

Interner Bericht
DESY F31-88-02
Juli 1988

Eigentum der Property of	DESY	Bibliothek library
Zugang: Accessions:	26. AUG. 1988	
Leihfrist: Loan period:	7	Tage days

$\pi^0\pi^0$ PRODUKTION IN PHOTON-PHOTON REAKTIONEN

von

Helmut Marsiske

DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

“Die Verantwortung für den Inhalt dieses
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser“

$\pi^0\pi^0$ Produktion
in
Photon-Photon Reaktionen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Helmut Marsiske
aus Bad Kreuznach

Hamburg
1988

Abstract

The reaction $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-\pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma\gamma\gamma$ has been measured with the Crystal Ball detector at the DORIS II e^+e^- storage ring at beam energies around 5 GeV.

For the first time we have measured the cross section $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ for $\pi^0\pi^0$ invariant masses ranging from threshold to 2 GeV. We use a data sample of 97 pb^{-1} taken with a special low energy threshold trigger which enables us to detect low mass final states in the no-tag mode.

At low $\pi^0\pi^0$ masses we measure an approximately flat cross section

$$\sigma_{\gamma\gamma}(m_{\pi^0\pi^0}) \approx 10 \text{ nbarn for } m_{\pi^0\pi^0} < 0.8 \text{ GeV} ,$$

which is in fair agreement with theoretical calculations for $\pi^0\pi^0$ continuum production based on unitarized Born term models. Assuming however no continuum contribution at all we determine upper limits on the two-photon widths of possible scalar states X in this mass region. Depending on m_X and $\Gamma_{tot}(X)$ we find:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(X) < 0.02 \text{ keV} - 0.9 \text{ keV at } 90\% \text{ CL} .$$

At higher masses we observe formation of the $f_2(1270)$ resonance and a hint of the $f_0(975)$. We deduce the following two-photon widths:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) &= (3.26 \pm 0.16 \pm 0.28) \text{ keV} , \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) &= (0.31 \pm 0.14 \pm 0.09) \text{ keV} . \end{aligned}$$

The f_0 measurement, having only 2.2 standard deviations statistical significance, corresponds to an upper limit of $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) < 0.53 \text{ keV}$ at 90% CL.

From investigating the decay angular distribution in the $\pi^0\pi^0$ restframe we find the $\pi^0\pi^0$ system to be

$$\text{spin-0 for } m_{\pi^0\pi^0} < 0.7 \text{ GeV and}$$

$$\text{spin-2, helicity-2 in the } f_2(1270) \text{ region} ,$$

where we calculate the following 90% CL upper limits:

$$\frac{\text{spin-0}}{\text{spin-2, helicity-2}} < 9\% , \quad \frac{\text{spin-2, helicity-0}}{\text{spin-2, helicity-2}} < 23\% .$$

The latter result confirms the helicity-2 dominance for $f_2(1270)$ production in photon-photon collisions as already seen by other experiments.

Using our upper limit on the spin-0 fraction in the $f_2(1270)$ region we deduce the following 90% CL upper limit:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(1300)) \times B(\pi^0\pi^0) < 0.7 \text{ keV for } \Gamma_{tot}(f_0(1300)) < 0.4 \text{ GeV} .$$

Inhaltsverzeichnis

Abstract	1
1 Einleitung und Überblick	7
2 Theoretische Grundlagen	12
2.1 Kinematik und Wirkungsquerschnitt von 2-Photon Reaktionen . . .	12
2.1.1 Die Helizitätsstruktur des Wirkungsquerschnitts	13
2.1.2 Näherungsformeln für den Wirkungsquerschnitt	18
2.2 Die Anregung von Resonanzen in 2-Photon Reaktionen	21
2.2.1 Die Bestimmung der 2-Photon Breite einer Resonanz	25
2.2.2 Pseudoskalare Mesonen ($J^P = 0^-$)	28
2.2.3 Tensormesonen ($J^P = 2^-$)	30
2.2.4 Skalare Mesonen ($J^P = 0^+$)	33
2.3 Die nichtresonante 2-Photon Produktion von Meson Paaren	35
3 Das Crystal Ball Experiment	39
3.1 Der e^+e^- Speicherring DORIS II	39
3.2 Die Komponenten des Crystal Ball Detektors	41
3.2.1 Das NaJ-Kalorimeter	41
3.2.2 Der Innendetektor	43
3.2.3 Der Luminositätsmonitor	45
3.2.4 Das System zur Flugzeitmessung	46
3.3 Das Verhalten von Teilchen im NaJ - Kalorimeter	46
3.3.1 Elektromagnetisch schauernde Teilchen	46
3.3.2 Hadronisch schauernde Teilchen	47
3.3.3 Minimal ionisierende Teilchen	47
3.4 Das Datennahmesystem	48
3.4.1 Die Signalverarbeitung	48
3.4.2 Das Triggersystem	51
3.5 Datenaufbereitung und Ereignisrekonstruktion	57
3.5.1 Die Kalibration des Detektors	57
3.5.2 Die Rekonstruktion der Ereignisse aus den Rohdaten	58
4 Die Ereignisselektion	64
4.1 Das Datensample	64
4.2 Die Selektion von 2-Photon produzierten $\pi^+\pi^0$ Ereignissen	65
4.3 Untergrundabschätzung	74

5 Die Bestimmung der Akzeptanz	81
5.1 Die Erzeugung von Monte Carlo Ereignissen	81
5.2 Die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit im Kalorimeter .	86
5.3 Die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit in den Kammern	87
6 Ergebnisse	91
6.1 Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$	91
6.2 Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d \cos\theta^* $	95
6.3 Systematische Fehler	98
6.4 Diskussion der Ergebnisse	100
7 Zusammenfassung	104
A Energiekorrektur	106
B Winkelauflösung	108
C Massenauflösung	110
D Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ für $\cos\theta^* < 0.8$	112
E Die Crystal Ball Kollaboration	114
Danksagung	114
Quellenverzeichnis	115

Abbildungsverzeichnis

1.1	Die 2-Photon Erzeugung eines hadronischen Endzustands	7
1.2	1-Photon und 2-Photon Reaktionen an e^+e^- Speicherringen	8
2.1	Die Kinematik des 2-Photon Prozesses	12
2.2	Die Massenabhängigkeit des $\gamma\gamma$ Flusses	19
2.3	Das Energiespektrum der abgestrahlten Photonen	20
2.4	Die Q^2 -Verteilung der abgestrahlten Photonen	21
2.5	Die Kopplung zweier Photonen an ein Meson	22
2.6	Die Zerfallswinkelverteilungen für Spin 2 Teilchen	28
2.7	Die drei QED-Graphen der Born'schen Näherung	36
2.8	Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ in der Born'schen Näherung	37
2.9	Theoretische Vorhersagen für $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ und $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$. .	38
2.10	Die 2-Photon Produktion von Mesonpaaren im Rahmen der QCD .	38
3.1	Das Beschleunigersystem von DORIS II	40
3.2	Der Crystal Ball Detektor	42
3.3	Die Abmessungen eines einzelnen NaJ-Kristalls	43
3.4	Die Geometrie des Kalorimeters	44
3.5	Der Innendetektor (4-Kammer Aufbau)	45
3.6	Der Datenfluß	49
3.7	Der Aufbau eines (Kristall) Integrate-and-Hold Modules	50
3.8	Wichtige Komponenten des TTL-Trigger Systems	53
3.9	Wichtige Komponenten des NIM-Trigger Systems	54
3.10	Die Definition der Energiesummen $E1$, $E2$, $E4$ und $E_{\Sigma 13}$	61
4.1	Ein MC Ereignis des Typs $e^-e^- \rightarrow e^+e^- f_2(1270) \rightarrow e^+e^- \pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^- \gamma\gamma\gamma\gamma$ im Crystal Ball Detektor.	65
4.2	Die Verteilung der Energieverhältnisse $E1/E_{\Sigma 13}$ und $E4/E_{\Sigma 13}$. .	67
4.3	Die Korrelation zwischen $m_{\pi^0\pi^0}$ und p_t^2	69
4.4	Die Korrelation zwischen $E\dot{U}BER$ und $SUM E13$	70
4.5	Die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse, geladen zu sein	71
4.6	Die Verteilung der invarianten $\gamma\gamma$ -Massen	72
4.7	Die Korrelation zwischen $m_{\gamma\gamma}^{(i)}$ und $m_{\gamma\gamma}^{(j)}$ in mehreren Bereichen von $m_{4\gamma}$	73
4.8	Die Verteilung der invarianten $\gamma\gamma$ Massen von 4γ Ereignissen aus single beam und separated beam Daten	76
4.9	Die Korrelation zwischen $m_{\gamma\gamma}^{(i)}$ und $m_{\gamma\gamma}^{(j)}$ für 4γ Ereignisse aus single beam und separated beam Daten	76

4.10	Die Verteilung der invarianten Massen von $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Ereignissen aus single beam und separated beam Daten	77
4.11	Die p_t^2 -Verteilung für $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Ereignisse aus single beam und separated beam Daten	77
4.12	Exemplarische Fits an die p_t^2 -Verteilungen in mehreren Intervallen der invarianten $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Masse	78
4.13	Anzahlen von Untergrundereignissen in 50 MeV Intervallen der invarianten $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Masse	79
5.1	Die Verteilungen einiger wichtiger STEP1 Größen	83
5.2	Die Verteilungen einiger wichtiger STEP1 Größen (Fortsetzung)	84
5.3	Die Akzeptanz-Matrix in perspektivischer Darstellung	86
5.4	Die Energieabhängigkeit des Konversionswirkungsquerschnitts	89
6.1	Die Verteilung der invarianten Massen der $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Ereignisse	91
6.2	Die Verteilung der invarianten Massen der $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Ereignisse nach Akzeptanzkorrektur und Untergrundabzug	92
6.3	Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^{\circ}\pi^{\circ})$ für $ \cos\theta^* < 0.8$	93
6.4	Die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d \cos\theta^* $ in verschiedenen Bereichen der invarianten $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Masse	96
6.5	Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d \cos\theta^* $ im Bereich der $f_2(1270)$ -Resonanz	97
6.6	Der Vergleich des bei kleinen $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Massen gemessenen Wirkungsquerschnitts mit einer theoretischen Vorhersage	102
6.7	Obere Grenzen für die 2-Photon Breiten hypothetischer skalarer Resonanzen	103
A.1	Das χ^2 zur Bestimmung des Parameters α in der nichtlinearen Energiekorrektur	107
B.1	Histogramm zur Bestimmung der Polarwinkelauflösung	109
B.2	Die Polarwinkelauflösung in Abhängigkeit der Photonenergie	109
C.1	Die $\gamma\gamma$ Massenauflösung bei vier verschiedenen $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Massen	111
C.2	Die $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Massenauflösung bei vier verschiedenen $\pi^{\circ}\pi^{\circ}$ Massen	111

Tabellenverzeichnis

2.1	Teilcheneigenschaften für flavour-neutrale Pseudoskalare, Skalare und Tensormesonen	23
2.2	Die an e^-e^- Speicherringen gemessenen 2-Photon Breiten mesonischer Resonanzen	24
2.3	Der Zusammenhang zwischen Helizitätsamplituden und Formfaktoren	25
4.1	'Feedthrough' aus Kanälen mit höherer Multiplizität	30
5.1	Die neutrale Akzeptanz in verschiedenen Runperioden	88
6.1	Die Ergebnisse der Fits an den totalen Wirkungsquerschnitt	94
6.2	Die Ergebnisse der Fits an die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d \cos\theta^* $ in Intervallen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse	95
6.3	Tests der Spin 2, Helizität 2 Dominanz für das $f_2(1270)$ -Meson	98

Kapitel 1

Einleitung und Überblick

Nach der klassischen Elektrodynamik ist die Wechselwirkung von Licht mit Licht nicht möglich, da elektromagnetische Wellen dem Superpositionsprinzip gehorchen und sich daher ungestört durchdringen. Erst im Rahmen der quantenmechanischen Formulierung der Maxwell'schen Theorie, der Quanten-Elektro-Dynamik (QED), kann die Wechselwirkung zwischen zwei Photonen erklärt werden: Da Photonen keine Ladung tragen, können sie nicht direkt aneinander koppeln. Die Heisenberg'sche Unschärferelation erlaubt jedoch kurzzeitige Quantenfluktuationen eines Photons in einen virtuellen Zwischenzustand aus Teilchen-Antiteilchen. (Dabei kann es sich um geladene Fermionen oder Bosonen handeln.) Das andere Photon vermag nun an die Ladung des virtuellen (Anti-)Teilchens anzukoppeln.

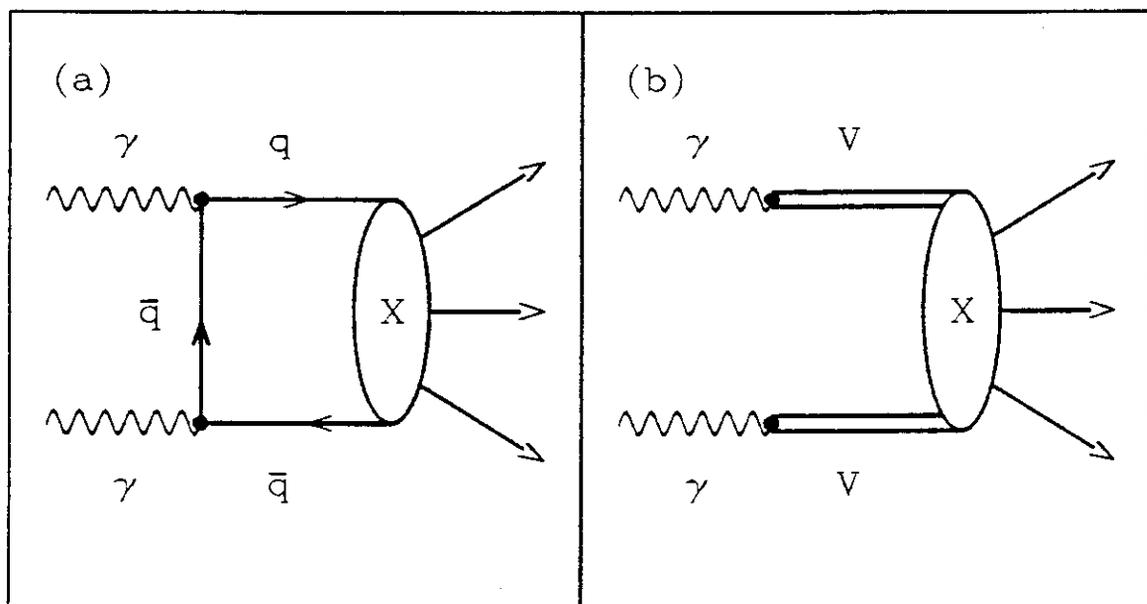


Abbildung 1.1: Die 2-Photon Erzeugung eines hadronischen Endzustands X : (a) durch punktartige Kopplung an ein $q\bar{q}$ -Paar, (b) durch Umwandlung in Vektormesonen.

Die Erzeugung eines hadronischen Endzustands erfolgt (in niedrigster Ordnung der QED Kopplungskonstanten α) durch die Kopplung an ein Quark-Antiquark ($q\bar{q}$) Paar (Abbildung 1.1 (a)); dieses fragmentiert anschließend in Hadronen. Bildet jedes der beiden Photonen einen virtuellen Zwischenzustand aus Teilchen-Antiteilchen, so kann eine 2-Photon Reaktion über die Wechselwirkung dieser (virtuellen) Teilchen erfolgen. Die Erzeugung von Hadronen wird dabei durch das

Vektormeson-Dominanz-Modell (VDM) beschrieben. Es nimmt an, daß sich die beiden Photonen in virtuelle Vektormesonen (ρ , ω , ϕ , etc.) umwandeln (Abbildung 1.1 (b)). Diese tragen die gleichen Quantenzahlen wie das Photon ($J^{PC} = 1^{--}$) und vermögen mittels der starken Wechselwirkung einen hadronischen Endzustand zu erzeugen.

Die Wechselwirkung zweier Photonen kann daher zu einer Vielzahl von leptoni-schen oder hadronischen Endzuständen führen. Dies erklärt das große Interesse an solchen Reaktionen.

Die ersten Berechnungen des Wirkungsquerschnitts für elastische Photon-Photon Streuung, beschrieben durch ein Boxdiagramm mit einer internen Elektron-Positron Schleife, wurden bereits 1935 durchgeführt [1].

Für sichtbares Licht ($E_\gamma \approx 3 \text{ eV}$) erhält man einen außerordentlich kleinen Streuwirkungsquerschnitt von $\sim 10^{-30} \text{ nbarn}^1$, der allerdings mit zunehmender Photonenenergie rasch ansteigt: $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma) \approx 1 \text{ nbarn}$ bei $E_\gamma = 0.5 \text{ MeV}$.

Damit 2-Photon Reaktionen der experimentellen Untersuchung zugänglich werden, bedarf es also Photonenstrahlen von hoher Energie und hoher Intensität. Diese stehen erst seit der Inbetriebnahme von e^-e^- Speicherringen mit Strahlenergien von einigen GeV zur Verfügung.

Solche Maschinen wurden gebaut zur Untersuchung von e^+e^- Vernichtungsreaktionen (Abbildung 1.2(a)), bei denen mittels eines zeitartigen Photons γ^* ($q_\gamma^2 > 0$) ein Zustand mit den Quantenzahlen $J^{PC}=1^{--}$ erzeugt wird:

$$e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow X. \quad (1.1)$$

Bereits seit 1933 ist bekannt [2], daß sich das elektromagnetische Feld eines ge-

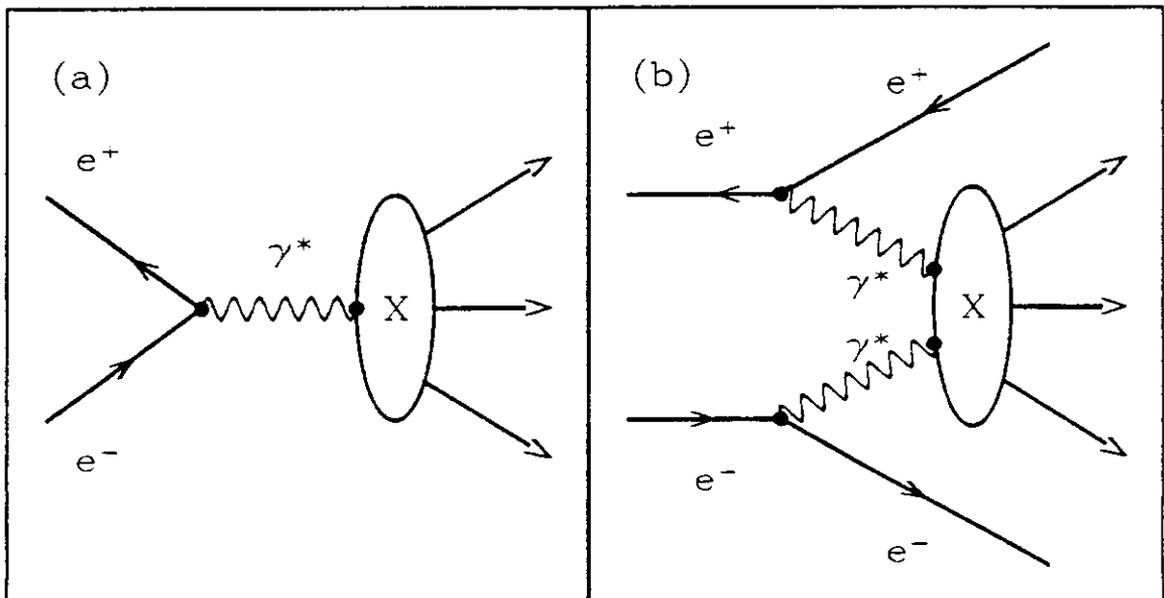


Abbildung 1.2: e^+e^- Reaktionen: (a) 1-Photon Vernichtungsreaktion, (b) 2-Photon Reaktion.

ladenen, hochrelativistischen Teilchens durch einen Fluß von Photonen beschreiben läßt, die sich annähernd parallel zur Flugrichtung des Teilchens bewegen. (Diese

¹ 1 barn = 10^{-24} cm^2

² Im folgenden werden virtuelle Photonen immer mit einem Stern gekennzeichnet.

entsprechen in der QED der Wolke aus virtuellen Photonen, die die elektromagnetische Wechselwirkung vermitteln.) Der überwiegende Anteil dieser raumartigen Photonen ($q_\gamma^2 < 0$) weist sehr kleine invariante Massen auf und wird als quasi-reell bezeichnet. Somit stellen die kollidierenden Strahlen an e^+e^- Speicherringen eine Quelle für hochenergetische, zumeist quasi-reelle Photonen dar und liefern neben e^+e^- Vernichtungsreaktionen auch 2-Photon Reaktionen (Abbildung 1.2(b)):

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^- X . \quad (1.2)$$

Eine Reihe von Erhaltungssätzen schränkt die Quantenzahlen des produzierten Endzustands X ein. Seine C-Parität muß positiv sein, der (starke) Isospin 0, 1 oder 2. Im Falle einer Kollision von quasi-reellen Photonen lassen sich alle Zustände mit geradem Spin ($J^P = 0^\pm, 2^\pm, \text{etc.}$) erzeugen, aber nur solche mit ungeradem Spin und gerader Parität ($J^P = 3^+, 5^+, \text{etc.}$) [3], ausgenommen $J=1$ ³. Diese allgemeinen Erhaltungssätze bestimmen in vielen Fällen auch die z -Komponente des Gesamtdrehimpulses des 2-Photon Systems (wobei die z -Achse entlang der Flugrichtung eines der Photonen im $\gamma\gamma$ Schwerpunktsystem gewählt ist): $J_z = 0$ für $J^P = 2^-, 4^-, \text{etc.}$ und $|J_z| = 2$ für $J^P = 3^+, 5^+, \text{etc.}$.

Vernichtungsreaktionen und 2-Photon Reaktionen weisen in weiterer Hinsicht geradezu komplementäre Eigenschaften auf (siehe Kapitel 2.1.2):

- Während der Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow X$ mit der Strahlenergie wie E_{beam}^{-2} abnimmt, steigt der für $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-X$ etwa mit $\ln^2(E_{beam}/m_e)$ an. Daher übersteigt der Wirkungsquerschnitt für 2-Photon Reaktionen den für e^+e^- Vernichtung ab Strahlenergien oberhalb einiger GeV, obwohl ersterer um einen Faktor $\alpha^2 = (\frac{1}{137})^2$ gegenüber letzterem unterdrückt ist.
- Bei 2-Photon produzierten Ereignissen wird zumeist nur ein kleiner Anteil der Schwerpunktsenergie im Detektor beobachtet. Der Großteil der Energie wird von den Strahlleptonen weggetragen, die in $\sim 90\%$ der Fälle unter so kleinen Winkeln gestreut werden, daß sie unbeobachtet durch das Strahlrohr entkommen⁴. Für no-tag Ereignisse muß die Rekonstruktion des Endzustandes X über den Nachweis seiner sämtlichen Zerfallsprodukte erfolgen.
- Der Schwerpunkt der beiden kollidierenden virtuellen Photonen bewegt sich zumeist relativ zum Laborsystem, da beide i.a. unterschiedliche Energie haben. Der daraus resultierende Boost entlang der Strahlachse bewirkt, daß sich die Reaktionsprodukte häufig unter kleinen Winkeln (relativ zur Strahlachse) bewegen.

Die oben genannten Eigenschaften erlauben eine weitgehende Trennung zwischen 2-Photon Ereignissen und Annihilationsereignissen. Sie lassen aber auch bereits erkennen, mit welchen experimentellen Schwierigkeiten die Untersuchung von 2-Photon Reaktionen verbunden ist.

³Letztere Einschränkung für Spin 1 Teilchen ist bekannt als Yang's Theorem [5] und rührt her von der Forderung nach einer total symmetrischen Wellenfunktion (Bose-Symmetrie) für das System der beiden transversalen Photonen.

⁴In diesem Falle spricht man von 'no-tag' Ereignissen. Ereignisse, bei denen ein bzw. zwei gestreute Strahlleptonen nachgewiesen werden können, heißen 'single-tag' bzw. 'double-tag' Ereignisse. Bei typischen Detektoren an e^+e^- Speicherringen verhalten sich die Nachweissraten no-tag:single-tag:double-tag etwa wie 100:10:1.

Im Jahre 1960 erschienen die ersten theoretischen Arbeiten, die sich mit der Untersuchung von 2-Photon Reaktionen an e^+e^- Speicherringen befaßten. F. Low [7] schlug die Messung der Reaktion $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ vor und zeigte, wie sich aus dem beobachteten Wirkungsquerschnitt die partielle Breite $\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$ bestimmen läßt⁵. Kurz darauf berechneten F. Calogero und Ch. Zemach [8] den Wirkungsquerschnitt für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-$.

Seither wurden eine Vielzahl von theoretischen und experimentellen Ergebnissen u.a. auf folgenden Feldern gewonnen:

- QED: Tests der QED bis zur Ordnung α^4 aus Lepton-Paarproduktion ($\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$, $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$).
- Mesonspektroskopie: Tests des Quarkmodells (Quarkladung, SU(3)-Symmetrie, etc.) aus der Anregung von C=+1 Resonanzen ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^0$, η , η' , etc.), Suche nach neuen mesonischen Zuständen ($q\bar{q}$, $q\bar{q}g$, $q\bar{q}q\bar{q}$, etc.).
- QCD: Tests der Quanten-Chromo-Dynamik aus nichtresonanter Hadron-Paarproduktion bei hohen Transversalimpulsen ($\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$, $K\bar{K}$, $p\bar{p}$, etc.), Jetproduktion bei hohen Transversalimpulsen, Messung der Photon-Strukturfunktion.
- VDM: Tests des Vektormeson Dominanz Modells aus der Messung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \text{Hadronen})$.

Ein Überblick über den augenblicklichen Stand des Gebietes findet sich in [39], [4], [3], [41], [42].

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Untersuchung der 2-Photon Produktion von $\pi^0\pi^0$ in der Reaktion

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-\pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma\gamma\gamma, \quad (1.3)$$

wobei die gestreuten Strahlleptonen nicht beobachtet werden (no-tag).

Die verwendeten Daten wurden zwischen 1982 und 1986 mit dem Crystal Ball Detektor am e^+e^- Speicherring DORIS II bei Strahlenergien im Bereich von 5 GeV aufgenommen.

Ziel der Analyse ist die erstmalige Bestimmung des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ über den gesamten Massenbereich von der kinematischen Schwelle bis oberhalb der $f_2(1270)$ -Resonanz.

Der Wirkungsquerschnitt wird dominiert durch die Anregung der $f_2(1270)$ -Resonanz. Der Schwerpunkt der Untersuchungen liegt jedoch auf der Suche nach (skalaren) Resonanzen bei niedrigen invarianten $\pi^0\pi^0$ Massen (z.B. $f_0(600 - 800)$ und $f_0(975)$) und auf der Messung der nichtresonanten 2-Photon Produktion von $\pi^0\pi^0$ ($\pi^0\pi^0$ Kontinuum).

Motiviert wird diese Analyse u.a. durch Diskrepanzen in den von mehreren Experimenten durchgeführten Messungen des Prozesses

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-. \quad (1.4)$$

⁵Aufgrund experimenteller Schwierigkeiten vergingen allerdings 25 Jahre, bevor diese Messung mit dem Crystal Ball Detektor tatsächlich ausgeführt wurde [43].

Die Bestimmung des Wirkungsquerschnitts dieser Reaktion wird ungemein erschwert durch die Existenz der Lepton-Paarproduktion

$$\begin{aligned} e^+e^- &\rightarrow e^+e^-e^+e^- & (1.5) \\ e^+e^- &\rightarrow e^+e^-\mu^-\mu^- \end{aligned}$$

deren sichtbare Wirkungsquerschnitte jeweils um etwa eine Größenordnung über denen von (1.4) liegen ⁶. Die Unterscheidung zwischen (1.4) und (1.5) ist für individuelle Ereignisse äußerst schwierig und wurde von sechs Experimenten (DM 1 [9], DM 2 [10], PLUTO (1984) [12], TPC/2 γ [19], Mark II (1988) [30] und CELLO (1988) [29]) unter Verwendung verschiedener Techniken versucht. Die Ergebnisse sind kontrovers für invariante $\pi^+\pi^-$ Massen unterhalb von ~ 700 MeV. Andere Experimente (TASSO [14], CELLO (1984) [13], Mark II (1981) [15], Mark II (1984) [16], DELCO (1984) [17] und DELCO (1986) [18]) maßen zunächst die Summe der Wirkungsquerschnitte für (1.4) und (1.5) ('2-prong Ereignisse') um dann den Beitrag der Lepton-Paarproduktion statistisch abzuziehen ⁷. Diese Ergebnisse stimmen gut überein, sind jedoch auf den Massenbereich oberhalb ~ 700 MeV beschränkt. Die Extraktion der f_2 -Resonanzparameter M , Γ_{tot} und $\Gamma_{\gamma\gamma}$ aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt wird allerdings erschwert durch starke Interferenz zwischen resonanter und nichtresonanter $\pi^+\pi^-$ Produktion, zumal die theoretische Beschreibung der nichtresonanten Beiträge mit einigen Schwierigkeiten behaftet ist. Im Falle der 2-Photon Produktion von $\pi^0\pi^0$ ist die Situation wesentlich günstiger: Es existiert kein Untergrund aus der Lepton-Paarzeugung und der erwartete Wirkungsquerschnitt für nichtresonante $\pi^0\pi^0$ Produktion ist etwa eine Größenordnung kleiner als der für nichtresonante $\pi^+\pi^-$ Produktion (siehe Kapitel 2.3). Diese Vorteile erlauben eine wesentlich zuverlässigere Bestimmung des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ für invariante $\pi^0\pi^0$ Massen bis hinab zur kinematischen Schwelle und somit die Suche nach (skalaren) Resonanzen in diesem Massenbereich ⁸.

Weitere Anregungen kommen aus dem Bereich der J/ψ -Physik ($J/\psi \rightarrow \pi\pi V$, $V = \omega, \phi$) [36] sowie aus der Υ -Physik ($\Upsilon(3S) \rightarrow \pi\pi\Upsilon(1S)$) [37], wo bisher ungeklärte Effekte in der invarianten $\pi\pi$ Massenverteilung beobachtet wurden. Eine mögliche Erklärung für diese Effekte ist die Erzeugung einer Resonanz mit niedriger invarianter Masse, die in $\pi\pi$ zerfällt.

Nachfolgendes Kapitel 2 enthält eine kurze Einführung in die theoretischen Grundlagen der 2-Photon Physik, Kapitel 3 gibt eine Beschreibung des Crystal Ball Experiments, in Kap. 4 wird die Analyse der Daten dargestellt, Kapitel 5 enthält die Beschreibung der Akzeptanzbestimmung, Kapitel 6 stellt die Ergebnisse dar, und Kapitel 7 gibt eine Zusammenfassung.

⁶Diese Größenabschätzung gilt für den Akzeptanzbereich eines typischen Detektors.

⁷Einige Experimente berücksichtigen zusätzlich noch einen, allerdings sehr kleinen, Untergrundbeitrag aus den Prozeß $e^+e^- \rightarrow e^+e^-K^+K^-$. Weiterhin ist anzumerken, daß das DELCO Experiment Ereignisse aus $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ mittels Čerenkov-Zählern identifizieren kann und nur die $\mu^+\mu^-$ und K^+K^- Beiträge statistisch subtrahieren muß.

⁸Die 'Kleinheit' der nichtresonanten $\pi^0\pi^0$ Produktion erleichtert im Prinzip auch die Bestimmung der $f_2(1270)$ -Resonanzparameter. Die vorliegende Analyse konzentriert sich jedoch auf den Bereich niedriger $\pi^0\pi^0$ Massen.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Kinematik und Wirkungsquerschnitt von 2-Photon Reaktionen

2-Photon Wechselwirkungen lassen sich an e^+e^- Speicherringen in einer zweistufigen Reaktion beobachten:

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-X. \quad (2.1)$$

Die erste Stufe $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^*$ wird vollständig durch die QED bestimmt, während die zweite Stufe $\gamma^*\gamma^* \rightarrow X$ die physikalische Information über die 2-Photon Wechselwirkung enthält, die es zu extrahieren gilt.

Zunächst werden anhand von Abbildung 2.1 die zur Beschreibung des Prozesses notwendigen kinematischen Variablen eingeführt:

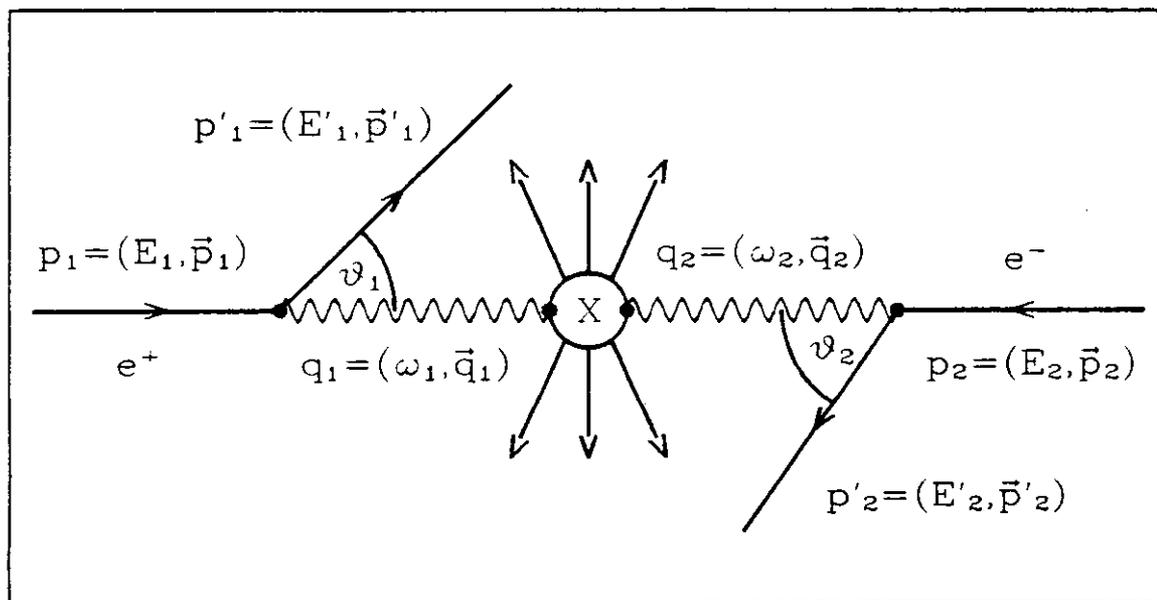


Abbildung 2.1: Die Kinematik des 2-Photon Prozesses.

- $p_i = (E_i, \vec{p}_i)$, $i = 1, 2$ bezeichnet die 4-Impulse der einlaufenden Strahlteilchen mit $E_1 = E_2 = E$ (= Strahlenergie) und $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$.

- $p'_i = (E'_i, \vec{p}'_i)$, $i = 1, 2$ bezeichnet die 4-Impulse der gestreuten, auslaufenden Strahlleptonen.
- $q_i = (\omega_i, \vec{q}_i)$, $i = 1, 2$ bezeichnet die 4-Impulse der abgestrahlten virtuellen Photonen. Für diese gilt ¹:

$$q_i = p_i - p'_i, \quad (2.2)$$

$$\omega_i = E - E'_i,$$

$$q_i^2 \approx -2EE'_i(1 - \cos \theta_i)$$

$$\text{unter Vernachlässigung von Termen } \mathcal{O}\left(\frac{m_e}{E}\right)^2. \quad (2.3)$$

- $P_X = q_1 - q_2 = (E_X, \vec{P}_X)$ bezeichnet den 4-Impuls des Endzustands X .

Die invariante Masse $W_{\gamma\gamma}$ des 2-Photon Systems (= invariante Masse des Systems X), definiert durch

$$W_{\gamma\gamma}^2 = (q_1 + q_2)^2 = P_X^2, \quad (2.4)$$

ist im Falle quasi-reeller Photonen ($q_1^2 \approx q_2^2 \approx 0$) näherungsweise gegeben durch:

$$W_{\gamma\gamma}^2 \approx 4\omega_1\omega_2. \quad (2.5)$$

Da sich das Energiespektrum der abgestrahlten Photonen etwa wie $1/\omega$ verhält (Bremsstrahlspektrum, siehe Gleichung (2.31)), erzeugt man also bevorzugt Systeme X mit kleiner invarianter Masse.

Der Schwerpunkt von X bewegt sich zumeist relativ zum Laborsystem. Seine Bewegung parallel zur Strahlachse läßt sich durch die Rapidität y beschreiben:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E_X + |\vec{P}_X^{\parallel}|}{E_X - |\vec{P}_X^{\parallel}|}. \quad (2.6)$$

Für einen festen Wert $W_{\gamma\gamma}$ zeigt y eine nahezu flache Verteilung zwischen den Grenzwerten $\pm y_{max}$ [39]:

$$-y_{max} < y < +y_{max} \quad \text{mit} \quad y_{max} = \ln \frac{W_{\gamma\gamma}}{2E}.$$

2.1.1 Die Helizitätsstruktur des Wirkungsquerschnitts

Das Matrixelement für den Prozeß (2.1) läßt sich in drei Anteile faktorisieren: Einen für den Elektron-Photon Vertex, einen für den Positron-Photon Vertex und einen für die $\gamma^*\gamma^*-X$ Kopplung ²:

$$T = \left[\bar{u} \frac{-ie}{q_1^2} \gamma^\mu u \right] \times \left[\bar{v} \frac{-ie}{q_2^2} \gamma^\nu v \right] \times M_{\mu\nu}. \quad (2.7)$$

u bzw. v sind die freien Dirac Spinoren für Elektron bzw. Positron mit der Normierung $\bar{u}u = 2m_e$, die Elementarladung e ist mit Hilfe der Feinstrukturkonstanten

¹Die Metrik ist derart definiert, daß für raumartige 4-Vektoren q gilt: $q^2 < 0$.

²Bzgl. der Indices wird die Konvention benutzt, daß griechische Indices von 0 bis 3 und lateinische Indices von 1 bis 3 laufen; über doppelt auftretende Indices wird summiert. Es werden natürliche Einheiten ($\hbar = c = 1$) verwendet.

$\alpha \approx \frac{1}{137}$ definiert als $e^2 = 4\pi\alpha$, und die Matrixelemente $M_{\mu\nu}$ beschreiben den Prozeß $\gamma^*\gamma^* \rightarrow X$.

Für unpolarisierte Strahlen³ erhält man daraus den folgenden differentiellen Wirkungsquerschnitt⁴:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{1}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \times \\ \rho_1^{\mu\mu'} \rho_2^{\nu\nu'} M_{\mu'\nu'}^* M_{\mu\nu} dLips_X \times \\ \frac{d^3 \vec{p}_1' d^3 \vec{p}_2'}{(2\pi)^6 2E_1' 2E_2'} \quad (2.3)$$

wobei das lorentzinvariante Phasenraumelement des Endzustands X gegeben ist durch:

$$dLips_X = (2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - P_X) d\Gamma_X \quad (2.9) \\ \text{mit } d\Gamma_X = \prod_{j=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_j}{(2\pi)^3 2E_j} \quad \text{und} \quad \sum_{j=1}^n p_j = P_X.$$

Die (unnormalisierten) Dichtematrixelemente der virtuellen Photonen sind gegeben durch:

$$\rho_i^{\alpha\beta} = -g_{\alpha\beta} + \frac{q_i^\alpha q_i^\beta}{q_i^2} - \frac{(2p_i - q_i)^\alpha (2p_i - q_i)^\beta}{q_i^2} \quad (2.10) \\ i = 1, 2 \text{ bezeichnet die beiden Photonen,} \\ g_{\alpha\beta} \text{ ist der metrische Tensor mit} \\ g_{00} = 1 \text{ und } g_{kl} = -\delta_{kl}.$$

Der hadronische Tensor

$$W_{\mu'\nu'\mu\nu} = \frac{1}{2} \int M_{\mu'\nu'}^* M_{\mu\nu} dLips_X \quad (2.11)$$

ist der Imaginärteil der $\gamma^*\gamma^*$ Vorwärtsstreuamplitude. Er ist über das optische Theorem mit dem Wirkungsquerschnitt für $\gamma^*\gamma^* \rightarrow X$ verknüpft [45].

Um zu einem leichter interpretierbaren Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt $d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X)$ zu gelangen, werden die betrachteten Größen in die Helizitätsbasis im $\gamma\gamma$ Schwerpunktsystem transformiert:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{1}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \times \\ \rho_1^{aa'} \rho_2^{bb'} M_{a'b'}^* M_{ab} dLips_X \times \\ \frac{d^3 \vec{p}_1' d^3 \vec{p}_2'}{(2\pi)^6 2E_1' 2E_2'} \quad (2.12)$$

³Der Einfluß einer transversalen Strahlpolarisation auf den Wirkungsquerschnitt ist durch einen Faktor $(\frac{m_e}{E})^2$ unterdrückt [46] und kann daher im folgenden vernachlässigt werden, obwohl die Strahlen in DORIS II bis zu 75% transversal polarisiert sind.

⁴Die Darstellung folgt im wesentlichen der in [45] und [3].

Integration über den Phasenraum des Endzustands X liefert:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{1}{2\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \times \\ \rho_1^{a a'} \rho_2^{b b'} W_{a' b', ab} \times \\ \frac{d^3 \vec{p}_1' d^3 \vec{p}_2'}{(2\pi)^6 2E_1' 2E_2'} \quad (2.13)$$

Die Dichtematrixelemente ρ_i^{ab} sind in der Helizitätsbasis definiert durch:

$$\rho_i^{ab} = (-1)^{(a+b)} (e_a)_\alpha(i) \rho_i^{\alpha\beta} (e_b)_\beta(i) . \quad (2.14)$$

Die Indices $a, b \in \{-, 0, +\}$ kennzeichnen die Photonhelizitäten $-1, 0$ und $+1$. Die $(e_a)_\alpha(j)$, $j = 1, 2$ sind die Photon-Polarisationsvektoren (Helizitätsbasisvektoren) im $\gamma\gamma$ Schwerpunktsystem:

$$e_\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0) \quad \text{und} \quad e_0 = \frac{i}{\sqrt{-q^2}}(|q|, 0, 0, \omega) . \quad (2.15)$$

Die $\gamma^*\gamma^* \rightarrow X$ Helizitätsamplituden sind definiert als:

$$M_{ab} = M_{\mu\nu} (e_a)^\mu(1) (e_b)^\nu(2) \quad (2.16)$$

und der Helizitätstensor als:

$$W_{a' b', ab} = \frac{1}{2} \int M_{a' b'}^* M_{ab} dLips_X \\ = (e_{a'})^{*\mu'}(1) (e_{b'})^{*\nu'}(2) W_{\mu'\nu', \mu\nu} (e_a)^\mu(1) (e_b)^\nu(2) . \quad (2.17)$$

Durch Anwendung folgender Prinzipien auf den Prozeß der $\gamma^*\gamma^*$ Vorwärtsstreuung: Paritäts-Invarianz: $W_{a' b', ab} = W_{-a' -b', -a -b}$, Zeitumkehr-Invarianz: $W_{a' b', ab} = W_{ab, a' b'}$ und Erhaltung der Gesamthelizität⁵: $a - b = a' - b'$, läßt sich die Anzahl der unabhängigen Elemente von $W_{a' b', ab}$ auf acht reduzieren⁶:

$$W_{++ , ++} \quad , \quad W_{-- , --} \quad , \quad (2.18)$$

⁵Als Gesamthelizität λ wird im folgenden immer der Betrag der Summe der z-Komponenten der Spins der beiden Photonen in ihrem Schwerpunktsystem bezeichnet. (Die z-Achse zeigt in Flugrichtung eines der beiden Photonen.) Damit erhält man: $\lambda = |J_z(1) + J_z(2)| = |a - b|$.

⁶Aus den acht unabhängigen Elementen in Gleichung (2.18) lassen sich mit Hilfe der P-Invarianz sieben Elemente ableiten:

$$W_{-- , --} \quad , \quad W_{-+ , -+} \quad , \\ W_{-0 , -0} \quad , \quad W_{0- , 0-} \quad , \\ W_{-- , ++} \quad , \\ W_{-- , 00} \quad , \quad W_{0- , +0} \quad .$$

Aus T-Invarianz erhält man weitere vier Elemente:

$$W_{00 , ++} \quad , \quad W_{00 , --} \quad , \\ W_{-0 , 0+} \quad , \quad W_{+0 , 0-} \quad .$$

Die Bedingung $a - b = a' - b'$ beschränkt die Anzahl der unabhängigen Elemente auf maximal 27. Es verbleiben noch acht Elemente, die Null sein müssen:

$$W_{+- , -?} \quad , \quad W_{+- , 0?} \quad , \quad W_{+0 , -?} \quad , \\ W_{-+ , +?} \quad , \quad W_{-+ , 0?} \quad , \quad W_{-0 , +?} \quad , \\ W_{0+ , +?} \quad , \quad W_{0- , -?} \quad .$$

$$\begin{aligned}
& W_{+0,+0} \quad , \\
& W_{0+,0+} \quad , \\
& W_{00,00} \quad , \\
& W_{+-,+-} \quad , \\
& W_{++,00} \quad . \quad W_{0+,-0} \quad .
\end{aligned}$$

Linearkombinationen dieser acht Elemente, die Funktionen von $W_{\gamma\gamma}^2$, q_1^2 und q_2^2 sind, lassen sich als Wirkungsquerschnitte für die Reaktion von transversalen Photonen (T: Helizität ± 1) bzw. longitudinalen Photonen (L: Helizität 0) interpretieren:

$$\begin{aligned}
\sigma_{TT} &= \frac{1}{4\sqrt{X}} (W_{+-,++} + W_{+-,+-}) \quad , \quad (2.19) \\
\sigma_{TL} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} W_{+0,+0} \quad , \\
\sigma_{LT} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} W_{0+,0+} \quad , \\
\sigma_{LL} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} W_{00,00} \quad .
\end{aligned}$$

Der Møller'sche Flußfaktor X ist definiert als:

$$X = (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2 = \frac{1}{4} (W_{\gamma\gamma}^2 - q_1^2 - q_2^2)^2 - q_1^2 q_2^2 \quad . \quad (2.20)$$

Für quasi-reelle Photonen gilt: $X \approx W_{\gamma\gamma}^4 / 4$.

$\sigma_{TL}(W_{\gamma\gamma}^2, q_1^2, q_2^2)$ z.B. ist der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion eines transversalen und eines longitudinalen Photons; es gilt $\sigma_{TL}(W_{\gamma\gamma}^2, q_1^2, q_2^2) = \sigma_{LT}(W_{\gamma\gamma}^2, q_2^2, q_1^2)$.

σ_{TT} läßt sich auch deuten als Mittelwert der Wirkungsquerschnitte für die Wechselwirkung zweier transversaler Photonen mit Gesamthelizität $\lambda=0$ ($W_{+-,++}$) oder $\lambda=2$ ($W_{+-,+-}$):

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{2} (\sigma_{(\lambda=0)} + \sigma_{(\lambda=2)}) \quad , \quad (2.21)$$

oder auch als Mittelwert der Wirkungsquerschnitte für die Reaktion zweier transversaler Photonen mit paralleler (\parallel) oder orthogonaler (\perp) linearer Polarisation:

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{2} (\sigma_{\parallel} + \sigma_{\perp}) \quad . \quad (2.22)$$

Weiterhin erhält man (aus dem Helizitätstensor) sg. Korrelationsterme:

$$\begin{aligned}
\tau_{TT} &= \frac{1}{2\sqrt{X}} W_{+-,+-} \quad , \quad (2.23) \\
\tau_{TL} &= \frac{1}{4\sqrt{X}} (W_{++,00} + W_{0+,-0}) \quad , \\
\tau_{TT}^a &= \frac{1}{4\sqrt{X}} (W_{+-,++} - W_{+-,+-}) \quad , \\
\tau_{TL}^a &= \frac{1}{4\sqrt{X}} (W_{++,00} - W_{0+,-0}) \quad .
\end{aligned}$$

τ_{TT} ist die Differenz der Wirkungsquerschnitte für die Wechselwirkung zweier transversaler Photonen mit paralleler (\parallel) oder orthogonaler (\perp) linearer Polarisation:

$$\tau_{TT} = \sigma_{\parallel} - \sigma_{\perp} . \quad (2.24)$$

τ_{TT}^a ist die Differenz der Wirkungsquerschnitte für die Wechselwirkung zweier transversaler Photonen mit Gesamthelizität $\lambda=0$ oder 2:

$$\tau_{TT}^a = \sigma_{(\lambda=0)} - \sigma_{(\lambda=2)} . \quad (2.25)$$

Die Größen τ_{TL} und τ_{TL}^a haben allerdings keine einfache Interpretation.

Damit läßt sich Gleichung (2.13) schreiben als:

$$\begin{aligned} d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) &= \frac{\alpha^2}{16\pi^4 q_1^2 q_2^2} \sqrt{\frac{X}{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \times \\ & [2\rho_1^{++} 2\rho_2^{++} \sigma_{TT} + \\ & 2\rho_1^{+0} \rho_2^{00} \sigma_{TL} + 2\rho_1^{00} \rho_2^{++} \sigma_{LT} + \rho_1^{00} \rho_2^{00} \sigma_{LL} + \\ & 2|\rho_1^{+-} \rho_2^{--}| \cos 2\bar{\phi} \tau_{TT} - 8|\rho_1^{+0} \rho_2^{+0}| \cos \bar{\phi} \tau_{TL} + \\ & A\tau_{TT}^a + B\tau_{TL}^a] \times \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{E_1' E_2'} . \end{aligned} \quad (2.26)$$

$\bar{\phi}$ ist der Winkel zwischen den Lepton-Streuebenen im $\gamma\gamma$ Schwerpunktsystem. Die kinematischen Faktoren sind wie folgt definiert:

$$\begin{aligned} 2\rho_1^{++} &= \frac{1}{X} (2p_1 q_2 - q_1 q_2)^2 + 1 + \frac{4m_e^2}{q_1^2} , \\ \rho_1^{00} &= \frac{1}{X} (2p_1 q_2 - q_1 q_2)^2 - 1 , \\ 2|\rho_1^{+-} \rho_2^{--}| \cos 2\bar{\phi} &= \frac{C^2}{q_1^2 q_2^2} - 2(\rho_1^{++} - 1)(\rho_2^{++} - 1) , \\ 8|\rho_1^{+0} \rho_2^{+0}| \cos \bar{\phi} &= \frac{4}{X} (2p_1 q_2 - q_1 q_2)(2p_2 q_1 - q_1 q_2) \frac{C}{\sqrt{q_1^2 q_2^2}} , \\ |\rho_2^{ab}(1,2)| &= |\rho_1^{ab}(2,1)| , \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\text{wobei } C = -(2p_1 - q_1)(2p_2 - q_2) + \frac{q_1 q_2}{X} (2p_1 q_2 - q_1 q_2)(2p_2 q_1 - q_1 q_2) ,$$

und $A = B = 0$ für unpolarisierte Strahlen .

Für die dieser Analyse zugrundeliegende kinematische Situation - no-tag Ereignisse mit quasi-reellen Photonen - vereinfacht sich Gleichung (2.26). Zum einen verschwinden die mit $\cos \bar{\phi}$ bzw. $\cos 2\bar{\phi}$ - Faktoren versehenen Terme bei der Integration über $\bar{\phi}$ ⁷. Weiterhin ist es eine sehr gute Näherung, nur die Beiträge

⁷Dies entspricht einer experimentellen Situation, bei der die gestreuten Strahleptonen nicht beobachtet werden.

transversaler Photonen zu berücksichtigen, da die Wirkungsquerschnitte für Prozesse, an denen longitudinale Photonen beteiligt sind, i.e. σ_{TL} , σ_{LT} und σ_{LL} , für $q_i^2 \rightarrow 0$ gegen Null gehen:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = \frac{\alpha^2}{16\pi^4 q_1^2 q_2^2} \sqrt{\frac{X}{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} 2\rho_1^{--} 2\rho_2^{++} \times \sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}^2, q_1^2, q_2^2) \times \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{E_1' E_2'} . \quad (2.28)$$

Damit läßt sich der Wirkungsquerschnitt $d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X)$ als ein Produkt aus kinematischen Faktoren und dem experimentell zu bestimmenden 2-Photon Wirkungsquerschnitt $\sigma_{TT}(\gamma^* \gamma^* \rightarrow X)$ schreiben.

Gleichung (2.28) legt die Definition einer (differentiellen) 'transversalen 2-Photon Luminositätsfunktion' $dL_{\gamma\gamma}^{TT}$ nahe:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = dL_{\gamma\gamma}^{TT} \cdot \sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}^2, q_1^2, q_2^2) , \quad (2.29)$$

mit

$$dL_{\gamma\gamma}^{TT} = \frac{\alpha^2}{16\pi^4 q_1^2 q_2^2} \sqrt{\frac{X}{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} 2\rho_1^{--} 2\rho_2^{++} \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{E_1' E_2'} .$$

Allerdings ist die dimensionslose Größe $L_{\gamma\gamma}^{TT} = \int dL_{\gamma\gamma}^{TT}$ keine Luminosität im eigentlichen Sinne, sondern das Verhältnis aus $\gamma\gamma$ und e^+e^- Luminosität - der sg. $\gamma\gamma$ Fluß. Integriert man über alle Werte der kinematischen Variablen, die zum gleichen $W_{\gamma\gamma}$ führen, so erhält man die $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit des $\gamma\gamma$ Flusses, $dL_{\gamma\gamma}^{TT}/dW_{\gamma\gamma}$; sie ist in Abbildung 2.2 gezeigt (Fehlerbalken). Man findet einen starken Abfall mit wachsendem $W_{\gamma\gamma}$ ⁸ - eine der wichtigsten Eigenschaften des $\gamma\gamma$ Flusses, mit entscheidenden Implikationen für die Physik von 2-Photon Prozessen.

2.1.2 Näherungsformeln für den Wirkungsquerschnitt

Die Eigenschaften des Wirkungsquerschnitts für $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$ lassen sich besser übersehen in einer Näherung, die allgemein als 'Weizsäcker-Williams' oder 'Equivalent Photon' Approximation (EPA) bekannt ist.

Jede der in Gleichung (2.28) verwendeten Funktionen ρ_i^{+-} , $i = 1, 2$ enthält kinematische Variablen beider Lepton- γ Vertices. Für $|q_i^2| \ll W_{\gamma\gamma}^2$ läßt sich der Wirkungsquerschnitt jedoch faktorisieren in ein Produkt aus zwei unabhängigen Photonenflußfaktoren und dem 2-Photon Wirkungsquerschnitt:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = dn_1 dn_2 \sigma_{\gamma\gamma} = dL_{\gamma\gamma}^{EPA} \sigma_{\gamma\gamma} , \quad (2.30)$$

mit $\sigma_{\gamma\gamma} = \lim_{q_i^2 \rightarrow 0} \sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}^2, q_1^2, q_2^2)$.

Jeder Flußfaktor dn_i repräsentiert den zu einem Teilchenstrahl äquivalenten Photonenfluß [45]:

$$dn_i = \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega_i}{\omega_i} \frac{dQ_i^2}{Q_i^2} \left[\left(1 - \frac{\omega_i}{E} + \frac{\omega_i^2}{2E^2}\right) - \left(1 - \frac{\omega_i}{E}\right) \frac{Q_{i \min}^2}{Q_i^2} \right] \quad (2.31)$$

mit $Q_i^2 = -q_i^2 \approx 2E(E - \omega_i)(1 - \cos \theta_i)$

und $Q_{i \min}^2 \approx \frac{m_e^2 \omega_i^2}{E(E - \omega_i)}$.

⁸Für invariante Massen im Bereich $2m_{\pi^0} \leq W_{\gamma\gamma} < 2 \text{ GeV}$ fällt die Funktion wie $(W_{\gamma\gamma})^\alpha$, $\alpha \approx -1.6$ ab.

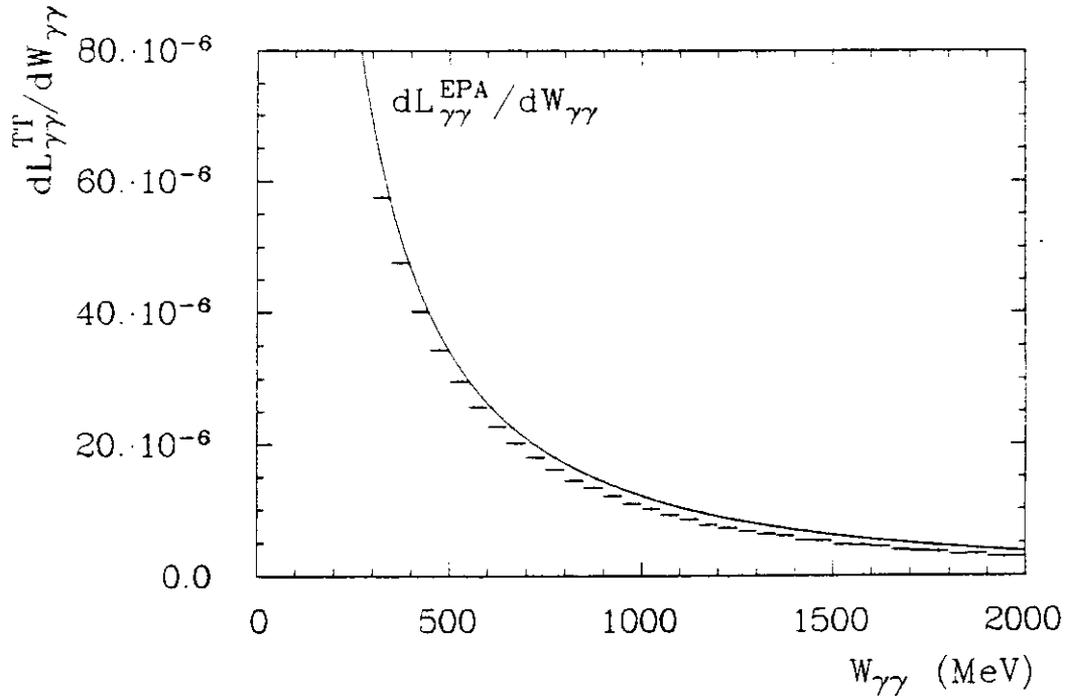


Abbildung 2.2: Die Massenabhängigkeit des $\gamma\gamma$ Flusses (Fehlerbalken). Die durchgezogene Linie zeigt die Vorhersage aus der EPA für 5 GeV Strahlenergie.

Aus Gleichung (2.31) lassen sich die zwei wichtigsten Eigenschaften von 2-Photon Prozessen direkt ablesen:

- Der Photonenfluß steigt stark an mit abnehmender Energie der abgestrahlten Photonen, da das Photonenspektrum etwa einer $1/\omega$ - Verteilung folgt (Bremsstrahlspektrum, siehe Abbildung 2.3):

$$\frac{dn}{d\omega} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{\omega} \left[\left(1 - \frac{\omega}{E} + \frac{\omega^2}{2E^2}\right) \ln \frac{Q_{max}^2}{Q_{min}^2} - \left(1 - \frac{\omega}{E}\right) \left(1 - \frac{Q_{min}^2}{Q_{max}^2}\right) \right] \quad (2.32)$$

mit $Q_{max}^2 = 2E(E - \omega)(1 - \cos \theta_{max})$.

Wegen $W_{\gamma\gamma}^2 \approx 4\omega_1\omega_2$ hat dies zur Folge, daß bevorzugt Systeme X mit kleiner invarianter Masse erzeugt werden.

- Der Photonenfluß wächst stark mit abnehmendem Betrag der invarianten Masse der virtuellen Photonen, da dieser etwa wie $1/Q^2$ verteilt ist (siehe Abbildung 2.4).

Wegen $Q_i^2 \approx 2E(E - \omega_i)(1 - \cos \theta_i)$, $i = 1, 2$ und $\frac{dn_i}{d\omega_i} \propto \frac{1}{\omega_i}$ führt das dazu, daß bei nahezu allen Ereignissen die Strahlteptonen unter sehr kleinen Winkeln gestreut werden und daher der Transversalimpuls p_t des erzeugten Systems X (relativ zur Strahlachse) klein ist.

Den Zusammenhang zwischen Q_i^2 und p_t^2 erhält man näherungsweise wie folgt: Unter der Annahme, daß $p_t(X)$ ausschließlich aus dem Transversalimpuls eines der beiden Photonen herrührt, erhält man:

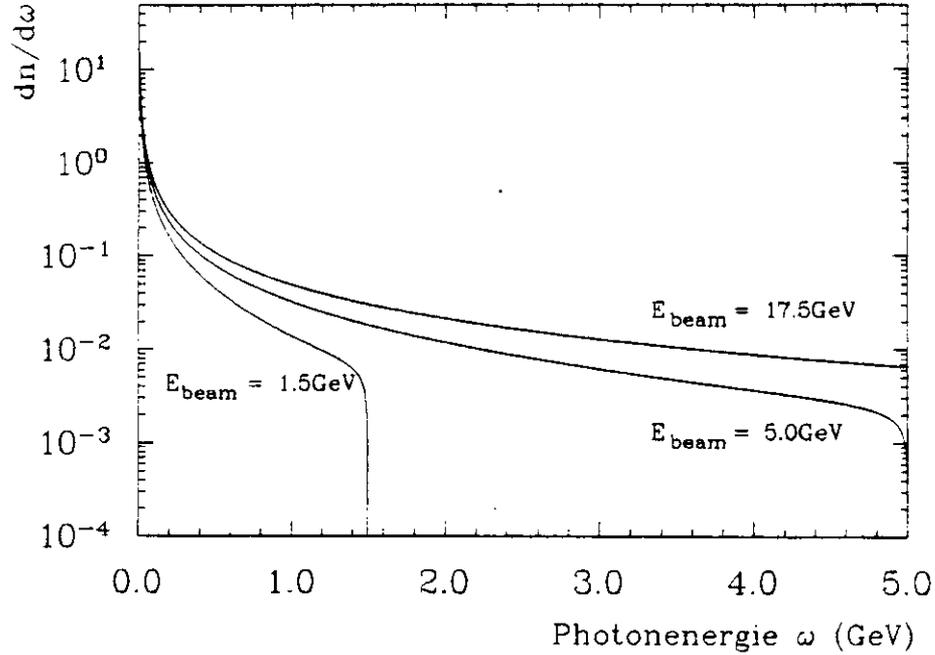


Abbildung 2.3: Das Energiespektrum der abgestrahlten Photonen für $|\cos \theta_{max}| = 0.98$ und mehrere Strahlenergien.

$$\begin{aligned}
 Q^2 &\approx 2E(E - \omega) \left(1 - \sqrt{1 - \frac{p_t^2}{(E - \omega)^2}} \right) \\
 &\approx \frac{E}{(E - \omega)} p_t^2 \approx p_t^2 .
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Das bedeutet, daß ein Schnitt in $p_t(X)$ die invarianten Massen der virtuellen Photonen begrenzt.

Integriert man das Produkt der Flußfaktoren über dQ_i^2 und $d\omega_i$, mit der Nebenbedingung $W_{\gamma\gamma}^2 = 4\omega_1\omega_2$, so findet man, daß die Massenabhängigkeit des EPA $\gamma\gamma$ Flusses näherungsweise gegeben ist durch:

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}^{EPA}}{dW_{\gamma\gamma}} = \left(\frac{2\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{1}{W_{\gamma\gamma}} \ln^2 \eta f(z) \tag{2.34}$$

$$\text{mit } \eta = \frac{E}{m_e}, \quad z = \frac{W_{\gamma\gamma}}{2E}$$

und der sg. Low Funktion

$$f(z) = (2 + z^2)^2 \ln \frac{1}{z} - (1 - z^2)(3 + z^2) .$$

Abbildung 2.2 zeigt den Verlauf von $dL_{\gamma\gamma}^{EPA}/dW_{\gamma\gamma}$ (durchgezogene Linie) mit dem erwarteten starken Abfall mit wachsendem $W_{\gamma\gamma}$. Man findet, daß der mit Hilfe der EPA bestimmte $\gamma\gamma$ Fluß den wahren $\gamma\gamma$ Fluß um 10%–20% überschätzt, dessen $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit jedoch recht gut wiedergibt.

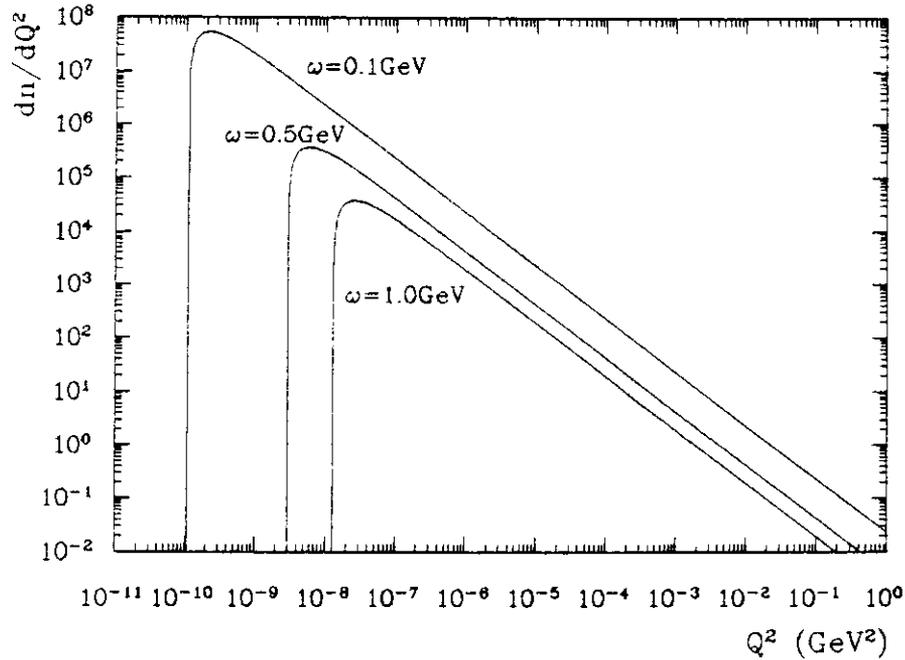


Abbildung 2.4: Die Q^2 -Verteilung der abgestrahlten Photonen für 5 GeV Strahlenergie und mehrere Photonenergien.

Aus Gleichung (2.34) erkennt man weiterhin den logarithmischen Anstieg des $\gamma\gamma$ Flusses mit der Strahlenergie: $dL_{\gamma\gamma}^{EPA} \propto \ln^2(E/m_e)$.

Dieser Ausdruck für den $\gamma\gamma$ Fluß wurde erstmals im Jahre 1960 von F. Low [7] zur Berechnung von $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0)$ verwendet.

2.2 Die Anregung von Resonanzen in 2-Photon Reaktionen

Im Jahre 1979 gelang der Mark II Kollaboration [38] erstmalig die Beobachtung der 2-Photon Produktion der η' -Resonanz am e^+e^- Speicherring SPEAR. Inzwischen wurden die partiellen Breiten $\Gamma_{\gamma\gamma}$ einer Vielzahl von neutralen Mesonen experimentell bestimmt (siehe Tabellen 2.1 und 2.2). Im Quarkmodell wird die 2-Photon Produktion einer flavour-neutralen mesonischen Resonanz R gemäß Abbildung 2.5 beschrieben: Die Photonen koppeln an die Ladung der Konstituenten des Mesons. Die Kopplung zweier reeller Photonen an ein $q\bar{q}$ -Paar ist proportional zum Quadrat der Quarkladung:

$$\begin{aligned} \langle q\bar{q}|\gamma\gamma \rangle &\propto e_q^2 \psi_q(0) \quad (q\bar{q} \text{ S - Welle, Pseudoskalare Mesonen}), \\ \langle q\bar{q}|\gamma\gamma \rangle &\propto e_q^2 \psi'_q(0) \quad (q\bar{q} \text{ P - Welle, Skalare und Tensormesonen}). \end{aligned}$$

Bei $\psi_q(0)$ bzw. $\psi'_q(0)$ handelt es sich um die radiale Quark-Wellenfunktion am Ursprung bzw. deren erste Ableitung.

Die dem Quarkmodell zugrundeliegende Symmetriegruppe $SU(3)_{F1}$ beschreibt die Flavour-Zusammensetzung der einzelnen Mitglieder eines Nonetts. Mithilfe der

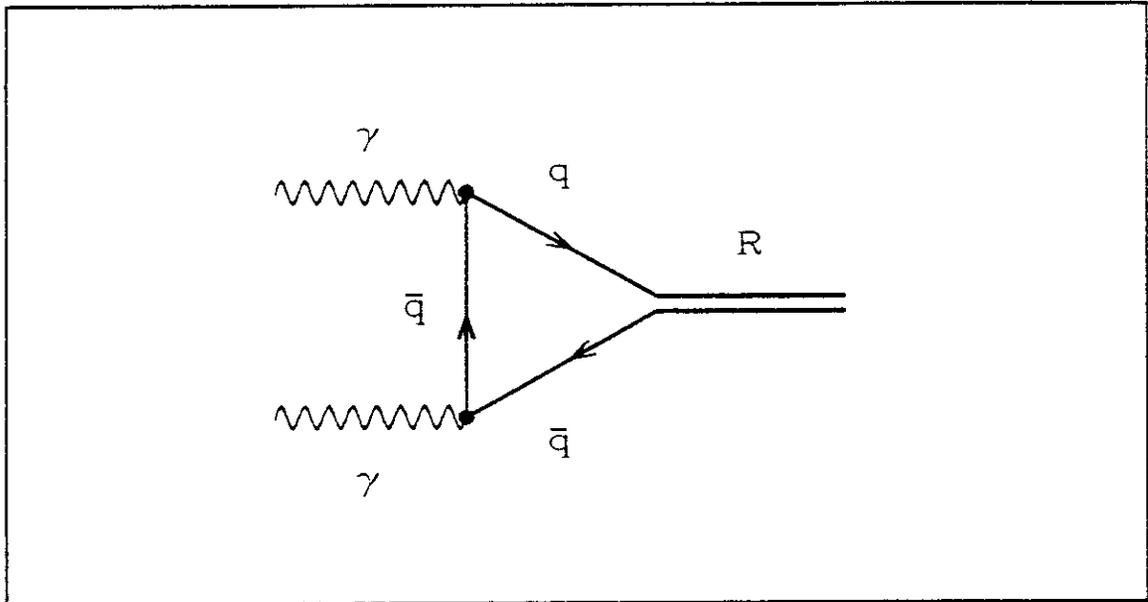


Abbildung 2.5: Die Kopplung zweier Photonen an die geladenen Konstituenten eines Mesons R .

$SU(3)_F$ -Koeffizienten c_q^R lässt sich ein flavour-neutrales Meson schreiben als:

$$|R\rangle = \sum_q c_q^R |q\bar{q}\rangle . \quad (2.35)$$

Im Falle flavour-unabhängiger Radial-Wellenfunktionen erhält man für die 2-Photon - Meson Kopplung $F(R\gamma\gamma)$:

$$F(R\gamma\gamma) \propto \langle R|\gamma\gamma\rangle \propto \sum_q c_q^R e_q^2 =: \langle e_q^2 \rangle_R , \quad (2.36)$$

d.h. die Kopplung ist proportional zur mittleren quadratischen Quarkladung des Mesons. Die 2-Photon Breite eines Mesons ist proportional zum Quadrat der Kopplungskonstanten. Daher gewinnt man aus der Messung von $\Gamma_{\gamma\gamma}$ Informationen über den Quarkinhalt des Mesons:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(R) \propto F^2(R\gamma\gamma) \propto \langle e_q^2 \rangle_R^2 . \quad (2.37)$$

Tabelle 2.1: Teilcheneigenschaften für flavour-neutrale Pseudoskalare ($J^{PC}=0^{-+}$), Skalare ($J^{PC}=0^{++}$) und Tensormesonen ($J^{PC}=2^{++}$). Die Daten sind [59] entnommen; lediglich das Verzweigungsverhältnis $B(\eta' \rightarrow \gamma\gamma)$ entstammt einer neueren Berechnung in [42]. Es werden nur Verzweigungsverhältnisse größer 1% aufgeführt.

Teilchen	Masse (MeV)	Totale Breite (MeV)	Zerfalls- mode	Verzweigungs- verhältnis (%)
π^0	134.964 ± 0.004	$(7.95 \pm 0.55) \times 10^{-6}$	$\gamma\gamma$	98.80 ± 0.03
			$\gamma e^+ e^-$	1.20 ± 0.03
η	548.8 ± 0.6	$(1.05 \pm 0.15) \times 10^{-3}$	$\gamma\gamma$	38.9 ± 0.4
			$\pi^0 \pi^0 \pi^0$	31.90 ± 0.35
			$\pi^+ \pi^- \pi^0$	23.7 ± 0.5
			$\pi^+ \pi^- \gamma$	23.7 ± 0.5
η'	957.57 ± 0.25	0.24 ± 0.03	$\eta\pi\pi$	65.2 ± 1.6
			$\rho\gamma$	30.0 ± 1.6
			$\omega\gamma$	2.7 ± 0.5
			$\gamma\gamma$	2.2 ± 0.2
$a_0(980)$	983 ± 2	54 ± 7	$\eta\pi$	seen
			KK	seen
$f_0(975)$	975 ± 4	33 ± 6	$\pi\pi$	78 ± 3
			KK	22 ± 3
$f_0(1300)$	1300 ± 100	$200 - 600$	$\rho\pi$	seen
			$\pi(\pi\pi)_S$	seen
$a_2(1320)$	1318 ± 5	110 ± 5	$\rho\pi$	70.1 ± 2.2
			$\eta\pi$	14.5 ± 1.2
			$\omega\pi\pi$	10.6 ± 2.5
			KK	4.9 ± 0.8
$f_2(1270)$	1274 ± 5	176 ± 20	$\pi\pi$	84.3 ± 1.2
			$2\pi^+ 2\pi^-$	2.9 ± 0.4
			KK	2.9 ± 0.2
$f'_2(1525)$	1525 ± 5	70 ± 10	KK	dom.
			$\pi\pi$	seen

Tabelle 2.2: Die an e^+e^- Speicherringen gemessenen 2-Photon Breiten mesonischer Resonanzen. Alle Werte für Tensormesonen gelten für Helizität 2. Statistischer und systematischer Fehler wurden quadratisch addiert. Es wurde angenommen $B(f_2'(1525) \rightarrow K\bar{K}) = 100\%$.

Teilchen	2-Photon Breite (keV)	Referenz
π^0	$(7.5 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	Mittelwert aus [42]
η	0.52 ± 0.03	Mittelwert aus [42]
η'	4.30 ± 0.25	Mittelwert aus [42]
$a_0(980)$	$(0.19 \pm 0.11) / B(\pi^0\eta)$	Crystal Ball (1986) [23]
	$(0.29 \pm 0.15) / B(\pi^0\eta)$	JADE (prel.) [21]
Mittelwert	$0.23 \pm 0.09 / B(\pi^0\eta)$	
$f_0(975)$	$< 0.8 / B(\pi\pi)$ (95% CL)	Crystal Ball (1982) [22]
	< 0.6 (95% CL)	JADE (prel., 1988) [21]
	0.31 ± 0.17	Crystal Ball (diese Arbeit)
	0.24 ± 0.16	Mark II (prel., 1988) [30]
Mittelwert	0.27 ± 0.12	
$f_0(1300)$	$< 1.5 / B(\pi^+\pi^-)$ (95% CL)	TASSO [14]
	$< 0.7 / B(\pi^0\pi^0)$ (90% CL)	Crystal Ball (diese Arbeit)
$a_2(1320)$	0.77 ± 0.32	Crystal Ball (1982) [22]
	0.81 ± 0.33	CELLO [24]
	1.06 ± 0.26	PLUTO [25]
	1.14 ± 0.33	Crystal Ball (1986) [23]
	0.90 ± 0.31	TASSO [26]
	0.90 ± 0.24	TPC/2 γ (prel.) [27]
	1.05 ± 0.33	MD-1 (prel.) [28]
	1.09 ± 0.29	JADE (prel.) [21]
Mittelwert	0.98 ± 0.11	
$f_2(1270)$	2.3 ± 0.6	PLUTO (1980) [11]
	3.2 ± 0.6	TASSO [14]
	3.6 ± 0.6	Mark II (1981) [15]
	2.7 ± 0.6	Crystal Ball (1982) [22]
	2.5 ± 0.6	CELLO (1984) [13]
	2.52 ± 0.40	Mark II (1984) [16]
	3.25 ± 0.56	PLUTO (1984) [12]
	2.93 ± 0.30	DELCO (1986) [18]
	3.2 ± 0.4	TPC/2 γ [19]
	3.1 ± 0.4	JADE (prel., 1988) [21]
	3.0 ± 0.5	CELLO (prel., 1988) [29]
	3.21 ± 0.41	Mark II (prel., 1988) [30]
	3.26 ± 0.32	Crystal Ball (diese Arbeit)
Mittelwert	3.01 ± 0.12	
$f_2'(1525)$	0.11 ± 0.04	TASSO [31]
	0.10 ± 0.04	Mark II [32]
	0.10 ± 0.04	PLUTO [33]
	0.11 ± 0.03	CELLO (prel.) [34]
	0.09 ± 0.02	ARGUS (prel.) [35]
Mittelwert	0.10 ± 0.01	

2.2.1 Die Bestimmung der 2-Photon Breite einer Resonanz

Die Anregung einer Resonanz R bei der Kollision zweier virtueller Photonen ist, im Grenzübergang $q_i^2 \rightarrow 0$, der zeitumgekehrte Prozeß zu ihrem Zerfall in zwei reelle Photonen. Um die Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}(R)$ in zwei *reelle* Photonen aus der Messung des 2-Photon Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma^*\gamma^* \rightarrow R \rightarrow X)$ zu bestimmen, muß der Virtualität der kollidierenden Photonen Rechnung getragen werden. Dazu führt man q^2 -abhängige Formfaktoren F ein. Diese sind derart normiert, daß sich für $q_1^2 = q_2^2 = 0$ die 2-Photon - Meson Kopplungskonstante ergibt ⁹. Es ist hervorzuheben, daß in dem verwendeten Formalismus die Formfaktoren ausschließlich Funktionen von q_1^2 und q_2^2 sind, nicht etwa von $W_{\gamma\gamma}$ ¹⁰. Im VDM läßt sich die q^2 -Abhängigkeit von F wie folgt parametrisieren [3]:

$$F(q_1^2, q_2^2) = F(0, 0) \left(\frac{1}{1 - \frac{q_1^2}{m_p^2}} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{q_2^2}{m_p^2}} \right), \quad (2.38)$$

wobei $F^2(0, 0) \propto \Gamma_{\gamma\gamma}$.

Die Ausdrücke in Klammern werden als ρ -Pol Formfaktoren bezeichnet. Bei der nachfolgend beschriebenen Analyse können Formfaktoren vernachlässigt werden, da ein harter Schnitt auf $p_i^2(R)$ die invarianten Massen der kollidierenden Photonen auf sehr kleine Werte begrenzt. (Siehe hierzu Kapitel 5.1.)

Um zu einer möglichst einfachen theoretischen Beschreibung der (experimentellen) Daten zu gelangen, werden die Formfaktoren für definierte Gesamthelizität des 2-Photon Systems eingeführt. Diese Formfaktoren, die experimentell bestimmt werden müssen, lassen sich mit den Helizitätsamplituden M_{ab} , $a, b \in \{-, +\}$ verknüpfen; den Zusammenhang, für verschiedene Spin-Paritäten des 2-Photon Systems, entnimmt man Tabelle 2.3.

Tabelle 2.3: Der Zusammenhang zwischen Helizitätsamplituden und Formfaktoren für bestimmte Spin-Paritäten. Die Indices der Formfaktoren kennzeichnen die Transversalität beider Photonen sowie den Betrag der Gesamthelizität.

J^P	Gesamthelizität $\lambda = a - b = 0$	Gesamthelizität $\lambda = a - b = 2$
0^+	$M_{++} = M_{--} = F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = 0$
2^+	$M_{++} = M_{--} = \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{\lambda}{W^2} F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = F_{TT2}$
0^-	$M_{++} = M_{--} = \sqrt{X} F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = 0$
2^-	$M_{++} = M_{--} = -\frac{4}{\sqrt{6}} \sqrt{X} F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = 2(q_2^2 - q_1^2) \sqrt{X} F_{TT2}$

Die Helizitätsamplituden M_{ab} wiederum sind für $q_1^2 = q_2^2 = 0$ und $W = m_R$ (= Resonanzmasse) mit der 2-Photon Breite einer Spin J Resonanz über folgende

⁹Im folgenden werden nur noch transversale Photonen betrachtet, da in diesem Grenzübergang longitudinale Photonen nicht beitragen.

¹⁰Im folgenden wird der Index $\gamma\gamma$ weggelassen; W ohne Index bezeichnet dann immer die invariante Masse des 2-Photon Systems.

Beziehung verknüpft ¹¹:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(R) = \frac{1}{32\pi m_R} \frac{1}{2J+1} \sum_{a,b} |M_{ab}|^2, \quad a, b \in \{-, +\}. \quad (2.39)$$

Der Zusammenhang zwischen dem Wirkungsquerschnitt $\sigma_{TT}(\gamma^*\gamma^* \rightarrow X)$ und den Helizitätsamplituden M_{ab} ist gegeben durch den Helizitätstensor $W_{ab,ab}$:

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} (W_{+,+,+} + W_{+,-,+}), \quad (2.40)$$

mit $W_{ab,ab} = \frac{1}{2} \int |M_{ab}|^2 dLips_X$.

Um zu einem Ausdruck zu gelangen, der die $\gamma\gamma$ -Breite eines resonanten Zwischenzustands R , der in den Endzustand X zerfällt, mit dem Wirkungsquerschnitt verknüpft, muß der Helizitätstensor wie folgt modifiziert werden ¹²:

$$\begin{aligned} W_{ab,ab} &= \frac{1}{2} \int |M_{ab}(\gamma^*\gamma^* \rightarrow R) \frac{M_{J_z}(R \rightarrow X) \delta_{J_z}^{a-b}}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_{tot}(W)}|^2 dLips_X \quad (2.41) \\ &= \frac{1}{2} \int |M_{ab}(\gamma^*\gamma^* \rightarrow R)|^2 \frac{|M_{J_z}(R \rightarrow X) \delta_{J_z}^{a-b}|^2}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} dLips_X. \end{aligned}$$

Das Matrixelement $M_{J_z}(R \rightarrow X)$ läßt sich für den Zerfall von R in zwei spinlose Teilchen, e.g. $\pi^0\pi^0$, wie folgt definieren [56]:

$$\int |M_{J_z}(W, \cos \theta^*, \phi^*)|^2 dLips_X = 2m_R \Gamma_X(W), \quad (2.42)$$

$$\text{mit } M_{J_z}(W, \cos \theta^*, \phi^*) = Y_{JJ_z}(\cos \theta^*, \phi^*) \bar{M}(W),$$

$$dLips_X = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{|\vec{q}^*(W)|}{4W} d\cos \theta^* d\phi^*$$

$$\text{und } |\vec{q}^*(W)| = \frac{1}{2W} [(W^2 - (m_1 + m_2)^2)(W^2 - (m_1 - m_2)^2)]^{1/2}.$$

Bei $Y_{JJ_z}(\cos \theta^*, \phi^*)$ handelt es sich um die sphärische Kugelflächenfunktion für Bahndrehimpuls J ; $\vec{q}^*(W)$ ist der 3-Impuls eines der Zerfallsprodukte im Ruhesystem der Resonanz, θ^* und ϕ^* sein Polar- und Azimutwinkel bezüglich der Flugrichtung von R . Die W -Abhängigkeit von $\bar{M}(W)$ ist durch Faktoren $|\vec{q}^*(W)|^J$ gegeben. Sie bestimmt die W -Abhängigkeit der Zerfallsbreite $\Gamma_X(W)$ ¹³.

Damit erhält man für zwei transversale Photonen im Helizitätszustand $\lambda=0$:

$$W_{+,+,+} = |M_{++}|^2 \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} \quad (2.43)$$

und im Helizitätszustand $\lambda=2$:

$$W_{+,-,+} = |M_{+-}|^2 \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)}. \quad (2.44)$$

¹¹NB! $\Gamma_{\gamma\gamma}$ bezeichnet die Zerfallsbreite in *reelle* Photonen, berechnet bei der *nominalen* Resonanzmasse.

¹²Dies ist nötig, um der endlichen Breite von R Rechnung zu tragen.

¹³Im folgenden wird angenommen, daß die totale Zerfallsbreite Γ_{tot} die gleiche W -Abhängigkeit aufweist.

Dies liefert schließlich (mit Gleichung (2.40)) den Wirkungsquerschnitt für die Anregung einer Resonanz R bei der Kollision zweier transversaler Photonen, wobei R über den Zerfall in zwei spinlose Teilchen beobachtet wird:

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} \left[|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2 \right]. \quad (2.45)$$

Nimmt man weiterhin an, daß es sich um quasi-reelle Photonen handelt, so vereinfacht sich Gleichung (2.45) mit Hilfe von X aus Gleichung (2.20) und der Definition von $\sigma_{\gamma\gamma}$ aus Gleichung (2.30) zu:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{2W^2} \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} \left[|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2 \right]. \quad (2.46)$$

Aus diesem Ausdruck erhält man mit Hilfe von Gleichung (2.39) und Tabelle 2.3 den Zusammenhang zwischen 2-Photon Wirkungsquerschnitt und $\gamma\gamma$ -Breite von Spin 0 und Spin 2 Resonanzen.

Wie aus Gleichung (2.42) ersichtlich, wird die Winkelverteilung für den Zerfall einer Spin J Resonanz in zwei spinlose Teilchen in ihren Ruhesystem durch $|Y_{JJ_z}(\cos \theta^*)|^2$ beschrieben. Für $J = 0$ und $J = 2$ (siehe Abbildung 2.6) findet man:

$$\begin{aligned} |Y_{00}(\cos \theta^*)|^2 &= \frac{1}{4\pi}, \\ |Y_{20}(\cos \theta^*)|^2 &= \frac{5}{16\pi} (3 \cos^2 \theta^* - 1)^2, \\ |Y_{21}(\cos \theta^*)|^2 &= \frac{15}{8\pi} ((1 - \cos^2 \theta^*) \cos^2 \theta^*), \\ |Y_{22}(\cos \theta^*)|^2 &= \frac{15}{32\pi} (1 - \cos^2 \theta^*)^2. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Eine mögliche Parametrisierung für die W -Abhängigkeit der Zerfallsbreite einer Spin J Resonanz ist [56]:

$$\frac{\Gamma_X(W)}{\Gamma_X(m_R)} = \left(\frac{|\vec{q}^*(W)|}{|\vec{q}^*(m_R)|} \right)^{2J} \frac{m_R}{W} \frac{|\vec{q}^*(W)|}{|\vec{q}^*(m_R)|}. \quad (2.48)$$

Der erste Faktor beschreibt die Bahndrehimpulsbarriere beim Zerfall in spinlose Teilchen, die beiden folgenden Faktoren stammen aus dem 2-Teilchen Phasenraum. Damit erhält man das wohlbekannte Schwellenverhalten der W -abhängigen Zerfallsbreite einer Spin J Resonanz: $\Gamma_X(W) \propto \left(\frac{|\vec{q}^*(W)|}{|\vec{q}^*(m_R)|} \right)^{2J+1}$. Dieses Verhalten kann nur für kleine W nahe der Schwelle richtig sein. Um ein Divergieren von $\Gamma_X(W)$ für große W zu verhindern, werden spinabhängige Dämpfungsfaktoren eingeführt, die sog. Blatt-Weisskopf Faktoren $D_J(|\vec{q}^*(W)|r)$ [57]:

$$\frac{\Gamma_X(W)}{\Gamma_X(m_R)} = \frac{m_R}{W} \left(\frac{|\vec{q}^*(W)|}{|\vec{q}^*(m_R)|} \right)^{2J+1} \frac{D_J(|\vec{q}^*(m_R)|r)}{D_J(|\vec{q}^*(W)|r)}. \quad (2.49)$$

Diese Faktoren stammen ursprünglich aus der Theorie nuklearer Potentiale und haben folgende Form:

$$\begin{aligned} D_0 &= 1, \\ D_1 &= 1 + (|\vec{q}^*(W)|r)^2, \\ D_2 &= 1 + \frac{1}{3} (|\vec{q}^*(W)|r)^2 + \frac{1}{9} (|\vec{q}^*(W)|r)^4. \end{aligned} \quad (2.50)$$

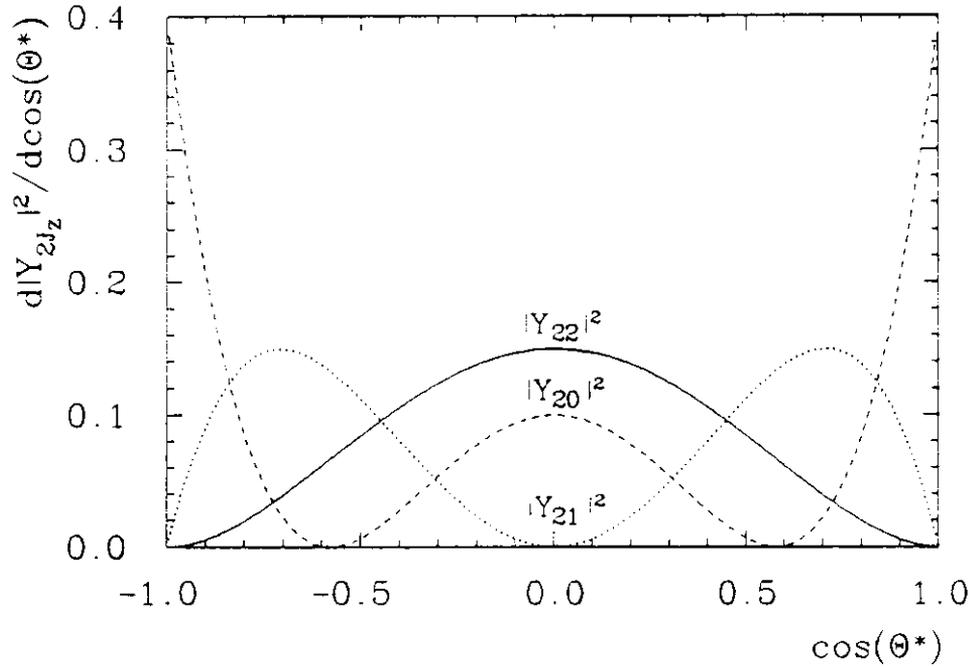


Abbildung 2.6: Die Winkelverteilungen für den Zerfall von Spin 2 Teilchen in zwei spinlose Teilchen im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz.

Der Parameter r beschreibt den Radius des Wechselwirkungspotentials; sein Wert liegt bei etwa 1 fm ¹⁴.

2.2.2 Pseudoskalare Mesonen ($J^P = 0^-$)

Unter Verwendung sehr allgemeiner theoretischer Prinzipien (Partially Conserved Axial Current (PCAC) und Dreiecks-Anomalie) läßt sich die $\gamma\gamma$ -Breite des π^0 's berechnen [47]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi^0) = \frac{m_{\pi^0}^3}{64\pi} F^2(\pi^0 \gamma\gamma), \quad (2.51)$$

$$\text{mit } F(\pi^0 \gamma\gamma) = \frac{\sqrt{2}\alpha}{\pi f_{\pi^0}} \left[\sum_{\text{colour}} \langle e_q^2 \rangle_{\pi^0} \right].$$

$f_{\pi^0} \approx 93 \text{ MeV}$ ist die PCAC-Zerfallskonstante des π^0 's; sie ist im Quarkmodell mit der Ableitung der radialen Quark-Wellenfunktion am Ursprung verknüpft. Mithilfe der Flavour-Wellenfunktion des π^0 's erhält man¹⁵:

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) \quad (2.52)$$

$$\text{und } \langle e_q^2 \rangle_{\pi^0} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{9} - \frac{1}{9} \right) = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

¹⁴Dieser Wert ist u.a. motiviert durch die Ergebnisse aus der Untersuchung von Bose-Einstein Korrelationen in inklusiven 2-Photon Reaktionen [58].

¹⁵Ladungen werden in Einheiten der Elementarladung angegeben.

für nicht-ganzzahlig geladene Quarks ¹⁶ mit drei Farben.

Dies liefert $\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi^0) = 7.6 \text{ eV}$ in sehr guter Übereinstimmung mit dem Experiment (siehe Tabelle 2.2) - eine der wenigen direkten Messungen der Anzahl der Farb-Freiheitsgrade.

Aus Gleichung (2.39) und Tabelle 2.3 erhält man (vergleiche Gleichung 2.51):

$$\begin{aligned}\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi^0) &= \frac{1}{32\pi m_{\pi^0}} 2|M_{++}|^2 \\ &= \frac{m_{\pi^0}^3}{64\pi} F_{TT0}^2(0,0) .\end{aligned}\quad (2.53)$$

Die 2-Photon - Meson Kopplungskonstanten $F(R\gamma\gamma)$ der anderen flavour-neutralen Mitglieder des pseudoskalaren Nonetts lassen sich mittels $SU(3)_{F1}$ mit der des π^0 's in Beziehung setzen. Die zugehörigen Flavour-Wellenfunktionen, aus denen sich die mittlere quadratische Quarkladung bestimmen läßt, lauten:

$$\text{Oktett} : \eta_8 = \frac{1}{\sqrt{8}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s}) \quad \text{und} \quad \langle e_q^2 \rangle_8 = \frac{1}{3\sqrt{6}} , \quad (2.54)$$

$$\text{Singulett} : \eta_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s}) \quad \text{und} \quad \langle e_q^2 \rangle_1 = \frac{2}{3\sqrt{3}} . \quad (2.55)$$

Aufgrund des großen Massenunterschieds zwischen u-, d- und s-Quark ist die $SU(3)_{F1}$ - Symmetrie gebrochen. Dies ermöglicht Oktett-Singulett Mischung ¹⁷, beschrieben durch einen Mischungswinkel Θ_P . Die physikalischen Zustände sind dann gegeben durch:

$$\begin{aligned}\pi^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) , \\ \eta &= \eta_8 \cos \Theta_P - \eta_1 \sin \Theta_P , \\ \eta' &= \eta_8 \sin \Theta_P + \eta_1 \cos \Theta_P .\end{aligned}\quad (2.56)$$

Der Mischungswinkel läßt sich aus den gemessenen $\gamma\gamma$ -Breiten bestimmen, da die Proportionalitätskonstante zwischen $\Gamma_{\gamma\gamma}$ und der Kopplungskonstanten bekannt ist ¹⁸ (siehe Gleichung 2.53):

$$F^2(P\gamma\gamma) \propto \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(P)}{m_P^3} , \quad (2.57)$$

$$\text{mit } F(\pi^0\gamma\gamma) \propto \frac{1}{f_{\pi^0}} \langle e_q^2 \rangle_{\pi^0} ,$$

$$F(\eta\gamma\gamma) \propto \frac{1}{f_8} \langle e_q^2 \rangle_8 \cos \Theta_P - \frac{1}{f_1} \langle e_q^2 \rangle_1 \sin \Theta_P ,$$

$$F(\eta'\gamma\gamma) \propto \frac{1}{f_8} \langle e_q^2 \rangle_8 \sin \Theta_P + \frac{1}{f_1} \langle e_q^2 \rangle_1 \cos \Theta_P .$$

¹⁶Modelle mit ganzzahliger Quarkladung, e.g. Han-Nambu Modell, werden hier nicht betrachtet.

¹⁷Eine mögliche Mischung mit anderen Zuständen (radiale Anregungen, Gluonia, etc.) wird hier nicht betrachtet. Die Kopplung zweier Photonen an ein Gluonium z.B. kann nur über eine zusätzliche $q\bar{q}$ Schleife erfolgen und sollte daher unterdrückt sein gegenüber der Kopplung an ein Objekt, das aus geladenen Konstituenten besteht.

¹⁸Insbesondere die Kenntnis der Massenabhängigkeit ist wichtig aufgrund der großen Massendifferenz zwischen π^0 und η' .

Damit erhält man:

$$\begin{aligned}\frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta)}{m_\eta^3} &= \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi^0)}{3m_{\pi^0}^3} \times [R_1 \cos \Theta_P - \sqrt{3}R_2 \sin \Theta_P]^2 \\ \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')}{m_{\eta'}^3} &= \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi^0)}{3m_{\pi^0}^3} \times [R_1 \sin \Theta_P - \sqrt{3}R_2 \cos \Theta_P]^2.\end{aligned}\quad (2.58)$$

$R_1 = f_{\pi^0}/f_8$ ist das Verhältnis zwischen π^0 - und Oktett-Zerfallskonstante; im Falle exakter $SU(3)_{\text{F1}}$ -Symmetrie hätte es den Wert Eins. Berücksichtigt man jedoch den Effekt der $SU(3)_{\text{F1}}$ -Brechung, so findet man $R_1 = 0.8$ [48]. Das Verhältnis zwischen π^0 - und Singulett-Zerfallskonstante, $R_2 = f_{\pi^0}/f_1$, läßt sich aus $SU(3)_{\text{F1}}$ -Symmetrieargumenten nicht herleiten; es muß, zusammen mit dem Mischungswinkel Θ_P , experimentell bestimmt werden. Nur in dem Falle, daß die $q\bar{q}$ -Ortswellenfunktionen von π^0 , η und η' gleich sind, erwartet man $f_1 = f_8 = f_{\pi^0}$ - allerdings auch sg. ideale Mischung¹⁹ [49]. Falls $f_1 = f_8$ gilt, spricht man von 'Nonett - Symmetrie'.

Mit Hilfe der Gleichungen (2.58) und den in Tabelle 2.2 aufgeführten Mittelwerten erhält man:

$$\Theta_P = -(22.2 \pm 1.1)^\circ, \quad R_2 = 0.95 \pm 0.02.$$

Dieses Resultat zeigt ein Mischungsverhältnis, das weit von idealer Mischung entfernt ist. Die (quadratischen) Gleichungen (2.58) liefern noch eine weitere Lösung: $\Theta_P = +(55.2 \pm 1.3)^\circ$. Die Wahl zwischen beiden Lösungen wird erst durch Vergleich mit dem in anderen Reaktionen bestimmten Mischungswinkel möglich. So liefert z.B. das Verhältnis der Verzweigungsverhältnisse $J/\psi \rightarrow \gamma\eta$ und $J/\psi \rightarrow \gamma\eta'$: $\Theta_P = \pm(22 \pm 4)^\circ$ [48].

Durch Addition der beiden Gleichungen (2.58) erhält man eine vom Mischungswinkel unabhängige Beziehung, aus der sich R_2 alleine bestimmen läßt:

$$\frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta)}{m_\eta^3} + \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')}{m_{\eta'}^3} - \frac{R_1^2 + 3R_2^2}{3} \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi^0)}{m_{\pi^0}^3} = 0. \quad (2.59)$$

Die Bestimmung des Mischungswinkels aus der quadratischen Gell-Mann - Okubo Massenformel

$$\tan^2 \Theta_P = \frac{4m_K^2 - m_\pi^2 - 3m_\eta^2}{3m_{\eta'}^2 - 4m_K^2 + m_\pi^2} \quad (2.60)$$

liefert zunächst $|\Theta_P| \approx 11^\circ$. Erst unter Berücksichtigung der $SU(3)_{\text{F1}}$ -Brechung [48] findet man einen Mischungswinkel ($|\Theta_P| \approx 20^\circ$), der mit dem aus den $\gamma\gamma$ -Breiten bestimmten konsistent ist.

2.2.3 Tensormesonen ($J^P = 2^+$)

Die Situation im Tensormeson-Nonett ist in mehrfacher Hinsicht verschieden. Die gemessenen Massen und Verzweigungsverhältnisse der drei flavour-neutralen Mitglieder $a_2(1320)$, $f_2(1270)$ und $f_2'(1525)$ legen nahezu ideale Mischung in diesem

¹⁹Von idealer Mischung spricht man, falls der Mischungswinkel gleich 35.3° ist. Diese würde liefern: $\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$, $\eta' = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$ und $\eta = s\bar{s}$, d.h. eine vollständige Trennung zwischen non-strange und strange Quarks in den flavour-neutralen Mitgliedern des Nonetts.

Nonett nahe ²⁰:

$$\begin{aligned} a_2(1320) &\approx \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), \\ f_2(1270) &\approx \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}), \\ f'_2(1525) &\approx s\bar{s}. \end{aligned} \quad (2.61)$$

Die Bestimmung des Mischungswinkels Θ_T aus den $\gamma\gamma$ -Breiten der drei Tensormesonen gestaltet sich wesentlich schwieriger als bei den Pseudoskalaren.

Zur Beschreibung der Kopplung zweier Photonen an ein Tensormeson benötigt man im allgemeinsten Fall fünf Kopplungskonstanten (Formfaktoren) [52]. Beschränkt man sich auf die Resonanzanregung bei der Kollision zweier quasi-reeller Photonen, so verbleiben immernoch zwei Kopplungskonstanten, je eine für Gesamthelizität $\lambda=0$ (F_{TT0}) bzw. $\lambda=2$ (F_{TT2}) ²¹. $SU(3)_{\text{fl}}$ -Relationen zwischen den Kopplungskonstanten der drei neutralen Tensormesonen gelten für jeden Helizitätszustand separat.

Alle theoretischen Untersuchungen der 2-Photon Produktion von Tensormesonen [54], [53], [55] liefern: $F_{TT2} \gg F_{TT0}$, d.h. Helizität 2 Dominanz ²².

Die Kenntnis des Helizitätszustands des erzeugten Tensormesons ist unbedingt notwendig zur experimentellen Bestimmung der $\gamma\gamma$ -Breite des Mesons, denn dieser bestimmt die Winkelverteilung der Zerfallsprodukte (siehe Gleichung (2.47) und Abbildung 2.6) und damit die Akzeptanz. Aus Abbildung 2.6 erkennt man sofort die daraus resultierenden Probleme für die Bestimmung von $\Gamma_{\gamma\gamma}$: Da die Akzeptanz von Detektoren an e^+e^- Speicherringen typischerweise auf den Bereich $|\cos\theta^*| < 0.6$ beschränkt ist, fällt es schwer, zwischen $\lambda=0$ und $\lambda=2$ zu unterscheiden. Ein Fehler in der Bestimmung der Helizitätsanteile führt jedoch zu einem beträchtlichem Fehler in $\Gamma_{\gamma\gamma}$. Aus diesem Grund bestimmen die meisten Experimente die $\gamma\gamma$ -Breiten von Tensormesonen unter der - theoretisch gestützten - $\lambda=2$ Annahme.

Die absoluten theoretischen Vorhersagen für die 2-Photon Breiten der Tensormesonen sind wesentlich unsicherer als die für den dominanten Helizitätszustand. Beim $f_2(1270)$ etwa überspannen sie den Bereich 1 keV- 30 keV (siehe Tabelle 8 in [39]).

Aus Gleichung (2.39) erhält man für die 2-Photon Breite eines Tensormesons:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{160\pi m_R} [2|M_{++}|^2 - 2|M_{+-}|^2]. \quad (2.62)$$

Dies liefert (mit Tabelle 2.3) die $\gamma\gamma$ -Breite für jeden Helizitätszustand einzeln:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}, \quad (2.63)$$

²⁰ Auch aus der quadratischen Gell-Man - Okubo Massenformel

$$\tan^2 \Theta_T = \frac{4m^2 K_2^*(1430) - m^2 a_2(1320) - 3m^2 f'_2(1525)}{3m^2 f_2(1270) - 4m^2 K_2^*(1430) + m^2 a_2(1320)}$$

erhält man $|\Theta_T| \approx 28^\circ$.

²¹ Yang's Theorem, das die Kopplung zweier quasi-reeller Photonen an ein Spin 1 Objekt verbietet, untersagt auch die Kopplung solcher Photonen an ein Tensormeson im Helizitätszustand Eins.

²² Am einfachsten erhält man die Helizität 2 Dominanz aus den Clebsch-Gordan Koeffizienten eines Systems zweier Spin 1 Teilchen ohne relativen Bahndrehimpuls:

$$I(\lambda=2) : I(\lambda=0) = 6 : 1.$$

$$\text{mit } \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} = \frac{1}{120\pi m_R} m_R^4 F_{TT0}^2(0,0)$$

$$\text{und } \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} = \frac{1}{30\pi m_R} F_{TT2}^2(0,0).$$

Damit (und mit Gleichung (2.46) und Tabelle 2.3) ist es möglich, den Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines Tensormesons bei der Kollision zweier quasi-reeller Photonen in Abhängigkeit von der 2-Photon Breite zu schreiben:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{2W^2} \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} \left[\frac{4}{6} W^4 F_{TT0}^2(0,0) + F_{TT2}^2(0,0) \right] \quad (2.64)$$

$$\text{mit } F_{TT0}^2(0,0) = 120\pi m_R \frac{1}{m_R^4} \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}$$

$$\text{und } F_{TT2}^2(0,0) = 30\pi m_R \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}.$$

Dies liefert schließlich:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = 40\pi \frac{m_R^2}{W^2} \frac{\Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} \left[\frac{W^4}{m_R^4} \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} - \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} \right], \quad (2.65)$$

wobei die W -abhängige Breite für den 2-Teilchenzerfall wie folgt definiert ist (siehe Gleichung (2.49)):

$$\Gamma_X(W) = \Gamma_X(m_R) \frac{m_R}{W} \left(\frac{q^*(W)}{q^*(m_R)} \right)^5 \frac{D_2(|\vec{q}^*(m_R)|r)}{D_2(|\vec{q}^*(W)|r)}. \quad (2.66)$$

Zur Bestimmung des Tensor-Mischungswinkels wird im folgenden nur der Helizitätszustand 2 betrachtet.

Aus den Beziehungen

$$a_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}), \quad (2.67)$$

$$f_2 = \varphi_8 \sin \Theta_T + \varphi_1 \cos \Theta_T,$$

$$f_2' = \varphi_8 \cos \Theta_T - \varphi_1 \sin \Theta_T,$$

wobei $\varphi_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$ und $\varphi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$,

sowie aus der Beziehung zwischen $\Gamma_{\gamma\gamma}$ und der 2-Photon Tensormeson Kopplungskonstanten (siehe Gleichung (2.63)), lassen sich Verhältnisse zwischen den gemessenen $\gamma\gamma$ -Breiten aufstellen ²³:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)m_{f_2} = \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2)m_{a_2}}{3} \times [R_1 \sin \Theta_T + \sqrt{3}R_2 \cos \Theta_T]^2, \quad (2.68)$$

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2')m_{f_2'} = \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2)m_{a_2}}{3} \times [R_1 \cos \Theta_T - \sqrt{3}R_2 \sin \Theta_T]^2.$$

²³Wie bereits mehrfach erwähnt gelten die $SU(3)_{F1}$ -Relationen zwischen den $\gamma\gamma$ -Meson Kopplungskonstanten $F(R\gamma\gamma)$. Zur Aufstellung von Beziehungen zwischen den experimentell zugänglichen $\gamma\gamma$ -Breiten ist es nötig, die Massenabhängigkeit der Proportionalitätskonstanten zwischen $\Gamma_{\gamma\gamma}$ und $F(R\gamma\gamma)$ zu kennen. Unglücklicherweise ist diese Massenabhängigkeit abhängig vom Modell für die Struktur des erzeugten Zustands. Wechselt man von dem bisher verwendeten strukturlosen Modell in das Quarkmodell, so findet man andere Massenabhängigkeiten [3]:

Das Quarkmodell beschreibt Tensormesonen als $q\bar{q}$ P-Wellenzustände (spektroskopische Notation 3P_2). Deren Vernichtung in zwei Photonen läßt sich zum einen als zweistufiger Prozeß beschreiben, bei dem der 3P_2 Zustand durch einen elektrischen Dipolübergang (E1) in einen 3S_1 Zustand übergeht; dieser vernichtet sich in ein Photon (VDM). Dieses Modell liefert: $\Gamma_{\gamma\gamma} \propto m^3 \cdot F^2(R\gamma\gamma)$ wie im pseudoskalaren Nonett. (Damit erhielte man für Tensormesonen die gleichen Beziehungen zwischen den $\gamma\gamma$ -Breiten wie für Pseudoskalare: Gleichung (2.58) mit $\pi^0 \rightarrow a_2(1320)$, $\eta \rightarrow f_2'(1525)$)

Für $R_1 = f_{a_2}/f_8 = 1$ ²⁴ erhält man aus den Gleichungen (2.68) und den Mittelwerten in Tabelle 2.2:

$$\Theta_T = +(30.4 \pm 0.9)^\circ \text{ und } R_2 = f_{a_2}/f_1 = 1.02 \pm 0.02 ,$$

was mit nahezu idealer Mischung und Nonett-Symmetrie konsistent ist. Aus Gleichung (2.68) läßt sich eine vom Mischungswinkel unabhängige Beziehung zur Bestimmung von R_2 herleiten:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)m_{f_2} + \Gamma_{\gamma\gamma}(f'_2)m_{f'_2} - \frac{R_1^2 + 8R_2^2}{3}\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2)m_{a_2} = 0 . \quad (2.69)$$

Aus all diesen Ergebnissen folgt, daß im Tensormeson-Nonett in guter Näherung ideale Mischung vorliegt (siehe Gleichung (2.61)) mit

$$\langle e_q^2 \rangle_{a_2}^2 : \langle e_q^2 \rangle_{f_2}^2 : \langle e_q^2 \rangle_{f'_2}^2 \approx 9 : 25 : 2 . \quad (2.70)$$

2.2.4 Skalare Mesonen ($J^P = 0^+$)

Im Falle der skalaren Mesonen sind die Probleme noch grundsätzlicherer Art: Die flavour-neutralen Mitglieder des Nonetts sind noch nicht fest etabliert; Kandidaten sind $a_0(980)$, $f_0(975)$ und $f_0(1300)$.

Die Massenverhältnisse alleine legen ideale Mischung und somit folgende Flavour-Wellenfunktionen nahe:

$$\begin{aligned} a_0(980) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d}) , \\ f_0(975) &= \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d}) , \\ f_0(1300) &= s\bar{s} . \end{aligned} \quad (2.71)$$

Die dafür erwarteten totalen Breiten ($\Gamma_{tot}(a_0(980)) \approx \Gamma_{tot}(f_0(975)) \approx 200 \text{ MeV} - 400 \text{ MeV}$ und Zerfallskanäle ($B(a_0(980) \rightarrow \pi\pi)$ und $B(f_0(975) \rightarrow \pi\pi)$ dominant, $B(f_0(1300) \rightarrow K\bar{K})$ dominant) sind jedoch nicht in Übereinstimmung mit dem Experiment [59].

Daher existieren theoretische Modelle, die $a_0(980)$ und $f_0(975)$ als 4-Quark Zustände

und $\eta' \rightarrow f_2(1270)$.)

Zum anderen ist der 2-Photon Zerfall eines 3P_2 Zustands, aufgrund von relativistischen Korrekturen, auch in einem einstufigen Prozeß denkbar. Dann erhält man: $\Gamma_{\gamma\gamma} \propto \frac{1}{m^4} |\psi'(0)|^2$, wobei $\psi'(0)$ die erste Ableitung der radialen Quark-Wellenfunktion am Ursprung bezeichnet; diese kann weitere Massenabhängigkeiten enthalten.

Die Bestimmung von $SU(3)_{F1}$ -Parametern aus den 2-Photon Breiten der Tensormesonen ist also nicht unproblematisch, obwohl die Massenunterschiede wesentlich kleiner sind als im pseudoskalaren Nonett:

$$\frac{m_{a_2}}{m_{f_2}} = 1.04 , \quad \frac{m_{f'_2}}{m_{f_2}} = 1.20 \text{ verglichen mit } \frac{m_{\pi^0}}{m_\eta} = 0.25 , \quad \frac{m_{\eta'}}{m_\eta} = 1.75 .$$

²⁴Es ist unklar, wie gerechtfertigt diese Annahme ist. Der Effekt der $SU(3)_{F1}$ -Brechung könnte, ähnlich wie im pseudoskalaren Nonett, zu einem Wert ungleich Eins führen. Angesichts von Nonett-Symmetrie und nahezu idealer Mischung im Tensormeson-Nonett ergibt sich damit jedoch ein konsistentes Bild.

beschreiben. Das Modell von Jaffe [50] nimmt an, daß es sich bei den beiden Mesonen um 4-Quark Zustände mit 'hidden strangeness' handelt:

$$\begin{aligned} a_0(980) &= \frac{1}{\sqrt{2}} s\bar{s}(u\bar{u} - d\bar{d}) , \\ f_0(975) &= \frac{1}{\sqrt{2}} s\bar{s}(u\bar{u} + d\bar{d}) . \end{aligned} \quad (2.72)$$

Dieses Modell erklärt zwar die kleine Breite des $f_0(975)$, nicht aber die des $a_0(980)$: Beim Zerfall $f_0(975) \rightarrow \pi\pi$ muß sich das $s\bar{s}$ -Paar vernichten, dagegen bei $a_0(980) \rightarrow \eta\pi$ nicht. Außerdem sagt es die Existenz einer Vielzahl weiterer Zustände voraus, von denen kein einziger bisher experimentell beobachtet wurde.

Das Modell von Weinstein und Isgur [51] beschreibt $a_0(980)$ und $f_0(975)$ als schwach gebundene $K\bar{K}$ -Zustände (' $K\bar{K}$ -Molekül'), ähnlich dem Deuteron. Es erklärt damit auf natürliche Weise die kleine Massendifferenz sowie die Nähe zur $K\bar{K}$ -Schwelle:

$$m_{a_0(980)} \approx m_{f_0(975)} \approx 2 \cdot m_K - E_B , \quad \text{Bindungsenergie } E_B = \mathcal{O}(10 \text{ MeV}) .$$

Die von den verschiedenen Modellen vorhergesagten $\gamma\gamma$ -Breiten (eine Übersicht findet sich in [61]) überspannen einen weiten Bereich:

- Behandelt man $a_0(980)$ und $f_0(975)$ als $q\bar{q}$ -Zustände, so lassen sich ihre $\gamma\gamma$ -Breiten auf einfache Art und Weise in Beziehung setzen zu denen der Tensormesonen $a_2(1320)$ und $f_2(1270)$:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(0^{++}) = \frac{15}{4} \left(\frac{m_{0^{++}}}{m_{2^{++}}} \right)^3 \Gamma_{\gamma\gamma}(2^{++}) . \quad (2.73)$$

Damit erhält man

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980)) \approx 1.5 \text{ keV} , \quad (2.74)$$

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975)) \approx 4.5 \text{ keV}$$

und

$$\frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980))}{\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975))} \approx \frac{9}{25} = \frac{\langle e_q^2 \rangle^2_{a_2(1320)}}{\langle e_q^2 \rangle^2_{f_2(1270)}} .$$

Andere, allgemeinere Rechnungen (auf der Basis des Quarkmodells) liefern $\gamma\gamma$ -Breiten für das $a_0(980)$ im Bereich 1 keV–5 keV. Dies scheint inkonsistent zu sein mit der Crystal Ball Messung [23] von etwa 0.2 keV / $B(\pi^0\eta)$ (siehe Tabelle 2.2), es sei denn, das Verzweigungsverhältnis $a_0(980) \rightarrow \pi^0\eta$ wäre unerwartet klein.

- Im Rahmen des 4-Quark Modells mit hidden strangeness erhalten Achasov *et al.* [60]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980)) = \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975)) \approx 0.27 \text{ keV} . \quad (2.75)$$

Die Autoren selber qualifizieren dieses Resultat allerdings als recht unsicher.

- Die Beschreibung von $a_0(980)$ und $f_0(975)$ als $K\bar{K}$ -Moleküle schließlich liefert [51], [62]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0(980)) = \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975)) \approx 0.6 \text{ keV} . \quad (2.76)$$

Vergleicht man diese Resultate mit den experimentelle Ergebnissen (siehe Tabelle 2.2), so findet man keine Konsistenz im Falle der Quarkmodellvorhersagen, während die beiden anderen Modelle - hidden strangeness bzw. $K\bar{K}$ -Molekül - im Rahmen der theoretischen Unsicherheiten mit dem Experiment verträglich sind. Berücksichtigt man die o.a. Probleme des Modells mit hidden strangeness, so scheinen die bisherigen Messungen die Interpretation von $a_0(980)$ und $f_0(975)$ als $K\bar{K}$ -Molekül zu unterstützen.

Aus Gleichung (2.39) und Tabelle 2.3 erhält man für die $\gamma\gamma$ -Breite eines skalaren Mesons den Ausdruck ²⁵:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{32\pi m_R} 2|M_{\gamma\gamma}|^2 = \frac{1}{16\pi m_R} F_{TT0}^2 . \quad (2.77)$$

Gleichung (2.46) und Tabelle 2.3 liefern für den 2-Photon Wirkungsquerschnitt:

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma\gamma} &= \frac{1}{2W^2} \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} |M_{\gamma\gamma}|^2 \\ &= \frac{1}{2W^2} \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} F_{TT0}^2 \\ &= 8\pi \frac{m_R^2}{W^2} \frac{\Gamma_X(W) \Gamma_{\gamma\gamma}}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_{tot}^2(W)} , \end{aligned} \quad (2.78)$$

wobei die W -abhängige Breite für den Zerfall in zwei spinlose Teilchen wie folgt definiert ist (siehe Gleichung (2.49)):

$$\Gamma_X(W) = \Gamma_X(m_R) \frac{m_R}{W} \left(\frac{|\bar{q}(W)|}{|\bar{q}(m_R)|} \right) . \quad (2.79)$$

2.3 Die nichtresonante 2-Photon Produktion von Meson Paaren

Bereits im Jahre 1960 verwendeten Calogero und Zemach [8] die sg. Born'sche Näherung zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts für die Reaktion $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-$, i.e. nichtresonante 2-Photon Produktion von $\pi^+\pi^-$. Dieser Näherung liegen die drei in Abbildung 2.7 gezeigten QED-Graphen niedrigster Ordnung zugrunde.

Sie beschreiben die Kopplung von realen Photonen an punktförmige, nicht stark wechselwirkende, geladene Spin 0 Teilchen-Antiteilchen ²⁶.

²⁵Aus dieser Gleichung erkennt man, daß die $SU(3)_F$ -Relationen zwischen den $\gamma\gamma$ -Breiten der Skalare die gleiche Form haben wie die zwischen den Helizität 2 $\gamma\gamma$ -Breiten der Tensoren (siehe Gleichung (2.63)).

²⁶NB! Die Graphen niedrigster Ordnung tragen nicht zur Produktion von Paaren aus neutralen Teilchen-Antiteilchen bei.

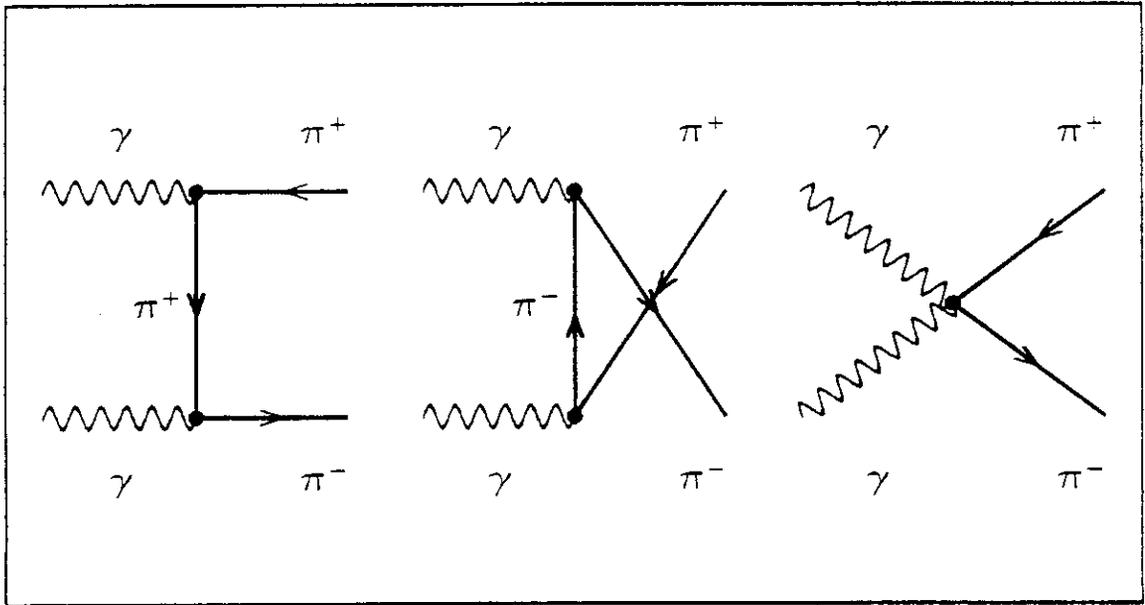


Abbildung 2.7: Die drei QED-Graphen der Born'schen Näherung.

Daraus erhält man den folgenden Wirkungsquerschnitt für die 2-Photon Produktion von $\pi^+\pi^-$ Paaren:

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)_{Born} = \frac{\pi\alpha^2}{W_{\gamma\gamma}^2} [2\beta^*(2 - \beta^{*2}) - (1 - \beta^{*4}) \times \ln\{(1 + \beta^*)/(1 - \beta^*)\}] \quad (2.80)$$

$$\text{mit } \beta^* = \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{W_{\gamma\gamma}^2}}.$$

Abbildung 2.8 zeigt diesen Wirkungsquerschnitt aufgetragen gegen $W_{\gamma\gamma}$. Ebenfalls gezeigt sind die Einzelbeiträge für $J = 0$, $J = 2$ mit $\lambda = 0$ und $\lambda = 2$. Man erkennt, daß oberhalb von $W_{\gamma\gamma} \approx 600$ MeV der $J = 2$, $\lambda = 2$ Beitrag dominiert.

Es ist zu erwarten, daß die Born'sche Näherung mit zunehmender $\gamma\gamma$ Schwerpunktsenergie ihre Gültigkeit verliert: Zum einen sind Hadronen nicht punktförmig, so daß die QED-Amplitude die wahre Amplitude überschätzt. Weiterhin unterliegen sie der starken Wechselwirkung!

Es existieren Modelle [63], [64], [65], [66], [67], die unter Ausnutzung des Theorems von Watson [68] die Effekte der starken Wechselwirkung berücksichtigen. Dieses Theorem besagt, daß sich, unter bestimmten Voraussetzungen, die Amplitude für die Erzeugung eines Paares von stark wechselwirkenden Teilchen aufspalten läßt in eine 'Primäramplitude' und eine 'Endzustands-Wechselwirkungsamplitude'. Die Modelle nehmen an, daß es sich bei der Primäramplitude um die Born'sche QED-Amplitude handelt - eine Annahme, deren Gültigkeit im Limes $W_{\gamma\gamma}^2 \rightarrow 0$ durch die Eichinvarianz der QED sichergestellt wird [6]. Die Endzustands-Wechselwirkungsamplitude erhält man aus den in hadronischen Wechselwirkungen ($\pi\pi \rightarrow \pi\pi$, $\pi\pi \rightarrow KK$, $KK \rightarrow \pi\pi$, etc.) gemessenen Phasenverschiebungen und Inelastizitäten²⁷. Dies ermöglicht die Berechnung von entsprechenden Korrekturen zum reinen Born-Term ('Unitarisierung'). Weiterhin erlauben

²⁷Die Anwendung des Theorems von Watson wird allerdings erschwert durch das 'Aufgehen' von zusätzlichen Reaktionskanälen wie 4π , $\eta\eta$, etc., für die keine Messungen existieren.

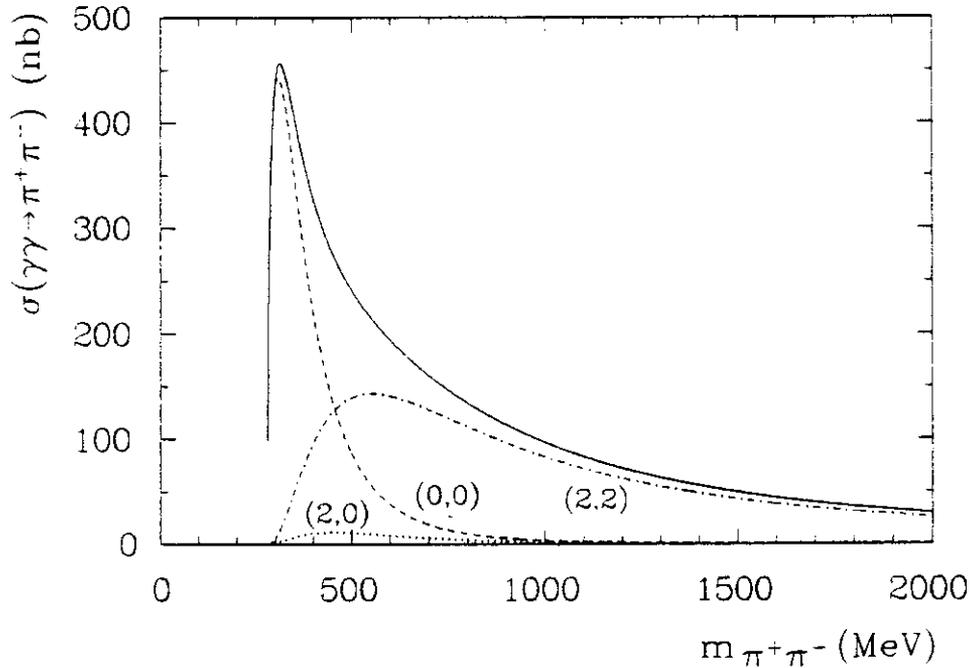


Abbildung 2.8: Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$, berechnet mit Hilfe der Born'schen Näherung. Ebenfalls gezeigt sind die Einzelbeiträge für $J = 0, \lambda = 0$ (0,0), $J = 2, \lambda = 0$ (2,0) und $J = 2, \lambda = 2$ (2,2).

die Modelle zusätzliche t-Kanal Austauschgraphen (Vektormesonen-Austausch mit Unitarisierung). Deren Beiträge lassen sich mit Hilfe der bekannten Verzweigungsverhältnisse $\rho \rightarrow \gamma\pi$, $\omega \rightarrow \gamma\pi^0$, $K^*(892) \rightarrow \gamma K$, etc. berechnen.

Diese Modelle sagen - im Gegensatz zum reinen Born-Term - einen nichtverschwindenden Wirkungsquerschnitt für $\pi^0\pi^0$ Kontinuumsproduktion vorher. Sie liefern absolute Vorhersagen für die Kontinuumswirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ und $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$, die jedoch wegen der o.a. Schwachpunkte maximal bis zu $\gamma\gamma$ Schwerpunktsenergien im Bereich der $f_2(1270)$ -Resonanz gültig sind. Abbildung 2.9 zeigt die Vorhersagen aus [63]. Wie der Vergleich mit den Daten ergibt (siehe f_2 -Referenzen in Tabelle 2.2 für $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$, siehe Kapitel 6.4 in dieser Arbeit für $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$), vermögen die Modelle die Größenordnung der Wirkungsquerschnitte gut vorherzusagen ²⁸.

Einen gänzlich anderen Ansatz benutzt das Modell von Brodsky und Lepage [69]. Es beschreibt die 2-Photon Produktion von Teilchen-Antiteilchen Paaren im Rahmen der QCD (siehe Abbildung 2.10). Da zur Berechnung dieses Graphen die Methoden der Störungstheorie verwendet werden müssen, beschränkt sich der Anwendungsbereich des Modells auf $\gamma\gamma$ Schwerpunktsenergien oberhalb von etwa 2 GeV - ein Bereich, der der vorliegenden Analyse nicht zugänglich ist.

²⁸Sie versagen jedoch, insbesondere bei $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$, im Detail und können wegen fehlender freier Parameter nicht bei den Anpassungsrechnungen benutzt werden.

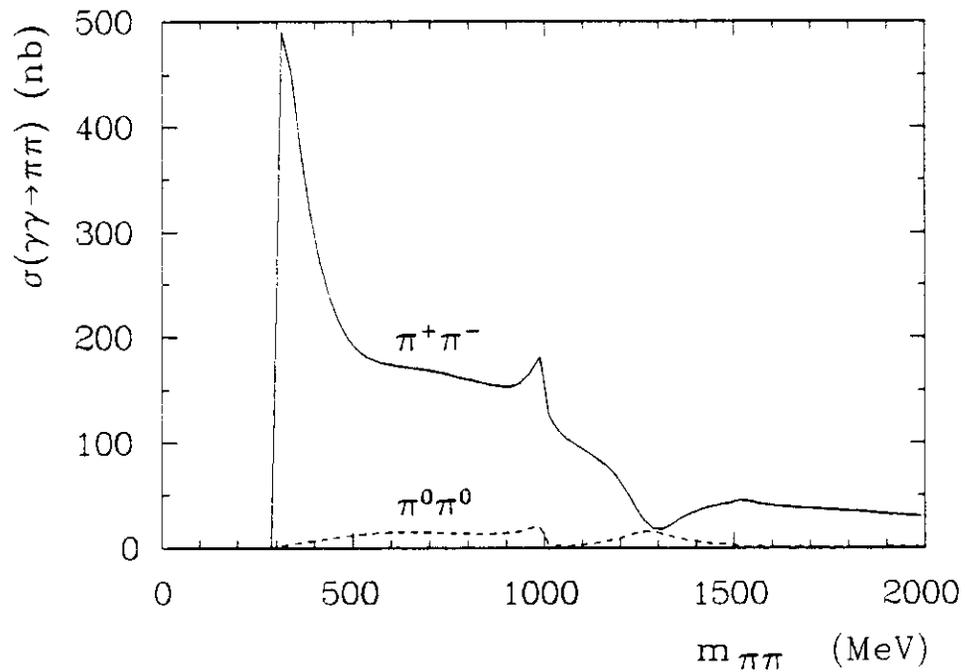


Abbildung 2.9: Vorhersagen für $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ und $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ aus [63]. Die Strukturen bei der $f_0(975)$ - und bei der $f_2(1270)$ -Resonanz resultieren aus der Unitarisierung des Born-Terms.

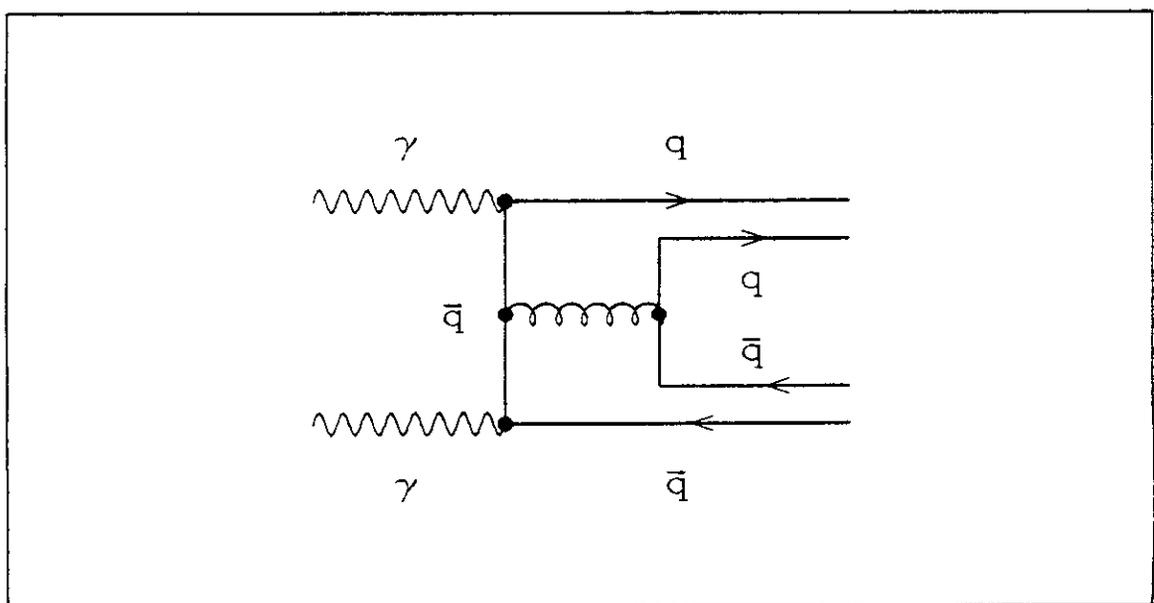


Abbildung 2.10: Die 2-Photon Produktion von Mesonpaaren im Rahmen der QCD.

Kapitel 3

Das Crystal Ball Experiment

Die für diese Analyse verwendeten Daten wurden zwischen 1982 und 1986 mit dem Crystal Ball Detektor aufgenommen. Während dieses Zeitraums wurde der Detektor am e^+e^- Speicherring DORIS II in Hamburg, BRD, betrieben. Im folgenden werden die verschiedenen Komponenten des Experiments beschrieben.

3.1 Der e^+e^- Speicherring DORIS II

Seit 1982 wird am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) der e^+e^- Speicherring DORIS II betrieben. An ihm lassen sich mit hoher Luminosität ($L > 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$) e^+e^- Reaktionen im Bereich der Υ -Resonanzen¹ bei Schwerpunktsenergien bis zu 11.2 GeV untersuchen. Abbildung 3.1 zeigt das Beschleunigersystem von DORIS II.

Erzeugung und Vorbeschleunigung von Elektronen bzw. Positronen erfolgen in den beiden Linearbeschleunigern LINAC I bzw. LINAC II. Zur Erhöhung der Positronen-Intensität dient der kleine Zwischenspeicherring PIA (Positronen-Intensitäts-Akkumulator). Beide Teilchensorten werden dann nacheinander mit einer Energie von 63 MeV (e^-) bzw. 300 MeV (e^+) in das Synchrotron DESY I injiziert und dort auf eine Energie von etwa 5 GeV beschleunigt. Anschließend werden sie in den DORIS II Speicherring (288 m Umfang) transferiert, in dem Elektronen und Positronen in je einem Bündel ('Bunch') mit $10^{11} - 10^{12}$ Teilchen in entgegengesetzter Richtung umlaufen. In zwei Wechselwirkungszonen durchdringen sich die beiden Bunche mit einer Frequenz von $\sim 10^6$ Hz. Die Bunche haben gaußförmige Dichteverteilungen. Zu ihrer Fokussierung sind auf beiden Seiten jeder Wechselwirkungszone Mini- β -Quadrupolmagnete installiert. Damit erreicht man Bunchbreiten von $\sigma_y \approx 0.1$ mm in vertikaler Richtung, $\sigma_x \approx 1$ mm horizontal, senkrecht zum Strahl und $\sigma_z \approx 17$ mm in Strahlrichtung.

Das Hochvakuum von $10^{-8} - 10^{-9}$ Torr innerhalb des DORIS-Strahlrohrs erlaubt Strahlströme von max. 2×50 mA. Wenn diese innerhalb von 1-2 Stunden auf etwa 2×20 mA abgefallen sind, erfolgt ein erneutes Auffüllen des Rings, was normalerweise nur wenige Minuten dauert.

Zur Untersuchung von Untergrund-Ereignissen, die nicht aus e^+e^- Reaktionen stammen², kann DORIS II auch mit separierten Strahlen ('separated beam') bzw.

¹Diese bilden eine Familie von Mesonen, die aus einem gebundenen bottom-antibottom Paar bestehen.

²Dabei handelt es sich um Ereignisse aus Strahl-Restgas und Strahl-Wand Reaktionen.

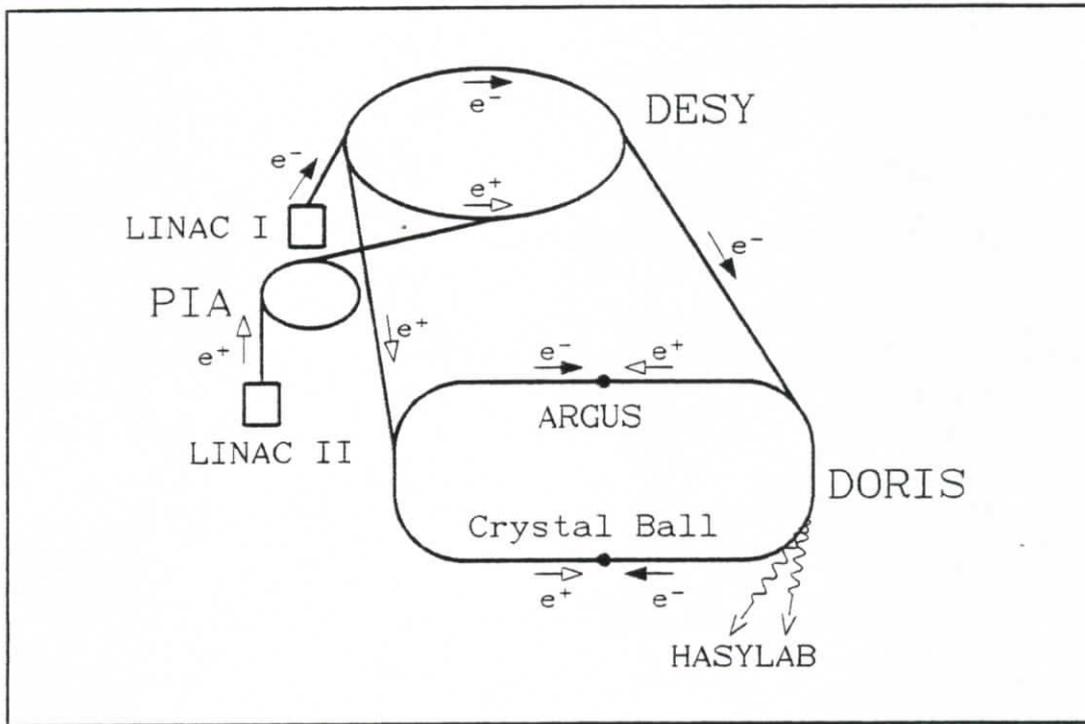


Abbildung 3.1: Das Beschleunigersystem von DORIS II.

einzelnen e^+ oder e^- Strahlen ('single beam') betrieben werden.

Eine wichtige Kenngröße eines e^+e^- Speicherrings ist die e^+e^- Luminosität L . Sie wird alleine durch Maschinenparameter bestimmt und legt für eine gegebenem Reaktion $e^+e^- \rightarrow X$ mit Wirkungsquerschnitt σ die Ereignisrate \dot{N} fest:

$$\dot{N} = L \cdot \sigma . \quad (3.1)$$

Mit den Strahlparametern ist L durch folgende Beziehung verknüpft:

$$L = \frac{n_- \cdot n_+ \cdot N_B \cdot \nu}{F} \quad [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}] . \quad (3.2)$$

- n_- , n_+ : Anzahl der Elektronen bzw. Positronen pro Bunch
- N_B : Anzahl der Bunche pro Strahl
- ν : Umlauffrequenz der Bunche
- F : Querschnittsfläche eines Bunches

In der Praxis ist es unmöglich, diese Parameter mit der nötigen Genauigkeit zu messen. Man bestimmt die e^+e^- Luminosität vielmehr aus Gleichung (3.1) durch Messung der Ereignisrate von Bhabha-Streuung und QED- 2γ Erzeugung³



deren Wirkungsquerschnitte sich mit Hilfe der QED sehr genau berechnen lassen. Für Details der Luminositätsbestimmung siehe [71].

³Im folgenden werden, soweit nicht anders vermerkt, die Ereignisse aus *beiden* Reaktionen als Bhabha-Ereignisse bezeichnet. Dies ist naheliegend, da sie sich anhand ihrer Signatur im NaJ-Kalorimeter nicht unterscheiden lassen.

Während der Meßzeit an DORIS II wurden integrierte Luminositäten $\mathcal{L} = \int L \cdot dt$ von durchschnittlich etwa 600 pb^{-1} pro Tag erreicht.

3.2 Die Komponenten des Crystal Ball Detektors

Der Crystal Ball Detektor [70] wurde in den Jahren 1974-1978 am Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) konzipiert und gebaut. Nach einer erfolgreichen Meßzeit am e^+e^- Speicherring SPEAR (SLAC) wurde er 1982 zum DESY gebracht.

Der Crystal Ball ist ein kompakter Detektor ohne Magnetfeld, dessen Stärke der Nachweis und die Energiemessung von elektromagnetisch schauernden Teilchen - Photonen und Elektronen ⁴ - im Energiebereich von wenigen MeV bis zu einigen GeV ist.

Die wesentlichen Komponenten des Detektors (Abbildung 3.2) sind:

- das Kalorimeter aus Natrium-Jodid (NaJ) Kristallen,
- der Innendetektor aus Doppellagen von Driftröhren,
- der Luminositätsmonitor,
- das System zur Flugzeitmessung ('ToF'; nicht abgebildet).

Sie werden im folgenden genauer beschrieben. Dabei wird ein rechtshändiges kartesisches Koordinatensystem mit Ursprung im Wechselwirkungspunkt verwendet. Dessen z-Achse zeigt in Flugrichtung der Positronen, die y-Achse senkrecht nach oben und die x-Achse horizontal zur Mitte des Speicherrings. Das entsprechende sphärische Koordinatensystem verwendet den Polarwinkel θ und den Azimutwinkel ϕ .

3.2.1 Das NaJ-Kalorimeter

Der eigentliche Crystal Ball besteht aus 672 radial angeordneten, Thallium (Tl) - dotierten NaJ Einkristallen. Die Kristalle haben die Form von Pyramidenstümpfen mit gleichseitiger Dreiecksgrundfläche (Abbildung 3.3). Ihre Länge von 40.6 cm entspricht 15.7 Strahlungslängen und etwa einer nuklearen Wechselwirkungslänge.

Der Anordnung der Kristalle liegt die Geometrie eines Ikosaeders zugrunde (Abbildung 3.4). Jedes der 20 gleichseitigen Dreiecke ('Major Triangles') ist in weitere vier gleichseitige Dreiecke ('Minor Triangles') unterteilt, die wiederum aus jeweils neun Kristallen aufgebaut sind. An zwei diametral gegenüberliegenden Seiten des Balles ('Tunnel') befinden sich Öffnungen, die den Durchtritt des Stahlrohrs ermöglichen. Die an diese Öffnungen angrenzenden Kristalle werden als Tunnelkristalle bezeichnet. Die Gesamtheit der 672 Kristalle überdeckt 93% des Raumwinkels von $4\pi \text{ sr}$.

Der Detektor ist in der horizontalen Ebene in zwei Hemisphären unterteilt, die jeweils von einer evakuierten Metallhülle umschlossen werden ⁵. Mittels einer

⁴Als 'Elektronen' werden, soweit nicht anders vermerkt, im folgenden immer sowohl das negativ geladene Elektron als auch sein positiv geladenes Antiteilchen, das Positron, bezeichnet.

⁵Die einhüllende innere bzw. äußere Kugeloberfläche hat einen Radius von etwa 25 cm bzw. 66 cm

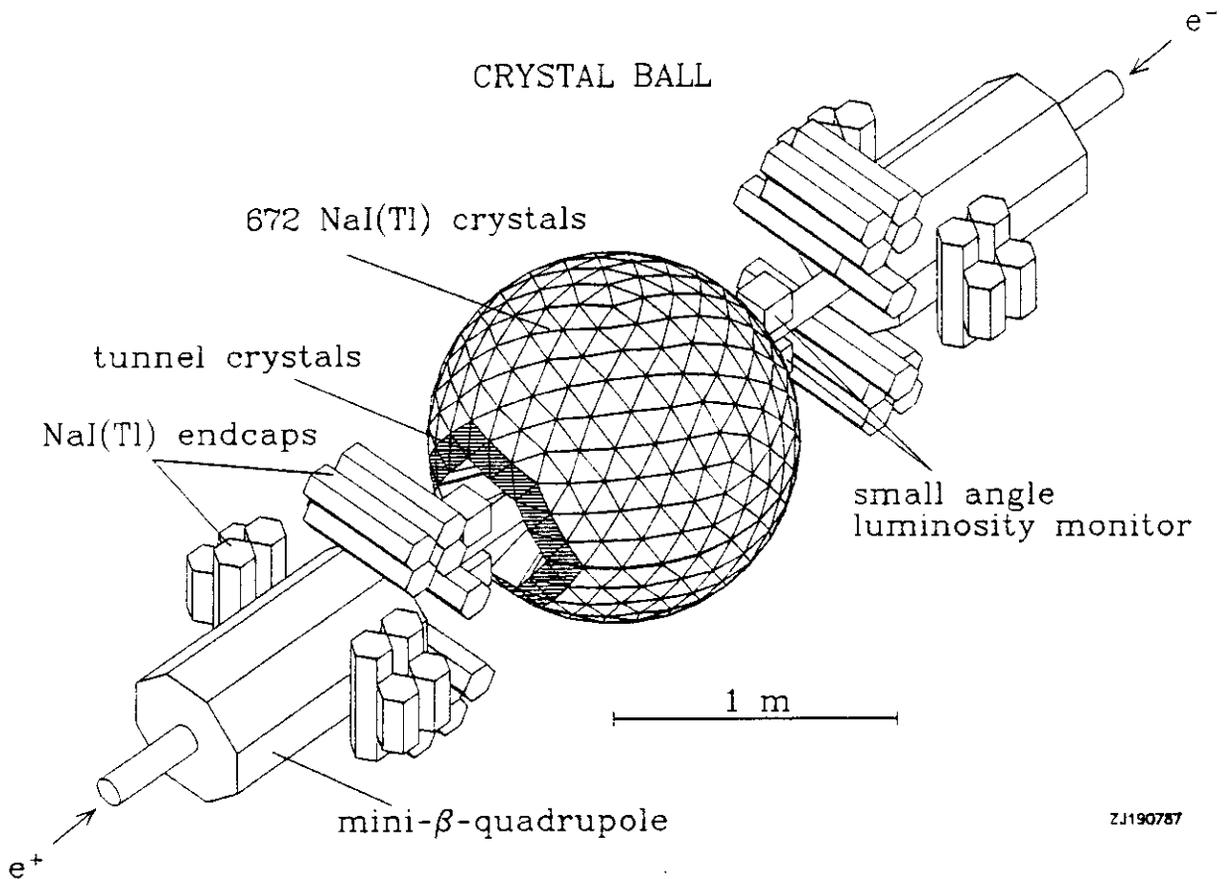


Abbildung 3.2: Der Crystal Ball Detektor.

Hydraulik lassen sich die beiden Hemisphären auseinanderfahren. Dies geschieht bei jeder Injektion in DORIS II, um die Strahlenbelastung der Kristalle so gering wie möglich zu halten.

Die Kristalle dienen zugleich als Absorptions- und Szintillationsmaterial und sind daher optisch voneinander isoliert. Das beim Durchgang von Teilchen durch die Kristalle erzeugte Szintillationslicht vermag an deren Ende durch kreisförmige Glasfenster aus der Metallhülle auszutreten und wird in Sekundärelektronenvervielfachern ('PM') nachgewiesen. Die Ladung des dabei produzierten elektrischen Impulses ist proportional zur Menge des Szintillationslichts und damit proportional zu der im Kristall deponierten Energie.

Das Kalorimeter ermöglicht die Energiemessung von Photonen und Elektronen mit einer Energieauflösung von [79], [80]

$$\frac{\sigma_E(E)}{E} = \frac{(2.7 \pm 0.2)\%}{\sqrt{E / \text{GeV}}} \quad (3.4)$$

Die Richtungsbestimmung eines elektromagnetischen Schauers erfolgt mit einer Winkelauflösung von

$$\sigma_\theta = 1^\circ - 3^\circ, \quad \sigma_\phi = \frac{\sigma_\theta}{\sin \theta}, \quad (3.5)$$

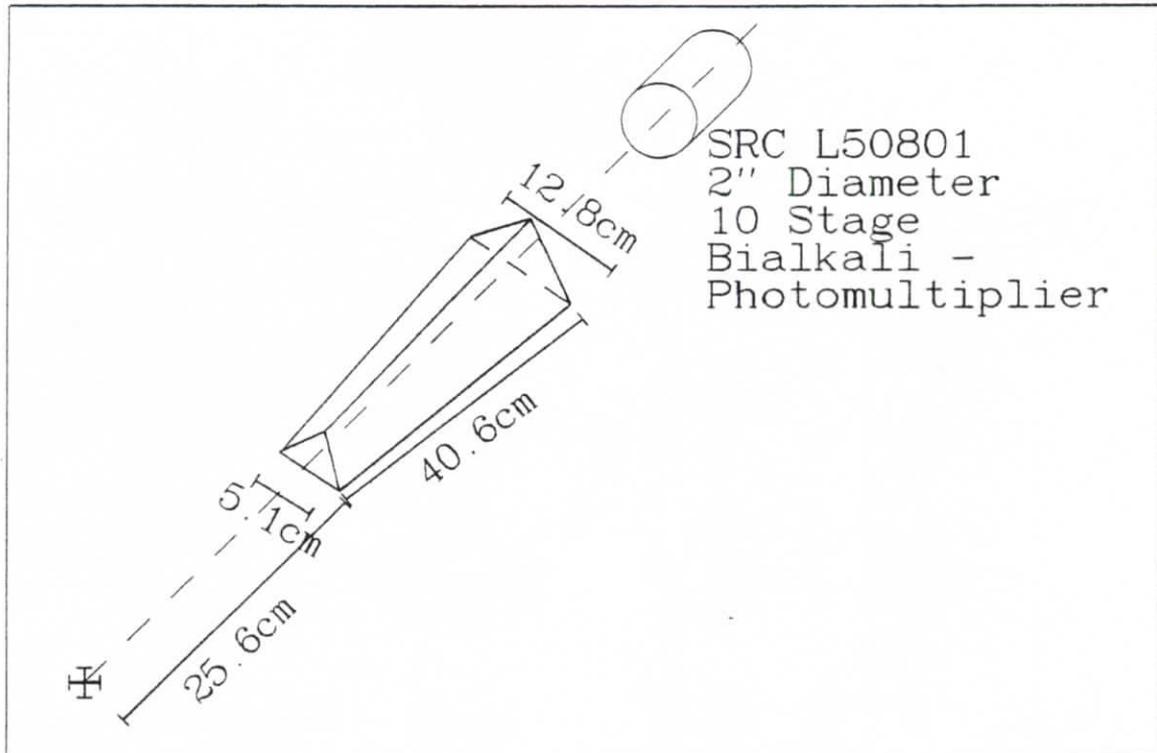


Abbildung 3.3: Die Abmessungen eines einzelnen NaJ-Kristalls.

wobei die bessere Auflösung bei höheren Energien erreicht wird ⁶.

Zur Erhöhung der Hermetik des Kalorimeters dienen 40 hexagonale NaJ(Tl) Endkappen-Kristalle. Sie erweitern die Raumwinkelüberdeckung auf 98% von 4π sr. Aufgrund der Anordnung der Mini- β -Quadrupole sind diese Kristalle jedoch senkrecht zum Strahlrohr montiert und die Dicke des durchquerten Materials variiert, je nach Flugrichtung eines Teilchens, zwischen 6 und 12 Strahlungslängen. Wegen der daraus resultierenden schlechten Orts- und Energieauflösung werden die Endkappen meist nur als Vetoähler gegen Teilchen nahe der Strahlachse benutzt.

Da NaJ stark hygroskopisch ist und seine optischen Eigenschaften bereits durch geringste Oberflächen-Hydratationen irreparabel geschädigt werden, ist der Crystal Ball in einem 'Trockenhaus' mit sehr niedriger Luftfeuchtigkeit (Taupunkt $< -40^\circ\text{C}$) untergebracht. Darin wird die Temperatur bei $(20.0 \pm 0.2)^\circ\text{C}$ konstant gehalten, da die Lichtausbeute von NaJ(Tl) temperaturabhängig ist ($\frac{d \log E}{dT} \approx 1\%/K$).

3.2.2 Der Innendetektor

Zur Unterscheidung von neutralen und geladenen Teilchen sowie zur Richtungsbestimmung von geladenen Teilchen dient der zwischen Strahlrohr und Kalorimeter installierte Innendetektor.

Er besteht aus drei bzw. ab März 1984 aus vier zylinderförmig um das Strahlrohr angeordneten Doppellagen von Driftröhren ('Kammern'). Abbildung 3.5 zeigt den 4-Kammer Aufbau, bei dem die Kammern einen Raumwinkel zwischen 98% (Kammer 1) und 78% (Kammer 4) von 4π sr überdecken. Der Innendetektor hat im Laufe der mehrjährigen Meßzeit einige wesentliche Änderungen erfahren. Er be-

⁶In dem für die vorliegende Arbeit relevanten Energiebereich bis 500 MeV beträgt die Winkelauflösung $\sigma_\theta = 2^\circ - 3^\circ$.

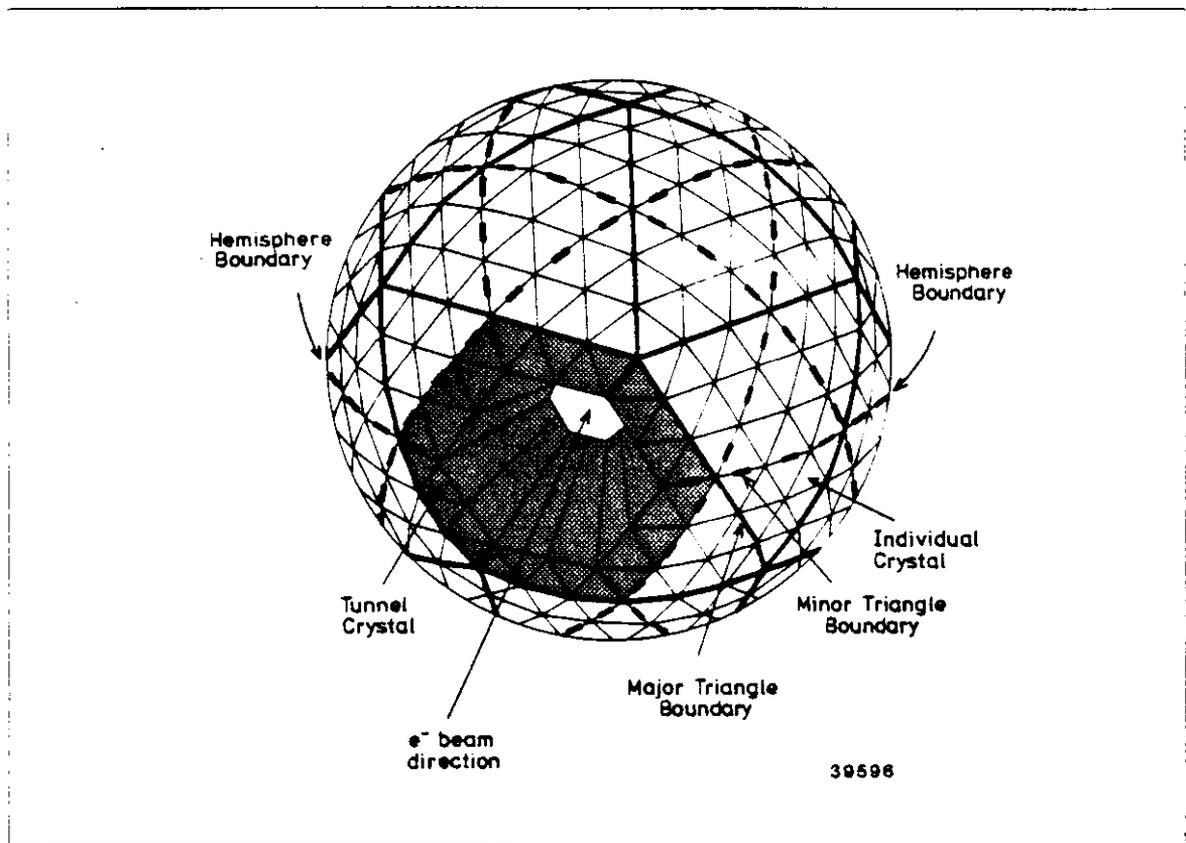


Abbildung 3.4: Die Geometrie des Kalorimeters.

stand zunächst aus drei Kammern, die mit 'magic gas' ($\sim 76\%$ Ar, 20% Isobutan, 4% Methylal und 0.25% Freon13B1) betrieben wurden.

Aufgrund von organischen Ablagerungen auf den Anodendrähten mußten die beiden inneren Kammern im Juni 1983 erneuert werden: diese wurden darauffolgend mit einer Gasmischung aus Ar - CO₂ (79% Ar, 20% CO₂, 1% CH₄) betrieben. Im März 1984 schließlich wurde Kammer 3 durch zwei neue Kammern ersetzt. Seither werden alle vier Kammern mit dem gleichen Ar - CO₂ Gasgemisch betrieben.

Jede der 8 (6)⁷ Kammerlagen besteht aus Aluminium (Al) - Röhrcen mit 5 mm - 6 mm Durchmesser und 0.18 (0.08) mm Wandstärke. Die Dicke einer Kammer entspricht 0.017 (0.010) Strahlungslängen (r.l.). Zur Gesamtstrahlungslänge, die ein Teilchen vor Erreichen des NaJ-Kalorimeters durchlaufen muß, trägt das Strahlrohr weitere 0.017 r.l. bei.

In der Mitte der Al-Röhrcen ist ein Edelstahl-Signaldraht (Anode) gespannt. Als Kathode dient die Hülle der Röhrcen, die auf einem Potential von etwa -1800 V liegt. Beim Durchgang eines geladenen Teilchens durch eine Driftröhre werden längs seiner Bahn Gasatome ionisiert. Die freigesetzten Elektronen werden längs der elektrischen Feldlinien in Richtung zur Anode beschleunigt und erzeugen durch Stoßionisation nahe dem Anodendraht weitere Elektron-Ion Paare. Die Ionen wandern zur Kathode. Man erhält Gasverstärkungsfaktoren von etwa zehntausend. Die Pulse von den Signaldrähten werden sowohl an der +z-Seite als auch an der -z-Seite der Röhrcen auf ladungsempfindliche Vorverstärker gegeben. Aus dem Verhältnis der Ladungen auf beiden Seiten ('charge division') läßt sich die z-

⁷Die Werte in Klammern beziehen sich auf das 3-Kammer System. Alle Werte gelten für senkrechten Durchgang.

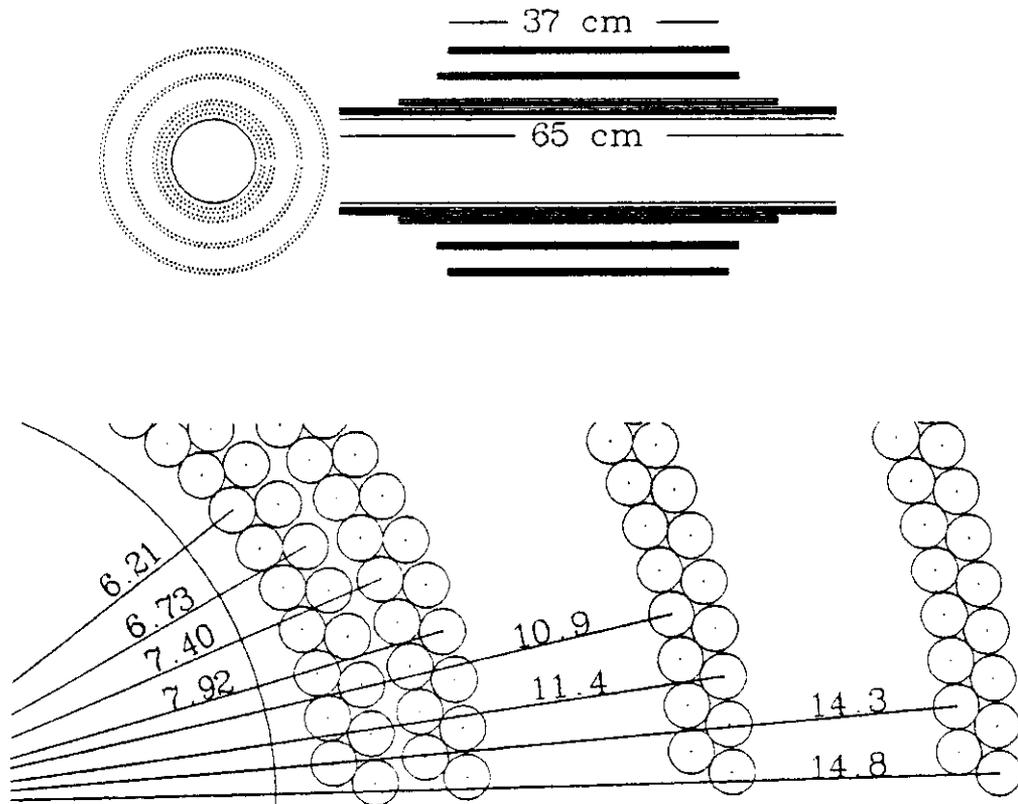


Abbildung 3.5: Der Innendetektor (4-Kammer Aufbau). Der obere Teil der Abbildung zeigt Projektionen in (R, ϕ) (links) und in z (rechts). Der untere Teil zeigt einen Ausschnitt aus der (R, ϕ) -Projektion mit den Abständen vom Ursprung (in cm). Die Gesamtzahl der Röhrrchen pro Lage beträgt 64, 76, 112, 148 in den Kammern 1, 2, 3, 4.

Koordinate des Durchgangspunkts eines geladenen Teilchens ('Kammerhit') mit einer Genauigkeit von $\sigma_z = 1.5 \text{ cm} - 0.6 \text{ cm}$ bestimmen, wobei die bessere z -Auflösung für die äußeren Kammern erreicht wird. Der Azimutwinkel ϕ eines Kammerhits wird aus der Position des angesprochenen Drahtes mit einer Auflösung von $\sigma_\phi = 23 \text{ mrad} - 11 \text{ mrad}$ bestimmt, wobei die größere Genauigkeit ebenfalls für die äußeren Kammern erreicht wird.

3.2.3 Der Luminositätsmonitor

Zur Bestimmung der Luminosität bereits während der Datennahme dient ein Luminositätsmonitor, der Elektronen aus der Bhabha-Streuung bei kleinen Streuwinkeln ($\theta = 6^\circ - 13^\circ$) mißt.

Er besteht aus vier identischen Teleskop-Armen; jeder Arm ist aus einem Blei-Szintillator Schauerzähler sowie aus zwei raumwinkel-definierenden Szintillationszählern aufgebaut. Durch Koinzidenzbedingungen zwischen je zwei gegenüberliegenden Armen erreicht man, daß praktisch nur die gewünschten Ereignisse gezählt werden. Aufgrund von Unsicherheiten in der absoluten Kalibration der beobachteten Zählrate wird die so bestimmte Luminosität jedoch nicht in der vorliegenden Analyse verwendet. Vielmehr werden die unter großen Streuwinkeln ($\theta > 41^\circ$) im

NaJ-Kalorimeter gemessenen Bhabha-Ereignisse zur Bestimmung der Luminosität benutzt. Einzelheiten zum Luminositätsmonitor finden sich in [73].

3.2.4 Das System zur Flugzeitmessung

Als Vetoähler gegen Teilchen aus der kosmischen Höhenstrahlung - zumeist Myonen - dienen mehrere großflächige Plastik-Szintillator Zähler, die auf dem Dach und an den Seitenwänden des Trockenhauses angebracht sind. Sie überdecken $\sim 25\%$ des Raumwinkels und ermöglichen die Unterdrückung von $\sim 80\%$ des Höhenstrahlungs-Untergrunds durch Ausnutzung der Flugzeitmethode. Diese beruht darauf, daß Teilchen aus e^+e^- Reaktionen zuerst den Crystal Ball und dann die Flugzeitähler passieren, während die Reihenfolge bei Teilchen aus der Höhenstrahlung umgekehrt ist.

In dieser Analyse wird die Information der Flugzeitähler allerdings nicht verwendet. Eine genaue Beschreibung des ToF-Systems findet sich in [74].

3.3 Das Verhalten von Teilchen im NaJ - Kalorimeter

Bezüglich ihres Verhaltens im Kalorimeter lassen sich drei Klassen von Teilchen unterscheiden:

- elektromagnetisch schauernde Teilchen.
- hadronisch schauernde Teilchen,
- (minimal) ionisierende Teilchen.

Größe und Form ihrer Energiedepositionen werden im folgenden diskutiert.

3.3.1 Elektromagnetisch schauernde Teilchen

Tritt ein hochenergetisches Photon bzw. Elektron ($E \gg 10 \text{ MeV}$) in das NaJ(Tl) ein, so baut sich über die ständige Abfolge von Paarbildungs- bzw. Bremsstrahlungsprozessen ³ ein elektromagnetischer Schauer auf. Darin nimmt die Zahl der Teilchen lawinenartig solange zu, bis sich die Energie der sekundär erzeugten Teilchen auf die sg. kritische Energie $E_k^{\text{NaJ(Tl)}} = 12.5 \text{ MeV}$ verringert hat. Für $E < E_k$

³Die Wahrscheinlichkeit für e^+e^- Paarbildung innerhalb einer Schicht der Dicke x ist für Photonenergien größer 1 GeV gegeben durch [87]:

$$w(x) = 1 - \exp\left(-\frac{7}{9} \cdot \frac{x}{X_0}\right), \quad X_0 : \text{Strahlungslänge} (= 2.59 \text{ cm für NaJ(Tl)}) \quad (3.6)$$

Die Konversionswahrscheinlichkeit innerhalb einer Strahlungslänge beträgt also $\sim 54\%$.

Für hochenergetische Elektronen ($E \gg 10 \text{ MeV}$) ist der relative Energieverlust durch Bremsstrahlung beim Durchqueren einer Schicht der Dicke dx gegeben durch:

$$-\frac{dE}{E} = \frac{dx}{X_0}, \quad X_0 : \text{Strahlungslänge} \quad (3.7)$$

Beim Durchgang durch eine Strahlungslänge ergibt sich somit ein mittlerer Energieverlust durch Bremsstrahlung von $\sim 63\%$.

verlieren die Elektronen ihre Energie vorwiegend durch Ionisation und Anregung von Atomen; bei Photonen werden für solche Energien Prozesse wie Compton- und Photoeffekt relevant.

Aufgrund seiner Dicke von ~ 16 Strahlungslängen vermag der Crystal Ball die Energie auch von hochenergetischen Photonen und Elektronen ($E \leq 6 \text{ GeV}$) nahezu vollständig zu absorbieren und mit guter Genauigkeit (siehe Gleichung (3.4)) zu messen.

Die laterale Ausdehnung eines elektromagnetischen Schauers wird hauptsächlich durch die Vielfachstreuung niederenergetischer Elektronen bestimmt. Bei der vorliegenden Segmentierung erstreckt er sich zumeist über mehrere Kristalle. Wegen der großen Zahl der beteiligten Teilchen ergeben sich im Mittel regelmäßig geformte Schauer, deren Ausdehnung durch den Molière-Radius R_M beschrieben werden kann:

$$R_M = \frac{21 \text{ MeV}}{E_k} \cdot X_0 \quad (3.8)$$

Für NaJ(Tl) erhält man $R_M = 4.35 \text{ cm}$. Empirisch zeigt sich, daß ein Zylinder von $3 \times R_M$ Radius etwa 99% der Energie eines elektromagnetischen Schauers enthält. Vergleicht man diesen Radius mit den Abmessungen der Kristalle (siehe Abbildung 3.10), so findet man die Summe der Energien aus 13 Kristallen als naheliegendes Maß für die Schauerenergie.

3.3.2 Hadronisch schauernde Teilchen

Die Länge der NaJ(Tl) Kristalle entspricht etwa einer nuklearen Wechselwirkungslänge Λ_0 . Dies hat zur Folge, daß $\sim \frac{2}{3}$ der primär erzeugten Hadronen beim Durchgang durch den Crystal Ball stark wechselwirken. Der sich dabei aufbauende hadronische Schauer - hauptsächlich aus Pionen - kann jedoch wegen der geringen Dicke nicht vollständig absorbiert werden. Es bildet sich ein zumeist unregelmäßig geformter Schauer aus, dessen gemessene Energie einem unbekanntem Bruchteil der Energie des primären Hadrons entspricht.

Das verbleibende $\sim \frac{1}{3}$ der primären Hadronen gibt einen ebenfalls unbekanntem Anteil seiner Energie durch Ionisation und Anregung von Atomen ab. (Siehe nachfolgender Abschnitt.)

Somit ist in beiden Fällen eine vollständige Messung der Energie der Teilchen nicht möglich.

3.3.3 Minimal ionisierende Teilchen

Myonen und Hadronen verlieren aufgrund ihrer großen Masse ($m > 200 \cdot m_e$) kaum Energie durch Bremsstrahlung. Weiterhin unterliegen Myonen nicht der starken Wechselwirkung, so daß sie praktisch nur durch Ionisation und Anregung von Atomen Energie im Crystal Ball deponieren können. Da sie dabei kaum abgelenkt werden, hinterlassen sie nur in ein oder zwei Kristallen nennenswert Energie. Der Energieverlust folgt annähernd einer Landau-Verteilung; der wahrscheinlichste Energieverlust für Myonen variiert zwischen $\sim 200 \text{ MeV}$ und $\sim 220 \text{ MeV}$, wobei der obere Wert für 5 GeV Myonen erreicht wird [74].

Auch in diesem Fall ist also keine Messung der tatsächlichen Energie des Teilchens möglich.

3.4 Das Datennahmesystem

Die Signale aus den einzelnen Detektorkomponenten (PM's, Vorverstärker der Kammern, etc.) gelangen über abgeschirmte Kabel zur weiteren Verarbeitung in den Crystal Ball Kontrollraum.

Die mit einer Rate von mehreren kHz registrierten Ereignisse stammen in der Mehrzahl aus Untergrundreaktionen (Strahl-Restgas- und Strahl-Wand Ereignisse). Mithilfe einer schnellen, fest verdrahteten Triggerlogik werden die interessierenden Strahl-Strahl Ereignisse selektiert. Gelangt diese Logik zu einer positiven Entscheidung, so wird die Datenauslese gestartet. Unter der Kontrolle des Online Rechners (PDP 11/55) werden die Signale digitalisiert und auf einer Magnetplatte zwischengespeichert (Rate: einige Hz), dann zusammen mit zusätzlichen Run-Informationen (Strahlenergie, Strahlstrom, Datum, etc.) über eine Datenverbindung ('Link') zur IBM-Großrechenanlage transferiert. Dort werden die Daten zunächst auf einer Magnetplatte gespeichert. Diese wird 1-2mal pro Tag auf Magnetband kopiert ('Dump-Job')⁹. Damit stehen die Daten der weiteren Analyse zur Verfügung. Abbildung 3.6 zeigt eine graphische Darstellung des Datenflusses. Neben der Steuerung der Datennahme erledigt der Online Rechner ein umfangreiches Überwachungsprogramm aller wichtigen Detektorkomponenten. Dieses Programm umfaßt unter anderem:

- Linearitätskontrolle der PM's sowie der nachgeschalteten Elektronik mit Hilfe des 'Flasher'- und des 'LED'-Systems [75];
- Kontrolle wichtiger Versorgungsspannungen, Temperatur-, Feuchtigkeits- und Drucküberwachung ('MON');
- Funktionskontrolle wichtiger Komponenten der Triggerlogik.

Weiterhin erfolgt für 10% – 20% der Ereignisse eine vorläufige Datenanalyse, deren Ergebnisse ständig über TV-Displays zu Kontrollzwecken zur Verfügung stehen ('Pipeline').

Im folgenden werden einzelne Komponenten des Datennahmesystems genauer beschrieben.

3.4.1 Die Signalverarbeitung

Die elektrischen Impulse von jeweils 9 PM's eines Minor Triangles gelangen zu einem '(Crystal) Integrate-and-Hold' (I&H) Modul (siehe Abbildung 3.7). Für die Kristallsignal-Verarbeitung existieren 88 derartige Module (80 für die Kristalle des Balls und 8 für die Endkappenkristalle), jedes mit 18 Kanälen. Für jeden Eingang (= Ausgang eines PM's) sind zwei Kanäle angelegt: 'High Energy Channel' (HEC) und 'Low Energy Channel' (LEC). Der LEC verstärkt das Eingangssignal 10-fach; er kann Signale verarbeiten, die einer Energie von bis zu ~ 330 MeV entsprechen. Der HEC schwächt das Signal auf die Hälfte ab und kann daher Signale entsprechend einer Energie von 0-6.5 GeV verarbeiten, allerdings mit einer schlechten Auflösung für niedrige Energien¹⁰.

⁹Beim Kopieren der Magnetplatte werden weitere Programme auf der IBM gestartet, z.B. Selektionsprogramme für Ereignisklassen wie Bhabha-Ereignisse, hadronische Ereignisse, etc. .

¹⁰Die Aufteilung in zwei Kanäle mit unterschiedlicher Verstärkung dient zur Erweiterung des dynamischen Bereichs des bei der anschließenden Digitalisierung verwendeten ADC's.

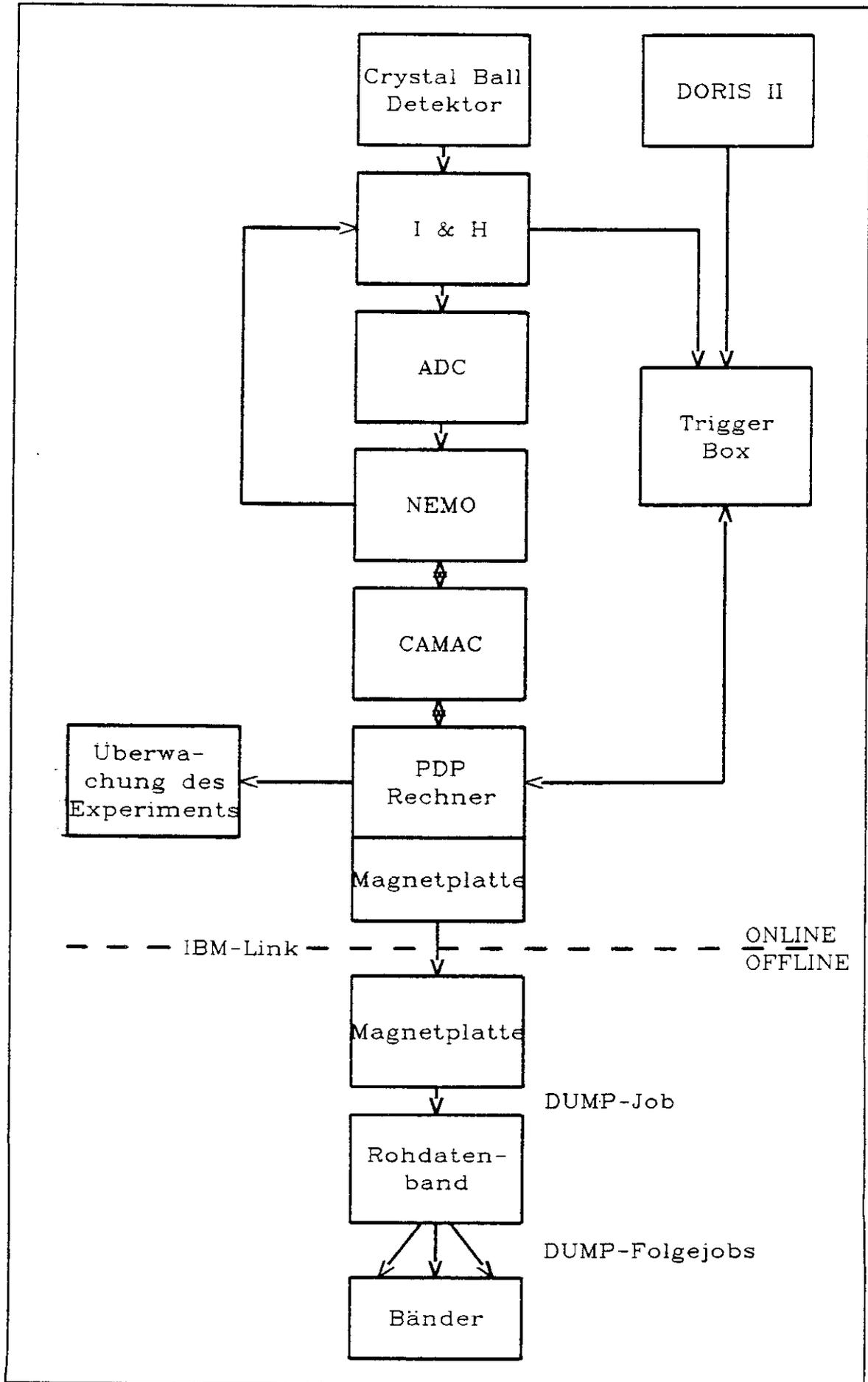


Abbildung 3.6. Der Datenfluß

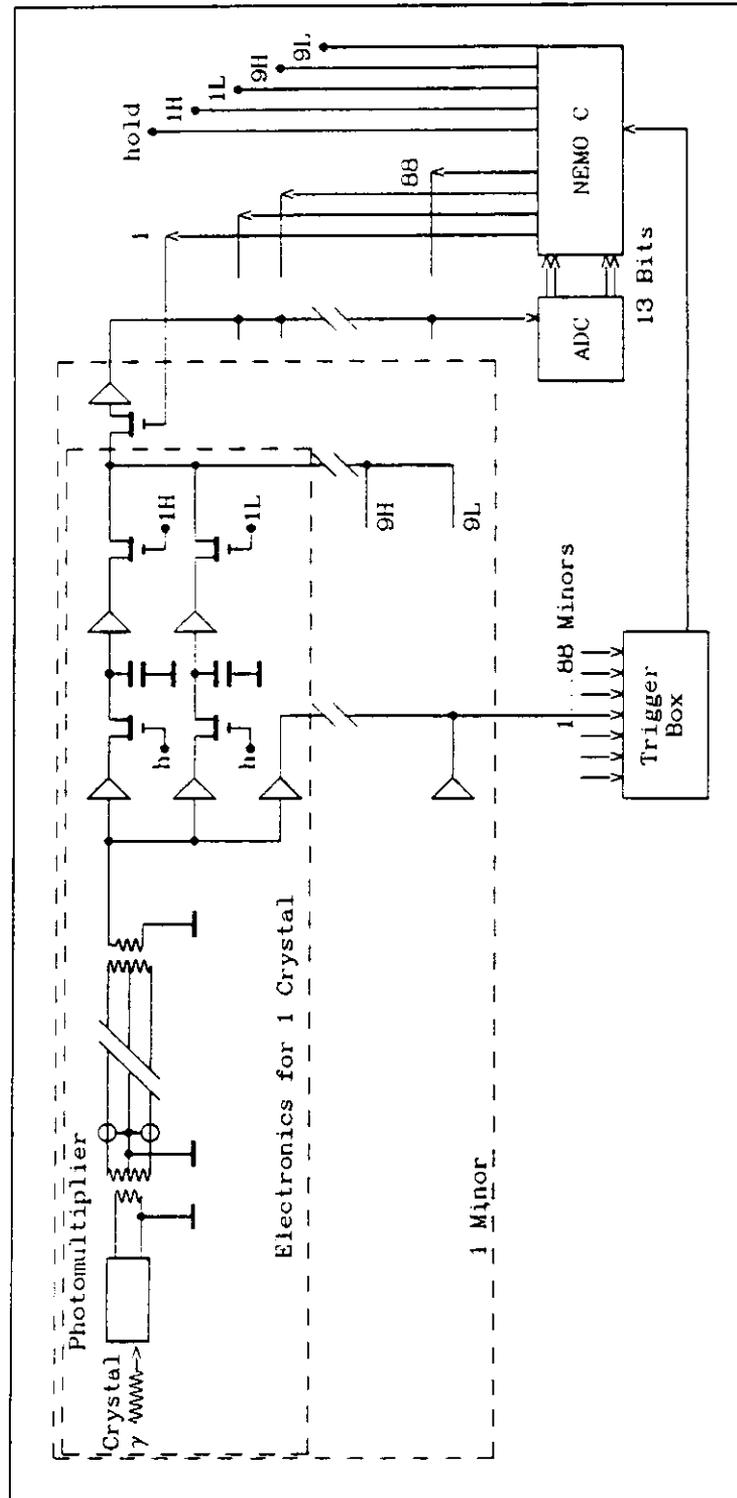


Abbildung 3.7: Der Aufbau eines (Kristall) Integrate-and-Hold Modules.

In beiden Kanälen wird das Eingangssignal mit Hilfe eines Kondensators über einen Zeitraum von ca. 250 ns aufintegriert. Weiterhin wird das Summensignal aller neun Eingänge ('Fast-Out' Signal) gebildet. Dieses Signal ist proportional zu der in einem Minor Triangle deponierten Energie und wird von der Triggerlogik verwendet. Kommt diese Logik zu einer positiven Entscheidung, so ergeht ein 'Hold'-Signal und die Kondensatoren werden von den Eingängen isoliert; bei einer negativen Entscheidung entladen sich die Kondensatoren wieder.

Anschließend beginnt die Auslese: Über einen Analog-Multiplexer ('FET-switch'), der unter der Kontrolle des sg. NEMO ¹¹ steht, werden die auf den Kondensatoren gespeicherten Signale nacheinander auf einen Ausgang gelegt, der mit einem 13-Bit Analog-Digital-Converter (ADC) verbunden ist. Die digitalisierten Meßwerte werden im NEMO zwischengespeichert ¹². Nach der sequentiellen Abarbeitung der LEC's und HEC's aller Kristalle wird der NEMO-Speicher mittels CAMAC in den Datenbuffer der PDP kopiert. Dieser wird anschließend komprimiert, d.h. es werden nur die Signale behalten, die über der Kanalgrundlinie ¹³ liegen. (Zu Kontroll- sowie Eichzwecken bleibt allerdings die Information jedes 128-ten Ereignisses unkomprimiert.)

Die Verarbeitung der Signale aus den Kammern erfolgt ähnlich wie bei den Kristallen. Die Ausgangssignale der +z und -z seitigen Vorverstärker von jeweils acht Drähten gelangen zu einem Kammer I&H Modul (insgesamt 88 Module mit je 16 Kanälen) und werden dort aufintegriert und zwischengespeichert. Weiterhin wird das Summensignal von jeweils acht Drähten gebildet und zu den Diskriminatoren der '20-Channel-Timer' Module weitergeleitet. Überschreitet eines der Summensignale eine einstellbare Schwelle, so wird ein Puls generiert, der von der Triggerlogik zur Erzeugung eines Vetos genutzt werden kann ('Veto-Bit'). Mithilfe einer zweiten Einheit aus FET's, NEMO und 13-Bit ADC werden die Kammer-signale sequentiell digitalisiert und in den Datenbuffer der PDP kopiert ¹⁴.

Anschließend werden die Signale aus den verbleibenden Detektorkomponenten (Luminositätsmonitor, ToF-System, etc.) ausgelesen, digitalisiert und ebenfalls in den Datenbuffer der PDP kopiert. Der gesamte Auslesevorgang dauert 40 ms–50 ms. Bei einer typischen Triggerrate von 4 Hz–5 Hz ergibt sich damit eine Totzeit des Datennahmesystems von ~20%.

3.4.2 Das Triggersystem

Die Triggerlogik dient zur Selektion derjenigen Ereignisse, die vom Datennahmesystem aufgezeichnet werden sollen. Dabei gilt es, möglichst schnell und effizient Ereignisse aus e^+e^- Reaktionen von Untergründereignissen, die mit einer wesentlich höheren Rate auftreten, zu trennen.

Die Strahl-Restgas und Strahl-Wand Ereignisse zeigen zumeist Energiedepositionen, die unter kleinen Winkeln relativ zur Strahlachse liegen und deren Summe klein gegen die Schwerpunktsenergie ist. Damit unterscheiden sie sich deutlich von Ereignissen aus der e^+e^- Vernichtung, zeigen jedoch unglücklicherweise ähnliche

¹¹ Adressen-Multiplexer mit Datenspeicher

¹² Im Jahre 1984 aufgetretene Nichtlinearitäten bei der Digitalisierung der HEC-Information spielen bei der vorliegenden Analyse keine Rolle [43], [82].

¹³ Diese Grundlinie entspricht einer Energiedeposition von etwa 0.3 MeV.

¹⁴ Auch die Kammerinformation wird komprimiert bzw. bleibt für jedes 128-te Ereignis unkomprimiert.

Eigenschaften wie Ereignisse aus 2-Photon Reaktionen. Dies macht es schwierig, einen effizienten Trigger für 2-Photon produzierte Ereignisse zu konstruieren.

Die im Crystal Ball Experiment verwendeten Trigger bestehen zumeist aus einer Kombination aus Energie- und Topologiebedingungen, mit der Möglichkeit eines Vetos aufgrund von Energiedepositionen in den Tunnelkristallen oder von Hits in den Kammern ¹⁵. Die Logik der einzelnen Trigger wird weiter unten beschrieben. Die Triggerlogik ist in zwei nahezu unabhängigen Systemen implementiert, die einmal auf TTL- und einmal auf NIM-Technik basieren. In der TTL-Elektronik ist die Logik in der 'Triggerbox' fest verdrahtet, in der NIM-Elektronik ist sie aus einzelnen Elementen aufgebaut, die in mehreren Crates untergebracht sind. Eine Triggerentscheidung erfolgt innerhalb von ~ 300 ns.

Zunächst wird das TTL-System (siehe Abbildung 3.8) beschrieben:

Die Fast-Out Signale der einzelnen Kristall-I&H's werden als Eingangssignale der 20 'Back-to-Back-36' (BB36) Module verwendet. Ein BB36-Modul analysiert die Information aus zwei gegenüberliegenden Major Triangles ($2 \times 4 \cdot 9$ Kristalle). Eingebaute Diskriminatoren erlauben das Setzen von internen Bits, falls die in einzelnen Minor Triangles ('9-Bit') bzw. Major Triangles ('36A-Bit', '36B-Bit', '36C-Bit') deponierte Energie bestimmte, an der Triggerbox einstellbare, Schwellen überschreitet ¹⁶. Diese Bits werden zum Vergleich mit vorprogrammierten Bitmustern an die Triggerbox weitergeleitet. Weiterhin liefern die BB36-Module das Summensignal aller Minor Triangles. Dieses Summensignal wird zum einen mit den einzeln einstellbaren 'total energy' (ETOT) Bedingungen der verschiedenen Trigger verglichen, zum anderen wird es auf einen 'Constant-Fraction' Diskriminator (CFD) gegeben. Ein TTL-Trigger kann nur gesetzt werden, wenn das Summensignal einen (einstellbaren) Schwellenwert dieses Diskriminators überschreitet ¹⁷. Sein Ausgangssignal definiert für Ereignisse, die einen TTL-Trigger gesetzt haben, die Zeitskala relativ zu einem Zeitnullpunkt, dem 'bunch crossing', der aus einem Signal aus den DORIS Hohlräumresonatoren abgeleitet wird. Ein TTL-Trigger kann nur gesetzt werden, wenn der Ereigniszeitpunkt innerhalb eines Fensters von ± 32 ns um ein bunch crossing liegt. Der Zweck letzterer Einschränkung liegt in der Anreicherung von Ereignissen aus e^+e^- Reaktionen relativ zu Ereignissen aus der Höhenstrahlung.

Sind alle Bedingungen eines oder mehrerer Trigger erfüllt, oder liegt eine positive Entscheidung der NIM-Logik vor, so generiert die Triggerbox ein 'Hold'-Signal, und die Datenauslese beginnt.

¹⁵ Ein Tunnelveto hat sich als effizient erwiesen in der Unterdrückung von Untergrundereignissen. Es ist jedoch problematisch bei der Selektion von 2-Photon produzierten Ereignissen, da diese, aufgrund eines möglichen Boosts entlang der Strahlachse, ebenfalls häufig Energiedepositionen im Tunnelbereich aufweisen. Das Kammerveto kommt bei der Suche nach 2-Photon produzierten Endzuständen, die nur aus neutralen Teilchen bestehen, zum Tragen.

¹⁶ NB! In allen für Triggerzwecke gebildeten Energiesummen sind weder Tunnel- noch Endkappenkristalle eingeschlossen.

¹⁷ Somit besitzen alle TTL-Trigger implizit eine gemeinsame 'total energy' Schwelle, die je nach Runperiode bei 90 MeV bzw. 150 MeV liegt.

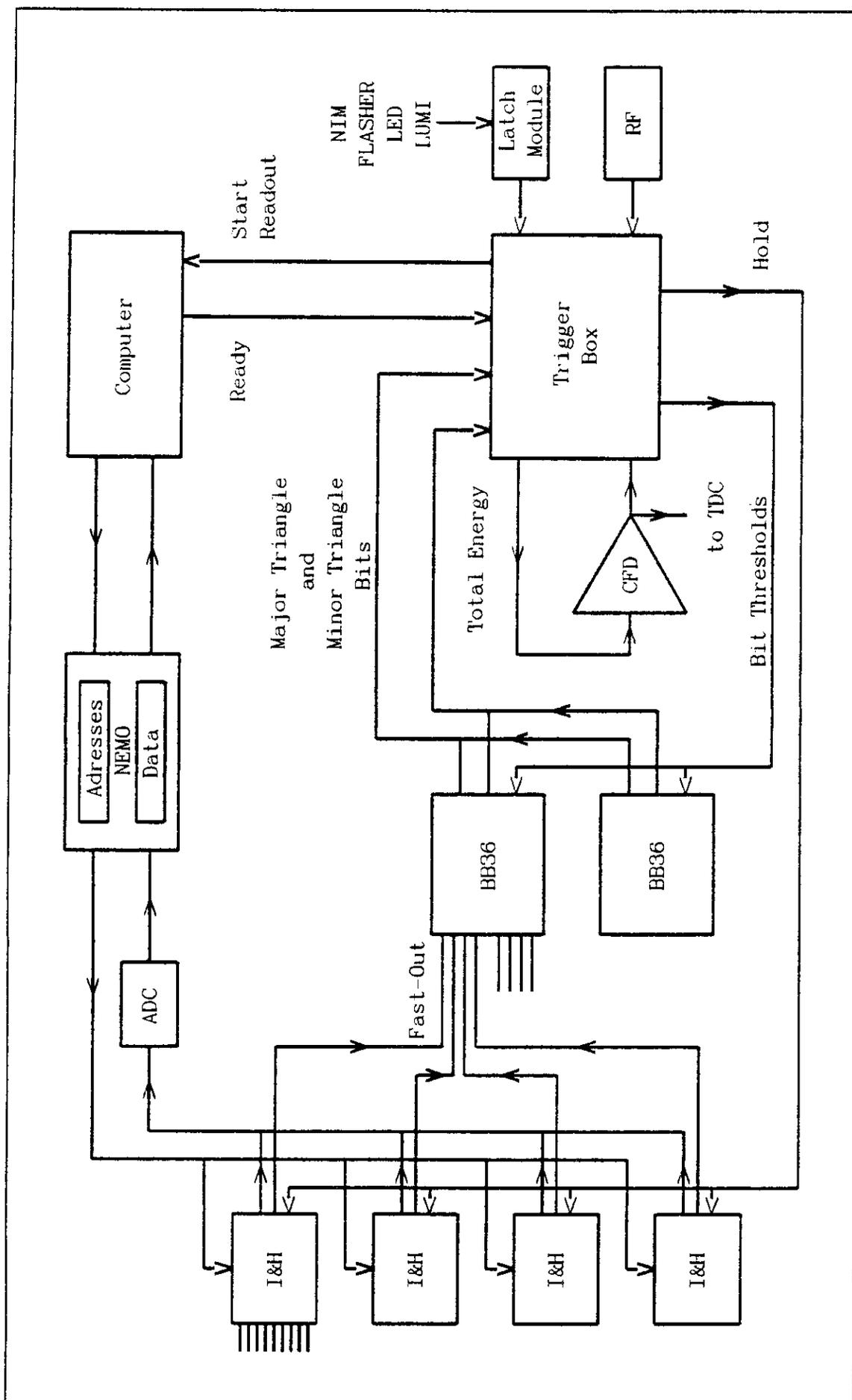


Abbildung 3.8: Wichtige Komponenten des TTL-Trigger Systems.

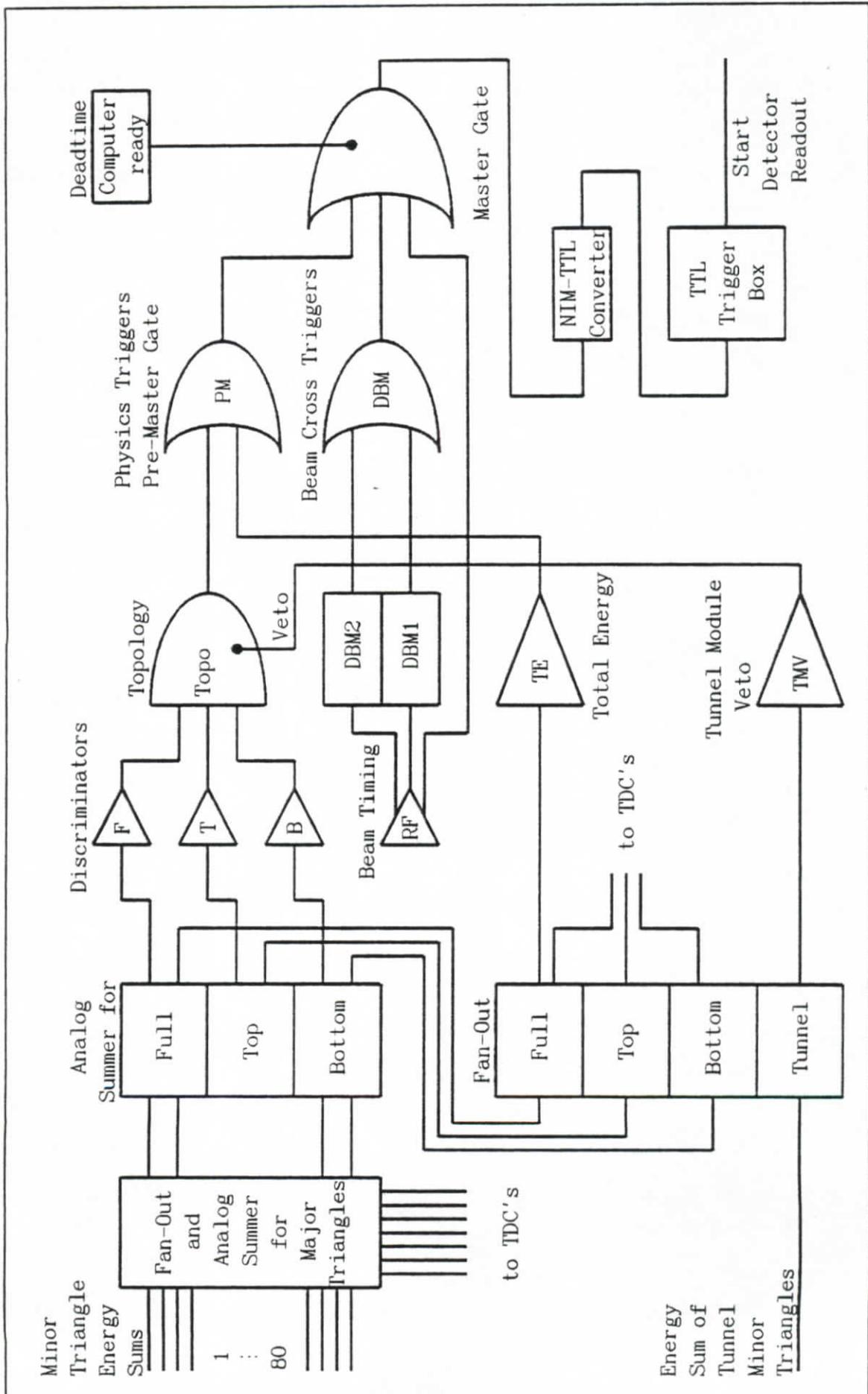


Abbildung 3.9: Wichtige Komponenten des NIM-Trigger Systems.

Im folgenden wird das NIM-System (siehe Abbildung 3.9) beschrieben:

Die benötigten Signale (Fast-Out Summensignale der Minor Triangles) werden zunächst von TTL auf NIM Standard konvertiert. Sodann bildet ein 'Analog-Summer' aus den Minor Triangle Signalen die Summensignale einzeln für obere Hemisphäre ('TOP'), untere Hemisphäre ('BOTTOM') und den gesamten Ball ('FULL'). Diese Signale werden nachfolgend von der NIM Triggerlogik, bestehend aus Diskriminatoren, Koinzidenzeinheiten, logic OR's, etc., verarbeitet. Gelangt die Logik zu einer positiven Entscheidung, so ergeht ein Signal an die Triggerbox, die die Datenauslese startet.

Die Bit-Informationen aus den einzelnen Komponenten der Triggerlogik, insbesondere die Information darüber, welche Trigger gesetzt wurden, werden im 'QSCAN'-Block für die spätere Analyse gesichert.

Nachfolgend wird die physikalische Motivation für die wichtigsten Trigger sowie die zugrunde liegende Logik beschrieben:

TOPOlogie6-Trigger

Die verschiedenen Versionen dieses Triggers sind speziell für die Selektion von 2-Photon produzierten 'no-tag' Ereignissen konzipiert. Da sich solche Ereignisse durch kleinen Transversalimpuls p_t relativ zur Strahlachse auszeichnen, wurde folgende Topologiebedingung konstruiert: Der Ball wird entlang der Major Triangle Grenzen auf drei verschiedene Arten in Hemisphären aufgeteilt, wobei jede der drei teilenden Ebenen die Strahlachse enthält und die Grenzen der Hemisphären entlang den Grenzen der Major Triangles laufen. Jede der sechs resultierenden Hemisphären muß mindestens ein Major Triangle mit einer Energiedeposition oberhalb einer einstellbaren Schwelle aufweisen. Diese Bedingung fordert eine ungefähre p_t -Balance im Ereignis.

Nachfolgend werden die einzelnen Versionen (TOPO6, TOPO6V1, TOPO6V2) dargestellt, die in verschiedenen Runperioden installiert waren. Die gewählten Namen der TOPO6V1-Unterversionen stehen für spezielle Endzustände, für die diese Version optimiert ist.

1. TOPO6V1-Trigger

(a) ' π^0 - Trigger'

$$ETOT > 90 \text{ MeV}^{18};$$

mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 40 \text{ MeV}^{19}$ in jeder der sechs Hemisphären;

weniger als 35 MeV in jeder der beiden Tunnelregionen;

kein Hit²⁰ in Kammer 2 und 3.

(b) ' $\pi^0\pi^0$ - Trigger'

$$ETOT > 200 \text{ MeV};$$

mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 40 \text{ MeV}$ in jeder der sechs Hemisphären;

weniger als 35 MeV in jeder der beiden Tunnelregionen;

kein Hit in Kammer 3.

¹⁸Alle genannten Energieschwellen geben den Wert an, für den ein Trigger 90% effizient ist (10% für Vetos). Sie sind nur auf 10% genau aufgrund von Schwankungen in der Elektronik.

¹⁹Diese Bedingung ist in der Elektronik durch die Überprüfung des 36B-Bits realisiert.

²⁰Kein Hit bedeutet hier: Kein Signal aus den 20-Channel-Timern der genannten Kammern. Diese Definition eines Hits bezieht sich ausschließlich auf den Trigger und ist verschieden von der in der Datenaufbereitung verwendeten Definition.

(c) 'η- Trigger'

 $ETOT > 400 \text{ MeV}$;mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 150 \text{ MeV}$ in jeder der sechs Hemisphären;

weniger als 35 MeV in jeder der beiden Tunnelregionen;

kein Hit in Kammer 3.

2. TOPO6V2-Trigger

 $ETOT > 650 \text{ MeV} - 860 \text{ MeV}$ (je nach Runperiode);mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 150 \text{ MeV}$ in jeder der sechs Hemisphären;

kein Hit in Kammer 3.

3. TOPO6-Trigger

 $ETOT > 980 \text{ MeV} - 1180 \text{ MeV}$ (je nach Runperiode);mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 150 \text{ MeV}$ in jeder der sechs Hemisphären.

Die beiden als π^0 - und $\pi^0\pi^0$ -Trigger bezeichneten Versionen des TOPO6V1-Triggers sind entscheidend für die vorliegende Analyse.

TOPOlogie20-Trigger

Dieser Trigger dient hauptsächlich zur Auswahl von hadronischen Υ -Zerfällen. Seine Logik ist ähnlich der des TOPOlogie6-Triggers, allerdings wird der Ball hierbei auf elf verschiedene Arten in je zwei Hemisphären aufgeteilt, von denen jede eine genügend große Energiedeposition enthalten muß. Daraus ergibt sich die gegenüber dem TOPOlogie6-Trigger verschärfte Bedingung, daß Transversal- und Longitudinalimpuls des Ereignisses ungefähr balanciert sein müssen.

Es existieren zwei Versionen dieses Triggers:

1. TOPO20-Trigger

 $ETOT > 770 \text{ MeV}$;mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 150 \text{ MeV}$ in jeder der 22 Hemisphären.

2. TOPO20V-Trigger

 $ETOT > 300 \text{ MeV}$;mindestens ein Major Triangle mit $E_{MT} > 150 \text{ MeV}$ in jeder der 22 Hemisphären;

weniger als 35 MeV in jeder der beiden Tunnelregionen.

ETOT-Trigger

Der 'total energy' - Trigger dient der Selektion von hadronischen Zerfällen der Υ -Resonanzen sowie von Bhabha-Ereignissen. Aufgrund seiner Wichtigkeit ist dieser Trigger redundant implementiert - sowohl in TTL- als auch in NIM-Technik.

Einzige Triggerbedingung ist: $ETOT > 1800 \text{ MeV}$.

 μ -Paar - Trigger

Dieser Trigger war konzipiert für die Suche nach Zerfällen der Υ -Resonanzen in $\mu^+\mu^-$.

Da solche Ereignisse zwei, sich zumeist diametral gegenüberliegende ('back-to-back'), Energiedepositionen aufweisen, wird folgende Topologiebedingung gestellt:

Es muß mindestens zwei Minor Triangles geben, die mehr als 90 MeV Energie enthalten und ungefähr ²¹ back-to-back liegen. Daneben wird verlangt: $ETOT > 220$ MeV und weniger als 35 MeV in jeder der beiden Tunnelregionen.

NIM TOPO - Trigger

Die ursprüngliche Motivation für diesen Trigger war die Suche nach exotischen Zerfällen der $\Upsilon(1S)$ -Resonanz ($\Upsilon(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \Upsilon(1S)$, $\Upsilon(1S) \rightarrow \text{unseen} (+ \gamma)$). Er erwies sich auch als recht effizient für die Selektion von 2-Photon produzierten Ereignissen.

In diesem Fall verlangt die Topologiebedingung, daß die Energie sowohl in der oberen als auch in der unteren Hemisphäre 180 MeV übersteigt. Außerdem wird gefordert: $ETOT > 300$ MeV und weniger als 30 MeV insgesamt in beiden Tunnelregionen.

NIM DBM - Trigger

Zum Studium des Untergrunds aus Reaktionen, die nicht auf e^+e^- Wechselwirkungen beruhen ('nicht- e^+e^- Reaktionen'), dient der Doris-Bunch-Marker (DBM) Trigger.

Bei jedem 10⁷ten Durchgang der Teilchenpakete durch die Wechselwirkungszone wird die gesamte Detektorinformation ausgelesen, unabhängig von der Höhe einer möglichen Energiedeposition. Damit erhält man ein Sample von zufälligen Ereignissen ('DBM Ereignisse'), das den zeitlich veränderlichen Untergrund aus nicht- e^+e^- Reaktionen wiedergibt. Diese Ereignisse werden später verwendet bei der Berechnung der Akzeptanz mit Hilfe von 'Monte-Carlo' (MC) Methoden.

3.5 Datenaufbereitung und Ereignisrekonstruktion

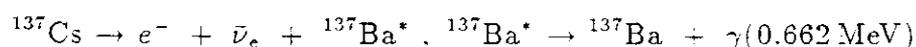
Um die aufgezeichneten Ereignisse einer physikalischen Analyse zugänglich zu machen, müssen zunächst die Rohdaten (ADC-Counts, TDC-Counts, etc.) in physikalisch sinnvolle Größen (Kristall-Energien, Zeitdifferenzen, etc.) umgewandelt werden. Daraus läßt sich dann das Ereignis als Ganzes (Teilchenenergien und -Richtungen, Flugzeiten, etc.) rekonstruieren.

3.5.1 Die Kalibration des Detektors

Zur Eichung des NaJ-Schauerzählers werden vier Kalibrationskonstanten pro Kristall benötigt: Die Anzahl der ADC-Counts, die der Energie Null entsprechen ('Pedestal') sowie die Proportionalitätskonstante zwischen ADC-Counts und deponierter Energie ('Slope'), beides jeweils für LEC und HEC. (Aus technischen Gründen wird nicht der Slope im LEC, sondern das Verhältnis zum HEC-Slope ('Ratio') bestimmt.)

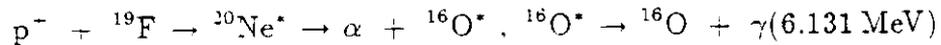
Die Bestimmung der Kalibrationskonstanten erfolgt in drei Schritten [76]:

1. Bestimmung des LEC-Slopes mit 0.662 MeV - Photonen aus einer ¹³⁷Cs - Quelle:



²¹'ungefähr' bedeutet hier, daß es sich um das direkt gegenüberliegende Minor Triangle oder eines dessen drei Nachbar - Minor Triangles handeln kann.

2. Bestimmung des LEC-Slopes mit 6.131 MeV- Photonen aus der Reaktion:



Die dafür benötigten 450 keV - Protonen liefert ein Van de Graaff (VdG) Generator. Da der von einem ~ 6 MeV Photon erzeugte Schauer nicht mehr auf einen einzelnen Kristall beschränkt ist, muß zur Bestimmung der individuellen Slopes ein iteratives Verfahren angewendet werden. Die Slopes aus der Cs-Eichung dienen dabei als Startwerte.

3. Bestimmung von Pedestals, Slopes und Ratios mit Hilfe von realen Ereignissen:

Die Pedestals erhält man aus unkomprimierten Ereignissen, die HEC-Slopes aus Bhabha-Ereignissen, bei denen mindestens 70% der Teilchenenergie (= Strahlenergie) in dem zu kalibrierenden Kristall deponiert wurden und die Ratios schließlich aus Ereignissen mit 50 MeV-280 MeV in selbigem Kristall. Auch in diesem Schritt findet das oben bereits erwähnte iterative Verfahren Anwendung; diesmal dienen die VdG-Slopes als Startwerte.

Die aus den Bhabha-Ereignissen gewonnenen Eichkonstanten finden endgültig Verwendung in der Bestimmung der Kristallenergien ²².

Bei weniger als 350 ADC-Counts im HEC ($\cong 280$ MeV) wird dabei die Information aus dem LEC benutzt, ansonsten direkt die HEC-Information:

$$\begin{aligned} E_{\text{Kristall}} &= (\text{Counts}^{\text{low}} - \text{Pedestal}^{\text{low}}) \cdot \text{Slope}^{\text{high}} \cdot \text{Ratio} \\ E_{\text{Kristall}} &= (\text{Counts}^{\text{high}} - \text{Pedestal}^{\text{high}}) \cdot \text{Slope}^{\text{high}} \end{aligned}$$

Für Schritt 3 benötigt man ~ 100000 Bhabha-Ereignisse, die innerhalb von ca. zwei Wochen Datennahme angesammelt werden. Nach diesem Zeitraum wird DORIS II für einige Stunden abgeschaltet zur Durchführung der ersten beiden Schritte.

Die Eichkonstanten für den Innendetektor werden ebenfalls mit Hilfe von Bhabha-Ereignissen ²³ gewonnen. Bei diesen läßt sich die Spurrichtung mit guter Genauigkeit aus der Energiedeposition in den Kristallen bestimmen und mit der Kammerinformation korrelieren. Einzelheiten hierzu finden sich in [72].

Auf die Kalibration des ToF-Systems wird hier nicht eingegangen. Eine Beschreibung findet sich in [74].

3.5.2 Die Rekonstruktion der Ereignisse aus den Rohdaten

Die Rekonstruktion von Teilchenspuren im Crystal Ball Detektor beginnt mit der Suche nach zusammenhängenden Energiedepositionen im NaJ-Kalorimeter ('Connected Regions Step'): Jeder Kristall mit mehr als 10 MeV gehört zu einer 'Connected Region' (CR); zwei Kristalle gehören zur selben CR, wenn sie eine Fläche oder Kante gemeinsam haben.

²²Ein Problem dieses Verfahrens liegt in der Eichung mit derart hochenergetischen Elektronen bzw. Photonen ($E \approx 5$ GeV). Man findet, daß durch die Verwendung der daraus ermittelten Eichkonstanten die Energie von niederenergetischen Photonen ($E < 0.5$ GeV) systematisch um einige Prozent unterschätzt wird.

²³In diesem Fall verwendet man nur Ereignisse des Typs $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$.

Eine CR kann die Energiedepositionen eines oder mehrerer Teilchen enthalten. Daher wird in einem nächsten Schritt ('Bumps Step') nach lokalen Energiemaxima innerhalb der CR gesucht; die Bump-Kristalle gelten als Eintrittspunkte von Teilchen. Die Bump-Suche basiert auf folgendem Algorithmus:

1. Derjenige Kristall in der CR mit der höchsten Energie ist ein Bump.
2. Kristalle in der Umgebung eines Bumps werden markiert, falls sie *kein* neuer Bump sind. Die empirisch gefundenen Kriterien für diese Markierung sind der Winkelabstand zum Bumpkristall und das Verhältnis der Kristallenergie zur Summe der Energien des Bumpkristalls und seiner drei Nachbarn [78]:

$$\begin{aligned} & (i) \quad \theta < 15.2^\circ \\ \text{oder } & (ii) \quad 15.2^\circ \leq \theta < 45.6^\circ \quad \text{und} \\ & E_{\text{Kristall}} \leq 0.72 E_{\sum 4} \exp(-9.4(1 - \cos \theta)) \end{aligned}$$

3. Verbleiben unmarkierte Kristalle innerhalb der CR, so wird der höchstenergetischste unter diesen ein neuer Bump und die Suche beginnt (unter den unmarkierten Kristallen) erneut.

Als nächstes wird die Information des Innendetektors ausgewertet ('CHGTKS Step'). Dies geschieht in zwei Schritten:

1. Zunächst wird untersucht, ob sich alleine aus den Kammerhits²⁴ die Spur eines geladenen Teilchens rekonstruieren läßt; dieser Schritt heißt 'Tracking'. Dazu wird von außen nach innen in allen Kammern nach Hits gesucht, die innerhalb gewisser Fenster in ϕ und z ²⁵ auf einer Geraden liegen, die die Strahlachse schneidet.

Ein Spurkandidat wird zunächst durch seinen äußersten Hit sowie den Ursprung ($x=y=z=0$) definiert²⁶. Finden sich weiter innen Hits, die sich anhand o.a. Bedingungen dem Spurkandidaten zuordnen lassen, so wird aus einem Geradenfit an alle bis dahin zugeordneten Hits die neue Richtung des Spurkandidaten bestimmt²⁷, entlang derer die Suche fortgesetzt wird. Als Spuren ('IR-Tracks') werden schließlich solche Kandidaten definiert, die aus mindestens drei Hits (3-Kammer Aufbau) bzw. mindestens fünf Hits (4-Kammer Aufbau) konstruiert wurden.

Werden mindestens zwei IR-Tracks gefunden, so wird aus einem Simultanfit an alle Spuren ein gemeinsamer z -Vertex bestimmt und die Spurrichtungen werden auf diesen Vertex bezogen.

Sodann wird versucht, die IR-Tracks mit Energiedepositionen (Bumps) im Kalorimeter zu korrelieren. Gelingt dies innerhalb gewisser Toleranzen, so spricht man von korrelierten geladenen Teilchenspuren, und die zugehörigen Bumps werden als geladen bezeichnet. Andernfalls heißen solche Spuren unkorrelierte geladene Spuren.

²⁴'Hit' bedeutet hier: Signal von einem einzelnen Draht, wobei die Pulshöhe über einer Software-Schwelle liegen muß.

²⁵ $\Delta\phi = \pm 150, \pm 120, \pm 100, \pm 50$ mrad jeweils für die beiden nächsten, weiter innen liegenden Hits; $\Delta z = \pm 5$ cm in Kammer 1, $\Delta z = \pm 8$ cm sonst.

²⁶Dies erschwert die Suche nach Spuren, die zwar von der Strahlachse, nicht aber von $z=0$ kommen.

²⁷Während der ganzen Prozedur bleibt die Bedingung bestehen, daß die Spur die Strahlachse schneiden muß. Dies beschleunigt die Suche, führt allerdings dazu, daß Spuren, die nicht von der Strahlachse kommen, *i.e.* Spuren aus Strahl-Wand Ereignissen, nicht rekonstruiert werden können.

2. Ineffizienzen der Kammern sowie ihre begrenzte Raumwinkelüberdeckung können dazu führen, daß ein geladenes Teilchen weniger Hits hinterläßt, als der Tracking-Algorithmus für die Rekonstruktion einer Spur verlangt. Daher wird in einem nächsten Schritt ('Tagging') untersucht, ob sich Hits, die nicht zu einem IR-Track gehören, bisher ungeladenen Bumps zuordnen lassen. Zunächst werden die Richtungen solcher Bumpmodule relativ zum Ursprung bestimmt. Findet sich entlang dieser Richtungen innerhalb gewisser Fenster in ϕ und z ²⁸ mindestens ein Hit (3-Kammer Aufbau) bzw. mehr als ein Hit (4-Kammer Aufbau), so werden auch diese Bumps als geladen bezeichnet ('tagged charged').

Alle verbleibenden Bumps werden als Eintrittspunkte von neutralen Teilchen angesehen. Die Richtungen aller neutralen und tagged charged Spuren werden aus den Energiedepositionen im Kalorimeter bestimmt und beziehen sich auf den Ursprung, im Gegensatz zur Richtungsdefinition bei den IR-Tracks.

Aufgrund der o.a. Unzulänglichkeiten des Spurerkennungs-Algorithmus' wird in dieser Analyse ein weiteres Verfahren, 'GASTAG', zum Taggen geladener Spuren insbesondere aus Strahl-Restgas Ereignissen angewendet. Da der Vertex solcher Ereignisse nahe der Strahlachse liegt, weisen die Hits einer Spur sowie der zugehörige Bumpkristall ungefähr den gleichen ϕ -Wert auf; die θ -Werte sind jedoch verschieden, falls der Vertex nicht bei $z=0$ liegt.

GASTAG berechnet für jeden Kammerhit ein χ^2 für die Hypothese, daß dieser Hit den gleichen ϕ -Wert hat wie der Bumpkristall eines Schauers:

$$\chi^2 = \frac{(\phi_{Hit} - \phi_{Bump})^2}{(\Delta\phi_{Hit})^2 + (\Delta\phi_{Bump})^2} . \quad (3.9)$$

Als ϕ -Fehler des Hits wird der halbe Drahtabstand angenommen; der ϕ -Fehler des Bumps ist durch die Außenabmessungen des Kristalls gegeben. Aus jedem χ^2 wird ein Confidence Level (CL) für einen Freiheitsgrad berechnet, und die Wahrscheinlichkeit, daß ein Bump geladen ist, wird definiert als:

$$p_{ch} = 1 - \prod_{\text{alle Hits}} (1 - CL_i) , \quad p \in [0, 1] . \quad (3.10)$$

Liegen alle Hits weit entfernt in ϕ , so werden alle CL's klein und $p_{ch} \approx 0$. Andererseits genügt bereits ein Hit mit annähernd gleichem ϕ für eine Wahrscheinlichkeit von $p_{ch} \approx 1$. Um die Beeinträchtigung der Zuverlässigkeit von GASTAG durch das Auftreten von zufälligen Hits ('random Hits'²⁹) zu vermeiden, wird beim 4-Kammer Aufbau derjenige Hit mit dem höchsten CL nicht bei der Berechnung von p_{ch} berücksichtigt.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ereignis geladen ist, wird wie folgt definiert:

$$P_{ch} = 1 - \prod_{\text{alle Bumps}} (1 - p_{ch}^j) , \quad P \in [0, 1] . \quad (3.11)$$

Der nächste Rekonstruktions-Schritt ('ESORT Step') dient der Bestimmung der von einem Teilchen im Kalorimeter deponierten Energie und, soweit es sich um

²⁸ $\Delta\phi = \pm 150$ mrad ; $\Delta z = \pm 5$ cm in Kammer 3 und 4. $\Delta z = \pm 8$ cm sonst.

²⁹ Random Hits werden z.B. verursacht durch elektronisches Rauschen oder durch konvertierte Synchrotronstrahlungs-Quanten.

ein neutrales oder tagged charged Teilchen handelt, seiner Richtung. Da in der vorliegenden Analyse nach 4-Photon Endzuständen gesucht wird, sei nachfolgend nur die Energie- und Richtungsbestimmung von Photonen beschrieben.

Wie bereits in Abschnitt 3.3.1 motiviert, wird die Energie eines Photons bestimmt aus der Summe der Energiedepositionen im Bumpkristall sowie in seinen 12 Nachbarn: $E_{\Sigma 13}$. (Siehe Abbildung 3.10.)

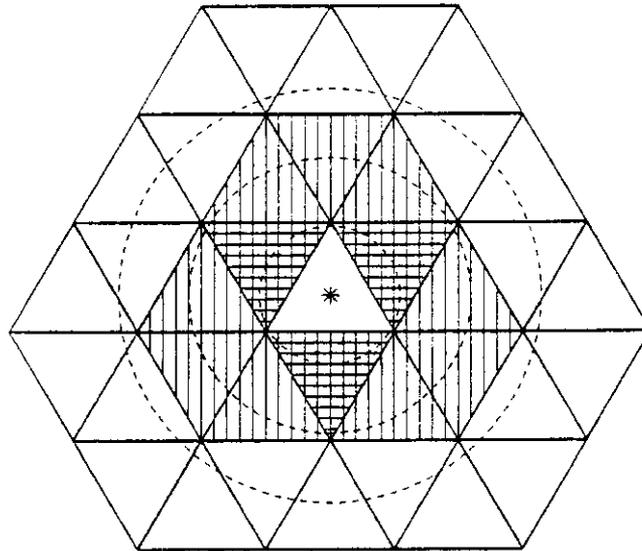


Abbildung 3.10: Die Definition von E_1 , E_2 , E_4 und $E_{\Sigma 13}$.

E_1 : Energie im Zentralkristall (Stern); E_4 : Summe der Energien im Zentralkristall sowie in den drei Nachbarkristallen (vertikal und horizontal schraffiert); E_2 : Summe der Energien im Zentralkristall sowie in dem höchstenergetischsten Nachbarkristall; $E_{\Sigma 13}$: Summe der Energien im Zentralkristall sowie in den 12 Nachbarkristallen (vertikal schraffiert). Verhältnisse dieser Energien sind ein Maß für das laterale Schauerprofil. Sie zeigen charakteristische Verteilungen für elektromagnetisch schauernde, hadronisch schauernde und minimal ionisierende Teilchen. Sie ermöglichen daher auf statistischer Basis eine Unterscheidung zwischen diesen Teilchenklassen. Ebenfalls gezeigt ist der Vergleich des E13-Gebiets mit (gestrichelten) Kreisen mit einem, zwei und drei Molière-Radien.

Untersuchungen an nichtradiativen Bhabha-Ereignissen zeigen, daß zunächst zwei Korrekturen an $E_{\Sigma 13}$ anzubringen sind:

1. Im Mittel werden 2.25% der Schauerenergie nicht innerhalb des E_{13} -Gebiets nachgewiesen.
2. Abhängig vom Eintrittspunkt eines Photons in einen Kristall geht ein variierender Anteil der Schauerenergie im toten Material zwischen den Kristallen verloren. Der empirisch bestimmte Korrekturfaktor hierfür, $PCORR$, ist eine Funktion des Verhältnisses $E_1/E_{\Sigma 13}$ und liegt zwischen 1.000 und 1.055 .

Damit ergibt sich die korrigierte Schauerenergie E_{13}' als [80]:

$$E_{13}' = E_{\Sigma 13} \times 1.0225 \times PCORR(E_1/E_{\Sigma 13}). \quad (3.12)$$

Eine weitere Energiekorrektur ist nötig, da kleine Nichtlinearitäten in der Energie-Eichkurve ³⁰ dazu führen, daß bei niedriger Schauerenergie ($E_{13}' < 500 \text{ MeV}$) selbige um einige Prozent unterschätzt wird [81]:

$$E_{13} = \frac{E_{13}'}{1 + \alpha \cdot \ln(E_{13}'/E_{beam})} \quad (3.13)$$

Zur Bestimmung des Parameters α wurde zum einen die Reaktion

$$\Upsilon(2S) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \Upsilon(1S) \rightarrow 4\gamma \ell^+ \ell^- \quad ; \quad \ell = e, \mu$$

analysiert. Aus der Bedingung

$$\begin{aligned} \Delta m(\alpha) &= m_{\Upsilon(2S)} - [(2E_{beam} - E_{4\gamma})^2 - \vec{p}_{4\gamma}^2] \\ &\stackrel{!}{=} m_{\Upsilon(2S)} - m_{\Upsilon(1S)} = 563.3 \text{ MeV} \quad [59] \end{aligned}$$

erhält man durch Minimierung von

$$\chi^2 = \sum_{\text{Ereignisse}} \left(\frac{\Delta m(\alpha) - 563.3 \text{ MeV}}{\sigma_{\Delta m}} \right)^2 \quad (3.14)$$

den Wert $\alpha = 0.0137$.

Verwendet man diesen Wert für α bei der Korrektur der Photonenergien in der untersuchten Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0 \rightarrow 4\gamma$, so findet man eine π^0 Masse, die etwa 2 MeV unterhalb der nominellen Masse liegt. Daher wird für diese Analyse α derart neu bestimmt, daß gemessene und nominelle Masse übereinstimmen; Details finden sich in Anhang A. Man erhält: $\alpha = 0.0103$. Dieser Wert wird in der nachfolgenden Analyse bei der Korrektur der Schauerenergien verwendet. Er liefert eine Korrektur an E_{13}' von ca. +4% bei $E_{13}' = 100 \text{ MeV}$.

Die Richtung eines Photons läßt sich aus der Form der (ausgedehnten) Energiedeposition bestimmen. Dazu werden die in den einzelnen Kristallen des E_{13} -Gebiets beobachteten Energien verglichen mit einem Satz von MC Energieverteilungen, die wie folgt bestimmt werden [77]: Das Bumpmodul wird in 16 hypothetische, gleichseitige Submodule unterteilt. Nacheinander dient jedes Submodul als Ausgangspunkt einer Vielzahl von MC-generierten Schauern. Daraus erhält man die zu einem Submodul gehörige mittlere Energieverteilung in den einzelnen Kristallen des E_{13} -Gebiets. Als Photonrichtung wählt man schließlich die Richtung zum Mittelpunkt desjenigen Submoduls, dessen zugehörige MC Energieverteilung am besten mit der tatsächlich beobachteten übereinstimmt. Diese Methode arbeitet mit guter Genauigkeit, liefert jedoch diskrete Richtungen.

Bessere Ergebnisse erhält man aus dem in dieser Analyse verwendeten 'SHOWER' - Algorithmus. Dieser beruht auf der Bestimmung des Energieschwerpunkts des E_{13} -Gebiets. Die energiegewichtete Schwerpunktsbestimmung verwendet die Richtungsvektoren der Kristallmittelpunkte. Die Granularität des Kalorimeters

³⁰Der wichtigste Beitrag zu diesen Nichtlinearitäten kommt aus der Abhängigkeit der Lichtausbeute von der Tiefe des Schauermaximums im Kristall. Dies motiviert eine logarithmische Form der Korrekturfunktion. Weiterhin soll die Korrektur bei der Strahlenergie den Wert Eins annehmen, da bei dieser Energie geeicht wird.

verschiebt den Schwerpunkt in Richtung auf das Zentrum des Bumpkristalls. Der Algorithmus verwendet eine empirisch bestimmte Korrektur, die diesen 'Bias' aufhebt.

Im letzten Schritt der Ereignisrekonstruktion ('TFANAL Step') werden schließlich die Rohinformationen aus dem Flugzeitsystem aufbereitet. Da dieses in der vorliegenden Arbeit nicht verwendet wird, sei für Details auf [74] verwiesen.

Damit ist die gesamte Detektorinformation ausgewertet und in eine Form überführt (4-Impulse, Vertex, etc.), die eine physikalische Analyse der Ereignisse erlaubt.

Kapitel 4

Die Ereignisselektion

4.1 Das Datensample

Bereits während der Ereignisrekonstruktion - nach dem Bumps Step - erfolgt eine vorläufige Auswahl von 2-Photon produzierten no-tag Ereignissen ¹. Da zu diesem Zeitpunkt die Schauerenergien und -richtungen noch nicht bekannt sind, wird zunächst jedem einzelnen Kristall ² ein Vektor zugeordnet, der (vom Ursprung) zum Kristallmittelpunkt zeigt und dessen Länge proportional zu der im Kristall deponierten Energie ist. Dann wird der Summenvektor $p = (E, \vec{p})$ aus allen 672 Kristallvektoren gebildet. Dieser wird verwendet zur Berechnung der invarianten Masse $M = \sqrt{E^2 - \vec{p}^2}$ sowie des totalen Transversalimpulses $p_t = \sqrt{\vec{p}_x^2 + \vec{p}_y^2}$ des Ereignisses.

Zur Klassifikation als 2-Photon produziertes Ereignis wird verlangt ³:

- mindestens zwei Bumps im Ball,
- invariante Masse M kleiner 5000 MeV,
- totaler Transversalimpuls p_t kleiner 200 MeV.

Das derart klassifizierte ‘GGBIT’ Sample - etwa 25 Millionen Ereignisse auf ca. 180 Magnetbändern - dient als Ausgangspunkt für die weitere Selektion.

Ziel der Analyse ist die Messung des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ insbesondere im Bereich niedriger $\pi^0\pi^0$ Massen. Daher ist das verwertbare Ereignissample eingeschränkt auf denjenigen Anteil, bei dem Trigger mit genügend niedriger Energieschwelle installiert waren. Die Analyse verwendet nur solche Ereignisse, die mit Hilfe der π^0 bzw. $\pi^0\pi^0$ Version des TOPO6V1 Triggers (siehe Kapitel 3.4.2) aufgenommen wurden.

Das benutzte Datensample - etwa 8 Millionen Ereignisse - entspricht einer integrierten e^+e^- Luminosität \mathcal{L}_{ee} von 97.1 pb^{-1} . Es wurde im wesentlichen bei Schwerpunktsenergien im Bereich der $\Upsilon(4S)$ -Resonanz ($E_{CM} \approx 2 \times 5300 \text{ MeV}$) aufgenommen.

¹Die Auswahl erfolgt mit Hilfe des ‘EOTAP’-Programms. Dieses ordnet, in einem möglichst frühen Stadium der Rekonstruktion, die Ereignisse in physikalisch interessante Klassen (Kandidaten für z.B. 2-Photon produzierte Ereignisse, Bhabha-Ereignisse, hadronische Ereignisse, Ereignisse mit μ -Paaren, etc.) ein. Um Rechenzeit zu sparen werden nur solche Ereignisse, die zu mindestens einer dieser Klassen gehören, vollständig rekonstruiert.

²Die Endkappenkristalle werden allerdings nicht benutzt.

³Diese Kriterien haben eine nahezu 100%ige Akzeptanz für 2-Photon produzierte Ereignisse, die die weiter unten beschriebene Selektion passieren [43].

4.2 Die Selektion von 2-Photon produzierten $\pi^0\pi^0$ Ereignissen

Abbildung 4.1 zeigt, wie sich ein MC Ereignis des gesuchten Typs $e^-e^- \rightarrow e^-e^-\pi^0\pi^0$ im Crystal Ball Detektor darstellt. Die Strahlleptonen werden dabei unter so kleinen Winkeln gestreut, daß sie nicht im Detektor beobachtet werden.

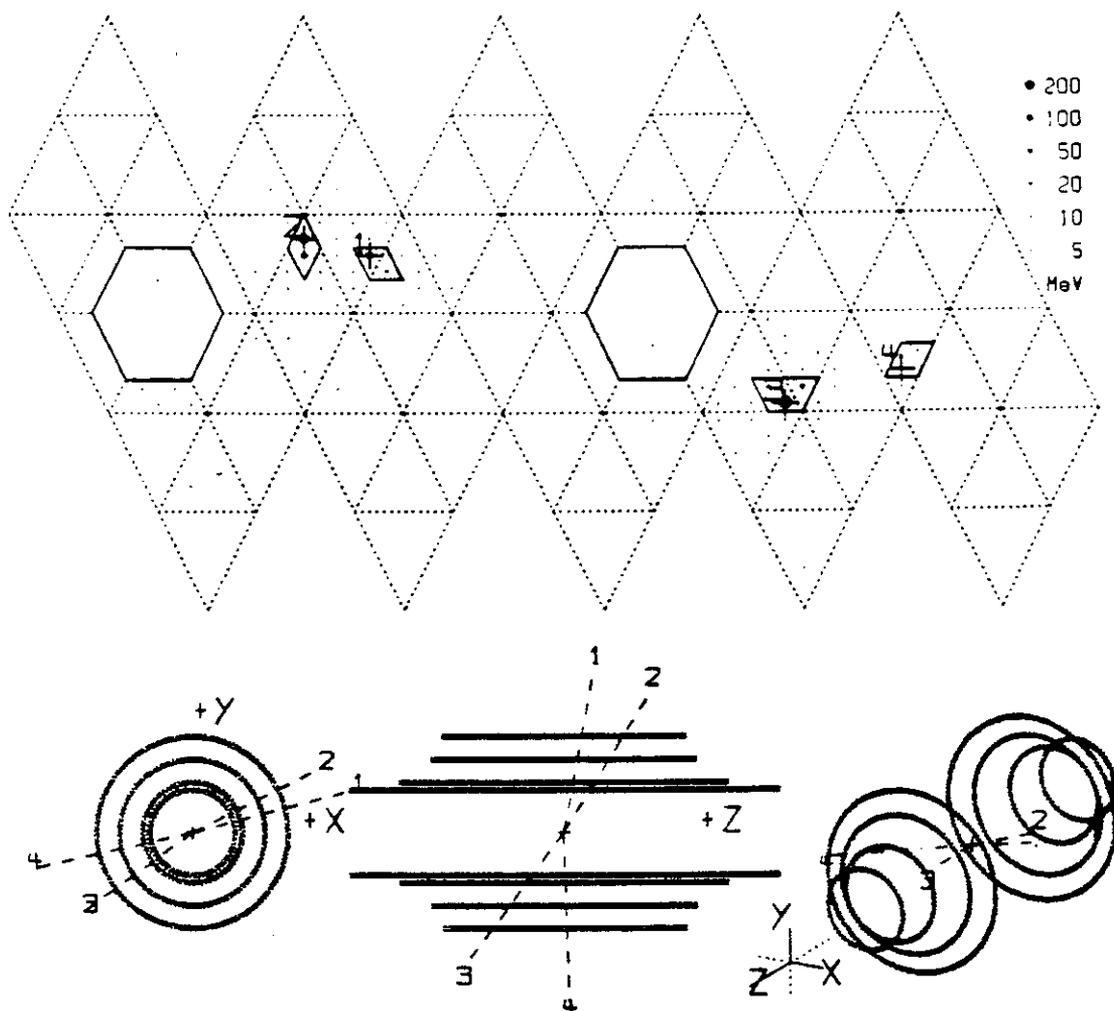


Abbildung 4.1: Ein MC Ereignis des Typs $e^-e^- \rightarrow e^+e^- f_2(1270) \rightarrow e^+e^-\pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma\gamma\gamma$ im Crystal Ball Detektor. Der obere Teil der Abbildung zeigt eine ebene Darstellung des Balles, in der die Grenzen der Minor Triangles durch gepunkteten Linien gekennzeichnet sind. Die durchgezogenen Linien um die Energiedepositionen zeigen die Abmessungen der Connected Regions. Im unteren Teil des Bildes ist der Innendetektor zu sehen.

Der Zerfall der π^0 's erfolgt mit einem Verzweigungsverhältnis von jeweils 98.8% in $\gamma\gamma$ bzw. mit jeweils 1.2% in $e^+e^-\gamma$ (Dalitz-Zerfall). Aufgrund des kleinen Öffnungswinkels zwischen den beiden Dalitz-Elektronen verursachen diese im Kalorimeter einen Schauer, der sich kaum von dem eines einzelnen Photons unterscheiden läßt. Das bedeutet, daß beide Zerfallskanäle i.a. zur gleichen Signatur im Kalorimeter führen⁴. Daher wird im folgenden nur noch von einem 4-Photon Endzustand gesprochen.

⁴Die beiden Zerfallskanäle unterscheiden sich jedoch sehr wohl in ihrer Signatur in den Kamern. Dies wird bei der Bestimmung der Akzeptanz berücksichtigt. (Siehe Kapitel 5.3.)

Endzustand gesprochen.

Der im Crystal Ball Detektor beobachtete Endzustand sollte also aus genau vier, i.a. neutralen Schauern bestehen, deren Gesamtenergie klein gegen die Schwerpunktsenergie ist.

Die Selektion beginnt mit der Auswahl von Ereignissen mit genau vier Connected Regions, jede mit genau einem Bump⁵; dies sind die Photonkandidaten. Es verbleiben etwa 600000 derartige Ereignisse.

Die endgültigen Schnitte gliedern sich in fünf Gruppen:

(I) Schnitte zur Definition eines 'sauberen' Photons; diese Kriterien müssen für jeden einzelnen Photonkandidaten erfüllt sein.

- Für die Energie jedes Photons muß gelten:

$$E_{13} \geq 30 \text{ MeV} .$$

- Für den Polarwinkel jedes Photons, nun berechnet mit dem SHOWER-Algorithmus (siehe Kapitel 3.5.2), muß gelten:

$$|\cos \theta| < 0.8 .$$

Dieser Schnitt, der die Tunnelkristalle als Bumpmodule ausschließt, verwirft auch viele gute Ereignisse, die einen Boost entlang der Strahlachse haben. Er ist jedoch nötig zur Unterdrückung von Ereignissen aus Strahl-Gas und Strahl-Wand Reaktionen, bei denen zumeist nahe den Tunneln Energie im Ball deponiert wird. Außerdem wird auf diese Art und Weise sichergestellt, daß jedes Teilchen mindestens drei Kammern durchquert. Dies erhöht die Effizienz der Erkennung von geladenen Spuren.

- Schnitte auf Verhältnisse der in Abbildung 3.10 definierten Energien E_1 , E_4 und $E_{\sum 13}$ ⁶ ('Pattern'-Schnitte) ermöglichen die Selektion von Schauern, deren laterales Profil mit dem eines einzelnen elektromagnetischen Schauers verträglich ist⁷. Für jedes Photon muß gelten:

$$0.35 \leq E_1/E_{\sum 13} < 0.97 ,$$

$$0.65 \leq E_4/E_{\sum 13} .$$

Diese Kriterien werden mit Hilfe von MC Ereignissen gewonnen. Sie sind ausgerichtet auf die Selektion von Photonen mit Energien bis zu 500 MeV wobei die notwendige Abwägung zwischen möglichst hoher Effizienz und möglichst niedrigem Untergrund eher zugunsten der Effizienz erfolgt. Abbildung 4.2 zeigt die beiden Pattern-Verteilungen⁸ für MC Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270) \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow 4\gamma$: Die eingezeichneten Schnitte haben eine Akzeptanz von etwa 88% für Photonen, die alle anderen Selektionskriterien erfüllen.

⁵Die Forderung nach nur einem Bump pro Connected Region soll sicherstellen, daß man eine zuverlässige Energiemessung mit Hilfe der E_{13} -Methode (siehe Kapitel 3.5.2) erhält.

⁶Da die MC Simulation von Energiedepositionen kleiner etwa 1 MeV nicht zuverlässig ist, werden bei allen zur Berechnung von Pattern verwendeten Energiesummen nur Kristalle berücksichtigt, die mehr als 1 MeV enthalten.

⁷Damit wird auch ein Teil der Schauer aus π^0 -Zerfällen verworfen, bei denen der Öffnungswinkel zwischen den beiden Photonen so klein ist, daß sich ihre Schauer stark überlappen.

⁸Die im folgenden gezeigten Histogramme bzw. Korrelationen sind erstellt nach Anbringung aller Schnitte, außer denen an den betrachteten Größen.

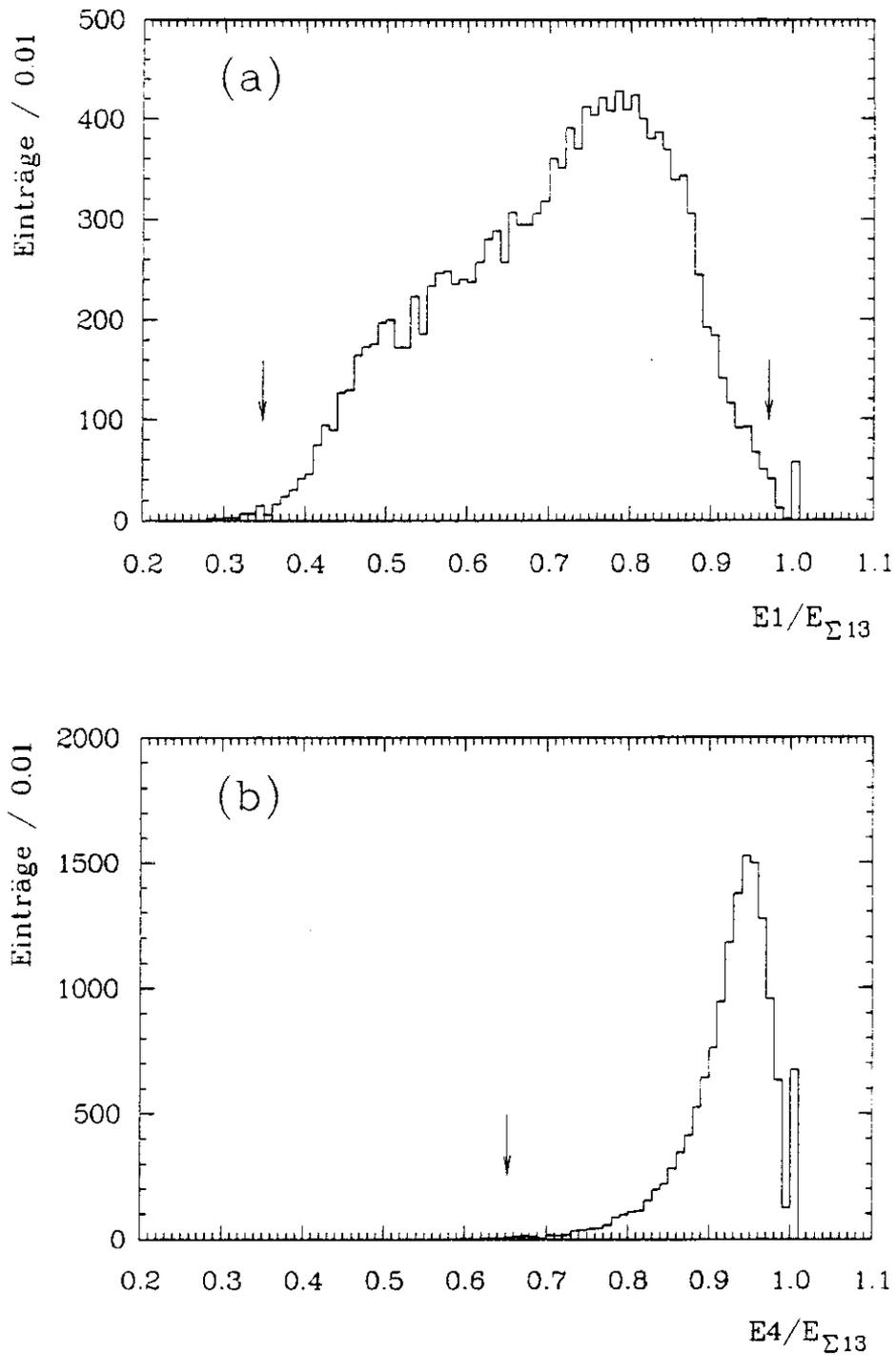


Abbildung 4.2: Die Verteilung der Energieverhältnisse (a) $E1/E_{\Sigma 13}$ und (b) $E4/E_{\Sigma 13}$ für MC Photonen. Die Pfeile markieren die verwendeten Schnitte.

- Falls sich die $E13$ -Gebiete zweier Schauer überlappen - was allerdings wegen der Forderung nach genau vier Connected Regions nur sehr selten vorkommt - so darf die beiden Gebieten gemeinsame Energie 10 MeV nicht übersteigen.
- Schnitte auf die Eigenschaften jeder Connected Region:

- Für ihre Energie ECR muß gelten:

$$ECR/E13 < 0.99 .$$

- Für ihr zweites Moment SM , definiert als

$$SM = \frac{1}{ECR} \sum_{\text{Kristalle in CR}} E_{\text{Kristall}}^i (\hat{p}_i - \langle p \rangle)^2$$

mit $\langle p \rangle = \frac{1}{ECR} \sum_{\text{Kristalle in CR}} E_{\text{Kristall}}^i \hat{p}_i$,
 \hat{p}_i : Richtungsvektor zum Kristallmittelpunkt

muß gelten:

$$SM < 0.01 .$$

Diese Schnitte verwerfen Ereignisse mit elongierten CR's, wie sie verursacht werden von Teilchen, die weit vom Ursprung erzeugt wurden oder von sich überlappenden Schauern (z.B. bei π^0 -Zerfällen mit kleinem Öffnungswinkel zwischen den beiden Photonen).

(II) Schnitte zur Definition eines 'sauberen' 2-Photon produzierten Ereignisses.

- No-tag Ereignisse zeichnen sich durch kleinen Transversalimpuls ⁹ $p_t = |\sum \vec{p}_t|$ relativ zur Strahlachse aus. Falls der Endzustand X aus all seinen Zerfallsprodukten vollständig rekonstruiert wird, zeigt die p_t^2 -Verteilung einen steilen Anstieg bei kleinen p_t^2 -Werten, während die Verteilung annähernd flach ist, falls Teilchen unbeobachtet bleiben. Die p_t^2 -Verteilung hat die Eigenschaft, mit zunehmender invarianter Masse von X breiter zu werden. Um eine über den gesamten untersuchten Massenbereich konstante Schnitt-Effizienz zu erreichen, wird ein massenabhängiger p_t^2 -Schnitt angewendet. Abbildung 4.3 zeigt die Korrelation zwischen $m_{\pi^0\pi^0}$ und p_t^2 ; ebenfalls gezeigt ist der p_t^2 -Schnitt:

$$p_t^2 < 8 \text{ MeV}^2 \times m_{\pi^0\pi^0} / \text{MeV} .$$

Die Auftragung zeigt die erwartete starke Anhäufung von Ereignissen bei kleinen p_t^2 -Werten. Ebenfalls ist zu sehen, daß es bei kleinen invarianten

⁹Im Gegensatz zur GGBIT-Präselektion wird der Transversalimpuls p_t hierbei aus den 4-Vektoren der Photonkandidaten berechnet. Diese werden aus den ($E13$ -) Energien und den (Einheits-) Richtungsvektoren der Kandidaten konstruiert, wobei die mit dem SHOWER-Algorithmus bestimmten Richtungsvektoren verwendet werden:

$$p_\gamma = (E_\gamma, E_\gamma \hat{p}_x, E_\gamma \hat{p}_y, E_\gamma \hat{p}_z) .$$

Im folgenden wird immer mit der Größe p_t^2 gearbeitet. Dies ist sinnvoll, da die p_t^2 -Verteilung bei kleinen p_t -Werten 'peakt', die p_t -Verteilung jedoch nicht.

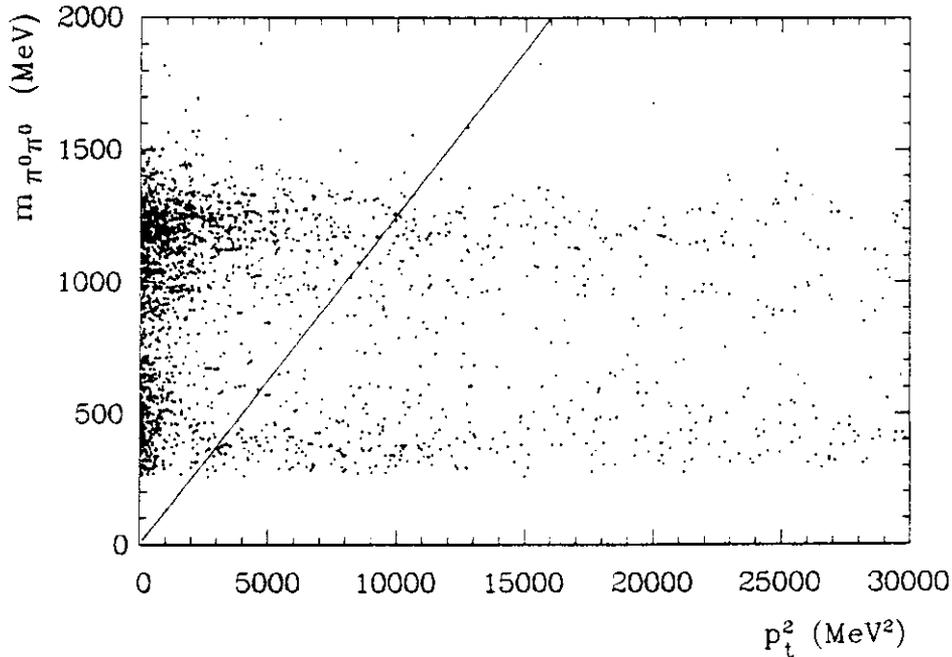


Abbildung 4.3: Die Korrelation zwischen $m_{\pi^0\pi^0}$ und p_t^2 . Ebenfalls gezeigt (durchgezogene Linie) ist die Schnittfunktion.

Massen, neben dieser Anhäufung, unverhältnismäßig viele Ereignisse mit hohem p_t^2 gibt. Dabei handelt es sich um Untergrundereignisse. Wie die p_t^2 -Verteilung zur Bestimmung des nach allen Schnitten verbleibenden Untergrunds genutzt werden kann, ist weiter unten beschrieben.

- Für die im Kalorimeter deponierte Energie $ETOT = \sum_{i=1}^{672} E_{Kristall}^i$ muß gelten:

$$225 \text{ MeV} \leq ETOT < 3500 \text{ MeV} .$$

- Für die Summe der in beiden Endkappen deponierten Energie $EENDC$ muß gelten:

$$EENDC < 50 \text{ MeV} .$$

Damit soll sichergestellt werden, daß es, außer den gestreuten Strahlleptonen, im Ereignis keine weiteren Teilchen nahe dem Strahlrohr gibt.

- Für die außerhalb der $E13$ -Gebiete der vier Photonen deponierte Überschussenergie $E\ddot{U}BER$ muß gelten:

$$E\ddot{U}BER < 15 \text{ MeV} + 0.03 \times SUME13 ,$$

$$\text{mit } SUME13 = \sum_{i=1}^4 E_{\Sigma 13}^i .$$

$E_{\Sigma 13}^i$ ist die Summe aller Kristallenergien größer 1 MeV im $E13$ -Gebiet des Photons (i) ohne jegliche Korrekturen. Die Schnittwerte sind wie folgt motiviert:

- Bei der Untersuchung von DBM Ereignissen (siehe Kapitel 3.4.2) findet man im Mittel 10 MeV–20 MeV Energiedeposition im Ball, auch wenn keine e^+e^- Wechselwirkung stattgefunden hat.
- Wie in Kapitel 3.5.2 erwähnt, erwartet man 2%–3% der Energie eines elektromagnetischen Schauers außerhalb des $E13$ -Gebiets.

Abbildung 4.4 zeigt die Korrelation zwischen $E\ddot{U}BER$ und $SUME13$.

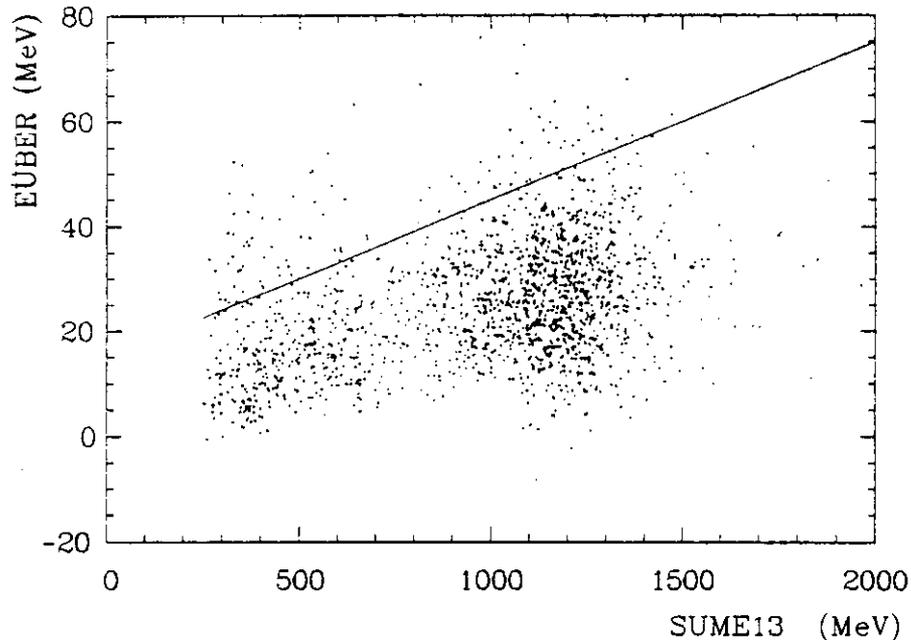


Abbildung 4.4: Die Korrelation zwischen $E\ddot{U}BER$ und $SUME13$. Ebenfalls gezeigt (durchgezogene Linie) ist die Schnittfunktion.

(III) Schnitte zur Definition eines neutralen Ereignisses:

- Es darf keine unkorrelierten geladenen Spuren (siehe Kapitel 3.5.2) im Ereignis geben.
- Die Wahrscheinlichkeit, daß das Ereignis geladen ist, berechnet mit dem GASTAG-Algorithmus (siehe Gleichung (3.11)), darf 1% nicht übersteigen. Abbildung 4.5 zeigt die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten, daß ein Ereignis geladen ist.

(IV) Schnitte zur Definition eines $\pi^0\pi^0$ Ereignisses:

Aus vier Photonen lassen sich sechs $\gamma\gamma$ Kombinationen bilden. Abbildung 4.6 zeigt deren invariante Massenverteilung (6 Einträge pro Ereignis). Man erkennt ein starkes Signal bei der π^0 Masse sowie ein deutliches Signal bei der η Masse; ansonsten ist keine signifikante Struktur sichtbar.

Die sechs $\gamma\gamma$ Kombinationen wiederum lassen sich auf drei verschiedene Arten in Paaren anordnen, ohne ein Photon doppelt zu verwenden. Trägt man $m_{\gamma\gamma}^{(i)}$

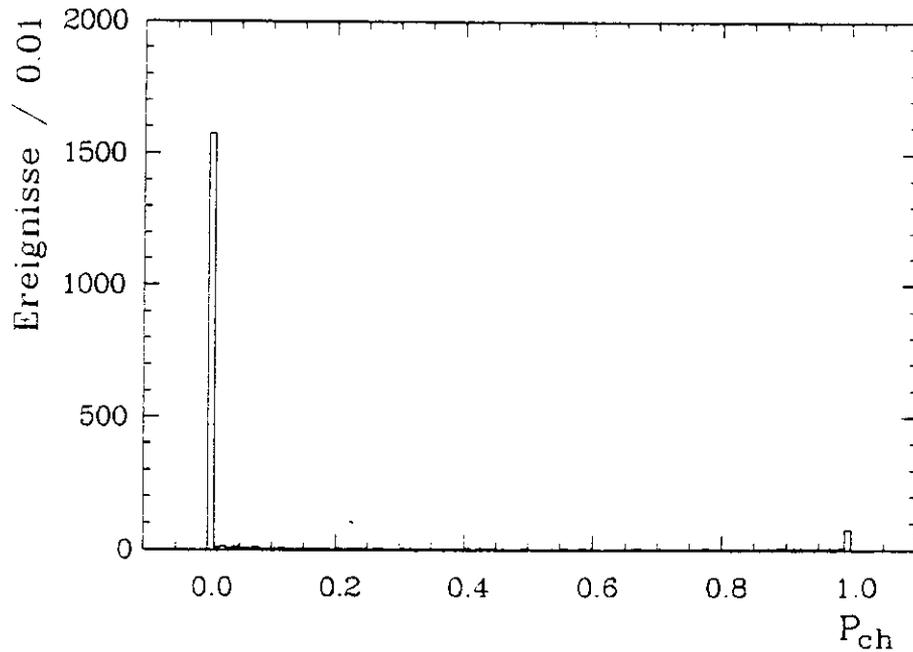


Abbildung 4.5: Die Verteilung der Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse, geladen zu sein.

gegen $m_{\gamma\gamma}^{(j)}$ in mehreren Bereichen der invarianten 4γ Masse auf (Abbildung 4.7, 3 Einträge pro Ereignis), so beobachtet man in allen Bereichen eine starke Anhäufung von $\pi^0\pi^0$ Ereignissen. Oberhalb der entsprechenden kinematischen Schwelle findet man auch eine deutliche Anhäufung von $\pi^0\eta$ Ereignissen. Man beobachtet keine Anhäufung von $\eta\eta$ Ereignissen.

Die Selektion der $\pi^0\pi^0$ Ereignissen erfolgt in zwei Schritten:

- Zunächst werden solche Ereignisse ausgewählt, die mindestens ein Paar von $\gamma\gamma$ Kombinationen aufweisen, für deren invariante Massen gilt:

$$(m_{\gamma\gamma}^{(i)} - m_{\pi^0})^2 + (m_{\gamma\gamma}^{(j)} - m_{\pi^0})^2 \leq R^2, \quad (4.1)$$

mit $R = 3 \times \sigma_{m_{\gamma\gamma}}(m_{\pi^0\pi^0})$. (Zur Bestimmung von $\sigma_{m_{\gamma\gamma}}$ siehe Anhang C.)

- Danach wird zur Unterdrückung von $\pi^0\eta$ bzw. möglichen $\eta\eta$ Ereignissen ein χ^2 -Test der drei Hypothesen $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta$ bzw. $\eta\eta$ durchgeführt:

$$\begin{aligned} \chi^2_{\pi^0\pi^0} &= \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(i)} - m_{\pi^0}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(j)} - m_{\pi^0}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(j)}} \right)^2, \\ \chi^2_{\pi^0\eta} &= \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(i)} - m_{\pi^0}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(j)} - m_{\eta}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(j)}} \right)^2, \\ \chi^2_{\eta\pi^0} &= \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(i)} - m_{\eta}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(j)} - m_{\pi^0}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(j)}} \right)^2, \\ \chi^2_{\eta\eta} &= \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(i)} - m_{\eta}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(j)} - m_{\eta}}{\sigma_{\gamma\gamma}^{(j)}} \right)^2. \end{aligned}$$

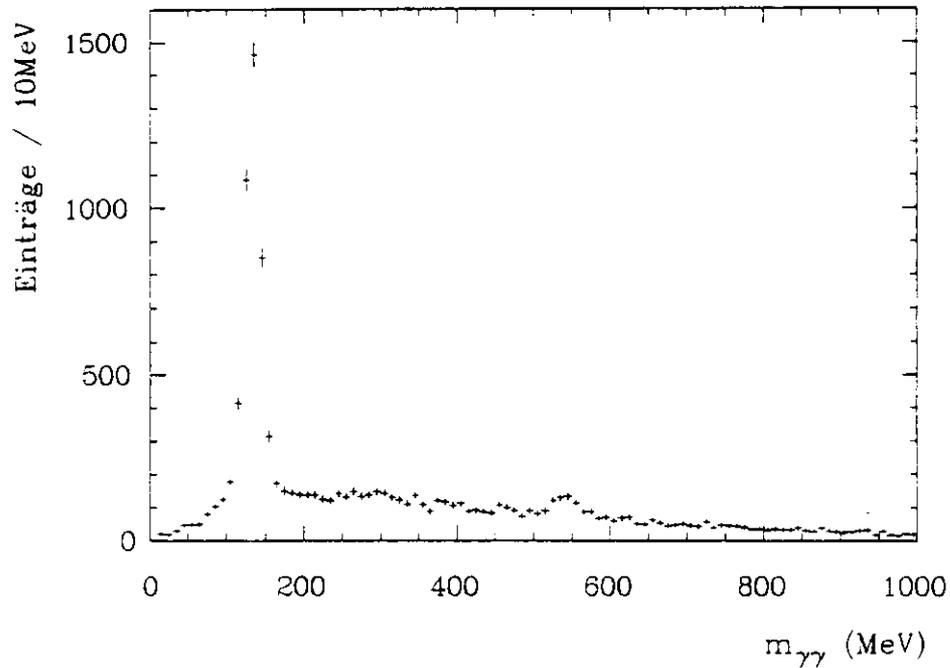


Abbildung 4.6: Die Verteilung der invarianten $\gamma\gamma$ -Massen (6 Einträge pro Ereignis).

In diesem Fall wird die $\gamma\gamma$ Massenaufösung allerdings für jede einzelne $\gamma\gamma$ Kombination aus der Energie- und Winkelauflösung des Kalorimeters berechnet (siehe Anhang B):

$$\begin{aligned}
 \sigma_E(E) &= 0.027 (E / \text{GeV})^{3/4} , \\
 \sigma_\theta(E) &= 1.94^\circ + 1.75^\circ \cdot \exp(-8.3 E / \text{GeV}) , \\
 \sigma_\phi(\theta) &= \sigma_\theta(E) / \sin \theta .
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Aus jedem χ^2 wird ein Confidence Level (CL) für zwei Freiheitsgrade berechnet, und das Ereignis wird entsprechend dem größten CL als $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta$ bzw. $\eta\eta$ klassifiziert¹⁰. Der χ^2 -Test hat eine Effizienz von etwa 96% für $\pi^0\pi^0$ MC Ereignisse, die alle anderen Schnitte passiert haben.

¹⁰Falls es für eine Hypothese mehr als eine Anordnung von Paaren von $\gamma\gamma$ Kombinationen mit annehmbaren CL gibt, so wird im folgenden immer die Anordnung mit dem größten CL verwendet.

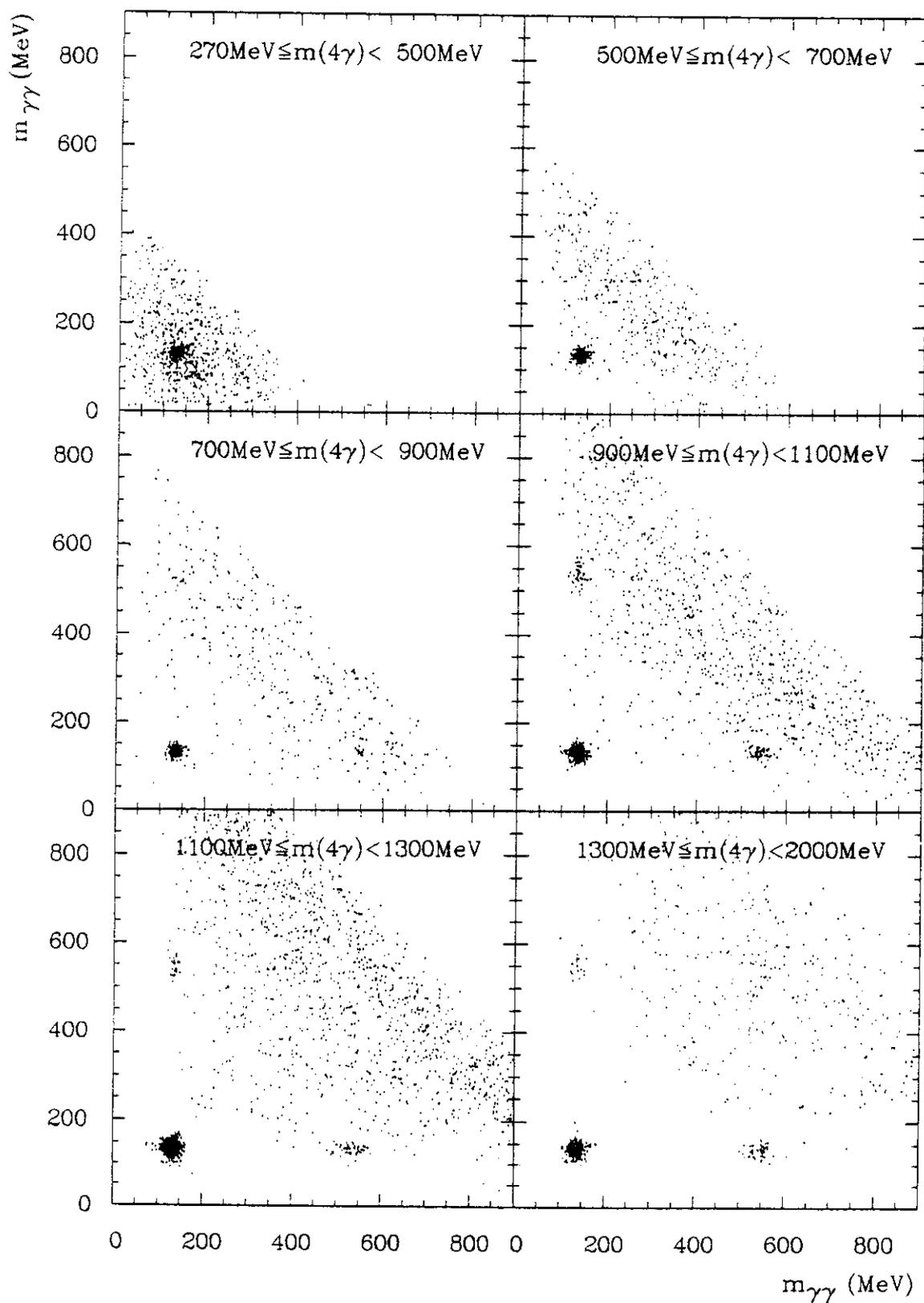


Abbildung 4.7: Die Korrelation zwischen $m_{\gamma\gamma}^{(i)}$ und $m_{\gamma\gamma}^{(j)}$ (3 Einträge pro Ereignis) in mehreren Bereichen von $m_{4\gamma}$.

(V) Schnitte die nötig sind, um die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit mit Hilfe von MC Ereignissen zu ermöglichen:

- Es muß gelten:

$$|\cos \theta^*| < 0.3 ,$$

wobei θ^* den Winkel zwischen der Strahlachse und der Flugrichtung eines der π^0 's im $\pi^0\pi^0$ Ruhesystem bezeichnet. (Für weitere Einzelheiten siehe Kapitel 5.2.)

- Die Diskriminatoren der Triggerelektronik weisen keine scharfen Schwellen auf. Vielmehr ändert sich ihre Ansprechwahrscheinlichkeit von Null auf 100% über einen Bereich von etwa 30 MeV [43]. Zudem ist das Schwellenverhalten einzelner Diskriminatoren unterschiedlich und weist zeitliche Schwankungen auf. Dies läßt sich im MC nur schwer reproduzieren. Daher werden, sowohl bei der Selektion der realen Ereignisse, als auch bei der MC Simulation der Triggerlogik der verwendeten Versionen des TOPO6V1-Triggers, scharfe (Software-) Schwellen gesetzt, die bei Energien liegen, bei denen die Hardware praktisch 100% effizient ist ¹¹:

$$\begin{aligned} ETOT &\geq 225 \text{ MeV} , \\ E_{MT} &\geq 55 \text{ MeV} , \\ E_{Tunnel} &< 25 \text{ MeV} . \end{aligned}$$

(Vergleiche hierzu die Beschreibung der Trigger in Kapitel 3.4.2.)

(VI) Ergebnis der Selektion:

Nach allen Schnitten verbleiben etwa 1500 $\pi^0\pi^0$ Ereignisse, 210 $\pi^0\eta$ Ereignisse und 10 $\eta\eta$ Ereignisse. Wie aus Abbildung 4.7 ersichtlich, läßt sich ein deutliches $\pi^0\pi^0$ Signal über den gesamten 4γ Massenbereich bis hinab zur kinematischen Schwelle beobachten. Bei 4γ Massen kleiner 500 MeV sitzt das $\pi^0\pi^0$ Signal aufgrund des eingeschränkten Phasenraumes auf einem kombinatorischen Untergrund. Mit Hilfe entsprechender MC Ereignisse wurde jedoch festgestellt, daß sich mittels des oben beschriebenen χ^2 -Tests mit 99%iger Wahrscheinlichkeit die 'richtigen' $\gamma\gamma$ Kombinationen finden lassen. Bei höheren 4γ Massen ist das $\pi^0\pi^0$ Signal völlig isoliert von allen anderen Einträgen.

4.3 Untergrundabschätzung

Zur Bestimmung des nach allen Schnitten verbleibenden Untergrundes wird die p_t^2 -Verteilung der selektierten $\pi^0\pi^0$ Ereignisse mit der MC Erwartung aus $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ verglichen. Der Vergleich erfolgt in Intervallen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse. Für Massen oberhalb von etwa 700 MeV findet man, daß die gemessene p_t^2 -Verteilung gut mit der erwarteten übereinstimmt, während bei niedrigen Massen ein zusätzlicher Beitrag notwendig ist, um die unverhältnismäßig vielen Einträge bei hohen p_t^2 zu beschreiben.

¹¹Diese Prozedur mindert allerdings besonders die Selektionswahrscheinlichkeit für niederenergetische $\pi^0\pi^0$ Ereignisse, da sie gute Ereignisse verwirft, die im linken Teil der Ansprechkurve der Diskriminatoren liegen.

Quelle dieses Untergrundes ist vermutlich die Elektroproduktion von Nukleonresonanzen in Strahl-Restgas Reaktionen. Diese Resonanzen zerfallen in $N\pi^+\pi^0$ (N =Nukleon), wobei nur die beiden π^0 's im Detektor beobachtet werden¹². Zur Untersuchung dieses Untergrundbeitrags werden separated beam und single beam Daten verwendet; die Zahl der Ereignisse entspricht einem Datensample¹³ von $(6 \pm 0.6) \text{ pb}^{-1}$.

Nach Anwendung der oben aufgeführten Schnitte zur Selektion von Ereignissen mit vier Photonen - mit Ausnahme des p_t^2 -Schnitts - verbleiben etwa 100 Ereignisse. Die Verteilung der invarianten Massen aller $\gamma\gamma$ Kombinationen (siehe Abbildung 4.8, sechs Einträge pro Ereignis) zeigt ein deutliches π^0 Signal; die Korrelation zwischen $m_{\gamma\gamma}^{(i)}$ und $m_{\gamma\gamma}^{(j)}$ (siehe Abbildung 4.9, drei Einträge pro Ereignis) weist eine Anhäufung von $\pi^0\pi^0$ Ereignissen auf. Diese werden gemäß Gleichung (4.1) mit $R = 3 \times \sigma_{m_{\gamma\gamma}}(m_{\pi^0\pi^0})$ selektiert. Es finden sich 26 $\pi^0\pi^0$ Ereignisse, deren invariante Massenverteilung in Abbildung 4.10 gezeigt ist. Man erkennt, daß dieser Typ von Untergrundereignissen praktisch nur im Bereich kleiner invarianter $\pi^0\pi^0$ Massen beiträgt.

Die $\pi^0\pi^0$ Ereignisse aus nicht- e^+e^- Reaktionen haben im betrachteten Bereich eine annähernd flache p_t^2 -Verteilung (siehe Abbildung 4.11). Nach dem Schnitt $p_t^2 < 8 \text{ MeV}^2 \times m_{\pi^0\pi^0} / \text{MeV}$ verbleiben drei $\pi^0\pi^0$ Ereignisse. Aufgrund dieser kleinen Anzahl läßt sich die in [43] benutzte Methode der Subtraktion der, entsprechend skalierten, Untergrund-Massenverteilung hier nicht anwenden.

Um dennoch den Anteil solcher Untergrundereignisse in den 'colliding beam' Daten qualitativ zu bestimmen, werden die gemessenen p_t^2 -Verteilungen in 50 MeV Intervallen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse mit zwei Beiträgen, der MC Erwartung für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ plus einem linearen Untergrund, gefittet. Abbildung 4.12 zeigt einige exemplarische Fits. In Abbildung 4.13 sind die daraus bestimmten Anzahlen von Untergrundereignissen im akzeptierten p_t^2 -Bereich gegen die $\pi^0\pi^0$ Masse aufgetragen. Das gemessene invariante Massenspektrum sowie der daraus berechnete Wirkungsquerschnitt werden für die derart bestimmten Untergrundanteile korrigiert. (Siehe Kapitel 6.1.) Für Massen kleiner 1000 MeV findet man etwa 40 Untergrundereignisse. Diese Anzahl ist konsistent mit der aus nicht- e^+e^- Reaktionen erwarteten Anzahl von $3 \text{ Ereignisse} \times \frac{97.1 \text{ pb}^{-1}}{(6.0 \pm 0.6) \text{ pb}^{-1}} = 49 \pm 28 \text{ Ereignisse}$.

¹²Eine ähnliche Untergrundreaktion wurde bei der Untersuchung der 2-Photon Produktion einzelner π^0 's beobachtet: $eN \rightarrow e\Delta(1230)$, $\Delta(1230) \rightarrow N\pi^0$. Für weiter Einzelheiten siehe [43].

¹³Es wird das gleiche Datensample wie in [43] benutzt. In Kapitel 6 von [43] ist die Methode der relativen Normierung beider Datenmengen beschrieben.

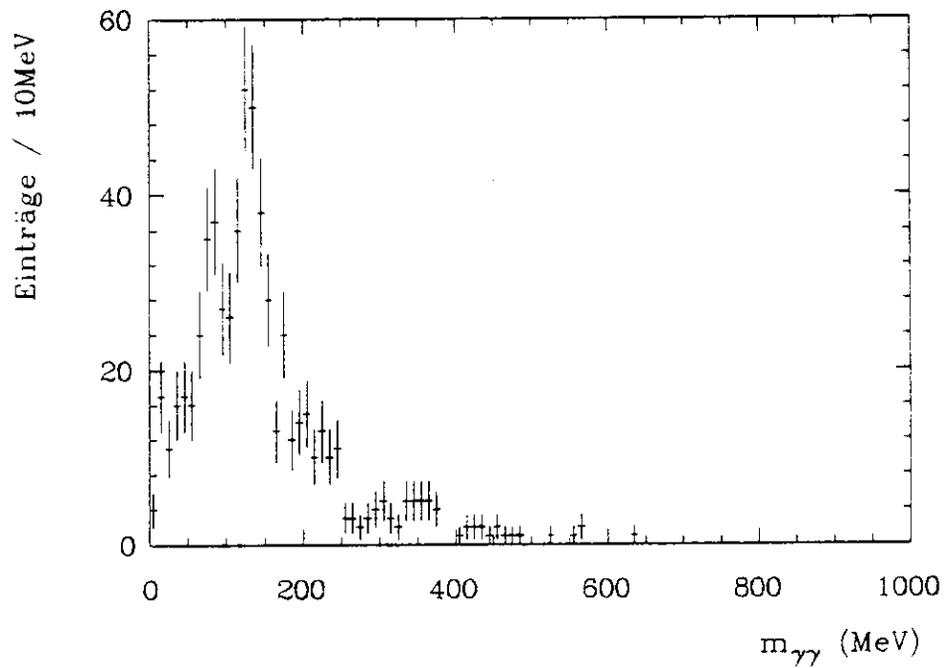


Abbildung 4.8: Die Verteilung der invarianten $\gamma\gamma$ Massen von 4γ Ereignissen aus single beam und separated beam Daten (6 Einträge/Ereignis).

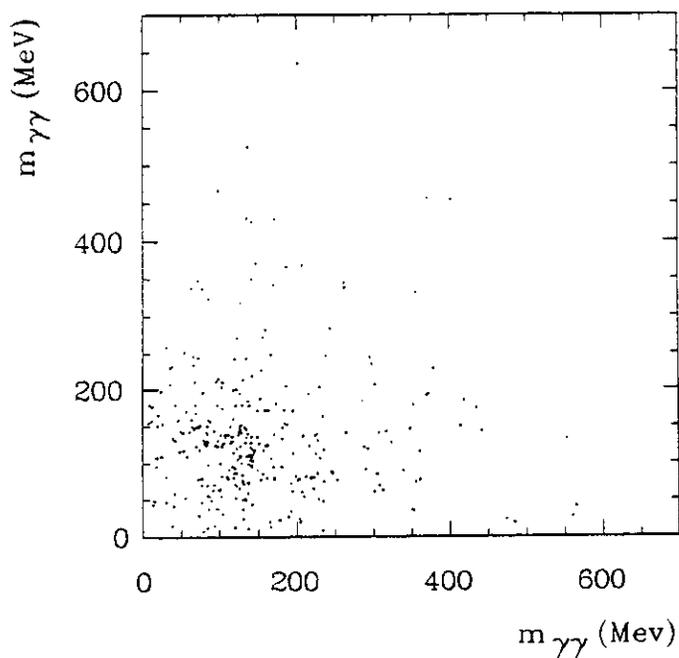


Abbildung 4.9: Die Korrelation zwischen $m_{\gamma\gamma}^{(i)}$ und $m_{\gamma\gamma}^{(j)}$ für 4γ Ereignisse aus single beam und separated beam Daten (3 Einträge/Ereignis).

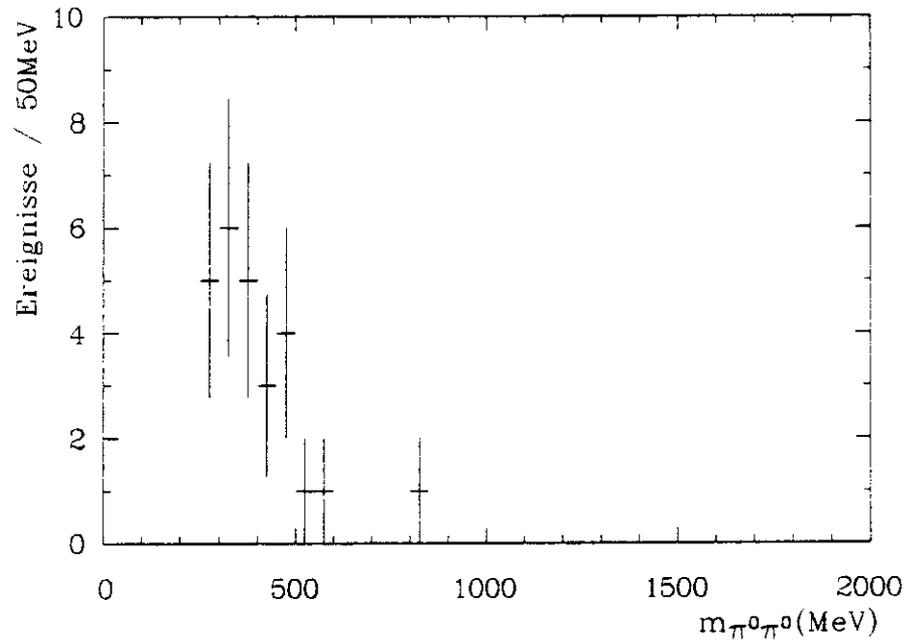


Abbildung 4.10: Die Verteilung der invarianten Massen von $\pi^0\pi^0$ Ereignissen aus single beam und separated beam Daten.

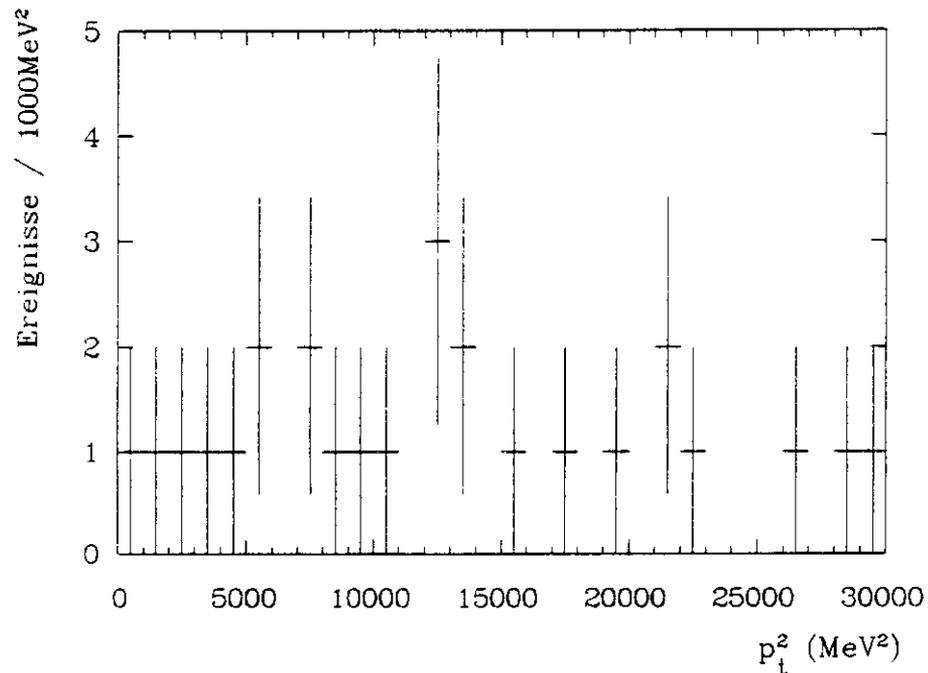


Abbildung 4.11: Die p_t^2 -Verteilung für $\pi^0\pi^0$ Ereignisse aus single beam und separated beam Daten.

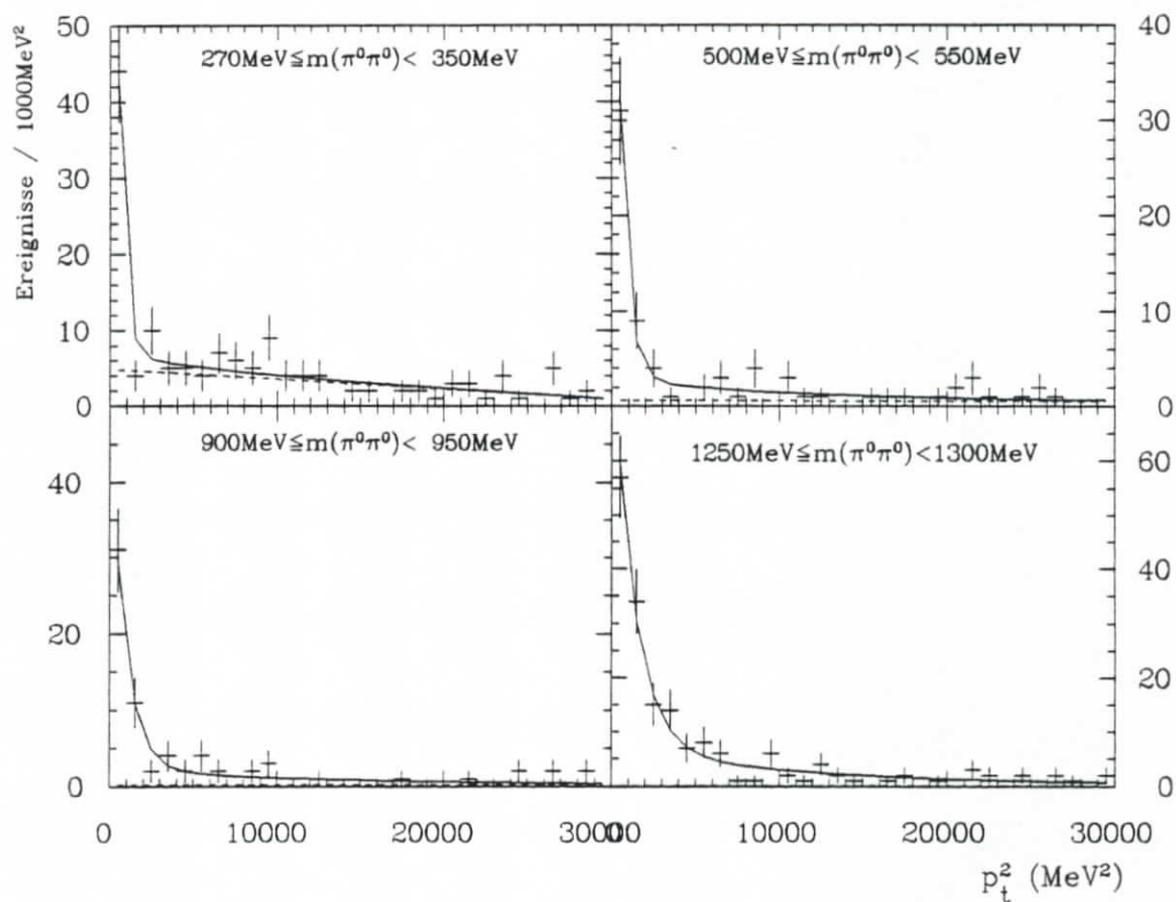


Abbildung 4.12: Exemplarische Fits (durchgezogene Linie) an die p_t^2 -Verteilungen in mehreren Intervallen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse. Die gestrichelte Linie beschreibt den Untergrund.

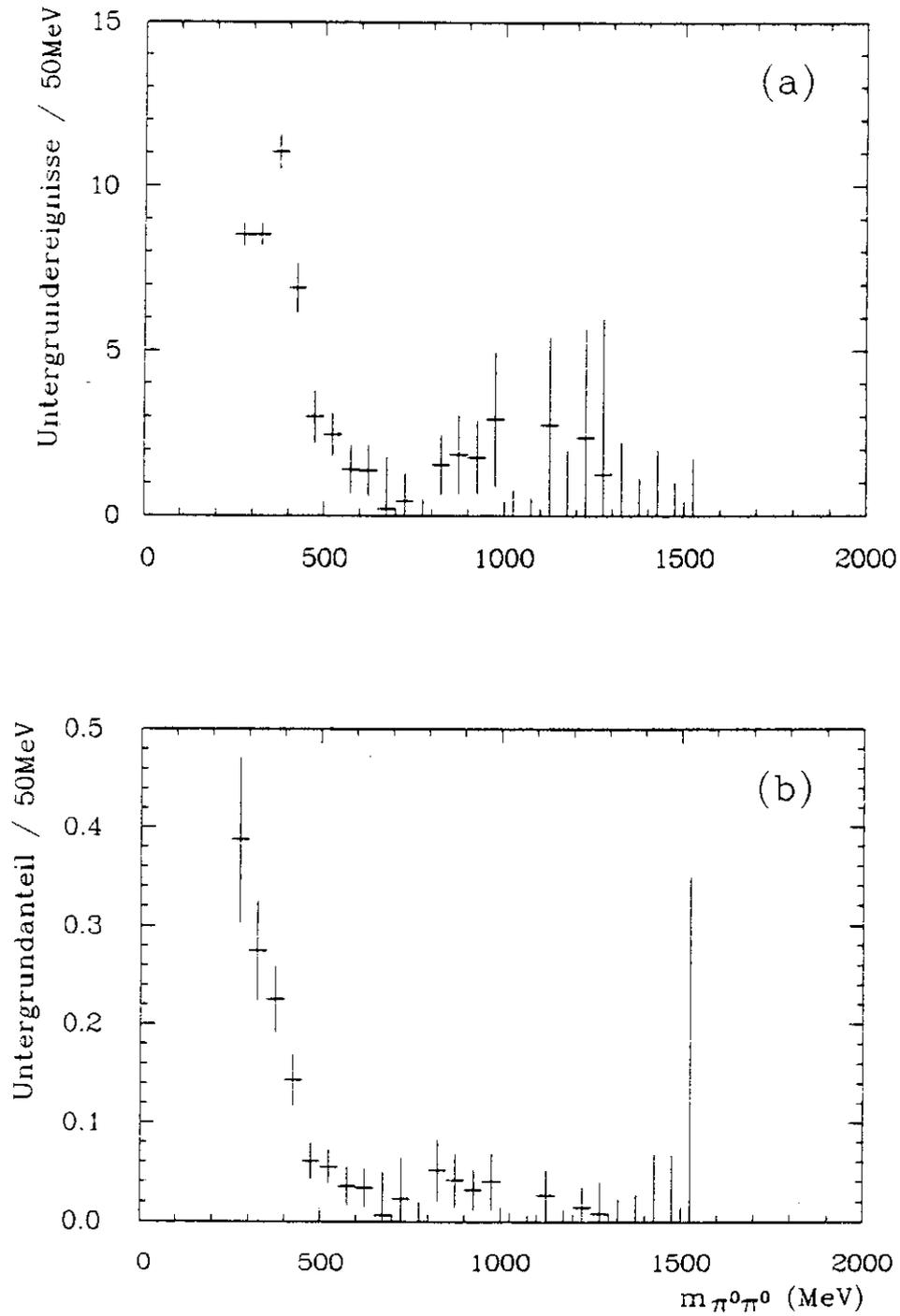


Abbildung 4.13: (a) Anzahlen von Untergrundereignissen, bestimmt aus den Fits an die p_t^2 -Verteilungen in 50 MeV Intervallen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse. Ebenfalls gezeigt (b) sind die Untergrundanteile am invarianten $\pi^0\pi^0$ Massenspektrum. (Siehe Abbildung 6.1.)

Die oben beschriebene Methode der p_T^2 -Fits ist nicht geeignet zur Bestimmung eines anderen Untergrundbeitrages: 'feedthrough' aus der 2-Photon Produktion von Endzuständen mit höherer Multiplizität, bei denen Teilchen unbeobachtet unter kleinen Winkeln relativ zur Strahlachse entkommen. Die p_T^2 -Verteilung solcher Ereignisse ist nicht flach, sondern steigt zu kleinen Werten hin an - ähnlich wie die der gesuchten Ereignisse.

Zur Abschätzung dieses Beitrages werden MC Ereignisse für die 2-Photon Produktion folgender Zustände generiert:

$$\begin{aligned}\eta &\rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0, \\ \eta' &\rightarrow \eta \pi^0 \pi^0, \\ a_2(1320) &\rightarrow \pi^0 \eta, \\ \pi_2(1680) &\rightarrow \pi^0 f_2(1270) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0,\end{aligned}$$

wobei der Zerfall der sekundären η -Mesonen in die Endzustände $\gamma\gamma$, $\pi^0 \pi^0 \pi^0$, $\pi^+ \pi^- \pi^0$ und $\pi^+ \pi^- \gamma$ erfolgt.

Für die generierten Ereignisse wird eine komplette Detektorsimulation durchgeführt. Anschließend werden sie allen Selektionsschnitten unterworfen¹⁴. Die für eine Datenmenge von 97 pb^{-1} zu erwartenden Anzahlen von Untergrundeignissen sind in Tabelle 4.1 aufgeführt. Sie können in allen betrachteten Kanälen vernachlässigt werden.

Tabelle 4.1: 'Feedthrough' aus Kanälen mit höherer Multiplizität.

Kanal	Anzahl der erwarteten Ereignisse
$\eta \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	7.7 ± 1.3
$\eta' \rightarrow \eta \pi^0 \pi^0$	0.6 ± 0.2
$a_2(1320) \rightarrow \pi^0 \eta$	1.9 ± 0.3
$\pi_2(1680) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$	1.7 ± 0.5

Eine weitere Untergrundquelle bilden $\pi^0 \eta$ bzw. mögliche $\eta\eta$ Ereignisse, die in dem im vorigen Kapitel 4.2 beschriebenen χ^2 -Test als $\pi^0 \pi^0$ Ereignis mißidentifiziert werden. Man findet mit Hilfe entsprechender MC Ereignisse eine Wahrscheinlichkeit von 0.5% ein $\pi^0 \eta$ Ereignis bzw. von 0.06% ein $\eta\eta$ Ereignis als $\pi^0 \pi^0$ zu identifizieren - angesichts der sehr viel kleineren Anzahl von $\pi^0 \eta$ bzw. $\eta\eta$ Ereignissen in den Daten eine vernachlässigbare Kontamination des $\pi^0 \pi^0$ Samples.

¹⁴Lediglich die Schnitte auf die Kammerinformation werden nicht angewendet, da für diese keine realistische MC Simulation existiert.

Kapitel 5

Die Bestimmung der Akzeptanz

Nur ein kleiner Anteil aller 2-Photon produzierten $\pi^0\pi^0$ Ereignisse kann im Crystal Ball Detektor nachgewiesen und von der Software vollständig rekonstruiert werden. Dieser Anteil, die Akzeptanz oder Effizienz, wird bestimmt durch die Besonderheiten der Kinematik von 2-Photon Prozessen, durch die Eigenschaften des Detektors (geometrische Abmessungen, Ineffizienzen einzelner Komponenten, etc.) sowie durch die bei Ereignisrekonstruktion und Analyse verwendeten Programme und Schnitte. Um zu physikalisch interpretierbaren Aussagen zu gelangen, ist es notwendig, die Akzeptanz zu bestimmen. Dies geschieht mit Hilfe der weiter unten im Detail beschriebenen MC Methoden.

Das Prinzip besteht darin, MC Ereignisse des untersuchten Typs zu generieren und durch ein Detektorsimulationsprogramm zu schicken. Die so erzeugten MC Ereignisse werden den Analyseschnitten unterworfen. Die *Gesamtakzeptanz* ergibt sich als Verhältnis der Anzahl der akzeptierten zur Anzahl der generierten Ereignisse. Will man die wahre *Verteilung* einer oder mehrerer gemessener Größen bestimmen, so ist es nötig, die Akzeptanz als Funktion dieser Größen zu kennen. Die vorliegende Analyse erfordert die Kenntnis der Akzeptanz in Abhängigkeit von $W_{\gamma\gamma}$ und $|\cos\theta^*|$, wobei θ^* den Winkel zwischen der Strahlachse und der Flugrichtung eines der π^0 's im $\pi^0\pi^0$ Ruhesystem bezeichnet.

5.1 Die Erzeugung von Monte Carlo Ereignissen

Zunächst werden mit Hilfe der MC Technik die 4-Vektoren der am Prozeß $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-\pi^0\pi^0$ beteiligten Teilchen generiert ('STEP1'). Die Verteilungen der kinematischen Variablen werden bestimmt durch Gleichung (28) in [44], wobei nur die Beiträge transversaler Photonen berücksichtigt werden ¹:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = \frac{\alpha^2}{2\pi^4} \frac{1}{\sqrt{s(s-4m_e^2)}} \frac{KW}{q_1^2 q_2^2} K_{TT} \frac{d^3\vec{p}_1' d^3\vec{p}_2'}{E_1' E_2'}, \quad (5.1)$$

$$\text{mit } K^{-2}W^2 \equiv X = (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2 = \frac{1}{4}(W_{\gamma\gamma}^2 - q_1^2 - q_2^2)^2 - q_1^2 q_2^2,$$

$$K_{TT} = \left[2 \left(\frac{p_1 Q_1}{KW} \right)^2 + \frac{1}{2} - \frac{2m_e^2}{q_1^2} \right] \left[2 \left(\frac{p_2 Q_2}{KW} \right)^2 + \frac{1}{2} - \frac{2m_e^2}{q_2^2} \right],$$

¹Diese Gleichung ist identisch mit Gleichung (2.28), wobei $\sigma_{TT} \equiv 1 \text{ GeV}^{-2}$. Es werden keine ρ -Pol Formfaktoren verwendet.

$$Q_1 = q_2 - \frac{q_1 q_2}{q_1^2} q_1 \quad , \quad Q_2 = q_1 - \frac{q_1 q_2}{q_2^2} q_2 \quad ,$$

$$s = 4E^2 \quad .$$

Zur Herstellung eines entsprechenden Ereignissamples wird der differentielle Wirkungsquerschnitt numerisch integriert. Die dabei verwendete Technik ist eine Kombination aus 'importance sampling', 'hit/miss' und 'weighted MC'.

Um eine zufriedenstellende Effizienz der hit/miss Methode zu erreichen, gilt es, starke Maxima im Integranden ($= d\sigma$) zu vermeiden. Daher werden zunächst die Integrationsvariablen transformiert (importance sampling):

$$d^3 \vec{p}_i' = |\vec{p}_i'|^2 d|\vec{p}_i'| \sin \theta d\theta d\phi \quad , \quad (5.2)$$

$$\frac{d^3 \vec{p}_1' d^3 \vec{p}_2'}{E_1' E_2'} \rightarrow dq_1^2 dq_2^2 d\phi_1 d\phi_2 dU dY \quad ,$$

$$\text{mit } q_i^2 = (p_i - p_i')^2 \quad , \quad U = 4\omega_1 \omega_2 \quad \text{und} \quad Y = \frac{1}{2} \ln \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad .$$

Dann generiert man, mit Hilfe von über den Integrationsbereich gleichverteilten Zufallszahlen, einige hundert Ereignisse, um das Maximum des Integranden ($d\sigma_{max}$) zu bestimmen. Von den anschließend erzeugten Ereignissen (i) werden nur solche in das endgültige STEP1 Sample aufgenommen, für die gilt:

$$R_i \cdot d\sigma_{max} < d\sigma_i \quad , \quad (5.3)$$

wobei R_i eine Zufallszahl aus dem Intervall $[0,1]$ ist. Die Gesamtheit aller generierten Ereignisse schließlich wird verwendet, um den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = \int d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X)$ numerisch zu berechnen (weighted MC).

Bei den Ereignissen im STEP1 Sample wird als nächstes der Zerfall $X \rightarrow \pi^0 \pi^0$ mit einer im $\pi^0 \pi^0$ Ruhesystem isotropen Winkelverteilung ($F(\cos \theta^*) = const$) simuliert. Der Zerfall der π^0 's erfolgt zu jeweils 98.8% in $\gamma\gamma$ bzw. jeweils 1.2% in $e^+e^-\gamma$. Die MC Simulation erfolgt für Strahlenergien von 5.3 GeV sowie mit einer gaußischen Vertexverteilung mit $\sigma_z = 12$ mm, $\sigma_x = \sigma_y = 0.0$ mm.

Auf diese Art und Weise werden etwa 750000 STEP1 Ereignisse generiert; die Abbildungen 5.1 und 5.2 zeigen die Verteilungen einiger wichtiger kinematischer Variablen.

Zur Bestimmung der Akzeptanz in Abhängigkeit von $W_{\gamma\gamma}$ und $\cos \theta^*$ werden alle STEP1 Ereignisse entsprechend ihren individuellen $W_{\gamma\gamma}$ - und $\cos \theta^*$ -Werten in eine (zweidimensionale) Matrix ('STEP1 Matrix') eingeordnet. Die einzelnen Zellen dieser Matrix haben Kantenlängen von 50 MeV in $W_{\gamma\gamma}$ (40 Unterteilungen für $0 \leq W_{\gamma\gamma} < 2000$ MeV) und 0.1 in $|\cos \theta^*|$ (10 Unterteilungen für $0.0 \leq \cos \theta^* < 1.0$); es handelt sich also um eine 40×10 Matrix.

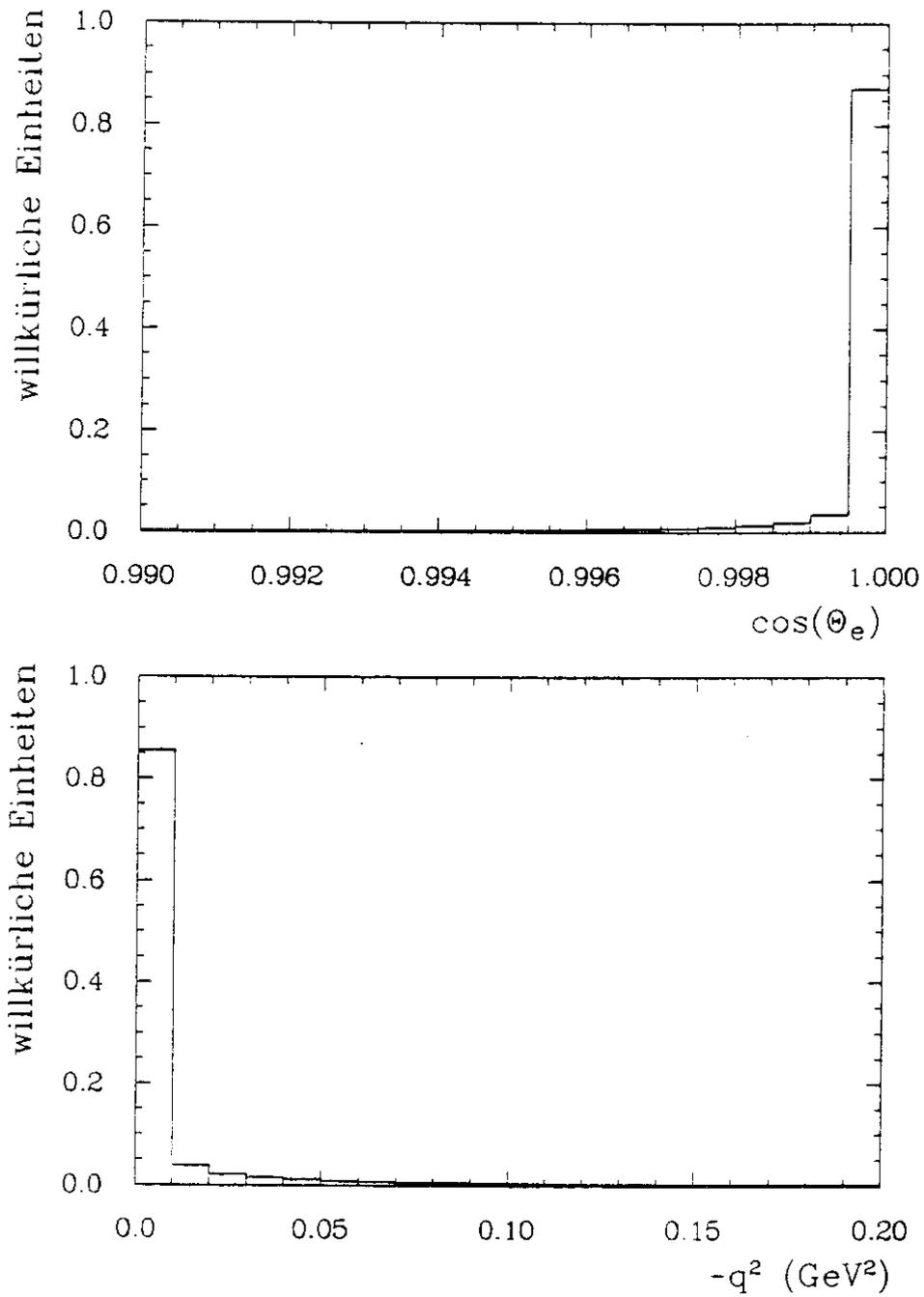


Abbildung 5.1: Das obere Histogramm zeigt die Verteilung der Kosinusse der Streuwinkel der Leptonen. Unten ist die Verteilung der Quadrate der invarianten Massen der kollidierenden Photonen gezeigt.

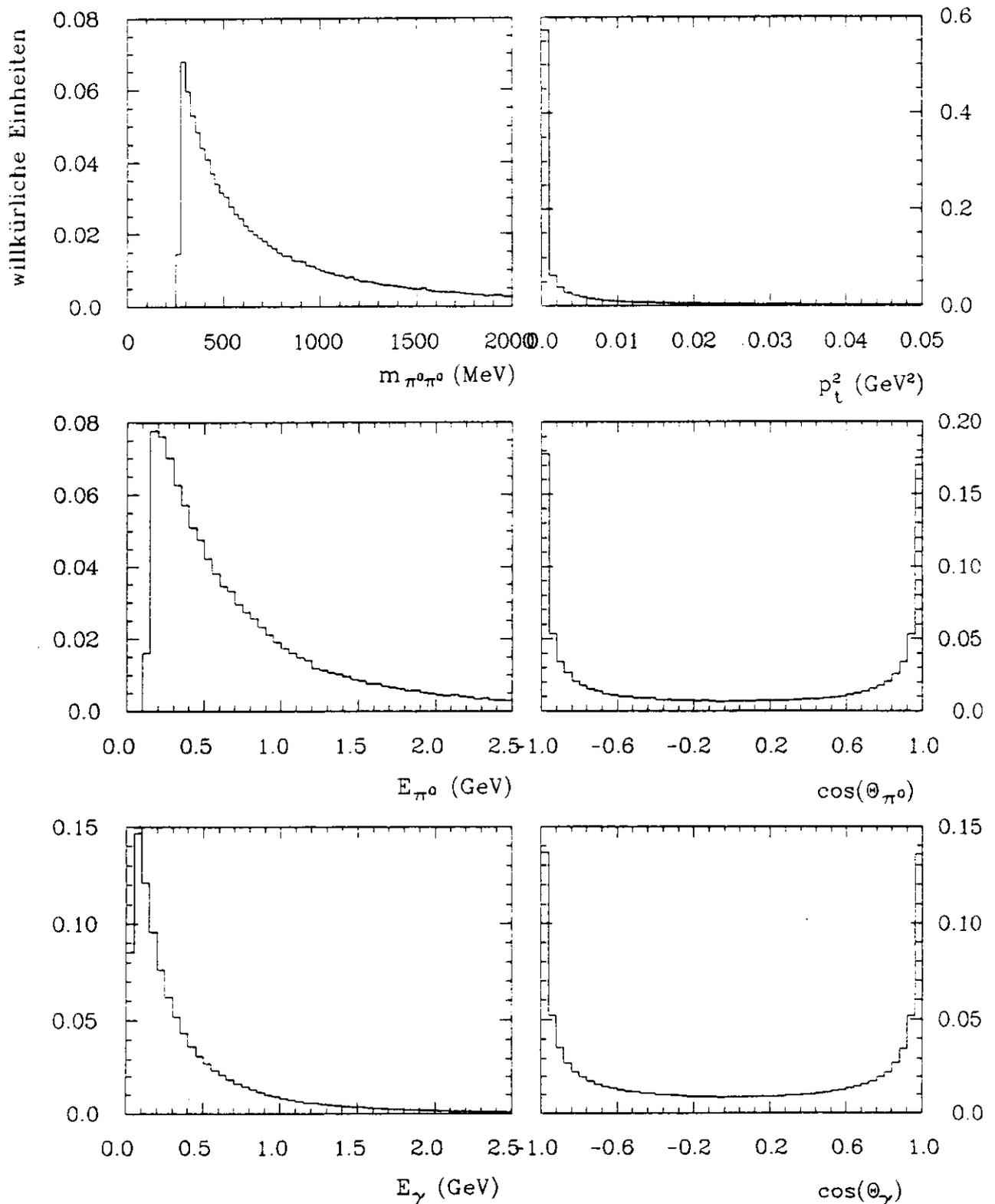


Abbildung 5.2: Obere Reihe: Verteilung der invarianten Massen und der Quadrate der Transversalimpulse der $\pi^0\pi^0$ Systeme.

Mittlere Reihe: Energie- und Winkelverteilung einzelner π^0 s im Laborsystem.

Untere Reihe: Energie- und Winkelverteilung einzelner Photonen aus π^0 Zerfällen im Laborsystem.

Im Hinblick auf Rechenzeiteinsparungen bei der nachfolgenden Detektorsimulation wird bereits auf dieser Stufe ein Teil derjenigen Ereignisse verworfen, die die endgültige Selektion nicht passieren können. Dabei handelt es sich um Ereignisse mit

- zu großem Leptonstreuwinkel:

$$|\cos \theta_{Lepton(i)}| \geq 0.98, \quad i = 1, 2,$$

- zu großem Transversalimpuls des erzeugten Systems X :

$$p_t^2(X) \geq 250000 \text{ MeV}^2,$$

- Photonen oder Dalitz-Elektronen aus π^0 Zerfällen außerhalb des vom Kalorimeter überdeckten Raumwinkels:

$$|\cos \theta_{\gamma(i)}| \geq 0.93, \quad i = 1, 4.$$

Danach verbleiben etwa 250000 Ereignisse; diese bestehen auf dieser Stufe der Simulation nur aus den 4-Vektoren der erzeugten Teilchen.

In einem nächsten Schritt ('STEP2') werden für jedes Ereignis alle erzeugten Teilchen auf ihrem Weg durch den Detektor verfolgt und es wird versucht, ihr Verhalten im NaJ(Tl)-Kalorimeter möglichst originalgetreu zu simulieren. Grundlage hierfür ist das Electron-Gamma-Shower (EGS) Programm [83]. Das Detektormodell schließt alle Kristalle sowie das umgebende Material (optische Isolierung zwischen den Kristallen und äußere Metallhülle) ein².

Man findet, daß die Form eines elektromagnetischen Schauers durch die EGS Simulation gut wiedergegeben wird, jedoch ist seine Gesamtenergie etwa 2.8% zu niedrig. Dies wird durch einen Skalierungsfaktor 1.028 korrigiert. Untersucht man die Energieauflösung bei verschiedenen Photonenenergien, so findet man die erwartete $\frac{1}{\sqrt{E}}$ Abhängigkeit, allerdings beträgt die Auflösung bei $E_\gamma = 1 \text{ GeV}$ nur 1.5%. Um den aus den realen Daten bestimmten Wert von 2.7% zu erreichen, wird die Energie der MC Photonen zusätzlich mit einer entsprechenden Gaußverteilung verschmiert.

Zur Berücksichtigung des zeitlich stark veränderlichen Untergrunds aus nicht- e^+e^- Reaktionen dient ein repräsentatives Sample von DBM Ereignissen (siehe Kapitel 3.4.2), selektiert mit zwei Ereignissen pro inversem nanobarn integrierter Luminosität aus den für die Analyse verwendeten Runs. Jedes MC Ereignis wird mit einem solchen DBM Ereignis 'gemischt', d.h. bei jedem einzelnen Kristall werden die in beiden Ereignissen gefundenen Energien addiert.

Für die weiteren Detektorkomponenten (Innendetektor, ToF, etc.) existiert kein realistisches Simulationsprogramm. Ihr Ansprechverhalten muß, soweit benötigt, mit anderen Methoden bestimmt werden.

²Nicht berücksichtigt ist das Material von Strahlrohr und Innendetektor - etwa 5%-9% einer Strahlungslänge, je nach Kammerkonfiguration.

5.2 Die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit im Kalorimeter

Nach der Detektorsimulation liegt die MC Information in der gleichen Form vor wie die (realen) Rohdaten. Die MC Ereignisse lassen sich mit den gleichen Rekonstruktionsprogrammen wie die realen Daten behandeln, beginnend mit der Suche nach Connected Regions³.

Anschließend werden die (rekonstruierten) MC Ereignisse den gleichen Analyseschritten unterworfen wie die realen Ereignisse. Diejenigen Ereignisse, die diese Schritte passieren, werden in eine zweite Matrix gleichen Typs wie die STEP1 Matrix eingeordnet ('STEP2 Matrix'). Das Verhältnis beider Matrizen, STEP2/STEP1, berechnet Zelle für Zelle, liefert die Akzeptanz in Abhängigkeit von $W_{\pi\pi}$ und $|\cos(\theta^*)|$ ('Akzeptanz-Matrix'). Abbildung 5.3 zeigt die Akzeptanz-Matrix in perspektivischer Darstellung.

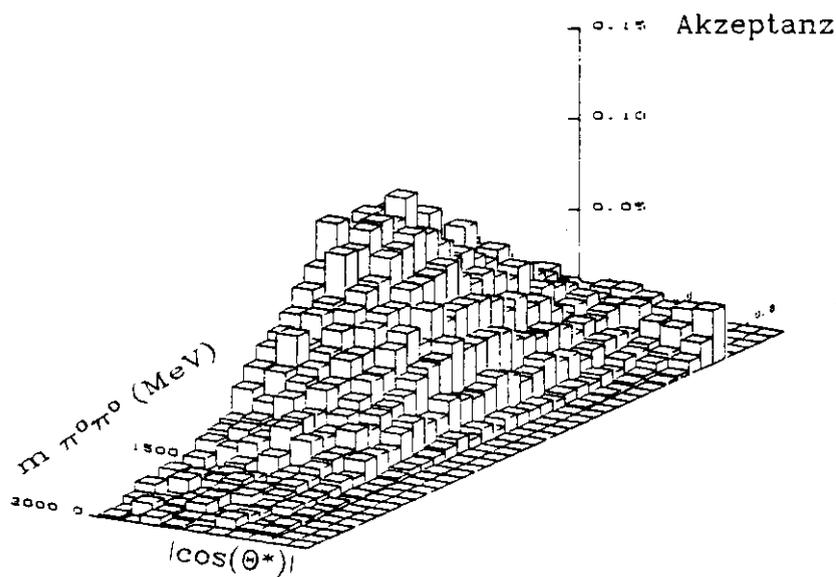


Abbildung 5.3: Die Akzeptanz-Matrix in perspektivischer Darstellung.

Man erkennt folgendes Verhalten der Akzeptanz:

- Abfall hin zu kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen verursacht durch mehrere Effekte: Mit abnehmender Masse
 - steigt der Anteil der Ereignisse, die sich im Laborsystem bewegen. Der damit verbundene Boost bewirkt eine Abnahme der rein geometrischen Akzeptanz für die vier Endzustandsphotonen.
 - sinkt die mittlere Photonenergie. Dies erschwert die Photonselektion mittels Patternschnitten.

³Da allerdings keine realistische Kammerinformation vorliegt, wird diese auch nicht ausgewertet. Weiterhin wird die nichtlineare, empirische Energiekorrektur (Gleichung (3.13)) bei MC Ereignissen nicht angewendet.

– sinkt die Ansprechwahrscheinlichkeit des Triggers.

- Abfall hin zu großen $\pi^0\pi^0$ Massen, da mit zunehmender π^0 Energie die Schauer der Zerfallsphotonen zusammenrücken und sich schließlich überlappen. Damit erfüllen die Ereignisse nicht mehr die Forderung nach vier Connected Regions und vier Bumps.
- Abfall hin zu großen $|\cos\theta^*|$ -Werten, da die Labor-Polarwinkel der vier Endzustandsphotonen auf $|\cos\theta_i| < 0.8$ eingeschränkt sind. Lediglich bei $\pi^0\pi^0$ Massen nahe der kinematischen Schwelle wird dieser Abfall nicht beobachtet, da bereits ein kleiner Boost die o.a. Einschränkung aufhebt.

Da die Akzeptanz für die untersuchte Reaktion klein ist - etwa zwischen 1% und 8% pro Zelle - benötigt man eine sehr große Zahl von MC Ereignissen, um in allen Zellen der STEP2 Matrix genügend viele Ereignisse zu erhalten. Insbesondere bei großen $|\cos\theta^*|$ -Werten werden die Ereignisanzahlen in den einzelnen Zellen sehr klein und damit der statistische Fehler an der Akzeptanz groß. Um dieses Problem zu vermeiden wird in der Analyse $|\cos\theta^*|$ auf Werte kleiner 0.8 eingeschränkt.

Die derart berechnete Akzeptanz-Matrix wird schließlich verwendet, um die realen Ereignisse zu 'korrigieren': Jedes Ereignis wird, entsprechend seinem individuellen $W_{\gamma\gamma}$ - und $|\cos\theta^*|$ -Wert, mit dem Inversen der in der entsprechenden Zelle bestimmten Akzeptanz gewichtet. Mit Hilfe dieser Prozedur erhält man $W_{\gamma\gamma}$ - und $|\cos\theta^*|$ -Verteilungen die für die Kalorimeterakzeptanz korrigiert sind.

5.3 Die Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit in den Kammern

Da die Ansprechwahrscheinlichkeit sogar einzelner Kammerlagen starken zeitlichen Schwankungen unterworfen ist, existiert kein realistisches Simulationsprogramm für den Innendetektor.

Die vorliegende Analyse verwendet die Kammerinformation jedoch mehrfach:

- Die speziell zur Selektion von 2-Photon produzierten Ereignissen verwendeten Trigger (TOPO6V1 und TOPO6V2) haben ein Veto auf Hits in Kammer 2 oder 3.
- Der Algorithmus zum Taggen geladener Spuren (GASTAG) sucht in allen Kammern nach Hits, die im Azimutwinkel ϕ mit der Richtung eines Bumps korreliert sind. Ereignisse, die aufgrund solcher Hits als geladen bezeichnet werden (siehe Gleichung (3.11)), werden verworfen.
- Die Analyse verwirft Ereignisse mit unkorrelierten geladenen Spuren.

Die Selektionswahrscheinlichkeit für $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0\pi^0$ wird also vermindert durch

- die Konversion von Photonen im Endzustand.
- random Hits in den Kammern ⁴.

⁴Diese können verhindern, daß das Ereignis getriggert wird, oder sie können ein Photon als geladen erscheinen lassen, oder sie führen zur Rekonstruktion von unkorrelierten geladenen Spuren.

- Dalitz-Zerfälle von π^0 's.

Diese Verminderung durch 'Overtagging' wird bestimmt mit Hilfe eines praktisch untergrundfreien Samples von Ereignissen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270) \rightarrow \pi^0\pi^0$, die ohne die Verwendung jeglicher Kammerinformation selektiert werden⁵. Dieses Sample wird unterteilt in Runperioden, in denen die Ansprechwahrscheinlichkeit der Kammern als konstant angenommen werden kann und in denen eine bestimmte Trigger-Version installiert war. (NB! Die verschiedenen Versionen des TOPO6V1-Triggers haben verschiedene Kammer-Vetos.) Für jede einzelne Runperiode (i) wird dann überprüft, bei wievielen Ereignissen das Veto-Bit (siehe Kapitel 3.4.1) in Kammer 2 oder 3 (π^0 -Version) bzw. in Kammer 3 ($\pi^0\pi^0$ -Version) gesetzt ist. Aus der Anzahl der f_2 -Ereignisse ohne Veto-Bit erhält man die 'Kammerveto-Akzeptanz' $\epsilon_{chv}^{(i)}$. Letztere Ereignisse werden dann den beiden anderen Schnitten auf die Kammerinformation unterworfen. Die Zahl der Ereignisse, die diese Schnitte passieren, bestimmt die 'Tagging-Akzeptanz' $\epsilon_{tag}^{(i)}$. Das Produkt beider Akzeptanzen ergibt die 'neutrale Akzeptanz', *i.e.* die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ereignis des gesuchten Typs die gegebenen Schnitte auf die Kammerinformation passiert:

$$\epsilon_{neutral}^{(i)} = \epsilon_{chv}^{(i)} \times \epsilon_{tag}^{(i)}. \quad (5.4)$$

Tabelle 5.1 enthält die Ergebnisse in den einzelnen Runperioden. Als gewichtetes Mittel ergibt sich:

$$\overline{\epsilon_{neutral}} = (69.4 \pm 1.3)\%. \quad (5.5)$$

Tabelle 5.1: $\epsilon_{chv}^{(i)}$ und $\epsilon_{tag}^{(i)}$ in Runperioden, in denen die π^0 - oder $\pi^0\pi^0$ -Version des TOPO6V1-Triggers installiert war.

Runperiode	$\epsilon_{chv}^{(i)}$ (%)	$\epsilon_{tag}^{(i)}$ (%)	$\overline{\epsilon_{neutral}^{(i)}}$ (%)
13256 - 13506, 13701 - 14205	79.0 ± 2.8	56.0 ± 3.9	44.3 ± 4.8
15595 - 15599, 16064 - 16682	82.0 ± 2.5	77.0 ± 3.1	63.2 ± 4.0
16708 - 16877, 16936 - 17667	87.5 ± 1.7	84.2 ± 2.0	73.7 ± 2.7
19369 - 19673	80.0 ± 2.4	91.4 ± 1.9	73.1 ± 3.1
19778 - 19999, 30000 - 30782	82.1 ± 1.4	86.1 ± 1.3	71.1 ± 1.9

Die Verwendung der mit Hilfe des f_2 -Samples bestimmten neutralen Akzeptanz über den gesamten $\pi^0\pi^0$ Massenbereich erscheint bezüglich der Konversion von Photonen aus zwei Gründen problematisch:

- 1.) Die Konversionswahrscheinlichkeit hängt stark von der Photonenergie E_γ ab, und diese ist bei kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen im Mittel etwas kleiner als beim f_2 . Abbildung 5.4 zeigt den relativen Konversionswirkungsquerschnitt in Aluminium ($\sigma_{Konversion}(5 \text{ GeV}) = 1$) als Funktion von E_γ nach [86]; oberhalb von 5 GeV ist der Wirkungsquerschnitt praktisch energieunabhängig.

⁵Die Ereignisse werden mit Schnitten selektiert, die etwas weicher sind als die in Kapitel 4.2 beschriebenen. Es wird weder auf die Zahl der unkorrelierten geladenen Spuren, noch auf die mit GASTAG bestimmte Wahrscheinlichkeit P_{ch} geschnitten. Außerdem wird verlangt, daß die Ereignisse mit Hilfe eines Triggers ohne Kammerveto aufgenommen wurden, *i.e.* TOPO6-, TOPO20-, μ -Paar-, oder NIM TOPO-Trigger.

2.) Die Konversionswahrscheinlichkeit $w(x)$ hängt von der durchquerten Schichtdicke x ab wie in Gleichung (3.6) angegeben. Die Schichtdicke x wiederum ist ein Funktion von θ , dem Flugwinkel des Photons relativ zur Strahlachse; die in Kapitel 3.2.2 genannten Schichtdicken für senkrechten Durchgang müssen also durch $\sin\theta$ dividiert werden. Es zeigt sich, daß bei kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen der Flugwinkel θ im Mittel kleiner und damit die Konversionswahrscheinlichkeit größer ist als beim f_2 - eine Folge der unterschiedlichen Zerfallswinkelverteilung im $\pi^0\pi^0$ Schwerpunktsystem und des verschiedenen Boosts.

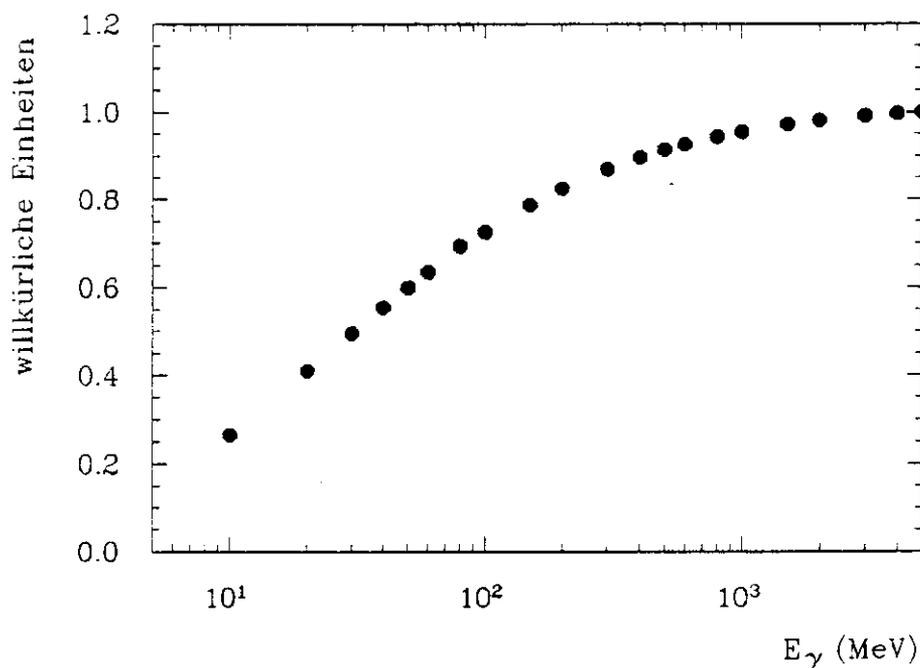


Abbildung 5.4: Die Energieabhängigkeit des Konversionswirkungsquerschnitts.

Der Einfluß der beiden oben genannten Effekte wird mit Hilfe von MC Ereignissen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow 4\gamma$ abgeschätzt. Dabei werden zwei verschiedene Samples verwendet: Ein Sample mit $m_{\pi^0\pi^0} < 700$ MeV und einer isotropen Zerfallswinkelverteilung im $\pi^0\pi^0$ Schwerpunktsystem sowie ein Sample mit $m_{\pi^0\pi^0} > 800$ MeV und einer Zerfallswinkelverteilung proportional zu $|Y_{22}|^2$. Es werden nur solche Ereignisse verwendet, die die in Kapitel 4.2 beschriebenen Schnitte ⁶ passiert haben. Zur Beschreibung der Konversionswahrscheinlichkeit eines einzelnen Photons wird die wie folgt modifizierte Formel (3.6) benutzt ⁷:

$$w(x, E) = 1 - \exp\left(-\frac{7}{9} \frac{x / \sin \theta}{X_0} \frac{\sigma_{\text{Konversion}}(E)}{\sigma_{\text{Konversion}}(5 \text{ GeV})}\right). \quad (5.6)$$

Ein Ereignis wird als neutral bezeichnet, wenn keines der vier Photonen vor der vierten Kammer konvertiert ist.

Vergleicht man für beide Samples die mittlere Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis, neutral zu sein, so findet man im Rahmen der Fehler gute Übereinstimmung. Dies

⁶Mit Ausnahme der Schnitte auf die Kammerinformation.

⁷Es wird angenommen, daß das gesamte durchquerte Material Aluminium ist.

rührt daher, daß sich die beiden Effekte - Energie- und Winkelabhängigkeit der Konversionswahrscheinlichkeit - gerade kompensieren ³.

Die Verwendung des f_2 -Samples scheint unproblematisch hinsichtlich der beiden anderen Ursachen für Overtagging: random Hits und Dalitz-Zerfälle von π^0 's. Zwar finden sich random Hits häufiger unter kleinen Winkeln θ , jedoch verwendet GASTAG nur die ϕ -, nicht die θ -Information beim Taggen. Mögliche Effekte aufgrund von Dalitz-Zerfällen werden wegen der Kleinheit des Verzeigungsverhältnisses vernachlässigt.

Somit gilt die mit Hilfe des f_2 -Samples bestimmte neutrale Akzeptanz in guter Näherung über den gesamten untersuchten Massenbereich.

³Eine verbleibende Unsicherheit - eine leichte Abnahme der Taggingeffizienz bei kleinen θ -Werten - wird im systematischen Fehler an $\epsilon_{neutral}$ berücksichtigt.

Kapitel 6

Ergebnisse

6.1 Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$

Abbildung 6.1 zeigt die invariante Massenverteilung der nach den in Kapitel 4.2 beschriebenen Schnitten verbleibenden etwa 1500 $\pi^0\pi^0$ Ereignisse; ebenfalls gezeigt (schraffiertes Histogramm) ist der aus den Fits an die p_t^2 -Verteilungen in den einzelnen Massenbins bestimmte Untergrund (siehe Kapitel 4.3).

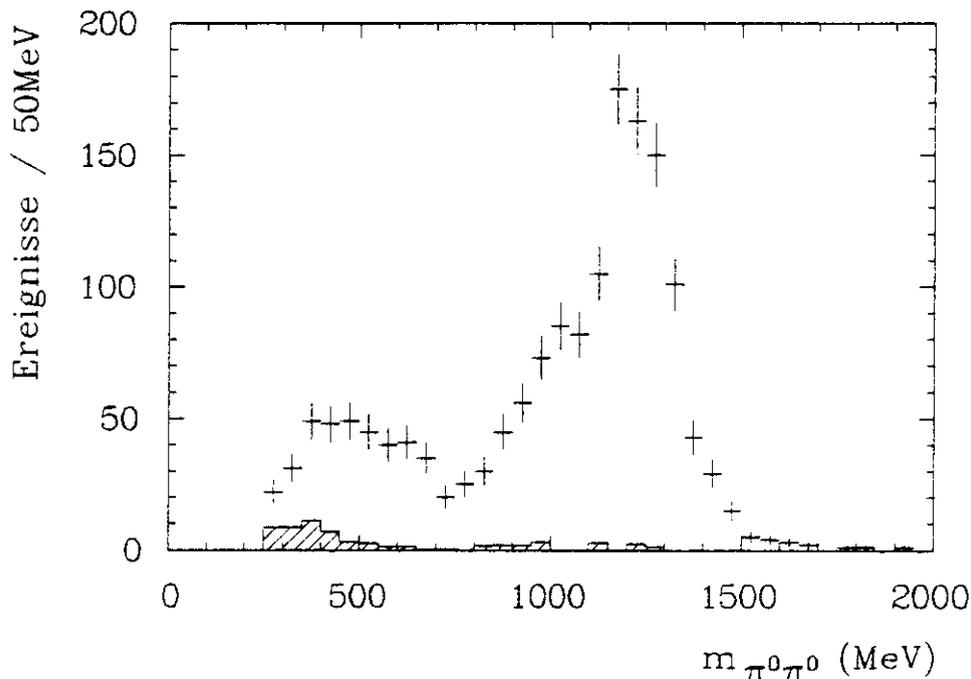


Abbildung 6.1: Die Verteilung der invarianten Massen der $\pi^0\pi^0$ Ereignisse. Das schraffierte Histogramm zeigt den aus den Fits an die p_t^2 -Verteilungen bestimmten Untergrund.

In Abbildung 6.2 ist das $\pi^0\pi^0$ Massenspektrum nach Akzeptanzkorrektur (siehe Kapitel 5.2) und Untergrundsubtraktion (siehe Kapitel 5.3) zu sehen.

Daraus erhält man den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$, indem man in jedem Bin den Eintrag durch die $\gamma\gamma$ Luminosität $\mathcal{L}'_{\gamma\gamma} = \mathcal{L}_{ee} \cdot \int_{\text{Bin}} dW_{\gamma\gamma} dL_{\gamma\gamma}^{TT} / dW_{\gamma\gamma}$ (siehe Gleichung (2.29)) dividiert. Das endgültige Resultat ist in Abbildung 6.3 zu sehen und in Anhang D tabellarisch aufgeführt.

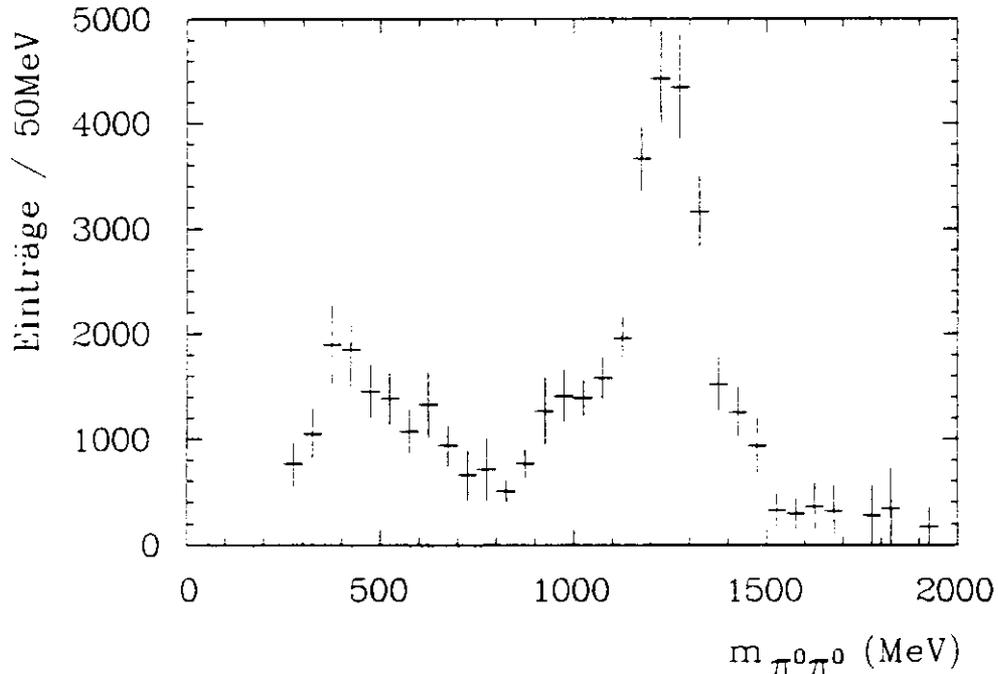


Abbildung 6.2: Die Verteilung der invarianten Massen der $\pi^0\pi^0$ Ereignisse nach Akzeptanzkorrektur und Untergrundabzug.

Den dominierenden Beitrag zum (integrierten) Wirkungsquerschnitt liefert die $f_2(1270)$ -Resonanz. Zur $\pi^0\pi^0$ Schwelle hin beobachtet man einen nichtverschwindenden, annähernd konstanten Wirkungsquerschnitt von etwa 10 nbarn. Bei der $f_0(975)$ -Masse findet sich eine schwache Struktur.

Zur quantitativen Bestimmung der einzelnen Beiträge wird eine Anpassungsrechnung¹ an den Wirkungsquerschnitt durchgeführt mit einer inkohärenten Summe (durchgezogene Linie) aus

- einer phänomenologischen Kurve der Form $(W_{\gamma\gamma}^2 - 2m_{\pi^0})^a \exp(-W_{\gamma\gamma}/b)$ mit freien Parametern a und b , zur Beschreibung eines $\pi^0\pi^0$ Kontinuums (gepunktete Linie);
- einem relativistischen Breit-Wigner mit massenabhängiger Breite, gefaltet mit der $\pi^0\pi^0$ Massenauflösung (siehe Anhang C), zur Beschreibung von Anregung und Zerfall der (skalaren) $f_0(975)$ -Resonanz (siehe Gleichungen (2.78) und (2.79)), mit $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0)$ als einzigem freien Parameter (Strich-Punkt Linie)²;
- einem relativistischen Breit-Wigner mit massenabhängiger Breite, gefaltet mit der $\pi^0\pi^0$ Massenauflösung, zur Beschreibung von Anregung und Zerfall der (tensoriellen) $f_2(1270)$ -Resonanz (siehe Gleichungen (2.65) und (2.66)), mit $M(f_2)$, $\Gamma_{tot}(f_2)$ und $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ als freien Parametern (gestrichelte Linie).

¹Diese Fits wurden mit dem Programm MINUIT [84] ausgeführt. Die angegebenen Fehler sind MINOS-Fehler.

²Zur Abschätzung systematischer Effekte wurde ein Fit durchgeführt, bei dem auch Masse und totale Breite des f_0 freigelassen wurden.

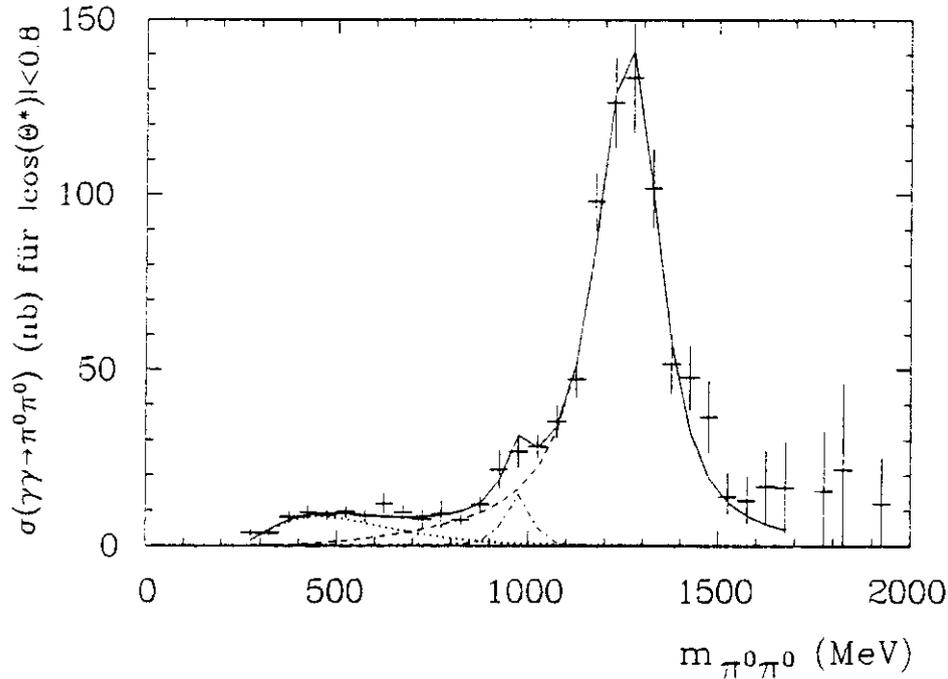


Abbildung 6.3: Der totale Wirkungsquerschnitt (Fehlerbalken) $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ für $|\cos\theta^*| < 0.8$. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis einer Anpassungsrechnung mit folgenden Beiträgen: Kontinuum (gepunktete Linie), $f_0(975)$ (Strich-Punkt Linie) und $f_2(1270)$ (gestrichelte Linie)

Die verwendeten Breit-Wigner Funktionen enthalten bereits die zur Bestimmung von $\Gamma_{\gamma\gamma}$ notwendige Extrapolation auf den gesamten $\cos\theta^*$ -Bereich in Form von Faktoren

$$\Omega(JJ_z) = \int_{-0.8}^{+0.8} d\cos\theta^* |Y_{JJ_z}(\cos\theta^*)|^2 / \int_{-1.0}^{+1.0} d\cos\theta^* |Y_{JJ_z}(\cos\theta^*)|^2 .$$

Die Extrapolation erfolgt unter der Annahme einer isotropen Winkelverteilung für den f_0 -Zerfall und einer Verteilung proportional zu $|Y_{22}|^2$ (Spin 2, Helizität 2) für den f_2 -Zerfall. Daß diese Annahme für den f_2 -Zerfall richtig ist, wird in Kapitel 6.2 gezeigt.

Die (partiellen) Breiten der beiden Resonanzen für den Zerfallskanal $\pi^0\pi^0$ werden als $\frac{1}{3} \times B_{\pi\pi} \times \Gamma_{tot}$ parametrisiert³, wobei die Verzweigungsverhältnisse $B_{\pi\pi}$ aus [59] entnommen werden.

Ein Beitrag der (skalaren) $f_0(1300)$ -Resonanz wird bei diesen Fits nicht berücksichtigt, da Masse (~ 1300 MeV) und Breite (200 MeV – 600 MeV) dieses Zustandes nur mit großen Unsicherheiten bekannt sind. (Siehe dazu Kapitel 6.2.)

Das Ergebnis des Fits mit dem Reichweitenparameter $r = 1$ fm (siehe Gleichung (2.50)) ist in Abbildung 6.3 und Tabelle 6.1 gezeigt. Die Tabelle enthält außerdem die Ergebnisse weiterer Fits mit $r = 0.5$ fm und $r = 1.5$ fm sowie die entsprechenden PDG Werte [59].

Im Falle der $f_2(1270)$ -Resonanz findet man bei allen betrachteten r -Werten für

³Das bedeutet, daß für $\Gamma_{\pi\pi}$ und Γ_{tot} die gleiche Energieabhängigkeit angenommen wird.

Tabelle 6.1: Die Ergebnisse der Fits an den totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$. Der untere Teil der Tabelle enthält das Ergebnis eines Fits mit freien Parametern für Masse und totale Breite des $f_0(975)$.

	$r = 1.0 \text{ fm}$	$r = 0.5 \text{ fm}$	$r = 1.5 \text{ fm}$	PDG Werte
$f_2(1270)$				
Masse (MeV)	1274 ± 6	1275 ± 9	1273 ± 8	1274 ± 5
Γ_{tot} (MeV)	178 ± 15	201 ± 25	167 ± 16	176 ± 20
$\Gamma_{\gamma\gamma}$ (keV)	3.26 ± 0.16	3.45 ± 0.25	3.16 ± 0.20	2.64 ± 0.46
$f_0(975)$				
Masse (MeV)	975 ± 0	975 ± 0	975 ± 0	975 ± 5
Γ_{tot} (MeV)	33 ± 0	33 ± 0	33 ± 0	33 ± 6
$\Gamma_{\gamma\gamma}$ (keV)	0.31 ± 0.14	0.41 ± 0.18	0.28 ± 0.18	/
$f_2(1270)$				
Masse (MeV)		1274 ± 9		
Γ_{tot} (MeV)		196 ± 26		
$\Gamma_{\gamma\gamma}$ (keV)		3.41 ± 0.25		
$f_0(975)$				
Masse (MeV)		980 ± 28		
Γ_{tot} (MeV)		50 ± 37		
$\Gamma_{\gamma\gamma}$ (keV)		0.46 ± 0.25		

Masse und totale Breite gute Übereinstimmung mit den PDG Werten ⁴. Die 2-Photon Breite ist etwas höher als der Mittelwert, stimmt jedoch gut mit den neuesten Messungen anderer Experimente (siehe Tabelle 2.2) überein. Auch zeigt sie nur eine geringe Abhängigkeit von r .

An der Stelle der $f_0(975)$ -Resonanz finden alle Fits einen f_0 -Beitrag mit einer statistischen Signifikanz von etwa 2 s.d.. Allerdings zeigt die gemessene 2-Photon Breite des $f_0(975)$ eine systematische Abhängigkeit von der Parametrisierung der $f_2(1270)$ -Resonanz. Bisher existieren nur obere Grenzen für $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0)$ (siehe Tabelle 2.2). Konvertiert man die f_0 -Messung unter Berücksichtigung des systematischen Fehlers (siehe dazu Kapitel 6.3) in eine obere Grenze ⁵ so erhält man:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) < 0.53 \text{ keV} \quad \text{bei } 90\% \text{ CL.} \quad (6.2)$$

Unsere Messung, interpretiert man sie als Signal, ist im Rahmen der Fehler gut mit einer neuen Messung von Mark II [30] (siehe Tabelle 2.2) verträglich. Erlaubt

⁴Eine frühere Messung [22] mit dem Crystal Ball Detektor am Speicherring SPEAR ergab $m(f_2(1270)) = (1238 \pm 14 \pm 25) \text{ MeV}$ und $\Gamma_{tot}(f_2(1270)) = (248 \pm 38) \text{ MeV}$. Beide Werte sind knapp 2 s.d. von den PDG Werten entfernt.

⁵Zur Bestimmung einer oberen Grenze mit 90% CL werden zunächst statistischer ($\Delta_{stat.}$) und systematischer Fehler ($\Delta_{syst.}$) quadratisch addiert: $\Delta_{ges.} = \sqrt{\Delta_{stat.}^2 + \Delta_{syst.}^2}$. Danach wird bei einer Gaußverteilung $G(x)$ um den Meßwert x_0 mit einer Breite $\Delta_{ges.}$ derjenige Wert x_{90} gesucht, für den gilt:

$$\int_0^{x_{90}} dx G(x) = 0.90 \int_0^{\infty} dx G(x). \quad (6.1)$$

man dem Fit, auch Masse und totale Breite des f_0 zu variieren, so erhält man dafür Werte, die, innerhalb der Fehler, gut mit den PDG Werten übereinstimmen.

6.2 Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d|\cos\theta^*|$

Zur Untersuchung des Spins des $\pi^0\pi^0$ Systems werden die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d|\cos\theta^*|$ in mehreren Bereichen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse gemessen (Fehlerbalken in Abbildung 6.4) und mit einer kohärenten Summe dreier Kugelflächenfunktionen mit komplexen Koeffizienten a_{JJ_z} gefittet ⁶:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d|\cos\theta^*|} &= |a_{00}Y_{00} + a_{20}Y_{20}|^2 + |a_{22}Y_{22}|^2 \\ &= |a_{00}|^2|Y_{00}|^2 + |a_{20}|^2|Y_{20}|^2 + |a_{22}|^2|Y_{22}|^2 + 2|a_{00}||a_{20}|\cos\delta. \end{aligned} \quad (6.3)$$

In einem ersten Durchgang werden alle Koeffizienten a_{JJ_z} sowie der Winkel δ freigelassen. Man findet, daß der Interferenzterm klein und nicht signifikant ist. Er wird daher bei den nachfolgenden Fits nicht mehr berücksichtigt ($\cos\delta = 0$). Die Fitergebnisse sind in Tabelle 6.2 enthalten und als durchgezogene Linien in Abbildung 6.4 zu sehen; ebenfalls gezeigt sind die Einzelbeiträge $|Y_{00}|^2$ (gepunktete Linien), $|Y_{20}|^2$ (Strich-Punkt Linien) sowie $|Y_{22}|^2$ (gestrichelte Linien).

Tabelle 6.2: Die Ergebnisse der Fits an die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d|\cos\theta^*|$ in Intervallen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse. Die Ergebnisse für den $f_0(975)$ Massenbereich von 925 MeV-1025 MeV sowie für den $f_2(1270)$ Massenbereich von 1100 MeV-1500 MeV sind gesondert aufgeführt.

$\pi^0\pi^0$ Massenbereich	$ a_{00} ^2$	$ a_{20} ^2$	$ a_{22} ^2$
250 - 500	99.4 \pm 16.1 - 35.2	7.1 \pm 27.7 - 7.1	0.0 \pm 27.3 - 0.0
500 - 700	143.1 \pm 24.3 - 65.8	0.0 \pm 32.3 - 0.0	12.6 \pm 42.5 - 12.6
700 - 900	24.8 \pm 10.5 - 18.6	0.0 \pm 19.2 - 0.0	71.0 \pm 23.2 - 32.1
900 - 1100	119.4 \pm 164.4 - 67.7	0.0 \pm 150.1 - 0.0	195.0 \pm 88.8 - 168.1
1100 - 1300	0.0 \pm 80.9 - 0.0	150.0 \pm 300.2 - 150.0	1226.9 \pm 129.8 - 158.3
1300 - 2000	0.0 \pm 42.1 - 0.0	0.0 \pm 74.5 - 0.0	417.7 \pm 46.2 - 50.0
925 - 1025	152.2 \pm 110.9 - 101.3	0.0 \pm 63.6 - 0.0	194.3 \pm 79.8 - 78.7
1100 - 1500	0.0 \pm 57.1 - 0.0	0.0 \pm 141.6 - 0.0	1105.5 \pm 41.9 - 76.8

Man findet, daß für $m_{\pi^0\pi^0} < 700$ MeV Spin 0 dominiert. Mit ansteigender $\pi^0\pi^0$ Masse wird ein zunehmender Anteil von Spin 2, Helizität 2 beobachtet, der schließlich für $m_{\pi^0\pi^0} > 1100$ MeV dominiert. Der Anteil von Spin 2, Helizität 0 ist über den gesamten Massenbereich klein und nicht signifikant. Für den Massenbereich 900 MeV-1100 MeV, der das $f_0(975)$ umfaßt, findet man, daß der gefundene Spin 0 Anteil mit dem aus den Fits an den totalen Wirkungsquerschnitt erwarteten Anteil konsistent ist.

⁶Beiträge mit Spin 1 oder Spin 2, Helizität 1 werden aufgrund der Einschränkungen durch Yang's Theorem nicht berücksichtigt.

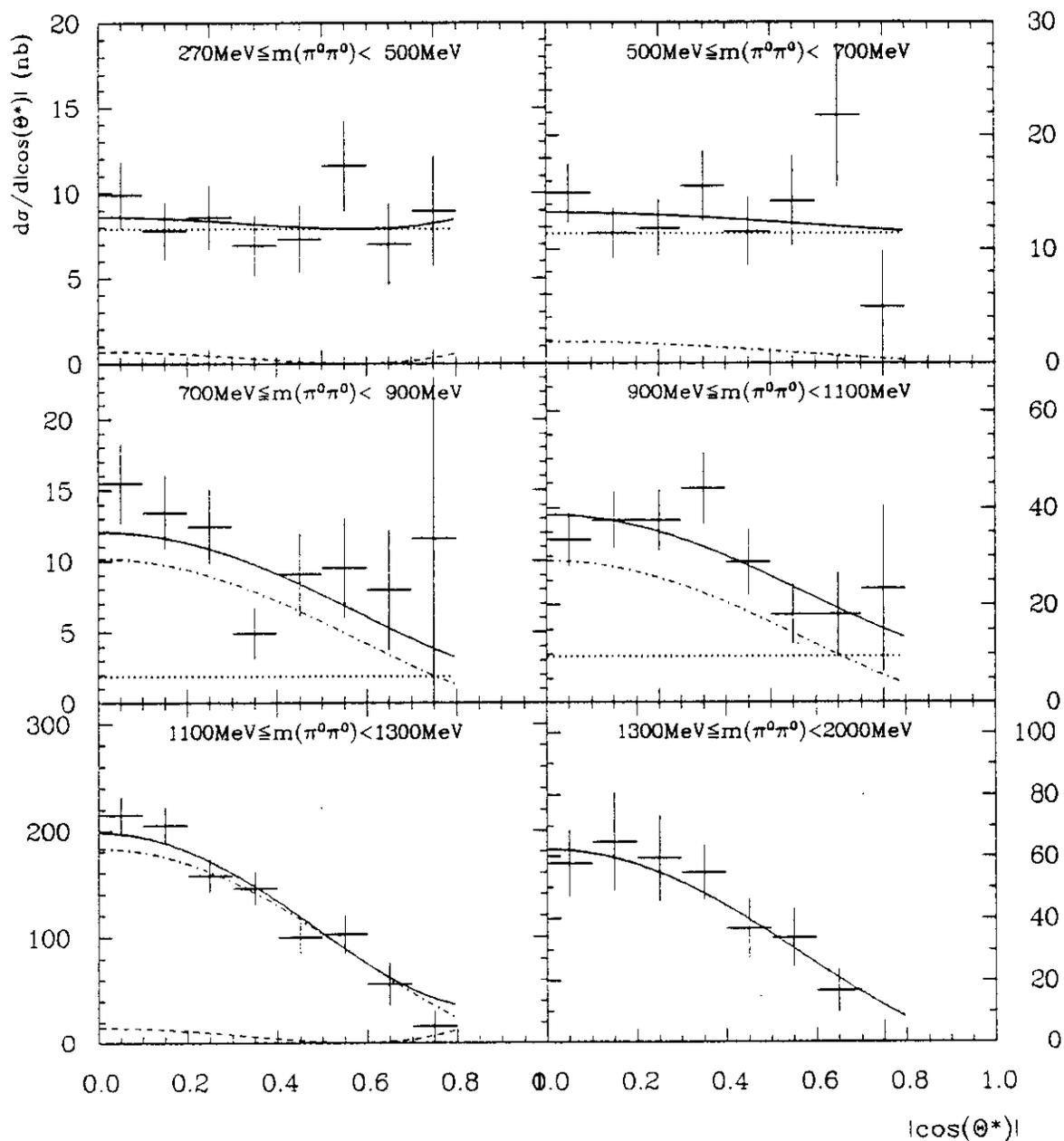


Abbildung 6.4: Die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/d|\cos\theta^*|$ in verschiedenen Bereichen der invarianten $\pi^0\pi^0$ Masse.

Zur Bestimmung des Spin-Helizitäts Zustands der $f_2(1270)$ -Resonanz wird der Massenbereich $1100 \text{ MeV} \leq m_{\pi^0\pi^0} < 1500 \text{ MeV}$ gesondert untersucht. Abbildung 6.5 zeigt das Ergebnis des Fits an den differentiellen Wirkungsquerschnitt in diesem Bereich. Es wird ausschließlich Spin 2, Helizität 2 beobachtet. Man findet:

$$\begin{aligned} \frac{|a_{00}|^2}{|a_{22}|^2} &= (0.0 \pm 5.5)\% , \\ \frac{|a_{20}|^2}{|a_{22}|^2} &= (0.0 \pm 13.8)\% . \end{aligned} \quad (6.4)$$

Damit lassen sich folgende obere Grenzen (90% CL) bestimmen:

$$\frac{\text{Spin 0}}{\text{Spin 2, Helizität 2}} < 9\% \quad \text{und} \quad \frac{\text{Spin 2, Helizität 0}}{\text{Spin 2, Helizität 2}} < 23\% . \quad (6.5)$$

Im Falle eines tatsächlich gemessenen Helizität 0 Anteils von 23% erhalte man $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2(1270))=3.8 \text{ keV}$.

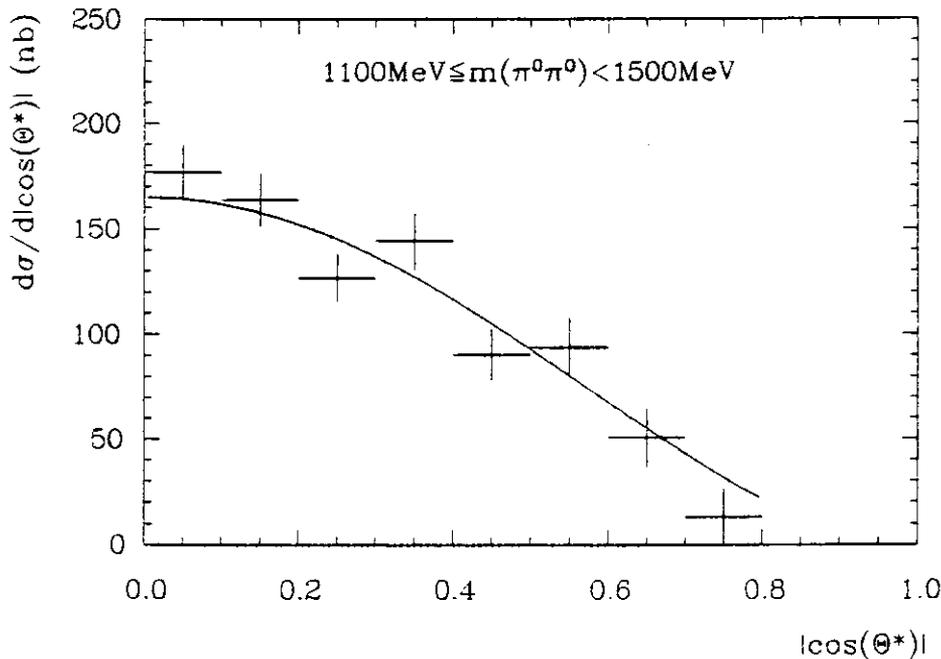


Abbildung 6.5: Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d|\cos\theta^*|$ im Bereich der $f_2(1270)$ -Resonanz.

Die beobachtete Helizität 2 Dominanz ist in Übereinstimmung mit theoretischen Vorhersagen und Messungen anderer Experimente: TASSO [14], CELLO (1984) [13] und TPC/2 γ [19] finden, daß ihre gemessene Zerfallswinkelverteilung sehr gut mit der Erwartung für Spin 2, Helizität 2 übereinstimmt, können jedoch aufgrund ihrer eingeschränkten Akzeptanz auch einen beträchtlichen Helizität 0 Anteil nicht ausschließen. Tabelle 6.3 enthält die von anderen Experimenten bestimmten Helizität 0 Anteile oder oberen Grenzen dafür.

Tabelle 6.3: Tests der Spin 2, Helizität 2 Dominanz für das $f_2(1270)$ -Meson.

Helizität 0/Total	Zerfallsmode	Experiment
0.11 ± 0.34	$\pi^0\pi^0$	Crystal Ball (1982) [22]
<0.14 (90% CL)	$\pi^+\pi^-$	DELCO (1986) [18]
<0.15 (95% CL)	$\pi^0\pi^0$	JADE (prel., 1988) [21]
<0.15 (95% CL)	$\pi^+\pi^-$	Mark II (prel., 1988) [30]
<0.23 (90% CL)	$\pi^0\pi^0$	Crystal Ball (diese Arbeit)

Unsere obere Grenze für den Spin 0 Anteil im Massenbereich $1100 \text{ MeV} \leq m_{\pi^0\pi^0} < 1500 \text{ MeV}$ läßt sich benutzen, um 90% CL obere Grenzen für $\Gamma_{\gamma\gamma} \times B(\pi^0\pi^0)$ der $f_0(1300)$ -Resonanz zu bestimmen. Man findet $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(1300)) \times B(\pi^0\pi^0) < 0.5 \text{ keV}$ bzw. 0.6 keV bzw. 0.7 keV für $\Gamma_{tot}(f_0(1300)) = 150 \text{ MeV}$ bzw. 300 MeV bzw. 400 MeV .

Diese Grenzen sind vergleichbar mit der bisher einzigen dazu publizierten oberen Grenze von TASSO [14]: $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(1300)) \times B(\pi^+\pi^-) < 1.5 \text{ keV}$ bei 95% CL, gültig für $m_{f_0} = 1300 \text{ MeV} - 1500 \text{ MeV}$ und $\Gamma_{tot}(f_0) = 200 \text{ MeV} - 400 \text{ MeV}$.

6.3 Systematische Fehler

Bei der Abschätzung des systematischen Fehlers der Messung des Wirkungsquerschnitts werden die folgenden Einzelbeiträge berücksichtigt:

- integrierte e^+e^- Luminosität: $\Delta\mathcal{L}_{ee} = 4\%$.

- MC Ereignisgenerator und $\gamma\gamma$ Fluß: $\Delta\text{MC} = 2\%$.

Diese Zahl stammt aus dem Vergleich des Crystal Ball MC Programms mit einem bei TASSO verwendeten Programm. Letzteres basiert auf den Flußformeln in [40] und verwendet das Programm VEGAS [85] zur numerischen Integration des differentiellen Wirkungsquerschnitts. Die Verteilungen der kinematischen Variablen aus dem TASSO MC Programm stimmen sehr gut mit denen aus dem Crystal Ball Programm überein. Für das Verhältnis der totalen Wirkungsquerschnitte

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^- X)_{\text{TASSO}} / \sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^- X)_{\text{Crystal Ball}}$$

im Bereich $2m_{\pi^0} \leq m_X < 2 \text{ GeV}$ findet man den Wert 1.025. Als Beitrag zum systematischen Fehler wird die Hälfte der Abweichung verwendet.

Weiterhin wird der Effekt eines ρ -Pol Formfaktors (siehe Gleichung (2.38)) auf den Wirkungsquerschnitt abgeschätzt. Dazu wird bei MC Ereignissen, die alle Selektionskriterien erfüllen ⁷, das Integral über die q^2 -Verteilung der kollidierenden Photonen vor und nach Multiplikation mit einem Faktor

$$\left(\frac{1}{1 - q^2/m_\rho^2} \right)$$

⁷Mit Ausnahme derjenigen Kriterien, die die Kammerinformation verwenden.

verglichen. Der Wert des Integrals verringert sich um weniger als 1%. Beide Beiträge werden quadratisch addiert. Dies liefert:

$$\Delta MC = \sqrt{\left(\frac{2.5\%}{2}\right)^2 + (1\%)^2} \approx 2\% .$$

- Änderung der Selektionskriterien, Bestimmung der Kalorimeter Akzeptanz sowie Untergrundsubtraktion:

$$\Delta S = \begin{cases} 3\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} < 800 \text{ MeV} , \\ 4\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} \geq 800 \text{ MeV} . \end{cases}$$

Zur Bestimmung von ΔS werden zwei verschiedene Sätze von Selektionskriterien sowie zwei verschiedene Versionen des Detektorsimulationsprogramms benutzt.

Unter Verwendung der neueren MC Version findet man für die beiden Sätze von Schnitten eine Differenz im Wirkungsquerschnitt von 15% für $m_{\pi^0\pi^0} < 800 \text{ MeV}$ und 7% für $m_{\pi^0\pi^0} \geq 800 \text{ MeV}$.

Vergleicht man für die endgültigen Schnitte (vgl. Kapitel 4.2) die mit Hilfe beider MC Samples bestimmte Kalorimeter Akzeptanz, so findet man 4% Unterschied. Unter der Annahme, daß beide Fehler unabhängig sind, was eine gewisse Überschätzung darstellt, erhält man:

$$\Delta S = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{15\%}{2}\right)^2 + \left(\frac{4\%}{2}\right)^2} \approx 8\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} < 800 \text{ MeV} , \\ \sqrt{\left(\frac{7\%}{2}\right)^2 + \left(\frac{4\%}{2}\right)^2} \approx 4\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} \geq 800 \text{ MeV} . \end{cases}$$

- Kammer Akzeptanz:

$$\Delta \epsilon_{neutral} = \begin{cases} 6\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} < 800 \text{ MeV} , \\ 4\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} \geq 800 \text{ MeV} . \end{cases}$$

Bei der Bestimmung der Kammer Akzeptanz $\epsilon_{neutral}$ werden mehrere Sätze von Schnitten zur Definition des f_2 -Samples verwendet. Damit findet man bis zu 8% Unterschied in $\epsilon_{neutral}$. Zusammen mit einem Beitrag für die Unsicherheit der Extrapolation zu kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen hin erhält man:

$$\Delta \epsilon_{neutral} = \begin{cases} \sqrt{\left(\frac{8\%}{2}\right)^2 + (4\%)^2} \approx 6\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} < 800 \text{ MeV} , \\ \approx 4\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} \geq 800 \text{ MeV} . \end{cases}$$

Unter der Annahme, daß alle Einzelbeiträge voneinander unabhängig sowie normalverteilt sind, werden sie quadratisch addiert. Damit erhält man folgenden systematischen Fehler an dem gemessenen 2-Photon Wirkungsquerschnitt:

$$\Delta_{syst.}(\sigma_{\gamma\gamma}) = \begin{cases} 11\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} < 800 \text{ MeV} , \\ 7\% & \text{für } m_{\pi^0\pi^0} \geq 800 \text{ MeV} . \end{cases}$$

Bei der Bestimmung der 2-Photon Breite von $f_2(1270)$ und $f_0(975)$ werden noch zusätzliche Beiträge berücksichtigt:

- Verzweigungsverhältnisse:

$$- \Delta B(f_2(1270) \rightarrow \pi^0 \pi^0) = 1.4\% ,$$

$$- \Delta B(f_0(975) \rightarrow \pi^0 \pi^0) = 3.8\% .$$

- Parametrisierung der Resonanzkurven:

$$- \Delta P(f_2(1270)) = 0.15 \text{ keV} .$$

Die in Kapitel 6.3 beschriebene Anpassungsrechnung liefert 2-Photon Breiten, die um 0.3 keV differieren für Werte des Reichweitenparameters r zwischen 0.5 fm und 1.5 fm:

$$\Delta P(f_2(1270)) = \frac{0.3 \text{ keV}}{2} .$$

$$- \Delta P(f_0(975)) = 0.09 \text{ keV} .$$

Der für die 2-Photon Breite der $f_0(975)$ -Resonanz bestimmte Wert hängt stark von der Parametrisierung der $f_2(1270)$ -Resonanz ab. Wählt man für die f_2 Breit-Wigner Funktion r -Werte zwischen 0.5 fm und 1.5 fm, so ändert sich $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975))$ um 0.18 keV. Demgegenüber ist die Unsicherheit in der Parametrisierung der schmalen f_0 -Resonanz selbst vernachlässigbar:

$$\Delta P(f_0(975)) = \frac{0.18 \text{ keV}}{2} .$$

Dieser Beitrag dominiert den systematischen Fehler an $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975))$ vollständig.

Damit erhält man folgenden systematischen Fehler an den gemessenen 2-Photon Breiten:

$$\Delta_{\text{sys.}}(\Gamma_{\gamma\gamma}) = \begin{cases} 0.28 \text{ keV} & \text{für } f_2(1270) , \\ 0.09 \text{ keV} & \text{für } f_0(975) . \end{cases}$$

6.4 Diskussion der Ergebnisse

Die vorliegende Messung ermöglicht erstmalig die Untersuchung der 2-Photon Produktion von $\pi^0 \pi^0$ über den gesamten Massenbereich von der kinematischen Schwelle bis oberhalb der $f_2(1270)$ -Resonanz - ein Bereich mit mehreren Kandidaten für $q\bar{q}$ - und $q\bar{q}q\bar{q}$ -Zustände.

Aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0)$ wird die 2-Photon Breite der $f_2(1270)$ -Resonanz zu $(3.26 \pm 0.16 \pm 0.28) \text{ keV}$ bestimmt - eine der genauesten f_2 -Messungen bisher.

Das f_2 -Meson ist ein sehr gut etabliertes Mitglied des $(q\bar{q})$ 2^{++} Nonetts. Die bisherigen Crystal Ball Messungen der 2-Photon Breiten zweier Mitglieder dieses Nonetts - $a_2(1320)$ und $f_2(1270)$ - lassen sich, zusammen mit dem Mittelwert für $\bar{\Gamma}_{\gamma\gamma}(f'_2(1525))$ aus Tabelle 2.2, zur Bestimmung des Mischungswinkels verwenden. Aus den Werten

$$\bar{\Gamma}_{\gamma\gamma}^{CB}(a_2(1320)) = (0.95 \pm 0.23) \text{ keV} ,$$

$$\bar{\Gamma}_{\gamma\gamma}^{CB}(f_2(1270)) = (3.15 \pm 0.29) \text{ keV} ,$$

$$\bar{\Gamma}_{\gamma\gamma}(f'_2(1525)) = (0.10 \pm 0.01) \text{ keV} ,$$

erhält man:

$$\Theta_T = (29.4 \pm 1.6)^\circ \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{f_{a_2}}{f_1} = 1.06 \pm 0.05 .$$

Dieses Ergebnis bestätigt vorhergehende Messungen: Im Tensormeson Nonett liegt in guter Näherung ideale Mischung und Nonett-Symmetrie vor.

Weiterhin gibt unsere Messung von $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ erstmals einen Hinweis auf die 2-Photon Breite des $f_0(975)$ -Mesons. Die Messung liefert $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975)) = (0.31 \pm 0.14 \pm 0.09) \text{ keV}$.

Die Einordnung des $f_0(975)$ in das skalare $q\bar{q}$ -Nonett erscheint bereits aufgrund seiner kleinen totalen Breite zweifelhaft. Vergleicht man nun unseren Wert für $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0)$ mit den in Kapitel 2.2.4 aufgeführten theoretischen Vorhersagen der verschiedenen Modelle, so gelangt man zu dem Schluß, daß das $f_0(975)$ kein $q\bar{q}$ -Zustand zu sein scheint. Unser Ergebnis unterstützt vielmehr seine Klassifizierung als $q\bar{q}q\bar{q}$ -Zustand. Allerdings können wir wegen theoretischer und experimenteller Unsicherheiten nicht zwischen dem Modell von Jaffe [50] und dem von Weinstein und Isgur [51] unterscheiden.

Unsere Klassifizierung wird weiterhin gestützt durch den Vergleich von $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(975))$ mit der 2-Photon Breite des $a_0(980)$. Beide Breiten sind im Rahmen der Fehler gleich - im Gegensatz zur Quarkmodell-Vorhersage und in Übereinstimmung mit den Vorhersagen der 4-Quark Modelle.

Von besonderem Interesse ist unsere Messung des Wirkungsquerschnitts bei kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen, die zuverlässiger ist als die bisherigen Messungen im $\pi^+\pi^-$ Kanal und die sich erstmals bis hin zur Schwelle erstreckt.

Unser Ergebnis läßt sich mit Modellen vergleichen, die auf der Grundlage des Born-Terms (siehe Abbildung 2.7) und unter Verwendung sehr allgemeiner theoretischer Prinzipien - QED-Eichinvarianz, Analytizität, Unitarität, PCAC - den Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung eines $\pi^0\pi^0$ Kontinuums berechnen. Abbildung 6.6 zeigt den Vergleich der Daten mit der Vorhersage aus [67] für $m_{\pi^0\pi^0} < 900 \text{ MeV}$. Man findet recht gute Übereinstimmung im Rahmen der experimentellen und theoretischen Unsicherheiten; letztere sind gegeben durch einen Term $(\pm m_{\pi^0\pi^0}^2/m_p^2)$ in der $\pi\pi$ Streuamplitude [67].

Diese Übereinstimmung scheint wenig Raum zu lassen bezüglich der 2-Photon Erzeugung von Resonanzen bei kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen. Es werden obere Grenzen für die 2-Photon Breiten hypothetischer skalarer Resonanzen X mit $m_X = 300 \text{ MeV} - 800 \text{ MeV}$, $\Gamma_{tot}(X) = 50 \text{ MeV} - 400 \text{ MeV}$ und $B(X \rightarrow \pi\pi) = 100\%$ bestimmt. Dies erfolgt unter der extremen Annahme, daß es keinerlei Kontinuumsbeitrag zum Wirkungsquerschnitt gibt. Dieser wird mit genau zwei inkohärenten Beiträgen gefittet:

- mit einer Spin 2 Breit-Wigner Funktion, wie in Kapitel 6.1 beschrieben, für die $f_2(1270)$ -Resonanz, allerdings ohne freie Parameter. Statt dessen werden die Ergebnisse aus Spalte 1 in Tabelle 6.1 verwendet;
- mit einer Spin 0 Breit-Wigner Funktion ⁸, wie in Kapitel 6.1 beschrieben, für die zu untersuchende Resonanz X .

⁸Auch diese Funktion berücksichtigt bereits die notwendige Extrapolation auf den gesamten $\cos\theta^*$ -Bereich.

Die oberen Grenzen für $\Gamma_{\gamma\gamma}(X)$, ebenfalls unter Berücksichtigung des systematischen Fehlers bestimmt, sind Abbildung 6.7 für vier verschiedene Annahmen über $\Gamma_{tot}(X)$ zu entnehmen. Sie variieren zwischen 0.02 keV und 0.9 keV bei 90% CL.

Für die 2-Photon Breite einer skalaren Resonanz X mit $m_X = 750$ MeV und $\Gamma_{tot}(X) = 430$ MeV finden wir mit dieser Methode $\Gamma_{\gamma\gamma}(X) < 0.74$ keV bei 90% CL. Ein Zustand mit einer solchen Masse und Breite wird von DM1 [9] und DM2 [10] zur Erklärung ihrer Messung von $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ vorgeschlagen. Seine 2-Photon Breite wird mit (10 ± 6) keV angegeben - eine Messung mit geringer statistischer Signifikanz, die wir nicht bestätigen können.

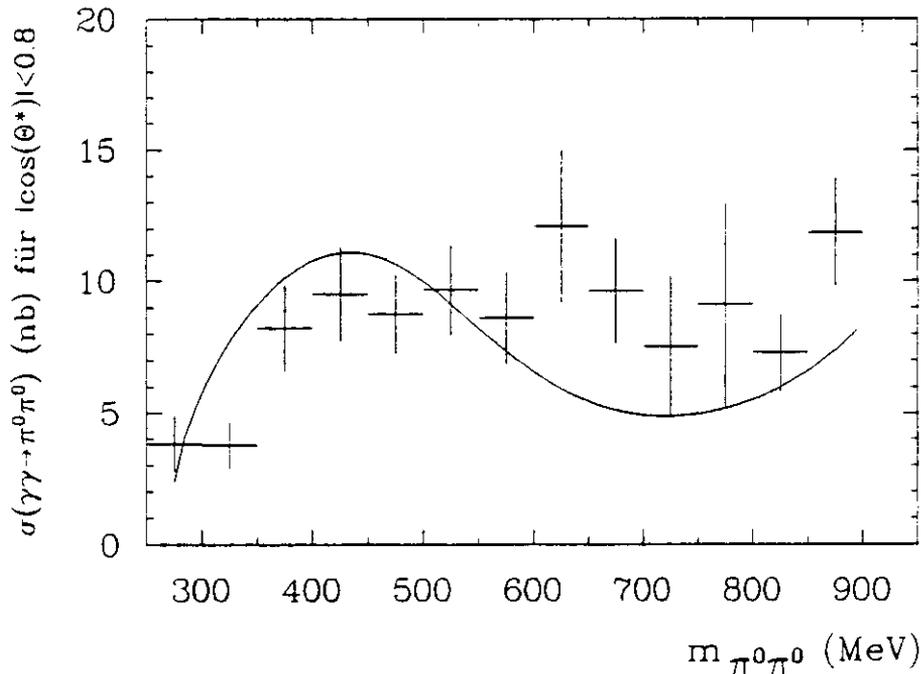


Abbildung 6.6: Der Vergleich des bei kleinen $\pi^0\pi^0$ Massen gemessenen Wirkungsquerschnitts (Fehlerbalken) mit der theoretischen Vorhersage aus [67] (durchgezogene Linie). Gezeigt ist nur der statistische Fehler der Daten. Hinzu kommt ein systematischer Fehler von 11% für $m_{\pi^0\pi^0} < 800$ MeV.

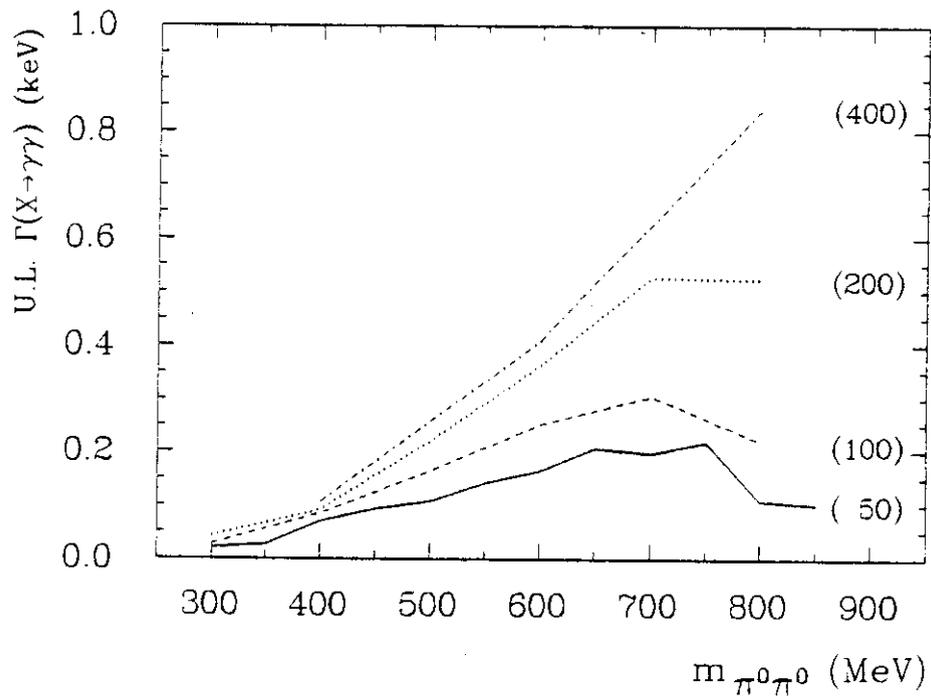


Abbildung 6.7: Obere Grenzen (90% CL) für die 2-Photon Breiten hypothetischer skalarer Resonanzen X . Die Zahlen in Klammern kennzeichnen die angenommenen totalen Breiten von X in MeV.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Untersuchung der Reaktion

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-\pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma\gamma\gamma,$$

wobei die gestreuten Strahleptonen nicht im Detektor beobachtet werden.

Sie beschreibt die erstmalige Messung des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0)$ über den gesamten Massenbereich von der kinematischen Schwelle bis etwa 2 GeV.

Die verwendeten Daten wurden zwischen 1984 und 1986 mit dem Crystal Ball Detektor am e^+e^- Speicherring DORIS II bei Strahlenergien von 4.7 GeV bis 5.3 GeV aufgezeichnet. Die ausgewertete Datenmenge entspricht einer integrierten Luminosität von 97 pb^{-1} . Sie wurde mit einem speziell konstruierten Trigger mit besonders niedrigen Energieschwellen aufgenommen.

Bei niedrigen $\pi^0\pi^0$ Massen beobachten wir einen annähernd konstanten Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\gamma\gamma}(m_{\pi^0\pi^0}) \approx 10 \text{ nbarn} \quad \text{für } m_{\pi^0\pi^0} < 0.8 \text{ GeV},$$

der, im Rahmen der experimentellen und theoretischen Unsicherheiten, mit den Vorhersagen für die Erzeugung eines $\pi^0\pi^0$ Kontinuums übereinstimmt. Unter der extremen Annahme, daß es keinerlei Kontinuumsbeitrag gibt, werden obere Grenzen für die 2-Photon Breiten von hypothetischen skalaren Resonanzen X in diesem Massenbereich bestimmt. Je nach Annahmen für Masse und totale Breite von X findet man:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(X) < 0.02 \text{ keV} - 0.9 \text{ keV} \quad \text{bei } 90\% \text{ CL}.$$

Bei höheren Massen wird der Wirkungsquerschnitt durch die Anregung der $f_2(1270)$ -Resonanz dominiert. Daneben beobachten wir bei der $f_0(975)$ -Resonanz ein Signal mit einer statistischen Signifikanz von 2.2 Standardabweichungen. Die Messung liefert folgende 2-Photon Breiten:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) &= (3.26 \pm 0.16 \pm 0.28) \text{ keV}, \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) &= (0.31 \pm 0.14 \pm 0.09) \text{ keV}, \\ &\text{entsprechend } \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) < 0.53 \text{ keV} \quad \text{bei } 90\% \text{ CL}. \end{aligned}$$

Aus der Untersuchung der Zerfallswinkelverteilung im $\pi^0\pi^0$ Ruhesystem findet man für den Spin des $\pi^0\pi^0$ Systems:

Spin 0 für $m_{\pi^0\pi^0} < 0.7 \text{ GeV}$ und

Spin 2, Helizität 2 im Bereich der $f_2(1270)$ - Resonanz .

Für letzteren Massenbereich ($1.1 \text{ GeV} \leq m_{\pi^0\pi^0} < 1.5 \text{ GeV}$) werden folgende obere Grenzen (90% CL) bestimmt:

$$\frac{\text{Spin 0}}{\text{Spin 2, Helizität 2}} < 9\% \quad \text{und} \quad \frac{\text{Spin 2, Helizität 0}}{\text{Spin 2, Helizität 2}} < 23\% .$$

Dieses Ergebnis bestätigt die bereits von anderen Experimenten beobachtete Helizität 2 Dominanz bei der 2-Photon Anregung der $f_2(1270)$ -Resonanz.

Aus unserer oberen Grenze für den Spin 0 Anteil im Massenbereich $1.1 \text{ GeV} - 1.5 \text{ GeV}$ läßt sich folgende obere Grenze für die 2-Photon Breite der $f_0(1300)$ -Resonanz ableiten:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0(1300)) \times B(\pi^0\pi^0) < 0.7 \text{ keV} \quad \text{für} \quad \Gamma_{\text{tot}}(f_0(1300)) < 0.4 \text{ GeV} .$$

Anhang A

Energiekorrektur

Zum Ausgleich kleiner Nichtlinearitäten in der Energie-Eichkurve wird folgende empirische Korrekturformel verwendet (zur Definition von $E13'$ siehe Gleichung (3.12)):

$$E13 = \frac{E13'}{1 + \alpha \cdot \ln(E13'/E_{beam})} . \quad (\text{A.1})$$

Für die Bestimmung des Parameters α wird die in der vorliegenden Arbeit untersuchte Reaktion benutzt:

$$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma . \quad (\text{A.2})$$

Dazu werden reale 4γ Ereignisse selektiert, die folgender Bedingung genügen (siehe Gleichung (4.1)):

$$(m_{\gamma\gamma}^{(i)}(\alpha) - m'_{\pi^0})^2 + (m_{\gamma\gamma}^{(j)}(\alpha) - m'_{\pi^0})^2 \leq R^2 . \quad (\text{A.3})$$

Dabei ist $m'_{\pi^0} = 130 \text{ MeV}$ die π^0 Masse, die man unter Verwendung von $E13'$ als Photonenergie erhält; $R = 35 \text{ MeV}$ entspricht etwa 3σ der $\gamma\gamma$ Massenaufösung (siehe Anhang C). Es werden nur Ereignisse benutzt, die genau ein Paar von $\gamma\gamma$ Kombinationen aufweisen, die o.a. Relation erfüllen.

Zur Bestimmung des Wertes von α wird folgendes χ^2 minimiert:

$$\chi^2 = \sum_{\text{Ereignisse}} \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(i)}(\alpha) - m_{\pi^0}}{\sigma_{m_{\gamma\gamma}}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{(j)}(\alpha) - m_{\pi^0}}{\sigma_{m_{\gamma\gamma}}} \right)^2 , \quad (\text{A.4})$$

wobei $m_{\gamma\gamma}$ jetzt aus der korrigierten $E13$ Energie (Gleichung (A.1)) berechnet wird. Abbildung A.1 zeigt χ^2 , aufgetragen gegen α . Das Minimum findet man für $\alpha=0.0103$. Dieses α wird in der vorliegenden Arbeit bei der Korrektur von $E13'$ gemäß Gleichung (A.1) verwendet.

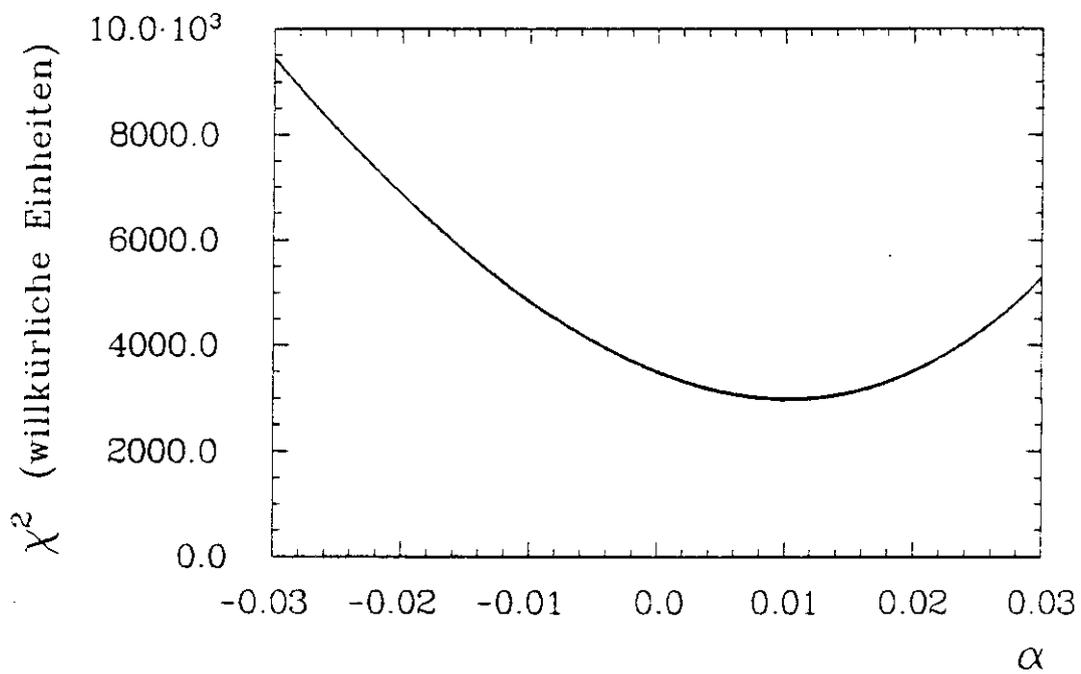


Abbildung A.1: Das χ^2 zur Bestimmung des Parameters α in der nichtlinearen Energiekorrektur.

Anhang B

Winkelauflösung

Um einen zuverlässigen χ^2 -Test der drei als Quelle für 4γ Endzustände betrachteten Hypothesen $\pi^0\pi^0$, $\pi^0\eta$ bzw. $\eta\eta$ durchführen zu können, ist es nötig, die $\gamma\gamma$ Massenauflösung für jede einzelne $\gamma\gamma$ Kombination aus der Energie- und Winkelauflösung des Kalorimeters zu berechnen.

Die Energieauflösung des Kalorimeters ist gegeben durch:

$$\sigma_E(E) = 0.027 (E / \text{GeV})^{3/4} . \quad (\text{B.1})$$

Die Polar- und Azimutwinkelauflösung des Kalorimeters wird mit Hilfe von MC Ereignissen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^0 \rightarrow 4\gamma$ bestimmt. Dazu wird die Größe $(\theta_{\text{generiert}} - \theta_{\text{rekonstruiert}})_{\text{Photon}}$ in sechs Intervallen der Photonenergie berechnet.

Abbildung B.1 zeigt die Verteilung dieser Größe für das Energieintervall $E_\gamma = (100 \pm 10) \text{ MeV}$; ebenfalls gezeigt (durchgezogene Linien) ist die Anpassung einer Gaußkurve an die Verteilung.

Abbildung B.2 zeigt die Breiten σ_θ der angepaßten Gaußverteilungen, aufgetragen gegen den Zentralwert des jeweiligen Energieintervalls. Die durchgezogene Linie ist das Ergebnis der Anpassung einer empirischen Funktion der Form

$$\sigma_\theta(E) = 1.94^\circ - 1.75^\circ \cdot \exp(-8.3 E / \text{GeV}) . \quad (\text{B.2})$$

Die Azimutwinkelauflösung des Kalorimeters ist gegeben durch:

$$\sigma_\phi(\theta) = \frac{\sigma_\theta(E)}{\sin \theta} . \quad (\text{B.3})$$

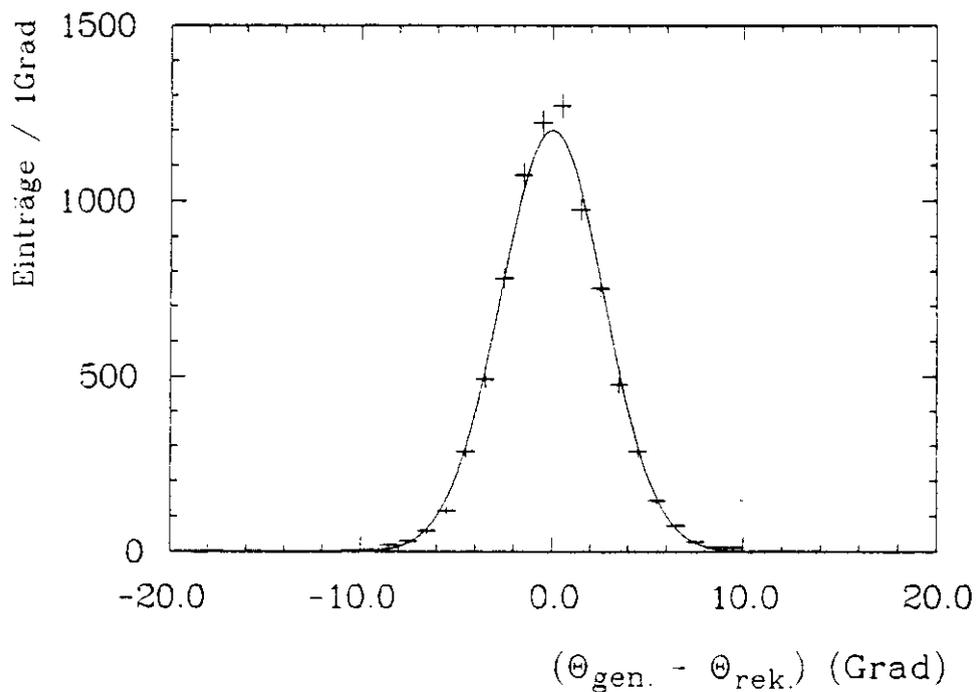


Abbildung B.1: $(\theta_{generiert} - \theta_{rekonstruiert})_{Photon}$ in Grad im Photonenergieintervall $E_\gamma = (100 \pm 10)$ MeV. Die durchgezogene Linie zeigt die Anpassung einer Gaußkurve an die Verteilung.

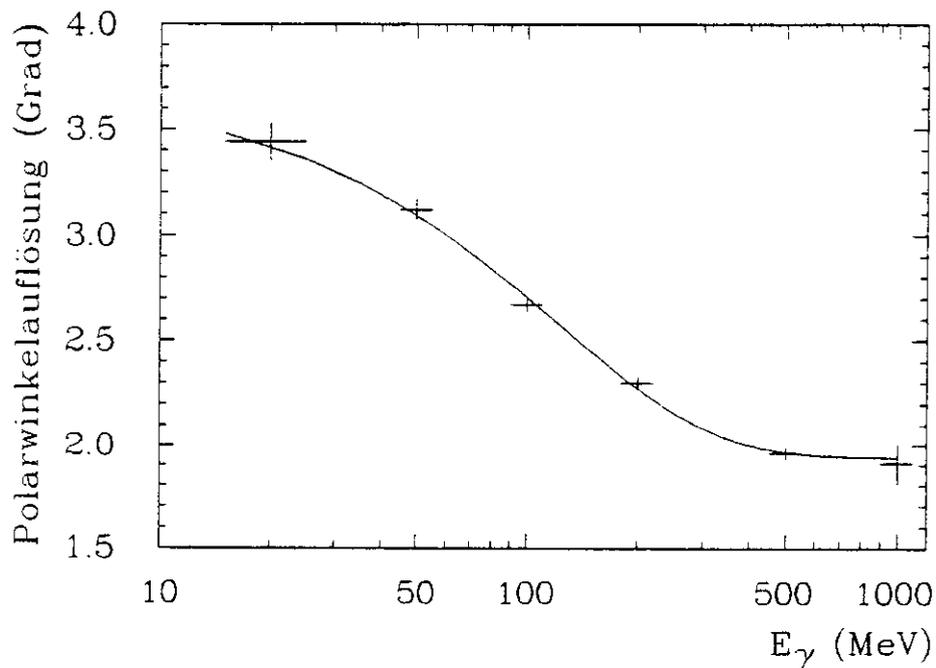


Abbildung B.2: Die Polarwinkelauflösung σ_θ bei sechs verschiedenen Photonenergien. Die durchgezogene Linie zeigt das Ergebnis einer Anpassungsrechnung.

Anhang C

Massenauflösung

Vier Samples von MC Ereignissen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0 \rightarrow 4\gamma$, mit $\pi^0\pi^0$ Massen von 300 MeV, 600 MeV, 900 MeV sowie 1200 MeV, werden zur Bestimmung der $\gamma\gamma$ und $\pi^0\pi^0$ Massenauflösung verwendet. Für jedes Sample wird eine Gaußkurve an die $\gamma\gamma$ Massenverteilung solcher Ereignisse angepaßt, die mindestens ein Paar von $\gamma\gamma$ Kombinationen aufweisen, für das gilt (siehe Gleichung (4.1)):

$$(m_{\gamma\gamma}^{(i)} - m_{\pi^0\pi^0})^2 - (m_{\gamma\gamma}^{(j)} - m_{\pi^0\pi^0})^2 \leq R^2, \quad (\text{C.1})$$

mit $R = 40$ MeV und $m_{\pi^0\pi^0} = 135$ MeV. Abbildung C.1 zeigt die Breiten $\sigma_{m_{\gamma\gamma}}$ der Gaußkurven, aufgetragen gegen $m_{\pi^0\pi^0}$; ebenfalls gezeigt (durchgezogene Linie) ist eine lineare Anpassung an die vier Breiten:

$$\sigma_{m_{\gamma\gamma}}(m_{\pi^0\pi^0}) = 6.0 \text{ MeV} - 4.35 \cdot 10^{-3} m_{\pi^0\pi^0}, \quad (\text{C.2})$$

$m_{\pi^0\pi^0}$ in MeV .

Dieses Ergebnis wird bei der Ereignisselektion zu einer vorläufigen Definition von Ereignissen mit zwei π^0 's benutzt.

Ebenfalls für jedes Sample wird eine Gaußkurve an die $\pi^0\pi^0$ Massenverteilung angepaßt, wobei die π^0 Definition gemäß Gleichung (C.1) mit $R = 3 \times \sigma_{m_{\gamma\gamma}}(m_{\pi^0\pi^0})$ erfolgt. Abbildung C.2 zeigt die Breiten $\sigma_{m_{\pi^0\pi^0}}$ der angepaßten Gaußverteilungen sowie das Ergebnis (durchgezogene Linie) eines Fits an die vier Breiten:

$$\sigma_{m_{\pi^0\pi^0}}(m_{\pi^0\pi^0}) = 1.79 \text{ MeV} - 3.45 \cdot 10^{-2} m_{\pi^0\pi^0} - 1.05 \cdot 10^{-5} \text{ MeV}^{-1} m_{\pi^0\pi^0}^2, \quad (\text{C.3})$$

$m_{\pi^0\pi^0}$ in MeV .

Die so bestimmte $\pi^0\pi^0$ Massenauflösung wird bei den in Kapitel 6.1 beschriebenen Fits berücksichtigt.

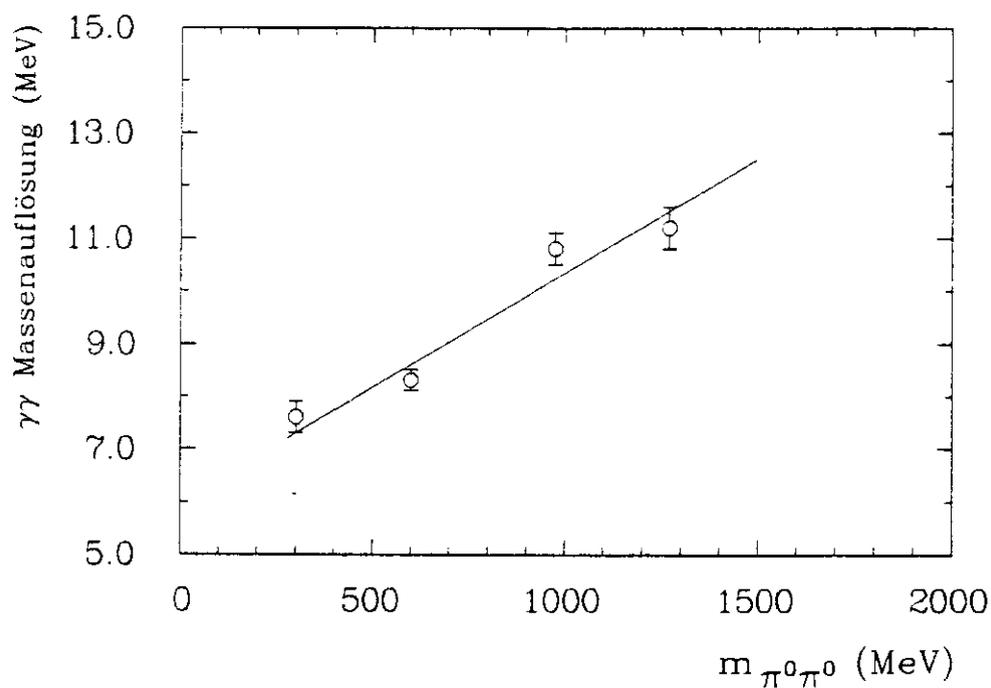


Abbildung C.1: Die $\gamma\gamma$ Massenauflösung $\sigma_{m_{\gamma\gamma}}$ bei vier verschiedenen $\pi^0\pi^0$ Massen. Die durchgezogene Linie zeigt eine lineare Anpassung.

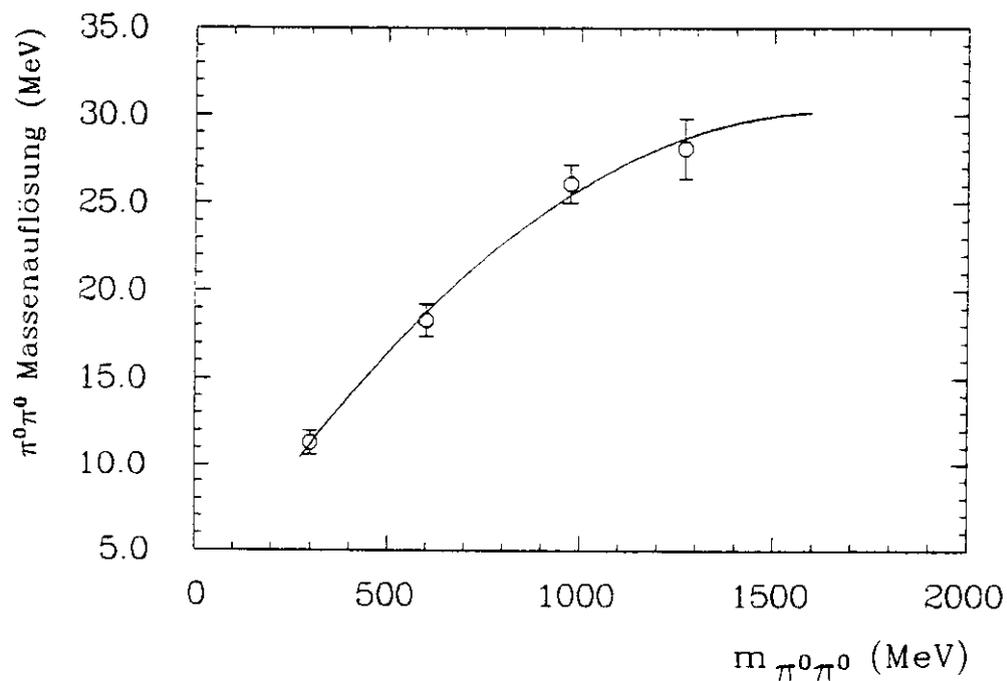


Abbildung C.2: Die $\pi^0\pi^0$ Massenauflösung $\sigma_{m_{\pi^0\pi^0}}$ bei vier verschiedenen $\pi^0\pi^0$ Massen. Die durchgezogene Linie zeigt eine Anpassungsrechnung.

Anhang D

Der totale Wirkungsquerschnitt

$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^0 \pi^0)$ für $|\cos \theta^*| < 0.8$

$\pi^0\pi^0$ Massenbereich (MeV)	$\sigma(\gamma\gamma\rightarrow\pi^0\pi^0)$ (nbarn)
250 - 300	3.8 ± 1.1
300 - 350	3.8 ± 0.9
350 - 400	8.2 ± 1.6
400 - 450	9.5 ± 1.3
450 - 500	8.7 ± 1.5
500 - 550	9.7 ± 1.7
550 - 600	8.6 ± 1.7
600 - 650	12.1 ± 2.9
650 - 700	9.6 ± 2.0
700 - 750	7.5 ± 2.7
750 - 800	9.1 ± 3.9
800 - 850	7.3 ± 1.4
850 - 900	11.9 ± 2.1
900 - 950	21.7 ± 5.4
950 - 1000	26.7 ± 4.7
1000 - 1050	28.3 ± 3.4
1050 - 1100	35.4 ± 4.5
1100 - 1150	47.2 ± 5.1
1150 - 1200	98.0 ± 8.3
1200 - 1250	126.3 ± 12.8
1250 - 1300	133.4 ± 15.5
1300 - 1350	102.0 ± 11.3
1350 - 1400	51.6 ± 8.5
1400 - 1450	47.8 ± 9.3
1450 - 1500	36.6 ± 10.2
1500 - 1550	14.1 ± 6.6
1550 - 1600	13.0 ± 6.7
1600 - 1650	16.9 ± 10.5
1650 - 1700	16.6 ± 13.0
1700 - 1750	0.0 ± 0.0
1750 - 1800	15.7 ± 15.7
1800 - 1850	21.8 ± 21.8
1850 - 1900	0.0 ± 0.0
1900 - 1950	12.1 ± 12.1
1950 - 2000	0.0 ± 0.0

Anhang E

Die Crystal Ball Kollaboration

D. Antreasyan³, H.W. Bartels⁴, Ch. Bieler⁷, J.K. Bienlein⁴, A. Bizzeti⁶, E.D. Bloom¹⁰,
K. Brockmüller⁴, A. Cartacci⁶, M. Cavalli-Sforza², R. Clare¹⁰, A. Compagnucci⁶,
G. Conforto⁶, S. Cooper¹⁰, D. Coyne², G. Drews⁴, K. Fairfield¹⁰, G. Folger⁵,
A. Fridman¹¹, D. Geiphman¹⁰, G. Glaser⁵, G. Godfrey¹⁰, K. Graaf⁷, F.H. Heimlich⁷,
F.H. Heinsius⁷, R. Hofstadter¹⁰, J. Irion⁸, Z. Jakubowski³, K. Karch¹¹, S. Keh¹¹,
T. Kiel⁷, H. Kilian¹¹, I. Kirkbride¹⁰, M. Kobel⁵, W. Koch⁴, A.C. König⁹,
K. Königsmann¹¹, S. Krüger⁷, G. Landi⁶, S. Leffler¹⁰, R. Lekebusch⁷, A.M. Litke¹⁰,
S. Lowe¹⁰, B. Lurz⁵, H. Marsiske⁴, W. Maschmann⁷, P. McBride⁸, H. Meyer⁴,
B. Muryn³, W.J. Metzger⁹, B. Monteleoni⁶, B. Niczyporuk¹⁰, G. Nowak³, C. Peck¹,
C. Pegel⁷, P.G. Pelfer⁶, M. Reidenbach⁹, M. Scheer¹¹, P. Schmitt¹¹, J. Schotanus⁹,
J. Schütte⁵, A. Schwarz¹⁰, F. Selonke⁴, D. Sievers⁷, T. Skwarnicki⁴, V. Stock⁷,
K. Strauch⁹, U. Strohbusch⁷, J. Tompkins¹⁰, B. van Uiter¹⁰, R.T. Van de Walle⁹,
A. Voigt⁴, U. Volland⁵, K. Wachs⁴, K. Wacker¹⁰, W. Walk⁹, H. Wegener⁵, D. Williams⁸

¹ California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA

² University of California at Santa Cruz, Santa Cruz, CA 95064, USA

³ Cracow Institute of Nuclear Physics, PL-30055 Cracow, Poland

⁴ Deutsches Elektronen Synchrotron DESY, D-2000 Hamburg, Germany

⁵ Universität Erlangen-Nürnberg, D-8520 Erlangen, Germany

⁶ INFN and University of Firenze, I-50100 Firenze, Italy

⁷ Universität Hamburg, I. Institut für Experimentalphysik, D-2000 Hamburg, Germany

⁸ Harvard University, Cambridge, MA 02138, USA

⁹ University of Nijmegen and NIKHEF NL-6525 ED Nijmegen, The Netherlands

¹⁰ Department of Physics, HEPL, and Stanford Linear Accelerator Center,
Stanford University, Stanford, CA 94305, USA

¹¹ Universität Würzburg, D-8700 Würzburg, Germany

Danksagung

Ich danke allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Danken möchte ich Prof. Dr. J.K. Bienlein, der diese Arbeit betreut hat, sowie Prof. Dr. E. Lohrmann, der sich als Gutachter zur Verfügung gestellt hat.

Mein besonderer Dank gilt Dr. S. Cooper, Dr. K. Königsmann, Dr. B. Muryn, Dr. J. Olsson, Herrn M. Schneider, Dr. B. van Uitert, Dr. U. Volland sowie Dr. D. Williams für ihre ständige Bereitschaft zur Diskussion technischer und physikalischer Fragen. Besonders hervorheben möchte ich an dieser Stelle Dipl. Phys. M. Kobel, der entscheidend zur Fertigstellung dieses Manuskriptes beigetragen hat.

Ich danke dem DESY Direktorat für die finanzielle Unterstützung, die es mir ermöglicht hat, viele Konferenzen und Schulen zu besuchen.

Mehr noch möchte ich meinen Eltern für die großzügige finanzielle Unterstützung danken, die sie mir unter großen Opfern gewährt haben und ohne die meine Ausbildung kaum möglich gewesen wäre.

Last but not least danke ich meiner Frau Edith für ihre fortwährende Unterstützung und das außergewöhnliche Verständnis für die Anforderungen der Arbeit eines Physikers.

Quellenverzeichnis

- [1] H. Euler and B. Kockel, *Naturwissenschaften* **23** (1935) 246.
- [2] E.J. Williams, *Proc. Roy. Soc. London* **A139** (1933) 163;
C.F. von Weizsäcker, *Z. Phys.* **88** (1934) 612.
- [3] M. Poppe, *Int. Journ. Mod. Phys.* **A1** (1986) 545.
- [4] H. Kolanoski, Two Photon Physics at e^+e^- Storage Rings,
Springer Tracts in Modern Physics Vol. 105 (1984).
- [5] C.N. Yang, *Phys. Rev.* **77** (1950) 242.
- [6] F. Low, *Phys. Rev.* **96** (1954) 1428;
M. Gell-Mann and M. Goldberger, *Phys. Rev.* **96** (1954) 1433;
H.D.I. Arbabanel and M. Goldberger, *Phys. Rev.* **175** (1968) 1594.
- [7] F. Low, *Phys. Rev.* **120** (1960) 582.
- [8] F. Calogero and Ch. Zemach, *Phys. Rev.* **120** (1960) 1860.
- [9] A. Courau, *Phys. Lett.* **96B** (1980) 402;
A. Courau, *Nucl. Phys.* **B271** (1986) 1.
- [10] Z. Ajaltouni *et al.*, in Proc. VII International Workshop on Photon-Photon
Collisions. Paris, 1986;
Z. Ajaltouni *et al.*, LAL 87-15 (1987), submitted to *Phys. Lett.* **B**.
- [11] Ch. Berger *et al.*, *Phys. Lett.* **94B** (1980) 254.
- [12] Ch. Berger *et al.*, *Z. Phys.* **C26** (1984) 199.
- [13] H.J. Behrend *et al.*, *Z. Phys.* **C23** (1984) 223.
- [14] R. Brandelik *et al.*, *Z. Phys.* **C10** (1981) 117.
- [15] A. Roussarie *et al.*, *Phys. Lett.* **105B** (1981) 304.
- [16] J.R. Smith *et al.*, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 851.
- [17] A. Courau *et al.*, *Phys. Lett.* **147B** (1984) 227.
- [18] R.P. Johnson, SLAC-294(1986).
- [19] H. Aihara *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 404.

- [20] J.E Olsson, in Proc. V International Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen, 1983.
- [21] J.E Olsson *et al.*, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shoresh, 1988.
- [22] C. Edwards *et al.*, *Phys. Lett.* **110B** (1982) 82.
- [23] D. Antreasyan *et al.*, *Phys. Rev.* **D33** (1986) 1847.
- [24] H.J. Behrend *et al.*, *Phys. Lett.* **114B** (1982) 378
and Erratum in *Phys. Lett.* **125B** (1983) 518.
- [25] Ch. Berger *et al.*, *Phys. Lett.* **149B** (1984) 427.
- [26] M. Althoff *et al.*, *Z. Phys.* **C31** (1986) 537.
- [27] H. Aihara *et al.*, contributed paper to International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Hamburg, 1987.
- [28] A.E. Blinov *et al.*, contributed paper to International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Hamburg, 1987.
- [29] J. Harjes *et al.*, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shoresh, 1988.
- [30] G. Gidal *et al.*, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shoresh, 1988.
- [31] M. Althoff *et al.*, *Phys. Lett.* **121B** (1983) 216.
- [32] G. Gidal *et al.*, in Proc. VII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Paris, 1986.
- [33] Ch. Berger *et al.*, *Z. Phys.* **C37** (1988) 329.
- [34] J. Ahme *et al.*, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shoresh, 1988.
- [35] A. Nilsson *et al.*, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shoresh, 1988.
- [36] B. Jean-Marie *et al.*, in Proc. XXIII International Conference on High Energy Physics, Berkeley, 1986;
L. Köpke *et al.*, *ibid.*
- [37] G.J. Bobbink *et al.*, in Proc. XXIII International Conference on High Energy Physics, Berkeley, 1986.
- [38] G.S. Abrams *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **43** (1979) 477.
- [39] J.H. Field, Photon-Photon Collisions, L.P.N.H.E 84-04 (1984).
- [40] J.H. Field, *Nucl. Phys.* **B168** (1980) 477
and Erratum in *Nucl. Phys.* **B176** (1980) 545.

- [41] Ch. Berger and W. Wagner, *Phys. Rep.* **136C** (1987) 1.
- [42] S. Cooper, Meson Production in Two-Photon Collisions, MIT-LNS-169 (1988), submitted to *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*.
- [43] D.A. Williams, Ph.D Thesis, Harvard University (1987);
D.A. Williams *et al.*, DESY 88-033(1988), SLAC-4573(1988),
accepted by *Phys. Rev. D*.
- [44] G. Bonneau, M. Gourdin and F. Martin, *Nucl. Phys.* **B54** (1973) 573.
- [45] V.M. Budnev, I.F. Ginzburg, G.V. Meledin and V.G. Serbo,
Phys. Rep. **15** (1975) 181.
- [46] D. Dicus, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 2524.
- [47] S.L. Adler, *Phys. Rev.* **177** (1969) 2426;
J.S. Bell and R. Jackiw, *Nuovo Cimento* **60A** (1969) 47.
- [48] J. Donoghue, B. Holstein and Y.C. Lin, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 2766;
F. Gilman and R. Kauffman, *Phys. Rev.* **D36** (1987) 2761.
- [49] M.S. Chanowitz, in Proc. VI International Workshop on Photon-Photon Collisions, Lake Tahoe, 1984.
- [50] R.L. Jaffe, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 267;
R.L. Jaffe, *Phys. Rev. Lett.* **38** (1977) 195.
- [51] J. Weinstein and N. Isgur, *Phys. Rev. Lett.* **48** (1982) 659;
J. Weinstein and N. Isgur, *Phys. Rev.* **D27** (1983) 588.
- [52] G. Köpp, T.F. Walsh and P. Zerwas, *Nucl. Phys.* **B70** (1974) 461.
- [53] H. Krasemann und J. Vermaseren, *Nucl. Phys.* **B184** (1981) 269.
- [54] P. Grassberger and R. Kögerler, *Nucl. Phys.* **B106** (1976) 451.
- [55] B. Schrempp-Otto, F. Schrempp and T.F. Walsh, *Phys. Lett.* **36B** (1971) 463.
- [56] H. Pilkuhn, in Landolt-Börnstein, New Series, Volume 6, Springer, Berlin, Heidelberg, New York (1972).
- [57] J.M. Blatt and V. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, John Wiley, New York (1952).
- [58] D. Cords *et al.*, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shoresh, 1988.
- [59] Particle Data Group, Review of Particle Properties,
Phys. Lett. **170B** (1986) 1.
- [60] N.N. Achasov, S.A. Devyanin and G.N. Shestakov,
Z. Phys. **C16** (1982) 55.
- [61] T. Barnes, in Proc. VII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Paris, 1986.

- [62] T. Barnes, *Phys. Lett.* **165B** (1985) 443.
- [63] G. Mennessier, *Z. Phys.* **C16** (1983) 241;
G. Mennessier and T.N. Truong, *Phys. Lett.* **177B** (1986) 195.
- [64] D. Morgan and M.R. Pennington, RAL-87-020(1987);
D. Morgan and M.R. Pennington, RAL-87-048(1987);
D. Morgan and M.R. Pennington, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shores, 1988.
- [65] D.H. Lyth, *Nucl. Phys.* **B30** (1971) 195.
- [66] A.E. Kaloshin and V.V. Serebryakov, *Z. Phys.* **C32** (1986) 279.
- [67] R.L. Goble and J.L. Rosner, *Phys. Rev.* **D5** (1972) 2345;
J.L. Rosner, in Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shores, 1988.
- [68] K.M. Watson, *Phys. Rev.* **88** (1952) 1163.
- [69] S.J. Brodsky and G.P. Lepage, *Phys. Rev.* **D22** (1980) 2157;
S.J. Brodsky and G.P. Lepage, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 1808.
- [70] M. Oreglia *et al.*, *Phys. Rev.* **D25** (1982) 2259;
E.D. Bloom and C. W. Peck, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **33** (1983) 143.
- [71] K. Wachs, Internal Crystal Ball Note (Okt. 1986).
- [72] A. Bizetti und K. Wachs, Internal Crystal Ball Note (Sept. 1985).
- [73] K. Brockmüller, DESY F31-87-05(1987).
- [74] M. Kobel, DESY F31-86-03(1986).
- [75] G. Folger, DESY F31-86-04(1986).
- [76] D. Sievers, Diplomarbeit Universität Hamburg (1985);
W. Maschmann, Diplomarbeit Universität Hamburg (1985).
- [77] A. Lieberman and F. Bulos, Internal Crystal Ball Note (July 1977).
- [78] R. Partridge, Ph.D Thesis CALTEC (1984).
- [79] J. Gaiser, SLAC-255(1982).
- [80] R. Lee, SLAC-282(1985).
- [81] D. Gelfman, SLAC-286(1985).
- [82] S. Lowe, SLAC-307(1986).
- [83] R. Ford and W. Nelson, SLAC-210(1978).
- [84] CERN Program Library, long writeup D506.
- [85] G.P. Lepage, *Journ. Comp. Phys.* **27** (1978) 192.

- [86] J. Hubbel, H. Gimm and I. Øverbø.
Journ. Phys. Chem. Ref. Data **9** (1980) 1023.
- [87] D.H. Perkins, *Introduction to High Energy Physics*,
Addison-Wesley Publishing Company (1982);
K. Kleinknecht, *Detektoren für Teilchenstrahlung*,
Teubner Studienbücher (1984).

