

Interner Bericht
DESY F33-68/3
Oktober 1968

DESY-Bibliothek

18. OKT. 1968 ✓

Untersuchungen zur Kollimation kohärenter Bremsstrahlung
im GeV-Bereich

von

H. Sadrozinski

Untersuchungen zur Kollimation kohärenter Bremsstrahlung
im GeV-Bereich

von

H. Sadrozinski

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird über ein Experiment zur Erzeugung kohärenter Bremsstrahlung an Kristallen berichtet, das am 6 GeV-Elektronen-Synchrotron DESY durchgeführt wurde. Dabei handelt es sich um die Untersuchung von Effekten, die man bei scharfer Kollimation voraussagt: man erwartet eine Kantenstruktur des Spektrums, das sich um so mehr einem Linienspektrum nähert, je schärfer man kollimiert und je mehr man die Divergenz des Elektronenstrahls verringert.

Bei den Versuchen ging es darum, den Einfluß der Kollimation auf das Spektrum nachzuweisen und dann zu zeigen, bis zu welchem Ausmaß ein Linienspektrum am internen dünnen Target erzielt werden kann.

In Teil 2 wird ein kurzer Überblick über die Theorie der Bremsstrahlung an Kristallen gegeben und dann der Effekt der Kollimation erläutert. Die Einflüsse von Elektronenenergie, Primärdivergenz der Elektronen, Targetdicke und Kollimationswinkel werden diskutiert.

In Teil 3 werden der experimentelle Aufbau beschrieben und apparative Einflüsse auf die Meßergebnisse diskutiert.

Teil 4 enthält die Ergebnisse der Kollimationsmessungen, die bei 2 GeV am DESY-Paarspektrometer mit Si-Einkristallen verschiedener Dicke als interne Targets vorgenommen wurden. Dazu wird über Maßnahmen berichtet, mit denen die Divergenz des Elektronenstrahls reduziert wurde. Es wird gezeigt, daß der Kollimationseffekt am internen Kristalltarget bei DESY nachgewiesen werden kann, daß er jedoch durch die Breite und Divergenz des Elektronenstrahls beschränkt wird.

INHALT
=====

Seite

	<u>Zusammenfassung</u>	1
1	<u>Einleitung</u>	5
2	<u>Theorie</u>	6
2.1	Maßsystem	6
2.2	Grundlagen des Überalleffekts	6
2.2.1	Diskrete Impulsüberträge im Kristall	6
2.2.2	Longitudinaler Impulsübertrag	8
2.2.3	Transversaler Impulsübertrag	10
2.2.4	Spektren der kohärenten Bremsstrahlung	12
2.3	Einfluß der Kollimation auf die kohärente Bremsstrahlung	14
2.3.1	Einfluß der Kollimation auf den kohärenten Teil	16
2.3.2	Einfluß der Kollimation auf den inkohärenten Teil	17
2.4	Einfluß der Elektronendivergenz auf den Kollimationseffekt	18
2.4.1	Abschätzung der Elektronendivergenz	18
2.4.2	Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von der Elektronendivergenz	21
2.5	Folgerungen für die Messung des Kollimationseffekts	25
2.5.1	Größe der Elektronendivergenz und des Kollimations- winkels	25
2.5.2	Energieabhängigkeit des Reduktionsfaktors	25
2.5.3	Berechnung der Spektren dünner Kristalle bei scharfer Kollimation	26
2.5.4	Kollimationseffekt am internen dünnen Si-Target	27
3	<u>Experimentelle Anordnung</u>	30
3.1	Allgemeiner Versuchsaufbau	30
3.2	Kristalltarget	30
3.2.1	Vorbereitung der Kristalle	31
3.2.2	Einmessen der Kristalle am Röntgenstrahl	32
3.2.3	Orientierung des Kristalltargets am Elektronenstrahl	36
3.3	Paarspektrometer	38

	Seite	
3.3.1	Prinzip des Paarspektrometers	38
3.3.2	Aufbau der Zählermatrix	39
3.3.3	Szintillationszähler	42
3.3.4	Elektronik des Paarspektrometers	46
3.3.5	Zählraten am Paarspektrometer	48
3.3.6	Umrechnung der gemessenen Paarzählrate auf Photonenintensität	50
4.	<u>Meßergebnisse</u>	56
4.1	Mehrfachdurchgänge und Scrapereinfluß	56
4.2	Kollimierte Spektren von internen Si-Targets	61
4.2.1	Anpassung der theoretischen Spektren an die Meßpunkte	62
4.2.2	Diskussion der Ergebnisse der Anpassung	64
	<u>Anhang</u>	
1.	Berechnung der Zahl der physikalisch nutzbaren Photonen	73
2.	Berechnung der mittleren Zahl der Photoelektronen	74
3.	Berechnung der Primärdivergenz des Elektronen- strahls	75
	Literaturangaben	80

ABBILDUNGEN

	Seite
1 Impulsdiagramm des BS-Prozesses	8
2 Diagramm der transversalen Impulse	10
3 Winkelbeziehungen im Kristall	15
4 Reduktionsfaktor f'	24
5 Theoretische Si-Spektren bei 2 GeV	28
6 Laue - Aufnahmen von Si-Einkristallen	34
7 Geringernetz	35
8 Orientierung am Strahl: Minimum und Querschnitt	37
9 Paarspektrometer	39
10 Aufbau der Szintillationszähler	43
11 Pulshöhenspektren der Multiplierpulse	44
12 Blockschaltbild der Elektronik	47
13 Bethe-Heitler-Spektrum von W , experim. und theor.	53
14 Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ des Paarspektrometers	54
15 Targetausbeute t_{eff}	58
16 Mehrfachdurchgänge mit und ohne Scraper	59
17 Winkelverteilung des γ -Strahls	60
18 Spektren von internen Si-Targets bei 2 GeV	
a Targetdicke 1 mm, Kollim. 0.1 mrad	65
b Targetdicke 0.2 mm "	66
c Targetdicke 0.04 mm, " , ohne Scraper	67
d Targetdicke 0.04 mm, Kollim. 0.2 mrad "	68
e Targetdicke 0.04 mm, Kollim. 0.1 mrad, mit Scraper	69
f Targetdicke 0.04 mm, Kollim. 0.1 mrad, hor. Targetbreite 2 mm	70
19 Phasenellipse	75
20 Winkelbeziehung zwischen Enveloppe und Sollkreis am Target	78

TABELLEN

1 Kristalldaten des Si	31
2 Matrix der Teleskope mit Beinfaktoren	41
3 Übersicht über die Auswertung der Si-Spektren	63
4 Strahlbreite und Divergenz am Target	77

1. Einleitung =====

Hochenergetische Bremsstrahlung, die an Kristallen erzeugt wird, zeigt eine starke Abweichung von der Bethe-Heitler-Form: der untere Energiebereich des Spektrums ist überhöht und hat eine Kantenstruktur, die von der Kristallorientierung abhängig ist und an den Kanten stark linear polarisierte Photonen enthält.

Dieser offensichtliche Kohärenzeffekt wurde von H. Überall aus der Wechselwirkung der Elektronen mit dem periodischen Potential der Kerne im Kristall erklärt (U 1). Die Bremsstrahlungsspektren bestehen aus dem inkohärenten Untergrund, der etwa die Intensität des Bethe-Heitler-Spektrums erreicht, und dem kohärenten Anteil, der im unteren Teil des Spektrums einen großen Intensitätsbeitrag mit starker linearer Polarisation liefert. Die letztere Eigenschaft macht die kohärente Bremsstrahlung für Photoerzeugungs-Experimente interessant.

Überalls Voraussagen wurden experimentell bestätigt durch Messungen von Diambri et al. (B 4) am Synchrotron in Frascati und von der Gruppe F 33 bei DESY (B 3), (L 1). Auf eine interessante Eigenschaft der kohärenten Bremsstrahlung wiesen R.T. Mozley und J. de Wire (M 1) hin: Durch scharfe Kollimation des Gamma-Strahls wird der inkohärente Anteil reduziert, ohne daß dabei der kohärente Teil geschwächt wird, im Gegenteil wird die Kantenstruktur noch verschärft. Das Kantenspektrum geht so über in ein Linienspektrum mit erhöhter Polarisation und wird für die experimentelle Anwendung noch geeigneter.

Es ist daher von großem Interesse, daß untersucht wird, inwieweit am internen Target eines Elektronen-Synchrotrons Bremsstrahlung mit einem Linienspektrum erzeugt werden kann.

2. Theorie

=====

Der theoretische Teil der Arbeit behandelt den Bremsstrahl-Prozeß im Kristall und den Einfluß der Kollimation auf die kohärente Bremsstrahlung. Für eine genauere Information über den "Überall-Effekt" wird auf die Artikel von U.Timm (T 1) und G. Lutz (L 1) verwiesen. Im Hinblick auf die Anwendung im GeV Bereich wird im folgenden immer die hoch-energetische Näherung des Bremsstrahl-Prozesses benutzt, d.h. die Energien des Photons und des Elektrons sind sehr groß gegenüber der Ruheenergie des Elektrons mc^2 .

2.1 Maßsystem

Wenn nicht anders erwähnt, wird ein Maßsystem benutzt, in dem $m = c = \hbar = 1$ gesetzt sind ($m =$ Elektronenmasse, $c =$ Lichtgeschwindigkeit, $\hbar =$ Planck'sches Wirkungsquantum). Das bedeutet, daß Energie, Masse und Impuls in Einheiten der Elektronen-Ruheenergie gemessen werden und die Längeneinheit die Comptonwellenlänge des Elektrons $\lambda_c = \frac{\hbar}{mc} = 3.86 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}$ ist.

2.2 Grundlagen des Überalleffekts

2.2.1 Diskrete Impulsüberträge im Kristall

Für den Bremsstrahl-Prozeß, bei dem durch Wechselwirkung eines Elektrons mit einem Kern ein Photon emittiert wird, gelten Impuls- und Energie-Erhaltungssatz:

$$(1) \quad \vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{k} + \vec{q}$$
$$E_0 = E + k$$

\vec{p}_0 : Impuls des einlaufenden Elektrons
 \vec{p} : " " auslaufenden Elektrons
 \vec{k} : " " emittierten Photons
 \vec{q} : Impulsübertrag auf den Kern
 E_0 : Energie des einlaufenden Elektrons
 E : Energie des auslaufenden Elektrons
 k : Energie des Photons

Energie und Impuls von Elektron und Photon sind nach Voraussetzung sehr groß gegenüber der Elektronenmasse m

$$E_0, E, k \gg 1,$$

dagegen ist die Rückstoßenergie des Kerns vernachlässigbar klein.

Den Impulsübertrag \vec{q} teilen wir auf in eine longitudinale Komponente \vec{q}_1 , die parallel zu \vec{p}_0 ist, und eine transversale Komponente \vec{q}_t senkrecht zu \vec{p}_0 :

$$\vec{q} = \vec{q}_1 + \vec{q}_t$$

Im folgenden interessieren wir uns für die Größe des Rückstoßes \vec{q} und seiner Komponenten \vec{q}_1 und \vec{q}_t bei Bremsstrahlung im Kristall.

Beim Bremsstrahlprozeß im Kristall wird der Rückstoß auf die Gitteratome übertragen, die periodisch im Raum angeordnet sind. In der Born'schen Näherung wird der Bremsstrahlprozeß als Wechselwirkung des Elektrons mit dem statischen Potential der Kerne beschrieben. Im Kristall ist dieses Potential periodisch, und überall zeigte (U 1), daß daher der Rückstoß der Kerne \vec{q} nur die diskreten Werte

$$(2) \quad \vec{q} = 2\pi\vec{g}$$

annehmen kann. Dabei ist $\vec{g} = \frac{1}{a}(h_1, h_2, h_3)$ ein reziproker Gittervektor, a die Gitterkonstante und die h_i sind ganzzahlig. Der reziproke Gittervektor wird in der Theorie der Röntgenbeugung eingeführt und dort gilt eine (2) entsprechende Gleichung.

In etwas ungenauer Ausdrucksweise kann man nun Gleichung (2) so interpretieren, daß nur die reziproken Gittervektoren zum Wirkungsquerschnitt beitragen, obwohl damit Prozesse gemeint sind, bei denen der Impulsübertrag der Gleichung (2) genügt.

Aus der Beziehung (2) folgt gleich eine Aussage über den kleinsten im Kristall überhaupt möglichen Rückstoß q : er ist gleich dem kleinsten reziproken Gittervektor, d.h.

$$q = |\vec{q}| \geq \frac{2\pi}{a} .$$

Einen maximalen Impulsübertrag gibt es an sich nicht, doch da der in den Winkeln differentielle Wirkungsquerschnitt mit q^{-4} abnimmt, tragen zur Intensität nur die reziproken Gittervektoren bei, die in der Nähe des Ursprungs liegen. In guter Näherung kann man die Impulsüberträge auf reziproke Gittervektoren mit $2\hbar_1^2 \lesssim 100$ beschränken. Damit ist der Rückstoß im Kristall praktisch auf den Bereich

$$\frac{2\pi}{a} \leq q \lesssim \frac{2\pi}{a} \cdot 10$$

beschränkt. Für Silizium-Kristalle mit einer Gitterkonstanten $a = 5.42 \text{ \AA}$ (in unseren Einheiten $a = 1400$) liegen die Impulsüberträge im Bereich

$$5 \cdot 10^{-3} \leq q \leq 5 \cdot 10^{-2}$$

2.2.2 Longitudinaler Impulsübertrag q_1

Der longitudinale Impulsübertrag q_1 ist von den Emissionswinkeln des Photons θ_k und des Elektrons θ_e nach Abbildung 1 in folgender Weise abhängig:

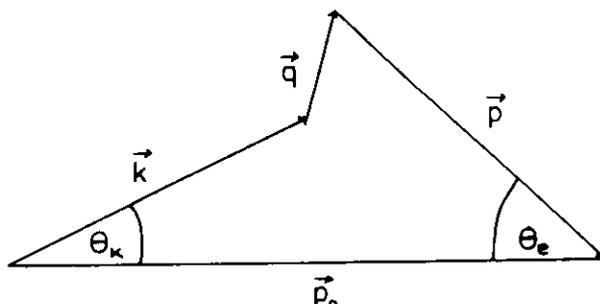


Abb. 1: Impulsdiagramm des BS-Prozesses

$$\begin{aligned} q_1 &= p_0 - k \cdot \cos \theta_k - p \cdot \cos \theta_e \\ &= p_0 - k - p + 2(k \cdot \sin^2 \frac{\theta_k}{2} + p \cdot \sin^2 \frac{\theta_e}{2}) \\ (3) \quad &= \delta + 2(k \cdot \sin^2 \frac{\theta_k}{2} + p \cdot \sin^2 \frac{\theta_e}{2}) \end{aligned}$$

mit $\delta \equiv p_0 - p - k =$ "minimaler Impulsübertrag".

Mit Hilfe des Energieerhaltungssatzes (1) findet man für δ :

$$\delta = p_0 - k - p = \frac{1}{2E_0} \cdot \frac{x}{1-x}, \quad x = \frac{k}{E_0}.$$

Wegen der quadratischen Form in den Winkeln folgt aus Gleichung (3), daß longitudinale Impulsüberträge kleiner als δ nicht auftreten können:

$$(4) \quad q_1 \geq \delta$$

Der Bereich der kinematisch erlaubten Rückstöße ist also durch Beziehung (4) scharf nach unten begrenzt.

Auch nach oben existiert für q_1 eine, wenn auch nicht scharfe Grenze. Nach Gleichung (3) erfordert ein größeres q_1 größere Emissionswinkel θ_k und θ_e . Aus der Bremsstrahlungstheorie ist jedoch bekannt (H 2), daß Emissionswinkel $\theta_k > \theta_\gamma = \frac{1}{E_0}$ sehr selten sind, was für q_1 bedeutet:

$$q_1 \lesssim 2\delta$$

Der longitudinale Impulsübertrag hat somit die Größe von δ . Bei Erzeugung von 1-GeV-Photonen durch Elektronen von 2 GeV ist

$$q_1 \approx \delta = 1.2 \cdot 10^{-4}$$

2.2.3 Transversaler Impulsübertrag q_t

Ein Vergleich zwischen der Größe des Rückstoßes und seiner longitudinalen Komponente q_1 zeigt, daß der Impuls auf den Kern fast völlig in transversaler Richtung übertragen wird:

$$(5) \quad q^2 = q_1^2 + q_t^2 = q_t^2 \quad .$$

Der kinematisch mögliche Bereich der Rückstöße ist also eine flache Scheibe senkrecht zu p_0 im Abstand δ vom Ursprung und von der Dicke δ , von überall "pancake" (= Pfannkuchen) genannt.

Für die Größe des transversalen Impulsübertrages gelten wegen (5) die gleichen Beschränkungen wie für den am Ende von Abschnitt 2.2.1 abgeschätzten Gesamtrückstoß q :

$$5 \cdot 10^{-3} \leq q_t \leq 5 \cdot 10^{-2} \quad .$$

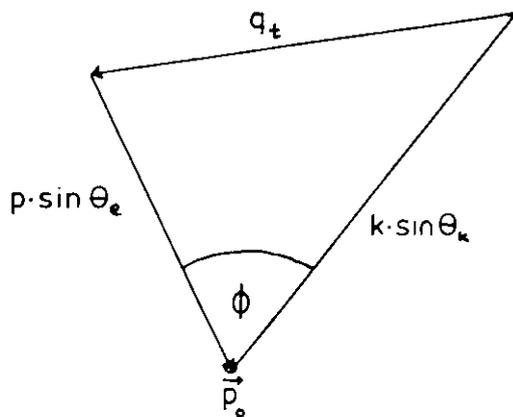


Abb. 2 : Diagramm der transversalen Impulse

$$\perp \vec{p}_0$$

Mit den Bezeichnungen der Abbildungen 1 und 2 gilt für den transversalen Impuls

$$q_t^2 = p^2 \cdot \sin^2 \theta_e + k^2 \cdot \sin^2 \theta_k - 2p \cdot k \cdot \sin \theta_e \cdot \sin \theta_k \cdot \cos \phi \quad .$$

Solange einer der beiden ersten Terme der rechten Seite sehr groß ist gegenüber der linken, ist $\phi \approx 0$ und in guter Näherung ist

$$(6) \quad p^2 \cdot \sin^2 \theta_e = k^2 \cdot \sin^2 \theta_k \quad .$$

Das Quadrat des transversalen Impulsübertrags ist von der Größe $q_t^2 \approx 10^{-4}$. Damit ist (6) eine gute Näherung für 200-MeV-Photonen ($k = 4 \cdot 10^2$) bis zu Emissionswinkel $\theta_k = 0.1$ mrad bzw. bei Photon-Emissionswinkel $\theta_k \geq 0.1$ mrad im ganzen Spektrum außer am oberen und unteren Ende, wo wir es nicht weiter betrachten wollen.

Mit der Gleichung (6) wird der Ausdruck (3) für den longitudinalen Impuls q_{\parallel} auf eine Form gebracht, in der nur noch der Photon-Emissionswinkel neben dem minimalen Impuls erscheint:

$$\begin{aligned} q_{\parallel} &= \delta + 2(k \cdot \sin^2 \frac{\theta_k}{2} + p \cdot \sin^2 \frac{\theta_e}{2}) \\ &= \delta + \frac{1}{2}(k \cdot \theta_k^2 + p \cdot \theta_e^2) \quad \text{da } \theta_k, \theta_e \ll 1 \\ &= \delta + \frac{k \cdot \theta_k^2}{2} \cdot \frac{1}{1-x} \quad \text{wegen (6), (1)} \\ &= \delta + \frac{\theta_{\parallel}^2 \cdot E_0^2 \cdot x}{2E_C(1-x)} \\ (7) \quad &= \delta (1 + \mathcal{V}_k^2) \end{aligned}$$

mit $\mathcal{V}_k = \frac{\theta_k}{\theta_{\gamma}}$ relativer Kollimationswinkel

$\theta_{\gamma} = \frac{1}{E_C}$ mittlerer Quantenemissionswinkel

(= 0.25 mrad für 2-GeV-Elektronen)

2.2.4 Spektrum der kohärenten Bremsstrahlung

Der Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dk}$ für Bremsstrahlung ist annähernd proportional $1/k$, daher wird statt dessen die relative Intensität pro Atom $I = \frac{k}{\sigma} \frac{d\sigma}{dk}$ betrachtet (s.u.).

Zur Intensität der Bremsstrahlung in Kristallen tragen nach den Darlegungen des Abschnittes 2.2.1 und 2.2.2 nur die Prozesse bei, bei denen der Impulsübertrag \vec{q} einem reziproken Gittervektor zugeordnet ist, der im pancake liegt. Wenn man nun über die Beiträge der verschiedenen Gittervektoren im pancake summiert, erhält man den kohärenten Anteil I_k der Intensität.

Ein Teil der Atome im Gitter ist jedoch durch thermische Gitterschwingungen aus der Normlage ausgelenkt. Diese Kerne können nicht zur kohärenten Strahlung beitragen, für die die Regelmäßigkeit des Gitters Voraussetzung ist, geben jedoch auch Anlaß für Bremsstrahlung. Das ist der inkohärente Anteil I_i , der etwa die Intensität des Bethe-Heitler-Spektrums erreicht. Ein Maß für die Auslenkung der Atome und damit für den inkohärenten Anteil ist die mittlere quadratische Auslenkung $A(T)$ der Kerne, die als Funktion der Temperatur und der Debyetemperatur θ_D nach der Debye'schen Theorie berechnet werden kann (E 2). Je größer θ_D ist, desto kleiner ist $A(T)$ und damit der inkohärente Anteil I_i . Aus diesem Grund sind für die Erzeugung von kohärenter Bremsstrahlung geeignet Diamant mit $\theta_D = 2000^\circ$, Be mit $\theta_D = 1160^\circ$ und Si mit $\theta_D = 65^\circ$ K (K 1).

Nach (L 1) berechnet man die relative Intensität pro Atom $I = \frac{x}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx}$ als Summe des kohärenten Anteils I_k und des inkohärenten Untergrundes I_i wie folgt:

$$(\circ) \quad I = I_k + I_i = (1 + (1+x)^2) \cdot (\psi_1 + \psi_1^i) - \frac{2}{3}(1-x) \cdot (\psi_2 - \psi_2^i)$$

$$x = \frac{k}{E_0}$$

Die Funktionen ψ_1 und ψ_2 geben den kohärenten, ψ_1^i und ψ_2^i den inkohärenten Anteil wieder:

$$\psi_1 = \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{a^3} \cdot 4 \delta \cdot \sum_{\vec{q}} |S|^2 e^{-Aq^2} \frac{1}{q^4} \cdot (1 - F(q))^2 \frac{q_x^2}{q^2}$$

$$(9) \quad \psi_2 = \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^3}{a^3} \cdot 24 \delta \cdot \sum_{\vec{q}} |S|^2 e^{-Aq^2} \cdot (1 - F(q))^2 \frac{q_x^2 (q_x - \delta)}{q^4}$$

$$\bar{\sigma} = Z^2 \left(\frac{e^2}{hc} \right) \left(\frac{e^2}{mc^2} \right) = Z^2 \cdot 5.78 \cdot 10^{-28} \text{ cm}^2$$

N = Anzahl der Atome im Kristall

N_0 = Anzahl der Zellen im Kristall

a = Gitterkonstante

S = Strukturfaktor

$F(q)$ = Atomformfaktor

Z = Kernladungszahl

Die Funktionen ψ_1^i und ψ_2^i haben für Silizium die Werte

$$\psi_1^i = 16.6, \quad \psi_2^i = 15.53$$

Die Summation in Gleichung (9) ist über alle reziproken Gitterpunkte \vec{g} im pancake zu erstrecken.

Die Kanten im Spektrum entstehen wie folgt. Wegen der Bedingung (2) ist der longitudinale Impulsübertrag q_1 nicht eine stetige Funktion von x , sondern nimmt nur die diskreten Werte $q_1 = 2\pi g_1$ an, wobei g_1 die Projektion des reziproken Gittervektors \vec{g} auf die Richtung von \vec{p}_0 ist.

Damit wird aus Bedingung (4)

$$(10) \quad 2\pi g_1 \geq \delta = \frac{1}{2E_0} \cdot \frac{x}{1-x}$$

Läßt man nun die Gammaenergie anwachsen, verschiebt man den pancake im Gitter und für ein bestimmtes $x = x_k$ gilt dann in (10) das Gleichheitszeichen: der reziproke Gittervektor liegt direkt am unteren Rande des pancakes. Für größere x

ist die Bedingung (10) nicht mehr erfüllt, da der reziproke Gitterpunkt nicht mehr im pancake liegt, und so trägt dieser Punkt nicht mehr zur Intensität bei. Es gibt dann einen Sprung in der Intensität bei der Energie

$$x_k = \frac{1}{1 + \frac{1}{2\pi g_1 \cdot 2E_0}} \quad .$$

Die Projektion g_1 des reziproken Gittervektors hängt dabei von der speziell gewählten Orientierung des Gitters zu \vec{p}_0 ab:

$$g_1 = \theta \cdot (g_2 \cdot \cos \alpha + g_3 \cdot \sin \alpha)$$

Die Definition der Winkel θ und α ist aus Abb. 3 zu entnehmen. Sie sind im Experiment ca. 50 mrad. Diese spezielle Orientierung zielt darauf ab, den Hauptbeitrag von dem "intensiven" reziproken Gitterpunkt $(2, \bar{2}, 0)$ zu erhalten.

Da auch die transversale Komponente q_t des Rückstoßes durch die Komponenten g_i des Gittervektors $\vec{g} = (g_1, g_2, g_3)$ und die Winkel θ und α dargestellt werden kann, ist der Formel (9) äquivalent eine Darstellung, in der die Indizes der reziproken Gittervektoren h_i und die Winkel θ und α anstelle q_1 und q_t stehen.

Für die Berechnung der Intensität wurde ein Fortran-IV-Programm benutzt, das auf der zuletzt erwähnten Darstellung basiert, d.h. neben den Kristalldaten bestimmen nur die Elektronenenergie E_0 und θ und α das Spektrum. Abb. 5a, S. 28, zeigt das theor. Bremspektrum von 2-GeV-Elektronen am Si-Kristall mit $\theta = 50.2$ mrad, $\alpha = 5.1^\circ$.

2.3 Einfluß der Kollimation auf die kohärente Bremsstrahlung

Der Kollimationseffekt bei kohärenter Bremsstrahlung besteht in der unterschiedlichen Wirkung scharfer Kollimation auf den kohärenten und den inkohärenten Teil des Spektrums.

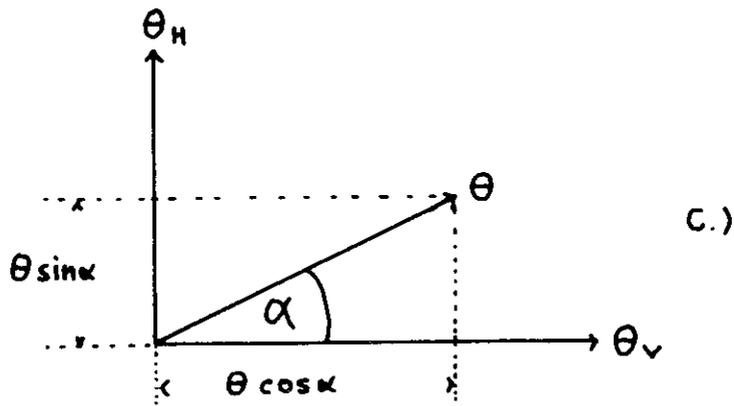
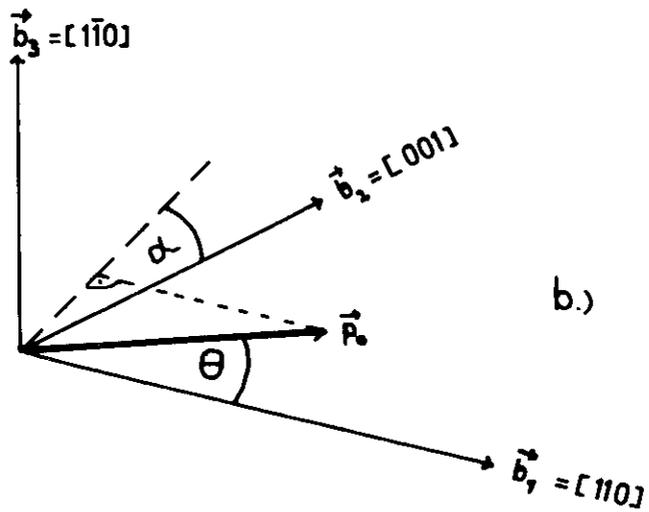
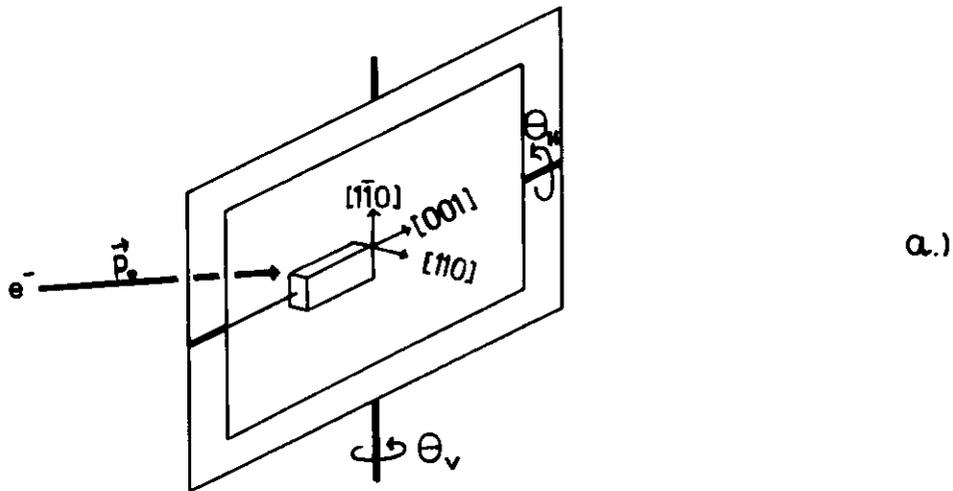


Abb. 3 : a.) Lage der Kristallachsen im Goniometer
b.) Lage des Elektronenstrahls \vec{p}_0 im Kristall
c.) Lage des Elektronenstrahls im Goniometer

2.3.1 Einfluß der Kollimation auf den kohärenten Anteil

Betrachten wir als erstes den kohärenten Teil I_k .

Bei Kollimation mit einem Winkel θ_k wird der Photoemissionswinkel nach oben durch diesen Wert begrenzt. Dadurch wird nach Gleichung (7) auch der kinematische Bereich der Rückstöße - pancake - nach oben scharf begrenzt. Gleichung (4) und (7) ergeben zusammen die Bedingung, der der longitudinale Impulsübertrag bei Kollimation mit $\mathcal{V}_k = \frac{\theta_k}{\sigma_Y}$ genügt:

$$(11) \quad \delta \leq q_1 \leq \delta (1 + \mathcal{V}_k^2)$$

Ein bestimmter Gittervektor \vec{g} kann danach zur Intensität I_k nur beitragen, wenn seine Projektion g_1 auf p_0 folgender Ungleichung genügt:

$$(11a) \quad \frac{x}{2E_0(1-x)} \leq 2\pi g_1 \leq \frac{x(1+\mathcal{V}_k^2)}{2E_0(1-x)}$$

Der Bereich des Spektrums, für den dieser reziproke Gitterpunkt einen Beitrag liefert, ist gegeben durch

$$\frac{1}{1 + \frac{1 + \mathcal{V}_k^2}{2E_0 2\pi g_1}} \leq x \leq \frac{1}{1 + \frac{1}{2E_0 2\pi g_1}} .$$

Die Intensität an der Kante wird also durch die Kollimation nicht verringert, dagegen wird der Beitrag zu Energien weit entfernt von der Kante ausgeblendet: die Intensität der Kanten bleibt fast völlig erhalten bei Kollimation, da die zu ihnen beitragenden Photonen nach vorn emittiert werden, die "Schwänze" werden abgeschnitten. Die daraus resultierende Breite Δx der Kante x_k ist in guter Näherung

$$(12) \quad \Delta x = \frac{x_k \cdot (1-x_k) \mathcal{V}_k^2}{1 + (1-x_k) \mathcal{V}_k^2}$$

2.3.2 Einfluß der Kollimation auf den inkohärenten Anteil

Der inkohärente Anteil wird im Gegensatz zum kohärenten im ganzen Spektrum reduziert durch Kollimation auf θ_k . Als "Reduktionsfaktor $f(\vartheta_k)$ " wird der kollimierte inkohärente Anteil I_1^{koll} bezogen auf den inkohärenten Anteil ohne Kollimation I_1 definiert:

$$I_1^{\text{koll}} = f(\vartheta_k) \cdot I_1 \quad \vartheta_k = \frac{\theta_k}{\theta_Y} = \theta_k \cdot F_0 \quad .$$

Die Größe des Reduktionsfaktors bestimmt man durch Integration der Winkelverteilung. Da diese im ganzen Spektrum gleich ist, folgt die Konstanz des Reduktionsfaktors für das ganze Spektrum. Die Winkelverteilung $W(\vartheta)$ für Bremsstrahlung ist in (H 2) wie folgt angegeben:

$$W(\vartheta) d\vartheta = A \frac{\vartheta}{(1+\vartheta^2)^2} d\vartheta$$

Der Reduktionsfaktor bei Kollimation mit $\vartheta_k = \frac{\theta_k}{\theta_Y}$ ist dann

$$f(\vartheta_k) = \frac{\int_0^{\vartheta_k} W(\vartheta) d\vartheta}{\int_0^{\infty} W(\vartheta) d\vartheta} = \frac{\vartheta_k^2}{1 + \vartheta_k^2}$$

Die Intensität der kollimierten Bremsstrahlung zeigt darum eine verstärkte Kantenstruktur über einem um den Faktor $f(\vartheta_k)$ reduzierten Untergrund:

$$(13) \quad I = I_k + f(\vartheta_k) \cdot I_1 \quad \text{mit} \quad f(\vartheta_k) = \frac{\vartheta_k^2}{1 + \vartheta_k^2}$$

Bei großen Kollimationswinkeln $\vartheta_k \gg 1$ ist $f(\vartheta_k) = 1$ und man erhält das ideale Überallspektrum .

2.4 Einfluß der Elektronendivergenz auf den Kollimationseffekt

Die Überlegungen des vorigen Abschnitts bezogen sich auf den idealisierten Fall, daß die Elektronen völlig parallel sind und so die Orientierung der Elektronenrichtung im Kristall und relativ zur Kollimatorachse eindeutig ist. In Wirklichkeit verschmieren 4 Effekte die gute Winkeldefinition:

- a. Primärdivergenz der Elektronen
- b. Vielfachstreuung im Target
- c. Mosaikstruktur und Gitterfehler
- d. Vibration des Kristalls.

Die Einflüsse von c. und d. sind bei den bisherigen Messungen der kohärenten Bremsstrahlung als klein beobachtet worden, deshalb werden sie gegen die Effekte a. und b. vernachlässigt. Der folgende Abschnitt handelt von der Elektronendivergenz, hervorgerufen durch Primärdivergenz der Elektronen im Synchrotron und Vielfachstreuung der Elektronen im Target.

2.4.1 Abschätzung der Elektronendivergenz

Die Elektronendivergenz setzt sich zusammen aus

- a. der Primärdivergenz des Elektronenstrahls, deren Größe durch einen mittleren Winkel θ_0 gegeben ist,
- b. der Divergenz durch Vielfachstreuung im Target, repräsentiert durch einen mittleren Streuwinkel θ_t .

Wenn man die Verteilungen beider Einflüsse durch Gaußverteilungen darstellt, ist die resultierende Gesamtverteilung der Elektronendivergenz wieder eine Gaußverteilung mit der mittleren Divergenz

$$(14) \quad \sigma_e^2 = \sigma_t^2 + \sigma_0^2 .$$

Für die Diskussion der Größe der Elektronendivergenz θ_e muß nun zwischen "internem" Target-Kristall in den kreisenden Elektronenstrahl des Synchrotrons gebracht- und "externem" Target-Kristall in einem ejizierten Elektronenstrahl oder Linearbeschleuniger - unterschieden werden, weil dort die Größen θ_t und θ_o verschiedenen Einfluß auf θ_e haben.

Bei Bremsstrahlerzeugung am internen Target können die Effekte nicht getrennt werden. Die Primärdivergenz ist eine Eigenschaft des Synchrotrons. Die Divergenz infolge Vielfachstreuung im Target nimmt mit der Targetdicke ab, doch wächst im gleichen Maße die Anzahl der Mehrfachdurchgänge, wie im Abschnitt 4.1 gezeigt wird. Die Elektronendivergenz ist also für alle Targetdicken annähernd konstant. Aus Messungen der Photonverteilung bei verschiedenen Energien E_o und Targetdicken t_o wurde folgende Formel für die Elektronendivergenz ermittelt (T 2):

$$(15) \quad \theta_e^2 = \frac{13.75}{E_o^2} + 0.30 \text{ (mrad)} , E_o \text{ in GeV} ,$$

die zeigt, daß die Elektronendivergenz nicht von der Targetdicke abhängt. Eine Möglichkeit, bei dünnem Target die Anzahl der Vielfachdurchgänge zu verringern und damit die Elektronendivergenz zu reduzieren, ist das Einführen eines Sekundärtargets - "scaper" - eine gerade Anzahl von Betatronwellenlängen vor dem Target in das Synchrotron. Der Scaper besteht aus dicken Metallblocks mit variabler Apertur und wirkt wegen seiner Stellung als Blende. Dadurch wird ein Teil der Mehrfachdurchgänge unterdrückt und die Strahlausdehnung verringert, die Primärdivergenz θ_o kann durch den Scaper nicht beeinflusst werden. Diese bleibt dann bei sehr dünnem Target der bestimmende Einfluß der Elektronendivergenz.

Bei einmaligem Durchgang der Elektronen durch das Target der Dicke t_0 erleiden sie Vielfachstreuung mit dem mittleren Streuwinkel (P 2):

$$(16) \quad \theta_t = \frac{21}{E_0} \sqrt{t_0/2} \text{ (mrad)}$$

E_0 = Energie der Elektronen in GeV

t_0 = Targetdicke in Strahlungslänge (R.L.)

Nimmt man an, daß die Elektronen bei Verwendung des Scrapers nur einmal das Target durchlaufen, so kann man aus der gemessenen Elektronendivergenz θ_e mit Hilfe von (14) und (16) die Primärdivergenz des Synchrotronstrahls ermitteln. Bei den dünnen Targets, wie sie in diesem Experiment an internen Strahl verwendet wurden, mit $t_0 = 4 \cdot 10^{-4}$ (0.04 mm Si) ergibt sich bei $E_0 = 2$ GeV ein mittlerer Vielfachstreuungswinkel von

$$\theta_t = 0.14 \text{ mrad.}$$

Im Abschnitt 4.2 wird aus der Analyse der Kristallspektren eine Elektronendivergenz $\theta_e = 0.16$ mrad ermittelt. Daraus folgt für die Primärdivergenz $\theta_0 = 0.1$ mrad, was recht gut mit dem im Anhang 3 aus der Strahlbreite errechneten Wert $\theta_0 = 0.15$ mrad übereinstimmt.

Bei Verwendung eines externen Elektronenstrahls können die Effekte a. und b. getrennt beeinflusst werden. Die Primärdivergenz reduziert man durch Kollimation der Elektronen, so daß $\theta_0 \approx 0$. Da es keine Mehrfachdurchgänge gibt, ist der Vielfachstreuungswinkel durch die Formel von Possi (16) gegeben: damit ist die Elektronendivergenz nur abhängig von der Targetdicke t_0 und kann hiermit weiter reduziert werden

$$\theta_e = \theta_t = \frac{21}{E_0} \sqrt{t_0/2} \text{ (mrad), } E_0 \text{ in GeV .}$$

2.4.2 Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von der Elektronendivergenz

Die Wirkung der Elektronendivergenz auf das kollimierte Spektrum ist für kohärenten und inkohärenten Anteil verschieden.

Solange θ_e klein ist gegenüber den die Orientierung der Elektronen im Kristallgitter definierenden Winkeln θ und α , was in unserem Experiment zutrifft, bringt eine Mittellung über die Einfallswinkel keinen großen Effekt in I_k . Wohl aber ändert die Elektronendivergenz θ_e die Wirkung der Kollimation auf den inkohärenten Anteil I_1 , d.h. im Reduktionsfaktor $f(\vartheta_k)$ muß die Elektronendivergenz auch berücksichtigt werden. Durch divergentes Auftreffen der Elektronen auf das Target gelangen auch Photonen mit Emissionswinkel $> \theta_k$ in den Kollimator, was bei der Ableitung von $f(\vartheta_k)$ nicht zugelassen war. Der Reduktionsfaktor $f(\vartheta_k)$ wird also durch die Elektronendivergenz θ_e vergrößert, und so muß man $f(\vartheta_k)$ ersetzen durch $f'(\vartheta_k, \vartheta_e)$ mit $\vartheta_e = \frac{\theta_e}{\gamma}$. Die Intensität der kollimierten kohärenten Bremsstrahlung unter Berücksichtigung der Elektronendivergenz ist dann gegeben durch

$$(18) \quad I = I_k + f'(\vartheta_k, \vartheta_e) \cdot I_1 \quad .$$

Gleichung (18) ist nichts weiter als eine Definition für f' : der Reduktionsfaktor gibt den inkohärenten Anteil bei Kollimation und Divergenz der Elektronen bezogen auf den inkohärenten Anteil im idealen Falle an.

Die Größe des Reduktionsfaktors $f'(\vartheta_k, \vartheta_e)$ für festen Kollimationswinkel ϑ_k und Elektronendivergenz ϑ_e wird im folgenden bestimmt.

Zwei Grenzfälle für die Größe von ϑ_k und ϑ_e werden zuerst betrachtet:

- a. Elektronendivergenz sehr klein gegenüber dem Kollimationswinkel

$$0 \approx \vartheta_e \ll \vartheta_k$$

Dieser Fall wurde in Abschnitt 2.3.2 diskutiert und führte zur Gleichung (13):

$$(19a) \quad f'(\vartheta_k, 0) = \frac{\vartheta_k^2}{1 + \vartheta_k^2}$$

- b. breite Elektronenwinkelverteilung gegenüber kleinem Kollimationswinkel

$$0 \approx \vartheta_k \ll \vartheta_e$$

Die Betrachtung der Elektronenwinkelverteilung von einer festen Photonemissionsrichtung - Kollimatorachse - aus ist völlig äquivalent der Betrachtung der Emissionswinkelverteilung von einer festen Elektronenrichtung aus - Fall a -, nur sind Emissionswinkel und Auftreffwinkel vertauscht. Bei fester Photonemissionsrichtung ϑ_k durch scharfe Kollimation ist also der Reduktionsfaktor nur vom Elektronendivergenzwinkel $\vartheta_e = \frac{\theta_e}{\gamma}$ abhängig, und zwar in der Form (13)

$$(19b) \quad f'(0, \vartheta_e) = \frac{\vartheta_e^2}{1 + \vartheta_e^2}$$

In den uns interessierenden Fällen des Experiments mit dünnen Kristallen liegt man zwischen a und b: die Elektronendivergenz und der Kollimationswinkel sind beide endlich und von der gleichen Größenordnung

$$\vartheta_e \approx \vartheta_k$$

Für diese Fälle legen wir den Reduktionsfaktor als Funktion von ϑ_k und ϑ_e durch die Forderung fest, daß die relative Differenz des Reduktionsfaktors für zwei verschiedene Elektronendivergenzen über den ganzen Bereich von ϑ_k konstant sein soll.

Daraus bestimmt man die Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von ϑ_e und ϑ_k wie folgt:

Man setzt eine Elektronendivergenz gleich Null und die andere gleich ϑ_e . Dann bildet man die Differenz ihrer Reduktionsfaktoren für Kollimationswinkel = 0 und = ϑ_k und bezieht diese auf den Gesamtbereich der bei dieser Kollimation möglichen Variation von f' :

$$\text{relative Differenz für } \vartheta_k \neq 0: \frac{f'(\vartheta_k, \vartheta_e) - f'(\vartheta_k, 0)}{1 - f'(\vartheta_k, 0)}$$

$$\text{relative Differenz für } \vartheta_k = 0: \frac{f'(0, \vartheta_e) - f'(0, 0)}{1 - f'(0, 0)} = f'(0, \vartheta_e)$$

Unsere Forderung heißt dann:

$$\frac{f'(\vartheta_k, \vartheta_e) - f'(\vartheta_k, 0)}{1 - f'(\vartheta_k, 0)} = f'(0, \vartheta_e)$$

Unter Beachtung der Gleichungen (19) erhält man daraus den Reduktionsfaktor $f'(\vartheta_k, \vartheta_e)$ als Funktion von Elektronendivergenz ϑ_e und Kollimationswinkel ϑ_k :

$$(20) f'(\vartheta_k, \vartheta_e) = f(\vartheta_k) + f(\vartheta_e) - f(\vartheta_k) \cdot f(\vartheta_e)$$

$$f(\vartheta) = \frac{\vartheta^2}{1 + \vartheta^2}$$

Die unter a und b behandelten Grenzfälle für $f'(\vartheta_k, \vartheta_e)$ sind in (20) enthalten, wie man durch Nullsetzen von ϑ_e bzw. ϑ_k realisiert.

In Abbildung 4 ist der Reduktionsfaktor f' der Gleichung (20) aufgetragen als Funktion des Kollimationswinkels ϑ_k mit verschiedenen Elektronendivergenzen ϑ_e als Parameter. Sobald einer der beiden Parameter ϑ_e bzw. ϑ_k groß ist gegen Eins, wird der Reduktionsfaktor f' konstant gleich eins.

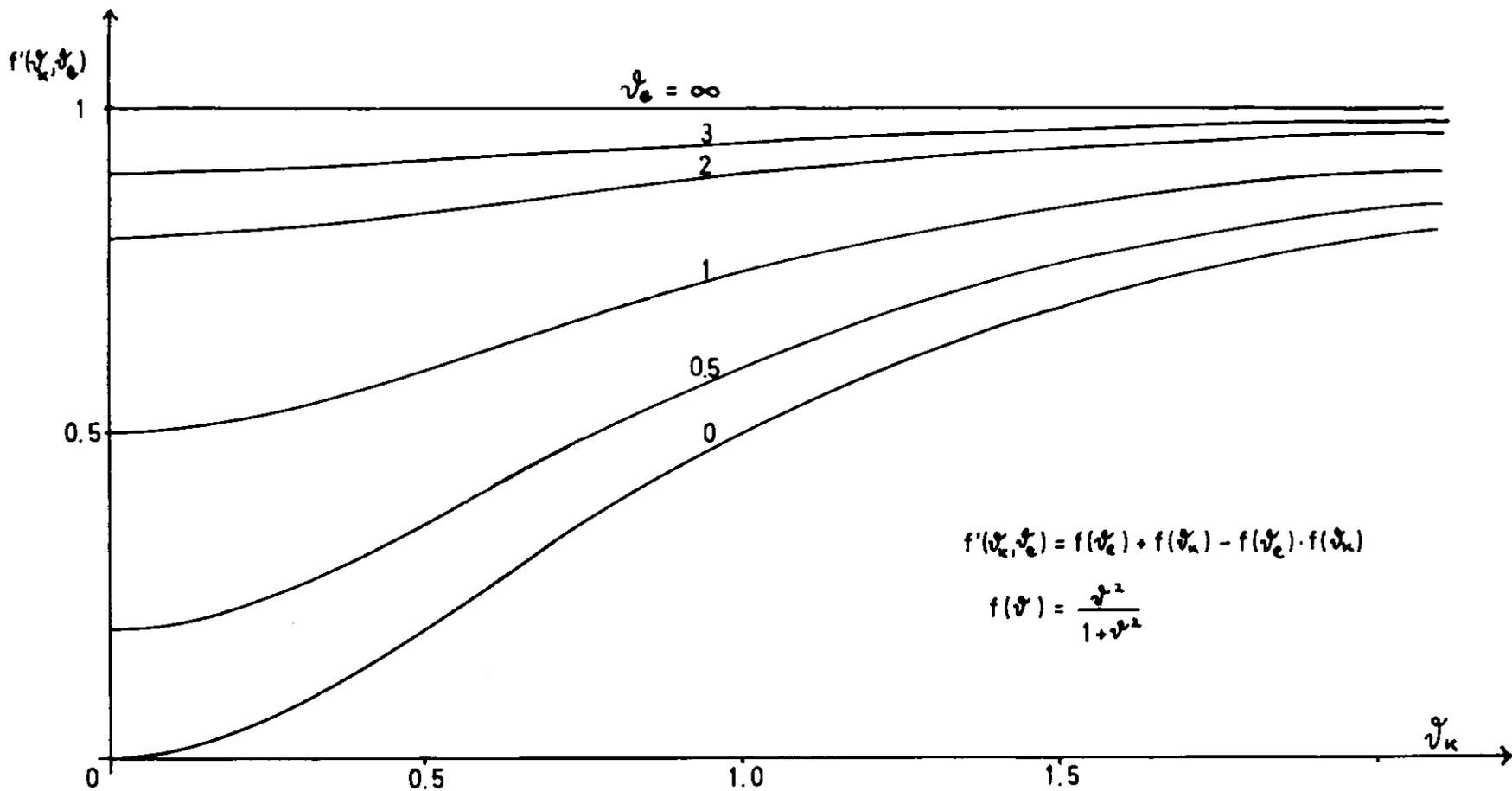


Abb. 4: Reduktionsfaktor $f'(v_k, v_e)$ als Funktion des rel.Kollimationswinkels v_k

2.5 Folgerungen für die Messung des Kollimationseffekts

2.5.1 Größe der Elektronendivergenz und des Kollimationswinkels

Man entnimmt Gleichung (20), daß der Reduktionsfaktor f' monoton sowohl mit ϑ_e als auch mit ϑ_k wächst, Da man eine möglichst weitgehende Reduktion des Untergrundes erreichen will, müssen sowohl die Elektronendivergenz als auch der Kollimationswinkel klein sein gegenüber dem mittleren Quantenemissionswinkel, d.h.

$$(21) \quad \vartheta_e^2 \ll 1, \quad \vartheta_k^2 \ll 1 \quad .$$

Daraus ergeben sich für das Experiment folgende Forderungen:

- Verwendung möglichst dünner Targetkristalle
- Reduzierung der Primärdivergenz
- Benutzung eines möglichst engen Kollimators.

2.5.2 Energieabhängigkeit des Reduktionsfaktors

Aus der Energieabhängigkeit von ϑ_k und ϑ_e kann auch eine Aussage über den Einfluß der Energie auf den Kollimationseffekt gemacht werden.

Der relative Kollimationswinkel $\vartheta_k = \theta_k \cdot E_0$ ist direkt proportional der Elektronenenergie E_0 .

Die Elektronendivergenz setzt sich aus Primärdivergenz und Vielfachstreuwinkel zusammen. Beim internen Target mit Scraper ist die Primärdivergenz energieabhängig $\vartheta_0 = \theta_0 \cdot E_0$ und der Vielfachstreuwinkel $\vartheta_t = 21 \cdot \sqrt{t_0/2}$ energieunabhängig. Die relative Elektronendivergenz ist dann nach Gleichung (14) linear abhängig von der Energie E_0

$$\vartheta_e^2 = \vartheta_0^2 + \vartheta_t^2 = (\theta_0 \cdot E_0)^2 + (21)^2 \cdot t_0/2$$

Es zeigt sich also, daß sowohl ϑ_k als auch ϑ_e linear abhängig sind von der Elektronenenergie und so der Reduktionsfaktor mit der Energie wächst. Bei gleichem geometrischen Aufbau ist

der Kollimationseffekt bei kleineren Energien deutlicher ausgeprägt als bei höheren.

Aus diesem Grunde wurden die Versuche zur Kollimation kohärenter Bremsstrahlung bei einer Elektronenenergie $E_0 = 2$ GeV durchgeführt. Für $E_0 = 2$ GeV ist der mittlere Quantenemissionswinkel $\theta_Y = 0.25$ mrad, der relative Kollimationswinkel bei $\theta_k = 0.1$ mrad ist daher $\mathcal{V}_k = 0.4$ und die relative Elektronendivergenz bei $\theta_e = 0.16$ mrad (siehe Abschnitt 2.4.1) ist $\mathcal{V}_e = 0.64$. Damit ist Bedingung (21) erfüllt:

$$\mathcal{V}_k^2 = 0.16 \ll 1, \quad \mathcal{V}_e^2 = 0.64 \ll 1 \quad .$$

2.5.3 Berechnung der Spektren dünner Kristalle bei scharfer Kollimation

Für die Berechnung der Spektren dünner Kristalle mit Kollimation wurde das in Abschnitt 2.2.4 erwähnte Fortran IV-Programm, das die relative Intensität der kohärenten Bremsstrahlung ausrechnet, für die Bedingungen der Kollimation umgeschrieben:

der inkohärente Anteil I_1 wird mit dem Reduktionsfaktor $f'(\mathcal{V}_k, \mathcal{V}_e)$ der Gleichung (20) multipliziert.

Der kohärente Anteil I_k wird nach den Formeln (8) und (9) des Abschnitts 2.2.4 berechnet, allerdings unter Beachtung der Bedingung (11a), d.h. nur Gittervektoren aus dem durch die Kollimation verkleinerten pancake werden bei der Summation über die Gittervektoren berücksichtigt. Damit hat man der Kollimation Rechnung getragen. Die Elektronendivergenz θ_e wird dadurch berücksichtigt, daß man die Spektren gemäß der Elektronenverteilung mit verschiedenen Orientierungen θ und α berechnet und dann über sie mittelt.

Für die Berechnung der kollimierten Bremsstrahlung dünner Kristalle ist neben der Angabe der Energie und der Orientierung notwendig die Angabe des Kollimationswinkels und der Elektronendivergenz.

2.5.4 Kollimationseffekt am internen dünnen Si-Target

Zum Vergleich mit dem idealen Spektrum (a) sind in Abb. 5 zwei unter Berücksichtigung von Elektronendivergenz θ_e und Kollimationswinkel θ_k - aber sonst gleichen Bedingungen - berechnete Spektren eingetragen - Kurven b, c -.

Man erkennt, daß die Kollimation folgendes bewirkt:

- die Kantenhöhe bleibt erhalten,
- der inkohärente Untergrund wird reduziert,
- der Peak wird linienähnlich.

Die speziellen Bedingungen der beiden Spektren, d.h. die Werte von θ_e und θ_k , entsprechen denen eines 40 my-Si-Targets (1 my = 10^{-3} mm) b. im internen Strahl mit Scraper und c. im externen Strahl. Sie sind wie folgt bestimmt worden:

Bei der Verwendung dünner interner Kristalltargets werden die Parameter des Kollimationseffekts, nämlich Elektronendivergenz und Kollimationswinkel, mitbestimmt durch die Eigenschaft des Synchrotrons.

Zur Vielfachstreuung im Target- Gleichung (16)-kommt die Primärdivergenz des Elektronenstrahls und der Anteil hinzu, der bei den Mehrfachdurchgängen durch Vielfachstreuung entsteht.

Der Kollimationswinkel hängt in derster Linie von der Geometrie des Strahlaufbaus ab. Darüber hinaus ist er jedoch abhängig von der Größe des Targetflecks. Im Anhang 3 wird die Strahlausdehnung am Target 24, an dem die Kollimationsversuche stattfanden, zu $3 \times 2 \text{ mm}^2$ berechnet, was bei einer Kollimatoröffnung von $2 \times 2 \text{ mm}^2$ den effektiven Kollimationswinkel auf etwa das Doppelte vergrößert. In die Berechnungen der Spektren geht dann statt des geometrisch bestimmten "nominellen" Kollimationswinkels θ_k ein "effektiver" θ_k' ein. Für die Berechnung des Spektrums in Abb. 5 Kurve b werden $\theta_k' = 0.18 \text{ mrad}$ und $\theta_e = 0.16 \text{ mrad}$ gewählt. Dies sind Werte,

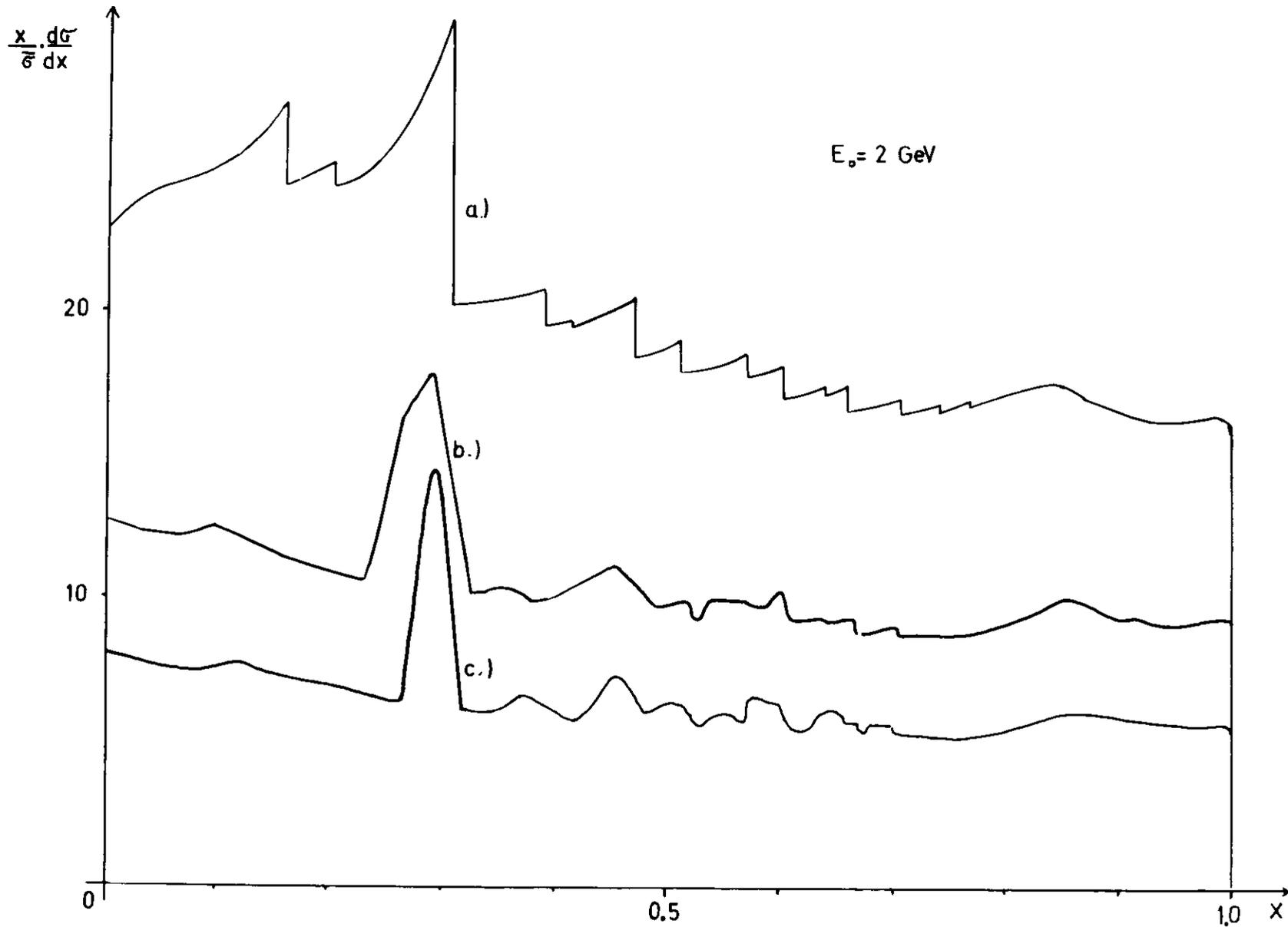


Abb. 5 : Theor. Si-Spektren a.) ideal b.) 40 my intern, $\theta'_\kappa = 0.18$, $\theta_0 = 0.1 \text{ mrad}$
 c.) 40 my extern, $\theta'_\kappa = 0.1 \text{ mrad}$, $\theta_0 = 0$

wie sie auch experimentell bei DESY an internen Si-Targets von 40 my Dicke gefunden werden - siehe Abschnitt 4.2 -. Der Reduktionsfaktor ist $f' = 0.54$.

Abbildung 5c zeigt das theoretische Spektrum eines 40 my Si-Targets am externen Strahl, wobei vorausgesetzt ist, daß die Strahlbreite gering ist gegenüber dem Kollimatordurchmesser, d.h. $\theta_k' = \theta_k$, und daß die Primärdivergenz der Elektronen klein ist gegenüber dem Vielfachstreuwinkel Gleichung (16). Mit $\theta_e = \theta_t = 0.14$ mrad und $\theta_k' = \theta_k = 0.10$ mrad ergibt sich der Reduktionsfaktor $f' = 0.35$.

Damit ist in Abbildung 5c das optimale Bremsspektrum von einem 40 my Si-Target wiedergegeben, welches bei einer Kollimation auf 0.1 mrad erreicht werden kann.

3. Experimentelle Anordnung =====

3.1 Allgemeiner Versuchsaufbau

Die Messung der kollimierten kohärenten Bremsstrahlung wurde am γ -Strahl 24 des DESY durchgeführt.

Der Elektronenstrahl des Synchrotrons wurde mit "beam-bump" auf den Kristall gelenkt, der in der Vakuumkammer in einem Goniometer um zwei Achsen senkrecht zum Strahl drehbar eingebaut war. Der Gammastrahl mit einem Spill von 0.5 - 1.0 msec trat nach 2-facher Kollimation und Reinigung durch Magnete in das Paarspektrometer und in ein Quantameter.

3.2 Kristalltarget

Als Targets für die Kollimationsversuche wurden Silizium-Einkristalle benutzt, die ein Gitter mit Diamantstruktur besitzen und daher ähnliche Spektren liefern wie die bei früheren Bremsstrahlversuchen verwendeten Diamanten (B 3), (L 1). Die Gitterkonstante beträgt für Si $a = 5.42 \text{ \AA}$ gegenüber $a = 3.56 \text{ \AA}$ bei Diamant.

Für das Studium des Kollimationseffekts hat Si gegenüber Diamant als Targetmaterial folgende Vorteile:

man kann es durch Schleifen und Ätzen auf die Dicke von ca. 30 my bringen ($1 \text{ my} = 10^{-3} \text{ mm}$)
es ist um den Faktor 200 billiger als Diamant, was bei der Herstellung dünner zerbrechlicher Targets sehr wichtig ist.

Wie schon vorher erwähnt, besitzt Si eine hohe Debyetemperatur Θ_D und ist so für die Erzeugung kohärenter Bremsstrahlung geeignet.

In Tabelle 1 sind einige wichtige Kristalldaten des Siliziums angegeben.

Tabelle 1 : Si-Daten (K1)

Kernladungszahl	Z = 14	
Atomgewicht	M = 28.1	
Dichte	$\rho = 2.33 \text{ g/cm}^3$	
Gitterkonstante	a = 5.42 Å	
Strahlungslänge	R.L. = 9.45 cm	(F1)
Debyetemperatur	$\theta_D = 658^\circ \text{ K}$	
mittlere quadratische Verschiebung eines Atoms aus der Ruhelage bei T = 293° K	A = 265 Å ²	(E2)

3.2.1 Vorbereitung der Kristalle

Als Ausgangsmaterial für die Herstellung der Targets dienten Blättchen von Si-Einkristallen, deren Oberflächen (111)- bzw. (110)-Flächen waren.

Silizium ist ein harter, spröder Halbleiter, es läßt sich mit der Diamantsäge zertrennen und die Oberfläche kann durch Schleifen und Polieren bearbeitet werden. Chemisch ist Si durch Flußsäure HF angreifbar, doch in reinem HF wird der Ätzprozeß bald durch eine unlösliche bräunlich-graue Schicht von SiO unterbunden. Dieses vermeidet man durch Zugabe einer oxydierenden Säure, wodurch die Reaktion vom elementaren Si zum löslichen, IV-wertigen Si⁴⁺-Ion geht. Nach den Angaben in (P 1) wurden die Si-Kristalle in PC4 geätzt, einer Mischung aus einem Teil 50 %iger Flußsäure HF, 2 Teilen 70 %iger Salpetersäure HNO₃ und 2 Teilen Eisessig CH₃COOH.

In der speziell gewählten Orientierung des Kristallgitters zum Strahl muß die (110)-Fläche senkrecht zum Elektronenstrahl liegen. Einkristalle mit einer Fläche von 5 x 15 mm² in dieser Richtung kann man bis zu einer Dicke von 0.1 mm herstellen. Geringere Dicken sind in dieser Orientierung nicht zu erreichen, da die Festigkeit in der (111) -Richtung wesentlich größer ist

und so beim Schleifen und Ätzen Gruben und Löcher entstehen, die das Blättchen sehr bruchempfindlich machen.

In der (111) -Richtung kann man Blättchen von 30 my Dicke erreichen. Daher wurden die Si-Einkristalle in dieser Orientierung geschliffen und geätzt und dann um den Winkel zwischen (111) und (110) = $35^{\circ}16'$ geklappt in das Goniometer montiert; dadurch wird die effektive Dicke $d = 40$ my.

3.2.2 Einmessen der Kristalle am Röntgenstrahl

Das goniometrische Target in der Vakuumkammer enthält maximal 3 Kristalltargets, die um eine horizontale - θ_H - und vertikale - θ_V - Achse senkrecht zum Strahl verdreht werden können (kardanische Aufhängung). Die Variationsmöglichkeit für beide Winkel beträgt ± 50 mrad. Wie man in Abbildung 3, S. 15, sieht, werden die Kristalle so eingebaut, daß die Elektronenrichtung annähernd parallel der (110) -Richtung ist. Die (001)-Achse soll mit der Horizontalen, die ($1\bar{1}0$)-Achse mit der Vertikalen zusammenfallen. Eine Genauigkeit des Einbaus von etwa 1° ist ausreichend, da, wie später gezeigt wird, die genaue Orientierung des Kristalls durch den Kohärenzeffekt selbst erfolgt.

Zur Vermessung der Kristalle in der Halterung mit Hilfe von Röntgenstrahlen wurde das Laue-Verfahren benutzt, bei dem "weißes" Röntgenlicht gestreut wird gemäß der Bragg-Bedingung:

$$(22) \quad 2 \cdot D \cdot \sin\beta = n \cdot \lambda$$

D = Abstand der Ebenen, an denen reflektiert wird

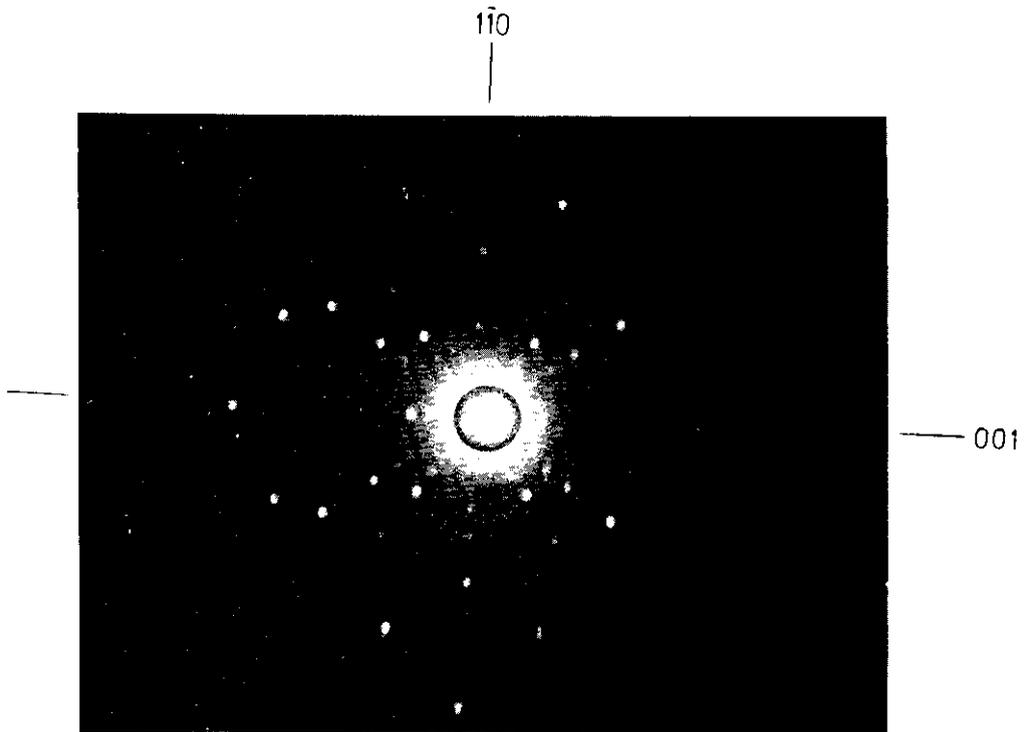
β = Bragg'scher Glanzwinkel

λ = Wellenlänge der reflektierten Strahlung

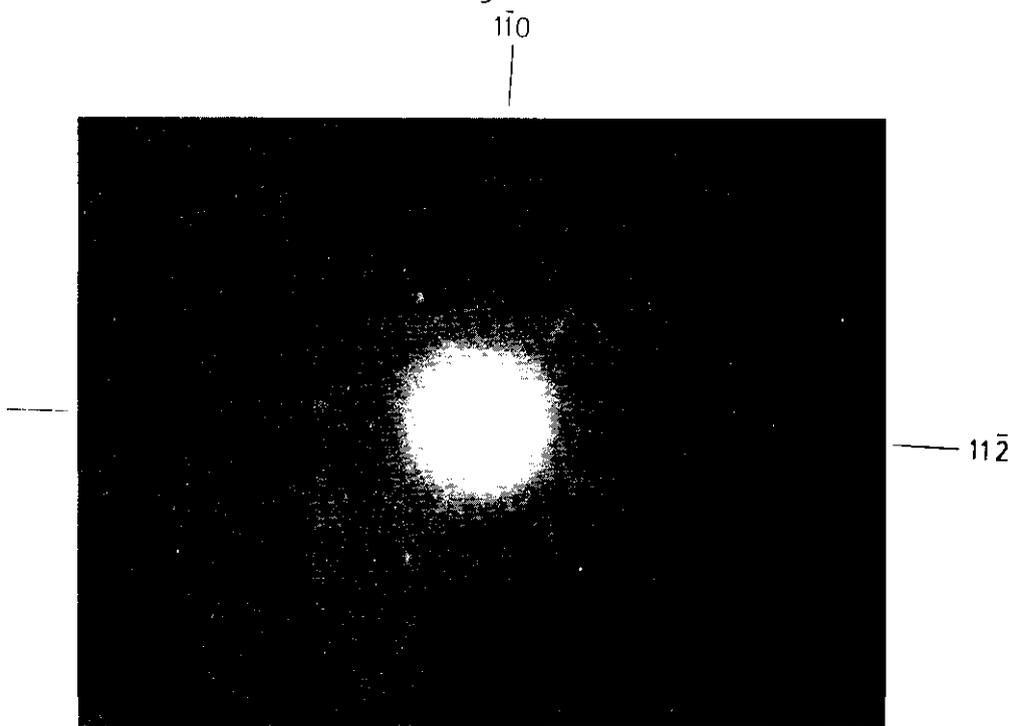
n = Ordnung der Reflexion

Als Apparat diente das Röntgengerät "Mikro 81" der Firma Röntgenmüller, Hamburg, mit einem kristallographischen Aufnahmesystem "Polaroid KR-7". Der in einem Aluminiumhalter befestigte Kristall wurde auf einem Adapter in den Röntgenstrahl gebracht und die nach (22) entstehenden Laue-Reflexe auf einem ebenen Polaroidfilm registriert. Aus der Lage der Laue-Reflexe relativ zum Durchstoßpunkt des ungestreuten Strahls konnte die Orientierung des Kristalls zum Strahl bestimmt und justiert werden. Am einfachsten erkennt man die Lage der Kristallachsen bei der sogenannten "Back-Reflexion"-Methode, bei der der Film zwischen Quelle und Kristall steht. Bei Vorwärtsstreuung ist nämlich der Winkel β in Gleichung (22) $\ll \frac{\pi}{2}$ und durch die kurzwellige Grenze der Röntgenstrahlung $\lambda_g = \frac{12.34}{U(\text{kV})} \text{ \AA}$ nach unten beschränkt, so daß man in der Nähe der Strahlachse keine Reflexe erhält. Bei Rückwärtsstreuung, die hier benutzt wurde, ist der Glanzwinkel β groß und wegen (22) erhält man in der Nähe der Strahlachse die Reflexe des langwelligen Teils des Spektrums. Das Auffinden von Symmetrien ist somit wegen der Vielzahl der abgebildeten Reflexe leicht. Das zeigen die beiden Laue-Aufnahmen der Abbildung 6, bei denen Si-Einkristalle in a. (110)- und b. (111)-Orientierung in "Back-Reflexion" aufgenommen sind.

Die genaue Lage des Röntgenstrahls im Gitter entnimmt man den Aufnahmen mit Hilfe des "Greninger-Netzes" (G1). Dabei benutzt man die Tatsache, daß die Reflexe von Ebenen gleicher Neigung zum Strahl auf dem Film auf Hyperbeln liegen. Der Abstand und die Form der Hyperbeln sind von der Neigung der Ebenen und von der Entfernung Kristall-Film d abhängig. Ein Greninger-Netz für $d = 3 \text{ cm}$ und eine Neigungsdifferenz der reflektierenden Ebenen von 2° in horizontaler und vertikaler Richtung zeigt Abbildung 7.



a.) 110 -Orientierung , $d = 3 \text{ cm}$



b.) 111 -Orientierung , $d = 5 \text{ cm}$

Abb. 6 : Laueaufnahmen von Si-Einkristallen

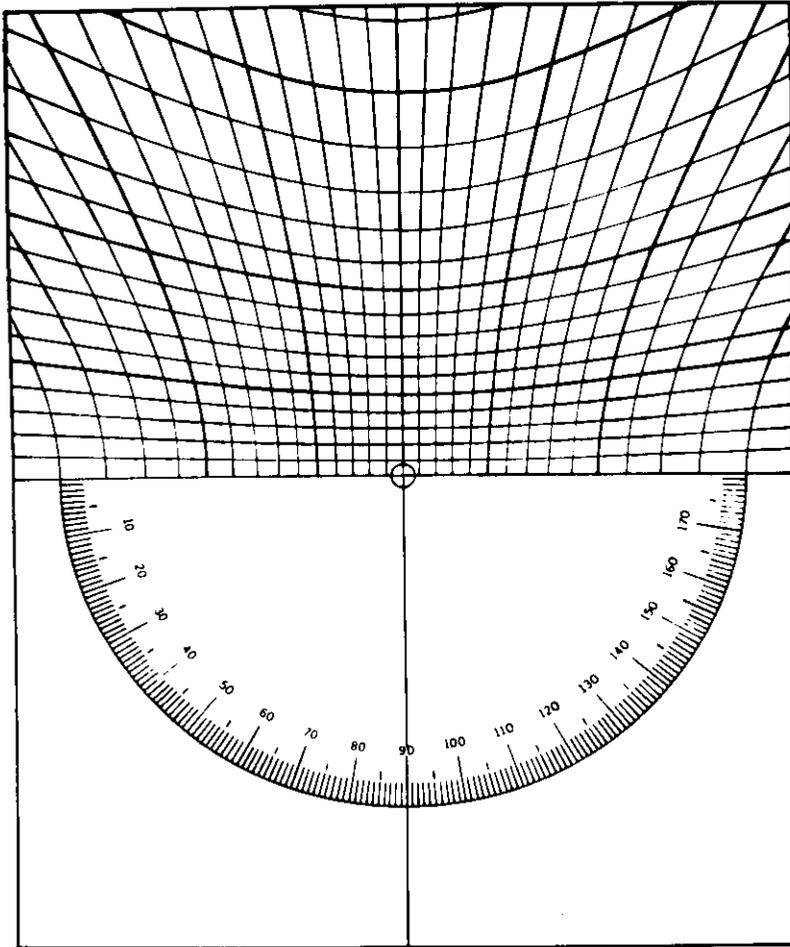


Abb. 7 : Greningernetz , $d = 3 \text{ cm}$

Der Azimut kann an dem unteren Halbkreis abgelesen werden. Mit Hilfe des Greningernetzes bestimmt man aus Abbildung 6a eine Winkelabweichung des Primärstrahls von der (110) -Richtung in der Horizontalen um 1.5° und in der Vertikalen um 0.5° , die azimutale Verdrehung der $(\bar{1}\bar{1}0)$ -Achse aus der Vertikalen beträgt 4° .

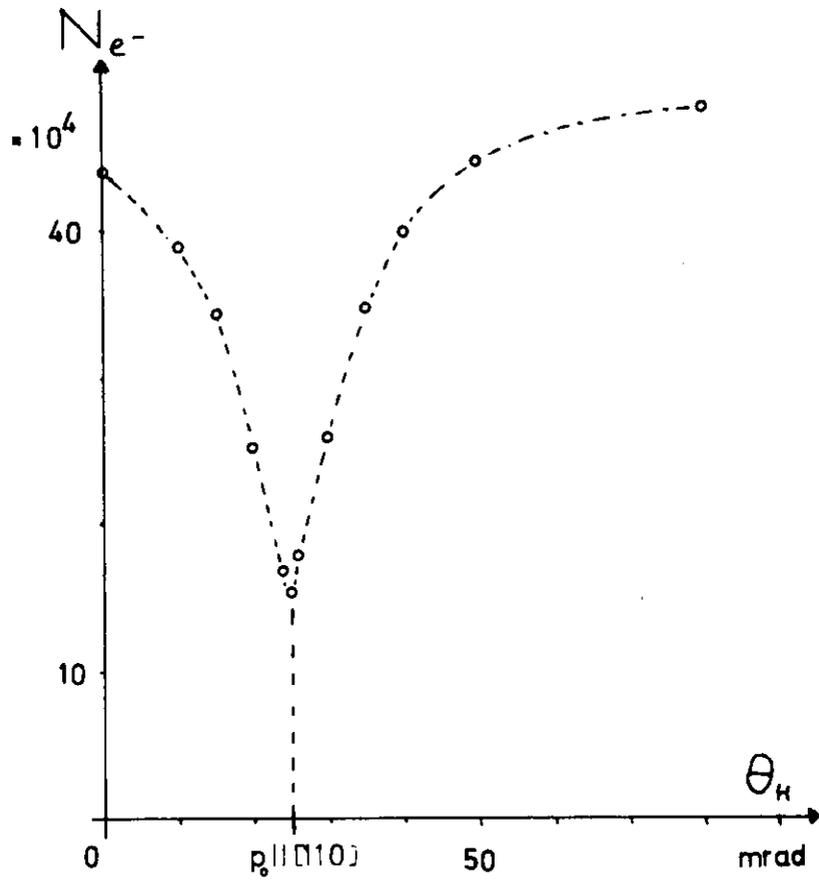
Diese Methode hat wegen der Ausdehnung der Beugungsflecken eine Genauigkeit von 0.5° , was wie eingangs ausgeführt, für die Orientierung des Kristalls im Goniometer und damit im Halter ausreicht.

3.2.3 Orientierung des Kristalltargets am Elektronenstrahl

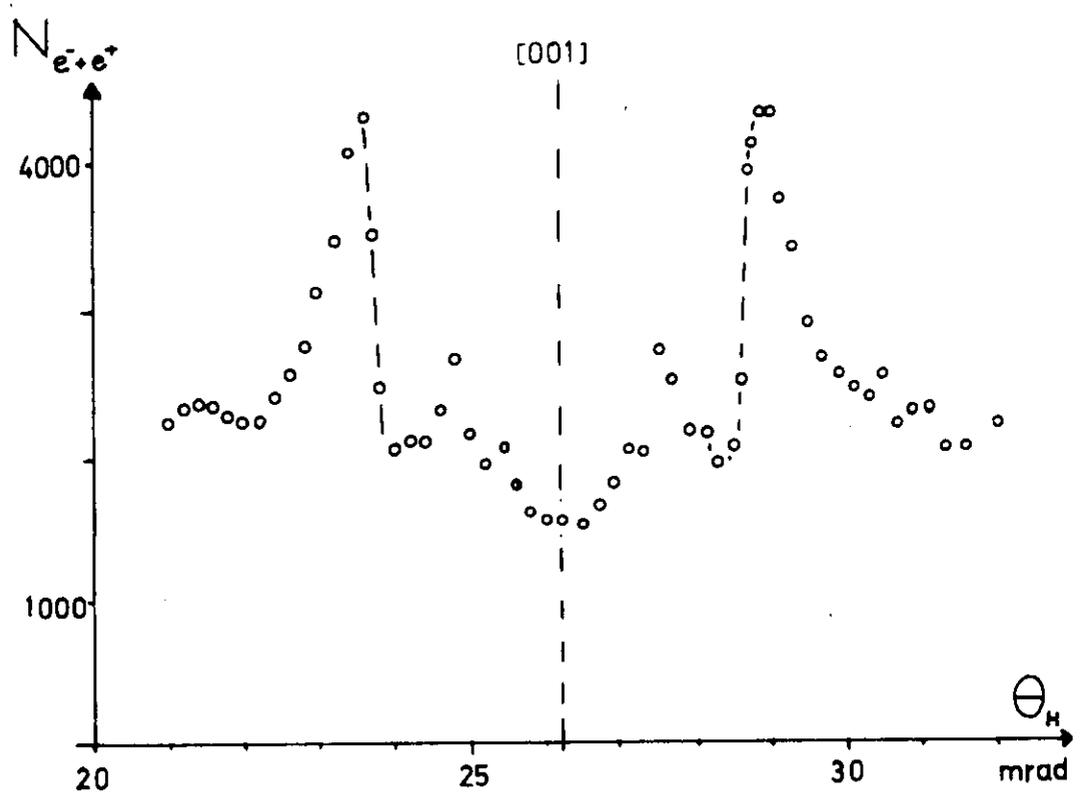
Nach Einbau der Halterung in das Ringgoniometer wird die genaue Orientierung der Kristalle zum Elektronenstrahl mit Hilfe des Kohärenzeffekts festgestellt. Die Methode ist in (L1) im Detail beschrieben.

Sie beruht darauf, daß die Gesamtintensität des kohärenten Anteils der Bremsstrahlung zu kleinen Winkeln θ hin überhöht ist. Diese Abhängigkeit wird zum Auffinden der Achslage $(110) \parallel \vec{P}_0$, d.h. $\theta = 0$, benutzt. Die Totalintensität wird dabei vom Quantameter registriert. Diese kann man bei Variation von θ auf eine feste Meßzeit beziehen, dann erhält man ein Maximum bei $\theta = 0$, oder man mißt die im Paarspektrometer konvertierten Elektronen in der Nähe der Energiekante des Spektrums, wo es von θ unabhängig ist und bezieht die Meßzeit auf das Quantameter, dann erhält man ein Minimum bei $\theta = 0$. Da die letzte Methode von Intensitätsschwankungen unabhängig ist, wurde sie angewandt. Ein Beispiel für eine "Minimum-Suche" zeigt Abbildung 8a, wo bei festem θ_V der Goniometerwinkel θ_H variiert wurde. Man findet $\theta_H(\min) = 25.0$ mrad. Bei Variation von θ_V und konstantem $\theta_H = 25.0$ mrad findet man auf die gleiche Weise $\theta_V(\min) = 28.0$ mrad. Die Genauigkeit des Goniometers beträgt 0.1 mrad. Die Orientierung der Querachse (001) im Goniometer wird durch die Registrierung der Paarereignisse in Abhängigkeit vom Goniometerwinkel bestimmt. Bei festem großen Winkel $\theta_V = \theta_V(\min) + 50$ mrad wird θ_H variiert. Wie man Abbildung 3c, S. 15, entnimmt, verändert man im wesentlichen den Winkel α und so erhält man ein Winkelspektrum, "Querschnitt", welches symmetrisch zur (001)-Achse liegt. Abbildung 8b gibt ein solches Spektrum wieder, (001) liegt bei $\theta_H = 26.2$ mrad.

Mit dem Wert aus der Minimumsuche ist damit die Lage der 001-Achse durch die Punkte (28.0, 25.0) und (78.0, 26.2) im System (θ_V, θ_H) festgelegt. Danach kann die spezielle Orientierung θ und α gewählt werden.



a.) "Minimumsuche"



b.) "Querschnitt" mit $\Delta\theta_V = 50$ mrad

Abb. 8 : Orientierung des Kristalls am Elektronenstrahl

3.3 Paarspektrometer

3.3.1 Prinzip des Paarspektrometers

Zum Nachweis der kohärenten Bremsstrahlung diente das Paarspektrometer der Gruppe F 33 (S3).

Das Paarspektrometer besteht aus einem homogenen Ablenkmagneten, in dem ein Teil der Quanten in einem Konverter in Elektron-Positron-Paare umgewandelt werden und dann gemäß ihrem Impuls durch das Magnetfeld abgelenkt werden, und Zählerteleskopen, worin die Paare nachgewiesen werden. Die Teleskope bestehen aus zwei Szintillationszählern, wodurch der Ablenkwinkel definiert und die Erzeugung im Konverter sichergestellt wird. Jede Koinzidenz zwischen den Teleskopen rechts und links markiert ein Paar, dessen zugehörige Photonenergie durch das Magnetfeld und die Geometrie der Teleskope bestimmt ist. Die Rate solcher Paarereignisse, also der Vierfachkoinzidenzen, als Funktion des Magnetstroms gibt die spektrale Verteilung der Photonen im wesentlichen wieder.

Ein Teil dieser Arbeit bestand in der Erweiterung des Paarspektrometers von 2 auf 8 Teleskope, so daß durch diese "Matrix" ein breiter Bereich des Spektrums überdeckt wird. Abbildung 9 gibt einen Überblick über den Aufbau. Da im Paarspektrometer nur hochenergetische Paare nachgewiesen werden, sind Impuls und Energie zahlenmäßig gleich, d.h. es werden direkt Energien gemessen.

3.3.2 Aufbau der Zählermatrix

Die Zählermatrix ist in der Mittelebene des Magneten spiegelsymmetrisch zum Photonenstrahl aufgebaut. Sie enthält 16 Szintillationszähler, von denen je zwei ein Teleskop bilden, so daß gleichzeitig 4 Elektronenenergien und 4 Positronenenergien gemessen werden - Koinzidenzen AC und BD in Abb. 9a -.

Die in den Teleskopen einer Seite erfaßten Energien liegen im Abstand von je $u = 10\%$ bezogen auf das Teleskop der höchsten Energie auseinander. Durch Koinzidenz der 2×4 Teleskope zu 4 symmetrischen und 3 unsymmetrischen Paaren = "Beine" können 7 verschiedene Photonenergien gleichzeitig gemessen werden, die sich um 5% unterscheiden.

Bei einer durch den Paarspektrometerstrom bestimmten Photonmaximalenergie \bar{k} werden also in den Teleskopen folgende Energien gemessen:

$$\text{Positronenergie } E_+ : \frac{\bar{k}}{2}, \frac{\bar{k}}{2}(1-u), \frac{\bar{k}}{2}(1-2u), \frac{\bar{k}}{2}(1-3u)$$

$$\text{Elektronenergie } E_- : \text{die gleichen wie } E_+$$

$$u = 0.100$$

In den Beinen werden dann folgende Photonenergien gemessen:

$$4 \text{ symmetrische Paare } E_+ = E_-$$

$$\frac{\bar{k}}{2} + \frac{\bar{k}}{2} = \bar{k}$$

$$\frac{\bar{k}}{2}(1-u) + \frac{\bar{k}}{2}(1-u) = 0.900 \cdot \bar{k}$$

$$\frac{\bar{k}}{2}(1-2u) + \frac{\bar{k}}{2}(1-2u) = 0.800 \cdot \bar{k}$$

$$\frac{\bar{k}}{2}(1-3u) + \frac{\bar{k}}{2}(1-3u) = 0.700 \cdot \bar{k}$$

$$(24) \quad 3 \text{ unsymmetrische Paare } E_+ \neq E_-$$

$$\frac{\bar{k}}{2} + \frac{\bar{k}}{2}(1-u) = 0.950 \cdot \bar{k}$$

$$\frac{\bar{k}}{2}(1-u) + \frac{\bar{k}}{2}(1-2u) = 0.850 \cdot \bar{k}$$

$$\frac{\bar{k}}{2}(1-2u) + \frac{\bar{k}}{2}(1-3u) = 0.750 \cdot \bar{k}$$

Die in den 2 x 4 Teleskopen gemessenen Energien sind dem Paarspektrometerstrom I_{PS} direkt proportional, die Konstante wird Teleskopfaktor c_i genannt:

$$E_{\pm}(i) = c_i \cdot I_{PS} \quad i = 1,4$$

Das gleiche gilt für die Photonenergien, die in den 7 Beinen gemessen werden. Der Proportionalitätsfaktor $c_{j,1}$ sind die Beinfaktoren:

$$(25) \quad k(j,1) = c_{j,1} \cdot I_{PS} \quad j,1 = 1,4$$

$$(j-1) \leq 1$$

Die Beinfaktoren setzen sich additiv aus den Teleskopfaktoren zusammen. Tabelle 2 zeigt sie in Form einer Matrix: in den Reihen stehen die Elektronenteleskope, in den Spalten die Positronenteleskope. Die verwendeten Koinzidenzen sind mit den entsprechenden Beinfaktoren $c_{j,1}$ ausgefüllt. In der Hauptdiagonalen stehen die symmetrischen Kombinationen. Da die Koinzidenzen auf einer Diagonalen senkrecht dazu jeweils gleiche Energie messen, sind mit den 7 gewählten Kombinationen alle möglichen der 8 Teleskope erfaßt.

Tabelle 2: Matrix der Teleskope mit den Beinfaktoren $c_{j,1}$

		e^+ -Teleskop j			
		1	2	3	4
e^- -Teleskop l	1	5.24	5.61	x	x
	2	x	5.99	6.36	x
	3	x	x	6.73	7.11
	4	x	x	x	7.49

$c_{j,1}$ in $\left(\frac{\text{GeV}}{\text{kA}}\right)$

3.3.3 Szintillationszähler

Für die Teleskopzähler wurde das plastische Szintillationsmaterial NE 104 der Nuclear Enterprise Inc. gewählt. Die Dicke beträgt 3 mm, die Höhe der vorderen Zähler 120 mm, die der hinteren 150 mm. In den verschiedenen Teleskopen sind die Breiten der Zähler so abgestuft, daß die Impulsauflösung in allen Teleskopen konstant $\frac{\Delta P}{P} = A = 1.5 \%$ ist. Mit den Bezeichnungen der Abbildung 9 ergibt sich für die Zählerbreite Δx :

$$\Delta x = \left(\frac{L(1-\cos\psi)}{\sin\psi} + \frac{L_o \tan\psi}{\cos\psi} \right) \frac{\Delta p}{p}$$

Die hinteren Zähler sind wegen der Streuung der Elektronen und Positronen in den vorderen gegenüber dem so berechneten Δx um 16 mm verbreitert. Das im Szintillator durch die geladenen Teilchen erzeugte Licht wird in dem Multiplier 56 AVP der Firma Valvo in elektrische Pulse umgewandelt. Zu Anfang der Versuche war der Zähler mit einem Luftlichtleiter ausgerüstet, d.h. Szintillator und Multiplier hatten keinen direkten Kontakt, und das Licht wurde durch den Al-Reflektor A auf die Photokathode gespiegelt. Dieser Aufbau, weiter unten Anordnung a genannt, ist in Abbildung 10a wiedergegeben.

Im Laufe der Versuche wurde die Anordnung wie folgt verändert, um die Lichtausbeute zu verbessern:

der erste Schritt war die Verbesserung der Reflexion durch den zusätzlichen Reflektor B - siehe Abbildung 10a -, der das von Reflektor A nach unten gespiegelte Licht vollständig auf die Photokathode leitet (Anordnung b).

Der zweite Schritt bestand im Einbau von Plexiglaslichtleitern. Wie Abbildung 10b zeigt, wurde damit der ganze Aufbau des Zählers vereinfacht, da Reflektoren und Abschirmhaube wegfielen (Anordnung c).

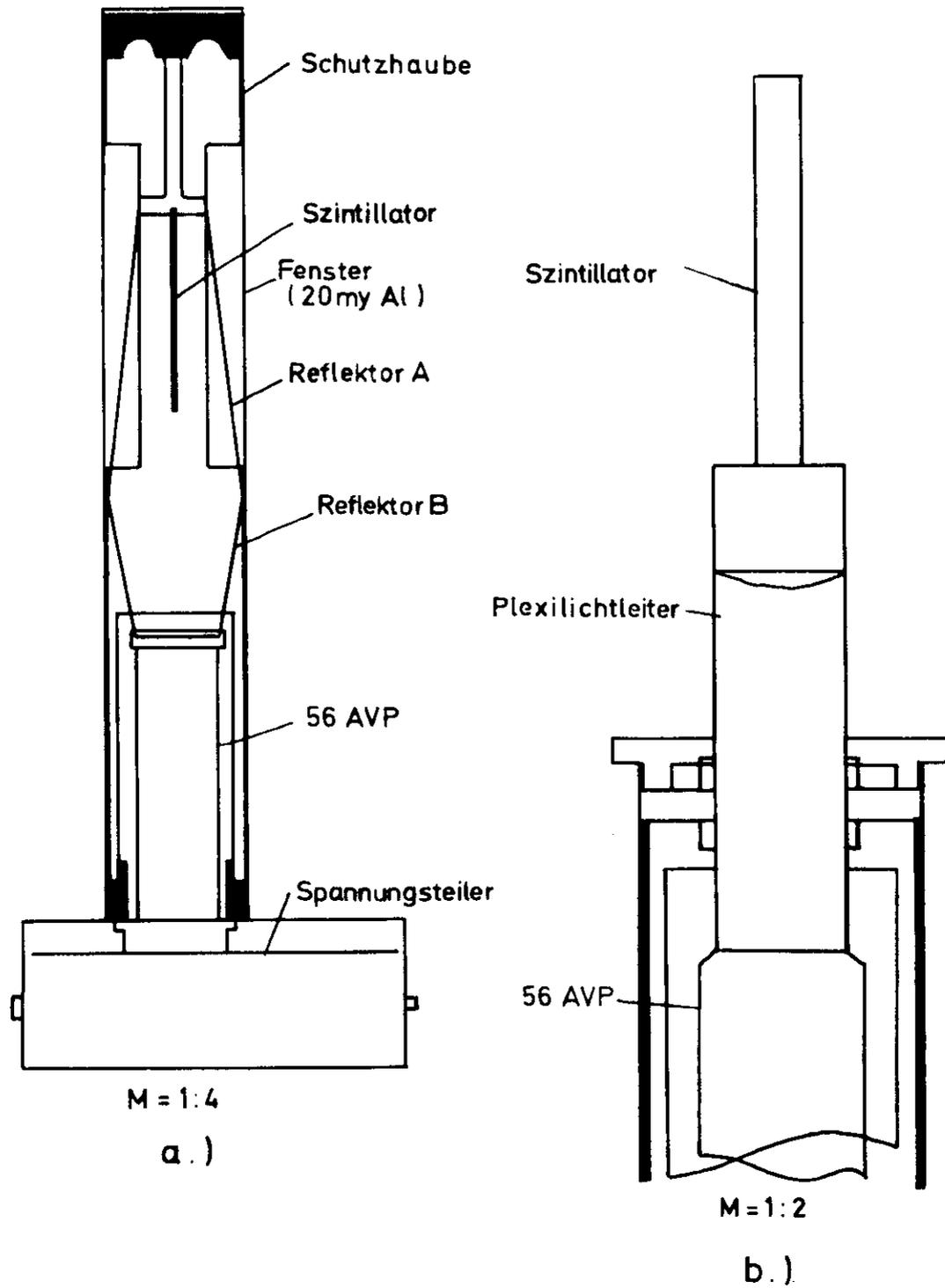


Abb.10 : Aufbau der Szintillationszähler

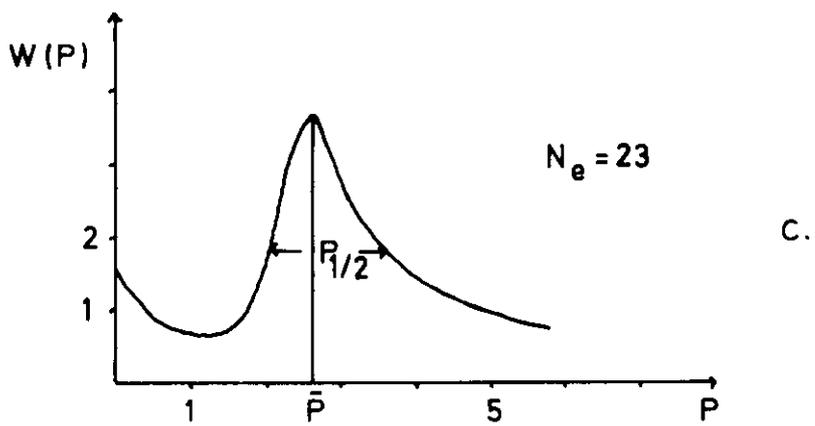
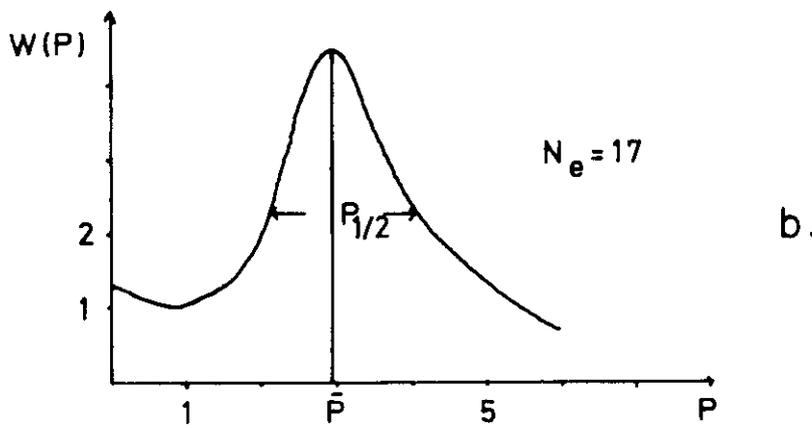
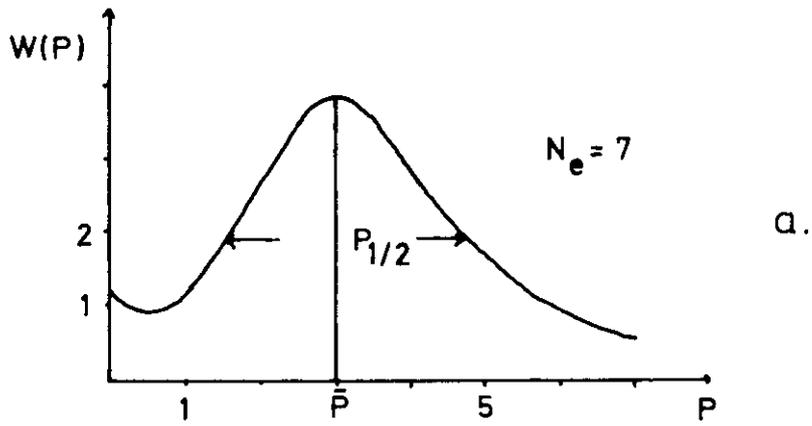


Abb. 11 : Pulshöhenspektren $W(P)$ der Multiplierpulse P von 1 GeV-Elektronen

Die Verbesserung des Zählers mit diesen Veränderungen spiegelt sich in der Lichtausbeute der verschiedenen Anordnungen wieder, die mit Elektronen von 1 GeV bestimmt wurde. Die Lichtausbeute ist die Zahl der an der Photokathode auftreffenden Photonen N_{PK} geteilt durch die Anzahl der physikalisch verwendbaren Photonen N_o , die beim Durchgang eines Teilchens im Szintillator erzeugt wird:

$$(26) \quad n = \frac{N_{PK}}{N_o} .$$

Die Zahl der physikalisch nutzbaren Quanten wird für minimal ionisierende Teilchen in 3 mm NE 104 im Anhang 1 berechnet:

$$N_o = 5.0 \cdot 10^3 .$$

Die die Photokathode erreichenden Quanten werden mit der Wahrscheinlichkeit q in Photoelektronen umgewandelt, deren Zahl also

$$N_e = q \cdot N_{PK} \quad \text{ist.}$$

q wird als die Empfindlichkeit der Kathode bezeichnet und ist beim 56 AVP über das Spektrum gemittelt $q = 15 \%$. Aus Gleichung (26) wird dann für minimalionisierende Teilchen

$$(26a) \quad n = \frac{N_e}{N_o \cdot q} = \frac{N_e}{7.5} \%$$

Die Zahl der Photoelektronen N_e kann nach Anhang 2 aus der relativen Halbwertsbreite $\frac{P_{1/2}^e}{\bar{P}}$ der Verteilung der Multipliersignale bestimmt werden mit Hilfe von Formel (39):

$$N_e = 7.6 \cdot \left(\frac{\bar{P}}{P_{1/2}} \right)^2$$

Mit einem Impulshöhenanalysator wurden die Multipliersignale der Anordnungen a, b, c, von 1 GeV-Elektronen herrührend, analysiert. Die Spektren sind in Abbildung 11 aufgetragen. Man entnimmt den Kurven folgende Werte für die mittlere Photoelektronenzahl und daraus nach (26a) berechnete Lichtausbeute

Anordnung a:	$N_e = 7$	$n = 0.9 \%$
"	b: $N_e = 17$	$n = 2.3 \%$
"	c: $N_e = 23$	$n = 3.1 \%$

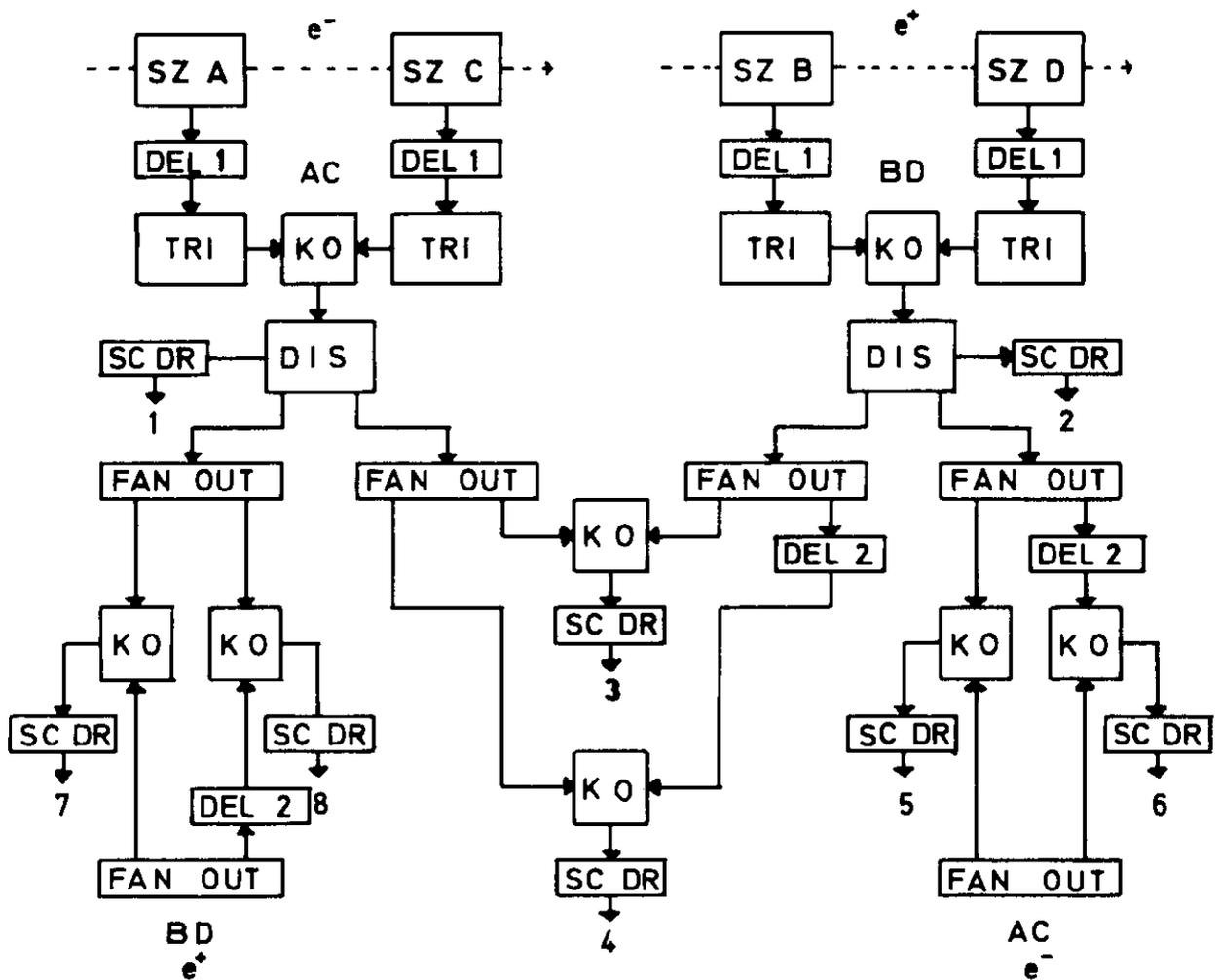
Mit der endgültigen Ausführung c mit Plexilichtleiter wurde das Signal-Rauschen-Verhältnis gegenüber der ersten Version der Zähler auf das 3-fache verbessert.

3.3.4 Elektronik des Paarspektrometers

Für die elektronische Ausrüstung der Matrix wurden Einheiten der Firma Edgerton, Germeshausen & Grier, Boston, verwendet. Abbildung 12 gibt das Blockschaltbild eines der 7 Beine wieder.

Die Breite der Multiplierpulse wird mit Shapekabel auf 5 nsec begrenzt, ihre Höhe beträgt bei minimalionisierenden Teilchen 0.7-1.0 Volt. Im Trigger TRI mit einer Schwelle von 200 mV werden sie in Normpulse von 700 mV umgewandelt. Damit entsteht an der Koinzidenzstufe KO die Koinzidenz AC der Elektronen bzw. BD der Positronen mit einer zeitlichen Auflösung $2 \tau = 5$ nsec. Sie wird im 40 MHz-Scaler 1 bzw. 2 registriert. Die Koinzidenz der beiden Teleskope in KO gibt dann $N_{e^+,e^-} \equiv N_G$ die Zählrate der Paarereignisse. Auch sie hat eine Auflösung von $2 \tau = 5$ nsec. Zur Messung der zufälligen 4-fach Koinzidenzen wird das Positronenteleskop in einem 2. Kanal um 15 nsec verzögert und bildet dann mit dem unverzögerten Elektronenteleskop die frequenzabhängige Zufälligenrate $N_{e^+,e^-} \equiv N_Z$. Die wahre Paarzählrate ist die Differenz $N_G - N_Z$.

Bei der Messung des Spektrums wurden die Scaler mit den Zählraten N_G und N_Z und der Paarspektrometerstrom I_{PS} von einer Rechenmaschine C 90-10 der CAE ausgelesen nach einer durch das Quantameter auf gleiche Photon-Intensität bezogenen Meßzeit. Der Computer führte folgende Operationen für 7 Beine aus:



1 e^- -Zählrate N_{e^-}

2 e^+ -Zählrate N_{e^+}

SCALER: 3 symmetr. Paarzählrate N_{e^+,e^-}

4 " " verzögert N_{e^+,e^-}^d

5,7 unsymmetr. " N_{e^+,e^-}

6,8 " " verzögert N_{e^+,e^-}^d

SZ : Szintillationszähler , DEL 1 : Delaybox m. Verzögerung 0... 39 ns

TRI : Trigger TR104 , KO : Koinzidenz C102 A DUALAND

DIS : Diskriminator T100 A , FAN OUT : Signalverteiler F 104 A

SC DR : Verstärker DS 104 , DEL 2 : Laufzeitkabel 3m $\hat{=}$ 15ns

Abb. 12 : Blockschaltbild der Paarspektrometer-
elektronik

- Berechnung der im Bein (j,1) gemessenen γ -Energie $k(j,1)$ aus dem Paarspektrometerstrom I_{PS} nach (25),
- Berechnung der wahren Zählrate $N_G - N_Z$ in diesem Bein,
- Ausschreiben der γ -Energie $k(j,1)$, der Zählerinhalte N_G und N_Z und der wahren Zählrate,
- Darstellung des gemessenen Spektrums auf dem Display.

3.3.5 Zählraten im Paarspektrometer

Die Zählrate der Elektronen N_{e^-} und Positronen N_{e^+} , d.h. der Zweifachkoinzidenz in den Teleskopen, wird in (S 3) wie folgt angegeben:

$$(27) \quad N_{e^-} = N_{e^+} = \int_{E_+}^{E_0} Q \frac{dk}{k} \cdot \frac{\Delta p}{k} \cdot \Sigma = Q \cdot A \cdot \left(1 - \frac{E_F}{E_0}\right) \cdot \Sigma$$

mit $A = \frac{\Delta D}{p}$ Auflösungsbreite der Teleskope

$\frac{E_F}{E_0}$ = relative Größe der gemessenen Energie

Q = Zahl der effektiven Quanten = $\frac{1}{E_0} \int_0^{E_0} k \frac{dn}{dk} dk$

Σ = Paarerzeugungswahrscheinlichkeit im Konverter

Die Zahl der effektiven Quanten wird aus dem Zeitintegral \hat{q} des Quantameterstroms i , der Elektronenenergie E_0 und der Quantameterkonstanten χ wie folgt berechnet:

$$Q = \int i dt \frac{\chi}{E_0} = \hat{q} \frac{\chi}{E_0}$$

$$\chi = 1.63 \cdot 10^{16} \left(\frac{\text{GeV}}{\text{Asec}}\right) \quad \text{am Strahl 24}$$

Die Paarproduktionswahrscheinlichkeit Σ erhält man aus der Flächendichte des Konverters G , dem Atomgewicht M und dem Paarwirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$

$$(28) \quad \Sigma = \frac{G}{M} \cdot L \cdot \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$$

$$L = 6.02 \cdot 10^{23} \quad \text{Loschmidt'sche Zahl}$$

Σ ist in dem betrachteten Energiebereich und für die gemessenen Paaraufteilungen konstant. Für die verwendeten Konverterfolien Aluminium Al und Gold Au ist Σ wie folgt von der Konverterdicke d abhängig:

$$(28a) \quad \begin{aligned} \text{Al } \Sigma &= 0.0723 \cdot d \\ \text{Au } \Sigma &= 1.91 \cdot d \\ d &\text{ in cm} \end{aligned}$$

Unter Zusammenfassung der Konstanten erhält man bei einer Impulsauflösung $A = 1.5\%$ eine Einzelzählrate

$$(27a) \quad N_{e^-,e^+} = F_1 \cdot \left(1 - \frac{F_1}{E_0}\right) \cdot C \cdot d$$

mit $F_1 = 1.09 \cdot 10^{-3} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$ für Al

$F_1 = 2.86 \cdot 10^{-2} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$ für Au

Die Zahl der in einem Bein registrierten Elektron-Positron-Paare N_{e^-,e^+} hängt quadratisch von der Auflösungsbreite A ab:

$$(29) \quad N_{e^-,e^+} = \frac{1}{4} A^2 \cdot C \cdot \Sigma$$

Faßt man die Konstanten wie oben zusammen, so ist die Paarzählrate als Funktion der Konverterdicke d :

$$(29a) \quad N_{e^-,e^+} = F_2 \cdot C \cdot d$$

mit $F_2 = 4.1 \cdot 10^{-6} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$ für Al

$F_2 = 1.09 \cdot 10^{-4} \text{ (cm}^{-1}\text{)}$ für Au

Die obigen Betrachtungen gingen von einem Rechteckspektrum mit konstanter Intensität $I(x)=I=\text{const.}$ aus. Der wirklichen Form des Spektrums trägt man dadurch Rechnung, daß man in den Formeln (27), (27a), (29) und (29a) die Zahl der effektiven Quanten durch einen von der Intensität $I(x)$ abhängigen Wert $Q(x)$ ersetzt:

$$C \rightarrow Q(x) = \frac{I(x) \cdot C}{\int I(x) dx} = g(x) \cdot C$$

Der Faktor $g(x)$ muß für die jeweilige Energie $x = \frac{k}{E_0}$ aus der Form des Spektrums ermittelt werden.

3.3.6 Umrechnung der gemessenen Paarzählrate auf Photonenintensität

Die wahre Zählrate der Elektron-Positron-Paare N_{e^-,e^+} ist die Differenz zwischen Paarzählrate N_G und der mit einem Faktor α auf gleiche Koinzidenzbreite korrigierte Zufälligenrate N_Z :

$$(30) \quad N_{e^-,e^+} = N_G - \alpha \cdot N_Z$$

Die Cammaintensität $I(k)$ ergibt sich aus der Paarzählrate (30) durch Berücksichtigung

- a. der Abhängigkeit des Paarwirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$ von der Photonenergie k
- b. der Abhängigkeit des Paarwirkungsquerschnitts $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$ von Paaraufteilung $y = \frac{E_+}{k}$
- c. der Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ des Paarspektrometers.

a. Der Paarwirkungsquerschnitt für symmetrische Paare ist bei hohen Photonenergien $k \gg mc^2$ nur wenig von der Energie k abhängig. In (S 3) wird die Variation von $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$ im Bereich $k = 1 \dots 6$ GeV mit weniger als 1 % angegeben. Sie wird auch hier als vernachlässigbar klein dem statistischen Fehler gegenüber betrachtet.

b. In der Matrix werden neben symmetrischen auch unsymmetrische Paare nachgewiesen. Wie ändert sich nun der Paarwirkungsquerschnitt, wenn man bei fester Energie k von symmetrischer Paaraufteilung $E_- = E_+ = \frac{k}{2}$ zu unsymmetrischer Aufteilung $E_- \neq E_+ \neq \frac{k}{2}$ übergeht?

Im Positron-Teleskop wird die Energie $E_+ = \frac{k}{2}(1-D)$, im Elektron-Teleskop $E_- = \frac{k}{2}(1+D)$ nachgewiesen ($D = \frac{E_- - E_+}{k}$ Unsymmetrie zwischen den Teleskopen). Nach W. Heitler (H 2) ist der Paarwirkungsquerschnitt für Elemente der Kernladung Z

$$(31) \quad \frac{d\sigma}{dE_+} = 4\bar{\sigma} \left[\frac{E_+^2 + E_-^2 + \frac{2}{3} E_+ E_-}{k^3} \left(\log \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{2} \cdot 2.414 \left(\frac{Z}{137} \right)^2 \right) - \frac{1}{9} \frac{E_+ \cdot E_-}{k^3} \right]$$

Die relative Differenz F zwischen symmetrischem $\equiv S$ und unsymmetrischem $\equiv U$ Paarwirkungsquerschnitt gibt den Fehler der Messung an. Sie ergibt sich durch Einsetzen der Energien E_+ und E_- für die beiden Fälle in (31) zu

$$(32) \quad F \equiv \frac{U-S}{S} = \frac{\frac{2}{3} \cdot C(Z) + \frac{1}{9}}{\frac{2}{3} \cdot C(Z) - \frac{1}{9}} \cdot D^2$$

$$C(Z) = \log \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) - \frac{1}{2} \cdot 2.414 \left(\frac{Z}{137} \right)^2$$

$$D = \frac{E_- - E_+}{k}$$

Für die Asymmetrie D folgt aus den Gleichungen (23) und (24) als Maximalwert $D = 0.66 \cdot u$, $u = 0.100$. Damit ergibt sich als maximaler Fehler der unsymmetrischen Paarmessung:

$$F = 0.10 \% \text{ für Al und Au.}$$

Auch dieser Einfluß auf die Intensität ist gegenüber dem statistischen Fehler der Messung so klein, daß er vernachlässigt wird.

c. Für Photonenergien $k < 1$ GeV, wie sie bei diesem Experiment gemessen werden, ist die Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ des Paarspektrometers nicht konstant 100 %, sondern bei kleinen Energien treten Zählverluste durch Streuung der relativ

niederenergetischen Paare im Konverter auf. Die Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ für einen bestimmten Konverter wird bestimmt durch Messung des Bremsspektrums eines amorphen Metalltargets und Vergleich mit dem theoretisch berechneten Bethe-Heitler-Spektrum. Die Anpassung wird bei $k > 1.5$ GeV vorgenommen, wo $V(k) = 1$ ist; die Ansprechwahrscheinlichkeit ist der Quotient von normalisierter Paarzählrate $H \cdot N_{e^-,e^+}$ und der berechneten relativen Intensität $I_{th}(k)$ pro Atom:

$$(33) \quad V(k) = \frac{H \cdot N_{e^-,e^+}}{I_{th}(k)}$$

$$I_{th}(k) = \frac{k}{\bar{\sigma}} \cdot \frac{d\sigma}{dk}$$

$$\bar{\sigma} = 5.78 \cdot 10^{-28} \cdot Z^2$$

$$\frac{d\sigma}{dk} = \text{differ. Wirkungsquerschnitt}$$

H = konstanter Faktor aus dem Angleich für
 $k > 1.5$ GeV

N_{e^-,e^+} = Paarzählrate für Energie k

Wie man Abbildung 13 entnimmt, stimmen oberhalb $k = 1$ GeV normalisierte Paarzählrate und Bethe-Heitler-Spektrum gut überein, d.h. $V(k) = 1$, unterhalb geht die Paarzählrate auf Null zurück und damit geht auch die Ansprechwahrscheinlichkeit gegen Null. Dieses Verhalten erkennt man in Abbildung 14, wo die Meßpunkte der Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ nach (33) für 10 my Al-Konverter aufgetragen sind.

Die ausgezogene Kurve in Abbildung 14 gibt die berechnete Ansprechwahrscheinlichkeit nach den Formeln von (S 3) wieder. Die Ergebnisse der Berechnungen hängen hauptsächlich von der Annahme über die Elektronenverteilung im Konverter ab.

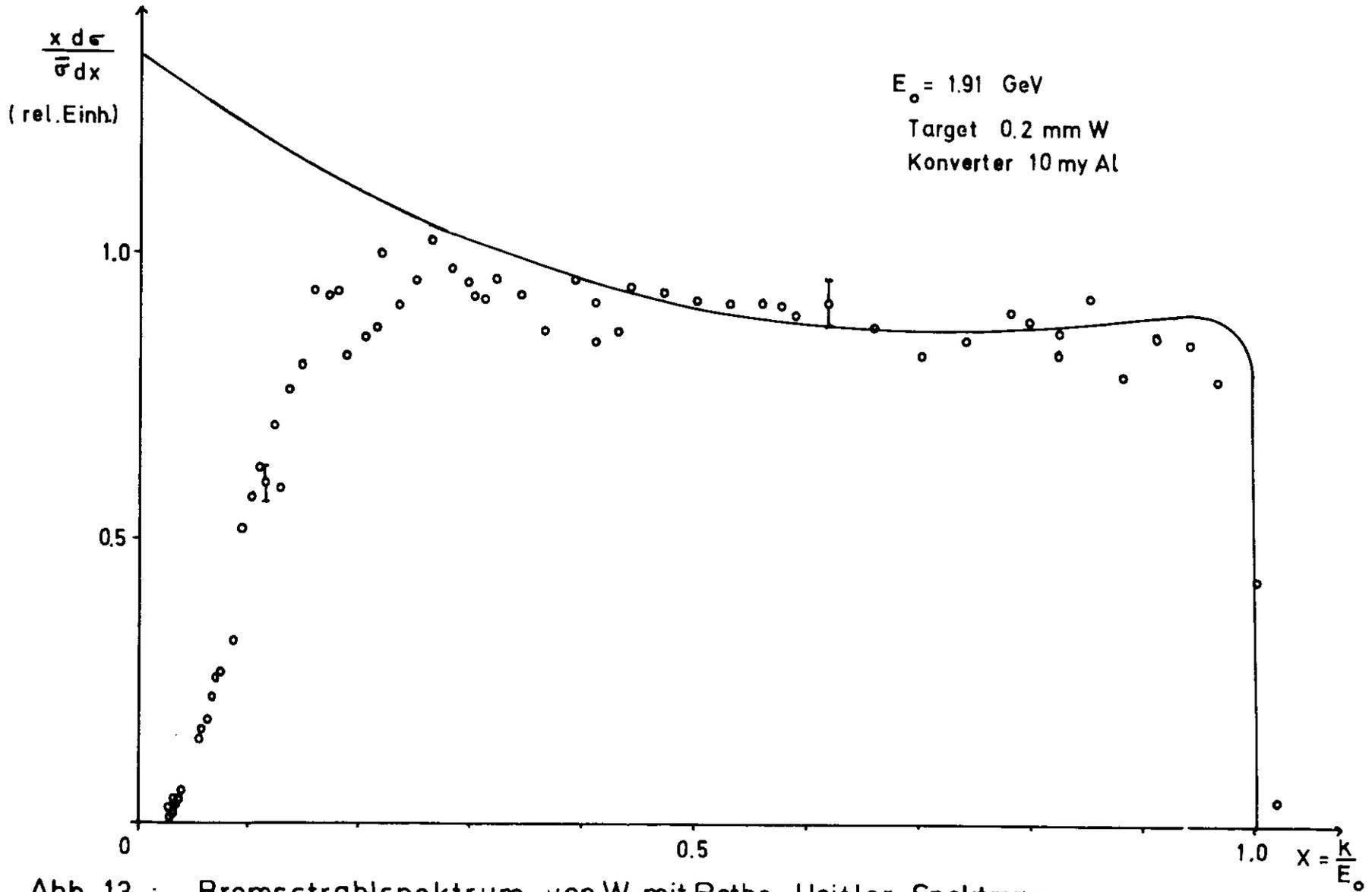


Abb. 13 : Bremsstrahlspektrum von W mit Bethe-Heitler-Spektrum

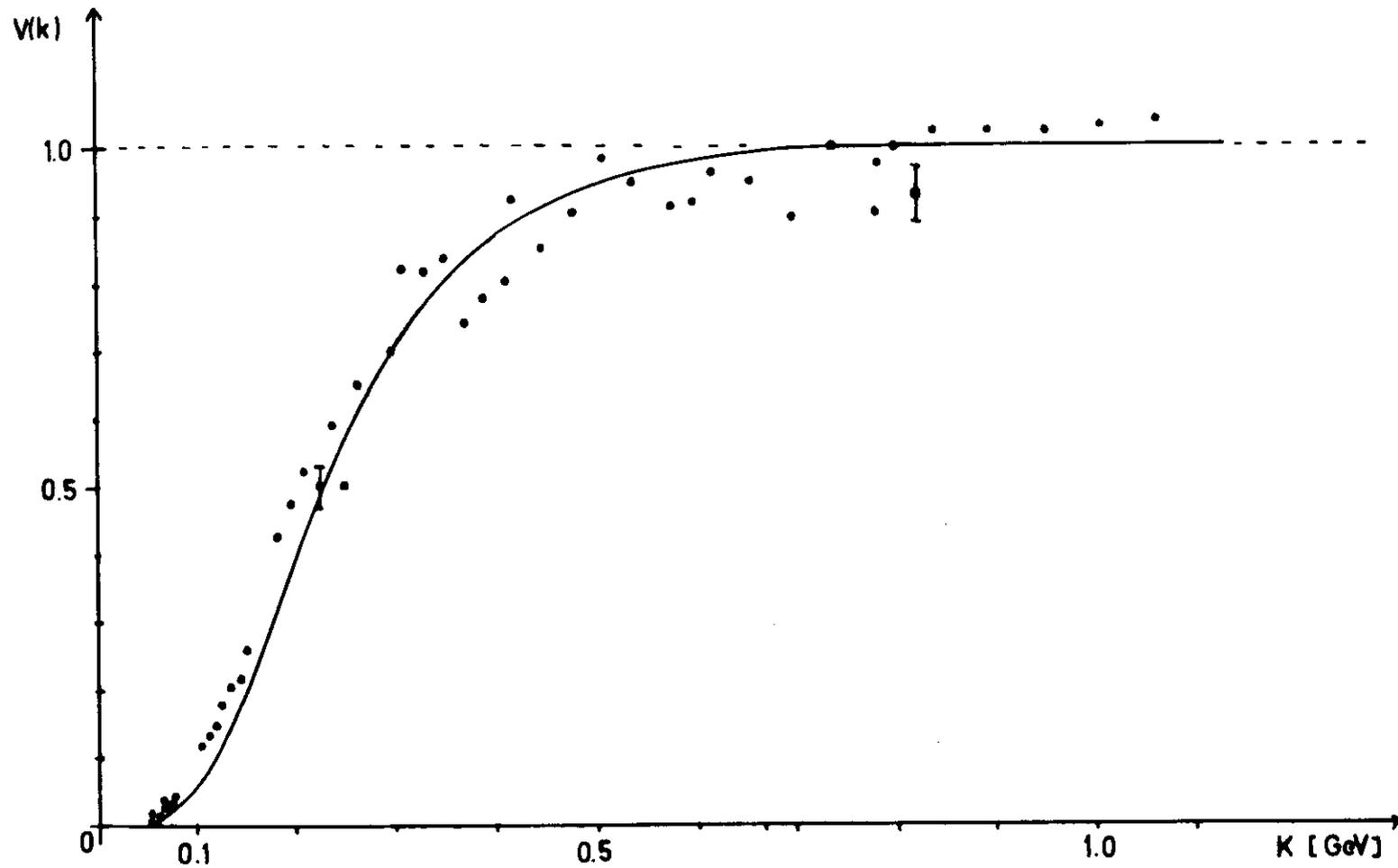


Abb. 14 : Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ des Paarspektrometers (10 my Al)

So wurde hier als Winkelverteilung der Paare eine Gaußfunktion der Form $\exp-(b/b_0)^2$ gewählt, wobei b_0 ein mittlerer Streuwinkel ist, der bei Variation des Vielfachstreuwinkels Formel (16) den besten fit ergab:

$$b_0 = \frac{21}{k^{7/2}} \cdot (t_0)^{0.6}$$

t_0 = Konverterdicke in R.L.

Durch die berechnete Kurve werden die Meßpunkte in Abbildung 14 in dem für unsere Messungen interessanten Bereich $k > 200$ MeV gut beschrieben. Wie für 10 my Al wurde die Ansprechwahrscheinlichkeit auch für andere Konverterfolien gemessen und mit obiger Winkelverteilung der Paare berechnet. Für alle ist die Übereinstimmung zwischen Messung und Berechnung oberhalb $k = 250$ MeV besser als 10 %.

Aus der Paarzählrate N_{e^-,e^+} ergibt sich die wahre relative Photonintensität $I(k)$ durch Division durch die Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$:

$$(34) \quad I(k) = \frac{N_{e^-,e^+}}{V(k)} \quad .$$

4. Meßergebnisse

4.1 Mehrfachdurchgänge und Scrapereinfluß

Wie im Teil 2.5 der Arbeit gezeigt wird, hängt der Kollimationseffekt von der Größe des effektiven Kollimationswinkels θ_k' und der Elektronendivergenz θ_e derart ab, daß der Effekt für kleinere Winkel größer wird. Es wurden daher Versuche unternommen, die Breite und die Divergenz des Elektronenstrahls mit Hilfe eines Scrapers zu verringern. Dazu dienten Messungen der Photonenausbeute an internen Targets verschiedener Dicke, die am unkollimierten Photonenstrahl durchgeführt wurden (vergl. (T 2)). Hier werden die Ergebnisse bei 2 bzw. 3 GeV Elektronenenergie diskutiert. Als effektive Targetdicke oder Targetausbeute bezeichnet man den Quotienten aus der als Bremsstrahlung abgegebenen Energie ΔE und der Primärenergie E des Elektronenstrahls:

$$(35) \quad t_{\text{eff}} = \frac{\Delta E}{E}$$

Die abgestrahlte Energie ΔE wird im Quantameter registriert:

$$\Delta E = \int_0^{s_0} k \frac{dn}{dk} dk = Q \cdot E_0$$

Q ist die Zahl der effektiven Quanten - siehe Abschnitt 3.3.5 -. Die Primärenergie des Elektronenstrahls $E = N \cdot E_0$ ist durch die Zahl der Elektronen N und deren Energie E_0 gegeben und wird in "Pick-up-Stationen" gemessen. Damit wird aus (35):

$$(36) \quad t_{\text{eff}} = \frac{Q}{N} \quad ,$$

d.h. die effektive Targetdicke ist das Verhältnis der Anzahl der effektiven Quanten zu der der Elektronen.

Die effektive Targetdicke t_{eff} ist gleich der Targetdicke t_0 in P.L., wenn im Target keine Absorption der Photonen stattfindet und die Elektronen das Target nur einmal passieren.

Das Verhältnis der effektiven Targetdicke und der Targetdicke wird als Zahl der Mehrfachdurchgänge λ definiert :

$$(37) \quad \lambda = \frac{t_{\text{eff}}}{t_0}$$

Sobald $\lambda < 1$, findet Absorption oder sonstiger Verlust der Photonen statt, falls $\lambda > 1$, gibt es Mehrfachdurchgänge der Elektronen.

Die Targetausbeute t_{eff} wurde für 3 GeV-Elektronen an internen Targets der Dicke $t_0 = 0.3 \dots 3 \cdot 10^{-4}$ R.L. gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 15 aufgetragen. Für Targets mit $t_0 < 0.1$ R.L. bleibt die effektive Targetdicke t_{eff} konstant, unabhängig von t_0 .

Entnimmt man der Abbildung 15 die entsprechenden Werte von t_0 und t_{eff} , so kann man nach (37) die Zahl der Mehrfachdurchgänge λ bestimmen. Abbildung 16 gibt die Zahl der Mehrfachdurchgänge als Funktion der Targetdicke t_0 wieder. Da die Targetausbeute unabhängig von t_0 konstant ist für $t_0 < 0.1$ R.L., steigt die Zahl der Mehrfachdurchgänge in diesem Bereich zu kleinerer Targetdicke hin mit $1/t_0$ an.

Bei $t_0 = 3 \cdot 10^{-4}$ R.L. gibt es $\lambda = 250$ Mehrfachdurchgänge. Wie in Abbildung 16 ebenfalls zu sehen ist, kann die Zahl der Vielfachdurchgänge durch einen Scraper reduziert werden. Da die Zahl zu kleinen t_0 aber auch bei Verwendung des Scrapers ansteigt, muß man schließen, daß der Scraper nur unvollkommen wirkt.

Durch die Mehrfachdurchgänge wird der Elektronenstrahl aufgeweitet, man entnimmt dies der Verteilung der Photonen, die gefaltet ist aus Elektronendivergenz und der Erzeugungswinkelverteilung der Photonen. Mit Silberphosphatgläsern (E 1) wurden die Winkelverteilung der unkollierten Bremsstrahlung a. eines dicken Targets - 0.3 R.L. - und b. eines dünnen Targets - 0.0004 R.L. - mit und ohne Scraper aufgenommen. Sie

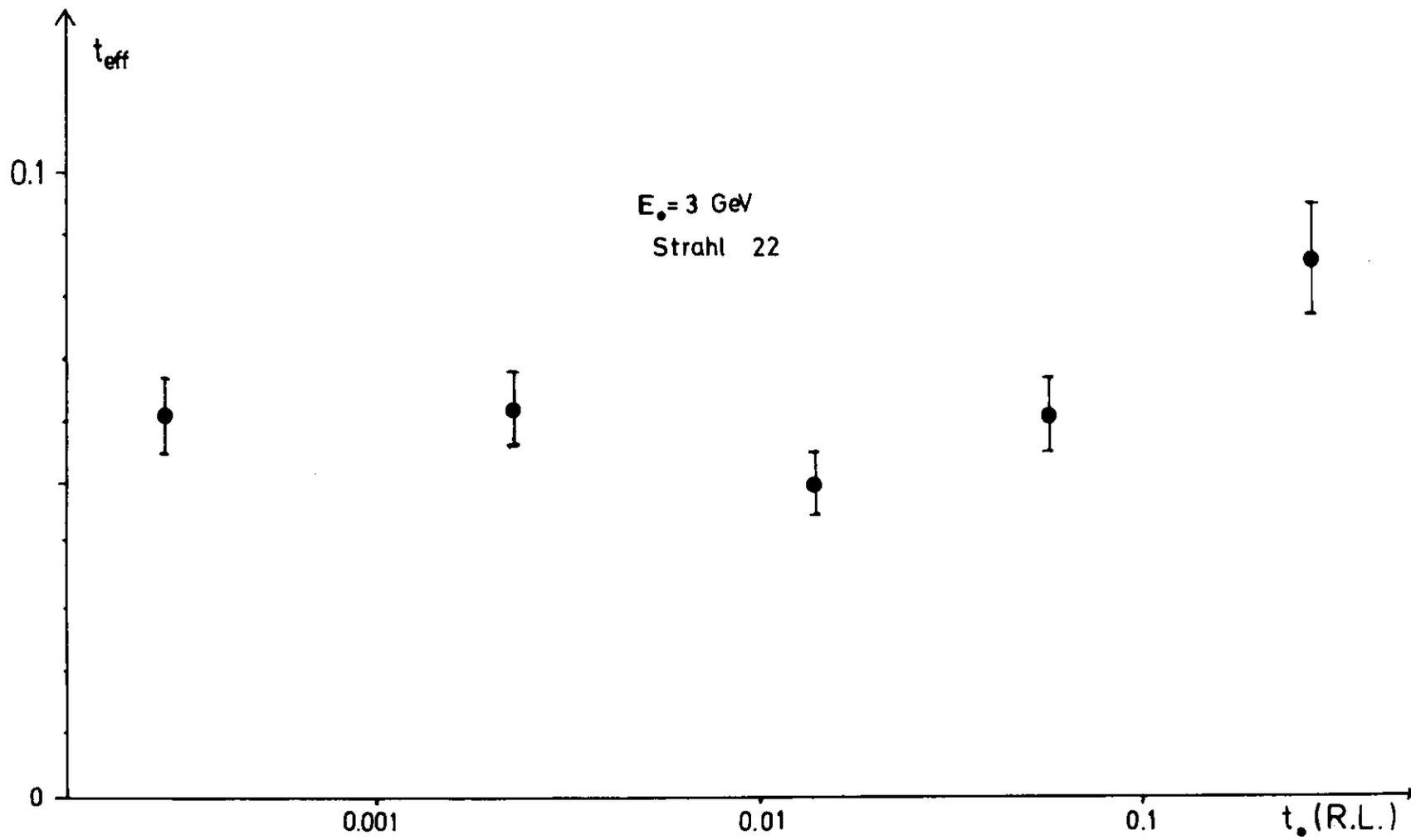


Abb. 15 : Targetausbeute t_{eff} als Funktion der Targetdicke t_0 .

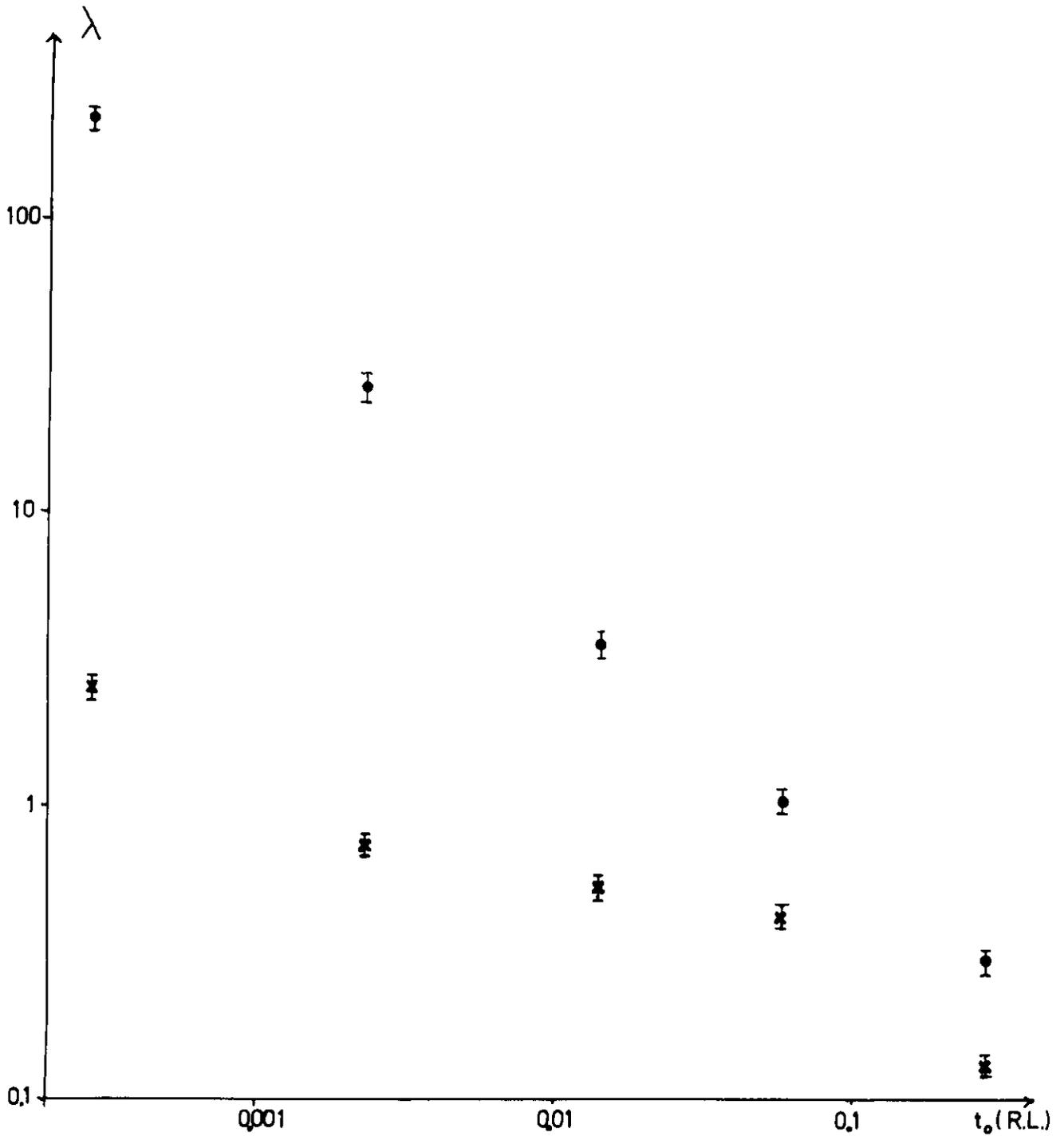
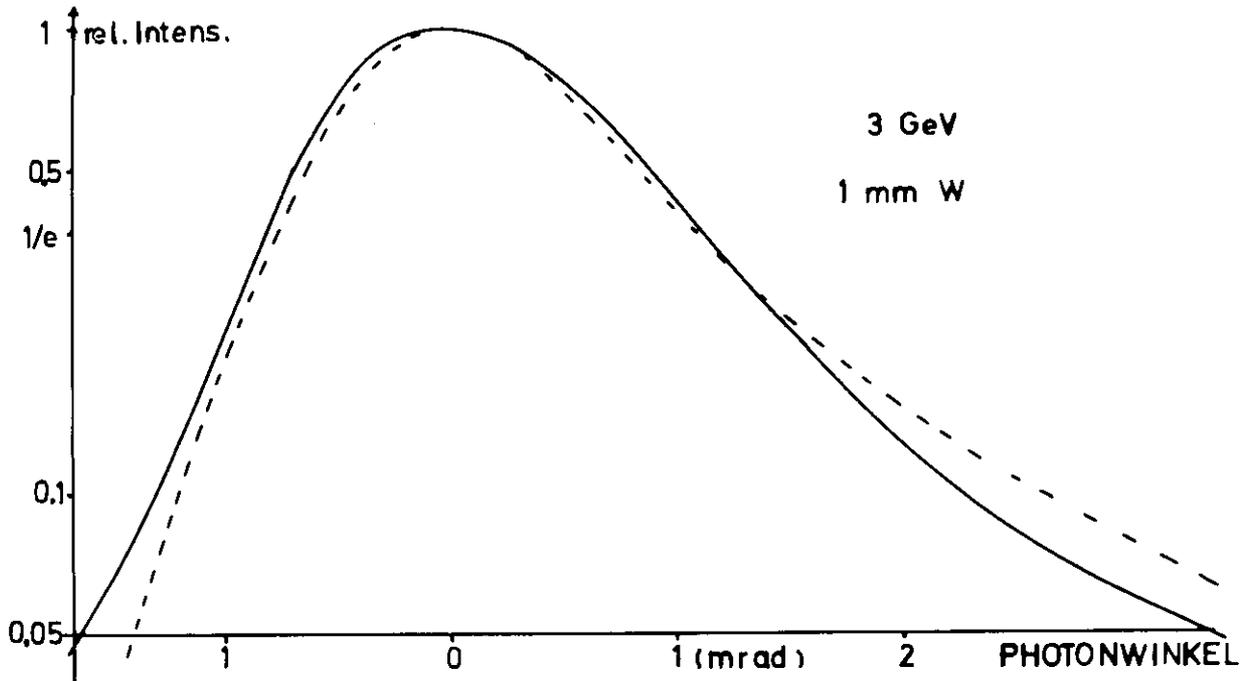
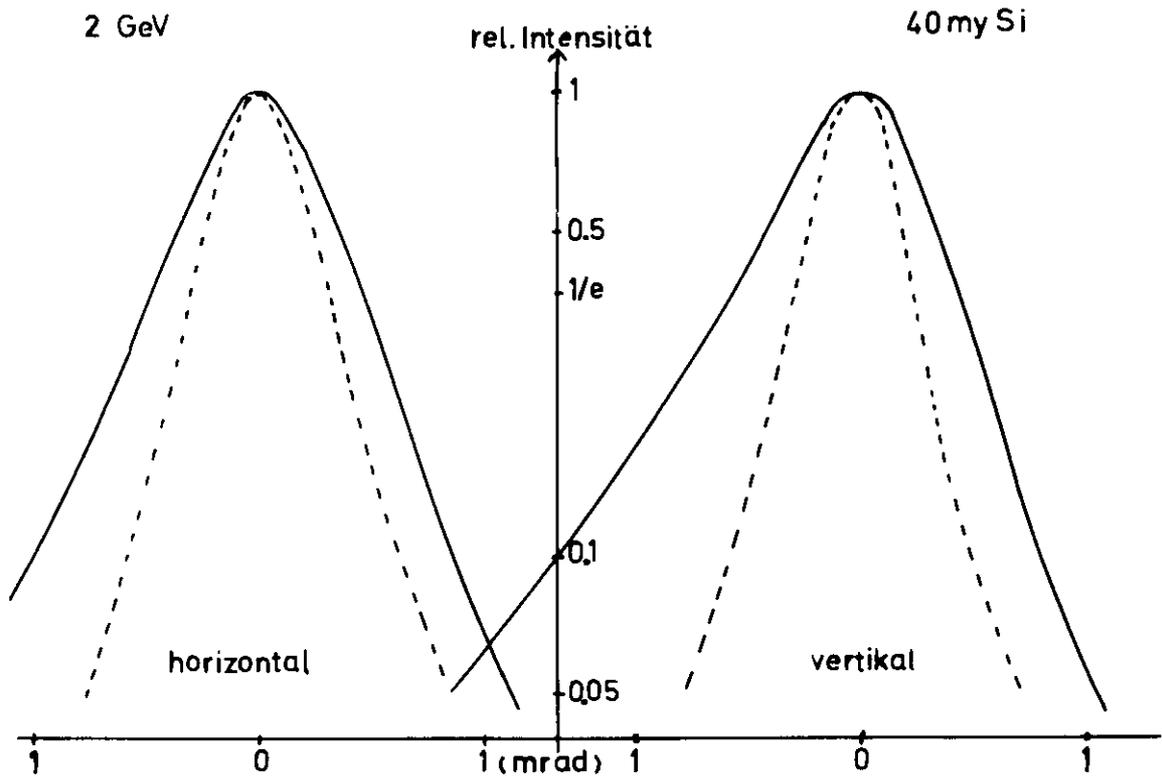


Abb. 16 : Mehrfachdurchgänge λ als Funktion der Targetdicke t_0 .

- ohne Scraper
- * mit Scraper



a.) dickes Target $t = 0.28$ RL



b.) dünnes Target $t = 0.0004$ RL

Abb. 17 : γ -Intensitätsverteilung

ohne Scraper —
mit Scraper ----

sind in Abbildung 17 dargestellt. Wie zu erwarten ist, beeinflußt der Scraper die Winkelverteilung des dicken Targets nicht, da nach Abbildung 16 die Anzahl der Mehrfachdurchgänge $\lambda < 1$ ist, es gibt keine Elektronen, die das Target mehrmals durchlaufen. Die Winkelverteilung ist durch die Vielfachstreuung im Target bestimmt.

Anders ist es beim dünnen Target, bei dem durch den Scraper die Breite der Winkelverteilung drastisch vermindert wird. Der Scraper verringert die Zahl der Mehrfachdurchgänge und damit der Elektronen, die große Winkelabweichung haben. Dazu verringert er den Elektronenstrahldurchmesser auf dem Target.

Wie oben erwähnt, haben diese Messungen nur für den unkollierten Photonenstrahl Gültigkeit. Den Einfluß auf den kollimierten Strahl entnimmt man der Analyse der Bremsstrahlspektren dünner Kristalle, die im nächsten Abschnitt diskutiert werden.

4.2 Kollimierte Spektren von internen Si-Targets

Mit der in Teil 3 beschriebenen Versuchsanordnung wurden Bremsstrahlspektren interner Si-Targets gemessen. Die Ergebnisse sind in Abbildung 18 a-f und Tabelle 3 wiedergegeben.

Die Endenergie der Elektronen betrug 2 GeV, die Kollimatoröffnung in 11.5 m Abstand vom Target war $2 \times 2 \text{ mm}^2$ bzw. $4 \times 4 \text{ mm}^2$. Normiert man die quadratische Kollimatoröffnung auf einen flächengleichen Kreis, so erhält man mittlere Kollimationswinkel $\theta_k = 0.10$ bzw. $\theta_k = 0.20$ mrad. Die Targets bestanden aus Si-Einkristallen der Dicke 1.0, 0.2, 0.04 mm ($t_0 = 0.01, 0.002, 0.0004$ R.L.).

4.2.1 Anpassung der theoretischen Spektren an die Meßpunkte

Die korrigierten Zählraten $I(x)$ - Gleichung (34) - der gemessenen Spektren wurden mit theoretischen Spektren verglichen, die wie in Abschnitt 2.5.3 erläutert berechnet wurden. Dazu wurden die Meßpunkte zum besseren Vergleich auf die theoretische Intensität $I_{th}(x) = \frac{x}{\sigma} \frac{d\sigma}{dx}$ normiert. Das Verfahren des Angleichs wird im folgenden kurz beschrieben. Zur Berechnung der Spektren ist die Angabe von Energie E_0 , Orientierung θ und α , Elektronendivergenz θ_e und effektivem Kollimationswinkel θ_k' notwendig. E_0 ist bekannt, θ und α werden der Goniometereinstellung entnommen, und der nominelle Kollimationswinkel θ_k wird aus der Geometrie ermittelt, also müssen noch θ_e und θ_k' bestimmt werden.

Die Intensität des kohärenten Teils an der Hauptkante - hier $X_k = 0.3$ - ist, wie vorher erwähnt, relativ unempfindlich gegenüber Änderungen von θ_e und θ_k' . Daher ist das Verhältnis kohärenter Anteil : inkohärenter Untergrund ein Maß für die Größe des Reduktionsfaktors $f'(\vartheta_k, \vartheta_e)$, die daraus ermittelt werden kann. Aus der Breite der Kanten ergibt sich nach Gleichung (12) - Abschnitt 2.3.1 - der effektive Kollimationswinkel θ_k' , der in der gleichen Größenordnung ist wie θ_k , und mit $\theta_\gamma = 0.25$ mrad auch $\vartheta_k' = \frac{\theta_k'}{\theta_\gamma}$. Mit der Kenntnis des Wertes von $f'(\vartheta_k', \vartheta_e)$ und ϑ_k' berechnet man aus Gleichung (20) den Wert von ϑ_e , oder man entnimmt ihn direkt der Kurvenschar in Abbildung 4, S. 24. Mit ϑ_e und θ_γ berechnet man $\theta_e = \vartheta_e \cdot \theta_\gamma$. Damit sind alle zur Berechnung der Spektren kollimierter Bremsstrahlung notwendigen Parameter bekannt.

Die so berechneten theoretischen Spektren sind in den Abbildungen 18a - f zu den Meßpunkten eingetragen. Wie man sieht, fitten die Kurven die Punkte gut außer im niederenergetischen Bereich $k < 300$ MeV. In diesem Bereich ist der Fehler der Ansprechwahrscheinlichkeit $V(k)$ groß. Außerdem gilt in diesem Bereich unsere Näherung (6) nicht mehr. Daher wurde dieser

Teil des Spektrums bei der Anpassung der Kurven außer Acht gelassen.

In Tabelle 3 sind die Ergebnisse der Anpassung wiedergegeben: Neben den Targetdimensionen und der Angabe über Verwendung des Scrapers sind der nominelle und effektive Kollimationswinkel, der Reduktionsfaktor und die Elektronendivergenz angegeben. Dazu die Primärdivergenz, die man aus der Targetdicke und der Elektronendivergenz nach Gleichung (16) und (14) berechnen kann.

Tabelle 3: Parameter der Si-Spektren

Abb.	Target		S	Kollimation		Red.Fak. f'	Elektronendivergenz		
	d	b		θ_k	θ_k'		θ_e	θ_t	θ_o
18a	1.0	15	-	0.10	0.18±0.01	0.94	0.74	0.74	?
18b	0.2	15	-	0.10	0.18±0.01	0.80	0.33	0.33	?
18c	0.04	10	-	0.10	0.20±0.01	0.63	0.20	0.14	0.15±0.02
18d	0.04	10	-	0.20	0.25±0.02	0.70	0.20	0.14	0.15±0.02
18e	0.04	10	+	0.10	0.18±0.01	0.54	0.16	0.14	0.08±0.02
18f	0.04	2	-	0.10	0.16±0.01	0.50	0.16	0.14	0.08±0.02

- d = Targetdicke in mm
- b = hor. Breite in mm
- S = Benutzung des Scrapers: + ja, - nein
- θ_k = nomineller Kollimationswinkel in mrad
- θ_k' = effektiver Kollimationswinkel in mrad
- f' = Reduktionsfaktor - (20) -
- θ_e = Elektronendivergenz in mrad
- θ_t = Vielfachstreuwinkel - (16) - in mrad
- θ_o = Primärdivergenz - (14) - in mrad

4.2.2 Diskussion der Ergebnisse der Anpassung

Bei den gemessenen Spektren von Si-Targets wird zwischen zwei Fällen unterschieden

a. dickes Target $\theta_t^2 \gg \theta_k'^2$

b. dünnes Target $\theta_t^2 \approx \theta_k'^2 \ll \theta_\gamma^2$

Vorausgesetzt wird dabei, daß die Primärdivergenz der Elektronen θ_0 in der Größenordnung des Vielfachstreuwinkels des dünnen Targets ist, was weiter unten gezeigt wird.

a. Die Spektren von 1.0 und 0.2 mm Si-Target zeigen die Abbildungen 18a und b. Die ausgezogenen Kurven sind berechnet mit der Näherung für dicke Targets $\theta_t^2 \gg \theta_k'^2$, denn für die beiden Targets berechnet man Vielfachstreuwinkel $\theta_t = 0.74$ bzw. $\theta_t = 0.33$ mrad gegenüber $\theta_k = 0.10$ mrad. Bei der Näherung für scharfe Kollimation und breite Elektronenverteilung ist der Reduktionsfaktor f' und der kohärente Anteil stark vom Kollimationswinkel θ_k' abhängig. Dagegen ist der Einfluß der Elektronendivergenz gering. Aus der Anpassung wird der effektive Kollimationswinkel $\theta_k' = 0.18 \pm 0.01$ mrad ermittelt. Für den Reduktionsfaktor f' findet man beim 1 mm Si-Target $f' = 0.94$, beim 0.2 mm Si-Target $f' = 0.80$. Über die Größe der Primärdivergenz θ_0 können die Spektren keinen Aufschluß geben, da bei großem θ_t der Reduktionsfaktor nur wenig mit der hineingefalteten Primärdivergenz variiert. Damit kann schon bei relativ dicken Targets der Kollimationseffekt beobachtet werden.

b. Die Spektren der Si-Targets von 40 my Dicke sind in den Abbildungen 18c - f wiedergegeben. Für die Berechnung der mit-eingetragenen theoretischen Spektren gilt die dünnes-Target-Näherung $\theta_t^2 \approx \theta_k'^2 \ll \theta_\gamma^2$, da $\theta_t = 0.14$ und $\theta_k = 0.10$ mrad. Sowohl die Elektronendivergenz als auch der Kollimationswinkel haben starken Einfluß auf den Reduktionsfaktor.

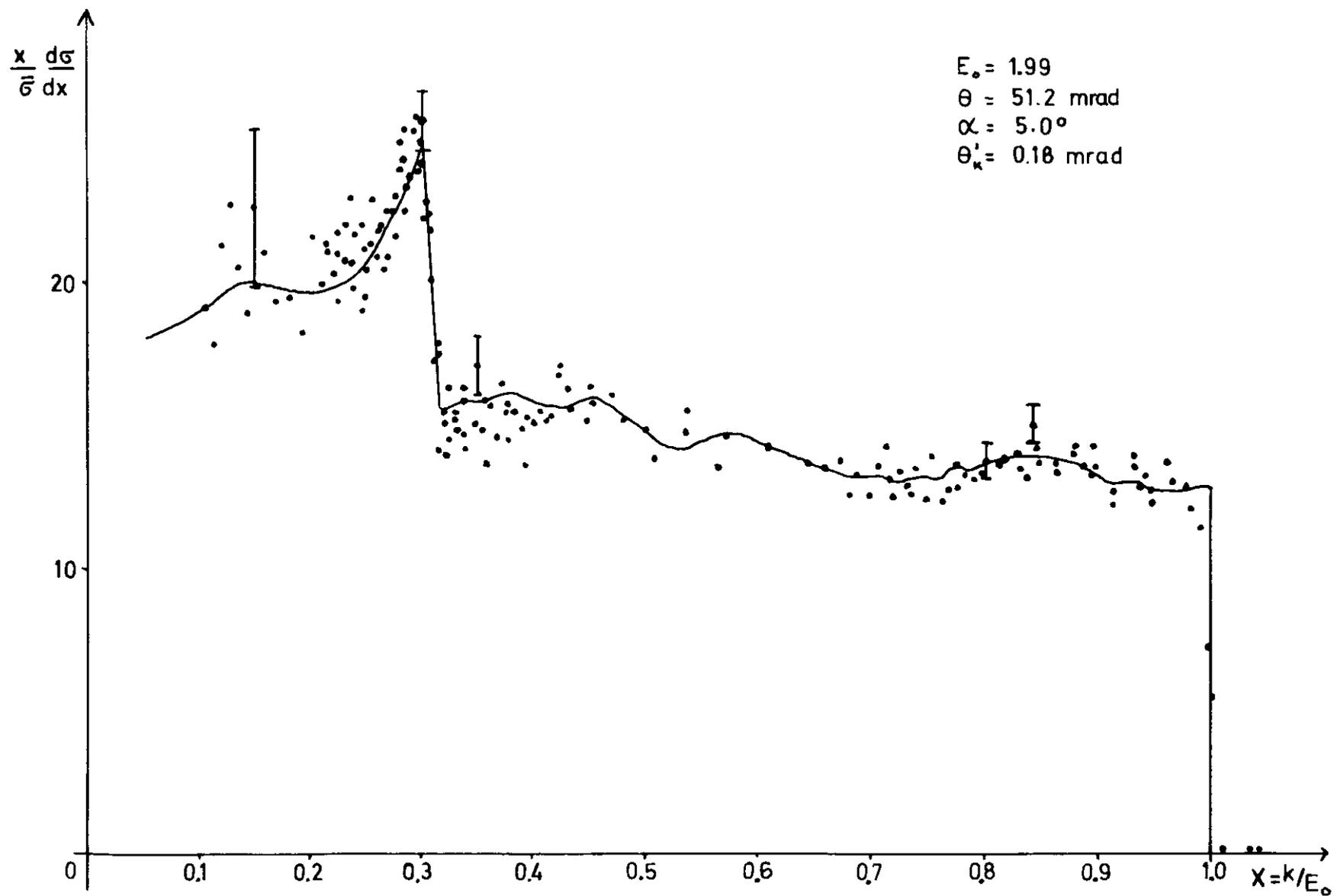


Abb 18a : Spektrum 1.0 mm Si , $f' = 0.94$

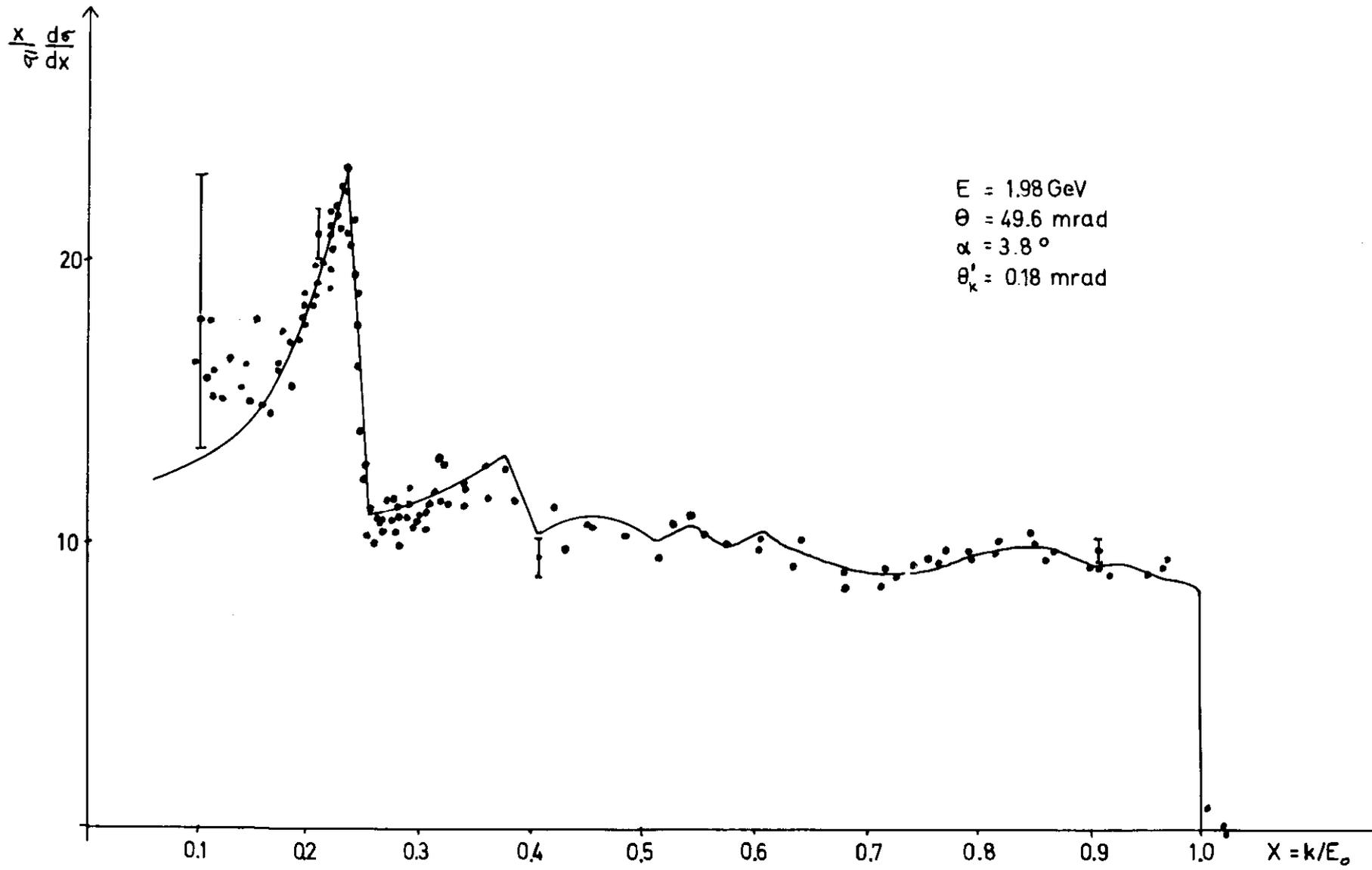


Abb. 18 b : Spektrum 0.2 mm Si, $f' = 0.80$

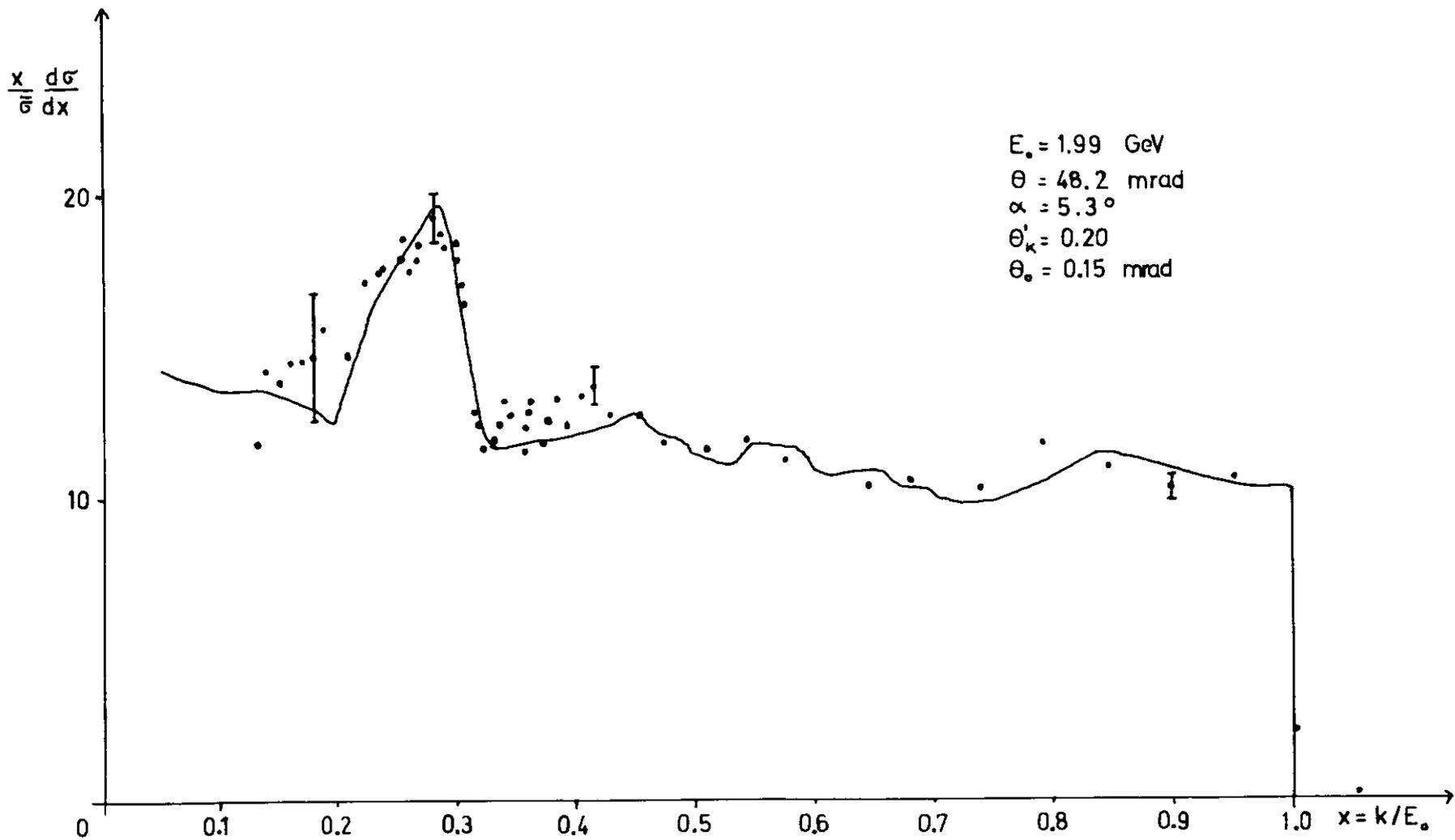


Abb 18 c : Spektrum 40 my Si ohne Scraper, Kollimator 2x2, f'=0.63

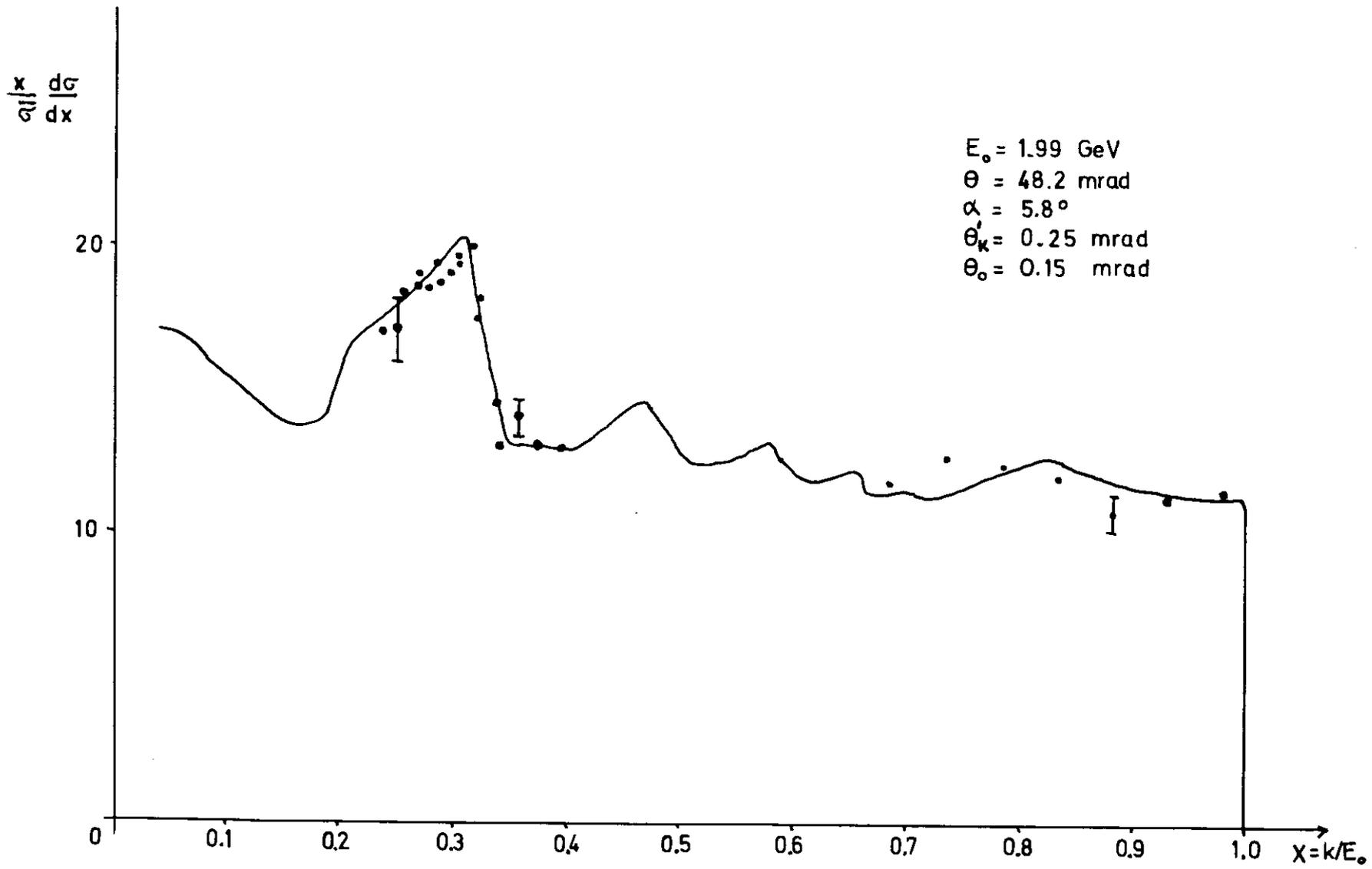


Abb. 18 d : Spektrum 40 my Si ohne Scraper , Kollimator 4x4 , f' = 0.70

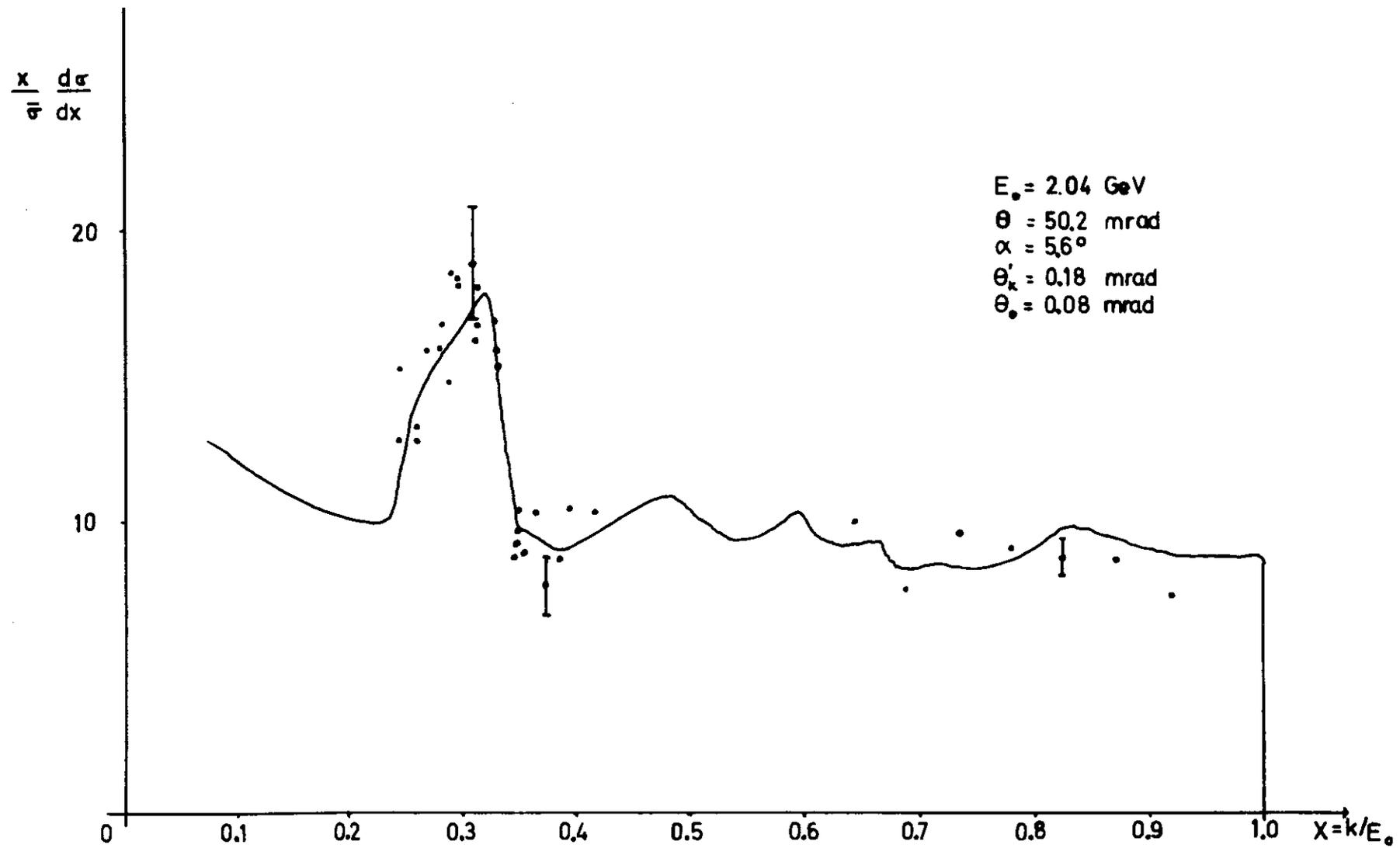


Abb.18 e : Spektrum 40 my Si mit Scraper , $f' = 0.54$

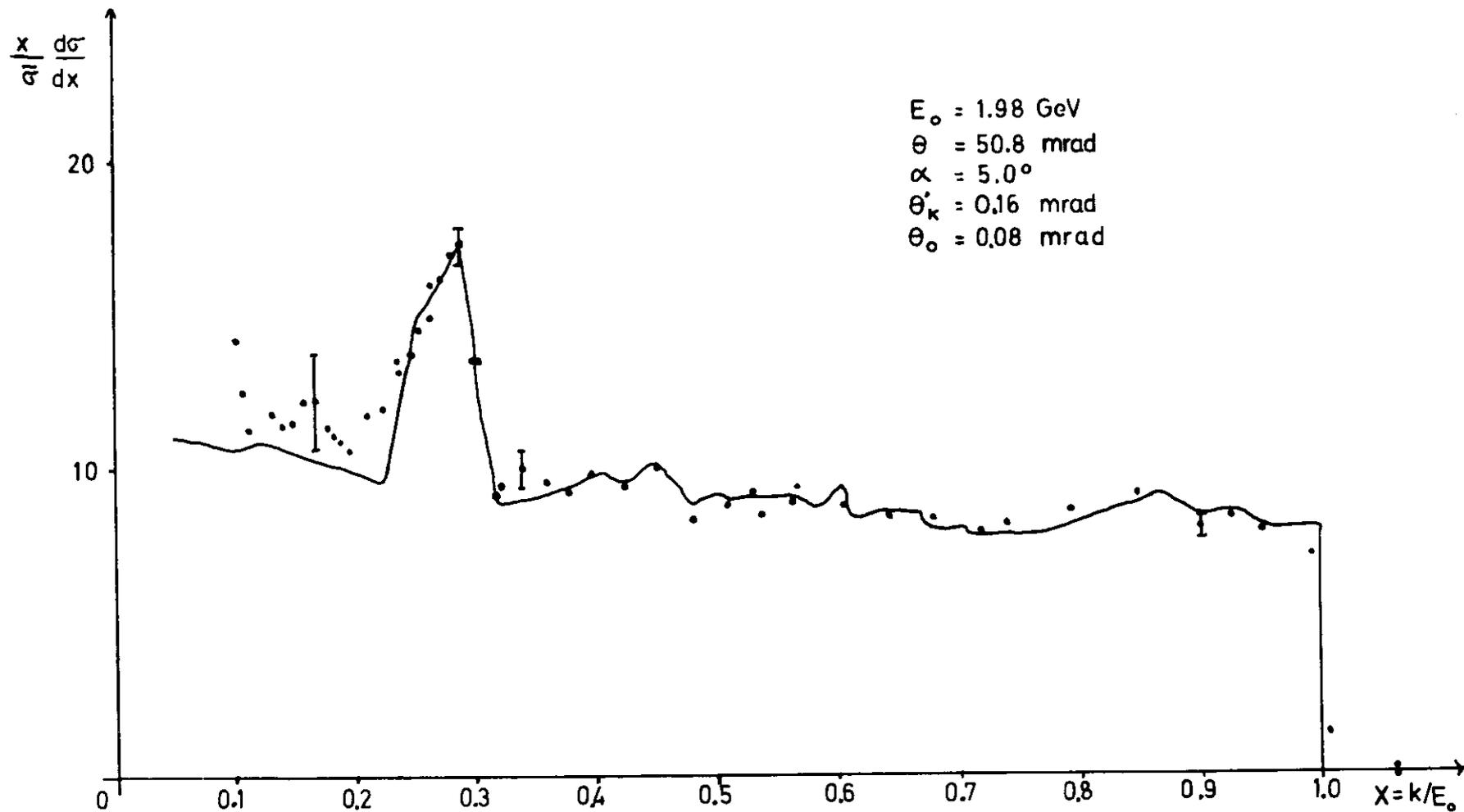


Abb. 18 f : Spektrum 40 my Si, horizontale Targetbreite 2 mm, $f' = 0.50$

Für die Messungen wurden folgende Si-Targets der Dicke 40 my benutzt:

Flächentarget	Breite x Höhe:	10 x 10 mm ²	ohne Scraper	Abb. 18c,d
Flächentarget	" "	10 x 10 mm ²	mit Scraper	" 18e
Streifentarget	" "	2 x 10 mm ²	ohne Scraper	" 18f

Ein Streifentarget mit der horizontalen Breite $b = 2$ mm wurde benutzt, um die Ausdehnung des Targetflecks in einer Richtung zu reduzieren. Vom Scraper erwartet man, daß durch ihn die Winkelverteilung des Elektronenstrahls verschmälert wird und so die Elektronendivergenz sinkt, wie im Abschnitt 4.1 gezeigt wird.

Im folgenden werden die Werte für θ_k' und θ_e , die in Tabelle 3,

S. 63, zusammengestellt sind, für die verschiedenen Targets verglichen. Der Kollimationswinkel θ_k' zeigt den Unterschied zwischen Flächentarget - Abb. 18c -, $\theta_k' = 0.20$ mrad, und Streifentarget - Abb. 18f -, $\theta_k' = 0.16$ mrad. Beim Streifentarget ist der Targetfleck in der Horizontalen reduziert und daher der effektive Kollimationswinkel kleiner. Beim dünnen Flächentarget erhält man einen effektiven Kollimationswinkel $\theta_k' = 0.20$, der doppelt so groß ist wie der nominelle $\theta_k = 0.10$ mrad. Der Elektronenstrahl wird durch die Mehrfachdurchgänge sehr aufgebläht und auf dem ganzen Target verschmiert.

Der Scraper hat hier die Wirkung, diese Strahlaufweitung zu begrenzen, daher findet man beim Gebrauch des Scrapers einen effektiven Kollimationswinkel $\theta_k' = 0.18$ mrad - Abb. 18e -.

Wenn man beim Flächentarget ohne Scraper den Kollimator vergrößert, steigt der effektive Kollimationswinkel θ_k' nicht im selben Maße: Vergrößerung von $\theta_k = 0.10$ mrad - Abb. 18c - auf $\theta_k = 0.20$ mrad - Abb. 18d - vergrößert den effektiven Kollimationswinkel von $\theta_k' = 0.20$ auf $\theta_k' = 0.25$ mrad. Bei einem größeren Kollimator ist der Einfluß der Targetfleckausdehnung auf den Kollimationswinkel nicht mehr so groß. Auch in der

Elektronendivergenz macht sich der Unterschied Flächentarget-Streifentarget bemerkbar. Beim Flächentarget - Abb. 18c - erhält man $\theta_e = 0.20$ mrad, beim Streifentarget - Abb. 18f - dagegen $\theta_e = 0.16$ mrad. Den gleichen Wert $\theta_e = 0.16$ findet man beim Flächentarget, wenn man Scraper verwendet. Daraus erkennt man, daß ein großer Teil der Primärdivergenz θ_0 durch mehrfach das Target passierende Teilchen hervorgerufen wird, die das Streifentarget gar nicht treffen oder die vom Scraper abgefangen werden.

Für die Primärdivergenz des Synchrotrons nach Gleichung (14) ergibt sich für dünne Flächentargets ohne Scraper $\theta_0 = 0.15$ mrad, für Streifentargets und bei Verwendung des Scrapers $\theta_0 = 0.1$ mrad - hier sind verschiedene Spektren untersucht worden -. Dieser letzte Wert kann als die wirkliche Primärdivergenz des Synchrotrons ohne Einwirkung des Targets angenommen werden.

Wie man sieht, kann der Kollimationseffekt der kohärenten Bremsstrahlung auch am internen Kristalltarget beobachtet werden, und zwar um so deutlicher, je mehr man Primärdivergenz und Strahlbreite verringert. Das Spektrum mit der weitestgehenden "Monochromatisierung" wurde an dem 40 my Streifentarget von 2 mm Breite erzeugt - Abb. 18f -; es zeigt den Reduktionsfaktor $f' = 0.50$, d.h. der inkohärente Anteil ist um die Hälfte verringert bei im wesentlichen konstantem kohärenten Anteil.

Anhang
=====

1. Berechnung der Zahl der physikalisch nutzbaren
Photonen für 1 GeV Elektronen in 3 mm NE 104
- zu Abschnitt 3.3.3 -

a. Aus dem Energieverlust der Elektronen

Für NE 102 findet man in (S 1) folgende Daten

Dichte:	1.03 g/cm ³
Emissionsmaximum:	4250 Å
spezif. Energieverlust:	1.9 MeV/gcm ⁻²
Abklingzeit:	3 nsec
Absorptionslänge:	60 cm
physikalische Ausbeute:	2 % (H 1)

Man kann damit rechnen, daß für NE 104 im wesentlichen die gleichen Werte gelten, außer für die Absorptionslänge.

Aus dem spezifischen Energieverlust berechnet man den Energieverlust eines minimalionisierenden Teilchens in NE 104 zu $dE = 0.60$ MeV. Davon wird nur ein kleiner Teil, die physikalische Ausbeute, in Licht umgewandelt. Die mittlere Energie der Photonen beträgt $k = \frac{12.4}{4250} \text{ keV} = 2.9 \text{ eV}$, und somit ist die Anzahl der physikalisch nutzbaren Photonen:

$$N_o = \frac{0.02 \cdot dE}{k} = 4.1 \cdot 10^3$$

b. aus dem Vergleich mit Anthrazen

In der Physik der Szintillatoren wird Anthrazen als Vergleichsnormale benutzt. In (B 1) wird die Zahl der physikalisch nutzbaren Quanten pro MeV Energieverlust für Anthrazen mit $1.5 \cdot 10^4$ angegeben. Die relative Quantenausbeute im Vergleich zu Anthrazen beträgt für NE 102 60 %. Bei einem Energieverlust $dE = 0.60$ MeV werden dann in NE 102

$$N_o = 5.4 \cdot 10^3$$

physikalisch nutzbare Photonen frei.

Da der Wert von Rechnung a. wegen des unsicheren Wertes der physikalischen Ausbeute weniger genau als der von Rechnung b. ist, wird als Mittelwert

$$N_0 = 5.0 \cdot 10^3$$

genommen.

2. Berechnung der mittleren Zahl der Photoelektronen
- zu Abschnitt 3.3.3 -

An der Photokathode des Multipliers wird von einem Photon ein Elektron mit der Wahrscheinlichkeit α freigesetzt, das dann in der n-stufigen Verstärkerröhre um den Faktor V verstärkt wird. Sowohl die Elektronenemission als auch die Verstärkung in den einzelnen Dynoden sind ein statistischer Prozeß. Unter gewissen Voraussetzungen (B 2) kann aus der relativen Halbwertsbreite der Pulsverteilung der Multiplierpulse auf die mittlere Zahl der Photoelektronen geschlossen werden. Gehorcht nämlich die Photoemission der Poissonstatistik, ist der Mittelwert der Verteilung aus der relativen Halbwertsbreite berechenbar. Die Poissonstatistik des Emissionsprozesses bleibt nun auch während des Verstärkungsprozesses erhalten, sie wird nur durch die statistischen Schwankungen des Verstärkungsfaktors des Einzelprozesses $\delta = \sqrt{V}$ verbreitert. Durch einfache Rechnung erhält man dann (H 3)

$$(38) \quad N_e = \left(\frac{\bar{P}}{P_{1/2}} \right)^2 \cdot \frac{\delta}{\delta-1} \cdot 5.58$$

N_e = mittlere Zahl der Photoelektronen

\bar{P} = Mittelwert der Pulsverteilung

$P_{1/2}$ = volle Halbwertsbreite der Pulsverteilung

$\delta = \sqrt{V}$ = mittlerer Verstärkungsfaktor einer Dynode

Der Faktor $\frac{\delta}{\delta-1}$ ist von der Verstärkung V nur wenig abhängig. Bei Variation von V um 2 Dekaden bei der Normalbetriebsspannung U ändert er sich um 15 %. Als mittlerer Verstärkungsfaktor für $U = 2.3$ kV ist in (V 1) für den 56 AVP mit 14 Stufen $V = 10^8$ angegeben. Daraus folgt $\delta = 3.73$ und $\frac{\delta}{\delta-1} = 1.37$. Damit erhalten wir als Formel für die Berechnung der mittleren Photoelektronenzahl N_e aus der relativen Halbwertsbreite $\frac{\bar{P}}{P_{1/2}}$ der Pulshöhenverteilung aus (38)

$$(39) \quad N_e = 7.6 \cdot \left(\frac{\bar{P}}{P_{1/2}} \right)^2 .$$

3. Berechnung der Primärdivergenz des Elektronenstrahls aus der Strahlbreite - zu Abschnitt 2.4.1 -

Am Target 10 des DESY ist die Breite des Elektronenstrahls in beiden Raumrichtungen bekannt. Es wird gezeigt, wie man daraus auf die Divergenz des Elektronenstrahls am Target 24 schließen kann.

Der von den Elektronen im Synchrotron ausgefüllte transversale Phasenraum y, y' hat Ellipsenform (S 2):

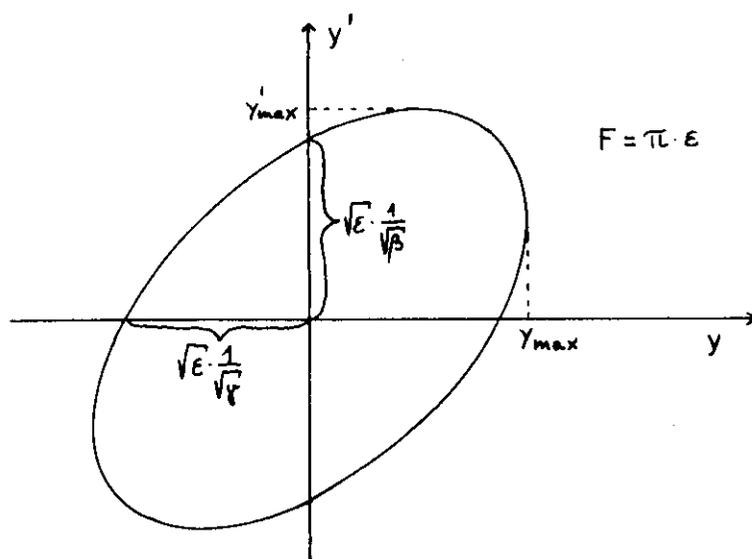


Abb. 19 : Phasenellipse mit den Strahlparametern

Die Parameter der Transformation γ, α, β , sind Funktionen des Azimuts s und sind durch die Synchrotronstruktur bestimmt. Sie sind mit den Maximalwerten der Phasenraumkoordinaten an dem Ort s_0 wie folgt verbunden - Abbildung 19 -:

$$(40a) \quad y_{\max}(s_0) = \sqrt{\epsilon \cdot \beta(s_0)}$$

$$(40b) \quad y'_{\max}(s_0) = \sqrt{\epsilon \cdot \gamma(s_0)}$$

$$F = \pi \cdot \epsilon = \text{const} - \text{Satz von Liouville} -$$

$$\alpha(s_0) = \sqrt{\beta(s_0) \cdot \gamma(s_0) - 1}$$

mit $y_{\max}(s_0)$: maximale Auslenkung bei s_0

$y'_{\max}(s_0)$: maximale Neigung bei s_0

F : Ellipsenfläche

ϵ : Emittanz

Die Gleichungen (40) gelten sowohl für die horizontalen Koordinaten x, x' als auch für die vertikalen z, z' , die von einander unabhängig betrachtet werden.

In (W 1) findet man die Strahlparameter γ, α, β tabelliert als Funktion des Abstands vom strahlaufwärts liegenden nächsten Magneten.

Aus der Strahlbreite y_{\max} folgt aus (40a) die Emittanz ϵ und mit (40b) auch die Divergenz y'_{\max} an einem anderen Ort des Synchrotrons.

Die Strahlbreite des Elektronenstrahls bei DESY wurde bei 3 GeV am Target 10 gemessen (W 2). Tabelle 4 gibt die Meßergebnisse und die daraus nach (40) berechneten Strahlbreiten und -divergenzen in beiden Raumrichtungen am Target 24 wieder. Die Ergebnisse sind innerhalb 10 % Fehler auch auf 2 GeV übertragbar.

Tabelle 4: Strahlbreite und Divergenz am Target 24

		horizontal	vertikal
Target 10			
l	(cm)	96.5	144.5
$y_{\max}(l)$	(mm)	1.6 ± 0.2	0.9 ± 0.2
$\beta(l)$	$\left(\frac{\text{mm}}{\text{mrad}}\right)$	11.2	9.43
ϵ	(mm·mrad)	0.23	0.09
Target 24			
L	(cm)	121.5	121.5
$\gamma(L)$	$\left(\frac{\text{mrad}}{\text{mm}}\right)$	0.433	0.433
$y'_{\max}(L)$	(mrad)	0.31 ± 0.04	0.19 ± 0.04
$\beta(L)$	$\left(\frac{\text{mm}}{\text{mrad}}\right)$	10.2	10.2
$y_{\max}(L)$	(mm)	1.5 ± 0.2	0.9 ± 0.2

l: Abstand Target 10 - Eisenende F-Sektor 9

L: Abstand Target 24 - Eisenende F-Sektor 23

$y'_{\max}(L)$: Divergenz des Strahls am Target 24

$y_{\max}(L)$: Strahlbreite am Target 24

Die Divergenz am Target 24 ist in horizontaler Richtung

$x'_{\max} = 0.31$ mrad, in vertikaler Richtung $z'_{\max} = 0.19$ mrad.

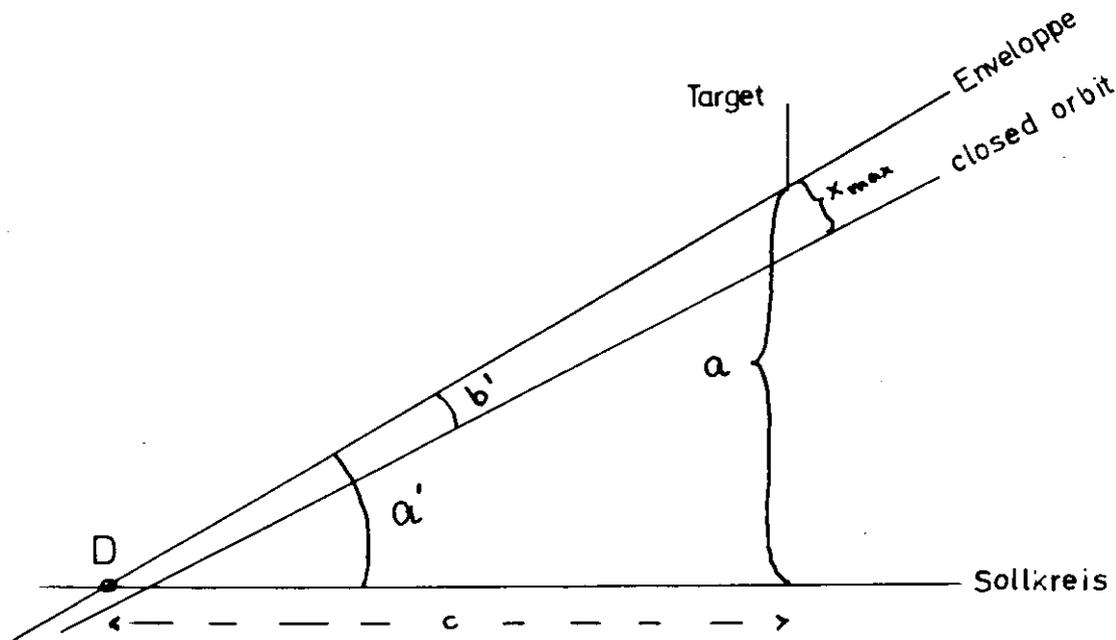


Abb. 20 : Winkel des Strahls am Target

Von der so berechneten Divergenz der Elektronen in horizontaler Richtung wird am Target nur ein Teil wirksam, da der γ -Strahl nur durch die jeweilige Enveloppe des Elektronenstrahls erzeugt wird. Beim Beam-Bump ist der Gammastrahl durch das Target und den Punkt D in Abbildung 20 festgelegt. Durch die Drehung des Strahls über D wird ein Teil der oben berechneten Divergenz aufgehoben, nur der Winkel Δ zwischen der ursprünglichen Enveloppe und der Trajektorie mit der größten Neigung wird wirksam. Die Enveloppe hat zu jeder Zeit die gleiche Neigung a' zum Sollkreis. Die wirksame Divergenz Δ kann man nach Abb. 20

auch so darstellen:

$$(41) \quad \Delta = x'_{\max} - b'$$

mit x'_{\max} : maximale Neigung gegenüber dem closed orbit

b' : Winkel zwischen Enveloppe und closed orbit.

Der Winkel zwischen Enveloppe und closed orbit ist mit a = Abstand des Targets vom Sollkreis in guter Näherung gegeben durch

$$b' = \frac{a'}{a} \cdot x_{\max} = \frac{1}{c} \cdot x_{\max}$$

c ist der Abstand Targetort-Punkt D.

Damit wird aus Gleichung (41)

$$\Delta = x'_{\max} - \frac{1}{c} \cdot x_{\max}$$

Mit $c = 5.8$ m und den Werten aus Tabelle 4 findet man $b' = 0.26$ und

$$\Delta = 0.31 - 0.26 = (0.05 \pm 0.05) \text{ mrad.}$$

Die horizontale wirksame Primärdivergenz ist also $\Delta = 0.05$ mrad. Mittelt man die Primärdivergenzen der beiden Raumrichtungen quadratisch, so erhält man für die mittlere Primärdivergenz des Elektronenstrahls θ_0

$$\theta_0 = (\Delta^2 + z'_{\max}^2)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = (0.13 \pm 0.06) \text{ mrad.}$$

Bei DESY ist die Primärdivergenz des Elektronenstrahls bei 2 - 3 GeV am kleinsten, bei höheren Energien nimmt sie wegen der Strahlungsdämpfung zu. Dies war mit ein Grund, daß die Versuche bei 2 GeV Elektronenenergie durchgeführt wurden.

Literatur

- (B 1) J.B. Birks: The Theory and Practice of Scintillation Counting, (1964), New York
- (B 2) E. Breitenberger: Progress in Nuclear Physics IV, (1955), New York
- (B 3) G. Bologna et al.: Nuovo Cimento XLII, 844, (1963)
- (B 4) G. Barbiellini et al.: Phys. Rev. Lett. 8, 454 (1962), New York
- (E 1) V. Eckhardt: DESY 67/12, (1967), Hamburg
- (E 2) P. Ewald: Hdb. der Physik II, Bd. 23, (1933), Berlin
- (F 1) E. Fenyves-O.Haiman: Die physikalischen Grundlagen der Kernstrahlung, (1965), Budapest
- (G 1) A.B. Greninger: Zeitsch.f.Kristallographie Bd. 91, 424, (1935), Frankfurt a.M.
- (H 1) J.I. Hopkins: Rev.Scient.Instr. 22, 29, (1959), New York
- (H 2) W. Heitler: Quantum Theory of Radiation III^d ed.,S.247f, (1954), Oxford
- (H 3) W. Hartmann-F.Bernhard: Fotovervielfacher u. ihre Anwendung, (1957), Berlin
- (K 1) C. Kittel: Introduction to Solid State Physics IInded., (1956), New York
- (L 1) G. Lutz: DESY 67/23, (1967), Hamburg
- (M 1) R.T. Mozley-J.deWire: Nuovo Cimento XXVII, 1281 (1963), Bologna
- (R 1) Robbins-Schwartz: Journal of Electrochem.Society, (1960), Baltimore
- (R 2) B. Rossi: High Energie Particles, (1956), New York
- (S 1) H.J. Stuckenberg: Prinzipien der kernphysikalischen Elektronik, (1965), Hamburg

- (S 2) K.G. Steffen: High Energy Beam Optics, (1965),
New York
- (S 3) H.D. Schultz: DESY 66/16, (1966), Hamburg
- (T 1) U. Timm: DESY 64/9, (1964), Hamburg
- (T 2) E. Raquet-U.Timm: DESY 68/24, (1968), Hamburg
- (U 1) H. Überall: Phys. Rev. 103, 1055, (1956), New York
- (V 1) Valvo Handbuch: Spezialröhren II, (1965), Hamburg
- (W 1) H.O. Wüster: DESY Th 9, (1959), Hamburg
- (W 2) H.O. Wüster: private Mitteilung v. 16.2.68

Ich danke Herrn Professor P. Stähelin für die wohlwollende Förderung der Arbeit.

Den Herren Dr. L. Criegee, Dr. M.H. Garrell und Dr. U. Timm bin ich für die Betreuung und die wertvollen Diskussionen dankbar.

Für Ratschläge und Unterstützung bei den Messungen bin ich den Herren Dr. R. Avakian, Dr. R.A. Carrigan, G. Franke, Dr. G. Lutz, P. Schüler, H. Talarek und W. Zimmermann verbunden, ebenso Frau W. Kuffner und Herrn A. Marxen für technische Hilfe.

Besonders bedanken möchte ich mich bei Herrn Dr. H.O. Wüster für sein Interesse und seine Hilfe bei dem Experiment und bei der DESY-Maschinengruppe, die durch ihren Einsatz die Messungen unter z.T. sehr schwierigen Maschinenbedingungen ermöglichte.

Herrn Dr. Harstorff vom Inst. für Angewandte Physik der Universität Hamburg möchte ich Dank sagen für seine Beratung und Hilfe bei der Herstellung der Kristalltargets. Auf die gute Zusammenarbeit mit der DESY-Rechenmaschinengruppe möchte ich noch hinweisen.

Frau Thumann danke ich für das Schreiben der Arbeit.