

Interner Bericht
DESY F33-75/2
August 1975

DESY-Bibliothek

- 7. OKT. 1975

Die Hochspannungsauslese
einer zylindrischen Proportionalkammer

von

Klaus Derikum

Die Hochspannungsauslese
einer zylindrischen Proportionalkammer

Experimentelle Diplomarbeit

von

Klaus Derikum

Fachbereich Physik der Universität Hamburg

1975

I N H A L T

=====

	Seite
Einleitung	2
<u>1. Beschreibung der Kammer</u>	4
<u>2. Prinzip der Signalentstehung</u>	7
2.1 Das Kammerfeld	8
2.2 Gasverstärkung	13
2.3 Der zeitliche Verlauf der Signale	17
2.4 Die räumliche Ausdehnung der Signale	20
<u>3. Die Verstärker</u>	25
3.1 Der Vorverstärker für die Streifen-Signale	26
3.2 Der Hauptverstärker	29
<u>4. Berechnung der Hochspannungs-Signale</u>	31
4.1 Die Kopplung der Streifen	31
4.2 Allgemeine Berechnung der Signale	34
4.3 Spezielle Lösung für die untersuchte Kammer	36
4.4 Die Form der Signale	38
4.5 Diskussion	42
4.6 Das Übersprechen	43
<u>5. Experimentelle Untersuchung der Kammer</u>	45
5.1 Fertigungsprobleme	46
5.2 Testaufbau	52
5.3 Datenaufnahme	54
5.4 Zeitverhalten	58
5.5 Wirkungsgrad	61
5.6 Clusterlänge	65
Zusammenfassung	67
Literatur	68
Danksagung	69
Anhang A	70
Anhang B	72

Einleitung

Proportionalkammern sind Teilchendetektoren mit hoher Ortsauflösung. Sie bestehen aus zwei Hochspannungsebenen (Kathoden), zwischen denen feine Anoden-Drähte gespannt sind. Durchqueren ionisierende Teilchen den von den Kathoden eingeschlossenen Gasraum, so erzeugen sie längs ihres Weges Elektronen-Ionen-Paare. Das elektrische Feld trennt die entstandenen Ladungsträger und beschleunigt sie auf die Elektroden zu. Durch Gasverstärkung entstehende Elektronen- und Ionenlawinen influenzieren auf den Elektroden meßbare Signale.

Am Speicherring DORIS des Deutschen Elektronen-Synchrotrons sind im PLUTO-Detektor 14 zylindrische Proportionalkammern konzentrisch zur Achse des Speicherrings angeordnet. Der Detektor erfaßt einen Raumwinkel von $0,94 \cdot 4\pi$ und ist damit besonders geeignet, Vielteilchenreaktionen zu messen. Beispielsweise soll damit der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion $e^+e^- \rightarrow \text{Hadronen}$ gemessen werden.

Im allgemeinen werden bei Proportionalkammern nur die Drahtsignale ausgelesen. Sie liefern im PLUTO-Detektor die Koordinaten r und φ . Für die Bestimmung des gesamten Teilchenimpulses ist jedoch auch die z -Koordinate notwendig.

Deshalb werden bei den PLUTO-Proportionalkammern auch die auf die Hochspannungsebenen influenzierten Signale ausgelesen. Die Ebenen sind in Streifen unterteilt, aus deren Signalen die z -Koordinate bestimmt wird.

In dieser Arbeit wird die Hochspannungsauslese einer zylindrischen Proportionalkammer des PLUTO-Detektors untersucht, mit dem Ziel, aus den physikalischen Grundlagen der Signalentstehung Anforderungen an die Fertigung abzuleiten und die mechanischen und elektronischen Bedingungen zu ermitteln, die zur Erzielung eines großen Ansprechvermögens und einer kleinen Clusterlänge erforderlich sind.

Im einzelnen werden untersucht

- Signalhöhe
- Signalform
- Kapazitive Kopplung
- Zeitverhalten
- Wirkungsgrad
- Clusterlänge

Nach der Beschreibung der Kammer im 1. Kapitel dieser Arbeit wird im 2. Kapitel die Theorie der Signalentstehung zusammengestellt und - wo möglich - durch Messungen an der Kammer überprüft.

Im 3. Kapitel ist die elektronische Verarbeitung der Kammersignale durch die angeschlossenen Verstärker dargestellt.

Im 4. Kapitel wird ein DGL-System aufgestellt und anhand dessen die Form der Hochspannungs-Signale und die Größe des Übersprechens berechnet. Die Ergebnisse werden mit Hilfe des Oszillographen bestätigt.

Das 5. Kapitel enthält die mit der Kammer gewonnenen praktischen Erfahrungen. Es gibt technische Einzelheiten der Fertigung sowie die Eigenschaften der Hochspannungsauslese an.

Im Anhang werden noch einige Grundlagen der Rechnungen des 4. Kapitels vorgeführt.

1. Beschreibung der Kammer

Die in dieser Arbeit untersuchte Proportionalkammer gehört einem Satz von 10 gleichartigen Kammern des PLUTO-Detektors an, deren Radien der Signaldrahtebene von 225 mm bis 675 mm variieren. Untersucht wird die Kammer Nr. 10 des Detektors.

Abb. 1 zeigt ihren prinzipiellen Aufbau. Sie besteht aus zwei voneinander trennbaren Zylindern aus Epoxyd-Glasfasergewebe mit elektrisch leitenden Flächen auf den Radien 332,5 mm , bzw. 342,5 mm .

Die Hochspannungsflächen bestehen aus einer 35μ dicken Kupferschicht. Die innere Fläche ist in neunzig 15,9 mm breite Streifen unterteilt, die einen Winkel von 45° mit der Zylinderachse bilden. Auf der äußeren Fläche haben die Streifen einen Winkel von 90° zur Achse und sind 9,8 mm breit.

Die 45° -Streifen des Innenzylinders enden auf der Stirnseite und werden durch kurze Drähte mit einem Stecker verbunden. Die 90° -Streifen dagegen werden durch Stifte nach außen und von dort durch eine dünne Leitung zur Stirnseite und auf eine gedruckte Leiterbahn geführt, in die der Stecker verlötet ist.

Der Innenzylinder trägt auch die Proportionaldrähte: Parallel zur Zylinderachse sind 900 vergoldete Wolframdrähte von 30μ Durchmesser unter 100g Zugspannung verlötet und verklebt. Die beiden Hochspannungsflächen haben einen Abstand von 5 mm zu den Drähten, der Drahtabstand beträgt 2,36 mm. Die Anschlußstecker der Drähte liegen auf der Stirnseite gegenüber den Anschlüssen für die Streifen.

Die Endflansche der Kammer tragen innen und außen einen 0,3 mm starken Kupfering, der auf Erdpotential gelegt wird. Auf Außen- und Innenzylinder werden 2 mm Styronor und darauf als elektrische Abschirmung eine 0,02 mm dicke Aluminiumfolie geklebt.

Abb. 2 zeigt einen schematischen Querschnitt durch die Kammer. Ihre wichtigsten geometrischen Größen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt.

Eine detaillierte Beschreibung des ganzen PLUTO-Proportionalkammer-Systems findet sich in PL 74 .

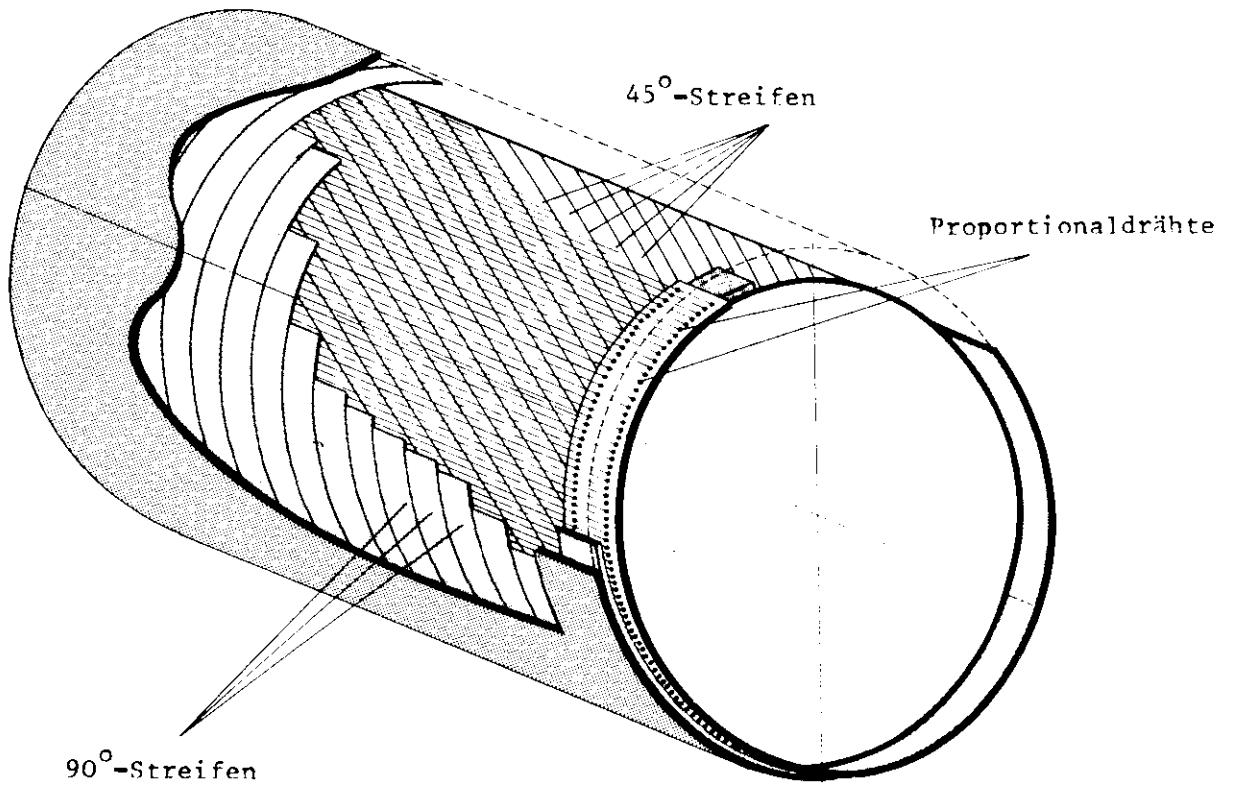


Abb. 1 Zylindrische Proportionalkammer, schematisch
(aus PL 74)

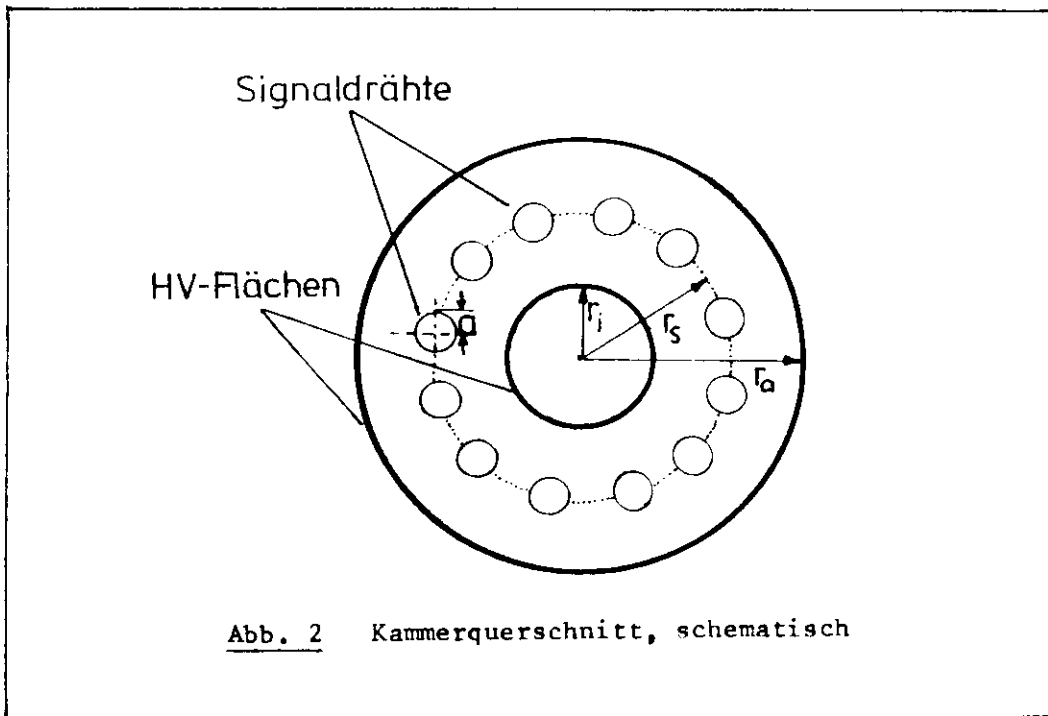


Abb. 2 Kammerquerschnitt, schematisch

Tabelle 1 Geometrische Größen der Kammer 10

Außenradius	r_a	342,5 mm
Radius der Signaldrahtebene	r_s	337,5 mm
Innenradius	r_i	332,5 mm
Drahtradius	a	15 μ
Zahl der Drähte	n	900
Drahtabstand	s	2,36 mm
Abstand Draht - HV-Ebene	L	5 mm
Breite der 45°-Streifen	d_{45}	15,9 mm
Breite der 90°-Streifen	d_{90}	9,8 mm

2. Prinzip der Signalentstehung

Großer Wirkungsgrad, hohe Zeitauflösung und geringe Clusterlänge sind die Eigenschaften, die von der Proportionalkammer gefordert werden.

Sie hängen mit dem elektrostatischen Feld der Kammer zusammen, in dem die Primärelektronen beschleunigt werden und genug Energie erhalten, um durch Stoßionisation weitere Elektronen erzeugen zu können. Erst diese Gasverstärkung ermöglicht es, meßbare elektrische Signale zu erhalten und sie bestimmt deren Höhe. Die ersten beiden Abschnitte dieses Kapitels beschreiben deshalb das Feld und die Gasverstärkung.

Sind diese Faktoren für Proportionalkammern generell von Bedeutung, so tritt bei der Hochspannungsauslese ein zusätzliches Problem auf. Die hohe kapazitive Kopplung der Streifen verursacht ein Übersprechen der Signale. Die Größe des Übersprechens kann mit Hilfe von Ersatzschaltbildern berechnet werden, wenn der zeitliche Verlauf des influenzierten Stromes bekannt ist. Dieser wird im dritten Abschnitt behandelt.

Schließlich wird die räumliche Ausdehnung des Signals auf der Hochspannungsfläche untersucht, um festzustellen, wie genau das Signal dort lokalisiert ist und wie groß der Anteil des auf einen Streifen influenzierten Stromes ist.

2.1 Das Kammerfeld

Das elektrostatische Feld der Zylinderkammer wird durch das Feld einer ebenen Proportionalkammer angenähert (Abb. 3). Da in unserem Fall die Krümmungsradien r_a und r_i viel größer sind als Drahtabstand s und Ebenenabstand $2L$, ist es einleuchtend, daß die Feldlinien der Zylinderkammer nur sehr geringfügig gegenüber denen der ebenen Kammer verbogen sind.

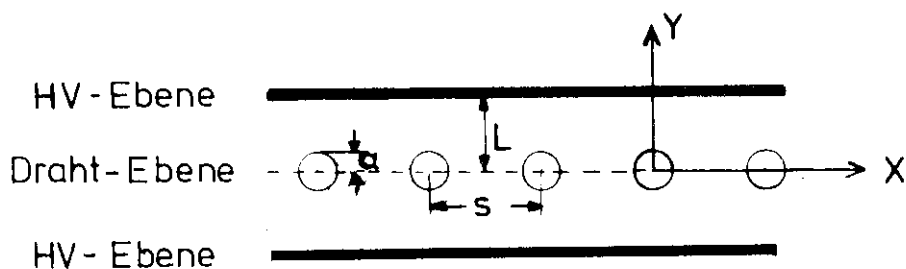


Abb. 3 Ebene Proportionalkammer

Das Potential einer ebenen Proportionalkammer ist in der Literatur ausführlich behandelt (z.B. CH 70, ER 72, LI 72). Unter den Annahmen

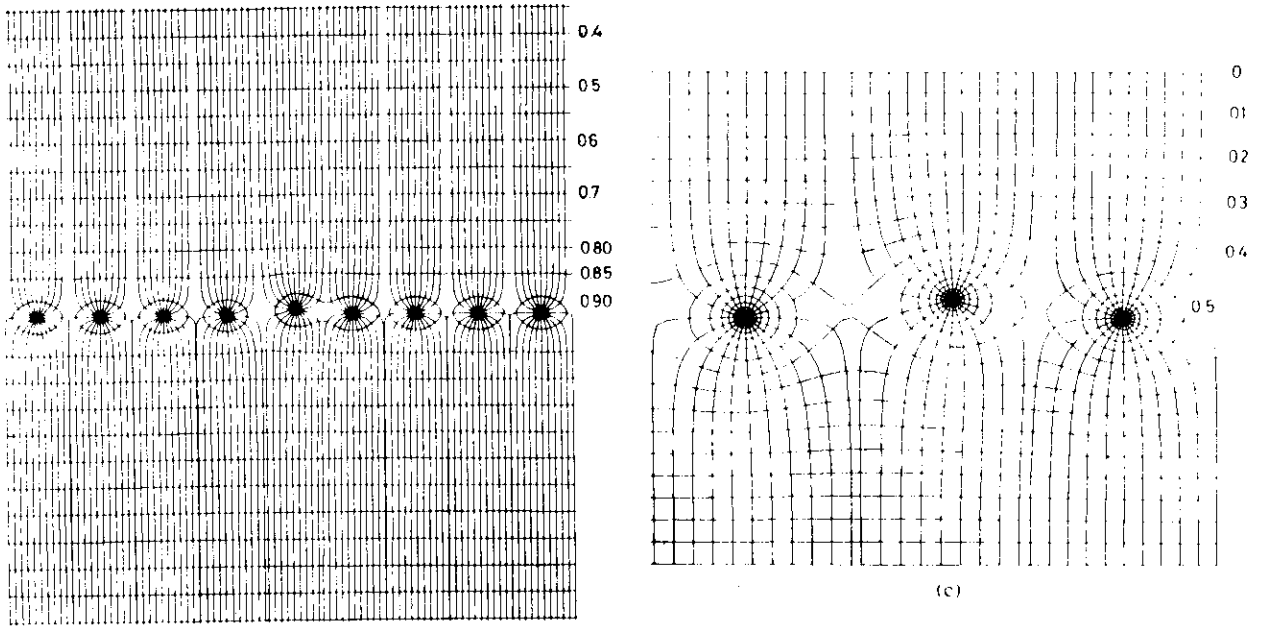
- Die Signaldrähte sind unendlich lang
- Die Signaldrähte sind unendlich dünn
- Die Signalebene hat unendlich viele Drähte

ist das Potential mit den Bezeichnungen der Abb. 3 :

$$V(x,y) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \cdot \ln(\sin^2[\frac{\pi x}{s}] + \sinh^2[\frac{\pi y}{s}]) \quad (2.1)$$

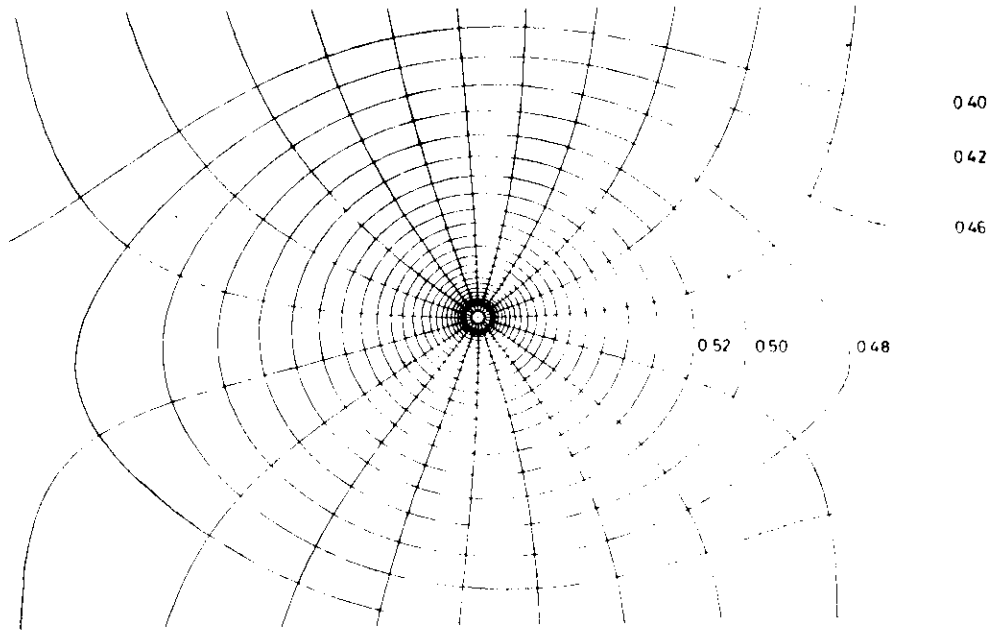
Dabei ist q die Einheitslinienladung auf dem Draht.

Die Äquipotentiallinien sind in Abb. 4 dargestellt. Da stets Unregelmäßigkeiten beim Kammerbau auftreten, ist ein Draht um 10% in x und y verschoben.



(a)

(c)



(b)

Abb. 4 Äquipotentiallinien der ebenen Kammer (aus CH 70)

Im größten Teil des Raumes zwischen Hochspannungsebene und Drähten ist das Feld homogen, in Drahtnähe hingegen ist es radial zur Drahtachse. Erst die dadurch erzielte hohe Feldstärke schafft die Voraussetzung für die Gasverstärkung der Primärionisation durchgehender Teilchen.

Die Verschiebung eines Drahtes ändert nicht die radiale Symmetrie des Feldes, wohl aber die Größe der Einheitslinienladung q .

Laut CP 70 bewirkt eine Verschiebung in x-Richtung am verschobenen Draht selbst eine sehr geringe Änderung von q . Auf den beiden Nachbardrähten

ändert sich q linear mit der Verschiebung; annähernd gilt $\frac{\Delta x}{s} = \frac{\Delta q}{q}$.

Dagegen beeinflusst eine Verschiebung in y-Richtung die Nachbardrähte wenig.

Auf dem Zentraldraht bewirkt ein $\frac{\Delta y}{L}$ von 10% eine Änderung der Ladung $\frac{\Delta q}{q}$ um etwa 5%.

Die Einheitslinienladung q hat entscheidenden Einfluß auf die Größe des elektrischen Feldes. Für das radiale Feld in Drahtnähe gilt

$$E_r = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r} \quad (2.2)$$

Die Feldstärke im homogenen Gebiet ist gleich der Feldstärke an der Hochspannungsebene:

$$E_h = \frac{\partial}{\partial y} V(x, y) \Big|_{y=L} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\pi}{s} \quad (2.3)$$

An der Oberfläche des Drahtes erreicht das Verhältnis $E_r/E_h = \frac{s}{\pi r}$ bei einem Drahtradius von 15μ etwa den Faktor 50.

Zur Abschätzung der Driftzeiten (Abschn. 2.3) wird eine einfache Näherung des Feldverlaufes benötigt. Eine solche ist in BR 73 angegeben:

$$\left. \begin{array}{l} E = E_r \text{ für } r \leq \frac{s}{2} \\ E = E_h \text{ außerhalb} \end{array} \right\} \quad (2.4)$$

Das Feld ist radial zum Draht innerhalb eines Radius von der Hälfte des Drahtabstandes und homogen außerhalb dieses Bereiches. Abb. 5 vergleicht graphisch diese Näherung mit der exakten Berechnung des Feldes.

Die Einheitslinienladung hängt mit der angelegten Hochspannung V_0 über die Kapazität des Drahtes pro Längeneinheit C^* zusammen: $q = C^* V_0$.

Für eine ebene Kammer ist diese Einheitskapazität gegeben durch

$$C_E^* = 2\pi\epsilon_0 \cdot \left(\frac{\pi L}{s} - \ln 2 \frac{\pi a}{s} \right)^{-1} \quad (2.5)$$

Diese Formel folgt aus Gleichung 2.1 mit der Bedingung, daß die Signaldrahtoberfläche auf einer Äquipotentiallinie mit dem Wert V_0 liegt.

Abb. 5

Vergleich des berechneten Feldes
(rechts) mit der Näherung Gl. 2.4
(aus BR 73)

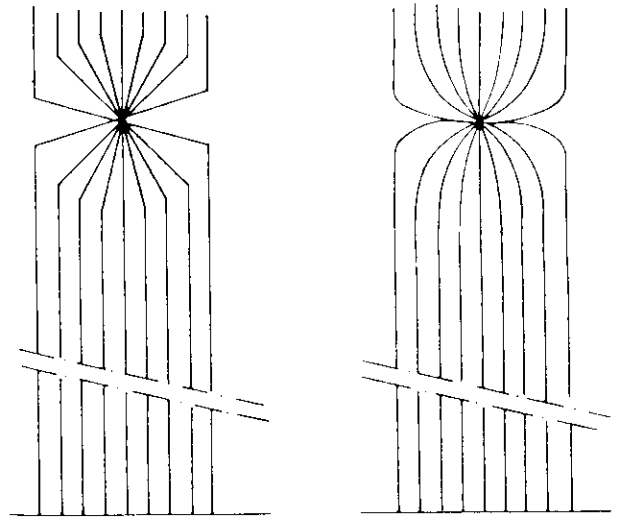


Abb. 6

Kammerfeld
bei unsymmetrischem Abstand
der Hochspannungsebenen
(aus ER 72)

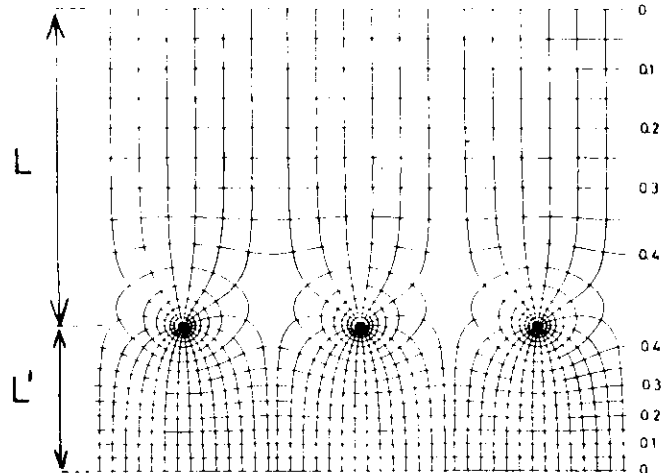
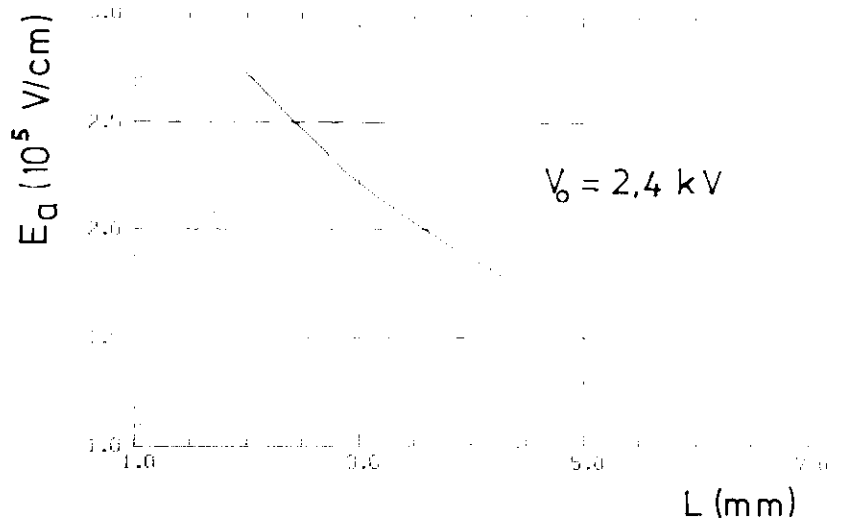


Abb. 7

Feldstärke am Draht E_a



Mit den Werten der untersuchten Kammer ergibt sich $C_E^* = 5,63 \text{ pF/m}$. Dies ist die Kapazität des Drahtes gegen die Hochspannungsebene. Die Signalform wird von der Gesamtkapazität gegenüber Erdpotential bestimmt. Den größten Anteil daran haben die Kapazität des Bandkabels zum Vorverstärker (100 pF/m) und die Eingangskapazität des Vorverstärkers (etwa 35 pF).

Die Feldstärke an der Drahtoberfläche E_a wird damit

$$E_a = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{C^* V_0}{a} \quad (2.6)$$

Sie ist bei fester Hochspannung V_0 nur von den geometrischen Größen der Kammer abhängig. Bei 2,4 kV beträgt für die untersuchte Kammer

$$E_a = 1,6 \cdot 10^5 \text{ V/cm}.$$

Wie Störungen der Kammergeometrie - etwa eine Delle in der Kammer - das Feld beeinflussen, veranschaulicht Abb. 6, in der die beiden Hochspannungsebenen unterschiedliche Abstände L und L' zu den Drähten haben. In diesem Fall wird die radiale Symmetrie des Feldes in Drahtnähe gestört. Jede Asymmetrie in L, L' bedeutet eine Vergrößerung der Feldstärke auf seiten des kleineren L .

Die Feldstärke am Draht E_a als Funktion von L bei $V_0 = 2,4 \text{ kV}$ zeigt Abb. 7. Bei dem mittleren Abstand $L = 5 \text{ mm}$ gilt für die Änderung der Feldstärke mit L etwa die Beziehung $\Delta E_a / E_a = 0,7 \cdot \Delta L / L$.

Wie im folgenden Abschnitt genauer ausgeführt, hängt die Gasverstärkung - und damit die Signalhöhe - exponentiell von E_a ab. Deshalb bewirken bereits kleine Änderungen von L drastische Änderungen der Signalhöhen.

Die angestellten Betrachtungen gelten streng nur für die ebene Kammer. Aus der von F. Ollendorff (OL 57) durchgeführten exakten Berechnung des Feldes der Zylinderkammer ist zu ersehen, wie gut die Näherung ist. Ollendorff erhält:

$$C_Z^* = 4\pi\epsilon_0 \cdot \left(\ln \frac{r_s}{r_i} + D \cdot \ln \frac{r_a}{r_i} \right)^{-1} \cdot n^{-1} \quad (2.7)$$

$$\text{mit } D = \left(n \cdot \ln \frac{r_a}{r_s} \right)^{-1} \cdot \ln \frac{r_s}{n \cdot a}$$

Die geometrischen Daten der Kammer ergeben $C_Z^* = 5,59 \text{ pF/m}$.

(zum Vergleich war $C_E^* = 5,63 \text{ pF/m}$). Unterschiede $(C_E^* - C_Z^*) / C_Z^* > 0,05$ treten erst ab Radien $r_s \leq 50 \text{ mm}$ auf.

2.2 Gasverstärkung

Das elektrostatische Feld trennt die Ladungen, beschleunigt sie und gibt den Elektronen die Energie, die zur Gasverstärkung nötig ist.

Da die Gasverstärkung die Höhe der Signale - und damit die Ansprechwahrscheinlichkeit - bestimmt, wird in diesem Abschnitt ihre Abhängigkeit von der Hochspannung und der Kammergeometrie angegeben, mit dem Ziel, daraus Toleranzen für die Fertigung abzuleiten.

Beim Durchqueren der Kammer erzeuge ein ionisierendes Teilchen N_0 primäre Elektronen-Ionen-Paare. Die so entstandenen Elektronen bewegen sich unter dem Einfluß des elektrischen Feldes auf den Anodendraht zu. Wenn ihre Energie ausreicht, erzeugen sie dabei durch Stoßionisation neue Elektronen. Bei genügend hoher Feldstärke bildet sich eine Elektronenlawine, bis schließlich an der Anode N Elektronen entstanden sind. Das Verhältnis $A = \frac{N}{N_0}$ ist die Gasverstärkung.

Eine genaue Berechnung der Gasverstärkung ist außerordentlich schwierig, da zahlreiche Effekte berücksichtigt werden müssen. (siehe z.B. DA 73, RÄ 64). Unter den einschränkenden Bedingungen

- Photonen, die Elektronen aus dem Gas oder der Kathode erzeugen können, treten nicht auf
- Rekombination von Ionen sowie Anlagerung von Elektronen an Atome treten nicht auf
- Die positiven Ionen lösen keine Elektronen an der Kathode aus
- Statistische Effekte sind zu vernachlässigen

ergibt sich für die Gasverstärkung die auf Rose und Korff (RO 41) zurückgehende Beziehung (CU 49):

$$\ln A = 2 a_i \cdot \sqrt{a_i E_a} \cdot \left(\sqrt{\frac{V_0}{V_1}} - 1 \right) \quad (2.8)$$

mit

$$V_1 = \frac{U_i \cdot V_0}{E_a \cdot \lambda_e}$$

Dabei ist

a_i eine vom Gas abhängige Konstante

V_0 die angelegte Hochspannung

U_i die Ionisationsenergie des Gases in Volt

V_1 die Einsatzspannung, bei der die Gasverstärkung beginnt

λ_e die mittlere freie Weglänge der Elektronen.

Abb. 8

Ionisierungskoeffizient
als Funktion von $\frac{E}{p}$
(aus EN 56)

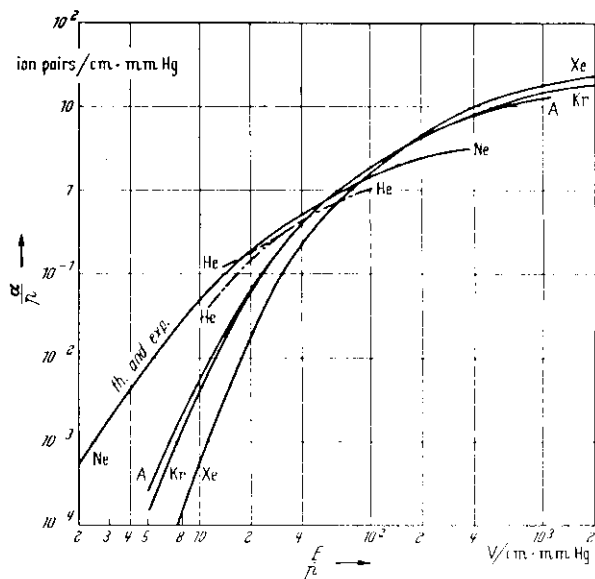


Abb. 9

Signalhöhen als
Funktion der Hochspannung.
Gestrichelt:
berechnete Abhängigkeit

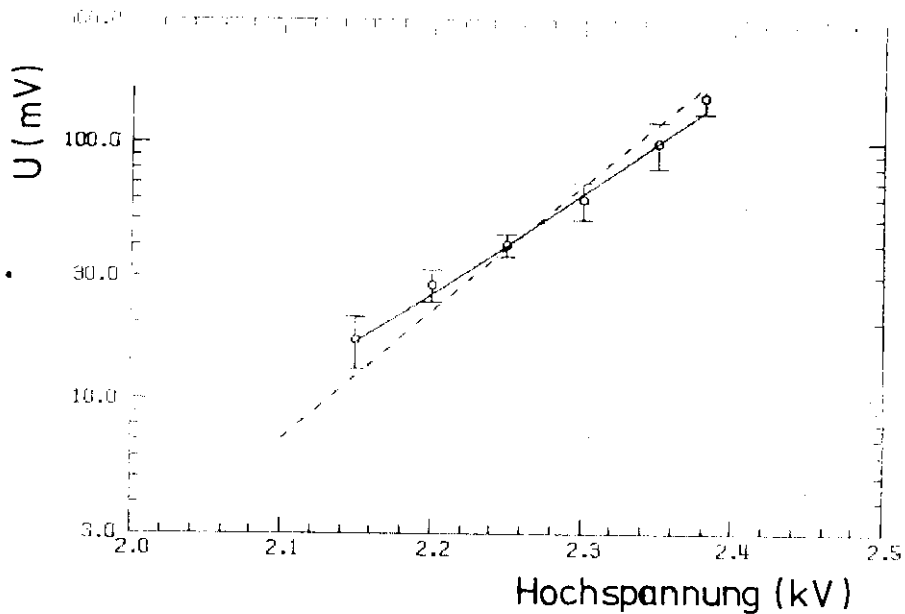
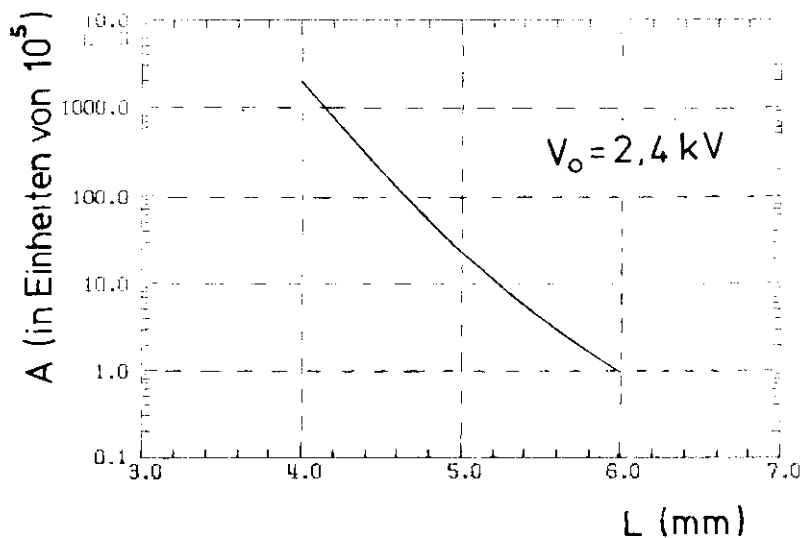


Abb. 10

Gasverstärkung
als Funktion von L



Die genannten Einschränkungen sind um so eher erfüllt, je kleiner die Gasverstärkung ist.

Es ist schwer, die Einsatzspannung V_1 hinreichend genau anzugeben, denn einerseits ist sie schwierig zu messen und andererseits ist die freie Elektronenweglänge nicht hinreichend genau bekannt.

Trotz dieser Vorbehalte wird die Formel 2.8 allgemein für Proportionalkammern verwendet, z.B. in CP 70, BU 72.

Für Argon beträgt $a_1 = 456 \text{ V}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ bei 760 torr. Die Ionisationsenergie ist 15,76 eV .

λ_e wird der Abb. 8 entnommen, in der der 1. Townsendkoeffizient $\alpha = \frac{1}{\lambda_e}$ über $\frac{E}{p}$ aufgetragen ist. In Drahtnähe ist bei einer angelegten Hochspannung von $V_o = 2,4 \text{ kV}$ $\frac{E}{p} = 210 \text{ V/cm} \cdot \text{torr}$. Das ergibt $\lambda_e = 2,4 \mu$.

Damit wird die Einsatzspannung $V_1 = 980 \text{ V}$ und die Gasverstärkung

$$A = 2,1 \cdot 10^6$$

Eine genaue Messung der Gasverstärkung ist sehr schwierig; Abschätzungen anderer Autoren (LI 72, GL 73, IR 74) ergeben, daß bei vergleichbaren Proportionalkammern die Gasverstärkung zwischen 10^5 und 10^7 liegt.

Da die Signalhöhen proportional zur Gasverstärkung sind, sollte die Formel 2.8 den Verlauf der Signalhöhen in Abhängigkeit von der Hochspannung richtig wiedergeben. Abb. 9 zeigt die mit einem ^{90}Sr -Präparat bei einem Abschlußwiderstand von $R = 1 \text{ k}\Omega$ gemessenen Signalhöhen. Die Fehlerbalken geben die Ableseungenauigkeit des Oszillographenbildes an.

Die gestrichelte Linie zeigt die nach Formel 2.8 berechnete Abhängigkeit der Gasverstärkung von der Hochspannung. Sie stimmt nicht genau mit der Messung überein: die Steigung der durch die Meßpunkte gelegten Geraden ist um etwa 20% geringer.

Die Abweichung beruht im wesentlichen auf der ungenauen Kenntnis der gasabhängigen Parameter a_1 und V_1 . Die Aussagen über die Kammergeometrie sollten deshalb ebenfalls im Rahmen dieser Genauigkeit von 20% liegen und somit eine brauchbare Abschätzung der Fertigungstoleranzen liefern.

Die exponentielle Abhängigkeit der Gasverstärkung von E_a bewirkt, daß die Impulshöhen sehr empfindlich gegenüber Änderungen der geometrischen Größen a , L und s sind. Das schwierigste Problem bei der Fertigung der Zylinderkammer ist es, einen konstanten Abstand L der Hochspannungsebenen vom Draht zu erreichen. Deshalb ist die Abhängigkeit der Gasverstärkung von L berechnet worden. Sie ist in Abb. 10 für $V_0 = 2,4$ kV dargestellt (vgl. auch Abb. 7). Sollen sich die Signalhöhen für verschiedene Drähte nicht mehr als um einen Faktor 3 unterscheiden, darf die Toleranz von L nicht größer sein als $\Delta L = \pm 0,12$ mm. Lassen wir eine Toleranz von $\Delta L = \pm 0,25$ mm zu, so unterscheiden sich die Signalhöhen um den Faktor 8. Das entspricht etwa den Beobachtungen bei den Kammern des PLUTO-Detektors (vgl. Abschn. 5.1). Noch größere Signalhöhenunterschiede würden die Brauchbarkeit der Kammern stark einschränken: Die Orte der höchsten Gasverstärkung lägen bereits im Geigerbereich - d.h. es träten Überschläge auf -, wenn die Orte der geringsten Gasverstärkung noch Signale liefern, die unterhalb der Verstärkerschwelle liegen.

Diese Betrachtungen zeigen, daß für die Fertigung der Kammer eine außerordentlich hohe mechanische Präzision erforderlich ist.

Die Form der Signale - insbesondere Anstiegszeit und Elektronenanteil am Gesamtimpuls - wird beeinflusst vom Ort, an dem sich die Elektronenlawine bildet. Der kritische Radius r_0 , an dem die Gasverstärkung beginnt, beträgt (CU 49) :

$$r_0 = \frac{E_a \cdot a}{U_i \cdot \alpha} \quad (2.9)$$

Das ergibt für die untersuchte Kammer $r_0 = 37\mu$ (zum Vergleich: der Drahtradius beträgt $a = 15\mu$ die freie Elektronenweglänge $\lambda_e = 2,4\mu$)

Die Gasverstärkung beginnt also erst sehr dicht vor dem Draht, im Abstand von der Größenordnung einiger Drahtradien. In diesem Gebiet ist das Feld radial.

Welchen Einfluß das auf die Impulsform hat, ist im nächsten Abschnitt ausführlich beschrieben.

2.3 Der zeitliche Verlauf der Signale

Der in diesem Abschnitt angegebene zeitliche Verlauf der Signale liegt der Berechnung des Übersprechens zugrunde. Um ihn herzuleiten, wird der Mechanismus der Signalentstehung eingehend beschrieben.

Wie im vorigen Abschnitt dargelegt, beginnt die Gasverstärkung in unmittelbarer Nähe des Drahtes. Es bildet sich eine Elektronen- und Ionen-Lawine, die durch Diffusion auseinander driftet und im Endstadium den Draht umschließt. Das Signal entsteht dadurch, daß die Bewegung der Elektronen und Ionen einen Strom auf den Elektroden influenziert. Dessen Dichte ist $i(t) = \frac{\partial D}{\partial t}$, wobei D die Normalkomponente der von Elektronen und Ionen erzeugten dielektrischen Verschiebung ist.

Der Schwerpunkt der Elektronenlawine liegt im Abstand weniger freier Elektronenweglängen vom Draht, etwa 5μ . Die Geschwindigkeit der Elektronen beträgt dort $v = 4 \cdot 10^6$ cm/sec (CH 70). Das kurze Wegstück bis zum Draht legen sie somit in etwa 0,1 nsec zurück. Nach dieser Zeit liefern sie bereits keinen Beitrag mehr zum Gesamtimpuls.

Der weitere Impulsanstieg dauert - des langen Weges der Ionen und ihrer geringen Beweglichkeit wegen - um Größenordnungen länger. Wenn die Ionen am Ort r_1 erzeugt wurden, benötigen sie bis zur Hochspannungsebene die Zeit

$$T = \int_{r_1}^L \frac{dr}{v} \quad (2.10)$$

Unter der Annahme, daß ihre Driftgeschwindigkeit v dem elektrischen Feld proportional ist, d.h. $v = K_+ E$, verlassen sie den radialen Feldbereich in der Zeit

$$T_r = \frac{1}{\alpha \cdot E_a \cdot K_+} \cdot \frac{1}{8} \cdot S^2 \quad (2.11)$$

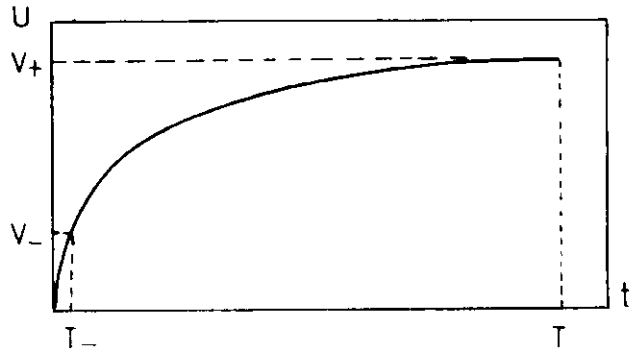
Für Argon beträgt $K_+ = 1,0$ cm²/V sec bei 760 torr. Damit wird $T_r = 30$ μsec. Den homogenen Teil des Feldes durchqueren die Ionen in der Zeit

$$T_h = \frac{L - \frac{S}{2}}{K_+ E_h} \quad (2.12)$$

Das sind $T_h = 120$ μsec.

Die Gesamtdauer des Signals beträgt somit $T = T_r + T_h = 150 \mu\text{sec}$,
 Die hohe Geschwindigkeit im radialen Feld bewirkt zu Anfang einen raschen
 Anstieg des Signals, der dann abfällt. Abb 11 zeigt den Impulsverlauf
 schematisch.

Abb. 11
 Impulsverlauf
 (schematisch)



Die Elektronen bewirken infolge ihrer hohen Beweglichkeit einen sehr
 steilen Anstieg des Impulses in der Anfangsphase seiner Entwicklung. Wie
 groß der Anteil der Elektronen an der gesamten Impulshöhe ist, soll nun
 betrachtet werden.

Unter der Annahme, daß die Kammer gegenüber dem Erdpotential isoliert ist,
 daß also keine Ladungen abfließen, beträgt die Spannungsänderung durch
 N bewegte Ladungen (FÜ 59) :

$$\Delta V = \frac{1}{V_0 C} \cdot \int_{r_1}^{r_2} Ne E(r) dr \quad (2.13)$$

wobei C die Kapazität der Kammer gegenüber der Erde ist. Unter Verwendung
 des Feldes aus Gl. (2.4) wird dann das Verhältnis der erreichten maximalen
 Spannung von Ionen zu Elektronen

$$\frac{\Delta V_+}{\Delta V_-} = \left[\ln \frac{S}{2r_1} + \frac{\pi}{S} \left(L - \frac{S}{2} \right) \right] \cdot \left(\ln \frac{r_1}{a} \right)^{-1} \quad (2.14)$$

Für $r_1 = 20 \mu$ ergibt sich

$$\underline{\underline{\frac{\Delta V_+}{\Delta V_-} = 72}}$$

Zusammengefaßt lauten die bisherigen Ergebnisse:

Nach 0,1 nsec erreicht der Impuls 1,4% seiner Höhe. Danach wird er ausschließlich durch die Bewegung der positiven Ionen bestimmt.

Den zeitlichen Verlauf der von ihnen influenzierten Ladung $Q(t)$ wurde von H.D. Wilkinson zuerst für das Zählrohr berechnet (FÜ 59) und später auf die Proportionalkammer erweitert. Unter den Bedingungen

- Alle Ionen verlassen gleichzeitig den Draht
- Die Geschwindigkeit der Ionen ist dem elektrischen Feld proportional

ergibt sich (CP 70) :

$$Q(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot C^* \cdot N \cdot e \cdot \ln \frac{t+t_0}{t_0} \quad (2.15)$$

mit $t_0 = \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{K_+ E_a}$

Bei $V_0 = 2,4$ kV beträgt $t_0 = 4,6$ nsec.

Für die Berechnung der Signale mit Hilfe von Ersatzschaltbildern wird jedoch nicht die Ladung sondern der influenzierte Strom benötigt. Dieser beträgt

$$I(t) = \frac{d}{dt} Q(t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot C^* \cdot N \cdot e \cdot \frac{1}{t+t_0} \quad (2.16)$$

2.4 Die räumliche Ausdehnung der Signale

Im vorhergehenden Abschnitt ist dargestellt, daß die Signale durch die Bewegung der Ladungen längs der Feldlinien erzeugt werden. Auf dem Draht entstehen negative Signale. Da die Ionenwolke den Draht anfangs umschließt, werden auf den anderen Elektroden - Nachbardrähten und Hochspannungsflächen - positive Signale beobachtet. (CH 69, CO 72)

Der zeitliche Signalverlauf ist für Draht und Hochspannungsfläche derselbe. Die räumliche Verteilung der auf die Hochspannungsfläche influenzierten Stromdichte wird in diesem Abschnitt untersucht. Das ist erforderlich, weil auch die Hochspannungs-Signale zur Ortsbestimmung benutzt werden sollen.

Abb. 12 zeigt noch einmal das Modell der Signalentstehung. Die den Draht umschließende Ionenwolke wird beschleunigt und influenziert auf Draht und HV-Ebene einen Stromimpuls. Die HV-Ebene ist in Streifen unterteilt. Zur Berechnung der Stromdichte auf der HV-Ebene haben D.M. Lee und S.E. Sobottka das Modell vereinfacht (LE 72). Als erste Näherung betrachten sie ein Koordinatensystem, dessen z-Achse parallel zu den Drähten und dessen x-Achse parallel zu den HV-Streifen ist. Zwischen zwei leitenden Ebenen bei $v = 0$ und $y = L$ befindet sich eine Punktladung Q an der Stelle $y = c$, $x = z = 0$. (Abb. 13)

Die Ebene $v = 0$ ersetzt den Draht, von dem die Ladung einen sehr geringen Abstand hat.

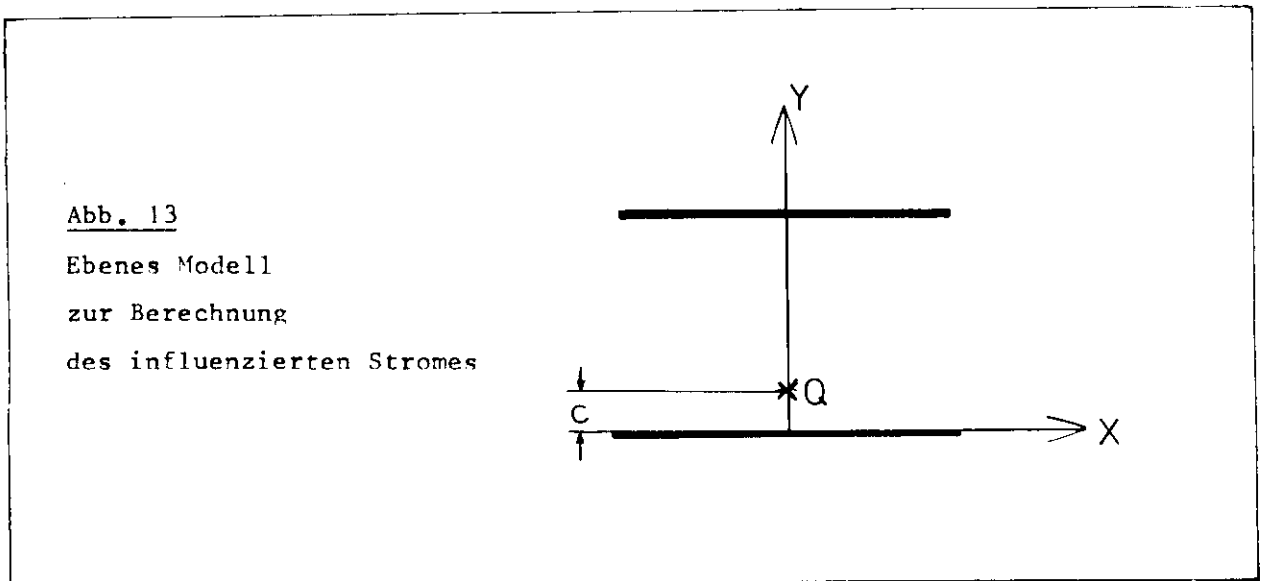
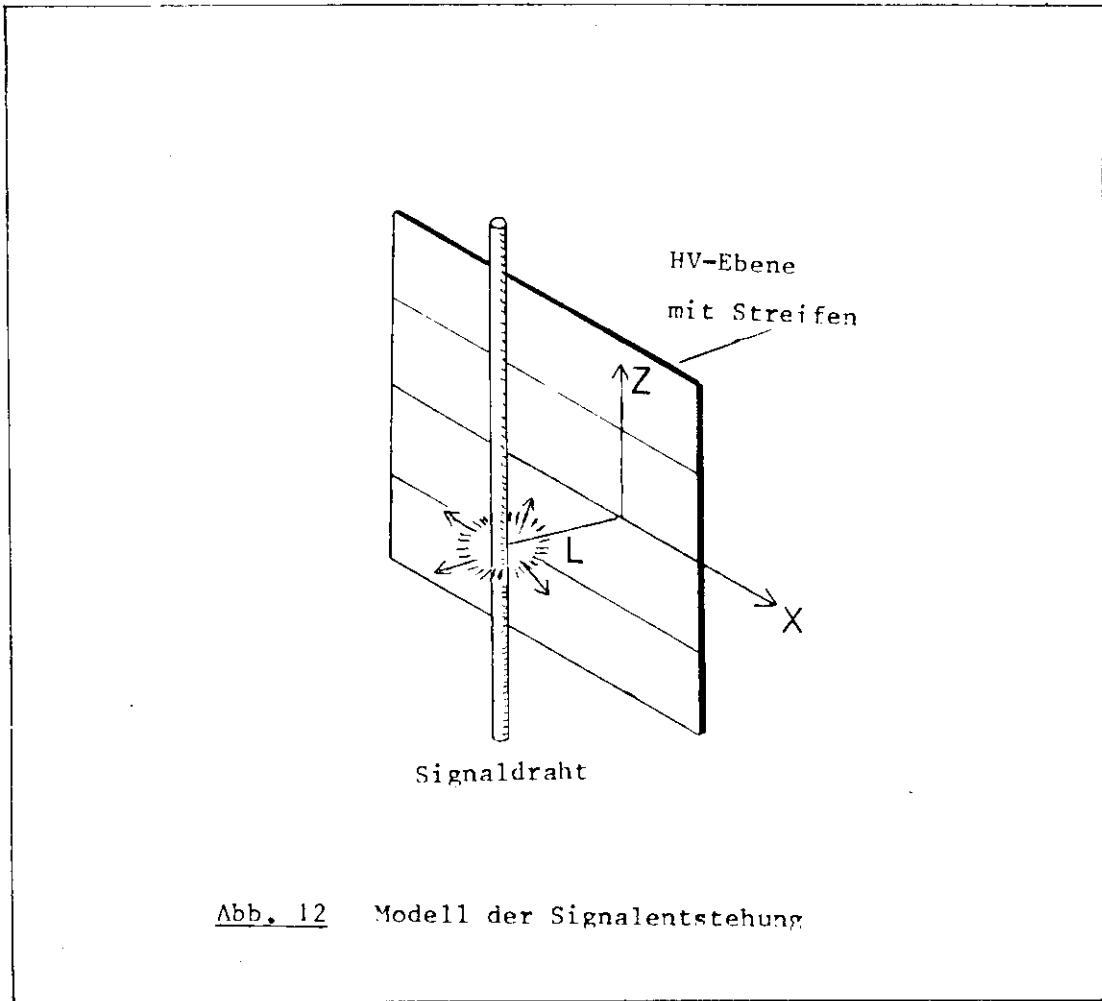
Da ein Streifen in x-Richtung die ganze Kammer umspannt, interessiert nur die z-Abhängigkeit des Stromes. Es ist also die influenzierte Stromdichte auf der Ebene $v = L$ gesucht, integriert über x von $-\infty$ bis $+\infty$.

Der Strom, der auf einen Streifen der Breite d influenziert wird, ist dann

$$I(t) = \int_{-d/2}^{+d/2} j(z,t) dz \quad (2.17)$$

Für $c \ll L$ erhalten Lee und Sobottka die Stromdichte

$$j(z,t) = \frac{\pi}{2L^2} \cdot Q \cdot \frac{2}{\cosh\left(\frac{\pi z}{L}\right) + 1} \cdot \frac{dc}{dt} \quad (2.18)$$



Die ortsabhängige Komponente der Stromdichte, $Z(z) = 2 \left(\cosh \frac{\pi z}{L} + 1 \right)^{-1}$, ist in Abb. 14 dargestellt, mit $L = 5$ mm, dem Wert für die untersuchte Kammer. Die Halbwertsbreite dieser Kurve ist

$$\Delta = \frac{L}{\pi} \cdot 2 \operatorname{arcosh} 3 = 1,12 \cdot L$$

Zur Veranschaulichung ist in das Schaubild zusätzlich die Breite der 45° -Streifen eingetragen.

Betrachten wir nun den Fall, daß die Ionenlawine bei $z = 0$, also in der Mitte über dem Streifen gebildet wird.

Dann ist

$$\rho = \frac{\int_{-d/2}^{+d/2} Z(z) dz}{\int_{-\infty}^{\infty} Z(z) dz} \quad (2.19)$$

das Verhältnis des auf den Streifen influenzierten Stromes zum gesamten auf die HV-Ebene influenzierten Strom.

Bei der untersuchten Kammer mit $d = 15$ mm und $L = 5$ mm beträgt $\rho = 0,98$.

ρ ist unabhängig von $\frac{d}{L} = \text{const.}$, da $Z(z)$ eine Funktion von $\frac{z}{L}$ ist. Ein einfacher Ausdruck für ρ ergibt sich, wenn die Streifenbreite so groß wie der Abstand der HV-Ebenen voneinander ist, also $d = 2L$. Dann beträgt

$$\rho = \frac{e^\pi - 1}{e^\pi + 1} = 0,92$$

Bildet sich die Lawine genau zwischen zwei Streifen, so entfallen auf diese für $d = 2L$ 99,6% des gesamten influenzierten Stromes.

Die räumliche Ausdehnung des Signals auf der Hochspannungsebene kann also als so groß wie der Abstand der Ebenen voneinander angesehen werden. Der Faktor L^{-2} in Gl. 2.18 gibt an, daß die Höhe des Signals mit wachsendem L stark abnimmt.

Gute Ortsauflösung und große Signale erfordern also einen möglichst geringen Abstand der HV-Ebenen.

Bei einem Teilchendurchgang wäre nach den bisherigen Ausführungen zu erwarten, daß nur ein oder zwei Streifen ansprechen. Ein wesentlicher Effekt, der diese Zahl erhöht, ist jedoch das Übersprechen durch kapazitive Kopplung, das in Kap. 4 eingehend behandelt wird.

Abb. 14
Ortsabhängigkeit
der Stromdichte

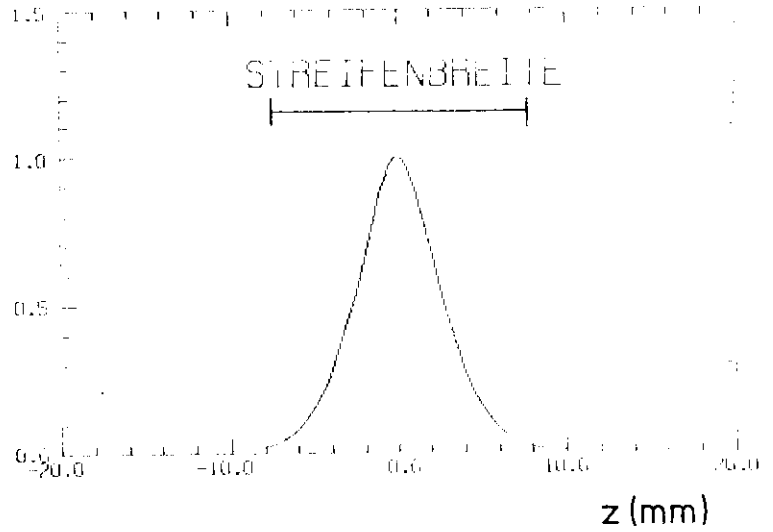


Abb. 15
Zylindrisches Modell
zur Berechnung des
influenzierten Stromes

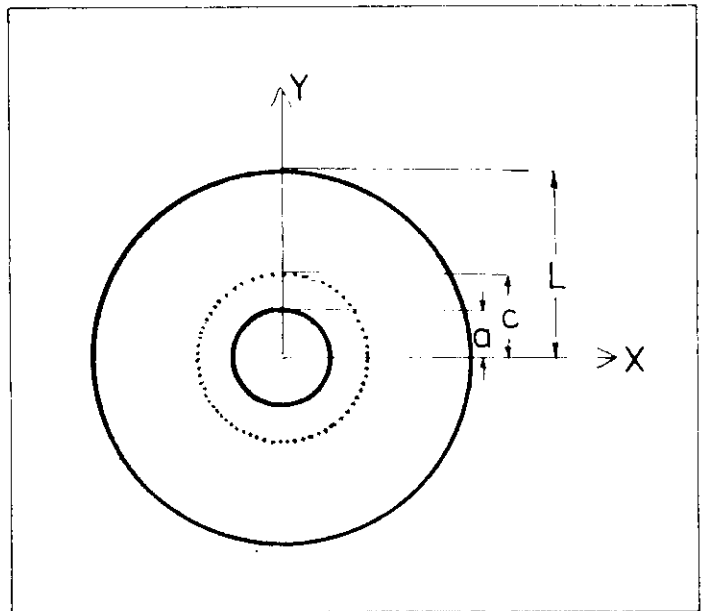
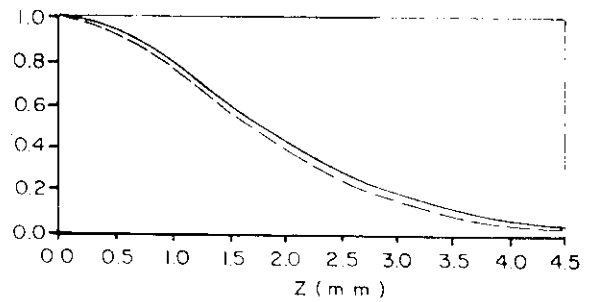


Abb. 16
Ortsabhängigkeit der Stromdichte
für das ebene (gestrichelt)
und das zylindrische Modell
mit $L = 3,18 \text{ mm}$.
(aus LE 72)



Lee und Sobottka berechnen die Stromdichte noch für eine zweite Näherung des Modells der Abb. 12. Sie ist in Abb. 15 dargestellt. Eine Ringladung vom Radius c befindet sich zwischen zwei konzentrischen Zylindern mit den Radien a , bzw. L .

Das Ergebnis läßt sich nicht in leicht überschaubarer Form darstellen, qualitativ ändert sich jedoch nichts an den bisherigen Aussagen.

Abb. 16 zeigt den Unterschied in der z -Abhängigkeit. Es ist $L = 3,18$ mm; die gestrichelte Linie gilt für das ebene Modell.

Abschließend sei angemerkt, daß die in diesem Abschnitt gemachten Aussagen auf der Annahme beruhen, es entstehe nur an einem Draht eine Lawine. Insbesondere bei schrägem Einfall der Teilchen ist das nicht immer der Fall (LI 72). Wenn sich an mehreren Drähten Lawinen bilden, wird die räumliche Ausdehnung des Signals auf der HV-Ebene größer werden.

3. Die Verstärker

Die bei einem Teilchendurchgang auf die Streifen influenzierten Ströme liegen etwa bei $2 \mu\text{A}$ bis $10 \mu\text{A}$. (Die Drahtsignale sind um etwa einen Faktor 6 größer.) Die Signale müssen verstärkt werden, da sie in TTL-Logik weiterverarbeitet werden sollen, die Spannungen größer als 0,8 V erfordert.

Wegen Platzmangels im Joch des PLUTO-Magneten ist der Hauptteil der Elektronik von der Kammer getrennt. An der Kammer befinden sich lediglich die Vorverstärker, welche die Signale über Kabel zum Hauptverstärker übertragen.

Von den Verstärkern werden folgende Eigenschaften gefordert:

- große Bandbreite (etwa 30 MHz)
- geringe Totzeit
- geringe Laufzeitschwankungen
- gleichmäßiges Schwellenverhalten (um einen Time jitter wegen unterschiedlicher Schwellen zu verhindern)

Die Konstruktion auf der Platine muß so gestaltet sein, daß die Nebensprechdämpfung möglichst groß ist.

Wegen ihrer großen Bandbreite verformen die Verstärker die Signale unmerklich. Die Form der Signale wird von den passiven elektronischen Elementen R und C bestimmt.

In diesem Kapitel werden nur die für die Hochspannungsauslese wichtigen Daten angegeben. Weitere Einzelheiten, insbesondere die Beschreibung der Vorverstärker für die Drahtsignale finden sich in PL 74 .

3.1 Der Vorverstärker für die Streifen-Signale

Der Vorverstärker hat die Aufgaben

- Verstärkung der Signale, um einen möglichst großen Signal-Störabstand für die Übertragung zum Hauptverstärker herzustellen
- Anpassung der Signale auf 50Ω Wellenwiderstand

Abb. 17 zeigt, wie die Streifen elektrisch angeschlossen sind.

Die Abschirmung ist eine um Innen- und Außenzylinder gelegte geerdete Aluminiumfolie (vgl. Kap. 1).

Die Ersatzkapazität C setzt sich zusammen aus

der Kapazität des Streifens gegen die Abschirmung und gegen die Drähte, der Kapazität der Steckerzuführungen, der Kapazität des Bandkabels (100 pF/m), der Eingangskapazität des Vorverstärkers.

Wir setzen $C = 160\text{ pF}$ an (vgl. Abschn. 4.3).

Die Hochspannung wird über einen Widerstand von $1,5\text{ M}\Omega$ zugeführt, der als Strombegrenzung für den Fall eines Kurzschlusses dient.

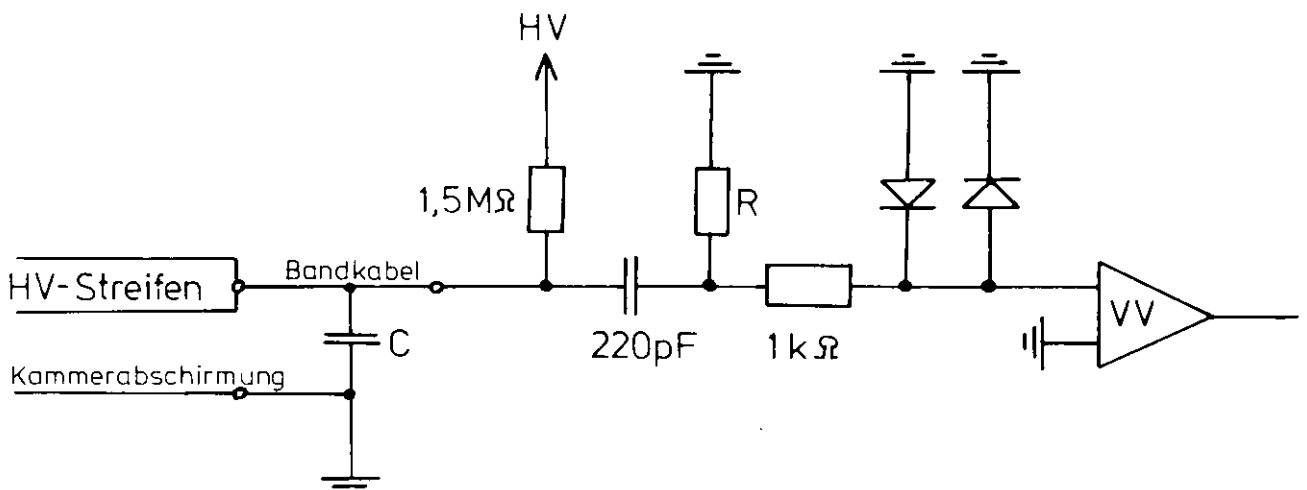


Abb. 17 Schaltung eines Hochspannungs-Streifens

Der Eingang des Verstärkers ist durch einen Kondensator von 220 pF von der Hochspannung getrennt und durch eine Schutzschaltung gegen Überspannungen geschützt. Der Eingangswiderstand beträgt $R = 2 \text{ k}\Omega$. Der Verstärker ist für positive Eingangssignale ausgelegt. Bei einem Ausgangswiderstand von $R_o = 50 \Omega$ beträgt die Verstärkung $v = 15$.

Die Signale werden über ein 14 m langes Vielfachkabel zum Hauptverstärker übertragen. Die Dämpfung durch das Kabel reduziert die Verstärkung auf $v = 10$.

Auf einer Karte von 70 x 115 mm befinden sich 8 solcher Verstärkerkanäle (Abb. 15). Dazu kommen noch die Stromversorgung und zwei Testpulsverteiler, mit denen man die Kanäle prüfen kann.

Der Verstärker ist ein Differenzverstärker. Um parasitäre Schwingungen zu unterdrücken, sind beide Eingänge eines Kanals völlig symmetrisch aufgebaut und über ein Bandkabel bis zur Zylinderkammer geführt.

Da ein Hauptverstärker aus einer Camac-Karte von 30 Kanälen besteht, sind jeweils 4 Vorverstärker-Karten mit einer Hauptverstärker-Karte verbunden; die beiden letzten Kanäle bleiben dabei unbenutzt.

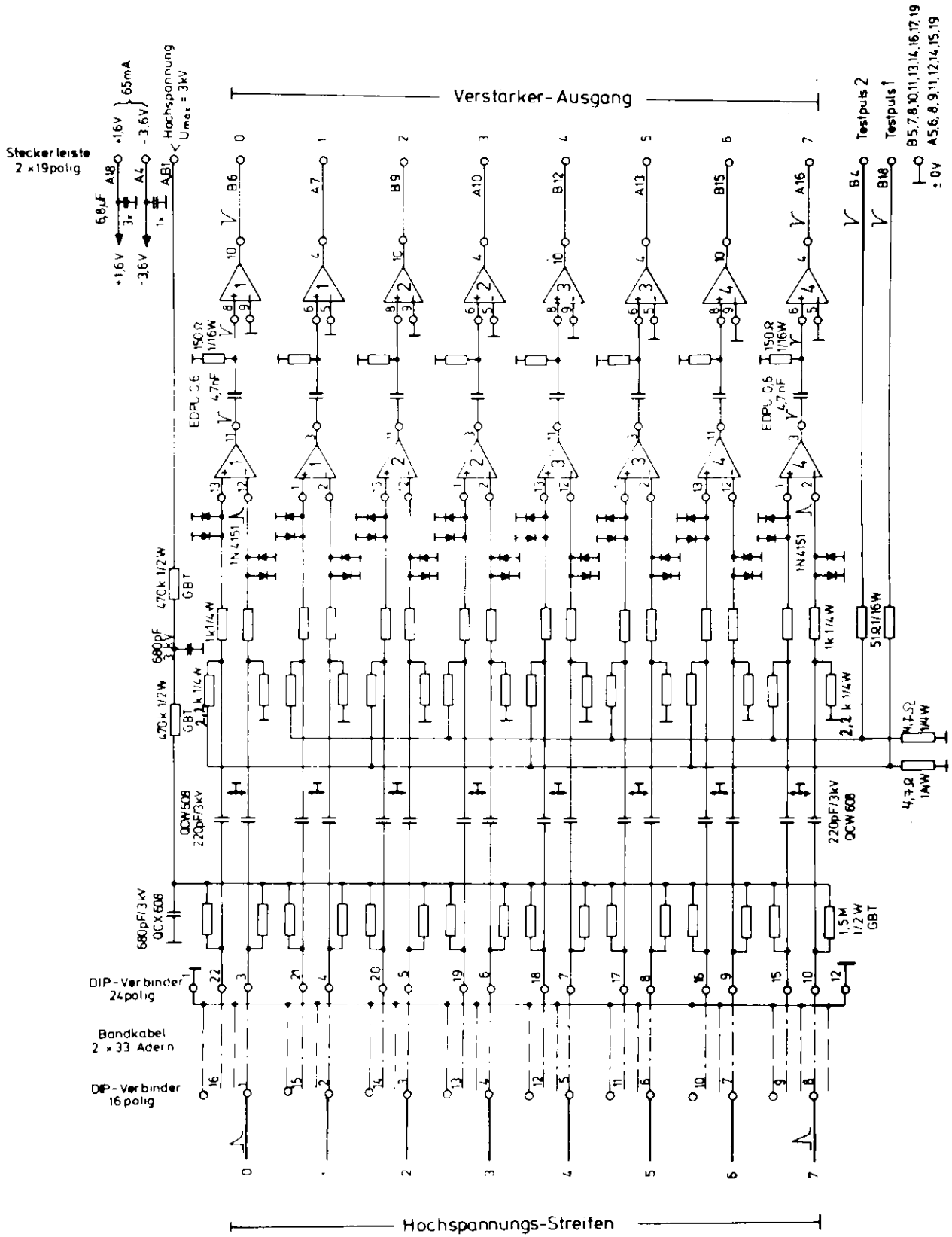


Abb. 18 Vorverstärker-Karte für Hochspannungs-Streifen
(aus PL 74)

3.2 Der Hauptverstärker

Im Hauptverstärker werden die vom Vorverstärker kommenden Signale verstärkt, verzögert und in ein Flip-Flop-Register gespeichert.

Abb. 19 zeigt das Funktions-Schaltbild des Hauptverstärkers.

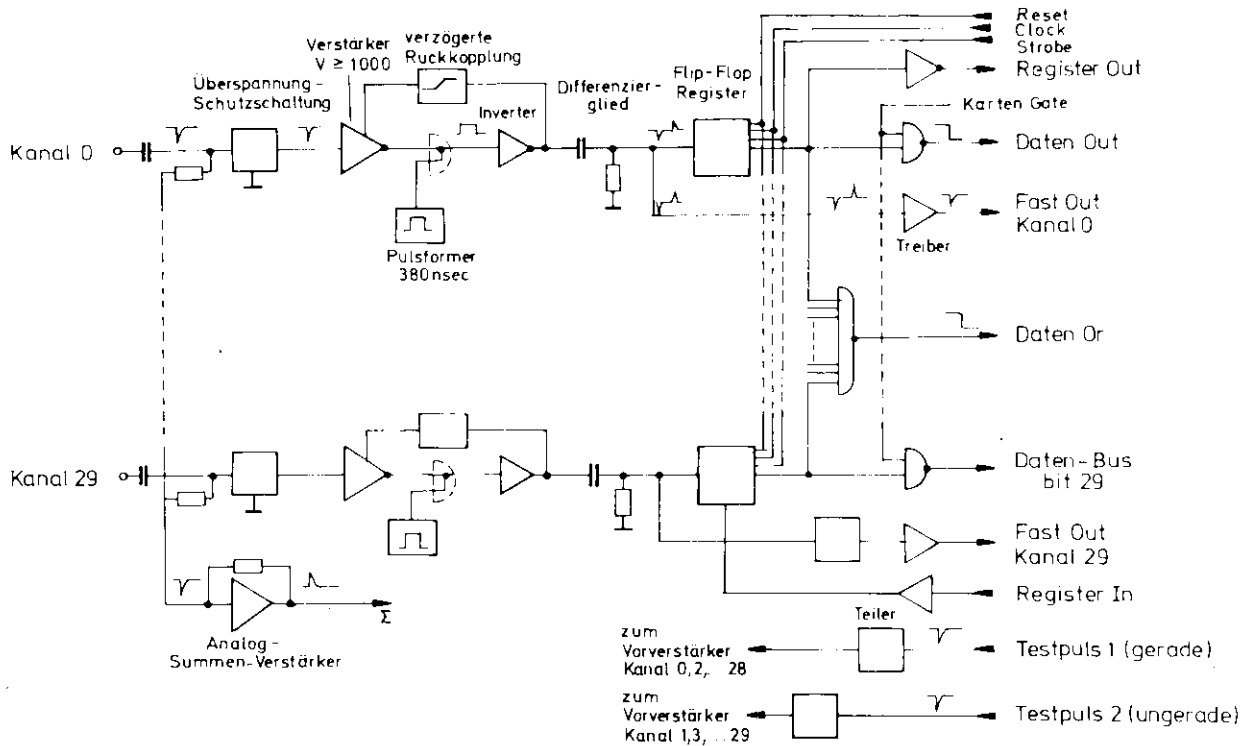


Abb. 19 Funktions-Schaltbild des Hauptverstärkers (aus PL 74)

Der Eingang des Verstärkers ist vom Vorverstärker galvanisch entkoppelt und durch eine Schutzschaltung gegen Überspannungen geschützt. Der Ausgang des Verstärkers steuert einen Impulsformer mit einer Schwelle von 400 mV an. Durch die WIRED-OR-Schaltung entsteht nach dem Überschreiten der Pulsformerschwelle am Ausgang des Verstärkers ein TTL-Impuls von 380 ns. Mehrfach-Impulse werden durch eine RC-Rückkopplung auf dem Gate-Eingang des Verstärkers ausgeschlossen. Die Trennung der Vorder- und

Rückflanke des 380-nsec-Impulses wird durch ein passives Differenzierglied erreicht. Die Vorderflanke - FAST OUT - geht über eine 120 Ω -Treiberstufe (open collector) und kann als Trigger verwendet werden (4V, 15ns). Die Rückflanke wird in Koinzidenz mit dem gemeinsamen Strobe-Impuls im Flip-Flop-Register gespeichert. Alle Flip-Flop's einer Karte können parallel, mit Hilfe eines externen Gate-Signals ausgelesen werden.

Die Flip-Flop's sind als Schieberegister ausgeführt. Die Steuer und Kontrollsignale "Register In" und "Register Out" können im Zusammenhang mit dem "Clock"-Signal für eine sequentielle Ein- bzw. Auslese verwendet werden.

"Preset" setzt alle Register zurück.

Testpuls 1 setzt über den Eingang des Vorverstärkers alle geraden Kanäle, Testpuls 2 alle ungeraden Kanäle. Die Übersetzung beträgt 1000:1.

Einzelheiten der Datenauslese sind in Abschn. 5.3 beschrieben. An dieser Stelle soll betont werden, daß nur solche Signale als Daten gespeichert werden, die eine bestimmte Schwellenspannung überschreiten. Die Schwelle ist gemeinsam für alle 30 Kanäle des Hauptverstärkers regelbar. Bezogen auf die Eingangssignale des Vorverstärkers kann sie zwischen 0,15 mV und 2 mV eingestellt werden; die Streuung beträgt pro Kanal $\pm 0,1$ mV.

Die Übersprechdämpfung ist größer als 40 db. Dabei ist zu beachten, daß damit nur das Übersprechen der Verstärkerkanäle einschließlich aller Kabel gemeint ist; das Übersprechen der Streifen ist weit größer (vgl. Kap. 4).

4. Berechnung der Hochspannungs-Signale

Die Ergebnisse der Kapitel 2 und 3 ermöglichen eine numerische Berechnung der Hochspannungs-Signale. Da die Form der Signale von den passiven elektronischen Elementen bestimmt wird, genügt es, die Eingangssignale des Vorverstärkers zu untersuchen.

Für sie wird ein Differentialgleichungs-System aufgestellt, das allgemein für kapazitiv gekoppelte R-C-Glieder gültig ist. Seine Lösung erlaubt es, die Abhängigkeit der Signale und des Übersprechens von R und C anzugeben.

Für das Übersprechen - d.h. das Verhältnis des auf einen Streifen influenzierten zu dem auf die Nachbarn übersprochenen Stromes - ergeben sich Zahlenwerte, aus denen unmittelbar Folgerungen für die Clusterlänge gezogen werden können.

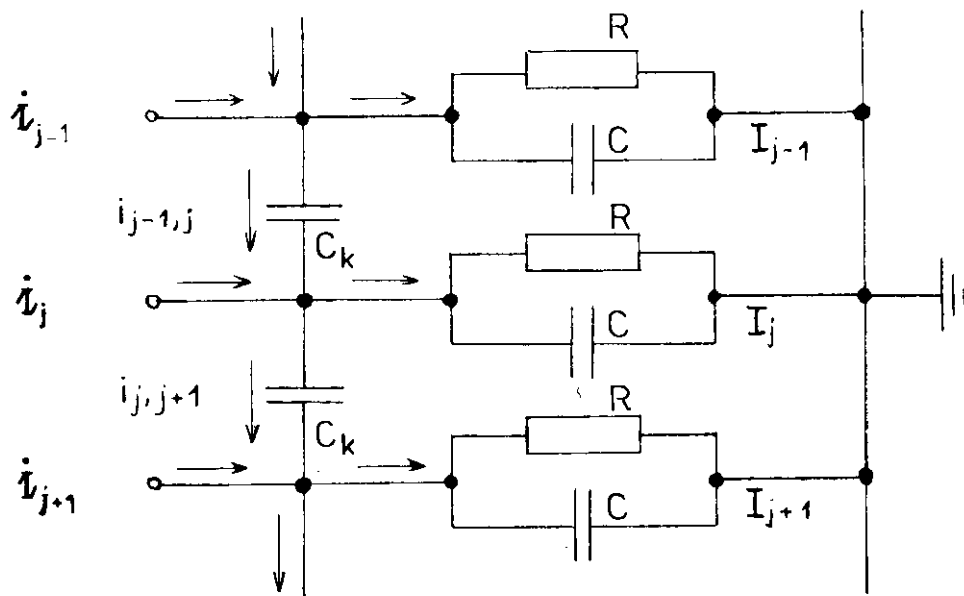
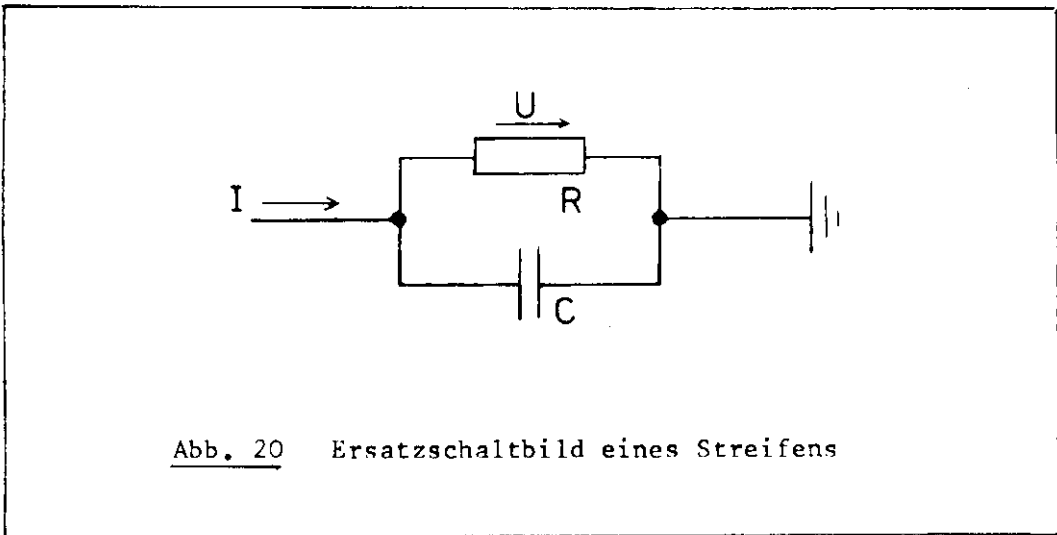
4.1 Die Kopplung der Streifen

Um die Eingangssignale des Vorverstärkers berechnen zu können, wird das in Abb. 17 angegebene Schaltbild des Streifens durch das Ersatzschaltbild Abb. 20 repräsentiert.

R ist der Eingangswiderstand des Verstärkers, C die Kapazität des Streifens gegenüber dem Erdpotential. I ist der auf den Streifen influenzierte Strom. Am Widerstand fällt die Spannung U ab, die Eingangsspannung des Verstärkers. Für sie gilt die Differentialgleichung

$$U + R \cdot C \cdot \dot{U} = R \cdot I \quad (4.1)$$

Dieses Modell eines einzelnen Streifens entspricht jedoch noch nicht den tatsächlichen Verhältnissen in der Zylinderkammer.



Vernachlässigt ist die kapazitive Kopplung der Streifen, verantwortlich für das Übersprechen. Der influenzierte Strom erzeugt auf den Nachbarstreifen Signale, die ebenfalls ausgelesen werden. Das vermindert die Ortsgenauigkeit der Kammer und ihr Auflösungsvermögen für benachbarte Spuren.

Dem Übersprechen wurde bisher keine große Aufmerksamkeit geschenkt, da bei den Drähten die Kopplung viel geringer ist. Darüberhinaus influenzieren die Ionen auf den Nachbardrähten positive Signale (vgl. Abschn. 2.4), die das negative Übersprechen des Zentraldrahtes zum Teil kompensieren.

Für die Streifen ist es jedoch notwendig, den Einfluß der Kopplung ausführlich zu diskutieren.

Abb. 21 zeigt ein Ersatzschaltbild, in dem alle Streifen über die Kopplkapazität C_k miteinander verbunden sind.

Um die Elektronik optimal auf die Kammer abstimmen zu können, sollen die Spannungs-Signale u_j jedes Streifens in Abhängigkeit von R , C , C_k berechnet werden.

Mit den Bezeichnungen und Stromrichtungen der Abb. 21 ergibt sich aus den Kirchhoffschen Regeln

$$i_j = I_j + i_{j,j+1} - i_{j-1,j} = I_j + C_k \cdot (\dot{u}_{j,j+1} - \dot{u}_{j-1,j}) \quad (4.2)$$

$$\text{und} \quad u_{j,j+1} = u_j - u_{j+1} \quad (4.3)$$

Damit wird

$$R \cdot i_j = R \cdot I_j + R C_k (2\dot{u}_j - (\dot{u}_{j+1} + \dot{u}_{j-1})) \quad (4.4)$$

Da $R \cdot I_j = u_j + R C \dot{u}_j$ (Gl. 4.1), ergibt sich das folgende Differentialgleichungs-System für kapazitiv gekoppelte RC-Glieder:

$$\boxed{u_j + \dot{u}_j \cdot R \cdot (C + 2C_k) - R C_k (\dot{u}_{j+1} + \dot{u}_{j-1}) = R \cdot i_j} \quad (4.5)$$

Das ist ein lineares DGL-System mit konstanten Koeffizienten. Für eine endliche Zahl N von Streifen ist es grundsätzlich lösbar.

4.2 Allgemeine Berechnung der Signale

In diesem Abschnitt wird die allgemeine Lösung des DGL-Systems (Gl. 4.5) angegeben. Dazu wird es in der Form geschrieben

$$\bar{u} - A \dot{\bar{u}} = \bar{r} \quad (4.6)$$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} -a & b & 0 & 0 & \dots \\ b & -a & b & 0 & \dots \\ 0 & b & -a & b & \dots \\ 0 & 0 & b & -a & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

$$\text{mit } a = R \cdot (C + 2C_k), \quad b = R \cdot C_k$$

Die Dimension der Matrix sei N .

Das zugehörige homogene System lautet

$$\bar{u} = A \dot{\bar{u}} \quad (4.7)$$

Es hat die Lösung

$$\bar{u} = \bar{v} \cdot e^{\frac{1}{\lambda}(t-t_0)} \quad (4.8)$$

wobei λ Eigenwert der Matrix A ist und \bar{v} der zugehörige Eigenvektor.

Die Berechnung der Eigenwerte (siehe Anhang A) ergibt

$$\lambda_m = -a - 2b \cos\left(\frac{m}{N+1}\pi\right) \quad ; \quad m = 1, \dots, N \quad (4.9)$$

Schreiben wir die zugehörigen Eigenvektoren \bar{v}_m in Form ihrer Komponenten, $\bar{v}_m = (v_n^m)$, so erhält man

$$v_n^m = (-1)^n \cdot \sin\left(n \frac{m}{N+1}\pi\right) \quad ; \quad m, n = 1, \dots, N \quad (4.10)$$

Damit ist das homogene System gelöst. Wir stellen die Lösung dar durch das Fundamentalsystem \underline{U} :

$$\underline{U} = (v_i^j e^{-\mu_j t}) \quad \text{mit} \quad \mu_j = -\frac{1}{\lambda_j} \quad (4.11)$$

Die gleiche Lösung gilt natürlich auch für das System $A^{-1} \bar{u} = \dot{\bar{u}}$.

Das inhomogene System wird dann $A^{-1} \bar{u} = \dot{\bar{u}} + A^{-1} \bar{r}$, bzw.

$$\dot{\bar{u}} = B \bar{u} + \bar{f} \quad \text{mit} \quad B = A^{-1} \quad \text{und} \quad \bar{f} = -A^{-1} \bar{r} \quad (4.12)$$

Für dieses System findet man die Lösung nach einem in jedem Lehrbuch über Differentialgleichungen angegebenen Verfahren (z.B. CL 70).

Mit dem Ansatz $\bar{u} = \underline{U} \cdot \bar{z}$ wird

$$\bar{u} = \underline{U} \cdot \left[\bar{z}(t_0) + \int_{t_0}^t \underline{U}^{-1}(x) \bar{f}(x) dx \right] \quad (4.13)$$

Schreiben wir schließlich \underline{U}^{-1} in der Form $\underline{U}^{-1} = (d_{ij} e^{\mu_i t})$,

wobei die Matrix (d_{ij}) die Inverse zu (v_i^j) ist, so erhalten wir die

Lösung

$$u_j = \sum_{\ell} v_j^{\ell} e^{-\mu_{\ell} t} \cdot \left[z_{\ell}(t_0) + \int_{t_0}^t \sum_k d_{\ell k} e^{\mu_{\ell} x} \cdot f_k(x) dx \right] \quad (4.14)$$

Dies ist die allgemeine Lösung des DGL-Systems.

An dieser Stelle soll noch der Grenzfall $a = b = 0$ diskutiert werden. In dem Fall ist $\det A = 0$; d.h. die Inverse A^{-1} existiert nicht. Das DGL-System ist dann auf die beschriebene Art nicht lösbar.

Physikalisch kann dieser Fall auf zwei verschiedene Weisen eintreten.

Zum einen tritt er für $R = 0$ ein, d.h. für elektrischen Kurzschluß. Das DGL-System entartet in diesem Fall zur Beziehung $u_j = 0$.

Zum anderen tritt er für $C = C_k = 0$ ein, d.h. es existieren keine Kapazitäten. Das DGL-System wird dann zum Ohmschen Gesetz: $u_j = R \cdot i_j$.

4.3 Spezielle Lösung für die untersuchte Kammer

Aus der allgemeinen Lösung des DGL-Systems (Gl. 4.14) können die auf den Streifen zu erwartenden Signale berechnet werden.

Wir beschränken uns auf 5 nebeneinanderliegende Streifen und nehmen an, daß nur auf den mittleren ein Strom influenziert wird. In Abschn. 2.4 ist dargestellt, daß die Annahme sinnvoll ist.

Wir gehen davon aus, daß das Übersprechen durch kapazitive Kopplung auf den dritten Streifen so gering ist, daß die maximale Amplitude unterhalb der Verstärkerschwelle bleibt. Die Berechnungen werden diese Vermutung bestätigen (vgl. Abschn. 4.6) und damit die Beschränkung auf je zwei Nachbarn, d.h. auf insgesamt 5 Streifen rechtfertigen.

Dies ergibt folgenden Ansatz für $r(t)$:

$$r(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot I(t) \quad (4.15)$$

in Komponentenschreibweise $r_k(t) = \delta_{3,k} I(t) \quad 1 \leq k \leq 5$

Stellen wir A^{-1} in der Form dar $-A^{-1} = (\alpha_{ij})$, so wird

$$\bar{p} = -A^{-1}\bar{r} = \left(\sum_j \alpha_{ij} r_j \right) = (\alpha_{i,3}) \cdot I(t) \quad (4.16)$$

Die Lösung des DGL-Systems lautet dann :

$$u_j(t) = \sum_l v_j^l e^{-\mu_l t} \cdot \left[z_l(t_0) + \sum_k d_{lk} \alpha_{k,3} \cdot \int_{t_0}^t e^{\mu_l x} I(x) dx \right] \quad (4.17)$$

Zu berechnen sind noch die Konstanten $z_l(t_0)$. Sie werden aus den Anfangsbedingungen bestimmt.

Zur Zeit $t = 0$ ist die Amplitude aller Signale gleich Null, d.h. $u_j(0) = 0$:

$$\sum_l v_j^l \cdot \left[z_l(t_0) + \sum_k d_{lk} \alpha_{k,3} \cdot \int_{t_0}^0 e^{\mu_l x} I(x) dx \right] = 0 \quad (4.18)$$

Das ist ein lineares Gleichungssystem für die z_1 :

$$\sum_{\ell} V_{\ell}^l z_{\ell} = - \sum_{\ell} V_{\ell}^l \cdot \left[\sum_{k} d_{\ell k} \alpha_{k3} \int_{t_0}^{\infty} e^{\mu_{\ell} x} I(x) dx \right] = \gamma_{\ell} \quad (4.19)$$

In Matrixform geschrieben lautet es $V \bar{z} = \bar{\gamma}$.

V ist die Matrix der Eigenvektoren, die linear unabhängig sind. Deshalb ist $\det V \neq 0$; d.h: das System ist eindeutig lösbar.

Damit ist das DGL-System vollständig gelöst. Für konkrete Berechnungen werden lediglich noch die Konstanten R, C, C_k und die Funktion I(t) benötigt.

Der zeitliche Verlauf des influenzierten Stromes ist in Abschn. 2.3 angegeben:

$$I(t) = (t + t_0)^{-1} \quad \text{mit } t_0 = 4,6 \text{ ns} . \quad (\text{Gl. 2.16})$$

Die für die Berechnungen erforderlichen Parameter sind in Tabelle 2 zusammengestellt mit den Werten für die Streifen der untersuchten Kammer.

Mit einer Kapazitätsmeßbrücke wurden C und C_k an der Kammer gemessen. Sie betragen $C = 60 \text{ pF}$; $C_k = 95 \text{ pF}$.

Bei der Messung muß nicht nur der Einfluß der Nachbarstreifen berücksichtigt werden, sondern auch die Kopplung aller Streifen miteinander und - wegen der Kleinheit der Kapazitäten - z.B. auch die Kapazität der Hand. Auf Grund dieser Schwierigkeiten können wir keine Aussage über die Genauigkeit der Werte machen; man sollte sie als eine durch Messung gestützte Abschätzung ansehen. Für die Aussagen, die wir aus den Berechnungen gewinnen wollen, ist die Abschätzung jedoch hinreichend genau.

Zur reinen Streifenkapazität muß noch die Kapazität des Bandkabels zum Vorverstärker addiert werden, die wir mit 100 pF ansetzen. Damit kommen wir auf eine Gesamtkapazität $C = 160 \text{ pF}$ des Streifens gegen Masse.

Tabelle 2

Parameter der Signalberechnung

R	2 k Ω
C	160 pF
C_k	95 pF
t_0	4,6 ns

4.4 Die Form der Signale

In diesem Abschnitt wird die Form der Signale in Abhängigkeit von R und C nach den Formeln 4.17 und 4.19 von dem im Anhang B aufgelisteten FORTRAN-Programm berechnet.

Die berechneten Signale werden mit den am Oszillographen beobachteten Signalen verglichen, um die Genauigkeit der Ergebnisse und die Richtigkeit des der Rechnung zugrunde liegenden Modells zu überprüfen.

Abb.22 zeigt die berechneten Signale neben den photographierten tatsächlichen Signalen bei verschiedenen Eingangswiderständen R. Das Gas bestand aus 90% Argon und 10% Propan, als Quelle diente ein ^{90}Sr -Präparat, die Hochspannung betrug $V_0 = 2,4 \text{ kV}$.

Der Maßstab des Oszillographenbildes ist in horizontaler Richtung derselbe wie der des berechneten: Ein Teilstrich bedeutet $0,1 \mu\text{s}$. Vertikal bedeutet ein Teilstrich des Oszillographenbildes 5 mV . Die Spannung des berechneten Impulses ist in relativen Einheiten angegeben.

Die Form des berechneten Signals ist dem tatsächlichen ähnlich; bei kritischer Betrachtung erkennt man jedoch, daß der berechnete Impuls steiler ansteigt und flacher abfällt.

In Abb.23 gibt die durchgezogene Kurve die berechnete Abhängigkeit der maximalen Signalspannung vom Widerstand R an. Zusätzlich sind die mit dem Oszillographen gemessenen Spannungen eingetragen. Die Fehlerbalken geben die Ablesungsunsicherheit wieder, die am Oszillographenbild durch die schwankenden Signalhöhen entsteht. Weitere Meßfehler - etwa infolge der Ungenauigkeit des Widerstandes - sind demgegenüber vernachlässigbar.

Die Messung steht in voller Übereinstimmung mit der Rechnung. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Rechnung die Spannungswerte nur in relativen Einheiten liefert. Die Ergebnisse sind hier so normiert worden, daß für $R = 1 \text{ k}\Omega$ berechnete und gemessene Spannung gleich sind.

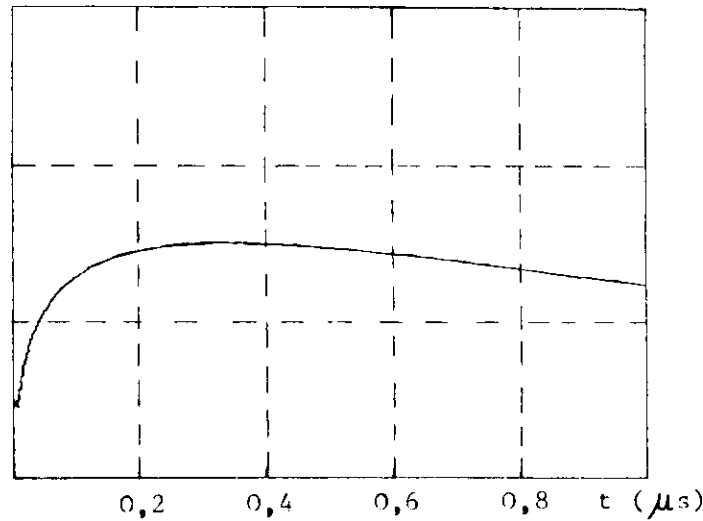
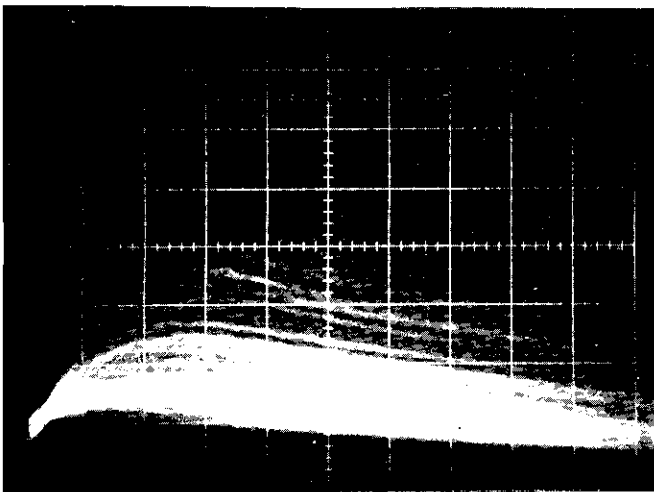
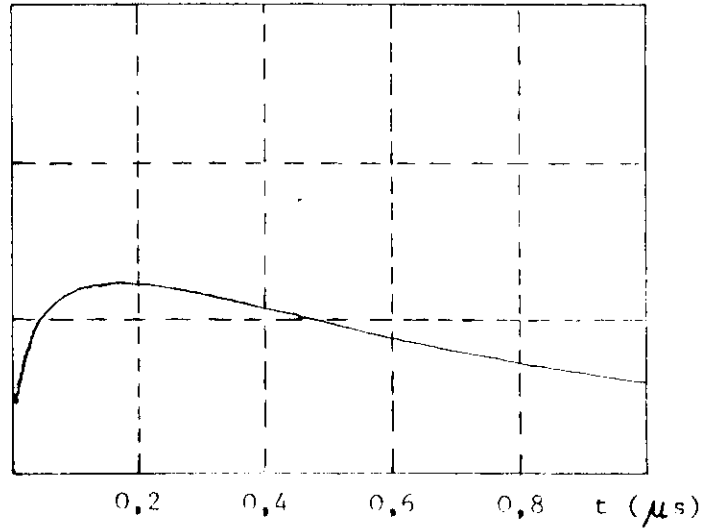
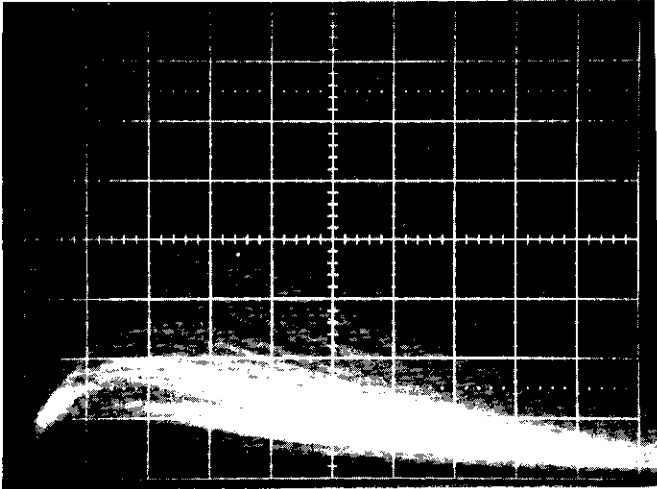
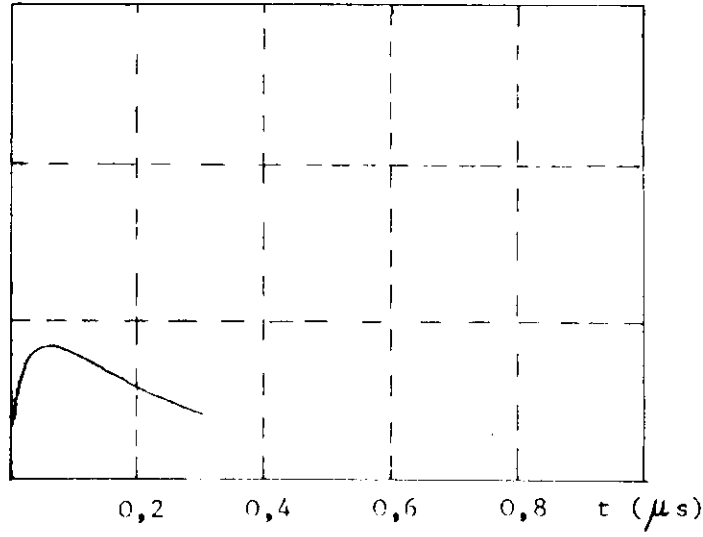
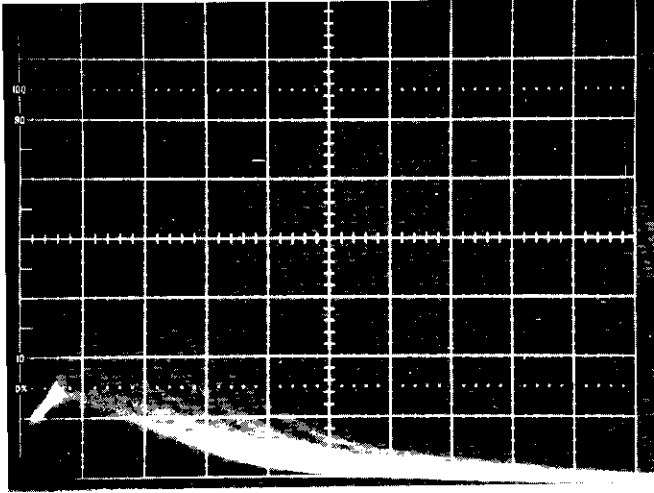


Abb. 22 Signalform für verschiedene R .
Rechts die berechneten Signale .
Von oben nach unten: $R = 0,5 \text{ k}\Omega$, $R = 2 \text{ k}\Omega$, $R = 5 \text{ k}\Omega$

Abb. 23

Signalhöhen
als Funktion von R .
(Rechnung:
durchgezogene Linie)

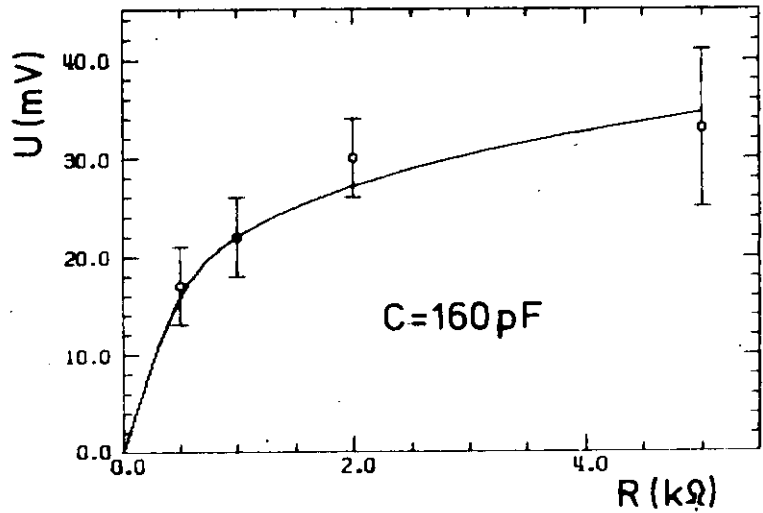


Abb. 24

Signalhöhen
als Funktion von C .
(Rechnung:
durchgezogene Linie)

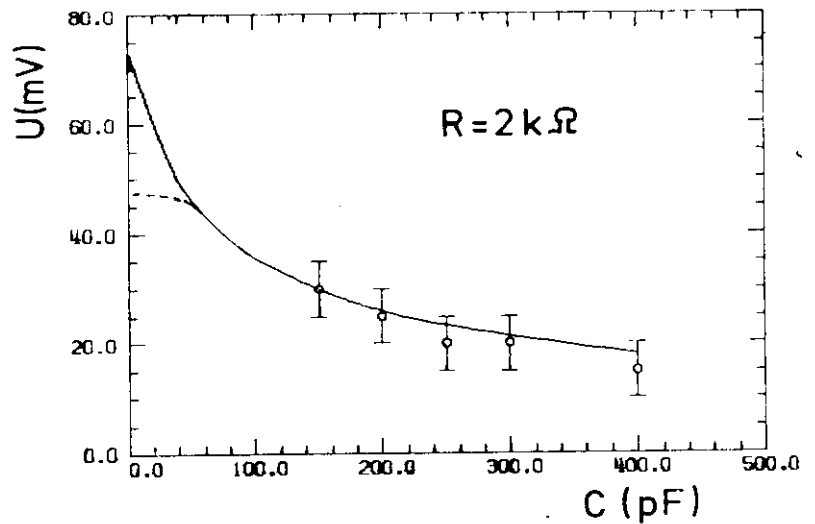
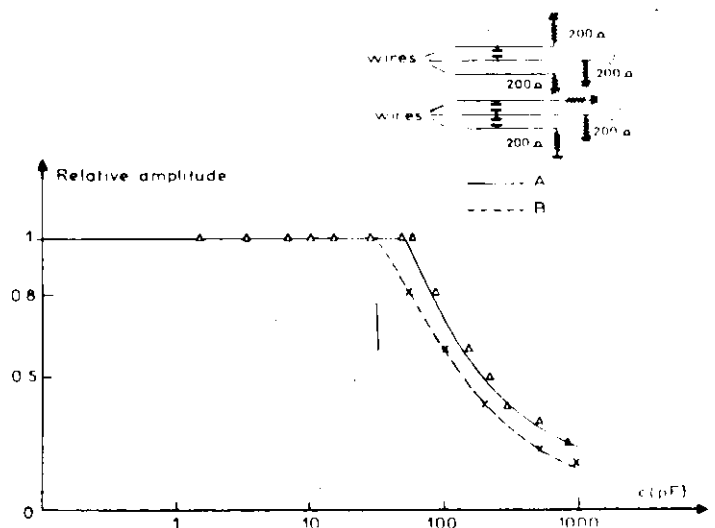


Abb. 25

Signalhöhen
als Funktion von C .
Gemessen an einer
ebenen Kammer mit
 $s = 2$ mm, $L = 7,5$ mm,
 $2 \cdot a = 25 \mu$, 4 cm lange
Drähte. Der Abfall der
Signale beginnt etwa bei
30 pF . (aus CO 72)



Die Höhe der Signale ist bei großen Widerständen nicht mehr proportional zum Widerstand. Eine Erhöhung des Widerstandes bringt dann keine wesentliche Vergrößerung der Amplitude mehr. Die Anstiegszeit wird jedoch größer und damit auch der Time-jitter (vgl. Abschn. 5.4). Dadurch wird die Zeitauflösung schlechter. Man muß den Strobe vergrößern, was wiederum zu erhöhtem Untergrund führt.

Die Berechnungen ergeben, daß mit zunehmender Erdkapazität C die Signalhöhe abfällt (Abb. 24, glatte Kurve). Für größere Kapazitäten konnte dieses Ergebnis durch Hinzuschalten weiterer Kapazitäten auch experimentell bestätigt werden. Bei kleineren Kapazitäten haben jedoch L. Cohen et. al. an einer ebenen Proportionalkammer gemessen, daß dort die Signalhöhen konstant sind (Abb. 25). Deshalb flacht die Kurve der Abb. 24 vermutlich unterhalb $C = 30 \text{ nF}$ ab (gestrichelte Linie).

4.5 Diskussion

Um die Grenzen aufzuzeigen, innerhalb derer Rechnung und Messung übereinstimmen können, werden nun die Idealisierungen besprochen, die dem Modell zugrunde liegen.

Wir haben angenommen, daß die Gasverstärkung in unmittelbarer Nähe des Drahtes stattfindet. Die Elektronen werden sehr schnell durch die Anode abgesaugt, und das Signal entsteht somit ausschließlich durch die Bewegung der positiven Ionen. Deshalb hat jedes Signal die gleiche Form unabhängig vom Ort der Primärionisation.

Die tatsächliche Form der Signale kann von der angenommenen Form abweichen, wenn die Signale nicht unmittelbar am Draht entstehen. Es ist denkbar, daß Raumladungseffekte der positiven Ionen das Anwachsen der Elektronenlawine schon in einiger Entfernung vor dem Draht beenden. (LE 72)

Wenn sich elektronegative Verunreinigungen wie Sauerstoff in der Kammer befinden, werden Elektronen eingefangen und schwere negative Ionen gebildet. Die Driftgeschwindigkeiten der Ionen sind um einen Faktor 1000 größer (MI 69) als die der freien Elektronen. Dadurch wird sich die Anstiegszeit der Signale deutlich verlängern.

Etwas Sauerstoff wird sich in jeder Kammer befinden, wegen ungenügender Abdichtung, Luftabsorption durch die Kammerwände.

Eine weitere Idealisierung ist, daß alle Ionen den Draht zur gleichen Zeit verlassen.

Nun senden jedoch angeregte Ionen Photonen aus, die Photoelektronen aus dem Gas und der Kathode erzeugen. Dadurch entstehen sekundäre Lawinen, die der primären Lawine so rasch folgen, daß sie die Signalform verändern.

4.6 Das Übersprechen

Trotz der Vereinfachungen unseres Modells ist eine brauchbare Abschätzung der Größe des Übersprechens zu erwarten, denn

- die Abweichung der berechneten von den beobachteten Signalen ist nicht gravierend
- geringe Abweichungen vom tatsächlichen zeitlichen Verlauf des influenzierten Stromes sollte das Verhältnis der maximalen Amplituden kaum beeinflussen .

Abb. 26 zeigt das auf den Mittelstreifen influenzierte Signal und die von ihm auf Grund kapazitiver Kopplung erzeugten Signale auf den Nachbarn, wie es das Modell für unsere Kammer voraussagt.

Das Signal des Mittelstreifens ist viermal so groß wie das seiner ersten Nachbarn und sechzehnmal so groß wie das seiner zweiten - d.h. übernächsten - Nachbarn.

Dieses Ergebnis könnte die Hoffnung wecken, daß durch präzises Einstellen der Verstärkerschwelle das Übersprechen zu unterdrücken ist. Notwendige Voraussetzung dafür ist, daß die Signalhöhen in der ganzen Kammer etwa gleich groß sind. Wie in Abschnitt 5.1 ausgeführt, trifft das jedoch nicht zu. Im allgemeinen werden die ersten Nachbarn mit gesetzt werden, die zweiten Nachbarn jedoch nicht.

Wenn sich das primäre Signal auf zwei Streifen verteilt, ist eine Clusterlänge von $c_1 = 2$ oder $c_1 = 4$ zu erwarten (vgl. Abschn. 5.6). Clusterlängen $c_1 > 4$ sollten sehr selten auftreten.

In Abb. 27 ist das Verhältnis der Signalhöhe des Mittelstreifens zur Höhe des ersten Nachbarn (U_0/U_1) in Abhängigkeit von der Streifenkapazität C aufgetragen. Mit wachsendem C wird das Verhältnis größer, d.h. günstiger. Andererseits wird dadurch aber auch das Signal verbreitert und seine Höhe verringert (vgl. Abschn. 4.4 und Abb. 24).

Der Widerstand R hat für Werte ab $1 \text{ k}\Omega$ praktisch keinen Einfluß auf das Verhältnis Signal zu Übersprechen (Abb. 28).

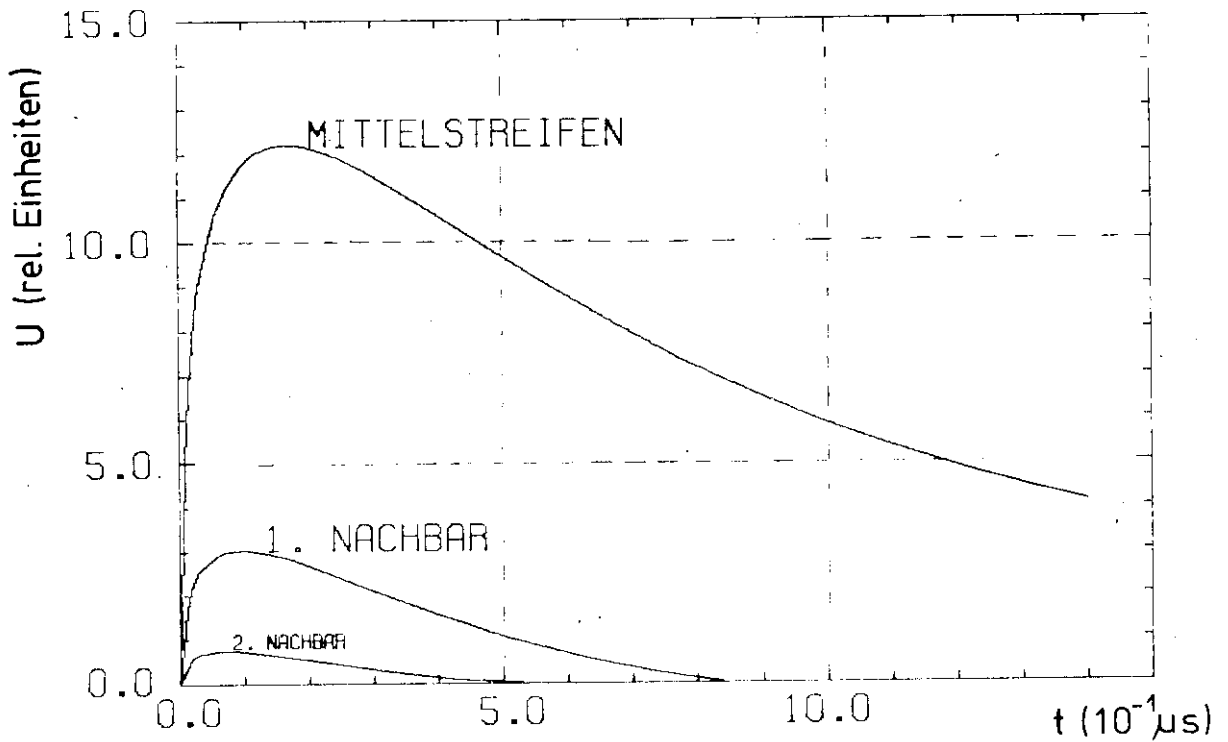


Abb. 26 Übersprechen auf die Nachbarstreifen

Abb. 27

Übersprechen

als Funktion von C

($R = 2 \text{ k}\Omega$, $C_k = 95 \text{ pF}$)

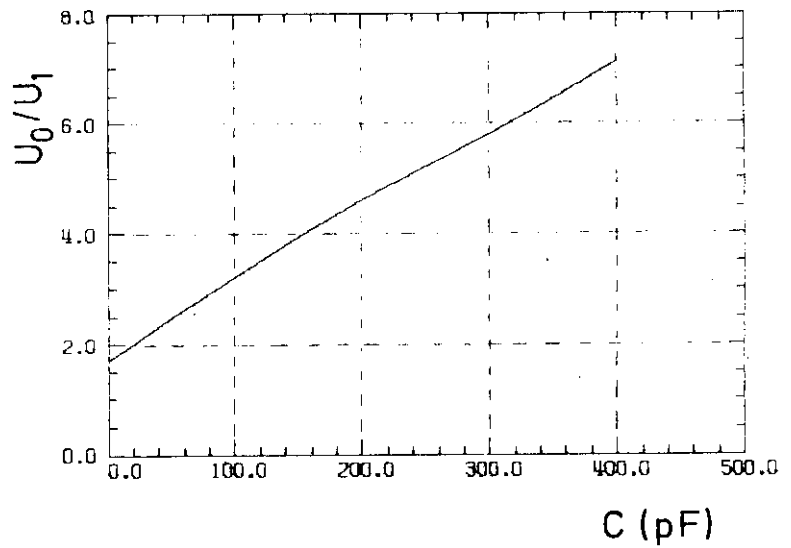
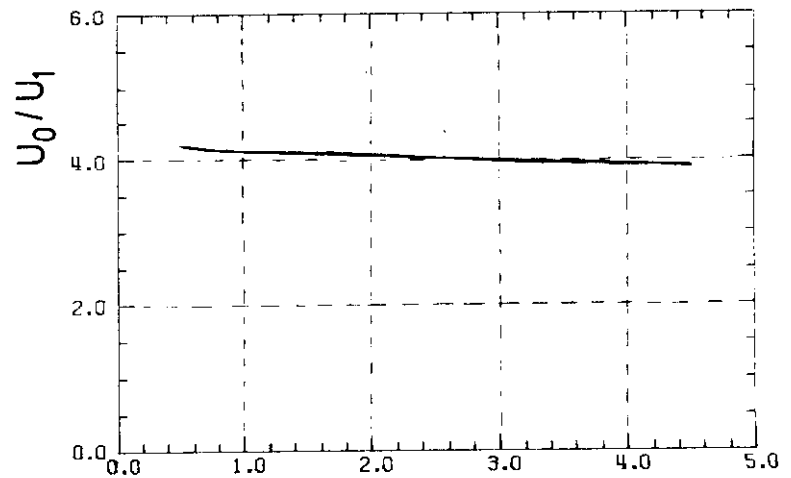


Abb. 28

Übersprechen

als Funktion von R

($C = 160 \text{ pF}$, $C_k = 95 \text{ pF}$)



5. Experimentelle Untersuchung der Kammer

In den vorangehenden Kapiteln sind aus den physikalischen Grundlagen der Signalentstehung die sie bestimmenden Größen entwickelt und deren Einfluß auf Form und Höhe der Hochspannungs-Signale allgemein dargestellt.

In diesem Kapitel werden die für den Betrieb der Kammer wichtigen Eigenschaften der Hochspannungsauslese angegeben: Zeitverhalten, Wirkungsgrad, Clusterlänge.

Die experimentellen Untersuchungen sind während des sich im Aufbau befindenden Speicherring-Experimentes durchgeführt worden (vgl. die Einleitung)

Da es sich bei den Kammern um eine Neuentwicklung handelt, sind bei der Fertigung Schwierigkeiten aufgetreten, die im ersten Abschnitt dieses Kapitels aufgeführt sind. Möglicherweise sind die daraus gewonnenen Erfahrungen auch für andere - ähnliche - Projekte von Nutzen.

5.1 Fertigungsprobleme

Beim Bau der Kammern waren zahlreiche technischen Schwierigkeiten zu überwinden.

Eins der Probleme ist die starke Ortsabhängigkeit der Signalhöhen. Abb. 29 zeigt die mit einem ^{90}Sr -Präparat gemessenen Signalhöhen in der Mitte des Zylinders der Kammer 16 des PLUTO-Detektors, einer der ersten Kammern, die gebaut wurden. Bei der Messung beträgt die Hochspannung $V_0 = 2,2 \text{ kV}$, jeweils 15 Drähte sind parallel geschaltet mit einem Abschlußwiderstand von $R = 1 \text{ k}\Omega$. Die Signale liegen zwischen 6 mV und 150 mV, unterscheiden sich also bis um das fünfundzwanzigfache.

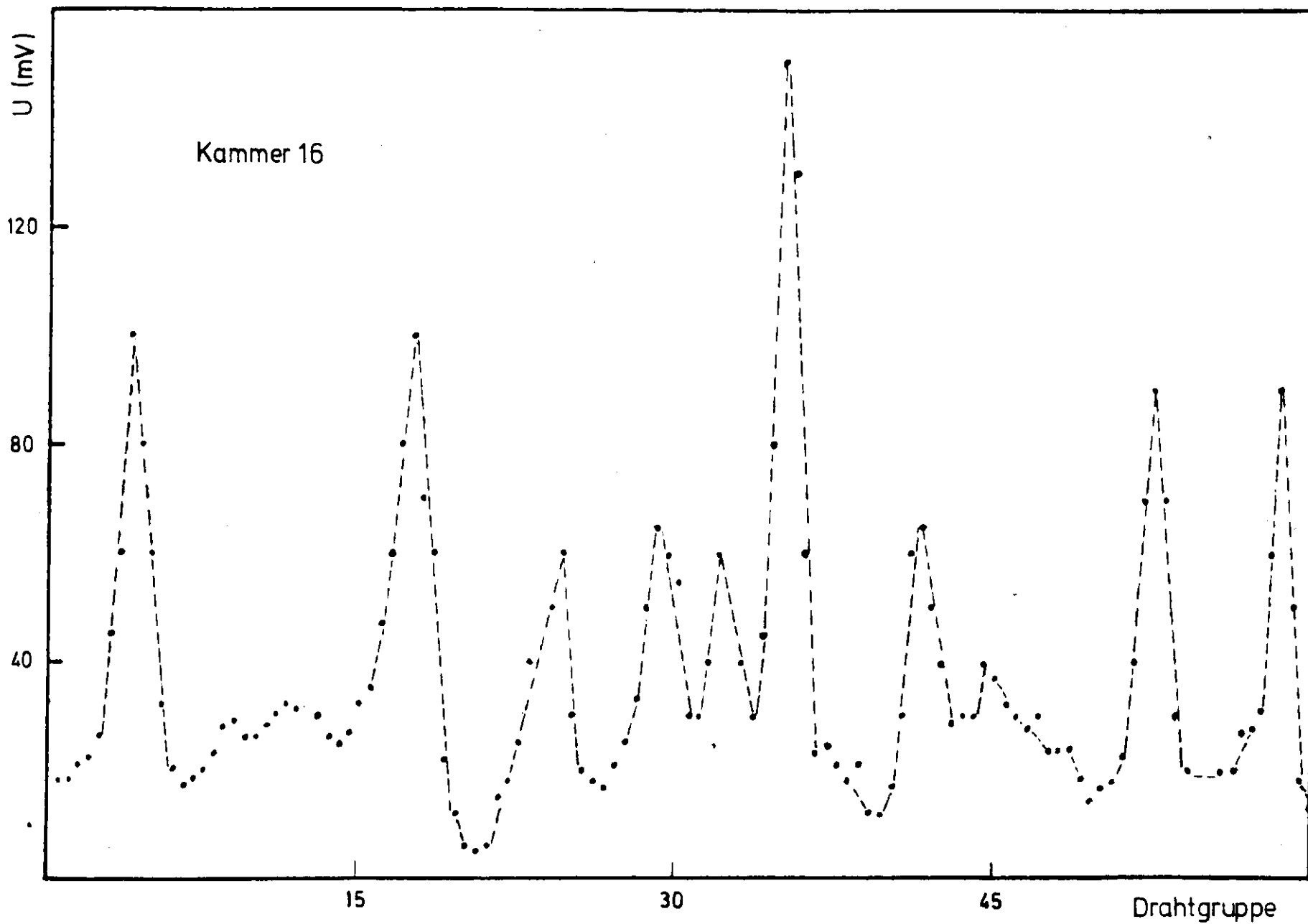
Die unterschiedlichen Signalhöhen haben eine Ortsabhängigkeit des Wirkungsgrades (s. Abschn. 5.5) zur Folge. Die höchsten Signalamplituden bestimmen die maximale Hochspannung, die an die Kammer gelegt werden kann, ohne daß Überschläge eintreten. Wenn der Unterschied der Signalhöhen zu groß ist, haben bei der maximalen Hochspannung die Drähte mit den kleinsten Signalhöhen noch nicht die hundertprozentige Ansprechwahrscheinlichkeit. Die unterschiedlichen Signalhöhen werden auf Feldüberhöhungen am Draht zurückgeführt, die durch geometrische Unregelmäßigkeiten entstehen.

Abb. 30 zeigt die Ortsabhängigkeit der Signalhöhen am Rande des Zylinders der Kammer 16.

Da dort die Feldunregelmäßigkeiten geringer sind als in der Mitte, schließen wir, daß sie im wesentlichen vom unterschiedlichen Abstand des Drahtes zur Hochspannungsebene verursacht werden (vgl. Abschn. 2.1 und 2.2).

Als erste Maßnahme ist deshalb die Wandstärke der Kammer von 6/10 mm auf 9/10 mm erhöht worden, um eine größere Festigkeit zu erreichen.

Die kupferkaschierten Folien werden uns in keinem größeren Format als 2 x 1 m geliefert. Um an den Stoßstellen der Segmente Feldüberhöhungen zu vermeiden, werden alle Segmente auf eine ebene, 3/10 mm starke Bahn geklebt, so daß auf dem Zylinder nur noch eine Stoßstelle bleibt.



- 47 -

Abb. 29 Signalhöhen in Kammermitte

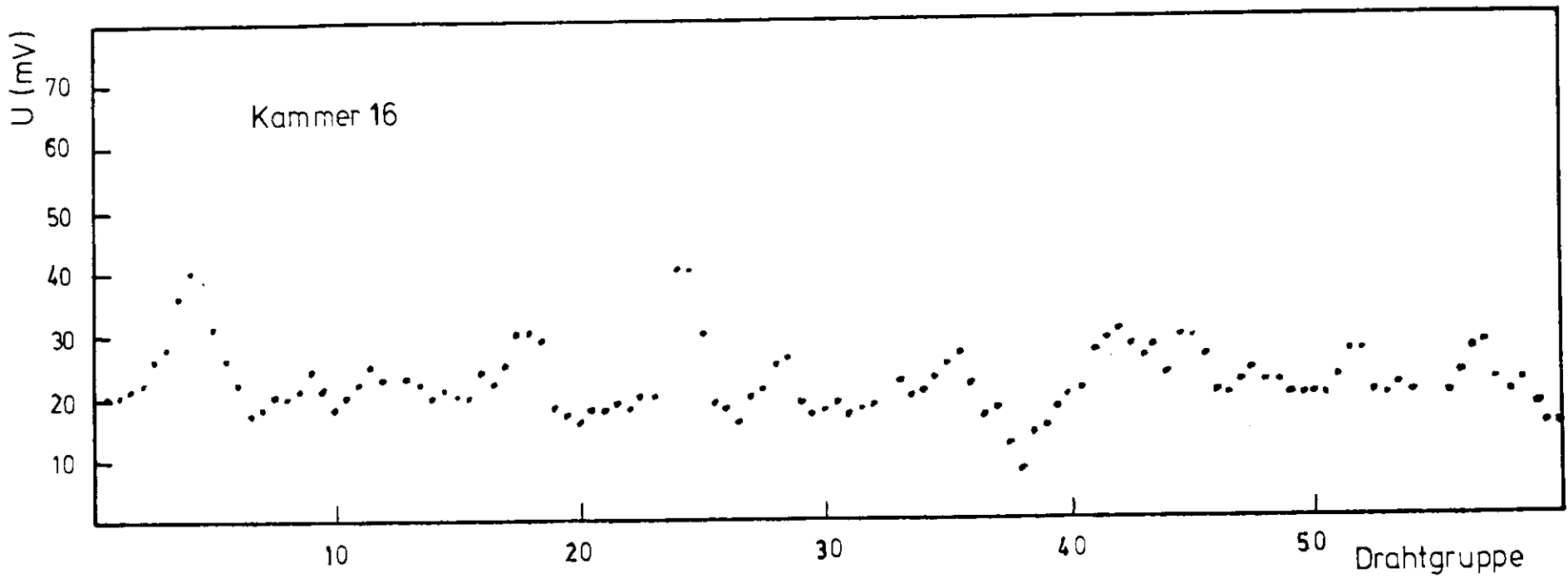


Abb. 30 Signalhöhen am Rande der Kammer 16

Während des Klebens werden die Folien erwärmt, um Unebenheiten durch ungleichmäßig aufgetragenen Kleber zu verhindern. Das Araldit wird flüssig und die Folien können mit einer Walze glatt aufeinandergepreßt werden.

Die Zylinderform wird durch Aufspannen einer Epoxydfolie auf Aluminiumhalbschalen hergestellt. Dabei entstehen Zugspannungen in der Folie, die zu Verformungen führen, wenn der Aluminiumzylinder entfernt worden ist. Um das zu vermeiden, wird die Folie auf dem Zylinder erhitzt. Nach dem Erkalten bleibt sie dann einwandfrei rund.

Auf den Zylinder kann die Epoxydfolie nur kalt geklebt werden. Dabei können Unregelmäßigkeiten entstehen. Durch anschließendes Aufhitzen schmilzt der Kleber, verteilt sich und beseitigt die Unregelmäßigkeiten. Wenn nötig, wird die Stoßstelle nochmals aufgeschlitzt, damit sich der Kleber besser verteilen kann.

Mit diesen Maßnahmen konnten die Unterschiede in den Signalhöhen zwar nicht beseitigt aber doch verringert werden. Bei der in dieser Arbeit untersuchten Kammer 10 unterscheiden sich die Signalhöhen bei einer Hochspannung von $V_0 = 2,2 \text{ kV}$ in den Extremwerten um den Faktor 6, liegen aber zum größten Teil zwischen 10 mV und 30 mV (Abb. 31).

Feldüberhöhungen können auch an den Hochspannungsflächen entstehen, und zwar an den scharfen Kanten der Schlitze zwischen den Hochspannungs-Streifen. Dies erhöht in zweifacher Hinsicht die Gefahr, daß Überschläge auftreten:

1. Bei hohen externen Feldstärken treten Elektronen aus dem Metall (Feldemission).
2. Die Ionen können so stark beschleunigt werden, daß sie beim Aufprall Sekundärelektronen aus der Kathode schlagen.

Deshalb werden die Kanten abgerundet und die Schlitze mit Araldit vergossen. Darüberhinaus werden die Hochspannungsflächen geschliffen, um Unregelmäßigkeiten der Oberfläche zu beseitigen.

Proportionalkammern sind gegen Verschmutzung sehr empfindlich. Nach dem Zusammenbau sind die Kammern deshalb mit Methanol gewaschen worden. Methanol löst jedoch Araldit, es entstehen Araldit-Späne, an denen elektrische Entladungen auftreten; in der Kammer sprüht es.

Darum werden jetzt die Kammern mit Wasser gewaschen und zum Trocknen in einen 50°C warmen Kasten gestellt, wo sie mit Stickstoff gespült werden.

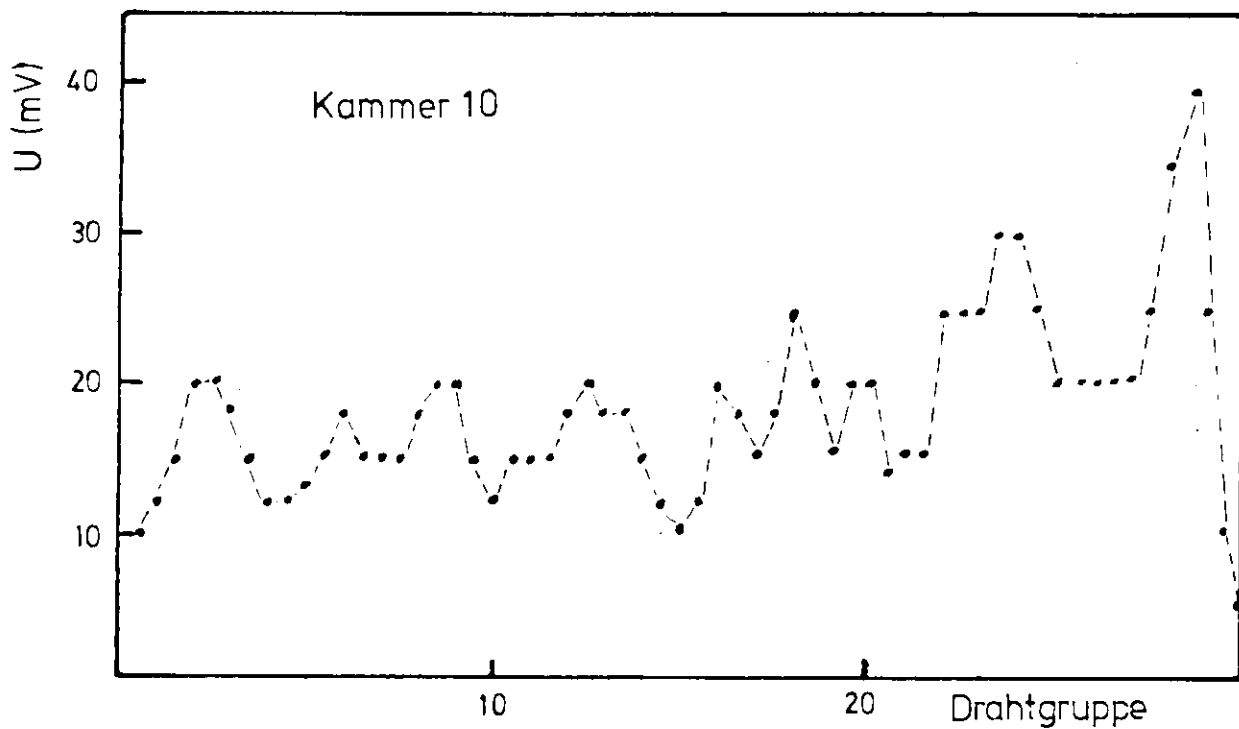


Abb. 31 Signalhöhen in Kammermitte

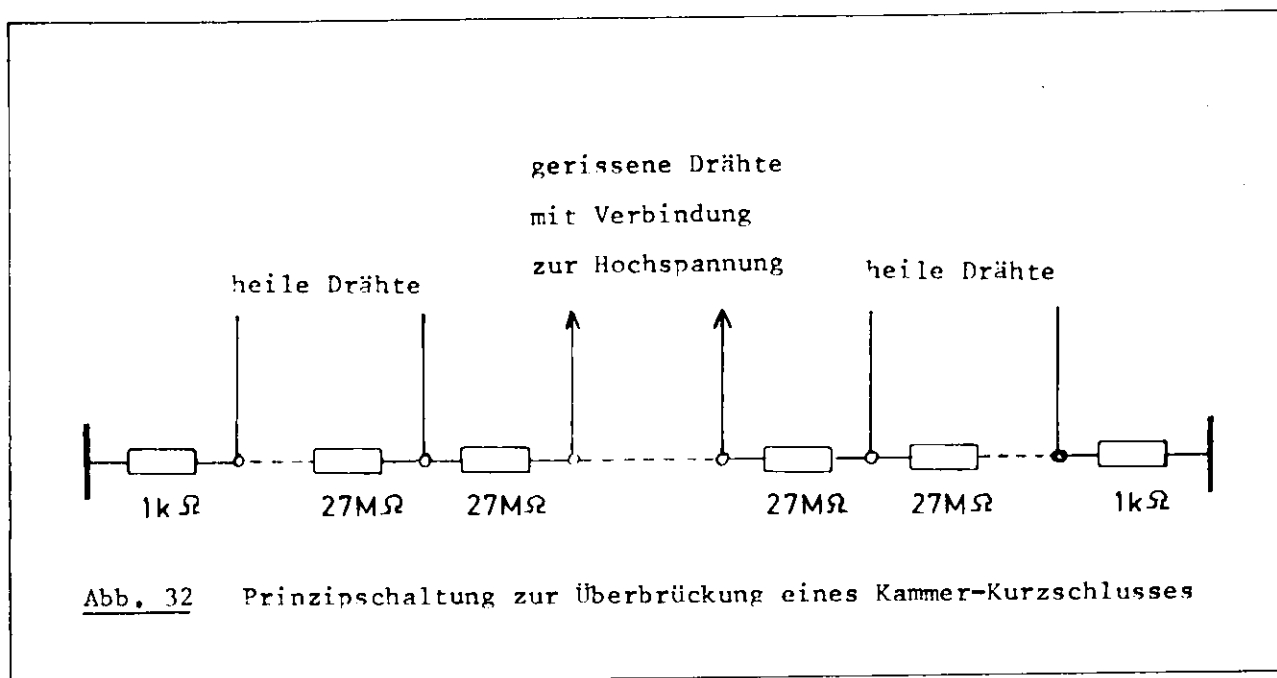


Abb. 32 Prinzipschaltung zur Überbrückung eines Kammer-Kurzschlusses

Ein großes Problem der Kammern sind Drahttrisse oder das Nachlassen der Drahtspannung.

Wolfram läßt sich nicht löten; die Vergoldung hält den Draht in der Lötstelle. Sowie die Vergoldung beschädigt ist - z.B. durch zu heißes Löten -, zieht sich der Draht heraus.

Deshalb muß möglichst kurz gelötet werden. Zur Sicherheit wird der Draht auf jeder Seite an zwei Lötunkten befestigt. Darüberhinaus wird er auf 18 mm Länge mit der Auflagefläche verklebt.

Vor dem Verlöten des Drahtes wird seine mechanische Beschaffenheit geprüft. Es wird auf Knicke und Verdrillungen im Draht geachtet, die nicht zu bemerken sind, wenn er straff von der Rolle abgespult wird.

Wir mußten die Feststellung machen, daß die Drahtqualität schwankt, sogar auf der gleichen Rolle. Die Belastung, bei der er reißt, schwankt zwischen 200 g und 250 g .

Nach Verlötung und Verklebung aller Drähte wird eine Hochspannung von 4,5 kV an den Innenzylinder gelegt. Schwache Drähte hängen dann zu stark durch und werden ausgewechselt.

Trotz dieser Maßnahmen sind weitere Drahttrisse aufgetreten. Nach Inbetriebnahme der Kammer reißen i.a. recht bald einige "schwache" Drähte. Wenn diese ausgetauscht sind, bleibt sie stabil. Über die Lebensdauer einer Kammer können wir noch keine Aussage machen.

Der Riß eines Drahtes verursacht einen Kurzschluß in der Kammer. Während des Experimentes am Speicherring kann der gerissene Draht wegen zu großen Arbeitsaufwandes nicht ausgetauscht werden.

Um den völligen Ausfall der Kammer zu verhindern, werden die mit der Hochspannung verbundenen Drähte sowie eine benachbarte Drahtgruppe von den Vorverstärkern getrennt. Die auf Hochspannung liegenden Drähte werden mit den benachbarten - heilen - Drähten verbunden und diese über eine Kaskade von 8 Widerständen zu je 27 M Ω stufenweise auf Erdpotential geführt. Die Spannungsdifferenz zwischen den einzelnen Drähten darf nicht zu groß werden, damit keine Überschläge auftreten. Der letzte Draht ist wie die mit den Vorverstärkern verbundenen Drähte über einen Ableitwiderstand von $R = 1 \text{ k}\Omega$ geerdet.

Abb. 32 veranschaulicht das Verfahren im Prinzip.

Nach dieser "Reparatur" arbeitet die Kammer mit einem "blinden Fleck" einwandfrei weiter.

5.2 Testaufbau

Die Funktion der Kammer 10 wurde mit Hilfe von Höhenstrahlen getestet.

Den experimentellen Aufbau zeigt schematisch Abb.33

Unter der Zylinderkammer befinden sich in drei Lagen übereinander je zwei Myon-Kammern. Das sind Zählrohrkammern, die eine Ortsbestimmung des Teilchendurchgangs ermöglichen. Sie sind in PL 74 ausführlich beschrieben.

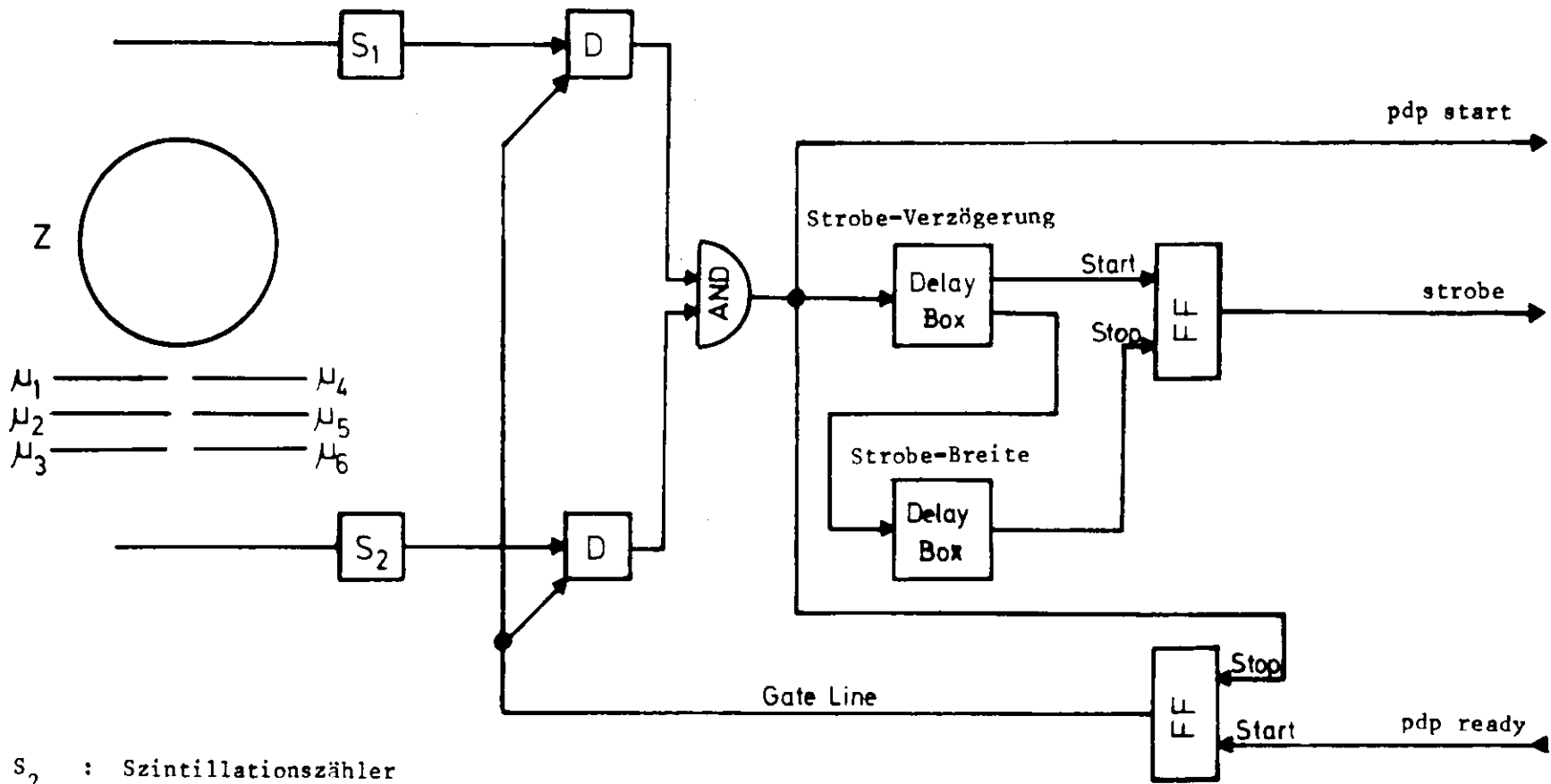
Über der Zylinderkammer und unter den Myon-Kammern befindet sich jeweils ein 1 cm dicker Szintillationszähler der Fläche 50 x 50 cm.

Die Kammern werden mit einem Gasgemisch aus 90% Argon und 10% Propan betrieben. Wie genau dieses Verhältnis eingehalten wurde, kann nicht angegeben werden. Mitunter auftretende nicht reproduzierbare Messungen haben wir auf Veränderungen der Zusammensetzung des angelieferten Gases zurückgeführt. Erst beim Experiment am Speicherring wurde ein Gerät zur Kontrolle der Gasmischung eingesetzt.

Obwohl eine Verbesserung der Kammereigenschaften im wesentlichen durch präzisere mechanische Fertigung zu erwarten ist, könnte eine Untersuchung der Kammer mit verschiedenen Gasen von Interesse sein. Ein Gas, das eine größere Absorptionsfähigkeit für Photonen hat als das verwendete, verhindert möglicherweise Durchschläge besser und bewirkt somit eine Verlängerung des Efficiency-Plateaus.

Die Hochspannungs-Streifen sind sehr empfindliche Empfänger für elektrische Störungen aller Art. Eine sorgfältige Abschirmung hat sich als unumgänglich erwiesen.

Abb.34 soll eine etwas weniger abstrakte Vorstellung vom Versuchsaufbau vermitteln. Das Foto zeigt die Kammer von der Seite der Hochspannungszuführung im PLUTO-Magneten liegend.



- S_1, S_2 : Szintillationszähler
- $\mu_1 \dots \mu_6$: Myon-Kammern
- Z : Zylinderkammer
- D : Diskriminator
- FF : Flip-Flop

Abb. 33 Testaufbau, schematisch

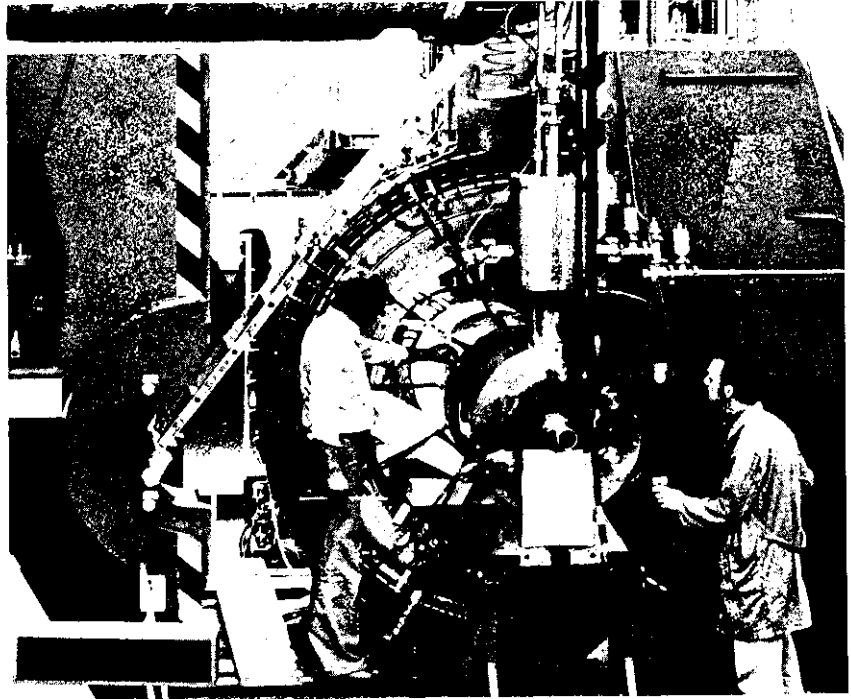


Abb. 34

Die Kammer im Test

5.3 Datenaufnahme

Die ganze Messung wird programmiert gesteuert von einer PDP 11/45.

Sie hat die Aufgaben

- Kontrolle des Meßablaufs
- Erfassung der Daten
- Erstellung statistischer Verteilungen und deren Darstellung auf dem Bildschirm
- Datenübertragung zur DESY-Rechenanlage IBM 370/168

Die Übertragung der Daten zur PDP ist schematisch in Abb. 35 dargestellt.

Zu Beginn der Messung werden alle Flip-Flop-Register auf Null gesetzt (register reset) und das Gate geöffnet (pdp ready). Sobald eine durch die Plastikzähler S_1 und S_2 definierte Koinzidenz eingetreten ist, wird das Gate geschlossen, damit während des Auslesevorgangs keine weiteren Ereignisse akzeptiert werden. (vgl. Abb. 17 und 33)

In die Flip-Flop-Register der Hauptverstärker können nur in der Zeit Daten gespeichert werden, in der dort ein Signal das Gate öffnet. Dieses Signal heißt Strobe.

Nach dem Durchgang des Teilchens bedarf es einer gewissen Zeit, bis das Koinzidenz-Signal erzeugt ist. Es braucht ebenfalls eine gewisse Zeit, bis von der Kammer ein Signal erzeugt ist und - nach Verstärkung - gespeichert werden kann (vgl. Abschn. 5.4) .

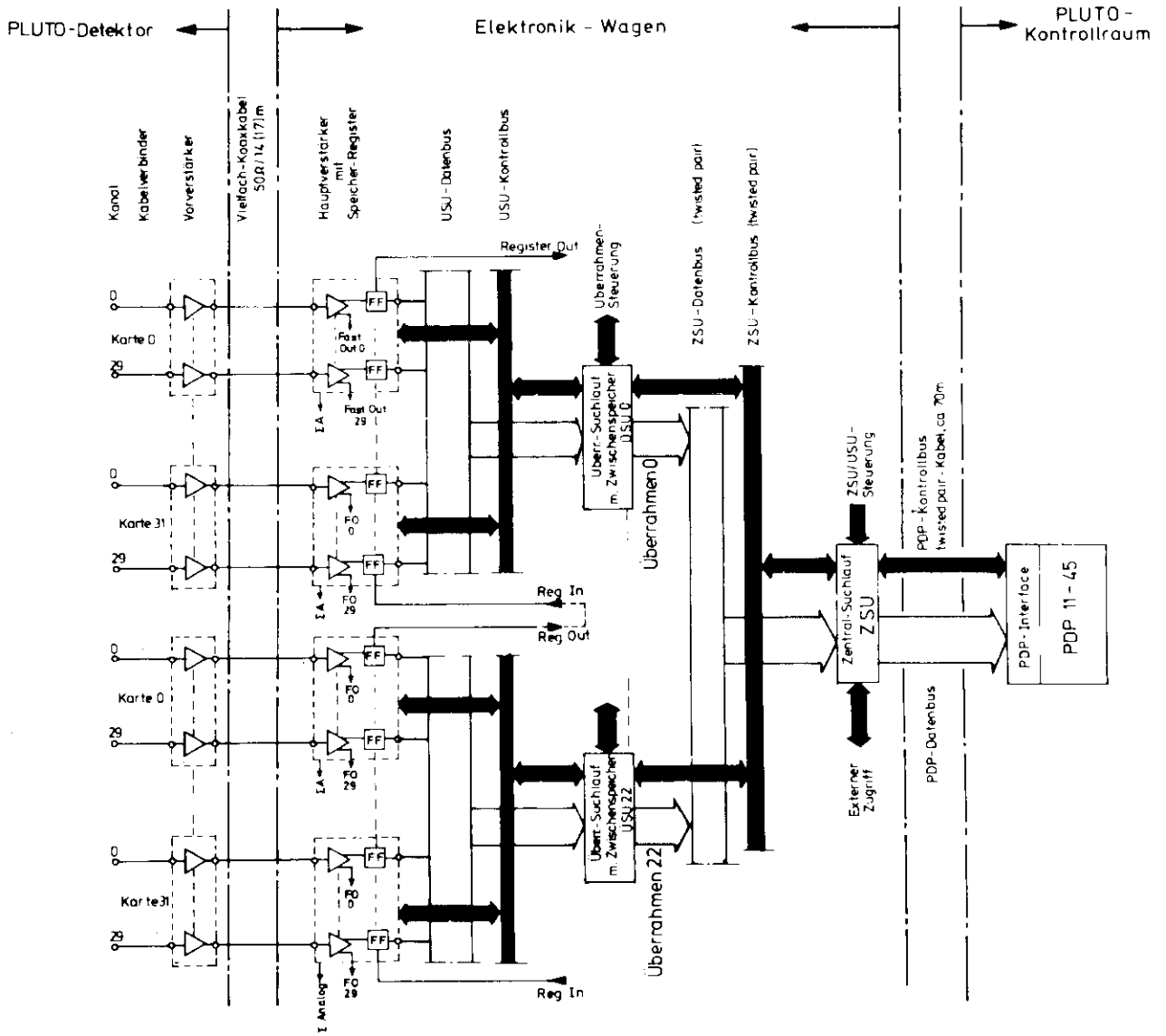


Abb. 35 Datenauslese , schematisch (aus PL 74)

Es muß erreicht werden, daß genau dann die Flip-Flops gesetzt werden, wenn die Kammersignale dort eintreffen, d.h. der Strobe muß zum richtigen Zeitpunkt beginnen.

Um diesen Zeitpunkt zu finden, kann der Strobe verzögert werden. Die Strobe-Verzögerung wird im folgenden kurz Delay genannt.

Der Strobe darf nicht zu lange dauern, damit nur die Signale des Ereignisses ausgelesen werden und keine weiteren; d.h. ein kurzer Strobe dient der Ver- ringerung des Untergrundes.

Um eine möglichst kurze Auslesezeit zu erreichen, werden die Daten in zwei Stufen ausgelesen.

Je 32 Hauptverstärker-Karten sind in einem Überrahmen zusammengefaßt. Die Daten werden in allen Überrahmen parallel aus den Schieberregistern der Hauptverstärker in einen Zwischenspeicher gelesen.

Vom Zentralsuchlauf werden die Daten dann sequentiell zur PDP übertragen. Sobald das Ereignis aus den Zwischenspeichern gelesen ist, werden die Flip-Flop-Register zurückgesetzt und das Gate wieder geöffnet. Das nächste Ereignis wird erwartet.

Ein typisches Höhenstrahl-Ereignis, vom Bildschirm abphotographiert, zeigt Abb.36

Jedes Höhenstrahlteilchen durchfliegt die Kammer zweimal: die obere Hälfte und die untere. Da ein 45° -Streifen etwa den halben Umfang der Kammer überstreicht, werden von einem Höhenstrahl-Ereignis i.a. zwei verschiedene 45° -Streifen betroffen. Die Wiremap der 45° -Streifen zeigt das deutlich (Abb.37).

Jeder 90° -Streifen umfaßt dagegen den gesamten Umfang der Kammer. Man kann deshalb nicht ohne weiteres angeben, ob z.B. ein Streifen einmal oder zweimal vom Teilchen getroffen wurde oder ob z. B. ein breiter Cluster von einem oder von zwei Funken herrührt. Dies wird auch aus Abb.38 deutlich, einer Wiremap der 90° -Streifen. Der Abfall am Rand rührt daher, daß die Szintillationszähler nicht die ganze Länge der Kammer überspannen.

Da also Messungen von Wirkungsgrad und Clusterlänge für die 90° -Streifen zweifelhaft erscheinen, gelten alle folgenden Messungen nur für die 45° -Streifen.

Abb. 36

Höhenstrahlereignis

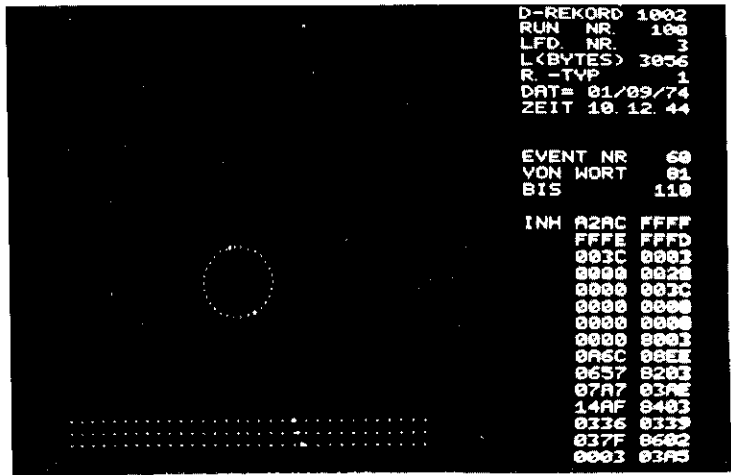


Abb. 37

Wiremap
der 45°-Streifen

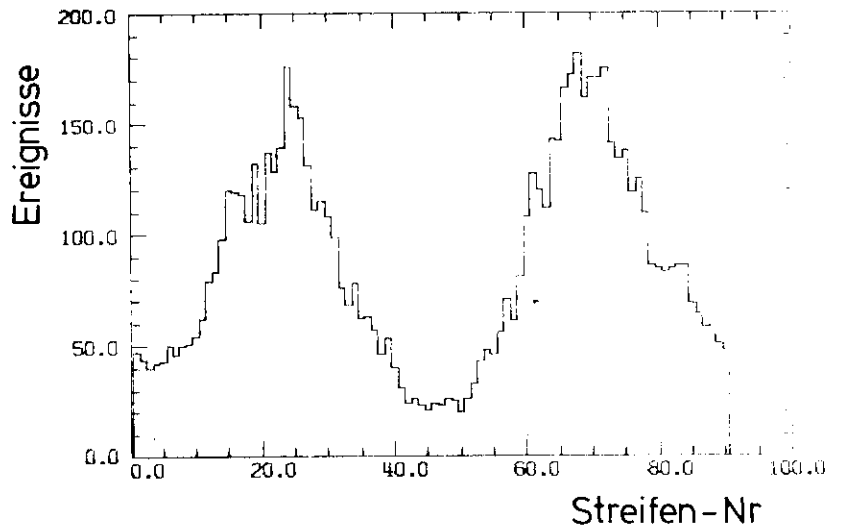
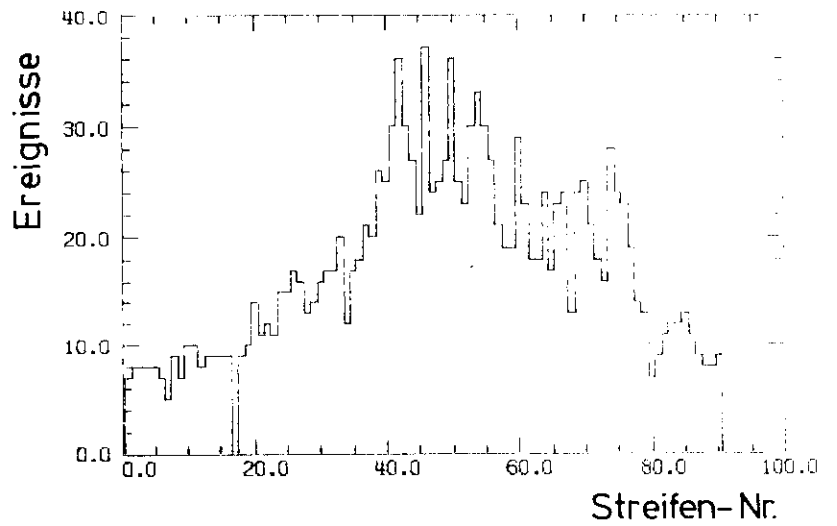


Abb. 38

Wiremap
der 90°-Streifen



5.4 Zeitverhalten

Eine hohe Zeitauflösung ist erforderlich, um hohe Teilchenfrequenzen verarbeiten zu können. Die in diesem Abschnitt beschriebenen Meßkurven dienen dazu, eine optimale Einstellung von Strobe und Delay zu finden.

Die Zeit vom Durchgang eines Teilchens bis zur Speicherung des Signals setzt sich aus zwei wesentlichen Teilen zusammen:

1. Aus der Zeit, die von der Erzeugung einiger Elektronen durch das ionisierende Teilchen bis zur Bildung der Lawine vergeht.
2. Aus der Zeit, die zur Verarbeitung des Signals bis zum Setzen des Flip-Flops erforderlich ist.

Die Zeit ist nicht konstant, ihre Schwankung wird Timejitter genannt.

In unserer Kammer haben die Elektronen eine Driftgeschwindigkeit von etwa $4 \cdot 10^6$ cm/sec (CH 70). Wann die Elektronen den Bereich der Gasverstärkung in unmittelbarer Nähe des Drahtes erreichen, hängt natürlich davon ab, wo sie entstanden sind. Laut SC 71 ist auf einer Teilchenspur die Zahl der Elektronen-Ionen-Paare pro mm 3 - 4. Deshalb ist die Wahrscheinlichkeit sehr groß, daß im radialen Feldbereich eines Drahtes Elektronen gebildet werden. (vgl. Gl. 2.4)

Bei einem Drahtabstand von 2,4 mm beträgt die Ortsunschärfe 1,2 mm. Diese Strecke legen die Elektronen in 30 ns zurück. Das ist physikalisch der minimale Timejitter.

Zusätzlich verursacht die Elektronik einen Timejitter, der durch Laufzeit-schwankungen in den einzelnen Verarbeitungsstufen entsteht. Laut ZI 74 beträgt der elektronische Timejitter bei uns 40 ns. Insgesamt erwarten wir also Zeitschwankungen von 70 ns.

Um hundertprozentige Ansprechwahrscheinlichkeit (s. Abschn. 5.5) erreichen zu können, muß deshalb der Strobe mindestens 70 ns breit sein. Weitere Zeitschwankungen entstehen durch Signalhöhenunterschiede: Änderungen der Anstiegsflanke verschieben den Zeitpunkt, an dem die Schwelle überschritten wird.

Die Abbildungen 39a und b zeigen die gemessene Abhängigkeit des Wirkungsgrades von Strobe und Delay für Drähte, bzw. Streifen bei der Hochspannung von $V_0 = 2,4$ kV.

Der Wirkungsgrad ist hier deshalb kleiner als 1, weil die Trigger-Geometrie noch nicht optimal ausgelegt war. Da diese Messung nur Aussagen über das Zeitverhalten liefern soll, kommt es jedoch auf den absoluten Wert des Wirkungsgrades nicht an.

Für die Drähte beträgt der Timejitter etwa 80 ns, für die Streifen etwa 120 ns. Den Unterschied erklären wir daraus, daß die Streifensignale eine geringere Höhe besitzen, damit eine weniger steile Anstiegsflanke haben und so einem größeren Timejitter unterliegen. Abb. 40a und b veranschaulichen, wie eine geringere Signalthöhe eine größere Zeitschwankung Δt hervorruft. Daraus geht auch hervor, daß die in Abschn. 5.1 beschriebenen - z.T. drastischen - Signalthöhenunterschiede die Zeitauflösung der Kammer beeinträchtigen. Eine detaillierte Diskussion der Abhängigkeit des Timejitters von Hochspannung, Gas, Drahtdurchmesser, Drahtabstand, Energieverlust der Teilchen findet sich in der Literatur (z.B. CH 70, SH 71, BO 70).

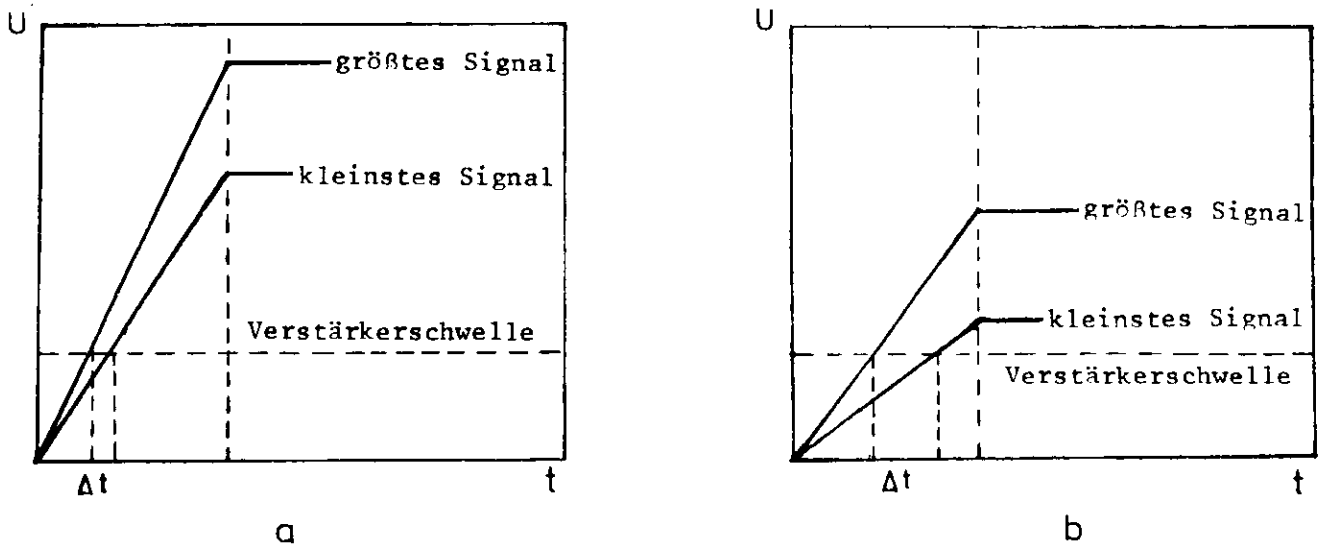


Abb. 40 Timejitter für unterschiedliche Signalthöhen

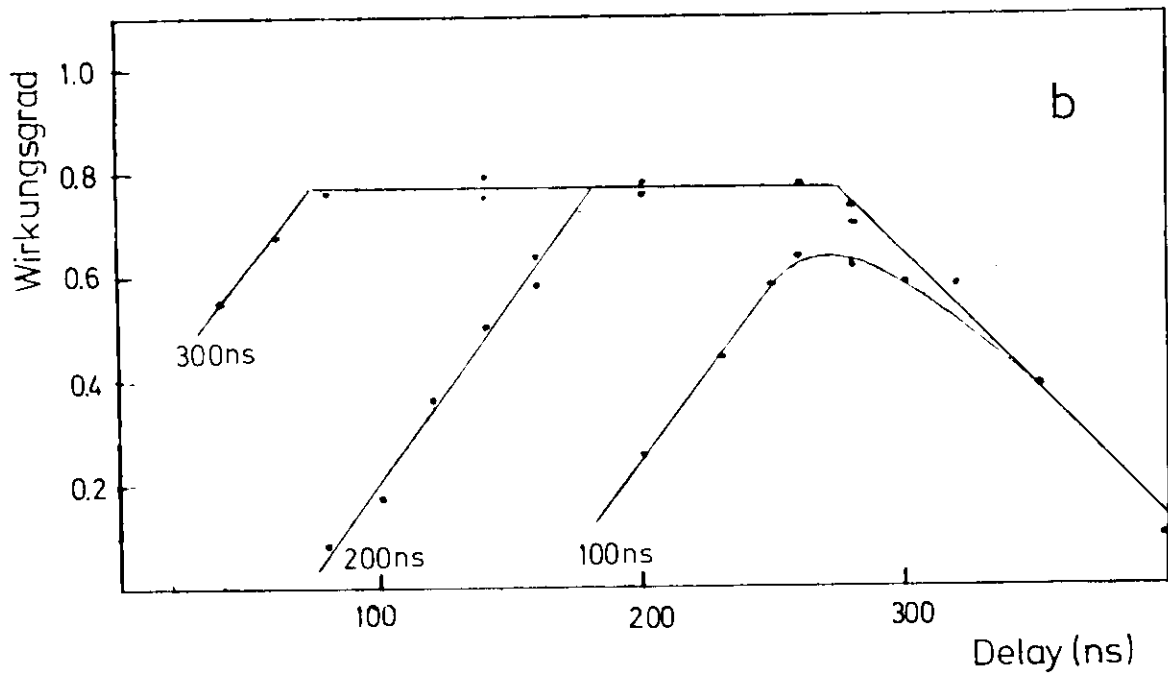
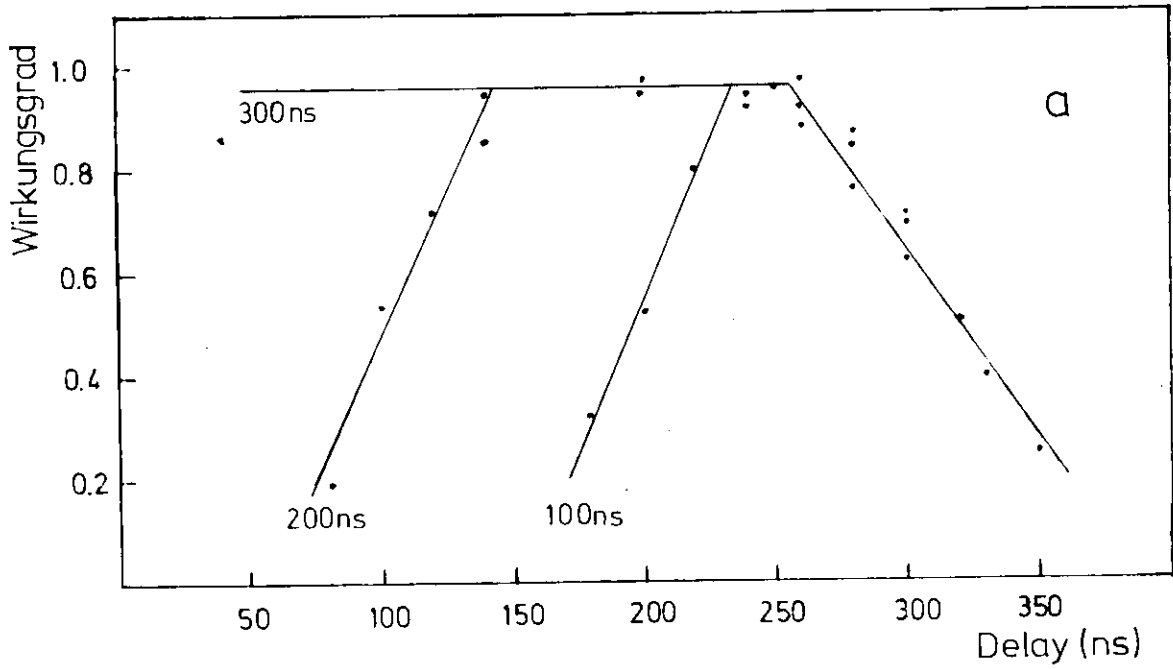


Abb. 39 Delavkurven für Drähte (a) und Streifen (b).
Parameter: Strobe-Breite

5.5 Wirkungsgrad

Der Wirkungsgrad (engl. efficiency) ist die Ansprechwahrscheinlichkeit der Drähte, bzw. Streifen bei Durchgang eines Teilchens. Er ist definiert als

$$\eta = \frac{\text{Zahl der registrierten Teilchen}}{\text{Zahl der durchgegangenen Teilchen}}$$

Angestrebt wird ein Wirkungsgrad von $\eta = 1$. Besonders um kurze Spuren analysieren zu können, ist eine hohe Ansprechwahrscheinlichkeit erforderlich.

Gemessen wurde der Wirkungsgrad mit Hilfe eines von L. Criegee und T.N. Ranga-Swamy entwickelten Programms.

Es wurden nur Ereignisse zugelassen, die folgende Bedingungen erfüllen:

1. Koinzidenz der beiden Szintillationszähler
2. Die durch die Myon-Kammern definierte Spur führt durch die Zylinderkammer
3. In der Zylinderkammer treten genau ein oder genau zwei Funken auf

Diese Bedingungen sollen gewährleisten, daß

- das Höhenstrahlteilchen die Kammer durchquert
- Höhenstrahlschauer ausgeschlossen werden
- Elektrische Störungen ausgeschlossen werden
- Zufällige Koinzidenzen ausgeschlossen werden

Der Berechnung des Wirkungsgrades für die Drähte liegt eine Überlegung aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung zugrunde.

Sei η die Wahrscheinlichkeit, daß der Draht bei einem Teilchendurchgang anspricht, dann ist $w_2 = \eta^2$ die Wahrscheinlichkeit, daß die Kammer genau zwei Funken registriert, einen in jeder Hälfte. Die Wahrscheinlichkeit, daß die Kammer genau einen Funken registriert, ist $w_1 = 2\eta(1-\eta)$.

Damit läßt sich der Wirkungsgrad bestimmen:

$$\eta = \frac{2 w_2}{w_1 + 2 w_2} \quad (5.1)$$

Diese Methode zur Bestimmung des Wirkungsgrades wurde gewählt, weil sie trotz einiger Mängel als die zur Zeit des im Aufbau befindlichen Experiments bestmögliche erschien. Abb. 47 veranschaulicht einige Unzulänglichkeiten des Verfahrens. Die Kreuze stellen gesetzte Drähte dar.

Abb. 41

Zur Definition
des Wirkungsgrades

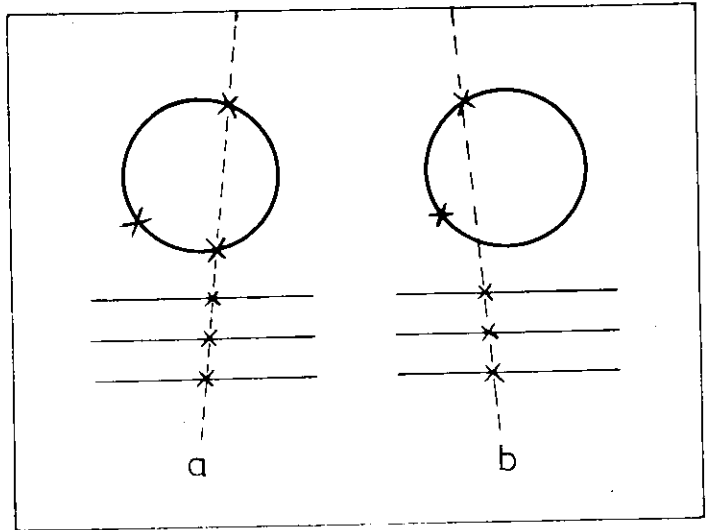


Abb. 42

Wirkungsgrad für Drähte (a)
und Streifen (b)
Eingangswiderstand des
HV-Vorverstärkers: $R = 1 \text{ k}\Omega$

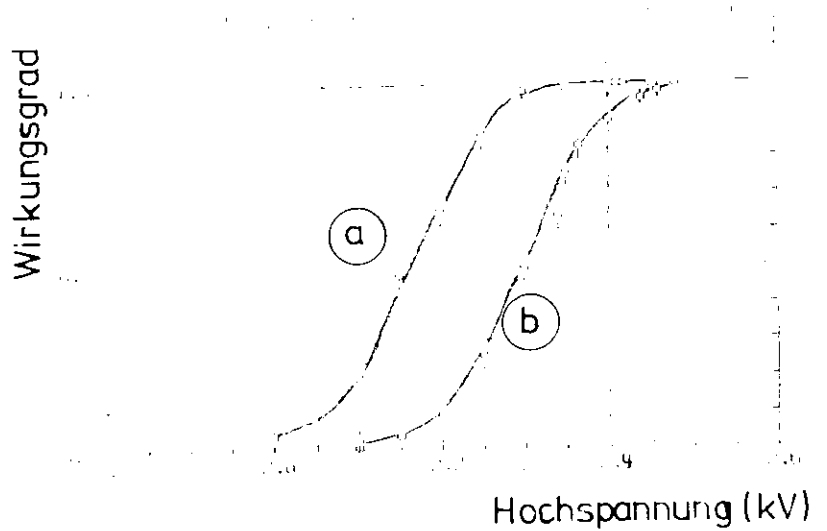
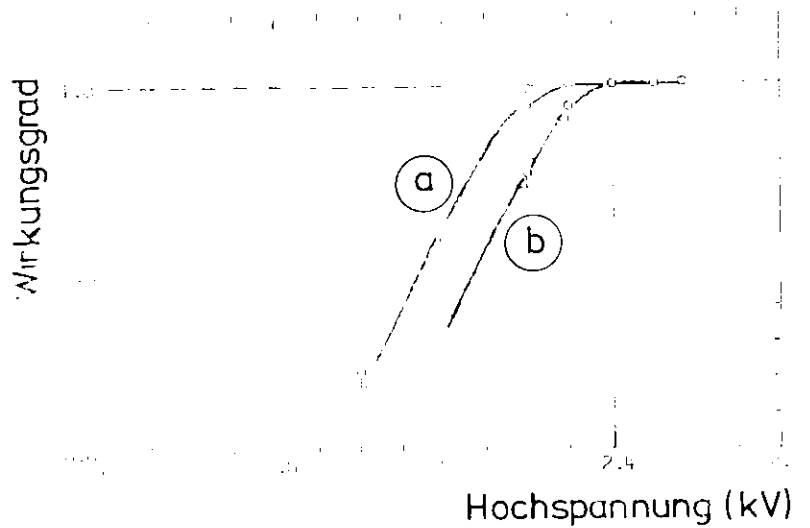


Abb. 43

Wirkungsgrad für Drähte (a)
und Streifen (b)
Eingangswiderstand des
HV-Vorverstärkers: $R = 2 \text{ k}\Omega$



Obwohl es vollen Wirkungsgrad aufweist, wird das Ereignis der Abb 41a nicht berücksichtigt, weil noch ein Nebenfunkeln auftritt.

Das Ereignis der Abb. 41b wird als voll efficient interpretiert, obwohl nur ein Funke auf der Spur liegt.

Darüberhinaus unterstellt die Methode, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit aller Drähte gleich ist, eine Annahme, die nicht erfüllt ist (vgl. Abschn. 5.1). Uns interessieren jedoch nur Wirkungsgrade nahe 1; für sie ist die Methode völlig befriedigend.

Die Ansprechwahrscheinlichkeit der Streifen ermittelt das Programm in Bezug auf die Drähte: Wenn immer ein Draht angesprochen hat, wird geprüft, ob auch ein Streifen dazu gesetzt ist. Die so ermittelte Streifen-Ansprechwahrscheinlichkeit, multipliziert mit dem Draht-Wirkungsgrad, ist der hier angegebene Wirkungsgrad der Streifen.

Abb. 42 zeigt den Wirkungsgrad bei einer Strobe-Breite von 300 ns und einem Delay von 150 ns in Abhängigkeit von der Hochspannung. Als Fehler sind die statistisch zu erwartenden Schwankungen eingezeichnet. Sie betragen bei N Ereignissen

$$\sigma = \sqrt{\frac{1-\eta}{N}} \quad (5.2)$$

In diesem Fall ist $N = 200$.

Der Eingangswiderstand der Vorverstärker beträgt hier für Drähte und Streifen $R = 1 \text{ k}\Omega$. Die Verstärkerschwelle, bezogen auf die Vorverstärker-Eingangssignale beträgt für die Drähte 1,5 mV, für die Streifen 0,4 mV. Dem entsprechen am Hauptverstärker-Eingang 5 mV für die Drähte, 4 mV für die Streifen. Das ist die niedrigste Verstärkerschwelle, die auftretende elektronische Störungen noch zuverlässig unterdrückt.

Die obere Kurve gibt den Wirkungsgrad für die Drähte an.

Für sie ergibt sich ein Plateau mit einer Länge von etwa 150 V. Die Streifen erreichen hundertprozentige Ansprechwahrscheinlichkeit erst bei Spannungen ab 2,45 kV.

Bei dieser Spannung treten jedoch schon Durchschläge auf. Ein stabiler Betrieb der Kammer ist nur bis 2,4 kV möglich.

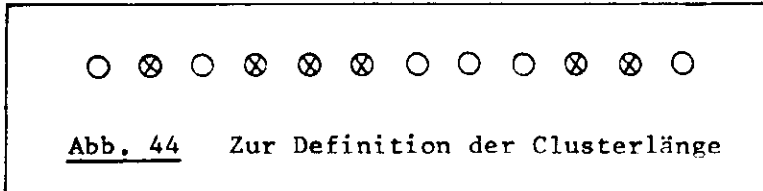
Deshalb wurden die Hochspannungs-Vorverstärker umgerüstet, und zwar bekamen sie einen Eingangswiderstand von $R = 2 \text{ k}\Omega$. Abb.43 zeigt den Erfolg dieser Maßnahme. Man kann zwar auch jetzt noch nicht von einem Plateau für die Streifen sprechen, bei 2,4 kV wird jedoch der volle Wirkungsgrad erreicht. Aus mehrfach wiederholten Messungen folgt bei $V_0 = 2,4 \text{ kV}$ ein Wirkungsgrad für Drähte und Streifen von

$$\underline{\eta \gg 0,995}$$

Obwohl bei dieser Messung nicht alle Drähte der Kammer gleichmäßig getroffen werden (vgl. die Wiremaps der Abb.37 und 38), ist der angegebene Wirkungsgrad als Wirkungsgrad der gesamten Kammer anzusehen.

5.6 Clusterlänge

Ein Cluster ist eine zusammenhängende Gruppe von gesetzten Drähten, bzw. Streifen. Die Zahl der Streifen eines Clusters heißt Clusterlänge. Als Beispiel zeigt Abb. 44 drei Cluster mit den Clusterlängen 1, 3 und 2.



Besonders bei Ereignissen mit vielen-Teilchenspuren ist eine geringe Clusterlänge erforderlich, um die Spuren trennen zu können.

Da nicht jedes Höhenstrahl-Ereignis dieselbe Clusterlänge erzeugt, muß sie über viele Ereignisse gemittelt werden, um sinnvolle Aussagen über ihre Abhängigkeit von Strobe, Delay und Hochspannung machen zu können.

Sei cl_i die Clusterlänge des Ereignisses i . Bei N Ereignissen ist dann die mittlere Clusterlänge $\langle cl \rangle$ der Kammer definiert als

$$\langle cl \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N cl_i \quad (5.3)$$

Abb. 45 zeigt die mittlere Clusterlänge der Streifen in Abhängigkeit von Strobe und Delay. Es ist $N = 200$. Die mittlere Clusterlänge beträgt 2,2 und bleibt mit optimaler Delay-Einstellung auch bei großem Strobe konstant. Dies zeigt, daß die Nachbarstreifen so schnell ansprechen, daß eine Verringerung der Clusterlänge durch Strobe und Delay nicht zu erreichen ist.

Die Abhängigkeit der mittleren Clusterlänge von der Hochspannung ist in Abb. 46 dargestellt. Es wird kein Plateau erreicht. Je höher die Spannung wird, desto größer werden die Signale und desto mehr Signale liegen über der Verstärkerschwelle.

Die Kammer sollte also bei der niedrigsten Spannung betrieben werden, mit der hundertprozentige Ansprechwahrscheinlichkeit erzielt werden kann.

Um die in Abschn. 4.6 gemachten Aussagen überprüfen zu können, ist in Abb. 47 eine typische Häufigkeitsverteilung der Clusterlängen bei 2,4 kV dargestellt. Sie bestätigt die dort geäußerten Erwartungen. Clusterlängen $cl > 4$ sind sehr selten; sie treten in weniger als 3% aller Fälle auf.

Abschließend sei angemerkt, daß Höhenstrahlteilchen minimal ionisierend sind. Niederenergetische Teilchen erzeugen etwa um einen Faktor 2 bis 3 größere Signale und lassen somit größere Clusterlängen erwarten.

Abb. 45

Mittlere Clusterlänge
in Abhängigkeit
von der Strobe-Breite.
Parameter: Delay in ns

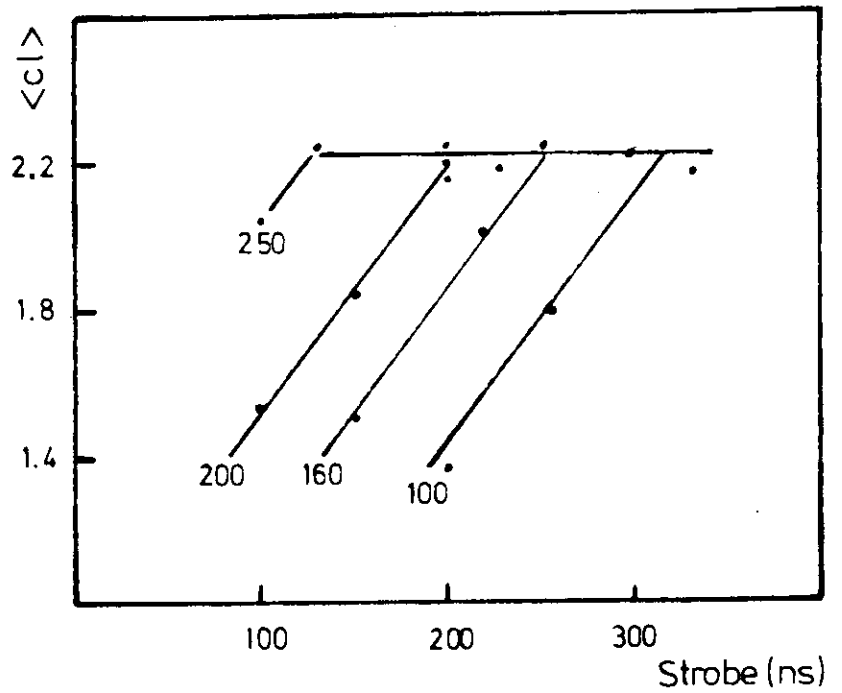


Abb. 46

Mittlere Clusterlänge
als Funktion der Hochspannung

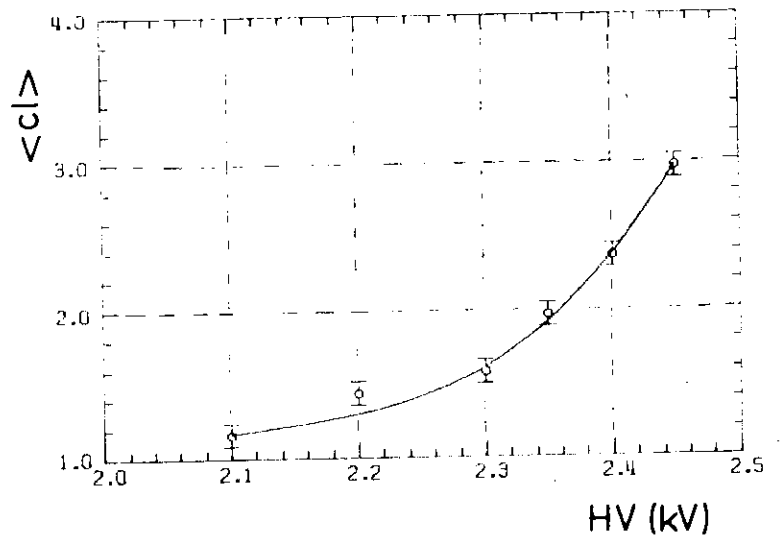
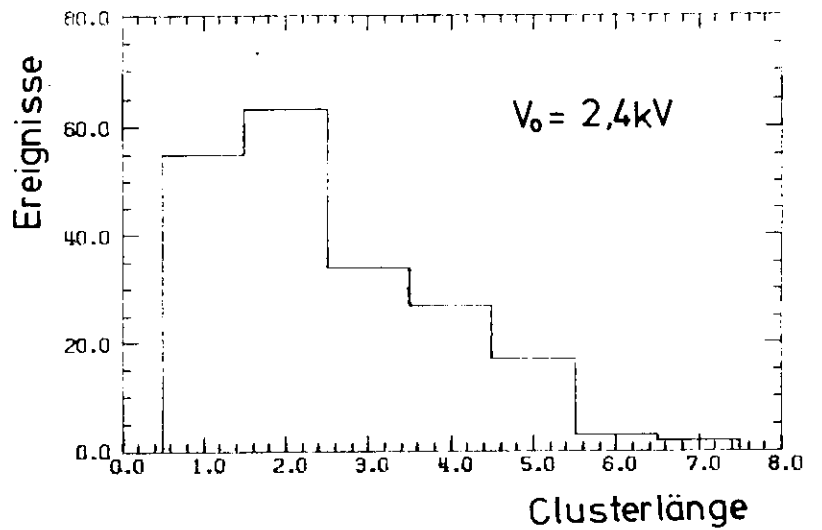


Abb. 47

Verteilung der Clusterlängen



Zusammenfassung

Eine zylindrische Proportionalkammer (Drahtabstand $s = 2,36$ mm; Abstand HV-Fläche - Draht $L = 5$ mm) mit in Streifen unterteilten Hochspannungsflächen wurde untersucht.

Die Fertigung einer solchen Kammer erfordert hohe mechanische Präzision:

- Sollen sich die Signale für jeden Ort in der Kammer um nicht mehr als den Faktor 3 unterscheiden, muß der Abstand HV-Fläche - Draht auf $\pm 0,12$ mm genau eingehalten werden.
- Feldüberhöhungen an den Hochspannungsflächen verursachen Funkenüberschläge. Deshalb dürfen die Hochspannungsflächen keine Unebenheiten oder gar scharfe Kanten aufweisen.

Große Signale auf den Streifen und hohe Ortsauflösung erfordern einen möglichst geringen Abstand der Hochspannungsflächen voneinander:

- Die Signalthöhe ist proportional zu L^{-2} .
- Auf einen Streifen der Breite $d = 2L$ entfallen 92% des gesamten auf die Hochspannungsfläche influenzierten Stromes.

Das Ansprechen mehrerer zusammenhängender Streifen wird im wesentlichen vom Übersprechen verursacht. Aus der Lösung eines Differentialgleichungssystems für kapazitiv gekoppelte RC-Glieder folgt die Abhängigkeit des Übersprechens von den elektronischen Parametern der Kammer. Für die untersuchte Kammer beträgt das Verhältnis Signal : Übersprechen = 4 : 1 (12 db).

Die Kammer kann mit einem Gasgemisch von 90% Argon, 10% Propan bis zu einer Hochspannung von $V_0 = 2,4$ kV sicher betrieben werden. Sie ist mit Höhenstrahlen getestet worden.

Der gesamte von Kammer und Elektronik erzeugte Timejitter beträgt für die Drahtsignale 80 ns, für die Streifensignale 120 ns.

Für die Drähte ergibt sich eine Plateaulänge des Wirkungsgrades von 150 V, für die Streifen wird kein Plateau erreicht. Dennoch ist bei 2,4 kV der Wirkungsgrad für Drähte und Streifen $\eta \approx 0,995$.

Die mittlere Streifenclusterlänge beträgt $\langle cl \rangle = 2,2$.

Literatur

- BO 70 R. Bouclier et al., Nucl. Inst. Meth. 88 (1970) 149
- BR 73 M. Breidenbach, Nucl. Inst. Meth. 108 (1973) 23
- BU 72 J. Buchanan et al., Nucl. Inst. Meth. 99 (1972) 159
- CH 69 G. Charnak, Development of Multiwire Proportional Chambers,
CERN Courier, Vol. 9, No. 6 (1969)
- CH 70 G. Charnak et al., Nucl. Inst. Meth. 80 (1970) 13
- CL 70 L. Collatz, Differentialgleichungen, Teubner, Stuttgart 1970
- CO 72 L. Cohen et al., Nucl. Inst. Meth. 103 (1972) 125
- CP 70 G. Charnak, Ann. Rev. Nuc. Sc. 20 (1970) 195
- CU 49 S.C. Curran, J.D. Craggs, Counting Tubes, Butterworths, London 1949
- DA 73 A.J. Davies, C.J. Evans, The Theory of Ionisation Growth in Gases
Under Pulsed and Static Fields, CERN 73-10 (1973)
- EN 56 A. v. Engel, Handbuch der Physik (S.Flügge) 21 (1956) 504
- ER 72 G.A. Erskine, Nucl. Inst. Meth. 105 (1972) 565
- FÜ 59 E. Fünfer, H. Neuert, Zählrohre und Szintillationszähler, Braun,
Karlsruhe 1959
- GL 73 G. Glöe, Diplomarbeit, Hamburg 1973
- IR 74 P. Irsps, Diplomarbeit, Hamburg 1974
- LE 72 D.M. Lee, S.E. Sobottka, Nucl. Inst. Meth. 104 (1972) 179
- LI 72 H. Lierl, Diplomarbeit, Hamburg 1972
- MI 69 S.K. Mitra, Pulse Shape in Multiwire Proportional Chamber, SLAC-108 (1969)
- OL 57 F. Ollendorff, Elektronik freier Raumladungen, Springer, Wien 1957
- PL 74 PLUTO-Handbuch, DESY 1974
- RÄ 64 H. Räther, Electron Avalanches and Breakdown in Gases, Butterworths,
London 1964
- RO 41 M.E. Rose, S.A. Korff, Phys. Rev. 59 (1941) 850
- SC 71 P. Schilly et al., Nucl. Inst. Meth. 91 (1971) 221
- ZI 74 W. Zimmermann, Persönliche Mitteilung

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand bei der Gruppe F 33 am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY in Hamburg.

Ich danke Herrn Prof. Dr. G. Weber für die Vermittlung dieser Diplomarbeit;

Herrn Dr. U. Timm für ständige Betreuung und die Förderung der Arbeit durch viele Anregungen;

den Herren Dr. L. Criegee, Dr. G. Franke, Dr. T.N. Ranga-Swamy, W. Krechlock, R. Schmitz für wertvolle Ratschläge sowie die Bereitstellung ihrer Programme;

Herrn W. Zimmermann für die großzügige Hilfe bei allen elektronischen und experimentellen Fragen;

den Herren H. Ahrens, R. Cyriacks, H. Kock, A. Marxen, H. Schultz für die Unterstützung im technischen Bereich;

den Herren Dr. A. Giese, Dr. G. Poelz, Th. Kahl und meinem Studienfreund H. Oertel für weitere Hinweise und Diskussionen;

Frau W. Kuffner für die Unterstützung bei der Anfertigung der Zeichnungen.

AN H A N G A
=====

Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren des DGL-Systems der gekoppelten Streifen

Die Eigenwerte des DGL-Systems Gleichung 4.6 werden aus der Gleichung $\det A_N = 0$ berechnet, wobei

$$A_N = \begin{pmatrix} -a-\lambda & b & 0 & 0 & \dots \\ b & -a-\lambda & b & 0 & \dots \\ 0 & b & -a-\lambda & b & \dots \\ 0 & 0 & b & -a-\lambda & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} = A_N(\lambda)$$

N ist die Dimension der Matrix.

Wir definieren

$$\bar{A}_N = \begin{pmatrix} -\frac{a+\lambda}{b} & 1 & 0 & 0 & \dots \\ 1 & -\frac{a+\lambda}{b} & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & -\frac{a+\lambda}{b} & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

Dann ist $\det A_N = b^N \det \bar{A}_N$.

Nach dem Entwicklungssatz von Laplace ist $\det \bar{A}_n = -\frac{a+\lambda}{b} \det \bar{A}_{n-1} - \det \bar{A}_{n-2}$, bzw. $\det \bar{A}_n + \frac{a+\lambda}{b} \det \bar{A}_{n-1} + \det \bar{A}_{n-2} = 0$.

Diese Rekursionsformel wird von den Tschebyscheff Polynomen erfüllt, für die gilt $S_n(x) - 2x \cdot S_{n-1}(x) + S_{n-2}(x) = 0$.

Wir setzen $-2x = (a+\lambda)/b$, d.h. $\lambda = -a - 2bx$.

Berechnen wir $\det \bar{A}_2 = (a+\lambda)^2 b^{-2} - 1 = 4x^2 - 1 = S_2$, so erkennen wir, daß die Determinante $\det \bar{A}_N$ das N-te Tschebyscheff Polynom 2. Art ist:

$$\det \bar{A}_N = S_N(x)$$

Für S_N gilt (CL 70):

$$S_N(x) = \frac{\sin[(N+1) \arccos x]}{\sqrt{1-x^2}}$$

Setzen wir $x = \cos \varphi$, so wird

$$S_N(x) = \frac{\sin[(N+1) \varphi]}{\sin \varphi}$$

Die Eigenwertgleichung lautet dann $S_N(x) = 0$.

Daraus folgt $(N+1)\varphi = m\pi$ mit $m = 1 \dots N$

Es ergeben sich also N Werte für φ und damit auch N Eigenwerte:

$$\lambda_m = -a - 2b \cos \frac{m}{N+1} \pi \quad m = 1 \dots N$$

Die zugehörigen Eigenvektoren \vec{v}_m werden aus der Gleichung $A_N(\lambda_m) \vec{v}_m = 0$ berechnet. Setzen wir die erste Komponente v_1^m des Eigenvektors \vec{v}_m $v_1^m = 0$, so wird $v_2^m = v_3^m = \dots = v_N^m = 0$. Der Nullvektor wird als triviale Lösung ausgeschlossen.

Da jeder Eigenvektor mit einem konstanten Faktor multipliziert werden kann, dürfen wir $v_1^m = 1$ setzen. Daraus folgt $v_2^m = -2 \cos \frac{m}{N+1} \pi$ und weiter gilt

$$V_n^m + 2 \cos \left(\frac{m}{N+1} \pi \right) V_{n+1}^m + V_{n+2}^m = 0$$

d.h. die v_n^m sind wie die Determinanten Tschebyscheff Polynome 2. Art:

$$V_n^m = S_{n-1} \left(-\cos \frac{m}{N+1} \pi \right) = (-1)^{n-1} S_{n-1} \left(\cos \frac{m}{N+1} \pi \right)$$

Das ergibt

$$V_n^m = (-1)^{n-1} \cdot \frac{\sin \frac{n \cdot m}{N+1} \pi}{\sin \frac{m}{N+1} \pi} \quad n, m = 1 \dots N$$

Multiplizieren wir jeden Eigenvektor \vec{v}_m mit dem Faktor $-\sin \frac{m}{N+1} \pi$,

so erhalten wir schließlich für die Eigenvektoren

$$\underline{V_n^m = (-1)^n \sin \frac{n \cdot m}{N+1} \pi} \quad m, n = 1 \dots N$$

AN H A N G B
=====

FORTRAN - Programm zur Signalberechnung

Das aufgelistete FORTRAN - Programm berechnet die Signale von 5 benachbar-
ten Streifen nach Gleichung 4.17 mit den Parametern der Tabelle 2 .

Die Subroutine EXPI (RES, X, IER) berechnet

$$RES = \int_x^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt \quad ; \quad IER = 0 \quad ; \quad X \neq 0$$

für $X \geq -4$ und setzt $IER = 1$ für $X < -4$.

Die Subroutine SIMO (A, Y, N, KS) löst das N-dimensionale lineare Glei-
chungs-System $A \cdot X = Y$. Der eingegebene Vektor Y wird durch die Lösung
ersetzt. Fehlermeldung $KS = 1$ für singuläre Lösung, sonst $KS = 0$.

LEVEL 21.6 (MAY 72)

OS/360 FORTRAN H

COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=00,LINECNT=60,SIZE=0000K,
SOURCE,EPCDIC,NOLIST,NOOECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,NOID,NOXREF

```

ISN 0002      DIMENSION RA(5)
ISN 0003      DIMENSION CC(5,5),YC(5)
ISN 0004      DIMENSION V(5,5),D(5,5),F(5),G(5)
ISN 0005      READ(5,1) V,C,G
ISN 0006      FA=10.
ISN 0007      R = .2
ISN 0008      C = 16.
ISN 0009      CK = 9.5
ISN 0010      T = .C4E
ISN 0011      A = R*(C+2.*CK)
ISN 0012      B = R*CK
ISN 0013      A5=1./(A*(A*A-3.*B*B))

```

```

C
C   ELEMENTE DER INVERSEN MATRIX ZU A
C   A5 * RA(I)
C   EIGENWERTE   -1/F(L)
C

```

```

ISN 0014      RA(1)=B*B
ISN 0015      RA(2)=A*B
ISN 0016      RA(3)=A*A-B*B
ISN 0017      RA(4)=RA(2)
ISN 0018      RA(5)=RA(1)
ISN 0019      DO 7 L=1,5
ISN 0020      7   F(L)=-1/(A+B*G(L))

```

```

C
C   LOESUNG DER RANCBEDINGUNG  V*Z = Y0
C
ISN 0021      CC 11  I=1,5
ISN 0022      Y0(I)=C.
ISN 0023      DO 9  L=1,5
ISN 0024      E=F(L)*T
ISN 0025      CALL EXP1(RES,E,IER)
ISN 0026      IF(IER.EQ.1) GOTO 12
ISN 0028      YP=0.
ISN 0029      DO 13  K=1,5
ISN 0030      YP=YP+D(L,K)*RA(K)
ISN 0031      YP=YP*RES*EXP(E)
ISN 0032      9  Y0(I)=Y0(I)+V(I,L)*YP
ISN 0033      11  Y0(I)=Y0(I)*R*A5*FA
ISN 0034      DO 10  J=1,5
ISN 0035      DO10  I=1,5
ISN 0036      10  CC(I,J)=V(I,J)
ISN 0037      CALL SIMQ(CC,Y0,5,KS)
ISN 0038      IF(KS.EQ.1) GOTO 12

C
C   BERECHNUNG DER SIGNALE
C   UND AUSDRUCK IN LISTENFORM
C
ISN 0040      COS  I=1,3
ISN 0041      WRITE(6,6) I
ISN 0042      DO 4  J=1,200
ISN 0043      X=J-1
ISN 0044      Y=0.
ISN 0045      DO 2  L=1,5
ISN 0046      EE=F(L)*X
ISN 0047      E=F(L)*(X+T)
ISN 0048      CALL EXP1(RES,E,IER)
ISN 0049      IF(IER.EQ.1) GOTO 5
ISN 0051      YP=C.
ISN 0052      DO 15  K=1,5
ISN 0053      YP=YP-D(L,K)*RA(K)
ISN 0054      YP = YP*RES
ISN 0055      2  Y=Y+V(I,L)*(EXP(EE)*Y0(L)+YP*EXP(E)*R*A5*FA)
ISN 0056      4  WRITE(6,3) X,Y
ISN 0057      5  CONTINUE
ISN 0058      WRITE(6,8)  V, D, G
ISN 0059      STCP
ISN 0060      12  WRITE(6,14)
ISN 0061      STCP
ISN 0062      1  FORMAT(5F10.0)
ISN 0063      3  FORMAT(F10.3,F10.5)
ISN 0064      6  FORMAT('ZEIT IONS  STREIFEN-NR.',I2)
ISN 0065      8  FORMAT(X,11(5F10.5,/,X))
ISN 0066      14  FORMAT(' SYSTEM NICHT LOESBAR')
ISN 0067      END

```

OPTIONS IN EFFECT NAME= MAIN,OPT=00,LINECNT=60,SIZE=0000K,

OPTIONS IN EFFECT SOURCE,ERC DIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NCEDIT,NOID,NOXREF

STATISTICS SOURCE STATEMENTS = 66 ,PROGRAM SIZE = 2470

STATISTICS NO DIAGNOSTICS GENERATED

***** END OF COMPILATION *****

173K BYTES OF CORE NOT USED

EINGELESENE MATRIZEN V, D
UND VEKTOR G:

1.00000	-1.73205	2.00000	-1.73205	1.00000
1.00000	-1.00000	0.0	1.00000	-1.00000
1.00000	0.0	-1.00000	0.0	1.00000
1.00000	1.00000	0.0	-1.00000	-1.00000
1.00000	1.73205	2.00000	1.73205	1.00000
1.00000	3.00000	4.00000	3.00000	1.00000
-1.73205	-3.00000	0.0	3.00000	1.73205
2.00000	0.0	-4.00000	0.0	2.00000
-1.73205	3.00000	0.0	-3.00000	1.73205
1.00000	-3.00000	4.00000	-3.00000	1.00000
1.73205	1.00000	0.0	-1.00000	-1.73205

Ich versichere, daß ich diese Arbeit unter Angabe aller wesentlichen Quellen und Hilfsmittel selbständig angefertigt habe.