

DESY-Bibliothek

5. Juli 67 ✓

DESY

Interner Bericht

F 35-4-67

Mai 1967

Untersuchung über die Möglichkeiten der Λ, Σ - Trennung
bei der Photoproduktion von K^+ - Mesonen mit Hilfe von
Monte-Carlo-Rechnungen

von

Jürgen Brandes

II. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg,
Germany

Inhaltsverzeichnis

Seite

I.	Einleitung	1
II.	Das Monte-Carlo-Programm zur Ermittlung der Λ, Σ - Zerfallsverteilungen	2
	1. Aufgabe des MC-Programms	2
	2. Physikalische Grundlagen	3
	3. Flußdiagramm	11
III.	Experimentelle Möglichkeiten der Λ, Σ - Trennung	14
	1. Allgemeine Voraussetzungen	14
	2. Methode I - Nachweis des Gammaquants	16
	3. Methode II - Winkelmessung	19
	4. Methode III - Energiebestimmung	24
	Zusammenfassung	28
	Literaturhinweise und Anmerkungen	29

I. Einleitung

Es ist beabsichtigt, die Photoproduktion von K^+ -Mesonen, die über die energetisch wenig verschiedenen Reaktionen $\gamma p \rightarrow K\Lambda$, $\gamma p \rightarrow K\Sigma$ erfolgt, zu untersuchen. Zur Messung der Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \rightarrow K\Lambda)$, $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \rightarrow K\Sigma)$ sollen in einem Schrägfensterspektrometer Impuls P_{K^+} und Winkel θ_{K^+} des K^+ -Mesons, das mit Kenntnis von P_{K^+} in einem diff. C-Zähler identifiziert wird, bestimmt werden. Damit sind über Energie- und Impulserhaltungssatz die übrigen kinematischen Größen jeder der beiden elastischen Reaktionen berechenbar. Um sie jedoch voneinander unterscheiden zu können, muß eine weitere kinematische Größe gemessen werden können. In der folgenden Arbeit soll untersucht werden, welche Merkmale der Zerfallsprodukte der Λ, Σ -Teilchen dies ermöglichen. Auf die Anwendung einer Differenzmessung wird nicht eingegangen, obwohl sie möglich ist, da die Spektrometer-Auflösung der γ -Energie K bei kleinen Winkeln unter 1,5 %, bei Winkeln größer als 10 Grad unter 1 % liegt. Sie ist damit kleiner als die Differenz der γ -Energien der Reaktionen $\gamma p \rightarrow K\Lambda$, $\gamma p \rightarrow K\Sigma$, wenn beide K^+ -Mesonen gleichen Winkel und gleichen Impuls haben. Sie hat für $K = 6.5$ GeV, $\theta_{K^+} = 13^\circ$ den Wert von 1,8 %. Ist nur eine Messung von $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\gamma p \rightarrow K\Lambda)$ erwünscht, ist auch eine Differenzmessung unnötig, denn für geeignete θ_{K^+} , P_{K^+} sind für Σ -Prozesse Energien oberhalb der Bremskante erforderlich.

Durch das Spektrometer sind zwar die kinematischen Parameter der Λ, Σ -Teilchen bekannt, ihre kurze Lebensdauer und elektrische Neutralität macht ihren unmittelbaren Nachweis dennoch unmöglich. Die dagegen meßbaren Winkel- und Energieverteilungen der Zerfallsprodukte folgen stochastischen Gesetzen; ihre Untersuchung wird ermöglicht durch ein Monte-Carlo-Programm, welches zunächst entwickelt werden soll.

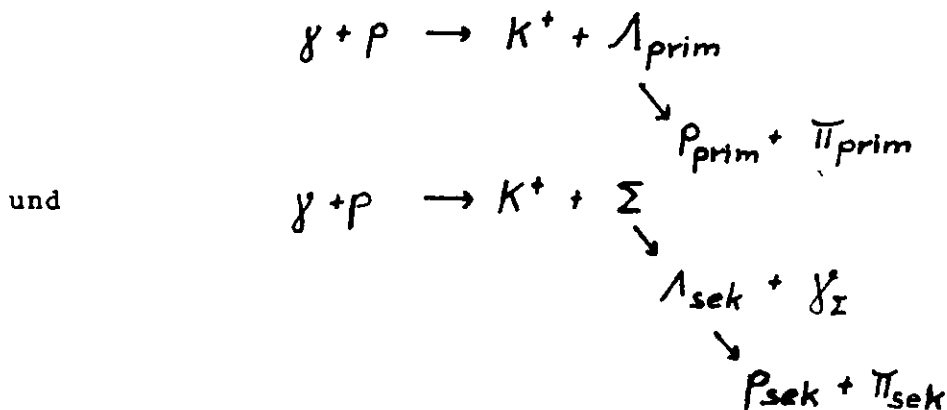
Anschließend werden Möglichkeiten der Λ, Σ -Trennung - wie Nachweis des Gammaquants vom Σ -Zerfall - angegeben und ihr Gültigkeitsbereich mit Hilfe des MC-Programms untersucht.

II. Das Monte-Carlo-Programm zur Ermittlung der Λ, Σ -Zerfallsverteilungen

1. Aufgabe des Monte-Carlo-Programms

Um alle Möglichkeiten der Λ, Σ -Trennung untersuchen zu können, wird ein Rechenprogramm entwickelt, das bei gegebenem Winkel θ_{K^+} und Impuls P_{K^+} des K^+ -Mesons und deren Fehlern $\Delta\theta_{K^+}^h, \Delta\theta_{K^+}^v, \Delta P_{K^+}$ die Energien K des Gammaquants, E_Λ des Λ -Teilchens bzw. E_Σ des Σ -Teilchens einschließlich ihrer Fehler $\Delta K, \Delta E_\Lambda, \Delta E_\Sigma$ berechnet.

Mit Hilfe der MC-Methode^{*)}, d.h. geeigneter Verwendung von Zufallszahlen zur Simulierung stochastischer Prozesse und zur Durchführung von Integrationen, bestimmt es für die Reaktionen



die Häufigkeitsverteilungen aller auftretenden Teilchen als Funktion von beliebigen Koordinaten, Winkeln oder Energien mit entsprechenden Größen (i.a. θ_{K^+}, P_{K^+}) als Parameter. Das Rechenprogramm ermöglicht die Berechnung sämtlicher Häufigkeitsverteilungen unter Einbeziehung der Fehler von θ_{K^+} und P_{K^+} und unter Berücksichtigung des exponentiellen Zerfallsgesetzes von Λ und Σ .

Ein Teil dieser Ergebnisse, z.B. $dz_{\gamma_{\Sigma}} = f(\theta_{\gamma_{\Sigma}}) \cdot d\Omega$, die Anzahl der γ_{Σ} -Ereignisse als Funktion des Laborwinkels $\theta_{\gamma_{\Sigma}}$ in einen vorgegebenen Raumwinkel, ließe sich exakt analytisch über die Raumwinkeltransformationen berechnen:

$$\frac{dz_{\gamma}}{z_0} = \frac{d\Omega_{\gamma}^*}{4\pi} = \frac{d\Omega_{\gamma} \cdot (1-\beta^2) |1 + \beta \gamma \cdot \cos \theta_{\gamma}|}{4\pi [(q_{\gamma} + \cos \theta_{\gamma})^2 + (1-\beta^2) \sin^2 \theta_{\gamma}]^{3/2}} \quad 1)$$

*) Monte-Carlo-Methode

$\beta = v/c$, v = Geschwindigkeit des Schwerpunktes,
 Z_0 = Anzahl der Σ -Zerfälle, $q_\gamma = \beta$ (allgemein $q_i = \beta/\beta_i$).

Aber schon die Berücksichtigung der Schwankung von E_Σ um ΔE_Σ bedeutet eine nicht triviale Integration über diese Funktion. Bei Anwendung der MC-Rechnung bedeutet das: Stochastische Wahl von E_Σ innerhalb von $E_\Sigma \pm \Delta E_\Sigma$, stochastische Wahl von $\cos \theta_{\gamma\Sigma}^*$ zwischen +1 und -1, Umrechnung von $\theta_{\gamma\Sigma}^*$ in $\theta_{\gamma\Sigma}^{Lab}$. *) Dies einige 1000-mal von der Rechenmaschine in einer Do-Schleife ausgeführt und die Anzahl der γ_Σ -Ereignisse als Funktion von θ_γ^{Lab} dargestellt, liefert das Ergebnis. Die Vorteile der MC-Methode bei doppelten Zerfällen potenzieren sich.

2. Physikalische Grundlagen

Die Reihenfolge, in der die benötigten Formeln hergeleitet werden, entspricht der ihrer Anwendung im Programm. Es genügt die Reaktion $\gamma p \rightarrow K \Sigma$ zu verfolgen, da das Programm der Λ -Erzeugung keine anderen Formeln benötigt und weniger kompliziert ist.

Mit θ, φ, P, T, E seien die sphärischen Winkel, der Impuls, die kinetische und die Gesamtenergie bezeichnet. Etwaige Indizes kennzeichnen die Teilchenart.

Herzuleiten sind aus θ_{K^*}, P_{K^*} über Energie- und Impulserhaltungssatz $K, \theta_\Sigma, P_\Sigma$ und mit den Fehlern von θ_{K^*}, P_{K^*} die Schwankungen von $K, \theta_\Sigma, \varphi_\Sigma, P_\Sigma$. Der Zerfallspunkt des Σ wird stochastisch so gewählt, daß das exponentielle Zerfallsgesetz erhalten bleibt. Unter Beachtung der Isotropie des Zerfalls im Schwerpunktsystem (CM) ergibt sich die stochastisch zu ermittelnde Zerfallsrichtung θ^*, φ^* der Sekundärteilchen im CM. Diese und die Energie E^* der Sekundärteilchen müssen in das ruhende System transformiert werden. Die Winkel der Zerfallsprodukte in dem Laborsystem mit der y-Achse in Richtung des Gammastrahls und der x,y.-Ebene in der Produktionsebene folgen aus herzuleitenden Transformationsformeln.

*) Es ist üblich, Variable im Schwerpunktsystem mit * zu kennzeichnen.

Sind Energie und Richtung des Λ_{sek} im Ausgangssystem errechnet, müssen zur Berechnung des Λ_{sek} -Zerfalls die Betrachtungen des Σ -Zerfalls wiederholt werden, was mit ähnlichen Formeln geschieht.

Die gesuchten Häufigkeitsverteilungen ergeben sich durch wiederholte Hintereinanderausführung solcher stochastisch variierten Zerfallsprozesse.

Es ist zweckmäßig, die Formeln, die Zufallszahlen verwenden, zusammenhängend darzustellen. Zufallszahlen im Intervall (0,1) liefert die Rechenmaschine durch Aufrufen der Funktion ZPF (ZU).³⁾ Die Funktion ZPF (ZU) erlaubt die Berücksichtigung der Energieun- genauigkeit ΔE_{Σ} und der horizontalen und vertikalen Winkelun- genauigkeiten $\Delta \theta_{\Sigma}^h$, $\Delta \theta_{\Sigma}^v$ über die Formeln:

$$(2) \quad E_{\Sigma} = E_{\Sigma}^0 + \Delta E_{\Sigma} \cdot \text{ZUF}$$

$$(3) \quad \Delta \theta_x = \Delta \theta_{\Sigma}^h \cdot \text{ZUF}$$

$$(4) \quad \Delta \theta_z = \Delta \theta_{\Sigma}^v \cdot \text{ZUF}$$

wobei ZUF als Abkürzung für den Ausdruck $2 \cdot \text{ZPF}(\text{ZU}) - 1$ genommen wird.

E_{Σ}^0 : aus θ_K, P_K berechnete Σ -Energie (Sollenergie).

Dabei ist angenommen, daß alle Werte innerhalb der Fehlergrenzen gleichhäufig auftreten.

Die Reaktionspunkte im Target werden gewählt durch:

$$(5) \quad \begin{aligned} x_T &= a/2 \cdot \text{ZUF} \\ y_T &= b/2 \cdot \text{ZUF} \\ z_T &= c/2 \cdot \text{ZUF} \end{aligned}$$

a, b, c = Targetabmessungen

Um isotropen Zerfall^{*)} im CM zu erreichen, muss θ^*, φ^* so gewählt werden, daß alle Schnittpunkte der Teilchenbahnen mit der Einheitskugel um den Zerfallspunkt auf ihr gleichverteilt sind. Das

*) Dies ist eine Vereinfachung der tatsächlichen Verhältnisse. Sie ist aber z.B. für den Λ -Zerfall der Methode I belanglos, wenn man alle Protonen nachweist.

geschieht durch:

$$(6) \quad \cos \theta^* = ZUF$$

$$(6a) \quad \varphi = \varphi^* = 2\pi \cdot ZUF$$

$$da \quad \Delta \Omega^* = \sin \theta^* \Delta \theta^* \Delta \varphi = \Delta \cos \theta^* \cdot \Delta \varphi$$

Das exponentielle Zerfallsgesetz für ein Teilchen der mittleren Lebensdauer τ lautet:

$$(7) \quad w(t) = \exp(-t/\tau)$$

$W(t)$ ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen nach der Zeit t noch vorzufinden.

Man setzt:

$$(8) \quad w(t) = ZPF(ZU)$$

Das erlaubt es, das Zerfallsgesetz mit einer Gleichverteilung zu simulieren. Dieser Ansatz ist berechtigt, denn $W(t)$ nimmt alle Werte zwischen 0 und 1 an, ohne bestimmte zu bevorzugen.

Aus (7) und (8) erhält man (9) $t = -\tau \cdot \ln(ZPF(ZU))$.

Die übliche mathematische Begründung von (6) und (8) verwendet Verteilungsfunktionen.²⁾

Für die Zerfallslänge R folgt aus (9)

$$(10) \quad R = \beta \cdot c \cdot t / \sqrt{1 - \beta^2}$$

$\beta = v/c$, v = Geschwindigkeit des Teilchens, c = Lichtgeschwindigkeit.

Bei den weiteren Ableitungen gilt $c = 1$.⁶⁾

Der Energie- und Impulserhaltungssatz lautet in Vierervektoren geschrieben:

$$\tilde{k} + \tilde{P}_P = \tilde{P}_Z + \tilde{P}_K$$

$$(\tilde{k} + \tilde{P}_P - \tilde{P}_K)^2 = \tilde{P}_Z^2 = \tilde{P}_Z^{*2}$$

$$m_P^2 + m_K^2 + 2k m_P - 2k E_K - 2m_P E_K - 2k P_K \cdot \cos \theta_K = m_Z^2$$

$$(11) \quad k = \frac{m_Z^2 - m_P^2 - m_K^2 + 2m_P E_K}{2(m_P - E_K + P_K \cos \theta_K)}$$

$$(12) \quad E_Z = k + m_P - E_K$$

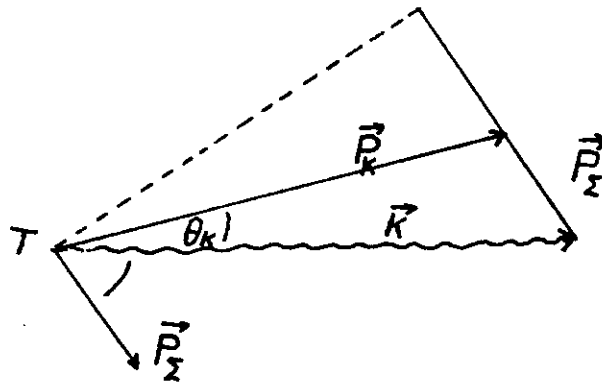


Fig. 1

Aus Fig. 1: $P_K \sin(\theta_K + \theta_Z) = k \cdot \sin \theta_Z$
(Projektion auf gestrichelte Linie)

$$(13a) \quad \tan \theta_Z = -\sin \theta_K / (\cos \theta_K - k/P_K)$$

Energie- und Winkelunschärfe $\Delta E_{\Lambda, Z}$, $\Delta \theta_{\Lambda, Z}^h$, $\Delta \theta_{\Lambda, Z}^v$ berechnen sich nach den Formeln (13), (14) und (15).

$$\Delta E = \frac{\partial E}{\partial P_K} \Delta P_K + \frac{\partial E}{\partial \theta_K} \Delta \theta_K$$

$$(13) \quad \Delta E = \frac{\Delta P_K}{P_K} \left(\frac{\partial E}{\partial P_K} P_K + \frac{\partial E}{\partial \theta_K} \frac{\Delta \theta_K}{\Delta P_K} P_K \right)$$

Die letztere Umformung ist notwendig, da für ein Schrägfensterspektrometer P_K und θ_K keine voneinander unabhängigen Größen sind.⁵⁾ Aus dem P, θ -Diagramm⁵⁾ ergibt sich vielmehr $\frac{\Delta P}{P}$ und $P^{-1} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta \theta}$. Den Berechnungen liegen die ungünstigsten Werte $\frac{\Delta P}{P} = \pm 1.32\%$ und $P^{-1} \cdot \frac{\Delta P}{\Delta \theta} = -0.26$ [%/mrad] zugrunde.

$$\frac{\partial K}{\partial P_K} = \frac{k \cdot E_K \cos \theta_K - P_K (m_p + k)}{E_K (E_K - P_K \cos \theta_K - m_p)}$$

$$\frac{\partial E}{\partial P_K} = \frac{\partial K}{\partial P_K} - \frac{P_K}{E_K}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta_K} = \frac{\partial K}{\partial \theta_K} = \frac{-P_K k \cdot \sin \theta_K}{E_K - P_K \cos \theta_K - m_p}$$

$$\begin{aligned} \Delta \operatorname{tg} \theta &= \frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial P_K} \Delta P_K + \frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial \theta_K} \Delta \theta_K \\ &= \frac{\Delta P_K}{P_K} \left(\frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial P_K} P_K + \frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial \theta_K} \cdot \frac{\Delta \theta_K}{\Delta P_K} P_K \right) \end{aligned}$$

$$(14) \quad \pm \Delta \theta^h = \pm \Delta \theta = \operatorname{arctg} (\operatorname{tg} \theta \pm \Delta \operatorname{tg} \theta) - \theta$$

$$\frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial P_K} = \operatorname{tg} \theta \left(\frac{\partial K}{\partial P_K} - \frac{k}{P_K} \right) / P_K (\cos \theta_K - k/P_K)$$

$$\frac{\partial \operatorname{tg} \theta}{\partial \theta_K} = (\cos \theta_K \cdot k \cdot P_K^{-1} - P_K^{-1} \frac{\partial K}{\partial \theta_K} \sin \theta_K - 1) / (\cos \theta_K - k/P_K)^2$$

$$(15) \quad \Delta \theta^v = \Delta \theta_K^v \cdot \sin \theta / \sin \theta_K$$

(15) gilt, da $\Delta \theta^v / \sin \theta = \Delta \theta_K^v / \sin \theta_K = \Delta \varphi$ wobei $\Delta \varphi$ den Winkel zwischen Produktionsebene und Sollebene bezeichnet. Die Sollebene wird aufgespannt durch die Sollbahn, d.h. die Bahn eines Teilchens mit $\Delta \theta^h = \Delta \theta^v = 0$ und durch die Gammastrahlrichtung.

Aus den Formeln (3) und (4) ergaben sich $\Delta \theta_x$ und $\Delta \theta_z$.

$$(16) \quad \Delta \theta = (\Delta \theta_x^2 + \Delta \theta_z^2)^{1/2}$$

$$\text{und } (17) \quad \Delta \varphi = \operatorname{arctg} (\Delta \theta_x / \Delta \theta_z) \quad (\text{für } \Delta \theta_x, \Delta \theta_z > 0)$$

liefern die für Koordinatentransformationen notwendigen sphärischen Winkel.

Die Formeln (13) bis (17) sind im Unterprogramm FEHLER enthalten. Für den Zerfall $1 \rightarrow 2 + 3$ ist mit Gleichung (6) θ_3^* gegeben.

$$(18) \quad \theta_2^* = \pi - \theta_3^*$$

E_3^* liefert:

E_3^* liefert:

$$\tilde{P}_1^* = \tilde{P}_2^* + \tilde{P}_3^*$$

$$(\tilde{P}_1^* - \tilde{P}_3^*)^2 = \tilde{P}_2^{*2}$$

$$m_1^2 + m_3^2 - 2m_1 E_3^* = m_2^2$$

$$(19) \quad E_3^* = (m_1^2 + m_3^2 - m_2^2) / 2m_1$$

E_3^* , θ_3^* sind ins Laborsystem zu transformieren. Dazu ist es zweckmäßig, von der allgemeinen Form der Lorentztransformation auszugehen, da sich die Energiekomponente des Energie-Impulsvektors wie die Zeitkomponente des 4-dim. Abstandsvektors transformiert und da die Transformationsgleichung der 3-dim. räumlichen Koordinaten zur Herleitung der entsprechenden von \vec{P} benötigt wird. Die allgemeine Lorentztransformation⁴⁾ lautet:

$$(20) \quad t = \gamma (t^* + \vec{\beta}^* \cdot \vec{x}^*)$$

$$(21) \quad \vec{x} = \vec{x}^* + \vec{\beta}^* \gamma^* \left(\frac{\gamma^*}{\gamma^* + 1} \vec{\beta}^* \cdot \vec{x}^* + t^* \right)$$

Aus (20) \Rightarrow (22) $E_3 = \gamma^* (E_3^* + \beta^* P_3^* \cos \theta_3^*)$

Aus (21) für \vec{P}_3 : $\vec{P}_3 = \vec{P}_3^* + \vec{\beta} \cdot \gamma \left(\frac{\gamma}{\gamma + 1} \vec{\beta} \cdot \vec{P}_3^* + E_3^* \right)$

Zerlegt in die Komponenten $P_{3\parallel}$ und $P_{3\perp}$, parallel und senkrecht zu $\vec{\beta}$:

$$(23) \quad P_{3\parallel} = P_3 \cos \theta_3 = P_3^* \cos \theta_3^* + \beta \gamma \left(\frac{\gamma}{\gamma + 1} \beta P_3^* \cos \theta_3^* + E_3^* \right)$$

$$(24) \quad P_{3\perp} = P_3 \sin \theta_3 = P_3^* \sin \theta_3^*$$

Quotient von (23) und (24):

$$(25) \quad \operatorname{ctg} \theta_3 = \gamma (\cos \theta_3^* + \eta_3) / \sin \theta_3^* \quad , \quad \eta_3 = \beta E_3^* / P_3^*$$

Für Teilchen 2 analog.

Die Formeln (6), (7), (18), (19), (22), (25) und die analogen für Teilchen 2 sind im Unterprogramm DECAY zusammengefaßt.

Bei einer Drehung der Koordinatenachsen gilt für den Übergang des Systems S' (x', y', z') in das System $S(x, y, z)$:

$$(26) \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} ,$$

wobei die Elemente der Transformationsmatrix die Richtungskosinusse der Achsen des Systems S' in bezug auf die Achsen von S sind.⁹⁾ Diese Formel läßt sich nicht unmittelbar auf die im Programm gegebene Situation anwenden. Dort ist in einem System $S(x, y, z)$ die Richtung eines Teilchens 1 durch (θ_1, φ_1) gegeben. Beim Zerfall sind (θ_2', φ_2') und (θ_3', φ_3') im System $S'(x', y', z')$ bekannt. Gesucht sind θ_2, φ_2 und θ_3, φ_3 im System S . Die y' -Achse von S' fällt mit der Flugrichtung von Teilchen 1 zusammen. x', z' sind in der hierzu senkrechten Ebene beliebig wählbar. Um einfache Zusammenhänge zu erhalten, liege z' in der (z, x) -Ebene, und zwar so, daß (y, y', z) ein Richtungstripel mit derselben Orientierung bilden wie die Koordinatenachsen. (s. Fig. 2) Aus θ_1, φ_1 findet man die Eulerschen Winkel $\theta_E, \varphi_E, \psi_E$ des Systems S' im System S mit $\theta_E = \theta_1, \varphi_E = \varphi_1 + 90, \psi_E = 0$. Die bekannten Ausdrücke der Richtungskosinusse in Eulerschen Winkeln⁷⁾ ergeben die gesuchte Abhängigkeit von θ_1, φ_1 :

$$(26a) \quad \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos \theta_1 \sin \varphi_1 & \sin \theta_1 \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 \\ -\cos \theta_1 \cos \varphi_1 & \sin \theta_1 \cos \varphi_1 & \sin \varphi_1 \end{pmatrix}$$

Aus den Formeln für den Übergang von den Kugelkoordinaten zu den kartesischen Koordinaten und umgekehrt folgt mit $R = 1$

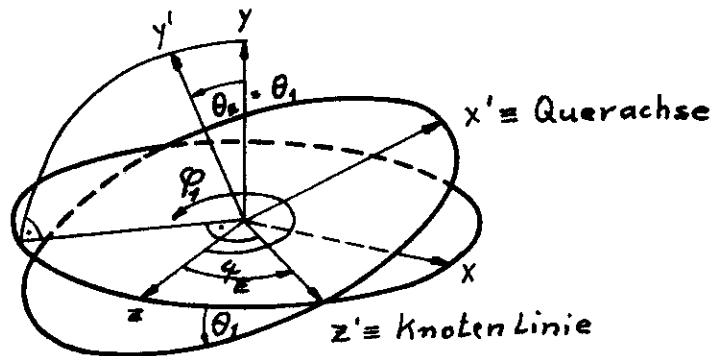
$$(27) \quad \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta' \sin \varphi' \\ \cos \theta' \\ \sin \theta' \cos \varphi' \end{pmatrix}$$

und

$$(28) \quad \theta = \arccos y$$

$$(29) \quad \varphi = \arctg x/z \quad (\text{für } x, z > 0)$$

(Die übrigen Fälle zu x, y unterscheiden sich um Vielfache von π). (27), (26), (28) und (29) für $\theta_{2,3}, \varphi_{2,3}$ hintereinander angewendet, liefern $\theta_{2,3}, \varphi_{2,3}$ im System S. Diese Rechnungen werden im Unterprogramm TRANSW durchgeführt.



$$-\varphi_1 + \varphi_2 = 90$$

$$\varphi_2 = 90 + \varphi_1$$

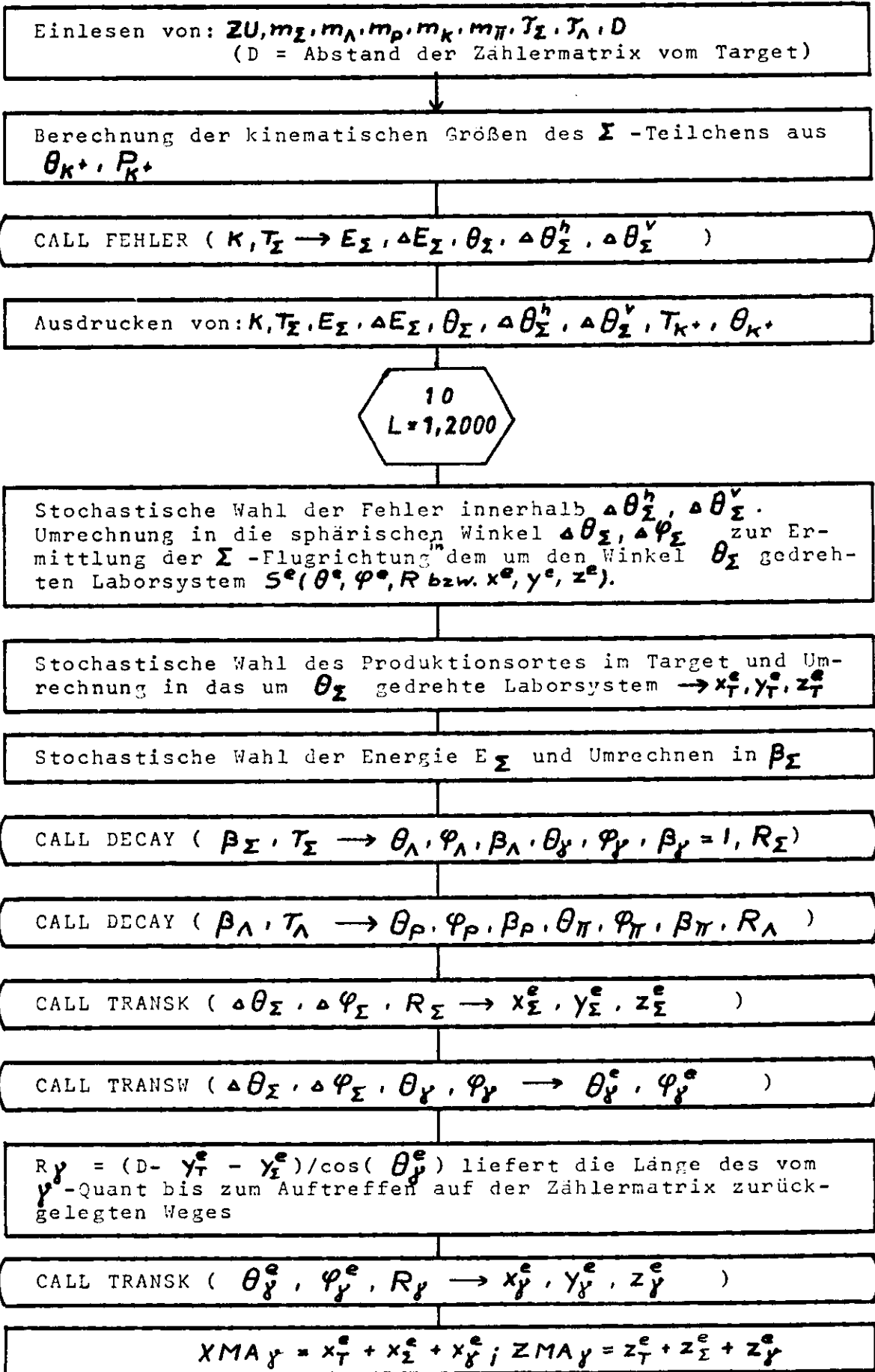
Fig. 2

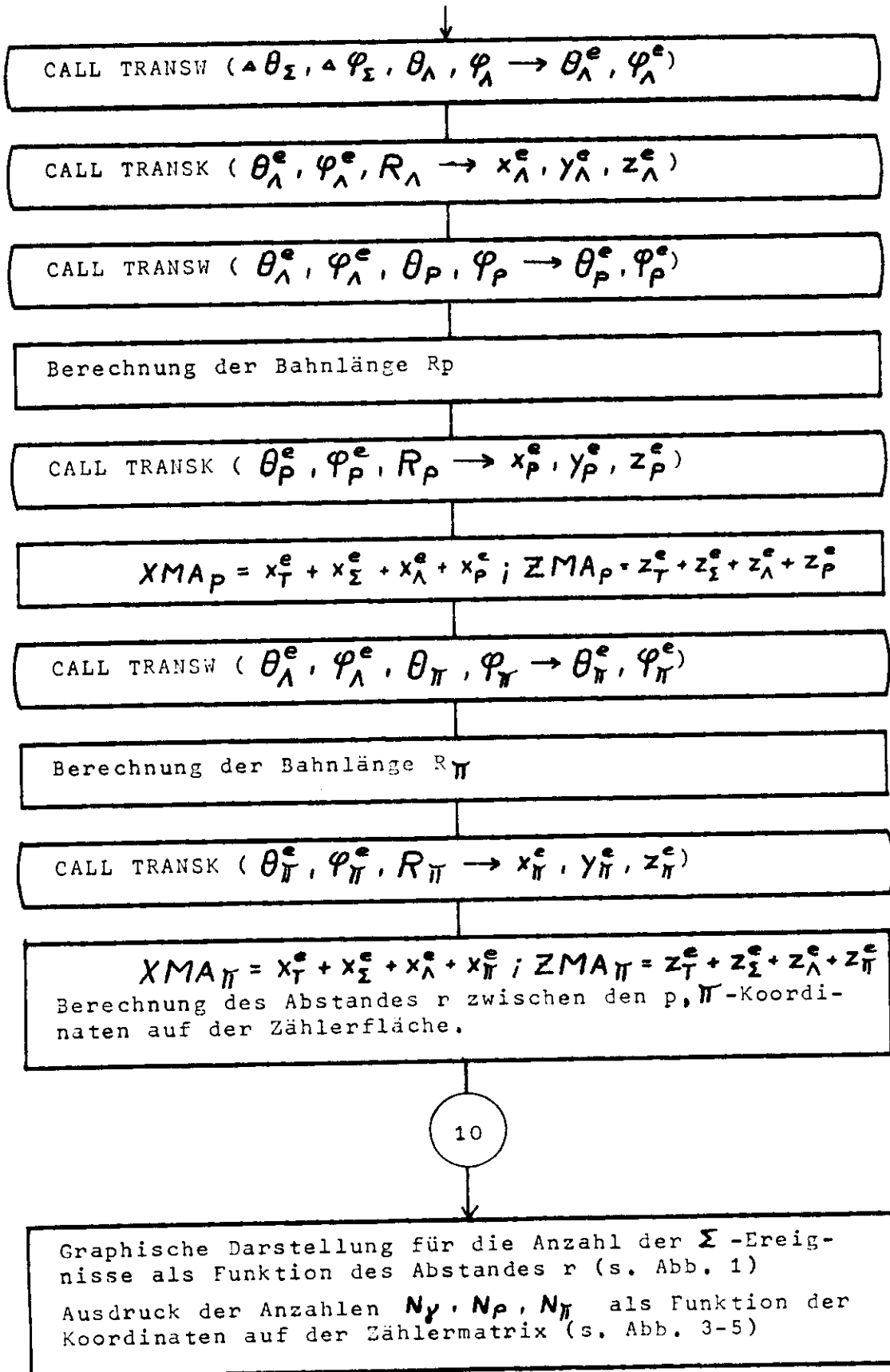
3. Flußdiagramm für den Σ -Zerfall

Die Anfangsbedingungen der Σ -Teilchen innerhalb der Fehlergrenzen, die Winkel der Zerfallsteilchen im Schwerpunktsystem unter der Annahme einer Isotropie sowie Targetort und Zerfallspunkt werden stochastisch gewählt. Die Energie und Winkel der Sekundärteilchen werden ins Laborsystem umgerechnet. Um die Durchgangspunkte durch eine vorgegebene Zählermatrix zu erhalten, erfolgen Transformationen innerhalb verschiedener Laborsysteme.

Diese Prozesse einige 1000-mal hintereinander ausgeführt, liefern die Zerfallsverteilungen.

Die Flußdiagrammsymbole sind ¹⁰⁾ entnommen. Außer TRANSK - Umrechnung von Polar- in kartesische Koordinaten - sind die Unterprogramme bereits erklärt. Der Index e kennzeichnet die endgültigen Werte im Laborsystem.





III. Experimentelle Möglichkeiten der Λ, Σ -Trennung

1. Allgemeine Voraussetzungen

Allen nachfolgend beschriebenen Methoden ist gemeinsam, daß sie "statistische Gültigkeit" besitzen. Es ist leicht einzusehen, daß eine stets eindeutige Identifizierung jedes Λ - oder Σ -Ereignisses unmöglich ist. Das Σ -Teilchen zerfällt im allgemeinen bereits im Target, so daß die Messung des Zerfallsweges ausscheidet. Die Energien des Λ_{sek} und Λ_{prim} können identisch sein, da die Energie des Λ_{sek} um rund 20 % schwankt. Ebenso kann die Flugrichtung des Λ_{sek} mit der des Λ_{prim} übereinstimmen, da die Änderung der Flugrichtung des Λ_{sek} durch das Gammaquant größere Beträge erreichen kann als der Unterschied der Produktionswinkel der Λ_{prim} - und Σ -Teilchen. Die einzig verbleibende Möglichkeit, die Messung des γ_{Σ}^0 -Teilchens, scheitert daran, daß γ_{Σ}^0 -Quanten in den gesamten Raumwinkel von 4π emittiert werden.

Weiterhin mißlingt der Nachweis, daß derartige, doppeldeutige Ereignisse verschwindend selten auftreten.

Es verbleiben statistische Trennungsmethoden. Damit ist folgendes gemeint: Unter bestimmten Bedingungen gelingt es, eindeutig Σ -Ereignisse zu ermitteln. Da sich mit Hilfe des MC-Programms berechnen läßt, mit welcher Wahrscheinlichkeit das der Fall ist, kennt man damit die Gesamtzahl der Ereignisse. Die Anzahl der Λ -Ereignisse folgt aus der Differenz zur Gesamtzahl der K^+ -Produktionen.

Diese Methode bedingt, daß sich von Z Ereignissen nur mit einem gewissen statistischen Fehler sagen läßt, wie viele Σ - und Λ -Ereignisse eingetreten sind. // Untersucht werden alle Methoden mit möglichst gut bekannten Werten der Energie und des Winkels, d.h. in Koinzidenz mit den durch einen bestimmten Impuls- und Winkelzähler gegangenen K^+ -Mesonen.

Um einen geringen statistischen Fehler zu erhalten, wäre es erwünscht, alle vom Spektrometer akzeptierten K^+ -Mesonen zusammen zur Auswertung zu verwenden. Dies ist möglich für die im folgenden beschriebenen Methoden I und II. Das Spektrometer muß genügend gute Energieauflösung haben, um elastische und unelastische K^+ -

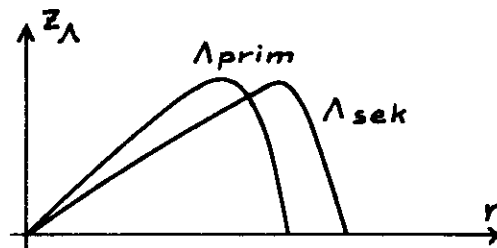
Erzeugung trennen zu können.

Es liegt nahe, zunächst folgenden Effekt zu untersuchen: Die Energie E_Λ des Λ_{sek} variiert über einen größeren Bereich ΔE_Λ als die auf 1,5 % genau bekannte des Λ_{prim} . Genauer gilt, wie aus (19) und (22) folgt:

$$(30) \quad E_\Lambda = E_\Sigma (m_\Sigma^2 + m_\Lambda^2) / 2m_\Sigma^2 + P_\Sigma (m_\Sigma^2 - m_\Lambda^2) \cos \theta_\Lambda^* / 2m_\Sigma^2$$

$$(31) \quad \Delta E_\Lambda = P_\Sigma (m_\Sigma^2 - m_\Lambda^2) / m_\Sigma^2$$

ΔE_Λ beträgt rund 20 % von E_Σ . Es treten somit größere Öffnungswinkel $\theta_{\rho,\pi}$ der Zerfallprodukte des Λ_{sek} als des Λ_{prim} auf. Die Funktionen $Z_{\Lambda_{\text{prim}}} = f(r)$ und $Z_{\Lambda_{\text{sek}}} = g(r)$ ergeben deshalb verschiedene Maxima der Form:



z_Λ = Anzahl der Λ -Ereignisse, r = Abstand der ρ, π -Teilchen beim Durchgang durch eine Zählermatrix im Abstand D vom Target.

Die Ergebnisse des Rechenprogramms sind Abb. 1 + 2 zu entnehmen. Die Λ_{sek} -Teilchen erzeugen für $E_\Lambda \approx E_\Sigma = 1$ GeV einen etwa 7 % größeren maximalen Abstand r als die Λ_{prim} -Teilchen.

Das Programm ermöglicht die Berechnung des Kurvenverlaufs für die Überlagerung beider Prozesse bei beliebigen, vorgegebenen Verhältnissen ihrer Wirkungsquerschnitte. Vergleich mit dem Experiment sollte die Abschätzung der Größenordnung der Wirkungsquerschnitte liefern, aber wegen der zu erwartenden niedrigen Zählraten und des zu geringen Unterschiedes im Radialwert dürfte diese Möglichkeit keine praktische Bedeutung erlangen.

2. Methode I - Nachweis des Gammaquants

Genauere Ergebnisse liefert die Unterscheidung der Λ, Σ durch Nachweis der γ vom Σ -Zerfall in Koinzidenz mit ρ, π . Die Koinzidenz mit ρ, π , wenigstens mit einem geladenen Teilchen, ist notwendig, um den neutralen Λ -Zerfall in $n + \pi^0 \rightarrow 2\gamma$ auszuscheiden, der in 33,6 % der Fälle eintritt.

Da das Programm die Berechnung der (ρ, π, γ) -Zählrate für beliebige Raumwinkel des ρ, π -Detektors und des γ -Detektors bei vorgegebener Ereigniszahl ausführt, ist aus den gemessenen Koinzidenzählraten $KO(\rho, \pi)$ und $KO(\rho, \pi, \gamma)$ und den gegebenen Abmessungen und Abständen der Zähler der differentielle Wirkungsquerschnitt der Λ - und Σ -Erzeugung berechenbar.

Sei $N(A)$ die Anzahl der Ereignisse des Teilchens A, $W(B)$ die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen von B (berechnet mit MC-Programm), $KO(C)$ die Zahl der gemessenen Koinzidenzen C. Dann gilt:

$$(32) \quad N(\Sigma) = F^{-1} \cdot \frac{d\delta_{\Sigma}}{d\Omega} = KO(\rho, \pi, \gamma) / W(\rho, \pi, \gamma) \pm KO(\rho, \pi, \gamma)^{1/2} / W(\rho, \pi, \gamma)$$

$$(33) \quad N(\Lambda) = F^{-1} \cdot \frac{d\delta_{\Lambda}}{d\Omega} = (KO(\rho, \pi) - N(\Sigma) \cdot W(\rho_{\text{sek}}, \pi_{\text{sek}})) / W(\rho_{\text{prim}}, \pi_{\text{prim}})$$

$$(34) \quad N(\Sigma) = F^{-1} \cdot \frac{d\delta_{\Sigma}}{d\Omega} = KO(\rho, \gamma) / W(\rho, \gamma)$$

$$(35) \quad N(\Lambda) = F^{-1} \cdot \frac{d\delta_{\Lambda}}{d\Omega} = (KO(\rho) - N(\Sigma) \cdot W(\rho_{\text{sek}})) / W(\rho_{\text{prim}})$$

$$F = \frac{d\delta_{K^+}}{d\Omega} \cdot \frac{1}{N(K^+)}$$

Das Fehlerglied folgt aus der Poissonverteilung.

Die Verteilung der ρ, π, γ des Σ -Zerfalls und der ρ, π des Λ -Zerfalls auf einer Zählerfläche im Abstand 1 m vom Target ist aus Abb. 3-7 zu ersehen. Dabei gilt: $K = 6,5 \text{ GeV}$, $T_{\Sigma} = 1,0 \text{ GeV}$, $T_{\Lambda} = 0,96 \text{ GeV}$. Dies entspricht gleichen P_{K^+} und θ_{K^+} .

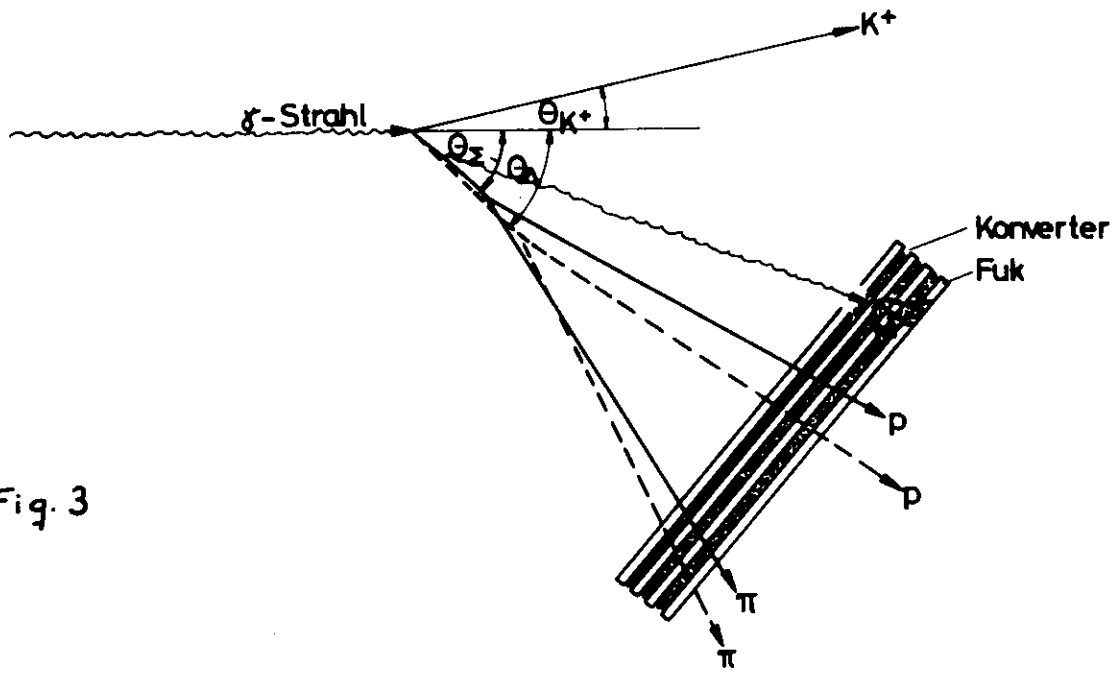


Fig. 3

----- Λ - Zerfall
 ———— Σ - Zerfall

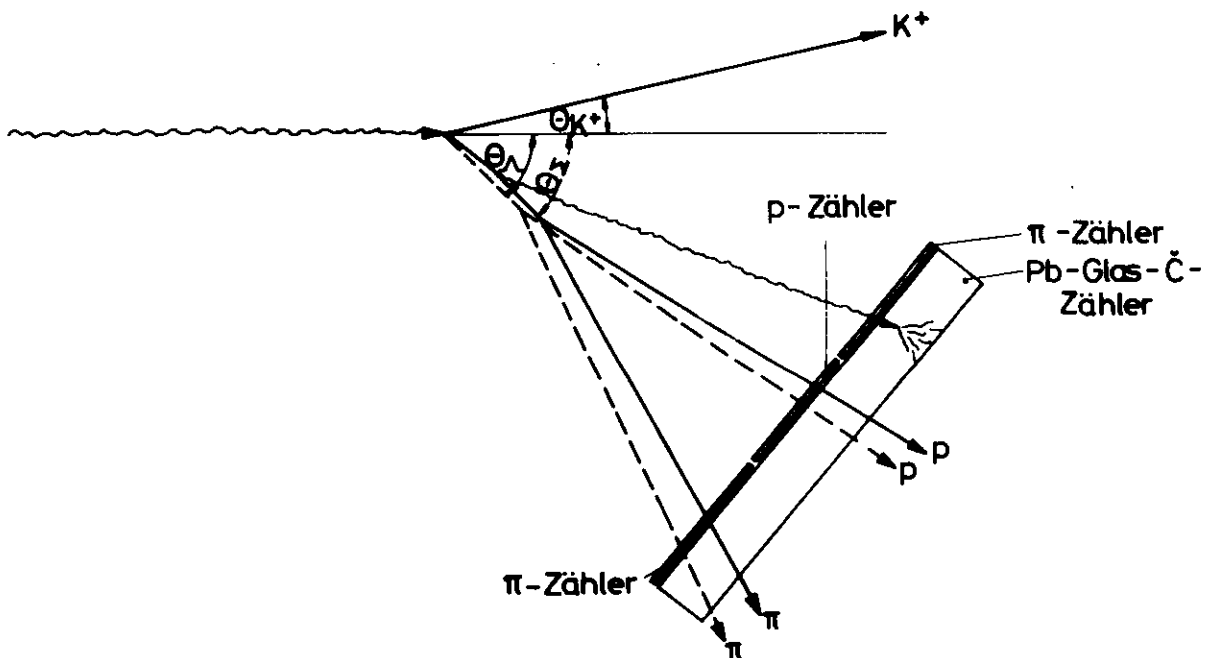


Fig. 4

T a b e l l e I

$K \approx 6.5$ GeV Koinzidenzen: Σ -Zerfall: Λ -Zerfall:

θ_{K^*}	T_{K^*}	T_{Λ}	T_{Σ}	Fläche	[Prozent]				[Prozent]	
					$W(p, \pi, \gamma)$	$W(p, \gamma)$	$W(p, \pi)$	$W(p)$	$W(p, \pi)$	$W(p)$
[rad]	[GeV]	[GeV]	[GeV]	[m ²]						
0.099	5.50	0.227	0.25	0.36	.95	8.97	15.95	99.85	rd.16.	100.0
0.228	4.75	0.963	1.0	0.36	12.26	23.60	56.39	100.0	56.01	100.0
0.362	3.75	1.94	2.0	0.36	41.07	41.10	98.90	100.0	98.71	100.0
			0.25	2x2	rd.35.	47.27	65.48	100.0	63.91	100.0
	w.o.		1.0	2x2	71.57	71.57	99.98	100.0	100.0	100.0
			2.0	2x2	84.98	84.98	99.99	100.0	100.0	100.0

Abstand D = 1 m für 10000 Zerfälle der Form $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$

Aus Tabelle I ist für verschiedene Energien und Zählerflächen der Anteil der Koinzidenzzählraten in Prozent für Zerfälle der Form $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ zu entnehmen.

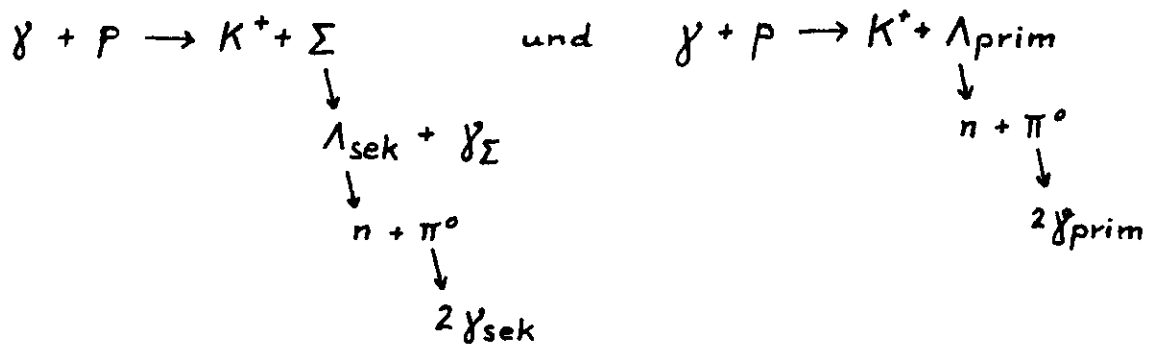
Es bieten sich zwei verschiedene Arten der experimentellen Durchführung an:

I.1. die Benutzung einer Schauerfunkenkammer (Fig. 3). Sie liefert die besten Angaben über Anzahl und Verteilung der Zerfallsteilchen. Jede der in Tabelle I angeführten Koinzidenzen ist meßbar. Vor allem die Identifizierung der γ -Quanten ist nahezu eindeutig möglich. Der Wirkungsquerschnitt für die Photoproduktion der Λ und Σ ist unabhängig sowohl aus den Zählraten (p) , (p, γ) als auch (p, π) , (p, π, γ) berechenbar, die Sicherheit des Ergebnisses ist größer als in 2.

I.2. Verwendung eines Szintillationszählers als p-Detektor und eines Bleiglaszählers zur Identifizierung des γ -Quants. Die Versuchsanordnung folgt aus Fig. 4. Der dort eingezeichnete π -Zähler liefert zusätzliche Information. Der zu verwendende totalabsorbierende Bleiglascerenkovzähler muß γ -Quanten von der Größenordnung 0.1 GeV nachweisen können. Dabei können geladene Teilchen nicht durch eine

Antikoinzidenz ausgeschlossen werden, da es auf die Koinzidenz (p, π) ankommt. Die Dicke des Pb-Glaszählers ist so zu bemessen, daß das Verhältnis von der Pulshöhe von $p + \pi$ zu der der geladenen Teilchen $+ \gamma$ -Quant sehr klein ist. Die γ -Quanten werden dann durch Impulse oberhalb einer bestimmten Schwelle identifiziert.

Der Wirkungsquerschnitt kann aus den (p) - und (p, γ) -Zählraten berechnet werden. Zusätzliche Information liefert die Koinzidenzzählrate mit dem π -Zähler, deren Erwartungswert ebenfalls vom Programm berechnet wird. Die erste Versuchsmethode gestattet gleichzeitigen Nachweis mehrerer γ -Quanten. Dies tritt ein bei den neutralen Zerfällen:



Da das oben beschriebene MC-Programm ohne nennenswerte Veränderung auch diese komplizierteren Prozesse berechnet und die Wahrscheinlichkeit W für das Auftreten der Koinzidenzen (γ_{Σ}) , $(\gamma_{\Sigma}, \gamma_{\text{sek}})$, $(\gamma_{\Sigma}, \gamma_{\text{sek}}, \gamma_{\text{sek}})$, (γ_{sek}) , $(\gamma_{\text{sek}}, \gamma_{\text{sek}})$ und (γ_{prim}) , $(\gamma_{\text{prim}}, \gamma_{\text{prim}})$ ergibt, lassen sich auch die Gammakoinzidenzen mit den K^+ -Mesonen zur Auswertung verwenden.

Es gelten die Formeln:

$$(36) \quad N(\Sigma) = F^{-1} \frac{dG_{\Sigma}}{d\Omega} = KO(3\gamma) / W(\gamma_{\Sigma}, 2\gamma_{\text{sek}})$$

$$(37) \quad N(\Lambda) = F^{-1} \frac{dG_{\Lambda}}{d\Omega} = (KO(2\gamma) - N(\Sigma)(W(\gamma_{\Sigma}, \gamma_{\text{sek}}) + W(\gamma_{\text{sek}}, \gamma_{\text{sek}}))) / W(2\gamma_{\text{prim}})$$

$$(38) \quad N(\Lambda) = (KO(\gamma) - N(\Sigma)(W(\gamma_{\Sigma}) + W(\gamma_{\text{sek}}))) / W(\gamma_{\text{prim}})$$

In der Anordnung I.2. kann man die Anzahl der γ -Quanten allenfalls über die Pulshöhe im Bleiglaszähler ermitteln. Daher ist nicht von

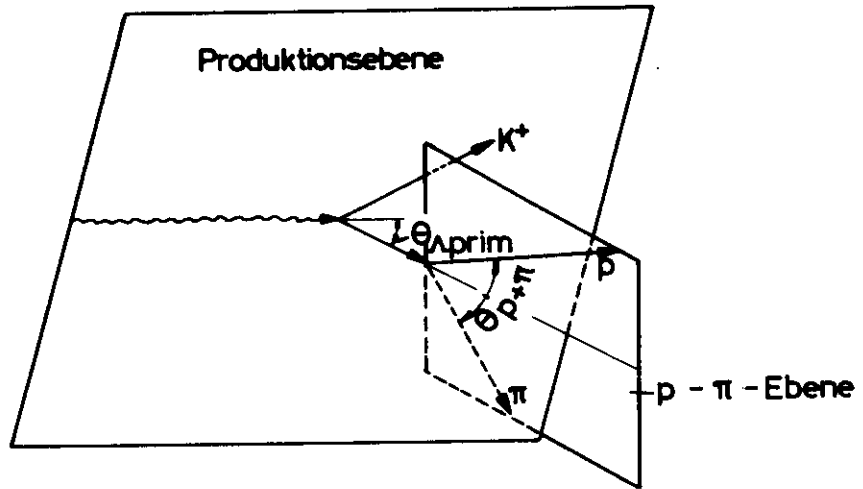
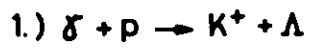
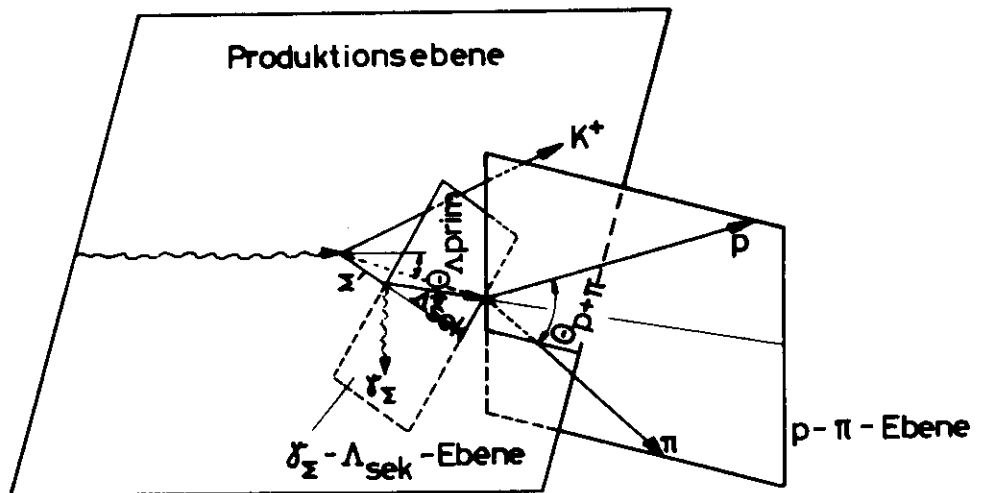
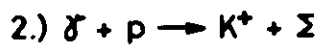


Fig. 5



nichteingezeichnet: durch Zerfallspunkt des Λ_{sek} gelegte, zur Produktionsebene parallele Ebene.

Fig. 6

vornherein der zweiten Anordnung wegen ihrer Einfachheit der Vorzug zu geben, die Versuchsanordnung I.1. liefert bessere Ergebnisse.

Es sei am Rande vermerkt, daß mit Anordnung I. auch das Verhältnis des neutralen zum geladenen Zerfall bestimmt werden kann.

Der hohe Untergrund beschränkt die Größe der verwendbaren Zähler. Er wird die Benutzung von Funkenkammern ausschließen, so daß auch die beiden folgenden Methoden II, III kaum experimentell angewendet werden können. Die Anwendung der Versuchsmethode I.2. kann wegen des großen Raumwinkels des Pb-Glaszählers am π^0 -Untergrund scheitern. Dieser ist durch eine zusätzliche Energiebestimmung der γ -Quanten reduzierbar. Unterteilt man den Bleiglaszähler in kleinere Zellen, so vermindert sich nicht die Zahl der zufälligen Koinzidenzen mit den K^+ -Mesonen, es ermöglicht aber eine genauere Energiemessung der γ -Quanten, da die Zahl der zufälligen Koinzidenzen innerhalb einer Zelle verringert wird.

3. Methode II - Winkelmessung

Setzt man, wie bei den früheren Untersuchungen, K^+ -Mesonen mit bestimmtem Winkel und Impuls voraus, so haben die Flugbahnen der Λ_{prim} - und Λ_{sek} -Teilchen unterschiedliche Richtungen. Dies ist bedingt durch die Differenz der Σ - und Λ -Erzeugungswinkel und durch die beim Σ -Zerfall auftretenden Richtungsänderungen der Λ_{sek} . In dem Beispiel von 1 GeV Λ, Σ -Baryonen schwanken die Λ_{sek} -Winkel zwischen 0° und $2,5^\circ$, während die Differenz der Erzeugungswinkel rund 2° beträgt.

Diese Abweichungen sind nicht unmittelbar meßbar, meßbar sind aber die hiervon abhängigen Lagen der p- π -Ebenen und ihre Richtungen zu der aus der Kinematik bekannten Bahn des Λ_{prim} -Teilchens. Die Methode II verwendet diese Effekte; zu ihrer Erläuterung sind einige einfache geometrische Überlegungen erforderlich, zunächst für die Reaktion $\gamma + p \rightarrow K^+ + \Lambda$ (s. Fig. 5).

Die Produktionsebene dieser Reaktion liegt fest: erstens durch die Richtung des γ -Strahls, zweitens durch den Zerfallspunkt des

Λ_{prim} , und drittens durch $\Delta \varphi_{K^+}$, d.h. den Winkel zwischen Produktionsebene und Sollebene, unabhängig davon, wie diese Parameter experimentell bestimmbar sind. Die Gerade durch den Zerfallspunkt, die mit dem γ -Strahl den Winkel $\theta_{\Lambda_{prim}}$ bildet und in der Produktionsebene liegt, ist identisch mit der Teilchenbahn des Λ_{prim} . Sie liegt in derselben Ebene wie p und π . $\theta_{\Lambda_{prim}}$ ist durch die Kinematik, Formel (13a), bekannt.

Betrachten wir jetzt die Reaktion $\gamma + p \rightarrow K^+ + \Sigma$ (s. Fig. 6). Die durch den Zerfallspunkt des Λ_{sek} , durch die Richtung des γ -Strahls und durch $\Delta \varphi_{K^+}$ bestimmte Ebene ist nicht mehr identisch mit der Produktionsebene des Σ , sondern parallel dazu verschoben. Die Gerade g durch den Zerfallspunkt des Λ_{sek} , die mit dem γ -Strahl den Winkel $\theta_{\Lambda_{prim}}$ bildet, liegt im allgemeinen - im Gegensatz zu den Λ_{prim} -Ereignissen - nicht in der p, π -Ebene. Das ist nur dann der Fall, wenn die p, π -Ebene mit der Produktionsebene zusammenfällt oder wenn das Λ_{sek} -Teilchen durch das γ_{Σ} -Quant so abgelenkt wird, daß die Projektion von $\theta_{\Lambda_{sek}}$ in die $K^+ - \Sigma$ -Ebene den Wert von $\theta_{\Lambda_{prim}}$ annimmt, g ist eine Parallele zur Flugbahn des Λ_{prim} .

Methode II.1. verwendet den Effekt, daß die Gerade g und die Produktionsebene für Σ -Ereignisse einen endlichen Winkel bilden.

Fällt bei Σ -Prozessen p, π -Ebene mit der Produktionsebene zusammen, so ergibt sich folgendes Bild (Fig. 7):

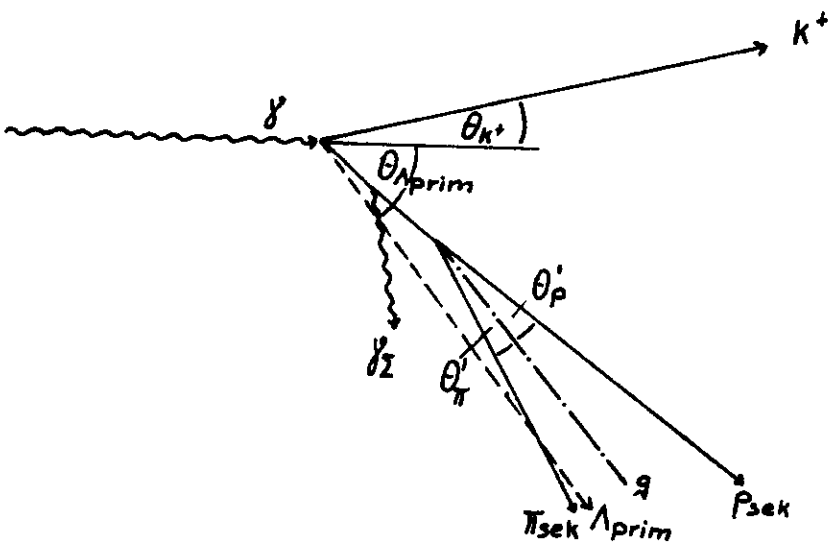


Fig. 7

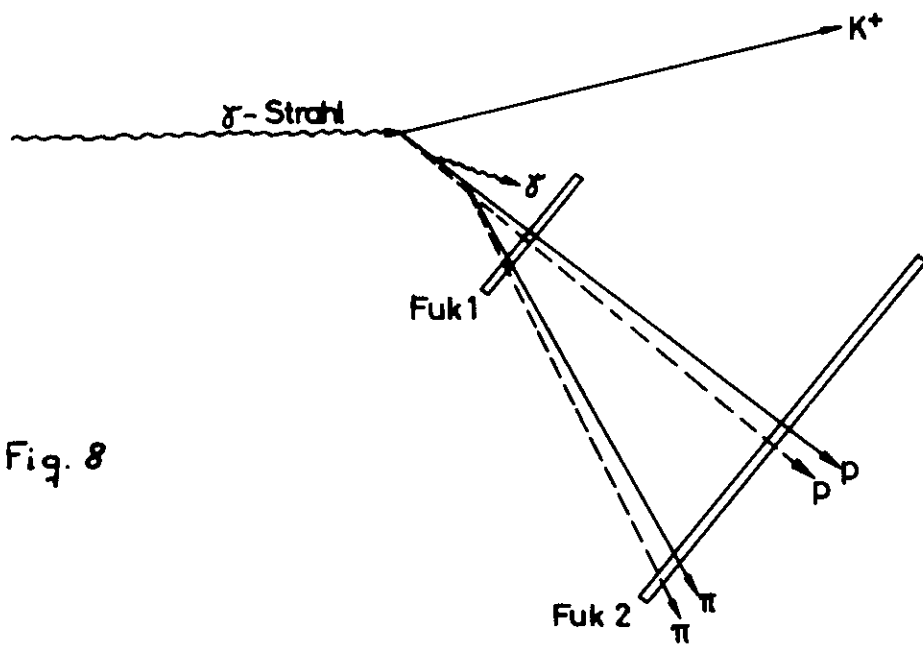


Fig. 8

----- Λ - Zerfall
 ———— Σ - Zerfall

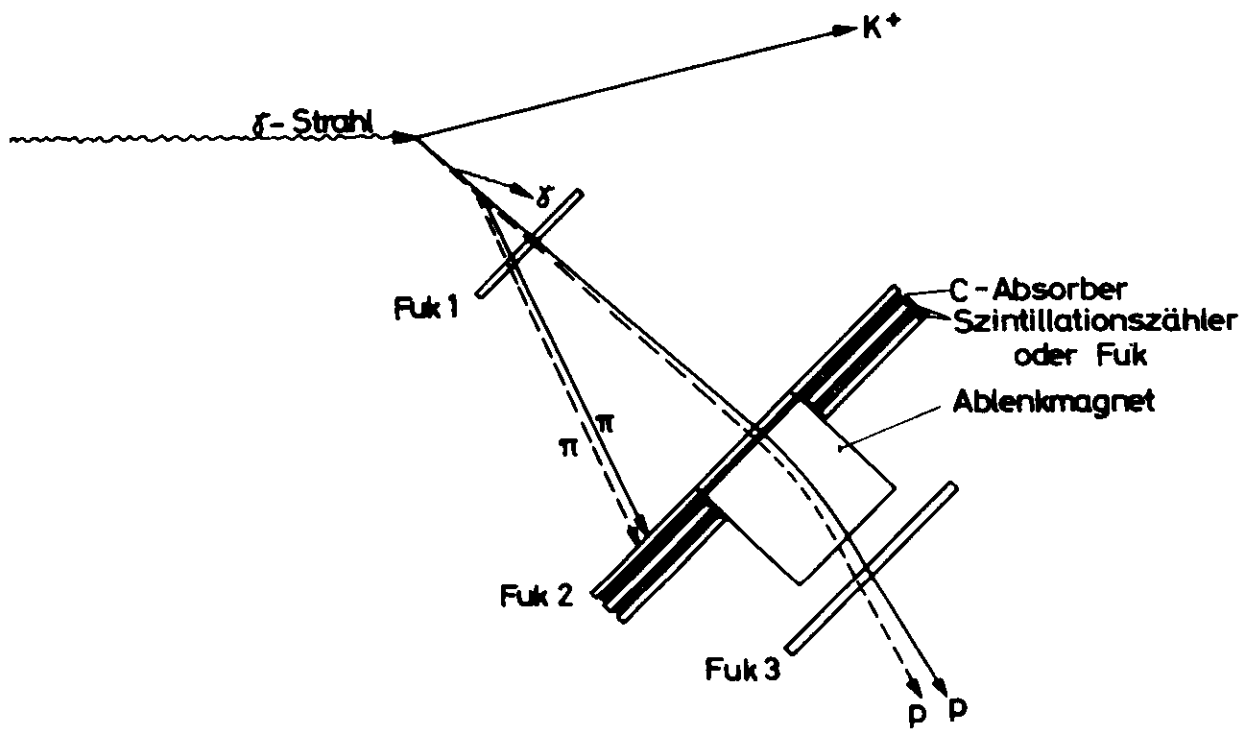


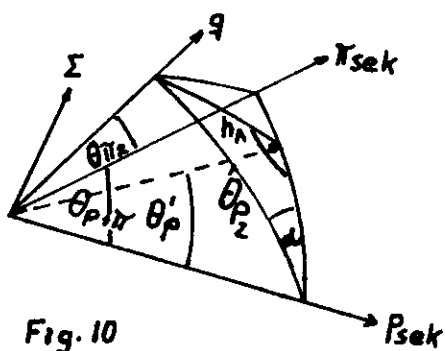
Fig. 9

θ'_p, θ'_π sind die Winkel der p, π -Teilchenbahnen mit der Geraden g . Über die Kinematik (s.u.) läßt sich die dazugehörige Λ -Energie E'_Λ ausrechnen. Weicht E'_Λ von $E_{\Lambda prim}$ ab, war das Ereignis - von Fehlerbetrachtungen abgesehen - ein Σ -Ereignis. θ'_p, θ'_π lassen sich allgemein als Winkel zwischen den p, π -Teilchenbahnen und der Projektion der Geraden g auf die p, π -Ebenen definieren. Die Berechnung von E'_Λ kann zum Nachweis von Σ -Ereignissen benutzt werden.

Der Λ -Zerfallspunkt und die Lage der p, π -Ebene lassen sich mit der Versuchsanordnung in Fig. 8 messen. Außerdem ist es zweckmäßig, nicht nur θ_K mit einem Winkelhodoskop zu ermitteln, sondern auch φ_K , damit die Λ - und Σ -Produktions-ebene genauer bekannt ist. In den unten ausgeführten Rechnungen ist der ungünstige Wert von ± 10 mrad für den Fehler des vertikalen Winkels des K^+ verwendet worden.

Methode II.1.

In Abb. (10) ist $N(\Sigma) = f(h_\Lambda)$, h_Λ = Winkel zwischen der Geraden g und der p, π -Ebene dargestellt. Das Rechenprogramm benötigt dazu die aus dem sphärischen Dreieck der Fig. 10 folgenden Gleichungen:



$$(39) \quad \cos \delta = (\cos \theta_{\pi_2} - \cos \theta_{p,\pi} \cos \theta_{p_2}) / \sin \theta_{p,\pi} \sin \theta_{p_2}$$

(aus Kosinussatz)

$$(40) \quad \sin h_\Lambda = \sin \theta_{p_2} \cdot \sin \delta$$

Fig. 10

$\theta_{p_2}, \theta_{\pi_2}$ sind die durch Koordinatentransformationen berechneten Winkel zwischen der Sollbahn des Λ_{prim} bzw. der Geraden g und den Bahnen von P_{sek} und π_{sek} .

Abb. (9) zeigt $N(\Sigma) = g(h_\Lambda)$ mit $E'_\Lambda < 0.9 \cdot E_\Lambda$ oder $E'_\Lambda > 1.1 E_\Lambda$, berechnet unter Verwendung der Formeln (43) und (40).

$$(41) \quad \operatorname{tg} \theta'_p = \cos \delta \cdot \operatorname{tg} \theta_{p_2} \quad (\text{s. Fig. 10})$$

E'_Λ berechnet sich als Funktion von θ'_p und $\theta'_\pi = \theta_p + \pi - \theta'_p$ folgendermaßen: Aus Formel (25) folgt für die Teilchen 2 unter Beachtung von $\vec{P}_3^* = -\vec{P}_2^*$

$$(42) \quad \begin{aligned} \operatorname{ctg} \theta_2 &= \gamma \cdot (\cos \theta_3^* + q_2) / -\sin \theta_3^* \\ \text{mit } q_2 &= \beta \cdot E_2^* / P_2^* = \beta \cdot (P_3^{*2} + m_2^2)^{1/2} / P_3^* \end{aligned}$$

(25) und (42) nach $\cos \theta_3^*$, $\sin \theta_3^*$ aufgelöst, führt zu:

$$\begin{aligned} \cos \theta_3^* &= (q_2 \cdot \operatorname{ctg} \theta_3 - q_3 \cdot \operatorname{ctg} \theta_2) / (\operatorname{ctg} \theta_2 + \operatorname{ctg} \theta_3) \\ \sin \theta_3^* &= (q_2 + q_3) \gamma / (\operatorname{ctg} \theta_2 + \operatorname{ctg} \theta_3) \end{aligned}$$

Die quadratische Addition und Entwicklung nach $\operatorname{ctg} \theta_3$ liefert:

$$(43) \quad \operatorname{ctg} \theta_3 = (-\operatorname{ctg} \theta_2 (1 + q_2 q_3) \pm (q_3 + q_2) (\gamma^2 (1 - q_2^2) + \operatorname{ctg}^2 \theta_2)^{1/2}) / (1 - q_2^2).$$

Diese Gleichung ist elementar nicht nach E_3 auflösbar.

Führt man die Messungen gemäß der Versuchsanordnung in Fig. 8 aus, erhält man die Funktion $N(\Lambda, \Sigma) = f(h_\Lambda)$. h_Λ ist berechenbar, da die Richtung der Geraden g durch die Kinematik und die p, π -Ebene durch die Messung bekannt ist.

Ist $h_\Lambda > \Delta \theta_\Lambda = (\Delta \theta_\Lambda^{v^2} + \Delta \theta_\Lambda^{h^2})^{1/2}$, sind Σ -Teilchen produziert worden, da der mögliche Fehler der Λ_{prim} -Richtung kleiner ist. Die Λ - und Σ -Ereignisse für $h_\Lambda \leq \Delta \theta_\Lambda$ werden gefunden durch Extrapolation der Funktion $N(\Sigma) = f(h_\Lambda)$ auf Werte von $h_\Lambda \leq \Delta \theta_\Lambda$ unter Verwendung der MC-Rechnung oder durch die Formeln:

$$(44) \quad \begin{aligned} N(\Sigma) &= N(\Sigma, h_\Lambda > \Delta \theta_\Lambda) / W(\Sigma, h_\Lambda > \Delta \theta_\Lambda) \\ N(\Lambda) &= N(\Sigma, \Lambda) - N(\Sigma) \end{aligned}$$

Diese Ergebnisse können überprüft werden, indem zusätzlich die Funktionen $N(\Sigma) = g(h_\Lambda, E'_\Lambda \leq E_\Lambda \pm \Delta E_\Lambda)$ für verschiedene ΔE_Λ verwendet werden.

Für $T_{\Lambda, \Sigma} \approx 1$ GeV ist $\Delta\theta_{\Lambda}$ rund 2 Grad. Abb. (10) zeigt, daß 44 % der geladenen Σ -Zerfälle identifizierbar sind, vorausgesetzt, daß alle p, π -Teilchen nachgewiesen werden. Methode I ergab unter gleichen Bedingungen 71,57 %. $\Delta\theta_{\Lambda}$ läßt sich aber durch Messen von φ_{K^+} um den Faktor 5 verbessern. Für die Funktion der Abb. (9) sind 31,4 % der geladenen Σ -Zerfälle erkennbar.

Methode II.2.

Der günstigste Nachweis von Σ -Prozessen über Winkelbetrachtungen bestünde in der Messung des Winkels ϑ zwischen den Flugrichtungen der Λ_{prim} und Λ_{sek} -Teilchen. Methode II.1. bestimmte mit h_{Λ} die Projektion des Winkels ϑ auf die zur p, π -Ebene senkrechte Fläche, in der die Sollbahn des Λ_{prim} liegt. Auf diese Weise konnten Σ -Ereignisse, deren p, π -Ebene mit der Flugrichtung des Λ_{sek} zusammenfiel, unabhängig von der Größe des Winkels ϑ nicht bestimmt werden.

Ist die Flugrichtung des Λ_{sek} und damit θ_{psek} und $\theta_{\pi sek}$ aus $\theta_{p+\pi}$ bekannt, so ist die Projektion ϑ_x des Winkels ϑ auf die p, π -Ebene ebenfalls gegeben. Die Verteilungsfunktion $W(\Sigma) = f(\vartheta_x)$ hat den gleichen Verlauf wie $W(\Sigma) = f(h_{\Lambda})$. Dies ist geometrisch leicht einzusehen. Außerdem ist in Abb.(8) diese Funktion zur Veranschaulichung mit den im MC-Programm bekannten Werten $\theta_{psek}, \theta_{\pi sek}$ gezeichnet. Es gilt dabei:

$$\vartheta_x = |\theta'_p - \theta_{psek}| = |\theta'_{\pi} - \theta_{\pi sek}|$$

Im Experiment läßt sich für Λ_{prim} -Teilchen aus gemessenen $\theta_{p,\pi}$ und mit aus der Kinematik bekannten $E_{\Lambda_{prim}}$ über $\theta_{p+\pi} = \theta_p + \theta_{\pi}$ und Formel (43) θ_{pprim} und $\theta_{\pi prim}$ berechnen. Die Differenz $|\theta'_p - \theta_{pprim}|$ liefert für Λ_{prim} -Ereignisse stets kleinere Werte als $\Delta\theta_{\Lambda}$. Für Σ -Ereignisse werden größere Abweichungen gemessen. Sie ergeben, als Funktion von $N(\Sigma)$ dargestellt, Kurven der Form der Abb. (9) und (10), aus denen sich, analog zur Methode II.1. die Anzahl der Λ - und Σ -Prozesse berechnen lassen. Die Berechnung von θ_{psek} und $\theta_{\pi sek}$ bzw. θ_{pprim} und $\theta_{\pi prim}$ führt zu zwei physika-

lisch sinnvollen Ergebnissen; weiterhin ist $E_{\Lambda \text{prim}}$ nur näherungsweise gleich $E_{\Lambda \text{sek}}$. Ohne diese Probleme zu berücksichtigen, kann man, wie in Methode II.1. erwarten, daß für $T_{\Lambda, \Sigma} \approx 1 \text{ GeV}$ rund 44 % der geladenen Σ -Zerfälle identifiziert werden. Beide Methoden zusammen weisen 48 % dieser Ereignisse nach. Für höhere und niedrigere $T_{\Lambda, \Sigma}$ -Werte sind die gleichen Ergebnisse zu erwarten, da sich die Winkel ψ und die Spektrometerfehler gleichsinnig ändern.

Bei den Überlegungen der Methode II wurde vorausgesetzt, daß die Fehler der Winkel- und Zerfallspunkt-Messungen klein im Vergleich zu den durch die Fehler $\Delta \theta_K, \Delta R_K$ bedingten Schwankungen sind. Diese Annahme ist bei Verwendung von Funkenkammern erlaubt.

Weiterhin ist zu beachten: Der Verlauf $N(\Sigma) = f(h_\Lambda)$ hängt ab von der tatsächlichen Verteilung der Energie- und Winkelwerte der Λ, Σ -Teilchen innerhalb der Fehlergrenzen. Die diesen Rechnungen zugrunde liegende Annahme einer Gleichverteilung weicht von der aus den Spektrometer-Rechnungen folgenden Verteilung ab. Die aus den Abbildungseigenschaften des Spektrometers berechenbare Verteilung zeigt, daß die Gaußverteilung eine wesentlich bessere Näherung liefert. Sie ist bei einer endgültigen Berechnung der Erwartungswerte $W(\Sigma)$ anzuwenden.

4. Methode III - Energiebestimmung

Aus der Isotropie des Σ -Zerfalls im CM folgt:

$$\frac{dZ_\Lambda}{Z_0} = \frac{d\Omega^*}{4\pi} = \frac{d\varphi d\cos\theta^*}{4\pi} \quad \text{und} \quad \frac{dN_\Lambda}{Z_0} = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi d\cos\theta^*}{4\pi} = \frac{1}{2} d\cos\theta^*$$

Z_0 = Anzahl der Ereignisse, dN_Λ = Anzahl der Λ in den Raumwinkel $2\pi d\cos\theta^*$, dZ_Λ = Anzahl der Λ in den Raumwinkel $d\Omega^*$.

Ableitung von (30):

$$(45) \quad \frac{dN}{dE_{\Lambda \text{sek}}} = \frac{Z_0}{2} \cdot \frac{d\cos\theta^*}{dE_{\Lambda \text{sek}}} = \frac{Z_0}{2} \cdot \frac{2 \cdot m_\Sigma^2}{P_\Sigma (m_\Sigma^2 - m_\Lambda^2)} = \text{const.}$$

Die Funktion $N(\Lambda, \Sigma) = (E_{\Lambda \text{prim}}, E_{\Lambda \text{sek}})$ ergibt somit folgenden Verlauf:¹²⁾

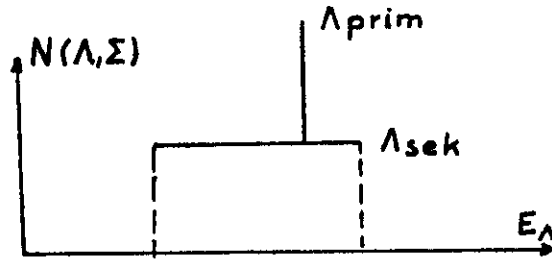


Fig II

Nimmt man die Energiespektren der Λ -Teilchen auf, so sind aus der Fläche unter der Kurve die differentiellen Wirkungsquerschnitte bestimmbar. E_{Λ} ist mit E_p und E_{π} bekannt. Mit E_p und $\theta = \theta_p + \theta_{\pi}$ ergeben sich zwei Lösungen, die beide physikalisch sinnvoll sind (Pion nach vorwärts oder rückwärts im Λ -CMS).

$$(46) \quad \begin{aligned} \vec{P}_{\Lambda} &= \vec{P}_p + \vec{P}_{\pi} \\ P_{\Lambda}^2 &= P_p^2 + 2P_p P_{\pi} \cos \theta + P_{\pi}^2 \end{aligned}$$

$$(47) \quad \begin{aligned} E_{\Lambda} &= E_p + E_{\pi} \\ P_{\pi}^2 &= E_{\Lambda}^2 - 2E_{\Lambda} E_p + E_p^2 - m_{\pi}^2 \end{aligned}$$

Aus (46) und (47)

$$(48) \quad E_{\Lambda}^2 (4P_p^2 \cos^2 \theta - 4E_p^2) + E_{\Lambda} (-8E_p P_p^2 \cos^2 \theta - 4E_p (m_p^2 + m_{\pi}^2 - m_{\Lambda}^2 - 2E_p^2) - (m_p^2 + m_{\pi}^2 - m_{\Lambda}^2 - 2E_p^2)^2 + 4P_p^2 (E_p^2 - m_{\pi}^2) \cos^2 \theta = 0$$

E_{Λ_1} und E_{Λ_2} unterscheiden sich für $\theta_{p+\pi} \leq 0.9 \theta_{p+\pi}^{\max}$ um mehr als 10%. Die Energien von Σ , Λ_{prim} liegen genauer als 10% durch die Kinematik fest. Trotzdem ist eine Entscheidung auf diesem Wege allgemein nicht möglich, da die γ_{Σ} -Energie 20% der kinetischen Energie der Σ betragen kann. Um zwischen E_{Λ_1} und E_{Λ_2} entscheiden zu können, muß auch T_{π} mit einem gewissen Fehler ΔT_{π} gegeben sein. Aus Abb. (12) ist ersichtlich, oberhalb welcher Öffnungswinkel eine Unterscheidung unmöglich wird, wenn T_{π} innerhalb ΔT_{π} meßbar ist.

Schon eine Genauigkeit von 50 % schließt nur Ereignisse mit großen Öffnungswinkeln aus.

In welcher Form E_{Λ} experimentell festgestellt werden soll, hängt von der erforderlichen Genauigkeit ab. In Abb. (11) ist für $T_{\Lambda, \Sigma} \approx 2$ GeV mit den durch das Spektrometer gegebenen Fehlern die Funktion $N(\Lambda, \Sigma) = f(E_{\Lambda \text{ prim}}, E_{\Lambda \text{ sek}})$ für etwa gleiche Λ, Σ -Wirkungsquerschnitte gezeichnet unter der Annahme, daß $\Delta T_p / T_p = 2\%$, $\Delta \theta_{p+\pi} = 0,001$ rad beträgt. Für diesen Fall sind beide Prozesse noch trennbar, ein größerer Fehler von T_p wäre nicht mehr tragbar.

Für höhere oder niedrigere Energien $T_{\Lambda, \Sigma}$ folgen dieselben Ergebnisse für die Fehler von $\Delta T_p / T_p$, $\Delta \theta_{p+\pi}$, da die Breite von $E_{\Lambda \text{ sek}}$ sich in dem gleichen Sinne ändert wie der durch das Spektrometer gegebene Fehler von $E_{\Lambda \text{ prim}}$.

Die Monte-Carlo-Rechnung zeigt also, daß die naheliegende Meßmethode, die Energie T_p und T_{π} durch die Reichweite in einem Funkenkammersandwich zu bestimmen, zu ungenau ist. Die untere Grenze liegt bei 5 %, außerdem stören bei Energien über 500 MeV starke Wechselwirkungen¹¹⁾. Zwei Magnete zu verwenden, lohnt sich, verglichen mit der folgenden Anordnung, nicht.

In der in Fig. 9 skizzierten Anordnung wird T_p mit einem Ablenkmagneten, $\theta_{p+\pi}$ mit zwei Funkenkammern und T_{π} ungefähr mit Funkenkammersandwiches bestimmt. Für einen Teil der Ereignisse werden auch beide Impulse im Magneten analysiert. Die Effektivität der Versuchsanordnung hängt ab von der Genauigkeit der T_{π} -Messung - sie bestimmt bis zu welchem $\theta_{p+\pi}$ E_{Λ_1} und E_{Λ_2} getrennt werden kann - von der Größe der Fuk 1 und Fuk 2 und der magnetischen Akzeptanz $\Delta P/P \cdot \Delta \Omega$ des Ablenkmagneten. Die erforderliche Abmessung der Fuk^{*}) und der Akzeptanz der Magneten nehmen mit wachsenden Λ, Σ -Energien ab. (s. Tab. 1)

Für $T_{\Lambda, \Sigma} \approx 1$ GeV ist $\Delta P/P = \pm 0,5$, $\Delta \Omega_p = 0,9$ rad. Trotz größeren Aufwands ergeben sich für die Wirkungsquerschnitte nur ähnlich gute Werte wie in den Methoden I und II.

*) Funkenkammer

Die Kurve der Abb. 11 wurde unter Verwendung von 8000 Λ, Σ -Zerfallsprozessen erhalten. Während einer Messung dürften etwa 400 Λ, Σ -Ereignisse nachgewiesen werden, so daß diese Methode statistisch nicht signifikant sein wird, wenn beide Wirkungsquerschnitte näherungsweise gleich sind.

Herrn Dr. P. Schmüser danke ich für anregende Diskussionen und die kritische Durchsicht dieser Arbeit.

Zusammenfassung

Zur Berechnung der Λ - und der Σ -Zerfallsverteilungen in den Reaktionen $\gamma p \rightarrow K^+ \Sigma$, $\gamma p \rightarrow K^+ \Lambda$ bei bekanntem Impuls und Winkel des K^+ -Mesons wird ein Monte-Carlo-Programm entwickelt. Drei verschiedene Möglichkeiten der experimentellen Trennung beider Reaktionen - der Nachweis des Gammaquants, die Winkel- oder die Energiebestimmung der Zerfallsprodukte - werden mit Hilfe dieses Programms verglichen.

Literaturhinweise und Anmerkungen

- 1) K.G. Dedrick, Kinematics of High Energy Particles, Rev. of Modern Physics 34 (62), S. 429.
- 2) A. Werbrouck, Notes on the Monte-Carlo Method, CERN 64-13.
- 3) D. Hudson, Generating Random Numbers on a Computer, CERN 64-13.
- 4) R. Hagedorn, Relativistic Kinematics, CERN 62-18.
- 5) R. Hübner, Spektrometer zur Messung differentiellen Wirkungsquerschnittes in Photoproduktionsexperimenten bei Winkeln zwischen 1° und 20° , interner DESY-Bericht, August 1964.
- 6) J. v. Behr, Formeln zur relativ. Kinematik, DESY A 2.79.
- 7) A. Budo, Theoretische Mechanik, VEB Deutscher Verlag d. Wissenschaften, 1956.
- 8) A.M. Baldin, W.I. Goldanskij, I.L. Rosenthal, Kinematik der Kernreaktionen, Akademie-Verlag Berlin 1963.
- 9) Taschenbuch der Mathematik, Bronstein-Semendjajew, B.G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig 1959.
- 10) Elliott I. Organick, A Fortran Primer, Addison-Wesley-Publishing Company, INC. (Appendix A).
- 11) David M. Ritson, Techniques of High Energy Physics, Interscience Publishers, INC, New York 1961.
- 12) M. Sakitt, T.B. Day, R.G. Glassner, N. Seeman, J. Friedman, W.E. Humphrey, R.R. Ross, Phys. Rev. 139, B719 (1965).

Abb.(1)

KURVE $W(\lambda) = f(r)$

TRANSFORMATION
 $W(\lambda) = 0.65 \cdot 10^{-3} \cdot \text{Zeilennummer}$
 $r = \text{Spaltennummer [cm]}$

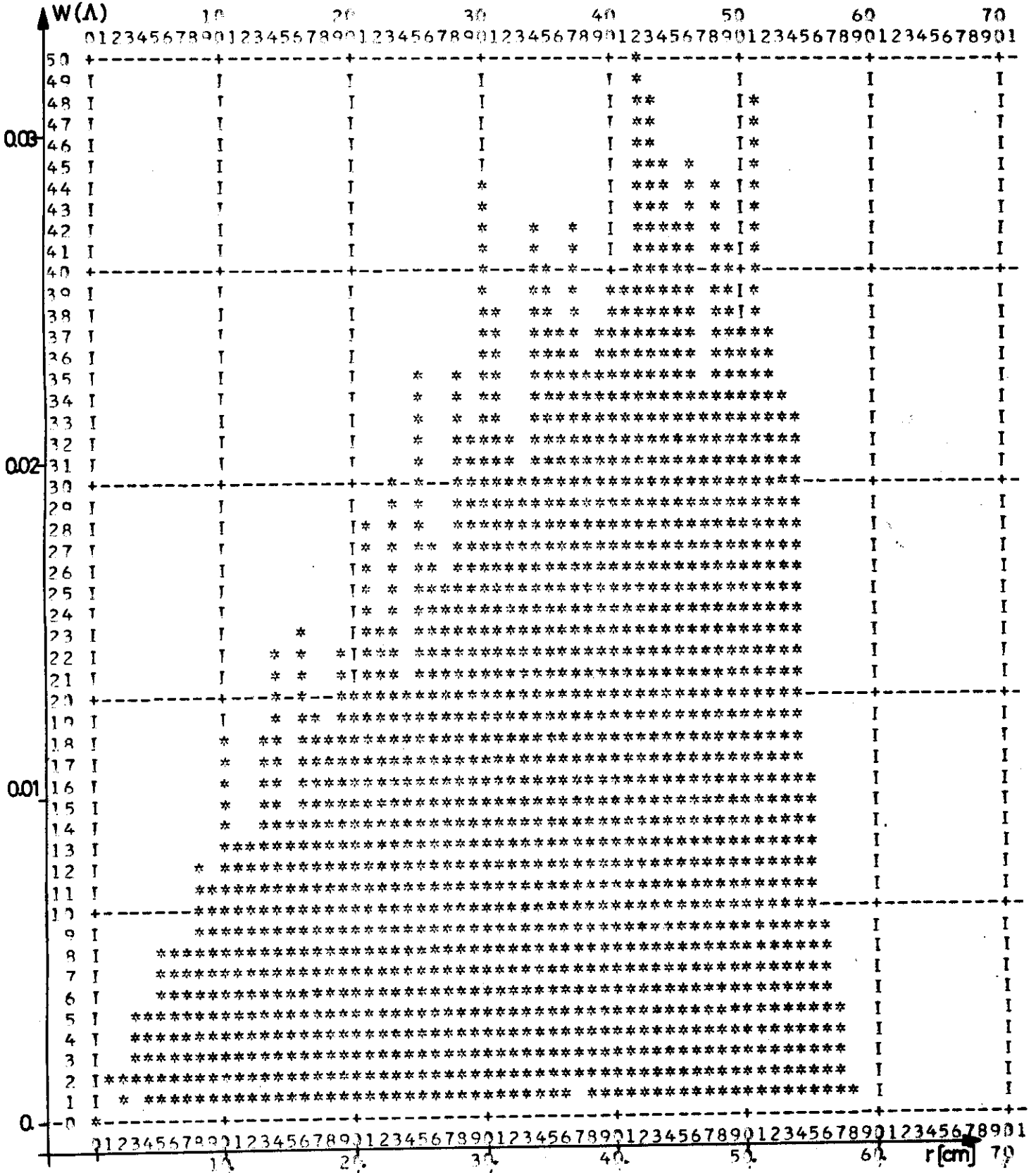
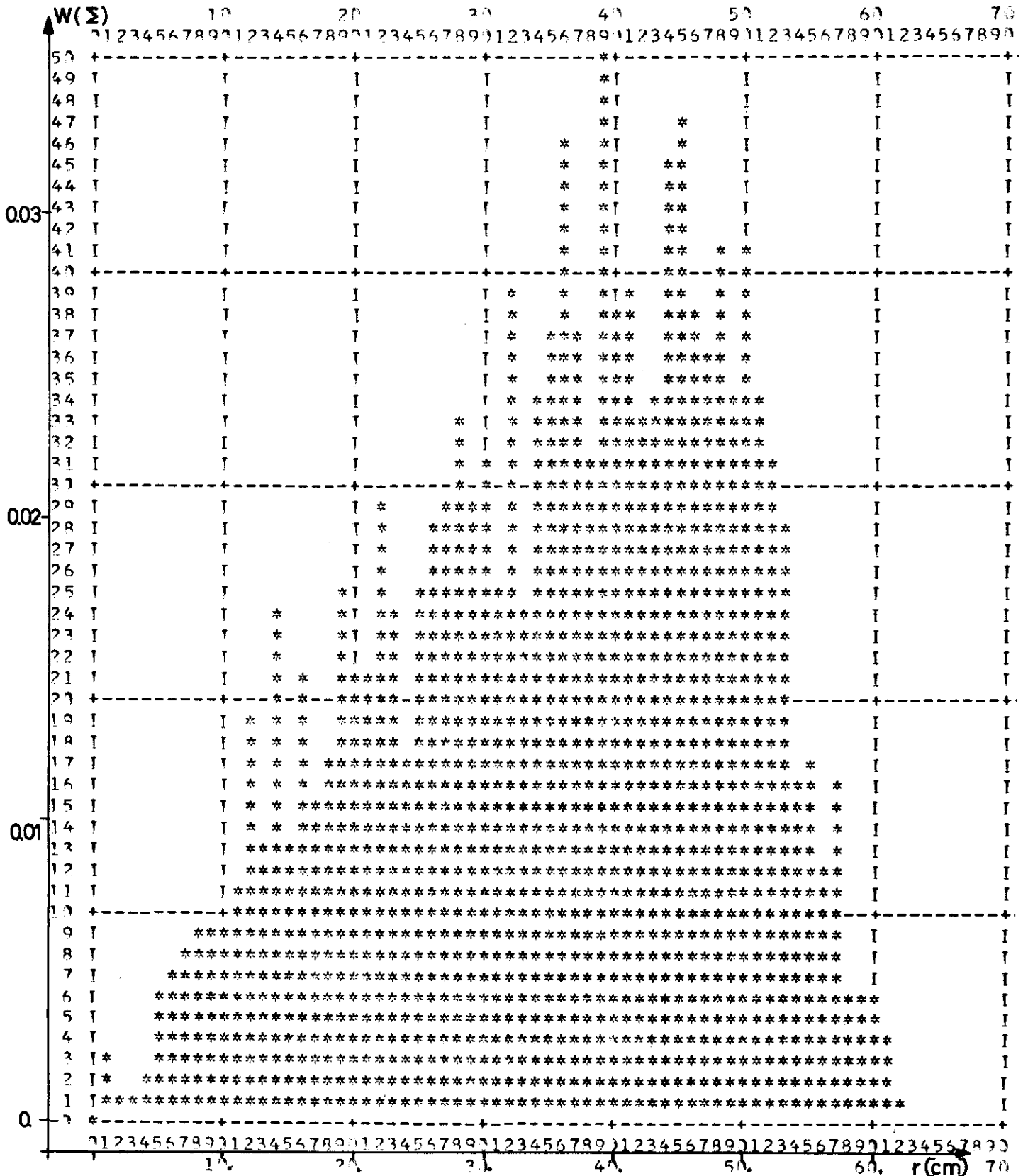
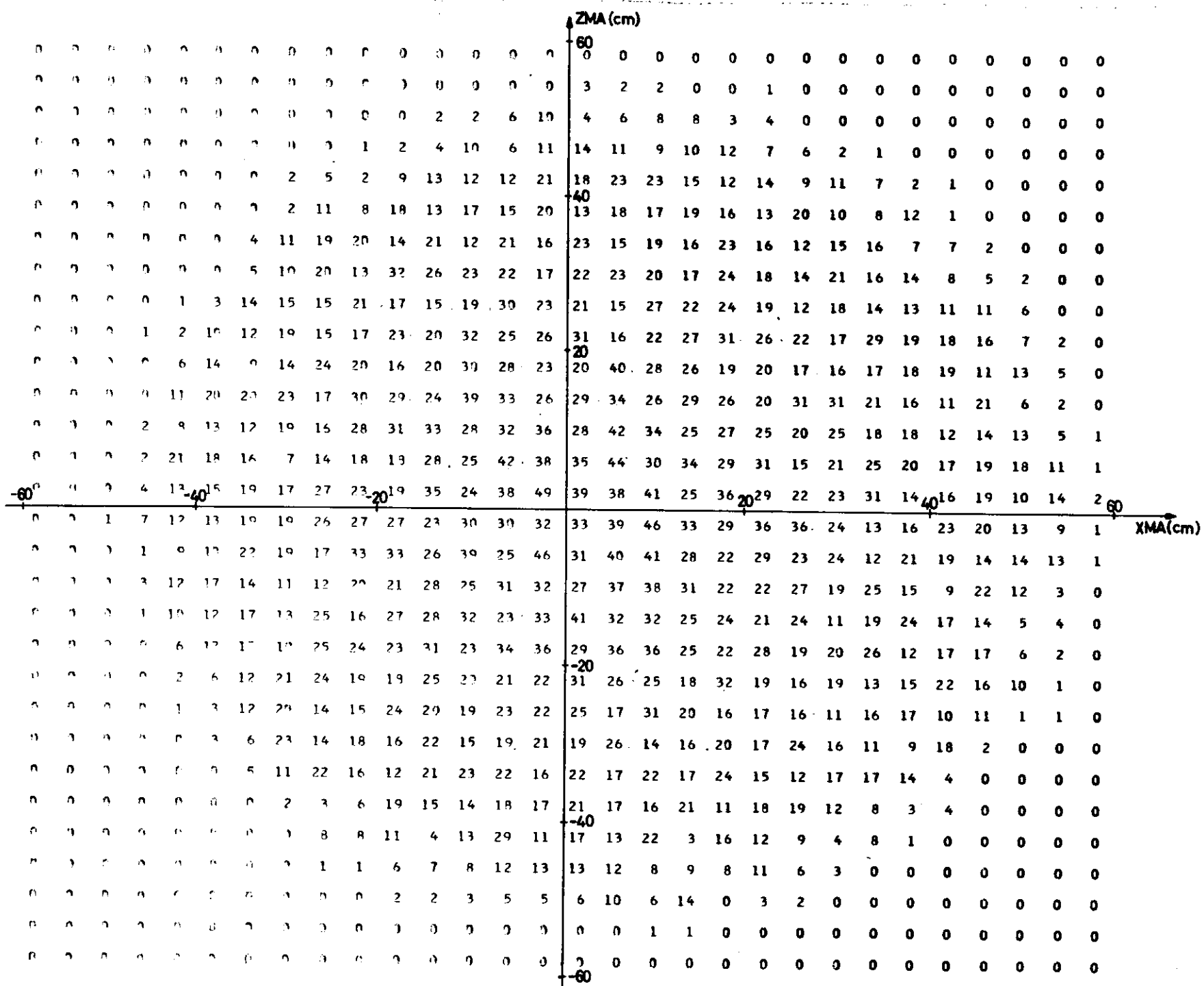


Abb. (2)

KURVE $W(\Sigma) = f(r)$

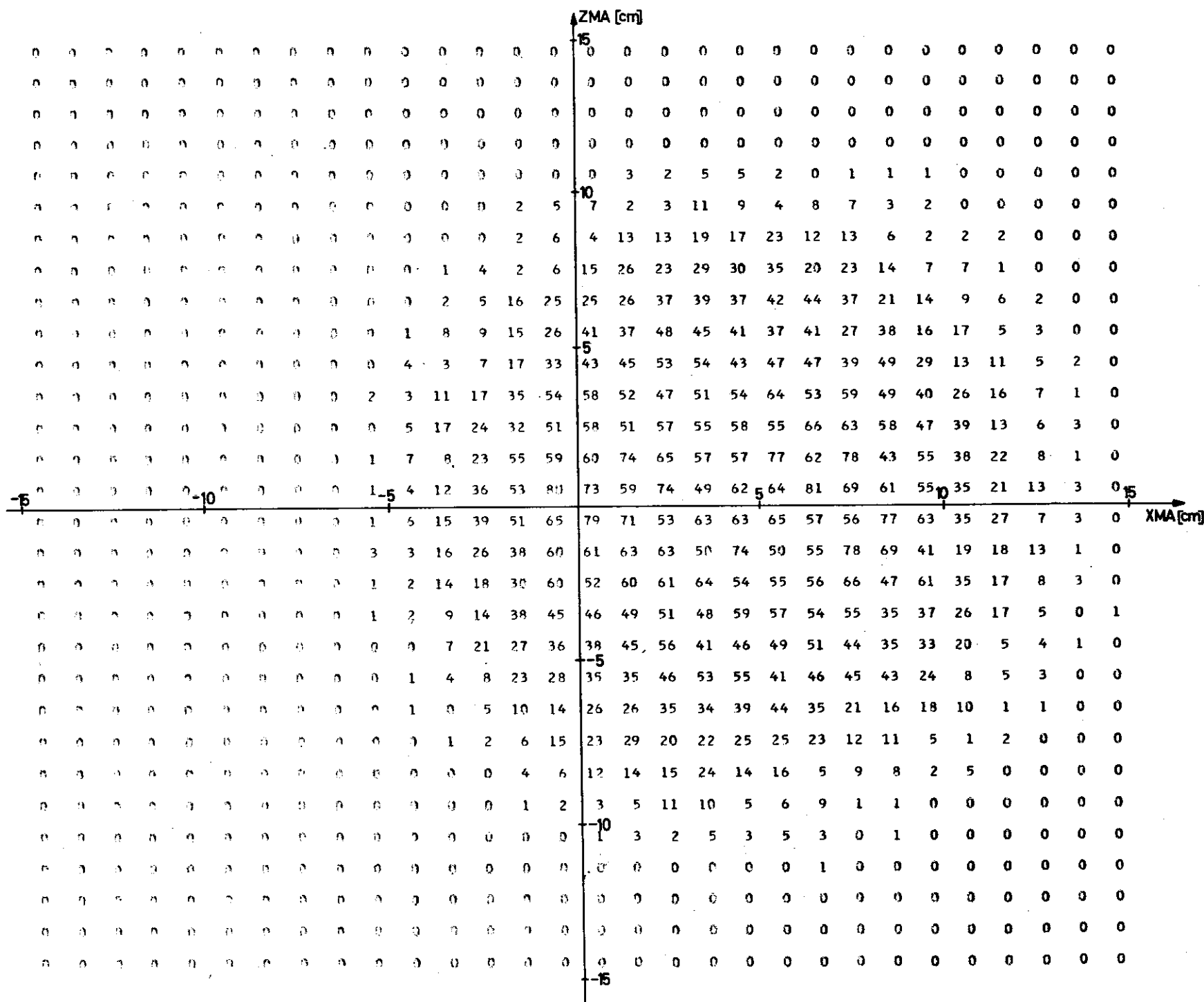
TRANSFORMATION
 $W(\Sigma) = 0.750 \cdot 10^{-3}$ Zeilennummer
 $r =$ Spaltennummer [cm]





Abb(3) $W(\Pi_{prim}) = f(XMA, ZMA)$

Transformation: $W(\Pi_{prim}) = \text{Anzahl} \cdot 10^{-4}$



Abb(4) $W(P_{prim}) = f(XMA, ZMA)$

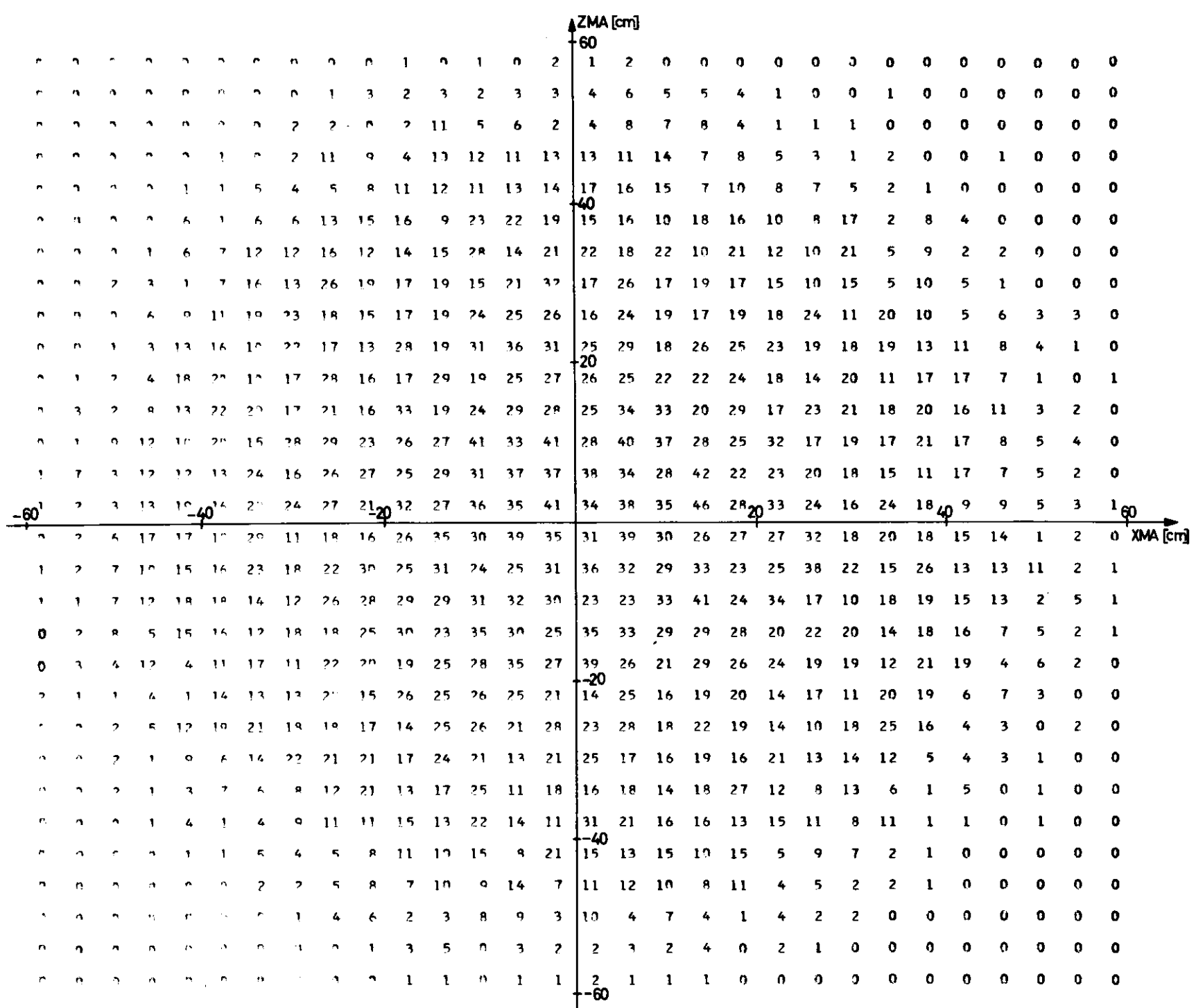


Abb (5) $W(T_{\text{sek}}) = f(XMA, ZMA)$
 Transformation: $W(T_{\text{sek}}) = \text{Anzahl} \cdot 10^{-4}$

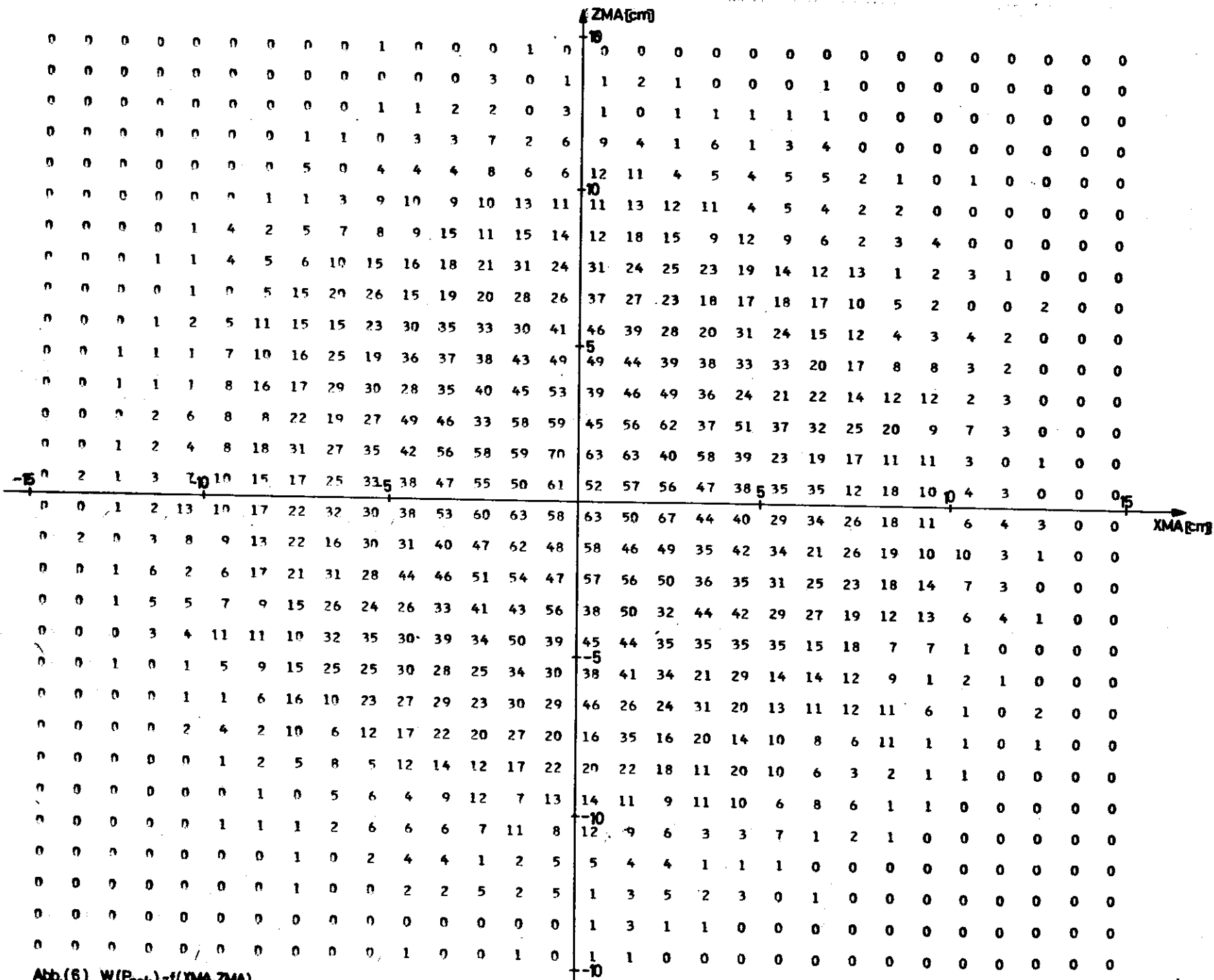
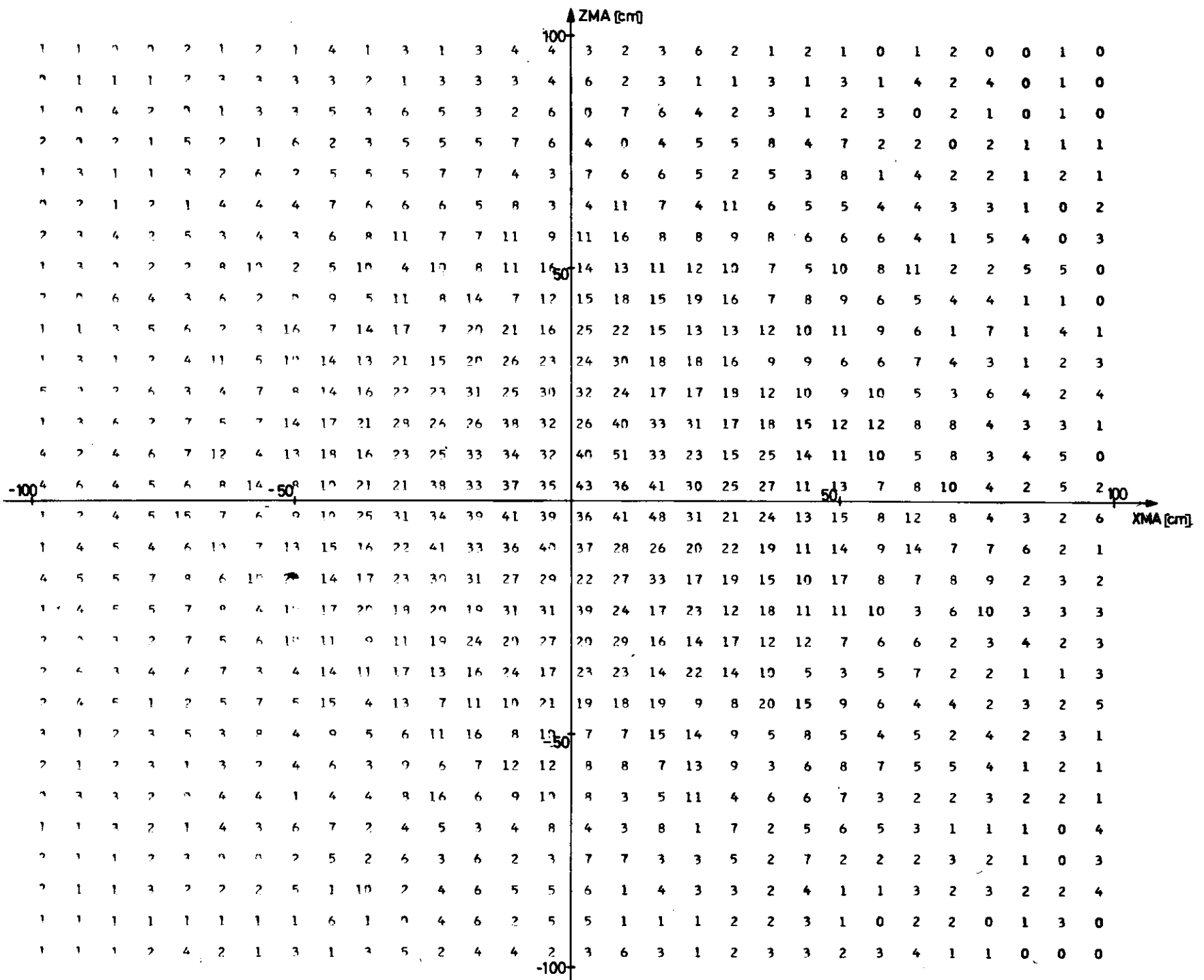


Abb. (6) $W(P_{sek}) = f(XMA, ZMA)$

Transformation: $W(P_{sek}) = \text{Anzahl} \cdot 10^{-4}$



Abb(7) $W(\delta_2) = f(XMA, ZMA)$
 Transformation: $W(\delta_2) = \text{Anzahl} \cdot 10^{-4}$

Abb(8)
 KURVE $W(\Sigma) = f(\alpha)$

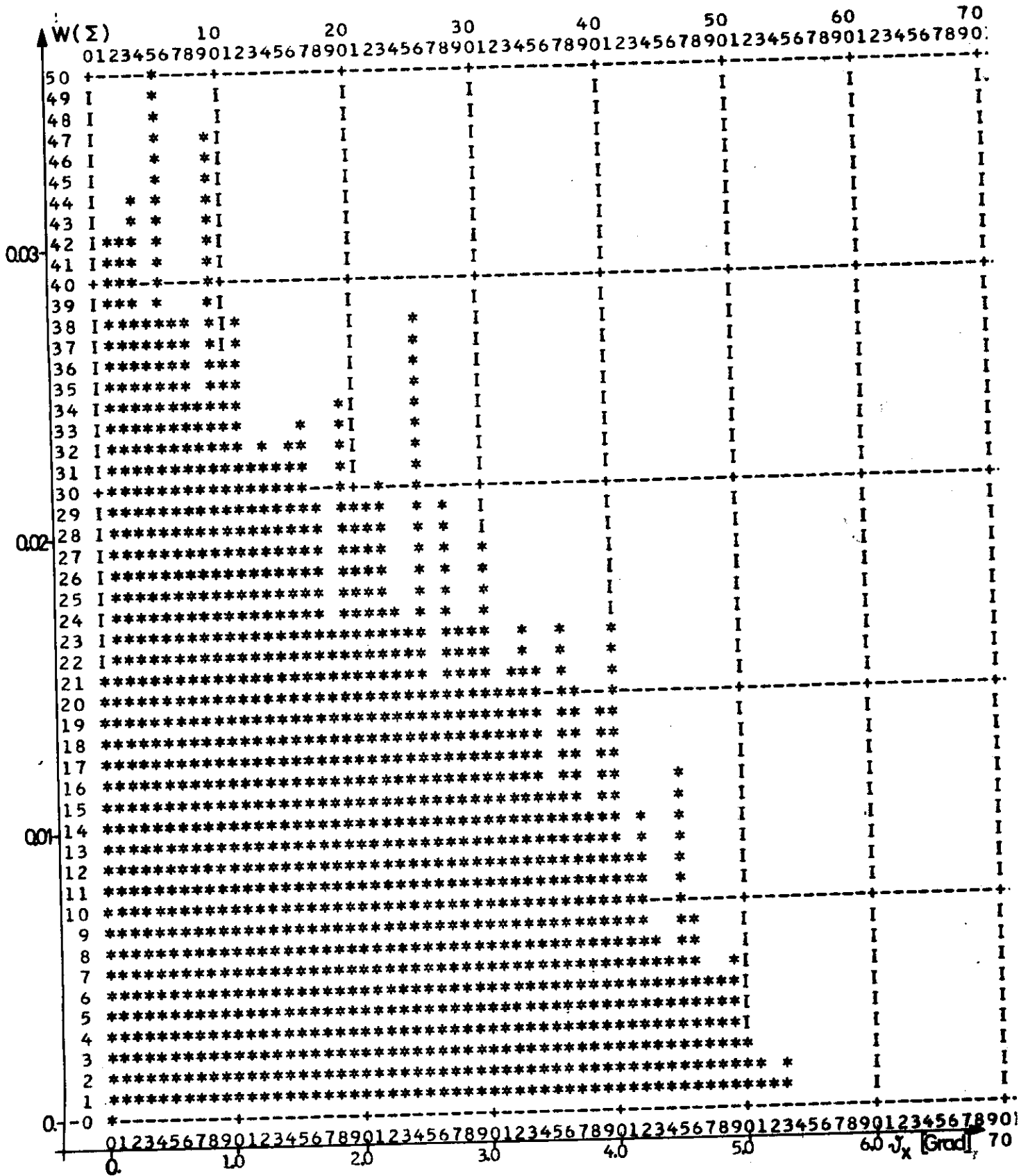
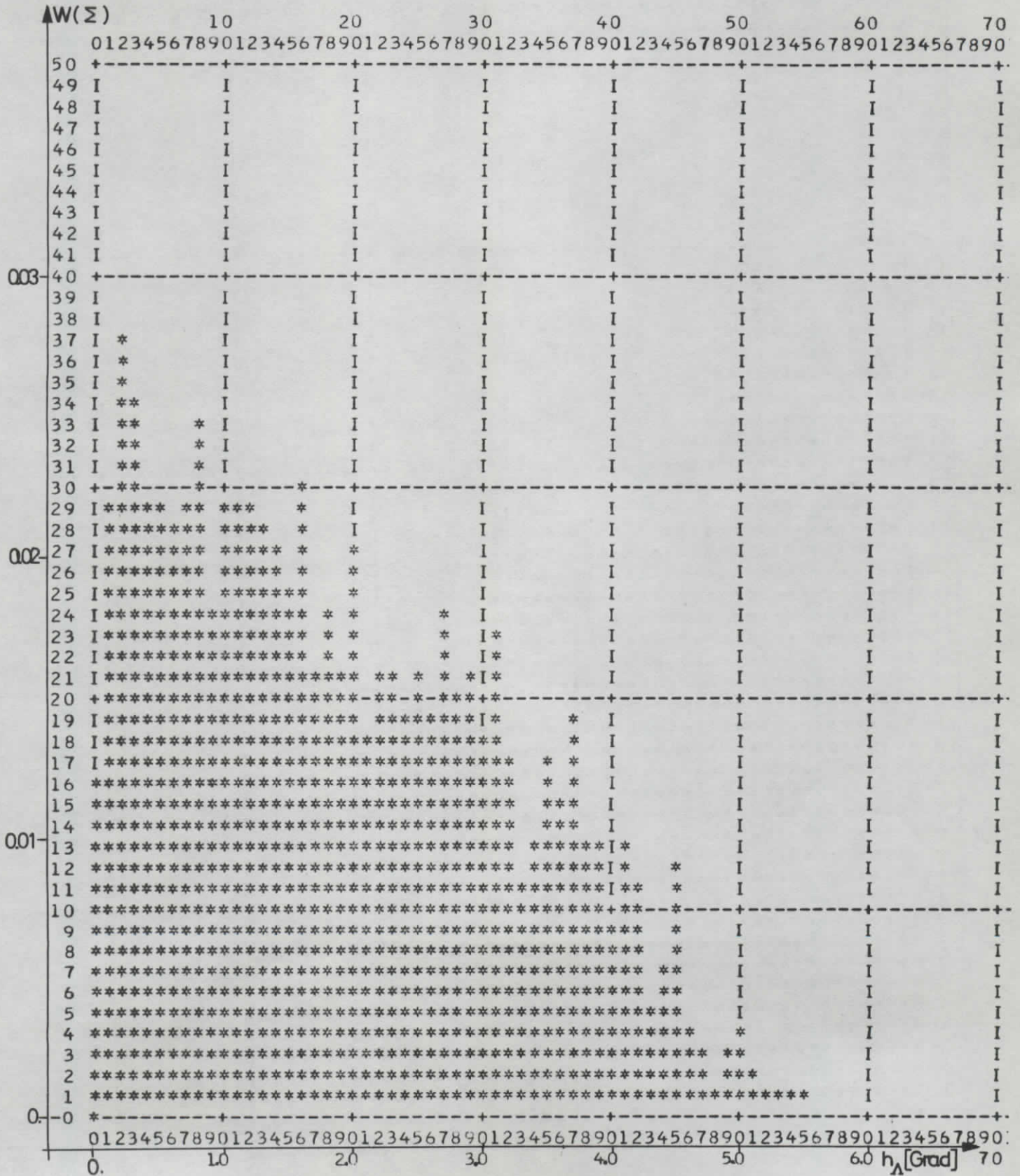


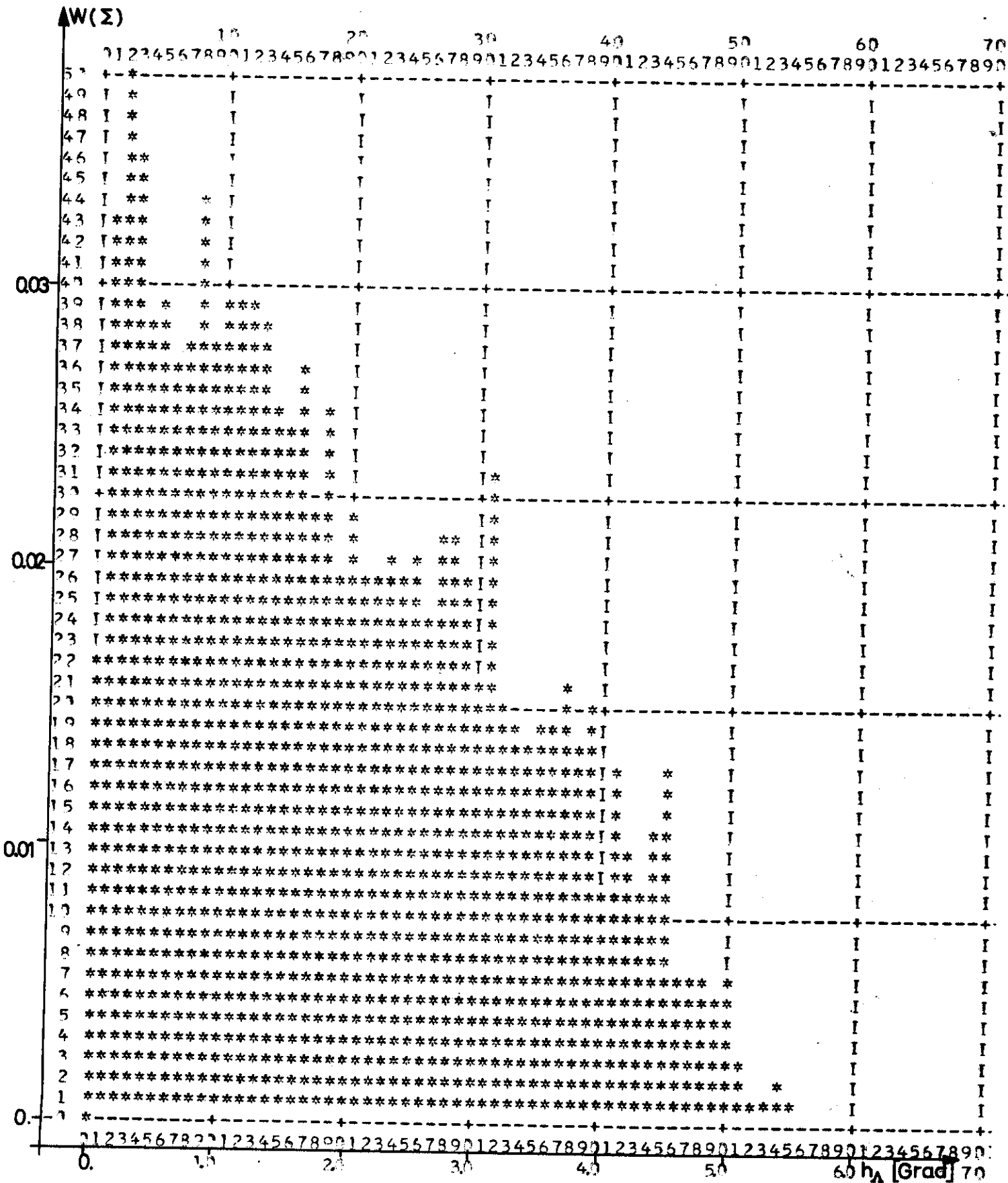
Abb (9)

KURVE $W(\Sigma) = f(h_{\Lambda}, E_1' \geq E_1 \pm 10\%)$



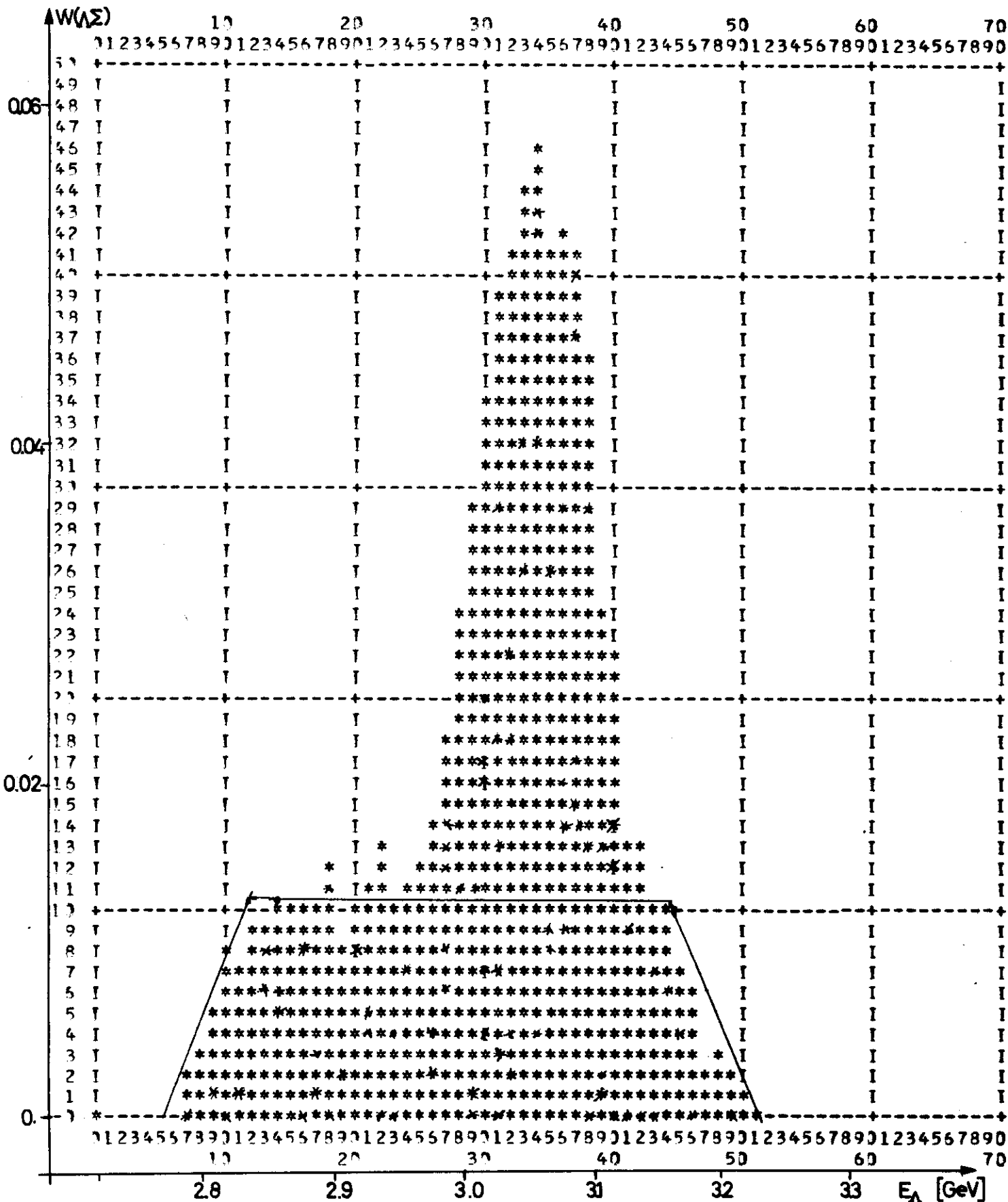
Abb(10)

KURVE $w(\Sigma) = f(h_A)$



Abb(11)

KURVE $W(\lambda, \Sigma) = f(E_\lambda)$



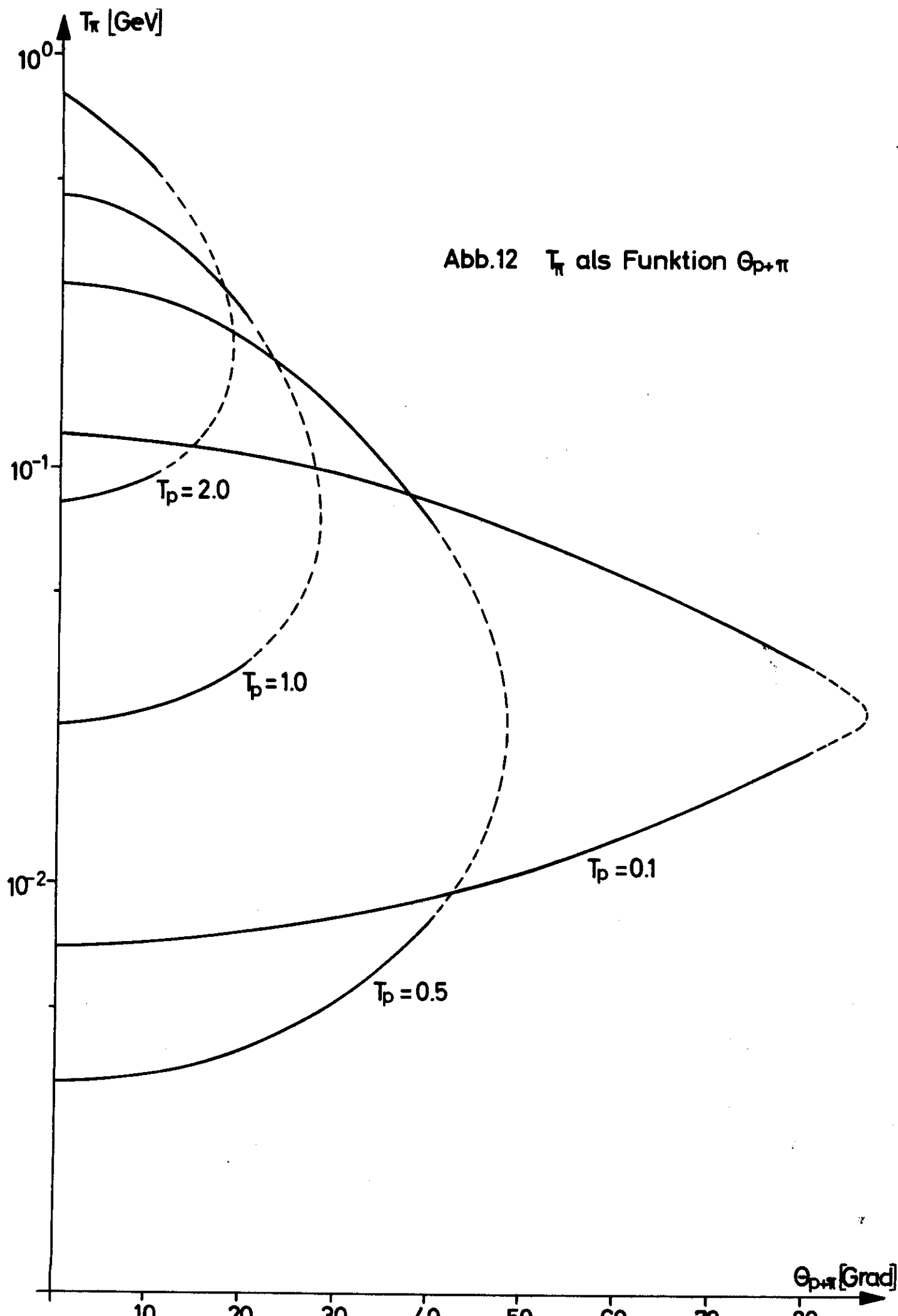


Abb.12 τ_π als Funktion $\theta_{p+\pi}$