

DESY-Bibliothek

29. JAN. 1968 ✓

Interner Bericht

DESY F 33-5

Dezember 1967

Ein richtungsempfindlicher Cerenkovzähler
für Elektronen im GeV-Bereich

von

K.P. Schüler

Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>Zusammenfassung</u>	1
<u>Einleitung</u>	2
<u>1 Grundlagen</u>	
1.1 Cerenkoeffekt	3
1.2 Auflösungsbegrenzende physikalische Effekte	4
1.2.1 Vielfachstreuung	4
1.2.2 Beugung	5
1.2.3 Dispersion	6
1.2.4 Abbremsung	6
1.2.5 δ -Elektronen	7
1.3 Geeignete Strahlermaterialien	8
1.4 Optimale Strahlerlänge und optimale spektrale Durchlaßbreite. Theoretische Auflösungsgrenze	8
1.5 Photoelektronenzahl und Ansprechwahrscheinlichkeit	12
1.6 Richtungsauflösung und Ansprechwahrscheinlichkeit	13
1.7 Schlußfolgerungen	15
<u>2 Optische Überlegungen</u>	
2.1 Fokussierende Cerenkovzähler	16
2.2 Entwurf der Zählergeometrie	17
2.3 Abbildungseigenschaften verschiedener Spiegelformen	18
2.3.1 Unmöglichkeit exakter Abbildung für Teilchen außerhalb der optischen Achse. Bestmögliche Näherungen	18
2.3.2 Kugelspiegel	20
2.3.3 Stufenspiegel	23
2.3.4 Schrägparabolischer Spiegel	25
2.4 Maximale Elektroneneinfallshöhe	30

	Seite
<u>3</u> <u>Zählerbau</u>	
3.1 Spiegel	31
3.2 Schablone	31
3.3 Ringblende	33
3.4 Geometrische Richtungsauflösung	33
3.5 Optische Kontrolle	34
3.6 Lichttransport zum Multiplier	34
3.7 Zählergehäuse	36
3.8 Goniometer	38
<u>4</u> <u>Messungen</u>	
Ziel : a) Richtungsauflösung, Ortsabhängigkeit und Energieabhängigkeit aus Koinzidenzmessungen	
b) Mittlere Photoelektronenzahl aus Vielkanalmessungen	
4.1 Versuchsaufbau	39
4.2 Elektronenenergie	40
4.3 Szintillationszähler	41
4.4 Elektronik	42
4.5 Dunkelrate	44
4.6 Maximale Zählfrequenz	44
4.7 Meßablauf	46
<u>5</u> <u>Auswertung</u>	
5.1 Zufälligenkorrektur	47
5.2 Berechnung von zufälligen Koinzidenzen	47
5.3 Statistische Fehler	48
5.4 Poissonfit	50

	Seite
<u>6</u> <u>Meßergebnisse</u>	
6.1 Richtungsauflösung	51
6.2 Ortsabhängigkeit	51
6.3 Energieabhängigkeit	52
6.4 Mittlere Photoelektronenzahl	52
6.5 Zusammenfassung	63
<u>Anhang</u>	64
<u>Literaturverzeichnis</u>	74

Zusammenfassung

Diese Niederschrift stellt einen richtungsempfindlichen Cerenkov-Zähler für Elektronen im GeV-Bereich vor. Die Richtungsauflösung beträgt einige Grad, die Ansprechwahrscheinlichkeit ist über einer Fläche von 3 x 3 cm konstant nahe 100 % und fällt außerhalb ziemlich steil ab. Durch Austausch eines Stücks Plexiglas kann die empfindliche Zählerfläche in einfacher Weise verändert werden. Bei Verzicht auf ein Empfindlichkeitsplateau erreicht man eine bessere Richtungsauflösung bis herab zu ± 0.5 Grad.

Einleitung

Der Ausgangspunkt dieser Arbeit war ein Vorschlag von G. Lutz [15], die im Innern eines Paarspektrometermagneten vorgesehenen Szintillationszählerteleskope durch richtungsempfindliche Cerenkovzähler zu ersetzen, weil sich herausgestellt hatte, daß die Szintillationszähler durch den hohen Streuuntergrund stark belastet wurden, wohingegen ein richtungsempfindlicher Cerenkovzähler von vornherein nur die einigermaßen richtig einfliegenden Teilchen wahrnehme.

Von diesem sehr speziellen Gesichtspunkt abgesehen hat ein entsprechender Cerenkovzähler gegenüber zwei kleinen, in hinreichendem Abstand aufgestellten Szintillatoren den Vorzug, daß seine Zählerfläche nicht unmittelbar in die Richtungsauflösung eingeht.

Damit der Zähler klein blieb, kamen von vornherein nur flüssige und feste Strahlersubstanzen in Frage. Eine Auswahl wurde nach dem Kriterium optimaler Richtungsauflösung getroffen (Abschnitt 1). Der große Emissionswinkel des Cerenkovlichts in flüssigen und festen Strahlern stellt an die fokussierende Optik besondere Anforderungen, sofern man an dem Konzept der unmittelbaren Fokussierung von G. Lutz festhält. Die optischen Überlegungen (Abschnitt 2) führen auf eine nichtsphärische, schrägparabolische Spiegelform.

Nachdem sich eine erfahrene optische Firma außerstande erklärte, diese Spiegelform herzustellen, wurde am DESY selbst ein Exemplar versucht, mit dem auch die in dieser Arbeit vorgelegten Messungen durchgeführt wurden. Die Resultate zeigen zwar, daß die Sollform noch nicht vollständig erreicht wurde. Die hierdurch hervorgerufene Unschärfe ist von ähnlicher Größenordnung wie das natürliche physikalische Auflösungsvermögen. Entsprechendes ist jedoch mit keinem Kugelspiegel noch so hoher Präzision erreichbar.

1 Grundlagen

1.1 Cerenkoveffekt

Schnelle, geladene Teilchen erzeugen in einem Dielektrikum vom Brechungsindex n Cerenkovlicht, wenn die Teilchengeschwindigkeit v größer als die Lichtgeschwindigkeit $\frac{c}{n}$ in diesem Medium ist. Das Licht wird kegelförmig unter dem Cerenkovwinkel ϑ gegen die Teilchenrichtung ausgesandt :

$$\cos \vartheta = \frac{1}{n\beta} \quad (1.1)$$

Hierbei ist üblicherweise $\frac{v}{c} = \beta$ gesetzt. Das Cerenkovlicht ist linear polarisiert (\vec{E} -Vektor senkrecht zum Kegelmantel) und hat ein kontinuierliches Spektrum mit der Intensitätsverteilung

$$\Delta I = \frac{2\pi\alpha}{c} z^2 \sin^2 \vartheta \Delta \nu \quad (1.2)$$

$$\alpha = \frac{e^2}{hc} = \frac{1}{137}$$

ΔI Anzahl der pro cm Weglänge erzeugten Cerenkovphotonen

ze Teilchenladung

$\Delta \nu$ Frequenzintervall

Die Anzahl der erzeugten Photonen hängt nur indirekt über die Dispersion des Strahlermaterials von der Frequenz ab.

Im Spektralbereich von 4000 bis 5000 Å *) ergibt (1.2) für einfach geladene Teilchen

$$I = 230 \sin^2 \vartheta \text{ Photonen/cm} \quad (1.3)$$

wobei für ϑ ein gemittelter Wert einzusetzen ist.

Dem Gegenstand dieser Arbeit entsprechend wird im folgenden $|z| = 1$ und $\beta = 1$ vorausgesetzt (hochenergetische Elektronen und Positronen). Für 500 MeV Elektronen ist $\beta = 1 - 0.5 \cdot 10^{-6}$.

*) Die kurzwellige Grenze ist meist durch das Absorptionsverhalten im UV, die langwellige Grenze durch die spektrale Empfindlichkeit der Photokathode des Multipliers bedingt.

1.2 Auflösungsbegrenzende physikalische Effekte

In den folgenden Abschnitten werden die Effekte behandelt, die möglicherweise zu einer Verschmierung des Cerenkovkegels und damit zu einer Unsicherheit in der Kenntnis der Elektronenrichtung führen.

1.2.1 Vielfachstreuung

In grober Näherung [2] hat ein hochenergetisches Elektron (Positron) nach Durchqueren eines Körpers der Dicke L ($= \frac{L}{X_0}$ Strahlungslängen) den mittleren quadratischen Vielfachstreuungswinkel

$$\langle \Delta \vartheta \rangle = \frac{21.2}{E[\text{MeV}]} \sqrt{\frac{L}{X_0}} \quad (1.4)$$

Da das Cerenkovlicht entlang der ganzen Teilchenbahn ausgesandt wird, ist eine geeignete Mittelung erforderlich. Die mit $K = \infty$ bezeichnete Kurve in Abb. 1 zeigt das Ergebnis der Rechnung von Dedrick [3]. Zum Vergleich ist die Vielfachstreuungswinkelverteilung des Elektrons am Ende des Radiators als gestrichelte Kurve hinzugefügt. Als Winkelvariable dient

$$\delta = \sqrt{2} \frac{\Delta \vartheta}{\langle \Delta \vartheta \rangle} \quad (1.5)$$

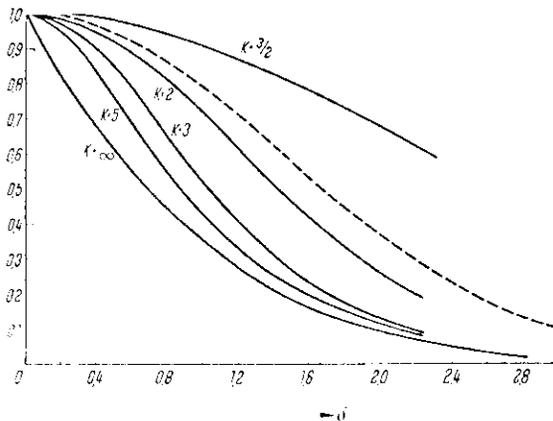


Abb. 1

Verteilung des Cerenkovlichts infolge Vielfachstreuung und Beugung nach Dedrick

K ist unter (1.8) definiert

In (für Abschätzungen ausreichender) Näherung kann man sagen, daß das Cerenkovlicht um etwa den halben Vielfachstreuungswinkel des erzeugenden Teilchens verschmirt wird :

$$(\Delta \vartheta)_{\text{scat}}^{\text{Cer}} \approx \frac{21.2/2}{E[\text{MeV}]} \sqrt{\frac{L}{X_0}} \quad (1.6)$$

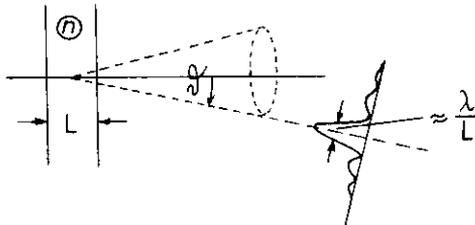
1.2.2 Beugung

(a) ohne Vielfachstreuung

Ein geradlinig durch einen Strahler der Dicke L fliegendes Teilchen möge Cerenkovlicht der Wellenlänge λ erzeugen. Das Licht hat um die wahrscheinlichste Emissionsrichtung ϑ die Beugungsverteilung [4] :

$$I(\Delta\vartheta) = \left(L \frac{\sin x}{x} \right)^2$$

mit $x = \pi n \frac{L \sin\vartheta}{\lambda} \Delta\vartheta$ (1.7)



Der Beugungseinfluß in dieser Form ist im allgemeinen von völlig untergeordneter Bedeutung.

(b) mit Vielfachstreuung

Der Weg eines vielfachgestreuten Teilchens besteht aus sehr vielen kurzen, geraden Abschnitten der Länge L_p , deren jeder einen Intensitätsbeitrag I_p liefert. Die Kohärenz des entlang der Teilchenbahn erzeugten Cerenkovlichts wird teilweise aufgehoben. Das Problem ist ebenfalls in der oben genannten Arbeit von Dedrick behandelt worden : Man berechnet

$$K = \left(\frac{6\pi}{\sqrt{2}} n \frac{L \sin\vartheta}{\lambda} \langle \Delta\vartheta \rangle \right)^{1/3} \quad (1.8)$$

und sucht eine entsprechende Kurve in Abb. 1 auf. Die Abweichung gegenüber der Kurve $K = \infty$ gibt den Beugungseinfluß an. Erst bei sehr hoher Teilchenenergie und kurzer Radiatorlänge konkurriert der Beugungseinfluß mit der Vielfachstreuung.

Der in der Tabelle auf Seite 9 erfaßte Parameterbereich genügt den Ungleichungen :

$$\left. \begin{array}{l} (E \leq 5 \text{ GeV} \Rightarrow) \langle \Delta\vartheta \rangle \geq 0.7 \text{ mrad} \\ L \geq 1 \text{ cm} \\ \lambda \leq 5000 \text{ \AA} \\ n \geq 1.33 \end{array} \right\} \Rightarrow K \geq 5.5$$

Der Beugungseinfluß ist unter diesen Bedingungen also unerheblich.

1.2.3 Dispersion

Der Brechungsindex und daher auch der Cerenkovwinkel hängen von der Farbe des Lichtes ab. Sind $\nu, \nu + \Delta\nu$ die Grenzen des erfaßten Spektralbereichs und $n, n + \Delta n$ die entsprechenden Brechungsindices, so folgt aus

$$(1.1) \quad (\Delta\vartheta)_{\text{disp}} = \arccos \frac{1}{n + \Delta n} - \arccos \frac{1}{n} \approx \frac{\Delta n}{n \sqrt{n^2 - 1}} \quad (1.9)$$

sofern $\Delta n \ll 1$.

Wir führen noch die Dispersion ein :

$$D = \frac{\Delta n}{\Delta\nu} \quad (1.10)$$

und schreiben damit endgültig

$$(\Delta\vartheta)_{\text{disp}} = \frac{D \Delta\nu}{n \sqrt{n^2 - 1}} \quad (1.11)$$

Zahlenbeispiele entnimmt man der letzten Zeile in Tabelle 2.

1.2.4 Abbremsung

(a) In Hinblick auf die Erhaltung des Cerenkovwinkels spielt die Abbremsung im Strahlermaterial infolge von Ionisations und Strahlungsverlusten bei Elektronen von über 500 MeV überhaupt keine Rolle, da auch bei erheblichem Energieverlust $\beta \approx 1$ erhalten bleibt.

(b) Die Richtungsänderung, die ein Elektron der Primärenergie E_0 bei der Abstrahlung eines Bremsquants k im Mittel erfährt, ist [13]

$$\Delta\vartheta = \frac{m}{E_0} \frac{k}{E_0 - k} \quad (1.12)$$

Für größenordnungsmäßig 0.1 Strahlungslängen starke Strahler ist diese Richtungsänderung gegenüber der Vielfachstreuung vernachlässigbar. Entsprechendes gilt für die Richtungsänderung durch Ionisation (siehe Abschnitt 1.2.5 über δ -Elektronen).

(c) Andererseits aber wird die Vielfachstreuung durch den Energieverlust größer. Zur näherungsweise Berücksichtigung der Strahlungsverluste können wir in allen Vielfachstreuformeln anstelle der Primärenergie E_0 die mittlere Energie

$$\langle E \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L E_0 e^{-L'/X_0} dL' \approx E_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{L}{X_0} \right) \quad (1.13)$$

verwenden.

Der relative Energieverlust durch Ionisation kann bei Energien > 500 MeV i.a. vernachlässigt werden: Das Massenbremsvermögen für hochenergetische Elektronen und Positronen beträgt etwa 2 MeV/gcm^{-2} und ist annähernd materialunabhängig (Tabelle 1).

Tab. 1

kin.Energie MeV	Polyäthylen		C		Pb	
	+	-	+	-	+	-
1	1.90	1.94	1.60	1.64	0.94	0.97
100	2.21	2.27	1.90	1.96	1.38	1.42
500	2.35	2.41	2.03	2.08	1.50	1.54
5000	2.56	2.61	2.21	2.26	1.64	1.68

Massenbremsvermögen $-\frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx}$ nach [1]
für Positronen (+) und Elektronen (-) in $\text{MeV}/\text{gcm}^{-2}$

δ -Elektronen

Das nachzuweisende hochenergetische Elektron (Positron) stößt Hüllenelektronen des Strahlermaterials an, dabei kommt es zu einer Richtungsablenkung. Außerdem könnten die angestoßenen sog. δ -Elektronen einen auflösungsvermindernden Untergrund erzeugen.

Die Formeln für Elektron-Elektron-Streuung von Møller bzw. Positron-Elektron-Streuung von Babha [2] ergeben z.B. für Plexiglas praktisch übereinstimmend 0.05 δ -Elektronen/cm oberhalb einer Abschneideenergie von 2 MeV.

E sei die Energie des stoßenden Teilchens und $E', E-E'$ die Energieaufteilung nach dem Stoß. Die der Energie E' zugeordnete Richtungsablenkung θ' folgt aus Energie- und Impulssatz :

$$\cos \theta' = \frac{(E+m)(E'-m)}{p p'} \quad (1.15)$$

Der nach dem Stoß niederenergetische Stoßpartner ($E' \ll E$) wird unter sehr großem Winkel ($\approx \pi/2$) emittiert und von einem für das Primärteilchen richtungsempfindlichen Zähler nicht wahrgenommen. Die Richtungsablenkung des anderen, nach dem Stoß hochenergetischen Teilchens ($E-E'$) ergibt sich durch Entwicklung von (1.15) :

$$\theta = \frac{\sqrt{2m\Delta E}}{E} \quad (1.16)$$

Die Summe aller Stoßverluste beträgt nur einige $\text{MeV}/\text{gcm}^{-2}$. Der resultierende Ablenkwinkel ist also von der Größenordnung m/E und daher unbedeutend gegenüber dem Vielfachstreuwinkel.

1.3 Geeignete Strahlermaterialien

Bei differentiellen Cerenkovzählern, die über $\frac{d\mathcal{J}}{d\beta}$ die Teilchengeschwindigkeit messen, erreicht man mit einem kleinen Brechungsindex n eine hohe Geschwindigkeitsauflösung :

$$\frac{d\mathcal{J}}{d\beta} = \frac{1}{\beta \sqrt{n^2 \beta^2 - 1}} \quad (1.17)$$

Dies ist einer der Gründe, die für differentielle Cerenkovzähler mit Gasfüllung sprechen. Dieses Argument entfällt aber, wenn man sich, wie im Rahmen dieser Arbeit, nur für die Achsenrichtung des Cerenkovkegels interessiert. Die Richtungsauflösung ist nicht unmittelbar von der Größe des Cerenkovwinkels abhängig.

Die in der Tabelle auf Seite 9 aufgeführte Auswahl von Substanzen überdeckt hinsichtlich Brechungsindex und Dichte im wesentlichen die Werte, die man mit flüssigen und festen Strahlern bei gewöhnlichen Temperaturen um 20°C erreichen kann. Die große Zahl der verfügbaren anorganischen Gläser ist zwischen Quarz und das extrem bleihaltige SFS-6 einzuordnen.

Die Lichtausbeute des Strahlermaterials steigt mit wachsendem Brechungsindex. Dies wird aber mit einem starken Anwachsen von Dispersion und Dichte erkauft. Für einen Cerenkovzähler, der die Richtung von Teilchen messen soll, ist das ausschlaggebende Kriterium, daß das durch Dispersion und Vielfachstreuung begrenzte Auflösungsvermögen möglichst hoch ist. Unter den festen Strahlersubstanzen sind daher die organischen Gläser wie z.B. Acrylglas am geeignetsten. Noch günstiger sind einige flüssige Kohlenwasserstoffe, vor allem das extrem leichte 2-Methylbutan (Isopentan).

1.4 Optimale Strahlerlänge und optimale spektrale Durchlaßbreite.

Theoretische Auflösungsgrenze

Der spektrale Durchlaßbereich des Strahlermaterials und der Empfindlichkeitsbereich des Multipliers müssen aufeinander abgestimmt sein. Wegen der Dispersion darf jedoch der Empfindlichkeitsbereich auch nicht beliebig breit sein. Mit Farbfiltern kann man den Dispersionsfehler im Prinzip zwar unterdrücken. Die zur Produktion einer ausreichenden Photonenzahl notwendige Strahlerlänge und der entsprechende Vielfachstreuungswinkel wachsen jedoch mit der Einengung des spektralen Fensterbereichs. Offenbar gibt es für eine verlangte Anzahl von Photoelektronen am Multiplier eine bestimmte Strahlerlänge mit einer zugehörigen spektralen Fensterbreite, für die die Richtungsauflösung optimal ist.

Tab. 2	Eigenschaften einiger Cerenkovstrahler					
	flüssig			fest		
	2-Methyl- butan	Benzol	Wasser	Polymethyl- metacrylat	Quarz	SFS 6
C_5H_{12} Siedepkt. 27,9°C	C_6H_6	H_2O	$C_5H_8O_2$	SiO_2	PbO 81 SiO_2 19 Gew% 5)	
				„Plexiglas“ (Röhm&Haas) „Perspex“ (ICI) „Lucite“ (DuPont)	„Suprasil“ (Heracus)	(Schott)
kg-Preis	36...60 DM (1966) 4)			9...11 DM (1967) 7)	1650...2840 DM (1967) 7)	190 DM (1960) 5)
Dichte ¹⁾ , [gcm ⁻³] (20°C)	0.620	0.885	0.998	1.19	2.65	6.18
Brechungs- 3500 Å index 4000 (20°C) 1), 4500 5000	1.3652 1.3608 1.3576	1.5330 1.5200 1.5112	1.3484 1.3430 1.3392 1.3364	1.5156 1.5063 1.4999 1.4950	1.4770 1.4702 1.4656 1.4624	2.0460 2.0043 1.9797
$\frac{\Delta n}{\Delta T}$ [10 ⁻⁴ /Grad] bei 4250 Å ¹⁾	-5.8	-6.4	-0.9	-1.2	+0.10	
Durchlaßbereich *)			<3000...>7000 6)	3800...11000 Å 1)	1800...25000 1)	4500...>11000 Å 5)
verwendbarer Bereich **) Photokathode 3)				3700...5000 Å A-Typ (S11)	1700...5000 Å U-Typ (S13)	4100...5000 Å A-Typ (S11)
Strahlungslänge [cm]	71.6	53.4	38.4	34.9	10.6	1.30
Cerenkovwinkel 4250 Å, β=1	42.9°	49.0°	41.9°	48.3°	47.0°	60.4°
Radiatorlänge L ₂₀₀ für 200 Photonen zwischen 4000 u. 5000 Å nach (1.3) [cm]	1.88	1.53	1.95	1.56	1.36	1.15
Vielfach- 0.5 GeV/ streufehler (Δθ) _{scat} ^{cer} 5.0 GeV nach (1.6) für L ₂₀₀	3.4 mrad 0.34 mrad	3.5 0.35	4.8 0.48	4.5 0.45	8.3 0.83	19.9 1.99
Dispersions- fehler $\frac{1}{2}(\Delta\theta)_{disp}$ nach (1.11) für 4000 bis 5000 Å	3.0 mrad	6.3	2.8	3.4	2.5	9.6

*) mit einem Reintransmissionsgrad >90% bei 1 cm Materialstärke

**) an den Bereichsgrenzen ist das Produkt von Durchlaß und Quantenausbeute auf die Hälfte des Maximums abgefallen

1) Landolt Börstein [5]

5) Schott Labormitteilung [7]

2) eigene Messung

6) Jelley [18]

3) Valvohandbuch [9]

7) Auskunft von Firmenvertretung

4) Römpf [8]

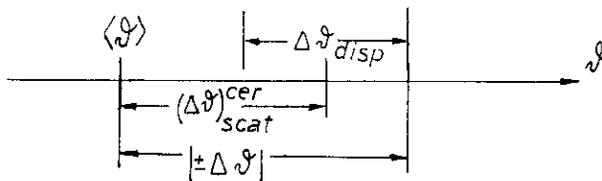
Für die folgenden Formeln sind hier die verwendeten Symbole erklärt :

- a Photoelektronenzahl
- n Brechungsindex
- $\alpha = 1/137$
- c Vakuumlichtgeschwindigkeit
- η Wirkungsgrad = $\frac{\text{Anzahl der ausgelösten Photoelektronen}}{\text{Anzahl der in } \Delta\nu \text{ erzeugten Photonen}}$
- L Länge des Cerenkovstrahlers
- X_0 Strahlungslänge des Cerenkovstrahlermaterials
- $E_s = \frac{21.2}{2} \text{ MeV}$ Vielfachstreukonstante nach (1.6)
- $\langle E \rangle$ mittlere Teilchenenergie im Strahler nach (1.13)
- $\pm(\Delta\vartheta)_{\text{scat}}^{\text{Cer}}$ mittlere Verschmierung des Cerenkovwinkels durch Vielfachstreuung
- $\pm\frac{1}{2}(\Delta\vartheta)_{\text{disp}}$ Verschmierung des Cerenkovwinkels durch Dispersion

(a) Richtungsauflösung bei vorgegebenem L und $\Delta\nu$

Im Abschnitt (b) wird gezeigt, wie man L und $\Delta\nu$ wählen muß, um für eine bestimmte Teilchenenergie die optimale Richtungsauflösung zu erhalten. Bei einem fertiggestellten Zähler liegen L und $\Delta\nu$ dann i.a. fest. Der statistische Vielfachstreuwinkel (1.6) und der Dispersionsfehler (1.11) ergeben zusammen eine Richtungsauflösung

$$|\pm\Delta\vartheta| = (\Delta\vartheta)_{\text{scat}}^{\text{Cer}} + \frac{1}{2}(\Delta\vartheta)_{\text{disp}} = \frac{E_s}{\langle E \rangle} \sqrt{\frac{L}{X_0}} + \frac{D\Delta\nu}{2n\sqrt{n^2-1}} \quad (1.18)$$



E_0 [GeV]	$\langle E \rangle$	$ \pm\Delta\vartheta $ mrad
0.500	0.428	16.0
1.00	0.856	9.4
2.00	1.71	6.1
3.00	2.57	5.0
4.00	3.42	4.4
5.00	4.28	4.1

Tab. 3

Auflösungsvermögen $|\pm\Delta\vartheta|$ für Plexiglas nach (1.18)

Strahlerlänge L = 10 cm ; S11-Kathode; kein besonderes Farbfilter.

Die spektrale Empfindlichkeit (Halbwertsbreite) reicht von 4100 Å (Durchlaßgrenze von 10 cm Plexiglas) bis 5000 Å (Empfindlichkeitsgrenze der S11-Kathode).

(b) Optimalisierung von L und $\Delta\nu$

Es sollen a Photoelektronen an der Photokathode des Multipliers ausgelöst werden. η sei der mittlere Wirkungsgrad, der die Überführung von Cerenkovphotonen aus dem Frequenzintervall $\Delta\nu$ in Photoelektronen beschreibt. η setzt sich aus der Quantenausbeute der Photokathode und dem Wirkungsgrad des Lichttransports zusammen.*)

Die erforderliche Anzahl der im Strahler pro cm im Intervall $\Delta\nu$ zu erzeugenden Photonen ist

$$\Delta I = \frac{a}{L \eta} \quad (1.19)$$

Das durch Farbfilter einzugrenzende Frequenzintervall ist also nach (1.2)

$$\Delta\nu = \frac{a}{L \eta} \frac{c}{2\pi\alpha} \frac{n^2}{n^2 - 1} \quad (1.20)$$

und der Dispersionsfehler

$$(\Delta\mathcal{G})_{\text{disp}} = \frac{c}{2\pi\alpha} \frac{D a}{\eta L} \frac{n}{(n^2 - 1)^{3/2}} \quad (1.21)$$

Die Richtungsauflösung des Zählers ist dann :

$$|\pm\Delta\mathcal{G}| = \frac{E_S}{\langle E \rangle} \sqrt{\frac{L}{X_0}} + \frac{c}{4\pi\alpha} \frac{D a}{\eta L} \frac{n}{(n^2 - 1)^{3/2}} \quad (1.22)$$

$|\pm\Delta\mathcal{G}|$ ist minimal bei

$$L \Delta\mathcal{G}_{\text{min}} = \left(\frac{c}{2\pi\alpha} \frac{D a}{\eta} \frac{\langle E \rangle}{E_S} \right)^{2/3} \frac{n^{2/3}}{n^2 - 1} X_0 \quad (1.23)$$

die zugehörige optimale Richtungsauflösung ist

$$\Delta\mathcal{G}_{\text{min}} = \frac{3}{2} \frac{E_S}{\langle E \rangle} \sqrt{\frac{L \Delta\mathcal{G}_{\text{min}}}{X_0}} \quad (1.24)$$

und das optimale Frequenzintervall

$$\Delta\nu_{\Delta\mathcal{G}_{\text{min}}} = \frac{a}{L_{\Delta\mathcal{G}_{\text{min}}} \eta} \frac{c}{2\pi\alpha} \frac{n^2}{n^2 - 1} \quad (1.25)$$

Die günstigste Strahlerlänge hängt von der Teilchenenergie ab, bei der der Zähler besonders gut auflösen soll. Zur Einhaltung der optimalen spektralen Durchlaßbreite sind Farbfilter erforderlich.

*) Siehe Anh. 1

Tab. 4

$\langle E \rangle$ [GeV]	E_0	$ \pm \Delta \vartheta_{\min} $ [mrad]	$L_{\Delta \vartheta_{\min}}$ [cm]	$\Delta \lambda_{\Delta \vartheta_{\min}}$ [Å]
0.500	0.540	7.8	2.1	680
1.00	1.13	4.9	3.3	430
2.00	2.45	2.9	5.1	280
3.00	3.96	2.3	6.7	220
4.00	5.66	1.9	7.8	180

Optimalisiertes Auflösungsvermögen
 $|\pm \Delta \vartheta_{\min}|$ für Plexiglas nach (1.24)

Strahlerlänge und Durchlaßbreite
 des Farbfilters bei 4250 Å sind
 der jeweiligen Teilchenenergie
 angepaßt.

$\eta = 0.05$; $a = 10$

Für $L \neq L_{\Delta \vartheta_{\min}}$ können wir jetzt prägnanter schreiben :

$$\Delta \vartheta = \Delta \vartheta_{\min} \left(\frac{2}{3} \sqrt{L/L_{\Delta \vartheta_{\min}}} + \frac{1}{3} \frac{1}{L/L_{\Delta \vartheta_{\min}}} \right) \quad (1.26)$$

$$\Delta \nu = \Delta \nu_{\Delta \vartheta_{\min}} \frac{L_{\Delta \vartheta_{\min}}}{L} \quad (1.27)$$

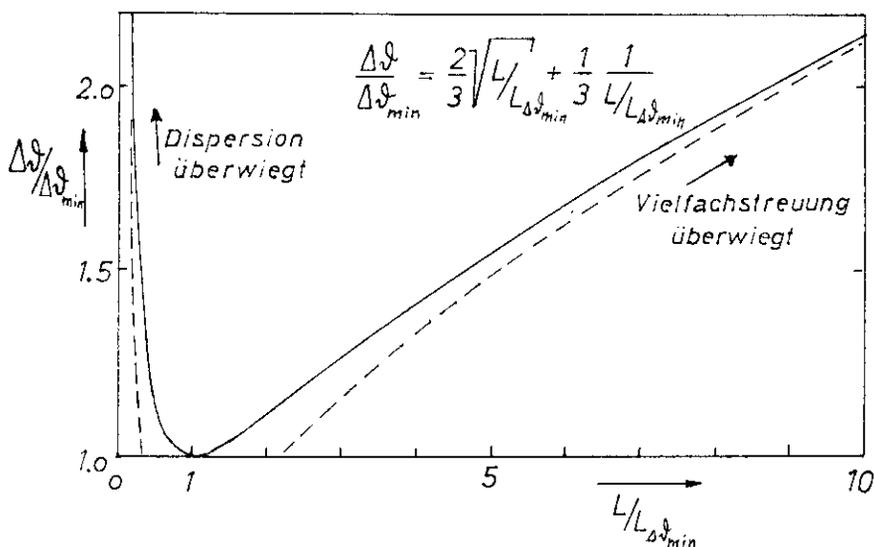


Abb. 2

Auflösungsvermögen
 als Funktion der
 Strahlerlänge

(für beliebiges
 Strahlematerial)

1.5 Photoelektronenzahl und Ansprechwahrscheinlichkeit

Die mittlere Anzahl der erforderlichen Photoelektronen a richtet sich nach der gewünschten Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählers. Die relative quadratische Schwankung der Multipliersignale ist nach Morton (siehe [18] Seite 102) im Mittel :

$$\frac{\langle \Delta^2 p \rangle}{p^2} = \frac{1}{a} \frac{\sigma^{m+1} - 1}{\sigma^m (\sigma - 1)} \quad m \gg 1 \quad \approx \quad \frac{1}{a} \frac{\sigma}{\sigma - 1} \quad (1.28)$$

σ mittlerer Sekundäremissionskoeffizient
 m Anzahl der Dynoden (siehe Abb. 48)

Unter der Annahme einer Poissonverteilung ist die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen zu „übersehen“ :

$$w(0) = e^{-a} \frac{\sigma - 1}{\sigma} \quad (1.29)$$

Bei einer Stromverstärkung von 10^8 und 14 Stufen ist $\sigma = 3.7$. Man erhält dann folgenden Zusammenhang zwischen der Photoelektronenzahl a und der Ansprechwahrscheinlichkeit $\xi = 1 - w(0)$: *

Tab. 5	ξ	50 %	90 %	99 %	99.75 %	99.9 %
	a	1.2	3.9	7.7	10.0	11.6

1.6 Richtungsauflösung und Ansprechwahrscheinlichkeit

Die bisher benutzte Richtungsunschärfe $|\pm \Delta \mathcal{J}|$ wollen wir als Standardbreite der Verteilungsfunktion $\frac{d a(\mathcal{J})}{d \mathcal{J}}$ auffassen. Aus dieser Verteilung schneidet man mit einer Blende der Breite $2\Delta \mathcal{J}_{Bl}$ den Photoelektronenanteil heraus :

$$a(\mathcal{J}) = \int_{\mathcal{J} - \Delta \mathcal{J}_{Bl}}^{\mathcal{J} + \Delta \mathcal{J}_{Bl}} \frac{d a(\mathcal{J}')}{d \mathcal{J}'} d \mathcal{J}' \quad (1.30)$$

$a(\mathcal{J})$ selbst ist der Mittelwert einer Poissonverteilung :

$$W(x) = \frac{a^x}{x!} e^{-a} \stackrel{a \geq 5}{\approx} \frac{1}{\sqrt{2\pi a}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2a}} \quad (1.31)$$

Die Signalthöhenverteilung am Multipliaerausgang ist demgegenüber etwas stärker verschmiert. Wir können dies in einfacher Weise berücksichtigen, indem wir nach (1.28) transformieren :

$$a \longrightarrow \tilde{a} = \frac{\sigma - 1}{\sigma} a \quad (1.32)$$

Die Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählers ist der Signalanteil oberhalb der Diskriminatorschwelle x_s der Elektronik :

$$\xi(\mathcal{J}) = \int_{x_s}^{\infty} \tilde{W}(x) dx \quad (1.33)$$

z.B. beträgt $\xi = 0.5$, wenn man bei der mittleren Signalamplitude abschneidet ($x_s = \tilde{a}$). Die Tilde soll die Signalthöhenverteilung von der Photoelektronenverteilung unterscheiden.

*) Gilt nur bei vernachlässigbar kleiner Diskriminatorschwelle der Elektronik.

Wir interessieren uns für die Halbwertsbreite der glockenförmigen Kurve $\varepsilon(\vartheta)$ und den Zusammenhang mit der auf $\frac{d a(\vartheta)}{d \vartheta}$ bezogenen Standardbreite $|\pm \Delta \vartheta|$. Formal hat man folgendermaßen vorzugehen :

Man bestimmt \tilde{a} aus der Gleichung *)

$$1 - \Phi \left(\frac{x_s - \tilde{a}}{\sqrt{\tilde{a}}} \right) = \frac{\varepsilon^{\max}}{2} \quad (1.34)$$

und sucht den zugehörigen Verdrehungswinkel bei $a(\vartheta)$ auf.

Die folgende Tabelle gibt die (halbe) theoretische Halbwertsbreite von $\varepsilon(\vartheta)$ für verschiedene Blendenbreiten, Ansprechwahrscheinlichkeiten und Photoelektronenzahlen an. $\frac{d a(\vartheta)}{d \vartheta}$ ist dabei als Normalverteilung angenommen worden.

$\frac{\Delta \vartheta_{Bl}}{ \pm \Delta \vartheta }$	$a^{to} = 15$		$a^{to} = 40$			$a^{to} = 80$		
	a^{\max}	$\frac{\Delta \vartheta_{\varepsilon/2}}{ \pm \Delta \vartheta }$	a^{\max}	$\frac{\Delta \vartheta_{\varepsilon/2}}{ \pm \Delta \vartheta }$		a^{\max}	$\frac{\Delta \vartheta_{\varepsilon/2}}{ \pm \Delta \vartheta }$	
		ε^{\max}		ε^{\max}	ε^{\max}		ε^{\max}	
		68 % 95 %		68 % 95 %		68 % 95 %		
0.375	4.4	1.09 -	11.7	0.83 1.34	23.4	0.68 1.04		
0.75	8.3	0.95 1.65	22.2	0.72 1.13	44.4	0.60 0.90		
1	10.2	0.99 1.61	27.3	0.78 1.16	54.6	0.69 0.97		
1.5	13.0	1.13 1.76	34.6	0.89 1.30	69.2	0.74 1.06		
2	14.3	1.45 2.10	38.2	1.11 1.62	76.4	1.00 1.36		

Tab. 6 Halbe Halbwertsbreite von $\varepsilon(\vartheta)$ in Einheiten der Standardbreite von $\frac{d a(\vartheta)}{d \vartheta}$

a^{to} : totale Photoelektronenzahl bei fehlender Blende ($\Delta \vartheta_{Bl} = \infty$)

Eine relativ hohe Richtungsauflösung (kleines $\Delta \vartheta_{\varepsilon}$) ist mit einer relativ niedrigen Ansprechwahrscheinlichkeit ε^{\max} gekoppelt und umgekehrt. Die Zahl der Photoelektronen ist von erheblichem Einfluß auf die Richtungsauflösung.

*)
$$\Phi(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\zeta} e^{-t^2/2} dt$$

1.7 Schlußfolgerungen

Als Strahlermaterial sind von flüssigen und festen Substanzen bei normalen Temperaturen um 20°C am geeignetsten :

- a) Leichte Kohlenwasserstoffe, insbesondere Pentane
- b) Transparente Kunststoffe wie z.B. Plexiglas

Optimale Richtungsauflösung bezogen auf die Cerenkovlichtausbeute diene als Kriterium für diese Auswahl.

Das „physikalische“ Auflösungsvermögen wird ausschlaggebend durch Vielfachstreuung und Dispersion im Strahlermaterial bestimmt. Wenn das technische Auflösungsvermögen des Zählers, etwa wegen der Qualität der optischen Bauelemente, entsprechend gut ist, könnte es sich lohnen, mit Farbfiltern eine weitere Verbesserung zu versuchen.

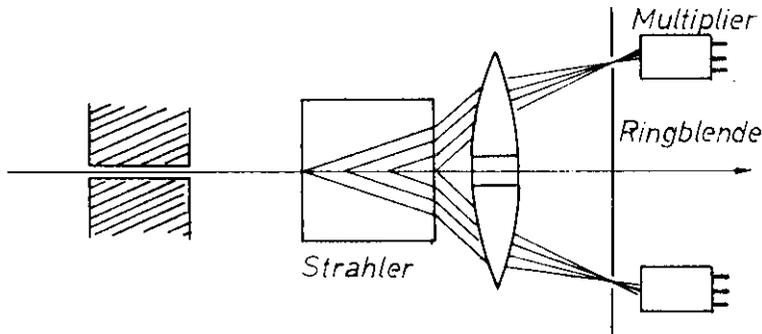
Bei Verzicht auf besondere Farbfilter ergibt das durchgerechnete Beispiel (10 cm Plexiglas) bei einer Ansprechwahrscheinlichkeit nahe 95 % im Maximum und Elektronenenergien zwischen 0.5 und 5 GeV günstigstenfalls eine Richtungsauflösung (volle Halbwertsbreite der $\varepsilon(\vartheta)$ Kurve) von : 29 bis 8 mrad

Durch Herabsetzen der Multipliierverstärkung kann man die Richtungsauflösung um einen Faktor $1/2$ bis $1/3$ verbessern. Die Ansprechwahrscheinlichkeit im Maximum sinkt dabei aber beträchtlich ab.

2 Optische Überlegungen

2.1 Fokussierende Cerenkovzähler

Fast alle Varianten von Cerenkovzählern, die Geschwindigkeit oder Richtung von Teilchen messen, sind fokussierend, d.h. sie besitzen Sammellinsen oder Hohlspiegel, die den Cerenkovlichtkegel auf einen Ring oder Punkt abbilden.



Standartbeispiel
eines fokussierenden
Cerenkovzählers

Abb. 3

Größe und Lage des Fokalringes hängen von der Geschwindigkeit ($\cos \vartheta = \frac{1}{n \cdot \beta}$) und von der Richtung des geladenen Teilchens ab. Eine geeignete Ringblende bewirkt daher, daß nur Teilchen mit bestimmter Geschwindigkeit und Richtung wahrgenommen werden (Abb.4).

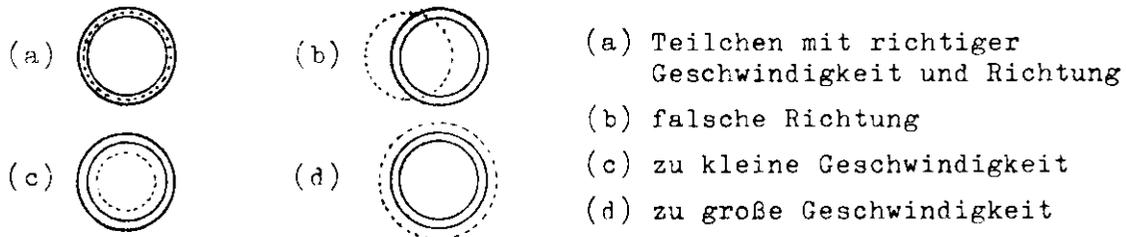


Abb.4 Relative Lage des Lichtringes (punktirt) zur Ringblende

Die in Abb. 3 skizzierte optische Anordnung kann auf mannigfache Weise abgewandelt werden. Beispiele fokussierender Cerenkovzähler sind u.a. beschrieben bei [16,17].

Zusammenfassende Übersichten geben Jelley [18], Hutchinson [19] und Schultze [20]. Dort findet man eine ausführliche Liste weiterer Referenzen.

2.2 Entwurf der Zählergeometrie

Von G. Lutz wurde ein fokussierender Cerenkovzähler vorgeschlagen, der Strahlermaterial, fokussierende Optik und Blende in einem einzigen kompakten Block vereinigen sollte [15].

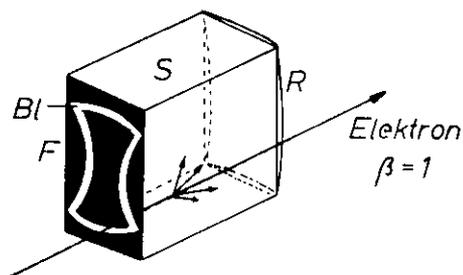


Abb.5 Entwurf von G.Lutz

- S Strahler (Glas oder Flüssigkeit)
- R Rückseite : als fokussierender Spiegel ausgebildet
- F Fokalebene
- Bl Blende für das teilweise an den Seitenflächen gespiegelte Ringbild

Die Vorzüge einer solchen Bauweise erscheinen auf den ersten Blick bestechend. Es zeigt sich aber :

In flüssigen und festen Strahlermaterialien erzeugen relativistische Teilchen stets sehr große Cerenkovwinkel (siehe Seite 9). Das Ringblendenornament auf der Frontfläche wird deshalb bei einem vernünftigen Öffnungsverhältnis wegen mehrfacher Reflexionen an den Seitenflächen sehr viel komplizierter als in Abb.5.

Nur für Cerenkovphotonen, deren Bahnverlängerung die optische Achse schneidet, gibt es Spiegel, die auch bei großen Cerenkovwinkeln noch ideal fokussieren. Man muß durch eine entsprechende Zählergeometrie dafür sorgen, daß von vornherein Photonen mit annähernd diesen Eigenschaften produziert werden. Gerade dies ist aber bei der oben gezeigten Blockform keineswegs der Fall.

Es wurde deshalb eine andere Zählergeometrie gewählt (Abb. 6) :

1. Das Fokalbild ist ein einfacher Ring und hängt von der Länge und Breite des Strahlers nicht ab. Die effektive Strahlerlänge kann daher durch Austausch eines Verlängerungsstutzens in einfacher Weise auch nachträglich verändert werden. *)

*) In Anh. 2 wird gezeigt, daß mehr als 97 % des Lichts an den Seitenflächen des Verlängerungsstutzens totalreflektiert wird.

2. Das Cerenkovlicht entsteht überwiegend in der Nähe der optischen Achse. Dies ist von entscheidender Bedeutung für die Qualität der Fokussierung. Elektronen, die außerhalb des Verlängerungsstutzens einfallen, werden diskriminiert, allerdings ist die Nachweiswahrscheinlichkeit dort nicht streng null.
3. Beibehalten wurde das Konzept, Strahler, Spiegel und Blende - also alle richtungsdefinierenden Teile - in einem kompakten Stück zusammenzufassen. Dadurch werden Justierungsprobleme vermieden und das System ist einfach zu handhaben.

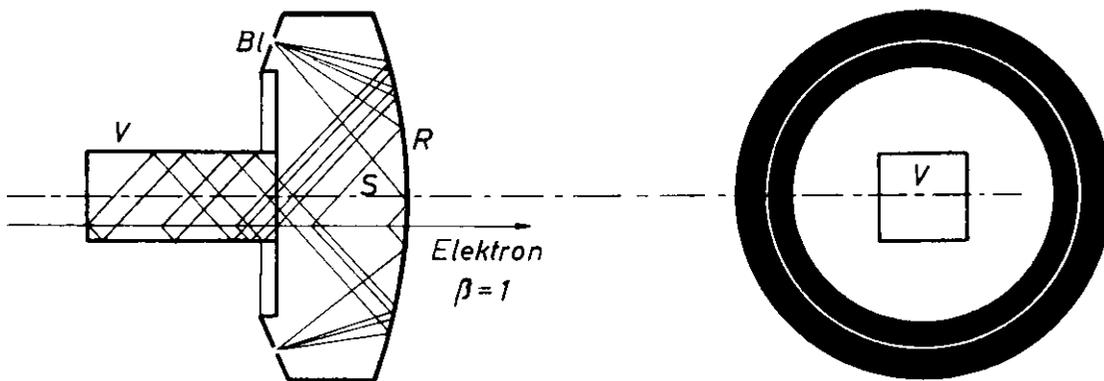


Abb. 6 Endgültiger Entwurf

- Bl Ringblende
- R verspiegelte, fokussierende Rückseite
- S+V Strahler mit Verlängerungsstutzen (Plexiglas)

2.3 Abbildungseigenschaften verschiedener Spiegelformen

2.3.1 Unmöglichkeit exakter Abbildung für Teilchen außerhalb der optischen Achse. Bestmögliche Näherungen.

Wünschenswert wäre ein lichtsammelnder Spiegel, der für Teilchen von beliebiger Einfallshöhe konstante Abbildungseigenschaften hat. Die folgende Überlegung zeigt aber, daß es keine Spiegelform gibt, die dies in mathematischer Strenge leistet. Siehe Abb. 7 :

Cerenkovlicht, erzeugt von Teilchen einheitlicher Richtung, kann in irgendeinem Aufpunkt P des lichtsammelnden Spiegels nur entlang der

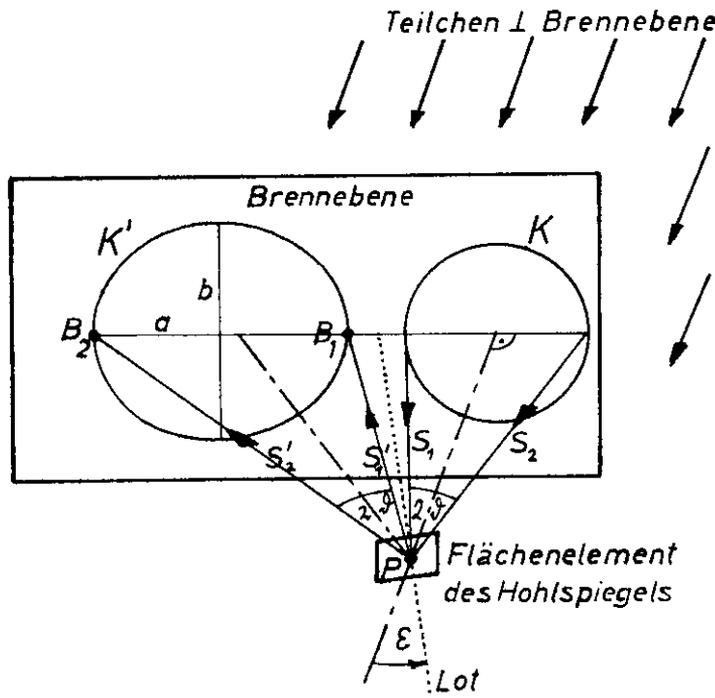
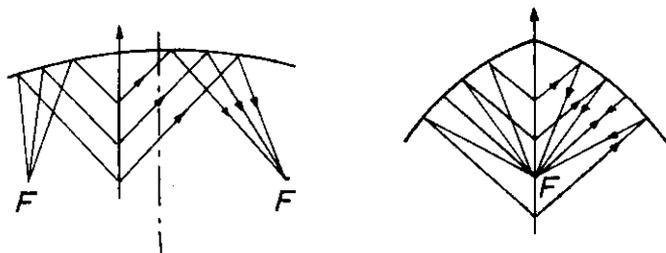


Abb. 7
Entstehung der Fokalellipsen

Mantellinien eines Kreiskegels K mit dem Öffnungswinkel 2ϑ einfallen. Auch die Gesamtheit der von diesem Punkt reflektierten Strahlen bildet dann wieder einen solchen Kegel K', der allerdings bei Neigung des Einfallslotes zur Teilchenrichtung gegenüber dem ersten gekippt ist. Der Kegel des reflektierten Lichtes schneidet die Brennebene also in einer Ellipse. Das Achsenverhältnis der Ellipse hängt in einfacher Weise mit der Neigung ϵ der betreffenden Spiegelstelle zusammen :

$$\frac{b}{a} = \cos 2\epsilon$$

Der ringförmige Fokus wird also mit zunehmender Neigung der abbildenden Spiegelzonen immer stärker verschmiert. Z.B. haben aus diesem Grund Spiegel mit einem spitzen Scheitel, die einen punktförmigen Fokus ermöglichen, nur für zentral einfallende Teilchen brauchbare Eigenschaften (Abb. 8).



gut

schlecht

(a) ringförmiger

(b) punktförmiger Fokus

Abb. 8

Konstanz der Abbildungseigenschaften mit der Einfallshöhe der Teilchen

Nach diesen Überlegungen erscheinen zwei Näherungen besonders vorteilhaft :

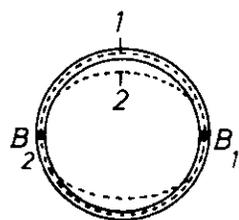
(a) Zweiseitige Berührung der Fokalellipse eines Spiegelpunktes mit der kreisförmigen Ringblende: Abb.9a

Um dies zu erreichen, muß man über Abstand und Neigung des betreffenden infinitesimalen Spiegelstückchens zur Brennebene frei verfügen können : Man erhält einen rotationssymmetrischen Stufenspiegel (siehe 2.3.3).

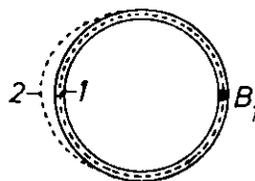
(b) Einseitige Berührung der Fokalellipse: Abb.9b

Hier sind nur Abstand oder Neigung der Flächenelemente des Spiegels vorgeschrieben. Der Spiegel kann daher glatt sein.(siehe 2.3.4).

Eine ideale Fokussierung ist also nur in den Berührungspunkten B_1, B_2 der Fokalellipsen erreichbar. Die entsprechenden Lichtstrahlen S_1, S_2 sind mit der optischen Achse und dem Einfallslot komplanar.



(a) Stufenspiegel



(b) Glatter Spiegel

Abb.9 Relative Lage der Fokalellipsen zur Ringblende für verschiedene Spiegelpunkte :
1 Spiegelmitte, 2 außerhalb der Mitte (schematisch)

2.3.2 Kugelspiegel

Der Kugelspiegel entspricht keiner der im vorigen Kapitel betrachteten Näherungen. Trotzdem wollen wir, bevor wir uns komplizierteren Spiegelformen zuwenden, klären, was ein einfacher Kugelspiegel bei großen Cerenkovwinkeln ($\approx 45^\circ$) noch zu leisten vermag.

(a) Wir gehen zunächst von der Geometrie der paraxialen Näherung aus, bei der der Krümmungsradius gleich der doppelten Brennweite ist

$$R = 2 f$$

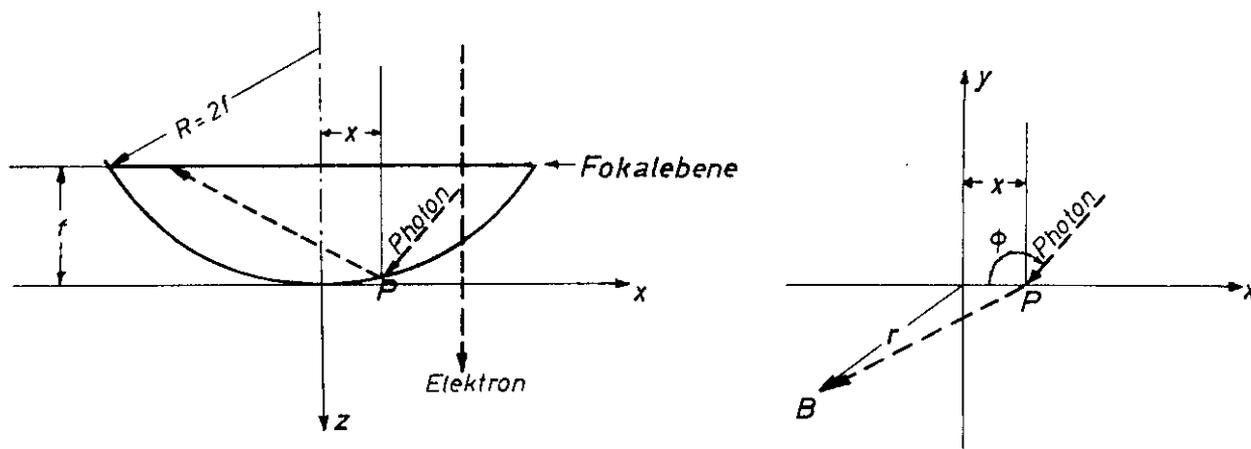


Abb. 10 Definitionsgrößen der Abbildungsgleichung beim Kugelspiegel (projizierte Bahnen sind gestrichelt)

Eine Plankonvexlinse ist an ihrer gewölbten Seite verspiegelt. Die Cerenkovlicht erzeugenden Elektronen mögen parallel zur optischen Achse z einkommen (Abb. 10). Wir betrachten ein beliebiges Cerenkovphoton und wählen die x -Achse jeweils so, daß der Reflexionspunkt P in der xz -Ebene liegt. Das Photon wird durch die Einfallshöhe x und den Azimutwinkel Φ gegenüber dieser Ebene beschrieben. Gesucht ist der Abstand r des Bildpunktes B von der optischen Achse, also die Abbildungsgleichung

$$r = r(x, \Phi)$$

Die trigonometrische Rechnung wird in Anh. 3 vorgeführt. Abb. 11 zeigt die numerische Auswertung für den Cerenkovwinkel $\mathcal{J} = 48^\circ$ (Plexiglas). Bei idealer Ringfokussierung müßten alle Punkte auf der horizontalen Geraden $r = r_0 = f \operatorname{tg} \mathcal{J}$ liegen.

Offenbar ist die Fokussierung schlecht. Selbst in unmittelbarer Nähe des Spiegelzentrums $x = 0$ ist der Lichtring stark verschmiert, weil die Kurven nicht mit horizontaler Tangente beginnen.

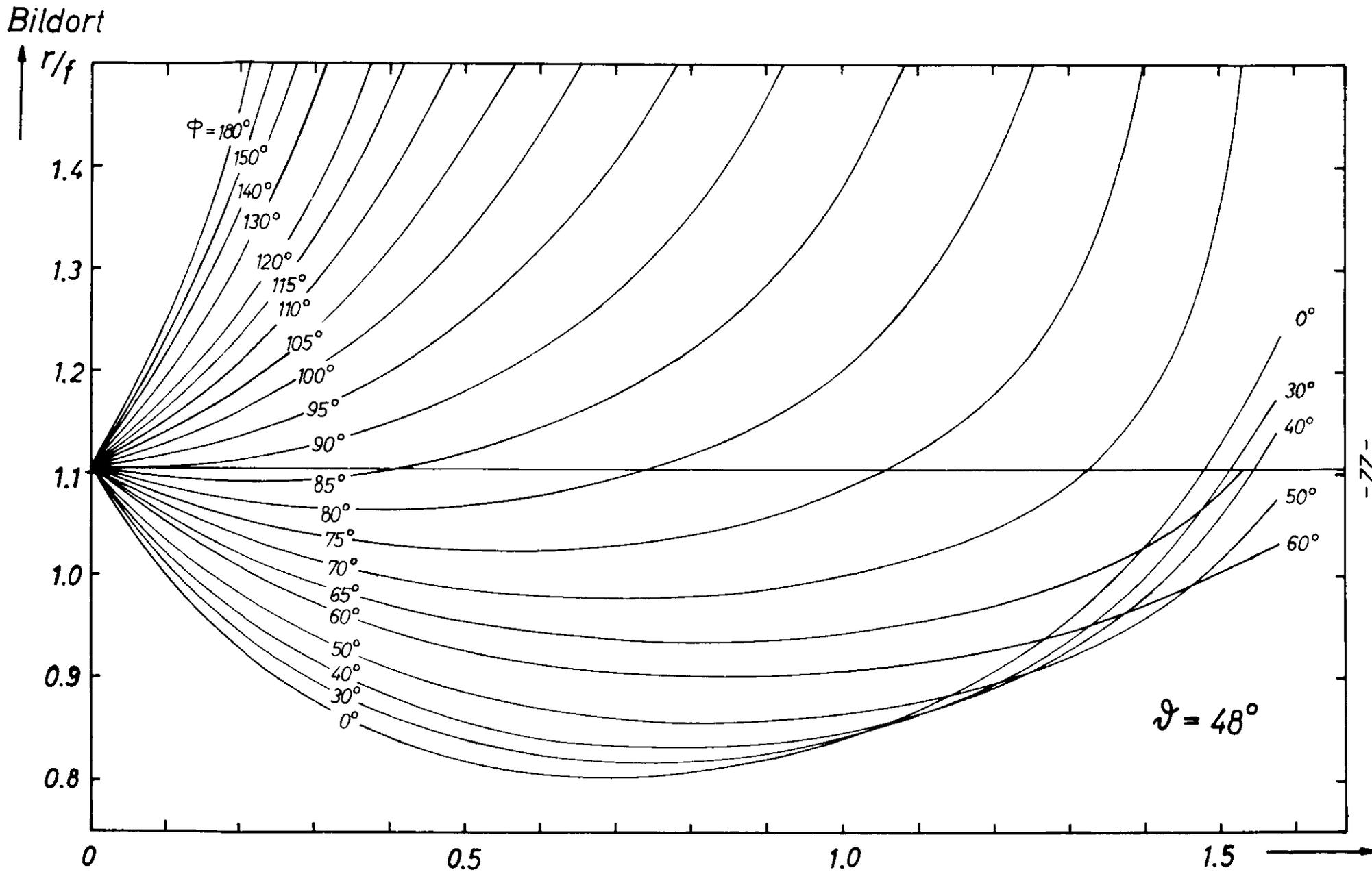
- (b) Wir können aber durch Vergrößerung des Kugelradius R erreichen, daß alle Kurven bei $x = 0$ horizontal einmünden :

Bezeichnen wir die Spiegelneigung in P mit ϵ , so ist der Bildort

$$r = (f - R + \sqrt{R^2 - x^2}) \operatorname{tg}(\mathcal{J} \mp 2\epsilon) \pm x \quad \text{für Photonen mit}$$

$$\Phi = 0$$

$$\text{bzw. } \Phi = \pi$$



-22-

Abb.11 Kugelspiegel $R = 2f$

Photoneneinfallshöhe x/f

In beiden Fällen führt die Forderung $\left. \frac{dr}{dx} \right|_{x=0} = 0$ auf den Spiegelradius

$$R = \frac{2f}{\cos^2 \vartheta}$$

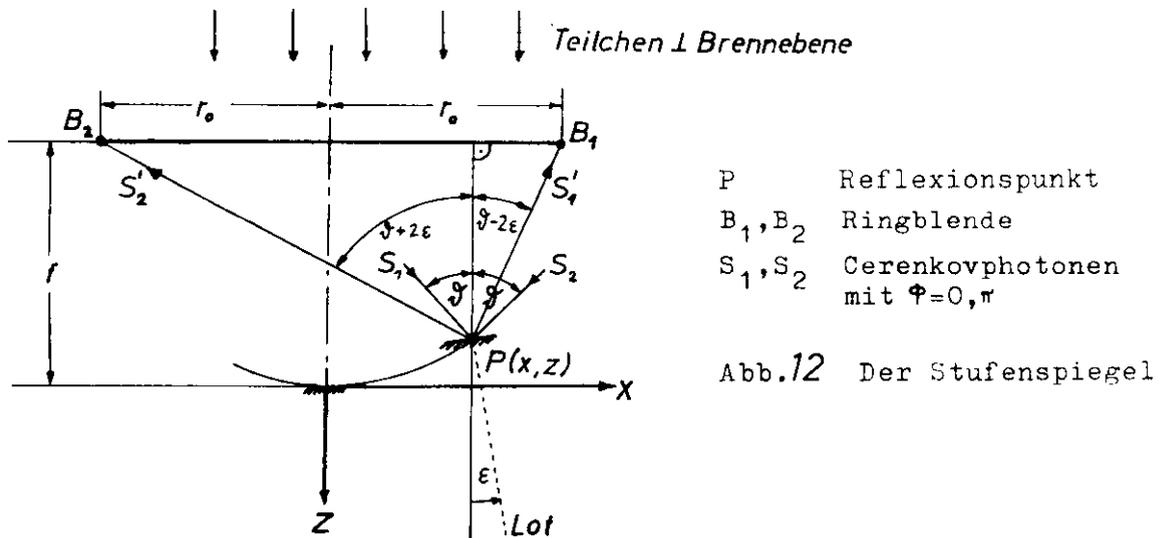
Dies ist eine Verallgemeinerung des paraxialen Falles ($\vartheta = 0$).
 Abb.13 zeigt die Abbildungseigenschaften eines Kugelspiegels mit dem verbesserten Radius wiederum für $\vartheta = 48^\circ$.

Offenbar haben auch alle anderen Cerenkovphotonen das gewünschte asymptotische Verhalten am Spiegelscheitel. Bei einem Öffnungsverhältnis $\frac{x}{f} = 0.15$ beträgt die Bildunschärfe $\frac{\Delta r}{r} = 1\%$ und wächst dann sehr schnell an. Ferner erkennt man, daß die bevorzugte Erzeugung von Photonen mit $\phi = 0$ durch achsennahe Elektronen hier keine Verbesserung der Fokussierung ermöglicht.

2.3.3 Stufenspiegel

Entsprechend dem in 2.3.1 angekündigten Programm soll jetzt eine Spiegelform bestimmt werden, die eine zweiseitige Berührung der Fokalellipsen mit der Ringblende liefert. Siehe Abb.12 :

Die in der xz-Ebene einfallenden Photonen (Azimut $\Phi = 0, \pi$) sollen von einem beliebigen Reflexionspunkt P dieser Ebene auf die Ringblendepunkte B_1, B_2 abgebildet werden. Die Koordinaten (x, z) und die Neigung ε des Einfallslotes in P sind dann eindeutig vorgeschrieben.



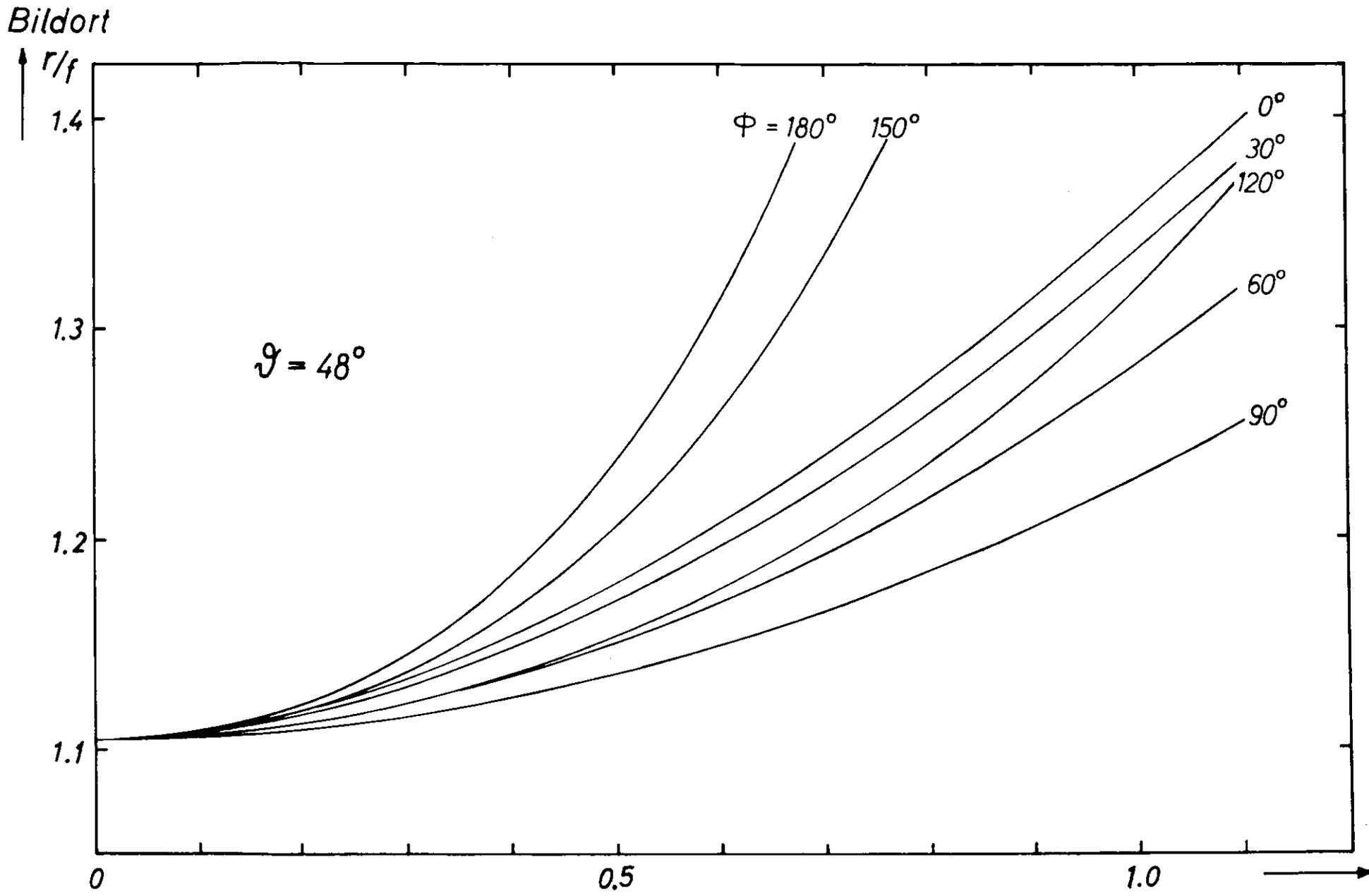


Abb.13 Kugelspiegel $R = \frac{2f}{\cos^2 \theta}$

Photoneneinfallshöhe x/f

a) Koordinaten des Reflexionspunktes

Die in P reflektierten Strahlen S_1' , S_2' bilden mit der optischen Achse die Winkel $(\vartheta - 2\varepsilon)$ bzw. $(\vartheta + 2\varepsilon)$. Die feste Strecke $B_1B_2 = 2r_0$ erscheint von P also unter dem von ε unabhängigen Winkel 2ϑ und darum beschreibt P den Kreis

$$x^2 + (z + R)^2 = R^2$$

vom Radius

$$R = \frac{f}{2} (1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta)$$

b) Neigung des Einfallslotes

Die Neigung des infinitesimalen Spiegelstückchens in P weicht von der Neigung der Kugelfläche an dieser Stelle ab: Der Spiegel ist stufenförmig.

Aus

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg}(\vartheta + 2\varepsilon) = \frac{r_0 + x}{f + z} \\ r_0 = f \operatorname{tg} \vartheta \end{array} \right.$$

erhält man

$$\operatorname{tg} \varepsilon = V + \sqrt{V^2 + 1} \quad \text{mit} \quad V(x) = \frac{\sqrt{R^2 - x^2} + R + x \operatorname{tg} \vartheta}{(\sqrt{R^2 - x^2} - R) \operatorname{tg} \vartheta - x}$$

Abb. 14 zeigt den Bildort von Cerenkovphotonen mit beliebigem Azimut Φ . Die Kurven wurden wieder durch Einsetzen von x , $z(x)$, $\varepsilon(x)$ in die allgemeine Abbildungsgleichung berechnet (Anh. 3).

Photonen mit $\Phi = 0$ und $\Phi = \pi$ haben nach Konstruktion über der ganzen Spiegelöffnung den konstanten Bildort $r = r_0 = f \operatorname{tg} \vartheta$.

Auch für Photonen mit kleinem Azimut bis etwa $\Phi = 30^\circ$ ist die Fokussierung recht gut. In der Umgebung von $\Phi = \pi$ jedoch ist die Abbildungsqualität bei großen Einfallshöhen sehr schlecht.

2.3.4 Schrägparabolischer Spiegel

Wir befassen uns jetzt mit einer Spiegelform, die noch bessere Resultate als der Stufenspiegel liefert, wenn man auf die Fokussierung von Photonen mit $\Phi \approx \pi$ verzichtet.

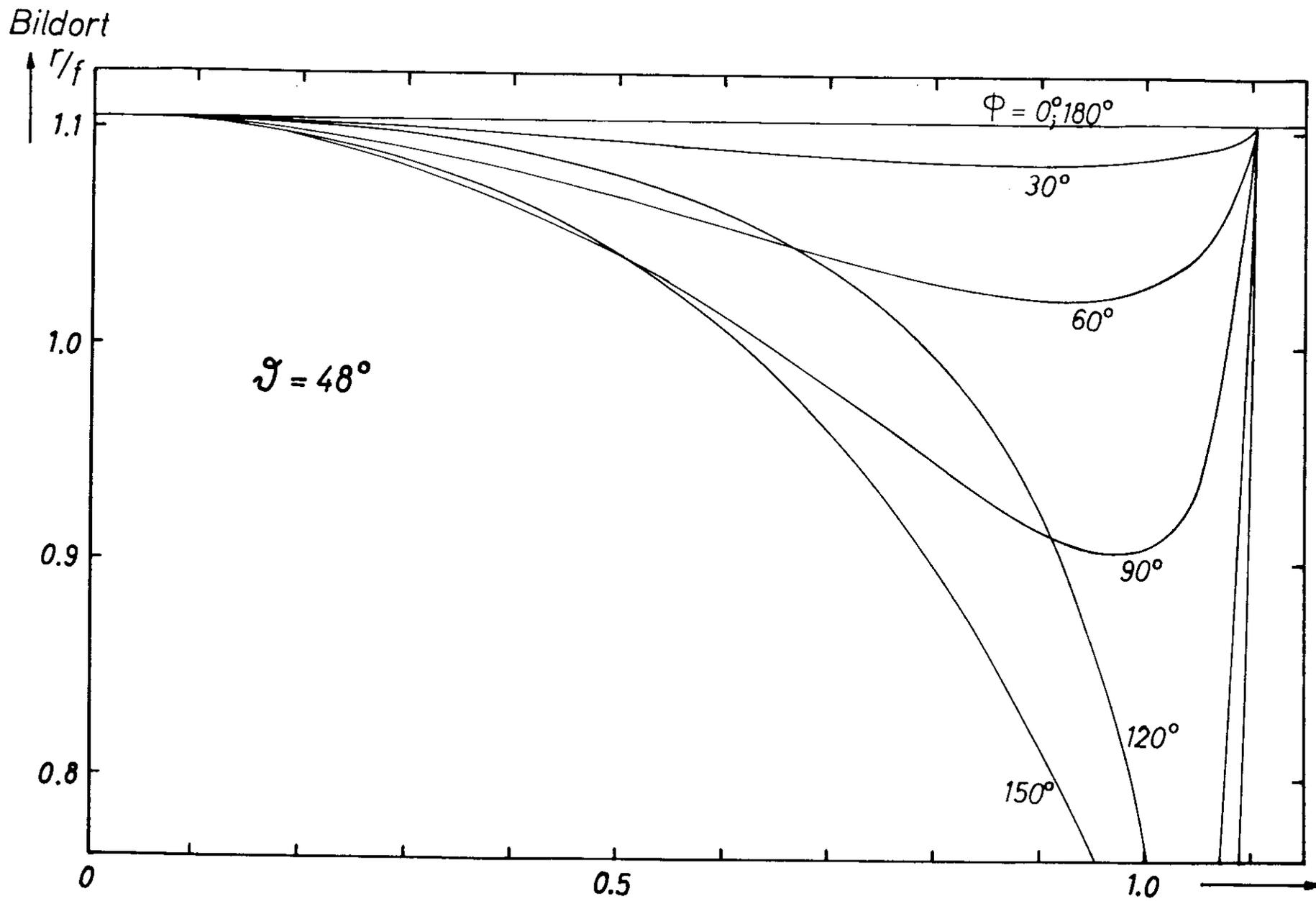


Abb.14 Stufenspiegel

Photoneneinfallshöhe x/f

Die Fokussierung soll nur noch für die Photonenklasse mit $\Phi = 0$ exakt sein (einseitige Berührung der Fokalellipsen mit der Ringblende). Wir können uns diese Photonen durch in der optischen Achse einfallende Elektronen erzeugt denken. In einem zentralen Schnitt durch den Spiegel haben wir dann zwei Scharen paralleler Photonen, die wir auf die Bildpunkte B_1 bzw. B_2 abbilden wollen (Abb. 15). Man kann die Lösung sofort ohne Rechnung angeben: Eine gewöhnliche Parabel fokussiert achsenparallele Strahlen exakt im Brennpunkt. Die gewünschte Spiegelform wird also von einer im Brennpunkt um den Emissionswinkel des Cerenkovlichts gekippten Parabel erzeugt. Dabei ist der Durchmesser $B_1 B_2 = 2 r_0$ des Ringfokus zunächst noch nicht festgelegt. Abb. 15 zeigt drei charakteristische Typen mit eingesenktem, glattem und spitzem Scheitel^{*}).

Nach den allgemeinen Überlegungen in 2.3.1 können wir ohne Umschweife voraussagen, daß der Typ mit glattem Scheitel die besten Abbildungseigenschaften besitzt. Für diesen ist der Radius des Ringbildes

$$r_0 = f \operatorname{tg} \vartheta$$

Wenn im folgenden auf den "schrägparabolischen Spiegel" verwiesen wird, ist stets dieser Typ gemeint. Die einzigen nicht von vornherein festgelegten Parameter sind der Cerenkovwinkel ϑ und das Absolutmaß f . Abb. 16 demonstriert das ausgezeichnete Fokussierungsvermögen. Man entnimmt daraus

Fokussierungsvermögen des schrägparabolischen Spiegels für $\vartheta = 48^\circ$		
Photonen mit Azimut	$\Phi = 0$	Exakte Ringfokussierung über der ganzen Spiegelöffnung
	$\Phi < 66^\circ$	Bildunschärfe $\Delta r/r < 1\%$ bis zu einem Öffnungsverhältnis $x/f = 1$
	$\Phi > 70^\circ$	Bildunschärfe wächst mit zunehmendem Öffnungsverhältnis stark an

Man bestätigt leicht, daß der in 2.3.1 b diskutierte Kugelspiegel zugleich die beste Kugelapproximation des Schrägparabolspiegels im Scheitel ist. Ein Vergleich der Abbildungen 13 und 16 zeigt, daß diese Näherung unbefriedigend ist.

^{*}) Der Typ mit spitzem Scheitel und punktförmigem Fokus ist auch bei Jelley [18] Seite 165 angegeben.

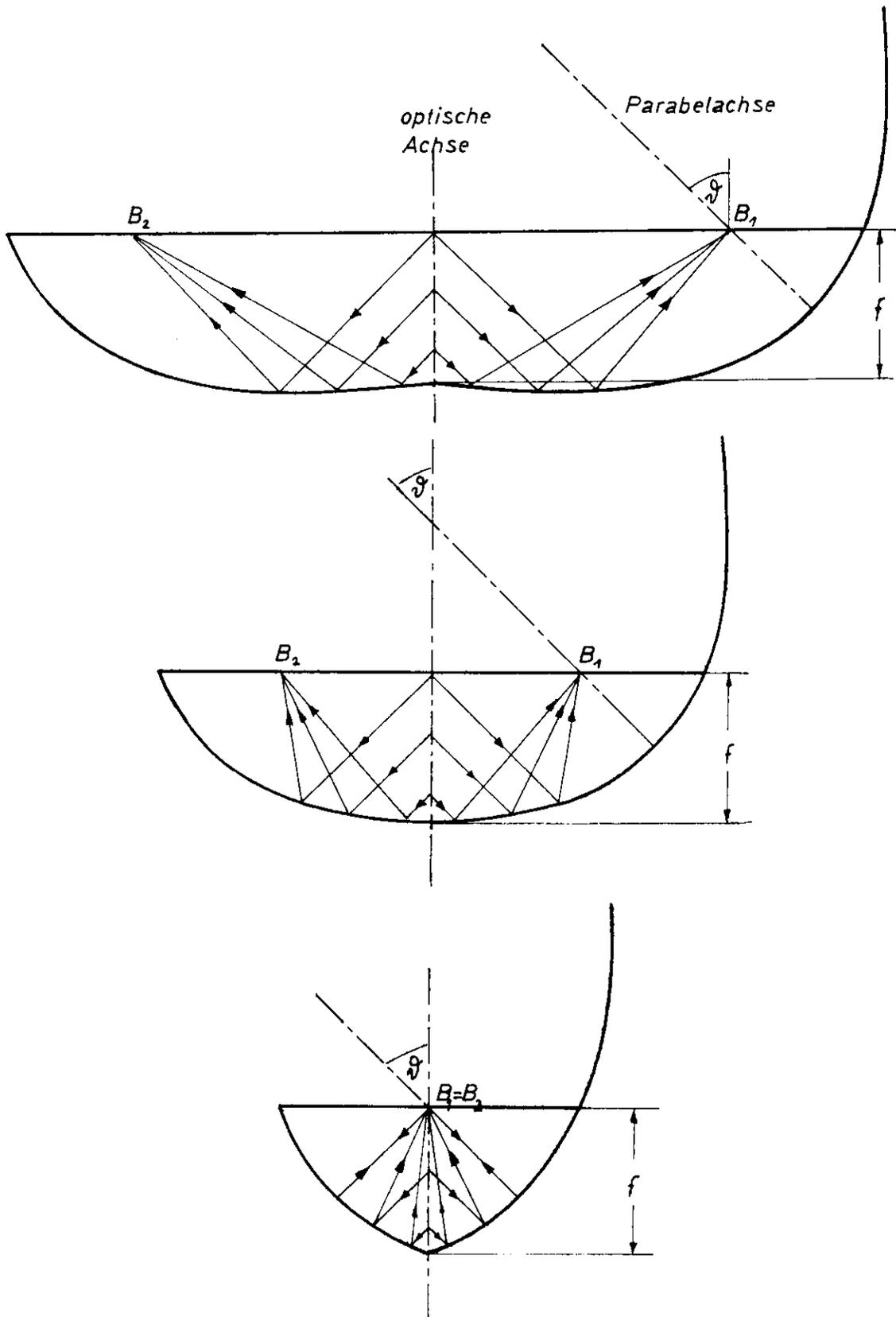


Abb.15 Drei schrägparabolische Spiegeltypen mit eingesenktem, glattem und spitzem Scheitel.
 B_1, B_2 Ringfokus; f Brennweite; ϑ Cerenkovwinkel

Bildort

r/f

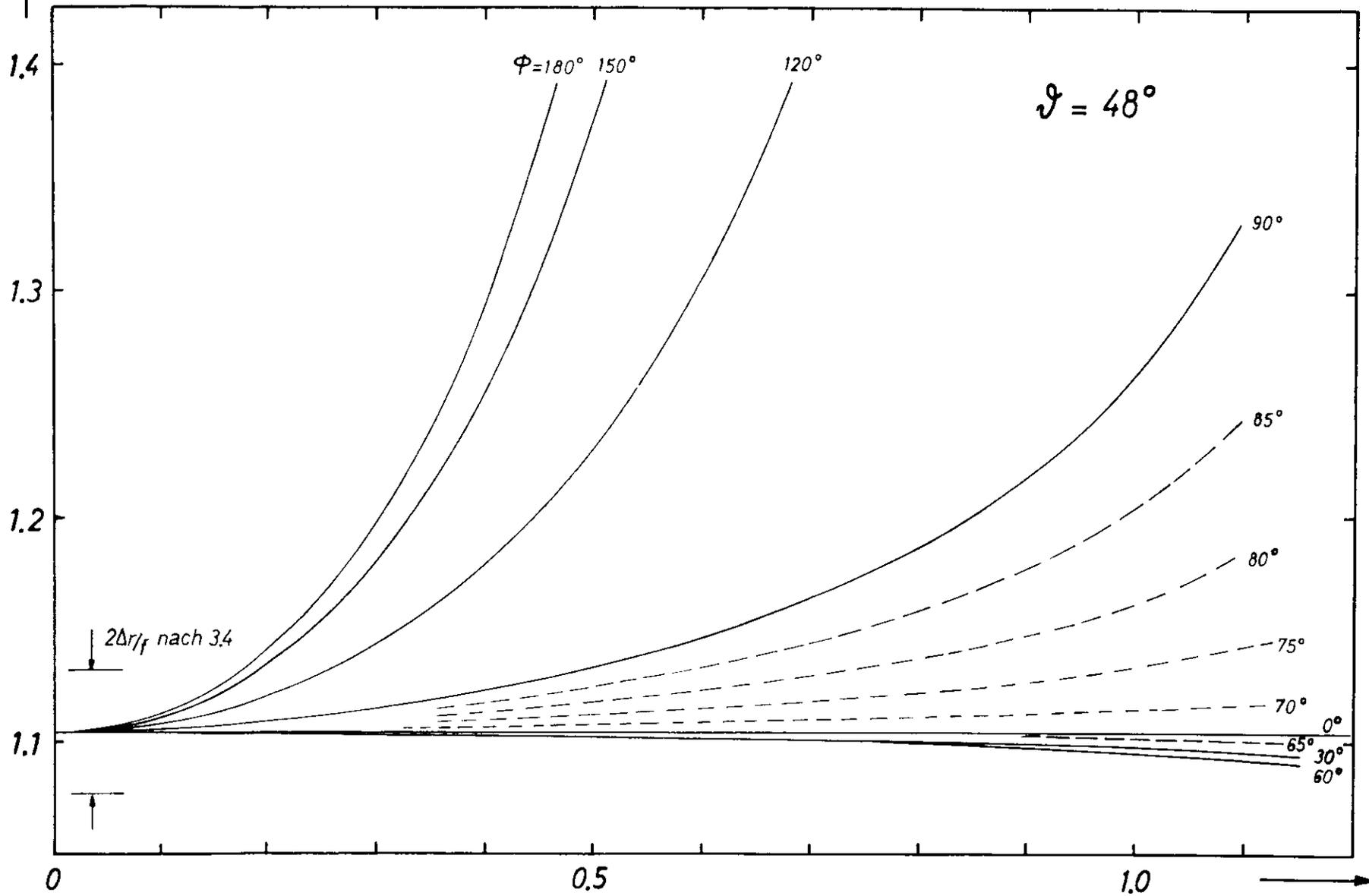


Abb.16 Schrägparabolischer Spiegel

Photoneneinfallshöhe x/f

Die schrägparabolische Spiegelform wurde schließlich wegen ihrer guten Abbildungseigenschaften beim Bau des Zählers zugrundegelegt.

2.4 Maximale Elektroneneinfallshöhe

Wir haben uns bisher mit der qualitativen Feststellung begnügt, daß achsennahe Elektronen überwiegend Cerenkovphotonen mit kleinem Azimut ϕ erzeugen.

Das Elektron möge im Abstand ξ_{E1} von der optischen Achse einfallen. Reflexionspunkte mit einem bestimmten Photonenazimut ϕ liegen auf den beiden Kreisen K_1, K_2 mit dem Radius

$$R = \frac{\xi_{E1}}{2 \sin \phi}$$

Wenn ϕ insbesondere der Grenzazimut jener Photonen ist, die der Spiegel gerade noch „gut“ abbildet, so bildet das Innere der beiden Kreise einen unbrauchbaren Bereich. Mit wachsender Elektroneneinfallshöhe wird der gut abbildende Restbereich (schraffiert) immer kleiner (Abb. 17).

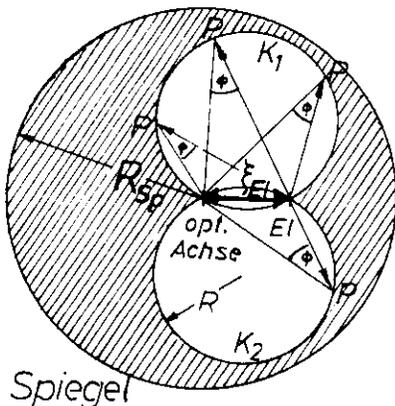


Abb. 17

Mit wachsender Elektroneneinfallshöhe ξ_{E1} nimmt der gut abbildende, schraffierte Spiegelbereich ab.

Beim schrägparabolischen Spiegel würden wir sinnvollerweise verlangen, daß

$$\phi \leq \phi_{\max} \approx 66^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{\xi_{E1}}{R} \leq 0.55$$

Bei $R = \frac{R_{Sp}}{2}$ beträgt der gut abgebildete Lichtanteil etwa noch die Hälfte. Wenn wir dies als Qualitätsgrenze zugrundelegen, ist

$$\xi_{\max} \approx \frac{R_{Sp}}{4}$$

Der in 2.2 beschriebene Verlängerungsstutzen darf dann also, wenn er seiner Aufgabe, den Pegel der abbildungsgeeigneten Photonen anzuheben, gerecht werden soll, nicht breiter als der halbe Spiegelradius sein.

3 Zählerbau

3.1 Spiegel

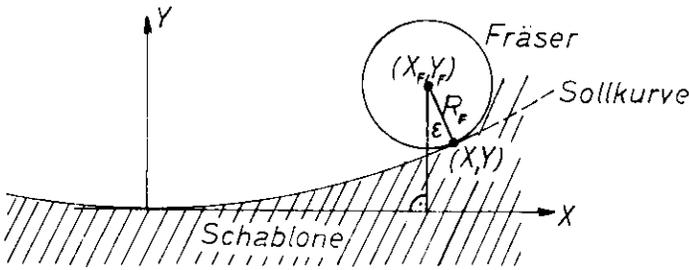
Die optischen Überlegungen zeichnen den Schrägparaboloiden eindeutig als bestmögliche Spiegelform aus, wenn es darauf ankommt, auch noch für relativ achsenferne Teilchen eine gute Lichtsammlung zu erzielen. Wir haben außerdem gesehen, daß für große Cerenkovwinkel, wie sie in Flüssigkeiten und Gläsern auftreten, eine Kugelapproximation dieser Spiegelform keine befriedigende Näherung mehr darstellt.

Es war deshalb zu überlegen, welche technischen Möglichkeiten zur Erzeugung nichtsphärischer Flächen bestehen. Mit der in der optischen Industrie üblichen Schleiftechnik können ebene und sphärische Flächen mit großer Präzision hergestellt werden. Zum Zweck der Lichtsammlung würde auch eine Genauigkeit von einigen % in der Brennweite ausreichen, eine Genauigkeit, die man auf der Drehbank erzielen kann. Unter diesem Gesichtspunkt bietet sich Plexiglas an, das sich hervorragend bearbeiten läßt und auch wegen seiner großen Strahlungslänge den anorganischen Gläsern überlegen ist.

Ein solcher Plexiglasspiegel von der in 2.3.4 beschriebenen Schrägparaboloidform wurde in der Technikerwerkstatt des DESY gedreht. Der Spiegeldurchmesser beträgt 160 mm; die Brennweite 50 mm; einschließlich des Verlängerungsstutzens aus Plexiglas von 30 x 30 mm² Querschnitt ist der Strahler 100 mm lang. Mit diesem Exemplar sind die in dieser Arbeit vorgelegten Messungen durchgeführt worden. Die Spiegelform wurde durch wiederholtes Vergleichen mit einer entsprechenden Blechschablone erzielt. Günstiger erscheint die Benutzung einer programmierbaren Drehbank.

3.2 Schablone

Nachdem der Cerenkovwinkel und die Brennweite - die einzigen freien Parameter des Spiegels - festgelegt waren, konnte die Erzeugungskurve in rechtwinkligen Koordinaten berechnet und danach auf der Fräsbank eine Blechschablone angefertigt werden. Dabei muß der endliche Durchmesser des Fräasers berücksichtigt werden (Abb.19).



$$X_F = X - R_F \sin \epsilon$$

$$Y_F = Y + R_F \cos \epsilon$$

X, Y Sollkoordinaten
 X_F, Y_F auf der Fräsbank einzustellende K.

Abb.19 Berücksichtigung des endlichen Fräserdurchmessers

Es wurde in 1/4 mm Abständen mit einem 6 mm \varnothing Fräser gebohrt (insgesamt 640 Punkte). Die noch verbliebenen Unebenheiten wurden vorsichtig abgeschliffen.

3.3 Ringblende

Für das Funktionieren des Zählers ist es sehr wichtig, daß die Ringblende den richtigen Radius hat und zur optischen Achse konzentrisch ist.

Der linsenförmige Flexiglaskörper wurde mit einer zur optischen Achse konzentrischen Einsenkung versehen. In diese wurde ein Aluminiumring eingepaßt, der eine Haltevorrichtung für eine Ausziehtuschefeder trug. Mit diesem Zirkel wurde die Ringblende unter wiederholter Meßkontrolle mit schwarzer Tusche aufgebracht.

Mittlerer Sollradius für $\lambda = 4250 \text{ \AA}$	$r_0 = f \operatorname{tg} \vartheta = (56.09 \pm 0.03) \text{ mm}$ bei $(20 \pm 5)^\circ \text{C}$
Breite (siehe 3.4)	$2\Delta b = (1.0 \pm 0.1) \text{ mm}$

Zur Vermeidung von Totalreflexion ist der Flexiglaskörper an der Austrittsstelle des Lichtbündels um den halben Cerenkovwinkel angeschrägt. Zentralstrahlen des Bündels treten ungebrochen aus.

3.4 Geometrische Richtungsauflösung

Die Ringblendenbreite bestimmt die geometrische Richtungsauflösung des Zählers. Bezeichnen wir mit $2\Delta b$ die volle Ringblendenbreite gemessen in der angeschrägten Fläche, so ist die geometrische Richtungsauflösung :

$$2\Delta \vartheta = \frac{2\Delta b}{f} \cos \frac{\vartheta}{2} \cos \vartheta = 12 \text{ mrad}$$

In der Ringebene entspricht dem

$$\frac{2\Delta r}{f} = 0.055$$

im Sinne der Bildortangaben des Abschnitts 2. Diese Breite ist zur Illustration in Abb. 16 eingetragen. Offenbar erlaubt die Abbildungsqualität des Spiegels - jedenfalls theoretisch - eine erhebliche Einengung dieser Breite.

Die Ringblende wurde verhältnismäßig breit gewählt, um zunächst bei einer groben geometrischen Richtungsauflösung und ohne Benutzung von Farbfiltern Erfahrungen mit dem Zähler zu sammeln. Dies ist auch die Reichweite der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Messungen.

3.5 Optische Kontrolle

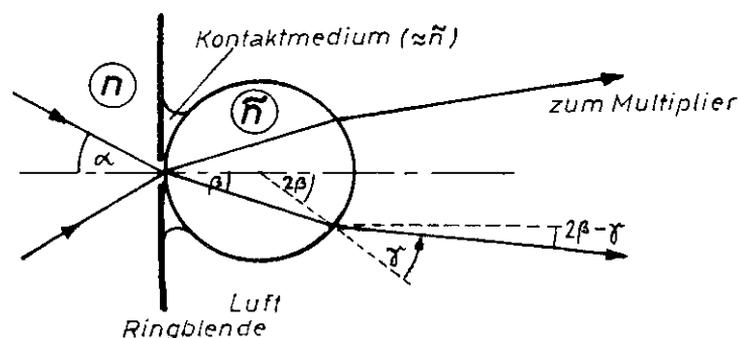
Licht, das unter streifendem Einfall entlang der Seitenflächen eines quaderförmigen Prismas geschickt wird, tritt in dieses gerade unter dem Cerenkovwinkel für $\frac{v}{c} = 1$ Teilchen ein. Man kann so Cerenkovlicht imitieren und Spiegel und Ringblende im Labor prüfen. Der Radius und die Lage der Ringblende konnten im Rahmen der Genauigkeit des benutzten Versuchsaufbaues von ca. 0.3 mm als richtig bestätigt werden.

3.6 Lichttransport zum Multiplier

Die bequemste und zugleich wirkungsvollste Lösung dieses Problems wäre, mehrere kleine Multiplier mit dem Kathodenfenster direkt auf die Ringblende zu setzen. Wir wollen aber sicherstellen, daß der Multiplier außerhalb der Strahlebene liegt und leiten ihm das Licht über einen Lichtleiter zu (Abb. 21).

(a) Glasring als Lichtkollimator (Abb. 20)

Das aus der Ringblende unmittelbar in Luft austretende Licht wäre extrem divergent, es erfüllte nahezu den ganzen Halbraum. Ein auf die Ringblende aufgesetzter Glasring bündelt das Licht jedoch wieder :

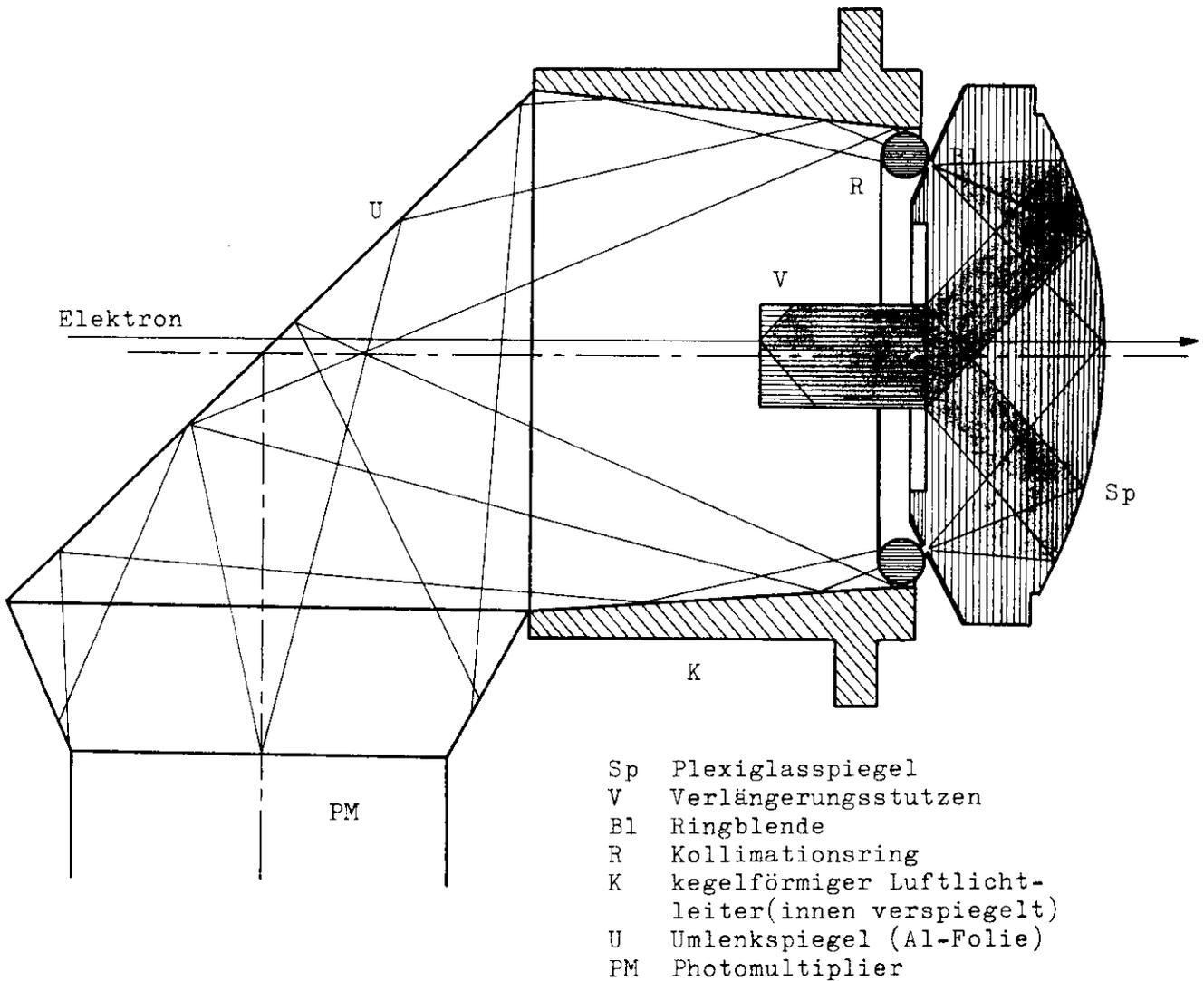


$$\sin \gamma = \tilde{n} \sin \beta$$

für kleine Winkel :

$$2\beta - \gamma = (2 - \tilde{n})\beta$$

Abb. 20 Glasring als Lichtkollimator



Der an seiner Rückseite verspiegelte Plexiglasstrahler fokussiert das Cerenkovlicht von parallel zur optischen Achse einfallenden Elektronen in eine Ringblende auf der Frontseite des Strahlers. Ein Plexiglasring bildet den Lichtring näherungsweise auf Unendlich ab. Über einen kegelförmigen Luftlichtleiter und einen Umlenkspiegel gelangt das Licht in den Photomultiplier. Ein austauschbarer Verlängerungsstutzen begrenzt die empfindliche Zählerfläche.

Abb. 21 Der Lichttransport im Zähler

Eine vollständige Kollimation achsennaher Strahlen erzielt man also mit einem Glasring vom Brechungsindex $\tilde{n} = 2$. Besonders geeignet ist die Glassorte SF1 der Firma Schott [6] mit $\tilde{n} = 1.99974$ (4047 \AA). Aus fertigungstechnischen Gründen wurde auf diese Optimallösung verzichtet und ein Ring aus Plexiglas gedreht. Die Kollimation ist dann natürlich nur unvollkommen.

Eine Primärdivergenz $\alpha = \pm \frac{\vartheta}{2} = \pm 24.1^\circ$
wird reduziert auf $2\beta - \gamma = \pm 10.3^\circ$

Als optisches Kontaktmedium dient Silikonfett.

(b) Programm „Lichttransport“

Es wurde ein Maschinenprogramm geschrieben, das den Strahlengang im Luftlichtleiter in Abhängigkeit von Konusneigung und Abstand des Umlenkspiegels berechnet. Diese Parameter sind dann so gewählt worden, daß das Zentrum des Lichtbündels 120 mm unter der optischen Achse auf die Mitte der Photokathode fällt. Die unvollkommene Kollimation des Plexiglasringes erfordert in diesem Abstand zum Auffangen des ganzen Strahlenbündels eine Photokathode von 130 mm ϕ . Tatsächlich verwendet wurde eine 110 mm ϕ Photokathode (XP1040) mit einem trichterförmigen Reflektor.

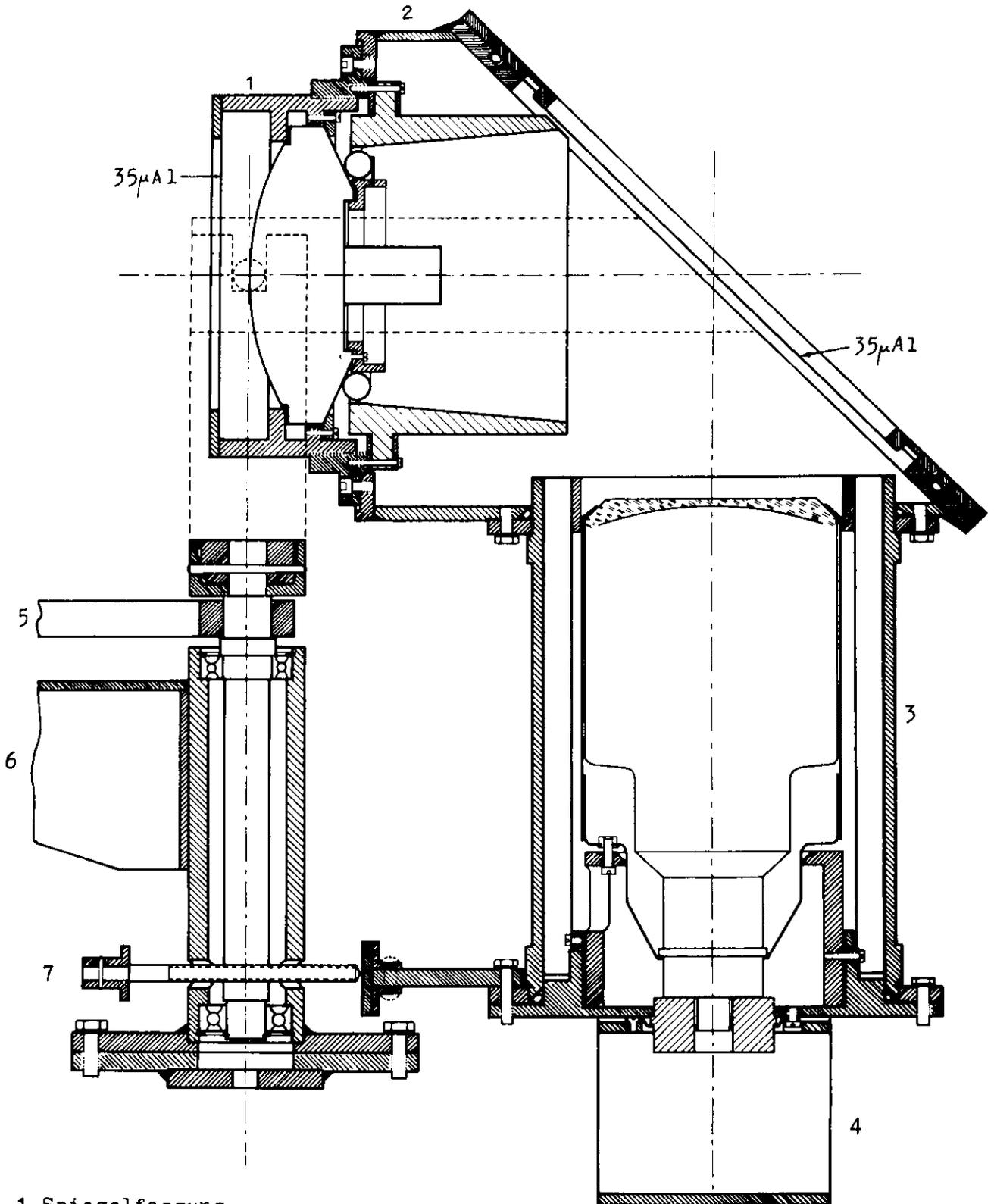
(c) Reflexionsbelag

Der fokussierende Spiegel und der konische Lichtleiter sind im Hochvakuum mit Aluminium bedampft worden. Reflexionsvermögen siehe Abb.46/47.

3.7 Zählergehäuse

Siehe Abb. 22

Das Zählergehäuse ist in die Funktionseinheiten Spiegelfassung, Lichttransportkasten und Multiplier zerlegbar. Es besteht deshalb ein gewisser Spielraum für bauliche Veränderungen. Die Spiegelfassung ist mit einem Feingewinde lichtdicht eingeschraubt und kann in wenigen Minuten mitsamt der Cerenkovoptik herausgenommen werden, ohne daß dabei die Justierung des Goniometers verloren geht. Auf diese Weise war es möglich, auch innerhalb einer Meßschicht Eingriffe am Zähler vorzunehmen.



- 1 Spiegelfassung
- 2 Lichttransportkasten
- 3 Multipliergehäuse
- 4 Spannungsteiler
- 5 Goniometerarm
- 6 Goniometertisch
- 7 Handspindel

1/3 natürliche Größe

Abb. 22 Das Zählergehäuse

3.8 Goniometer

Der Spiegel kann in kontrollierbarer Weise um seinen Scheitelpunkt gedreht werden :

von Hand : $\pm 4^{\circ}$ um eine horizontale Achse;
0.1 mrad Einstellgenauigkeit

ferngesteuert : $\pm 5^{\circ}$ um eine vertikale Achse;
0.5 mrad genau

dieser Bereich kann durch Austausch eines Vorwiderstandes auf ($\pm 10^{\circ}$; 1.0 mrad genau) erweitert werden.

4 Messungen

a) Koinzidenzmessungen

Das Ziel der Testmessungen mit hochenergetischen Elektronen war, die Richtungsauflösung und die empfindliche Fläche des Zählers sowie deren Energieabhängigkeit zu bestimmen.

b) Vielkanalmessungen

Interessant war außerdem, die Abschätzungen über die Lichtausbeute experimentell zu überprüfen. Hierzu wurde die Impulshöhenverteilung unter verschiedenen Bedingungen aufgenommen. Aus der Form der Verteilung ergibt sich die mittlere Anzahl von Photoelektronen.

4.1 Versuchsaufbau

Siehe Abb.24. Der Cerenkovzähler C wurde hinter einem Paarspektrometern magneten aufgestellt, in der Erzeugungsebene der am Konverter von einem γ -Strahl erzeugten Elektronenpaare. In Anbetracht der erwarteten Effekte war es erforderlich, einen Elektronenstrahl von geringem Querschnitt (einige mm^2) und geringer Divergenz (≈ 2 mrad) zu definieren. Wegen der Vielfachstreuung ist Ausblendung durch einen Bleikollimator nicht angebracht. Stattdessen wurde der Strahl durch zwei kleine, in Koinzidenz geschaltete Szintillationszähler definiert (A,B). Das Koinzidenzsignal diente als Trigger für den Cerenkovzähler. C und B können auf Zählerschlitten horizontal und vertikal bewegt werden (Genauigkeit ± 0.1 mm). C ist außerdem um zwei Achsen verdrehbar (Beschreibung siehe 3.8).

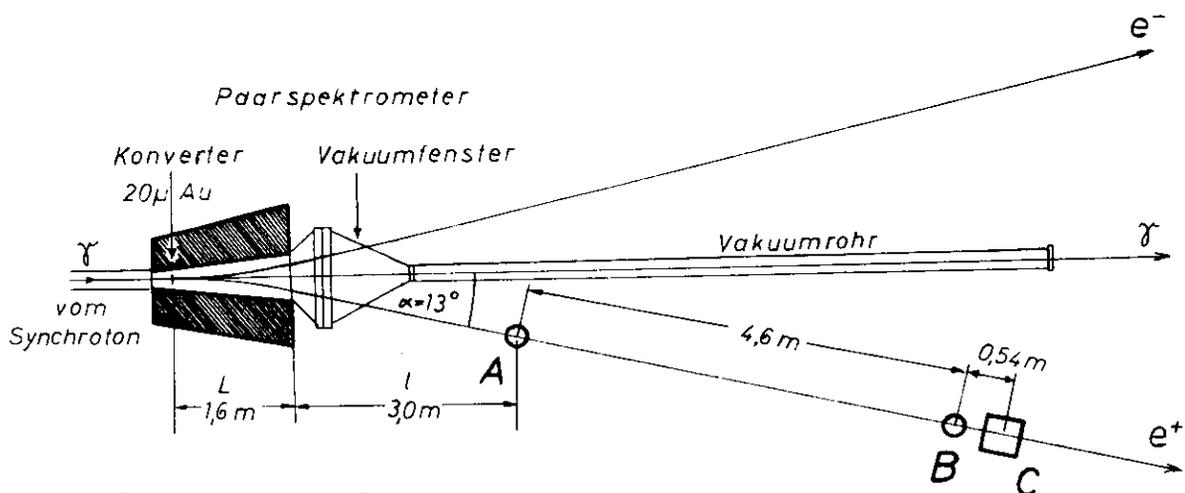


Abb. 24 Versuchsaufbau
A, B Triggerzähler
C Cerenkovzähler

4.2 Elektronenenergie

Der Impuls der Elektronen bzw. Positronen ergibt sich aus der Ablenkrichtung und dem Magnetfeld (Abb.25).

$$P = e R B = e \frac{L}{\sin \alpha} B$$

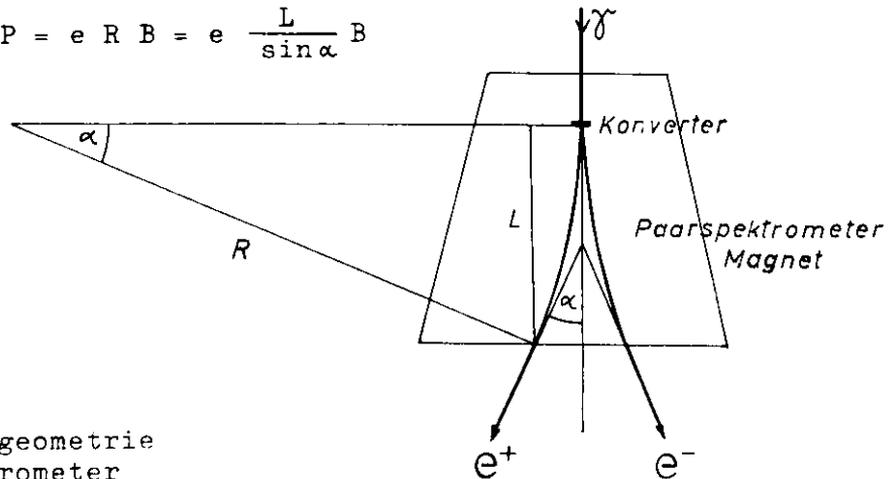


Abb.25

Trajektoriengeometrie
am Paarspektrometer

B als Funktion des Paarspektrometerstroms entnimmt man [21].

Im linearen Bereich ist

$$B \text{ [kG]} = 15,72 I \text{ [kA]}$$

Für die verwendete Trajektorie ($L = 1.60 \text{ m}$; $\sin \alpha = 0.225$)
ist die Elektronenenergie dann (ohne Sättigungskorrektur) :

$$E \text{ [GeV]} = 3,368 I \text{ [kA]}$$

In der folgenden Tabelle ist die Sättigung berücksichtigt :

I [kA]	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600	0,800	1,00	1,30	1,50
E [GeV]	0,337	0,674	1,01	1,35	1,68	2,02	2,69	3,33	4,07	4,43

Tab. 7 Paarspektrometerstrom und Elektronenenergie

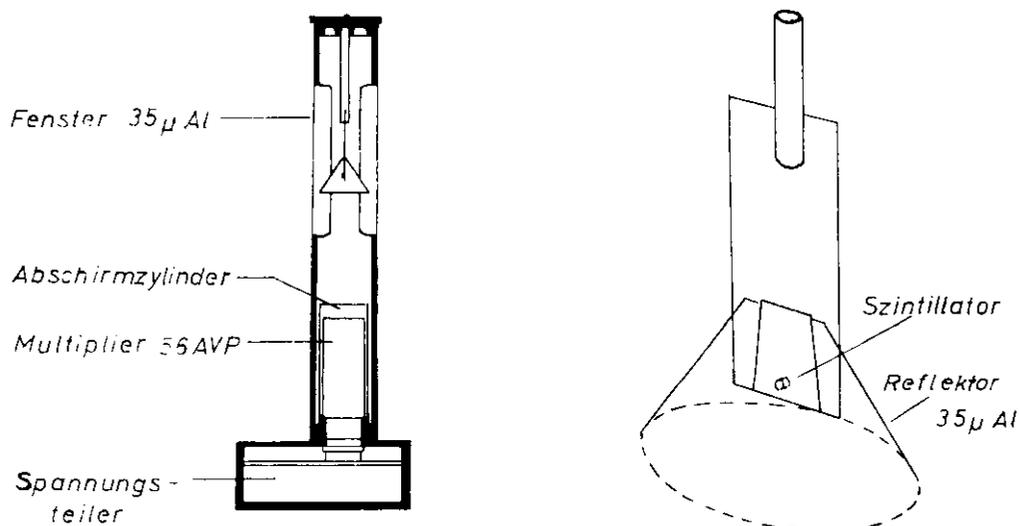
Die Energieauflösung am Ort des sehr kleinen Zählers A ergibt sich aus der Breite des Targetflecks und beträgt maximal $\pm 1.1 \%$ bei Verwendung eines 2 cm breiten Bleikollimators vor dem Paarspektrometer [14].

4.3 Szintillationszähler

Die Zähler A und B sind in allen Details gleich konstruiert (Abb.26). Die Plastikszintillatoren sind zylindrisch geformt mit 3,5 mm \varnothing und 3 mm = $6,4 \cdot 10^{-3}$ Strahlungslängen stark in Strahlrichtung. Als Szintillatormaterial diente der gebräuchliche Typ NE 102 (Firma Nuclear Enterprises) mit folgenden Eigenschaften [7,11]:

Lösungsmittel	$C_{19}H_{21}$ (Polyvinyltoluol)
Dichte	$1,032 \text{ gcm}^{-3}$
Strahlungslänge	$48,8 \text{ gcm}^{-2} = 47,2 \text{ cm}$
$\frac{dE}{dx}$ für minimal ionisierende Teilchen	$1,9 \text{ MeV/gcm}^{-2}$
Abklingzeit	3 nsec
Emissionsmaximum	$4250 \text{ \AA} \approx 2,95 \text{ eV}$
Lichtausbeute = emittierte/absorbierte Energie	$\approx 2 \%$

In 3mm Szintillator werden demnach 0,55 MeV absorbiert. 2 % davon, 11 keV werden in Form von Photonen wieder emittiert. Das ergibt 3700 Photonen der mittleren Photonenenergie 3 eV. Bei 10 % Wirkungsgrad des Lichttransportes zur Photokathode und 10 % Quantenausbeute der Photokathode werden dann etwa 37 Photoelektronen ausgelöst.



1/10 natürliche Größe

Abb.26 Aufbau der Szintillationszähler

4.4 Elektronik

Für die schnelle Elektronik wurden die beim DESY entwickelten Bauelemente verwendet. Abb. 27 zeigt das Blockschaltbild.

Die Signale der Zähler A,B,C gelangen über 60 m lange 50Ω Kabel aus dem Meßgebiet zum Elektronikschrank. Variable Verzögerungsleitungen kompensieren den Laufzeitunterschied. Diskriminatoren begrenzen nach unten auf 500 mV und geben Normimpulse an die Signalverteiler weiter. Von dort werden die Signale zu den gewünschten Koinzidenzen zusammengeführt. Die Auflösungszeiten der Koinzidenzstufen sind durch entsprechend lange Shapekabel auf 10 bis 12 nsec eingestellt. Die zufälligen Koinzidenzen werden in Koinzidenzstufen registriert, bei denen ein Kanal durch 3 m Laufzeitkabel = 15 nsec gegen den anderen verzögert ist (bezeichnet durch hochgestelltes d = delayed). Die Koinzidenzsignale werden dann direkt auf Untersetzer (scaler) gegeben.

Der zeitliche Abgleich der Elektronik erfolgte teils mit Generatorimpulsen teils unter Strahlbedingungen. Zu beachten war, daß die Laufzeit der Signale von der jeweiligen Multiplierspannung abhängt. Es wurden daher für verschiedene Hochspannungen Verzögerungskurven gemessen. Abb. 29 beschreibt die zeitliche Verschiebung der optimalen Einstellung für den Cerenkovzähler(XP 1040) und die beiden anderen Zähler(56 AVP).

Für die Impulshöhenanalyse werden die Cerenkovsignale um einen festen Faktor abgeschwächt und einem "linear gate" für Signale bis 1 V zugeführt. In einem "stretcher" auf einige μ sec gedehnt und linear verstärkt werden sie dann auf einen Vielkanal gegeben. Das "gate" wird von der AB-Koinzidenz geöffnet.

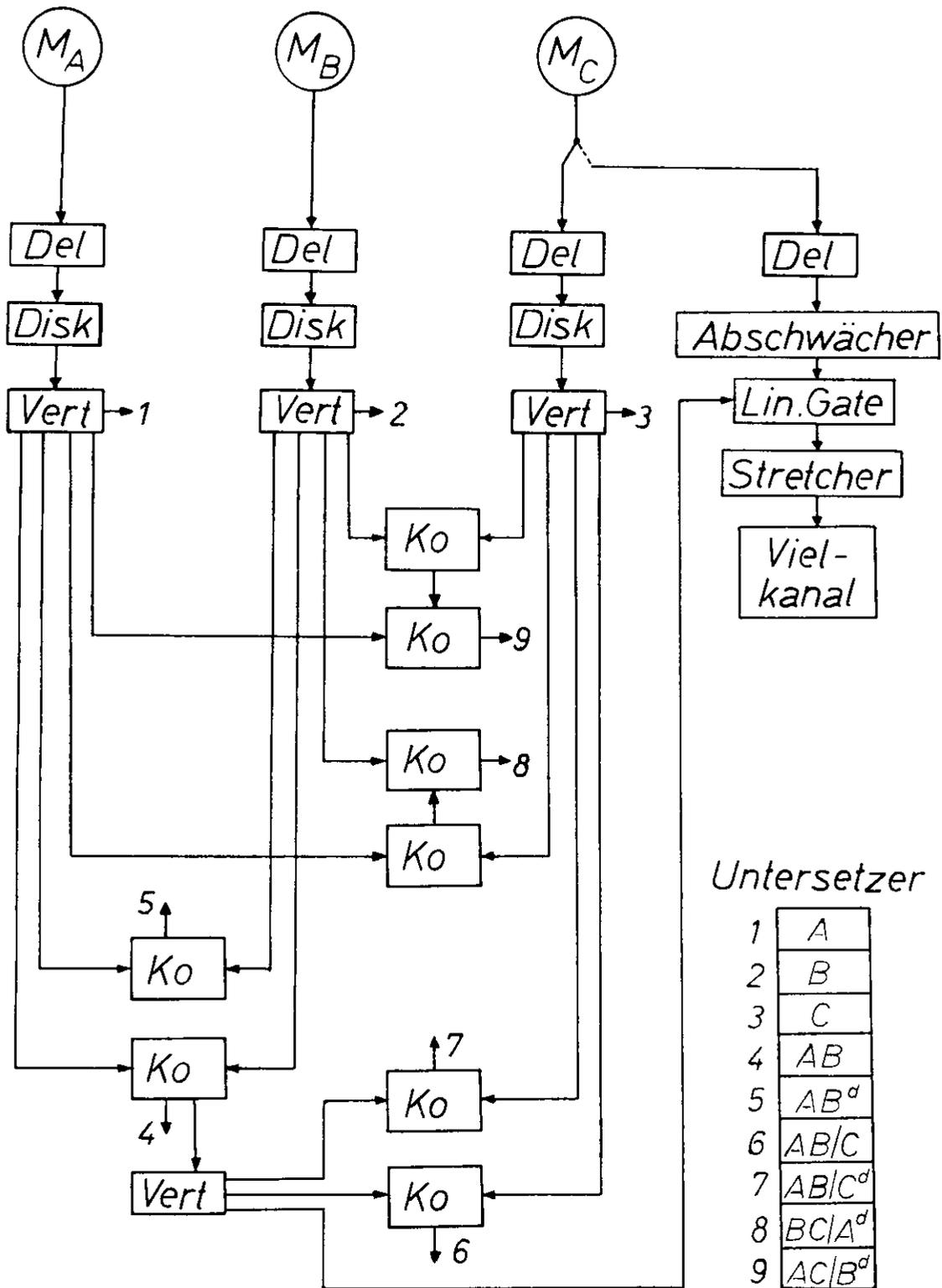


Abb. 27
 Blockschaltbild
 der Elektronik

M Multiplier
Del variable Verzögerungsleitung
Disk Diskriminator
Vert Signalverteiler
Ko Koinzidenzstufe

4.5 Dunkelrate

Die Hochspannung für die 56-AVP-Multiplier (Zähler A und B) wurde so eingestellt, daß hochenergetische Elektronen mittlere Signalamplituden von 4 V am Eingang der Elektronik lieferten. Bei einer Diskriminatorschwelle von 500mV wurden dann noch 5 Dunkelpulse/sec als Einzelrate gezählt, wenn der γ -Strahl abgeschaltet war. Diese Messung erfolgte bei ca. 20°C und einen Monat nach dem Einbau der Multiplier.

Die Dunkelrate des größeren XP-1040-Multipliers zeigt Abb.30 als Funktion der angelegten Spannung.

Zu den zufälligen Koinzidenzen tragen die Dunkelraten gleichwohl nichts wesentliches bei :

Bei Auflösungszeiten von $\tau = 10$ nsec sind zufällige Koinzidenzen der Dunkelraten $\dot{A} = \dot{B} = 5/\text{sec}$ extrem selten :

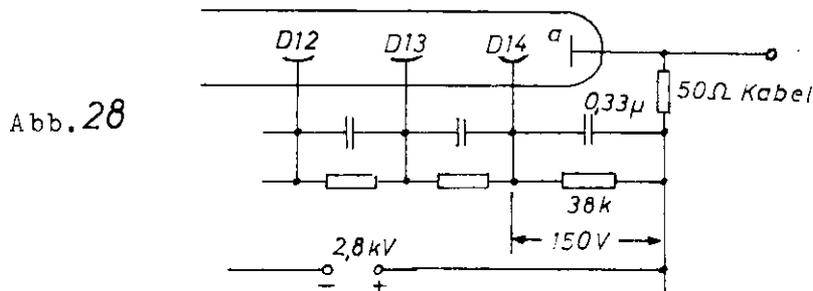
$$\dot{A} \dot{B}^Z = \dot{A} \cdot \dot{B} \cdot 2\tau_{AB} = 5 \cdot 10^{-7} / \text{sec}$$

Auch die Dunkelkoinzidenzen AC^Z und BC^Z sind vernachlässigbar. Bei $U_c = 2,8$ kV und 500mV Schwelle z.B. :

$$\dot{A} C^Z = \dot{B} C^Z = 10^{-3} / \text{sec}$$

4.6 Maximale Zählfrequenz

In Hinblick auf die maximal zulässige Zählfrequenz war der Spannungsteiler des Cerenkovzählers das schwächste und damit ausschlaggebende Glied (Abb.28).



Der Querstrom durch den Spannungsteiler sammelt auf dem letzten Kondensator die Ladung

$$Q_{\text{stat}} = 0,33 / \mu\text{F} \cdot 150 \text{ V} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ Asec}$$

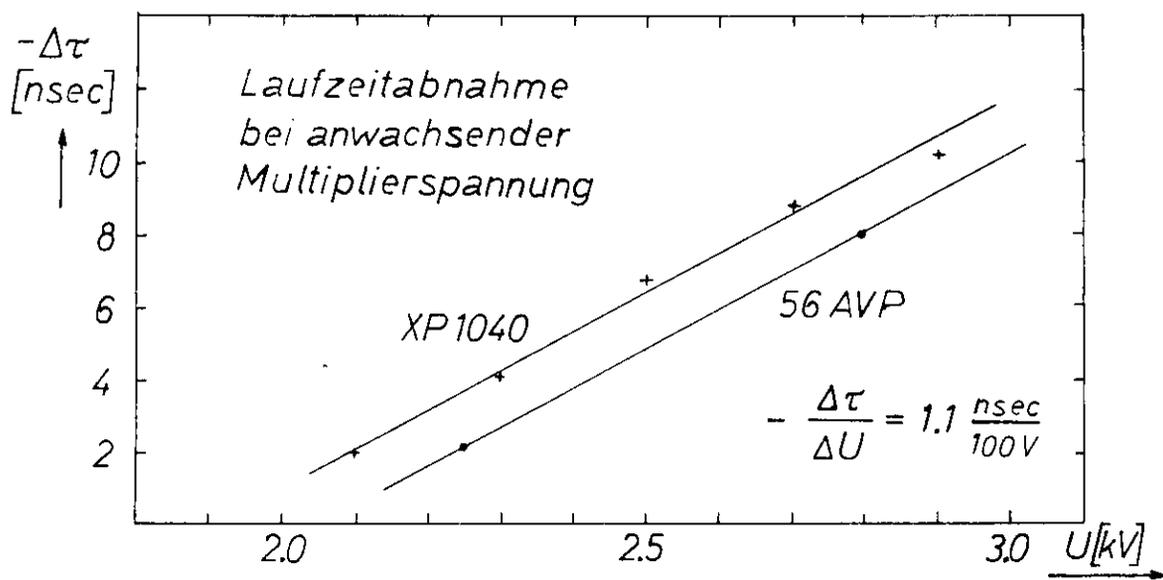


Abb. 29

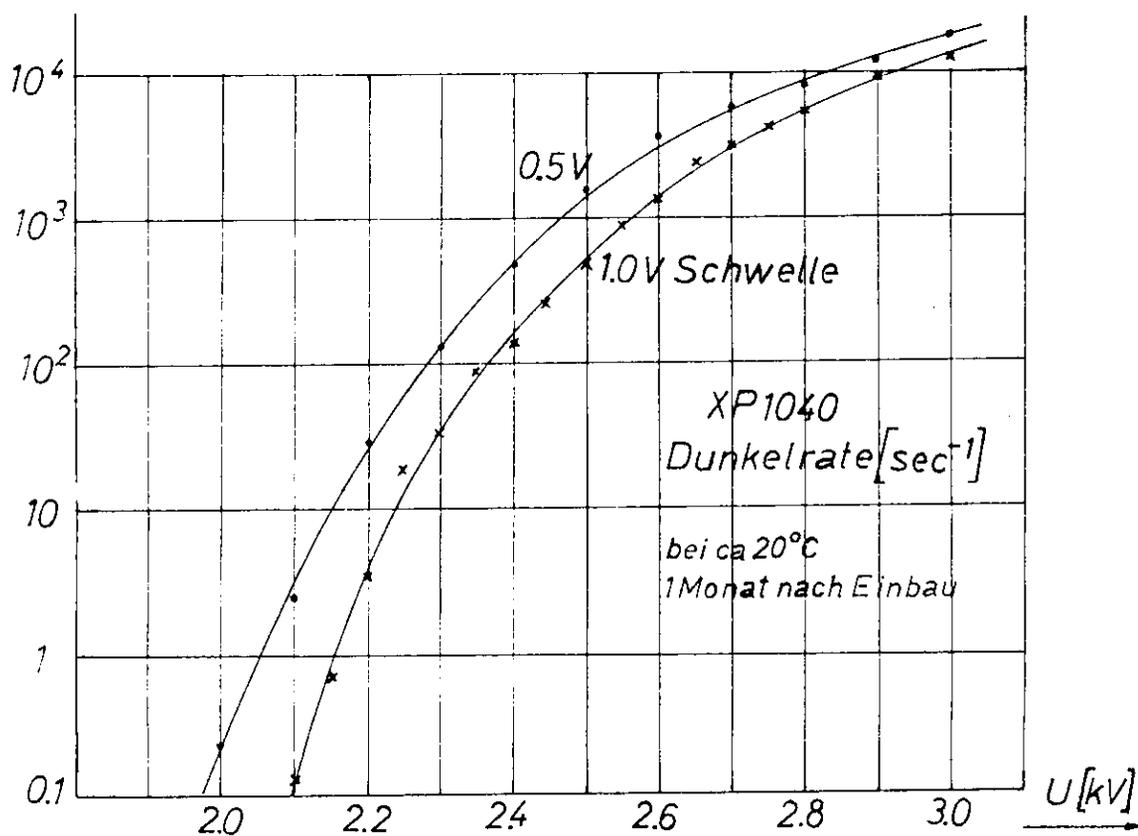


Abb. 30

Pro Zählimpuls von 5 V Amplitude und 10 nsec mittlerer Dauer an einem 50Ω Kabel ist die Ladung erforderlich

$$Q_{\text{sign}} = \frac{5 \text{ V}}{50\Omega} 10 \text{ nsec} = 10^{-9} \text{ Asec}$$

Das DESY liefert den γ -Strahl in dem Rhythmus

1 msec Strahl, 19 msec Pause

n sei die Anzahl der Zählimpulse, die während der γ -Emission (1 msec) zu registrieren sind. Fordert man eine Stabilität der Dynodenspannung von 1 % , so muß

$$n Q_{\text{sign}} \leq \frac{1}{100} Q_{\text{stat}}$$

also $n \leq 500/\text{msec}$

Die maximale Momentanfrequenz beträgt demnach für 5 V Signale etwa 0,5 MHz. Bei höheren Zählfrequenzen muß mit einem Absinken der effektiven Multiplierspannung gerechnet werden.

Um die Zählfrequenz unter Kontrolle zu halten, wurden die Einzelraten der Zähler routinemäßig mitgemessen. Die Dauer der γ -Strahlpulse konnte über die oszillographische Anzeige eines sog. Spillzählers beobachtet werden.

Um die Prozedur des Einfahrens der Zähler in Position und Richtung abzukürzen, wurde teilweise auch bei höheren Raten gemessen. Bei der späteren Auswertung blieben diese Voruntersuchungen unberücksichtigt.

4.7 Meßablauf

Die drei Zähler A, B, C wurden ungefähr auf Trajektorienposition gebracht und zunächst laufzeitmäßig bei noch willkürlicher, aber festgehaltener Multiplierspannung U_c abgeglichen. Daraufhin wurde zunächst B, dann C mit den Zählerschlitten horizontal und vertikal auf das Maximum der Koinzidenzrate AB bzw. ABC eingefahren. Schließlich wurde C um seine beiden Drehachsen optimal auf den AB-Strahl ausgerichtet. Als Bezugsnormale diente zunächst ein am Ende des γ -Strahls befindliches Quantameter. Nachdem die Zweifachkoinzidenz abgeglichen und eingefahren war, wurde diese benutzt. Nachdem Position und Richtung des Cerenkovzählers zum Elektronenstrahl bekannt waren, wurden bei verschiedenen Multiplierspannungen und Elektronenenergien der Einfallswinkel und die Einfallshöhe variiert und jeweils das Verhältnis von Dreifach zu Zweifachkoinzidenzen registriert.

5 Auswertung

5.1 Zufälligenkorrektur

Bei der zweiten Generation von Messungen sind sämtliche zufälligen Koinzidenzen, die von Bedeutung sind, als verzögerte Koinzidenzen mitgemessen worden. Folgende Bezeichnungen werden verwendet

$$\begin{array}{l} AB^Z = \text{Anzahl der zufälligen Koinzidenzen der Zähler} \\ \quad \quad \quad A \text{ und } B \\ \left. \begin{array}{l} AB/C^Z \\ AC/B^Z \\ BC/A^Z \end{array} \right\} \text{Zufällige zwischen echten 2-fach Durchgängen} \\ \quad \quad \quad \text{und dem dritten Zähler. Insgesamt} \\ \quad \quad \quad AB/C^Z + AC/B^Z + BC/A^Z = ABC^Z \end{array}$$

Koinzidenzen von drei verschiedenen Teilchen sind doppelt zufällig und daher unbedeutend. Die etwas verschiedenen Auflösungszeiten von prompten und verzögerten Koinzidenzen sind meßbar und werden durch den sog. Alphafaktor kompensiert, z.B.

$$AB^Z = \alpha AB^d \quad \alpha = 1.22 \pm 2.3 \%$$

Der Anteil der Zufälligen lag meistens unter 15 % .

5.2 Berechnung von zufälligen Koinzidenzen

Bei der ersten Generation von Messungen war der Zufälligenanteil AC/B^Z und BC/A^Z nicht gemessen worden. Aus späteren Messungen konnte jedoch ein einfacher Zusammenhang mit den Zufälligen AB^Z gefunden werden :

$$AC/B^Z + BC/A^Z = G(U) \cdot \mathcal{E}(\vartheta, \xi, U, E) \cdot AB^Z$$

\mathcal{E} ist die Ansprechwahrscheinlichkeit des Cerenkovzählers für die jeweilige Richtung, Einfallshöhe, Multiplierspannung und Elektronenenergie. Da \mathcal{E} erst bestimmt werden soll, setzt man zunächst \mathcal{E} ohne Zufälligenkorrektur ein und geht dann iterativ vor. $G(U)$ ist ein Geometriefaktor, der als Maß für die empfindliche Zählerfläche verstanden werden kann (Abb.31).

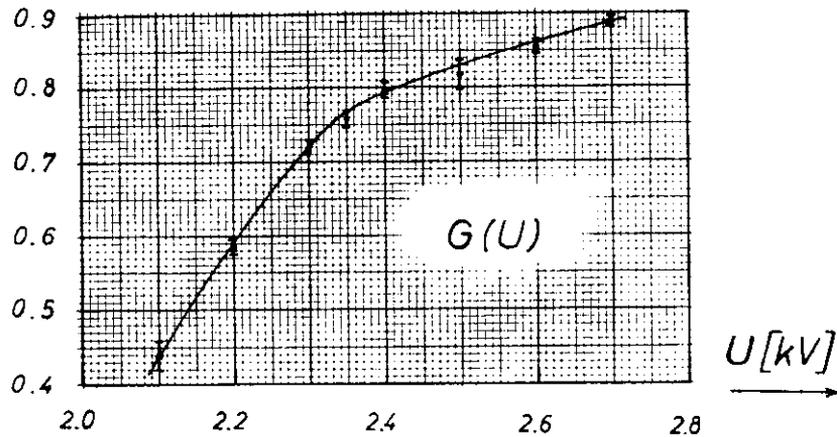


Abb. 31 Geometriefaktor zur Berechnung zufälliger Koinzidenzen

5.3 Statistische Fehler

Die Ansprechwahrscheinlichkeit des Cerenkovzählers ist

$$\varepsilon = \frac{ABC - ABC^z}{AB - AB^z} \quad (*)$$

Wie groß ist der statistische Fehler von ε ?

a) Wir nehmen zunächst an, daß keine zufälligen Koinzidenzen auftreten :

$$\varepsilon = \frac{ABC}{AB}$$

Da die 3-fach Koinzidenz ABC nur anspricht, wenn dies auch bei AB passiert, sind die beiden Zählraten nicht unabhängig. Es gilt streng (also nicht nur im statistischen Sinn)

$$0 \leq ABC \leq AB$$

Für jedes Ereignis AB bestehen die Alternativen, in C ein Signal auszulösen (Wahrscheinlichkeit ε) oder nicht (Wahrscheinlichkeit $1 - \varepsilon$). Demzufolge ist der Anteil der 3-fach Koinzidenzen in den 2-fach Koinzidenzen binomial verteilt, der mittlere quadratische Fehler [22,23]

$$(\Delta\varepsilon)_B = \sqrt{\frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{AB}}$$

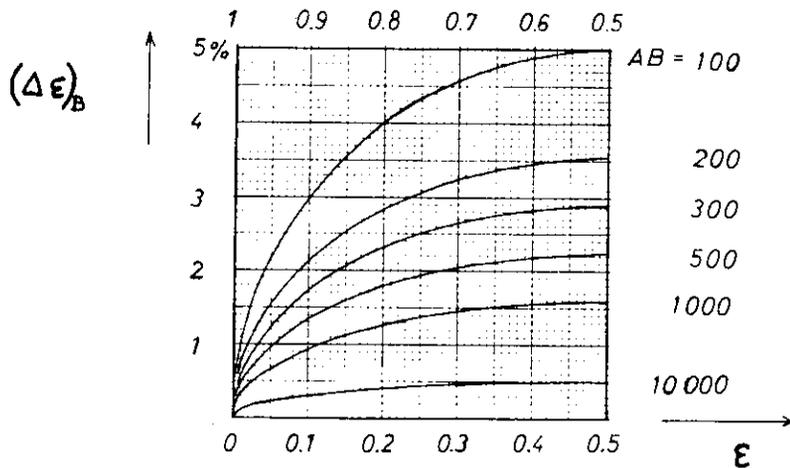


Abb.32 Der statistische Fehler der Ansprechwahrscheinlichkeit (ohne zufällige Koinzidenzen)

$(\Delta \epsilon)_B$ bildet als Funktion von ϵ die Gleichung einer Ellipse. (Abb.32)

Grenzfälle (Binomialverteilung \rightarrow Poissonverteilung) :

$$\epsilon \approx 1 \quad (\Delta \epsilon)_B = \frac{\sqrt{AB - ABC}}{AB}$$

$$\epsilon \approx 0 \quad (\Delta \epsilon)_B = \frac{\sqrt{ABC}}{AB}$$

b) Die zufälligen Koinzidenzen werden unabhängig gezählt. Sie sind poissonverteilt mit den mittleren quadratischen Fehlern

$$(1) \quad (\Delta \epsilon)_{P_1} = \frac{\sqrt{ABC^2}}{ABC - ABC^2} \epsilon$$

mit ϵ nach (*)

$$(2) \quad (\Delta \epsilon)_{P_2} = \frac{\sqrt{AB^2}}{AB - AB^2} \epsilon$$

c) Die Berücksichtigung der Zufälligen in Hinblick auf $(\Delta \epsilon)_B$ geschieht, indem man AB durch $AB - AB^2$ ersetzt :

$$(3) \quad (\Delta \epsilon)_B = \sqrt{\frac{\epsilon(1-\epsilon)}{AB - AB^2}} \quad \text{mit } \epsilon \text{ nach } (*)$$

In Strenge ist $(\Delta \varepsilon)_B$ noch über die Poissonverteilungen der Zufälligen zu mitteln. Dies liefert aber nur einen Fehler höherer Ordnung und ist unter vernünftigen Meßbedingungen ohne Bedeutung. Der totale statistische Fehler von ε ergibt sich dann aus den Einzelfehlern (1), (2) und (3) :

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{(\Delta \varepsilon)_B^2 + (\Delta \varepsilon)_{P_1}^2 + (\Delta \varepsilon)_{P_2}^2}$$

5.4 Poissonfit

Es wurde ein Rechenmaschinenprogramm geschrieben, das Mittelwert und Stufenbreite einer Poissonverteilung nach der Methode der kleinsten Quadrate an die gemessene Signalhöhenverteilung anpaßt. Das Programm ist so ausgelegt, daß das Abschneiden der Signalverteilung an der Vielkanalschwelle berücksichtigt wird. Die mittlere Anzahl von Photoelektronen a folgt dann aus dem Mittelwert $\bar{\alpha}$ der Signalhöhenverteilung und dem mittleren Sekundäremissionskoeffizienten nach (1.32) und Abb. 48 .

Im allgemeinen wurden Stufenbreite (in Einheiten der Kanalbreite) und Mittelwert unabhängig voneinander optimalisiert. Für den Vergleich von Verteilungen mit derselben Multiplierspannung war es jedoch sinnvoll, von vornherein eine einheitliche Stufenbreite zugrunde zu legen. Auf diese Weise konnten auch noch die Mittelwerte von fragmentarischen Verteilungen einigermaßen bestimmt werden, bei denen ein beträchtlicher Teil unter der Schwelle lag.

6 Meßergebnisse

6.1 Richtungsauflösung

Wir wollen die gemessenen mit den theoretischen Auflösungsbreiten vergleichen :

$2\Delta\vartheta_{\frac{\epsilon}{2}}$	ϵ^{\max}
22 mrad	61 % (2.1 kV)
35 mrad	95 % (2.2 kV)

Gemessene Halbwertsbreiten von $\epsilon(\mathcal{J})$ bei 4.07 GeV ; siehe Abb.33

$$2\Delta\vartheta_{Bl} = 12 \text{ mrad} \quad (\text{vgl. 3.4})$$

$$a^{\max} = 30.2 \quad (\text{vgl. 6.4})$$

$2\Delta\vartheta_{\frac{\epsilon}{2}}$	ϵ^{\max}
8 mrad	68 %
11 mrad	95 %

Abgeschätzte Halbwertsbreiten für 4 GeV ; nach 1.6

$$2\Delta\vartheta_{Bl} = 12 \text{ mrad}$$

$$a^{\max} = 35$$

Die gemessenen Halbwertsbreiten sind etwa um einen Faktor drei größer als die nach 1.6 abgeschätzten Halbwertsbreiten. Der Unterschied muß einer entsprechenden Abweichung des fokussierenden Spiegels von der Sollform zugeschrieben werden.

Zur Erlangung des gewünschten Plateaus konstanter Ansprechwahrscheinlichkeit ist eine höhere Multipliiervverstärkung erforderlich als in den soeben betrachteten Fällen :

Richtungsauflösung bei Erreichen des Plateaus (Abb.34) :

$$2\Delta\vartheta_{\frac{\epsilon}{2}} = 75 \text{ mrad}$$

Eine weitere Erhöhung der Verstärkung vergrößert die Richtungsauflösung immer mehr (Abb.35).

6.2 Ortsabhängigkeit

Abb.36 zeigt Hochspannungskurven für verschiedene Einfallshöhen der Elektronen. Die Versetzung der Flanken dieser Kurven bringt den Lichtabfall mit zunehmender Einfallshöhe zum Ausdruck.

Auf einer Fläche von 3 x 3 cm um die Zählermitte hebt der Verlängerungsstutzen auf dem Plexiglasstrahler den Photonenpegel so weit an, daß man dort in einem gewissen Verstärkungsbereich ein Plateau konstanter Ansprechwahrscheinlichkeit bei einigermaßen Diskriminierung der außerhalb einfallenden Elektronen erreicht (Abbildungen 33 bis 35 unten).

6.3 Energieabhängigkeit

Man beobachtet die erwartete Verschlechterung der Richtungsauflösung mit abnehmender Energie (Abb.38) :

Kurve 1	4.43 GeV	45 mrad	volle Halbwertsbreite von $\varepsilon(\vartheta)$
Kurve 2	1.68 GeV	55 mrad	"

Bei noch kleineren Energien wird die Richtungsauflösung scheinbar wieder besser :

Kurve 3	1.01 GeV	48 mrad
---------	----------	---------

Dies liegt aber daran, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit abgefallen ist.

Der Abfall der Ansprechwahrscheinlichkeit bei niedrigen Energien ist darauf zurückzuführen, daß die Ringblende nicht mehr genügend Licht erfaßt, weil der Lichtring infolge Vielfachstreuung stark verbreitert ist. Allerdings tritt dies etwas früher als erwartet ein, was ebenfalls darauf hindeutet, daß die Verschmierung des Lichtringes außer physikalischen Ursachen noch eine apparative Komponente hat. Siehe Abb.37 : Unterhalb 1.7 GeV zeigt die Ansprechwahrscheinlichkeit eine relativ starke Energieabhängigkeit, oberhalb klettert sie nur noch wenig (2 %), zwischen 2.7 und 4.4 GeV war kein Unterschied mehr festzustellen.

6.4 Mittlere Photoelektronenzahl : Abb. 39 bis 42

Die Anpassung einer Poissonverteilung und die Berücksichtigung des verstärkungsabhängigen mittleren Sekundäremissionskoeffizienten liefern für jede Verteilung schließlich die zugehörige

mittlere Photoelektronenzahl. Verteilungen, die bei verschiedenen Multiplierspannungen aber sonst gleichen Bedingungen (Richtung, Ort, Energie) aufgenommen worden sind, sollten eine übereinstimmende mittlere Photoelektronenzahl haben. Als Mittel aus acht entsprechenden Verteilungen erhält man :

$$a^{\max} = (30.2 \pm 1.6) \text{ Photoelektronen}$$

$E > 2 \text{ GeV}$
 Ausrichtung und
 Position optimal
 $2\Delta\vartheta_{B1} = 12 \text{ mrad}$

Im Anhang ist die totale mittlere Photoelektronenzahl, die man bei sehr breiter Blendenöffnung ($\Delta\vartheta_{Bl} \gg |\pm\Delta\vartheta|$) registrieren würde, unter Annahme idealer Bedingungen abgeschätzt :

$$a^{to} = 100 \text{ Photoelektronen}$$

Wegen der zusätzlichen apparativen Verbreiterung des Lichtringes kommt der Verlust von 70 Photoelektronen überwiegend durch Ausblendung zustande.

Die Abhängigkeit der Photoelektronenzahl von der Teilchenrichtung, -Einfallshöhe und -Energie :

$$a(\vartheta, \xi, E)$$

bestätigt durchaus das bisher gewonnene Bild. Die Abnahme von a mit dem Verdrehungswinkel (Abb.40) erfolgt langsamer als allein aufgrund von Dispersion und Vielfachstreuung zu erwarten wäre : Zur physikalischen Richtungsunschärfe tritt noch eine durch technische Unzulänglichkeiten erzeugte apparative Komponente von ca. 10 mrad hinzu. Zu großen Verdrehungswinkeln hin fällt $a(\vartheta)$ außerdem langsamer als eine Normalverteilung ab, was auf einen diffusen Lichtuntergrund im Strahler hindeutet. — Bei Energien oberhalb 2 GeV dominiert der apparative Term und die Energieabhängigkeit ist schwach, zwischen 2.7 und 4.4 GeV ist kein signifikanter Unterschied mehr feststellbar (Abb.42). Sobald aber die durch Vielfachstreuung hervorgerufene Unschärfe überwiegt, steigt der Lichtverlust durch Ausblendung erheblich.

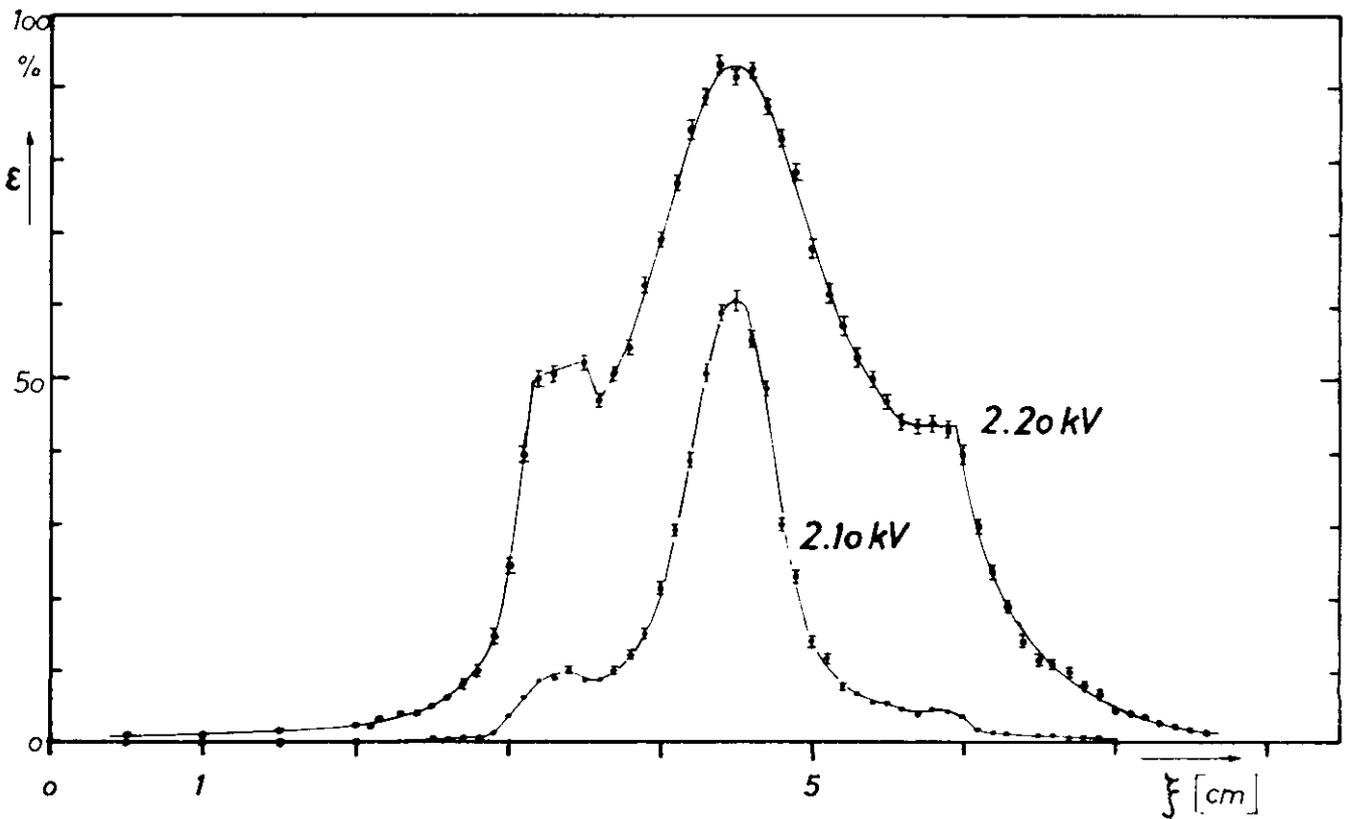
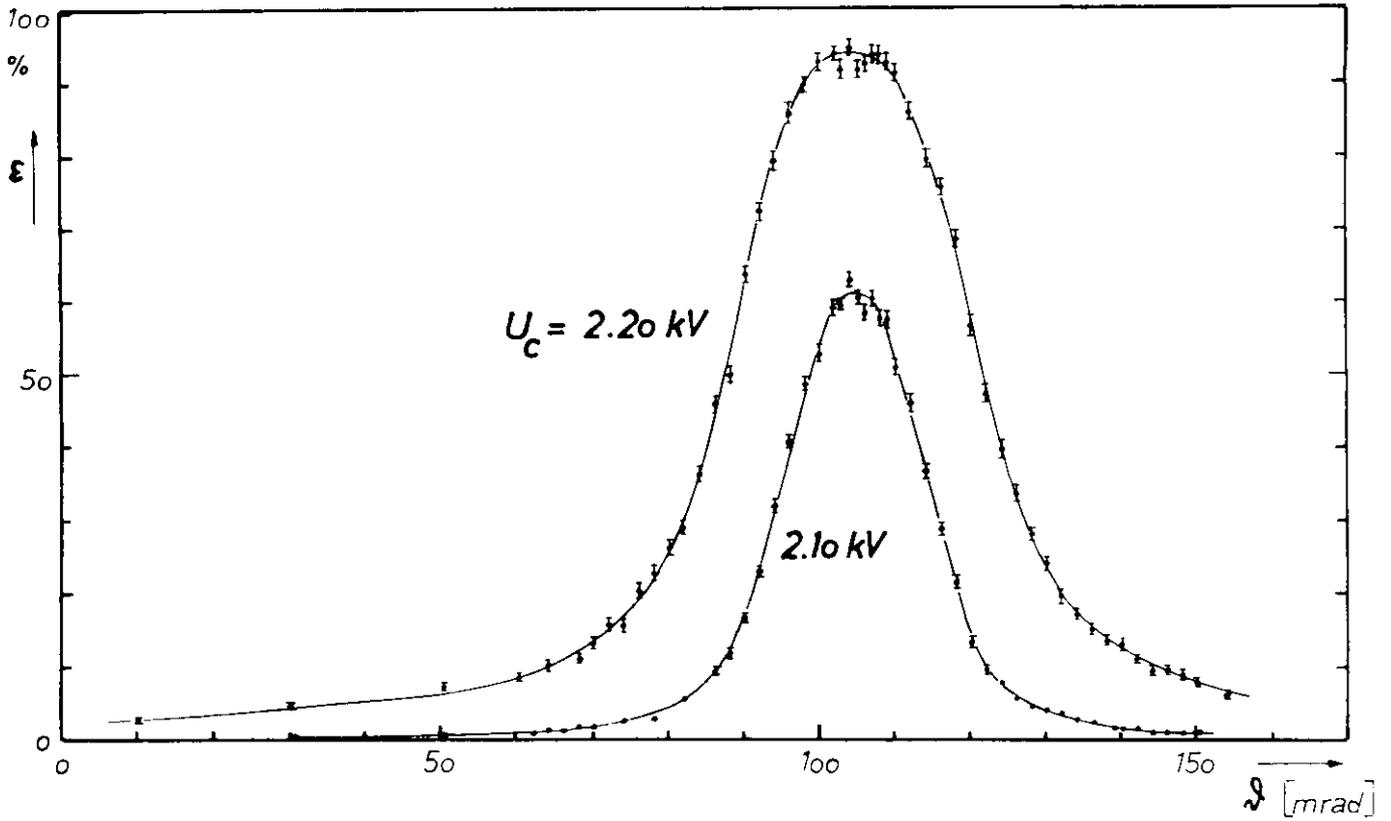


Abb. 33 Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion der Einfallrichtung (oben) und der Einfallshöhe der Elektronen

$$E = 4.07 \text{ GeV}$$

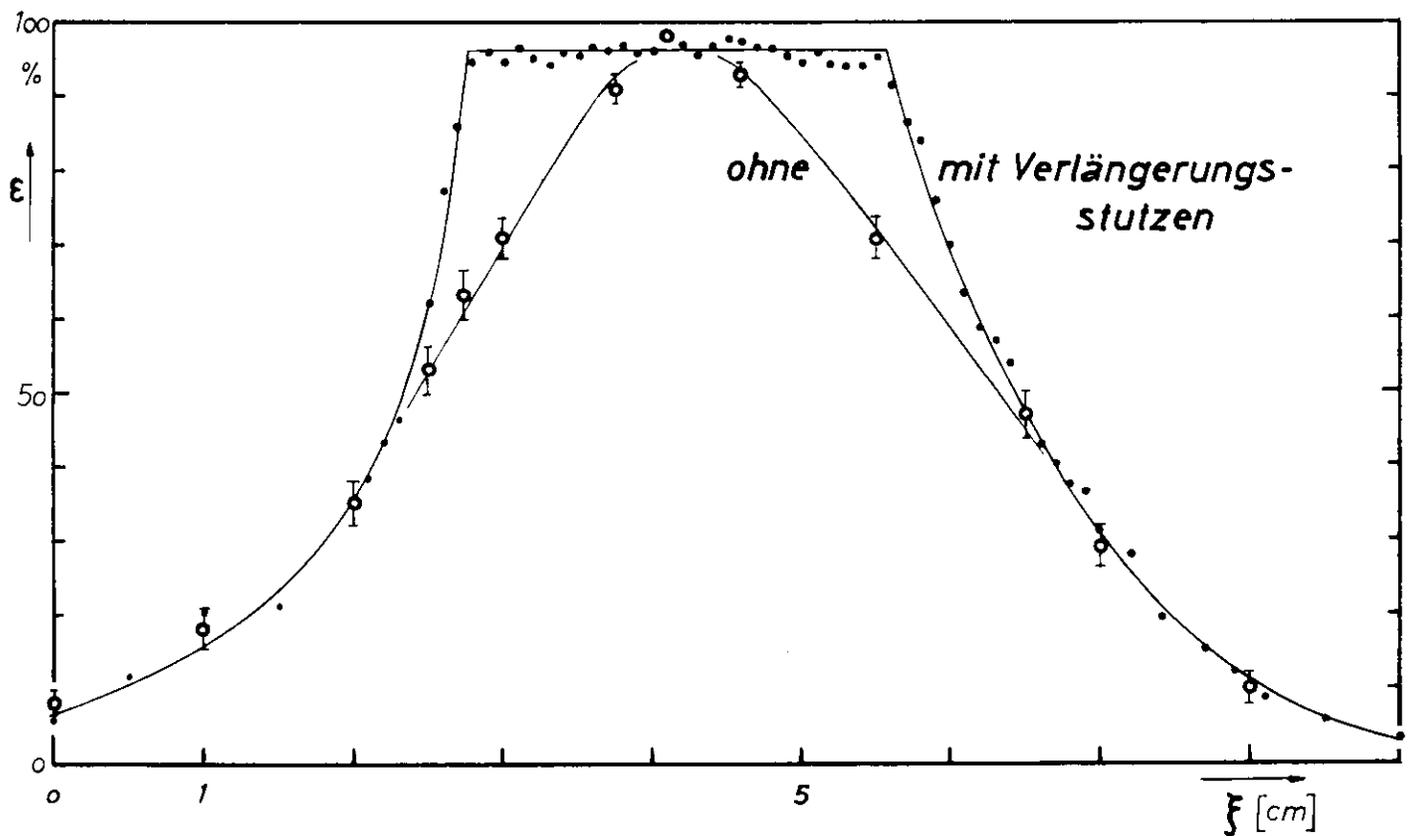
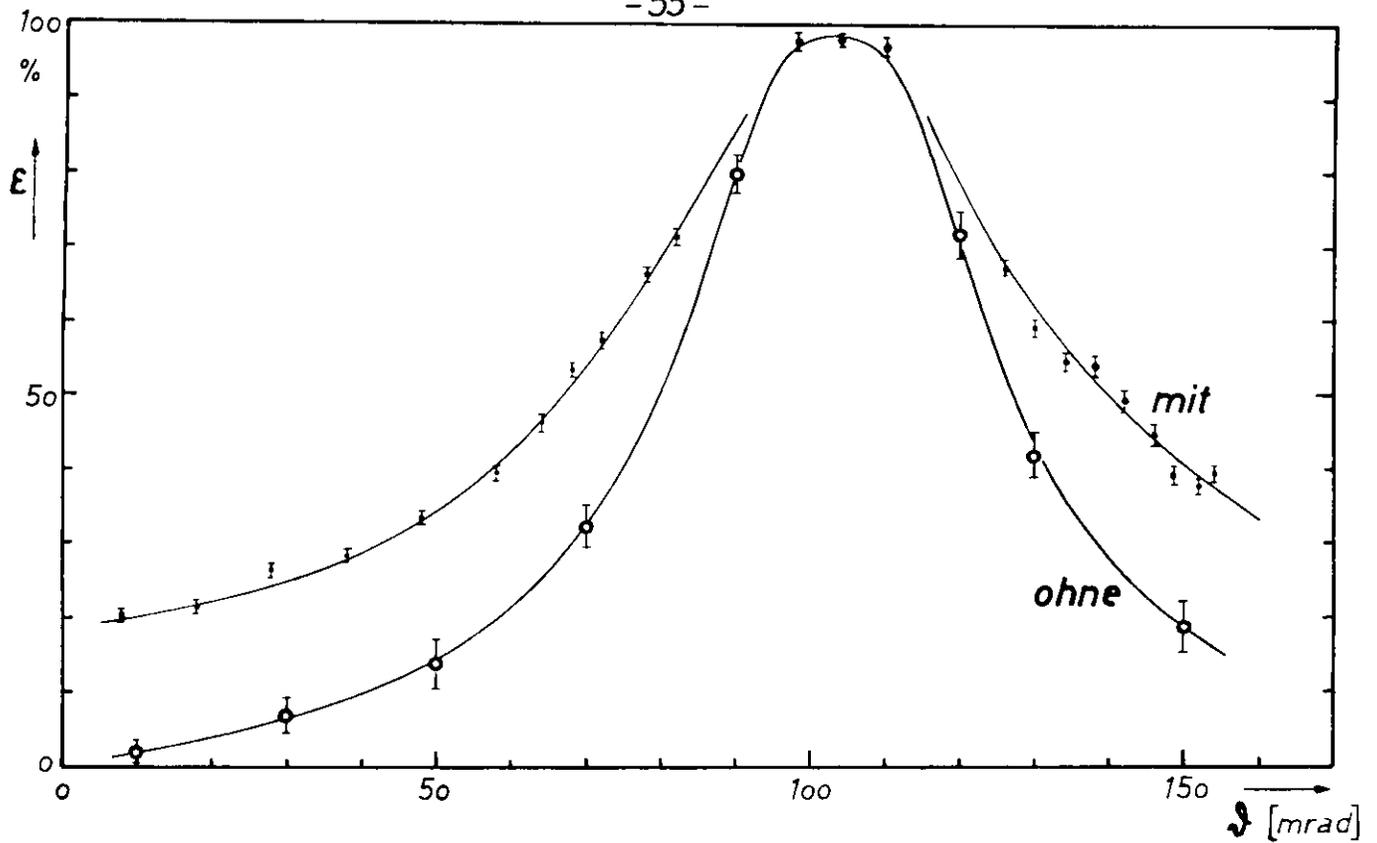


Abb. 34 Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion der Einfallsrichtung (oben) und der Einfallshöhe der Elektronen
 $U_c = 2.35 \text{ kV}$ $E = 2.69 \text{ GeV}$

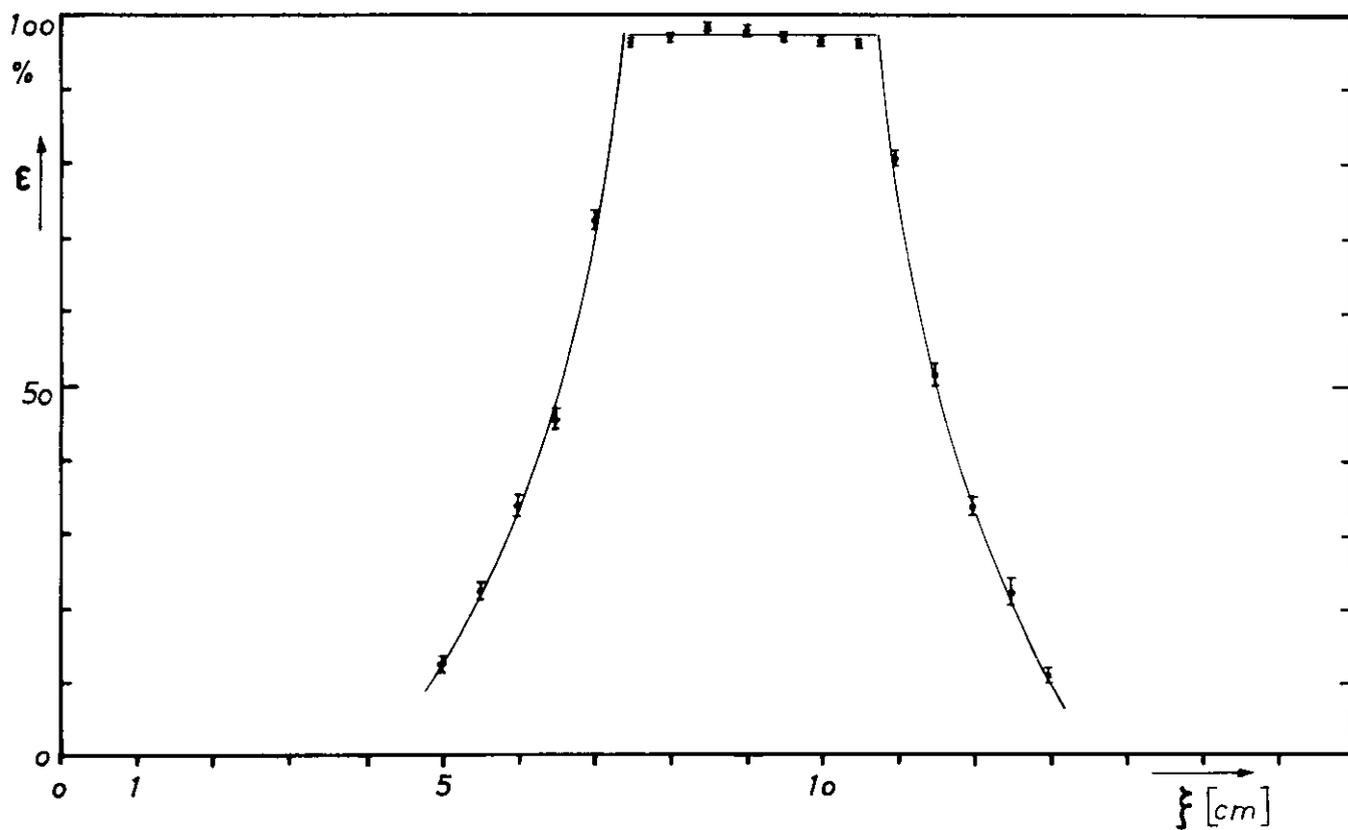
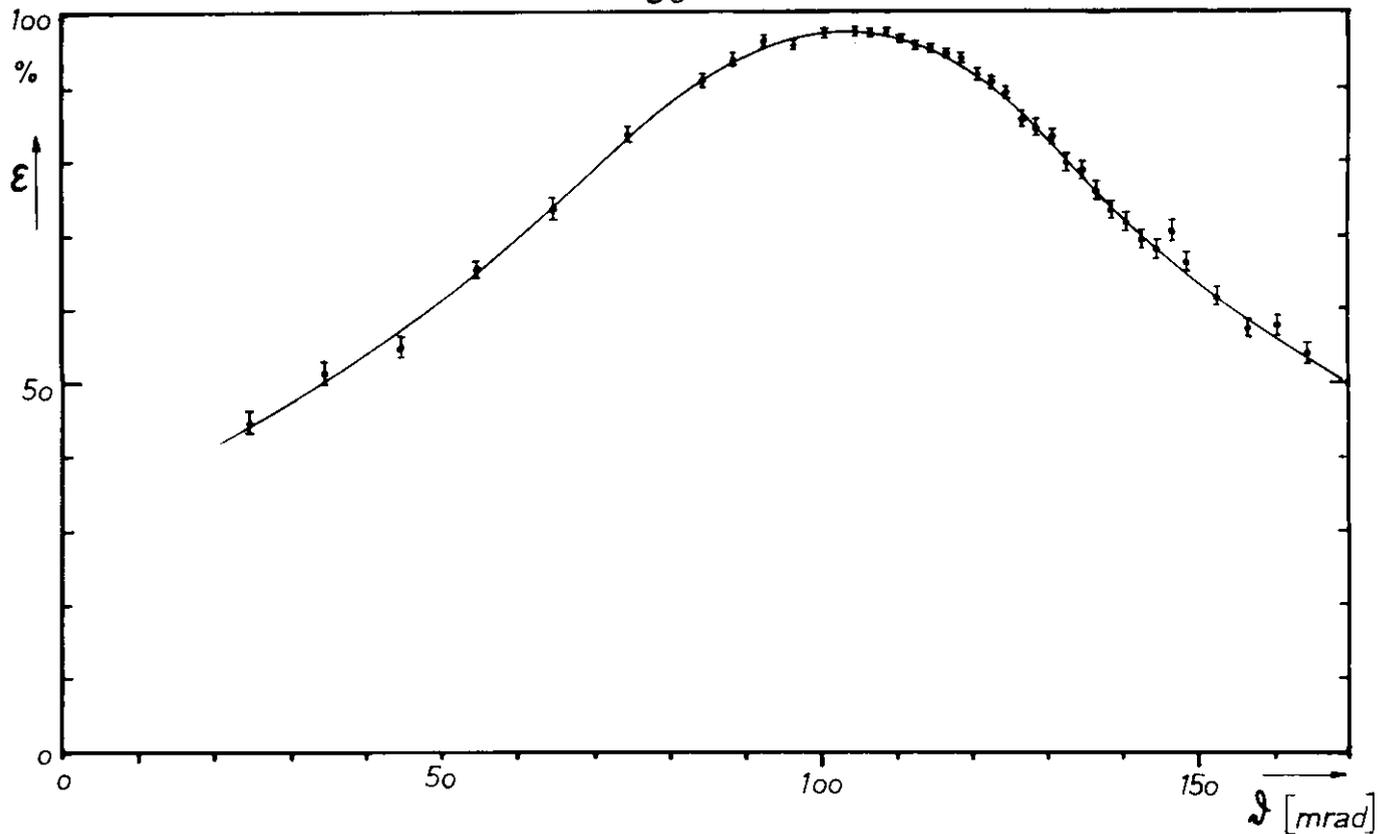


Abb. 35 Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion der Einfallsrichtung (oben) und der Einfallshöhe der Elektronen
 $U_c = 2.50 \text{ kV}$ $E = 1.68 \text{ GeV}$

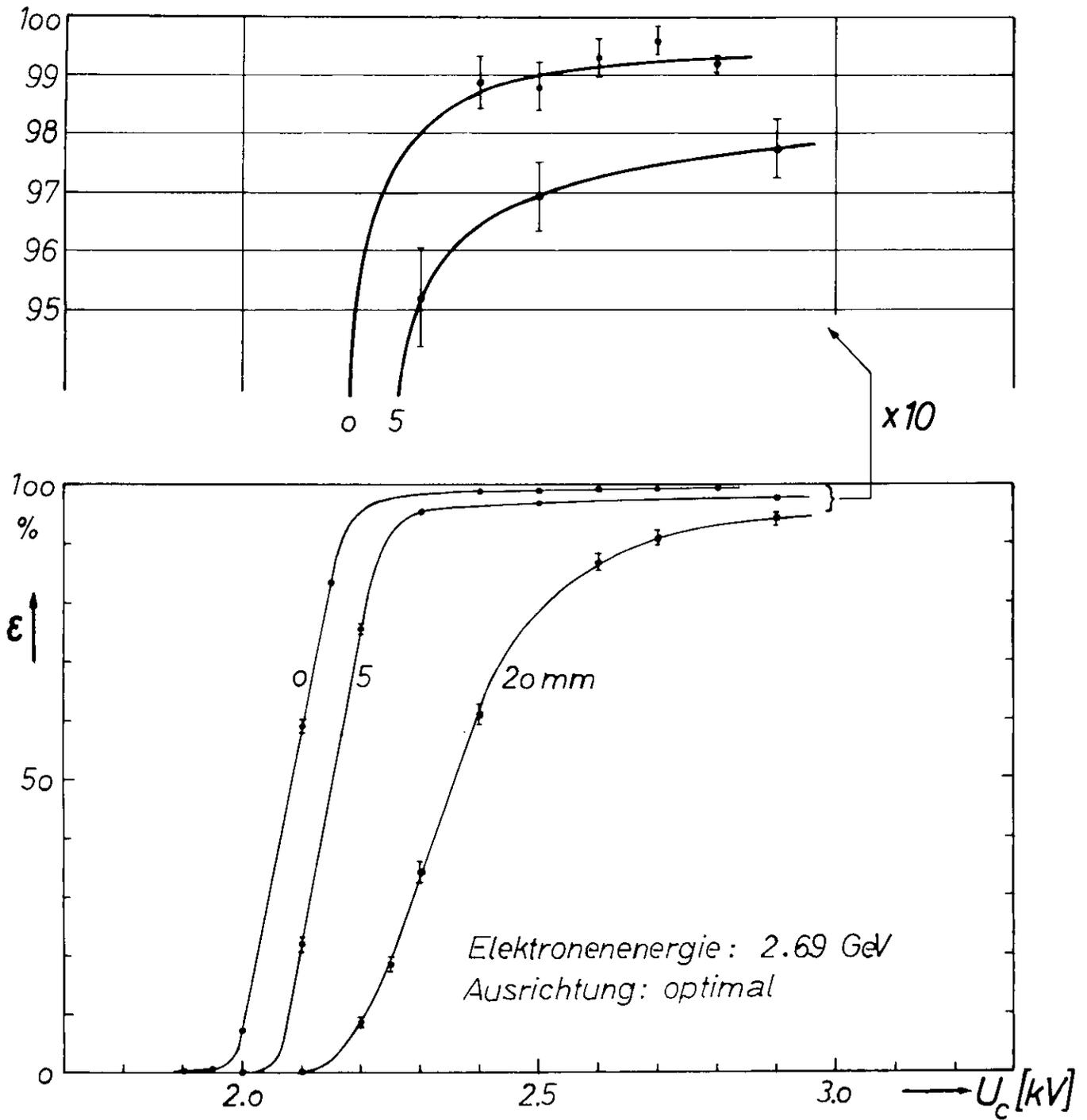


Abb.36 Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion der Multiplierspannung
Parameter : Einfallshöhe der Elektronen

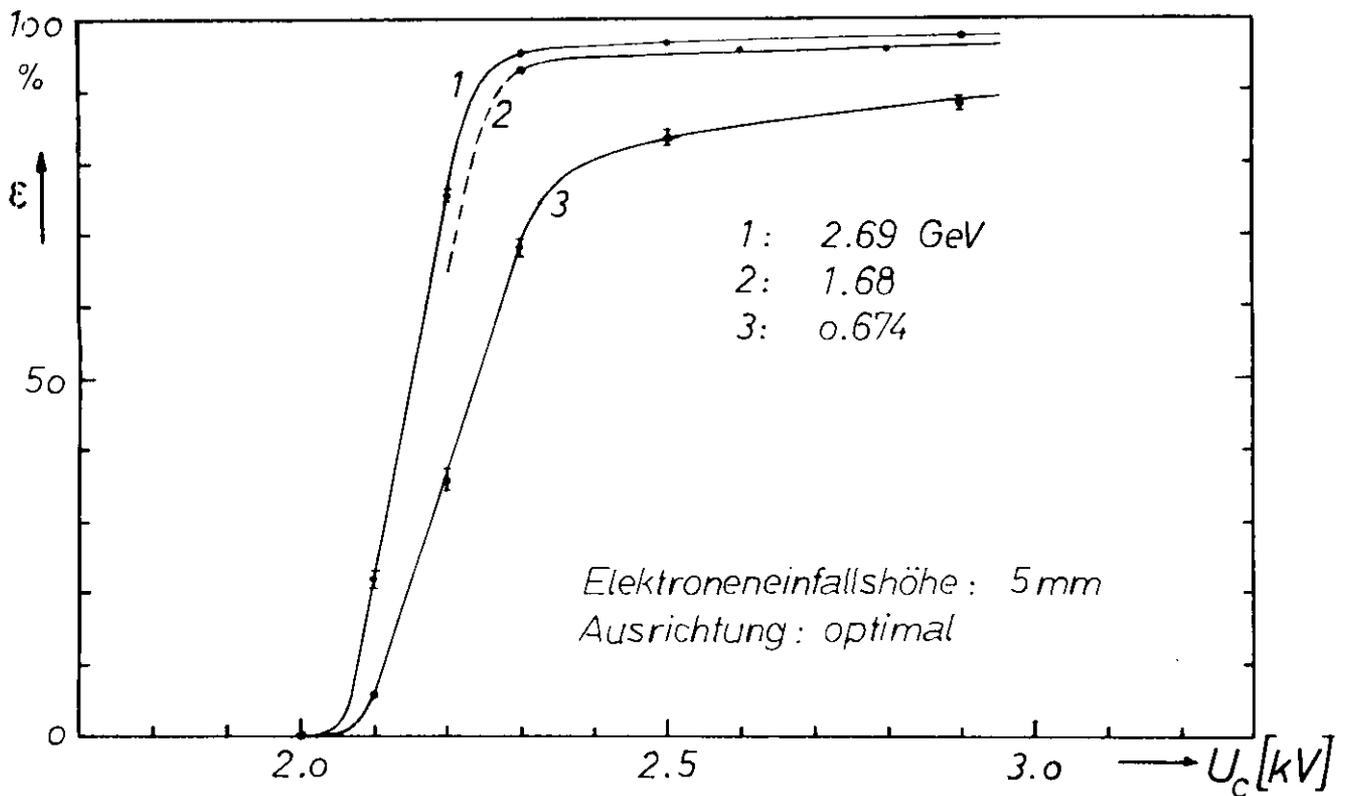


Abb.37 Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion der Multiplierspannung
Parameter : Energie der Elektronen

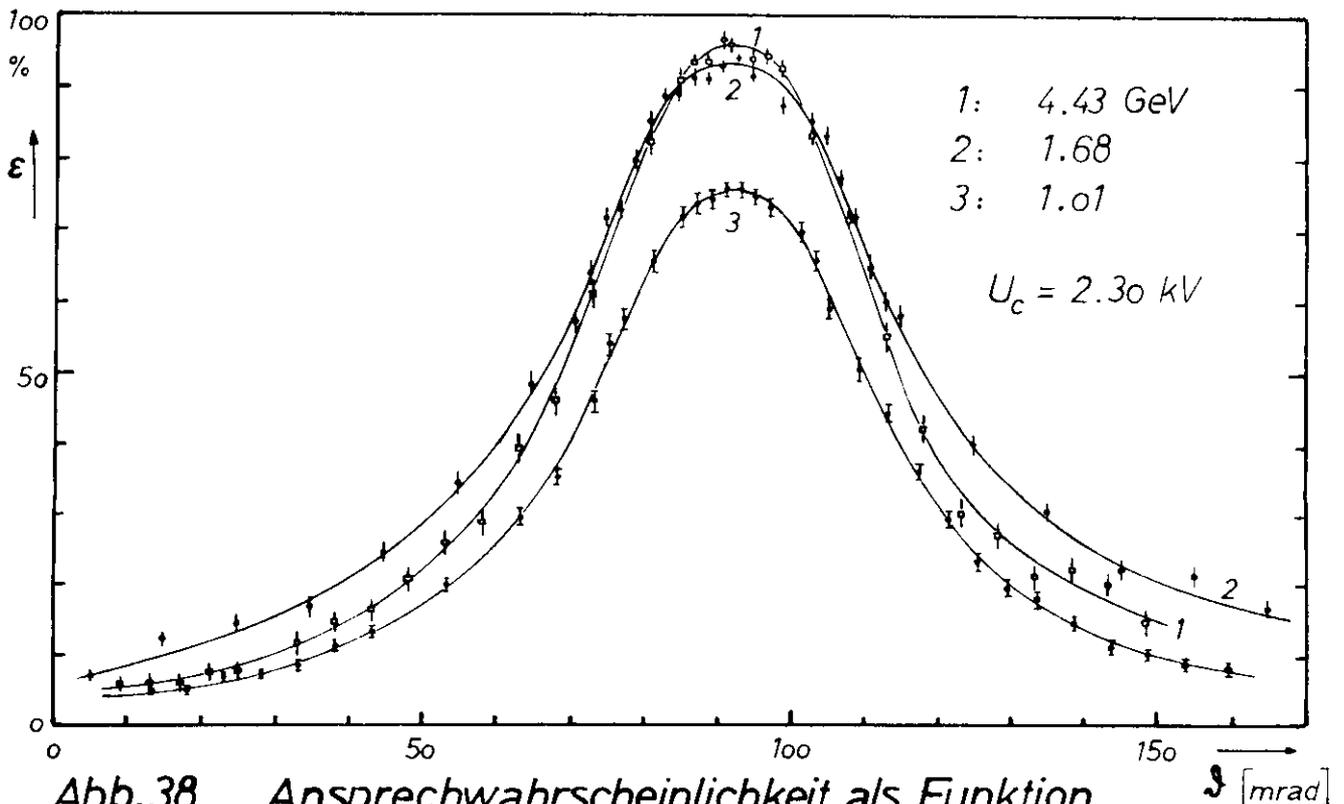


Abb.38 Ansprechwahrscheinlichkeit als Funktion der Einfallrichtung der Elektronen
Parameter : Energie der Elektronen

Ereignisse/Kanal

Abb.39 Signalthöhenverteilung
des Cerenkovzählers
bei verschiedenen
Multiplierspannungen

$E = 4.43 \text{ GeV}$

Richtung und Einfallshöhe
optimal

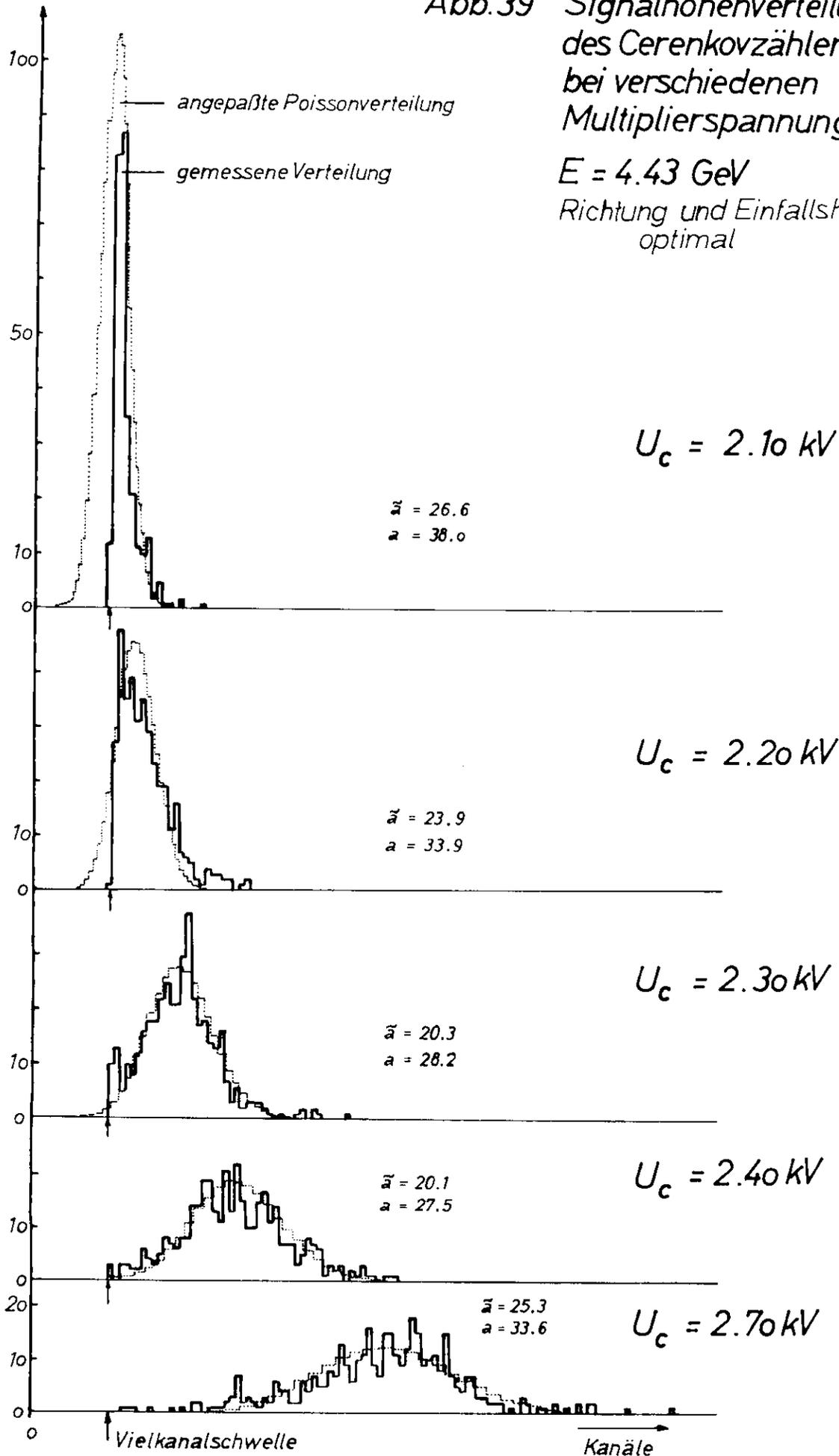
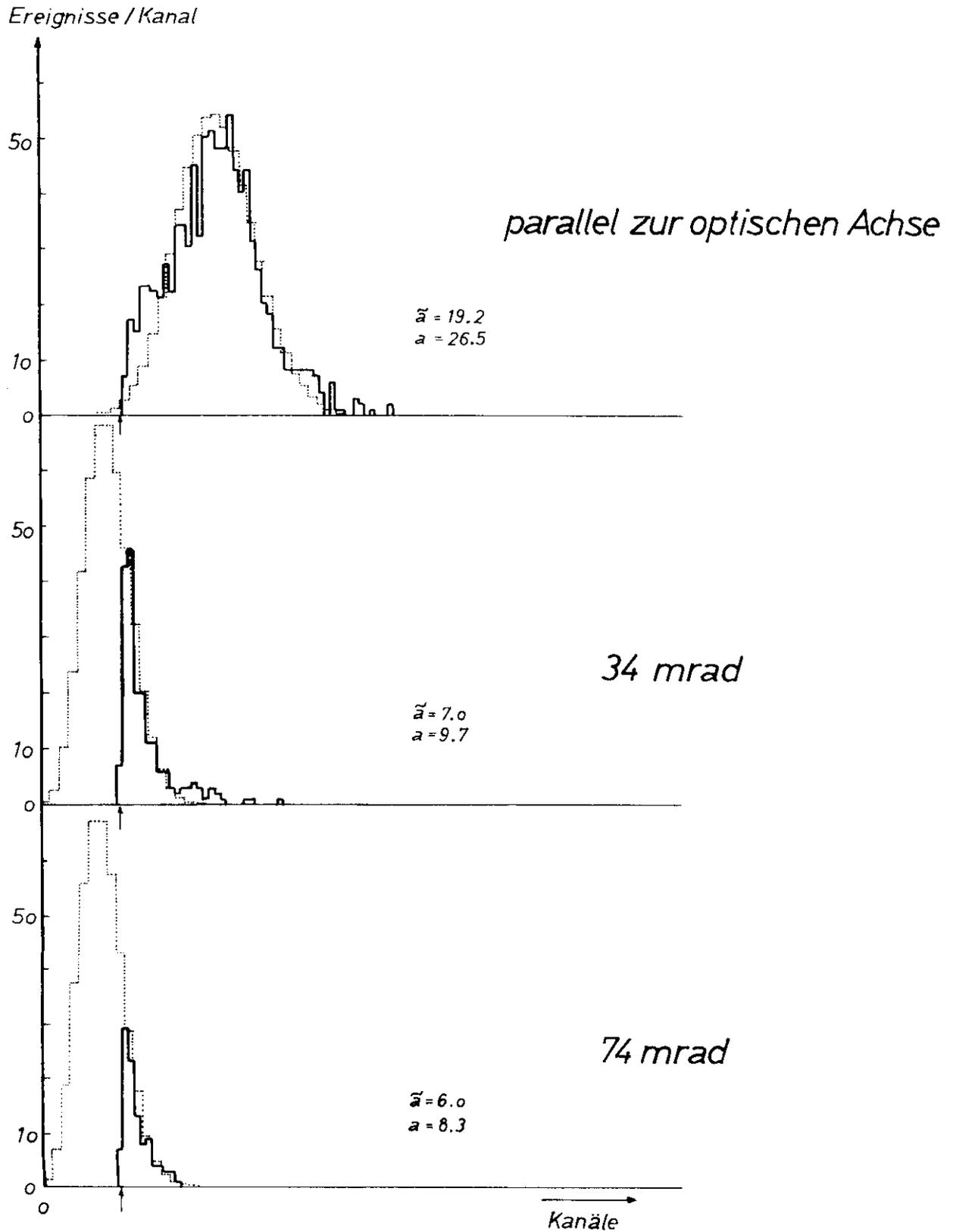


Abb.40 *Signalhöhenverteilung
bei Variation der Einfallsrichtung*

$$U_c = 2.35 \text{ kV} \quad E = 4.43 \text{ GeV}$$



Ereignisse/Kanal

Abb.41 *Signalhöhenverteilung bei Variation der Einfallshöhe*

$U_c = 2.35 \text{ kV}$ $E = 2.69 \text{ GeV}$

Zählermitte

$\bar{x} = 18.0$
 $a = 24.8$

Einfallshöhe 15 mm

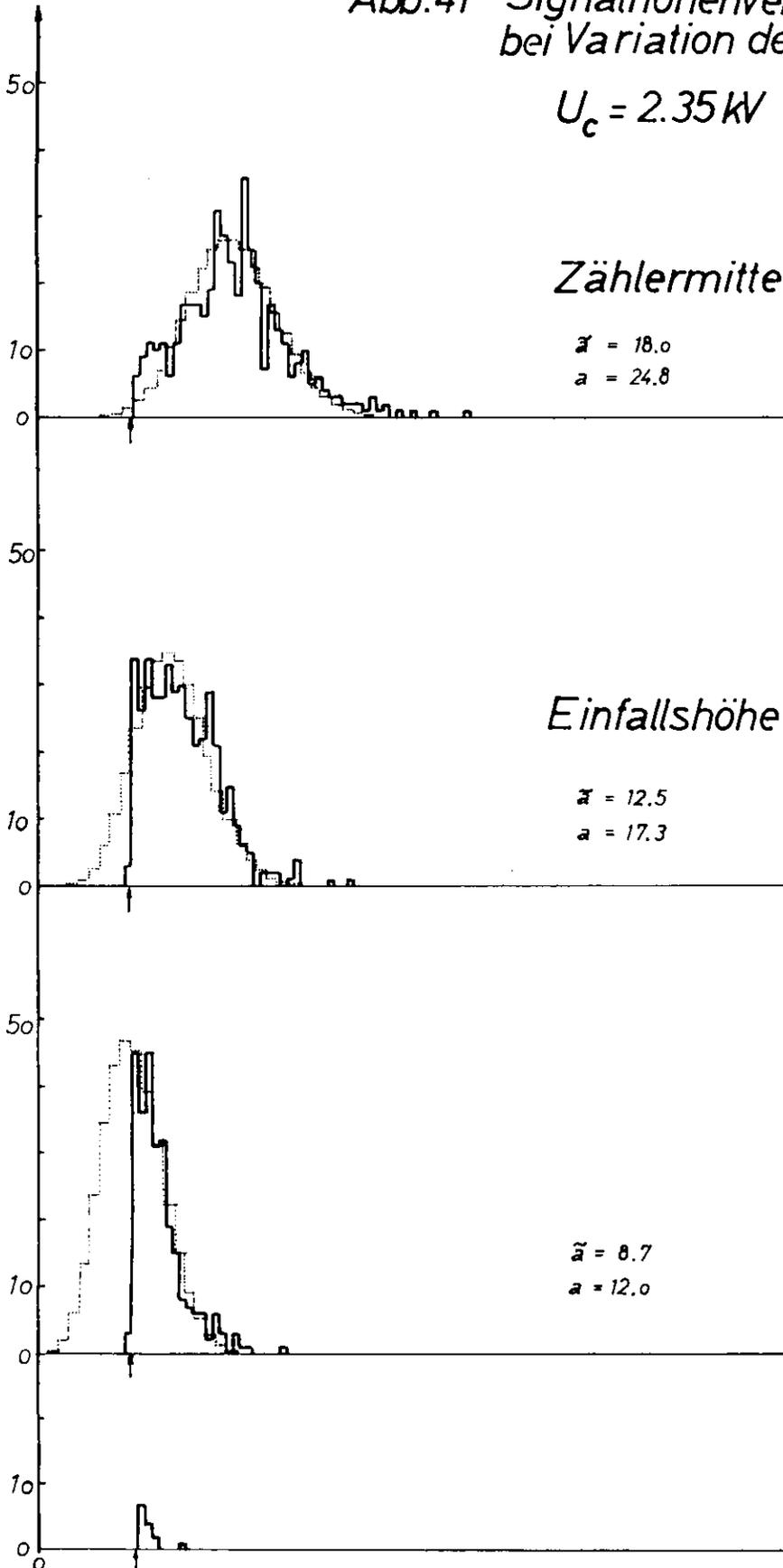
$\bar{x} = 12.5$
 $a = 17.3$

20 mm

$\bar{x} = 8.7$
 $a = 12.0$

40 mm

Kanäle

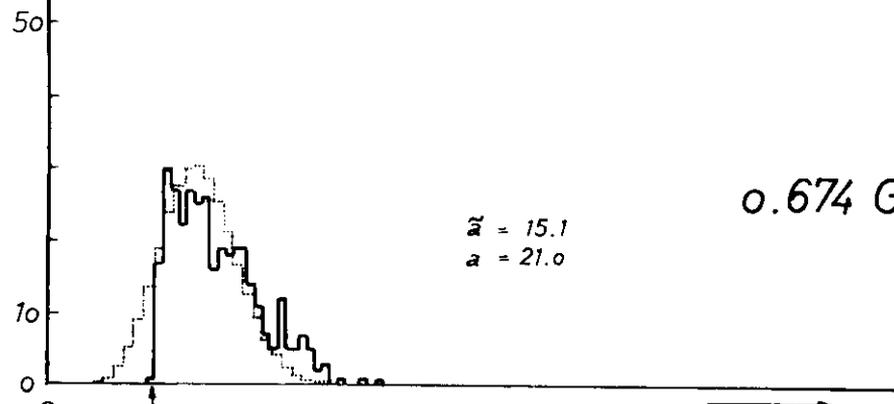
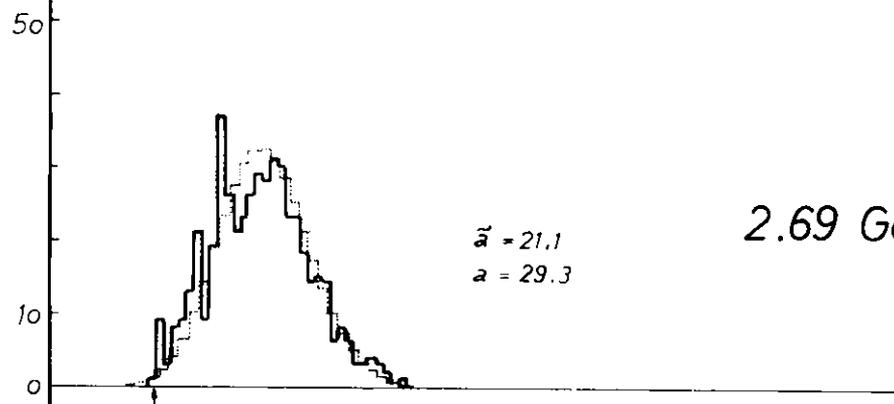
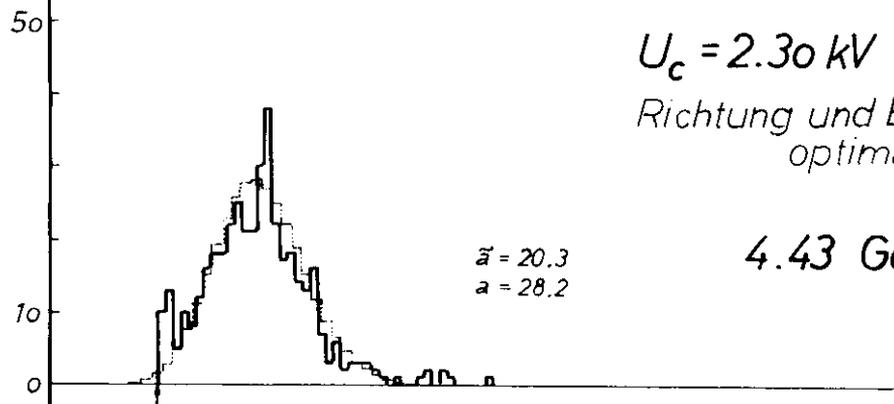


Ereignisse/Kanal

Abb.42 Signalthöhenverteilung
bei Variation der Energie

$$U_c = 2.30 \text{ kV}$$

Richtung und Einfallshöhe
optimal



Kanäle

6.5 Zusammenfassung

Die Testmessungen mit dem Cerenkovzähler bestätigen im wesentlichen die theoretischen Vorstellungen mit der Einschränkung, daß die Lichtsammlung des verwendeten Spiegelexemplars etwas hinter dem Bestmöglichen zurückbleibt. Bei 1 GeV sind apparative und theoretische Richtungsunschärfe ungefähr gleichgroß. Die gewählte Ringblendenbreite von 1.0 mm, die für einen fehlerfreien Spiegel des verwendeten Typs grob ist, erschöpft das Auflösungsvermögen des untersuchten Exemplars bereits. Für Energien unterhalb 1.7 GeV ist diese Ringblende zu schmal : Infolge eines erheblichen Lichtverlustes sinkt die Ansprechwahrscheinlichkeit ab. Oberhalb 1.7 GeV dagegen ist die Energieabhängigkeit nur gering.

Mit Hilfe des Verlängerungsstutzens und durch Steigerung der Verstärkung gelingt es, eine definierte Zählerfläche mit konstanter Ansprechwahrscheinlichkeit zu erzeugen (Plateauzustand). An den Rändern des Plateaus fällt die Ansprechwahrscheinlichkeit relativ schnell ab. Das Erreichen des Plateaus wird mit einer Einbuße an Richtungsauflösung erkauft.

Zum Schluß sind noch einmal die wichtigsten Daten des getesteten Zählers zusammengefaßt :

Strahlerart	Plexiglas
Fokussierung	Schrägparabolischer Spiegel
Strahlerlänge	100 mm
davon Verlängerungsstutzen	50 mm
empfindliche Zählerfläche (Plateau)	30 x 30 mm ²
Radius der Ringblende	56.1 mm
Breite der Ringblende	1.0 mm
Richtungsauflösung ($E > 2$ GeV)	$\Delta \vartheta_{\frac{\epsilon}{2}}$
$\epsilon^{\max} = 61 \%$; kein Plateau :	± 11 mrad
$\epsilon^{\text{Plateau}} = 96 \%$; Plateau :	± 37 mrad
Mittlere Anzahl von Photoelektronen im Maximum	30
Energieabhängig	unterhalb 2 GeV

Anhang

	Seite
Anh. 1 Abschätzung des Wirkungsgrades und der totalen Photoelektronenzahl	65
Anh. 2 Totalreflexion im Verlängerungsstutzen	66
Anh. 3 Abbildungsgleichung $r(x, \phi)$	67
Abb.43 Spektraler Brechungsindex von Polymethylmetacrylat	70
Abb.44 Spektrale Quantenausbeute von Photokathoden	71
Abb.45 Spektrale Durchlässigkeit von Polymethylmetacrylat	71
Abb.46 Reflexionsvermögen von Aluminium als Funktion des Einfallswinkels für linear polarisiertes Licht	72
Abb.47 Spektrales Reflexionsvermögen von Aluminium	72
Abb.48 Mittlerer Sekundäremissionskoeffizient und Transformationsfaktor für XP 1040	73

Anh. 1 Abschätzung des Wirkungsgrades und der totalen Photoelektronenzahl

Wir legen die in 3.5 beschriebene Zählergeometrie zugrunde. Der Multiplier XP1040 hat eine S11 Kathode, deren Quantenausbeute q_λ im Langwelligen bei ca. 5000 Å auf die Hälfte des Maximums abgefallen ist, vgl. Abb.44. Die kurzwellige Grenze ist durch die Reichweite der spektralen Durchlässigkeit des Plexiglasstrahlers bestimmt: Bei einer Strahlerlänge von 10 cm liegt die 50% Grenze des Reintransmissionsgrades δ_λ^* bei 4100 Å, vgl. Abb.45.

Ferner treten Reflexionsverluste auf, die in dem betrachteten Intervall von λ praktisch unabhängig sind:

- a) am fokussierenden Spiegel (Flexiglas/Al) : Reflexionsvermögen R_1
- b) am Konus (Luft/Al) : " R_2
- c) am Umlenkspiegel (Luft/Al) : " R_3
- d) beim Übergang Luft/Glas (zweimal je 4%) : Durchlaß $D = 0.92$

Das Reflexionsvermögen eines Metalls bei schiefem Einfall von linear polarisiertem Licht wird durch die verallgemeinerten Fresnelschen Formeln mit komplexen Brechungsindex beschrieben [12]. Abb.46 zeigt das Ergebnis einer numerischen Auswertung dieser Formeln für den vorliegenden Fall. Im allgemeinen ist das reflektierte Licht elliptisch polarisiert. Für die von der optischen Achse her startenden Cerenkovphotonen bleibt jedoch durch das ganze optische System $\alpha = 0$ und damit auch die lineare Polarisation erhalten.

Für diese Photonen ist:

- Fall (a) (mittlerer Einfallswinkel ca. 35°) $R_1 \approx 0.84$
- Fall (b) (" " ca. 70°) $R_2 \approx 0.80$
- Fall (c) (" " ca. 60°) $R_3 \approx 0.83$

Der Wirkungsgrad ist:

$$\eta(\lambda) = R_1 R_2 R_3 D q_\lambda \delta_\lambda$$

Zwischen 4000 und 5000 Å ergibt die Mittelung: $\eta = 0.06$
 Die Zahl der von einem Strahler der Gesamtlänge L ausgelösten Photoelektronen ist ohne Ausblendung ($\Delta\lambda_{Bl} = \infty$) nach (1.2):

$$a^{to} = L \cdot 2\pi\alpha \int_{\eta>0} \eta(\lambda) \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \frac{d\lambda}{\lambda^2}$$

Für L = 10 cm ergibt die Integration: $a^{to} = 100$
 Diese Werte für η und a^{to} sind als bestmögliche aufzufassen. Die Reflexionsbeläge des Zählers erreichen wahrscheinlich nicht die Landolt-Börnstein Werte und auch die Quantenausbeute der Multiplier erreicht erfahrungsgemäß nur selten die Katalogwerte.

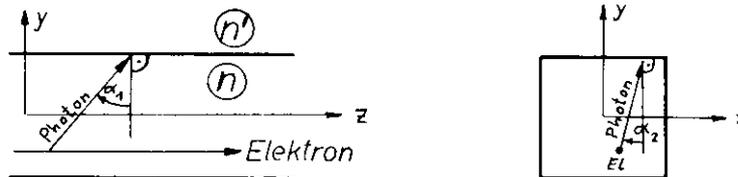
*) Unmittelbar gemessen wird der Transmissionsgrad T_λ . Dieser enthält noch den zweimaligen Reflexionsverlust an der Vorder- und Rückseite der Probeplatte von je

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

Der Reintransmissionsgrad ist $\delta_\lambda = T_\lambda + 2R$

Anh. 2 Totalreflexion im Verlängerungsstutzen

Es wird gezeigt, daß das Cerenkovlicht von Teilchen der richtigen Einfallsrichtung zu mehr als 97 % an den Seitenwänden des Verlängerungsstutzens totalreflektiert wird.



Der Grenzwinkel für Totalreflexion ist

$$\alpha_T = \arcsin \frac{n'}{n}$$

Das Elektron möge parallel zur z-Achse einfallen.

Für den Cerenkovwinkel gilt dann :

$$\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 = \operatorname{tg}^2 \vartheta = (n\beta)^2 - 1$$

für den Einfallswinkel :

$$\left(\frac{dx}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dy}\right)^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha$$

Daraus folgt für die auf die xy-Ebene projizierte Photonenrichtung α_2

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_2 = \left(\frac{dx}{dy}\right)^2 = \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1}{\operatorname{tg}^2 \vartheta + 1}$$

Für Totalreflexion muß $\alpha > \alpha_T$ sein und demzufolge

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_2 > \frac{1}{n^2 - n'^2} \left\{ n'^2 - \frac{1}{\beta^2} \right\}$$

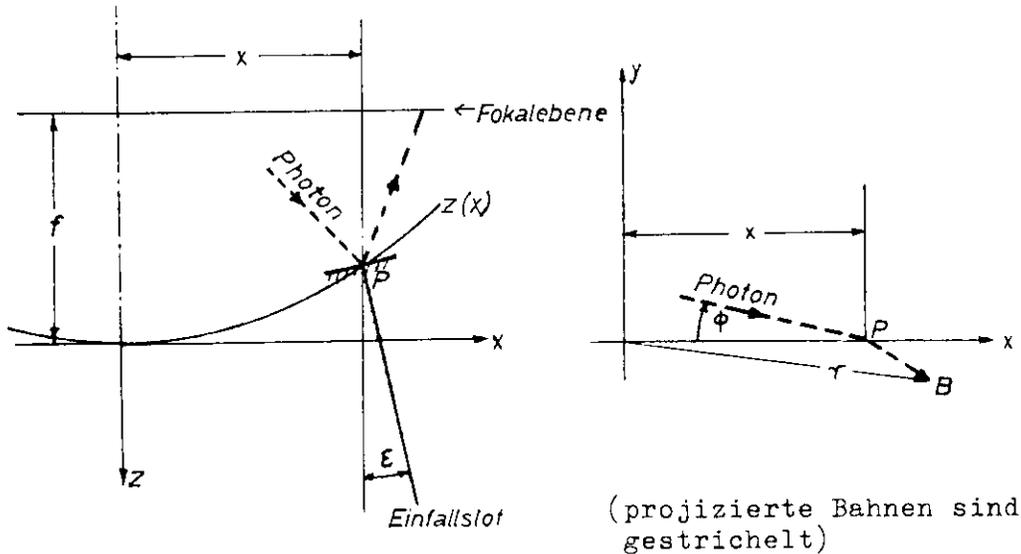
Sobald $\beta = \frac{v}{c} > \frac{1}{n'}$ wird, ist die Klammer positiv und es tritt nicht mehr überall Totalreflexion auf. Für Luft mit $n' = 1.000272$ beginnt dies bei einer Elektronenenergie oberhalb von 21.5 MeV. Der Verlust bei höheren Energien ist jedoch unbedeutend. Für $\beta = 1$ und $n = 1.5$ ist der kritische Winkel gegenüber Luft

$$\alpha_2 = 21 \text{ mrad}$$

und der Verlust beträgt nur $\frac{8\alpha_2}{2\pi} = 2.65 \%$

Anh. 3 Abbildungsgleichung $r(x, \Phi)$

Der Spiegel soll rotationssymmetrisch zur optischen Achse z , aber nicht notwendigerweise glatt sein. Er wird dann durch die Erzeugungskurve $z(x)$ und die Spiegelneigung $\epsilon(x)$ beschrieben. Siehe Abbildung :



Gesucht ist der Abstand r des Bildpunktes B für ein Photon, das unter der Einfallshöhe x und dem Azimut Φ in P auf den Spiegel trifft und mit der optischen Achse den Cerenkovwinkel \mathcal{S} bildet.

Wir zerlegen r in die Komponenten r_x und r_y . Ferner betrachten wir die Projektionen des einfallenden x und y des reflektierten Lichtstrahls auf die xz -Ebene. Diese Projektionen schließen mit dem Einfallslot den Winkel Θ_1 und mit dem Lichtstrahl selbst den Winkel Θ_2 ein. Man beachte, daß nach dem Spiegelungsgesetz gilt:

$$(\Theta_i)_{\text{ein}} = (\Theta_i)_{\text{aus}} = \Theta_i \quad (i = 1, 2)$$

r_x und r_y ergeben sich dann trigonometrisch :

$$I \quad 0 \leq |\Phi| \leq 90^\circ$$

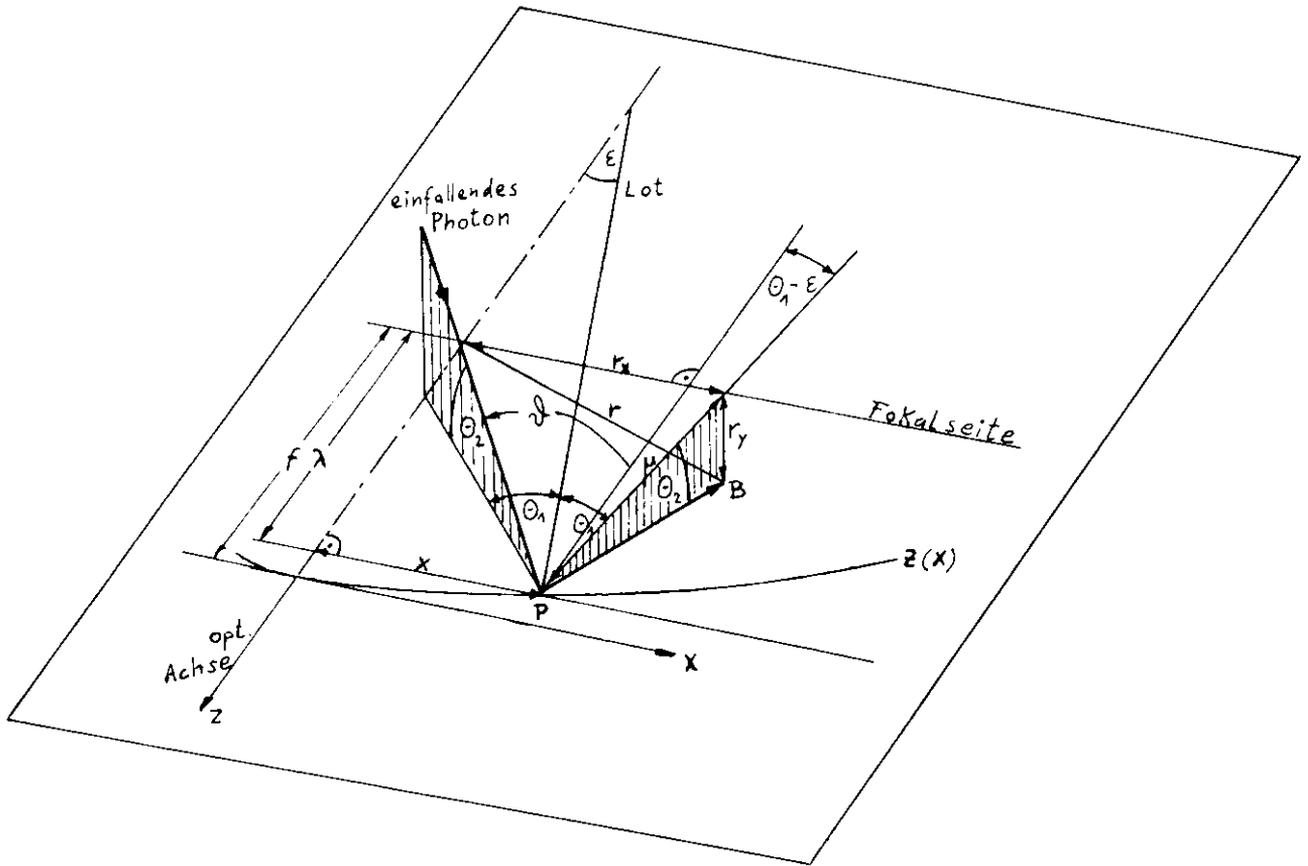
Das einfallende Photon kommt aus dem der optischen Achse zugewandten Halbraum (siehe nächste Abbildung).

$r_x = x + \lambda \operatorname{tg} (\Theta_1 - \epsilon)$	(1)
$r_y = \mu \operatorname{tg} \Theta_2$	(2)

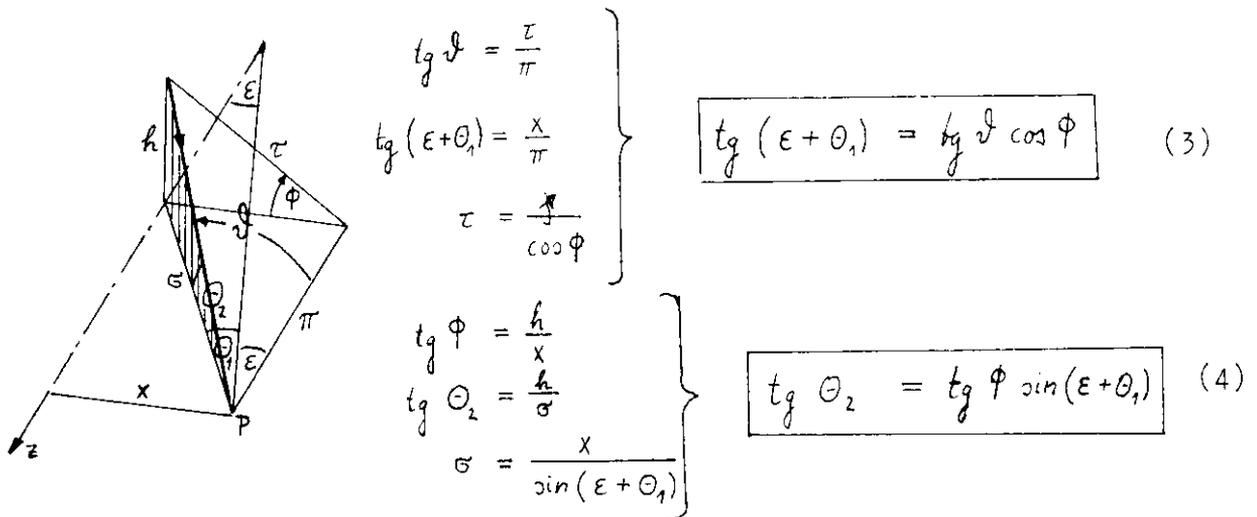
mit

$$\lambda = f + z(x)$$

$$\mu = \frac{\lambda}{\cos(\Theta_1 - \epsilon)}$$



Der Zusammenhang zwischen $(\varphi, \varepsilon, \vartheta)$ und (θ_1, θ_2) ergibt sich aus der folgenden Hilfszeichnung :



Nach mehrfacher Anwendung des Additionstheorems für den Tangens erhält man daraus :

$$\operatorname{tg}(\theta_1 - \varepsilon) = \frac{\operatorname{tg} \vartheta \cos \varphi (1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon) - 2 \operatorname{tg} \varepsilon}{2 \operatorname{tg} \vartheta \cos \varphi \operatorname{tg} \varepsilon + 1 - \operatorname{tg}^2 \varepsilon} \stackrel{!}{=} T_1 \quad (5)$$

außerdem :

$$\boxed{\operatorname{tg} \Theta_2 = \frac{\operatorname{tg} \vartheta \sin \phi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \vartheta \cos^2 \phi}} \stackrel{!}{=} T_2} \quad (6)$$

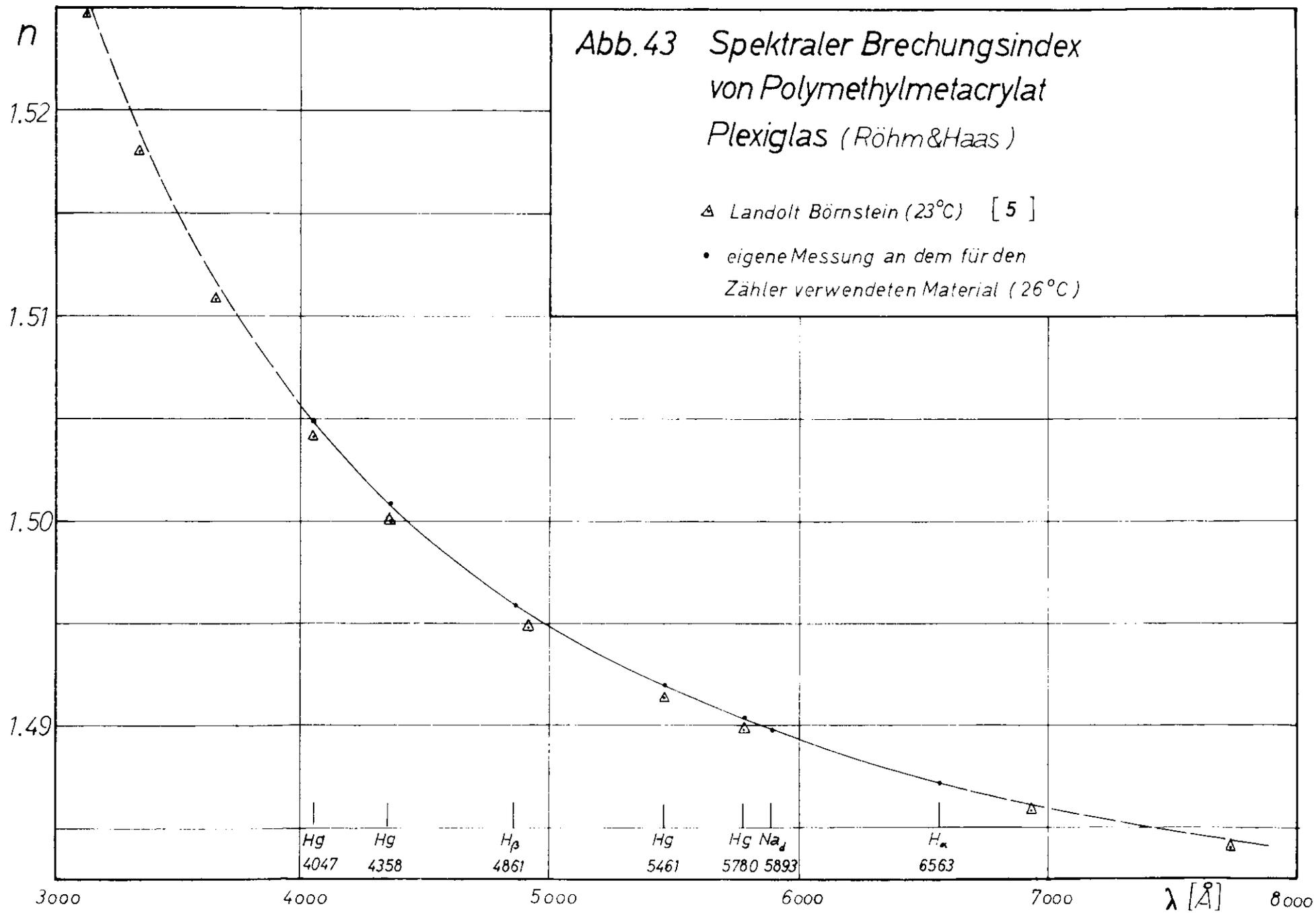
Damit sind die Koordinaten des Bildpunktes B (r_x, r_y) auf Funktionen der Photoneneinfallshöhe x und des Photonenzinimuts ϕ zurückgeführt :

$$\boxed{r_x = x + [f + z(x)] T_1} \quad (7)$$

$$\boxed{r_y = [f + z(x)] T_2 \sqrt{1 + T_1^2}} \quad (8)$$

II $90^\circ \leq |\phi| \leq 180^\circ$

Man erhält dieselben Formeln (7) und (8).



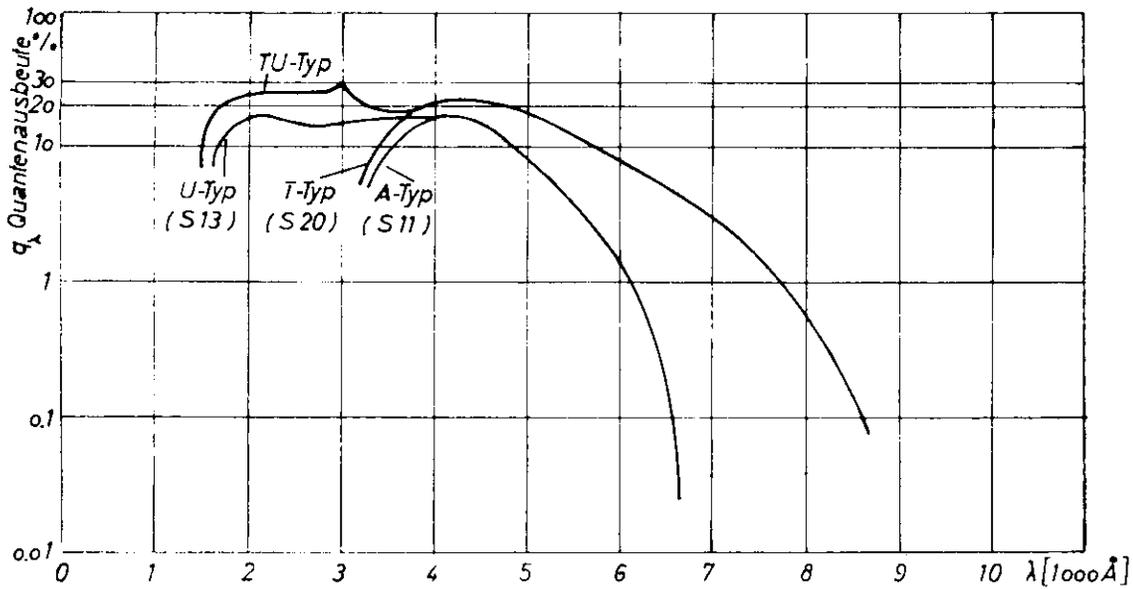


Abb. 44 Spektrale Quantenausbeute von Photokathoden
Valvo [9]

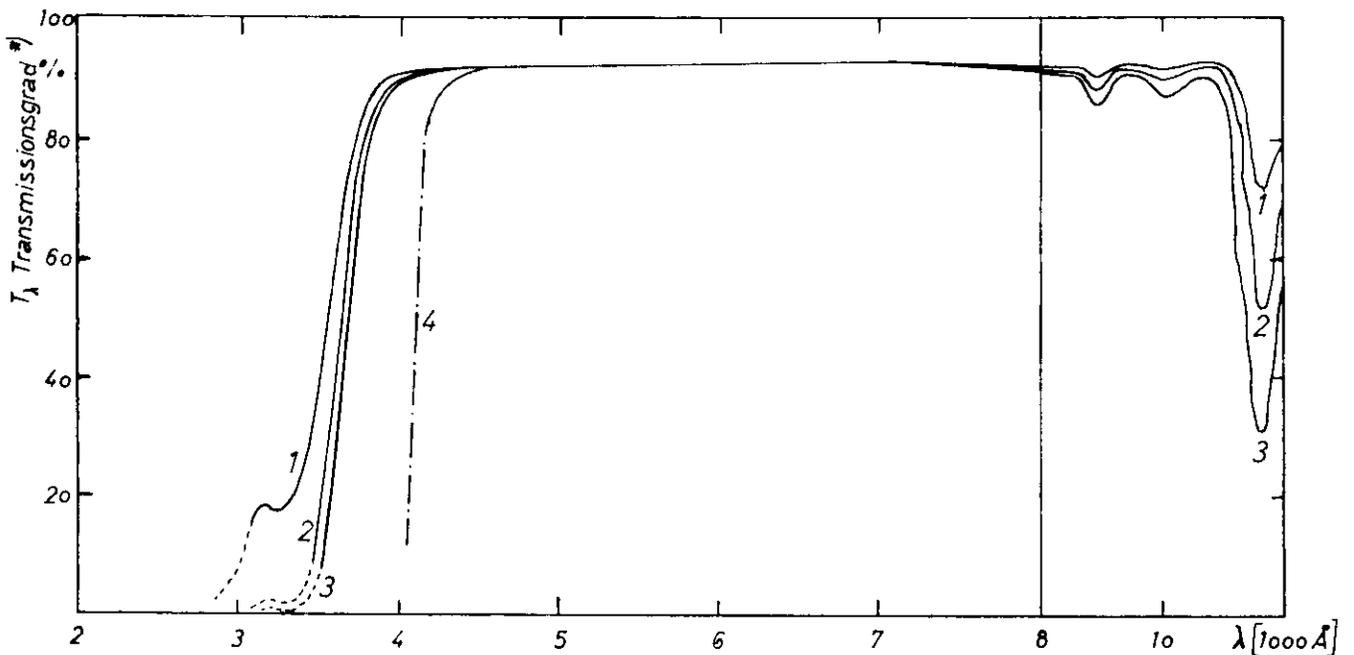


Abb. 45 Spektrale Durchlässigkeit von Polymethylmetacrylat
Perspex (Imperial Chem.Ind.) [5]

Kurve 1 3.2mm stark

2 6.4

3 12.8

4 100 mm (vom Verf. extrapoliert)

*) T_{λ} enthält noch den Reflexionsverlust an Vorderseite und Rückseite

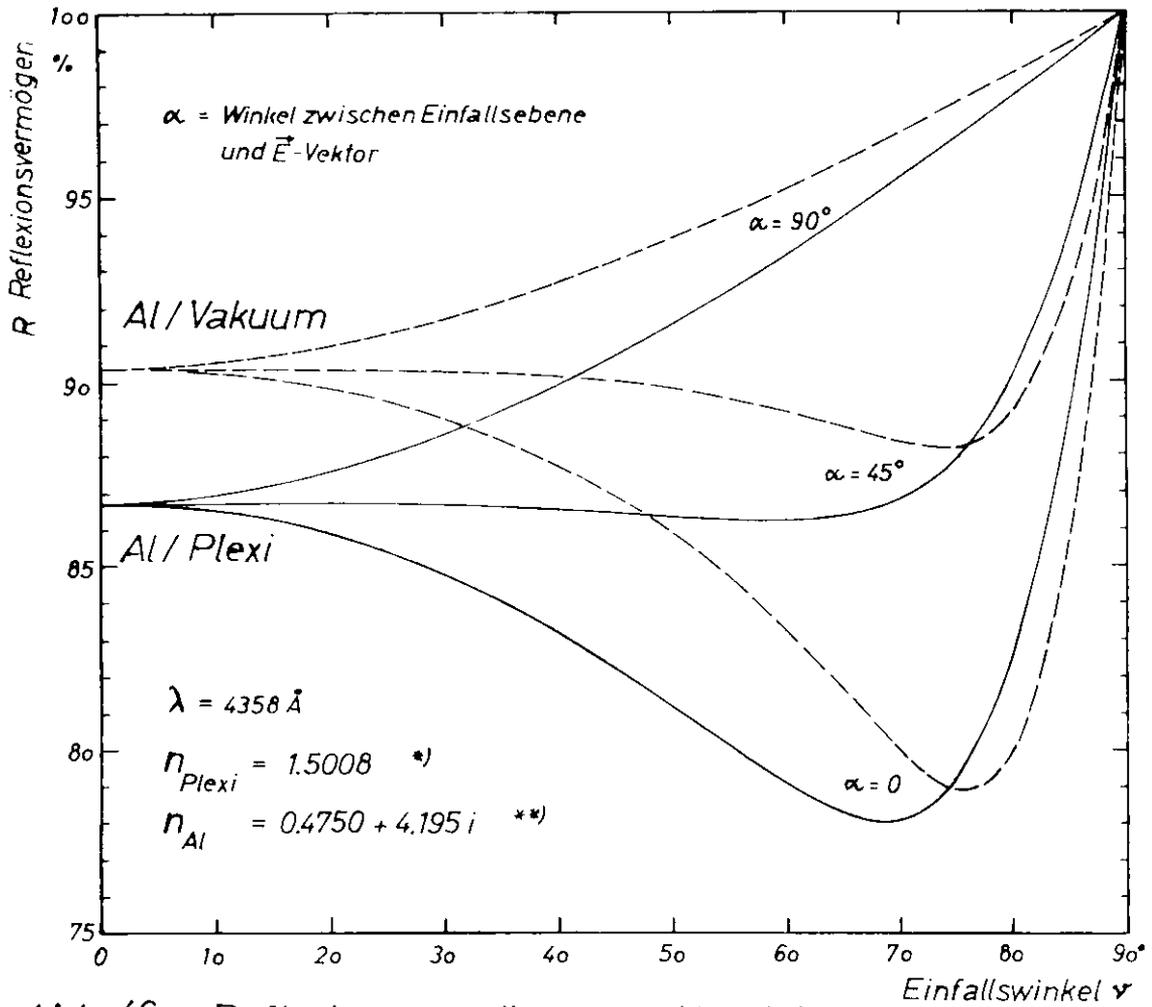


Abb. 46 Reflexionsvermögen von Aluminium als Funktion des Einfallswinkels für linear polarisiertes Licht berechnet nach [12]
 *) eigene Messung, siehe Abb. 43 **) Vakuumbedampft, Landolt-Börnstein [5]

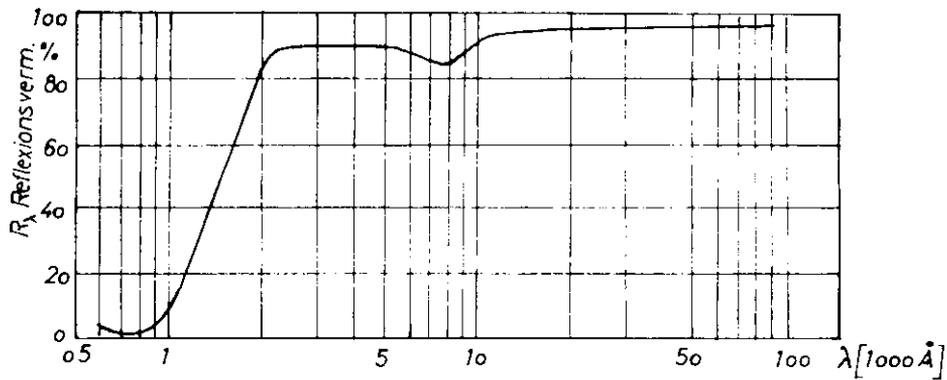
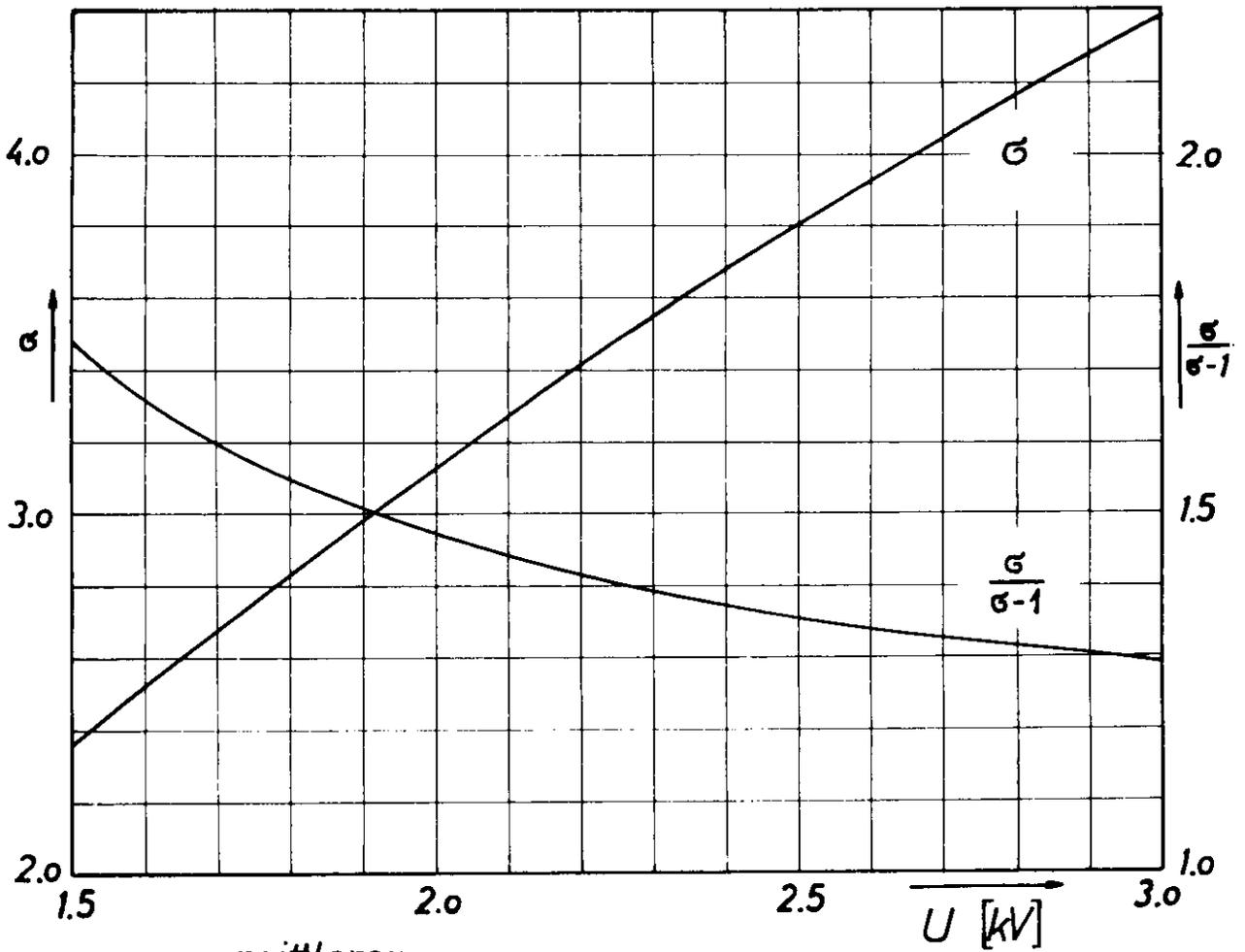


Abb. 47 Spektrales Reflexionsvermögen von Aluminium gegen Vakuum bei senkrechtem Einfall **)



mittlerer
Abb.48 *Sekundäremissionskoeffizient*
und Transformationsfaktor für XP1040
berechnet aus der Verstärkung $V_f(U)$ aus [9]

Literaturverzeichnis

- 1 W. Galbraith, W.S.C. Williams (Herausgeber): High Energy and Nuclear Physics Data Handbook; Rutherford Laboratory (1964)
- 2 B. Rossi: High Energy Particles; New York (1956)
- 3 K.G. Dedrick, Phys.Rev. 87, 891 (1952)
- 4 L.I. Schiff: Quantum Mechanics; New York (1949)
- 5 Landolt-Börnstein Bd.II/8 (1962): Optische Konstanten
- 6 Jenaer Glaswerk Schott & Gen. (Mainz): Liste der optischen Eigenschaftswerte (1956)
- 7 Firma Schott: unveröffentlichte Labormitteilung (1960)
- 8 Römpf: Chemielexikon; Stuttgart (1966)
- 9 Valvo-Handbuch: Spezialröhren II (1967)
- 10 W. Hartmann, F. Bernhard: Fotovervielfacher und ihre Anwendung in der Kernphysik; Berlin (1957)
- 11 J. Rathje: Über die für Hochenergieexperimente wichtigen Eigenschaften von Photomultipliern; DESY-E6; Interner Bericht 3 (1967)
- 12 W. Weizel: Physikalische Formelsammlung II; Mannheim (1964)
- 13 G. Lutz, H.D. Schulz: DESY-Bericht 67/29 (1967)
- 14 H.D. Schulz: Dissertation; Hamburg (1966)
- 15 G. Lutz: private Mitteilung vom 10.8.1965
- 16 B. Leontic: Solid and liquid Cerenkovcounters; CERN-Bericht 59-14 (1959)
- 17 M. Huq, G.W. Hutchinson: Nucl.Instr.Meth. 4, 30 (1959)
- 18 J.V. Jelley: Cerenkov-radiation and its applications: London (1958)
- 19 G.W. Hutchinson: Cherenkov Detectors, Progr.Nucl.Phys. 8, 195 (1960)
- 20 G. Schultze : Cerenkov Zähler; in: H. Neuert; Kernphysikalische Meßverfahren; Karlsruhe (1966)
- 21 DESY-Strahlführungsmagnete; Blatt K31.3; Auskunft: K. Holm
- 22 L. Schmetterer: Einführung in die mathematische Statistik; Wien, New York (1966)
- 23 J. Pfanzagl: Allgemeine Methodenlehre der Statistik II; Berlin (1962)

Ich danke Herrn Professor Dr. Stähelin sehr für die Anregung und Förderung dieser Arbeit.

Herrn Dr. Timm bin ich für die tatkräftige Betreuung und sein beständiges Interesse verbunden. Herrn Dr. Criegee, Herrn Dr. Lutz und Herrn Zimmermann schulde ich besonderen Dank für wertvolle Ratschläge.

Herrn Schlenzig danke ich für die sorgfältige Herstellung der optischen Bauteile.

Meinen Kommilitonen Franke und Sadrozinski, sowie den Herren Filla, Dr. Garrell, Hierholzer und Löffler danke ich für ihre Hilfe bei den Messungen.