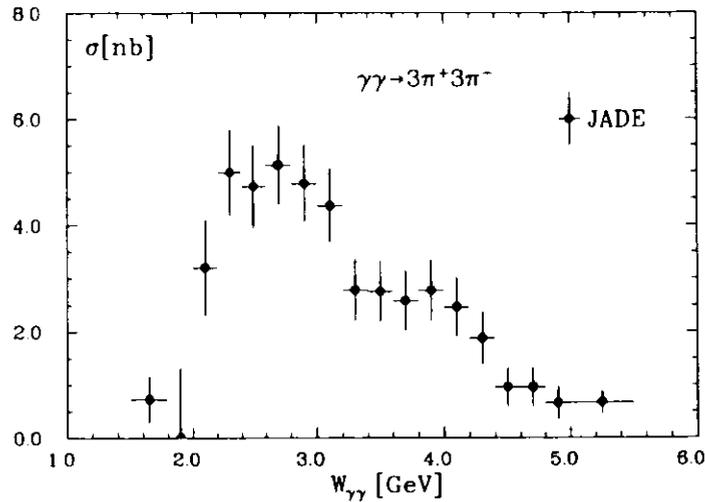
Damit folgt für den über das  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervall  $[W_{\gamma\gamma, \min}, W_{\gamma\gamma, \max}]$  gemittelten Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-} = \frac{N_{3\pi^+ 3\pi^-}}{L_{e^+e^-} \langle A(W_{\gamma\gamma}) \rangle \int \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} dW_{\gamma\gamma}} \quad (6.3)$$

Die in die Berechnung des Wirkungsquerschnitts eingehenden Größen sind:

- $N_{3\pi^+ 3\pi^-}$  : Anzahl der beobachteten  $3\pi^+ 3\pi^-$ -Ereignisse im  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervall.
- $\langle A(W_{\gamma\gamma}) \rangle$  : Nachweiswahrscheinlichkeit (Mittelwert im  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervall).
- $dL_{\gamma\gamma}$  : differentielle  $\gamma\gamma$ -Luminositätsfunktion.
- $L_{e^+e^-}$  : integrierte  $e^+e^-$ -Luminosität.

Die Zahl der Ereignisse  $N_{3\pi^+ 3\pi^-}$  ergibt sich aus der Zahl der ausgewählten Ereignisse  $N_{sel}$  nach Subtraktion der Untergrundbeiträge. Wie die Simulationsrechnung gezeigt hat, wird die Nachweiswahrscheinlichkeit durch die  $\rho^0$ -Produktion geringfügig beeinflusst. Um diesem Effekt gerecht zu werden, wurde angenommen, daß sich die  $3\pi^+ 3\pi^-$ -Ereignisse zu 60% aus  $\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$ - und zu 40% aus  $\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ -Ereignissen zusammensetzen. Diese Annahme ist motiviert durch die Messung der mittleren  $\rho^0$ -Produktionsrate zu 1.4/Ereignis (siehe Kap. 7). Das Integral  $\int \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} dW_{\gamma\gamma}$  wurde für jedes  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervall mit dem Programm BASES/SPRING berechnet[56]. Die Ergebnisse sind Tabelle 6.2 und Abbildung 6.2 zu entnehmen, wobei nur statistische Fehler angegeben sind.

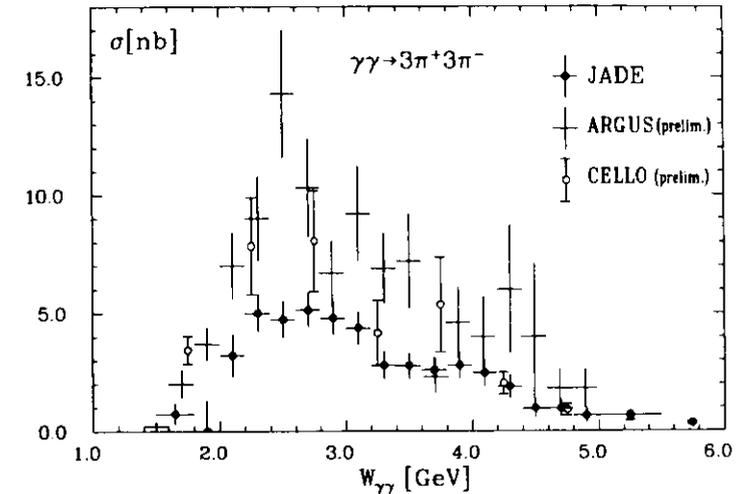
Abbildung 6.2: Messung des topologischen Wirkungsquerschnitts für  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$ .

$W_{\gamma\gamma}$ [GeV]	$\langle A(W_{\gamma\gamma}) \rangle$	$L_{\gamma^+\gamma^-} \int dL_{\gamma\gamma}$ [nb <sup>-1</sup> ]	$N_{sel}$	$N_{3\pi^+3\pi^-}$ (korr.)	$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-}$ [nb]
1.5 - 1.8	0.012	677.5	12	6 ± 4	0.7 ± 0.4
1.8 - 2.0	0.024	356.5	16	-15 ± 11	0.0 ± 1.3
2.0 - 2.2	0.038	301.1	60	37 ± 10	3.2 ± 0.9
2.2 - 2.4	0.051	259.0	87	66 ± 10	5.0 ± 0.8
2.4 - 2.6	0.060	225.8	88	64 ± 10	4.7 ± 0.8
2.6 - 2.8	0.072	197.9	92	73 ± 10	5.1 ± 0.7
2.8 - 3.0	0.074	174.9	75	62 ± 9	4.8 ± 0.7
3.0 - 3.2	0.080	155.6	67	54 ± 8	4.4 ± 0.7
3.2 - 3.4	0.085	139.3	44	33 ± 7	3.8 ± 0.6
3.4 - 3.6	0.092	125.1	40	32 ± 6	2.8 ± 0.6
3.6 - 3.8	0.091	113.1	32	27 ± 6	2.6 ± 0.6
3.8 - 4.0	0.098	102.7	32	28 ± 6	2.8 ± 0.6
4.0 - 4.2	0.102	93.4	27	23 ± 5	2.5 ± 0.6
4.2 - 4.4	0.104	85.5	19	17 ± 4	1.9 ± 0.5
4.4 - 4.6	0.105	78.4	9	8 ± 3	1.0 ± 0.4
4.6 - 4.8	0.107	72.0	8	7 ± 3	1.0 ± 0.4
4.8 - 5.0	0.108	66.4	5	4 ± 2	0.7 ± 0.3
5.0 - 5.5	0.110	145.2	11	11 ± 3	0.7 ± 0.2

Tabelle 6.2: Zusammenstellung der in die Berechnung des Wirkungsquerschnitts eingehenden Größen.

## 6.4 Diskussion

In Abbildung 6.3 ist das Ergebnis dieser Messung im Vergleich mit den Messungen anderer Experimente [9,62] dargestellt. Der  $W_{\gamma\gamma}$ -Verlauf des Wirkungsquerschnitts stimmt in allen drei Experimenten überein. Die von ARGUS und CELLO gemessenen Werte liegen systematisch über den Werten dieser Messung. Im Rahmen der Fehler ist das Ergebnis dieser Messung aber mit dem CELLO-Ergebnis konsistent. Bezüglich der vorläufigen ARGUS-Messung ist zu beachten, daß dort Untergrundbeiträge höherer Multiplizitäten nicht subtrahiert wurden. Der systematische Fehler der ARGUS-Messung wird mit 15% angegeben[63].

Abbildung 6.3: Der topologische Wirkungsquerschnitt für  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+ 3\pi^-$  im Vergleich mit anderen Experimenten.

## Kapitel 7

### $\rho$ -Produktion im $3\pi^+3\pi^-$ -Kanal

#### 7.1 Einleitung

In diesem Kapitel soll die  $\rho^0$ -Produktion in der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  untersucht werden. Ausgangspunkt dafür ist die Suche nach  $\pi^+\pi^-$ -Resonanzen. Das Problem dieser Analyse ist der hohe Anteil kombinatorischen Untergrundes: in jedem Ereignis gibt es 9 Möglichkeiten zur Bildung eines  $\pi^+\pi^-$ -Paares. Trotz dieses hohen Untergrundanteils ist in der  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung der ausgewählten Ereignisse ein deutliches  $\rho^0$ -Signal sichtbar (Abb. 7.1). Im nächsten Abschnitt wird die  $\rho^0$ -Produktionsrate pro Ereignis bestimmt. Im darauffolgenden Abschnitt wird mit Hilfe einer Maximum-Likelihood-Anpassung untersucht, in welchem Maße die Prozesse  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  zur  $\rho^0$ -Produktion beitragen.

#### 7.2 Messung der $\rho^0$ -Produktionsrate

Die gemessene  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung zeigt für  $W_{\gamma\gamma} > 2.1$  GeV in allen  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervallen Anzeichen für  $\rho^0$ -Produktion (Abbildung 7.2). Andere  $\pi^+\pi^-$ -Resonanzen sind nicht zu beobachten. Für  $W_{\gamma\gamma} < 2.1$  GeV ist  $\rho^0$ -Produktion schwer nachzuweisen. Einerseits liegt in diesem  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereich die kinematische Schwelle für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ , d.h. die zur Verfügung stehende Energie  $W_{\gamma\gamma}$  reicht nicht aus um zwei  $\rho^0$ -Mesonen mit der nominellen Masse zu erzeugen. Auch der  $\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$ -Phasenraum ist stark eingeschränkt. Daher ist die  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung bei  $\rho^0$ -Produktion kaum vom nicht-resonanten Prozeß zu unterscheiden. Andererseits wird die Messung der  $\pi^+\pi^-$ -Massen für  $W_{\gamma\gamma} < 2.1$  GeV durch den hohen  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Untergrundbeitrag ( $68\% \pm 31\%$ ) dominiert (siehe Kap. 6.1.2).

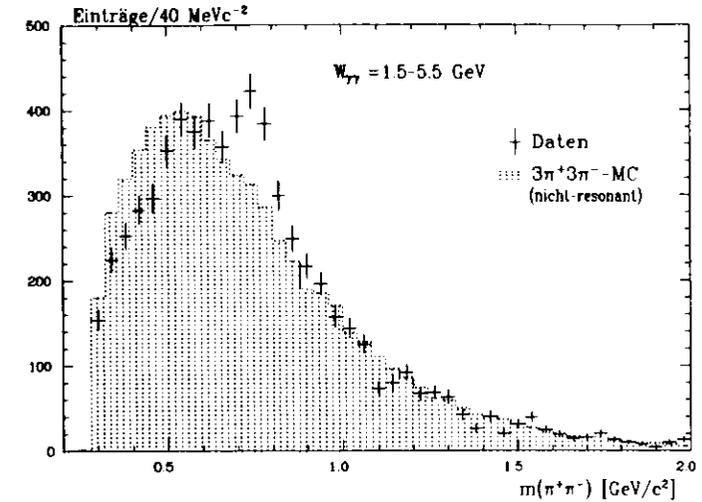


Abbildung 7.1: Invariante  $\pi^+\pi^-$ -Masse für alle ausgewählten Ereignisse im Vergleich mit nicht-resonanten MC-Ereignissen (9 Einträge/Ereignis).

Die mittlere Zahl von  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis kann für  $W_{\gamma\gamma} > 2.1$  GeV aus der  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung durch eine Anpassungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt werden. Die  $\chi^2$ -Funktion lautet:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(N_i - T_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (7.1)$$

$N_i$  ist die Zahl der im Bin  $i$  mit dem statistischen Fehler  $\sigma_i$  beobachteten Ereignisse.  $T_i$  ist die theoretische Ereigniszahl, die sich aus einem Untergrundanteil  $U_i$  und einem Resonanzanteil  $R_i$  zusammensetzt:

$$T_i = aU_i + bR_i \quad (7.2)$$

Der Untergrund wird durch eine MC-Verteilung nicht-resonanter Ereignisse beschrieben. Untergrund durch  $K_S^0 K_S^0 \pi^+ \pi^-$ -Ereignisse ist in den betrachteten  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervallen vernachlässigbar. Für sonstigen Untergrund wird angenommen, daß er in gleichem Maße  $\rho^0$ -Mesonen enthält und somit die Messung nicht verfälscht. Diese Annahme ist durch die Untersuchung von Ereignissen mit großen Transversalimpulssummen gerechtfertigt. Der Resonanzanteil wird durch eine Breit-Wigner-Funktion dargestellt:

$$f_{BW}(m) = \frac{m_\rho \Gamma_\rho m_{ij} p^*}{(m_\rho^2 - m^2)^2 + m_\rho^2 \Gamma_\rho^2} \quad (7.3)$$

Die Definition der in Gleichung 7.3 verwendeten Variablen ist in Kap. 5.1.2 gegeben. Für  $\Gamma_\rho^0$  und  $m_\rho$  werden die nominellen Werte eingesetzt [25]. Im ersten  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervall kann die

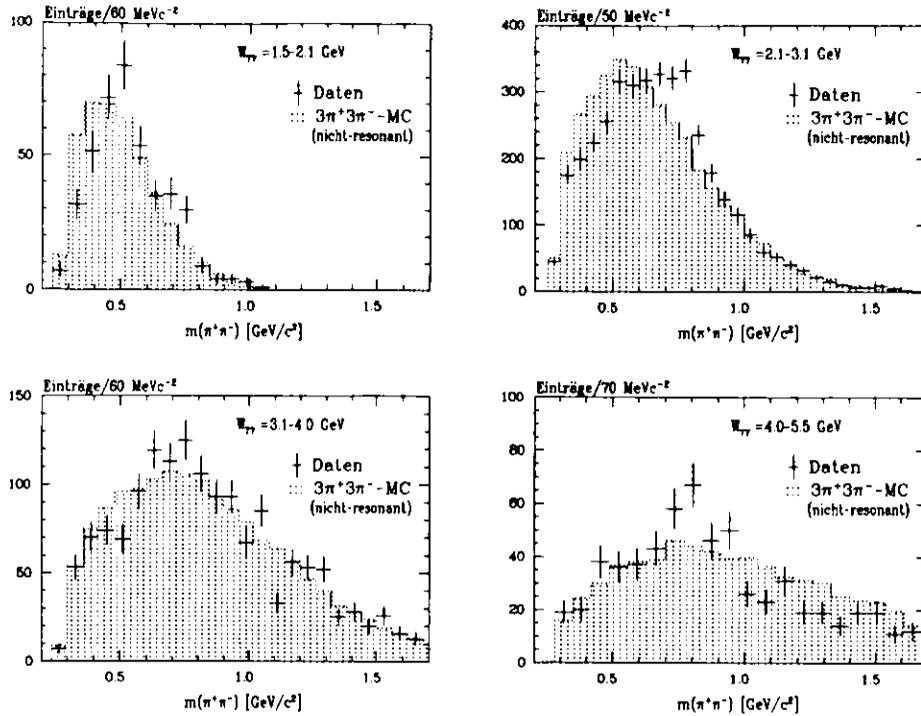


Abbildung 7.2: Gemessene  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung für verschiedene  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereiche (9 Einträge/Ereignis). Die MC-Verteilungen sind auf die Zahl der Einträge in den Daten normiert.

$\rho^0$ -Resonanz aus kinematischen Gründen nicht durch eine Breit-Wigner-Verteilung mit der nominellen Masse beschrieben werden. Durch eine Verschiebung der Breit-Wigner-Funktion zu kleineren Massen ist aber eine gute Anpassung möglich. Die Anpassung der Parameter  $a$  und  $b$  wird mit dem Programm MINUIT durchgeführt [64]. Aus dem Parameter  $b$  resultiert die  $\rho$ -Rate  $< N_{\rho} >$ . Die Ergebnisse sind Tabelle 7.1 zu entnehmen. Die graphische Darstellung ist in Abbildung 7.3 enthalten. Es wurde auch eine Anpassung für den gesamten  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereich durchgeführt, um die mittlere  $\rho$ -Rate für die gesamte Datenmenge abzuschätzen. Das Ergebnis von  $1.4 \rho^0/\text{Ereignis}$  ist mit den für die einzelnen  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereiche ermittelten Werten konsistent.

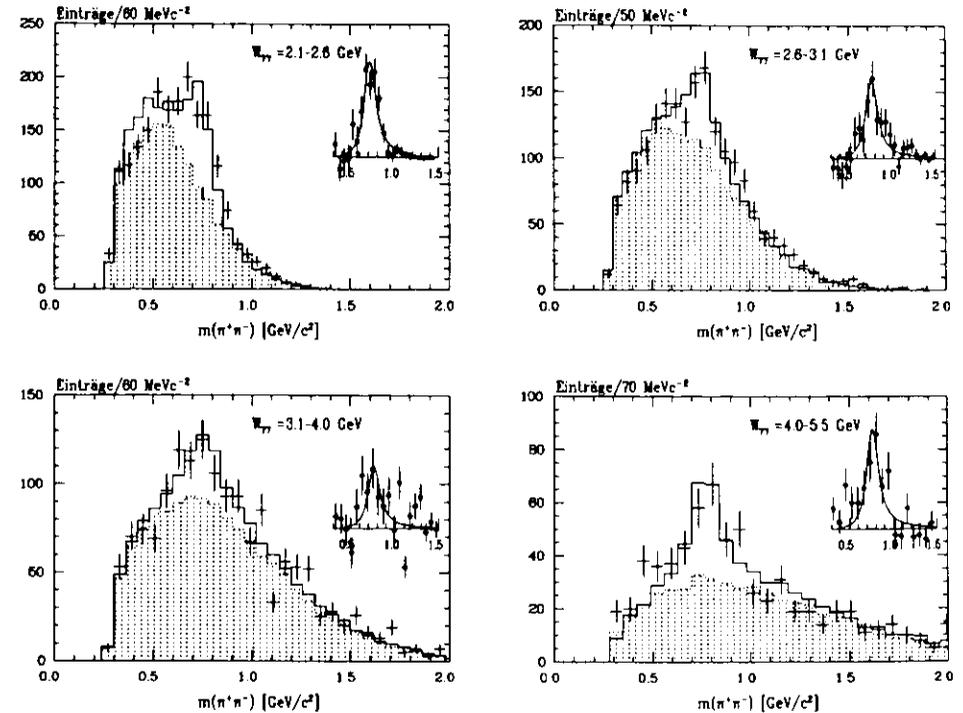


Abbildung 7.3: Gemessene  $\pi^+\pi^-$ -Massenverteilung (9 Einträge/Ereignis) im Vergleich mit den Ergebnissen der Anpassungsrechnungen: Der in der  $\chi^2$ -Anpassung ermittelte  $3\pi^+3\pi^-$ -MC-Untergrund ist punktiert dargestellt. Jeweils rechts oben im Bild ist das  $\rho^0$ -Signal nach Abzug des Untergrundes mit der angepaßten Breit-Wigner-Funktion zu sehen. Das durchgezogene Histogramm ist das Ergebnis der Maximum-Likelihood-Anpassung.

$W_{\gamma\gamma}$ [GeV]	$\chi^2$ -Anpassung				ML-Anpassung	
	$m_\rho$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\Gamma_\rho^0$ [MeV/c <sup>2</sup> ]	$\chi^2$ pro Freiheitsgrad	$\langle N_\rho \rangle$	$\chi^2$ pro Freiheitsgrad	$\langle N_\rho \rangle$
2.1 – 2.6	727	153	1.69	$1.9 \pm 0.2$	2.19	$1.7 \pm 0.2$
2.6 – 3.1	770	153	1.13	$1.3 \pm 0.2$	1.17	$1.3 \pm 0.2$
3.1 – 4.0	770	153	2.92	$0.8 \pm 0.2$	2.05	$0.7 \pm 0.2$
4.0 – 5.5	770	153	1.40	$1.6 \pm 0.3$	1.33	$1.8 \pm 0.3$
1.5 – 5.5	750	153	2.09	$1.4 \pm 0.1$	1.77	$1.4 \pm 0.1$

Tabelle 7.1: Ergebnisse der Anpassungsrechnungen zur Bestimmung der  $\rho^0$ -Rate

Zur Konsolidierung der Ergebnisse wurde außerdem eine Anpassungsrechnung nach der Maximum-Likelihood-Methode durchgeführt. Die Likelihoodfunktion ist definiert durch:

$$L = \prod_i P_i \text{ mit } P_i = \frac{e^{-T_i} T_i^{N_i}}{N_i!} \quad (7.4)$$

Hierbei ist  $T_i$  die erwartete Zahl der Einträge im Bin  $i$ , die aus der MC-Simulation bestimmt wurde:

$$T_i = a N_i^{3\pi^+3\pi^-} + b N_i^{\rho^0\pi^+\pi^-} \quad (7.5)$$

Die  $\rho^0$ -Rate ist durch  $\langle N_\rho \rangle = b/2$  gegeben<sup>1</sup>. Die Parameter  $a$  und  $b$  werden mit MINUIT durch Bestimmung des Maximalwertes von  $\log L$  angepaßt. Die Ergebnisse stimmen mit den aus der  $\chi^2$ -Anpassung gewonnenen Werten gut überein (Tabelle 7.1). Für  $W_{\gamma\gamma} = 3.1\text{--}4.0$  GeV führte eine 2-Parameter-Anpassung mit  $\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$  anstelle von  $\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  auf das gleiche Ergebnis. Für die übrigen Bereiche war so keine gute Anpassung möglich. Eine 3-Parameter-Anpassung erwies sich als nicht stabil. Um die Anteile von  $3\pi^+3\pi^-$ ,  $\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  zu bestimmen, reicht die in der eindimensionalen  $\pi^+ \pi^-$ -Massenverteilung enthaltene Information also nicht aus. Zu diesem Zweck muß auch die Korrelation der  $\pi^+ \pi^-$ -Paare eines Ereignisses berücksichtigt werden. Darauf wird im folgenden Abschnitt eingegangen.

<sup>1</sup>Der Prozeß  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  wurde inkohärent simuliert (siehe Kap. 5.1.2).

### 7.3 Die Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$ und $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$

Im letzten Abschnitt wurde die durchschnittliche Zahl von  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis bestimmt. In diesem Abschnitt soll nun untersucht werden, zu welchen Anteilen die Prozesse  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  für die  $\rho^0$ -Produktion verantwortlich sind. Da eine mittlere Rate von mehr als einem  $\rho^0$  pro Ereignis gemessen wurde und die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  die Erhaltung der C-Parität verletzt, ist ein wesentlicher Anteil von  $\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ -Ereignissen zu erwarten. Um doppelte  $\rho^0$ -Erzeugung zu beobachten, bietet sich die Darstellung im Korrelationsplot an, wobei je zwei Massen von  $\pi^+ \pi^-$ -Paaren, die kein Pion gemeinsam haben, gegeneinander aufgetragen werden. Dies führt auf 18(!) Einträge pro Ereignis. Um eine symmetrische Darstellung zu erreichen, erfolgt die Wahl von x- und y-Achse für jeden Eintrag zufällig. In Abbildung 7.4 und 7.5 sind die Korrelationsplots für die gemessenen Ereignisse im Vergleich mit simulierten Ereignissen für die verschiedenen Prozesse dargestellt. Aufgrund des durch die Kombinatorik bedingten Untergrundes fällt es besonders bei kleinen  $W_{\gamma\gamma}$  schwer, eine  $\rho^0$ - $\rho^0$ -Korrelation zu beobachten. Trotzdem wird deutlich, daß in den  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereichen mit  $N_\rho > 1$  die  $\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ -Simulation die Daten am besten beschreibt.

#### 7.3.1 Die Extended-Maximum-Likelihood-Anpassung

Um die Anteile  $\lambda_j$  der in Frage kommenden Prozesse ( $j = 3\pi^+3\pi^-, \rho^0 2\pi^+ 2\pi^-, \rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$ ) zu bestimmen, wird eine Maximum-Likelihood-Anpassung durchgeführt, wobei jedes Ereignis  $i$  mit der Wahrscheinlichkeit  $P(\lambda_j, \xi_i)$  in die Likelihoodfunktion eingeht.  $\xi_i$  steht für die gemessenen Variablen des Ereignisses (in diesem Fall sind das die  $\pi^+ \pi^-$ -Massen). Die Wahrscheinlichkeit,  $N$  Ereignisse zu beobachten, wird durch den Faktor  $e^{-\int P(\xi_i) d\xi_i}$  berücksichtigt. Die Likelihoodfunktion lautet dann:

$$L = \prod_i \left[ P_i e^{-\int P(\xi_i) d\xi_i} \right] \quad (7.6)$$

Dieses Verfahren wird als *Extended-Maximum-Likelihood* (EML)-Methode bezeichnet [66]. Die Ereigniswahrscheinlichkeit  $P_i(\lambda_j, \xi_i)$  wird aus den Wahrscheinlichkeitsdichten  $p_j(\xi_i)$  der einzelnen Prozesse berechnet:

$$P_i = \sum_j \lambda_j p_j(\xi_i) \quad (7.7)$$

Die normierten Wahrscheinlichkeitsdichten  $p_j(\xi_i)$  werden nach Ref. [67] definiert:

$$p_j(\xi_i) \equiv \frac{A(\xi_i) \frac{d\sigma_j(\xi_i)}{d\xi_i}}{\int A(\xi_i) d\sigma_j(\xi_i)} \quad (7.8)$$

Hierbei ist  $A(\xi_i)$  die Nachweiswahrscheinlichkeit. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gilt:

$$\frac{d\sigma_j(\xi_i)}{d\xi_i} \propto R_\theta(\xi_i) w_j(\xi_i) \quad (7.9)$$

$R_\theta$  ist die  $3\pi^+3\pi^-$ -Phasenraumdichte.  $w_j(\xi_i)$  ist das Quadrat des Matrixelementes für den Prozess  $j$  ( $w_{3\pi^+3\pi^-} = 1$ ).  $w_{\rho^0 2\pi^+}$  und  $w_{\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-}$  werden durch Breit-Wigner-Amplituden parametrisiert. Neben dem inkohärenten Modell wird zum Vergleich auch das kohärente Modell

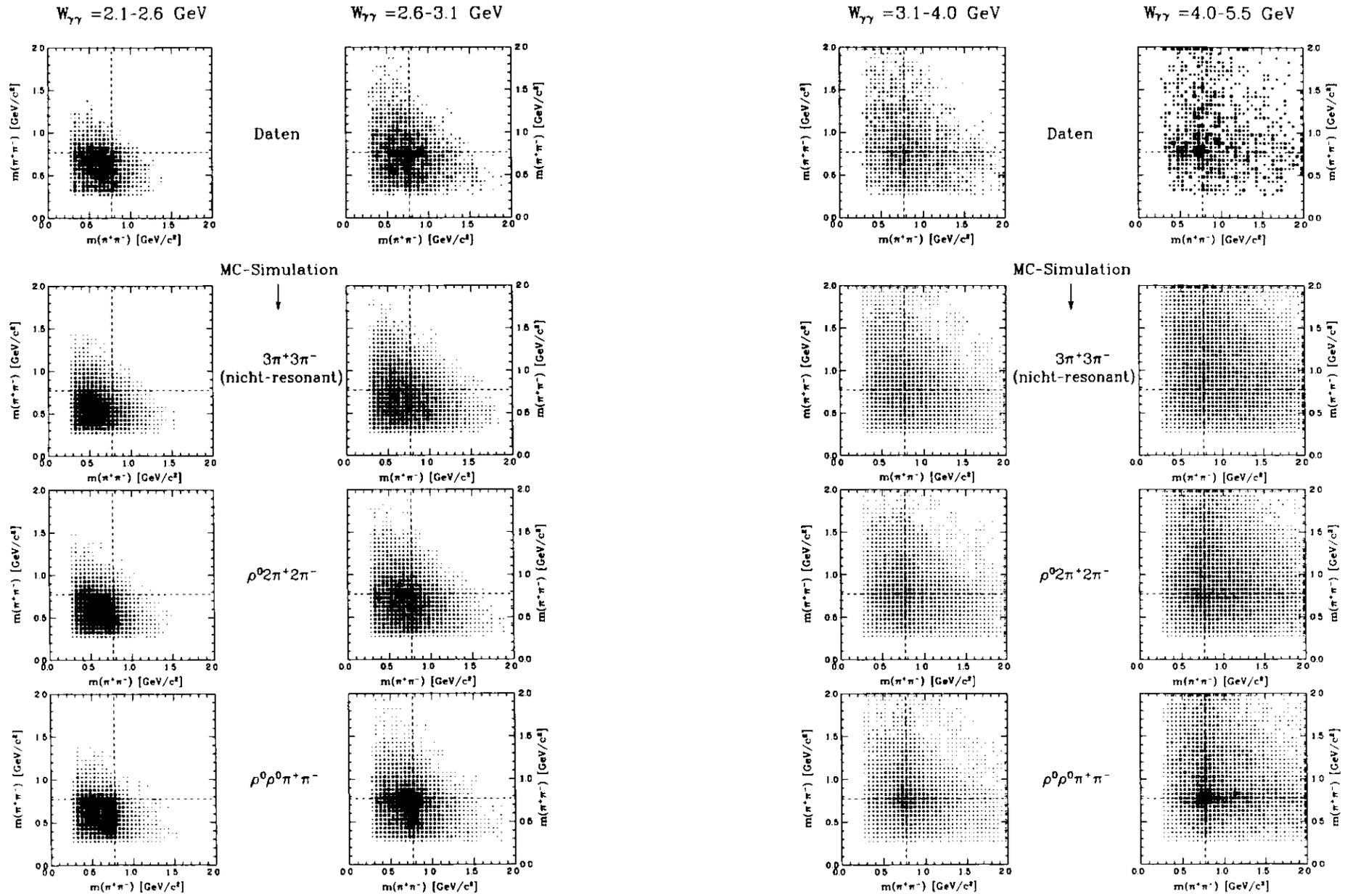


Abbildung 7.4:  $m(\pi^+\pi^-) - m(\pi^+\pi^-)$ -Korrelationsplots (18 Einträge/Ereignis): Die nominalen  $\rho^0$ -Massen sind durch gestrichelte Linien markiert.

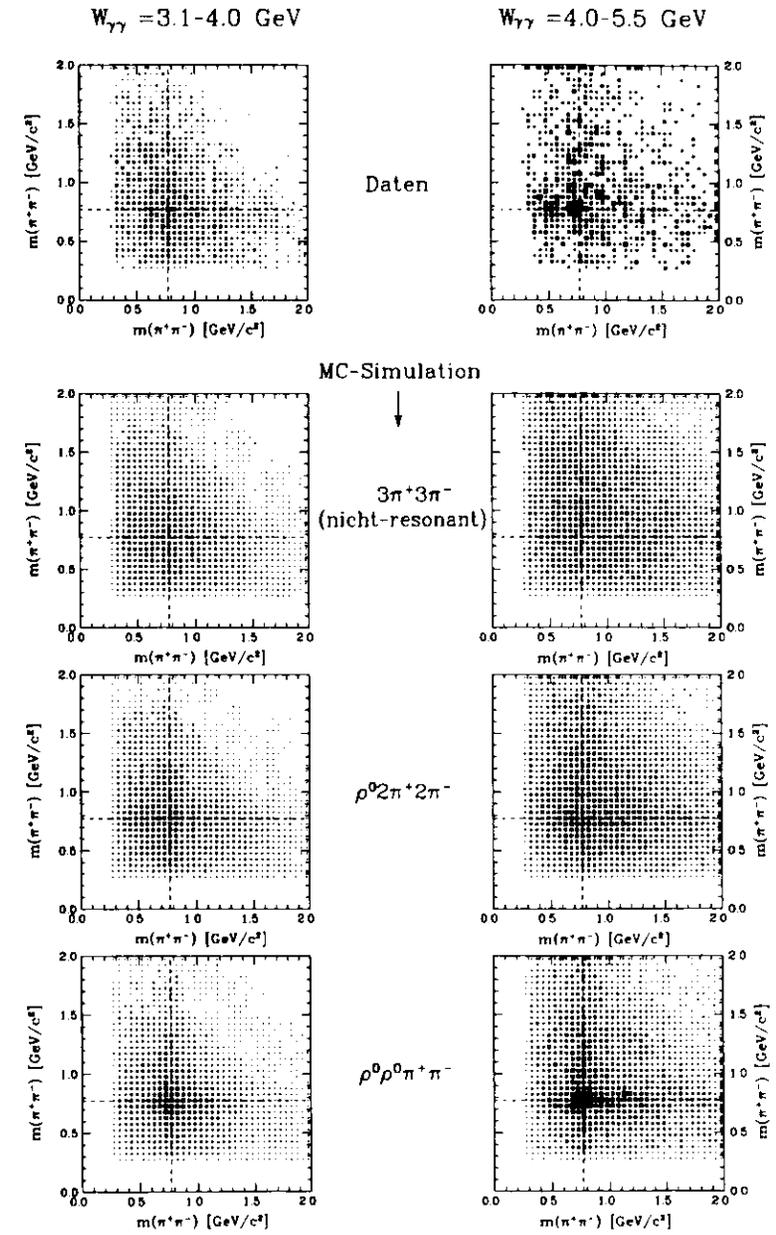


Abbildung 7.5:  $m(\pi^+\pi^-) - m(\pi^+\pi^-)$ -Korrelationsplots (18 Einträge/Ereignis): Die nominalen  $\rho^0$ -Massen sind durch gestrichelte Linien markiert.

verwendet (siehe Kap. 5.1.2). Das Integral  $\int A(\xi_i) d\sigma_j(\xi_i)$  wurde unter Berücksichtigung aller Detektoreffekte für  $W_{\gamma\gamma}$ -Intervalle von 100 MeV berechnet. Durch Interpolation wird für jedes Ereignis der  $W_{\gamma\gamma}$ -abhängige Wert des Integrals ermittelt. Die Phasenraumdichte  $R_0$  und die Nachweiswahrscheinlichkeit  $A(\xi_i)$  sind prozessunabhängig, also konstant. Die Likelihoodfunktion  $L'$  wird so definiert, daß diese Konstanten entfallen. In die Anpassungsrechnung geht dann der folgende Ausdruck ein:

$$\log L' = \sum_i^N \left[ \log \left( \sum_j \frac{\lambda_j w_j}{\int A(\xi_i) d\sigma_j(\xi_i)} \right) - \sum_j \lambda_j \right] \quad (7.10)$$

Die Minimierung des Ausdrucks  $-\log L'$  wird mit dem Programm MINUIT durchgeführt[64]. Das Anpassungsprogramm wurde mit MC-Ereignissen intensiv getestet. Dazu wurden verschiedene Mischungen der drei Prozesse erzeugt. Für  $W_{\gamma\gamma} > 4$  GeV können die simulierten Anteile  $\lambda_j$  sehr gut reproduziert werden. Für kleinere  $W_{\gamma\gamma}$  (insbesondere für  $W_{\gamma\gamma} < 3$  GeV) weichen die Ergebnisse um ein bis zwei Standardabweichungen von den Eingabeparametern ab. Dabei fällt auf, daß die aus den Ergebnissen resultierende  $\rho^0$ -Rate in der Regel unter dem Eingabewert liegt. Die Ursachen dieser systematischen Abweichungen sind im einzelnen nicht bekannt, aber es sei an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, daß — insbesondere für  $W_{\gamma\gamma} < 3$  GeV — die Unterscheidung von  $\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$  und  $\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$  schwierig ist (siehe auch Abbildung 7.4 und 7.5). Die MC-Tests zeigten aber, daß die Situation auch für kleine  $W_{\gamma\gamma}$  zumindest qualitativ recht gut wiedergegeben wird, d.h. Extremfälle, in denen ein beteiligter Prozeß völlig eliminiert wird, treten nicht auf.

$W_{\gamma\gamma}$ [GeV]	inkohärent			kohärent		
	$3\pi^+3\pi^-$	$\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$	$\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$	$3\pi^+ 3\pi^-$	$\rho^0 2\pi^+ 2\pi^-$	$\rho^0 \rho^0 \pi^+ \pi^-$
2.1 - 2.6	$0.34 \pm 0.16$	$0.09 \pm 0.29$	$0.57 \pm 0.17$	$0.33 \pm 0.12$	$0.33 \pm 0.22$	$0.34 \pm 0.14$
2.6 - 3.1	$0.67 \pm 0.16$	$0.00 \pm 0.24$	$0.33 \pm 0.12$	$0.71 \pm 0.13$	$0.13 \pm 0.21$	$0.16 \pm 0.12$
3.1 - 4.0	$0.74 \pm 0.24$	$0.02 \pm 0.44$	$0.24 \pm 0.22$	$0.80 \pm 0.13$	$0.19 \pm 0.12$	$0.00 \pm 0.12$
4.0 - 5.5	$0.00 \pm 0.13$	$0.56 \pm 0.24$	$0.44 \pm 0.22$	$0.15 \pm 0.19$	$0.86 \pm 0.30$	$0.00 \pm 0.18$

Tabelle 7.2: Ergebnisse der EML-Anpassung

Die mit der EML-Anpassung ermittelten Anteile der drei Prozesse sind in Tabelle 7.2 zusammengefaßt. Eine graphische Darstellung der Ergebnisse zeigt Abbildung 7.6. In Analogie zum kinematischen Dalitz-Plot werden die drei Parameter auf den Winkelhalbierenden eines Dreiecks derart aufgetragen, daß der Wert 1 im jeweiligen Eckpunkt des Dreiecks liegt[65].

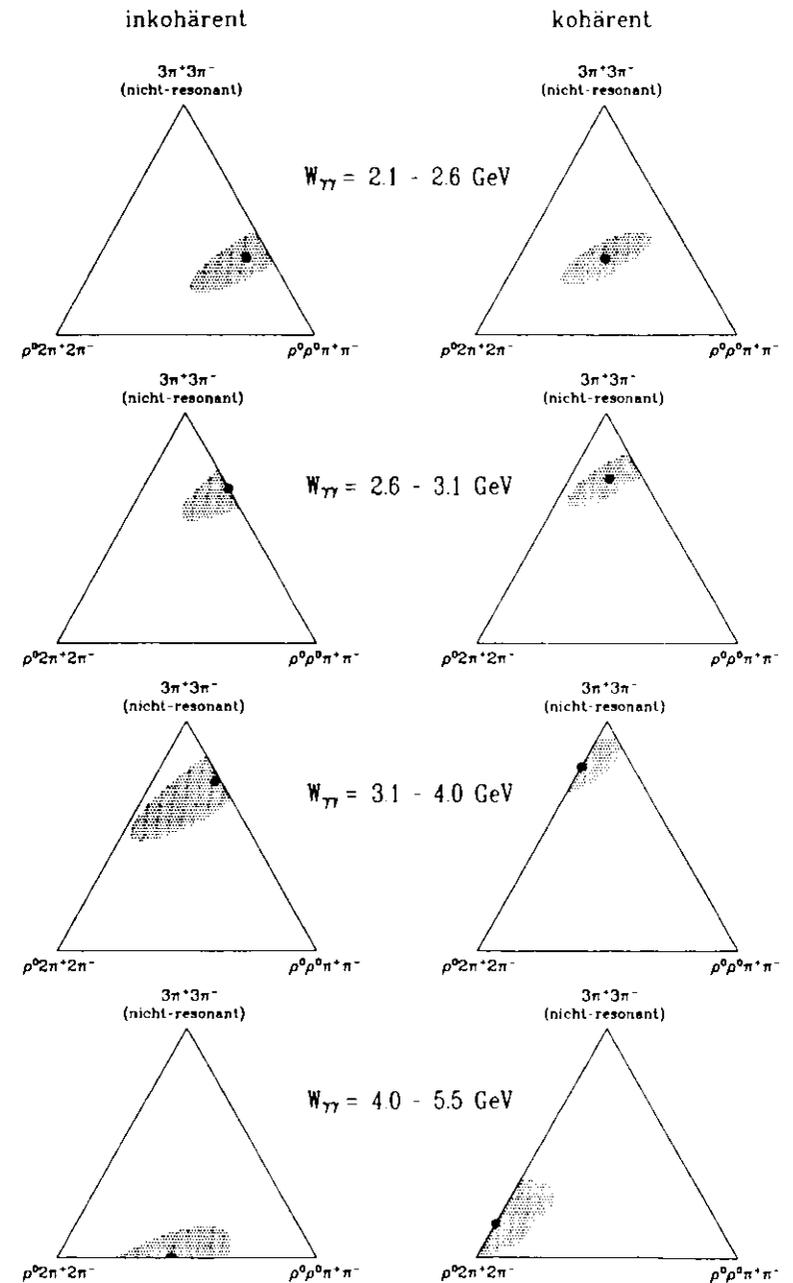
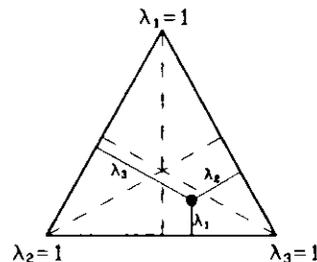


Abbildung 7.6: Graphische Darstellung der Ergebnisse der 3-Parameter-EML-Anpassung. Der den Meßpunkt umgebende schraffierte Bereich entspricht einer Standardabweichung.

Die mit dem inkohärenten<sup>2</sup> Modell gewonnenen Ergebnisse zeigen, daß für  $W_{\gamma\gamma} < 4$  GeV fast ausschließlich der Prozeß  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  zur  $\rho^0$ -Produktion beiträgt.  $\rho^02\pi^+2\pi^-$ -Ereignisse liefern erst oberhalb von 4 GeV einen signifikanten Beitrag, wo der nicht-resonante Anteil verschwindet. Um die Modellabhängigkeit des Ergebnisses zu untersuchen, wurde die Anpassung auch mit dem kohärenten<sup>2</sup> Modell durchgeführt. Hier zeigt sich eine Abschwächung des  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Anteils zugunsten von  $\rho^02\pi^+2\pi^-$ . Der nicht-resonante Anteil ist modellunabhängig.

Um die Konsistenz der Ergebnisse der EML-Anpassung mit der im vorigen Abschnitt durchgeführten  $\chi^2$ -Anpassung zu vergleichen, wird aus den Parametern  $\lambda_{\rho^0\pi^+}$  und  $\lambda_{\rho^0\pi^+}$  die mittlere  $\rho^0$ -Rate berechnet:

$$\langle N_{\rho^0} \rangle = \lambda_{\rho^0\pi^+} c_{\rho^0\pi^+} + \lambda_{\rho^0\pi^+} c_{\rho^0\pi^+} \quad (7.11)$$

Dabei ist  $c_i$  die prozessabhängige  $\rho^0$ -Rate (siehe Kap. 5.1.2):

$$\begin{aligned} c_{\rho^0\pi^+} &= 1 & c_{\rho^0\pi^+} &= 2 & (\text{inkohärent}) \\ c_{\rho^0\pi^+} &= 1.6 & c_{\rho^0\pi^+} &= 2.6 & (\text{kohärent}) \end{aligned}$$

Die so ermittelten  $\rho^0$ -Raten stimmen für beide Modelle überein (Tabelle 7.3). Im Vergleich mit der  $\chi^2$ -Anpassung ist die  $\rho^0$ -Rate für  $W_{\gamma\gamma} < 3.1$  GeV systematisch zu klein. Dies war nach den oben beschriebenen MC-Tests zu erwarten. Für  $W_{\gamma\gamma} > 3.1$  GeV sind die Ergebnisse konsistent.

$W_{\gamma\gamma}$ [GeV]	$\langle N_{\rho^0} \rangle$		
	EML		1-dim.
	inkohärent	kohärent	
2.1 - 2.6	$1.2 \pm 0.6$	$1.4 \pm 0.6$	$1.9 \pm 0.2$
2.6 - 3.1	$0.7 \pm 0.4$	$0.6 \pm 0.6$	$1.3 \pm 0.2$
3.1 - 4.0	$0.5 \pm 0.8$	$0.3 \pm 0.5$	$0.8 \pm 0.2$
4.0 - 5.5	$1.4 \pm 0.7$	$1.4 \pm 0.9$	$1.6 \pm 0.3$

Tabelle 7.3: Vergleich der aus den Ergebnissen der EML-Anpassung berechneten mittleren  $\rho^0$ -Rate  $\langle N_{\rho^0} \rangle$  mit den durch die eindimensionale  $\chi^2$ -Anpassung ermittelten Werten.

<sup>2</sup>Zur Definition der Begriffe kohärent und inkohärent siehe Kap. 5.1.2

### 7.3.2 Der Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$

Die EML-Anpassung hat bestätigt, daß die  $\rho^0$ -Produktion hauptsächlich auf den Prozeß  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  zurückzuführen ist. Dieses Ergebnis wurde unter der Annahme gewonnen, daß sich das symmetrisierte  $\rho^0$ -Matrixelement durch inkohärente Breit-Wigner-Amplituden parametrisieren läßt (siehe Kap. 5.1.2). Da die EML-Anpassung außerdem für  $\gamma\gamma$ -Energien zwischen 2 und 3 GeV systematische Unsicherheiten aufweist, sind präzise Angaben über den  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Anteil nicht möglich. Aus der gemessenen mittleren  $\rho^0$ -Rate ergibt sich aber eine obere Grenze für den  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Anteil:

$$\lambda_{\rho^0\pi^+}^{\text{max}} = 0.5 \cdot \langle N_{\rho^0} \rangle$$

Die in Abbildung 7.8 dargestellten oberen Grenzen des Wirkungsquerschnitts der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  wurden mit den in der  $\chi^2$ -Anpassung ermittelten Werten für  $\langle N_{\rho^0} \rangle$  berechnet.

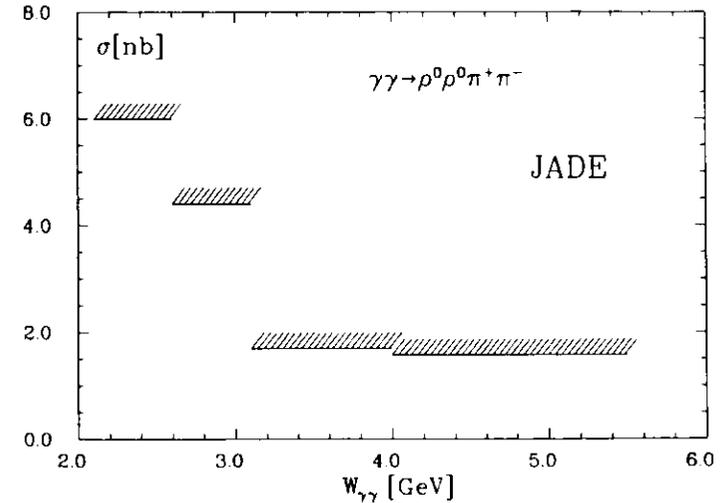


Abbildung 7.8: Obere Grenzen für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  (95% CL)

## 7.4 Diskussion der Ergebnisse

Oberhalb der  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Energieschwelle von  $W_{\gamma\gamma} \approx 2\text{ GeV}$  ist eine  $\rho^0$ -Produktionsrate von nahezu 2  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis zu beobachten. Mit ansteigenden  $\gamma\gamma$ -Energien fällt die  $\rho^0$ -Rate ab und ist zwischen 3 und 4 GeV kleiner als 1. Oberhalb von 4 GeV ist die  $\rho^0$ -Rate wiederum deutlich größer als 1. Die EML-Anpassung deutet (im kohärenten Modell) auf  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Produktion in allen  $W_{\gamma\gamma}$ -Bereichen hin, während  $\rho^02\pi^+2\pi^-$ -Ereignisse erst oberhalb von 4 GeV einen signifikanten Beitrag liefern.

Die hohe gemessene  $\rho^0$ -Rate wirft die Frage auf, inwieweit die  $\rho^0$ -Produktion auf den Zerfall anderer kurzlebiger Resonanzen zurückzuführen ist, z.B.:

$$\begin{aligned}\rho^0(1700) &\rightarrow \rho^0\pi^+\pi^- \\ a_1^\pm(1260) &\rightarrow \rho^0\pi^\pm \\ a_2^\pm(1320) &\rightarrow \rho^0\pi^\pm\end{aligned}$$

Die Untersuchung der  $(\pi^+\pi^-)\pi^\pm$ - bzw.  $(\pi^+\pi^-)\pi^+\pi^-$ -Massenverteilungen für  $\pi^+\pi^-$ -Massen im  $\rho^0$ -Resonanzbereich liefert leider keinen Aufschluß hinsichtlich dieser Resonanzen. Auch in der Verteilung der " $\rho^0$ -Rückstoß"-Massen — dies sind die zu den  $\pi^+\pi^-$ -Massen im  $\rho^0$ -Band gehörenden Massen der übrigen 4 Pionen — ist keine signifikante Resonanzstruktur sichtbar.

Im Zusammenhang mit einer VDM-Abschätzung des totalen hadronischen  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitts wäre eine Messung des Wirkungsquerschnitts der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho(1700)$  von Interesse (siehe Kap.2.2.3). Da ein direkter Nachweis des  $\rho(1700)$  nicht möglich ist, kann lediglich eine obere Grenze für  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho(1700)} \cdot \text{Br}(\rho(1700) \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-)$  angegeben werden, die mit den in Abbildung 7.8 gegebenen oberen Grenzen für  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-}$  identisch ist. In Anbetracht des nicht bekannten Verzweungsverhältnisses  $\text{Br}(\rho(1700) \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-)$  lassen diese oberen Grenzen genügend Spielraum für eine Erklärung der fehlenden VDM-Beiträge zum totalen hadronischen  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt durch die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho(1700)[23]$ .

# Kapitel 8

## Messung der Bose-Einstein-Korrelation

### 8.1 Einleitung

Die Bose-Einstein(=BE)-Korrelation von Pion-Paaren wurde 1959 von Goldhaber et al. [27] in der  $p\bar{p}$ -Annihilation entdeckt. Seitdem wurden viele Messungen in unterschiedlichen Experimenten durchgeführt, u.a. in hadronischen Kollisionen, Schwerionen-Kollisionen,  $e^+e^-$ -Vernichtungsprozessen, und Zwei-Photon-Prozessen. Einen zusammenfassenden Überblick bietet Ref. [68]. In dieser Arbeit soll nun der BE-Effekt in der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  gemessen werden. Hierfür werden die aus der in Kap. 4 beschriebenen Datenselektion gewonnenen Ereignisse verwendet. Die BE-Korrelation von Paaren gleichgeladener Pionen kann durch das Verhältnis der Rate gleichgeladener Pionen  $R_{\pi^+\pi^+}$  zu der Rate von unkorrelierten Pionen  $R_{\pi^+\pi^-}$  gemessen werden. Traditionell wird die BE-Korrelation in Abhängigkeit von der Lorentz-invarianten Variablen  $Q^2 \equiv -\Delta k^2 = M_{\pi\pi}^2 - 4m_\pi^2$  gemessen (siehe auch Kap. 2.3), und die Korrelationsfunktion wird parametrisiert zu

$$C(Q^2) \equiv \frac{R_{\pi^+\pi^+}}{R_{\pi^+\pi^-}} = a \left( 1 + \lambda e^{-(\frac{Q^2}{\kappa})^2} \right) \quad (8.1)$$

Auf die Bedeutung der Parameter  $\tau$  und  $\lambda$  wird in Kap. 2.3 eingegangen,  $a$  ist eine Normierungskonstante.

Es ist naheliegend, als Vergleichsdatenmenge die gemessenen  $\pi^+\pi^-$ -Paare heranzuziehen. Aufgrund der unterschiedlichen elektrischen Ladung tritt hier kein BE-Effekt auf. Abgesehen von Abweichungen durch  $\pi^+\pi^-$ -Resonanzen sollten die  $\pi^+\pi^-$ -Paare im übrigen die gleichen Eigenschaften wie die  $\pi^\pm\pi^\pm$ -Paare haben. Eine weitere Referenzrate bietet die Monte-Carlo-Simulation der  $\pi^\pm\pi^\pm$ -Paare, die ohne Berücksichtigung des BE-Effektes durchgeführt wurde. Um eine bestmögliche Anpassung an die Daten zu erreichen, wurde die MC-Referenzrate

durch eine Mischung der Endzustände  $\rho^0 4\pi$  und  $2\rho^0 2\pi$  entsprechend der in Kap. 7 bestimmten mittleren  $\rho^0$ -Rate von 1.4  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis gewonnen.

In diesem Kapitel werden die gemessenen  $\pi^+\pi^\pm$ -Raten mit den entsprechenden Referenzraten verglichen. Die Korrelationsparameter werden entsprechend Gleichung 8.1 durch eine Anpassungsrechnung bestimmt.

## 8.2 Messung der Korrelationsparameter

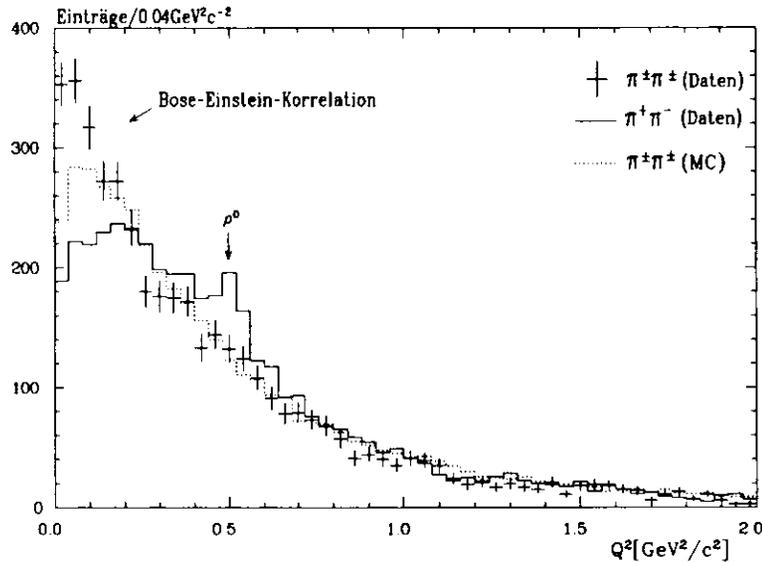


Abbildung 8.1: Gemessene  $\pi^+\pi^\pm$ -Rate im Vergleich mit den Referenzraten. Die  $\pi^+\pi^-$ -Rate ist durch den Normierungsfaktor  $\frac{2}{3}$  auf die Zahl der  $\pi^+\pi^\pm$ -Ereignisse normiert.

Zur Bestimmung der  $\pi\pi$ -Raten werden für jedes Ereignis die  $Q^2$ -Werte aller sechs  $\pi^+\pi^\pm$ -Kombinationen (bzw. neun  $\pi^+\pi^-$ -Kombinationen) in ein Histogramm eingetragen. In Abbildung 8.1 ist die gemessene  $\pi^+\pi^-$ -Verteilung im Vergleich mit der  $\pi^+\pi^\pm$ -Verteilung dargestellt. Bei kleinen  $Q^2$  ist eine erhöhte  $\pi^+\pi^\pm$ -Produktion erkennbar, während im  $\rho^0$ -Bereich eine Erhöhung der  $\pi^+\pi^-$ -Rate sichtbar ist. Bei der Verwendung der  $\pi^+\pi^-$ -Referenzrate muß daher der Resonanzbereich ( $0.25 \dots 0.75 \text{ GeV}^2/c^2$ ) von der Anpassungsrechnung ausgeschlossen werden. Alternativ kann auf die  $\rho^0$ -Resonanzbildung korrigiert werden, indem das gemessene Verhältnis von  $\pi^+\pi^\pm$ - und  $\pi^+\pi^-$ -Rate durch das Verhältnis von  $\pi^+\pi^\pm$ - und  $\pi^+\pi^-$ -Rate in

der MC-Simulation dividiert wird. Die simulierten  $\pi^+\pi^-$ - und  $\pi^+\pi^\pm$ -Raten sind in Abbildung 8.2 dargestellt. Der Vergleich der simulierten mit der gemessenen  $\pi^+\pi^-$ -Rate zeigt, daß die  $\pi^+\pi^-$ -Verteilung durch die Simulationsrechnung recht gut beschrieben wird.

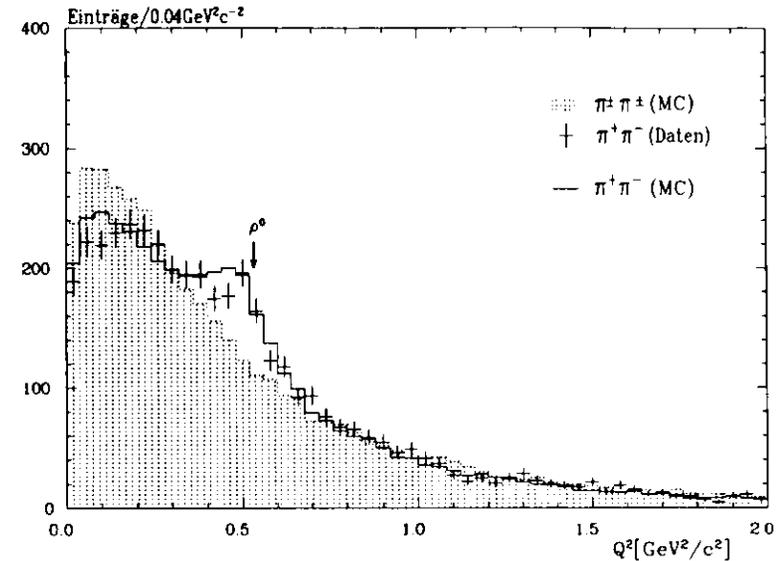


Abbildung 8.2: Vergleich der aus der MC-Simulation gewonnenen  $\pi^+\pi^-$ - und  $\pi^+\pi^\pm$ -Raten. Die  $\pi^+\pi^-$ -Rate ist durch den Normierungsfaktor  $\frac{2}{3}$  auf die Zahl der  $\pi^+\pi^\pm$ -Ereignisse normiert.

Zur Bestimmung der Korrelationsparameter stehen jetzt also drei Verteilungen zur Verfügung:

- $C \equiv \frac{R_{\pm\pm}}{R_{+-}}$   $\pi^+\pi^-$ -Rate der Daten (ohne  $\rho^0$ -Resonanzbereich)
- $C' \equiv \frac{R_{\pm\pm}}{R_{\pm\pm}^{MC}}$   $\pi^+\pi^\pm$ -Rate (MC-Simulation ohne BE-Effekt)
- $C/C^{MC}$  mit  $C^{MC} \equiv \frac{R_{\pm\pm}^{MC}}{R_{+-}^{MC}}$   $\pi^+\pi^-$ -Rate der Daten mit MC-Korrektur

Die Verteilungen a), b) und c) sind in Abbildung 8.3 dargestellt. Die Korrelationsfunktion wurde gemäß Gleichung 8.1 parametrisiert und die Parameter  $a$ ,  $\lambda$  und  $r$  wurden durch eine Anpassungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 8.1 zusammengefaßt.

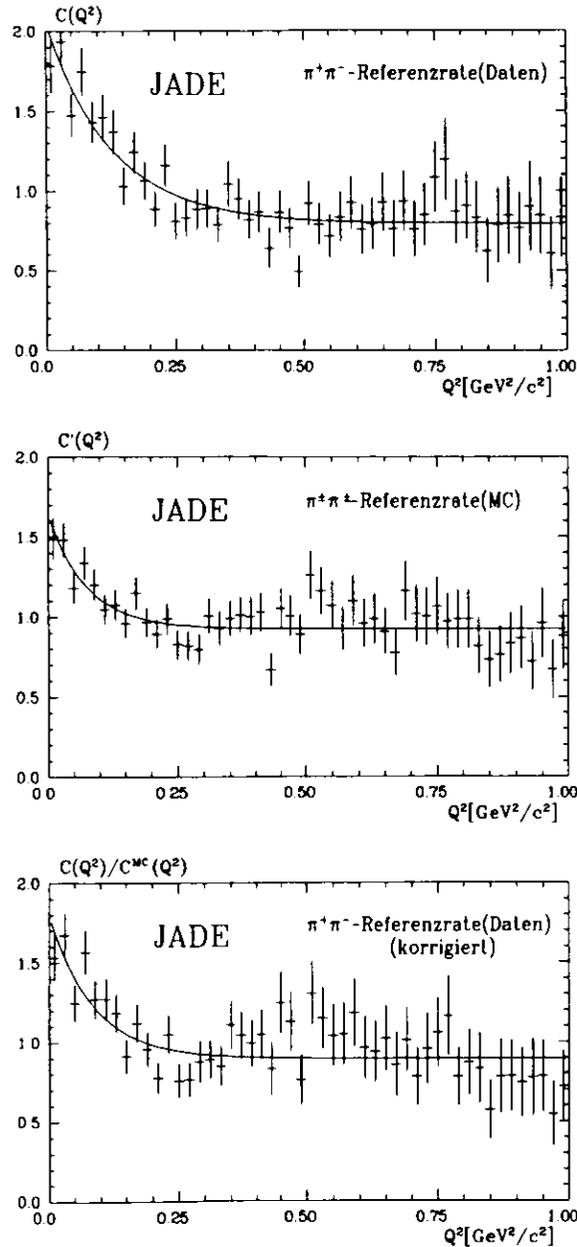


Abbildung 8.3: Es ist das Verhältnis von gemessener  $\pi^+\pi^\pm$ -Rate und Referenzrate für die Referenzraten a), b) und c) dargestellt. Die durchgezogene Kurve wurde gemäß Gleichung 8.1 angepaßt.

	Referenzrate	a	$\lambda$	r in fm	$\chi^2/DOF$
a)	$\pi^+\pi^-$ (Daten)	$0.80 \pm 0.07$	$1.58 \pm 0.24$	$0.55 \pm 0.05$	19.8/22
b)	$\pi^+\pi^\pm$ (MC)	$0.93 \pm 0.02$	$0.77 \pm 0.14$	$0.72 \pm 0.10$	44.2/47
c)	$\pi^+\pi^-$ (Daten), korrigiert	$0.89 \pm 0.03$	$1.01 \pm 0.16$	$0.67 \pm 0.08$	52.9/47

Tabelle 8.1: gemessene Korrelationsparameter

Die Güte der mit den verschiedenen Methoden gewonnenen Ergebnisse soll nun im Hinblick auf die auftretenden Abweichungen diskutiert werden. Die Ergebnisse für  $\lambda$  schwanken um den Wert  $\lambda = 1$ , was einem maximalen BE-Effekt, d.h. einer vollständig inkohärenten Quelle, entspricht. Die Ergebnisse b) und c) sind konsistent während a) einen um etwa zwei Stan-

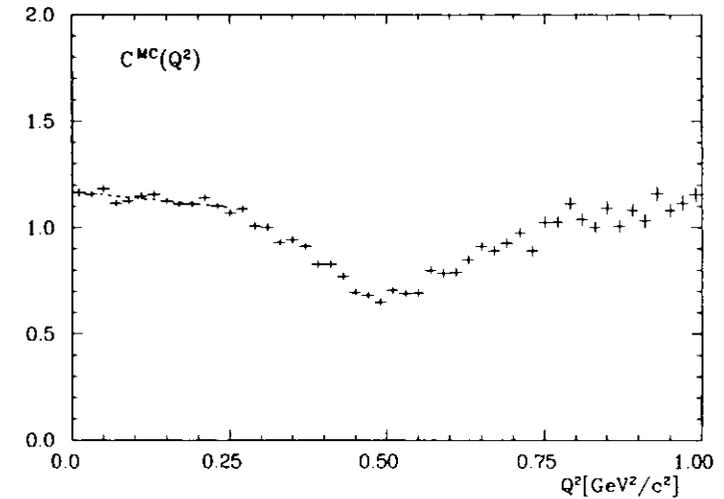


Abbildung 8.4: Verhältnis von  $\pi^+\pi^\pm$ - und  $\pi^+\pi^-$ -Rate in der MC-Simulation ohne BE-Effekt

dardabweichungen größeren Wert liefert. Insbesondere liegt das Ergebnis a) im unphysikalischen Bereich  $\lambda > 1$ . Aus diesem Grund sollen zunächst die Methoden a) und c) verglichen werden:

Während in a) nur der  $\rho^0$ -Resonanzbereich von der Anpassungsrechnung ausgenommen wurde, sind in c) außer dem BE-Effekt alle bekannten Unterschiede zwischen  $\pi^+\pi^-$ - und  $\pi^+\pi^\pm$ -Verteilung berücksichtigt. Die in Abbildung 8.4 dargestellte Verteilung  $C^{MC}(Q^2)$  zeigt einen leichten Abfall bei kleinen  $Q^2$ . Eine Abschätzung in linearer Näherung zeigt, daß allein die-

ser auf den ersten Blick unscheinbare Effekt eine Reduzierung des  $\lambda$ -Wertes von 1.6 auf 1.3 bewirkt. Hier zeigt sich die Empfindlichkeit der Korrelationsfunktion bei kleinen  $Q^2$ . Andererseits wird deutlich, daß eine präzise Simulationsrechnung insbesondere bei kleinen  $Q^2$  sehr wichtig ist. Außerdem hängt das Ergebnis c) von der Güte der Simulation im Resonanzbereich ab. So sind die Unterschiede der Ergebnisse b) und c) auf kleine Abweichungen der simulierten  $\pi^+\pi^-$ -Rate von der Messung zurückzuführen (siehe Abbildung 8.2). Die Methode b) hat gegenüber den beiden anderen Methoden den Vorteil, daß systematische Unterschiede zwischen  $\pi^+\pi^-$ - und  $\pi^+\pi^+$ -Verteilung keinen Einfluß auf die Messung haben.

Die systematischen Fehler der Messung liegen in der gleichen Größenordnung wie die statistischen Fehler. Dies zeigt der Vergleich der mit unterschiedlichen Referenzraten ermittelten Ergebnisse b) und c).

### 8.3 Vergleich mit anderen Messungen

Neben vielen anderen Messungen wurde der BE-Effekt auch in einer Reihe von  $e^+e^-$ -Experimenten gemessen, deren Ergebnisse in Tabelle 8.2 dargestellt sind [69,36,37]. Hierzu einige Bemerkungen:

Während in der TPC/ $2\gamma$ -Analyse die Referenzrate durch Mischung von Ereignissen erzeugt wurde, verwendeten die übrigen Experimente die  $\pi^+\pi^-$ -Referenzrate. Bei den in der MARK II-Analyse verwendeten  $\gamma\gamma$ -Ereignissen handelt es sich um inklusive multihadronische *tag*-Ereignisse.

Experiment	Prozess	Schwerpunktenergie	$\lambda$	$r$ in fm
MARK II (SPEAR)	$e^+e^- \rightarrow J/\Psi$	3.1 GeV	$1.00 \pm 0.03 \pm 0.08$	$0.81 \pm 0.02 \pm 0.05$
(PEP)	$\gamma\gamma \rightarrow X$	$W_{\gamma^+\gamma^-} = 29$ GeV	$0.87 \pm 0.07 \pm 0.07$	$0.84 \pm 0.06 \pm 0.05$
(SPEAR)	$e^+e^- \rightarrow X$	4.1-6.7 GeV	$0.66 \pm 0.04 \pm 0.05$	$0.71 \pm 0.04 \pm 0.04$
(PEP)	$e^+e^- \rightarrow X$	29 GeV	$0.50 \pm 0.03 \pm 0.04$	$0.84 \pm 0.06 \pm 0.05$
TASSO	$e^+e^- \rightarrow X$	34 GeV	$0.70 \pm 0.06 \pm 0.09$	$0.80 \pm 0.06 \pm 0.05$
TPC/ $2\gamma$	$e^+e^- \rightarrow X$	29 GeV	$0.61 \pm 0.05 \pm 0.06$	$0.65 \pm 0.04 \pm 0.06$
JADE	a)	$W_{\gamma\gamma} = 1.5 - 5.5$ GeV	$1.58 \pm 0.24$	$0.55 \pm 0.05$
	b)		$0.77 \pm 0.14$	$0.72 \pm 0.10$
	c)		$1.01 \pm 0.16$	$0.67 \pm 0.08$

Tabelle 8.2: Vergleich mit anderen Experimenten

Die MARK II-Messung mit  $\gamma\gamma$ -Daten ist mit dieser Messung konsistent. Beide Messungen deuten auf einen nahezu maximalen BE-Effekt hin ( $\lambda \approx 1$ ). Dagegen zeigen die Messungen mit  $e^+e^-$ -Annihilationsdaten, wenn man von der MARK II-Messung im  $J/\Psi$ -Energiebereich absieht, einen abgeschwächten BE-Effekt ( $\lambda = 0.5 - 0.7$ ). Dieser Unterschied ist nicht verwunderlich, weil beiden Prozessen unterschiedliche Hadronisierungsmechanismen zugrunde liegen. So kann die Hadronisierung im Zwei-Photon-Prozess vorwiegend durch das Vektor-Dominanz-Modell erklärt werden (Kap. 2.2), während die  $e^+e^-$ -Vernichtung durch  $q\bar{q}$ -Fragmentationsmodelle erfolgreich beschrieben wird. Die Messungen des Parameters  $r$  sind in allen Experimenten konsistent und liefern Werte um  $r \approx 0.7$ .

## Zusammenfassung

Die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-$  wurde mit dem JADE-Detektor bei einer mittleren Schwerpunktsenergie von 36.4 GeV und einer integrierten Luminosität von  $221 \text{ pb}^{-1}$  untersucht.

Der topologische Wirkungsquerschnitt  $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow 3\pi^+3\pi^-)$  wurde für  $\gamma\gamma$ -Energien zwischen 1.5 und 5.5 GeV gemessen. Der Wirkungsquerschnitt erreicht, nach einem steilen Anstieg bei 2 GeV, einen Maximalwert von ca. 5 nb und fällt oberhalb von 3 GeV ab. Die vorläufigen Ergebnisse von ARGUS und CELLO zeigen den gleichen Verlauf. Die von ARGUS gemessenen Werte liegen jedoch systematisch einige Standardabweichungen höher.

Im  $3\pi^+3\pi^-$ -Kanal wurde eine hohe  $\rho^0$ -Produktionsrate beobachtet (durchschnittlich 1.4  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis). Oberhalb der kinematischen  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Schwelle von etwa 2 GeV werden nahezu zwei  $\rho^0$ -Mesonen pro Ereignis beobachtet. Die  $\rho^0$ -Rate erreicht für  $\gamma\gamma$ -Energien zwischen 3 und 4 GeV ein Minimum von 0.8 und steigt oberhalb von 4 GeV auf 1.6. Zur Bestimmung der Anteile von  $3\pi^+3\pi^-$ ,  $\rho^02\pi^+2\pi^-$  und  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  wurde eine 3-Parameter-Extended-Maximum-Likelihood-Anpassung durchgeführt. Es zeigte sich, daß die  $\rho^0$ -Produktion größtenteils auf die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  zurückzuführen ist. Dieses Ergebnis wurde unter der Annahme gewonnen, daß sich das symmetrisierte  $\rho^0$ -Matrixelement durch inkohärente Breit-Wigner-Amplituden parametrisieren läßt. Im Fall völliger Kohärenz ist eine Abschwächung des  $\rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$ -Anteils zugunsten von  $\rho^02\pi^+2\pi^-$  zu beobachten. Für den Wirkungsquerschnitt der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-$  werden obere Grenzen bestimmt. Da keine direkten Hinweise für die Resonanz  $\rho(1700)$  beobachtet wurden, können über die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho(1700)$  keine konkreten Aussagen gemacht werden. Die oberen Grenzen für  $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0\pi^+\pi^-)$  lassen aber genügend Spielraum für die Erklärung der fehlenden VDM-Beiträge zum totalen hadronischen  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt im Rahmen eines phänomenologischen Modells von A. Levy.

In den für die  $3\pi^+3\pi^-$ -Analyse ausgewählten Ereignissen wurde die Bose-Einstein-Korrelation von gleichgeladenen Pionen beobachtet. Die Daten konnten durch die Parametrisierung  $1 + \lambda e^{-\left(\frac{m}{\tau}\right)^2 Q^2}$  beschrieben werden mit  $\lambda \approx 0.9$  und  $\tau \approx 0.7 \text{ fm}$ . Dieses Ergebnis ist mit der bisher einzigen Messung der Bose-Einstein-Korrelation in  $\gamma\gamma$ -Daten durch MARK II, die mit inklusiven Ereignissen durchgeführt wurde, konsistent.

## Literaturverzeichnis

- [1] A. Hughes und G. Jauncey; Phys.Rev. **36** (1930) 582.
- [2] D. Euler und B. Kockel; Naturwissenschaften **23** (1935) 246.
- [3] C.F. von Weizsäcker; Z. Phys. (1934) 612.  
E. Williams; Kgl. Danske Vidensk. Selskab. Mat.-Fiz. Med. No. **13** (1935).
- [4] V.M. Budnev, I.F. Ginzburg, G.V. Meledin und V.G. Serbo; Phys. Rep. **15** (1975) 181.
- [5] G. Bonneau, M. Gourdin und F. Martin; Nucl. Phys. **B54** (1973) 573.  
J. Field; Nucl. Phys. **B168** (1980) 477, Erratum Nucl.Phys. **B176** (1980) 545.
- [6] F. Low; Phys.Rev. **120** (1960) 582.
- [7] W. Wagner; *Photon Photon Reactions*, Habilitationsschrift, I. Phys. Inst. der RWTH Aachen (1983).
- [8] J. J. Sakurai; Ann. Phys. **11** (1960) 1.  
Phys. Rev. Lett. **22** (1969) 981.  
Phys. Lett. **40B** (1972) 121.
- [9] A. Nilsson; Proc. VIIIth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Shores (1988);  
Ed.: U. Karshon; World Scientific (1988) 261.
- [10] TASSO-Kollaboration, R. Brandelik et al.; Phys. Lett. **97B** (1980) 448.
- [11] TASSO-Kollaboration, M. Althoff et al.; Z. Phys. **C16** (1982) 13.  
PLUTO-Kollaboration, Ch. Berger et al.; Z. Phys. **C38** (1988) 521.  
CELLO-Kollaboration, H. J. Behrend et al.; Z. Phys. **C21** (1984) 205.  
TPC/2 $\gamma$ -Kollaboration, H. Aihara et al.; Phys. Rev. **D37** (1988) 28.
- [12] JADE-Kollaboration; Proc. Vth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen (1983);  
Ed.: Ch. Berger; Lecture Notes in Physics, Vol. 191 Springer Verlag (1983) 45.
- [13] N.N. Achasov, S.A. Devyanin und G.N. Shestakov; Z. Phys. **C16** (1982) 55.
- [14] B. A. Li und K. F. Liu; Phys. Rev. **D30** (1984) 613.
- [15] G. Alexander, U. Maor und P.G. Williams; Phys. Rev. **D26** (1982) 1198.
- [16] I. F. Ginzburg und V. G. Serbo; Phys. Lett. **109B** (1982) 231.
- [17] TPC/2 $\gamma$ -Kollaboration, H. Aihara et al.; SLAC-PUB-5101 (1989).
- [18] PLUTO-Kollaboration, Ch. Berger et al.; Phys. Lett. **149B** (1983) 224.
- [19] J. L. Rosner; BNL preprint CRISP 71-26(1971).
- [20] T. F. Walsh; J. Physique **C2** suppl. 3 (1974) 77.

- [21] G. Alexander, U. Maor und C. Milstene; Phys. Lett. **131B** (1983) 224.
- [22] A. Levy; Phys. Lett. **177B** (1986) 106.
- [23] A. Levy; Phys. Lett. **181B** (1986) 401.
- [24] A. Levy; Phys. Lett. **215B** (1988) 401.
- [25] Particle Data Group; Phys. Lett. **204B** (1988).
- [26] A. Donnachie und H. Mirzaie; Z. Phys. **C33** (1987) 407.
- [27] G. Goldhaber et al.; Phys. Rev. Lett. **3** (1959) 181.
- [28] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee und A. Pais; Phys. Rev. **120** (1960) 300.
- [29] R. Hanbury-Brown und R.Q. Twiss; Phil. mag. **45** (1954) 663, Nature **178** (1956) 1046.
- [30] M. Deutschmann et al.; Nucl. Phys. **204B** (1982) 333.
- [31] M. Gyulassy et al.; Phys. Rev. **C20** (1979) 2267.
- [32] M. Bowler; Z. Phys. **C20** (1985) 617.
- [33] G. Kopylov und M. Podgoretsky; Sov. J. Nucl. Phys. **19** (1974) 1974.  
G. Kopylov; Phys. Lett. **50B** (1974) 472.
- [34] B. Andersson, G. Gustafson, G. Ingelman und T. Sjöstrand; Phys. Rep. **97** (1983) 33.  
T. Sjöstrand; Int. J. Mod. Phys. **A3** (1988) 751.  
G. Marchesini und B.R. Webber; Nucl. Phys. **B238** (1984) 1.  
B.R. Webber; Nucl. Phys. **B238** (1984) 492.
- [35] CLEO-Kollaboration, P. Avery et al.; Phys. Rev. **D32** (1985) 2294.
- [36] TASSO-Kollaboration, M. Althoff et al.; Z. Phys. **C30** (1986) 355.
- [37] TPC/2 $\gamma$ -Kollaboration, H. Aihara et al.; Phys. Rev. **D31** (1985) 996.
- [38] B. Andersson und W. Hofmann; Phys. Lett. **169B** (1986) 364.
- [39] B. Naroska; Phys. Rep. **148** (1987) 67.
- [40] JADE-Kollaboration, W. Bartel et al.; Phys. Lett. **88B** (1979) 171.
- [41] J. Heintze; Nucl. Inst. Meth. **196** (1982) 293.
- [42] W. Farr, R.D. Heuer und A. Wagner; IEEE NS-30.1 (1983) 95.
- [43] H. Drumm et al.; Nucl. Instr. Meth. **176** (1980) 333.
- [44] H. Kado; Dissertation Universität Hamburg 1987, unveröffentlicht.
- [45] G. Dietrich et al.; Nucl. Instr. Meth. **217** (1983) 160.
- [46] J. Allison et al.; Nucl. Inst. Meth. **A238** (1985) 230.
- [47] E. Gadermann und H. Krehbiel; JADE-Note 30, unveröffentlicht.  
M. Helm, H. Krehbiel und H. Riege; JADE-Note 31, unveröffentlicht.
- [48] D. Cords et al.; Nucl. Inst. Meth. **A245** (1986) 137.  
H.E. Mills; Nucl. Inst. Meth. **A247** (1986) 525.
- [49] J. Olsson et al.; Nucl. Inst. Meth. **176** (1980) 403.
- [50] L. Becker und G. Heinzelmann; JADE-Computer-Note 71, unveröffentlicht.
- [51] K. Ambrus; Dissertation Universität Heidelberg 1986, unveröffentlicht.

- [52] TASSO-Kollaboration, R. Brandelik et al.; Phys. Lett. **108B** (1982) 67.  
TASSO-Kollaboration, M. Althoff et al.; Phys. Lett. **130B** (1983) 449.  
TPC/2 $\gamma$ -Kollaboration, H. Aihara et al.; Phys. Rev. **D36** (1987) 3506.  
JADE-Kollaboration, W. Bartel et al.; Phys. Lett. **174B** (1986) 350.  
ARGUS-Kollaboration, H. Albrecht et al.; Z. Phys. **C42** (1989) 543.
- [53] S. Cartwright, P. Hill, S. Komanya und J. Olsson; JADE-Computer-Note 93, unveröffentlicht.
- [54] J. Spitzer; JADE-Computer-Note 94, unveröffentlicht.  
E. Elsen und J. Spitzer; JADE-Computer-Note 95, unveröffentlicht.  
J. Hagemann, C. Kleinwort und R. Ramcke; JADE-Computer-Note 100, unveröffentlicht.
- [55] H. Messel und D.F. Crawford;  
Electron-Photon Shower Distribution Function, Pergamon Press (1970).  
A. Sato; Master's Thesis, Universität Tokyo (1978), unveröffentlicht.
- [56] S. Kawabata; Programmbeschreibung BASIS/SPRING (1981), unveröffentlicht.  
S. Kawabata; Comp. Phys. Communications, **41** (1986) 127.
- [57] J. H. Friedman; Jour. of Comp. Phys. **7** (1971) 201.  
J. H. Friedman; Programmbeschreibung SAGE (1972), unveröffentlicht.
- [58] J.D. Jackson; Nuovo Cim. **34** (1964) 1644.
- [59] A. Wegner; Diplomarbeit Universität Hamburg 1989, unveröffentlicht.
- [60] R. Eichler; JADE-Note 65, unveröffentlicht.
- [61] ARGUS-Kollaboration, H. Albrecht et al.; Phys. Lett. **212B** (1988) 528.
- [62] A. Klatchko; Ph.D. Thesis Tel Aviv University, in Vorbereitung.
- [63] A. Nilsson; private Mitteilung.
- [64] F. James, M. Roos; Programmbeschreibung MINUIT (1977), unveröffentlicht.
- [65] G. Alexander und A. Klatchko; private Mitteilungen.
- [66] W.P. Swanson; Interner Bericht, DESY 66/17 (1966).
- [67] TASSO-Kollaboration, M. Althoff et al.; Z. Phys. **C16** (1982) 13.
- [68] G. Goldhaber; Proc. LESIP I Workshop Bad Honnef (1984);  
Ed.: D. K. Scott und R.M. Weiner; World Scientific (1984) 115.
- [69] MARK II-Kollaboration, J. Juricic et al.; Phys. Rev. **D39** (1989) 1.
- [70] JADE-Kollaboration, W. Bartel et al.; Phys. Lett. **129B** (1983) 145.

# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen der JADE-Kollaboration, bei deren Mitgliedern ich mich für die gute Zusammenarbeit bedanken möchte.

Herrn Prof. Dr. G. Heinzelmann danke ich für die Ermöglichung dieser Arbeit, deren Durchführung er mit Interesse und ständiger Diskussionsbereitschaft verfolgt hat. Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. J. Olsson, der für fachliche Fragen jederzeit zur Verfügung stand und durch seine intensive Betreuung maßgeblich zum Gelingen der Arbeit beitrug. Für hilfreiche Diskussionen danke ich den Herren B. Boštjančić, Dr. M. Feindt und A. Klatchko.

Dankend erwähnt seien auch die Mitarbeiter des DESY-Rechenzentrums, durch deren Serviceleistungen die Datenanalyse erheblich erleichtert wurde. An dieser Stelle sei das von Herrn Dr. E. Bassler betreute Grafikprogramm GEP genannt, das zur Erstellung fast aller in dieser Arbeit gezeigten Abbildungen verwendet wurde.

Den größten Dank schulde ich meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben.

Ich versichere, die Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln durchgeführt zu haben.

Hamburg, den 23.02.1990

