Interner Bericht
DESY F35-73/4
Dezember 1973

Messung von Bremsspektren im GeV-Bereich mit einer hochauflösenden Apparatur

von

Jens Ringel

Messung von Bremsspektren im GeV-Bereich mit einer hochauflösenden Apparatur

von

Jens Ringel

Hamburg 1973

Inhalt:

Seite :

Seite :

Anhang

I. Einleitung

Zur Untersuchung von Photoproduktionsreaktionen des Typs

$$\gamma + P \rightarrow X + A$$

wird überwiegend ein Photonenstrahl mit kontinuierlichem Energiespektrum verwendet, der durch Bremsstrahlung von monoenergetischen Elektronen erzeugt wird.

Man kann die γ-Energie annähernd durch die Photonendifferenzmethode festlegen. Hierbei werden die Zählraten für zwei verschiedene Maximalenergien des Bremsspektrums subtrahiert, so daß nur Photonen mit Energien um den Mittelwert der beiden Endenergien wirksam sind (BUR73-I). Um die dennoch auftretenden Beiträge niedrigerer γ-Energien abzuschätzen, muß man genaue Informationen über die Form des Bremsspektrums besitzen.

Führt man für das produzierte Teilchen X eine Teilchenidentifizierung durch und mißt seinen Viererimpuls in einem magnetischen Spektrometer, kann man aus der Reaktionskinematik die Energie k_γ des einfallenden Photons bestimmen, wenn man ein spezielles Rückstoßteilchen A annimmt. Für die Reaktion

$$\gamma + P \rightarrow K^+ + \Lambda^0$$

erhält man zum Beispiel die Beziehung

$$(1) \qquad k_\gamma = \frac{M_\Lambda^2 - M_P^2 - m_K^2 + 2M_P E_K}{2(M_P + P_K \cos\Theta_K - E_K)} ,$$

wobei M,m die Massen, E und P Energie und Dreierimpulsbetrag der Teilchen und Θ_K der Kaonerzeugungswinkel im Laborsystem sind (VOG73).

Anstatt die γ-Energie zurückzurechnen, kann man die Maximalenergie k_{max} für das Photon annehmen und nach (1) das Massenquadrat des fehlenden Rückstoßteilchens berechnen. Trägt man für gegebenen Viererimpulsübertrag $\sqrt{-t}$ die Zählrate über dem Quadrat der Restmasse auf, so erhält man eine Stufe an der Stelle M_Λ^2 , deren Plateau sich zu höheren Massenquadraten hin fortsetzt. (Für einen monochromatischen γ-Strahl erhält man dagegen eine Breit-Wigner-Verteilung um M_Λ^2 .)

Bei hinreichend großen Endenergien kann das nachgewiesene Kaon auch von der Reaktion

$$\gamma + P \rightarrow K^+ + \Sigma^0$$

oder der Erzeugung von sogenannten Y^*-Resonanzen mit noch größeren Massen herrühren. Daher überlagern sich der Λ^0-Stufe noch weitere Stufen von den jeweiligen Massenquadraten der Teilchen an. Eine solche Restmassenverteilung zeigt Abbildung 1 (nach BUR73-II). Der Anstieg der Stufen wird durch das Massenauflösungsvermögen des Spektrometers, durch die Steilheit der Bremskante und bei den Y^*-Resonanzen durch die natürliche Linienbreite bestimmt. Die Höhe der einzelnen Stufen ist hauptsächlich durch den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ für die zugehörige Reaktion gegeben (SCHM67).

Um die Wirkungsquerschnitte für die Photoproduktion der verschiedenen Rückstoßteilchen zu erhalten, muß man die Stufen durch Anpassung einer geeigneten Ausgleichsfunktion voneinander trennen.

Die Ergebnisse dieser Trennung hängen wesentlich vom Verlauf der Ausgleichsfunktion im Anstiegsbereich der Stufen ab und damit von der Information über die Massenauflösung des Spektrometers und über die Steilheit der Bremskante. Das Massenauflösungsvermögen des Spektrometers kann man unter Berücksichtigung der Targetausdehnung, des Energieverlustes und der Vielfachstreuung der Kaonen und der Zählerbreiten in den Nachweisdetektoren berechnen (HEI69). Die Form der Bremskante hängt jedoch von der Dicke des Bremsstrahlungstargets ab und läßt sich nur mit Hilfe grober Näherungen berechnen (Anhang A3).

Um den Verlauf des Bremsspektrums dicker Targets nahe der Bremskante mit Rechnungen zu vergleichen, die den Targetdickeneffekt näherungsweise berücksichtigen, wurden am externen γ-Strahl 24 des Deutschen Elektronen-Synchrotrons in Hamburg Messungen des Energiespektrums durchgeführt. Die Energieverteilung wurde unter Ausnutzung des Paarbildungseffektes gemessen, als Analysator stand das DESY-Paarspektrometer (SCHU66) zur Verfügung.

Da die Verwendung eines dicken Targets insbesondere die Steilheit der Bremskante beeinflußt, die Steilheit der gemessenen Bremskante jedoch vom Auflösungsvermögen der Nachweisapparatur abhängt, wurden Proportionalkammern mit einer Impulsauflösung von 0.26% zur Bestimmung der Paarenergien verwendet. So wurde das Energieauflösungsvermögen nicht durch die Ortsauf=

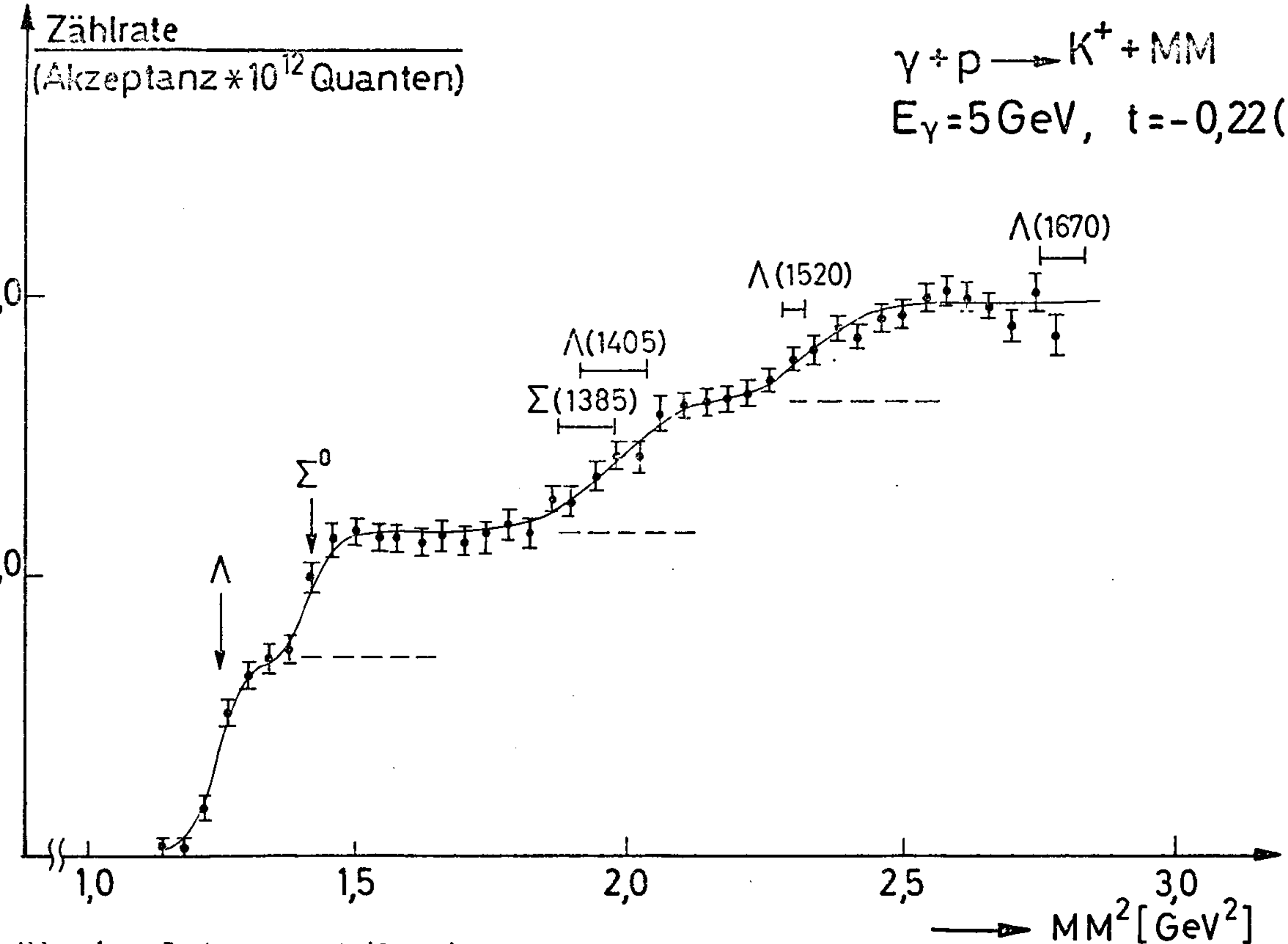


Abb. 1 Restmassenverteilung in der Photoproduktion

lösung des Detektors bestimmt. Auch die hohen Endenergien zwischen 3.5 GeV und 7.1 GeV trugen zur Verbesserung des Auf= lösungsvermögens bei.

Bei früheren Messungen dagegen (DIA60,HUS64,SCHU66) wurde die Energieauflösung durch die Zählerbreiten oder die niedrige Endenergie begrenzt.

Die Variation der Endenergie während des γ-Strahl= pulses wurde entweder durch einen "Flat-Top-Betrieb" des Syn= chrotrons eingeschränkt oder durch die Verwendung einer speziellen Elektronik korrigiert. Dadurch blieb der Einfluß der Endenergieschwankung auf die Form der gemessenen Brems= kante klein.

Die Messungen wurden Anfang 1973 durchgeführt und ergaben eine hinreichende Übereinstimmung der gerechneten und der gemessenen Bremsspektren dicker Targets (0.0143 bzw. 0.0629 Strahlungslängen Wolfram) nahe der Bremskante.

II. Die experimentelle Ausführung

II.1. Der γ-Strahl

Die im Synchrotron beschleunigten Elektronen werden nahe ihrer Maximalenergie durch gepulste Magnete ("beam bump") aus der Sollbahn heraus auf ein dünnes Wolframblech, das Target, gelenkt, so daß sie Bremsquanten abstrahlen. Der so entstandene Photonenstrahl wird mehrfach kollimiert und durch zwei Reinigungsmagnete von geladenen Teilchen gesäubert.

II.1.1. Die Energiedefinition

Der Photonenstrahl besitzt ein kontinuierliches Energiespektrum (Anhang A2) mit der Elektronenenergie als Maximalenergie. Diese ändert sich zeitlich wie das Führungsmagnetfeld der Elektronen im Synchrotron :

$$(2) \qquad k_{max} \sim \quad B = B_{max} \cdot 1/2 \cdot (1+\cos\frac{2\pi}{T}(t-t_{max})) \qquad ;$$

T = 20 msec ist die Synchrotronperiode, t_{max} der Zeitpunkt maximaler Endenergie.

Die Elektronen treffen in einem Zeitraum von 1 - 3 msec um t_{max} auf das Target, für $|t-t_{max}|$ = 1.5 msec erhält man eine relative Schwankung $\Delta k_{max}/k_{max}$ = 1.4% . Hierauf kann bei der Auswertung korrigiert werden (II.3.4.2.) .

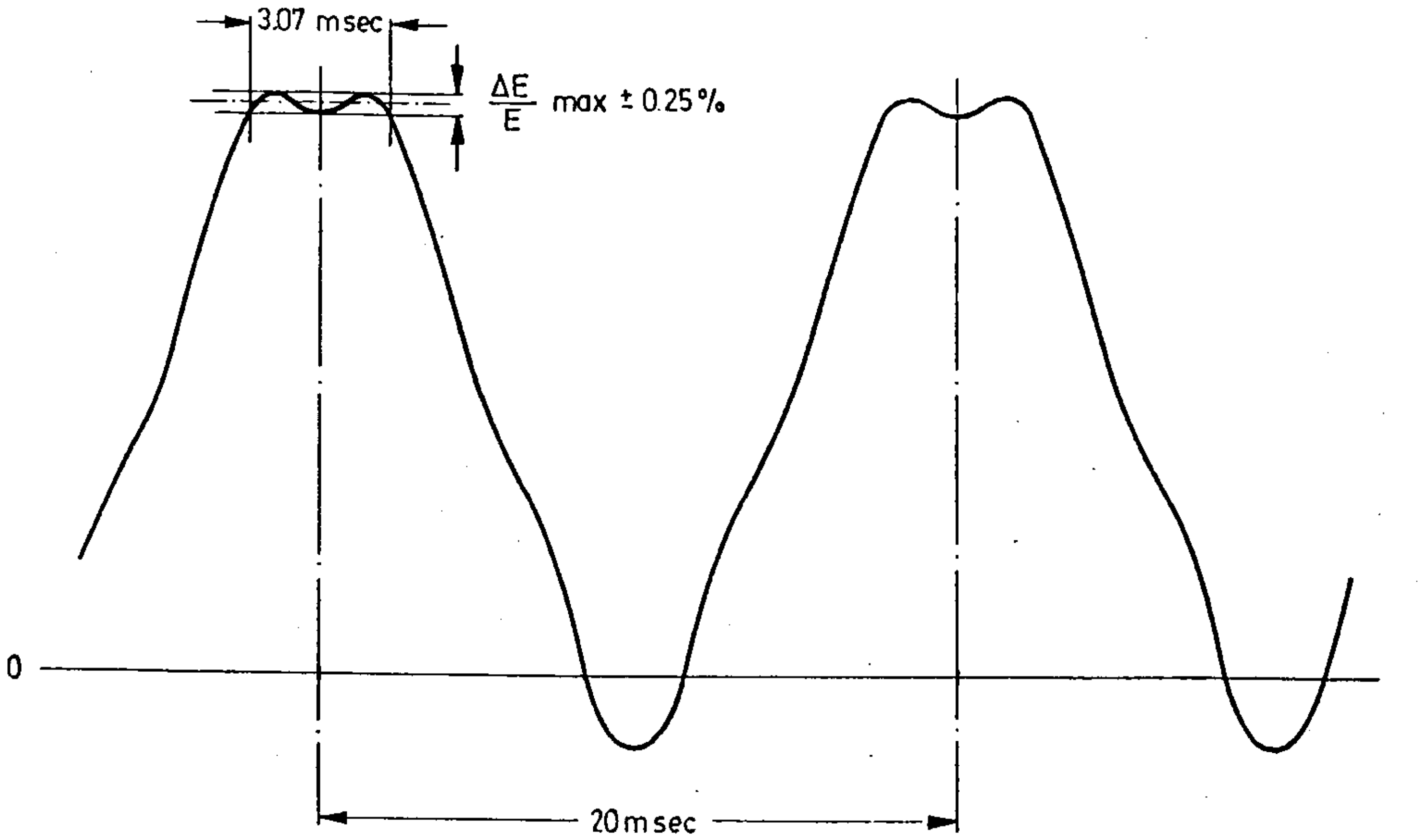
Beim "Flat-Top"-Betrieb dagegen wird eine 200 Hz Oberwelle zur 50 Hz Magneterregung addiert, wobei die Amplitude der 200 Hz Welle ca. 8.5% der Amplitude der 50 Hz Welle beträgt (HUM73,HEM73). Bei richtiger Phasenbeziehung beider Wellen erhält man eine Endenergiestreuung von $\pm$0.25% über mehrere Millisekunden (Abb. 2). Ein Signalpuls, der genau diesen Zeitraum einschließt, gestattet es, Ereignisse mit anderen Maximalenergien zu diskriminieren.

II.1.2. Das Paarspektrometer

Die Energieverteilung des γ-Strahls wird durch die Ausnutzung des Paarbildungseffektes gemessen (Anhang A2).

Die Photonen treffen auf eine dünne Metallfolie, das Konvertertarget, und erzeugen teilweise Elektron-Positron-Paare, welche die gesamte Energie des Photons übernehmen.

Das Konvertertarget liegt in einem Magneten (Abb. 3) mit überwiegend homogenem Magnetfeld, so daß die Paarteilchen



flat top mit 100 % 50 pro sec
+ 8.45 % 200 pro sec

Abb. 2

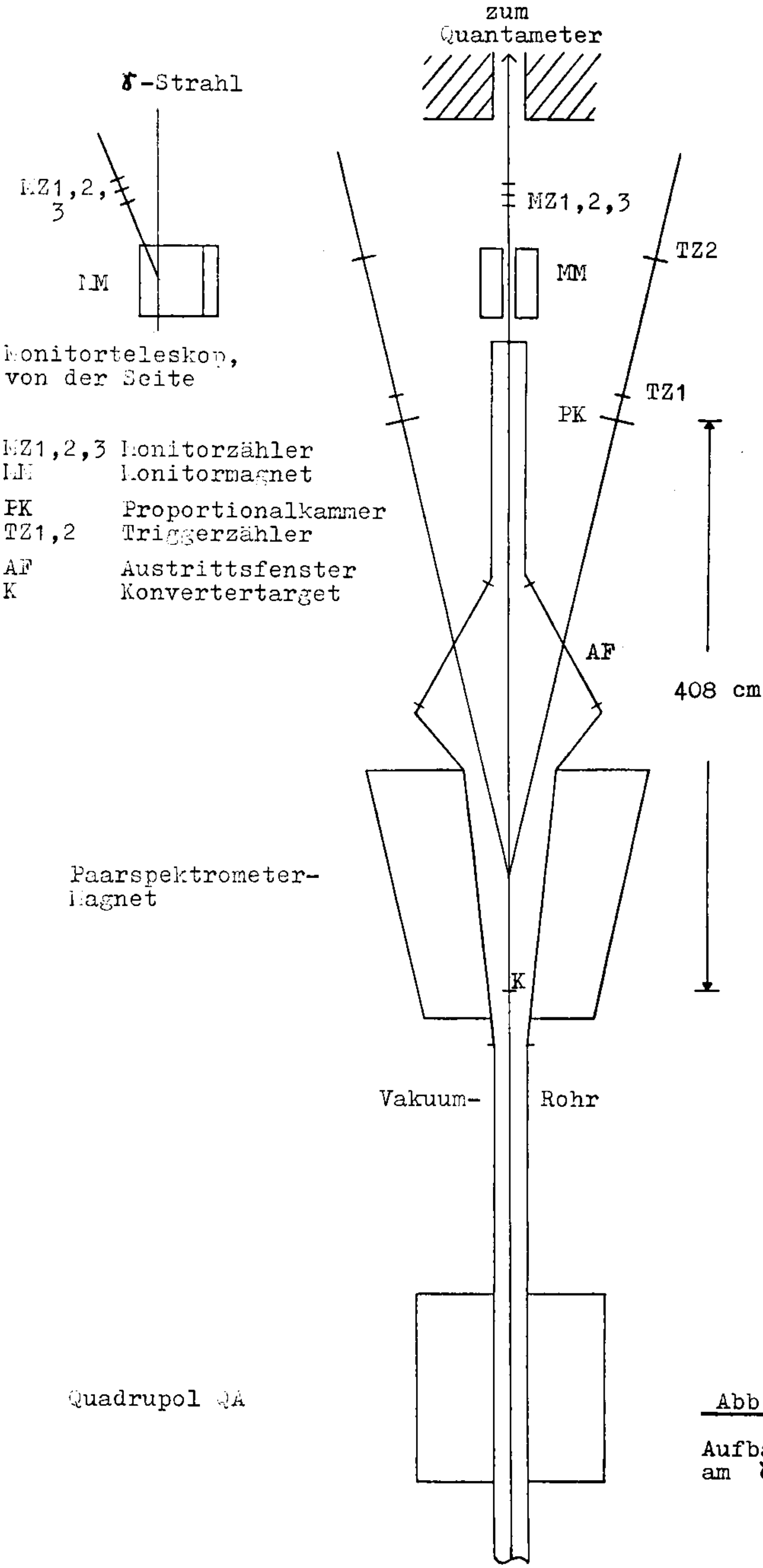


Abb. 3

Aufbau
am γ-Strahl 24

nach entgegengesetzten Seiten abgelenkt werden. Sie werden in zwei symmetrisch zum Strahl liegenden Teleskopen aus je einer Proportionalkammer und zwei Szintillationstriggerzäh= lern in Koinzidenz nachgewiesen. Da die hochenergetischen Paarteilchen hauptsächlich in Vorwärtsrichtung erzeugt werden, enthalten ihre Ablenkwinkel eine Information über die Energie des erzeugenden Photons.

Um Paarbildung an Gasatomen zu unterdrücken, ver= läuft der γ-Strahl im Bereich des Paarspektrometers in einem Vakuum von $\sim 5\cdot10^{-4}$ Torr. Die Vakuumkammer besitzt Austritts= fenster aus 250 μ Mylarfolie für die erzeugten Paarteilchen.

Vor dem Paarspektrometermagneten passiert der γ-Strahl einen als Dipol geschalteten QA-Quadrupolmagneten, der den geladenen Untergrund des Photonenstrahles nach oben und unten ablenkt.

II.1.3. Die Intensitätsmessung

Der Photonenstrahl endet in einem gasgefüllten DESY-Quantameter (LAD65), das die Strahlintensität mißt.

Der integrierte Ionisationsstrom des Quantameters ist der Zahl Q_{eff} der effektiven Quanten proportional :

$$(3) \qquad q = \int i\,dt = \frac{k_{max}}{C} \cdot Q_{eff} \quad \text{mit} \quad C = 1.83\cdot10^{16}\ \frac{\text{GeV}}{\text{Asec}}.$$

Die Zahl der effektiven Quanten,

$$(4) \qquad Q_{eff} = \int_0^{k_{max}} k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot dk \cdot \frac{1}{k_{max}} \quad ,$$

ist die Zahl von Photonen der Energie k_{max} , die zusammen die gleiche Energie haben wie die registrierten Photonen des γ-Strahls. Für die vorliegenden Messungen ist $Q_{eff} = 2.7\cdot10^7$ pro Synchrotron= puls eine typische Intensität.

Man normiert das gemessene Bremsspektrum $k\cdot dn/dk$ auf 1, indem man durch Q_{eff} teilt.

II.1.4. Das Monitorteleskop

Am Austrittsfenster des Vakuumrohres erzeugen die γ-Quanten noch einmal geladene Teilchen, die in einem Permanentmagneten nach oben abgelenkt und in einem Monitorteleskop aus drei Szintillationszählern in Koinzidenz nachgewiesen werden (Abb. 3). Die Zählrate des Monitorteleskops ist für feste Strahlparameter der Zahl der effektiven Quanten proportional.

Die Elektronik des Experiments ist nicht dauernd empfindlich, sondern wird nur für ein bestimmtes Zeitintervall während des γ-Strahlpulses durch ein Steuersignal geöffnet (II.3.4.1.). Das Quantameter mißt aber auch die außerhalb die= ses Zeitraumes vorhandene Strahlintensität.

Daher registriert man die Monitorzählrate auf zwei Zählern, von denen der eine dauernd offen ist, der andere aber nur durch das Steuersignal geöffnet wird. Das Verhältnis bei= der Zählraten bildet die Monitorkorrektur, mit der die Ereig= niszählraten der Quantameteranzeige angepaßt werden.

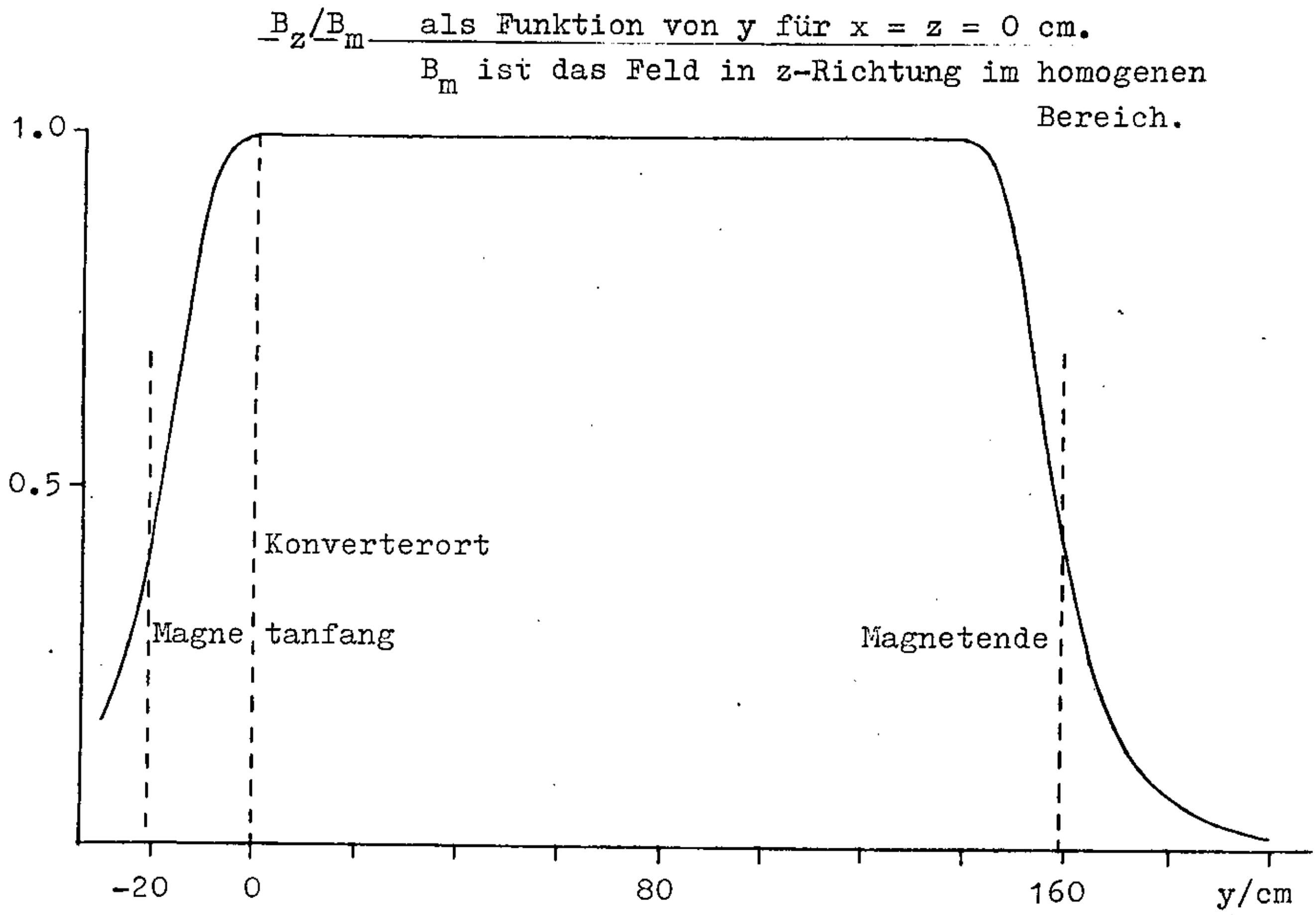
II.2. Einzelheiten zum Paarspektrometermagneten

II.2.1. Der Magnet (SCHU66)

Der Paarspektrometermagnet erzeugt ein weitgehend homogenes Magnetfeld senkrecht zur Richtung des γ-Strahles (Abb. 4 und 5). Die Feldhomogenität wurde durch Verwendung des "window-frame" Prinzips bei der Konstruktion erreicht (STE65,SCHU66).

Der Magnet hat eine physikalische Länge von 1.80 m bei 10.2 cm Polschuhabstand. Das Konvertertarget liegt 21 cm, das ist etwa der doppelte Polschuhabstand, vom Magnetanfang entfernt im Magnetinnern. Dadurch werden die Paare schon inner= halb des homogenen Feldes erzeugt. Die Paarteilchen durchlaufen einen Magnetbereich von 159.85 cm effektiver Länge. Den ausein= anderstrebenden Trajektorien der Paarteilchen entsprechend verbreitert sich das Feldvolumen in Richtung des γ-Strahls (Abb. 3).

Das Paarspektrometermagnetfeld im homogenen Bereich als Funktion des Stromes zeigt Abbildung 6 (nach SCHU66). Der Paarspektrometermagnet kann bis zu einer Feldstärke von 2.07 Tesla erregt werden, das entspricht einem Strom von 1500 A. Die Erregungskurve ist bis 0.8 Tesla bei 500 A linear. Im



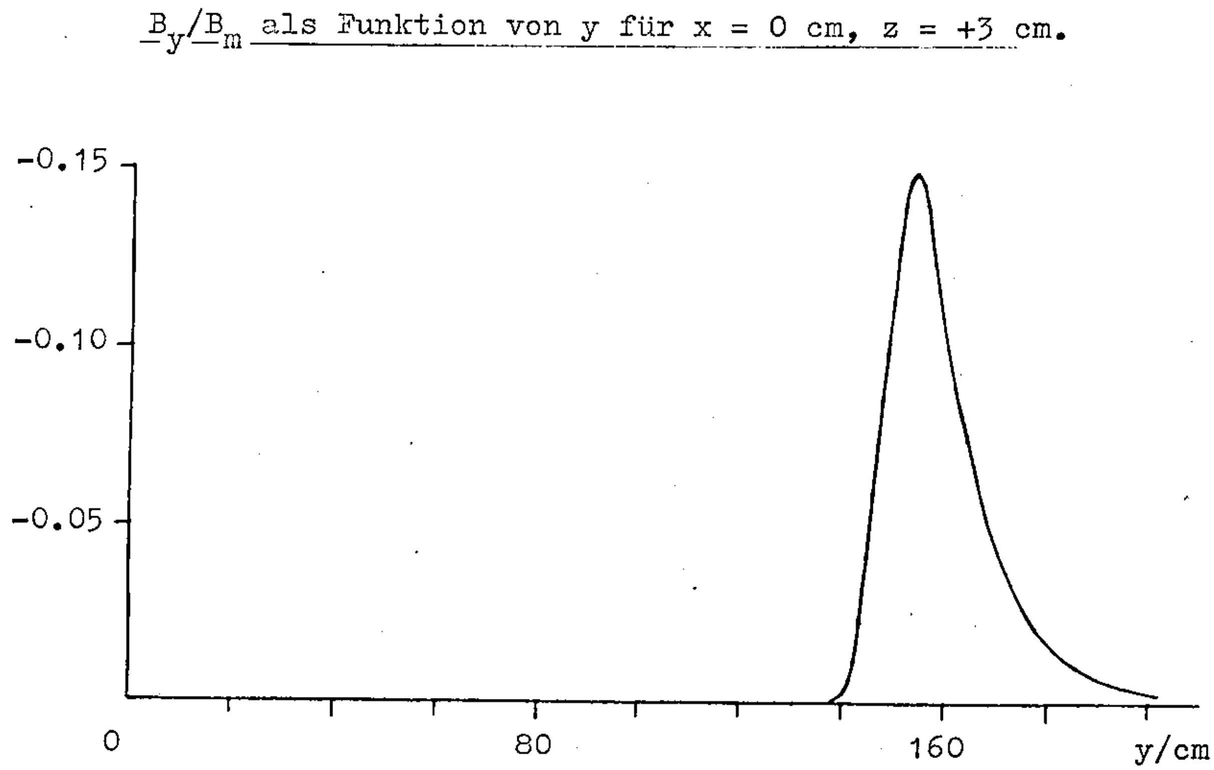
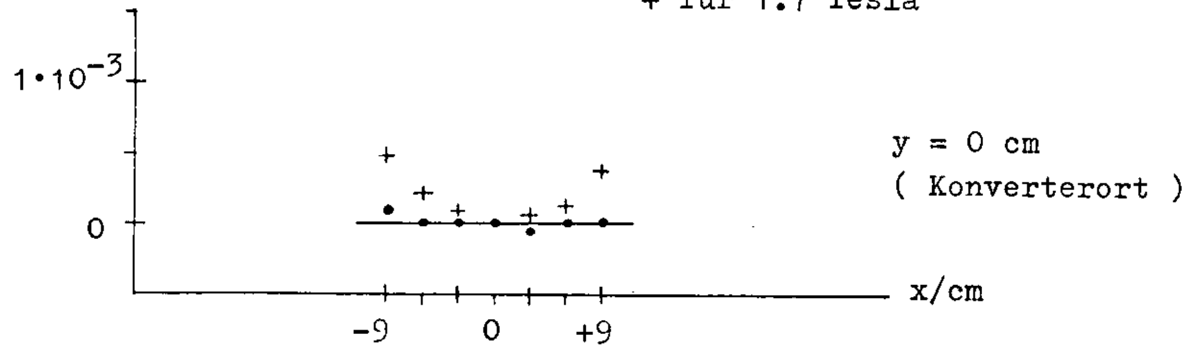
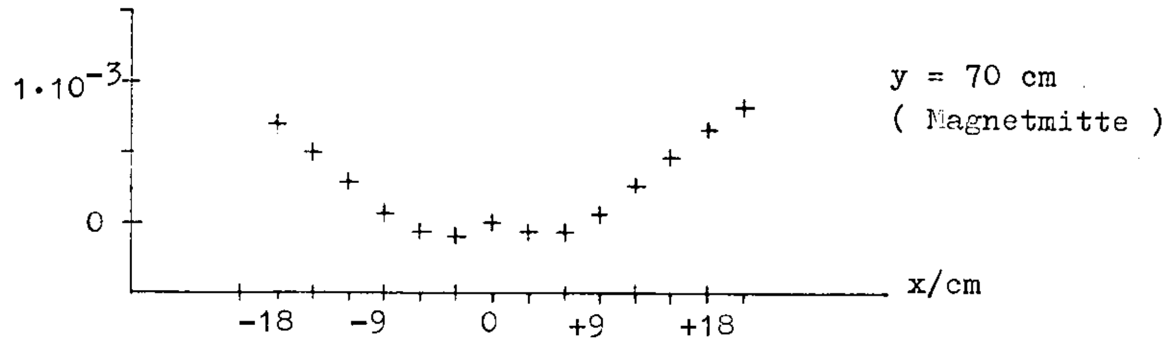


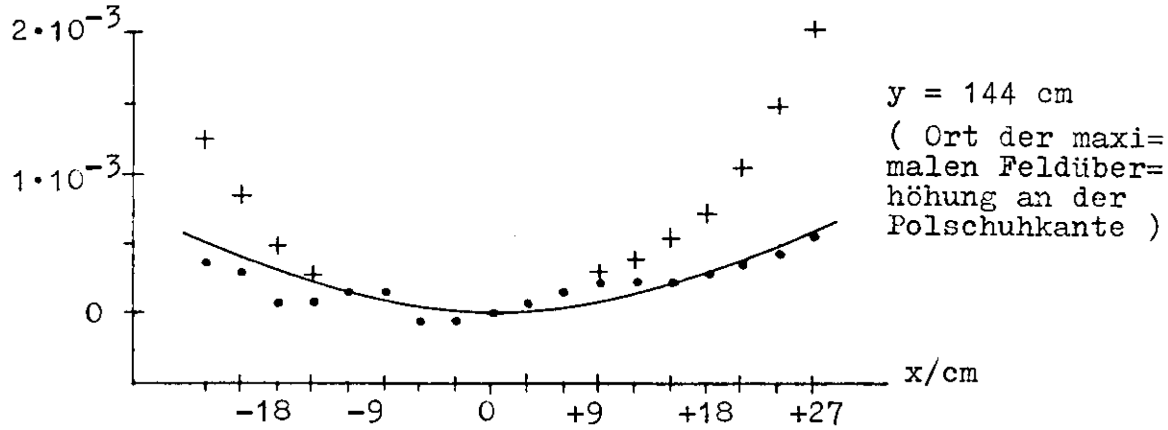
Abb. 4 Verlauf der Hauptfeldkomponente B_z und der Longitudinalkomponente B_y des Paarspektrometermagneten.

B_z/B_o als Funktion von x für verschiedene y-Werte :

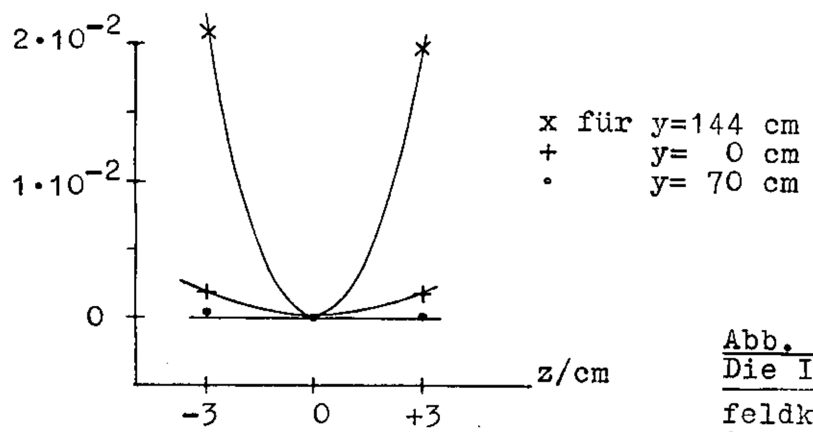
$B_o = B_z(x=0,y,z=0)$; · für 0.8 Tesla
+ für 1.7 Tesla

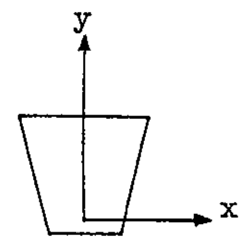






B_z/B_o als Funktion von z
für verschiedene y-Werte:





Koordinatensystem

Abb. 5
Die Inhomogenität der Haupt=
feldkomponente B_z des
Paarspektrometermagneten.

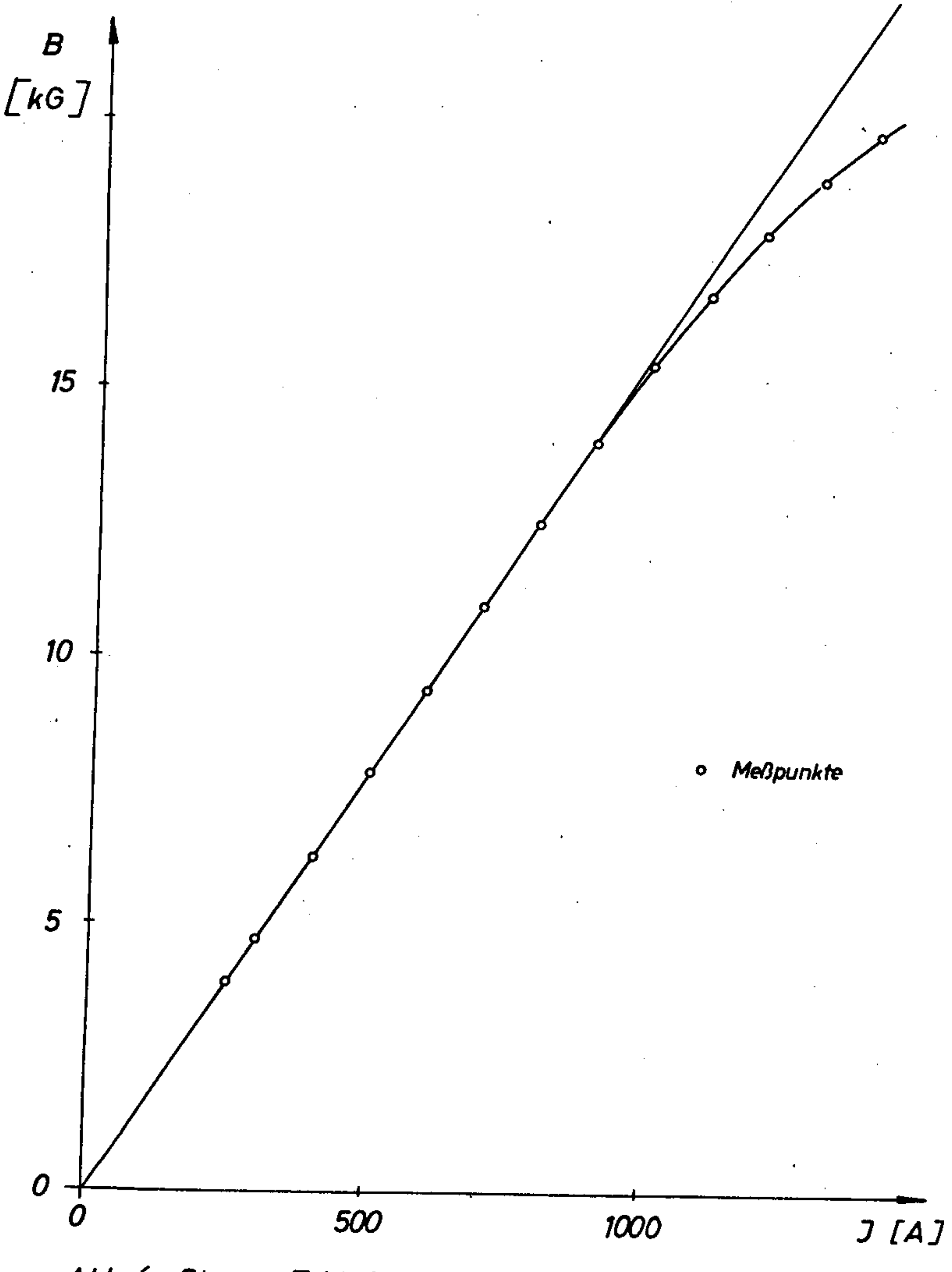


Abb. 6: Strom-Feld-Beziehung im Paarspektrometer-Magneten

vorliegenden Experiment wurde maximal eine Feldstärke von 1.72 Tesla mit einer Abweichung von 3% von der Linearität der Erregungskurve verwendet.

II.2.2. Das Konvertertarget

Das Konvertertarget besteht aus einer dünnen Metallfolie, in der ein Teil der durchlaufenden γ-Quanten je ein Elektron-Positron-Paar erzeugt. Die Wahrscheinlichkeit, in einem Zähler mit Energieband ΔE und Sollenergie E ein Positron nachzuweisen, wenn ein Photon der Energie k den Konverter passiert hat, ist
$$w = \frac{d\sigma^P}{dE}(E,k)\cdot\Delta E\cdot f_K \quad .$$

Hierbei ist f_K die Teilchenflächendichte des Konverters und $d\sigma^P/dE$ der Paarbildungswirkungsquerschnitt, differentiell in der Energie eines Paarteilchens (Anhang A2).

Definiert man $\varepsilon = E/k$, so hängt $d\sigma^P/d\varepsilon(\varepsilon,k)$ bei hohen Energien nur noch sehr schwach von k ab. Im Bereich $k = 3$ GeV bis $k = 7$ GeV variiert $d\sigma^P/d\varepsilon(\varepsilon=1/2,k)$ um weniger als 0.4%. $\Sigma(\varepsilon,k) = f_K\cdot d\sigma^P/d\varepsilon(\varepsilon,k)$ heißt Konversionswahrscheinlichkeit

Die Erzeugungswinkel eines Paarteilchens der Energie E sind von der Größenordnung m/E. Bei den Messungen wurden Paare mit symmetrischer Energieaufspaltung, d.h. $\varepsilon = 1/2$, nachgewiesen. Für hohe γ-Energien sind daher auch die Energien der Paarteilchen sehr groß, so daß sie praktisch in Vorwärtsrichtung erzeugt werden. Bei $k = 5$ GeV erhält man $m/E \approx 0.2$ mrad.

Im Experiment wurde eine 18 μ starke Aluminiumfolie als Konvertertarget verwendet. Für symmetrische Paare gilt damit $\Sigma = 1.3\cdot10^{-4}$.

Die Teilchenflächendichte f_K des Konverters wurde durch Wägung bestimmt: aus dem Gewicht pro Fläche kann man die Teilchenflächendichte berechnen.

Die Konverterfläche betrug 34.6 cm^2 bei einem typischen γ-Strahlquerschnitt von 1 cm^2 am Konverter.

II.2.3. Nachweisteleskope und Teilchentrajektorien

Die von den γ-Quanten im Konvertertarget erzeugten Paarteilchen werden in einer Ebene senkrecht zum homogenen Magnetfeld nach verschiedenen Seiten abgelenkt. Da der Winkel gegen den γ-Strahl, unter dem das Teilchen startet, zu vernachlässigen ist (II.2.2.), ist der Ablenkwinkel Θ (Abb. 7) ein Maß für den Impuls. Im Fall eines homogenen Kastenfeldes gilt für den Impuls P eines Teilchens

$$(5) \qquad P(\mathrm{GeV/c}) = \frac{3.0 \cdot B(\mathrm{Tesla}) \cdot L(\mathrm{m})}{\sin\Theta} ,$$

wobei L die Feldlänge in Richtung des γ-Strahles ist. Für reale Magneten, deren Randfeld stetig auf 0 fällt, muß man in (5) eine effektive Feldlänge einsetzen.

Im Experiment wurden zwei Teleskope unter einem Winkel von jeweils 13° gegen den γ-Strahl aufgebaut (Abb. 3). Durch die symmetrische Anordnung erreicht man bei gegebener γ-Energie ein minimales Magnetfeld, wenn man einen kleinsten Ablenkwinkel für die Paarteilchen vorgibt.

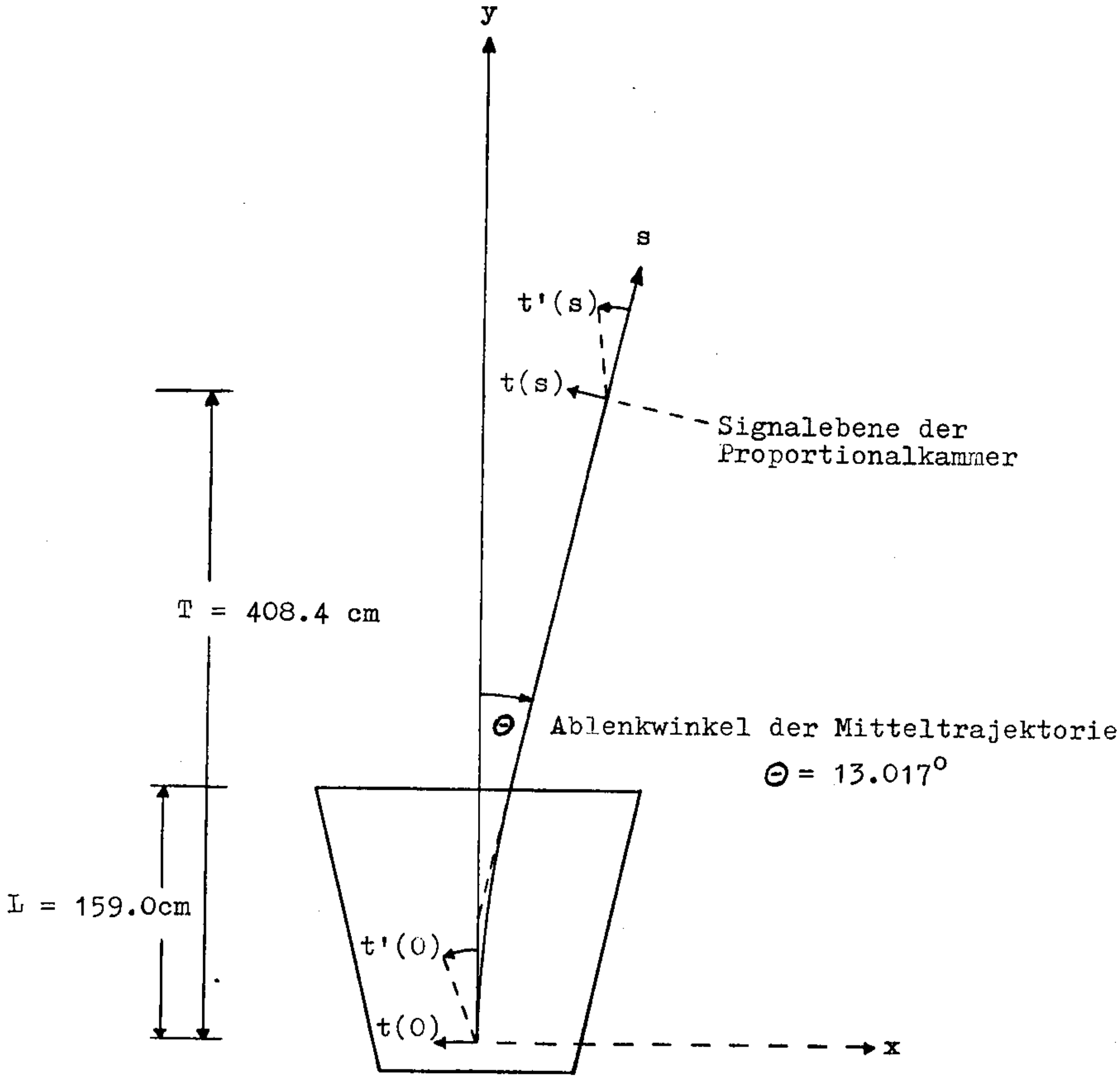
Die Teleskope liegen im Driftraum außerhalb des Magnetfeldes. Senkrecht zur Mitteltrajektorie eines Teleskops steht eine Proportionalkammer mit ihren Signaldrähten parallel zum Magnetfeld. Auf die Kammer folgen zwei Szintillationszähler, die in Koinzidenz mit den Zählern des anderen Teleskops das Triggersignal für die Kammerelektronik liefern.

Vernachlässigt man die transversale Strahlausdehnung, die Strahldivergenz und die Startwinkel der Paarteilchen am Konverter, so ist jedem Kammerdraht bei gegebenem Magnetfeld B eindeutig ein Teilchenimpuls P bzw. eine Teilchenenergie E zugeordnet. Unter diesen Voraussetzungen wurde eine Trajektorienrechnung durchgeführt, die zu jedem Draht das Verhältnis P/B angibt.

Für die Trajektorienrechnung verwendet man ein rechtshändiges Koordinatensystem. Die z-Achse verläuft in Richtung der Hauptfeldkomponente senkrecht zur Ablenkebene der Paarteilchen. Die y-Achse ist durch die Richtung des γ-Strahls gegeben (Abb. 7). Der Konverter liegt im Ursprung des Koordinatensystems.

Die Grundlage der Trajektorienrechnung bildet eine gemessene Feldmatrix der Hauptfeldkomponente B_z und der transversalen Feldkomponente B_x mit den Stützpunktabständen $\Delta y = 1$ cm, $\Delta x = \Delta z = 3$ cm (HOL72). Diese Matrix wird durch die Maxwellgleichungen um die dritte Feldkomponente B_y erweitert

Abb. 7 Verwendete Koordinaten und Maße für die Trajektorienrechnung.



(anstatt L wurde der effektive Wert L_{eff}=159.85cm verwendet)

(Anhang A1). Die Abbildungen 4 und 5 zeigen den Verlauf von B_z und B_y.

Die Trajektorienrechnung wurde mit Hilfe eines nume=rischen Rechenmaschinenprogramms durchgeführt, dessen Grundzüge im Anhang A1 erläutert werden. Die Anwendung dieses Programms auf ein homogenes Kastenfeld liefert eine relative Genauigkeit von $1.2\cdot 10^{-5}$ für das Verhältnis P/B.

Die Magnetfeldmatrix liegt für zwei Felderregungen vor : für 0.8 Tesla und für 1.7 Tesla. Die relative Abweichung vom linearen Verlauf der Erregungskurve B = B(I) beträgt 0.0% für 0.8 Tesla und 2.9% für 1.7 Tesla. Die P/B Werte für die beiden Felderregungen unterscheiden sich relativ nur um $5\cdot 10^{-4}$, daher wurden die P/B Werte für Felderregungen zwischen 0.8 Tesla und 1.7 Tesla durch lineare Interpolation berechnet.

Für Abschätzungen leistet die lineare Magnetoptik gute Dienste. Hierbei verwendet man als Koordinaten die Lauf=variable s längs einer Solltrajektorie und den Abstand t(s) von der Sollbahn parallel zur Ablenkebene (Abb. 7). Dann gilt mit $t' = dt/ds$

$$
(6) \qquad \begin{aligned} t(s) &= H_{11}\cdot t_o + H_{12}\cdot t'_o + H_{13}\cdot \Delta P/P_o \\ t'(s) &= H_{21}\cdot t_o + H_{22}\cdot t'_o + H_{23}\cdot \Delta P/P_o \end{aligned} \qquad \text{(STE65)}
$$

P_o ist der Impuls eines Teilchens, das mit $t_o = 0$, $t'_o = 0$ die Sollbahn entlangfliegt. Dabei gilt

$$
(7) \qquad \begin{aligned} &H_{11} = \cos\Theta \qquad H_{12} = L + (T-L)/\cos^2\Theta \\ &H_{13} = L\cdot(1-\cos\Theta)/\sin\Theta + (T-L)\cdot\sin\Theta/\cos^2\Theta \qquad \text{(BOL61,SCHU66)} \\ &H_{21} = 0 \qquad H_{22} = 1/\cos\Theta \qquad H_{23} = \tan\Theta \end{aligned}
$$

L ist die effektive Magnetlänge parallel zum γ-Strahl, T der Abstand Konverter - Kammermitte parallel zum γ-Strahl (Abb. 7). Mit L = 159.85 cm, T = 408.4 cm und $\Theta = 13.017^o$ erhält man

$$
\begin{aligned} &H_{11} = 0.9743 \quad H_{12} = 421.7\ \text{cm} \quad H_{13} = 77.21\ \text{cm} \\ &\qquad\qquad\qquad\ \ H_{22} = 1.0263 \qquad\ \ H_{23} = 0.2312\ . \end{aligned}
$$

Der Kehrwert des Koeffizienten H_{13} heißt Impulsdispersion:

$$
\frac{1}{P}\cdot\frac{dP}{dt} = \frac{1}{H_{13}} \quad .
$$

Ein Zähler der Breite d senkrecht zur Solltrajektorie akzeptiert also näherungsweise ein Impulsband $\Delta P/P=d/H_{13}$.

Im Experiment hatte ein Kammerdraht auf der Soll=bahn bei 0.2 cm Drahtabstand eine Akzeptanz $\Delta P/P = 2.59\cdot10^{-3}$ bei einer Impulsdispersion von $0.01294\ \mathrm{cm}^{-1}$.

II.2.4. Die Koinzidenzzählrate und das γ-Spektrum

Für ein bestimmtes Paarspektrometermagnetfeld B gehört zu je=dem Kammerdraht ein Teilchenimpuls P bzw. eine Teilchenenergie E (II.2.3.). Wenn zwei Kammerdrähte verschiedener Teleskope je einen Teilchendurchgang in Koinzidenz nachweisen, addieren sich ihre Energien zur Energie k des nachgewiesenen γ-Quants, welches das Paar erzeugt hat.

Sind ΔE^- bzw. ΔE^+ die akzeptierten Energiebereiche der beiden Drähte, so ist

$$N = k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot\Sigma(E^+,k)\cdot\frac{\Delta E^-\cdot\Delta E^+}{k^2} \tag{8}$$

die Koinzidenzzählrate beider Drähte (III.1.).
$k\cdot dn/dk$ ist die γ-Energieverteilung bei der Energie k, Σ die Konversionswahrscheinlichkeit.

II.3. Einzelheiten der Nachweisteleskope, der Elektronik und der Datennahme.

II.3.1. Die Triggerzähler

Zu einem Teleskop gehören neben der Proportionalkammer noch zwei Szintillationszähler im Abstand von 1 m, von denen der erste 0.2 m hinter der Kammer liegt (Abb. 3).

Eine Koinzidenz der Signale aus beiden Zählern, im Folgenden Seitenkoinzidenz genannt, definiert einen Teilchen=durchgang durch das Teleskop. Für den Nachweis eines Elektron-Positron-Paares wird eine Koinzidenz zwischen den Signalen der beiden Seitenkoinzidenzen gefordert.

II.3.1.1. Die Dimensionierung der Zähler und die Ansprechwahrscheinlichkeit.

Die mechanischen Eigenschaften der Zähler enthält

Tabelle 1

	1. Zähler	2. Zähler
Breite	10.8 cm	16 cm
Höhe	10 cm	14 cm
Dicke	0.3 cm	0.5 cm
Material	NE 104	NE 102

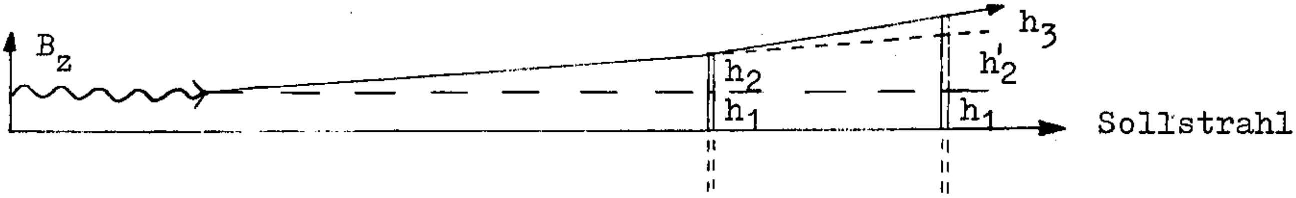
Die Breite des ersten Zählers richtet sich nach dem Kammerbereich, der für die Messung verwendet wird. Die Information von 48 Drähten mit 2 mm Drahtabstand wird ausgewertet, das entspricht einer Breite von 9.6 cm mit einer Impulsakzeptanz $\Delta P/P = 0.125$. Verfolgt man die Trajektorien durch die Grenzen dieses Kammerbereichs bis zum ersten Zähler, erhält man eine Mindestbreite von 10.2 cm.

Die Höhe des ersten Zählers und die Breite und Höhe des zweiten Zählers wurden so gewählt, daß die Ansprechwahrscheinlichkeit der Paarspektrometeranordnung für Paare mit Gesamtenergien größer als 1 GeV gleich 1.0 wurde.

Die Ansprechwahrscheinlichkeit ist der relative Anteil der Paare, die in den Teleskopen nachgewiesen werden, wenn die Energien von Elektron und Positron in den akzeptierten Energiebändern der Zähler liegen.

Hierbei spielen die folgenden Effekte eine Rolle :

a) Der γ-Strahl hat einen endlichen Durchmesser. Ein extremer Strahldurchmesser ist 3 cm, was einem halben Kollimationswinkel von 0.2 mrad entspricht. Daher kann das Paar in einem vertikalen Abstand h_1 = 1.5 cm vom Sollstrahl entstehen:



b) Die Paarteilchen werden unter einem endlichen Winkel gegen das γ-Quant erzeugt. Die Projektion dieses Winkels in eine Ebene läßt sich annähernd durch eine Gaußverteilung mit der Standardabweichung $1.2 \cdot m/E$ beschreiben, wobei E und m Teilchenenergie und Teilchenmasse sind. Die Vielfach=

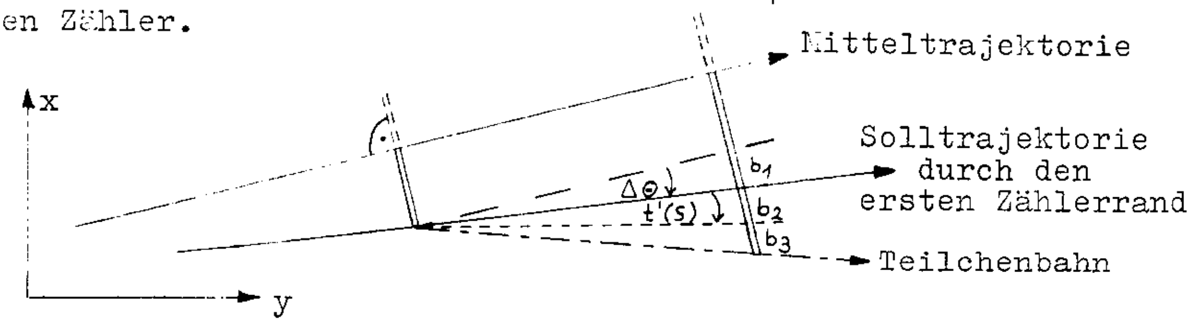
streuung im Konverter und am Austrittsfenster der Vakuumkammer ist dagegen zu vernachlässigen (III.1.2.). Bei einer Paarenergie von 1 GeV sind drei Standardabweichungen 3.7 mrad. Auf einer Trajektorienlänge von 4.40 m bzw. 5.40 m ergeben sich daraus zusätzliche vertikale Abstände h_2 = 1.6 cm bzw. h_2' = 2.0 cm vom Sollstrahl beim ersten bzw. beim zweiten Zähler.

c) Im ersten Zähler erleiden die Teilchen Vielfachstreuung, die Standardabweichung der projizierten Winkelverteilung ist näherungsweise $\frac{15\ \mathrm{MeV}}{ß \cdot P(\mathrm{MeV}/c)} \cdot \sqrt{t}$,

wobei ß die Teilchengeschwindigkeit in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit c und t die Zählerdicke in Strahlungslängen ist (ROS52). Mit t = 0.01, P = 0.5 GeV/c und ß = 1 erhält man für drei Standardabweichungen den Wert 0.9 mrad, auf 1 m Zählerabstand ergibt sich daraus eine zusätzliche Höhe h_3 = 0.9 cm über dem Sollstrahl.

Nach a) bis c) ist eine Mindestzählerhöhe $2 \cdot (h_1 + h_2)$ = 6.2 cm für den ersten und $2 \cdot (h_1 + h_2' + h_3)$ = 8.8 cm für den zweiten Zähler erforderlich.

d) Bei der horizontalen Ablenkung der Teilchen muß man berücksichtigen, daß die Trajektorien durch den Rand des ersten Zählers einen anderen Winkel mit der Zählerfläche einschließen als die Mitteltrajektorie. Die Winkeldifferenz $\Delta\Theta \approx$ 14 mrad ergibt eine transversale Ablenkung b_1 = 1.4 cm am zweiten Zähler.



e) Der horizontale Erzeugungswinkel t_0' wird nahezu unverändert zum ersten Zähler transformiert, für 1 GeV Paare sind drei Standardabweichungen (siehe b) 3.7 mrad = $t_0' \approx t'(s)$. Daraus folgt eine Auslenkung b_2 = 0.4 cm am zweiten Zähler.

f) Der horizontale Vielfachstreuwinkel im ersten Zähler verursacht eine weitere transversale Verschiebung b_3 =

0.9 cm, wenn man für den Winkel drei Standardabweichungen bei Paaren von 1 GeV ansetzt (siehe c).

g) Die Paarteilchen unterliegen der Bremsstrahlung im ersten Triggerzähler. Der mittlere Energieverlust von 1% spielt hier keine Rolle. Für Zählerdicken größer als 0.001 Strahlungslängen ist die Winkelverteilung der Elektronen, die Bremsquanten abgestrahlt haben, gegenüber der Vielfach=streuung zu vernachlässigen (LUT67).

Aus d) bis f) entnimmt man, daß der zweite Zähler $2\cdot(b_1 + b_2 + b_3) = 5.4$ cm breiter als der erste sein muß.

Für Teilchen aus den Sollenergiebändern, die wegen der horizontalen Strahlbreite oder der horizontalen Erzeugungs=winkel den ersten Zähler verfehlen, werden wegen dieser Effekte Teilchen aus benachbarten Energiebändern auf den Zähler treffen. Es treten also keine Zählverluste auf, sondern nur eine Vermi=schung der Energien, die durch das Auflösungsvermögen der Apparatur beschrieben wird (III.1.).

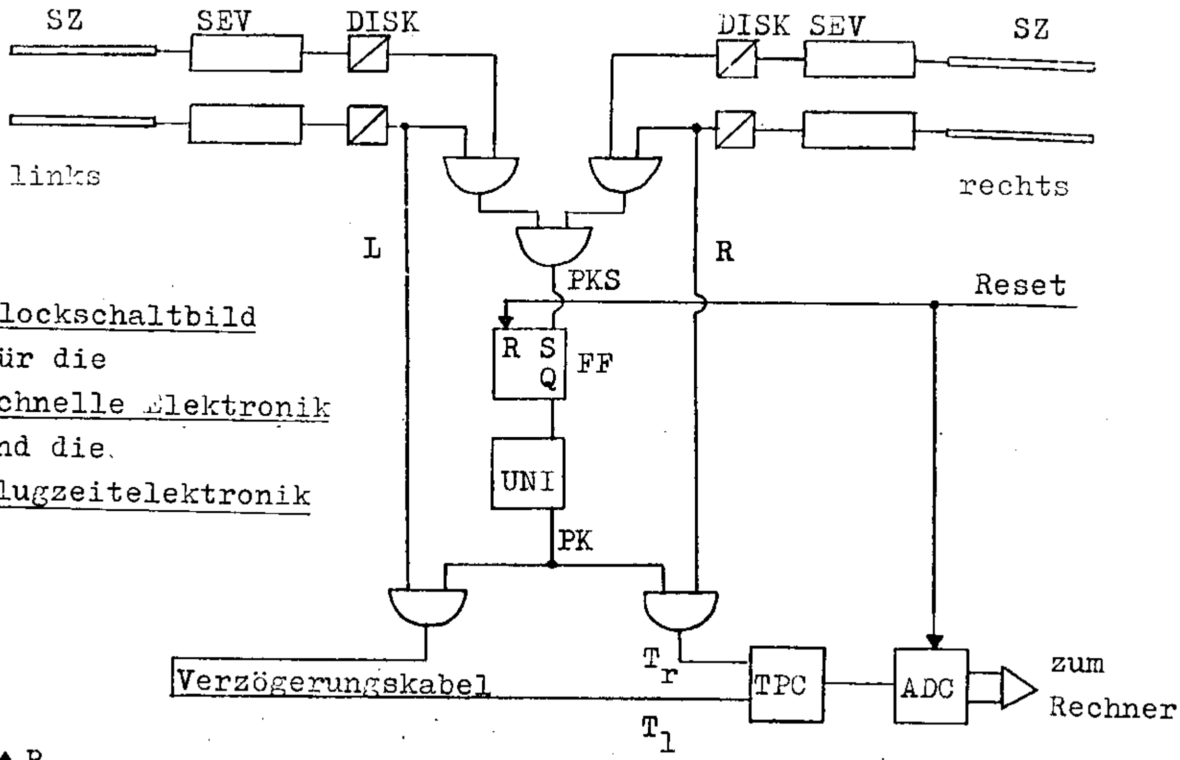
Die Zähler wurden gegenüber den abgeschätzten Min=destgrößen überdimensioniert, um den Einfluß von Justierungs=fehlern klein zu halten. Außerdem wurde bei weit höheren γ-Energien als 1 GeV gemessen; da die beteiligten Winkelvertei=lungen Standardabweichungen $\sim 1/k$ haben, wird im Folgenden immer eine Ansprechwahrscheinlichkeit 1.0 angenommen.

Eine Monte-Carlo-Rechnung nach den Ansätzen von Schulz in (SCHU66) und Messungen an ähnlichen Anordnungen (SCHU66),(SAD68) bestätigen diese Annahme.

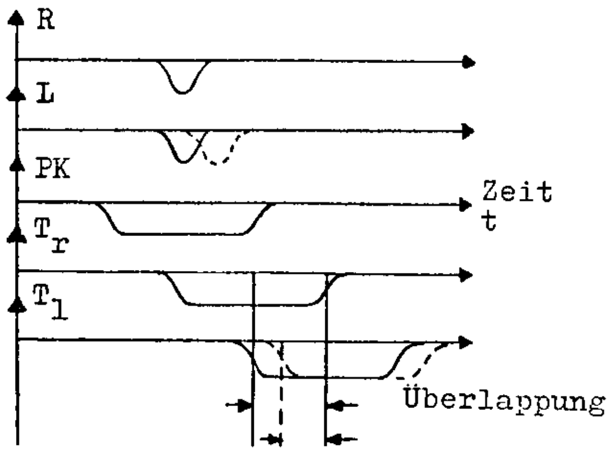
II.3.1.2. Die schnelle Elektronik

Die Lichtpulse beim Teilchendurchgang im Szintillator der Triggerzähler werden in Sekundärelektronenvervielfachern des Typs 56AVP in Spannungspulse umgesetzt. Die Pulse werden durch Clipkabel zeitlich begrenzt und in Diskriminatoren zu Normpul=sen umgewandelt, die auf die Koinzidenzeinheiten gegeben wer=den. Ein Blockschaltbild der schnellen Elektronik ist in Abb. 8 enthalten. Das Ausgangssignal der Koinzidenzelektronik wird im Folgenden als schnelle Paarkoinzidenz PKS bezeichnet.

Die schnelle Elektronik wurde aus Elementen der



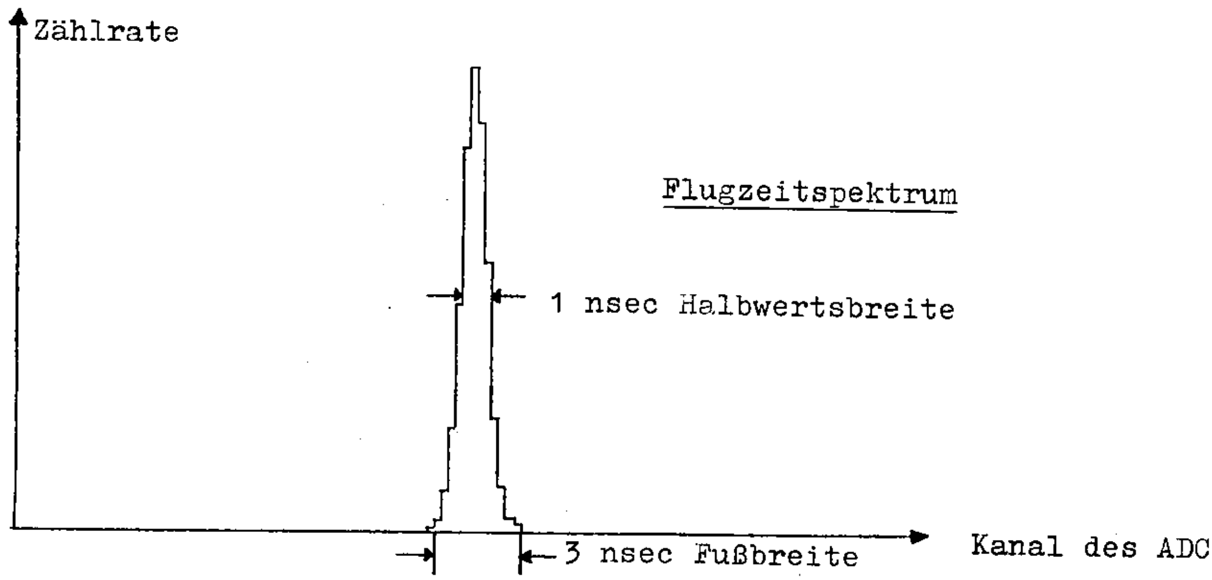
Blockschaltbild für die schnelle Elektronik und die Flugzeitelektronik



SZ Szintillationszähler
DISK Diskriminator
SEV Sekundärelektronen=vervielfacher
FF Flip-Flop
UNI Univibrator
TPC Zeit-Amplituden-Konverter
ADC Analog-Digital-Konverter

PKS schnelle Paarkoinzidenz
PK Paarkoinzidenzsignal

Pulsfolge der Flugzeitelektronik



Flugzeitspektrum

Abb. 8

100 MHz Serie von Chronetics aufgebaut. Die Koinzidenzen hat=ten eine Auflösungszeit von 8 nsec. Typische Zählraten für das Experiment enthält Tabelle 2.

Um lange Kabellaufzeiten zu vermeiden, stand die schnelle Elektronik ebenso wie die Proportionalkammerelektronik (II.3.2.2.) im abgeschirmten Experimentiergebiet unmittelbar neben dem Versuchsaufbau.

Tabelle 2

Typische Betriebsbedingungen des Experiments

Breite des γ-Strahlpulses:	1.6 msec Halbwertsbreite
	3.5 msec Fußbreite
Effektive Quanten pro Strahlpuls:	$2.7\cdot10^{7}$
Vakuum im Paarspektrometer:	$5\cdot10^{-4}$ Torr

Zählraten pro γ-Strahlpuls für ein 18 μ Al Konvertertarget :
(Konversionswahrscheinlichkeit = $1.3\cdot10^{-4}$, Impulsband der Triggerzähler $\Delta P/P$ = 13.3%)

1. Triggerzähler, Einzelrate	390
Seitenkoinzidenzen	170
Paarkoinzidenzsignale PK	8.0
Triggersignale ST	2.4

Korrekturfaktoren unter diesen Bedingungen :

Monitorkorrektur	1.7
PKS/PK Korrektur	1.1
Gesamttotzeitkorrektur	1.9
Anteil der Zufälligen	0.03

Verhalten der Proportionalkammern :
(für 5.8 kV Hochspannung, Gasmischung 40% CO_2 und 60% CH_4, Schwelle 1 mV, 35 nsec geöffnete Koinzidenzen für Kammersignale)

Kammerausbeute	0.992	für eine Kammer, auf die Triggersignale bezogen
Einzelausbeute	0.947	
Ein-Draht-Ausbeute	0.916	

Ausbeutekorrektur, wenn in jeder Kammer genau ein Teilchen=durchgang verlangt wird : 1.13

II.3.1.3. Totzeit-Flip-Flop und Flugzeitelektronik

Das Signal PKS der schnellen Paarkoinzidenz setzt ein Flip-Flop, dessen Anstiegsflanke von einem Univibrator differenziert wird (Abb. 8). Der differenzierte Puls ist das sogenannte Paarkoinzidenzsignal PK, das u.a. in der Proportionalkammerelektronik eine Koinzidenz für den Durchgang der Signale von den Kammerdrähten öffnet (II.3.2.2.).

Ist das Flip-Flop gesetzt, so erzeugen weitere schnelle Paarkoinzidenzen PKS keine Paarkoinzidenzsignale PK mehr, bis ein Resetpuls das Flip-Flop zurücksetzt. So wird sichergestellt, daß durch Folgeereignisse keine weiteren Kammerdrähte mehr gesetzt werden, bis entweder das erste Ereignis in den Rechner eingelesen oder durch die Auswahllogik (II.3.3.2.) zurückgewiesen worden ist. Das Flip-Flop wird im Folgenden als Totzeit-Flip-Flop bezeichnet.

Um die zufälligen Koinzidenzen zwischen Elektron- und Positronarm von den richtigen Paaren abzutrennen, wurde ein Flugzeitspektrum aufgenommen (Abb. 8). Die diskriminierten Pulse von den beiden ersten Triggerzählern werden mit dem Paarkoinzidenzsignal PK zur Koinzidenz gebracht, wobei die Zählerpulse zeitbestimmend sind. Die resultierenden, ca. 30 nsec breiten Pulse werden durch ein Verzögerungskabel um etwa eine halbe Pulsbreite gegeneinander versetzt und auf einen Zeit-Amplituden-Konverter gegeben (TPC-Einheit). Die TPC-Einheit wandelt die beiden Eingangspulse in einen Ausgangspuls um, dessen Höhe der Überlappungszeit der Eingangspulse proportional ist. Das Ausgangssignal wird in einem Analog-Digital-Konverter digitalisiert und für akzeptierte Ereignisse in den Rechner eingelesen.

Ein typisches Flugzeitspektrum ist in Abbildung 8 enthalten. Das Maximum der guten Ereignisse hat eine Halbwertsbreite von 1 nsec und eine Fußbreite von 3 - 4 nsec. Setzt man einen entsprechenden Schnitt, kann man zufällige Ereignisse zum Teil von den guten abtrennen. Aber auch im Flugzeitintervall der guten Ereignisse sind zufällige Ereignisse enthalten (III.5.).

II.3.2. Die Proportionalkammern

Die beiden Proportionalkammern bestimmen die Energie des nach=gewiesenen Paares (II.2.3.). Um ihre Information für eine spä=tere Auswertung zu speichern, benötigt man einen Prozeßrechner. Im Experiment stand ein Rechner des Typs PDP-8I zur Verfügung.

II.3.2.1. Mechanische Eigenschaften und Betriebs=parameter der Kammern :

Tabelle 3

Empfindlicher Kammerbereich : Höhe 19 cm
Breite 20.8 cm

Eine Signaldrahtebene: 104 Signaldrähte
Drahtabstand : 0.2 cm
Material : 20 μ Wolfram, vergoldet

Zwei Hochspannungsebenen :
Drahtabstand : 0.1 cm
Material : 100 μ Molybdän, vergoldet

Abstand Signalebene - Hochspannungsebene 0.65 cm

Kammerrahmen aus glasfaserverstärktem Epoxydharz

Begrenzung des Gasvolumens durch 65 μ Mylarfolie

Gasgemisch : 60% CH_4 , 40% CO_2

Typische Hochspannung : -5.8 kV

Die Signalebene liegt zwischen den beiden drahtbespannten Hochspannungsebenen.

Die Konstruktion ähnlicher Proportionalkammern wird in (SON71) und (LIE73) beschrieben, die Verwendung der Gasmi=schung beruht auf Ergebnissen in (SON71).

Die Signaldrähte wurden im Experiment parallel zur Hauptkomponente B_z des ablenkenden Magnetfeldes einjustiert, um die Energiebestimmung zu ermöglichen.

II.3.2.2. Die Proportionalkammerelektronik

Die Pulse, die ionisierende Teilchen beim Durchgang durch eine Proportionalkammer in den Signaldrähten induzieren, müssen verstärkt werden, vom Untergrund abgetrennt und mit den Zähler=

signalen verglichen werden. Anschließend muß die Information der Kammerdrähte gespeichert werden, bis die Entscheidung über die Weiterverwendung des Ereignisses gefallen und eventuell eine Einlese in den Rechner erfolgt ist.

Den Aufbau des Elektronikkanals, der zu einem Signaldraht gehört, zeigt Abbildung 9 (nach LIE73). Es wurden integrierte Bausteine der MECL-II- und der TTL-Serie verwendet.

Der Puls vom Signaldraht wird unmittelbar an der Kammer im Vorverstärker verstärkt und über ein 6 m langes 50Ω-Kabel zum Hauptverstärker geschickt. Grundelement von Haupt- und Vorverstärker ist der Differenzverstärker mit Emitterfol=gerausgang MC1020P.

Auf die beiden Hauptverstärkerstufen folgt der als Schmitt-Trigger geschaltete Baustein SN75107. Die Schwelle wird durch eine externe Versorgungsspannung U_B definiert. Ein typischer Wert ist U_B = 16 V, was einer Pulshöhe von ~ 1 mV für die Signaldrahtpulse entspricht. Die kleinsten von der Kammer gelieferten Pulse haben eine Größe von 5 - 10 mV.

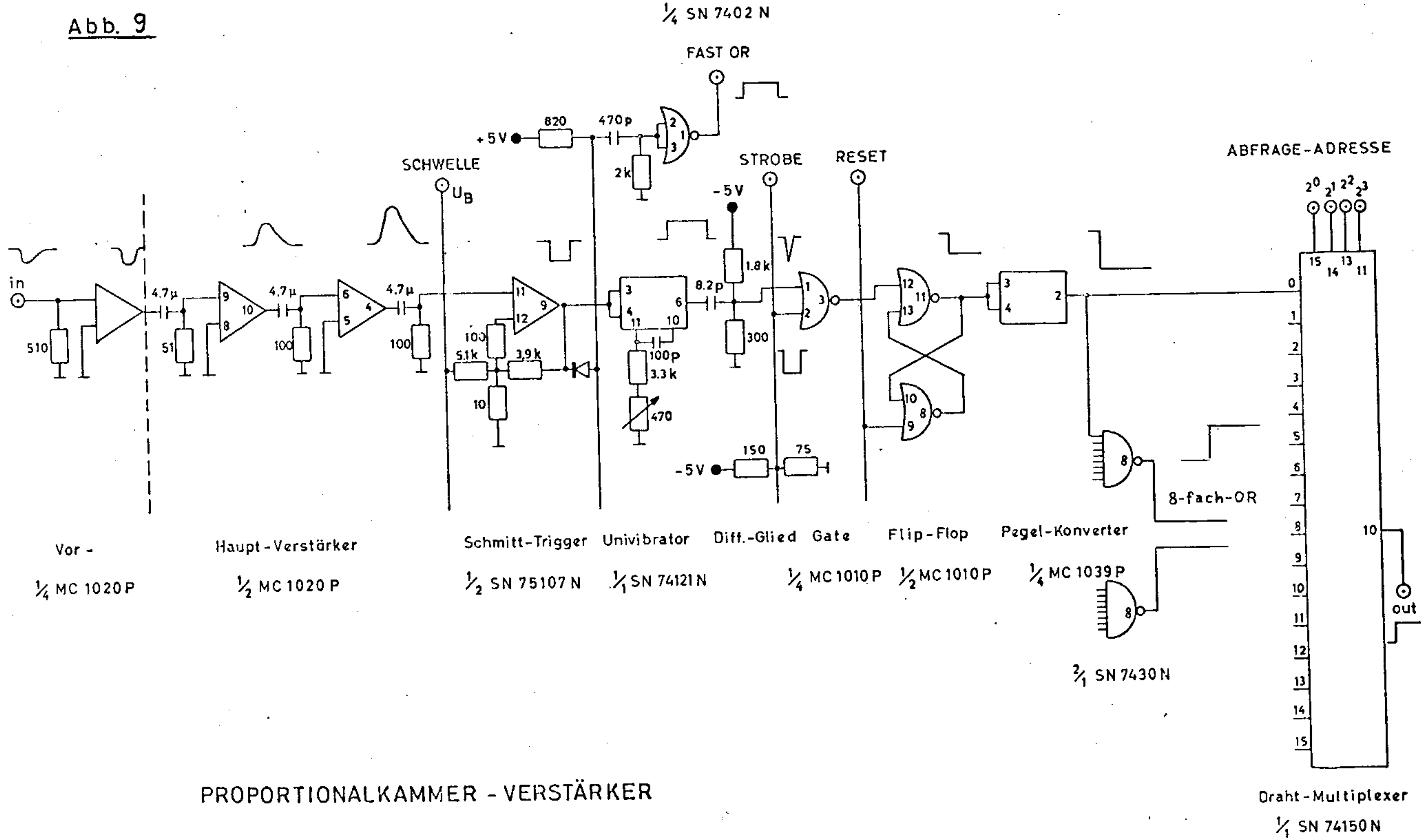
Der Diskriminatorausgangspuls wird durch einen Univibrator SN74121 um ca. 300 nsec verzögert. Diese Verzögerung erfolgt, damit die Kammersignale mit dem zeitlich späteren Paarkoinzidenzsignal PK verglichen werden können.

Die Endflanke des Univibratorpulses wird durch ein RC-Glied differenziert. Der resultierende Puls mit einer Halbwertsbreite von 8 nsec gelangt auf den einen Eingang einer Koinzidenzstufe. Am anderen Eingang liegt das Paarkoin=zidenzsignal PK (in Abb. 9 "Strobe"), das die Koinzidenz für ein Zeitintervall mit der typischen Breite von 35 nsec öffnet. Diese Koinzidenz stellt sicher, daß keine zufälligen Kammer=signale gespeichert werden. Die Pulsbreite von 35 nsec berück=sichtigt die Laufzeitschwankung der Elektronenlawine in der Kammer (ca. 22 nsec, siehe SCH71,MES71) und die Schwankung in der Durchsatzzeit der Kammersignale durch die Elektronik (ca. 6 nsec, siehe LIE73).

Hat das Signal die Koinzidenz passiert, wird es in einem Flip-Flop gespeichert.

Ebenso wie die Vorverstärker an der Kammer sind auch jeweils 16 Kanäle der Hauptverstärkerelektronik auf einer

Abb. 9



PROPORTIONALKAMMER - VERSTÄRKER

Platine vereinigt. Den Hauptverstärkerplatinen werden in einem gemeinsamen Überrahmen die Versorgungsspannungen für die integrierten Bausteine, die Schwellenversorgungsspannung U_B und verschiedene Steuerpulse zugeführt, wie etwa das Paarkoinzidenzsignal PK, das Resetsignal für die Flip-Flops usw..

Die Ausgänge der Flip-Flops von jeweils acht nebeneinander liegenden Kammerdrähten werden in einem SN7430-Baustein zu einem logischen ODER zusammengefaßt (NAND mit invertierten Eingängen), d.h. wenn an einem der acht Eingänge der niedrige TTL-Pegel von 0 V anliegt, zeigt der Ausgang den hohen TTL-Pegel von 3 V.

Dieses Signal wird für jede der Achtergruppen auf eine gemeinsame Platine im Überrahmen geführt. Aus dem logischen Vergleich der Zustände der Achtergruppen von beiden Kammern entsteht das Triggersignal, das die Einlese der Kammerinformation in den Rechner veranlaßt.

Für die Auslese läßt sich die Information der 16 Flip-Flops einer Hauptverstärkerplatine über einen Multiplexer abfragen. Das Durchtakten der Drahtadressen, die Bereitstellung der Adressen gesetzter Drähte, die auch die Nummern der zugehörigen Hauptverstärkerplatinen enthalten und die Steuerung der Einlese gefundener Adressen in den Rechner besorgen spezielle Ausleseeinheiten.

Die Ausleseelektronik wird ebenso wie die Kammerelektronik ausführlich von H.Lierl in (LIE73) beschrieben.

II.3.2.3. Das Verhalten der Kammern während der Messungen

Es gibt Ereignisse, die zwar als Paarkoinzidenz (II.3.1.) nachgewiesen werden, die jedoch in einer der beiden Proportionalkammern keinen Draht angesprochen haben. Das Verhalten einer Proportionalkammer kann in dieser Hinsicht durch die Kammerausbeute beschrieben werden.

Die <u>Kammerausbeute</u> ist der Bruchteil der Ereignisse, die in der betreffenden Kammer mindestens einen Draht angesprochen haben.

Die Kammerausbeute umfaßt jedoch noch diejenigen Ereignisse, bei denen zusätzlich zum Paar, das die Koinzidenz verursacht, ein Untergrundteilchen eine der Kammern passiert, während die Koinzidenzen vor den Draht-Flip-Flops offen sind. In diesem Fall haben in der Kammer zwei räumlich getrennte Drähte angesprochen.

Der Bruchteil der Ereignisse, die in der Kammer genau einen Teilchendurchgang anzeigen, heißt Einzelausbeute. Die Einzelausbeute berücksichtigt neben Ereignissen, die nur einen Draht in der Kammer angesprochen haben, auch solche, bei denen zwei oder mehrere Drähte nebeneinander gesetzt sind. Es kann nämlich vorkommen, daß bei einem Teilchendurchgang zwischen zwei Drähten die Elektronenlawine zu beiden Drähten driftet, so daß auch beide Drähte ansprechen (MES71,LIE73).

Der Bruchteil der Ereignisse mit genau einem gesetzten Draht in der Kammer heißt Ein-Draht-Ausbeute.

Typische Werte für die Kammerausbeute, die Einzelausbeute und die Ein-Draht-Ausbeute während der Messungen sind in Tabelle 2 aufgeführt.

II.3.3. Die Energieakzeptanz

II.3.3.1. Die Akzeptanz für die nachgewiesenen γ-Energien bei Beschränkung auf annähernd symmetrische Paarereignisse

Die Energie eines nachgewiesenen γ-Quants ist die Summe der Energien, die zu den beiden durch die Paarteilchen angesprochenen Kammerdrähten gehören. Numeriert man die Kammerdrähte wie in Abbildung 10a, d.h. mit Nummern, die wie die Teilchenenergien zum γ-Strahl hin ansteigen, so gehört zu Draht i eine Transversalkoordinate t(i) bezüglich der Mitteltrajektorie, und die γ-Energie ist in linearer Näherung

$$(9) \qquad k(i_r,i_l) = \frac{k_o}{2}\cdot\left(2 + \frac{t(i_r) + t(i_l)}{H_{13}}\right) \quad .$$

$k_o/2$ ist die Teilchenenergie, die jeweils zur Mitteltrajektorie gehört, i_r bzw. i_l die Nummer des rechten bzw. linken Kammerdrahtes, und $1/H_{13}$ ist die Impulsdispersion (II.2.3.). Wegen des konstanten Drahtabstandes ist $t(i_r) + t(i_l) = t(i'_r) + t(i'_l)$, falls $i_r + i_l = i'_r + i'_l = s(i_r,i_l)$ gilt. Die nachgewiesene γ-Energie hängt also näherungsweise nur von der Summe der

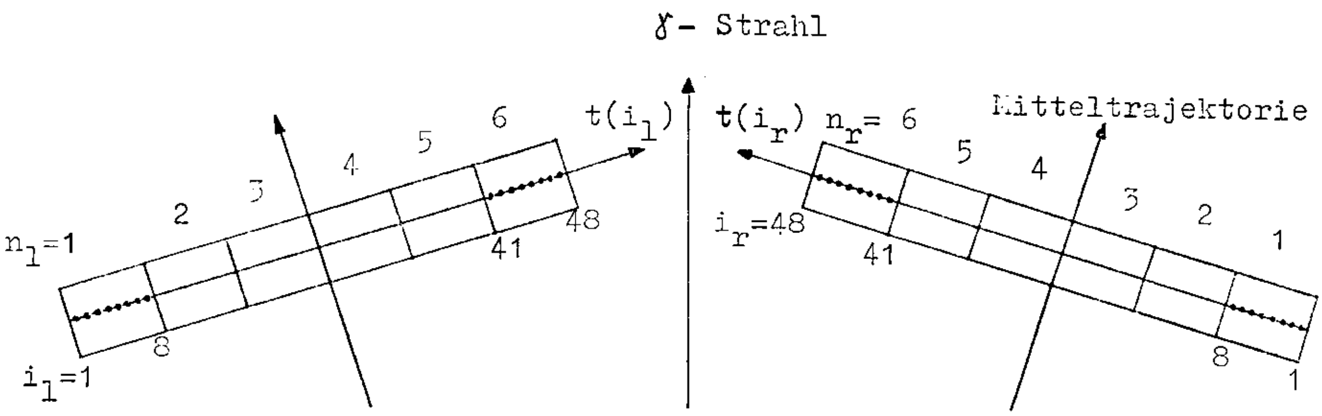


Abb. 10a Numerierung der Kammerdrähte und ihre Einteilung in Achtergruppen

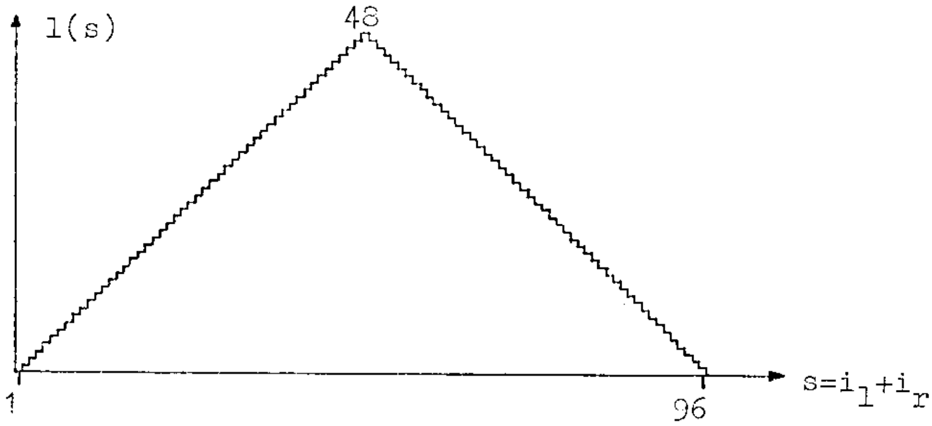


Abb. 10b Zahl der Drahtkombinationen $l(s)$ als Funktion der Summe $s=i_r+i_l$ für je 48 Kammerdrähte

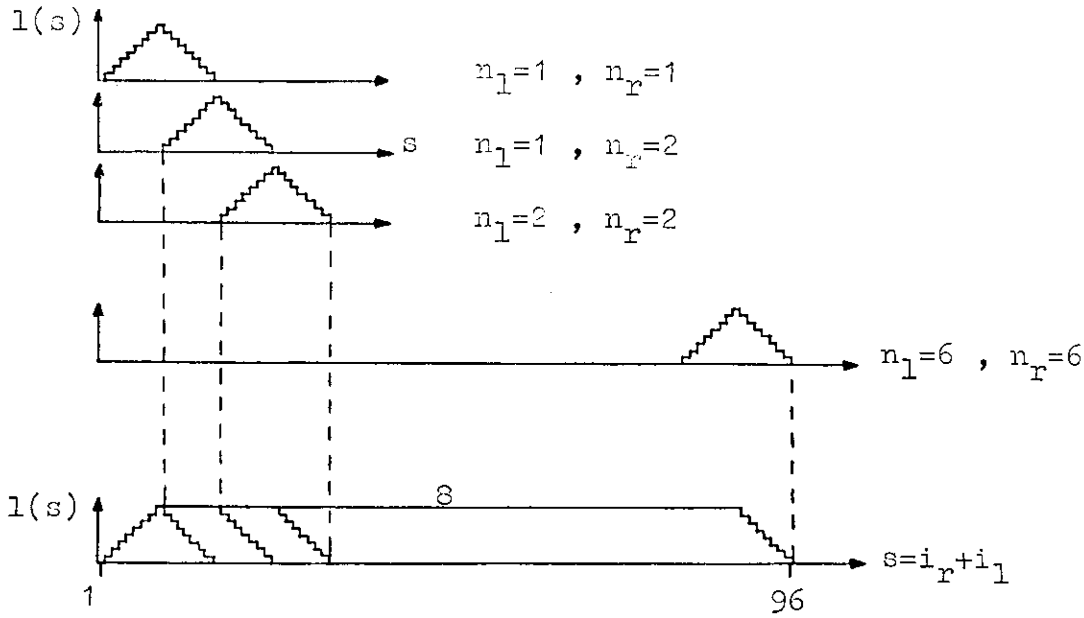


Abb. 10c Zahl der Drahtkombinationen $l(s)$ als Funktion der Summe $s=i_r+i_l$, wenn nur die Kombinationen $n_l=n_r$ oder $n_l+1=n_r$ zugelassen sind

Abb. 10 Prinzipskizzen zur Energieakzeptanz

Drahtnummern ab: $k(i_r,i_l) = k(i_r + i_l)$.

Die Koinzidenzzählrate zweier Drähte mit Energiebändern ΔE^+, ΔE^- ist

(8) $$N = \Sigma(\varepsilon,k)\cdot k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot\frac{\Delta E^+\cdot\Delta E^-}{k^2}$$ (II.2.4. , III.1.).

Die Koinzidenzzählrate aller Drahtkombinationen mit gleicher Summe s der Drahtnummern ist daher

(10) $$N_s = \Sigma(\varepsilon,k)\cdot k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot A \quad ,$$

wobei A die Summe über die Ausdrücke $(\Delta E^+\cdot\Delta E^-)/k^2$ aller Drahtpaare mit $i_r + i_l = s$ ist. Die Werte für $\varepsilon = E(i_r)/k$ sollen dabei so nahe bei $\varepsilon = 1/2$ liegen, daß $\Sigma(\varepsilon,k) \simeq \Sigma(1/2,k)$ ist und daher als konstanter Faktor vor die Summe gezogen werden kann (siehe Abb. A2a). Setzt man auch $(\Delta E^+\cdot\Delta E^-)/k^2$ konstant an, so ist der Akzeptanzfaktor A durch die Zahl l(s) der möglichen Drahtkombinationen mit $i_r + i_l = s$ bestimmt :

$$A(s) = \frac{\Delta E^+\cdot\Delta E^-}{k^2}\cdot l(s) \quad .$$

Im Experiment wurden von jeder Kammer 48 Drähte ausgewertet; läßt man alle Drahtkombinationen zu, so erhält man 95 verschiedene Werte s und damit auch 95 verschiedene Energiestützpunkte. In Abbildung 10b ist die Zahl der Kombinationen l(s) über $s = i_r + i_l$ aufgetragen. Man erhält einen Dreiecksverlauf für den Akzeptanzfaktor A(s) mit dem Maximum $48\cdot(\Delta E^+\cdot\Delta E^-)/k^2$. Mit konstanter Konversionswahrscheinlichkeit $\Sigma(\varepsilon,k)$ und näherungsweise konstantem Bremsspektrum $k\cdot dn/dk$ zeigt also auch die Zählrate N_s diesen Dreiecksverlauf als Funktion von s bzw. k . So erhält man bei der Messung des Bremsspektrums für die einzelnen Energiestützpunkte unterschiedliche statistische Gewichte.

Im Experiment wurden daher durch eine spezielle Auswahlelektronik nicht alle Drahtkombinationen zugelassen, um einen günstigeren Akzeptanzverlauf zu erreichen.

Durch die Verstärkerelektronik der Proportionalkammern sind jeweils acht Drähte zu einem logischen ODER zusammengefaßt (II.3.2.2.). Diese Achterbereiche werden analog zur Drahtnumerierung abgezählt (Abb. 10a). Die Nummern n_r bzw. $n_l = 1, \ldots ,6$ bezeichnen die Drahtgruppen der rechten bzw.

linken Kammer. Läßt man nur Drahtkombinationen zu, bei denen für die Gruppennummern gilt $n_r = n_l$ oder $n_r = n_l + 1$, so erhält man einen Akzeptanzverlauf wie in Abbildung 10c. Hier ist wieder die Zahl der Kombinationen über der Summe der Drahtnummern aufgetragen. Durch die logische Einschränkung werden nur relativ symmetrisch liegende Drahtpaare akzeptiert.

Die Paarung der einzelnen Achtergruppen ergibt wiederum Akzeptanzdreiecke, diese Dreiecke werden aber um die halbe Fußbreite versetzt addiert, so daß ein Plateau entsteht (Abb. 10c). Das Plateau umfaßt 81 Energiestützpunkte mit je acht zugehörigen Drahtpaarungen; je sieben Energiestützpunkte liegen im Anstiegs- bzw. Abstiegsbereich.

Die reale Akzeptanz, die sich unter Berücksichtigung der genauen Trajektorienrechnung ergibt, zeigt Abbildung 11a. Hier ist $\Sigma(\varepsilon,k) \cdot \sum\limits_{\substack{i_r+i_l \\ = s}} \frac{\Delta E^+ \cdot \Delta E^-}{k^2}$ als Funktion der Summe $s = i_r + i_l$ aufgetragen. Die Konversionswahrscheinlichkeit $\Sigma(\varepsilon,k)$ wurde als Konstante vor die Summe über die Akzeptanzfaktoren gezogen, die zu einem s gehören. Die Werte für ε liegen für die zugelassenen Kombinationen zwischen 0.49 und 0.50, in diesem Bereich ändert sich $\Sigma(\varepsilon,k)$ um weniger als 0.05%. Die Energien der acht Drahtpaare mit gleichem $s = i_r + i_l$, die zu einem Energiestützpunkt gehören, streuen maximal um 0.04%.

Das Energieband $\Delta E/E$ steigt von Draht 1 bis Draht 48 von $2.44 \cdot 10^{-3}$ auf $2.77 \cdot 10^{-3}$ um den Faktor 1.13, entsprechend wächst der relative Abstand $\Delta k/k$ der Energiestützpunkte im Akzeptanzintervall von $1.22 \cdot 10^{-3}$ auf $1.38 \cdot 10^{-3}$. (Der relative γ-Energiestützpunktabstand ist halb so groß wie der relative Abstand der Kammerdrahtenergien, da beim Übergang zur nächsten γ-Energie immer ein Kammerdraht fest bleibt.)

Der Wert des Akzeptanzfaktors $(\Delta E^+ \cdot \Delta E^-)/k^2$ steigt von s = 2 bis s = 96 um den Faktor $1.13^2 = 1.286$ von $1.49 \cdot 10^{-5}$ auf $1.92 \cdot 10^{-5}$, daher steigt auch das Akzeptanzplateau in Abbildung 11a leicht an.

Die relative Fußbreite des Akzeptanzintervalls beträgt 0.123, die relative Plateaubreite ist 0.105 .

Abb. 11a Reale Energieakzeptanz unter Verwendung der Auswahllogik

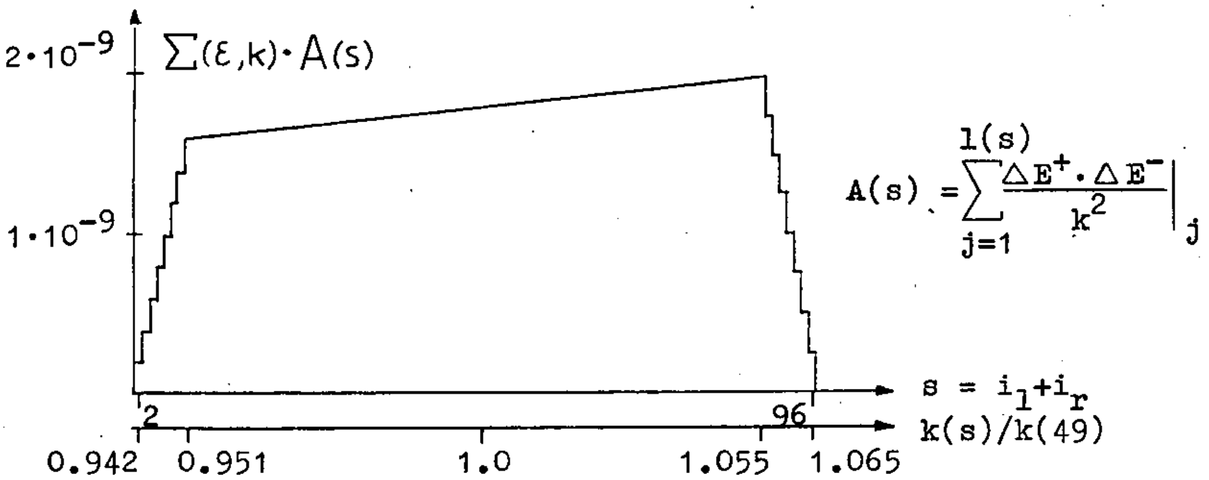
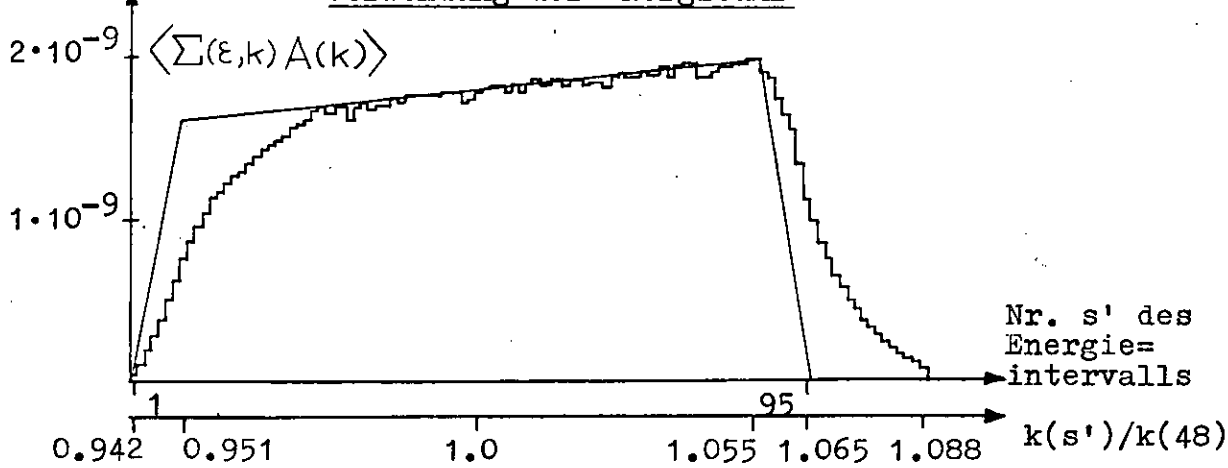


Abb. 11b Energieakzeptanz im Zeitmittel unter Verwendung der Energieuhr



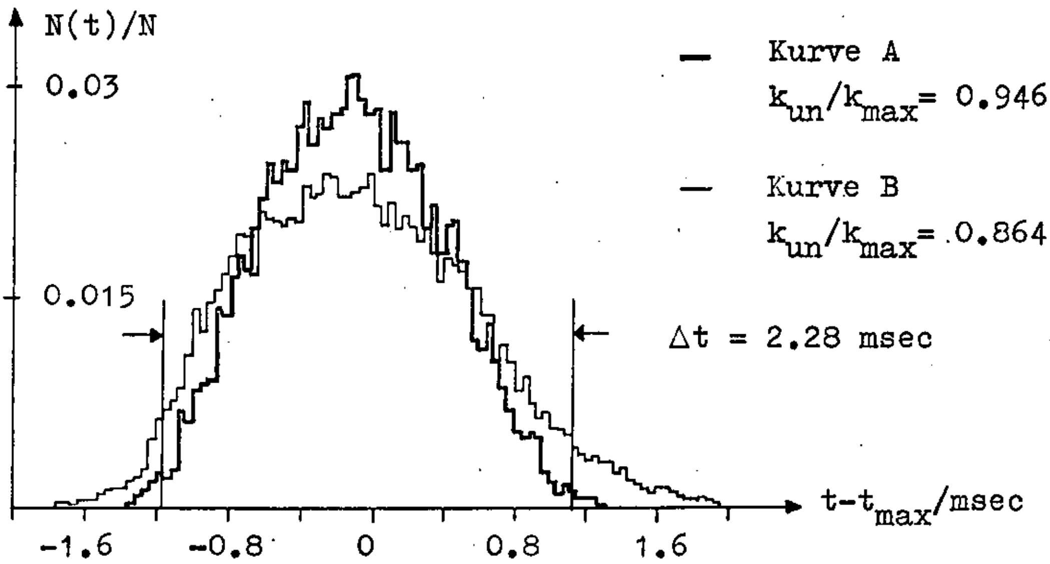


Abb. 11c Verteilung der Ereigniszählrate über die Dauer des Gammastrahlpulses

II.3.3.2. Die Elektronik zur Vorauswahl annähernd symmetrischer Paarereignisse

Um das gewünschte Akzeptanzplateau zu erhalten, muß man für jedes Ereignis den Zustand der Achterdrahtgruppen miteinander vergleichen. Abbildung 12 zeigt ein Blockschaltbild der zugehörigen Elektronik. Außerdem sind noch die schnelle Elektronik und die Verstärkerelektronik aufgeführt.

Bei Nachweis eines Ereignisses öffnet das Paarkoinzidenzsignal PK die Kammerkoinzidenzen, und es werden für angesprochene Drähte die Flip-Flops auf den Hauptverstärkerkarten gesetzt. Die Ausgangspegel der zugehörigen Achtfach-ODER werden in einem logischen Netzwerk miteinander verglichen.

Das Netzwerk befindet sich auf einer eigenen Platine im Überrahmen der Hauptverstärkerkarten (II.3.2.2.). Wenn die logische Bedingung $n_l = n_r$ oder $n_l + 1 = n_r$ für die Auswahl relativ symmetrischer Paare zur Erzeugung des Akzeptanzplateaus erfüllt ist, steigt der Spannungspegel am Netzausgang an. Dieser Anstieg hat einen festen Zeitabstand zum Anstieg der Flip-Flop-Ausgänge. Die Anstiegsflanke wird in einem Univibrator differenziert und definiert den Signalpuls SL des Logiknetzwerkes. Wenn man nur Ereignisse mit Logiksignal SL in den Rechner einliest, verliert man Information über das Kammerverhalten. Es werden keine Ereignisse ohne mindestens einen angesprochenen Draht pro Kammer eingelesen, außerdem vergrößert sich der Anteil von Ereignissen mit mehr als einem Teilchendurchgang pro Kammer.

Um die Zählraten richtig korrigieren zu können (III.2.2.), muß man neben dem Logiksignal einen weiteren Trigger zulassen. Zu diesem Zweck wird jedes 32. Ereignis unabhängig von der logischen Konfiguration der Kammern in den Rechner eingelesen. Das zugehörige Signal S32 wird durch eine 32fache Untersetzung des Paarkoinzidenzsignals PK erzeugt. Für jedes eingelesene Ereignis wird registriert, ob S32 oder SL vorgelegen hat, so daß bei der Auswertung aus den S32-Ereignissen das unverfälschte Kammerverhalten rekonstruiert werden kann.

Zum Paarkoinzidenzsignal PK tragen alle 36 verschiedenen Kombinationen von Achterdrahtgruppen bei, zum Logiksignal SL dagegen nur 11. Also untersetzt das Logiksignal die PK-Zähl=

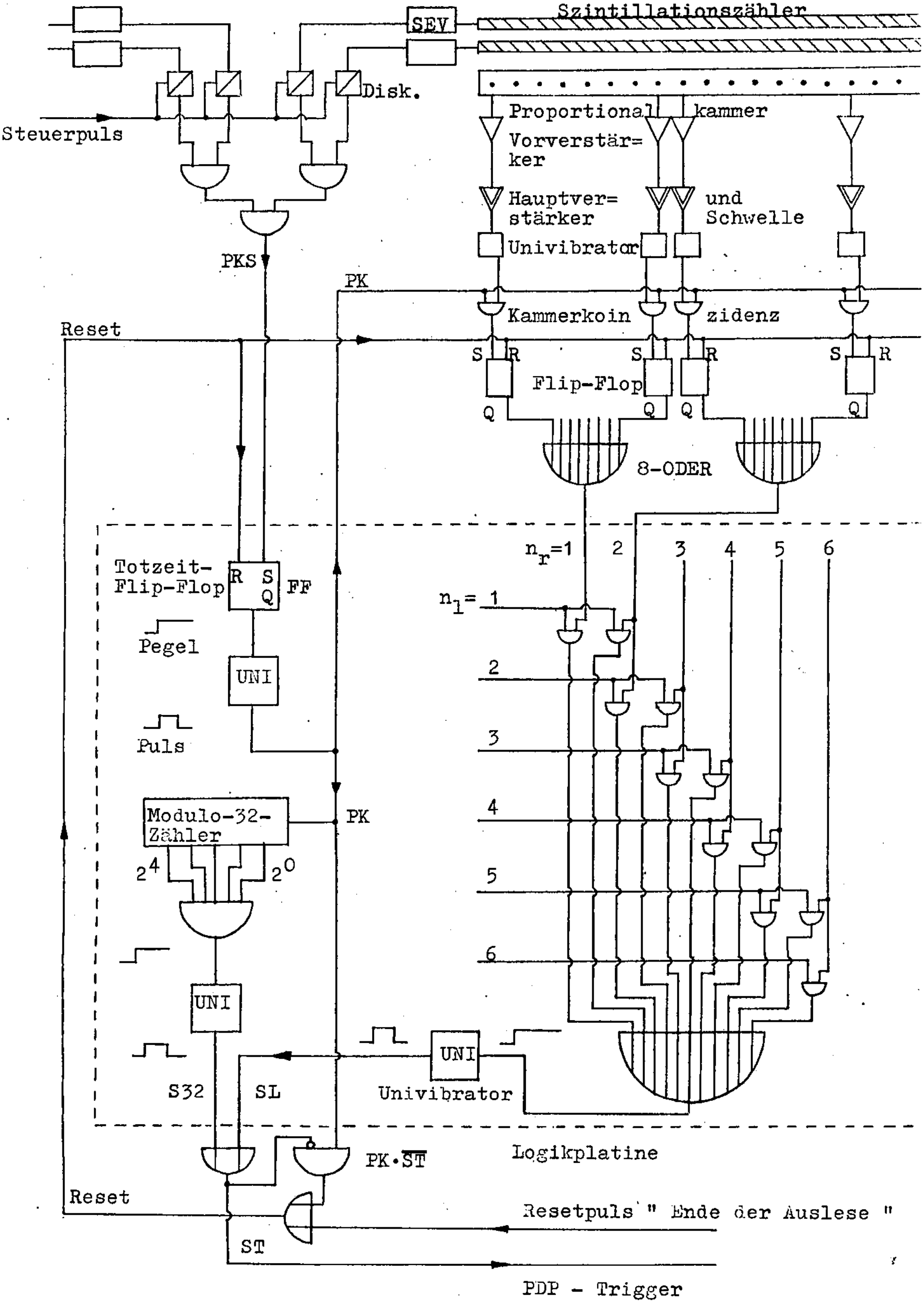


Abb. 12 Blockschaltbild der Triggerlogik

rate ungefähr um den Faktor 36/11 = 3.3. Das S32-Signal unter=setzt die PK-Zählrate um den Faktor 32, also ist die S32-Zähl=rate ungefähr 1/10 der Logiksignalzählrate.

Die Paarkoinzidenzsignale PK werden in einem binären Modulo-32-Zähler gezählt, dessen fünf Ausgänge auf ein logi=sches UND gehen. Bei jedem 32. Ereignis steigt der Ausgangs=pegel des UND-Bausteins an und wird in einem Univibrator dif=ferenziert. Das resultierende S32-Signal wird mit dem Logik=signal in einem ODER zum PDP-Trigger ST = SL + S32 zusammen=gefaßt.

Da das Triggersignal seltener kommt als das Paar=koinzidenzsignal, müssen die Kammer-Flip-Flops, das Totzeit-Flip-Flop und der Flugzeit-ADC (II.3.1.3.) für solche Ereig=nisse zurückgesetzt werden, bei denen SL oder S32 ausbleiben. In diesen Fällen sorgt die Antikoinzidenz $PK \cdot \overline{ST}$ für das er=forderliche Resetsignal. Um die Konversion des ADC's nicht zu unterbrechen, wird das Resetsignal um 20 μsec verzögert. Ein Resetsignal ist ebenfalls notwendig, wenn ein Ereignis vollständig in den Rechner eingelesen worden ist. Daher wird ein Signal am Ende der Kammerauslese erzeugt und mit dem $PK \cdot \overline{ST}$-Reset in einem logischen ODER vereinigt.

Die Elektronik für das Logiknetzwerk und das 32-Signal auf der Logikplatine (eingerahmter Bereich in Abb. 12) wurde aus integrierten TTL-Bausteinen der Serie SN74 aufgebaut. Die Eingangspulse von der schnellen Elektronik wurden in inte=grierten Eingangsstufen SN75107 zu TTL-Signalen transformiert, die Ausgangspulse wurden dagegen durch Kabeltreiber aus dis=kreten Bauelementen von TTL- zu NIM-Signalen umgeformt.

II.3.4. Die Kontrolle des Experiments

II.3.4.1. Der Steuerpuls für die Elektronik

Die Nachweiselektronik des Experiments ist nicht dauernd empfindlich. Auf die vier Diskriminatoren der Triggerzähler wird ein Steuerpuls gegeben, der den Signaldurchgang öffnet oder sperrt (Abb. 12). Bei gesperrten Diskriminatoren können keine Ereignisse registriert werden.

Zur Definition der Meßzeit dient ein Spannungspegel.

Dieser wird beim Start der Messung eingeschaltet und am Ende der Messung, wenn z.B. genug effektive Quanten für eine Paar= spektrometereinstellung registriert worden sind, wieder abge= schaltet. Der "Start"-Pegel liegt am Eingang eines logischen UND, dessen Ausgang den Steuerpuls liefert (Abb. 13). Es kön= nen also nur Daten genommen werden, wenn der Startpegel an= liegt.

Am zweiten Eingang der UND-Einheit liegt ein Puls, der mehrere Millisekunden um den Zeitpunkt t_{max} der maximalen Synchrotronendenergie umfaßt. Dieser "Synchrotron"-Puls be= grenzt die Verschmierung der Endenergie. Bei Flat-Top-Mes= sungen definiert er den Zeitraum $\Delta k_{max}/k_{max} \leq 0.5\%$ (II.1.1.). Ohne den Synchrotronpuls können keine Ereignisse registriert werden, er sorgt also auch dafür, daß der Rechner in der Zeit zwischen zwei γ-Strahlpulsen ungestört die bisher eingelese= nen Ereignisse verarbeiten kann (II.3.4.3.).

Bei einem Ereignis, das in den Rechner eingelesen werden soll, wird durch das Triggersignal ein Flip-Flop ge= setzt. Der Ausgang des gesetzten "Einlese"-Flip-Flops wird auf den dritten, invertierenden Eingang der UND-Einheit ge= geben, er beendet also den Steuerpuls und verhindert den Nachweis weiterer Ereignisse, bis das erste eingelesen ist.

So wird vermieden, daß Nachfolgeereignisse zu= sätzliche Kammerdrähte setzen oder die Flugzeitinformation im Register des ADC's zerstören. Am Ende des Auslesezyklus wird das Einlese-Flip-Flop durch das "Ende Auslese"-Signal (II.3.3.2.) zurückgesetzt, wodurch der Steuerpuls wieder erscheint.

Der Steuerpuls öffnet den Signaldurchgang durch die Diskriminatoren also genau dann, wenn der Synchrotronpuls den γ-Strahlpuls markiert, wenn das Einlese-Flip-Flop nicht während eines Einlesevorgangs gesetzt ist und wenn der Start= pegel während der Messung anliegt.

Unabhängig vom Steuerpuls wird die Elektronik beim Nachweis eines Paares durch das Totzeit-Flip-Flop (II.3.1.3.) gesperrt, bis die Entscheidung der Auswahllogik über die Weiterverwendung des Ereignisses gefallen und eventuell eine Einlese erfolgt ist.

Die Logik des Steuerpulses

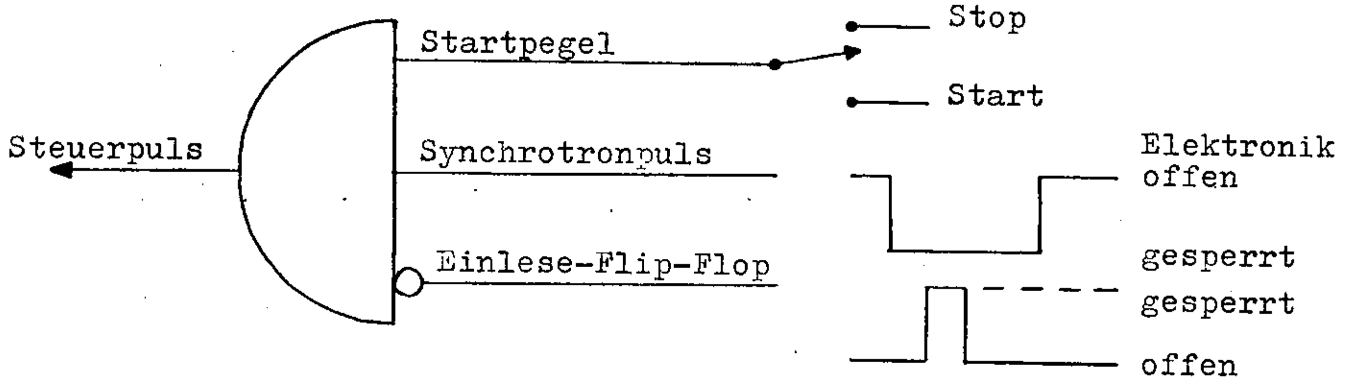
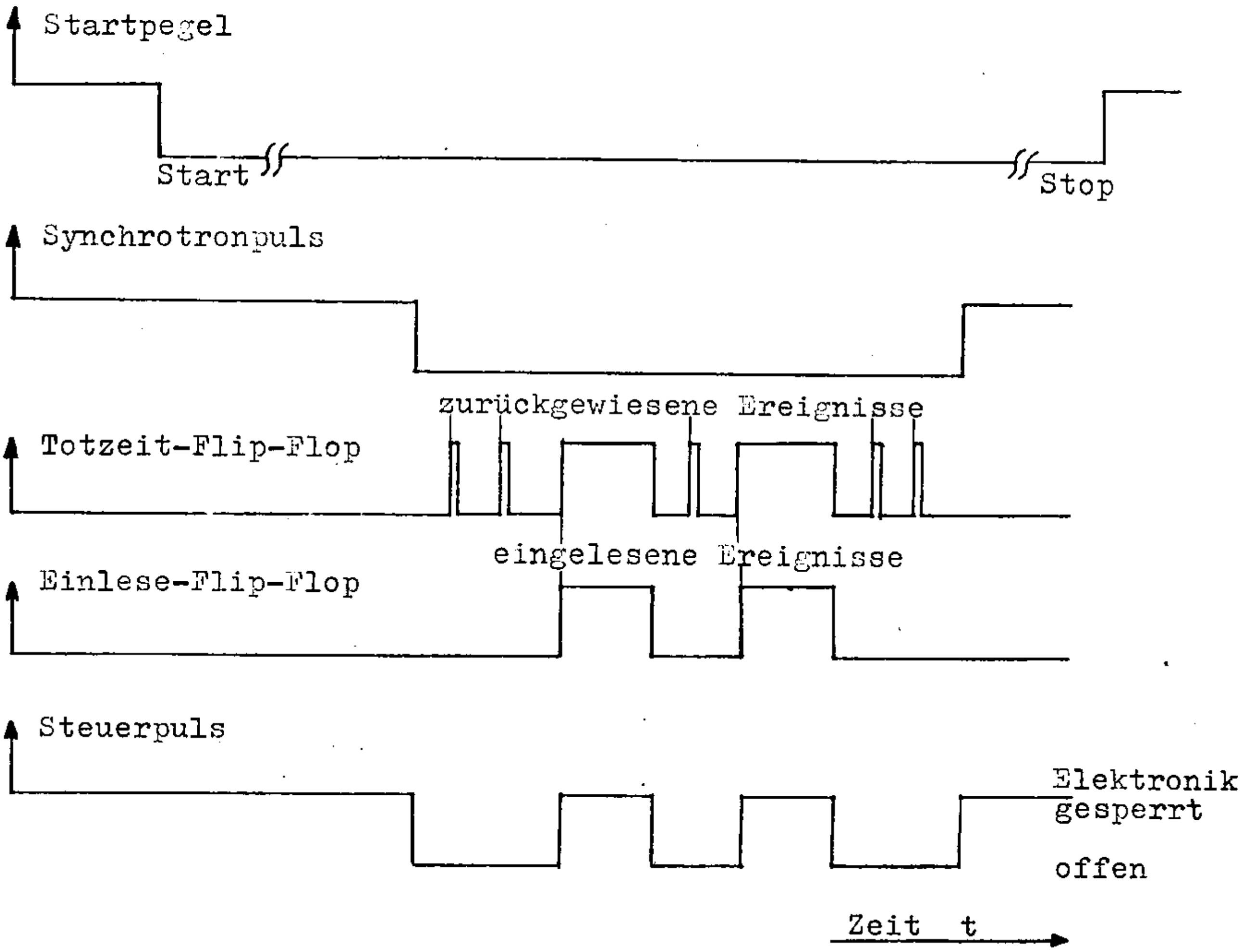


Abb. 13 Der Steuerpuls für die Nachweiselektronik



Typische Pulsfolge an den Eingängen und am Ausgang der Steuerpulseinheit und am Totzeit-Flip-Flop

Die Totzeit für ein eingelesenes Ereignis beträgt ca. 450 μsec (60 μsec für die ADC-Konversion, 390 μsec für die Kammerauslese bei zwei gesetzten Drähten, siehe LIE73), die Totzeit für ein durch die Auswahllogik zurückgewiesenes Paar dagegen 20 μsec (II.3.3.2.).

Abbildung 13 zeigt die Logik des Steuerpulses, außerdem ein Beispiel für die Pulsfolge an den Eingängen und am Ausgang der UND-Einheit des Steuerpulses.

II.3.4.2. Die Energieuhr

Bei Messungen, die nicht im Flat-Top-Betrieb durchgeführt werden, ergeben sich erhebliche Endenergieschwankungen. Um für jedes registrierte Ereignis die Endenergie rekonstruieren zu können, liest man den Stand der Energieuhr mit in den Rechner ein.

Die Energieuhr ist ein 100 kHz-Zähler, der durch ein Signal zum Zeitpunkt minimaler Magnetstromerregung, d.h. 10 msec vor t_{max}, angestossen wird und die Periode T = 20 msec symmetrisch zu t_{max} in 2000 Intervalle teilt.

Nach der Beziehung

$$k_{max}(t) = k_{max}(0)\cdot 1/2\cdot(1 + \cos\frac{2\pi}{T}(t-t_{max}))$$

kann man also für jedes Ereignis die aktuelle Maximalenergie errechnen.

Abbildung 11c zeigt zwei typische Verteilungen der Ereignisse über die Dauer des γ-Strahlpulses. Es ist die Zählrate pro Zeitintervall aufgetragen.

II.3.4.3. Die Kontrolle der Datennahme durch einen Prozeßrechner

Die Messungen wurden durch einen Kleinrechner des Typs PDP-8I kontrolliert. Für jedes Ereignis, das ein Triggersignal an den Rechner erzeugt, werden die Adressen der angesprochenen Kammerdrähte, die Flugzeitinformation, ein Bit für den vorliegenden Trigger (Logik- oder 32-Signal) und eventuell die Energieuhranzeige eingelesen.

Die Daten werden im Rechner zu Blöcken zusammengefaßt und nach einer IBM-360-Anlage übermittelt, wo sie über einen Plattenspeicher auf Magnetband geschrieben werden (LIL73).

Während der Messung sammelt der Kleinrechner außerdem Statistik für Kammerdrahtverteilungen und das Flugzeitspektrum. Diese Verteilungen werden auf einem Bildschirm sichtbar gemacht. Einzelheiten zur Datenbehandlung in der PDP-8I finden sich bei H.Lierl (LIL73).

II.4. Die Einstellungen des Paarspektrometers und die erfaßten Energiebereiche

Für die Messungen wurden jeweils drei verschiedene Paarspektrometereinstellungen verwendet. Die zugehörige Lage der Akzeptanzplateaus auf der Energieskala zeigt Abbildung 14.

Die erste Einstellung erfaßt die Werte k/k_{max} = 0.87 bis 0.97, die zweite 0.92 bis 1.02 und die dritte 0.95 bis 1.06. Das Bremsspektrum wurde also im Bereich k/k_{max} = 0.87 bis 1.0 gemessen. Dieser Bereich enthält das relative Maximum des Bremsspektrums nahe der Bremskante, das bei dicken Targets verschwindet (Abb. A2b). Die drei Einstellungen überlappen sich teilweise mit ihren erfaßten Energiewerten, so daß eine Kontrolle der Apparatur möglich ist.

Zwei der Einstellungen erfassen γ-Energien jenseits der Maximalenergie. Daher kann man unabhängig vom Flugzeitspektrum Aussagen über den Anteil der zufälligen Ereignisse machen (III.3.).

Die auf zufällige Ereignisse korrigierten Meßwerte $Q(k) = k \cdot dn/dk \cdot 1/Q_{eff}$ der einzelnen Einstellungen werden in gemeinsame Energieintervalle einsortiert. Für jedes Intervall wird das mit dem statistischen Fehler gewichtete Mittel gebildet :

$$(11) \qquad \langle Q(k) \rangle = \sum_i Q_i(k) \cdot \frac{1}{\Delta Q_i(k)^2} \Big/ \sum_i \frac{1}{\Delta Q_i(k)^2} \ .$$

Die drei Paarspektrometereinstellungen wurden nicht mit gleicher Statistik gemessen, die Zahlen der effektiven Quanten verhalten sich etwa wie 1 : 2 : 1, d.h. die Bremskante hat die bessere Statistik.

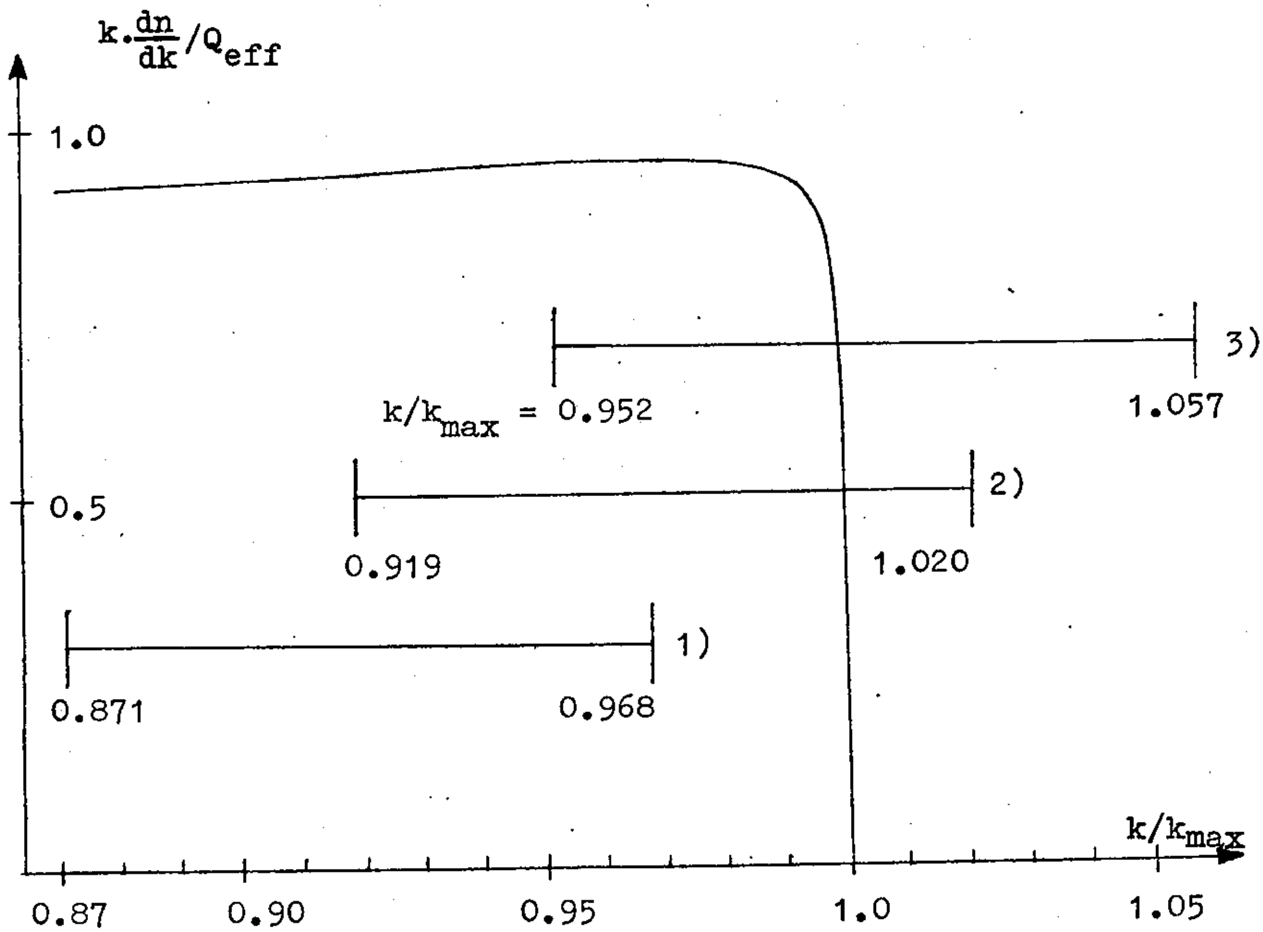


Abb. 14 Lage der Akzeptanzplateaus relativ zur Bremskante für die verwendeten Paarspektrometereinstellungen 1) bis 3).

III. Die Auswertung

III.1. Das Energieauflösungsvermögen der Apparatur

Um die Energieverteilung $k \cdot dn/dk$ des Photonenstrahls an der Stelle k_o zu erhalten, wird die Koinzidenzzählrate zweier Kammerdrähte gemessen. Nimmt man eine symmetrische Lage der Drähte an, so hat jeder die Sollenergie $k_o/2$ für das nachgewiesene Paarteilchen. Wenn jeder Draht ein Energieband $\Delta E = E_2 - E_1$ um die Sollenergie akzeptiert, so gelten für die Energie E des Positrons und die Energie k - E des Elektrons eines nachgewiesenen Paares der Gesamtenergie k die Gleichungen

(12) $$E_1 \leq E \leq E_2 \qquad \text{und} \qquad E_1 \leq k - E \leq E_2 \; .$$

Diese Gleichungen sind äquivalent zu

(13) $$E_{min}(k) \leq E \leq E_{max}(k) \; ,$$

wobei $E_{min}(k) = MAX(k - E_2, E_1)$ und $E_{max}(k) = MIN(k - E_1, E_2)$ ist. Aus (12) ergibt sich für die Gesamtenergie k des Paares die Bedingung

(14) $$2 \cdot E_1 \leq k \leq 2 \cdot E_2 \; .$$

Koinzidenzzählrate $N(k_o)$ und γ-Spektrum $k \cdot dn/dk$ sind durch die Beziehung

(15) $$N(k_o) = f_K \cdot \int_{2E_1}^{2E_2} dk \cdot \frac{dn}{dk} \cdot \int_{E_{min}(k)}^{E_{max}(k)} dE \cdot \frac{d\sigma^P}{dE}(E,k)$$

miteinander verknüpft. Gleichung (14) liefert die Grenzen der Integration über k, (12) und (13) diejenigen der Integration über E. $d\sigma^P/dE(E,k)$ ist der differentielle Paarbildungswirkungsquerschnitt, f_K die Teilchenflächendichte des Konverters.

Zieht man die Konversionswahrscheinlichkeit $\Sigma(\varepsilon,k) \approx \Sigma(1/2,k_o)$ als Konstante vor die Integrale(II.2.2. und II.3.3.1.), so gilt

(16) $$N(k_o) = \Sigma(1/2,k_o) \cdot \int_{2E_1}^{2E_2} \frac{dk}{k} \cdot k \cdot \frac{dn}{dk} \cdot \int_{E_{min}(k)}^{E_{max}(k)} \frac{dE}{k} \; .$$

Für die Kammerdrähte ist außerdem $(E_2 - E_1)/k \ll 1$ erfüllt, also kann man auch den Faktor $1/k^2 \approx 1/k_o^2$ als Konstante vor die

Integrale ziehen und erhält

$$(17) \qquad N(k_o) = \Sigma(1/2,k_o)\,\frac{1}{k_o^2}\cdot\int_{2E_1}^{2E_2} dk \int_{E_{min}(k)}^{E_{max}(k)} dE \quad .$$

Definiert man $w(k,k_o) = \frac{1}{\Delta E^2}\cdot\int_{E_{min}(k)}^{E_{max}(k)} dE$, so gilt

$$(18) \qquad N(k_o) = \Sigma(1/2,k_o)\cdot\frac{\Delta E^2}{k_o^2}\cdot\int_{2E_1}^{2E_2} w(k,k_o)\cdot k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot dk \; .$$

Man kann $w(k,k_o)$ als Summe über die Möglichkeiten interpretieren, die Gesamtenergie k eines Paares auf die beiden Drahtbereiche aufzuteilen. $w(k,k_o)\cdot dk$ ist die Wahrscheinlichkeit, γ-Quanten mit Energien zwischen k und k + dk in der vorliegenden Drahtkombination nachzuweisen. $w(k,k_o)$ heißt Auflösungsfunktion. Es ist eine Dreiecksfunktion mit der Halbwertsbreite ΔE (SCHU66). Die Halbwertsbreite heißt Auflösungsvermögen.

Für asymmetrische Kammerdrahtpaare gilt

$$(19) \quad N(k_o) = \Sigma(\varepsilon,k_o)\cdot\frac{\Delta E^+\cdot\Delta E^-}{k_o^2}\cdot\int_{E_1^+ + E_1^-}^{E_2^+ + E_2^-} w(k,k_o)\cdot k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot dk \quad ,$$

wobei $\Delta E^{\pm} = E_2^{\pm} - E_1^{\pm}$ die jeweiligen Energiebänder der Drähte sind. $w(k,k_o)$ hat dann eine Trapezform.

Die Koinzidenzzählrate zweier Kammerdrähte der Sollenergie k_o liefert also nicht das Bremsspektrum $k\frac{dn}{dk}\Big|_{k_o}$ an der Stelle k_o, sondern eine Faltung des Bremsspektrums mit der Auflösungsfunktion. Da sich das Bremsspektrum außer im Bereich der Bremskante nur langsam mit der γ-Energie k ändert, kann man für $k < k_{max}$

$$\int w(k,k_o)\cdot k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot dk = k\cdot\frac{dn}{dk}\Big|_{k_o}$$

setzen. ($\int w(k,k_o)\cdot dk$ ist als Integral über eine Wahrscheinlichkeitsdichte auf 1 normiert.) Daher gilt in diesem Fall

$$(8) \qquad N(k_o) = \Sigma(\varepsilon,k_o)\,\frac{\Delta E^+\cdot\Delta E^-}{k_o^2}\cdot k_o\cdot\frac{dn}{dk}\Big|_{k_o} \qquad \text{(II.2.4. II.3.3.1.)}$$

Im Bereich der Brennskante muß man jedoch die Faltung berück=
sichtigen.

III.1.1. Auflösungsvermögen und Breite der Drahtbereiche

In der linearen Näherung der Magnetoptik berechnet sich die relative Energieabweichung eines Teilchens von der Energie des getroffenen Drahtes aus seinen Koordinaten relativ zur Sollbahn des Drahtes zu

$$(20) \qquad \frac{(E-E_o)}{E_o} = \frac{t(s) - H_{11}\cdot t(0) - H_{12}\cdot t'(0)}{H_{13}} .$$

(Hierbei wurde $\Delta P/P = \Delta E/E$ gesetzt, siehe II.2.3., (6).)
Für symmetrisch liegende Drähte hat man gleiche Transport=
matrixelemente, daher gilt für die relative Energieabweichung eines nachgewiesenen γ-Quants von der Sollenergie k_o des Drahtpaares

$$(21) \qquad \frac{(k - k_o)}{k_o} = \frac{t_+(s) + t_-(s) - H_{11}\cdot(t_+(0) + t_-(0)) - H_{12}\cdot(t_+'(0) + t_-'(0))}{2\cdot H_{13}} ,$$

wobei $E_o = k_o/2$ ist. Die Indizes +,- stehen für die beiden Teilchen des Paares. Da beide Teilchen am selben Ort star=
ten, gilt $t_+(0) + t_-(0) = 0$ (siehe Abb. 7). Die Ausdehnung des γ-Strahls spielt also in erster Näherung keine Rolle.

Nimmt man auch $t_+'(0) + t_-'(0) = 0$ an, vernachläs=
sigt man also die Startwinkel, entspricht jeder Abstandssum=
me $t_+(s) + t_-(s)$ eine Energieabweichung $(k - k_o)/k_o$. Die zugehörige Energieverteilung ist die unter III.1. beschrie=
bene Dreiecksauflösungsfunktion. Diese wurde von den endlichen Energiebändern ΔE der Drähte verursacht, die Energiebänder sind aber über die Impulsdispersion mit den Drahtabständen d verknüpft : $\Delta E = d/H_{13}$.

Die Dreiecksauflösungsfunktion $w(k/k_o)$ mit der Halbwertsbreite $d/(2\cdot H_{13})$ läßt sich durch eine Gaußvertei=
lung mit $\sigma_d = 1/\sqrt{6}\cdot d/(2\cdot H_{13})$ annähern.

Die folgenden Zahlenangaben beziehen sich auf die Maße aus II.2.3. und Abbildung 7, abweichend hiervon wurde ein Winkel von 12.6° für die Drahtpaare an der Brems=kante angenommen.

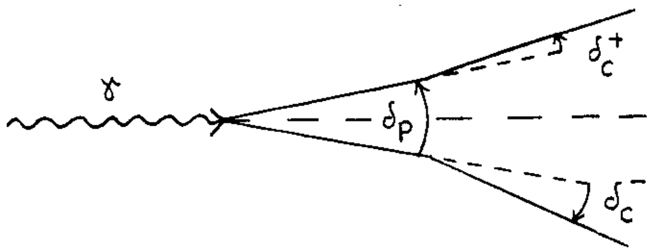
Man erhält $\sigma_d = 5.47 \cdot 10^{-4}$ (Halbwertsbreite $1.34 \cdot 10^{-3}$) unabhängig von der γ-Energie.

III.1.2. Auflösungsvermögen und Startwinkel

Zur Energieabweichung aufgrund der endlichen Drahtabstände addiert sich nach (21) noch eine Energieabweichung, die von den Startwinkeln der Paarteilchen verursacht wird. In die Summe $t'_+(0) + t'_-(0)$ gehen die Paarerzeugungswinkel und die Vielfachstreuwinkel im Konverter ein. Ein möglicher Winkel des erzeugenden γ-Quants gegen die Strahlachse geht bei den beiden Paarteilchen mit jeweils anderem Vorzeichen ein, so daß sich die Summe weghebt. Es bleibt die relative Energie=abweichung

$$\left.\frac{k - k_o}{k_o}\right|_{Konv} = - \frac{H_{12}}{2H_{13}} \cdot (\delta_P + \delta_C^+ + \delta_C^-) .$$

δ_P ist der in die Ablenkebene projizierte Öffnungswinkel des Paares bei der Erzeugung, δ_C^{-+} ist der projizierte Coulomb-Vielfachstreuwinkel im Konverter.



Nach (LUB63) und (SCHU66) genügt δ_P näherungsweise der Verteilung

$$(22) \qquad w(\delta_P) \cdot d\delta_P = \frac{\frac{k_o}{4m} \cdot d\delta_P}{2\left(1 + \left(\frac{k_o \cdot \delta_P}{4m}\right)^2\right)^{3/2}} .$$

Diese Verteilung läßt sich wiederum durch eine Gaußverteilung mit der Standardabweichung $\sigma_P = 1.2 \cdot 4m/k_o$ annähern; m ist die Elektronenruhmasse.

Der projizierte Vielfachstreuwinkel genügt nähe=rungsweise einer Gaußverteilung mit Standardabweichung

$$\sigma_C = \frac{30 \text{ MeV}}{0.511 \text{ MeV}} \cdot \frac{m}{k_o} \cdot \sqrt{\frac{t}{2}_{Konv}} \qquad \text{(ROS52, SCHU66).}$$

Als effektive Konverterdicke wurde **die halbe Konverter=dicke** t_{Konv}**, ausgedrückt in Strahlungslängen, verwendet.**

Für den Winkelausdruck $\delta = \delta_P + \delta_C^+ + \delta_C^-$ erhält man also eine Gaußverteilung mit der Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\sigma_P^2 + 2\sigma_C^2} = \frac{4\cdot m}{k_o}\sqrt{1.44 + 211\cdot t_{Konv}} \quad .$$

Mit einer Konverterdicke von $2\cdot 10^{-4}$ Strahlungslängen ist die Vielfachstreuung hier zu vernachlässigen :

$$\sigma = \frac{4\cdot m}{k_o}\cdot 1.22 \approx \frac{4\cdot m}{k_o}\cdot 1.20 \quad .$$

Für die relative Energieabweichung $(k - k_o)/k_o|_{Konv}$ aufgrund der Startwinkelverteilung ergibt sich eine Gaußverteilung mit

(23) $$\sigma_{Konv} = \frac{H_{12}}{H_{13}}\cdot 2.44\cdot\frac{m}{k_o} \quad , \text{ d.h. } \sigma_{Konv} = 13.8\cdot\frac{m}{k_o} \quad .$$

II.1.3. Auflösungsvermögen und Vielfachstreuung längs der Trajektorie

Am Austrittsfenster der Vakuumkammer des Paarspektrometers und auf der nachfolgenden Driftstrecke durch die Luft er=leiden die Paarteilchen nochmals Vielfachstreuung.

Aufgrund der resultierenden Auslenkungen der Teil=chen gegen die Solltrajektorie kommt es zu einer weiteren Energieabweichung $(k - k_o)/k_o|_{Drift}$ ähnlich wie in (III.1.1.), die zugehörige Verteilungsfunktion ist eine Gaußverteilung mit der Standardabweichung

$$\sigma_{Drift} = \frac{m}{k_o}\cdot\frac{30\ \mathrm{MeV}}{0.511\mathrm{MeV}}\cdot\frac{L_{AK}}{2H_{13}}\cdot\sqrt{t_A + t_{AK}/3}\,\sqrt{2} \quad .$$

L_{AK} ist die Trajektorienlänge vom Austrittsfenster bis zur Kammer, t_{AK} ist diese Länge ausgedrückt in Strahlungslängen, und t_A ist die Austrittsfensterdicke in Strahlungslängen.

Mit $L_{AK} = 165$ cm, $t_{AK} = 5.34\cdot 10^{-3}$ Str.-L. und $t_A = 1.28\cdot 10^{-3}$ Str.-L. gilt

$$\sigma_{Drift} = \frac{m}{k_o}\cdot 5.08$$

III.1.4. Das Gesamtauflösungsvermögen

Die relative Abweichung $(k - k_o)/k_o$ der Energie k des nachgewiesenen Paares von der Sollenergie k_o des betroffenen Drahtpaares setzt sich aus den Anteilen zusammen, die in III.1.1. bis III.1.3. erläutert worden sind. Die resultierende Auflösungsfunktion $w(k/k_o)$ ist eine Gaußfunktion mit der Standardabweichung

$$\sigma = \sqrt{\sigma_d^2 + \sigma_{Konv}^2 + \sigma_{Drift}^2} \quad .$$

Für das angeführte Beispiel gilt

$$\sigma = \sqrt{29.9\cdot 10^{-8} + (\frac{m}{k_o})^2 \cdot 216.2} \quad .$$

Bei den energieabhängigen Anteilen überwiegt der Anteil der Startwinkel :

$$\sqrt{\frac{\sigma_{Konv}^2 + \sigma_{Drift}^2}{\sigma_{Konv}^2}} = 1.066 \quad .$$

Für $k_o = 13.74$ GeV sind der Beitrag des Drahtabstandes, σ_d, und der energieabhängige Beitrag gleich groß, für kleinere Energie überwiegt der energieabhängige Anteil am Auflösungsvermögen.

Für $k_o = 3.5$ GeV ist $\sigma_d/\sigma = 0.25$ mit $\sigma = 2.22\cdot 10^{-3}$ und einer Halbwertsbreite $5.23\cdot 10^{-3}$.

Für $k_o = 7.2$ GeV ist $\sigma_d/\sigma = 0.46$ mit $\sigma = 1.18\cdot 10^{-3}$ und einer Halbwertsbreite $2.77\cdot 10^{-3}$.

Bei der Abschätzung des Auflösungsvermögens wurde nur ein Drahtpaar betrachtet, bei der verwendeten Triggerlogik tragen aber bis zu acht verschiedene Drahtpaare zu einem Energiestützpunkt bei (II.3.3.1.). Nach der exakten Trajektorienrechnung haben die zugehörigen γ-Energien maximal eine relative Abweichung von $2.3\cdot 10^{-4}$ vom Mittelwert, $\sigma = 1.5\cdot 10^{-4}$.

In der linearen Magnetoptik spielen Ausdehnung und Divergenz des γ-Strahls keine Rolle, wenn symmetrische Paare angenommen werden. Die verwendeten Drahtpaare liegen jedoch etwas asymmetrisch zum Strahl (II.3.3.1.). Nimmt man als Extremfall eine seitliche Auslenkung von 1 cm gegen die Konvertermitte und einen Winkel von 0.26 mrad gegen die Strahlachse für das erzeugende γ-Quant an, erhält man mit der exakten Trajektorienrechnung eine mittlere relative Energie=

verschiebung von $5.1 \cdot 10^{-4}$.

Außerdem ist die Vielfachstreuung in der Abschätzung nur unzureichend berücksichtigt, die verwendeten Formeln dürfen eigentlich nur für dicke Streuer verwendet werden (ROS52).

Man muß also ein schlechteres Auflösungsvermögen erwarten, als es die obige Abschätzung liefert.

III.2. Die Korrekturen

Das auf 1 normierte Bremsspektrum $Q(k) = k \cdot \frac{dn}{dk} / Q_{eff}$ erhält man aus der Koinzidenzzählrate N der Drahtpaare mit der Soll=energie k nach der Formel

$$Q(k) = \frac{N \cdot f_{korr}}{Q_{eff} \cdot \Sigma(\varepsilon, k) \cdot A(k)} \qquad (24)$$

man muß also durch die Zahl der effektiven Quanten, die Kon=versionswahrscheinlichkeit und den Akzeptanzfaktor (II.3.3.1.) dividieren.

Außerdem muß man noch einen Korrekturfaktor f_{korr} anbringen, dessen Komponenten im Folgenden erläutert werden.

III.2.1. Die Totzeitkorrektur

Das Quantameter wird bei fehlendem Steuerpuls (II.3.4.1.) im Gegensatz zur Elektronik nicht gesperrt, deshalb muß man die Koinzidenzzählrate N für die Totzeit korrigieren, die der fehlende Steuerpuls hervorruft. Man registriert die Monitor=zählrate (II.1.4.) mit zwei Zählern, von denen nur einer durch den Steuerpuls geöffnet und gesperrt wird. Der Quotient beider Zählraten ist die Monitorkorrektur. Ein typischer Wert für die Monitorkorrektur ist 1.68, vorwiegend bedingt durch die Einlese der Ereignisse in den Rechner.

Auch bei vorhandenem Steuerpuls kann die Elektronik durch das Totzeit-Flip-Flop (II.3.1.3.) gesperrt werden. Die so entstandene Totzeit zwischen dem Setzen des Flip-Flops und der Entscheidung der Auswahllogik über die Weiterverwen=dung des Ereignisses wird durch die PKS/PK-Korrektur ausge=

glichen. Die schnellen Paarkoinzidenzen PKS fallen nur bei anliegendem Steuerpuls, die Paarkoinzidenzsignale PK nur bei anliegendem Steuerpuls und zurückgesetztem Totzeit-Flip-Flop an. Der Quotient der Zählraten, N(PKS)/N(PK), ist die PKS/PK-Korrektur. Ein typischer Wert ist 1.11.

Das Produkt aus Monitorkorrektur und PKS/PK-Korrektur stellt die gesamte Totzeitkorrektur dar, aus den obigen Beispielen ergibt sich der Wert 1.87.

III.2.2. Die Ausbeutekorrektur

Zur Bestimmung des Bremsspektrums wird nur die Zählrate des Logiksignals ausgewertet. Da beim Zustandekommen des Logiksignals auf die Information der Kammern zurückgegriffen wird, werden Ereignisse nicht registriert, bei denen die Paarteilchen zwar eine zugelassene Drahtkombination passiert haben, aber eine der Kammern nicht angesprochen hat. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Kammerdraht auf einen Teilchendurchgang nicht anspricht, ist unabhängig von der Auswahllogik, daher kann man die notwendige Zählratenkorrektur aus der Kammerausbeute der Ereignisse des S32-Signals gewinnen. Das S32-Signal kommt durch die Triggerzählerkoinzidenz unabhängig von der Kammerinformation zustande (II.3.3.2.).

Der Korrekturfaktor ist der Quotient aus der Zahl der S32-Signale und der Zahl der S32-Signale, bei denen beide Kammern angesprochen haben. Ein typischer Wert ist 1.024.

Beim Nachweis eines Paares kann es vorkommen, daß zusätzlich ein Paarteilchen eines anderen Paares eine der Kammern innerhalb der Zeit passiert, während der die Koinzidenzen vor den Kammer-Flip-Flops geöffnet sind. Dadurch können mehrere, getrennt liegende Drähte pro Kammer gesetzt werden, so daß dem Ereignis keine eindeutige γ-Energie mehr zugeordnet werden kann. Es werden also nur Ereignisse ausgewertet, bei denen in jeder Kammer genau ein Teilchendurchgang nachgewiesen worden ist. Liegen mehrere angesprochene Drähte nebeneinander, werden ihre Koordinaten gemittelt. Ein typischer Mittelwert für die Zahl der Drähte pro Teilchendurchgang ist 1.06.

Man benötigt also eine weitere Korrektur für den Verlust infolge von Mehrfachdurchgängen. Man erhält als Korrekturfaktor den Quotienten aus der Zählrate für Ereignisse, bei denen beide Kammern angesprochen haben und der Zählrate für Ereignisse, bei denen jede Kammer nur einen Teilchendurchgang anzeigt. Bildet man diesen Korrekturfaktor für die Ereignisse mit Logiksignal, wird die Korrektur zu groß : es kann der Fall eintreten, daß die Koinzidenz von einem Paar ausgelöst wird, das nicht der Logik genügt. Erst der weitere Durchgang eines Teilchens durch eine der Kammern erfüllt dann die logische Bedingung und löst das Logiksignal aus. Für dieses Ereignis darf nicht korrigiert werden, es wird zu recht nicht berücksichtigt.

Daher muß man auch den Korrekturfaktor für die Mehrfachdurchgänge aus den Ereignissen des S32-Signals gewinnen, bei dem keine Auswahllogik beteiligt ist.

Wenn N32 die Zählrate, N32($\neq$0) die Zählrate mit dem Ansprechen beider Kammern und N32(1) die Zählrate mit genau einem Teilchendurchgang pro Kammer für das S32-Signal ist, so erhält man insgesamt die Korrektur

$$\frac{N32}{N32(\neq 0)} \cdot \frac{N32(\neq 0)}{N32(1)} = \frac{N32}{N32(1)} \quad .$$

Ein typischer Wert für die guten Ereignisse nach dem Flugzeitspektrum (II.3.1.3.) ist 1.13, für die zugehörigen zufälligen Ereignisse außerhalb des Flugzeitintervalls ist der Korrekturfaktor 1.19.

III.2.3. Der statistische Fehler der Korrekturen

Bei den Korrekturen aus III.2.1. und III.2.2. liegt das gleiche Schema vor : aus N_0 Ereignissen werden N_1 ausgewählt. Gesucht wird der statistische Fehler des Ausdrucks $f = N_0/N_1$, wobei zu berücksichtigen ist, daß N_0 und N_1 nicht statistisch unabhängig voneinander sind.

Jedes der N_0 Ereignisse gehört mit der Wahrscheinlichkeit $p \approx N_1/N_0$ zu den ausgewählten Ereignissen. Hier läßt sich die Binomialverteilung (KRE68) anwenden, es werden im Mittel $p \cdot N_0$ Ereignisse mit der Varianz $p \cdot (1 - p) \cdot N_0$

ausgewählt, für N_1 erhält man also den Fehler $\Delta N_1 = \sqrt{p\cdot(1-p)\cdot N_o}$ und für N_1/N_o den Fehler $\sqrt{p\cdot(1-p)/N_o}$.

Der Fehler Δf des Kehrwertes $f = 1/p$ ist nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\Delta f = \frac{\Delta p}{p^2} = \frac{1}{p}\cdot\sqrt{\frac{1-p}{p\cdot N_o}} = f\cdot\sqrt{\frac{f-1}{N_o}} \qquad (25)$$

und der relative Fehler

$$\frac{\Delta f}{f} = \sqrt{(f-1)/N_o} \quad . \qquad (26)$$

Als Beispiel werden die Werte für eine Paarspektrometereinstellung (II.4.) angeführt, bei der $1.77\cdot10^{11}$ effektive Quanten registriert wurden :

Monitorkorrektur :	$N_o = 2.05\cdot10^6$	, $f = 1.68$	, $\Delta f/f = 0.058\%$
PKS/PK-Korrektur :	$N_o = 6.38\cdot10^4$	, $f = 1.11$	, $\Delta f/f = 0.13\%$
Ausbeutekorrektur :	$N_o = 1800$	, $f = 1.13$	, $\Delta f/f = 0.85\%$

(1800 S32-Signale bei 15600 Logiksignalen im Flugzeitintervall)

Dieses Beispiel stellt mit seiner Zählstatistik eine untere Grenze für die Messungen dar.

III.3. Die Akzeptanz für Messungen mit variabler Endenergie

Bei den Messungen ohne Flat-Top-Betrieb überlagern sich Bremsspektren verschiedener Maximalenergien (II.1.1.). Man kann jedoch ausnutzen, daß das Bremsspektrum $k\cdot dn/dk$ näherungsweise nur vom Quotienten $x = k/k_{max}$ abhängt.

Ein zur Zeit t mit der Energie $k(t)$ nachgewiesenes γ-Quant, das also zu einem Bremsspektrum der Endenergie

$$k_{max}(t) = k_{max}(0)\cdot 1/2\cdot\left(1 + \cos\tfrac{2\pi}{T}(t - t_{max})\right)$$

gehört, ist danach einem γ-Quant der Energie

$$k(t_{max}) = k(t)\cdot 2/\left(1 + \cos\tfrac{2\pi}{T}(t - t_{max})\right) \qquad (27)$$

äquivalent, das zu einem Bremsspektrum der Endenergie $k_{max}(t_{max})$ gehört. Auf diese Weise transformiert man die Energie eines jeden nachgewiesenen Paares gemäß der Energieuhranzeige t (II.3.4.2.) und erhält so ein Spektrum der Endenergie $k_{max}(t_{max})$.

Bei der Berechnung der Akzeptanz (II.5.3.1.) werden im erfaßten Energiebereich durch die vorkommenden Summen von Drahtnummern 95 diskrete Energiestützpunkte bestimmt. Durch die Transformation (27) werden diese diskreten Werte fast kontinuierlich über das akzeptierte Energieintervall und darüber hinaus verteilt. Also muß man jedem der bisherigen Energiestützpunkte ein Intervall zuordnen und auch den Bereich oberhalb der größten bisher akzeptierten Energie in Intervalle einteilen.

Für diese Energieintervalle muß man neue Akzeptanzfaktoren berechnen : vom unteren Ende der erfaßten Energieskala werden Ereignisse wegtransformiert, dort wird die Akzeptanz kleiner, und am oberen Ende werden neue Energien erfaßt, wo bisher die Akzeptanzfaktoren 0 waren.

Für das Intervall $(k_o - \Delta k_o/2\ ,\ k_o + \Delta k_o/2)$ muß man einen Mittelwert des Produktes aus Konversionswahrscheinlichkeit und Akzeptanzfaktor, $\Sigma(\mathcal{E},k)\cdot A(k)$, bilden. Man berücksichtigt dabei alle Zeitpunkte t', für die es Energiestützpunkte $k_{t'}$ gibt, die durch die Transformation (27) in das vorliegende Energieintervall gelangen :

$$k_o - \frac{\Delta k_o}{2} \quad \leq \quad \frac{2\cdot k_{t'}}{1 + \cos\frac{2\pi}{T}(t' - t_{max})} \quad \leq \quad k_o + \frac{\Delta k_o}{2} \quad .$$

An den Ausdrücken $\Sigma(\mathcal{E}_{t'},k_{t'})\cdot A(k_{t'})$ muß noch ein Korrekturfaktor angebracht werden, der die verschiedenen Intervallgrößen berücksichtigt :

Aus einem Ereignis im Intervall $\Delta k_{t'}$ um $k_{t'}$ folgt ein Beitrag

$$k_{t'}\cdot\frac{\Delta n'}{\Delta k_{t'}} \quad = \quad \frac{1}{\Sigma(\mathcal{E}_{t'},k_{t'})\cdot A(k_{t'})}$$

zum Bremsspektrum. Transformiert man dieses Ereignis jedoch in das Intervall Δk_o um k_o, so ist

$$k_{t'}\cdot\frac{\Delta n'}{\Delta k_{t'}} \quad = \quad k_o\cdot\frac{\Delta n'}{\Delta k_o'}$$

der Beitrag zum Bremsspektrum im Intervall

$$\Delta k_o' \quad = \quad \frac{2\cdot\Delta k_{t'}}{1 + \cos\frac{2\pi}{T}(t' - t_{max})} \quad \text{um } k_o \approx \quad \frac{2\cdot k_{t'}}{1 + \cos\frac{2\pi}{T}(t' - t_{max})}$$

, da die Intervallgröße sich ebenso wie die Energie trans=

formiert. Man rechnet diesen Intensitätsbeitrag durch

$$k_o \cdot \frac{\Delta n}{\Delta k_o} = k_o \cdot \frac{\Delta n'}{\Delta k'_o} \cdot \frac{\Delta k'_o}{\Delta k_o} = \frac{1}{\Sigma(\mathcal{E}_{t'}, k_{t'}) \cdot A(k_{t'})} \cdot \frac{2 \cdot \Delta k_{t'}}{\Delta k_o \cdot (1+\cos\frac{2\pi}{T}(t'-t_{max}))}$$

auf das Intervall Δk_o um.

Man bildet daher den Mittelwert der Ausdrücke

$$\Sigma(\mathcal{E}_{t'}, k_{t'}) \cdot A(k_{t'}) \cdot \frac{\Delta k_o}{\Delta k_{t'}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos\frac{2\pi}{T}(t' - t_{max}))$$

, wobei der Bruchteil $N(t')/N$ der Ereignisse, die zur Zeit t' relativ zu t_{max} eintreffen, der Gewichtsfaktor ist.

Man erhält das auf die Maximalenergie $k_{max}(t_{max})$ transformierte Bremsspektrum aus der Zahl $N(k_o)$ der Ereignisse im Intervall Δk_o um k_o also durch die Beziehung

$$(28) \qquad k_o \cdot \frac{dn}{dk}\Big|_{k_o} = \frac{N(k_o)}{\frac{1}{N} \sum\limits_{t'} N(t') \cdot \sum\limits_{k_{t'}} A(k_{t'}) \cdot \Sigma(\mathcal{E}_{t'}, k_{t'}) \cdot \frac{\Delta k_o}{\Delta k_{t'}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1+\cos\frac{2\pi}{T}(t'-t_{max}))} .$$

In Abbildung 11b ist der Nenner der rechten Seite über den Nummern der Energieintervalle bzw. über der Energie aufgetragen. Man sieht, wie sich die Energieakzeptanz von den niedrigen zu den höheren Energien hin verlagert.

Abbildung 11c zeigt zwei typische Verteilungen der Ereignisse über die Dauer des γ-Strahlpulses. Es ist die Zählrate $N(t)$ der nachgewiesenen Paare über den diskreten Anzeigewerten $t-t_{max}$ der Energieuhr aufgetragen.

Die größte Zeitdifferenz $|\overline{t - t_{max}}|$, die auftreten kann, ist durch die Gleichung

$$(29) \qquad \frac{k_{un}}{k_{max}(t_{max})} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \cos\frac{2\pi}{T}(\overline{t - t_{max}}))$$

gegeben. k_{un} ist die untere Grenze des akzeptierten Energiebereiches.

Die Kurve A aus Abbildung 11c gehört zur Paarspektrometereinstellung 3 aus Abbildung 14 (II.4.), d.h.

$k_{un}/k_{max}(t_{max})$ ist maximal (=0.946) und $|\overline{t - t_{max}}|$ ist minimal (= 1.48 msec). Aus Kurve A entnimmt man den Meßwert $|\overline{t - t_{max}}|$ = 1.44 msec.

Die Kurve B aus Abbildung 11c gehört zur Paar=spektrometereinstellung 1 aus Abbildung 14, hier ist $k_{un}/k_{max}(t_{max})$ minimal (= 0.864) und $|\overline{t - t_{max}}|$ maximal (= 2.41 msec). Aus Kurve B entnimmt man den Meßwert $|\overline{t - t_{max}}|$ = 2.24 msec.

Die Verteilung A ist schmaler als Verteilung B (beide Kurven sind auf 1 normiert), außerdem stimmt der gemessene Wert für $|\overline{t - t_{max}}|$ bei Verteilung A mit dem be=rechneten überein. Die untere Akzeptanzgrenze verhindert hier den Nachweis von Bremsspektren mit Maximalenergien $k_{max}(t) < k_{un}$, die aber zur Verteilung B beitragen und auch in den Meßwert der effektiven Quanten durch das Quantameter eingehen. Für Verteilung B ist der gemessene Wert kleiner als der berechnete Wert für $|\overline{t - t_{max}}|$, also liegt hier die volle Verteilung des γ-Strahlpulses vor.

Wenn man die Spektren der Paarspektrometerein=stellungen 1 bis 3 vereinigen will (II.4.), muß man sich bei der Auswertung auf ein Zeitintervall beschränken, das in der Zeitverteilung der Einstellung 3 enthalten ist, da sonst die Normierung mit der Zahl der effektiven Quanten für jedes der drei Spektren eine andere Höhe ergibt.

Abbildung 18 zeigt ein Bremsspektrum für 6.5 GeV Endenergie, bei dem das Zeitintervall von 2.20 msec aus Abbildung 11c zugrunde gelegt wurde. Außerdem ist das Spektrum der ersten Paarspektrometereinstellung ohne Einschränkung in der Zeitverteilung aufgetragen, der Unterschied in der Nor=mierung beträgt 9.9%.

III.4. Die Anpassung einer Ausgleichsfunktion an die gemessenen Bremsspektren

Das gemessene Bremsspektrum $Q_m(k) = k\cdot\frac{dn}{dk}/Q_{eff}$, das aus der Koinzidenszählrate der Hammerdrähte berechnet wird, muß mit den theoretischen Rechnungen unter Berücksichtigung der appa=

rativen Einflüsse verglichen werden.

Dazu definiert man die Ausgleichsfunktion

$$(30) \qquad Q'(k) = \int w(k',k)\cdot Q(k',k_{max})\cdot N\cdot \frac{dk'}{k} + U \; .$$

Hierbei ist $Q(k,k_{max})$ das auf 1 normierte, nach den Ansätzen aus Anhang A3 für endliche Targetdicke und Kollimation berech= nete Bremsspektrum ,

$$w(k',k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}\, e^{-\frac{(k'-k)^2}{k^2 2\sigma^2}}$$

ist die Auflösungsfunktion, $2\sqrt{2\ln 2}\,\sigma$ ist das Auflösungsvermögen der Apparatur (III.1.), N ist ein Normierungsfaktor, der mögliche systematische Fehler bei der Messung der effektiven Quanten Q_{eff} berücksichtigt (IV.1.), und U ist ein konstanter Term für den Untergrund aus zufälligen Koinzidenzen (III.5.), der trotz Beschränkung auf das Flugzeit= intervall der guten Ereignisse noch auftritt.

Die Integration über k' wird bei der praktischen Berechnung nur innerhalb der Grenzen $k'/k = \pm 4\sigma$ durchgeführt.

Die Ausgleichsfunktion $Q'(k)$ enthält zunächst vier freie Parameter : den Normierungsfaktor N, den Untergrund U, das Auflösungsvermögen $2\cdot\sqrt{2\cdot\ln 2}\,\sigma$ und die Endenergie k_{max}.

Das Auflösungsvermögen bestimmt den Verlauf von $Q'(k)$ nur an der Bremskante, daher wird die Energieabhängigkeit des Auflösungsvermögens (III.1.2. und III.1.3.) vernachlässigt und ein konstantes σ angenommen. Der angepaßte Wert des Auflö= sungsvermögens muß also mit dem theoretischen Wert an der Stelle $k = k_{max}$ verglichen werden.

Ein fünfter Parameter ist die Dicke des Targets, die bei der Berechnung des Spektrums $Q(k,k_{max})$ zugrunde gelegt wird. Die Dicke T des Targets in Strahlungslängen ist definiert durch die Beziehung

$$(31) \qquad \frac{1}{k_{max}} \int_0^{k_{max}} k\cdot\frac{dn}{dk}\cdot dk = Q_{eff} = T\cdot N_e \; .$$

N_e ist die Zahl der auf das Target treffenden Elektronen.

Wenn ein Elektron im Target nur ein weiches Photon abstrahlt, kann es das Synchrotron möglicherweise nochmals durchlaufen und das Target wiederum passieren; vernachlässigt man den Einfluß des Synchrotrons auf das Teilchen, sieht es also ein Target von doppelter oder mehrfacher Dicke. Bei der Berechnung des Bremsspektrums darf man in diesem Falle nicht von der mechanischen Targetdicke ausgehen, sondern muß eine effektive Dicke annehmen. Wenn N_e die Zahl der im Synchrotron beschleunigten Elektronen ist und T die mechanische Targetdicke in Strahlungslängen, so muß die Gleichung (31) lauten :

$$Q_{eff} = T \cdot \lambda \cdot N_e \quad . \tag{32}$$

λ ist die mittlere Zahl von Mehrfachdurchgängen pro Elektron (RAW68).

Wegen der Einflüsse des Synchrotrons auf die Energieverteilung und Divergenz der Elektronen braucht $\lambda \cdot T$ nicht mit der effektiven Targetdicke des angepaßten Bremsspektrums übereinzustimmen.

Die vier Parameter N, U, σ, k_{max} werden durch die Anpassung der Ausgleichsfunktion $Q'(k)$ an die Meßwerte $Q_m(k)$ nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt. Hierbei wird das Rechenmaschinenprogramm GRIDLS von Bevington (BEV69) verwendet.

Der Ausgleich wird zunächst für die beiden Paarspektrometereinstellungen durchgeführt, bei denen die Endenergie in der Akzeptanz liegt (II.4.). Der Beitrag des Untergrundes setzt sich hier jenseits der Endenergie fort und kann daher durch die Anpassung bestimmt werden. Für die Paarspektrometereinstellung ohne die Endenergie im Akzeptanzbereich muß der Untergrundanteil der Ereignisse im Flugzeitintervall aus dem Untergrundspektrum der Ereignisse außerhalb des Flugzeitintervalls der guten Ereignisse extrapoliert werden. Hierbei wird das Verhältnis der Untergrundspektren innerhalb und außerhalb des Flugzeitintervalls von den beiden anderen Spektrometereinstellungen zugrundegelegt.

Nachdem der Untergrund von den Spektren der einzelnen Spektrometereinstellungen abgezogen worden ist, werden sie zu einem Spektrum $Q_m(k)$ zusammengefaßt (II.4.). An dieses Spektrum wird jetzt die Funktion $Q'(k)$ mit U = 0 angepaßt.

III.5. Die Abtrennung des Untergrundanteils am gemessenen Bremsspektrum

Um die zufälligen Ereignisse von den wahren Koinzidenzen abzutrennen, wurde ein Flugzeitintervall von 3 - 4 nsec für gute Ereignisse definiert (II.3.1.3.). Der Untergrund wurde nur durch zufällige Koinzidenzen von Teilchen aus verschiedenen Elektron-Positron-Paaren verursacht. Messungen ohne Konvertertarget ergaben nämlich Koinzidenzzählraten von weniger als 0.1% der normalen Zählraten.

Betrachtet man die Koinzidenz zweier Kammerdrähte, so ist die zufällige Koinzidenzzählrate durch

$$(33) \qquad N_{zuf} = 2\cdot\tau\cdot N^{+}\cdot N^{-}$$

gegeben (NEU66). N^{-+} stellt hierbei die Einzelzählrate pro Draht dar, 2τ ist die Zeitauflösung der Triggerkoinzidenz. Bei symmetrischer Paaraufspaltung rührt die Einzelzählrate eines Drahtes der Sollenergie $k/2$ von Paarteilchen aus Paaren mit Energien zwischen $k/2$ und k_{max} her. Mit einem Energieband ΔE pro Draht gilt also

$$(34) \qquad N^{+-} = \int_{k/2}^{k_{max}} \Sigma(\varepsilon,k')\cdot\Delta E\cdot k'\cdot\frac{dn}{dk'}\cdot\frac{dk'}{k'^2} \quad .$$

Nimmt man in einer groben Näherung $k\cdot dn/dk = Q$ als konstant für $k \leq k_{max}$ an, ebenso $\Sigma(\varepsilon,k) = \Sigma$ als konstant für ε von 0 bis 1 und alle k (siehe Anhang A2), so erhält man

$$(35) \qquad N^{+-} = Q\cdot\Sigma\cdot\frac{\Delta E}{k}\cdot 2\cdot\left(1 - \frac{k}{2k_{max}}\right) \quad .$$

Nach (33) ist die zufällige Koinzidenzzählrate des auf eine Sollenergie k eingestellten Drahtpaares also gleich

$$(36) \qquad N_{zuf} = 2\cdot\tau\cdot Q^2\cdot\Sigma^2\cdot\frac{\Delta E^{+}\cdot\Delta E^{-}}{k^2}\cdot 4\cdot\left(1 - \frac{k}{2k_{max}}\right)^2 \quad .$$

Bei der Auswertung wird die Koinzidenzzählrate durch $\Sigma(\varepsilon,k)\cdot\frac{\Delta E^{+}\cdot\Delta E^{-}}{k^2}$ dividiert ((8) in II.2.4.). Im Rahmen der Auswahllogik (II.3.3.1.) gehören mehrere Drahtkombinationen

zu einem Energiestützpunkt k; in diesem Falle tritt der Akzep=
tanzfaktor $A(k) = \sum \frac{\Delta E^+ \cdot \Delta E^-}{k^2}$ an die Stelle von $\frac{\Delta E^+ \cdot \Delta E^-}{k^2}$.
Der zufällige Untergrund täuscht also ein Bremsspektrum

$$(37) \qquad k\cdot\frac{dn}{dk}\Big|_{zuf} = const\cdot\left(1 - \frac{k}{2k_{max}}\right)^2$$

vor, dessen Energien Werte bis $2k_{max}$ umfassen. Das zufällige Bremsspektrum setzt sich jenseits der Bremskante fort und kann aus den Meßwerten der Paarspektrometereinstellungen 2 und 3 (II.4.) entnommen werden.

Für jede einzelne Paarspektrometereinstellung wird ein k/k_{max}-Intervall der Breite ≈ 0.1 erfaßt, in diesem Intervall variiert der Ausdruck $(1 - k/(2k_{max}))^2$ um weniger als $\pm 9\%$. Bei Beschränkung auf das Flugzeitintervall der guten Ereignisse erhält man aus dem darin enthaltenen Untergrund ein normiertes Spektrum mit dem typischen Wert $k\cdot\frac{dn}{dk}\big|_{zuf}/{}_{gut} = 0.015$ mit einer Variation von ± 0.0014. Verglichen mit einem normierten Spektrum der Größenordnung 1 für die guten Ereignisse kann man also die Veränderung des Untergrundspektrums mit der Energie k vernachlässigen und bei der Anpassung an die Meßwerte einen konstanten Term U annehmen (III.4.).

Bei der Paarspektrometereinstellung 1 (II.4.) wird der Energiebereich jenseits der Bremskante nicht erfaßt, so daß man den Untergrundanteil des Spektrums aus den Ereignissen im Flugzeitintervall nicht durch die Anpassung der Ausgleichsfunktion bestimmen kann. Man bildet daher für die beiden anderen Paarspektrometereinstellungen das Verhältnis aus dem Untergrundspektrum U_{zuf} von Ereignissen außerhalb und dem Untergrundspektrum U_{gut} von Ereignissen innerhalb des Flugzeitintervalls. Ein typischer Wert ist $U_{zuf}/U_{gut} = 1.2$. Mit Hilfe dieses Verhältnisses kann man für die Paarspektrometereinstellung 1 aus dem zufälligen Spektrum der Ereignisse außerhalb des Flugzeitintervalls auch das Spektrum der zufälligen Ereignisse im Flugzeitintervall berechnen.

Faßt man die Untergrundspektren der Ereignisse innerhalb und außerhalb des Flugzeitintervalls zu einem

Untergrundspektrum $U = U_{zuf} + U_{gut}$ zusammen und ist Q der Wert des guten Bremsspektrums am Ort des relativen Maximums nahe der Bremskante, so kann man die Verunreinigung des gemessenen Bremsspektrums durch den Quotienten

$$A_U = \frac{U}{Q + U}$$

beschreiben. Bei den Messungen ergaben sich für A_U Werte zwischen 0.02 und 0.04.

IV. Die Ergebnisse

Es wurden Bremsspektren für sechs verschiedene Maximalenergien zwischen 3.5 GeV und 7.1 GeV gemessen, wobei zwei Wolframtargets von 0.0629 bzw 0.0143 Strahlungslängen Dicke verwendet wurden. Die Parameter der Messungen wie Maximalenergie, Targetdicke, Kollimationswinkel Θ und normierte Kollimationswinkel $u = \Theta \cdot k_{max}/m$ für den verwendeten Rechteckkollimator sind in Tabelle 4 aufgeführt. Außerdem wird angegeben, ob das Synchrotron im Flat-Top-Betrieb lief. Das reduzierte χ^2 bezieht sich auf die Ausgleichsfunktion für die mechanische Targetdicke, n-p ist die Zahl der Freiheitsgrade.

Tabelle 4

Parameter der gemessenen Bremsspektren

Maximalenergie k_{max}/GeV	Flat-Top	Kollimation (voller Kollimationswinkel)	Normierte Koll.-Winkel	Targetdicke/ Str.-L.	$s = \frac{\chi^2}{n-p}$
3.52	+	0.18 mrad x 0.062 mrad	1.23 x 0.43	0.0629	1.29
4.48	+	0.10 mrad x 0.059 mrad	0.91 x 0.52	0.0629	1.34
5.45	-	0.20 mrad x 0.20 mrad	2.17 x 2.11	0.0629	0.86
6.45	-	0.18 mrad x 0.11 mrad	2.28 x 1.34	0.0629	1.05
7.13	+	0.14 mrad x 0.20 mrad	2.01 x 2.83	0.0629	1.43
7.13	+	0.14 mrad x 0.20 mrad	1.89 x 2.83	0.0143	1.31

Die gemessenen Spektren mit den statistischen Fehlern und die zugehörigen Ausgleichsfunktionen für die mechanischen Targetdicken sind in den Abbildungen 15 bis 20 aufgetragen.

Variiert man die Targetdicke, so erhält man für effektive Targetdicken um 0.11 Strahlungslängen die niedrigsten χ^2-Werte. Sie liegen um 2% bis 13% unter den Werten für die geometrischen Targetdicken.

Im erfaßten Energiebereich $k/k_{max} \geq 0.87$ wird neben der Steilheit der Bremskante die Höhe des Bremsspektrums am stärksten durch die Targetdicke beeinflußt (Anhang A3 und Abbildung A3). Da eine flachere Bremskante durch ein schlechteres Auflösungsvermögen ausgeglichen wird (IV.2.) und die Normierung des Spektrums freier Parameter der Ausgleichsfunktion ist, ist die Bestimmung einer effektiven Targetdicke aus den Meßwerten nicht signifikant. Zu diesem Zweck muß man die Messung zu niedrigeren γ-Energien hin ausdehnen, um die relative Überhöhung des Bremsspektrums nahe der Maximalenergie zu bestimmen (Anhang A3).

Zieht man daher die absolute Normierung zur Beurteilung heran, so stimmen die Bremsspektren, bei deren Berechnung die mechanische Targetdicke zugrunde gelegt wurde, am besten mit den Meßwerten überein.

Im Anhang A4 sind Bremsspektren verschiedener Endenergien und Kollimationen tabelliert, die für 0.0143 und 0.0629 Strahlungslängen dicke Wolframtargets nach den Ansätzen aus Anhang A3 berechnet wurden.

IV.1. Die Normierung der an die Meßwerte angepaßten Bremsspektren

Eine wichtige Größe zur Beurteilung der an die Meßwerte angepaßten Bremsspektren ist die Normierung, da Bremsspektren verschiedener Targetdicke sich im erfaßten Energiebereich hauptsächlich in der absoluten Höhe unterscheiden (Abb. A3).

Da das gemessene Bremsspektrum durch die Zahl der effektiven Quanten Q_{eff} geteilt wird, muß der angepaßte

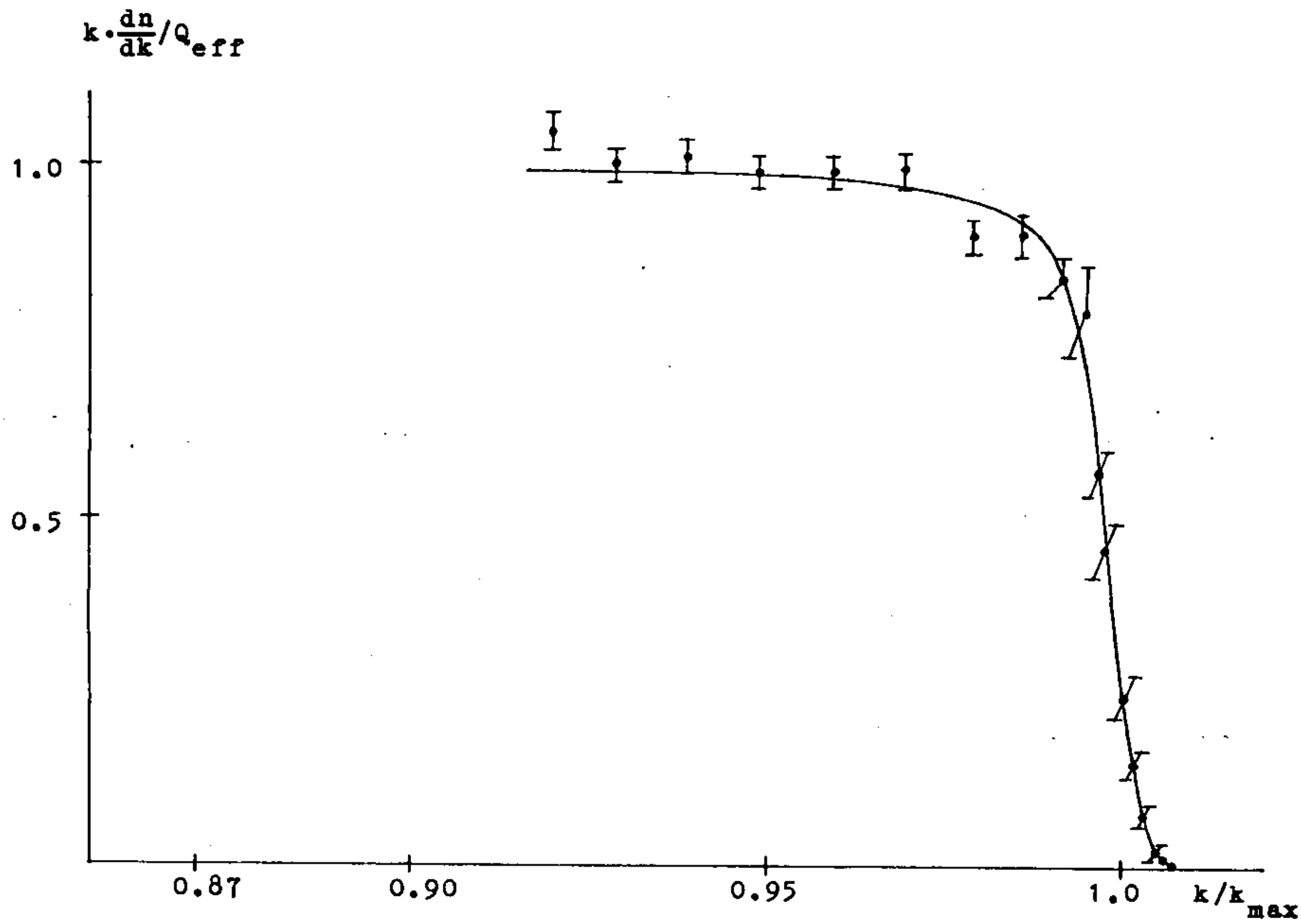


Abb. 15 k_{max} = 3.52 GeV   Target : 0.0629 Str.-L. Wolfram
Flat-Top-Betrieb

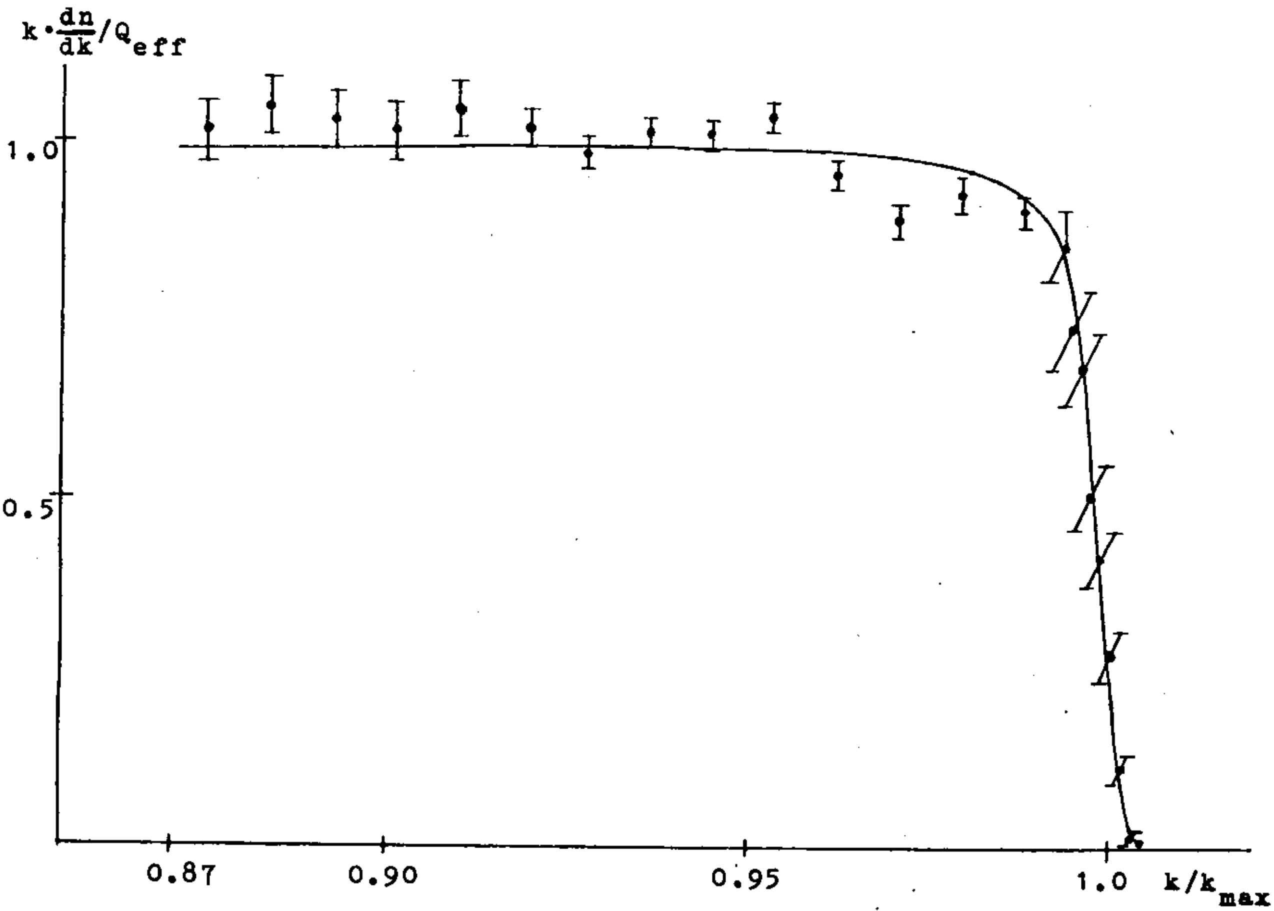
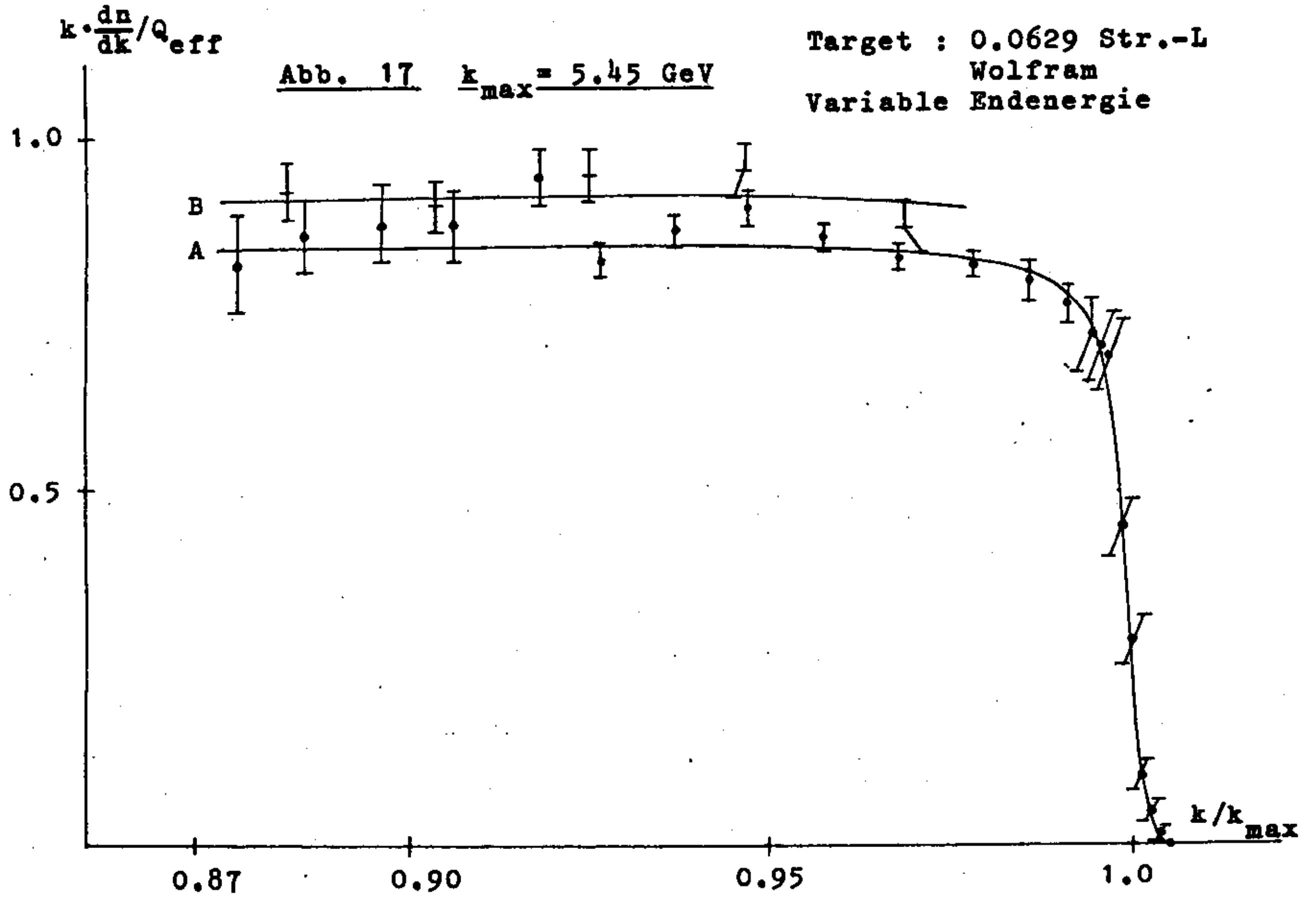


Abb. 16 k_{max} = 4.48 GeV   Target : 0.0629 Str.-L. Wolfram
Flat-Top-Betrieb

Abb. 17 $k_{max} = 5.45$ GeV

Target : 0.0629 Str.-L Wolfram
Variable Endenergie



A : drei Paarspektrometereinstellungen vereinigt , mit Ereignissen aus einem 2.16 msec breiten Zeitintervall um t_{max}.

B : nur Paarspektrometereinstellung 1, alle Zeitabstände von t_{max} zugelassen.

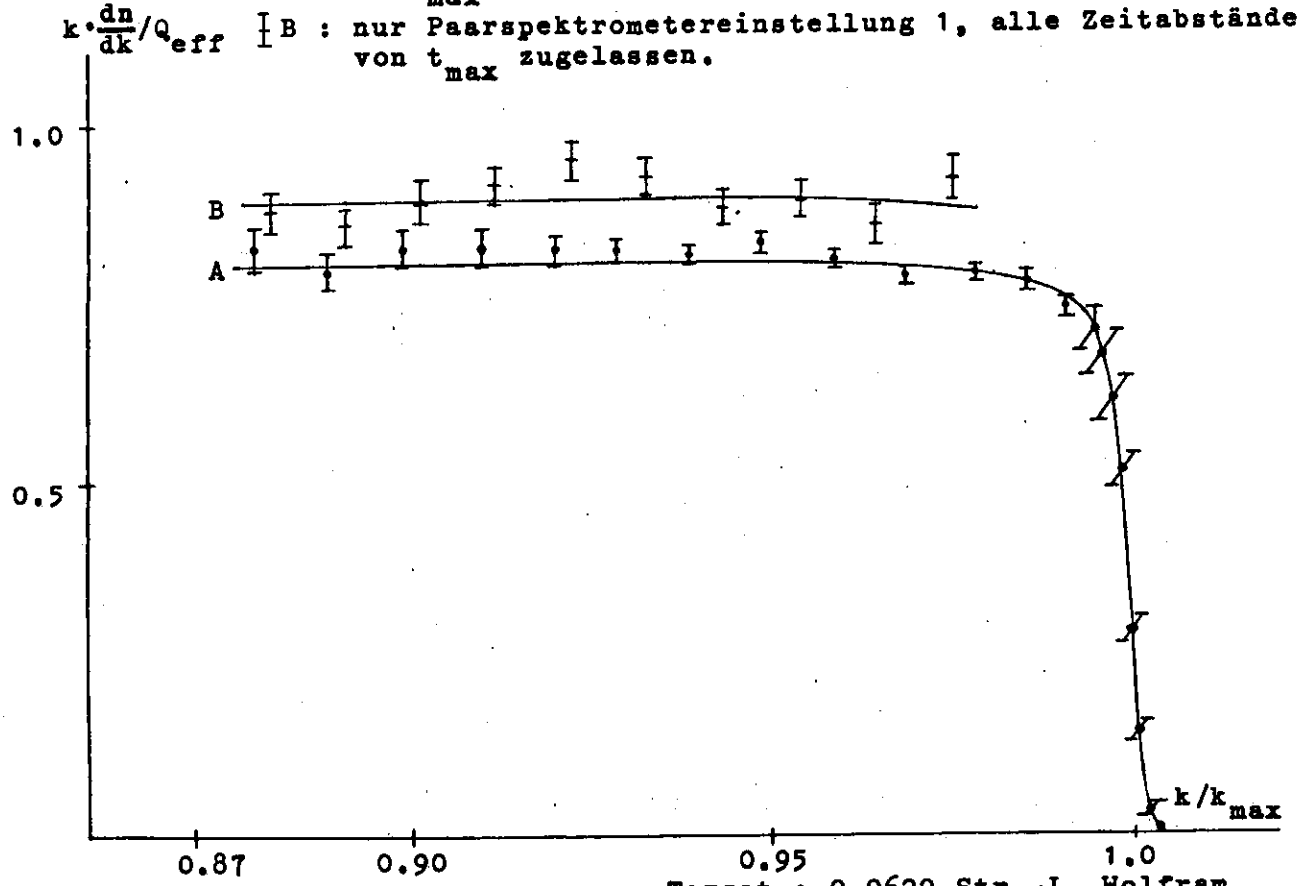


Abb. 18 $k_{max} = 6.45$ GeV

Target : 0.0629 Str.-L. Wolfram
Variable Endenergie

A : siehe Abb. 17 , Intervallbreite 2.28 msec; B : siehe Abb. 17

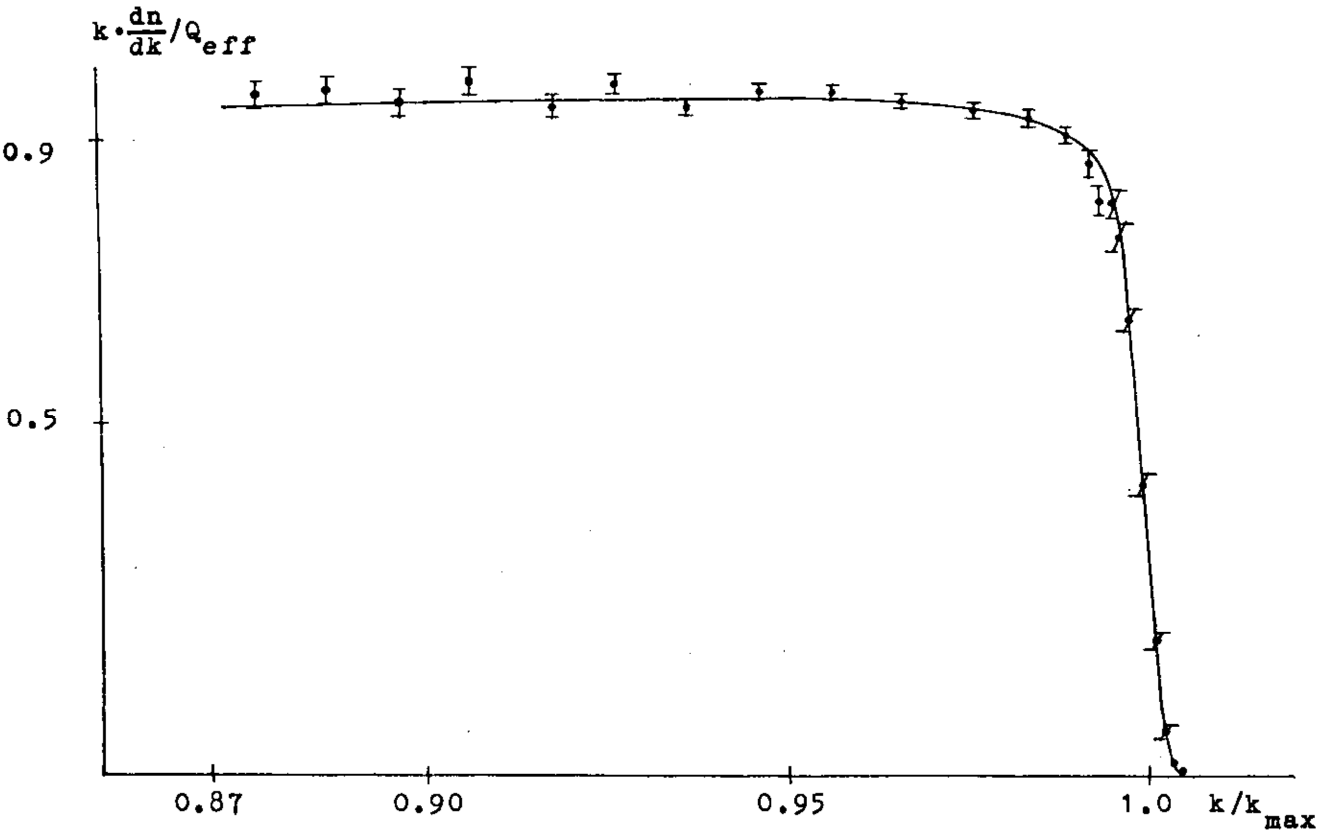


Abb. 19 k_{max} = 7.13 GeV

Target : 0.0629 Str.-L
Wolfram
Flat-Top-Betrieb

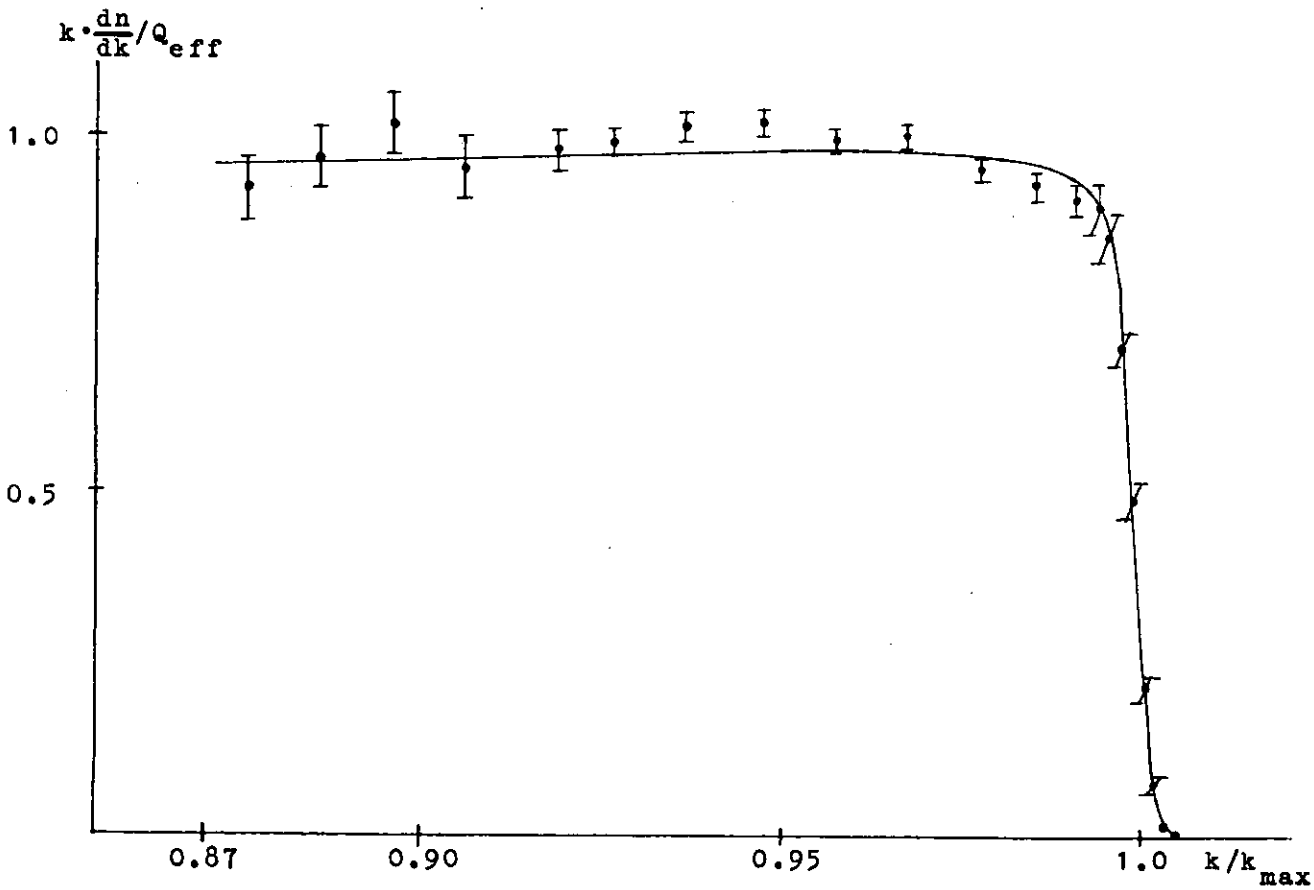


Abb. 20 k_{max} = 7.13 GeV

Target : 0.0143 Str.-L.
Wolfram
Flat-Top-Betrieb

Normierungsfaktor im Rahmen der statistischen und systematischen Fehler mit dem Wert 1 übereinstimmen.

In Tabelle 5 sind für die verschiedenen Messungen die Normierungsfaktoren aufgeführt. Die angepaßten Bremsspektren wurden hierbei für die mechanischen Targetdicken berechnet.

Tabelle 5

Die Normierung der an die Meßwerte angepaßten Bremsspektren

Maximal= energie/ GeV	Target= dicke/ Str.-L.	Angepaßter Normierungs= faktor	Pb - Konver= ter im Strahl	Statistischer Fehler des Normierungsfaktors		
				Korrek= turen	Zähl= rate	Gesamt
3.52	0.0629	1.097	+	0.9%	0.9%	1.3%
4.48	0.0629	1.096	+	0.7%	0.7%	1.0%
5.45	0.0629	1.009 (0.931$^+$)	-	1.6%	1.7%	2.3%
6.45	0.0629	0.987 (0.889$^+$)	-	0.8%	0.9%	1.2%
7.13	0.0629	1.048	+	0.25%	0.28%	0.37%
7.13	0.0143	1.045	+	0.37%	0.5%	0.62%

$^+$ Diese Werte beziehen sich auf ein 2.16 msec bzw. 2.28 msec breites Zeitintervall um t_{max}.

Bei der Bewertung der Normierungsfaktoren muß man berücksichtigen, daß die Quantameterkonstante (II.1.3.) und damit die Zahl der effektiven Quanten nur auf ca. 3% genau bekannt ist (SCHU66,TIM71).

Ein systematischer Fehler kommt durch die Vernachlässigung der Strahlungskorrekturen bei der Berechnung der

Konversionswahrscheinlichkeit zustande (SCHU66). Die Strahlungskorrekturen berücksichtigen die Möglichkeit, daß beim Paarbildungsprozeß noch zusätzlich ein weiches Photon abgestrahlt werden kann. In diesem Fall trägt das nachgewiesene Paar nicht mehr die Gesamtenergie des primären γ-Quants und täuscht daher den Nachweis eines Photons mit niedrigerer Energie vor. Stellt man das Paarspektrometer auf eine feste Paarenergie ein, werden also auch γ-Quanten höherer Energien nachgewiesen. Das gemessene Bremsspektrum wird daher zu groß, wenn man nur die einfache Paarerzeugung bei der Auswertung berücksichtigt. Nach Schulz beträgt die relative Vergrößerung des Bremsspektrums im erfaßten Energiebereich 1 - 2 % (SCHU66).

Zum Fehler des angepaßten Normierungsfaktors tragen außerdem die statistischen Fehler der Korrekturen und der Koinzidenzzählrate im flachen Verlauf des Bremsspektrums bei. In Tabelle 5 sind diese Fehler angegeben.

Bei den Spektren für 5.5 GeV und 6.5 GeV stimmt der angepaßte Normierungsfaktor im Rahmen der Fehler mit 1 überein, wenn man gerechnete Bremsspektren für die geometrische Targetdicke zugrunde legt. Beide Spektren wurden mit variabler Endenergie aufgenommen. Daher ist zur Anpassung des Normierungsfaktors jeweils nur das Spektrum der Paarspektrometereinstellung mit den niedrigsten Energiewerten (Einstellung 1, siehe II.4.) geeignet. Außerdem wurde die volle Breite des γ-Strahlpulses bei der Auswertung berücksichtigt, um die gesamte γ-Strahlintensität zu erfassen (III.3.). Die zugehörigen Meßwerte sind unter B in den Abbildungen 17 und 18 aufgeführt.

Um die Teilspektren aller drei Paarspektrometereinstellungen zusammenfassen zu können, muß man sich auf Ereignisse aus einem Zeitintervall um t_{max} beschränken (2.16 msec breit für 5.5 GeV, 2.28 msec breit für 6.5 GeV). Dabei bleibt ein Teil der γ-Strahlintensität unberücksichtigt (7.8% bei 5.5 GeV, 9.9% bei 6.5 GeV); die zugehörigen Meßwerte sind unter A in die Abbildungen 17 und 18 eingetragen.

Bei den übrigen vier Messungen befand sich ein 0.46 Strahlungslängen starker Bleikonverter vor dem Quantameter, um die Kontrolle der Strahllage über eine Fernsehkamera zu ermöglichen. Daher wird ein Teil der Photonen durch

Schauerbildung aus dem Strahl herausgestreut, bevor sie auf das Quantameter treffen (TIM71). In diesem Fall ist die Zahl der effektiven Quanten, die das Quantameter registriert, zu klein und damit der Normierungsfaktor des gemessenen Brems= spektrums zu groß. Durch Vergleich mit einer Zählrate wurde für k_{max} = 5 GeV ein Verlust $\Delta Q_{eff}/Q_{eff} = -4.6\% \mp 1\%$ ge= messen. Dieser systematische Fehler wird für kleinere Ener= gien größer.

Der Intensitätsverlust vor dem Quantameter er= klärt die Abweichung des Normierungsfaktors von 1 bei den beiden 7.1 GeV-Spektren. Bei den Messungen mit k_{max} = 3.5 GeV bzw. 4.5 GeV ist diese Abweichung deutlich größer als 4.6%. Beide Spektren wurden mit einer etwas anderen Totzeitkorrek= tur gemessen. Das Einlese-Flip-Flop trug hier nicht zum Steuersignal der Elektronik bei, so daß die PKS/PK-Korrektur den Hauptanteil der Totzeitkorrektur bildete (III.2.2.). Ein systematischer Fehler der PKS/PK-Korrektur kann daher neben den anderen Fehlern für die zu große Normierung verantwort= lich sein.

Unter Berücksichtigung der statistischen und systematischen Fehler stimmt die Normierung der angepaßten Bremsspektren mit dem Wert 1 überein, wenn man die wirkliche Targetdicke zugrunde legt. Verwendet man ein effektive Target= dicke von 0.11 Strahlungslängen unabhängig vom wirklichen Wert, verbessert sich zwar die Übereinstimmung zwischen den gerechneten und gemessenen Spektren bezüglich des reduzierten χ^2, aber die Normierungsfaktoren vergrößern sich im Mittel um ca. 0.033 und weichen daher stärker von 1 ab, als es die Fehler zulassen.

IV.2. Das experimentelle Auflösungsvermögen

Durch den Ausgleich der gemessenen Bremsspektren erhält man das experimentelle Auflösungsvermögen A_{exp} der Meß= apparatur als Halbwertsbreite der Auflösungsfunktion, die in die Ausgleichsfunktion eingeht (III.4.). In Tabelle 6 sind die experimentellen Werte den theoretischen Abschätzun=

gen A_{th} gegenübergestellt.

Tabelle 6

Vergleich des experimentellen Auflösungsvermögens mit den berechneten Werten:

Maximal= energie/ GeV	Auflösungs= vermögen, experimentell: A_{exp}	Auflösungs= vermögen, theoretisch: A_{th}	A_{exp}/A_{th}	Flat-Top
3.52	0.00758	0.00518	1.46	+
4.48	0.00536	0.00412	1.30	+
5.45	0.00451	0.00346	1.30	-
6.45	0.00389	0.00300	1.30	-
7.13 (0.063 Str.-L.)	0.00444	0.00279	1.59	+
7.13 (0.014 Str.-L.)	0.00430	0.00279	1.54	+

Bei der Anpassung des Auflösungsvermögens wurde die geometrische Targetdicke zugrunde gelegt.

In allen Fällen ist das experimentelle Auflösungsvermögen deutlich schlechter als das theoretische. Die Abweichungen lassen sich nicht durch den Einfluß der Strahldivergenz und einen stärkeren Einfluß der Vielfachstreuung allein erklären (III.1.4.).

Bei den Spektren, die mit variabler Endenergie gemessen wurden, bringt die Einordnung der korrigierten γ-Energien (III.3.) in Energieintervalle der relativen Größe ~ 0.0013 einen zusätzlichen Beitrag der gleichen Größenordnung zum Auflösungsvermögen. Außerdem ist bei der Korrektur der γ-Energie nach Formel (27) ein systematischer Fehler möglich, der das Auflösungsvermögen verschlechtert.

Bei den Flat-Top-Messungen tritt eine Verschmierung der Endenergie um maximal $\pm$ 0.25% auf (II.1.1.). Wenn $P(k_{max})$ die Verteilungsdichte der Endenergien ist, so gilt für das an der Stelle k gemessene Bremsspektrum

$$(38) \qquad k \cdot \frac{dn}{dk} = \int dk_{max} \cdot P(k_{max}) \cdot k \cdot \frac{dn'}{dk}(k, k_{max}) \quad .$$

Nimmt man auch nahe der Bremskante an, daß das Bremsspektrum näherungsweise nur von $x = k/k_{max}$ abhängt, wenn k_{max} sich nicht zu stark ändert, so erhält man durch die Substitution $k_{max} \rightarrow x = k/k_{max}$ die Beziehung

$$(39) \qquad k \cdot \frac{dn}{dk} = \int dx \cdot \overline{P}(x) \cdot x \cdot \frac{dn'}{dx}(x) \quad ,$$

wobei $\overline{P}(x) = P(k/x) \cdot k/x^2$ ist.
Nimmt man den Mittelwert k_{maxo} der Energien am Höcker und am Sattel des zeitlichen Verlaufs der Endenergie bei Flat-Top-Messungen (Abb. 2) als feste Endenergie an, so erhält man für das an der Stelle $x_o = k/k_{maxo}$ gemessene Bremsspektrum den Ausdruck

$$(40) \qquad x_o \cdot \frac{dn}{dx}\Big|_{x_o} = \int dx \cdot \overline{P}(x) \cdot x \cdot \frac{dn'}{dx}(x) \quad .$$

Die Verteilungsfunktion der Maximalenergie geht hier wie eine Auflösungsfunktion in die Form des gemessenen Spektrums ein, ihre Halbwertsbreite trägt zum Auflösungsvermögen bei. Ein quadratisch zum theoretischen Auflösungsvermögen addierter Beitrag von $\sim$ 0.0034 liefert bei den 4.5 GeV und 7.1 GeV Spektren das experimentelle Auflösungsvermögen. Dieser Beitrag ist mit einer relativen Schwankung von k_{max} um $\pm$ 0.0025 verträglich.

Bei Flat-Top-Messungen und Messungen mit variabler Endenergie ist durch die Verwendung der linearen Magnetoptik bei der Abschätzung des Auflösungsvermögens ein weiterer systematischer Fehler möglich.

Das angepaßte Auflösungsvermögen A_{exp} ist nicht unabhängig von der Targetdicke, die bei der Berechnung der Ausgleichsfunktion zugrunde gelegt wird. Mit wachsender Targetdicke verläuft der Abfall des Bremsspektrums nahe der Maximalenergie flacher, daher sind die angepaßten Werte des Auflösungsvermögens für eine effektive Targetdicke von 0.11 Strahlungslängen um 4% bis 8% kleiner als die Werte für die geometrischen Targetdicken.

IV.3. Vergleich der gemessenen Endenergie des Bremsspektrums mit der berechneten Endenergie des Synchrotrons

Die Anpassung der gerechneten Bremsspektren an die Meß=werte liefert einen Wert für die Maximalenergie, der mit der berechneten Synchrotronendenergie verglichen werden muß. In Tabelle 7 sind diese Werte für die einzelnen Mes=sungen einander gegenübergestellt. Bei den Flat-Top-Mes=sungen wurde der Mittelwert aus den Energien des Höckers und des Sattels in der Energie-Zeit-Kurve (Abb. 2) als gerechnete Endenergie verwendet (HEM73).

Tabelle 7

Vergleich der gerechneten Synchrotronendenergie mit der gemessenen Endenergie :

Laut Rechnung: $k_{max}(th)$/GeV	Nach Anpassung an die gemesse=nen Spektren : $k_{max}(exp)$/GeV	$\frac{k_{max}(exp)-k_{max}(th)}{k_{max}(th)}$	Target=dicke/ Str.-L.
3.547	3.5239	-0.0065	0.0629
4.5235	4.4807	-0.0095	0.0629
5.5050	5.4545	-0.0091	0.0629
6.5085	6.4534	-0.0085	0.0629
7.1755	7.1251	-0.0070	0.0629
7.168	7.1311	-0.0051	0.0143
		-0.0076±0.0017	

Aus den Messungen folgt eine systematische Abweichung der gemessenen von den berechneten Endenergien um $-(0.76 \pm 0.17)$ % . Hierbei muß man noch einen Fehler von 0.2 % für die gemessene Endenergie berücksichtigen, der sich folgendermaßen zusammensetzt :

Hysteresis der Paarmagneterregungskurve	:	0.1 %
Vermessung der Apparatur	:	0.16 %
Fehler in der Anpassung der Endenergie	:	0.022 %
Abweichung von der Energieeichung der Kammerdrähte durch schiefe Strahllage	:	$<$0.051 % .

IV.4. Zusammenfassung

Es wurden Bremsspektren von 0.0143 bzw. 0.0629 Strahlungslängen starken Wolframtargets gemessen. Hierbei wurde der Energiebereich $0.87 \leq k/k_{max} \leq 1.0$ nahe der Bremskante erfaßt. Die Endenergien lagen zwischen 3.5 GeV und 7.1 GeV.

An der Bremskante wurde durch Verwendung von Proportionalkammern mit kleinen Drahtabständen ein Energieauflösungsvermögen bis zu 0.39 % erreicht.

Die gemessenen Bremsspektren stimmen im Rahmen der Fehler mit den Spektren überein, die für die verwendeten Targetdicken und Kollimationen berechnet wurden. Zur Beurteilung wurde die absolute Normierung der Spektren mit herangezogen.

Aus der Absolutmessung der Synchrotronendenergie ergibt sich eine systematische Abweichung von -0.8 % von den berechneten Energiewerten.

Anhang A1

Berechnung der longitudinalen Magnetfeldkomponente des Paarspektrometers und Einzelheiten des Spurverfolgungsprogramms

Das Magnetfeld des Paarspektrometermagneten ist als gemessene Feldmatrix der Komponenten B_x und B_z vorhanden. B_z ist die Hauptfeldkomponente senkrecht zur Ablenkebene des Paarspektrometers und B_x ist die andere Transversalkomponente senkrecht zum γ-Strahl (II.2.3.).

Die Mittelebene parallel zu den Polschuhen im Paarspektrometer ist eine Symmetrieebene mit

$$\text{(A1)} \qquad B_z(+z) = B_z(-z) \qquad B_x(+z) = -B_x(-z) \qquad B_y(+z) = -B_y(-z)$$

Daher verschwindet die longitudinale Feldkomponente B_y in Richtung des γ-Strahles in der Mittelebene ($z = 0$).

Da die Ablenkebene des Paarspektrometers mit dem Sollstrahl aber 0.5 cm über der Mittelebene liegt, muß man ein endliches Longitudinalfeld B_y annehmen. Es läßt sich aus der Maxwellschen Gleichung

$$\text{rot}\ \vec{B} = 0$$

im stromfreien Feldvolumen aus B_z berechnen :

$$\text{(A2)} \qquad \frac{dB_z}{dy} = \frac{dB_y}{dz}$$

mit der Randbedingung $B_y(z = 0) = 0$.

Wenn y_{i-1}, y_i und y_{i+1} aufeinanderfolgende Stützpunkte der Feldmatrix im Abstand Δy für jeweils gleiches x sind, so ist

$$\text{(A3)} \qquad B_y(x,y_i,z) = \frac{1}{2}\cdot\left[\frac{B_z(x,y_{i+1},z=0) - B_z(x,y_{i-1},z=0)}{2\cdot\Delta y} + \frac{B_z(x,y_{i+1},z) - B_z(x,y_{i-1},z)}{2\cdot\Delta y}\right]\cdot z$$

der gesuchte Feldwert. Das Feld liegt außer in der Mittelebene nur in zwei Ebenen mit $\Delta z = \pm 3$ cm Abstand hiervon vor, daher geht man bei der Berechnung von B_y direkt von der Mittelebene aus.

Abbildung 4 zeigt das so berechnete Longitudinal= feld B_y für $z = +3$ cm und $x = 0$cm.

Auf die Zuordnung von Energien zu den Kammerdräh= ten (II.2.3.) hat die Berücksichtigung von B_y einen Einfluß der Größenordnung 10^{-5}.

Die Spurverfolgung durch das Magnetfeld beruht auf der Entwicklung der Teilchenkoordinaten $\vec{r}(s) = (x(s),y(s),z(s))$ als Funktion der Laufvariablen s bis zur dritten Ordnung.

Das Teilchen startet innerhalb eines Quaders aus Feldstützpunkten am Punkt $\vec{r}_a$ in Richtung $\vec{r}_a' = \frac{d}{ds}\vec{r}_a$ (Abb. A1). Man verlängert jetzt die Trajektorie in Richtung von $\vec{r}_a'$ gerad= linig bis in den Quader aus Feldwerten, der sich in y-Rich= tung anschließt. Den Abstand Δs zwischen dem Startort $\vec{r}_a$ und dem Durchstoßpunkt $\vec{r}_f$ durch die Mittelebene des Nachbarqua= ders senkrecht zur y-Achse wählt man als Schrittweite: mit $x' = \frac{d}{ds}x$ gilt

$$
\begin{aligned}
x_e &= x_a + x'\cdot\Delta s + \frac{1}{2}\cdot x''\cdot\Delta s^2 + \frac{1}{6}\cdot x'''\cdot\Delta s^3 \\
y_e &= y_a + y'\cdot\Delta s + \frac{1}{2}\cdot y''\cdot\Delta s^2 + \frac{1}{6}\cdot y'''\cdot\Delta s^3 \qquad \text{(A4)} \\
z_e &= z_a + z'\cdot\Delta s + \frac{1}{2}\cdot z''\cdot\Delta s^2 + \frac{1}{6}\cdot z'''\cdot\Delta s^3 \quad .
\end{aligned}
$$

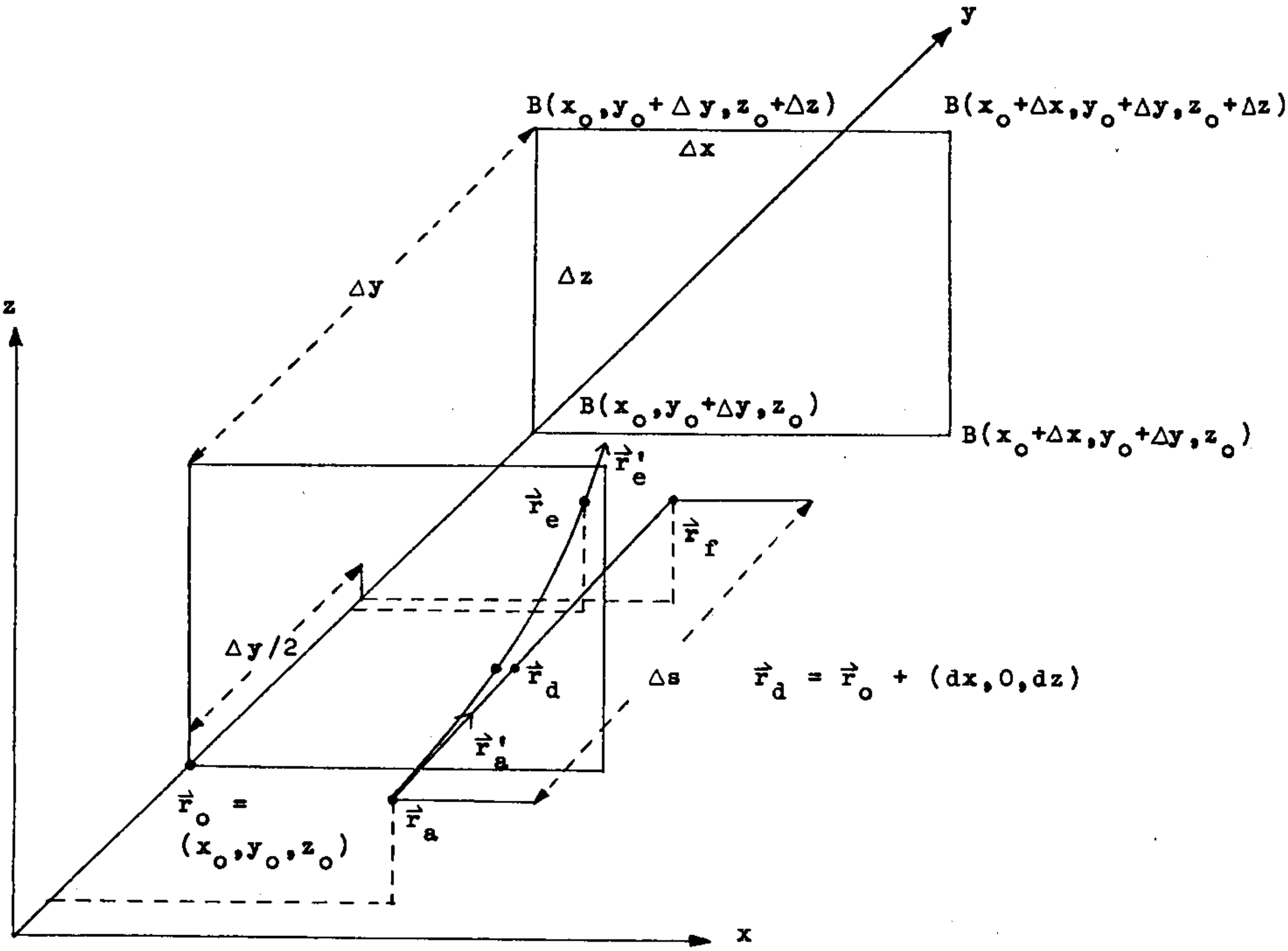
$\vec{r}_e = (x_e,y_e,z_e)$ ist der Punkt im benachbarten Stützpunktqua= der, bis zu dem die Trajektorie extrapoliert wird.

Für die ersten Ableitungen verwendet man die Werte $x' = x_a'$, $y' = y_a'$, $z' = z_a'$.

Die zweiten Ableitungen erhält man aus den Bezie= hungen

$$
\begin{aligned}
x'' &= \frac{e}{P}(y'\cdot B_z - z'\cdot B_y) \\
y'' &= \frac{e}{P}(z'\cdot B_x - x'\cdot B_z) \qquad \text{(A5)} \\
z'' &= \frac{e}{P}(x'\cdot B_y - y'\cdot B_x) \quad ,
\end{aligned}
$$

die der Lorentzkraft-Gleichung entsprechen.



<u>Abb. A1</u>

<u>Spurverfolgung durch die Magnetfeldmatrix</u>

Für das Magnetfeld setzt man die Werte am Durchstoßpunkt $\vec{r}_d = (x_o + dx, y_o, z_o + dz)$ der linear verlängerten Trajektorie durch die Grenzfläche des Nachbarquaders senkrecht zur y-Achse ein (Abb. A1) :

$$
\begin{aligned}
B_x(\vec{r}_d) &= B_x(\vec{r}_o) + \frac{dB_x}{dx}\cdot dx + \frac{dB_x}{dz}\cdot dz + \frac{d^2B_x}{dxdz}\cdot dx\cdot dz \\
B_y(\vec{r}_d) &= B_y(\vec{r}_o) + \frac{dB_y}{dx}\cdot dx + \frac{dB_y}{dz}\cdot dz + \frac{d^2B_y}{dxdz}\cdot dx\cdot dz \\
B_z(\vec{r}_d) &= B_z(\vec{r}_o) + \frac{dB_z}{dx}\cdot dx + \frac{dB_z}{dz}\cdot dz + \frac{d^2B_z}{dxdz}\cdot dx\cdot dz \quad .
\end{aligned}
\tag{A6}
$$

$B(\vec{r}_o)$ ist das Feld an einem Eckpunkt der durchstoßenen Quaderfläche, die Differentialquotienten in (A6) werden als Differenzenquotienten aus den Feldwerten an den Eckpunkten der Quaderfläche gebildet.

Differenziert man die Gleichungen (A5) nach s, erhält man die dritten Ableitungen der Teilchenkoordinaten :

$$
\begin{aligned}
x''' &= \frac{e}{P}(y''\cdot B_z - z''\cdot B_y + y'\cdot B_z' - z'\cdot B_y') \\
y''' &= \frac{e}{P}(z''\cdot B_x - x''\cdot B_z + z'\cdot B_x' - x'\cdot B_z') \\
z''' &= \frac{e}{P}(x''\cdot B_y - y''\cdot B_x + x'\cdot B_y' - y'\cdot B_x') \quad .
\end{aligned}
\tag{A7}
$$

Hierbei muß man noch die Ableitungen B_x', B_y' und B_z' berechnen:

$$
\begin{aligned}
\frac{dB_x}{ds} &= \frac{dB_x}{dx}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{dB_x}{dy}\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{dB_x}{dz}\cdot\frac{dz}{ds} \\
B_y' &= \frac{dB_y}{dx}\cdot x' + \frac{dB_y}{dy}\cdot y' + \frac{dB_y}{dz}\cdot z' \\
B_z' &= \frac{dB_z}{dx}\cdot x' + \frac{dB_z}{dy}\cdot y' + \frac{dB_z}{dz}\cdot z' \quad .
\end{aligned}
\tag{A8}
$$

Unter Verwendung der Maxwell-Gleichungen

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \qquad \text{und} \qquad \operatorname{rot} \vec{B} = 0$$

im stromfreien Raum kann man die Differentialquotienten $\frac{d}{dy}B_{x,y,z}$ auf schon berechnete Größen zurückführen :

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dy}B_x &= \frac{d}{dx}B_y \\ \text{(A9)} \qquad \frac{d}{dy}B_z &= \frac{d}{dz}B_y \end{aligned}\right\} \text{rot } \vec{B} = 0$$

$$\frac{d}{dy}B_y = -\frac{d}{dx}B_x - \frac{d}{dz}B_z \qquad \text{div } \vec{B} = 0 \quad .$$

Die neue Richtung $\vec{r}\,'_e$ der Trajektorie am Punkt $\vec{r}_e$ rechnet man analog zu $\vec{r}_e$ aus :

$$\text{(A10)} \qquad \begin{aligned} x'_e &= x'_a + x''\cdot\Delta s + \tfrac{1}{2}\cdot x'''\cdot\Delta s^2 \\ y'_e &= y'_a + y''\cdot\Delta s + \tfrac{1}{2}\cdot y'''\cdot\Delta s^2 \\ z'_e &= z'_a + z''\cdot\Delta s + \tfrac{1}{2}\cdot z'''\cdot\Delta s^2 \quad . \end{aligned}$$

Vom Punkt $\vec{r}_e$ aus wird die Spurverfolgung nach dem gleichen Schema fortgesetzt.

Anhang A2

Bremsstrahlung und Paarbildung in niedrigster Näherung für ideal dünne Targets

Das Energiespektrum $k \cdot \frac{dn}{dk}$ eines Photonenstrahls, der durch Bremsstrahlung monoenergetischer Elektronen zustande kommt, ist durch die Beziehung

$$k \cdot \frac{dn}{dk} = N \cdot f_T \cdot k \cdot \frac{d\sigma^B}{dk}(k, k_{max}) \tag{A11}$$

gegeben. N ist die Zahl der Primärelektronen der Energie k_{max}, f_T die Teilchenflächendichte des Targets und $d\sigma^B/dk(k,k_{max})$ der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung, differentiell in der Energie k des abgestrahlten Photons. Formel (A11) gilt nur im Grenzfall ideal dünner Targets (siehe Anhang A3).

Den Hauptbeitrag zur Bremsstrahlung liefert die Wechselwirkung des einfallenden Elektrons mit den Atomkern. In niedrigster Näherung wurde der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung an Atomkernen von Bethe und Heitler (BET34) berechnet und von Davies, Bethe und Maximon (DAV53) durch Hinzufügen der sogenannten Coulombkorrektur für große Kern=ladungszahlen ergänzt :

$$\frac{d\sigma^B}{dx} = Z^2 \cdot \alpha \cdot r_0^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \Big[(1 + (1-x)^2) \cdot (\phi_1(\gamma) - \tfrac{4}{3} \cdot \ln Z - 4 \cdot f(Z)) - \tfrac{2}{3} \cdot (1-x) \cdot (\phi_2(\gamma) - \tfrac{4}{3} \cdot \ln Z - 4 \cdot f(Z)) \Big] \tag{A12}$$

Hierbei ist $x = k/k_{max}$, k ist die Photonenenergie und k_{max} die Elektronenenergie.

$\gamma = \frac{100 \cdot m}{k_{max} \cdot Z^{1/3}} \cdot \frac{x}{1-x}$, wobei m die Elektronruhmasse ist.
ϕ_1 und ϕ_2 sind in (BET34) als Kurven gegeben, sie können folgendermaßen angenähert werden (LUB63) :

$$\left.\begin{aligned} \phi_1(\gamma) &= 20.867 - 4.409 \cdot \gamma + 1.156 \cdot \gamma^2 \\ \phi_2(\gamma) &= 20.209 - 2.625 \cdot \gamma - 0.159 \cdot \gamma^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{für } \gamma \leq 0.735 \tag{A13}$$

$$\Phi_1(\gamma) = \Phi_2(\gamma) = 19.80 - 4.184 \cdot \ln(\gamma + 0.695) \text{ für } 0.735 < \gamma \leq 2.$$

Z ist die Kernladungszahl, α die Feinstrukturkonstante, r_o der klassische Elektronenradius $e^2/(mc^2)$ und

$$f(Z) = a^2\left(\frac{1}{1 + a^2} + 0.20206 - 0.0369 \cdot a^2 + 0.0083 \cdot a^4 - 0.002 \cdot a^6 \; . \; . \; . \right)$$

mit $a = Z \cdot \alpha$ (DAV53).

Die Formel (A12) gilt nur, wenn die Energien k und $k_{max} - k$ groß gegen die Elektronruhmasse sind.

Für $2 \leq \gamma \leq 15$ kann man nach Bethe und Heitler näherungsweise mit der Formel

$$\text{(A14)} \qquad \frac{d\sigma^B}{dx} = Z^2 \cdot \alpha \cdot r_o^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \left[1 + (1 - x)^2 - 2/3 \cdot (1 - x)\right] \cdot 4 \cdot \left[\ln\left(\frac{2 \cdot k_{max}}{m} \cdot \frac{1 - x}{x}\right) - \frac{1}{2} - c(\gamma) - f(Z)\right]$$

rechnen (BET34,KOC59), die Funktion $c(\gamma)$ ist tabellarisch in (BET34) gegeben.

Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung an den Hüllenelektronen des Atoms wurde von Wheeler und Lamb (WHE39) berechnet und von Joseph und Rohrlich (JOS58) mit der sogenannten Austauschkorrektur versehen :

$$\text{(A15)} \qquad \frac{d\sigma^B}{dx} = Z \cdot r_o^2 \cdot \alpha \cdot \frac{1}{x} \cdot \Big[(1 + (1 - x)^2) \cdot (\Psi_1(\gamma') - 4 - \frac{8}{3} \cdot \ln Z) - \frac{2}{3} \cdot (1 - x) \cdot (\Psi_2(\gamma') - \frac{10}{3} - \frac{8}{3} \cdot \ln Z) ,$$

$\gamma' = \dfrac{100 \cdot m}{k_{max} \cdot Z^{2/3}} \cdot \dfrac{x}{1 - x}$, die Funktionen Ψ_1 und Ψ_2 sind als Kurven bei (WHE39) gegeben.

Näherungsweise kann man den Einfluß der Hüllen= elektronen berücksichtigen, indem man für den gesamten Bremsstrahlungswirkungsquerschnitt schreibt

$$\text{(A16)} \qquad \frac{d\sigma^B}{dx} = Z \cdot (Z + 1) \cdot \alpha \cdot r_o^2 \cdot \frac{1}{x} \cdot \Big[(1 + (1 - x)^2) \cdot (\Phi_1(\gamma) - 4 \cdot f(Z) - \frac{4}{3} \cdot \ln Z) - \frac{2}{3} \cdot (1 - x) \cdot (\Phi_2(\gamma) - 4 \cdot f(Z) - \frac{4}{3} \cdot \ln Z)\Big]$$

Man berücksichtigt also den Beitrag der Hüllenelektronen als Z-ten Teil des Kernbeitrags.

In Abbildung A2b ist ein Bremsspektrum

$$x\cdot\frac{d\sigma^B}{dx} \Bigg/ \int_0^1 x\cdot\frac{d\sigma^B}{dx}\cdot dx \qquad \text{für } Z = 74 \text{ (Wolfram) und } k_{max} = 4.5 \text{ GeV}$$

aufgetragen, das nach (A16) berechnet worden ist. Bei x = 0.69 liegt ein relatives Minimum und bei x = 0.96 ein re=latives Maximum.

Im Falle $\gamma \rightarrow 0$ (d.h. für festes k_{max}: $x \rightarrow 0$) beträgt die relative Abweichung zu den exakten Formeln (A12) und (A15) weniger als $6\cdot10^{-4}$, für x = 0.99 ist die relative Abweichung $1.9\cdot10^{-3}$.

Da der Hüllenanteil ungefähr mit dem Gewicht 1/Z relativ zum Kernanteil der Bremsstrahlung in den Wirkungs=querschnitt eingeht, wird die Näherung (A16) für kleinere Kernladungszahlen Z schlechter (siehe unten).

Für hohe Energien, d.h. $k_{max} \longrightarrow \infty$ bei festem x, gilt näherungsweise $\gamma = 0$, so daß das Bremsspektrum $x\cdot d\sigma^B/dx$ nicht mehr von der Maximalenergie abhängt. Für Wolfram (Z = 74) beträgt die relative Abweichung zwischen Bremsspektren der Endenergien 4.5 GeV und 7.2 GeV für x = 0.5 $1.3\cdot10^{-3}$ und für x = 0.96 $5.9\cdot10^{-3}$. Die Abweichung wird zur Bremskante hin stärker. Die relative Überhöhung des Maximums bei x = 0.96 über das Minimum bei x = 0.69 ist 0.075 für k_{max} = 7.2 GeV und 0.066 für k_{max} = 4.5 GeV.

Den Wirkungsquerschnitt für Paarbildung, differen=tiell in der Energie E eines der Paarteilchen, erhält man aus den Formeln (A12) bis (A16) durch die Substitution

$$k_{max} \longrightarrow -E \quad , \quad k \longrightarrow -k \quad , \quad \frac{dk}{k} \longrightarrow \frac{E^2 dE}{k^3} \qquad \text{(FEY61,JOS58,SCHU66):}$$

$$\text{(A17)} \quad \frac{d\sigma^P}{d\varepsilon} = Z\cdot(Z+1)\cdot\alpha\cdot r_o^2\cdot \Big[(1 - 2\cdot\varepsilon - \varepsilon^2)\cdot\Big[\phi_1(\gamma) - \tfrac{4}{3}\cdot\ln Z - 4\cdot f(Z)\Big] - \tfrac{2}{3}\cdot\varepsilon\cdot(\varepsilon - 1)\cdot\Big[\phi_2(\gamma) - \tfrac{4}{3}\cdot\ln Z - 4\cdot f(Z)\Big]\Big] .$$

Formel (A17) ist eine Näherung analog zur Formel (A16) für die

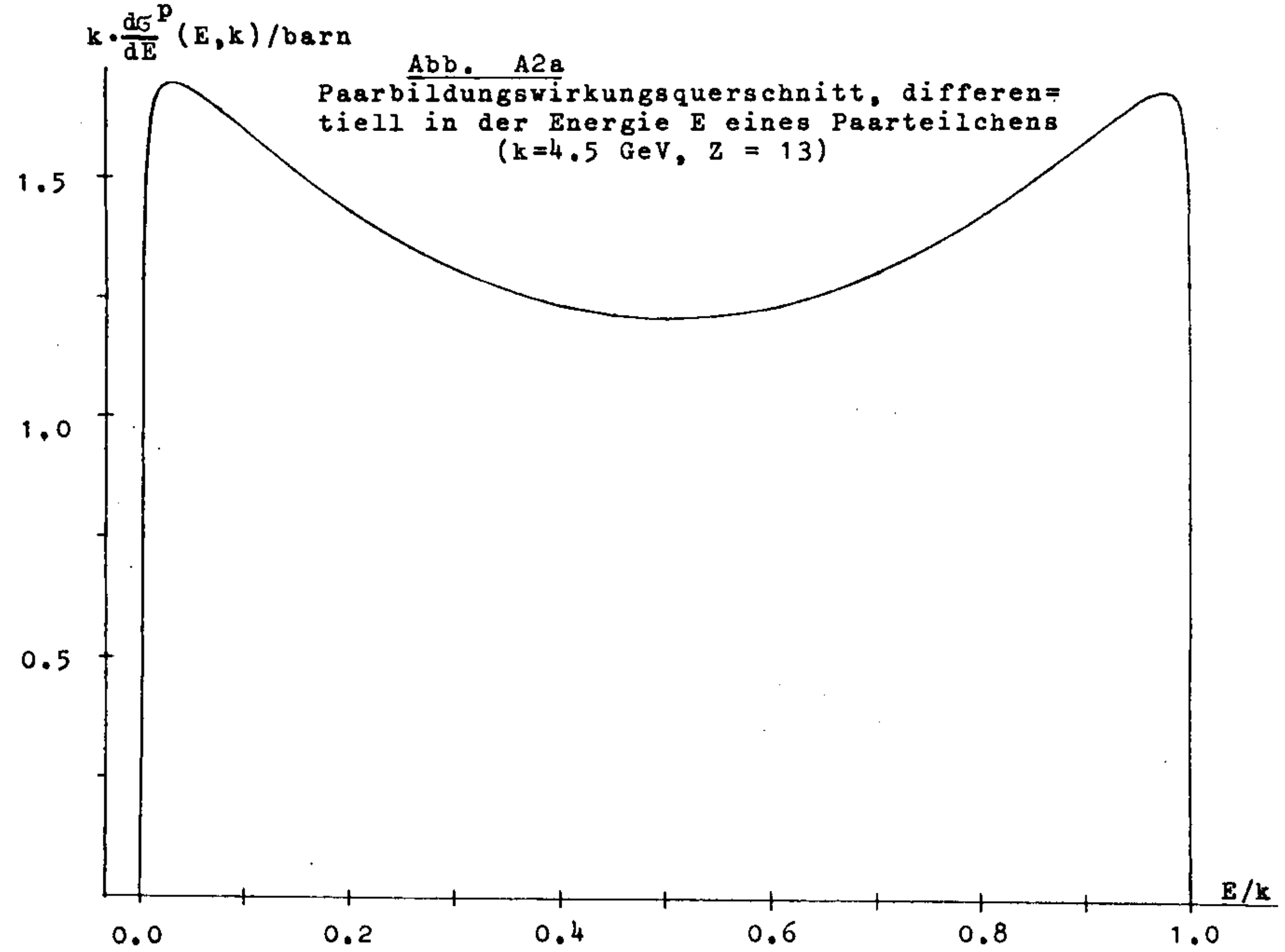


Abb. A2a
Paarbildungswirkungsquerschnitt, differen= tiell in der Energie E eines Paarteilchens (k=4.5 GeV, Z = 13)

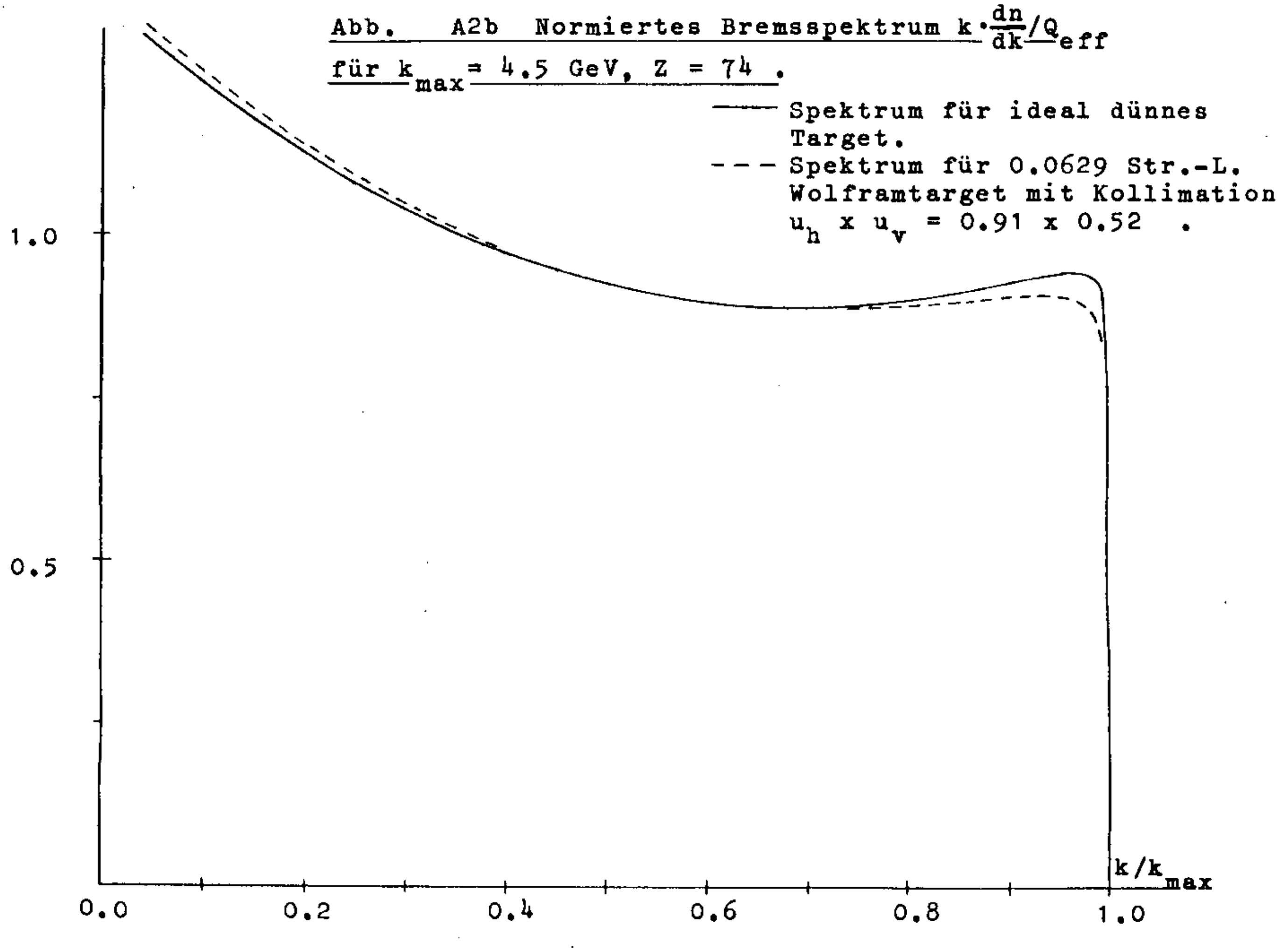


Abb. A2b Normiertes Bremsspektrum $k \cdot \frac{dn}{dk}/Q_{eff}$ für k_{max}= 4.5 GeV, Z = 74 .

Berücksichtigung der Paarbildung an den Hüllenelektronen neben dem Kernbeitrag.

Es ist $\varepsilon = E/k$ und $\gamma = \dfrac{100 \cdot m}{Z^{1/3} \cdot E \cdot (1-\varepsilon)}$. Im Experiment wurde ein Aluminiumkonverter verwendet ($Z = 13$). In Abbildung A2a ist für $k = 4.5$ GeV und $Z = 13$ $d\sigma^P/d\varepsilon$ als Funktion von ε aufgetragen. Für $\varepsilon = 1/2$ hat der Wirkungsquerschnitt ein relatives Minimum, im Bereich $0.48 \leq \varepsilon \leq 0.52$ ändert der Wirkungsquerschnitt seinen Wert um weniger als 0.087 %.

Für hohe Energien, d.h. $E \to \infty$ bei festem ε, geht γ gegen 0, so daß der Paarbildungswirkungsquerschnitt nur noch von ε abhängt.

Für $Z = 13$ fallen die Hüllenelektronen stärker ins Gewicht als bei $Z = 74$, daher ist die Näherung (A17) hier schlechter. Für $\gamma = 0$ und $\varepsilon = 1/2$ weicht der genäherte Wirkungsquerschnitt nach (A17) vom exakten Wert nach (A12) und (A15) mit der Substitution für Paarbildung um 0.43 % ab. Dennoch wurde bei der Auswertung des Experiments die Näherung (A17) verwendet.

Anhang A3

Berechnung von Bremsspektren für dicke Targets

Für dicke Bremsstrahlungstargets (im Experiment wurden 0.0143 und 0.0629 Strahlungslängen starke Wolframfolien verwendet) muß man den Energieverlust der Elektronen und bei einem kollimierten Strahl ihre Winkelverteilung berücksichtigen. Die Rechnungen hierzu orientieren sich hauptsächlich an den Ansätzen von Lutz und Schulz (LUT67), ein ähnlicher Ansatz findet sich bei DeWire (WIR71).

Bei dicken Targets besteht die Möglichkeit, daß ein Elektron mehrmals ein Photon abstrahlt, es kann vor einem Bremsstrahlungsprozeß also schon Energie verloren haben. Nach Bethe und Heitler überwiegt bei Elektronen im GeV-Bereich der Energieverlust durch Bremsstrahlung den Energieverlust durch Stöße weit (BET34).

Die Energieverteilung von Elektronen der Energie E_o vor dem Auftreffen auf das Target ist in der Targettiefe t näherungsweise gleich

$$(A18) \qquad \frac{1}{n(t)}\cdot\frac{dn}{dE}(E,t) \equiv \pi(E,t) = \frac{\left[\ln\frac{E_o}{E}\right]^{t/\ln 2\,-\,1}}{E_o\cdot\Gamma(t/\ln 2)}$$

(BET34,LUT67), t ist die Targettiefe in Strahlungslängen. Der Beitrag zum Photonenspektrum $Q(k) = k\cdot\frac{dn}{dk}/Q_{eff}$ an der Stelle k aus dem Targetbereich (t , t + dt) ist also

$$(A19) \qquad dQ(k) \sim \frac{dt}{T}\int_k^{E_o}\pi(E,t)\cdot k\cdot\frac{d\sigma^B}{dk}(k,E)\cdot dE \quad ,$$

T ist die Targetdicke in Strahlungslängen. Hierbei wird der über alle Winkel integrierte Wirkungsquerschnitt $d\sigma^B/dk$ verwendet. Diese Näherung ist gerechtfertigt, wenn die Winkelverteilung der Photonen stärker durch die Vielfachstreuung der Elektronen als durch die Erzeugungswinkel bestimmt ist (LUT67).

In der Targettiefe t haben die Elektronen angenähert die Verteilung

$$(A20) \qquad w_c(\Theta)\cdot d\Theta = \frac{d\Theta}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_c}\cdot e^{-\frac{\Theta^2}{2\sigma_c^2}} \quad \text{mit } \sigma_c = \frac{15\ \mathrm{MeV}}{E_o(\mathrm{MeV})}\cdot\sqrt{t}$$

für den projizierten Vielfachstreuwinkel (III.1.2.).

Der projizierte Erzeugungswinkel des Photons gegen die Richtung des Elektrons genügt näherungsweise der Verteilung

$$\text{(A21)} \qquad w_B(\Theta)\cdot d\Theta = \frac{d\Theta}{\sqrt{2\pi}\cdot\sigma_B}\cdot e^{-\frac{\Theta^2}{2\sigma_B^2}} \qquad \text{mit } \sigma_B = 1.2\cdot\frac{m}{E_o} \;.$$

(siehe III.1.2. und LUB65)

Für Targettiefen $t > (\frac{0.511}{15}\cdot 1.2)^2 = 1.67\cdot 10^{-3}$ ist $\sigma_C > \sigma_B$, der Einfluß der Vielfachstreuung überwiegt dann bei der Winkelverteilung der Photonen.

Nimmt man einen punktförmigen Targetbrennfleck an, so erhält man als Verteilung des projizierten Winkels Θ der Photonen gegen die Einschußrichtung der Elektronen die Faltung der Verteilungen (A20) und (A21), d.h. eine Gauß=verteilung $w(\Theta)$ mit der Standardabweichung

$$\text{(A22)} \qquad \sigma = \sqrt{1.44 + 844\cdot t}\cdot\frac{m}{E_o} \;.$$

Aus (A22) folgt, daß für den Vergleich kollimierter Brems=spektren verschiedener Maximalenergie nur der normierte Kollimationswinkel $u = \Theta\cdot E_o/m$ wesentlich ist.

Wenn man den γ-Strahl durch einen Rechteckkolli=mator horizontal und vertikal auf die Winkel Θ_h bzw. Θ_v beschränkt, erhält man das Bremsspektrum

$$\text{(A23)} \qquad Q(k) \sim \int_0^T \frac{dt}{T}\cdot\int_{-\Theta_h/2}^{+\Theta_h/2} w(\Theta,t)\cdot d\Theta\cdot\int_{-\Theta_v/2}^{+\Theta_v/2} w(\Theta,t)\cdot d\Theta\int_k^{E_o} \pi(E,t)\cdot k\cdot\frac{d\sigma^B}{dk}(k,E)\cdot dE \;.$$

Der fehlende Normierungsfaktor ergibt sich aus der Forderung $\frac{1}{E_o}\cdot\int_0^{E_o} Q(k)\cdot dk = 1$.

In dieser Rechnung werden u.a. der Energieverlust der Elektronen bei der Berücksichtigung der Vielfachstreuung, die Ausdehnung des Targetbrennflecks, die Divergenz der Elek=tronen im Synchrotron und Mehrfachdurchgänge durch das Target vernachlässigt. (Zu den letzten beiden Punkten siehe RAQ68).

In Abbildung A2b ist neben dem idealen Bethe-Heitler-Spektrum für 4.5 GeV ein Bremsspektrum für ein

0.0629 Strahlungslängen starkes Wolframtarget aufgetragen. Die relative Überhöhung nahe der Bremskante fällt dabei weitgehend fort.

Abbildung A3 zeigt für 7.13 GeV Bremsspektren von 0.0143, 0.0629 und 0.116 Strahlungslängen dicken Wolframtargets und das Bethe-Heitler-Spektrum im Energiebereich $k/k_{max} > 0.87$, der auch im Experiment erfaßt wurde. Die Kollimationswinkel sind $\Theta_h x \Theta_v$ = 0.14 mrad x 0.20 mrad (normiert : u_h x u_v = 1.9 x 2.8).

Zur Kennzeichnung der Spektren nahe der Bremskante können die folgenden Größen dienen :

Der Wert $x = k/k_{max}$ für das relative Maximum : x_{max}

Der Wert $x = k/k_{max}$ für das relative Minimum : x_{min}

Der x-Wert für den Anstieg des Spektrums auf 90 % des relativen Maximums von der Bremskante her : x_{90}

Die relative Überhöhung des Maximums über das Minimum $(Q_{max} - Q_{min})/Q_{max}$.

Für die Spektren aus Abbildung A3 sind die zugehörigen Werte in Tabelle 8 aufgeführt :

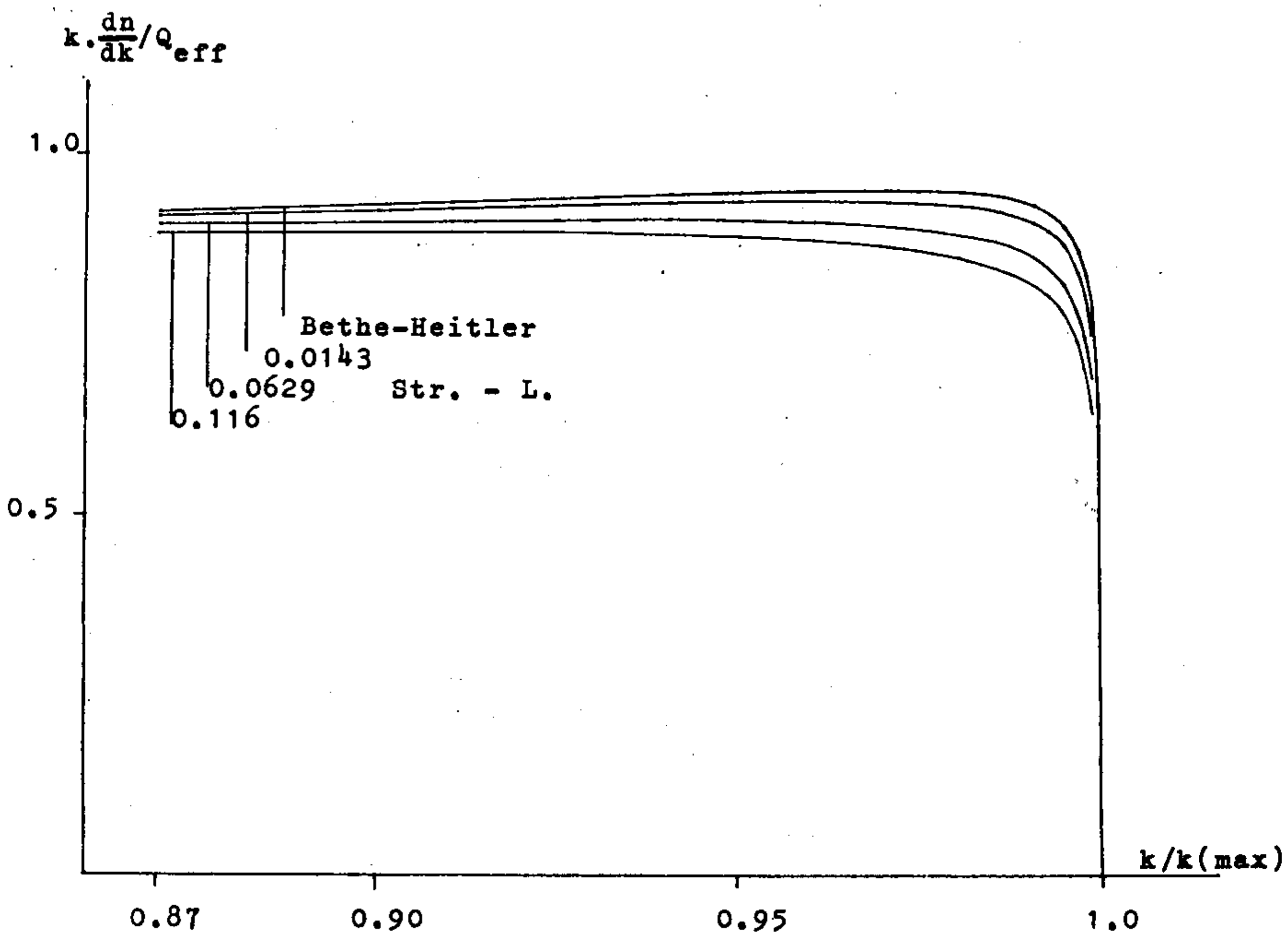
Tabelle 8

Targetdicke /Str.-L.	x_{min}	x_{max}	x_{90}	$\frac{Q_{max}-Q_{min}}{Q_{max}}$
0.0 (Bethe-Heitler)	0.685	0.960	0.9963	0.0747
0.0143	0.691	0.962	0.9958	0.0583
0.0629	0.722	0.959	0.9942	0.0294
0.0629 (kollimierter Raumwinkel um Faktor 4 vergrößert)	0.727	0.936	0.9938	0.0250
0.116	0.745	0.916	0.9924	0.0123

Mit zunehmender Targetdicke wird die Überhöhung des Spektrums nahe der Bremskante geringer, außerdem rücken relatives Maximum und Minimum auf der x-Skala näher zusammen, und die Bremskante verläuft flacher.

Ein kleinerer Kollimationswinkel hat die gleiche

Abb. A3 Bremsspektren für Wolframtargets (Z=74) verschiedener Dicke nahe der Bremskante



Endenergie $k(max) = 7.13$ GeV

Kollimation $u_v \times u_h = 2.8 \times 1.9$

Wirkung wie eine kleinere Targetdicke. Die Photonen, die von Elektronen abgestrahlt werden, die schon weit ins Target eingedrungen sind, haben wegen der vorausgegangenen Vielfachstreuung eine stärkere Divergenz als Photonen, die kurz nach dem Eintritt ins Target abgestrahlt werden. Also werden Photonen aus größeren Targettiefen stärker von der Kollimation betroffen.

Der Einfluß der Kollimation auf die Form des Spektrums ist jedoch klein gegenüber dem Einfluß der Targetdicke (siehe Zahlenbeispiel in Tabelle 8).

Ein Vergleich der eigenen Rechnungen mit einer Berechnung aufgrund der Umrechnungsfaktoren von Lutz und Schulz (LUT67) für 0.0629 Strahlungslängen Wolfram zeigt eine relative Abweichung von -0.19 % für den Wert des Maximums nahe der Bremskante gegenüber den Lutz-Schulzschen Wert; die entsprechende Abweichung für das relative Minimum ist -0.05 %, daher steigt die relative Überhöhung nahe der Bremskante von 0.0294 auf 0.0308 bei Lutz-Schulz an.

Bei der Auswertung der Messungen wurden die eigenen Rechnungen verwendet.

Anhang A4

Tabellierte Bremsspektren dicker Targets

Die folgenden Bremsspektren sind für 0.0143 bzw. 0.0629 Strahlungslängen Wolfram ($Z = 74$) als Target nach den Ansätzen aus Anhang A3 berechnet worden. Für 0.0629 Strahlungslängen Wolfram wurden drei verschiedene Maximalenergien $k_{max} = 3$ GeV, 5 GeV und 7 GeV berücksichtigt.

Die Spektren wurden für drei verschiedene Kollimationen eines quadratischen Kollimators gerechnet: $\Theta = 0.1$ mrad, 0.4 mrad und 1.0 mrad. Die Winkelangabe bezieht sich jeweils auf die volle Kollimatorhöhe bzw. -Breite. In den Tabellen ist der normierte Kollimationswinkel $u = \Theta \cdot k_{max}/m$ aufgeführt, wobei m die Elektronenruhmasse ist.

Zum Vergleich ist neben den drei Spektren realer

Targets jeweils noch das zugehörige Spektrum ideal dünner Targets nach Bethe, Heitler (BET34) und Davies, Bethe, Maximon (DAV53) angegeben (Anhang A2).

Die Bremsspektren sind auf 1 normiert, d.h.

$$\frac{1}{k_{max}} \int dk \cdot k \cdot \frac{dn}{dk} = 1.$$

K(MAX) = 3.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0629 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 0.6 K*DN/DK	U = 2.4 K*DN/DK	U = 6.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.0	1.37450	1.37570	1.38026	1.35316
0.0100	1.36025	1.36139	1.36579	1.33976
0.0200	1.34623	1.34733	1.35156	1.32650
0.0300	1.33250	1.33356	1.33765	1.31345
0.0400	1.31902	1.32005	1.32400	1.30059
0.0500	1.30575	1.30674	1.31056	1.28793
0.0600	1.29276	1.29373	1.29743	1.27547
0.0700	1.27993	1.28092	1.28451	1.26320
0.0800	1.26741	1.26832	1.27180	1.25114
0.0900	1.25505	1.25593	1.25930	1.23927
0.1000	1.24289	1.24374	1.24701	1.22760
0.1100	1.23106	1.23189	1.23508	1.21613
0.1200	1.21943	1.22024	1.22336	1.20486
0.1300	1.20801	1.20880	1.21184	1.19379
0.1400	1.19679	1.19756	1.20053	1.18291
0.1500	1.18578	1.18653	1.18943	1.17223
0.1600	1.17497	1.17570	1.17852	1.16175
0.1700	1.16436	1.16508	1.16783	1.15147
0.1800	1.15396	1.15466	1.15734	1.14139
0.1900	1.14377	1.14444	1.14706	1.13151
0.2000	1.13377	1.13443	1.13698	1.12181
0.2100	1.12398	1.12463	1.12711	1.11233
0.2200	1.11439	1.11502	1.11744	1.10303
0.2300	1.10501	1.10562	1.10798	1.09394
0.2400	1.09583	1.09643	1.09872	1.08505
0.2500	1.08686	1.08743	1.08967	1.07635
0.2600	1.07808	1.07864	1.08082	1.06785
0.2700	1.06951	1.07006	1.07218	1.05955
0.2800	1.06114	1.06168	1.06374	1.05145
0.2900	1.05293	1.05349	1.05550	1.04354
0.3000	1.04501	1.04552	1.04747	1.03584
0.3100	1.03727	1.03776	1.03965	1.02833
0.3200	1.02972	1.03020	1.03204	1.02102
0.3300	1.02238	1.02284	1.02464	1.01390
0.3400	1.01523	1.01569	1.01744	1.00699
0.3500	1.00329	1.00373	1.01043	1.00027
0.3600	1.00155	1.00198	1.00363	0.99375
0.3700	0.99502	0.99543	0.99704	0.98742
0.3800	0.98863	0.98909	0.99065	0.98130
0.3900	0.98254	0.98294	0.98445	0.97537
0.4000	0.97661	0.97699	0.97846	0.96964
0.4100	0.97083	0.97125	0.97267	0.96411
0.4200	0.96534	0.96570	0.96709	0.95877
0.4300	0.96001	0.96036	0.96170	0.95363
0.4400	0.95488	0.95522	0.95652	0.94869
0.4500	0.94994	0.95027	0.95153	0.94394
0.4600	0.94521	0.94553	0.94675	0.93940
0.4700	0.94063	0.94099	0.94216	0.93505
0.4800	0.93634	0.93664	0.93778	0.93089
0.4900	0.93221	0.93250	0.93360	0.92694
0.5000	0.92827	0.92855	0.92962	0.92318
0.5100	0.92443	0.92470	0.92570	0.91961
0.5200	0.92079	0.92104	0.92199	0.91625
0.5300	0.91735	0.91758	0.91847	0.91308
0.5400	0.91411	0.91433	0.91515	0.91010
0.5500	0.91106	0.91127	0.91204	0.90732
0.5600	0.90822	0.90841	0.90912	0.90474
0.5700	0.90557	0.90574	0.90640	0.90236
0.5800	0.90312	0.90328	0.90388	0.90016
0.5900	0.90087	0.90101	0.90155	0.89817

K(MAX) = 3.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0629 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 0.6 K*DN/DK	U = 2.4 K*DN/DK	U = 6.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.6000	0.89881	0.89893	0.89942	0.89636
0.6100	0.89679	0.89689	0.89729	0.89476
0.6200	0.89497	0.89505	0.89536	0.89335
0.6300	0.89334	0.89340	0.89362	0.89213
0.6400	0.89190	0.89194	0.89208	0.89110
0.6500	0.89067	0.89068	0.89073	0.89027
0.6600	0.88962	0.88961	0.88958	0.88963
0.6700	0.88877	0.88874	0.88861	0.88918
0.6800	0.88811	0.88806	0.88784	0.88893
0.6900	0.88764	0.88757	0.88726	0.88886
0.7000	0.88736	0.88726	0.88687	0.88899
0.7100	0.88699	0.88685	0.88632	0.88930
0.7200	0.88681	0.88663	0.88595	0.88981
0.7300	0.88681	0.88660	0.88577	0.89050
0.7400	0.88700	0.88675	0.88577	0.89138
0.7500	0.88737	0.88708	0.88595	0.89244
0.7600	0.88791	0.88759	0.88631	0.89368
0.7700	0.88864	0.88827	0.88685	0.89510
0.7800	0.88954	0.88913	0.88756	0.89670
0.7900	0.89061	0.89016	0.88844	0.89848
0.8000	0.89185	0.89136	0.88949	0.90043
0.8100	0.89287	0.89232	0.89022	0.90254
0.8200	0.89405	0.89344	0.89110	0.90482
0.8300	0.89537	0.89470	0.89212	0.90725
0.8400	0.89684	0.89611	0.89329	0.90983
0.8500	0.89843	0.89764	0.89458	0.91255
0.8600	0.89964	0.89876	0.89536	0.91539
0.8700	0.90095	0.89997	0.89622	0.91834
0.8800	0.90233	0.90126	0.89716	0.92138
0.8900	0.90375	0.90259	0.89814	0.92447
0.9000	0.90517	0.90393	0.89911	0.92757
0.9100	0.90590	0.90453	0.89923	0.93062
0.9200	0.90648	0.90498	0.89919	0.93353
0.9300	0.90611	0.90444	0.89802	0.93616
0.9400	0.90521	0.90338	0.89633	0.93827
0.9500	0.90219	0.90014	0.89221	0.93942
0.9600	0.89746	0.89518	0.88639	0.93880
0.9700	0.88751	0.88492	0.87496	0.93450
0.9800	0.86662	0.86363	0.85214	0.92104
0.9810	0.86322	0.86018	0.84849	0.91865
0.9820	0.85953	0.85646	0.84456	0.91596
0.9830	0.85555	0.85241	0.84032	0.91292
0.9840	0.85117	0.84797	0.83569	0.90945
0.9850	0.84633	0.84309	0.83063	0.90549
0.9860	0.84049	0.83718	0.82446	0.90093
0.9870	0.83400	0.83062	0.81766	0.89566
0.9880	0.82672	0.82328	0.81008	0.88951
0.9890	0.81845	0.81495	0.80155	0.88228
0.9900	0.80894	0.80540	0.79181	0.87369
0.9910	0.79717	0.79355	0.77967	0.86336
0.9920	0.78336	0.77968	0.76555	0.85077
0.9930	0.76685	0.76312	0.74883	0.83516
0.9940	0.74576	0.74196	0.72738	0.81549
0.9950	0.72205	0.71821	0.70344	0.79280
0.9960	0.68427	0.68038	0.66547	0.75589
0.9970	0.63242	0.62860	0.61395	0.70290
0.9980	0.54472	0.54099	0.52673	0.61369
0.9990	0.39503	0.39205	0.38048	0.45127
1.0000	0.0	0.0	0.0	0.0

K(MAX) = 5.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0629 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 1.0 K*DN/DK	U = 4.0 K*DN/DK	U =10.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.0	1.37121	1.37415	1.38293	1.34932
0.0100	1.35699	1.35982	1.36738	1.33646
0.0200	1.34303	1.34576	1.35304	1.32324
0.0300	1.32933	1.33196	1.33899	1.31023
0.0400	1.31539	1.31843	1.32523	1.29741
0.0500	1.30265	1.30511	1.31163	1.28479
0.0600	1.28970	1.29209	1.29347	1.27237
0.0700	1.27696	1.27923	1.28546	1.26014
0.0800	1.26443	1.26668	1.27267	1.24811
0.0900	1.25210	1.25423	1.26009	1.23628
0.1000	1.23993	1.24210	1.24772	1.22465
0.1100	1.22819	1.23025	1.23575	1.21322
0.1200	1.21660	1.21861	1.22398	1.20198
0.1300	1.20521	1.20713	1.21241	1.19094
0.1400	1.19403	1.19595	1.20106	1.18010
0.1500	1.18303	1.18492	1.18991	1.16946
0.1600	1.17228	1.17410	1.17897	1.15902
0.1700	1.16170	1.16348	1.16823	1.14877
0.1800	1.15134	1.15307	1.15770	1.13872
0.1900	1.14113	1.14287	1.14738	1.12887
0.2000	1.13121	1.13286	1.13726	1.11921
0.2100	1.12146	1.12307	1.12735	1.10976
0.2200	1.11190	1.11347	1.11765	1.10050
0.2300	1.10255	1.10408	1.10815	1.09143
0.2400	1.09340	1.09489	1.09885	1.08257
0.2500	1.08446	1.08591	1.08977	1.07390
0.2600	1.07571	1.07713	1.08088	1.06544
0.2700	1.06717	1.06355	1.07221	1.05717
0.2800	1.05884	1.06017	1.06374	1.04909
0.2900	1.05070	1.05200	1.05547	1.04122
0.3000	1.04277	1.04403	1.04740	1.03354
0.3100	1.03505	1.03628	1.03957	1.02606
0.3200	1.02753	1.02874	1.03193	1.01878
0.3300	1.02022	1.02139	1.02450	1.01169
0.3400	1.01311	1.01424	1.01727	1.00480
0.3500	1.00619	1.00730	1.01025	0.99811
0.3600	0.99943	1.00056	1.00343	0.99162
0.3700	0.99297	0.99402	0.99681	0.98532
0.3800	0.98665	0.98769	0.99039	0.97922
0.3900	0.98056	0.98155	0.98418	0.97333
0.4000	0.97465	0.97562	0.97817	0.96762
0.4100	0.96894	0.96988	0.97236	0.96212
0.4200	0.96344	0.96435	0.96675	0.95681
0.4300	0.95813	0.95902	0.96135	0.95169
0.4400	0.95303	0.95389	0.95615	0.94678
0.4500	0.94812	0.94895	0.95115	0.94206
0.4600	0.94341	0.94422	0.94635	0.93754
0.4700	0.93891	0.93969	0.94175	0.93322
0.4800	0.93460	0.93536	0.93735	0.92909
0.4900	0.93050	0.93123	0.93315	0.92516
0.5000	0.92659	0.92730	0.92916	0.92143
0.5100	0.92273	0.92345	0.92520	0.91789
0.5200	0.91917	0.91980	0.92145	0.91455
0.5300	0.91575	0.91635	0.91790	0.91141
0.5400	0.91254	0.91311	0.91455	0.90846
0.5500	0.90953	0.91005	0.91140	0.90571
0.5600	0.90671	0.90719	0.90845	0.90316
0.5700	0.90410	0.90454	0.90570	0.90080
0.5800	0.90167	0.90209	0.90315	0.89864
0.5900	0.89945	0.89983	0.90079	0.89668

K(MAX) = 5.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0629 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

	U = 1.0	U = 4.0	U =10.0	BETH.-HEIT.
K/K(MAX)	K*DN/DK	K*DN/DK	K*DN/DK	K*DN/DK
0.6000	0.89743	0.89777	0.89864	0.89491
0.6100	0.89544	0.89573	0.89645	0.89333
0.6200	0.89366	0.89389	0.89445	0.89196
0.6300	0.89207	0.89224	0.89266	0.89077
0.6400	0.89067	0.89079	0.89106	0.88978
0.6500	0.88948	0.88954	0.88965	0.88899
0.6600	0.88847	0.88848	0.88845	0.88839
0.6700	0.88767	0.88761	0.88743	0.88799
0.6800	0.88705	0.88694	0.88661	0.88778
0.6900	0.88663	0.88647	0.88597	0.88776
0.7000	0.88640	0.88618	0.88555	0.88793
0.7100	0.88609	0.88577	0.88490	0.88830
0.7200	0.88596	0.88556	0.88443	0.88886
0.7300	0.88603	0.88553	0.88415	0.88961
0.7400	0.88628	0.88569	0.88405	0.89055
0.7500	0.88672	0.88603	0.88415	0.89168
0.7600	0.88735	0.88656	0.88442	0.89300
0.7700	0.88816	0.88728	0.88483	0.89451
0.7800	0.88915	0.88817	0.88552	0.89620
0.7900	0.89032	0.88924	0.88634	0.89807
0.8000	0.89167	0.89050	0.88733	0.90013
0.8100	0.89231	0.89149	0.88793	0.90237
0.8200	0.89412	0.89265	0.88869	0.90478
0.8300	0.89560	0.89398	0.88961	0.90736
0.8400	0.89723	0.89546	0.89069	0.91011
0.8500	0.89902	0.89710	0.89192	0.91303
0.8600	0.90045	0.89831	0.89254	0.91609
0.8700	0.90202	0.89965	0.89320	0.91930
0.8800	0.90371	0.90111	0.89415	0.92264
0.8900	0.90549	0.90267	0.89511	0.92609
0.9000	0.90734	0.90429	0.89612	0.92962
0.9100	0.90860	0.90523	0.89622	0.93321
0.9200	0.90983	0.90614	0.89630	0.93678
0.9300	0.91020	0.90620	0.89528	0.94026
0.9400	0.91050	0.90600	0.89400	0.94349
0.9500	0.90902	0.90395	0.89045	0.94623
0.9600	0.90654	0.90091	0.88592	0.94795
0.9700	0.90023	0.89332	0.87679	0.94746
0.9800	0.88620	0.87874	0.85897	0.94128
0.9810	0.88384	0.87624	0.85610	0.94000
0.9820	0.88130	0.87356	0.85305	0.93852
0.9830	0.87855	0.87067	0.84980	0.93682
0.9840	0.87555	0.86753	0.84630	0.93484
0.9850	0.87225	0.86410	0.84252	0.93254
0.9860	0.86812	0.85978	0.83771	0.92984
0.9870	0.86355	0.85503	0.83249	0.92667
0.9880	0.85845	0.84975	0.82675	0.92290
0.9890	0.85267	0.84380	0.82036	0.91840
0.9900	0.84602	0.83700	0.81316	0.91294
0.9910	0.83753	0.82827	0.80382	0.90625
0.9920	0.82755	0.81807	0.79307	0.89791
0.9930	0.81551	0.80584	0.78038	0.88729
0.9940	0.79962	0.78970	0.76357	0.87339
0.9950	0.77938	0.76927	0.74267	0.85462
0.9960	0.75070	0.74032	0.71301	0.82817
0.9970	0.71317	0.70268	0.67511	0.79157
0.9980	0.64173	0.63108	0.60317	0.72162
0.9990	0.50230	0.49299	0.46866	0.57234
1.0000	0.0	0.0	0.0	0.0

K(MAX) = 7.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0629 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 1.4 K*DN/DK	U = 6.0 K*DN/DK	U =14.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.0	1.36935	1.37537	1.38457	1.34328
0.0100	1.35565	1.36096	1.36981	1.33493
0.0200	1.34171	1.34682	1.35533	1.32174
0.0300	1.32802	1.33295	1.34116	1.30874
0.0400	1.31459	1.31936	1.32730	1.29594
0.0500	1.30137	1.30598	1.31365	1.28334
0.0600	1.28843	1.29291	1.30036	1.27093
0.0700	1.27571	1.28005	1.28727	1.25872
0.0800	1.26313	1.26739	1.27440	1.24671
0.0900	1.25037	1.25495	1.26174	1.23490
0.1000	1.23876	1.24273	1.24930	1.22329
0.1100	1.22698	1.23084	1.23726	1.21137
0.1200	1.21540	1.21917	1.22544	1.20065
0.1300	1.20403	1.20771	1.21383	1.18963
0.1400	1.19236	1.19646	1.20243	1.17880
0.1500	1.18170	1.18540	1.19123	1.16819
0.1600	1.17114	1.17456	1.18024	1.15775
0.1700	1.16058	1.16392	1.16946	1.14752
0.1800	1.15023	1.15349	1.15888	1.13743
0.1900	1.14008	1.14325	1.14852	1.12765
0.2000	1.13013	1.13322	1.13835	1.11800
0.2100	1.12033	1.12340	1.12841	1.10856
0.2200	1.11034	1.11379	1.11866	1.09932
0.2300	1.10153	1.10437	1.10912	1.09027
0.2400	1.09237	1.09515	1.09979	1.08142
0.2500	1.08343	1.08615	1.09060	1.07277
0.2600	1.07470	1.07735	1.08174	1.06431
0.2700	1.06613	1.06875	1.07303	1.05606
0.2800	1.05785	1.06036	1.06452	1.04800
0.2900	1.04972	1.05216	1.05621	1.04013
0.3000	1.04180	1.04413	1.04811	1.03247
0.3100	1.03420	1.03641	1.04024	1.02500
0.3200	1.02659	1.02884	1.03250	1.01773
0.3300	1.01920	1.02148	1.02512	1.01066
0.3400	1.01219	1.01432	1.01786	1.00379
0.3500	1.00520	1.00736	1.01080	0.99711
0.3600	0.99859	1.00061	1.00395	0.99063
0.3700	0.99209	0.99405	0.99731	0.98434
0.3800	0.98579	0.98770	0.99086	0.97826
0.3900	0.97970	0.98155	0.98462	0.97237
0.4000	0.97380	0.97560	0.97859	0.96668
0.4100	0.96810	0.96986	0.97275	0.96118
0.4200	0.96261	0.96431	0.96712	0.95589
0.4300	0.95732	0.95897	0.96169	0.95079
0.4400	0.95222	0.95382	0.95646	0.94588
0.4500	0.94733	0.94888	0.95144	0.94117
0.4600	0.94263	0.94414	0.94662	0.93667
0.4700	0.93814	0.93960	0.94199	0.93236
0.4800	0.93384	0.93525	0.93757	0.92824
0.4900	0.92975	0.93111	0.93336	0.92432
0.5000	0.92585	0.92717	0.92934	0.92060
0.5100	0.92205	0.92339	0.92534	0.91708
0.5200	0.91845	0.91962	0.92155	0.91375
0.5300	0.91505	0.91615	0.91796	0.91062
0.5400	0.91184	0.91288	0.91458	0.90769
0.5500	0.90884	0.90981	0.91139	0.90495
0.5600	0.90604	0.90697	0.90840	0.90241
0.5700	0.90343	0.90426	0.90561	0.90006
0.5800	0.90102	0.90179	0.90303	0.89792
0.5900	0.89881	0.89951	0.90064	0.89597

K(MAX) = 7.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0629 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 1.4 K*DN/DK	U = 6.0 K*DN/DK	U = 14.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.6000	0.89680	0.89743	0.89845	0.89421
0.6100	0.89483	0.89535	0.89619	0.89265
0.6200	0.89305	0.89347	0.89414	0.89129
0.6300	0.89143	0.89179	0.89228	0.89012
0.6400	0.89010	0.89031	0.89062	0.88915
0.6500	0.88891	0.88902	0.88916	0.88837
0.6600	0.88793	0.88792	0.88789	0.88779
0.6700	0.88713	0.88703	0.88682	0.88740
0.6800	0.88654	0.88633	0.88594	0.88721
0.6900	0.88613	0.88582	0.88526	0.88721
0.7000	0.88592	0.88550	0.88477	0.88741
0.7100	0.88563	0.88503	0.88401	0.88780
0.7200	0.88552	0.88475	0.88344	0.88838
0.7300	0.88561	0.88466	0.88306	0.88916
0.7400	0.88583	0.88476	0.88286	0.89013
0.7500	0.88635	0.88505	0.88286	0.89129
0.7600	0.88701	0.88553	0.88304	0.89264
0.7700	0.88785	0.88619	0.88340	0.89418
0.7800	0.88887	0.88703	0.88395	0.89591
0.7900	0.89008	0.88806	0.88467	0.89783
0.8000	0.89147	0.88927	0.88558	0.89993
0.8100	0.89266	0.89018	0.88603	0.90222
0.8200	0.89403	0.89126	0.88665	0.90469
0.8300	0.89556	0.89251	0.88743	0.90734
0.8400	0.89726	0.89393	0.88837	0.91016
0.8500	0.89913	0.89550	0.88947	0.91316
0.8600	0.90065	0.89661	0.88990	0.91632
0.8700	0.90232	0.89786	0.89046	0.91964
0.8800	0.90412	0.89924	0.89115	0.92311
0.8900	0.90604	0.90074	0.89195	0.92671
0.9000	0.90806	0.90233	0.89283	0.93043
0.9100	0.90953	0.90321	0.89275	0.93424
0.9200	0.91103	0.90411	0.89267	0.93810
0.9300	0.91184	0.90416	0.89148	0.94195
0.9400	0.91251	0.90406	0.89013	0.94568
0.9500	0.91167	0.90216	0.88649	0.94910
0.9600	0.91016	0.89958	0.88218	0.95184
0.9700	0.90543	0.89338	0.87360	0.95314
0.9800	0.89448	0.88043	0.85744	0.95015
0.9810	0.89259	0.87827	0.85484	0.94938
0.9820	0.89057	0.87597	0.85211	0.94847
0.9830	0.88840	0.87353	0.84924	0.94739
0.9840	0.88603	0.87090	0.84619	0.94610
0.9850	0.88345	0.86806	0.84293	0.94458
0.9860	0.88013	0.86437	0.83865	0.94276
0.9870	0.87648	0.86036	0.83407	0.94059
0.9880	0.87243	0.85596	0.82911	0.93798
0.9890	0.86737	0.85106	0.82368	0.93480
0.9900	0.86266	0.84553	0.81763	0.93092
0.9910	0.85585	0.83824	0.80958	0.92619
0.9920	0.84790	0.82983	0.80047	0.91999
0.9930	0.83834	0.81987	0.78986	0.91211
0.9940	0.82551	0.80647	0.77558	0.90166
0.9950	0.81015	0.78964	0.75804	0.88724
0.9960	0.78542	0.76525	0.73263	0.86634
0.9970	0.75146	0.73096	0.69786	0.83383
0.9980	0.69372	0.67237	0.63804	0.77993
0.9990	0.57049	0.55088	0.51946	0.64937
1.0000	0.0	0.0	0.0	0.0

K(MAX) = 7.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0143 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 1.4 K*DN/DK	U = 6.0 K*DN/DK	U =14.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.0	1.35476	1.35625	1.35780	1.34828
0.0100	1.34115	1.34259	1.34408	1.33493
0.0200	1.32779	1.32912	1.33057	1.32174
0.0300	1.31455	1.31588	1.31727	1.30874
0.0400	1.30156	1.30285	1.30420	1.29594
0.0500	1.28877	1.29002	1.29131	1.28334
0.0600	1.27621	1.27742	1.27868	1.27093
0.0700	1.26385	1.26502	1.26625	1.25873
0.0800	1.25168	1.25282	1.25401	1.24672
0.0900	1.23972	1.24083	1.24198	1.23490
0.1000	1.22796	1.22903	1.23015	1.22329
0.1100	1.21643	1.21748	1.21856	1.21187
0.1200	1.20511	1.20613	1.20720	1.20065
0.1300	1.19398	1.19498	1.19602	1.18963
0.1400	1.18306	1.18402	1.18505	1.17881
0.1500	1.17233	1.17328	1.17428	1.16818
0.1600	1.16180	1.16273	1.16371	1.15775
0.1700	1.15147	1.15239	1.15333	1.14752
0.1800	1.14135	1.14223	1.14316	1.13748
0.1900	1.13142	1.13228	1.13319	1.12765
0.2000	1.12168	1.12253	1.12341	1.11801
0.2100	1.11215	1.11298	1.11384	1.10856
0.2200	1.10282	1.10363	1.10446	1.09932
0.2300	1.09369	1.09447	1.09529	1.09027
0.2400	1.08475	1.08552	1.08631	1.08142
0.2500	1.07602	1.07677	1.07754	1.07277
0.2600	1.06748	1.06821	1.06897	1.06432
0.2700	1.05914	1.05986	1.06059	1.05606
0.2800	1.05101	1.05170	1.05241	1.04800
0.2900	1.04307	1.04374	1.04444	1.04014
0.3000	1.03533	1.03598	1.03666	1.03247
0.3100	1.02779	1.02842	1.02909	1.02500
0.3200	1.02045	1.02107	1.02172	1.01773
0.3300	1.01331	1.01392	1.01455	1.01066
0.3400	1.00637	1.00696	1.00753	1.00379
0.3500	0.99962	1.00020	1.00080	0.99711
0.3600	0.99308	0.99364	0.99423	0.99063
0.3700	0.98673	0.98728	0.98785	0.98434
0.3800	0.98059	0.98112	0.98167	0.97826
0.3900	0.97463	0.97515	0.97569	0.97237
0.4000	0.96888	0.96939	0.96991	0.96668
0.4100	0.96333	0.96382	0.96433	0.96118
0.4200	0.95796	0.95845	0.95895	0.95589
0.4300	0.95282	0.95328	0.95377	0.95079
0.4400	0.94786	0.94831	0.94878	0.94588
0.4500	0.94310	0.94354	0.94399	0.94118
0.4600	0.93854	0.93896	0.93941	0.93667
0.4700	0.93417	0.93458	0.93502	0.93236
0.4800	0.93000	0.93040	0.93082	0.92824
0.4900	0.92603	0.92642	0.92683	0.92433
0.5000	0.92226	0.92264	0.92303	0.92060
0.5100	0.91866	0.91901	0.91937	0.91708
0.5200	0.91525	0.91559	0.91594	0.91375
0.5300	0.91204	0.91236	0.91269	0.91062
0.5400	0.90903	0.90933	0.90965	0.90769
0.5500	0.90621	0.90650	0.90679	0.90495
0.5600	0.90359	0.90386	0.90414	0.90241
0.5700	0.90117	0.90142	0.90168	0.90007
0.5800	0.89895	0.89918	0.89942	0.89792
0.5900	0.89692	0.89714	0.89736	0.89597

K(MAX) = 7.0 GEV   Z = 74.   TARGETDICKE = 0.0143 STR.-L.

NORMIERTER KOLLIMATIONSWINKEL U :

K/K(MAX)	U = 1.4 K*DN/DK	U = 6.0 K*DN/DK	U =14.0 K*DN/DK	BETH.-HEIT. K*DN/DK
0.6000	0.89509	0.89529	0.89549	0.89421
0.6100	0.89341	0.89358	0.89375	0.89265
0.6200	0.89192	0.89207	0.89221	0.89129
0.6300	0.89063	0.89075	0.89086	0.89012
0.6400	0.88954	0.88963	0.88971	0.88915
0.6500	0.88864	0.88870	0.88876	0.88837
0.6600	0.88794	0.88797	0.88800	0.88779
0.6700	0.88743	0.88743	0.88743	0.88740
0.6800	0.88712	0.88709	0.88706	0.88721
0.6900	0.88700	0.88695	0.88689	0.88721
0.7000	0.88708	0.88700	0.88691	0.88741
0.7100	0.88726	0.88713	0.88699	0.88780
0.7200	0.88763	0.88746	0.88727	0.88838
0.7300	0.88820	0.88798	0.88774	0.88916
0.7400	0.88896	0.88869	0.88840	0.89013
0.7500	0.88991	0.88959	0.88925	0.89129
0.7600	0.89105	0.89068	0.89029	0.89264
0.7700	0.89238	0.89196	0.89152	0.89418
0.7800	0.89389	0.89343	0.89294	0.89591
0.7900	0.89560	0.89508	0.89454	0.89783
0.8000	0.89749	0.89692	0.89632	0.89993
0.8100	0.89944	0.89879	0.89812	0.90222
0.8200	0.90156	0.90084	0.90008	0.90469
0.8300	0.90387	0.90307	0.90223	0.90734
0.8400	0.90635	0.90547	0.90455	0.91016
0.8500	0.90900	0.90804	0.90703	0.91316
0.8600	0.91164	0.91057	0.90944	0.91632
0.8700	0.91445	0.91326	0.91200	0.91964
0.8800	0.91740	0.91609	0.91471	0.92311
0.8900	0.92048	0.91904	0.91754	0.92671
0.9000	0.92367	0.92211	0.92048	0.93043
0.9100	0.92674	0.92502	0.92321	0.93424
0.9200	0.92985	0.92796	0.92597	0.93810
0.9300	0.93272	0.93062	0.92839	0.94195
0.9400	0.93547	0.93314	0.93069	0.94568
0.9500	0.93752	0.93487	0.93209	0.94910
0.9600	0.93888	0.93591	0.93281	0.95184
0.9700	0.93813	0.93473	0.93116	0.95305
0.9800	0.93255	0.92854	0.92434	0.95015
0.9810	0.93140	0.92731	0.92302	0.94939
0.9820	0.93012	0.92593	0.92156	0.94847
0.9830	0.92866	0.92440	0.91993	0.94739
0.9840	0.92701	0.92267	0.91812	0.94610
0.9850	0.92513	0.92070	0.91606	0.94458
0.9860	0.92280	0.91825	0.91349	0.94276
0.9870	0.92012	0.91546	0.91058	0.94059
0.9880	0.91701	0.91223	0.90724	0.93798
0.9890	0.91336	0.90848	0.90337	0.93481
0.9900	0.90901	0.90403	0.89882	0.93092
0.9910	0.90349	0.89835	0.89297	0.92609
0.9920	0.89673	0.89144	0.88592	0.91999
0.9930	0.88826	0.88283	0.87717	0.91212
0.9940	0.87694	0.87133	0.86546	0.90166
0.9950	0.86181	0.85603	0.85000	0.88724
0.9960	0.83984	0.83382	0.82755	0.86634
0.9970	0.80672	0.80057	0.79416	0.83383
0.9980	0.75118	0.74468	0.73790	0.77993
0.9990	0.62320	0.61715	0.61085	0.64997
1.0000	0.0	0.0	0.0	0.0

Literaturverzeichnis :

BET34 H.Bethe,W.Heitler, Proc. Roy. Soc. A146, S. 83, Februar 1934

WHE39 J.A.Wheeler,W.E.Lamb, Phys. Rev. 55, S. 858, März 1939 und Phys. Rev. 101, S. 1836, 1956

ROS52 B.Rossi, High Energie Particles , Prentice Hall 1952

DAV53 H.Davies,H.Bethe,L.Maximon, Phys. Rev. 93, S.788, Oktober 1953, hierzu auch H.Olsen, Phys. Rev. 99, S. 1335, Juni 1955

JOS58 J.Joseph,F.Rohrlich, Rev. Mod. Phys. 30, S. 354, April 1958

KOC59 H.W.Koch,J.W.Motz, Rev. Mod. Phys. 31, S. 920, Oktober 1959

DIA60 G.Diambrini,A.S.Figuera,B.Rispoli,A.Serra, Nuovo Cimento 19, S. [illegible], August 1960

BOL61 G.Bologna et al. , Nucl. Instr. 12, S. 263, Februar 1961

FEY61 R.P.Feynman, Quantum Electrodynamics, New York 1961

LUD63 D.Ludlow, DESY-Notiz A 2.96, Januar 1963

[illegible]64 D.[illegible],D.Schmitz,[illegible].Weisse, Z. Phys. 185, S. 457, Dezember 1964

LAD65 A.Ladage,H.Pingel, DESY 65/12, 1965

STE65 [illegible].G.Steffen, High Energie Beam Optics, New York 1965

[illegible]66 [illegible].[illegible]euert, Kernphysikalische Meßverfahren,Karlsruhe 1966

SCHU66 H.D.Schulz, Dissertation, Hamburg 1966

LUT67 [illegible].Lutz,H.D.Schulz, DESY 67/29, September 1967

SCH67 [illegible].Sch[illegible], Dissertation, Hamburg 1967

KRE68 E.Kreyszig, Statistische Methoden und ihre Anwendung, Göttingen 1968

RA[illegible]68 [illegible].Raquet,U.Ti[illegible], DESY 68/24, Mai 1968

SAD68 H.Sadrozinski, DESY F33-68/3, interner Bericht, Oktober 1968

BEV69 P.R.Bevington, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences, New York 1969

HEI69 P.Heide, DESY F33-69/1, interner Bericht, Februar 1969

[illegible]71 K.-H.[illegible]ef, Diplomarbeit, Hamburg 1971

SO[illegible]71 D.Sonne, Diplomarbeit, Hamburg 1971

TIM71 U.Timm,A.P.Marten, DESY F33-71/1, interner Bericht, Januar 1971

[illegible]71 J.De Mire, CLNS-172, Cornell, September 1971

HOL72 Die Feldmatrix des Paarspektrometermagneten wurde im November 1972 im DESY-Magnetlabor von Dipl.-Phys. K.Holm vermessen und liegt auf Magnetband vor.

BUR73-I H.Burfeindt,G.Buschhorn,H.Genzel,P.Heide,U.Kötz, K.-H.Meß,P.Schmüser,B.Sonne,G.Vogel,B.H.Wiik, Physics Letters 43B, S. 345, Januar 1973

BUR73-II H.Burfeindt,G.Buschhorn,J.Freundel,H.Genzel,P.Heide, U.Kötz,K.-H.Meß,P.Schmüser,B.Sonne,G.Vogel,B.H.Wiik, Beitrag zur Photon - Elektron - Konferenz Bonn 1973

HEM73 G.Hemmie, DESY S1-73/2, interner Bericht, Februar 1973

KUM73 H.Kumpfert, DESY S1-73/5, interner Bericht, März 1973

LIE73 H.Lierl, DESY F35-73/2, interner Bericht, Juli 1973

VOG73 G.Vogel, DESY F35-73/1, interner Bericht, Mai 1973