

Interner Bericht  
DESY F41  
HASYLAB 82-04  
MAY 1982

Eigentum der Property of	<b>DESY</b>	Bibliothek library
Zugang: Accessions:	2. JULI 1982	
Leihfrist: Loan period:	7	7 days

Der Einfluß stehender Wellenfelder in einem  
Germanium - Röntgeninterferometer auf die  
K - Fluoreszenzstrahlung der Germanium - Atome

von  
Peter Funke

**DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.**

**DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.**

**“Die Verantwortung für den Inhalt dieses  
internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser”**

The Effect of Standing Waves Produced in a  
Germanium X-Ray-Interferometer on K-Fluorescence

by Peter Funke

Der Einfluß stehender Wellenfelder in einem  
Germanium - Röntgeninterferometer auf die  
K - Fluoreszenzstrahlung der Germanium -  
Atome

Abstract

The creation of standing waves in a germanium  
x-ray-interferometer is described.  
Theoretical calculations are performed on the influence  
of this standing wave pattern on the K-fluorescence of  
germanium, according to the dynamical theory of x-ray  
diffraction.  
Measurements were taken at the Hamburger Synchrotron-  
strahlungslabor ( HASYLAB ), which clearly demonstrate,  
that the intensity of K-fluorescence is dependent on  
the phase of standing x-ray waves.

experimentelle physikalische Diplomarbeit  
des Fachbereichs Physik  
der Universität Hamburg

vorgelegt von  
Peter Funke  
Hamburg, November 1981

- Inhalt -

	Seite
1. Einleitung	1
2. Aufbau und Funktion des Germanium - Interferometers	4
3. Theoretische Grundlagen	
3.1 Grundlagen der dynamischen Theorie der Röntgenbeugung	8
3.2 Wellenfelder im Interferometer	16
3.3 Fluoreszenzausbeute	26
4. Experimenteller Aufbau	
4.1 Mechanischer Aufbau	31
4.2 Phasenverschiebung durch eine planparallele Platte	33
4.3 Monochromatoren	35
4.4 Detektoren	36
4.5 Signalverarbeitung und Auswertung	38
5. Ergebnisse des Experiments	
5.1 Erste Tests des Interferometers	39
5.2 Messungen der Fluoreszenzmodulation	43
5.3 Diskussion der Ergebnisse	48
5.4 Compton - und elastische Streuung	53
6. Zusammenfassung	56
Literaturverzeichnis	59

1. Einleitung

Interferometer, die im sichtbaren Spektralbereich arbeiten, sind seit langem fester Bestandteil der Meßtechnik in der physikalischen Forschung. Erst mit der Herstellung hochwertiger Einkristalle wurde die Realisierung von Interferometern im Röntgenbereich möglich. Dies gelang Bonse und Hart (1) erstmals im Jahre 1965. Seitdem fand das Röntgeninterferometer eine Reihe von Anwendungen, u.a. für die Messung des Brechungsindex verschiedener Stoffe im Röntgenbereich (2), der Dispersionsanomalie (3), absolute Messungen von Gitterkonstanten (4), und Phasenkontrasttopographie (4).

Mit der vorliegenden Arbeit wird ein neues Anwendungsgebiet des Interferometers erschlossen. Bei der Beugung von Röntgenstrahlen an Einkristallen, bilden sich im Innern des Kristalls stehende Wellenfelder, aufgrund von Mehrfachreflexionen an den Netzebenen, aus. Die Periode der Wellenfelder ist exakt gleich dem Netzebenenabstand. Dieser Effekt wird durch die dynamische Theorie der Röntgenbeugung beschrieben (Kapitel 3.1). Man unterscheidet hierbei zwei Fälle, den Bragg - Fall und den Laue - Fall. Im Bragg - Fall liegen einfallender und reflektierter Strahl auf der gleichen Kristallseite. Die Eindringtiefe in den Kristall ist gering, die Orte gleicher Phase der Wellenfelder liegen parallel zur Oberfläche. Im Laue - Fall wird der einfallende Strahl in zwei Teilstrahlen aufgespalten, die beide an der Rückseite des Kristalls austreten. Die Ebenen der Maxima und Minima der elektrischen Feldstärke des Interferenzfeldes verlaufen hierbei senkrecht zur Oberfläche. Da es möglich ist, die Position der Wellenfelder relativ zu den Netzebenen zu verschieben, können die Wellenfelder als Mikrosonde benutzt werden, um z.B. die Lage von Fremdatomen im Kristallgitter, oder die Anlagerung von Adsorbaten an der Oberfläche zu studieren. Hierbei werden die Atome zur Emission der charakteristischen Fluoreszenzstrahlung angeregt, deren Intensität jedoch vom Verlauf der Wellenfelder im Kristall abhängt.

Im Bragg - Fall wurden diese Messungen bereits mit Erfolg durchgeführt (5). Man erhält in diesem Fall Informationen über die Lage von Adsorbaten und Fremdatomen senkrecht zur Oberfläche (17). Um Informationen über die Position von Adsorbaten parallel zur Oberfläche zu erhalten, können Untersuchungen im Laue - Fall hinzugezogen werden.

In der vorliegenden Arbeit sollen die dazu notwendigen Grundlagen erforscht werden. Zu diesem Zweck wurde von mir ein Röntgeninterferometer aus einem Germanium - Kristall hergestellt. Mit diesem Instrument wurde untersucht, wie die charakteristische Fluoreszenzstrahlung der Germanium - Atome mit der Position der stehenden Wellenfelder korreliert ist.

Die bei diesen Messungen erreichten Intensitäten lassen Rückschlüsse zu, ob dieses Verfahren für das Studium von Oberflächenadsorbaten anwendbar ist. Ferner lassen sich Kriterien gewinnen, die eine Optimierung des Interferometers und des experimentellen Aufbaus gestatten.

Germanium eignet sich für diese Untersuchungen besser, als z.B. Silizium, da die Energie der Fluoreszenzstrahlung höher liegt, und daher die Absorption in Luft geringer ist. Andererseits wirkt sich der größere Absorptionskoeffizient von Germanium nachteilig aus. Weil bisher noch keine Messungen mit einem Germanium - Interferometer vorliegen, wird die Herstellung und der Test dieses Instruments ausführlich beschrieben ( Kapitel 2 und 5.1 ).

Ebenso nimmt die Theorie in dieser Arbeit einen verhältnismäßig großen Raum ein, da sie für das detaillierte Verständnis der Vorgänge im Interferometer notwendig ist. Die Rechnungen zur Feldverteilung im Interferometer entstanden in Anlehnung an die Arbeit von Bonse und Hart (6), jedoch mit einigen Modifikationen hinsichtlich der Formulierung. Die Rechnungen zur Fluoreszenzausbeute bauen auf einer Vorlesung von Matarik (?) auf. Die hierin enthaltenen Formeln wurden für die Anwendung auf das Interferometer erweitert. Die Messungen zu dieser Arbeit wurden am Speicherring DORIS des Deutschen Elektronen - Synchrotrons ( DESY ) durchgeführt. Sowohl für den Test, als auch für die späteren Messungen, erwies sich der hohe Photonenfluß (im Vergleich zu herkömmlichen Röntgenröhren) ,

als vorteilhaft, bzw. unabdingbar. Erste Messungen mit einer Röntgenröhre schlugen fehl, weil die Intensität der Strahlung nicht ausreichte, um die Ursache von Störungen zu erkennen. Auf diesen Punkt wird in Kapitel 5.1 näher eingegangen.

## 2. Aufbau und Funktion des Germanium - Interferometers

Der erste Teil der Arbeit bestand darin, ein Interferometer aus einem Einkristall zu sägen. Es ist aus einem Stück gefertigt und besteht aus drei parallelen "Spiegeln" (in Analogie zur Optik), die untereinander durch die Basis verbunden sind. Hierdurch wird erreicht, daß die Reflektionsbedingung (2.1) simultan für alle 3 Spiegel erfüllt werden kann.

Um eine optimale Funktion des Interferometers zu gewährleisten, müssen die Spiegelabstände gleich groß sein (ideale Geometrie, vergl. Bonse u. Hart (6)). Aufbau und Funktion des Interferometers kann an Hand der Abb. 2.1 erläutert werden.

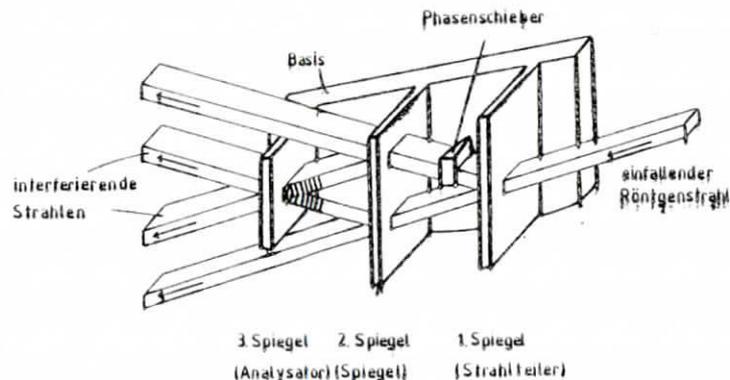


Abb. 2.1 Röntgeninterferometer mit Strahlengang

Die einfallende monochromatische Welle, mit der Wellenlänge  $\lambda$ , trifft den 1. Spiegel (Strahlteiler) des Interferometers, unter einem Winkel  $\mathcal{J}$ , der die Braggsche Reflektionsbedingung erfüllt.

$$2d \sin \mathcal{J} = n \lambda \quad (2.1)$$

$d$  bezeichnet den Netzebenenabstand.

Die reflektierenden Netzebenen verlaufen in diesem Fall in Richtung der Oberflächennormalen. Der transmittierte und der reflektierte Strahl werden vom 2. Spiegel (Spiegel) reflektiert und interferieren am 3. Spiegel (Analysator). Es bildet sich ein stehendes Wellenfeld aus, dessen Wellenlänge gleich dem Netzebenenabstand ist. Führt man in den Strahlengang ein Medium ein (Phasenschieber), das die relative Phase der Strahlen ändert, so verschiebt sich das Wellenfeld im Analysator. Liegen die Maxima des Wellenfeldes auf den Netzebenen, so wird es stark absorbiert, und die Kristallatome zur Emission der charakteristischen Fluoreszenzstrahlung angeregt, vorausgesetzt die Energie der einfallenden Strahlung liegt oberhalb der Absorptionskante. Liegen die Wellenfelder zwischen den Netzebenen, so sollte die Fluoreszenz minimal werden, die Transmission der Wellen jedoch anomal hoch sein.

Um die Absorption der Strahlung in den ersten beiden Spiegeln gering zu halten, müssen die Spiegel möglichst dünn sein (der Absorptionskoeffizient für Germanium bei 17,5 keV ist  $\mu = 320 \text{ cm}^{-1}$ ). Andererseits müssen sie stabil genug sein, um Verspannungen der Spiegel zu verhindern. Ferner besteht die Gefahr, daß die Spiegel beim Sägen zerbrechen, wenn sie zu dünn sind. Unter Berücksichtigung dieser Randbedingungen wurde für die Spiegel eine Dicke von 0,7 mm gewählt. Ein weiterer Punkt ist die Wahl des richtigen Reflexes. Erfüllt die einfallende Welle die Reflektionsbedingung, so bilden sich im Kristall zwei stehende Wellenfelder aus, ein Wellenfeld mit Maxima auf den Netzebenen, ein zweites mit Maxima zwischen den Netzebenen, das schwach absorbiert wird. Dies führt zu einer anomal schwachen Absorption der einfallenden Welle, im Vergleich zur normalen Absorption außerhalb des Reflexionsbereiches. Die Absorption wird dann durch den minimalen Absorptionskoeffizienten beschrieben

$$\sigma_{\min} = \frac{\mu}{\cos \mathcal{J}} \left( 1 - \frac{\chi_{nd}}{\chi_{0d}} \right) \quad (2.2)$$

(vergl. Pinsker (8)).  $\chi_{nd}$  und  $\chi_{0d}$  sind Entwicklungskoeffizienten der elektrischen Suszeptibilität nach reziproken Gittervektoren. Der minimale Absorptionskoeffizient gibt die Absorption an im Maximum der Reflektionskurve, bei einer Polarisation der einfallenden Welle senkrecht zur Reflektionsebene.

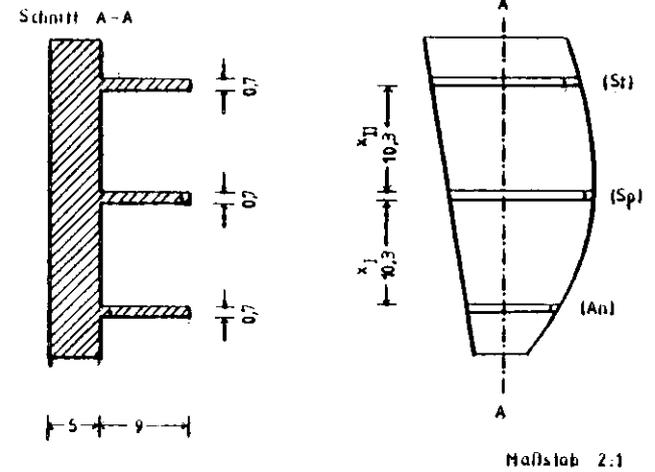
Dieser sogenannte Borrmann - Effekt ist abhängig von dem gewählten Reflex. In Tab. 2.1 sind die minimalen Absorptionskoeffizienten für eine Reihe von Reflexen, für die Energie von 17,5 keV, aufgelistet. Es zeigt sich, daß der Absorptionskoeffizient für den 220 - Reflex am geringsten ist.

Das Interferometer wurde so justiert, daß die 220 - Netzebenen senkrecht auf der Oberfläche der Spiegel stehen. Das Interferometer wurde mit einer Diamantsäge geschnitten und anschließend in einer Lösung aus Salpetersäure  $HNO_3$  und Flußsäure  $HF$  (95%+5%) geätzt. Die Form des Interferometers war durch den Rohling mitbestimmt. Der Analysator ist kleiner als die anderen Spiegel, um zu verhindern, daß die beiden nicht zur Interferenz beitragenden Strahlen den Analysator treffen und so bei den Messungen einen hohen Untergrund erzeugen.

Netzebene	$\bar{\sigma}_{min}$ ( $cm^{-1}$ )
111	104
220	12
311	109
400	24
331	119
422	36
333	130
440	48
444	72

Tab 2.1 Minimaler Absorptionskoeffizient für Germanium und einer Energie von 17,5 keV. Die Werte für  $|\chi_{oi}|$  und  $|\chi_{oi}|$  sind Pinsker (8) entnommen.

In Abb. 2.2 sind die Abmessungen des Interferometers aufgeführt, Bild 1 zeigt eine Aufnahme des Instruments.



Spiegelstärken: 691  $\mu m$  (St)  
 671  $\mu m$  (Sp)  
 670  $\mu m$  (An)

Spiegelabstände:  
 $x_I = 10\ 320\ \mu m$   
 $x_{II} = 10\ 340\ \mu m$

(gemessen mit Leitz-Komparator, Fehler  $\pm 10\ \mu m$ )

Abb. 2.2 Abmessungen des Interferometers



Bild 1 Germanium - Interferometer

5. Theoretische Grundlagen

5.1 Grundlagen der dynamischen Theorie der Röntgenbeugung

In diesem Kapitel sollen die wichtigsten Grundgleichungen der dynamischen Theorie zusammengefaßt und erläutert werden, sofern sie für die Interferometrie von Interesse sind. Die Gleichungen gelten für den Laue - Fall mit zwei stark angeregten Wellen. Eine ausführliche Darstellung findet sich in Pinsker, " Dynamical Scattering of X - Rays in Crystals ", (8), dessen Nomenklatur ich weitgehend übernehme.

Im folgenden bezeichnet  $\underline{k}$  einen Wellenvektor im Kristall,  $\underline{k}$  einen Wellenvektor im Vakuum,  $\underline{h}$  einen reziproken Gittervektor. Die elektromagnetischen Wellen im Kristall sind ebene Wellen mit Wellenvektoren  $\underline{k}_0$  ( ungebeugte Welle ) und  $\underline{k}_h$  ( gebeugte Welle ), die durch die Bedingung verknüpft sind :

$$\underline{k}_h = \underline{k}_0 + \underline{h} \quad ( 3.1 )$$

Die Lösungsmanigfaltigkeit der Wellenvektoren wird durch die Dispersionsfläche im reziproken Raum beschrieben ( Abb. 5.1 ).

$$( k_0 - k ) ( k_h - k ) = \frac{1}{4} k^2 c^2 \chi_n \chi_{\bar{n}} \quad ( 3.2 )$$

mit

$$c = \begin{cases} 1 & \text{D senkrecht z. Reflektionsebene ( } \sigma \text{ Pol. )} \\ |\cos 2\psi| & \text{D parallel z. Reflektionsebene ( } \pi \text{ Pol. )} \end{cases}$$

$$k = k \left( 1 + \frac{1}{2} \chi_0 \right) \quad ( 3.3 )$$

$\chi_0, \chi_n$  und  $\chi_{\bar{n}}$  (  $\bar{n} = -n$  ) sind die Entwicklungskoeffizienten der elektrischen Suszeptibilität nach reziproken Gittervektoren und im allgemeinen komplexe Größen .

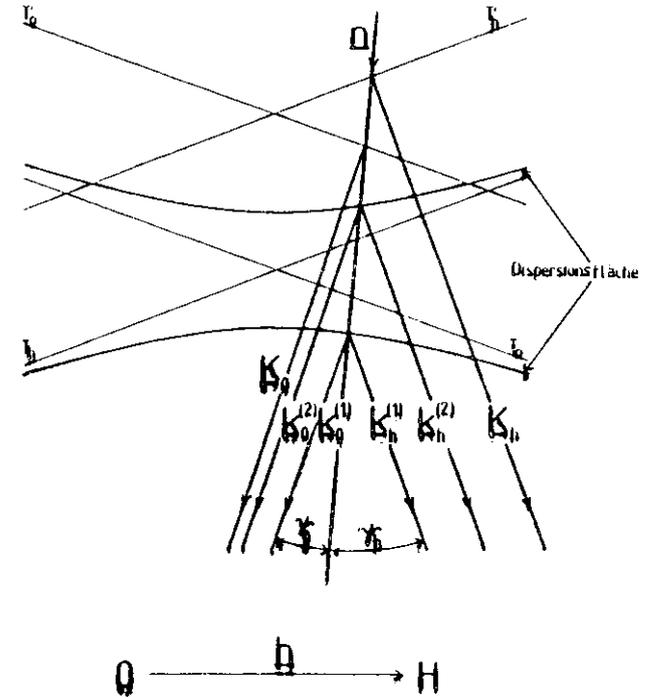


Abb. 5.1 Dispersionsfläche. Die Geraden  $T_0$  und  $T_h$  sind Tangenten an die Kreise mit Radius  $k$  um die Punkte  $O$  und  $H$  des reziproken Gitters,  $T_0$  und  $T_h$  Tangenten an die Kreise mit Radius  $k \cdot \underline{n}$  ist die in den Kristall gerichtete Oberflächennormale.

Zwischen dem Imaginärteil von  $\chi_c$  und dem Absorptionskoeffizienten  $\mu$  besteht ein einfacher Zusammenhang :

$$\chi_{ci} = - \frac{\mu}{2 \pi k} \quad ( 3.4 )$$

Ich beschränke mich an dieser Stelle auf Wellenfelder mit  $\sigma$ - Polarisation, da  $\pi$ - polarisierte Wellen in den ersten beiden Spiegeln des Interferometers stark absorbiert werden ( siehe (4) ), Die Lösungsmanigfaltigkeit wird erst durch die Wahl der Randbedingungen auf diskrete Werte eingeschränkt. Zulässige Lösungen sind

solche, deren Aufpunkt im Schnittpunkt der Oberflächennormalen mit der Dispersionsfläche liegt, wobei die Lage der Oberflächennormalen durch die Wellenvektoren  $\underline{k}_0$  und  $\underline{k}_h$ , der in O - Richtung, bzw. H - Richtung, einfallenden Wellen, bestimmt ist. Hierdurch wird die Forderung erfüllt, daß die Tangentialkomponenten der Wellenvektoren stetig sind. Die Vielfalt der Lösungen wird auf zwei Wellenfelder eingeschränkt.

$$\underline{D}^{(i)} = \exp(i\omega t) ( \underline{D}_0^{(i)} \exp(-2\pi i k_{0z}^{(i)} z) + \underline{D}_h^{(i)} \exp(-2\pi i k_{hz}^{(i)} z) ) \quad (3.5)$$

Der Index (i), i = 1, 2, kennzeichnet den jeweiligen Ast der Dispersionsfläche. Je nach Vorzeichen von  $\underline{D}_h^{(i)}$  liegen die Maxima der stehenden Wellenfelder auf, oder zwischen den Netzebenen, was zu einer unterschiedlichen Absorption der beiden Wellenfelder führt. Der Zusammenhang zwischen  $\underline{D}_0^{(i)}$  und  $\underline{D}_h^{(i)}$  ist gegeben durch:

$$c^{(i)} = \frac{\underline{D}_h^{(i)}}{\underline{D}_0^{(i)}} = - \frac{\beta + W}{2\chi_n \chi_n' (y_n / y_0) G}$$

$$W = \sqrt{\beta^2 + 4\chi_n \chi_n' G^2 (y_n / y_0)} \quad (3.6)$$

$$\beta = 2d\sigma \sin(2\phi) - \chi_0 (1 - (y_n / y_0))$$

Das obere Vorzeichen bezieht sich auf i = 1. Für O - Polarisation gilt  $G = 1.4d\sigma$  ist das Inkrement des Winkels der einfallenden Welle zur Netzebene, d.h. die Abweichung vom Braggwinkel.

$y_0 = \cos \gamma_0$ ,  $y_n = \cos \gamma_n$ , wobei  $\gamma_0$  und  $\gamma_n$  die Winkel von  $\underline{k}_0$  und  $\underline{k}_h$  bezüglich der Oberflächennormalen des Kristalls sind (siehe Abb. 3.1). Für symmetrische Reflexion ( $y_0 = y_n$ ) gilt im Maximum der Reflexionskurve ( $\beta = 0$ )

$$c^{(1)} = -c^{(2)} = -\sqrt{\frac{\chi_0}{\chi_n}} \quad (3.7)$$

und für einen zentralsymmetrischen Kristall mit  $\sqrt{\chi_n / \chi_n'} = -1$  (vergl. Pinsker (8) S.36)

$$c^{(1)} = -c^{(2)} = 1 \quad (3.8)$$

Im folgenden diskutiere ich Randbedingungen, die im Interferometer auftreten. Zunächst führe ich zwei neue Größen ein, die sich für die weiteren Rechnungen als nützlich erweisen.

$$\underline{k}_0 - \underline{k}_0^{(i)} = K \delta_0^{(i)} \underline{n} \quad (3.9)$$

$$\underline{k}_h - \underline{k}_h^{(i)} = K \delta_h^{(i)} \underline{n}$$

Für die Größen  $\delta_0^{(i)}$  und  $\delta_h^{(i)}$  gilt:

$$\delta_0^{(i)} = \frac{1}{4y_n} \beta \pm \frac{1}{4y_n} W - \frac{1}{2} \frac{\chi_n}{y_0} \quad (3.10)$$

$$\delta_h^{(i)} = \frac{G^2 \chi_n \chi_n'}{\mu_0 \beta \pm \mu_0 W} - \frac{1}{2} \frac{\chi_n}{y_n}$$

Die Randbedingungen an der Eintritts- und Austrittsfläche eines planparallelen Kristalls, bei einer einfallenden ebenen Welle in O-Richtung (Abb. 3.2), lauten (vergl. (6)):

$$\underline{D}_0^{(1)} + \underline{D}_0^{(2)} = \underline{D}_0^{(a)}, \quad \underline{D}_h^{(1)} + \underline{D}_h^{(2)} = 0 \quad (3.11)$$

für z=0 und

$$\underline{D}_0^{(1)} \exp(-2\pi i k_{0z}^{(1)}) + \underline{D}_0^{(2)} \exp(-2\pi i k_{0z}^{(2)}) = \underline{D}_0^{(d)} \exp(-2\pi i k_{0z}^{(d)})$$

$$\underline{D}_h^{(1)} \exp(-2\pi i k_{hz}^{(1)}) + \underline{D}_h^{(2)} \exp(-2\pi i k_{hz}^{(2)}) = \underline{D}_h^{(d)} \exp(-2\pi i k_{hz}^{(d)}) \quad (3.12)$$

für z=t.

Als Lösung der Gleichungen (3.11) erhält man die Vektoren der dielektrischen Verschiebung im Innern des Kristalls, aus (3.12) die austretenden Wellen.

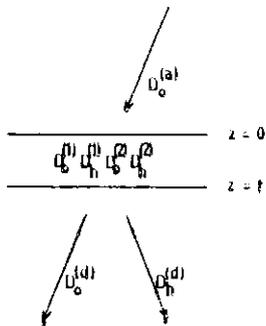


Abb. 3.2

Die h - Vektoren folgen aus den o - Vektoren mittels

$$\underline{U}_h^{(i)} = c^{(i)} \underline{U}_o^{(i)} \quad (\text{vergl. (3.6)}).$$

$$\underline{U}_o^{(1)} = \frac{c^{(2)}}{c^{(2)} - c^{(1)}} \underline{U}_o^{(a)}, \quad \underline{U}_o^{(2)} = \frac{c^{(1)}}{c^{(1)} - c^{(2)}} \underline{U}_o^{(a)} \quad (3.13)$$

Die an der Rückseite der Kristalls austretenden Strahlen sind von der Form :

$$\begin{aligned} \underline{U}_o^{(d)} = \underline{U}_o^{(a)} \frac{1}{c^{(2)} - c^{(1)}} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_o^{(1)} + \mathcal{J}_o^{(2)})) \\ - \left[ c^{(2)} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_o^{(1)} - \mathcal{J}_o^{(2)})) - c^{(1)} \exp(-\pi \text{itk}(\mathcal{J}_o^{(1)} - \mathcal{J}_o^{(2)})) \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_h^{(d)} = \underline{U}_o^{(a)} \frac{c^{(1)} c^{(2)}}{c^{(2)} - c^{(1)}} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} + \mathcal{J}_h^{(2)})) \\ - \left[ \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} - \mathcal{J}_h^{(2)})) - \exp(-\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} - \mathcal{J}_h^{(2)})) \right] \end{aligned}$$

Analog folgt aus den Randbedingungen für einen einfallenden h - Strahl (Abb. 3.3) :

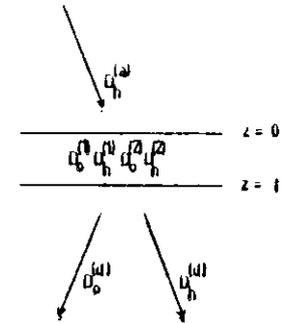


Abb. 3.3

$$\underline{U}_o^{(1)} = \frac{1}{c^{(1)} - c^{(2)}} \underline{U}_h^{(a)}, \quad \underline{U}_o^{(2)} = \frac{1}{c^{(2)} - c^{(1)}} \underline{U}_h^{(a)} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_o^{(d)} = \underline{U}_h^{(a)} \frac{1}{c^{(1)} - c^{(2)}} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_o^{(1)} + \mathcal{J}_o^{(2)})) \\ \cdot \left[ \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_o^{(1)} - \mathcal{J}_o^{(2)})) - \exp(-\pi \text{itk}(\mathcal{J}_o^{(1)} - \mathcal{J}_o^{(2)})) \right] \end{aligned} \quad (3.16)$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_h^{(d)} = \underline{U}_h^{(a)} \frac{1}{c^{(1)} - c^{(2)}} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} + \mathcal{J}_h^{(2)})) \\ \cdot \left[ c^{(1)} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} - \mathcal{J}_h^{(2)})) - c^{(2)} \exp(-\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} - \mathcal{J}_h^{(2)})) \right] \end{aligned}$$

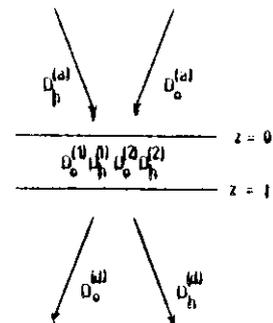


Abb. 3.4

Die Linearkombination der beiden Fälle liefert die Gleichungen für simultan einfallende O - und H - Strahlen (Abb. 3.4).

$$\underline{D}_O^{(1)} = \frac{1}{c^{(1)} - c^{(2)}} ( \underline{D}_h^{(a)} - c^{(2)} \underline{D}_O^{(a)} ) \quad (3.17)$$

$$\underline{D}_O^{(2)} = \frac{1}{c^{(2)} - c^{(1)}} ( \underline{D}_h^{(a)} - c^{(1)} \underline{D}_O^{(a)} )$$

$$\begin{aligned} \underline{D}_O^{(d)} = & \frac{1}{c^{(1)} - c^{(2)}} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_O^{(1)} + \mathcal{J}_O^{(2)})) \\ & \cdot \left[ ( \underline{D}_h^{(a)} - c^{(2)} \underline{D}_O^{(a)} ) \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_O^{(1)} - \mathcal{J}_O^{(2)})) \right. \\ & \left. - ( \underline{D}_h^{(a)} - c^{(1)} \underline{D}_O^{(a)} ) \exp(-\pi \text{itk}(\mathcal{J}_O^{(1)} - \mathcal{J}_O^{(2)})) \right] \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \underline{D}_h^{(d)} = & \frac{1}{c^{(1)} - c^{(2)}} \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} + \mathcal{J}_h^{(2)})) \\ & \cdot \left[ c^{(1)} ( \underline{D}_h^{(a)} - c^{(2)} \underline{D}_O^{(a)} ) \exp(\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} - \mathcal{J}_h^{(2)})) \right. \\ & \left. - c^{(2)} ( \underline{D}_h^{(a)} - c^{(1)} \underline{D}_O^{(a)} ) \exp(-\pi \text{itk}(\mathcal{J}_h^{(1)} - \mathcal{J}_h^{(2)})) \right] \end{aligned}$$

Abb. 3.5 zeigt die Transmissions- ( $|\underline{D}_O^{(d)}|^2 / |\underline{D}_O^{(a)}|^2$ ) und die Reflexionskurve ( $|\underline{D}_h^{(d)}|^2 / |\underline{D}_O^{(a)}|^2$ ) für den Germanium 220 - Reflex bei 17,5 keV, nach Gleichung ( 3.14 ) ( Ein - Kristall - Reflexionskurven ). Die Transmissionskurve zeigt eine leichte Asymmetrie, als Folge der unterschiedlichen Absorption der beiden Wellenfelder .

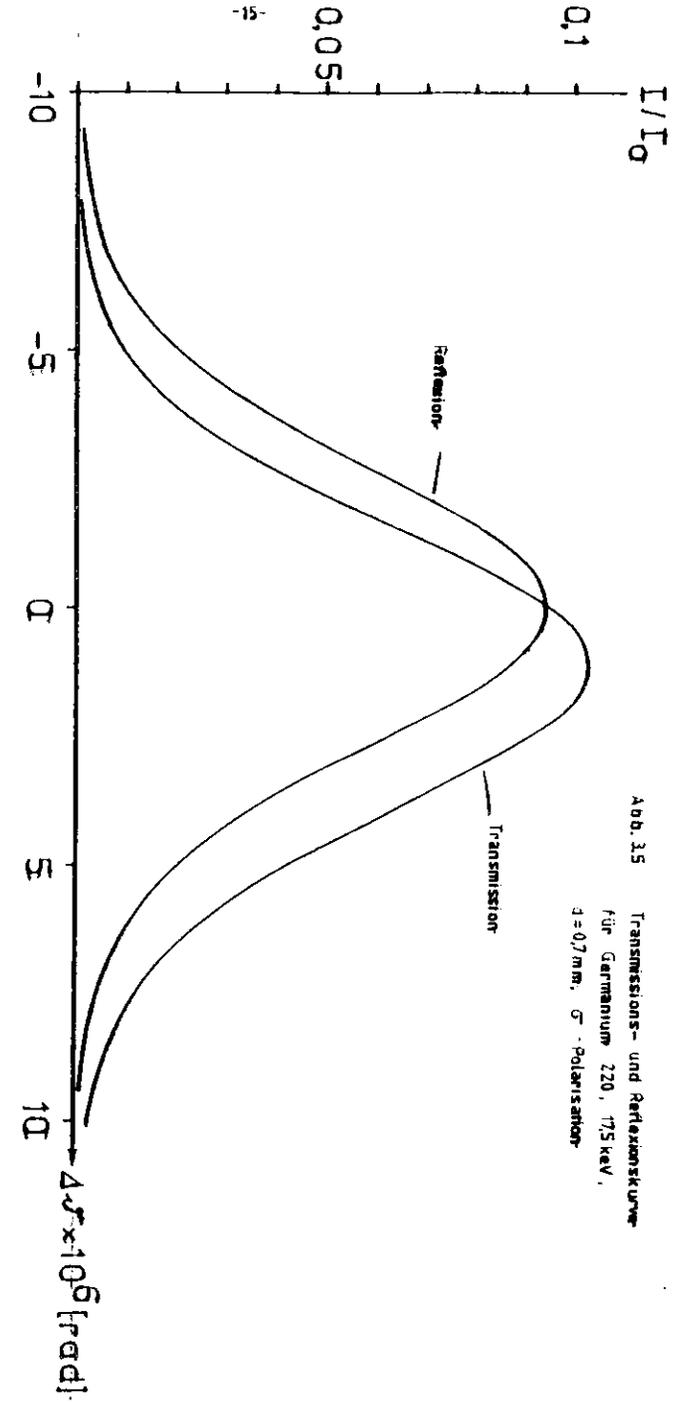


Abb. 3.5 Transmissions- und Reflexionskurve für Germanium 220, 17,5 keV,  $d = 0,7 \text{ mm}$ ,  $\sigma$  - Polarisator

3.2 Wellenfelder im Interferometer

Um die Vorgänge im Interferometer zu verstehen, ist es notwendig die Intensitätsverteilung zwischen den einzelnen Strahlen und Wellenfeldern zu kennen. Es stellt sich heraus, daß die Lage des stehenden Wellenfeldes im Analysator nicht nur eine Funktion des Phasenwinkels ist, sondern auch der Eindringtiefe.

Für die folgenden Rechnungen setze ich die ideale Geometrie des Interferometers voraus, d.h. die Spiegelstärken und die Spiegelabstände sind gleich groß. Ferner betrachte ich einen stark absorbierenden Kristall im symmetrischen Laue - Fall ( $\rho_c = \rho_n = \rho$ ). Setzt man (vergl. (3.10))

$$\gamma = \pi K (\delta_o^{(1)} - \delta_o^{(2)}) = \pi K (\delta_h^{(1)} - \delta_h^{(2)}) = \frac{K W}{2 f} \pi \quad (3.19)$$

so kann man aufgrund der starken Absorption Terme mit

$$\exp(i\gamma t) = \exp(i\gamma_r t) \exp(-\gamma_i t) \quad , \quad \gamma = \gamma_r + i\gamma_i$$

gegenüber Termen mit  $\exp(-i\gamma t)$  vernachlässigen. Dies entspricht der starken Absorption des 1. Wellenfeldes durch die Kristallatome, während das 2. anomal schwach absorbiert wird.

Die Bezeichnung der einzelnen Strahlen und Wellenfelder im Interferometer geht aus Abb. 3.6 hervor. Die Amplituden der einzelnen Teilstrahlen und Wellenfelder lassen sich leicht aus den Gleichungen für den einfachen Laue - Spiegel, unter den verschiedenen Randbedingungen, die in Kapitel 3.1 diskutiert wurden, herleiten.

Die einfallende ebene Welle  $D_o^{(a)}$  wird vom Strahlteiler in die Teilstrahlen  $D_o^I$  und  $D_h^{II}$  aufgespalten, die beim Durchgang durch den Phasenschieber um den Phasenwinkel  $2\alpha$  gegeneinander verschoben werden.

$$D_o^{I'} = D_o^I \exp(-i\alpha) \quad , \quad D_h^{II'} = D_h^{II} \exp(i\alpha) \quad (3.20)$$

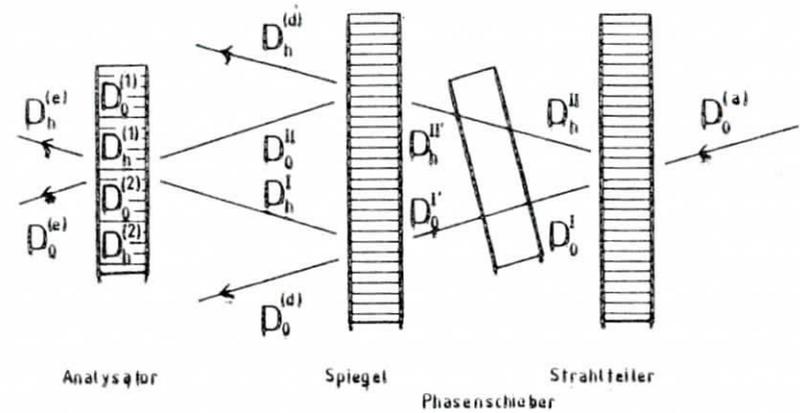


Abb. 3.6 Strahlengang im Interferometer

Die auf den 2. Spiegel einfallenden Strahlen sind mithin gegeben durch (vergl. (3.14), (3.19), (3.20)) :

$$D_o^{I'} = -D_o^{(a)} \exp(-i\alpha) \frac{c(1)}{c(2)-c(1)} \exp(\pi i t K (\delta_o^{(1)} + \delta_o^{(2)})) \exp(-i\gamma t) \quad (3.21)$$

$$D_h^{II'} = -D_o^{(a)} \exp(i\alpha) \frac{c(1)c(2)}{c(2)-c(1)} \exp(\pi i t K (\delta_h^{(1)} + \delta_h^{(2)})) \exp(-i\gamma t)$$

Der Spiegel spaltet die beiden Teilstrahlen in die interferierenden Strahlen  $D_o^{II}$  und  $D_h^I$  auf, sowie in die nichtinterferierenden Strahlen  $D_h^{(d)}$  und  $D_o^{(e)}$  die den Analysator passieren.

$$D_h^I = D_o^{(a)} \exp(-i\alpha) \frac{c(1)c(2)}{(c(2)-c(1))^2} \exp(\pi i t K \delta) \exp(-2i\gamma t)$$

$$D_o^{II} = -D_o^{(a)} \exp(i\alpha) \frac{c(1)c(2)}{(c(2)-c(1))^2} \exp(\pi i t K \delta) \exp(-2i\gamma t)$$

$$D_h^{(d)} = -D_o^{(a)} \exp(i\alpha) \frac{c(1)c(2)2}{(c(2)-c(1))^2} \exp(2\pi i t K \delta_h) \exp(-2i\gamma t) \quad (3.22)$$

$$D_o^{(e)} = D_o^{(a)} \exp(-i\alpha) \frac{c(1)2}{(c(2)-c(1))^2} \exp(2\pi i t K \delta_o) \exp(-2i\gamma t)$$

In den vorangegangenen Gleichungen wurden die folgenden Abkürzungen verwendet :

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_o^{(1)} + \mathcal{D}_o^{(2)} + \mathcal{D}_h^{(1)} + \mathcal{D}_h^{(2)}$$

$$\mathcal{D}_o = \mathcal{D}_o^{(1)} + \mathcal{D}_o^{(2)} \quad (3.23)$$

$$\mathcal{D}_h = \mathcal{D}_h^{(1)} + \mathcal{D}_h^{(2)}$$

Die stehenden Wellenfelder im Analysator erhält man aus (3.17), wenn man die einfallenden Wellen durch  $\underline{D}_o^{II}$  und  $\underline{D}_h^I$  ersetzt.

$$\underline{D}_o^{(1)} = -\underline{D}_o^{(a)} \frac{c^{(1)} c^{(2)}}{(c^{(2)} - c^{(1)})^3} \exp(\pi i t k \mathcal{D}) \exp(-2i \gamma t) (c^{(1)} \exp(-i\alpha) + c^{(2)} \exp(i\alpha))$$

$$\underline{D}_h^{(1)} = c^{(1)} \underline{D}_o^{(1)} \quad (3.24)$$

$$\underline{D}_o^{(2)} = \underline{D}_o^{(a)} \frac{c^{(1)} c^{(2)}}{(c^{(2)} - c^{(1)})^3} \exp(\pi i t k \mathcal{D}) \exp(-2i \gamma t) c^{(1)} (\exp(-i\alpha) + \exp(i\alpha))$$

$$\underline{D}_h^{(2)} = c^{(2)} \underline{D}_o^{(2)}$$

Die aus dem Analysator austretenden Teilstrahlen  $\underline{D}_o^{(e)}$  und  $\underline{D}_h^{(e)}$  folgen aus (3.18).

$$\underline{D}_o^{(e)} = 2 \underline{D}_o^{(a)} \frac{c^{(1)} c^{(2)}}{(c^{(2)} - c^{(1)})^3} \exp(\pi i t k (\mathcal{D} + \mathcal{D}_e)) \exp(-3i \gamma t) \cos \alpha \quad (3.25)$$

$$\underline{D}_h^{(e)} = c^{(2)} \underline{D}_o^{(e)}$$

Die gesamte Feldverteilung im Analysator erhält man nach (3.5) durch Überlagerung der einzelnen Wellenfelder.

$$\underline{D} = \left( \underline{D}_o^{(1)} + \underline{D}_h^{(1)} \exp(-2\pi i h \underline{r}) \right) \exp(-2\pi i k_o^{(1)} \underline{r}) + \left( \underline{D}_o^{(2)} + \underline{D}_h^{(2)} \exp(-2\pi i h \underline{r}) \right) \exp(-2\pi i k_o^{(2)} \underline{r}) \quad (3.26)$$

Mit  $\underline{k}_o^{(i)} = \underline{k}_o - k_o \delta_o^{(i)} \underline{n}$  erhält man :

$$\underline{D} = \exp(-2\pi i k_o \underline{r}) \left[ \underline{D}_o^{(1)} (1 + c^{(1)} \exp(-2\pi i h \underline{r})) \exp(2\pi i k_o \delta_o^{(1)} z) + \underline{D}_o^{(2)} (1 + c^{(2)} \exp(-2\pi i h \underline{r})) \exp(2\pi i k_o \delta_o^{(2)} z) \right] \quad (3.27)$$

Das Wellenfeld im Analysator hängt von mehreren Parametern ab. Einmal von der Eindringtiefe  $z$ , wie aus (3.27) unmittelbar zu ersehen ist. Die Amplituden der Wellenfelder  $\underline{D}_o^{(1)}$  und  $\underline{D}_o^{(2)}$  hängen zudem, außer vom Phasenwinkel  $\alpha$ , auch noch, über die Faktoren  $c^{(1)}$  und  $c^{(2)}$ , vom Einfallswinkel der Strahlung ab, eine Tatsache, die die Formeln recht unübersichtlich erscheinen läßt. Da das Interferometer im Maximum der Reflexionskurve betrieben wird, sollte es genügen, sich auf einen festen Winkel zu beschränken, müßte man nicht die Divergenz der einfallenden Welle mit berücksichtigen. Mit Hilfe der Synchrotronstrahlung ist es jedoch möglich, monochromatische Wellen hoher Intensität mit einer Winkeldivergenz zu erzeugen, die klein ist im Vergleich zur Reflexionsbreite des Interferometers. Mithin genügt es an dieser Stelle tatsächlich, sich auf den Einfallswinkel im Maximum der Reflexionskurve zu beschränken. Es gilt dann (3.8) :

$$c^{(1)} = -c^{(2)} = 1$$

Aus (3.24) und (3.27) folgt

$$\underline{D} = A \exp(-2\pi i k_o \underline{r}) \left[ i \sin \alpha (1 + \exp(-2\pi i h \underline{r})) \exp(2\pi i k_o \delta_o^{(1)} z) + \cos \alpha (1 - \exp(-2\pi i h \underline{r})) \exp(2\pi i k_o \delta_o^{(2)} z) \right] = 2i A \exp(-2\pi i k_o \underline{r}) \exp(-\pi i h \underline{r}) \exp(\pi i k_o \mathcal{D}_e) \quad (3.28)$$

$$\left[ \sin \alpha \cos(\pi h \underline{r}) \exp(i \gamma z) + \cos \alpha \sin(\pi h \underline{r}) \exp(-i \gamma z) \right]$$

$$A = \frac{1}{4} \underline{D}_o^{(a)} \exp(\pi i t k \mathcal{D}) \exp(-2i \gamma t)$$

Die Intensitätsverteilung im Analysator ist proportional

$$|D|^2 = 4 |A|^2 \exp(-2\pi K (\mathcal{J}_{oi}^{(1)} + \mathcal{J}_{oi}^{(2)}) z) \quad (3.29)$$

$$\left[ \sin \alpha \cos(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\eta_i z) \exp(i \eta_i z) + \cos \alpha \sin(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(\eta_i z) \exp(-i \eta_i z) \right] \times \text{conj. komplex}$$

$$|A|^2 = \frac{1}{16} |D_o^{(a)}|^2 \exp(-2\pi t K \mathcal{J}_i) \exp(4 \eta_i t)$$

Hieraus folgt :

$$|D|^2 = 4 |A|^2 \exp(-2\pi K (\mathcal{J}_{oi}^{(1)} + \mathcal{J}_{oi}^{(2)}) z) \left[ \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-2\eta_i z) + \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(2\eta_i z) + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) \cos(\eta_i z) \right] \quad (3.30)$$

Für die  $\mathcal{J}$ -Faktoren erhält man im symmetrischen Laue-Fall, im Maximum der Reflexionskurve, einfache Ausdrücke. Ich beschränke mich wiederum auf  $\sigma$ -polarisierte Wellen, da man die  $\pi$ -polarisierten, aufgrund der starken Absorption in den ersten beiden Spiegeln, vernachlässigen kann.

Unter der Voraussetzung  $\chi_{hi} \ll \chi_{hr}$ , erhält man für den Realteil und den Imaginärteil der Größe  $W$  (siehe Pinsker (8), S. 88 ff.) :

$$W_r = 2 |\chi_{hr}|, \quad W_i = 2 |\chi_{hi}| \quad (3.31)$$

Hithin gilt :

$$\eta_r = \frac{\pi K W_r}{2 \gamma} = \pi K |\chi_{hr}| / \gamma, \quad \eta_i = \frac{\pi K W_i}{2 \gamma} = \pi K |\chi_{hi}| / \gamma \quad (3.32)$$

$$\mathcal{J}_{oi}^{(1)} + \mathcal{J}_{oi}^{(2)} = \mathcal{J}_{hi}^{(1)} + \mathcal{J}_{hi}^{(2)} = -\chi_{hi} / \gamma, \quad \mathcal{J}_i = -2 \chi_{hi} / \gamma \quad (3.33)$$

Setzt man diese Ausdrücke in (3.30) ein, so erhält man unter Berücksichtigung von (3.4) :

$$|A|^2 = \frac{1}{16} |D_o^{(a)}|^2 \exp(-4\pi t K |\chi_{hi}| (1 - \frac{|\chi_{hi}|}{|\chi_{hr}|}) / \gamma)$$

$$|D|^2 = 4 |A|^2 \exp(-2\pi K |\chi_{hi}| z / \gamma)$$

$$\begin{aligned} & \left( \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-2\pi K |\chi_{hi}| z / \gamma) \right. \\ & \left. + \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(2\pi K |\chi_{hi}| z / \gamma) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) \cos(\pi K |\chi_{hr}| z / \gamma) \right) \quad (3.34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & = \frac{1}{4} |D_o^{(a)}|^2 \exp(-2\mu t (1 - \frac{|\chi_{hi}|}{|\chi_{hr}|}) / \gamma) \\ & \left( \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\mu z (1 + \frac{|\chi_{hi}|}{|\chi_{hr}|}) / \gamma) \right. \\ & \left. + \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\mu z (1 - \frac{|\chi_{hi}|}{|\chi_{hr}|}) / \gamma) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) \cos(\pi K |\chi_{hr}| z / \gamma) \exp(-\mu z / \gamma) \right) \end{aligned}$$

Führt man die Größen

$$\sigma_{\min} = \mu (1 - \frac{|\chi_{hi}|}{|\chi_{hr}|}) / \gamma \quad (3.35)$$

$$\sigma_{\max} = \mu (1 + \frac{|\chi_{hi}|}{|\chi_{hr}|}) / \gamma$$

und die Extinktionslänge  $\Delta$  ein,

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{K |\chi_{hr}|}{\gamma} \quad (3.36)$$

so erhält man die Intensitätsverteilung in der Form :

$$\begin{aligned} |D|^2 & = \frac{1}{4} |D_o^{(a)}|^2 \exp(-2 \sigma_{\min} t) \\ & \left( \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\max} z) \right. \\ & \left. + \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\min} z) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) \cos(\pi \frac{z}{\Delta}) \exp(-\mu z / \gamma) \right) \quad (3.37) \end{aligned}$$

Der Vorfaktor in ( 3.37 ) beschreibt die Absorption der Strahlung in den ersten beiden Spiegeln des Interferometers . Je nach Phasenwinkel wird das erste Wellenfeld ( erster Term in der Klammer ), das von den Kristallatomen anomal stark absorbiert wird, oder das zweite Wellenfeld (zweiter Term), das anomal schwach absorbiert wird, stärker angeregt. Der dritte Term beschreibt die Interferenz der beiden Wellenfelder.

Die Abb. 3.7 - 3.10 zeigen die Funktion

$$f(\underline{h}, \underline{r}) = \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\max} z) + \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\min} z) + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) \cos(\pi \frac{z}{d}) \exp(-\mu z / \gamma) \quad (3.37 a)$$

für verschiedene Phasenwinkel  $\alpha$  und Eindringtiefen  $z$ , für Germanium 220 - Reflexion,  $\sigma^-$  - Polarisation und einer Energie  $E = 17,5 \text{ keV}$ , mit den Parametern  $d = 15,2 \mu\text{m}$ ,  $\sigma_{\min} = 12 \text{ cm}^{-1}$ ,  $\sigma_{\max} = 655 \text{ cm}^{-1}$ .

Die Punkte 0 und 1 der Abzisse entsprechen zwei benachbarten 220 - Netzebenen des Kristalls. Für  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 90^\circ$  bleibt lediglich ein Wellenfeld übrig. Der Interferenzterm verschwindet. Für  $\alpha = 45^\circ$  werden beide Felder gleich stark angeregt. Aus den Abbildungen wird der Verlauf der Wellenfelder deutlich, wenn der Phasenwinkel variiert wird. Für  $\alpha = 10^\circ$  (Abb. 3.7) liegt das Intensitätsmaximum noch zwischen den Netzebenen. Bei einem Winkel  $\alpha = 30^\circ$  wird das erste Wellenfeld merklich angeregt, jedoch von den Kristallatomen stark absorbiert, so daß sich die Intensitätsverteilung mit zunehmender Eindringtiefe wieder auf das Zentrum zwischen den Netzebenen konzentriert . Aufgrund der Interferenz der beiden Wellenfelder pendelt das Intensitätsmaximum um die Mittellage. Dies geht besonders deutlich aus der Abb. 3.9 hervor ( $\alpha = 50^\circ$ ). Bei  $\alpha = 70^\circ$  ( Abb. 3.10 ) nimmt die Intensität sehr stark mit der Eindringtiefe ab . Das erste Wellenfeld ist in diesem Fall dominant.

Zum Abschluß dieses Kapitels gebe ich noch die Intensität der Strahlen an, die das Interferometer verlassen .

Für den nichtinterferierenden Strahl gilt :

$$|I_{\text{H}}^{(d)}|^2 = \frac{1}{16} |I_0^{(a)}|^2 \exp(-2\sigma_{\min} t) \quad (3.38)$$

Der interferierende Strahl ist mit dem Phasenwinkel moduliert .

$$|I_{\text{H}}^{(e)}|^2 = \frac{1}{16} |I_0^{(a)}|^2 \exp(-3\sigma_{\min} t) \cos^2 \alpha \quad (3.39)$$

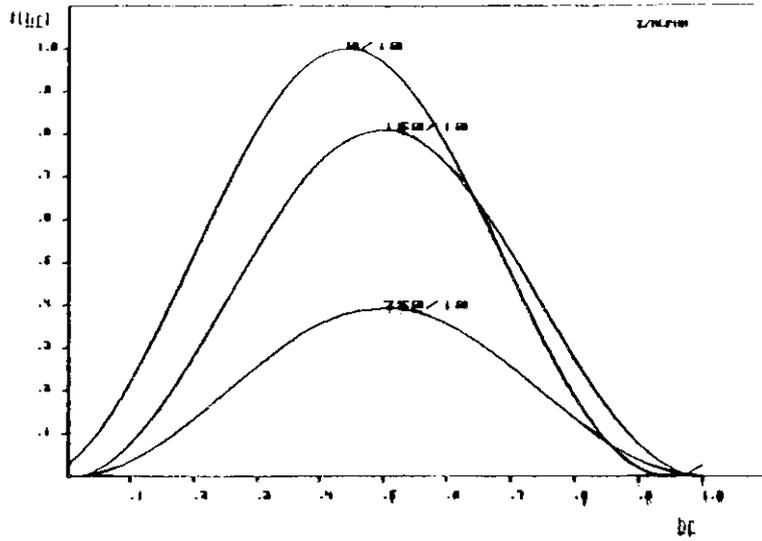


Abb. 5.7 Wellenfelder für  $\alpha = 10^\circ$ ,  $z = 0,150; 750 \mu m$ ,  $\frac{z}{\Delta} = 0,9; 9; 49,3$

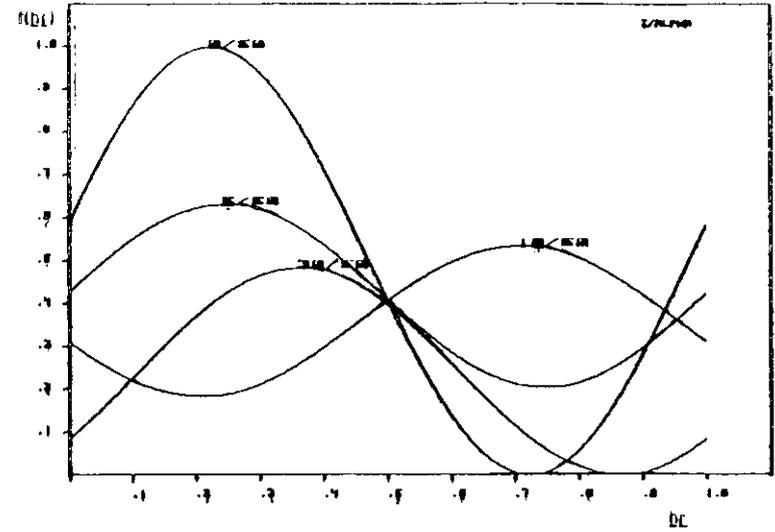


Abb. 5.9 Wellenfelder für  $\alpha = 50^\circ$ ,  $z = 0,5; 10; 30 \mu m$ ,  $\frac{z}{\Delta} = 0,0,3; 0,7; 2,0$

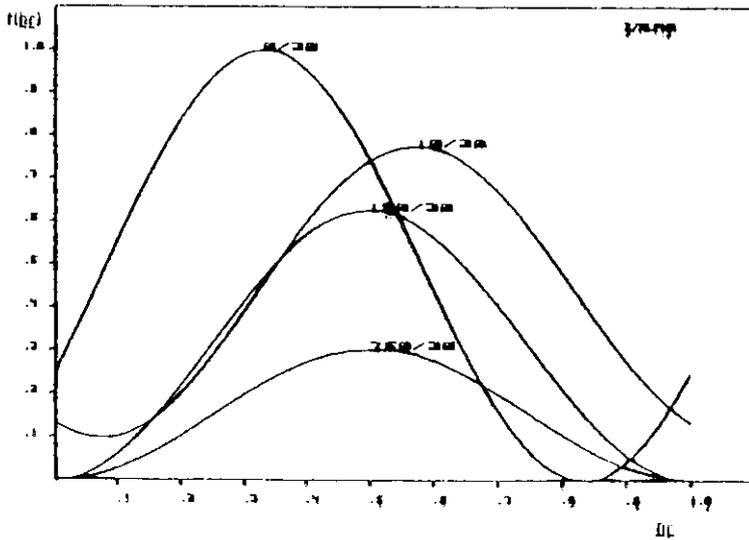


Abb. 5.8 Wellenfelder für  $\alpha = 30^\circ$ ,  $z = 0,10; 150; 750 \mu m$ ,  $\frac{z}{\Delta} = 0,0,7; 9; 49,3$

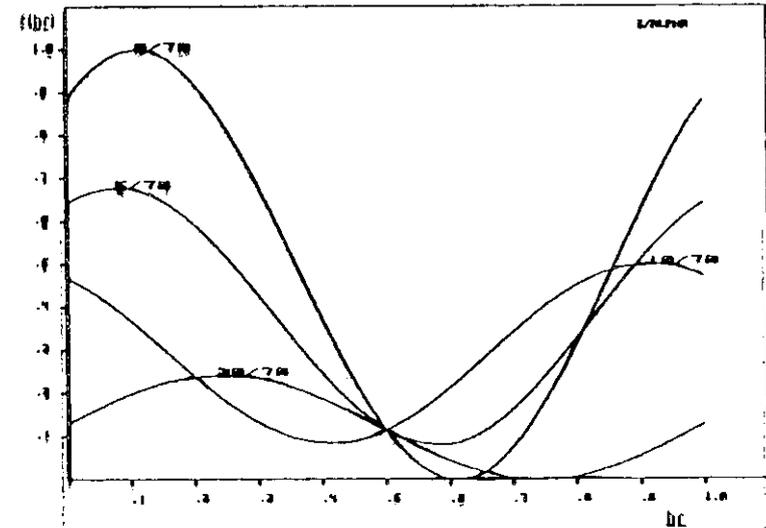


Abb. 5.10 Wellenfelder für  $\alpha = 70^\circ$ ,  $z = 0,5; 10; 30 \mu m$ ,  $\frac{z}{\Delta} = 0,0,3; 0,7; 2,0$

3.3 Fluoreszenzausbeute

Die in einem Volumenelement  $dV = \Delta x \Delta y dz$  des Analysators absorbierte Intensität, normiert auf die einfallende Strahlung ( $A | \underline{D}_0^{(a)} |^2$ ) vor dem Interferometer, ist proportional :

$$\Delta I dV = \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} ( | \underline{D}(x,y,z) |^2 - | \underline{D}(x,y,z+dz) |^2 ) dx dy / A | \underline{D}_0^{(a)} |^2 \quad (3.40)$$

$A = \Delta x \Delta y = (x_2 - x_1)(y_2 - y_1)$  ist die von der Röntgenstrahlung ausgeleuchtete Fläche (siehe Abb. 3.11). Setzt man (3.37) in die obige Gleichung ein, so erhält man :

$$\begin{aligned} \Delta I dV = & \frac{1}{4A} \exp(-2\sigma_{\min} t) \quad (3.41) \\ & \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \left[ \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\max} z) (1 - \exp(-\sigma_{\max} dz)) \right. \\ & + \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\min} z) (1 - \exp(-\sigma_{\min} dz)) \\ & \left. + \frac{1}{2} \sin(2\alpha) \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) (\cos(\pi \frac{z}{\Delta}) - \cos(\pi \frac{z+dz}{\Delta})) \right] dx dy dz \end{aligned}$$

Um die Integration durchführen zu können, entwickle ich die Ausdrücke nach dz.

$$\begin{aligned} \int \Delta I dV = & \frac{1}{4A} \exp(-2\sigma_{\min} t) \quad (3.42) \\ & \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{z_1}^{z_2} \left[ \sigma_{\max} \sin^2 \alpha \cos^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\max} z) \right. \\ & + \sigma_{\min} \cos^2 \alpha \sin^2(\pi \underline{h} \underline{r}) \exp(-\sigma_{\min} z) \\ & \left. + \frac{\pi}{2\Delta} \sin(2\alpha) \sin(2\pi \underline{h} \underline{r}) \sin(\pi \frac{z}{\Delta}) \right] dx dy dz \end{aligned}$$

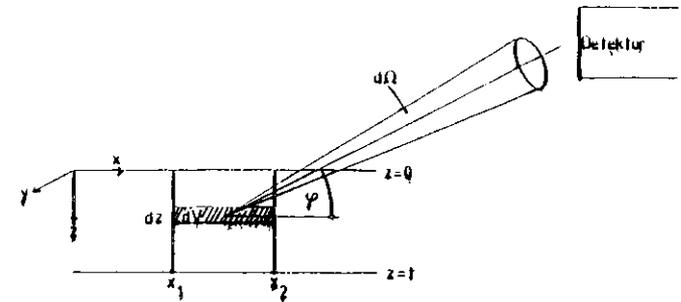


Abb. 3.11 Koordinatensystem

Bezeichnet man mit  $\omega_F$  die Emissionswahrscheinlichkeit, mit  $\mu_F$  den Absorptionskoeffizienten der Fluoreszenzstrahlung, so ist die Intensität der in den Raumwinkel  $d\Omega$  emittierten Strahlung

$$I_F d\Omega dV = \frac{1}{4\pi} \omega_F \Delta I \exp(-\mu_F z / \sin \psi) d\Omega dV \quad (3.43)$$

$\psi$  ist der Winkel, unter dem die Fluoreszenzstrahlung abgestrahlt wird. Er kann in erster Näherung als konstant angenommen werden, solange die Spiegeldicke und der Strahlquerschnitt klein im Vergleich zu den übrigen geometrischen Abmessungen des Versuchsaufbaus sind. Mit  $\underline{h} = (1/d, 0, 0)$  erhält man nach der Integration über  $y$  :

$$\begin{aligned} I_F d\Omega dz = & \frac{1}{16\pi A} \Delta y \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \exp(-\mu_F z / \sin \psi) \quad (3.44) \\ & \left[ \sigma_{\max} \sin^2 \alpha \exp(-\sigma_{\max} z) \int_{x_1}^{x_2} \cos^2(\pi x/d) dx \right. \\ & + \sigma_{\min} \cos^2 \alpha \exp(-\sigma_{\min} z) \int_{x_1}^{x_2} \sin^2(\pi x/d) dx \\ & \left. + \frac{\pi}{2\Delta} \sin(2\alpha) \sin(\pi \frac{z}{\Delta}) \int_{x_1}^{x_2} \sin(2\pi x/d) dx \right] d\Omega dz \end{aligned}$$

Der Integrationsbereich ist bedeutend größer als die Gitterkonstante und somit der Periode der Wellenfelder. Die Integrale können mithin ohne großen Fehler durch ihre Mittelwerte ersetzt werden. Es gilt :

$$\begin{aligned}
 \int_{x_1}^{x_2} x^2 \cos^2(\pi x/d) dx &= \frac{1}{2} 4x \\
 \int_{x_1}^{x_2} x^2 \sin^2(\pi x/d) dx &= \frac{1}{2} 4x \\
 \int_{x_1}^{x_2} x^2 \sin(2\pi x/d) dx &= 0
 \end{aligned} \quad (3.45)$$

Gleichung (3.44) nimmt somit die Form an :

$$\begin{aligned}
 I_F d\Omega dz &= \frac{1}{32\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \exp(-\mu_F z / \sin\psi) \\
 & \quad (\sigma_{\max} \sin^2\alpha \exp(-\sigma_{\max} z) + \sigma_{\min} \cos^2\alpha \exp(-\sigma_{\min} z)) d\Omega dz
 \end{aligned} \quad (3.46)$$

Die totale Fluoreszenzausbeute erhält man durch Integration über  $z$ .

$$\begin{aligned}
 I_F d\Omega &= \frac{1}{32\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \\
 & \quad \left[ \sigma_{\max} \sin^2\alpha \int_0^t \exp(-(\sigma_{\max} + \mu_F / \sin\psi)z) dz \right. \\
 & \quad \left. + \sigma_{\min} \cos^2\alpha \int_0^t \exp(-(\sigma_{\min} + \mu_F / \sin\psi)z) dz \right] d\Omega \\
 &= \frac{1}{32\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \\
 & \quad \left[ \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min} + \mu_F / \sin\psi} \sin^2\alpha (1 - \exp(-(\sigma_{\max} + \mu_F / \sin\psi)t)) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\min} + \mu_F / \sin\psi} \cos^2\alpha (1 - \exp(-(\sigma_{\min} + \mu_F / \sin\psi)t)) \right] d\Omega
 \end{aligned} \quad (3.48)$$

Für einen Kristall mit starker Absorption gilt :

$$\exp(-(\sigma_{\max} + \mu_F / \sin\psi)t) \ll \exp(-(\sigma_{\min} + \mu_F / \sin\psi)t) \ll 1$$

Diese Terme können mithin vernachlässigt werden, und man erhält die Fluoreszenzausbeute in der endgültigen Form :

$$\begin{aligned}
 I_F d\Omega &= \frac{d\Omega}{32\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \\
 & \quad (\sin^2\alpha \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \mu_F / \sin\psi} + \cos^2\alpha \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\min} + \mu_F / \sin\psi})
 \end{aligned} \quad (3.49)$$

Gleichung (3.49) zeigt das erwartete Resultat. Die Fluoreszenz ist für den Phasenwinkel  $\alpha = \pi/2$  maximal. Die Wellenfelder liegen dann auf den Netzebenen. Der Vergleich mit (3.39) zeigt, daß die Fluoreszenz exakt gegenphasig zum interferierenden Strahl ist.

In Abb. 3.12 ist die mittlere Fluoreszenzausbeute für  $\alpha = 90^\circ$

$$\overline{I_F} d\Omega = \frac{d\Omega}{64\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \mu_F / \sin\psi} \quad (3.50)$$

als Funktion der Energie aufgetragen. Die Werte für  $\sigma_{\min}$  und  $\sigma_{\max}$  sind der Arbeit von Efimov und Persson (16) entnommen. Die Kurve fällt, in der Nähe der Germanium - Absorptionskante bei 11,1 keV, steil ab. In diesem Energiebereich wirkt sich die Absorption durch die ersten beiden Spiegel besonders stark aus.

E (keV)	$\sigma_{\min}$ (cm <sup>-1</sup> )	$\sigma_{\max}$ (cm <sup>-1</sup> )
11,3	42	2266
12,4	32	1741
13,4	25	1379
13,7	24	1297
14,6	20	1071
17,5	12	635
19,6	8	462
22,2	6	331
24,9	4	240

Tab. 3.1 Absorptionskoeffizienten (nach Persson & Efimov (16))

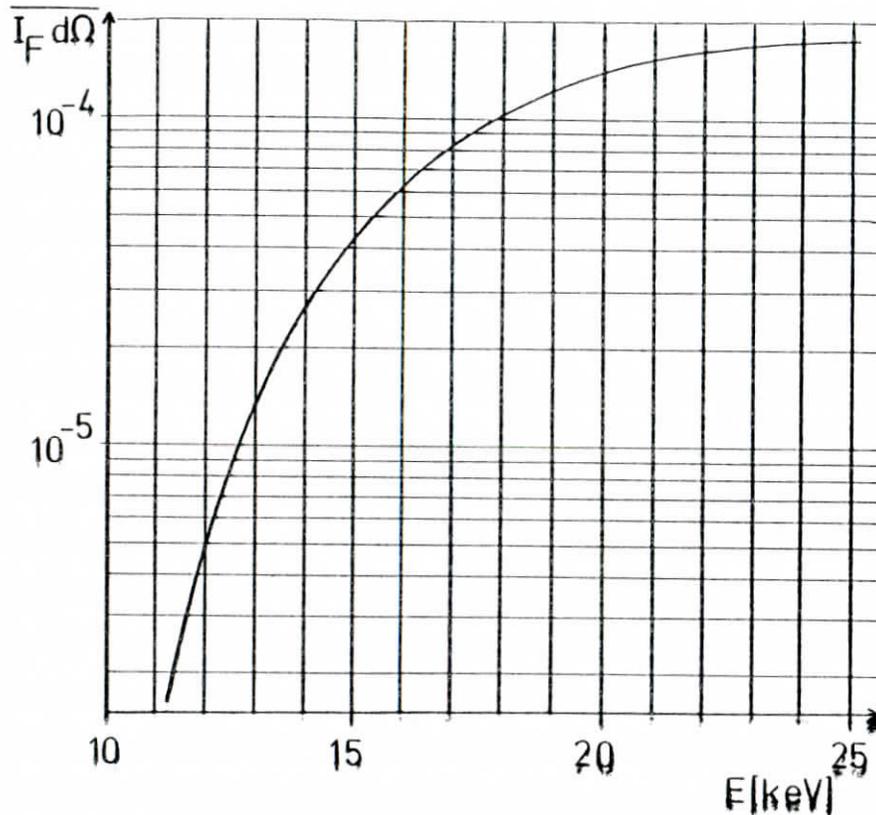


Abb. 3.12 Fluoreszenzausbeute als Funktion der Energie.  
 $d\Omega = 0,5 \text{ sterad}$ ,  $\omega_F = 0,3$ ;  $\varphi = 34^\circ$ ,  $\mu_F = 200 \text{ cm}^{-1}$

#### 4. Experimenteller Aufbau

##### 4.1 Mechanischer Aufbau

Der Röntgenmeßplatz RÖMO ("Röntgenmonochromator"), an dem das Experiment durchgeführt wurde, ist für Messungen mit stehenden Röntgenwellenfeldern und EXAFS ("extended x-ray absorption fine structure") konzipiert. Die Synchrotronstrahlung des Speicherringes wird durch ein UHV - System an das Experiment herangeführt. Das Vakuumsystem wird vor dem Monochromator durch ein Berylliumfenster abgeschlossen, so das die Aufbauten des Experiments an Luft erfolgen können. Der Monochromator ist von der Experimentierfläche räumlich getrennt, jedoch stehen beide auf einer gemeinsamen schwingungsdämpfenden Stahlplatte, wodurch sich die Störanfälligkeit des getrennten Aufbaus weitgehend ausgleichen läßt. Es ist immerhin zu beachten, daß die Winkel von Monochromator und Interferometer auf ca. 1" stabil gehalten werden müssen. Die Justierung des Interferometers erfolgt mit einer 2 - fach kugelgelagerten Achse mit aufgesetztem Goniometerkopf. Die Feineinstellung des Winkels wird ermöglicht durch eine Spindel mit Feingewinde, die durch einen Schrittmotor getrieben wird, sowie ein Piezoelement, mit dem sich mechanische Instabilitäten während der Messung erschütterungsfrei ausgleichen lassen. Während der Tests des Interferometers stellte sich heraus, daß das Interferometer zusätzlich thermisch isoliert werden mußte. Dies erfolgte durch ein Styroporgehäuse, das dem Interferometer angepaßt wurde.

Der Phasenschieber wurde von einem schrittmotorgetriebenen Goniometerkopf gedreht. Um die unvermeidlichen Schwingungen beim Fahren des Motors zu unterdrücken, wurde der Goniometerkopf mit einer Gummimatte gedämpft. Zum mechanischen Aufbau gehört ferner das Spaltsystem, das es gestattet einen gewünschten Querschnitt aus dem monochromatischen Strahl auszublenden. Abb. 4.1 zeigt eine Skizze des Versuchsaufbaus.

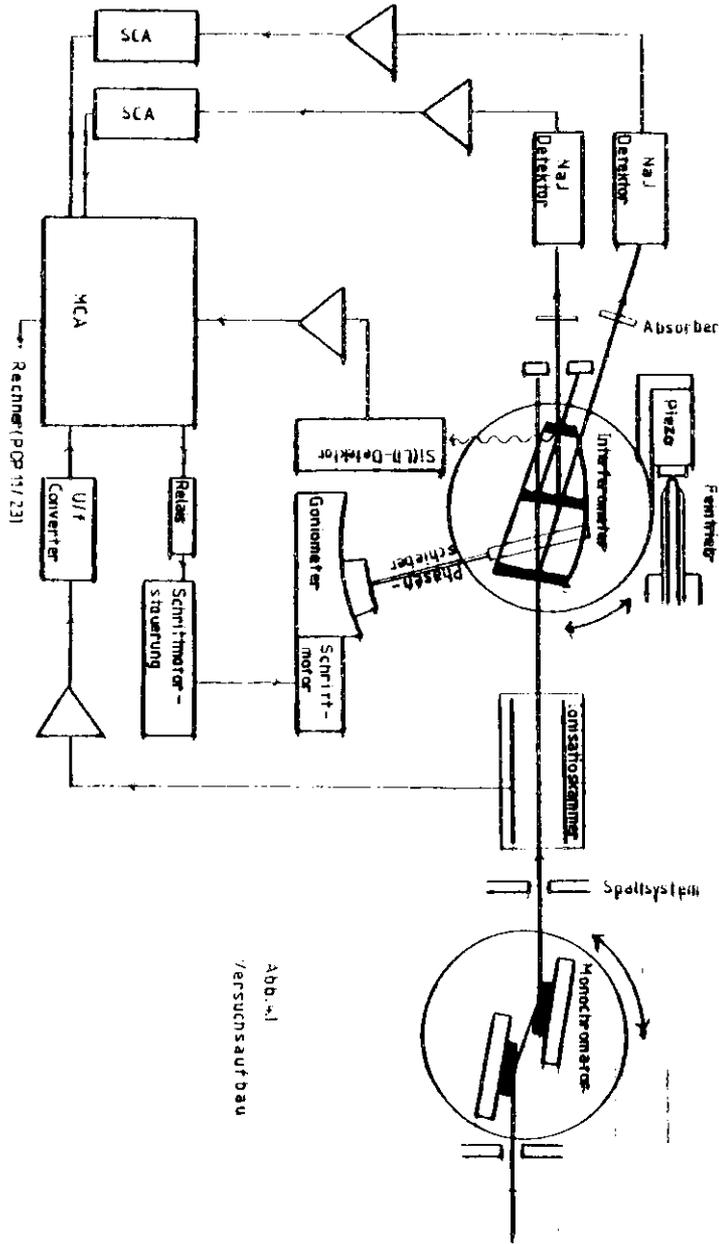


Abb. 4.1  
Versuchsaufbau

4.2 Phasenverschiebung durch eine planparallele Platte

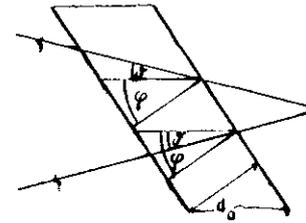


Abb. 4.2 Strahlengang im Phasenschieber

Durch Drehen einer planparallelen Platte um den Winkel  $\varphi$ , lassen sich auf einfache Weise die Phasen zweier Wellen gegeneinander verschieben, da beide Wellen unterschiedliche Wege im Material zurücklegen. Die Wegdifferenz ist gegeben durch :

$$\Delta d = d_0 \left( \frac{1}{\cos(\theta + \varphi)} - \frac{1}{\cos(\theta - \varphi)} \right) \quad (4.1)$$

Ist  $K$  der Wellenvektor im Vakuum, so gilt für den Wellenvektor im Medium mit Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  :

$$K' = \sqrt{\epsilon} K$$

Die Phasendifferenz der beiden Strahlen ist mithin :

$$\begin{aligned} 2\alpha &= (K' - K) \Delta d = K \Delta d (1 - \sqrt{\epsilon}) \\ &= K(1 - \sqrt{\epsilon}) d_0 \left( \frac{1}{\cos(\theta + \varphi)} - \frac{1}{\cos(\theta - \varphi)} \right) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Wählt man die Materialstärke  $d_0$  so, daß man mit kleinen Drehwinkeln auskommt, so läßt sich der obige Ausdruck linearisieren. Es gilt :

$$\left( \frac{1}{\cos(\vartheta + \gamma)} - \frac{1}{\cos(\vartheta - \gamma)} \right) = \frac{2 \sin \vartheta \sin \gamma}{\cos^2 \vartheta \cos^2 \gamma - \sin^2 \vartheta \sin^2 \gamma} \quad (4.3)$$

Setzt man  $\sin \gamma \approx \gamma$ ,  $\cos \gamma \approx 1$ , und vernachlässigt für hinreichend kleine Werte des Braggwinkels  $\vartheta$   $\sin^2 \vartheta \gamma$  gegenüber  $\cos^2 \vartheta$ , so erhält man schließlich:

$$2\alpha = K(1 - \sqrt{\epsilon}) d_0 \frac{2 \sin \vartheta}{\cos^2 \vartheta} \gamma \quad (4.4)$$

#### 4.3 Monochromatoren

Die Messungen mit dem Interferometer am Speicherring erfolgten parallel zum Aufbau des Röntgenmeßstandes RÖMO. Daher wurden für die ersten Messungen Nuten - Kristalle für die Monochromatisierung der Röntgenstrahlung verwendet. Nach dem Aufbau des Doppelkristall - Monochromators konnten zwei getrennte Kristalle eingesetzt werden. Aufbau und Wirkungsweise dieser Monochromatoren für Synchrotronstrahlung ist an anderer Stelle ausführlich beschrieben worden ( z.B. von Materlik und Kostroun (9), (10) ), daher sollen hier nur die wesentlichen Eigenschaften der verwendeten Kristalle angegeben werden.

Aus der Bragg'schen Reflexionsbedingung (2.1) folgt, daß neben der Grundwelle auch eine Reihe von Harmonischen vom Kristall reflektiert werden. Die dynamische Theorie sagt jedoch aus, daß die Reflexionskurven der Harmonischen leicht gegenüber der Reflexionskurve der Grundwelle auf der Winkelskala verschoben sind, so daß man durch Feinabstimmung der Nut die Grundwelle selektieren kann. Hierzu sind die Nuten mit einer Biegetaile versehen und können mit einem Piezo-element gebogen werden.

Beim ersten Nutenkristall handelte es sich um eine Silizium 111 - Nut, mit einem asymmetrisch geschnittenen ersten Spiegel und einem symmetrischen zweiten. Der Asymmetriewinkel ( Winkel zwischen Netzebenen und Oberfläche ) betrug  $8^\circ$ . Dies führt zu einer Fokussierung der monochromatischen Welle, und somit zu einer Erhöhung der Divergenz im Vergleich zum symmetrischen Fall. Diese Nut arbeitete in einem Energiebereich von 3 keV bis ca. 11 keV.

Die zweite Nut war eine asymmetrisch - symmetrische Silizium 220 - Nut, mit einem Asymmetriewinkel von  $10,2^\circ$ . Diese Nut wirkte defokussierend, d.h. die Winkeldivergenz im monochromatischen Strahl ist kleiner als bei der ersten Nut. Die Divergenz der monochromatischen Welle betrug bei 17 keV etwa  $0,4''$ .

Der Doppelkristallmonochromator wurde mit zwei symmetrischen Silizium 220 - Kristallen bestückt. Die Winkeldivergenz der Strahlung wurde zu  $2,1''$  berechnet.

#### 4.4 Detektoren

Die Intensität der transmittierten Strahlen, interferierender Strahl  $D_0^{(e)}$  und nichtinterferierender Strahl  $D_h^{(d)}$  (vergl. Abb. 5.6), wurde mit zwei NaJ(Tl) - Detektoren nachgewiesen. Um im linearen Bereich der Elektronik zu bleiben, wurden, wegen der hohen Zählraten, Absorber aus Aluminium vor die Detektoren gebracht. Der erste Detektor diente dem Nachweis der Phasenmodulation im interferierenden Strahl, der zweite zur Normierung der Messungen, da er sowohl Änderungen der einfallenden Intensität (der Elektronenstrom im Speicherring nimmt während einer Füllung kontinuierlich ab), als auch Intensitätsänderungen aufgrund von Driften des Interferometers erfasst.

An Stelle der NaJ(Tl) - Detektoren konnte eine Bildwandlerrohre mit nachfolgendem Videosystem montiert werden, die den interferierenden Strahl der direkten Beobachtung zugänglich macht.

Zur Messung des absoluten Photonenflusses, der auf das Interferometer fallenden Strahlung, wurde eine mit Stickstoff durchflossene Ionisationskammer verwendet. Aus dem Ionisationskammerstrom läßt sich gemäß

$$\phi = \frac{I E_1}{eE(1-\exp(-\mu d))} \quad (4.5)$$

$E_1$  = mittlere Ionisierungsenergie pro Ionenpaar

$I$  = Ionisationskammerstrom

$d$  = Länge der Kammer

$\mu$  = Absorptionskoeffizient des Füllgases

$e$  = Elementarladung

$E$  = Energie der einfallenden Strahlung

der Photonenfluß berechnen (11).

Zum Nachweis der Fluoreszenz, sowie der elastisch und inelastisch (Compton - ) gestreuten Strahlung, stand ein hochauflösender (155 eV bei 5,9 keV) Festkörperdetektor zur Verfügung (Si(Li)), mit einer empfindlichen Fläche von 30 mm<sup>2</sup>. Dieser wurde mit Blickrichtung senkrecht zur Reflexionsebene und etwa tangential zur Analysatoroberfläche aufgestellt.

#### 4.5 Signalverarbeitung und Auswertung

Sämtliche Signale wurden von einem Vielkanalanalysator ( MCA ) aufgezeichnet. Der 8k Speicherbereich des Analysators konnte in maximal 32 Untergruppen unterteilt werden, von denen jede zur Aufzeichnung eines vollständigen Spektrums des Festkörperdetektors diente. Die ersten 8 Kanäle jeder Untergruppe standen für zusätzliche Signale zur Verfügung. Diese Kanäle wurden benutzt, um die Signale der NaJ(Tl) - Detektoren und der Ionisationskammer zu speichern. Der MCA gestattete eine automatische Umschaltung zwischen den Untergruppen ( Gruppenfortschaltung ), sowie, durch Erstellen einer sogenannten "Auto - Sequenz", einen automatischen sequenziellen Ablauf bestimmter Funktionen, der es ermöglichte das Experiment vollautomatisch zu steuern. Nach Aufzeichnung eines Spektrums bis zu einer vorgegebenen Zeit, schaltet der MCA auf die nächste Untergruppe um und gibt zusätzlich einen TTL - Impuls auf einen Ausgang für einen Probenwechsler. Dieser Impuls startet über ein Relais das Steuergerät des Schrittmotors, der den Phasenschieber um einen festen Winkel weiterdreht. Pro Messung können auf diese Weise bis zu 32 Messpunkte gewonnen werden.

Nach Ablauf der Messung wird der gesamte Inhalt des MCA auf Floppy - Disk gespeichert und steht dann der weiteren Verarbeitung durch den Rechner zur Verfügung.

In der ersten Stufe der Auswertung werden die Messungen auf die wesentlichen Daten reduziert, d.h. die Peakhalte aus den 32 Untergruppen errechnet und auf die Intensität des nichtinterferierenden Strahls normiert. In der zweiten Stufe werden die Meßpunkte durch eine Funktion

$$f(x) = a_1 + a_2 \sin^2( 2\pi/a_3 \cdot x + a_4 ) \quad (4.6)$$

nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate ausgeglichen ( vergl. Zuhrmühl (12), Stoer (13) ).

#### 5. Ergebnisse des Experiments

##### 5.1 Erste Tests des Interferometers

Am Synchrotron wurden die ersten Messungen mit dem Interferometer bei einer Energie von 10 keV, also unterhalb der Germanium - Absorptionskante durchgeführt. Als Monochromator wurde die Silizium 111 - Nut verwendet. Das Ziel der Messungen war es, die Funktion des Interferometers zu überprüfen, d.h. seine Interferenzfähigkeit zu testen. Zu diesem Zweck wurde in den Strahl  $D_{II}^h$  ein Plexiglaskeil gebracht, mit einer Steigung von  $2,9^\circ$  ( vergl. Abb. 2.1 und 3.6 ). Hierdurch wird die Phase des Strahls quer zur Strahlrichtung kontinuierlich verschoben und man erhält im interferierenden Strahl ein Streifenmuster, das sich auf einem Röntgenfilm nachweisen läßt.

Bild 2 zeigt die vier Interferometerreflexe. Deutlich zu erkennen ist das Streifenmuster im interferierenden Strahl. Bild 3 zeigt einen nichtinterferierenden und einen interferierenden Strahl mit einer stärkeren Vergrößerung. Der nichtinterferierende ist intensitätsstärker, da er aufgrund der Geometrie des Interferometers den Analysator nicht mehr trifft.

Bei diesen Messungen stellte sich allerdings eine Schwierigkeit heraus, da sich das Interferenzmuster der interferierenden Strahlen als instabil erwies. Vorangegangene Tests mit dem Interferometer an der Röntgenröhre scheiterten trotz intensiver Bemühungen, da die Ursache dieser Instabilität, aufgrund der geringen Intensität der Strahlung, nicht aufgedeckt werden konnte. Es scheint trotzdem möglich zu sein, Germanium - Interferometer an der Röntgenröhre zu betreiben, wenn auch, wegen der längeren Meßzeiten, höhere Anforderungen an die Stabilität des Aufbaus gestellt werden müssen.

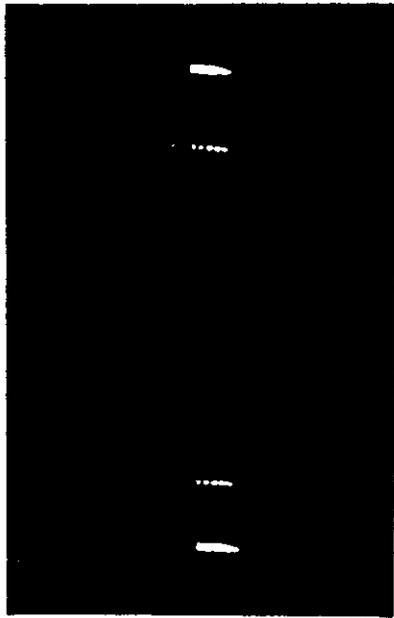


Bild 2

Interferometerreflexe  
 ( 2-fache Vergrößerung )  
 Polaroid land Film  
 Type 57 ( 36 Min )  
 Belichtungszeit 2 min

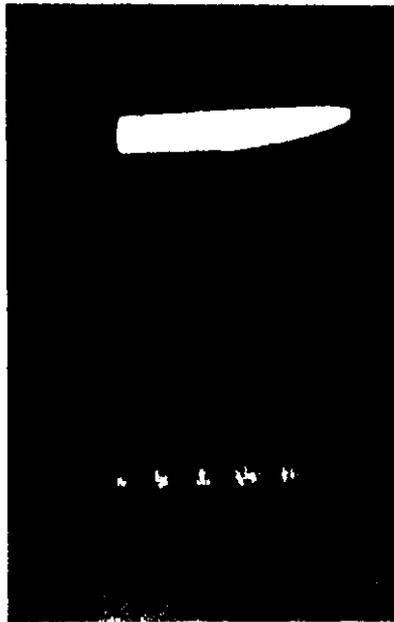


Bild 3

Interferometerreflexe  
 ( 10-fache Vergrößerung )

Am Synchrotron konnten die Interferenzmuster mit der Bildwandler-  
 röhre direkt beobachtet werden und es zeigte sich, daß sie über  
 den Bildschirm wanderten. Es handelte sich mithin um Instabili-  
 tätäten in der Phase der interferierenden Strahlen. Dieser Effekt  
 ist in den Bildern 4 und 5 dokumentiert. Bild 4 wurde auf einem  
 hochempfindlichen Film mit kurzer Belichtungszeit ( ca. 1 min )  
 aufgenommen. Das Interferenzmuster ist noch deutlich zu erkennen.  
 Bild 5 entstand auf einem weniger empfindlichen Film mit c.a.  
 5 min Belichtungszeit. Das Interferenzmuster ist aufgrund der  
 Phaseninstabilitäten total verschmiert.

Als Ursache für diese Störungen wurden thermische Einflüsse  
 erkannt. Die Geometrie des Interferometers ist in diesem Punkt  
 nicht optimal ausgelegt, da die Spiegel dünn und relativ hoch  
 sind, wodurch sie besonders störanfällig werden.

Es gelang jedoch das Interferometer durch ein Styroporgehäuse  
 gegen Luftturbulenzen zu isolieren, wodurch wieder reguläre  
 statische Bedingungen eintraten.

Da das Interferometer nicht völlig frei von Verspannungen war,  
 konnte nicht die ganze Breite des einfallenden Strahls für die  
 weiteren Messungen verwendet werden. Diese Verspannungen führen  
 ebenfalls zu Phasenverschiebungen in den interferierenden Strahlen  
 ( Moiré-Effekt ). Es wurde daher ein Anteil des monochromati-  
 sierten Strahls ausgeblendet, so daß die ausgeleuchtete Fläche  
 nur noch etwa  $0,5 \text{ mm}^2$  betrug.

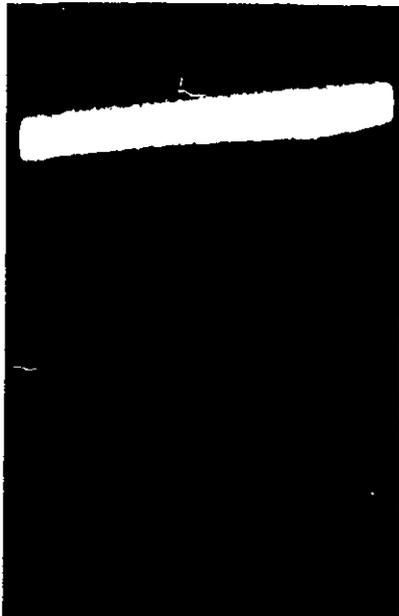


Bild 4  
Interferenzmuster  
eines Keils

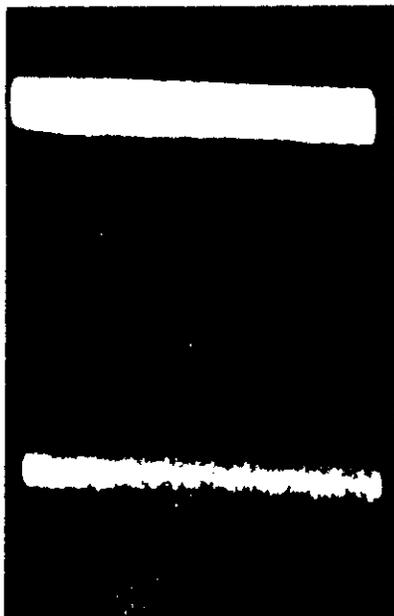


Bild 5  
Ausgeschmiertes Interferenzmuster, aufgrund von Phaseninstabilitäten

## 5.2 Messungen der Fluoreszenzmodulation

In diesem Kapitel sollen die wichtigsten Messungen vorgestellt werden, die den Einfluß der stehenden Wellenfelder im Interferometer auf die Fluoreszenzstrahlung der Gitteratome nachweisen. Die Messungen wurden unter verschiedenen Gesichtspunkten durchgeführt. Dazu gehören u.a. Aussagen über die erreichbaren Intensitäten der Fluoreszenzstrahlung und der transmittierten Strahlen. Hieraus lassen sich Abschätzungen über die Nachweisgrenze des Verfahrens gewinnen. Ein weiterer Punkt ist die Genauigkeit, mit der die Phasenverschiebung zwischen der Intensitätsmodulation der Fluoreszenzstrahlung und dem interferierenden Strahl gemessen werden kann. D.h. mit welchem Fehler kann man den theoretischen Wert von  $\pi/2$  nachweisen? Da außerdem drei verschiedene Aufbauten mit unterschiedlichen Monochromatoren getestet wurden, lassen sich Rückschlüsse ziehen, auf den Einfluß der Divergenz der auf das Interferometer einfallenden Strahlung.

Mit der Silizium 111 - Nut als Monochromator, wurde knapp oberhalb der K - Absorptionskante (11,1 keV) des Germaniums, bei einer Energie von  $11,3 \pm 0,2$  keV, die erste Fluoreszenzmodulation gemessen. Als Phasenschieber wurde eine 2 mm dicke planparallele Platte aus Plexiglas verwendet.

Die Intensität des monochromatischen Strahls betrug im Mittel  $10^9$  Photonen / (mm<sup>2</sup> sec). Aufgrund der starken Absorption in diesem Energiebereich, ist die Fluoreszenzausbeute nach Gleichung (3.50) erwartungsgemäß sehr gering. Der Si(Li) - Detektor registrierte im Mittel 0,8 counts/sec für die Fluoreszenz ( $K_{\alpha} + K_{\beta}$ ). Die Zählrate im interferierenden Strahl lag bei einem Mittelwert von  $4 \cdot 10^3$  counts / sec. Für die mittlere Fluoreszenzausbeute erhält man within einen Wert von

$$\overline{I_F} d\Omega = 2 \cdot 10^{-9}$$

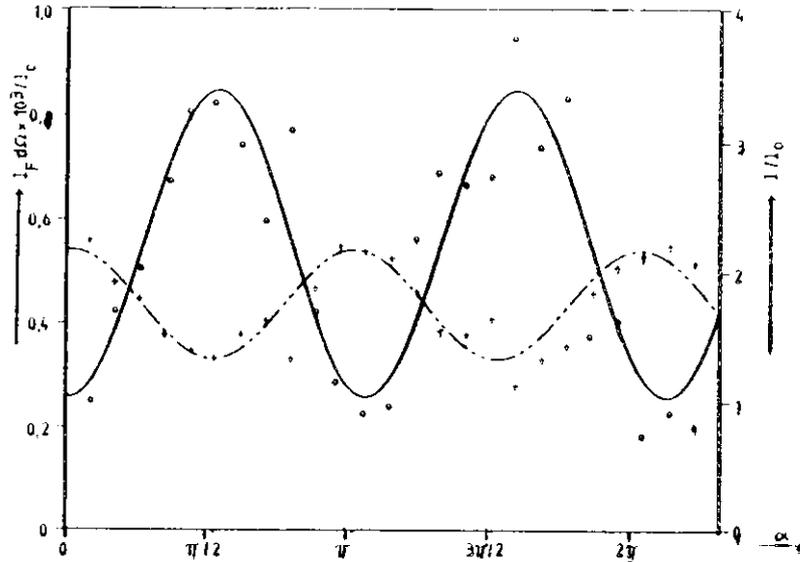


Abb. 5.1 1. Meßreihe; Monochromator: Si 111;  $E=11,5 \pm 0,2$  keV  
 statistischer Fehler der Fluoreszenzmessung: 10 %  
 ( — Fluoreszenz, - - - - - interferierender Strahl)

Das Ergebnis dieser Messung gibt Abb. 5.1 wieder. Die Zählraten für Fluoreszenz ( $I_F \cdot d\Omega$ ) und interferierenden Strahl ( $I$ ), wurden nicht auf die einfallende Intensität, sondern auf den nichtinterferierenden Strahl ( $I_0$ ) normiert. Da sowohl im interferierenden wie im nichtinterferierenden Strahl verschiedene Absorber eingeführt wurden, kann aus den Messungen nicht unmittelbar der Absorptionskoeffizient, bzw. die Fluoreszenzausbeute, entnommen werden, da die Daten noch nicht auf die Absorption in diesen Absorbieren korrigiert wurden. Die korrigierten Daten sind in Kapitel 5.5 zu finden.

Abb. 5.2 zeigt das Resultat der zweiten Meßreihe. Die Messungen wurden mit der Silizium 220 - Nut, bei einer Energie von 17 keV ( $\pm 0,2$  keV), durchgeführt. Die Intensität der Strahlung, nach dem Spaltsystem, lag bei ca.  $4 \cdot 10^6$  Photonen / (sec mm<sup>2</sup>). Die Transmission der Strahlen im Interferometer ist bei dieser Energie bedeutend größer als in der Nähe der Absorptionskante. Somit ist auch die Fluoreszenz stärker, und der statistische Fehler, bei gleicher Zeit pro Messpunkt, geringer. Es wurden Zählraten für die Fluoreszenzstrahlung von 30 counts / sec erreicht. Die Fluoreszenzausbeute liegt mithin bei

$$\overline{I_F \cdot d\Omega} = 2 \cdot 10^{-5}$$

ein Wert, der zumindest von der Größenordnung mit dem theoretischen übereinstimmt (vergl. Abb. 5.12).

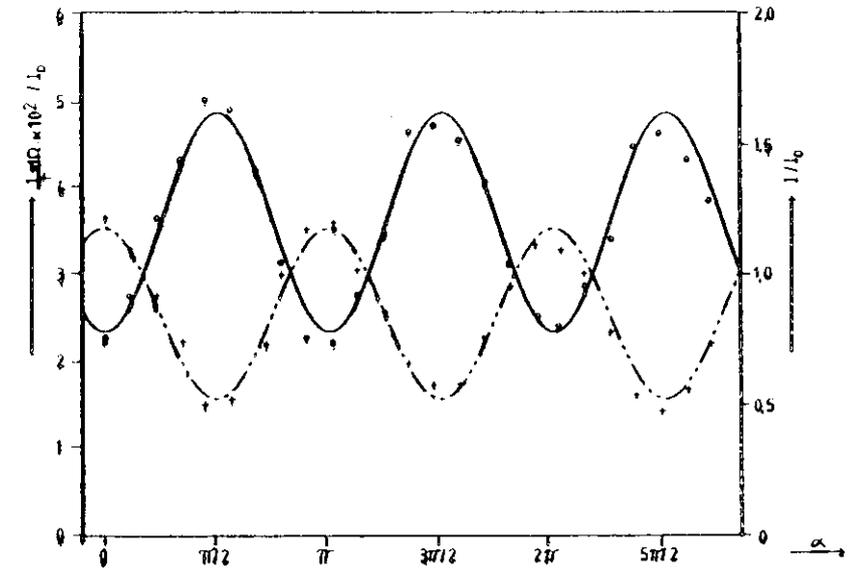


Abb. 5.2 2. Meßreihe; Monochromator: Si 220;  $E=17,0 \pm 0,2$  keV  
 statistischer Fehler der Fluoreszenzmessung: 2 %

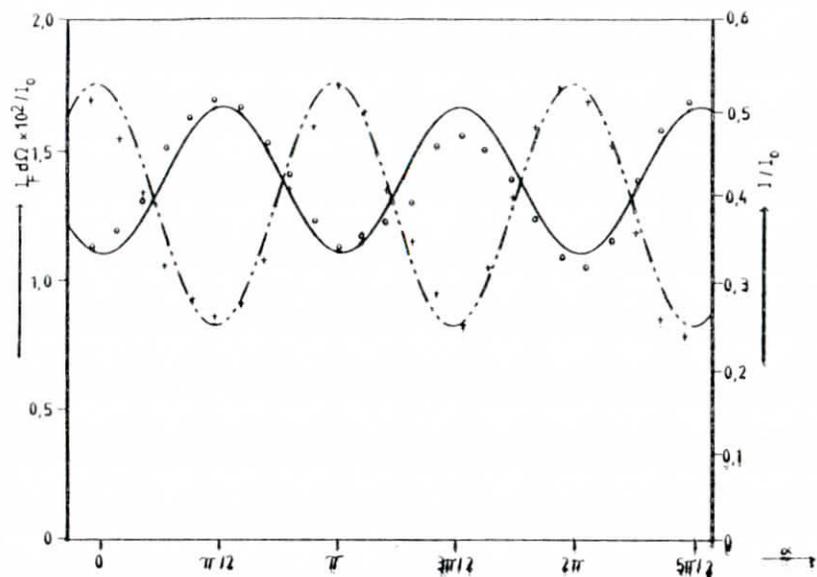


Abb. 5.3 3. Meßreihe; Monochromator: Si 220 (Doppelkristall)  
 $E = 17,0 \pm 0,2 \text{ keV}$   
 statistischer Fehler der Fluoreszenzmessung: 2 %

Die Phasenverschiebung wurde, ebenso wie bei der 3. Meßreihe, durch eine planparallele Platte aus 5 mm Plexiglas erreicht. Der wesentliche Unterschied zwischen der 2. und 3. Meßreihe besteht im verwendeten Monochromator. Für die 3. Meßreihe (Abb. 5.3) wurde der Doppelkristallmonochromator mit symmetrischen Siliziumkristallen eingesetzt. Die Winkeldivergenz des monochromatischen Strahls ist hierbei größer als bei einem asymmetrischen Kristall, der für die 2. Meßreihe benutzt wurde. Die Werte für die Fluoreszenzausbeute und die Intensität der einfallenden monochromatischen Welle stimmen jedoch in beiden Fällen überein.

Die Abbildungen 5.4 und 5.5 zeigen zwei typische Fluoreszenzspektren für einen Phasenwinkel von  $0^\circ$  und  $90^\circ$  (3. Meßreihe). Der Unterschied im Maximum der K-Linien ist deutlich zu erkennen. Um die elastische Linie zu sehen reichte die Zählzeit (2 min/Spektrum) nicht aus.

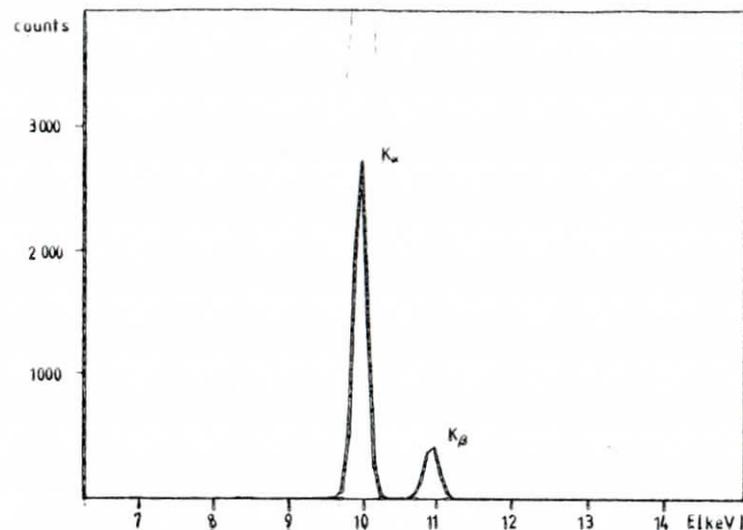


Abb. 5.4 Germanium Fluoreszenzspektrum für  $\alpha = 0^\circ$

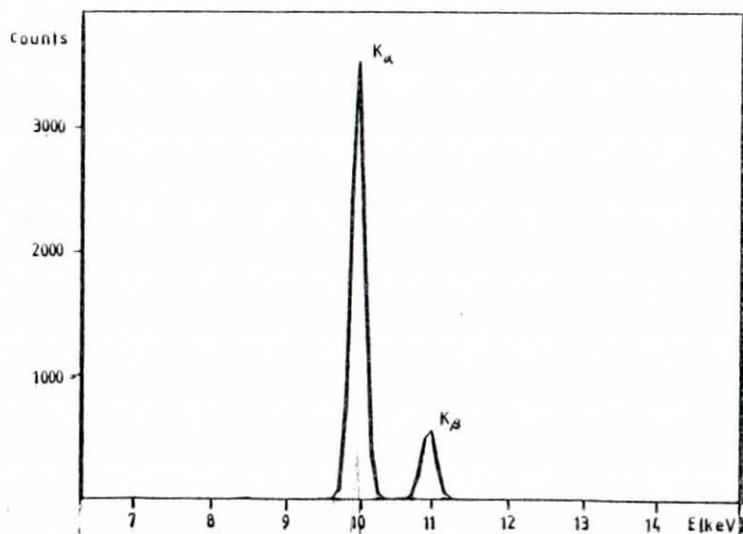


Abb. 5.5 Germanium Fluoreszenzspektrum für  $\alpha = 90^\circ$

5.5 Diskussion der Ergebnisse

In Tabelle 5.1 sind noch einmal die wesentlichen Meßwerte zusammengestellt.

Die Werte für die Winkeldivergenz der monochromatischen Strahlung sind aus der Gleichung

$$\Delta\theta_h = \sqrt{|b|} \frac{2|X_m|}{\sin 2\theta} \quad , \quad b = \frac{n \underline{s}_0}{n \underline{s}_h} \quad (5.1)$$

berechnet. (vergl. Materlik, Kostroun (10))

b ist der Asymmetrieparameter,  $\underline{s}_0$  und  $\underline{s}_h$  die Einheitsvektoren in Richtung von  $\underline{k}_0$  bzw.  $\underline{k}_h$ .

Korrigiert man die Messungen auf die Absorption in Aluminium, so gilt für  $\alpha = 0$  und Absorberdicken  $d_1$  und  $d_2$ :

$$\frac{1}{I_0} = \frac{\exp(-\mu_{Al} d_1) \left| \frac{D_0^{(e)}}{D_0^{(d)}} \right|^2}{\exp(-\mu_{Al} d_2) \left| \frac{D_0^{(e)}}{D_0^{(d)}} \right|^2} \quad , \quad \sigma_{min} = \frac{1}{\xi} \left( \ln \frac{1}{I} + \mu_{Al}(d_2 - d_1) \right) \quad (5.2)$$

Mit  $\mu_{Al} = 54 \text{ cm}^{-1}$  für 11,3 keV und  $\mu_{Al} = 16 \text{ cm}^{-1}$  für 17 keV erhält man folgende Werte für die Absorptionskoeffizienten

$$\begin{aligned} \sigma_{min} &= 43 \text{ cm}^{-1} && \text{für 11,3 keV} \\ \sigma_{min} &= 9 \text{ cm}^{-1} && \text{für 17 keV (2. Meßreihe)} \\ \sigma_{min} &= 10 \text{ cm}^{-1} && \text{für 17 keV (3. Meßreihe)} \end{aligned}$$

Da die Absorberdicken nicht sehr genau bestimmt wurden, geht ihr Fehler maßgeblich in obige Rechnungen ein. Der Fehler bei der Bestimmung der Absorptionskoeffizienten liegt immerhin bei 25%, da in Gleichung (5.2) die Differenz der Absorberdicken auftritt.

	Meßreihe		
	1.	2.	3.
Energie E(keV)	11,3	17,0	17,0 ± 0,2
Winkeldivergenz des Monochromators	7"	0,4"	2,1"
Intensität der monochromatischen Welle vor dem Interferometer (Photonen / (sec mm <sup>2</sup> ))	10 <sup>9</sup>	4 · 10 <sup>6</sup>	10 <sup>7</sup>
Absorberdicke im interferierenden	0	1,5	2 ± 0,1
nichtinterferierenden	0,7	2	2
Strahl (mm Al)			
Fluoreszenzausbeute $\frac{I_F}{I} d\Omega$	2 · 10 <sup>-9</sup>	2 · 10 <sup>-5</sup>	2 · 10 <sup>-5</sup>
Modulationsgrad m			
interferierender Strahl	0,24 ± 15%	0,38 ± 7%	0,36 ± 7%
Fluoreszenzstrahlung	0,54 ± 20%	0,35 ± 6%	0,20 ± 10%
$m_2 / m_1$			
Experiment	2,25 ± 35%	0,92 ± 13%	0,56 ± 17%
Theorie	0,78	0,90	0,90
Phasendifferenz zwischen Fluoreszenz und interferierendem Strahl	1,60 ± 10%	1,56 ± 4%	1,47 ± 8%
$\sigma_{min}$ (cm <sup>-1</sup> )	43	9	10 ± 25%

Tab. 5.1 Zusammenstellung der wesentlichen Parameter und Ergebnisse

Alle drei Messungen bestätigen, daß die Intensitätsmodulationen der Fluoreszenzstrahlung und des interferierenden Strahls strikt in Antiphase sind. Die Phasendifferenz von  $\alpha = \pi/2 = 1,57$  wurde bei allen Messungen, innerhalb der Fehlergrenzen, bestätigt.

Aus den Gleichungen (3.39) und (3.49) folgt, daß der Modulationsgrad

$$m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (5.3)$$

gleich bzw. ungefähr gleich 1 ist. Dieser Wert konnte jedoch bei weitem nicht erreicht werden. Ein konstanter Fluoreszenzuntergrund vom 2. Interferometerspiegel ist als Ursache auszuschließen. Die Absorption findet in der Nähe der Eintrittsoberfläche statt. Der Absorptionskoeffizient für die Fluoreszenzstrahlung ist hingegen so hoch, daß diese an der Kristallrückseite keinen nennenswerten Beitrag liefert.

Man muß hingegen beachten, daß das Interferometer kein ideales Instrument ist, wie in den Rechnungen der Kapitel 3.2 und 3.3 vorausgesetzt. Vielmehr muß man Verspannungen der Spiegel und eventuell Gitterfehler mit berücksichtigen. Hierdurch ist bedingt, daß die Phasenverschiebung nicht homogen ist über den Strahlquerschnitt. Eine Integration der Gleichungen (3.39) und (3.49) über den Phasenwinkel liefert:

$$\int_{\alpha-\Delta\alpha}^{\alpha+\Delta\alpha} \frac{|v_u(\alpha)|^2}{|v_o(\alpha)|^2} d\alpha = \exp(-\sigma_{\min} t) \int_{\alpha-\Delta\alpha}^{\alpha+\Delta\alpha} \cos^2 \alpha d\alpha \quad (5.4)$$

$$= \exp(-\sigma_{\min} t) \left( \Delta\alpha - \frac{1}{2} \sin(2\Delta\alpha) + \sin(2\Delta\alpha) \cos^2 \alpha \right)$$

Der Modulationsgrad ist hiermit gegeben durch

$$m_1 = \frac{\sin(2\Delta\alpha)}{2\Delta\alpha} \quad (5.5)$$

Übereinstimmung mit den experimentellen Werten erreicht man für

$$\Delta\alpha = 71^\circ \quad 1. \text{ Meßreihe}$$

$$\Delta\alpha = 63^\circ \quad 2. \text{ und } 3. \text{ Meßreihe}$$

Für die Fluoreszenzausbeute gilt:

$$\int_{\alpha-\Delta\alpha}^{\alpha+\Delta\alpha} I_F d\Omega d\alpha = \frac{d\Omega}{32\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t) \quad (5.6)$$

$$\left( \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \mu_F / \sin \varphi} \int_{\alpha-\Delta\alpha}^{\alpha+\Delta\alpha} \sin^2 \alpha d\alpha + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\min} + \mu_F / \sin \varphi} \int_{\alpha-\Delta\alpha}^{\alpha+\Delta\alpha} \cos^2 \alpha d\alpha \right)$$

$$= \frac{d\Omega}{32\pi} \omega_F \exp(-2\sigma_{\min} t)$$

$$\left( \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\max} + \mu_F / \sin \varphi} \left( \Delta\alpha - \frac{1}{2} \sin(2\Delta\alpha) + \sin(2\Delta\alpha) \sin^2 \alpha \right) + \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \mu_F / \sin \varphi} \left( \Delta\alpha - \frac{1}{2} \sin(2\Delta\alpha) + \sin(2\Delta\alpha) \cos^2 \alpha \right) \right)$$

Der Modulationsgrad der Fluoreszenz ist dann:

$$m_F = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) (\mu_F / \sin \varphi)}{2\sigma_{\max} \sigma_{\min} + (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) (\mu_F / \sin \varphi)} \frac{\sin(2\Delta\alpha)}{2\Delta\alpha} \quad (5.7)$$

Zwischen dem Modulationsgrad der Fluoreszenz und des interferierenden Strahls besteht mithin folgender Zusammenhang:

$$\frac{m_F}{m_1} = \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) (\mu_F / \sin \varphi)}{2\sigma_{\max} \sigma_{\min} + (\sigma_{\max} + \sigma_{\min}) (\mu_F / \sin \varphi)} \quad (5.8)$$

Setzt man die Werte aus Tabelle 5.1 (Seite 27) ein, ferner

$\mu_F/\sin\varphi = 558 \text{ cm}^{-1}$ , so erhält man:

$$\frac{m_F}{m_I} = \begin{cases} 0,78 & \text{für } 11,3 \text{ keV} \\ 0,90 & \text{für } 17,0 \text{ keV} \end{cases}$$

Die experimentellen Werte sind

$$\frac{m_F}{m_I} = \begin{cases} 2,25 \pm 35\% & 1. \text{ Meßreihe} \\ 0,92 \pm 13\% & 2. \quad " \\ 0,50 \pm 17\% & 3. \quad " \end{cases}$$

Lediglich bei der zweiten Meßreihe ergibt sich eine Übereinstimmung zwischen der Theorie und dem Experiment. Sie ist allerdings auch die einzige Messung, die die Forderung nach geringer Strahldivergenz erfüllt, die bei der Herleitung der Formeln gestellt wurde. Für eine korrekte Beschreibung der Experimente, muß die Winkeldivergenz der Strahlung mit einbezogen werden. Dies kann an dieser Stelle jedoch nicht geschehen, da es den Rahmen der Arbeit übersteigen würde.

Zum Schluß dieses Kapitels möchte ich noch kurz auf die möglichen Fehlerquellen eingehen. Eine Unsicherheit bei den Messungen liegt in der Geometrie des Aufbaus, die sich im wesentlichen in dem Faktor  $\mu_F/\sin\varphi$  niederschlägt. Die genauen Abmessungen, wie z.B. die genaue Position des Detektors relativ zum Analysator, wurden nicht genau genug bestimmt werden. Die Werte für den erfaßten Raumwinkel, sowie den Austrittswinkel  $\varphi$  der Fluoreszenzstrahlung, bzw. den Faktor  $\mu_F/\sin\varphi$ , stellen daher lediglich vernünftig erscheinende Schätzwerte dar.

Die in Tabelle 5.1 angegebenen Fehler für Modulationsgrad und Phasendifferenz berechnen sich aus den Fehlern der Fitparameter, mit denen die Messungen ausgeglichen wurden (vergl. Kapitel 4.5).

#### 5.4 Compton - und elastische Streuung

Am Ende dieser Arbeit möchte ich noch auf zwei Messungen eingehen, die den Einfluß der stehenden Wellenfelder auf die elastische Streuung der Röntgenstrahlung zeigen. Diese Messungen wurden mit dem gleichen Versuchsaufbau wie bei der dritten Meßreihe durchgeführt. Da die Polarisationsrichtung der Synchrotronstrahlung jedoch in der Ebene des Si(Li) - Detektors liegt, und die Streustrahlung in dieser Richtung minimal ist, eignet sich der Aufbau nicht besonders gut für diese Messungen. Es mußten daher lange Zählzeiten gewählt werden (90 min), um die elastische und die Compton - Linie überhaupt zu sehen. Es wurde daher nur bei den Phasenwinkeln  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 90^\circ$  gemessen.

Für die Compton - Streuung reichte die Statistik allerdings immer noch nicht aus, um einen eindeutigen Effekt zu sehen. Der Einfluß der Wellenfelder auf die elastische Streuung ist hingegen eindeutig. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 5.6 und 5.7 dargestellt. Auf eine Deutung der Messungen muß jedoch an dieser Stelle verzichtet werden, da sie nicht mehr in den Rahmen dieser Arbeit paßt und eine befriedigende Theorie für den Einfluß der Wellenfelder auf die elastische Streuung z. Zt. noch aussteht.

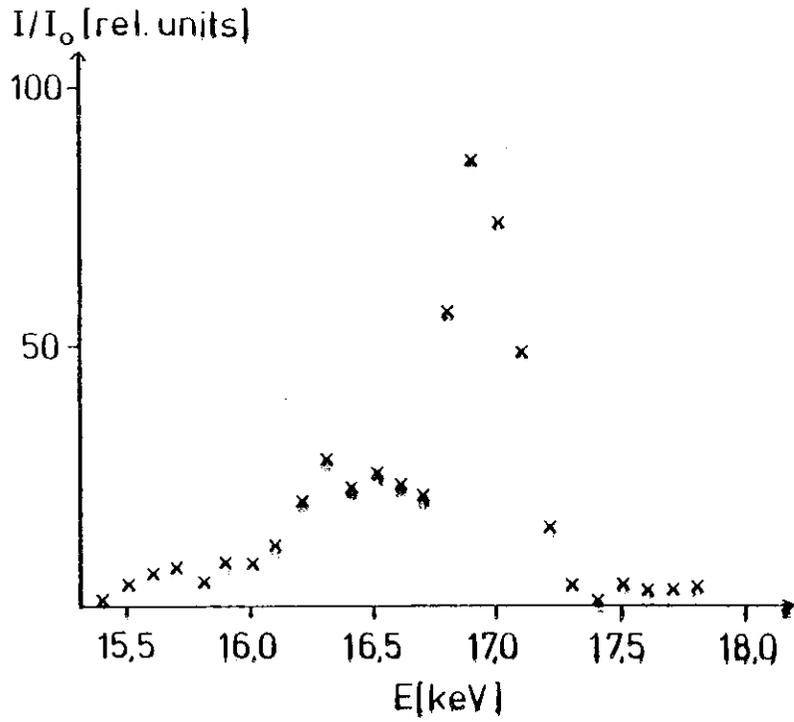


Abb. 5.6 Compton - und elastische Streuung für  $\alpha = 0$

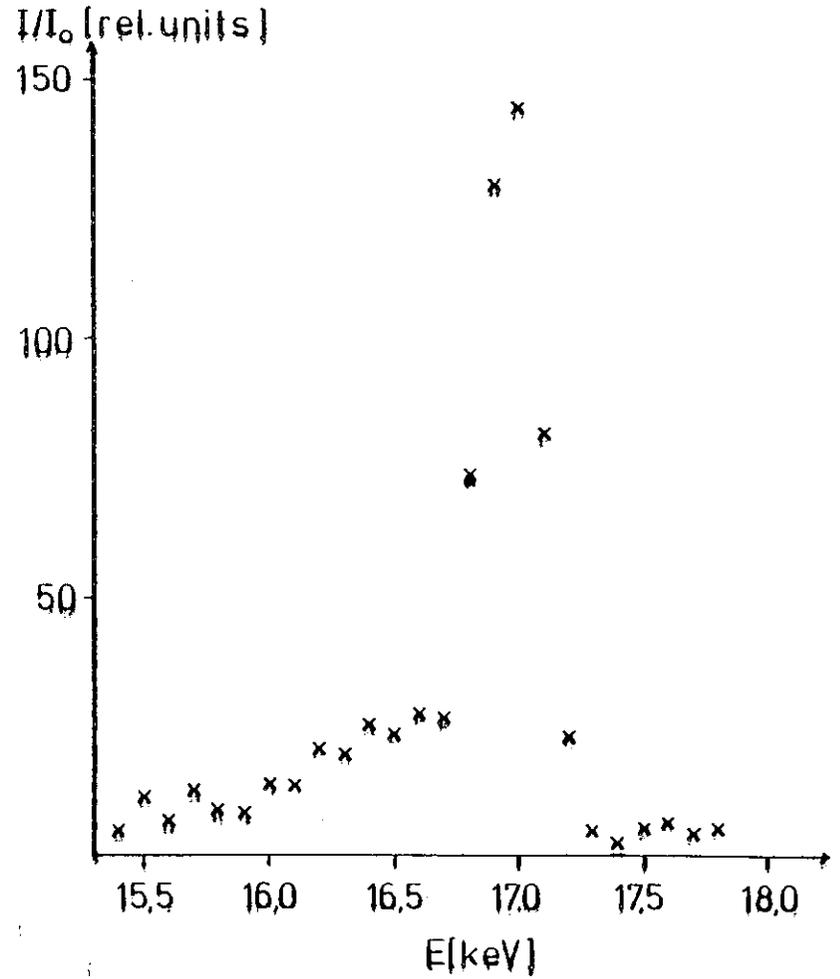


Abb. 5.7 Compton und elastische Streuung für  $\alpha = 90^\circ$

## 6. Zusammenfassung

Es konnte in dieser Arbeit gezeigt werden, daß Germaniumein-  
kristalle für die Fertigung von Röntgeninterferometern geeig-  
net sind. Der hohe Absorptionskoeffizient von Germanium setzt  
jedoch eine intensive Strahlungsquelle voraus, um das Instrument  
erfolgreich betreiben zu können. Diese Strahlungsquelle steht  
an Speicherringen, die für Synchrotronstrahlung genutzt werden  
können, zur Verfügung.

Das Design des in dieser Arbeit vorgestellten Instruments ist  
sicher in einigen Punkten noch zu verbessern. So könnte z.B.  
die Basis des Interferometers stärker ausgelegt werden und die  
Höhe der Spiegel über der Basis kleiner sein. Bei der Spiegel-  
dicke wird man immer einen Kompromiß zwischen der mechanischen  
Stabilität und der Absorption finden müssen.

Es konnte mit diesem Interferometer eindeutig nachgewiesen  
werden, daß die Fluoreszenzstrahlung der Gitteratome mit der  
Position der stehenden Wellenfelder im Innern des Kristalls  
korreliert ist. Die theoretischen Voraussagen konnten in allen  
wesentlichen Punkten bestätigt werden. Abweichungen konnten auf  
den Einfluß der Divergenz der einfallenden Strahlung und auf  
inhomogene Phasenverschiebungen längs des Strahlquerschnitts  
( Moiré ) zurückgeführt werden. Die Messungen liefern daher  
wichtige Anhaltspunkte für die Optimierung des Versuchsaufbaus.

Am Ende dieser Arbeit stellen sich nun zwei Fragen. Ist das  
hier beschriebene Verfahren anwendbar für die Untersuchungen  
von Oberflächenadsorbaten? Wo liegen die Vor- und Nachteile  
zu den bereits erfolgreich durchgeführten Messungen im Bragg -  
Fall (siehe Einleitung)?

Die erste Frage ist a priori nicht einfach zu beantworten, da  
eine Reihe von Parametern zu berücksichtigen sind, z.B. der  
Absorptionswirkungsquerschnitt der Adsorbatatome, die Energie

der Fluoreszenz - sowie der einfallenden Strahlung und die  
Absorption des Interferometers. Eine grobe Abschätzung für  
die zu erwartende Intensität der Fluoreszenzstrahlung von  
Oberflächenadsorbaten (eine Monolage) erhält man, wenn man  
die Fluoreszenzausbeute von einer Atomlage Germanium betrach-  
tet. In Kapitel 3.2 wurde gezeigt, daß die Röntgenstrahlung  
hauptsächlich bis zu einer Eindringtiefe von ca.  $50 \mu\text{m}$   
absorbiert wird (vergl. Abb. 3.7 - 3.10). Dies entspricht  
ca.  $10^5$  Atomlagen Germanium. Man kann daher davon ausgehen,

daß die Fluoreszenzausbeute einer Monolage von Adsorbatatomen,  
um den Faktor  $10^{-5}$  geringer ist, als die in dieser Arbeit  
gemessenen Werte für die Fluoreszenzausbeute vom Germanium -  
Interferometer. Legt man z.B. die Werte der zweiten Meßreihe  
zugrunde (vergl. Kapitel 5.2 und 5.3), so würde man mit einer  
Fluoreszenzausbeute von  $10^{-10}$  für die Strahlung der Adsorbate  
rechnen. Mit einer Fluoreszenzausbeute die nur um eine 10-er  
Potenz höher liegt, konnte aber in dieser Arbeit bereits ein  
Effekt nachgewiesen werden (1. Meßreihe).

Sollte es darüberhinaus noch gelingen, ein Instrument herzu-  
stellen, das frei von Verspannungen ist und mithin ein großer  
Strahlquerschnitt für die Messungen benutzt werden kann, scheint  
dieses Verfahren für die Untersuchungen von Oberflächenadsorbaten  
geeignet, besonders bei Verwendung von Silizium - Interferometern.  
Die Messungen könnten ohne weiteres auf Energien unterhalb  
der Germanium - Absorptionskante ausgedehnt werden, da man  
auf das Germanium - Fluoreszenzsignal als Referenz verzichten  
kann. In dieser Arbeit wurde nachgewiesen, daß die Phasen-  
differenz zwischen interferierendem Strahl und Fluoreszenz-  
strahlung  $2\alpha = \pi$  beträgt. Der interferierende Strahl  
ist wegen der besseren Statistik als Referenz sogar besser  
geeignet.

Der Vorteil gegenüber den Messungen im Bragg - Fall liegt in den  
geringeren Anforderungen, die an den Versuchsaufbau gestellt  
werden. Um den Einfallswinkel der Strahlung um Bruchteile von  
Winkelsekunden reproduzierbar zu verstellen, müssen kompli-  
zierte elektronische Geräte eingesetzt werden.

Das Interferometer braucht hingegen lediglich auf das Maximum der Reflexionskurve stabilisiert werden. Dies ist bereits durch einen soliden mechanischen Aufbau möglich. Driften können durch eine geeignete Normierung ( auf einen nichtinterferierenden Strahl ) ausgeglichen werden.

Die Drehungen des Phasenschiebers erstrecken sich auf Bereiche von  $5 - 10^\circ$  und bereiten somit keine Probleme.

#### Literaturverzeichnis

- (1) U. Bonse und M. Hart, Appl. Phys. Let., 6, 155 (1965)
- (2) U. Bonse und H. Hellkötter, Z. Phys., 223, 345 (1969)
- (3) U. Bonse, P. Spieker, J.-T. Hein und G. Materlik, Nucl. Instr. & Meth., 172, 223 (1980)
- (4) M. Hart, Rep. Prog. Phys., 34, 435 (1971)
- (5) S.Kjaer Andersen, J.A. Golovchenko und G. Mair, Phys. Rev. Let., 37, 1141 (1976)
- (6) U. Bonse und M. Hart, Z. Phys., 188, 154 (1965)
- (7) G. Materlik, Vorlesung Universität Hamburg, SS 1979
- (8) Z.G. Pinsker, " Dynamical Scattering of X - Rays in Crystals ", Springer(1978)
- (9) V.O. Kostroun und G. Materlik, Nucl. Instr. & Meth., 172, 215 (1980)
- (10) G. Materlik und V.O. Kostroun, Rev. Sci. Instr., 51,1, 86 (1980)
- (11) Dearnaley und Northrop, " Semiconductor Counters for Nuclear Radiation ", E. + F.N. Spon Ltd. , London (1966)
- (12) Zuhrmühl, " Mathematik für Ingenieure und Physiker ", Springer ( 5. Auflage)
- (13) J. Stoer, " Einführung in die Numerische Mathematik I ", Springer (1976)
- (14) U. Bonse und W. Graeff, " X - Ray and Neutron Interferometry ", in R.-J. Queisser (Hrsg), " Topics in Applied Physics " , Vol 22, Springer (1977)

- (15) W. H. Zachariasen, " Theorie of X - Ray Diffraction in Crystals " , Dover Publications (1967)
- (16) E. Persson und O.M. Efimov, Phys. Stat. Sol. , A2 , 757 (1970)
- (17) P.L. Cowan, J.A. Golovchenko und M.F. Hobbs, Phys. Rev. Let., 44 , 1680 (1980)

Die vorliegende Arbeit entstand in den Jahren 1980 - 1981 am Hamburger Synchrotronstrahlungslabor ( HASYLAB ).

Allen Mitgliedern der Forschungsgruppe F 41 möchte ich an dieser Stelle für die gute Zusammenarbeit danken.

Herrn Prof. Dr. C. Kunz danke ich für die Einführung in die Gruppe, sowie für die Hilfestellung bei der Themenfindung.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. G. Materlik für die Aufgabenstellung und Betreuung der Arbeit, sowie für zahlreiche Tips im Umgang mit Röntgeninterferometern.

Bei Herrn J. Zegenhagen möchte ich mich für die vielen lebhaften Diskussionen, sowie die gute Zusammenarbeit bedanken.

Den beiden letztgenannten sei auch gedankt für die tatkräftige Unterstützung bei den Messungen. Ein effektiver Meßbetrieb rund um die Uhr,wäre ohne Ihre Hilfe nicht möglich gewesen.

Der Werkstatt des II. Instituts für Experimentalphysik, insbesondere Herrn Weber, danke ich für die prompte und gewissenhafte Ausführung selbst kleinerer Aufträge.

Zum Schluß möchte ich auch meine Freundin Eva Sachs nicht vergessen, die mir beim Schreiben dieser Arbeit zur Seite stand.

Ich versichere, diese Arbeit selbstständig und unter ausschließlicher Verwendung der angegebenen Quellen angefertigt zu haben.