

Bibliothek

DESY-Bibliothek

3. AUG. 1967 ✓

DEUTSCHES ELEKTRONEN - SYNCHROTRON

DESY

DESY 67/23
Juli 1967

Kohärente Bremsstrahlung und Paarbildung
an Diamant-Einkristallen

von

Gerhard Lutz

Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY
Hamburg

2 HAMBURG 52 · NOTKESTIEG 1

Kohärente Bremsstrahlung und Paarbildung
an Diamant-Einkristallen

von
Gerhard Lutz *)

- *) Diese Arbeit entstand als Dissertation im Rahmen eines Experimentes der Gruppe F33 am Deutschen Elektronen-Synchrotron DESY in Hamburg in Zusammenarbeit mit den Herren G. Bologna, L. Criegee, K.P. Schüler, H.D. Schulz, U.Timm und W. Zimmermann.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
<u>Zusammenfassung</u>	1
<u>1 Einleitung</u>	2
1.1 Geschichtliches	2
<u>2 Theorie</u>	4
2.1 Maßsystem	4
2.2 Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarbildung	4
2.2.1 Reziprokes Gitter und kinematischer Bereich der Rückstöße	6
2.2.2 Einfluß der Temperaturschwingungen des Gitters	8
2.3 Die Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarbildung	8
2.4 Diskussion der Formeln für die Wirkungs- querschnitte	12
2.4.1 Größenordnung der Rückstöße bei Bremsstrahlung und Paarbildung	12
2.4.2 Qualitative Überlegungen zur Bremsstrahlung	12
2.4.3 Qualitative Überlegungen zur Paarbildung	14
2.4.4 Bremsstrahlung mit besonders hoher Polarisierung	14
2.4.5 Bedingung für das Auftreten von Diskontinuitäten im Wirkungsquerschnitt	15
2.4.6 Abschirmung durch die Elektronen	16
2.4.7 Der inkohärente Anteil des Wirkungsquerschnittes	18
2.5 Einfluß von Targetdicke und Kollimation auf das Bremspektrum	20
2.5.1 Inkohärenter Anteil des Bremspektrums	21
2.5.2 Kohärenter Anteil des Bremspektrums	22
2.5.3 Die Form der Bremspektren	26
2.6 Die Messung der linearen Polarisierung von Photonen	27

	Seite
<u>3</u> <u>Apparatur</u>	30
3.1 Experimentelle Anordnung	30
3.2 Goniometer 1	30
3.3 Goniometer 2	31
3.4 Die Diamanten	32
3.5 Das Paarspektrometer	32
<u>4</u> <u>Messungen</u>	34
4.1 Bremsstrahlung am Diamanten	34
4.1.1 Orientierung des Diamanten	34
4.1.2 Messung und Auswertung	34
4.1.3 Vergleich mit der Theorie	36
4.2 Paarproduktion am Diamanten	38
4.2.1 Orientierung des Diamanten	38
4.2.2 Messung und Auswertung	39
4.2.3 Vergleich mit der Theorie	40
4.3 Polarisationsmessung	42
4.3.1 Messung und Auswertung	42
<u>5</u> <u>Schlußfolgerung</u>	49
<u>Anhang</u>	
A.1 Häufig gebrauchte Bezeichnungen	51
A.2 Kinematik für den Bremsprozeß	53
<u>Literaturverzeichnis</u>	59

Abstract

Quantum Electrodynamics predicts modifications of the bremsstrahlung and pair-production cross sections with respect to the cross sections for single atoms when crystal targets are used. In addition, the bremsstrahlung photons should be linearly polarized, and the pair-production cross section should depend on the linear polarization of the photons.

All these effects were quantitatively proved by experiment and compared with the theory.

A theory of the influences effects of target thickness and collimation on the bremsstrahlung spectrum was developed in order to make possible a comparison of the experimental results with theory.

The experimental results obtained for bremsstrahlung and pair-production cross sections are in agreement with theory.

The polarization of bremsstrahlung was measured using the dependence of the pair-production cross section on photon polarization. Good agreement with theory is found for various photon energies and polarization degrees; thus the polarization of bremsstrahlung as well as the polarization dependence of the pair-production cross section are shown to have been correctly predicted by theory.

A method was found of producing photons having a very high degree of linear polarization.

1 Einleitung

Bremsstrahlung und Paarbildung bei hohen Energien zeigen wesentlich veränderte Eigenschaften, wenn als Target ein Kristall an Stelle eines amorphen Körpers dient. Die räumlich periodische Anordnung der Atome in Gitter bewirkt, daß beim Bremsprozeß oder der Paarerzeugung nur diskrete Rückstöße auf den Kristall übertragen werden können. Für die Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarproduktion ergeben sich folgende wesentliche Unterschiede gegenüber dem Wirkungsquerschnitt bei Einzelatomen:

Bremsstrahlung

Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung hängt von der Richtung der Elektronen relativ zu den Kristallachsen ab. Das Bremsspektrum zeigt charakteristische Spitzen, die gegenüber dem Bethe-Heitler-Spektrum stark überhöht sind (Fig. 10, 11, 12). Die Bremsstrahlung ist linear polarisiert.

Paarproduktion

Im Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion findet man ähnliche charakteristische Sprünge wie im Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung (Fig. 16, 17). Der Wirkungsquerschnitt hängt von der linearen Polarisation der Photonen ab.

Die Polarisationsabhängigkeit des Paarwirkungsquerschnittes läßt sich dazu benutzen, die lineare Polarisation der Bremsstrahlung zu messen.

1.1 Geschichtliches

Interferenzeffekte bei Bremsstrahlung und Paarproduktion wurden von mehreren Autoren vorhergesagt 1) 2) 3) 4) 5). Williams, Mikaelyan und Feretti benutzten die Weizsäcker-Williams-Methode, Überall rechnete nach der Born'schen Näherung.

Der erste Nachweis von Kristalleffekten gelang O. R. Frisch und D. N. Olsen ⁶⁾ durch Nachweis der Erhöhung der Gesamtenergie der emittierten Bremsstrahlung.

Messungen von Diambrini et al. zeigten die für Kristalle charakteristischen Spitzen im Bremspektrum. Diese waren von Überall nicht vorhergesagt worden. Eine neuerliche Rechnung unter Vermeidung von Näherungen Überalls brachte Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ⁷⁾.

2 Theorie

Die Theorie der Kohärenzeffekte bei Bremsstrahlung und Paarproduktion an Kristallen wurde von Überall ⁵⁾ und Barbiellini et al. entwickelt. Die von Barbiellini et al. für den Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung ⁷⁾ und Paarproduktion ⁸⁾ angegebenen Formeln sind für eine spezielle Bezugsebene für die Polarisation abgeleitet. Es war deshalb nötig, sie für beliebige Bezugsebenen zu verallgemeinern.

2.1 Maßsystem

Sämtliche Formeln gelten, soweit nicht besonders angegeben, für ein Maßsystem, in dem die Elektronenmasse m , die Lichtgeschwindigkeit c und das Planck'sche Wirkungsquantum \hbar den Zahlenwert 1 besitzen. Den Übergang zu anderen Maßsystemen vollzieht man leicht durch Dimensionsbetrachtungen.

2.2 Die Berechnung der Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarproduktion

Bei der Berechnung des Wirkungsquerschnittes für Bremsstrahlung oder Paarproduktion an Einzelatomen in Born'scher Näherung wird die Wirkung des Atoms durch ein statisches Potential beschrieben. Das Matrix-Element ist proportional zur Fourier-Transformierten des Potentials

$$M \sim \tilde{V} = \int V(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\vec{r}} d\vec{r} \quad (1)$$

wobei \vec{q} der Rückstoßimpuls auf das Atom ist ⁹⁾.

Für einen Kristall setzt man nun in (1) ein periodisches Potential ein, das durch eine Überlagerung der Potentiale der einzelnen Atome gegeben ist, deren Mittelpunkte mit den

Gitterpunkten des Kristalls zusammenfallen. Dies impliziert die Annahme, daß das Potential infolge der chemischen Bindung nicht wesentlich verändert wird.

$$V = \sum_{\vec{L}} V_0(\vec{r} - \vec{L}) \quad (2)$$

\vec{L} Gittervektor

Es ist nun möglich, wie Überall gezeigt hat ⁵⁾, einen nur von der Struktur des Gitters abhängigen Faktor I vor das Integral (1) zu ziehen. Das Integral ergibt dann wie früher die Fourier-Transformierte des Potentials eines Einzelatoms.

$$\begin{aligned} \tilde{V} &= I \tilde{V}_0 = \sum_{\vec{L}} e^{i\vec{g}\vec{L}} \tilde{V}_0 \\ M &= I M_0 \end{aligned}$$

Quadriert man das Matrix-Element, so sieht man, daß man den Wirkungsquerschnitt für den Kristall erhält, wenn man den Wirkungsquerschnitt für Einzelatome mit dem Faktor

$$I^2 = \text{const} \sum_{\vec{g}} \delta(\vec{g} - \vec{g}') \quad (3)$$

multipliziert. \vec{g} ist gleich dem $2\pi\lambda_c$ -fachen ($\lambda_c = 2\pi\lambda_0$ Compton-Wellenlänge) eines reziproken Gittervektors, wie er in der Theorie der Röntgenbeugung benutzt wird. Dies bedeutet, daß nur diskrete Rückstoßimpulse an das Gitter übertragen werden können.

Da die periodische Anordnung der Atome im Raum nichts anderes bewirkt, als eine Multiplikation des Wirkungsquerschnittes mit dem Faktor (3), ist es möglich, den Wirkungsquerschnitt für Kristalle aus dem Wirkungsquerschnitt für Einzelatome zu berechnen. Man muß dabei von der Form des Wirkungsquerschnittes ausgehen, in

der über die Richtungen der auslaufenden Teilchen nicht integriert ist, weil der in (3) enthaltene Rückstoß \vec{q} erst durch die vier, die Richtungen der Teilchen festlegenden Winkel bestimmt wird.

Es ist nun möglich, im Wirkungsquerschnitt an Stelle dreier Winkel die drei Komponenten des Rückstoßes \vec{q} als Variable einzuführen. Man ersetzt so die Integration über alle Winkel auf Grund von (3) durch eine Summation über alle kinematisch möglichen Rückstöße $\vec{q} = \vec{g}$ und eine folgende Integration über den verbleibenden vierten Winkel \mathcal{V} .

Geht man bei der hier geschilderten Rechnung von dem von der linearen Polarisation der Photonen abhängigen Wirkungsquerschnitt für Einzelatome aus, so kommt man zu Aussagen über die lineare Polarisation der Bremsstrahlung (bezw. die Polarisationsabhängigkeit des Paarwirkungsquerschnittes).

2.2.1 Reziprokes Gitter und kinematischer Bereich der Rückstöße

Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung (Paarproduktion) setzt sich nach dem vorhin gesagten aus Beiträgen zusammen, die jeweils einem reziproken Gitterpunkt zugeordnet sind. Es tragen aber nur solche Gittervektoren (= Rückstoßimpulse) zum Wirkungsquerschnitt bei, die kinematisch möglich sind.

Das reziproke Gitter wurde in der Theorie der Röntgenbeugung eingeführt ¹⁰⁾. Es stellt dort - ebenso wie hier - die Gesamtheit der möglichen Rückstöße auf den Kristall dar. Auf Grund des hier verwendeten anderen Maßsystems weicht die Definition der reziproken Gittervektoren \vec{g} von der in der Theorie der Röntgenbeugung üblichen ab.

Für den reziproken Gittervektor erhält man bei einem einfachen kubischen Translationsgitter

$$\vec{g} = (g_1, g_2, g_3) = \frac{2\pi}{a} (h_1, h_2, h_3)$$

h_1, h_2, h_3 sind ganze Zahlen, a die Gitterkonstante in Einheiten von λ_c .

Das Raumgitter des Diamanten besteht aus zwei um $(1/4, 1/4, 1/4)$ versetzten kubisch flächenzentrierten Gittern. Das zugehörige reziproke Gitter ist wieder ein einfaches Translationsgitter, wobei zu jedem Gitterpunkt ein Strukturfaktor S gehört.

Die Achsen des reziproken Gitters werden hier abweichend von der sonst üblichen Weise gewählt: $\vec{b}_1 = (110)$, $\vec{b}_2 = (001)$, $\vec{b}_3 = (1\bar{1}0)$. (h_1, h_2, h_3) sind die üblichen Miller'schen Indizes. Man erhält dann

$$\vec{g} = \frac{2\pi}{a} (n_1 \sqrt{2}, n_2, n_3 \sqrt{2}) \quad (4)$$

wobei n_1, n_2, n_3 wieder ganze Zahlen sind.

Das Quadrat des Strukturfaktors $|S|^2$ nimmt für die verschiedenen reziproken Gitterpunkte die Werte 64, 32 und 0 an.

Der Strukturfaktor schränkt also die Gesamtheit der möglichen Rückstöße ein. Fig. 2 zeigt eine Ebene des reziproken Gitters durch den Ursprung ($g_1 = 0$) senkrecht zu \vec{b}_1 . Die Kreuze stehen für $|S|^2 = 64$, die Punkte für $|S|^2 = 32$.

Der Bereich von möglichen Rückstößen auf das Target wird durch die Forderung nach Energie und Impulserhaltung eingeschränkt. Eine Ableitung ist in Anhang 2 gegeben. Man erhält, wenn man sich auf die für den kohärenten Anteil des Wirkungsquerschnittes nur wesentlichen kleinen Impulsüberträge ($|\vec{q}| \lesssim 0,1$) beschränkt, in guter Näherung

$$2e \geq \delta \quad (5)$$

$$\delta = \begin{cases} \frac{1}{2E_0} \frac{x}{1-x} & \text{Bremsstrahlung} \\ \frac{1}{2E_0} \frac{1}{\gamma(1-\gamma)} & \text{Paarproduktion} \end{cases} \quad (6)$$

δ minimaler Rückstoß

$x = k/E_0$ relative Photonenenergie

$\gamma = E^+/k$ Energieaufteilung des Paares

Der kinematisch mögliche Bereich der Rückstöße wird also nach unten hin in guter Näherung durch eine Ebene beschränkt, die senkrecht zum einlaufenden Teilchen \vec{p}_1 (\vec{k}) steht und vom Ursprung des reziproken Gitters den Abstand δ hat (Fig. 1). Die kinematische Grenze der Rückstöße nach großen Werten hin ist nicht von Interesse, da der Wirkungsquerschnitt für große Rückstöße - wie noch gezeigt wird - rasch abnimmt.

2.2.2 Einfluß der Temperaturschwingungen des Gitters

Die Theorie der Temperatureffekte bei Bremsstrahlung und Paarproduktion an Kristallen wurde von Überall gegeben ⁵⁾. Die Theorie ist gleich wie in der Röntgenbeugung. Man addiert zu jedem einzelnen Gittervektor die Versetzung des Atoms aus der Mittellage u (\vec{L}, t) und denkt sich - im Prinzip - für alle möglichen momentanen Zustände des Kristalls den Wirkungsquerschnitt ausgerechnet und darüber gemittelt. Man erhält als Ergebnis, daß der für das ideale Gitter berechnete Wirkungsquerschnitt nicht wesentlich geändert wird. Es trägt aber zusätzlich noch ein (inkohärenter) Anteil zum Wirkungsquerschnitt bei, der von der Orientierung des Kristalls unabhängig ist. Er zeigt keine Polarisationsabhängigkeit und ist in seiner Form dem Wirkungsquerschnitt für Einzelatome ähnlich.

2.3 Die Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarbildung

Bremsstrahlung

$$\begin{aligned} \frac{x}{\bar{\sigma} N} \frac{d\sigma_1^B + d\sigma_4^B}{dx} &= [1 + (1-x)^2] (\psi_1 + \psi_1^i) - \frac{2}{3} (1-x) (\psi_2 + \psi_2^i) \\ \frac{x}{\bar{\sigma} N} \frac{d\sigma_1^B - d\sigma_{11}^B}{dx} &= 2(1-x) \psi_3 \end{aligned} \quad (7)$$

σ_1^B (σ_{11}^B) ist der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung,

die senkrecht (parallel) zu einer beliebig wählbaren Bezugsebene polarisiert ist.

Paarproduktion

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{\sigma} N} \frac{d\bar{\sigma}_\perp^p + d\bar{\sigma}_{\parallel}^p}{dy} &= [y^2 + (1-y)^2] (\Psi_1 + \Psi_1^{\dot{)}} + \frac{2}{3} y(1-y) (\Psi_2 + \Psi_2^{\dot{}}) \\ \frac{1}{\bar{\sigma} N} \frac{d\bar{\sigma}_\perp^p - d\bar{\sigma}_{\parallel}^p}{dy} &= 2y(1-y) \Psi_3 \end{aligned} \quad (8)$$

$\bar{\sigma}_\perp^p$ ($\bar{\sigma}_{\parallel}^p$) ist der Paarwirkungsquerschnitt für Photonen, die senkrecht (parallel) zu einer beliebig wählbaren Bezugsebene polarisiert sind.

Die Funktionen $\Psi_1^{\dot{}}$, $\Psi_2^{\dot{}}$ geben den inkohärenten, Ψ_1 , Ψ_2 , Ψ_3 den kohärenten Anteil des Wirkungsquerschnittes.

Es ist

$$\bar{\sigma} = Z^2 (e^2 / hc) \cdot (e^2 / mc^2) = Z^2 \cdot 5,78 \cdot 10^{-28} \text{ cm}^2$$

N Anzahl der Atome im Kristall

k Photonen-Energie

x = k/E₀ relative Photonen-Energie

y = E⁺/k Energieaufteilung des Paares

Die Funktionen Ψ_1 , Ψ_2 , Ψ_3 werden gegeben durch

$$\begin{aligned} \Psi_1(\delta, \theta, \alpha) &= \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} 4\delta \int_{\frac{\delta}{2}}^{\delta} |S|^2 e^{-Ag^2} \frac{1}{g^4} [1-F(g)]^2 \frac{g_2^2}{g_1^2} = \\ &= \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} 4\delta \int_{\frac{\delta}{2}}^{\delta} |S|^2 e^{-Ag^2} \frac{1}{g^4} [1-F(g)]^2 \frac{g_2^2 + g_3^2}{[g_1 + \theta(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha)]^2} \\ \Psi_2(\delta, \theta, \alpha) &= \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^3}{\alpha^3} 24\delta^2 \int_{\frac{\delta}{2}}^{\delta} |S|^2 e^{-Ag^2} \frac{1}{g^4} [1-F(g)]^2 \frac{g_2^2 (g_1 - \delta)}{g_1^4} = \\ &= \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} 24\delta^2 \int_{\frac{\delta}{2}}^{\delta} |S|^2 e^{-Ag^2} \frac{1}{g^4} [1-F(g)]^2 \frac{(g_2^2 + g_3^2) [g_1 + \theta(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha) - \delta]}{[g_1 + \theta(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha)]^4} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\Psi_3(\delta, \theta, \alpha, \varphi) = -\frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} 4\delta^3 \int_{\vec{g}} |S|^2 e^{-Aq^2} \frac{1}{q^4} [1-F(q)]^2 \frac{q_i^2 \cos 2\varphi^0}{q_i^4} =$$

$$= -\frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} 4\delta^3 \int_{\vec{g}} |S|^2 e^{-Ag^2} \frac{1}{g^4} [1-F(g)]^2 \frac{(g_2^2 - g_3^2) \cos 2\varphi + (g_2^2 + g_3^2) \sin 2\varphi}{[g_1 + \theta(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha)]^4}$$

In der ersten Formulierung sind die Funktionen in Abhängigkeit von dem zu jedem einzelnen Gitterpunkt gehörenden Komponenten des Rückstoßes geschrieben. In der zweiten Formulierung sind sie durch die die Orientierung des Kristalls definierenden Winkel θ, α, φ ausgedrückt. Dabei wurde angenommen $\theta \ll 1$.

Es bedeuten

N Anzahl der Atome

N_0 Anzahl der Atome pro Zelle

a Gitterkonstante

S Strukturfaktor

A mittlere quadratische Entfernung eines Atomes von seiner mittleren Lage

$F(q) = f(q)/Z$ Atomformfaktor

$f(q)$.. Atomformamplitude

Z Kernladungszahl

\vec{g} Vektor des reziproken Gitters

q_1 Rückstoß in Richtung des einfallenden Teilchens \vec{p}_0 (\vec{k})

q_t Rückstoß senkrecht zu \vec{p}_0 (\vec{k})

$$\delta = \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2 E_0} \frac{x}{1-x} \text{ Bremsstrahlung} \\ \frac{1}{2k} \frac{1}{y(1-y)} \text{ Paarproduktion} \end{array} \right\} \text{ minimaler Rückstoß}$$

φ^0 Winkel zwischen der Ebene die \vec{k} und \vec{q} enthält und der Bezugsebene für die Polarisation

$$\theta \begin{cases} * \vec{p}_0, \vec{b}_1 & \text{Bremsstrahlung} \\ * \vec{k}, \vec{b}_1 & \text{Paarproduktion} \end{cases}$$

$\alpha \dots \left\{ \begin{array}{l} (\vec{p}_0 \vec{b}_1), (\vec{b}_2 \vec{b}_1) \text{ Bremsstrahlung} \\ (\vec{k} \vec{b}_1), (\vec{b}_2 \vec{b}_1) \text{ Paarproduktion} \end{array} \right.$
 $\varphi \dots$ Winkel zwischen der Bezugsebene für die Polarisation
 und der Ebene $(\vec{k} \vec{b}_2)$

Die Summation ist in obigen Formeln über die reziproken Gitterpunkte auszuführen, die im kinematisch möglichen Bereich der Rückstöße liegen. Die Bedingung dafür folgt aus (5) :

$$q_1 = g_1 + \theta(g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha) \geq \delta \quad (10)$$

Die Formeln für ψ_1^i, ψ_2^i werden in 5) angegeben:

$$\psi_1^i(\delta) = 4 + 4 \int_{\delta}^1 [1 - e^{-Aq^2}] (q - \delta)^2 [1 - F(q)]^2 \frac{dq}{q^3} \quad (11)$$

$$\psi_2^i(\delta) = \frac{10}{3} + 4 \int_{\delta}^1 [1 - e^{-Aq^2}] (q^3 - 6\delta^2 q \ln \frac{q}{\delta} + 3\delta^2 q - 4\delta^3) [1 - F(q)]^2 \frac{dq}{q^4}$$

Die mittlere quadratische Verschiebung A wird nach der Debyeschen Theorie berechnet. Für Diamant erhält man bei Raumtemperatur 5)
 (T = 293°K) A = 129

Die lineare Polarisation der Bremsstrahlung wird definiert durch

$$P = \frac{\sigma_{\perp}^B - \sigma_{\parallel}^B}{\sigma_{\perp}^B + \sigma_{\parallel}^B} \quad (12)$$

und kann aus Formel (7) berechnet werden.

Für Paarproduktion definiert man als Asymmetrieverhältnis

$$R = \frac{\sigma_{\perp}^P - \sigma_{\parallel}^P}{\sigma_{\perp}^P + \sigma_{\parallel}^P} \quad (13)$$

Es kann mit Formel (8) berechnet werden.

2.4 Diskussion der Formeln für die Wirkungsquerschnitte

2.4.1 Größenordnung der Rückstöße bei Bremsstrahlung und Paarbildung

Der Diamant hat eine Gitterkonstante von $3,56 \cdot 10^{-8}$ cm. Daraus folgt für den reziproken Gittervektor (4)

$$\vec{g} = \frac{1}{146,7} (n_1 \sqrt{2}, n_2, n_3 \sqrt{2})$$

Für Elektronen von 6 GeV und Photonen von 3 GeV ($x = 0.5$) erhält man für den minimalen Rückstoß

$$\delta = 0,426 \cdot 10^{-4}$$

Der minimale Rückstoß ist also um mehr als zwei Größenordnungen kleiner als die Gitterkonstante des reziproken Gitters.

Der minimale Rückstoß bei symmetrischer Paarproduktion ist bei gleicher Energie des einlaufenden Teilchens um den Faktor 4 größer als im oben betrachteten Fall von Bremsstrahlung.

Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes für Paarbildung von der linearen Polarisation der Photonen kann dazu benutzt werden, die Polarisation von Bremsstrahlung zu messen. Mißt man die Polarisation von kohärenter Bremsstrahlung, so ist die Energie der Photonen kleiner als die der primären Elektronen. Der Rückstoß bei der Paarbildung ist dann etwa eine Größenordnung größer als bei der Bremsstrahlung.

2.4.2 Qualitative Überlegungen zur Bremsstrahlung

Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung setzt sich nach den Formeln (7) und (9) aus Beiträgen zusammen, die den Gitterpunkten (Gittervektoren) des reziproken Gitters zugeordnet sind. Es tragen nur Gitterpunkte zum Wirkungsquer-

schnitt bei, die im kinematisch möglichen Bereich der Rückstöße liegen. Zusätzlich gibt es noch einen inkohärenten Beitrag zum Wirkungsquerschnitt, der durch die Funktionen ψ_1^i, ψ_2^i bestimmt wird.

Das reziproke Gitter ist in Fig. 1 zusammen mit dem kinematisch möglichen Bereich der Rückstöße dargestellt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit ist nur eine Gitterebene eines einfachen kubischen Translationsgitters gezeichnet.

Aus Formel (9) sieht man, daß den höchsten Beitrag zum Wirkungsquerschnitt reziproke Gitterpunkte liefern, die nahe dem Ursprung des reziproken Gitters und nahe der kinematischen Grenze liegen. Der Beitrag nimmt rasch ab mit der Entfernung von der kinematischen Grenze ($q_1 - \delta$) und langsam mit der Entfernung vom Ursprung (q). Es geben nur Punkte einen merklichen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt, deren transversale Rückstoßkomponente q_t kleiner ist als etwa 0,1 und deren longitudinale Komponente q_1 innerhalb von einigen δ liegt.

Man kann nun an Hand der bisherigen Kenntnisse leicht schließen, wie ein an einem Kristall erzeugtes Bremsspektrum aussehen wird. Der minimale Rückstoß δ wird mit steigender Photonenenergie größer. Die kinematische Grenze (Fig. 1) wandert also mit steigender Photonenenergie weiter vom Ursprung weg. Ein Gitterpunkt des reziproken Gitters, der anfangs im kinematisch möglichen Bereich liegt, wird näher zur Grenze kommen. Das heißt, sein Beitrag zum Wirkungsquerschnitt wird zunehmen. Bei einer bestimmten Photonenenergie wird der Gitterpunkt die kinematische Grenze passieren und der Wirkungsquerschnitt wird sich diskontinuierlich senken. Dies zeigen Fig. 10, 11 und 12. Bei Figur 10 liegt der Elektronenstrahl in der Kristallfläche (\vec{b}_1, \vec{b}_2). Aus diesem Grunde tritt immer eine ganze Reihe von reziproken Gitterpunkten gleichzeitig über die kinematische Grenze.

2.4.3 Qualitative Überlegungen zur Paarbildung

Für den Wirkungsquerschnitt für Paarbildung kann man an Hand des in Fig. 1 dargestellten reziproken Gitters analoge Überlegungen wie im vorhergehenden Abschnitt für den Bremsstrahlungswirkungsquerschnitt anstellen.

Es sei $\alpha = 0$ (\vec{k} in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2)) und nur der Winkel θ werde variiert. Verkleinert man den Winkel θ , so werden nacheinander Reihen von reziproken Gitterpunkten die kinematische Grenze passieren und den kinematisch möglichen Bereich der Rückstöße verlassen. Der Wirkungsquerschnitt wird steigen und sich dann diskontinuierlich senken (Fig. 16).

2.4.4 Bremsstrahlung mit besonders hoher Polarisation

"Einpunkt-Spektren"

Ähnliche Überlegungen wie in Abschnitt 2.4.2 können dazu herangezogen werden, um qualitative Aussagen über die Polarisation der Bremsstrahlung zu gewinnen. Betrachtet man den Beitrag eines reziproken Gitterpunktes zur Bremsstrahlung, so sieht man aus Formeln 7, 9 und 12, daß lineare Polarisation vorhanden ist. Die Polarisation ist am größten, wenn der reziproke Gitterpunkt an der kinematischen Grenze liegt. Die Bezugsebene für die die Polarisation dieses Beitrages zum Wirkungsquerschnitt am größten ist, enthält den reziproken Gittervektor und die Richtung des Photons.

Liegt die Richtung des Elektrons in einer Kristallebene ($\alpha = 0^\circ, 90^\circ$), so werden die Spitzen im Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung jeweils von einer ganzen Reihe von reziproken Gitterpunkten gleichzeitig hervorgerufen. Die Beiträge dieser Gitterpunkte summieren sich bezüglich der Bremsstrahlungsintensität, hinsichtlich der Polarisation heben sie sich aber gegenseitig

teilweise auf, da sie in verschiedenen Richtungen polarisiert sind.

Dieser Nachteil läßt sich vermeiden, wenn man den Kristall so orientiert, daß nur ein einzelner reziproker Gitterpunkt in einem bestimmten Bereich den Hauptbeitrag zum Bremspektrum liefert.

Eine geeignete Orientierung des Diamanten läßt sich durch Überlegungen an Hand des reziproken Gitters (Fig. 1) finden. Bei Fig. 1 a liegt der Elektronenstrahl in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2), es trägt immer eine ganze Reihe von reziproken Gitterpunkten ($\parallel \vec{b}_3$) zu einer Spitze im Bremspektrum bei. Erhöht man den Winkel θ erheblich (man bedenke daß die Winkel nicht annähernd maßstäblich dargestellt werden können), und dreht den Elektronenstrahl um einen kleinen Winkel α aus der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) heraus (Fig. 1 b), so liegt jeweils nur ein einzelner reziproker Gitterpunkt im "Pfannkuchen". Beiträge anderer Gitterpunkte vermindern also nicht die Polarisation der Bremsstrahlung. Fig. 11 und 12 zeigen zwei Spektren mit hoher Polarisation. Die dominierenden Spitzen im Bremspektrum kommen jeweils vom reziproken Gitterpunkt (0,0,2). Ein Vergleich von Fig. 11 und Fig. 10 zeigt, daß bei gleicher Energie der Photonen die lineare Polarisation sich von 43 % auf 77 % erhöht hat.

2.4.5 Bedingung für das Auftreten von Diskontinuitäten im Wirkungsquerschnitt

Der Wirkungsquerschnitt ändert sich diskontinuierlich, wenn ein reziproker Gitterpunkt die kinematische Grenze passiert; d. h.: wenn in (10) das Gleichheitszeichen gilt

$$q_1 = g_1 + \theta (g_2 \cos \alpha + g_3 \sin \alpha) = \delta = \begin{cases} \frac{1}{2 E_0} \frac{x}{1-x} & \text{Bremsstrahlung} \\ \frac{1}{2 k} \frac{1}{y(1-y)} & \text{Paarbildung} \end{cases} \quad (14)$$

$\theta \ll 1$

Für die allein merklich zum Wirkungsquerschnitt beitragenden Punkte in der Ebene (\vec{b}_2, \vec{b}_3) des reziproken Gitters erhält man

$$\begin{aligned} \bar{A} (n_2 \theta_2 + n_3 \sqrt{2} \theta_3) &= 1 \\ \theta_2 &= \theta \cos \alpha & \theta_3 &= \theta \sin \alpha \\ \bar{A} &= \frac{2\pi}{\delta a} \end{aligned} \quad (15)$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden für die projizierten Winkel θ_2 und θ_3 . In Fig. 3 sind diese Geraden für einige reziproke Gitterpunkte dargestellt. Den niedrigeren Wert des Wirkungsquerschnittes hat man immer an der Seite der Geraden, an der der Koordinatenursprung liegt.

2.4.6 Die Abschirmung durch die Elektronen

Da die im Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung und Paarproduktion an Kristallen auftretenden Spitzen von diskreten Impulsüberträgen an das Target herrühren, ist bei Kristallen die Annahme über das Abschirmpotential der Elektronen von wesentlich bedeutenderem Einfluß auf die theoretischen Wirkungsquerschnitte als bei Einzelatomen. Die Höhe einer Kante im Wirkungsquerschnitt ist ein direktes Maß für den Beitrag des zugehörigen Rückstoßes zum Wirkungsquerschnitt. Beim Wirkungsquerschnitt für Einzelatome ist einer Photonenenergie kein Rückstoß eindeutig zugeordnet. Falsche Annahmen über die Abschirmung in einem Bereich von \vec{q} können also in einem anderen Bereich von \vec{q} wieder ausgeglichen werden.

Der Wirkungsquerschnitt ist nach (1) proportional zum Quadrat der Fouriertransformierten des Potentials. Für ein Coulomb Potential ist diese gegeben durch

$$\tilde{V} = \int \frac{Z e}{|\vec{r}|} e^{-i\vec{q}\vec{r}} d\vec{r} = \frac{4\pi Z e}{q^2} \quad (16)$$

Unter Berücksichtigung der Elektronenverteilung erhält man

$$\tilde{V} = \frac{4 \pi Z e}{q^2} (1 - F(q)) = \frac{4 \pi Z e}{q^2} (1 - f(q)/Z)$$

$$f(q) = \int \rho(\vec{r}) e^{-i\vec{q}\vec{r}} d\vec{r}$$

$\rho(\vec{r})$ ist die Elektronendichte, $f(q)$ die in der Theorie der Röntgenbeugung eingeführte Atomformamplitude.

ρ bzw. f sind in verschiedenen Näherungen berechnet worden. Hier werden die nach Hartrees "self consistent field"-Methode unter Verwendung von relativistischen Wellenfunktionen und Slaters näherungsweise Berücksichtigung der Austauschkorrektur berechneten Streufaktoren verwendet. Diese werden in ¹¹⁾ gegeben:

$$f = \sum_{i=1}^4 a_i \exp(-b_i s^2) + C \quad (18)$$

$$s [\text{\AA}^{-1}] = 10^8 \frac{mc}{4\pi\hbar} q [\text{mc}]$$

Für Kohlenstoff hat man

$a_1 = 1,8359$	$b_1 = 24,7895$	$C = 0,2283$
$a_2 = 1,8119$	$b_2 = 11,0141$	$0 \leq s \leq 2 \text{\AA}^{-1}$
$a_3 = 1,5806$	$b_3 = 0,5634$	$s = 20,6 q$
$a_4 = 0,5426$	$b_4 = 63,8478$	

Die Atomformamplitude, bzw. die Abschirmfunktion $[1 - F(q)]^2/q^2$ sind in Fig. 4 und 5 graphisch dargestellt.

Das Potential des Kristalls wird im allgemeinen als Summe der kugelsymmetrischen Potentiale der Einzelatome dargestellt, die sich an den Gitterplätzen des Kristalls befinden. Diese Näherung berücksichtigt nicht die Änderung der Elektronenhülle infolge der chemischen Bindung.

Für Diamant wurden die f Faktoren der stärkeren Reflexe röntgenographisch bestimmt ¹²⁾ (Fig. 4, Tabelle 1). Wie man sieht, weicht die Atomformamplitude für einige reziproke Gitterpunkte wesentlich von den berechneten Werten ab. Eine Verbesserung der theoretischen Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung und Paarproduktion erhält man, wenn man für diese Gitterpunkte die gemessenen Atomformamplituden benutzt. Die zu diesen Gitterpunkten gehörenden Abschirmfunktionen sind in Fig. 5 eingetragen

(h_1, h_2, h_3)	(n_2, n_3)	$f_{\text{theor.}}$	$f_{\text{exp.}}$
(1, 1, 1)	(1, 1)	3,138	$3.321^{\pm} 0.007$
(0, 2, 2)	(0, 2)	2,030	$1.982^{\pm} 0.009$
(3, 1, 1)	(3, 1)	1,802	$1.663^{\pm} 0.007$
(4, 0, 0)	(4, 0)	1,609	$1.480^{\pm} 0.010$
(1, 3, 3)	(1, 3)	1,538	$1.579^{\pm} 0.005$
(4, 2, 2)	(4, 2)	1,449	$1.444^{\pm} 0.002$
(5, 1, 1)	(5, 1)	1,405	$1.418^{\pm} 0.006$
(3, 3, 3)	(3, 3)	1,405	$1.418^{\pm} 0.006$
(0, 4, 4)	(0, 4)	1,338	$1.288^{\pm} 0.010$
(5, 3, 3)	(5, 3)	1,209	$1.193^{\pm} 0.006$
(7, 1, 1)	(7, 1)	1,125	$1.096^{\pm} 0.004$
(1, 5, 5)	(1, 5)	1,125	$1.096^{\pm} 0.004$

Tabelle 1: Experimentelle Atomformfaktoren für einige reziproke Gittervektoren des Diamanten nach Göttlicher und Wölfel ¹²⁾.

2.4.7 Der inkohärente Anteil des Wirkungsquerschnittes

Der inkohärente Anteil des Wirkungsquerschnittes für Bremsstrahlung und Paarproduktion wird durch die Funktionen $\Psi_1^i(\delta), \Psi_2^i(\delta)$ (11) bestimmt. A ist die nach der Debyeschen Theorie berechnete mittlere quadratische Verschiebung. Für den Diamant erhält man bei Raumtemperatur ⁵⁾ $A = 129$.

Die Funktionen $\psi_1^i(\delta), \psi_2^i(\delta)$ wurden für exponentielle Abschirmung von Überall berechnet. Da bei den von uns betrachteten Energien der Wert dieser Funktionen nicht wesentlich variiert, werden die Werte für $\delta = 0$ genommen. Dies entspricht der Annahme vollständiger Abschirmung. Für das hier benutzte Abschirmpotential (Abschnitt 2.4.6) erhält man

$$\psi_1^i(0) = 14.1$$

$$\psi_2^i(0) = 13.4$$

Die analytische Darstellung für die Atomformamplitude (18) gilt nur für $s = 20,6 \leq q \leq 2$. Für größere Impulsüberträge wurde exponentielle Abschirmung angenommen.

$$\frac{1}{q^4} (1 - f(q)/Z)^2 = \frac{1}{(q^2 + c)^2} \quad q > 0.1$$

c wurde so gewählt, daß für $q = 0,1$ diese Darstellung für $f(q)$ stetig an (18) anschließt.

Die Elektronen geben einen zusätzlichen Beitrag zum inkohärenten Anteil des Wirkungsquerschnittes. Berechnet man ihn nach Wheeler und Lamb ¹³⁾, so erhält man für Diamant insgesamt

$$\psi_1^i = 18.2$$

$$\psi_2^i = 17.4$$

(19)

Der inkohärente Beitrag zum Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung ist in Fig. 10, 11 und 12 eingetragen.

2.5 Einfluß von Targetdicke und Kollimation auf das Bremsspektrum

Hat ein Elektron, bevor es einen Bremsprozeß verursacht, eine Schichtdicke T des Targets durchlaufen, so stimmt seine Richtung der Vielfachstreuung wegen im allgemeinen nicht mehr mit seiner ursprünglichen Richtung überein. Ebenso kann sich seine Energie vermindert haben, wenn vorher schon ein Bremsprozeß stattgefunden hat. Während die Energieänderung bei kleinen Targetdicken ($\lesssim 10^{-2}$ Strahlungslängen) für das Bremsspektrum keine wesentliche Rolle spielt, ist die Winkeländerung von wesentlicher Bedeutung. Eng damit verknüpft ist der Einfluß der Kollimation auf das Bremsspektrum.

Die theoretische Behandlung des Einflusses von Kollimation und Vielfachstreuung auf das Bremsspektrum ist für den kohärenten und den inkohärenten Anteil zum Wirkungsquerschnitt wesentlich verschieden. Während man für den inkohärenten Anteil zum Wirkungsquerschnitt eine kontinuierliche Winkelverteilung erhält, ist sie für den kohärenten Anteil diskret. Dies folgt aus Energie und Impulssatz und der Forderung, daß die Rückstöße mit den reziproken Gittervektoren zusammen fallen. Die Kinematik für festen Rückstoß \vec{q} ist im Anhang 2 behandelt. Man erhält für $q \ll 1$ in guter Näherung für den Photonen-Emissionswinkel

$$U = E_0 \theta_1 = \sqrt{q_1/\delta - 1} \quad (20)$$

Für jeden Beitrag eines reziproken Gitterpunktes zum Wirkungsquerschnitt werden die Photonen also auf einem Kegelmantel emittiert.

Es sei $w_e(\lambda_e)$ (λ_e Elektronenwinkel) die über die ganze Targetdicke gemittelte Winkelverteilung der Elektronen, wobei Vielfachstreuung und Primärdivergenz der Elektronen berücksichtigt sei. Im folgenden werden alle Winkel in Einheiten des natürlichen

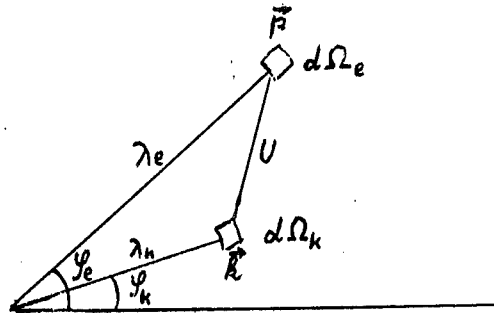
Emissionswinkels mc^2/E_0 gemessen.

2.5.1 Inkohärenter Anteil des Bremsspektrums

Für den Photonen-Emissionswinkel U wird die von dem winkelabhängigen Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung an Einzelatomen näherungsweise abgeleitete Winkelverteilung ⁹⁾

$$w_k(U) d\Omega = \frac{1}{\pi} \frac{1}{(1+U^2)^2} d\Omega \quad (21)$$

angenommen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die emittierten Photonen in das Raumwinkelement $d\Omega_k$ des Kollimators treffen,



Winkeldiagramm

ist dann gegeben durch

$$\frac{dV^i}{d\Omega_k} d\Omega_k = d\Omega_k \int_0^\infty \int_0^{2\pi} w_e(\lambda_e) \lambda_e d\lambda_e d\varphi_e w_k(U) \quad (22)$$

$$U^2 = \lambda_e^2 + \lambda_k^2 - 2\lambda_e \lambda_k \cos(\varphi_e - \varphi_k)$$

Nimmt man für w_e die Winkelverteilung der Elektronen in der halben Targetstärke (nur unter Berücksichtigung der Vielfachstreuung) ¹⁴⁾

$$w_e(\lambda_e) = \frac{1}{\pi \lambda_0^2} e^{-(\lambda_e/\lambda_0)^2} \quad (23)$$

$$\lambda_0 = \frac{E_0}{mc^2} \theta_v = \frac{21}{0.511} \sqrt{\frac{T [\text{Str.L.}]}{2}}$$

und beschränkt sich auf enge Kollimation ($\lambda_k^2 \ll \lambda_0^2$), so kann man in (22) U durch λ_e ersetzen:

$$\frac{dV^1}{d\Omega_k} = \frac{2}{\pi \lambda_0^2} \int_0^\infty -(\lambda_e/\lambda_0)^2 \frac{\lambda_e d\lambda_e}{(1+\lambda_e^2)^2}$$

Für $\lambda_0 \rightarrow \infty$ (breite Elektronenwinkelverteilung) geht dieser Ausdruck über in $1/(\pi \lambda_0^2)$.

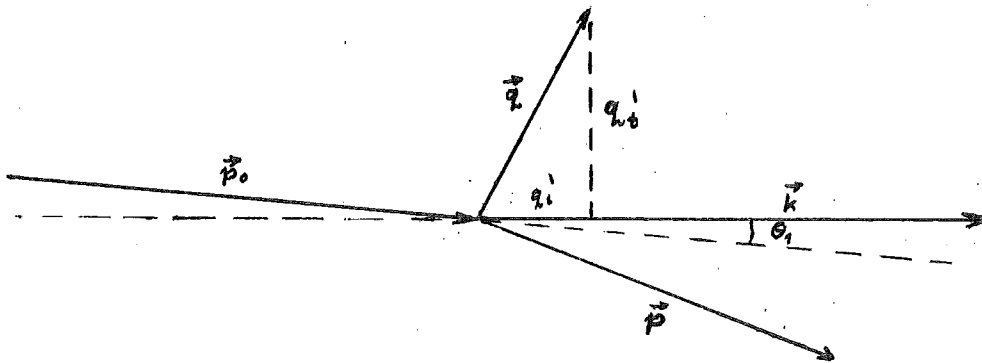
2.5.2 Kohärenter Anteil des Bremsspektrums

Um den Einfluß der Kollimation auf das Bremsspektrum zu berechnen, muß man von dem im Winkel differentiellen Wirkungsquerschnitt ausgehen. Dieser ist in ⁷⁾ für eine spezielle Bezugsebene für die Polarisation gegeben. Für eine beliebige Bezugsebene erhält man, wenn man wie in der ersten Form von (9) auf die explizierte Einführung der Kristallwinkel θ, α verzichtet und nur den kohärenten Anteil betrachtet

$$\begin{aligned} \frac{x}{\bar{\sigma} N} (d\sigma_{\perp} + d\sigma_{\parallel}) &= \frac{8\pi}{\alpha^3} \frac{N_0}{N} (1-x) \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} |S|^2 \frac{e^{-Aq^2}}{q^4} [1-F(q)]^2 \cdot \\ &\cdot \left[\frac{2\delta q_i^2}{q_i^2} (1+k\delta) - 8 \cos^2 \vartheta \frac{q_i^2 \delta^2 (q_i - \delta)}{q_i^4} \right] dx d\vartheta \\ \frac{x}{\bar{\sigma} N} (d\sigma_{\perp} - d\sigma_{\parallel}) &= \frac{8\pi}{\alpha^3} \frac{N_0}{N} (1-x) \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta}{2}} |S|^2 \frac{e^{-Aq^2}}{q^4} [1-F(q)]^2 \cdot \\ &\cdot \left\{ \cos 2\omega \left[\frac{2q_i^2 \delta}{q_i^2} \cos 2\vartheta - \frac{8 \cos^2 \vartheta q_i^2 \delta^2 (q_i - \delta)}{q_i^4} \right] - \right. \\ &\left. - 2 \sin 2\omega \left[\frac{q_i^2}{q_i^2} (2\delta - q_i) \sin \vartheta \cos \vartheta \right] \right\} dx d\vartheta \end{aligned} \quad (25)$$

$$\omega = \varphi - \vartheta + \pi$$

Die Bedeutung der Symbole ist in Anhang 1 erläutert. Der Wirkungsquerschnitt setzt sich wieder aus Beiträgen zusammen, die jeweils einem reziproken Gitterpunkt zugeordnet sind. Er ist nur differentiell im Azimutwinkel des Photons; der Emissionswinkel U ist nach (20) für jeden einzelnen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt durch die Komponente q_1 des reziproken Gittervektors festgelegt. Integriert man (25) über φ (von 0 bis 2π), so erhält man den kohärenten Anteil des über die Winkel integrierten Wirkungsquerschnittes (7 und 9).



Impulsdiagramm für den Bremsprozeß

Um den Einfluß der Kollimation auf das Bremsspektrum zu berechnen, ist es vorteilhaft, zuerst einen unendlich kleinen ($d\Omega_k$) Kollimator (feste Photonenrichtung) zu betrachten und zurückzurechnen, welche Elektronen - für einen bestimmten reziproken Gitterpunkt - Photonen in Richtung der Kollimatorachse emittieren können. Die Anzahl der Photonen, die in einen Kollimator mit dem Raumwinkel $d\Omega_k$ emittiert werden, ist dann gegeben durch

$$\frac{dn(k)}{dk} \frac{d\Omega_k}{n_e} = d\Omega_k \int_0^{2\pi} \sum_{\vec{g}} w_e(\lambda_e) \frac{d\mathcal{G}'}{dkd\sigma} d\sigma \quad (26)$$

$\frac{d\mathcal{G}'}{dkd\sigma}$ ist der Anteil eines reziproken Gitterpunktes zum

im Winkel differentiellen Wirkungsquerschnitt. Der Elektronenwinkel wird durch die Photonenrichtung (θ_k, φ_k) und die Photonenemissionsrichtung (U, γ) festgelegt.

Da Kristall und Kollimator im Raume feststehen, sind für einen reziproken Gittervektor die Komponenten in und senkrecht zur Richtung des Photons (q_1', q_t') konstant, während die auf die Richtung des Elektrons bezogenen Komponenten (q_1, q_t) mit der Richtung der Elektronen, die Photonen in die Richtung des Kollimators emittieren, variieren. Es erscheint deshalb sinnvoll, den im Winkel differentiellen Wirkungsquerschnitt (25), wie auch den Winkel zwischen Photon und Elektron U durch q_1' und q_t' anstelle von q_1 und q_t auszudrücken.

Der Photon-Emissionswinkel U ist in ebenso guter Näherung wie in (20) (siehe Anhang 2) gegeben durch

$$U = \sqrt{\frac{q_1'}{\delta} - 1} \quad (27)$$

Betrachtet man den im Winkel differentiellen Wirkungsquerschnitt (25), so fällt auf, daß in allen Gliedern der transversale Rückstoß q_t nur in der zweiten Potenz vorkommt. Dies liegt daran, daß bei seiner Ableitung aus dem Wirkungsquerschnitt für isolierte Atome eine Reihenentwicklung in q_t vorgenommen wurde, und alle Glieder ab der vierten Potenz vernachlässigt wurden. Glieder mit q_t^3 kamen nicht vor.

Ersetzt man nun in (25) q_1 und q_t mittels der Beziehungen

$$q_1 = q_1' - q_t' \theta_1 \cos \gamma \quad q_t = q_t' \quad (28)$$

durch q_1' und q_t' , und vernachlässigt wieder Glieder ab $q_t'^4$, so erhält man denselben Ausdruck (25) mit q_1, q_t durch q_1', q_t'

ersetzt. Zusätzlich treten noch Glieder mit $q_t'^3$ auf, die aber, was später wesentlich werden wird, bei einer Integration über \neq Null ergeben.

Da es die weitere Betrachtung vereinfacht und für die späteren Anwendungen gerechtfertigt erscheint, wird angenommen:

$$\Theta_k^2 \ll \Theta_v^2$$

d. h. die Elektronenwinkelverteilung ist wesentlich breiter als der Kollimationswinkel. Man kann dann in (26) $w_e(\lambda_e)$ durch $w_e(U) = w_e\left(\sqrt{\frac{q_t'}{\delta}} - 1\right)$ ersetzen, Summe und Integral vertauschen und $w_e(U)$ vor das Integral ziehen.

Führt man das Integral in (26) über x (von 0 bis 2π) aus, so verschwinden alle Glieder mit $q_t'^3$ und man erhält als Resultat Ausdrücke von derselben Form wie im über die Winkel integrierten Wirkungsquerschnitt (7) und (9), wobei q_1 , q_t durch q_1' , q_t' ersetzt sind und jeder Beitrag eines reziproken Gitterpunktes zum Wirkungsquerschnitt mit $w_e\left(\sqrt{\frac{q_t'}{\delta}} - 1\right) d\Omega_k$ multipliziert ist:

$$\begin{aligned} \frac{x d(n_{k_c} + n_{k_n})}{\bar{\epsilon} N n_e} &= d\Omega_k dx \frac{N_e}{N} \frac{(2\pi)^2}{a^3} \int_{\bar{g}} |S|^2 \frac{e^{-Ag^2}}{g^4} [1-F(g)]^2 w_e\left(\sqrt{\frac{q_t'}{\delta}} - 1\right) \cdot \\ &\cdot \left\{ [1+(1-x)^2] 4\delta \frac{q_t'^2}{q_i'^2} - \frac{2}{3}(1-x) 24\delta^2 \frac{q_t'^2(q_t' - \delta)}{q_i'^4} \right\} = \quad (29) \\ &= d\Omega_k dx \frac{N_e}{N} \frac{(2\pi)^2}{a^3} \int_{\bar{g}} |S|^2 \frac{e^{-Ag^2}}{g^4} [1-F(g)]^2 w_e\left(\sqrt{\frac{g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha')}{\delta}} - 1\right) \\ &\cdot \left\{ [1+(1-x)^2] 4\delta \frac{g_2^2 + g_3^2}{[g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha')]^2} - \frac{2}{3}(1-x) 24\delta^2 \frac{(g_2^2 + g_3^2)[g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha') - \delta]}{[g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha')]^4} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{x d(n_{k\perp} - n_{k\parallel})}{\bar{\epsilon} N n_e} &= -d\Omega_k dx \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} \delta(1-x) \delta^3. \\ &\cdot \sum_{\vec{g}} |S|^2 \frac{e^{-Aq^2}}{q^4} [1-F(q)]^2 w_2 \left(\sqrt{\frac{q_1^2}{\delta} - 1} \right) \frac{q_1^2 \cos 2\varphi^0}{q_1^4} = \quad (29') \\ &= -d\Omega_k dx \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{\alpha^3} \delta(1-x) \delta^3 \sum_{\vec{g}} |S|^2 \frac{e^{-Ag^2}}{g^4} [1-F(g)]^2 \cdot \\ &\cdot w_2 \left(\sqrt{\frac{g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha')}{\delta} - 1} \right) \frac{(g_2^2 - g_3^2) \cos 2\varphi' + g_2 g_3 \sin 2\varphi'}{[g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha')]^4} \end{aligned}$$

$n_{k\perp}^c$ ($n_{k\parallel}^c$) ... Anzahl der kohärent erzeugten Photonen mit Polarisation senkrecht (parallel) zur Bezugsebene.

n_e Anzahl der Elektronen pro cm^2

Die Striche bei den Winkeln θ' , α' sollen bedeuten, daß sie die Richtung der Photonen in Bezug auf den Kristall angeben.

Es bleibt noch zu überlegen, über welche Gitterpunkte die Summen in obigen Gleichungen zu erstrecken sind. Aus (27) folgt

$$q_1' = g_1 + \theta'(g_2 \cos \alpha' + g_3 \sin \alpha') \quad (30)$$

Um für einen endlichen Kollimator das Photonenspektrum zu berechnen, ist in den Gleichungen (29) die Integration über den Kollimatorwinkel auszuführen.

2.5.3 Die Form der Bremspektren

Für breite Elektronenwinkelverteilung und enge Kollimation ($\theta_{\vec{v}} \rightarrow \infty$, $\theta_{\vec{k}} \rightarrow 0$) findet man die gleiche Form der Bremspektren wie ohne Berücksichtigung der Elektronenwinkelverteilung und Kollimation. Für schmalere Elektronenwinkelverteilung wird der inkohärente Anteil zur Bremsstrahlung relativ zum kohärenten Anteil an den Kanten im Bremspektrum kleiner. Außerdem findet man, daß der kohärente Anteil zur Bremsstrahlung für kleine Werte von x - der großen Photonenemissionswinkel U (27) wegen - unterdrückt wird.

2.6 Die Messung der linearen Polarisation von Photonen

Zur Messung der linearen Polarisation von Photonen kann man zwei verschiedene Methoden verwenden. Man nützt entweder die Abhängigkeit der Winkelverteilung der Paarelektronen bei einem amorphen Target, oder aber die Abhängigkeit des über die Winkel integrierten Wirkungsquerschnittes für Paarbildung an Kristallen von der Polarisation der Photonen aus. Beide Methoden wurden von Barbiellini et al. angegeben 15) 8). Während die erste Methode bei kleinen Photonenenergien ($k \lesssim 0.5$ GeV) angewendet werden kann, ist die Kristall-Methode erst von höheren Energien ab ($k \gtrsim 1$ GeV) brauchbar.

Die lineare Polarisation von Photonen ist definiert durch das Verhältnis

$$P = \frac{n_{\perp}(k) - n_{\parallel}(k)}{n_{\perp}(k) + n_{\parallel}(k)} \quad (31)$$

$n_{\perp}(k)$, ($n_{\parallel}(k)$) ist die Anzahl der Photonen, die senkrecht (parallel) zu einer Bezugsebene polarisiert sind. Sie hängt von der Wahl der Bezugsebene ab.

Die Asymmetrie der Paarproduktion wird definiert durch

$$R = \frac{\sigma_{\perp}^p - \sigma_{\parallel}^p}{\sigma_{\perp}^p + \sigma_{\parallel}^p} \quad (32)$$

Sie hängt von der Wahl der Bezugsebene (φ) ab. Aus (8) und (9) sieht man, daß sie von der Form

$$\begin{aligned} R &= \sum c_i \cos 2(\varphi - \chi_i) = \operatorname{Re} \sum c_i e^{i2(\varphi - \chi_i)} = \operatorname{Re} C e^{2i\varphi} = \\ &= |C| \operatorname{Re} e^{2i(\varphi - \varphi_m)} = |C| \cos 2(\varphi - \varphi_m) \end{aligned}$$

ist. Für eine bestimmte Bezugsebene ($\varphi = \varphi_m$) erhält man also maximale Asymmetrie R_m .

Analysiert man einen Photonenstrahl mit einer Messapparatur, bei der die Zählrate proportional zur Paarerzeugungsrate in einem Kristall ist (Paarspektrometer), und verdreht man den Kristall um eine Achse, die mit der Photonenrichtung übereinstimmt, so lange, bis die Zählrate maximal wird, so fällt die Bezugsebene, für die die Polarisation der Bremsstrahlung maximal ist, mit der Bezugsebene für die maximale Asymmetrie (ψ_m) zusammen.

Mißt man die Zählrate N_1 für diese Stellung und auch für eine Verdrehung des Analysator-Kristalles um 90° (minimale Zählrate N_2), so läßt sich daraus die Polarisation der Bremsstrahlung P_m berechnen. Die Zählrate für die beiden Einstellungen ist gegeben durch

$$\begin{aligned} N_1 &= K (n_{\perp} \sigma_{\perp}^P + n_{\parallel} \sigma_{\parallel}^P) = K (n_{\perp} + n_{\parallel}) \frac{\sigma_{\perp}^P + \sigma_{\parallel}^P}{2} (1 + R P) \\ N_2 &= K (n_{\parallel} \sigma_{\perp}^P + n_{\perp} \sigma_{\parallel}^P) = K (n_{\perp} + n_{\parallel}) \frac{\sigma_{\perp}^P + \sigma_{\parallel}^P}{2} (1 - R P) \end{aligned} \quad (33)$$

und P_m wird mit (32) zu

$$P_m = \frac{1}{R_m} \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \quad (34)$$

Aus (34) sieht man, daß die Messung der Polarisation um so genauer ist, je größer die Asymmetrie R_m ist. Es ist deshalb zu überlegen, für welche Orientierung des Kristalls (θ, α) bei vorgegebener Photonenenergie k und Energieaufteilung des Paares γ die Asymmetrie R_m am größten ist.

Barbiellini et al. ⁸⁾ betrachteten nur den Fall, in dem die Richtung der Photonen in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) des reziproken Gitters eines Diamanten liegt ($\alpha = 0$). Die Bezugsebene, die extremale Asymmetrie ergibt, stimmt dann aus Symmetriegründen mit ihrer speziellen Referenzebene ($\psi = \alpha$) überein.

Fig. 16 zeigt den Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion und das Asymmetrieverhältnis R von Diamant in Abhängigkeit von Winkel θ ($\varphi = \alpha = 0$). Jede Spitze im Wirkungsquerschnitt ist immer auf eine ganze Reihe von reziproken Gitterpunkten zurückzuführen. Wie man sieht, ist die Asymmetrie an der ersten Spitze (von großen Winkeln θ an gerechnet) am größten. Der dazu gehörende Winkel θ läßt sich aus (15) mit $n_2 = 1, \alpha = 0$ bestimmen. Der zugehörige Punkt im Winkel-diagramm (Fig. 3) liegt auf der ($\bar{A} \theta_2$)-Achse im Abstand 1 vom Ursprung.

Es ergibt sich nun die Frage, ob - ähnlich wie im Falle der Bremsstrahlung (Abschnitt 2.4.4) - eine andere Orientierung des Kristalls ($\alpha \neq 0$) gefunden werden kann, für die die Asymmetrie besonders hoch ist. Es zeigt sich, daß dies erst bei wesentlich höheren Energien möglich ist, als im Falle der Bremsstrahlung. Der Grund dafür ist, daß bei vergleichbaren Energien (k, E_0) der minimale Rückstoß bei Paarproduktion wesentlich größer ist als bei Bremsstrahlung (siehe Abschnitt 2.4.1).

Bei Photonenenergien $k \leq 5$ GeV bringt eine andere Orientierung des Kristalls ($\alpha \neq 0$) keine wesentliche Erhöhung der Asymmetrie R_m . Der niedere Wert der Asymmetrie ist hauptsächlich auf den hohen Beitrag des polarisationsunabhängigen inkohärenten Anteils zum Wirkungsquerschnitt und erst in geringerem Maße darauf zurückzuführen, daß sich die einzelnen Beiträge der reziproken Gitterpunkte der Reihe, die für die Spitze im Wirkungsquerschnitt maßgebend ist, bezüglich der Polarisation gegenseitig teilweise aufheben.

3 Apparatur

Die Apparatur sollte für folgende Aufgaben verwendet werden:

Messung der Bremsspektren von Kristallen

Messung des Paarwirkungsquerschnittes von Kristallen

Bestimmung der linearen Polarisation der Bremsstrahlung

3.1 Experimentelle Anordnung

Eine Übersicht zeigt Fig. 6. Goniometer 1 mit dem als Bremsstrahlungstarget dienenden Diamanten 1 befindet sich im geraden Stück 24 des Synchrotrons. Im selben geraden Stück befindet sich noch ein zweites Target, das es gestattet, wahlweise einen inkohärenten Gammastrahl zu erzeugen. Die Elektronen werden am Ende jedes Beschleunigungszyklus durch "beam bump" auf das Target gelenkt. Der Gammastrahl verläßt das Vakuum des Synchrotrons durch ein $2 \cdot 10^{-3}$ Strahlungslängen dickes Austrittsfenster, wird zweimal kollimiert und anschließend von geladenen Teilchen gereinigt. Der erste $2 \times 2 \text{ mm}^2$ große Kollimator befindet sich in einem Abstand von 11,5 m vom Target. Der zweite Kollimator hat eine Öffnung von $3 \times 3 \text{ mm}^2$ und ist 28,5 m vom Target entfernt. Der Gammastrahl wird durch ein magnetisches Paarspektrometer analysiert. Innerhalb des Magnetfeldes des Paarspektrometernagneten befindet sich Goniometer 2 mit dem als Konverter dienenden Diamanten 2. Anstelle des Diamanten kann auch ein amorpher Konverter in den Gammastrahl geklappt werden. Als Strahlmonitor dient ein Quantameter nach Wilson-Typ ¹⁶⁾.

3.2 Goniometer 1

Eine Skizze des Goniometers mit dem Diamanten 1 zeigt Fig. 7.

Der Diamant ist um zwei senkrecht zu einander stehende Achsen drehbar. Der Variationsbereich für die Winkel beträgt je ± 50 mrad. Der Elektronenstrahl kommt aus der Zeichenebene heraus und bildet mit der (110) Achse des Diamanten einen kleinen Winkel (θ). Die horizontale Drehachse fällt mit der (001) Achse, die vertikale mit der ($\bar{1}\bar{1}0$) Achse des Diamanten annähernd zusammen. Die Bewegungen des Goniometers werden mechanisch auf zwei außerhalb des Vakuumsystems befindliche Messuhren übertragen, die durch eine Fernsehkamera beobachtet werden. Die Reproduzierbarkeit der Winkel ist besser als 0,1 mrad.

3.3 Goniometer 2

Eine Skizze zeigt Fig. 8. Ein um seine Achse drehbares (Drehwinkel ϕ_1), parallel zum Elektronenstrahl ausgerichtetes Rohr ragt zwischen die Polschuhe des Paarspektrometermagneten hinein. Das Rohr trägt in kardanischer Aufhängung den Diamanten. Der Diamant läßt sich um zwei senkrecht zu einander und senkrecht zum Photonenstrahl stehende Achsen \vec{f}_2, \vec{f}_3 (Drehwinkel ϕ_2, ϕ_3) verdrehen. Die Einstellung des Goniometers wird elektrisch angezeigt. Der Variationsbereich für ϕ_2, ϕ_3 beträgt ± 250 mrad, die Reproduzierbarkeit 0,2 mrad. ϕ_2, ϕ_3 bestimmen die Einfallsrichtung der Photonen bezüglich der Kristallachsen, eine Drehung um ϕ_1 ändert - wenn der Photonenstrahl exakt parallel zur Drehachse ist - nur die Polarisationsrichtung der Photonen relativ zum Kristall. Am inneren Ring des Goniometers sind zwei Targetklappen befestigt, die wahlweise in den Strahl geklappt werden können. Eine von ihnen trägt eine 10μ dünne Mylarfolie, an die der Diamant geklebt ist. Die andere trägt eine $38,1 \text{ mg/cm}^2 = 5,16 \cdot 10^{-3}$ Strahlungslängen dicke Goldfolie. Die Achse $\vec{b}_2 = (001)$ ist parallel zu \vec{f}_3 und $\vec{b}_3 = (\bar{1}\bar{1}0)$ parallel zu \vec{f}_2 .

3.4 Die Diamanten

Beide Diamanten wurden von der Firma Indiamant, Bargteheide, geliefert. Sie waren in Form von Quadern geschliffen. Diamant 1 hat eine Größe von $4 \times 7 \times 1,1 \text{ mm}^3$, Diamant 2 eine von $6 \times 6 \times 1,5 \text{ mm}^3$. Die Lage der Achsen wurde röntgenographisch bestimmt. Die in Strahlrichtung zeigende Achse $\vec{b}_1 = (110)$ lag bei beiden Diamanten senkrecht zur größten Fläche. Die Dicke in Strahlungslängen von Diamant 1 betrug also $0,91 \cdot 10^{-2}$, die von Diamant 2 $1,24 \cdot 10^{-2}$.

3.5 Das Paarspektrometer

Paarspektrometer und elektronische Logik sind in einer anderen Arbeit ¹⁷⁾ schon ausführlich beschrieben worden. Es werden hier deshalb nur die für diese Arbeit wesentlichen Eigenschaften angegeben.

Der Gammastrahl durchdringt den Konverter, wobei ein Teil der Photonen in Elektron-Positron Paare verwandelt wird (Fig. 6). Diese Teilchen werden durch ein homogenes Magnetfeld nach verschiedenen Seiten abgelenkt. Symmetrische Paare werden durch Szintillationszähler nachgewiesen.

Die Impulsauflösung für Elektronen (Positronen) $\Delta p/p$ beträgt 2 %. Das Paarspektrometer weist Photonen im Energiebereich $2p - \Delta p < k < 2p + \Delta p$ nach. Die "wahre" Zählrate wird gegeben durch

$$N = k \frac{dn(k)}{dk} \frac{1}{4} M_T \frac{d\sigma^P}{dy} \left(\frac{\Delta p}{p}\right)^2 V(k) \quad (35)$$

$n(k)$... Anzahl der Photonen

M_T Anzahl der Atome pro Flächeneinheit

σ^P Paarwirkungsquerschnitt

$V(k)$... Ansprechwahrscheinlichkeit

$\frac{\Delta p}{p}$ Impulsauflösungsvermögen

Die Ansprechwahrscheinlichkeit des Paarspektrometers wurde experimentell durch Vergleich eines gemessenen Bremspektrums mit dem theoretischen bestimmt. Sie weicht für Photonenenergien über 2 GeV unmerklich von 100 % ab.

Zur gesamten, mit dem Paarspektrometer gemessenen Zählrate, tragen außer den von jeweils einem Paar herrührenden "wahren" Koinzidenzen noch zufällige Koinzidenzen zwischen Elektronen und Positronen bei. Außerdem mißt man noch Paare, die nicht am Konverter erzeugt werden und von Gammastrahlung herrühren (Untergrund). Die elektronische Logik ist so ausgelegt, daß zufällige Koinzidenzen gleichzeitig mitgemessen werden. Zur Bestimmung des Untergrundes ist es nötig, das Paarspektrometer ohne Konverter zu betreiben.

4 Messungen

4.1 Bremsstrahlung an Diamanten

Als Bremsstrahlungstarget diente Diamant 1, als Konverter im Paarspektrometer die Goldfolie.

4.1.1 Orientierung des Diamanten

Zum Einstellen einer bestimmten Orientierung des Diamanten in Bezug auf den Elektronenstrahl sind folgende Kenntnisse nötig (Fig. 9):

- 1) Goniometerwinkel ϕ_2° , ϕ_3° bei denen der Elektronenstrahl genau in Richtung der \vec{b}_1 Achse einfällt,
- 2) Verdrehung m der Kristallachsen \vec{b}_2 , \vec{b}_3 gegen die Goniometerachsen.

Eine rasch zum Ziele führende Methode zur Bestimmung dieser Größen wurde in einer anderen Arbeit angegeben ²⁰⁾. Es sei hier nur erwähnt, daß die Variation der Gesamtenergie der emittierten Bremsstrahlung mit der Verdrehung des Kristalls es ermöglicht, ϕ_2° und ϕ_3° zu finden. Mißt man die Winkelabhängigkeit des Bremsstrahlungswirkungsquerschnittes, so lassen sich durch Vergleich der Winkel, bei denen Diskontinuitäten im Wirkungsquerschnitt auftreten, mit Fig. 3 ϕ_2° , ϕ_3° und die Verdrehung m des Kristalls genau bestimmen.

4.1.2 Messung und Auswertung

Es wurden drei Bremsspektren gemessen, für die dann auch die Polarisation bestimmt wurde. Bei fester Winkeleinstellung des Diamanten 1 wurde das Gamma-Energiespektrum mit Hilfe des Paarspektrometers gemessen. Als Konverter diente die

Goldfolie. Die Energie der nachgewiesenen Photonen wurde durch Änderung des Stroms im Paarspektromettermagneten variiert.

Bei Auswertung der Messergebnisse interessierte nur die relative Änderung des Wirkungsquerschnittes für Bremsstrahlung mit der Photonenenergie, da die Anzahl der das Target im Synchrotron treffenden Elektronen nicht genau bekannt ist. Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung ist proportional zu der auf gleiche Quantameter-Anzeige Q bezogenen Photonenanzahl $n(k)$

$$\frac{d\sigma^B}{dk} \approx \frac{dn(k)}{dk} / Q$$

Nach (35) erhält man somit

$$k \frac{d\sigma^B}{dk} = C \frac{N}{Q} \frac{1}{V(k) \frac{d\sigma^r}{d\gamma}} \quad (36)$$

wobei C ein zu bestimmender Proportionalitätsfaktor ist.

Um die "wahre" Zählrate N zu erhalten, wurde von der auf zufällige Koinzidenzen korrigierten Zählrate der Untergrund in Abzug gebracht. Dieser wurde bestimmt, in dem bei sonst identischen Verhältnissen ohne Konverter im Paarspektrometer gemessen wurde.

Der Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung wurde nach (36) ermittelt. $V(k)$ wurde aus der Messung eines normalen Bethe-Heitler-Spektrum und Vergleich mit dem theoretischen Spektrum bestimmt. Der Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion an Gold wurde theoretisch berechnet. Er variiert für Photonenenergien über 1 GeV um ungefähr 1 %. Die Konstante C wurde durch Anpassung der Messpunkte an die theoretischen Kurven ermittelt. Die Anpassung erfolgte am oberen Ende der Spektren, an dem der inkohärente Anteil den Hauptbeitrag zum Spektrum liefert.

Die Ergebnisse der Messung von drei Bremsspektren sind in Fig. 10, 11 und 12 zusammen mit den theoretischen Wirkungsquerschnitten (7) und (9) dargestellt. Die für die Spektren wichtigen Daten sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Spektrum	E_0	Θ	α	Targetdicke	Kollimation
1	6 GeV	3,2 mrad	0°	$0,91 \cdot 10^{-2}$ Str.L.	$0,106 \times 0,106 \text{ (mrad)}^2$
2	6 GeV	50,5 mrad	$1,311^\circ$	$0,91 \cdot 10^{-2}$ Str.L.	$0,106 \times 0,106 \text{ (mrad)}^2$
3	6 GeV	50,5 mrad	$2,721^\circ$	$0,91 \cdot 10^{-2}$ Str.L.	$0,106 \times 0,106 \text{ (mrad)}^2$

Tabelle 2

Bei Spektrum 1 liegt die Richtung der Elektronen in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) des reziproken Gitters. Die Spitzen im Spektrum werden immer von einer ganzen Reihe von reziproken Gitterpunkten hervorgerufen. Die Polarisation ist nur an der ersten Spitze erheblich. Die Spektren 2 und 3 sind die in Abschnitt 2.4.4 betrachteten Spektren mit besonders hoher Polarisation. Die dominierende Spitze im Spektrum rührt vom reziproken Gitterpunkt (0,2) her.

4.1.3 Vergleich mit der Theorie

Bei den in Fig. 10 bis 12 zum Vergleich benutzten theoretischen Spektren sind noch keinerlei Einflüsse der apparativen Gegebenheiten berücksichtigt worden. Diese sind aber vorhanden, und zwar kommt dafür folgendes in Betracht:

Primärdivergenz der Elektronen

Mosaikstruktur des Diamanten

Mechanische Schwingungen des Diamanten

Vielfachstreuung der Elektronen im Kristall

Einfluß der Kollimation auf das Bremsspektrum

Endliche Ausdehnung des Auftreffpunktes der Elektronen am Target
Energieunschärfe der Elektronen
Impulsauflösung des Paarspektrometers

Bei den im Experiment gegebenen Verhältnissen (Targetdicke 10^{-2} Str.L., Kollimation $0,1 \times 0,1 \text{ mrad}^2$, Energieunschärfe der Elektronen 1 %, Energieauflösung des Paarspektrometers 2 %), haben Vielfachstreuung und Kollimation den dominierenden Einfluß auf das Spektrum. Es wurden deshalb nur die Einflüsse dieser beiden Gegebenheiten, die eng miteinander verknüpft sind, quantitativ berechnet. Die Mosaikstruktur, mechanische Vibration des Diamanten, primäre Divergenz der Elektronen und endliche Ausdehnung des Auftreffpunktes der Elektronen blieben unberücksichtigt, weil darüber nichts Quantitatives bekannt ist.

Die Theorie des Einflusses von Vielfachstreuung und Kollimation auf das Bremsspektrum wird in Abschnitt 2.5 gegeben. In Fig. 13 bis 15 sind die nach dieser Theorie berechneten Spektren zusammen mit den Messergebnissen dargestellt.

Für Spektrum 2 und 3 (Fig. 14 und 15) ist die Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit der Theorie gut. Die nicht ganz vollständige Übereinstimmung ist vermutlich auf die unvollständige Berücksichtigung der experimentellen Gegebenheiten zurückzuführen. - Man beachte, daß die Theorie der experimentellen Einflüsse keine freien Parameter enthält. - Die Berücksichtigung der Primärdivergenz hätte den gleichen Einfluß auf die Form der Bremsspektren wie eine Vergrößerung der Targetstärke. Von anderer Art ist der Einfluß einer Mosaikstruktur des Kristalls oder Vibration des Diamanten.

Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie ist für

Spektrum 1 (Fig. 13) nicht so gut, wie für die Spektren 2 und 3 (Fig. 14 und 15). Bei Spektrum 1 trägt immer eine ganze Reihe von reziproken Gitterpunkten zu den Spitzen im Wirkungsquerschnitt bei, im Gegensatz zu Spektrum 2 und 3, bei denen jede Spitze jeweils nur von einem reziproken Gitterpunkt herührt. Eine kleine Verdrehung des Elektronenstrahles aus der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) ($\alpha \neq 0$) läßt die Spitze im Wirkungsquerschnitt in eine Folge nahe aneinander liegender Spitzen zerfallen. Bei der Berechnung des theoretischen Spektrums (Fig. 13) wurde angenommen, daß die Symmetrieachse des Elektronenstrahls und die Kollimatorachse in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) liegt ($\alpha=0$). Dies ist aber der endlichen Genauigkeit des Goniometers wegen im allgemeinen nicht der Fall. Bei einer Genauigkeit des Goniometers von 0,1 mrad in den beiden Drehachsen, und einem Winkel Θ von 3,2 mrad, ist der Winkel α nur auf $0,1/3,2 \text{ rad} = 1,8^\circ$ festgelegt. Es wurde deshalb versucht, den Winkel für die theoretische Kurve so anzupassen, daß bestmögliche Übereinstimmung der Messwerte mit der theoretischen Kurve gegeben ist. Es konnte jedoch keine so gute Übereinstimmung erzielt werden, wie für die Spektren 2 und 3.

4.2 Paarproduktion am Diamanten

Es wurde der Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion für unpolarisierte Photonen gemessen. Als Bremsstrahlungstarget diente ein Titanblech, als Konverter im Paarspektrometer Diamant 2.

4.2.1 Orientierung des Diamanten

Zur Bestimmung der genauen Lage des Diamanten 2 in bezug auf die Goniometerachsen, muß man etwas anders vorgehen, als im Falle der Bremsstrahlung. Ein Effekt, ähnlich der Variation der Gesamtenergie der emittierten Bremsstrahlung, kann nicht zur Bestimmung der Winkel $\phi_2^\circ, \phi_3^\circ$, bei denen

die Richtung der Photonen mit der \vec{b}_1 Achse zusammenfällt, herangezogen werden. Die beiden Winkel ϕ_2 , ϕ_3 wurden nacheinander um je +100 und -100 mrad aus der angenommenen Mittel-lage ϕ_2^0 , ϕ_3^0 verdreht. Für jede dieser vier Einstellungen wurde die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes vom zweiten Winkel gemessen. Aus der Lage der Diskontinuitäten im Wirkungsquerschnitt und Vergleich mit Fig. 3 wurden die Winkel ϕ_2^0 , ϕ_3^0 , und die Verdrehung des Kristalls m gegen die Goniometerachsen bestimmt. Da die Höhe der Sprünge im Wirkungsquerschnitt von den Gitterpunkten, von denen sie herrühren, nicht aber von den Winkeln abhängen, konnte die Sprunghöhe zur Identifizierung der Diskontinuitäten benutzt werden. Siehe auch ²⁰⁾.

4.2.2 Messung und Auswertung

Die Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes für Paarproduktion bei fester Photonenenergie k und fester Energieaufteilung der Paarelektronen y wurde gemessen. Eine Bestimmung der absoluten Größe des Wirkungsquerschnittes für Paarproduktion ist mit der Apparatur im Prinzip möglich, wenn man die Form des Bremspektrums kennt, da die gesamte Energie der Bremsstrahlung mit dem Quantameter gemessen wird. Bei der Auswertung wurde aber nur die relative Änderung des Wirkungsquerschnittes mit der Orientierung des Diamanten betrachtet, weil für eine genaue Bestimmung des absoluten Wertes die Unsicherheit in den apparativen Konstanten (Quantameterkonstante, Energieauflösung des Paarspektrometers, Konverterdicke) zu groß war.

Die genaue Form des Bremspektrums interessierte also nicht, es war nur erforderlich, daß sie sich während der Messung nicht änderte. Die Energie des Synchrotrons betrug bei allen Messungen 6 GeV, der Strom des Paarspektrometermagneten (Energie der nachgewiesenen Photonen) wurde während der Messung nicht verändert.

Aus (35) folgt für den Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion

$$\frac{d\sigma^P}{dy} = C \frac{N}{Q} \quad (37)$$

N/Q ... "wahre" Zählrate pro Quantameter-Anzeige

C ist wieder ein Proportionalitätsfaktor, der durch Anpassung der Messwerte an die theoretischen Wirkungsquerschnitte bestimmt wurde. Die "wahre" Zählrate wurde wieder durch Abzug der zufälligen Ereignisse und des Untergrundes bestimmt. Außerdem war aber noch zu berücksichtigen, daß der Photonenstrahl auch die Folie durchsetzte, an der der Diamant befestigt war. Der Strahl war so justiert, daß der gesamte Photonenstrahl sowohl den Diamanten als auch die Folie durchsetzte. Die Stärke der Folie in Strahlungslängen wurde durch eine Messung bestimmt, bei der die Folie allein als Konverter diente. Sie betrug ungefähr 0,5 % der Strahlungslänge des Diamanten. Die Ergebnisse von zwei Messungen des Wirkungsquerschnittes für Paarproduktion in Abhängigkeit von der Orientierung des Diamanten sind in Fig. 16 und 17 dargestellt. Bei der in Fig. 16 dargestellten Messung lag der Photonenstrahl in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) des Diamanten ($\alpha = 0$). Eine Spitze im Wirkungsquerschnitt rührt immer von einer ganzen Reihe von reziproken Gitterpunkten her. In der anderen Messung (Fig. 17) wurde der Winkel $\theta_2 = \theta \cos\alpha = 60$ mrad festgehalten, und die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes vom Winkel $\theta_3 = \theta \sin\alpha$ gemessen. In beiden Fällen war die Photonenenergie 5,253 GeV, die Energieaufteilung der nachgewiesenen Paare $y = 0,476$ und der Kollimationswinkel der Photonen $0,106 \times 0,106$ mrad².

4.2.3 Vergleich mit der Theorie

In Fig. 16 und 17 sind die Messergebnisse für den Wirkungs-

querschnitt für Paarbildung zusammen mit den theoretischen Kurven dargestellt. Der Einfluß der experimentellen Gegebenheiten ist so gering, daß er nicht berücksichtigt zu werden brauchte und die Messergebnisse direkt mit den theoretischen Kurven verglichen werden können. Der Grund für den geringen Einfluß der experimentellen Gegebenheiten liegt darin, daß bei der Paarproduktion, im Gegensatz zur Bremsstrahlung, das primäre Teilchen (Photon) keine Vielfachstreuung erleidet. Es ist also nur die durch die Kollimation des Gamma-Strahls festgelegte kleine Winkeldivergenz der Photonen für eine Abweichung von den idealisierten Kurven maßgebend. Die durch das endliche Energieauflösungsvermögen des Paarspektrometers gegebene Energieunschärfe der Photonen ist von geringerem Einfluß.

Da bei den beiden in Fig. 16 und 17 dargestellten Messungen bis auf die Orientierung des Kristalls bei sonst identischen Verhältnissen gemessen wurde, ist die zur Anpassung der Messwerte an die theoretischen Kurven benutzte Konstante C (37) in beiden Fällen gleich groß.

Die theoretischen Kurven berücksichtigen keinerlei experimentelle Einflüsse. Die durchgezogenen Kurven wurden unter Benutzung der theoretischen Formfaktoren $F_i(q)$, die gestrichelten unter Verwendung von durch Röntgenstreuungsmessungen experimentell bestimmter Werte $F_e(q)$ berechnet (siehe Abschnitt 2.4.6).

Wie man bei Betrachtung beider Messungen sieht, ist die Übereinstimmung mit den gestrichelten Kurven sehr gut. Daraus geht hervor, daß sowohl der kohärente als auch der inkohärente Anteil zum Wirkungsquerschnitt durch die Theorie richtig vorhergesagt wurde. Die nicht ganz vollständige Übereinstimmung im Falle der Bremsstrahlung ist deshalb

vermutlich zum überwiegenden Teil auf eine unvollständige Berücksichtigung der experimentellen Einflüsse zurückzuführen.

4.3 Polarisationsmessung

Es wurde die lineare Polarisation für einige Photonenenergien der in Fig. 13, 14 und 15 dargestellten kohärenten Bremspektren 1, 2 und 3 gemessen. Als Bremsstrahlungstarget diente Diamant 1 im Goniometer 1, als Konverter im Paarspektrometer Diamant 2.

4.3.1 Messung und Auswertung

Die Methode zur Bestimmung der linearen Polarisation von Photonen mit Kristallen wurde in Abschnitt 2.6 angegeben. Die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnittes für Paarbildung von der linearen Polarisation der Photonen wird zur Bestimmung der linearen Polarisation benutzt. Die Methode ist umso empfindlicher, je größer das Asymmetrie-Verhältnis R ist. Wie erwähnt wurde, erhält man (bei den hier untersuchten relativ kleinen Photonenenergien) maximale Asymmetrie an der ersten Spitze (Fig. 16) im Wirkungsquerschnitt für Paarbildung, wenn die Richtung der Photonen in der Ebene (\vec{b}_1, \vec{b}_2) des reziproken Gitters liegt ($\alpha = 0$).

Entschließt man sich dazu, diese Spitze im Wirkungsquerschnitt für Paarbildung zur Bestimmung der Polarisation der Bremsstrahlung zu benutzen, so ergibt sich eine experimentelle Prozedur wie folgt:

- 1) Einstellen des Paarspektrometer-Magnetstromes legt die Photonenenergie k fest

- 2) Einstellen des Winkels ϕ_1 legt die Referenz-Ebene für die Polarisation (\vec{k} , \vec{b}_1) fest
- 3) Messung der Zählrate in Abhängigkeit von Winkel Θ ($\alpha = 0$) auf beiden Seiten der Kante $n_2 = 1$. Es ergibt sich an der Kante ein oberer N_1 und ein unterer Wert N_1' für die Zählrate
- 4) Verdrehen des Kristalls um 90° um die Photonenrichtung (ϕ_1)
- 5) Wie 3); es ergibt sich ein oberer N_2 und ein unterer Wert N_2' für die Zählrate.

Die lineare Polarisation der Bremsstrahlung kann man dann nach (33) berechnen

$$P = \frac{1}{R_m} \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} \quad (38)$$

Tatsächlich wurde aber eine andere Orientierung des Diamanten zur Bestimmung der Polarisation herangezogen. Der Grund dafür ist experimenteller Natur. Der oben betrachteten Spitze im Wirkungsquerschnitt für Paarbildung entspricht im Winkeldiagramm für die Diskontinuitäten (Fig. 3) der Punkt $\bar{A} \cdot \theta_2 = 1$, $\bar{A} \cdot \theta_3 = 0$, und die Messung der Zählrate in Abhängigkeit von Θ einer Variation entlang der $\bar{A} \cdot \theta_2$ -Achse. Die Spitze im Wirkungsquerschnitt ist auf Beiträge vieler Gitterpunkte zurückzuführen, was sich im Diagramm durch das Schneiden vieler Linien im Punkt (1,0) äußert. Bedenkt man nun, daß das Goniometer eine endliche Genauigkeit hat, so sieht man ein, daß man im allgemeinen bei der Variation von Θ nicht genau über den Punkt (1,0) in Fig. 3 kommt, was zur Folge hat, daß die Spitze im Wirkungsquerschnitt in viele nacheinander auftretende kleinere Spitzen zerfällt. Dementsprechend verändert wird auch das Polarisationsverhalten des Wirkungsquerschnittes für Paarbildung. Es sei noch erwähnt, daß auch die Winkeldivergenz der Photonen einen gleichartigen Effekt bewirkt. Die Integration über die Winkelverteilung der Photonen liefert einen endlichen Anstieg der

nach der Theorie scharfen Kanten im Wirkungsquerschnitt.

Für die Messung der Polarisation wurde deshalb eine Spitze im Wirkungsquerschnitt für Paarproduktion benutzt, die nur von einem einzigen reziproken Gitterpunkt (0,2) herrührt. In Fig. 3 entspricht dies einer Position $(1,05; \sqrt{2}/4)$. Der Winkel θ_2 wurde festgehalten und θ_3 variiert. Eine Ungenauigkeit in θ_2 verursacht keine Unschärfe der Kante (vergleiche Fig. 16 und Fig. 18) und minimale Veränderung des Wirkungsquerschnittes. Die Bezugsebene für die Polarisation (φ_m, R_m) fällt, wie die numerische Nachrechnung ergibt, annähernd mit der Ebene (\vec{k}, \vec{b}_3) ($\varphi_m = 90^\circ$) zusammen, weil der Punkt (0,2) an der Spitze den Hauptanteil zum Wirkungsquerschnitt liefert.

Die Messung verläuft bis auf diese Änderung ganz wie im vorher geschilderten Fall. Fig. 18 zeigt die Variation der Zählrate im Paarspektrometer mit dem Winkel θ_3 für zwei sich voneinander um 90° unterscheidende Stellungen ϕ_1 des Goniometers 2. Daß die Kanten für die beiden Stellungen ϕ_1 nicht bei den gleichen ϕ_3 Werten liegen, ist darauf zurückzuführen, daß Photonenstrahl und \vec{f}_1 -Richtung nicht genau übereinstimmen. Der Winkel ϕ_1 des Goniometers 2 wurde so gewählt, daß die Bezugsebene für die Polarisation (\vec{k}, \vec{b}_3) des Diamanten 2 mit der Ebene zusammen fiel (bezw. dazu senkrecht stand), für die die Theorie maximale Polarisation der Bremsstrahlung ergab. Für Spektrum 1 war das die Ebene (\vec{p}_0, \vec{b}_2) , für Spektrum 2 und 3 die Ebene (\vec{p}_0, \vec{b}_3) des Diamanten 1.

Die Zählraten N_1, N_2, N_1', N_2' an der Kante wurden zuerst durch Mittelbildung der jeweils auf einer Seite der Kante (Fig. 18) liegenden Messwerte errechnet. Dabei wurden die

der Kante am nächsten liegenden Punkte nicht verwendet. Nach (38) wurde unter Verwendung des theoretischen Asymmetrie-Verhältnisses für Paarproduktion R_m ein erster Wert für die Polarisation der Bremsstrahlung ermittelt. Mit diesem Wert wurde die zu erwartende relative Steigung der Zählrate mit dem Winkel θ_3 ($\approx \phi_3$) an beiden Seiten der Kanten und für beide Einstellungen von ϕ_1 berechnet. Die vier Geraden (Fig. 18) wurden in ihrer Höhe an die Messwerte so angepaßt, daß das mittlere Fehler-Quadrat minimal wurde. An den Kanten erhält man dann N_1, N_2, N_1', N_2' mit ihren statistischen Fehlern. In den Fehlern wurde die Unsicherheit der Position der Kante ($= \pm 0,2$ mrad) eingeschlossen.

Die Polarisation der Bremsstrahlung wurde auf viererlei Weise aus den Messwerten N_1, N_2, N_1', N_2' berechnet:

- 1) Nach (38)
- 2) Aus der Höhe der Diskontinuität (N_1, N_1') bei nur einer Stellung von ϕ_1 nach der Formel

$$P = \frac{N/\sigma - N'/\sigma'}{R_m N'/\sigma' - R_m' N/\sigma} \quad (39)$$

R_m (R_m') ist die Asymmetrie, σ (σ') der Wirkungsquerschnitt für unpolarisierte Photonen an der höheren (niedereren) Seite der Kante. Die Ableitung von (39) ist der von (38) ähnlich.

- 3) Aus N_2, N_2' nach (39). Das Vorzeichen für P ist umzukehren, wenn man die Polarisation auf dieselbe Ebene bezieht.
- 4) Aus dem Verhältnis der Höhe der Diskontinuitäten für die beiden Stellungen von ϕ_1

$$P = \frac{(N_1 - N_1') - (N_2 - N_2')}{(N_1 - N_1') + (N_2 - N_2')} \quad (40)$$

(40) gilt für den Fall, daß nur ein einziger reziproker Gitterpunkt zur Spitze im Wirkungsquerschnitt beiträgt. Sie folgt leicht aus der Überlegung, daß der die Kante verursachende reziproke Gitterpunkt $(0,2)$ nur für Photonen einen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt gibt, die in der Ebene (\vec{k}, \vec{q}) polarisiert sind. Bedingung dafür ist, daß nur symmetrische Paare ($y = 0,5$) nachgewiesen werden (siehe Formel 8 und 9. An der Kante ist $\Psi_2=0$, $\Psi_3=-\Psi_1$ für $\psi^0=0$). Die Bezugsebene für die Polarisation ist exakt $(\vec{k}, \vec{q}) = (\vec{k}, \vec{b}_3)$. Die Bestimmung der Polarisation nach 4) ist unabhängig von dem inkohärenten Beitrag und den Beiträgen anderer Gitterpunkte zum Wirkungsquerschnitt für Paarbildung.

Das Resultat der Polarisationsmessung für drei Spektren (Fig. 13, 14 und 15) nach den vier verschiedenen Auswertungen ist in Tabelle 2 zusammengestellt. Bei der Auswertung nach den vier Methoden wurden einmal die unter Verwendung der theoretischen Formfaktoren $F(q)$ und einmal die mit den experimentellen Werten von $F(q)$ berechneten theoretischen Werte für die Wirkungsquerschnitte für Paarbildung und die Asymmetrie-Verhältnisse R_m , R_m' benutzt (siehe Abschnitt 2.4.6). Dementsprechend erhält man insgesamt sieben verschiedene Ergebnisse für die Polarisation, da die Auswertung nach 4) unabhängig von den Werten $F(q)$ ist. Die mit den experimentellen Formfaktoren erhaltenen Polarisationswerte sind jeweils in der zweiten Zeile in Tabelle 2 angegeben.

Das Resultat der Auswertung nach 1) unter Verwendung der theoretischen Formfaktoren ist in Fig. 13, 14 und 15 eingetragen. Für drei Photonenenergien im Spektrum 2 erfolgt die Auswertung nur nach zwei Methoden, weil für eine Stellung von ϕ_1 für den unteren Wert der Zählrate N' keine Messwerte vorlagen.

Spektrum	Photonen- energie $x=k/E_0$	Polarisation experimentell				Polarisation theoretisch			
		(1)	(2)	(3)	(4)	ohne exp.Einflüsse		mit exp. Einflüssen	
						theor.F(q)	exp.F(q)	theor.F(q)	exp.F(q)
1	0.300	0.418 [±] 0.036 0.410 [±] 0.036	0.476 [±] 0.096 0.432 [±] 0.093	0.401 [±] 0.090 0.418 [±] 0.088	0.421 [±] 0.064 0.421 [±] 0.064	0.386	0.390	0.407	0.413
1	0.318	0.360 [±] 0.033 0.353 [±] 0.032	0.435 [±] 0.087 0.392 [±] 0.084	0.387 [±] 0.082 0.405 [±] 0.080	0.396 [±] 0.058 0.396 [±] 0.058	0.411	0.416	0.417	0.423
1	0.337	0.342 [±] 0.042 0.336 [±] 0.041	0.375 [±] 0.106 0.334 [±] 0.102	0.297 [±] 0.110 0.318 [±] 0.107	0.324 [±] 0.073 0.324 [±] 0.073	0.430	0.437	0.372	0.375
1	0.428	0.061 [±] 0.080 0.059 [±] 0.078	0.213 [±] 0.158 0.175 [±] 0.152	0.050 [±] 0.171 0.080 [±] 0.166	0.112 [±] 0.102 0.112 [±] 0.102	-0.026	-0.029	-0.027	-0.030
2	0.273	0.606 [±] 0.040 0.594 [±] 0.039	0.661 [±] 0.107 0.611 [±] 0.104	0.484 [±] 0.084 0.499 [±] 0.081	0.529 [±] 0.060 0.529 [±] 0.060	0.557	0.560	0.590	0.591
2	0.299	0.674 [±] 0.036 0.661 [±] 0.035	0.608 [±] 0.087 0.560 [±] 0.084	0.670 [±] 0.079 0.679 [±] 0.077	0.661 [±] 0.067 0.661 [±] 0.067	0.656	0.658	0.688	0.689
2	0.333	0.726 [±] 0.029 0.712 [±] 0.028	0.649 [±] 0.072 0.599 [±] 0.070	0.646 [±] 0.065 0.655 [±] 0.063	0.651 [±] 0.053 0.651 [±] 0.053	0.748	0.749	0.777	0.779
2	0.348	0.711 [±] 0.037 0.698 [±] 0.037		0.565 [±] 0.076 0.578 [±] 0.074		0.090	0.091	0.586	0.590
2	0.387	0.207 [±] 0.062 0.203 [±] 0.060		0.201 [±] 0.143 0.226 [±] 0.139		0.136	0.138	0.155	0.157
2	0.500	0.226 [±] 0.043 0.221 [±] 0.043	0.203 [±] 0.101 0.164 [±] 0.097			0.337	0.341	0.380	0.385
3	0.509	0.551 [±] 0.033 0.540 [±] 0.032	0.616 [±] 0.069 0.563 [±] 0.066	0.430 [±] 0.075 0.448 [±] 0.073	0.483 [±] 0.050 0.483 [±] 0.050	0.527	0.531	0.564	0.568

Tabelle 3 Ergebnisse der Messung der linearen Polarisation von kohärenter Bremsstrahlung

Wie man sieht, stimmen die Resultate im Rahmen ihrer Fehler untereinander und mit den theoretisch zu erwartenden Werten überein.

5 Schlußfolgerung

Die Messungen zeigen gute Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit der Theorie der Kohärenzeffekte bei Bremsstrahlung und Paarproduktion an Kristallen. Insbesondere ist die Messung des Wirkungsquerschnittes für Paarbildung durch unpolarisierte Photonen ein sehr guter Test für die Genauigkeit der Theorie, weil apparative Beeinflussungen bei den hier gegebenen Verhältnissen so gering sind, daß die Messergebnisse direkt mit den theoretischen Wirkungsquerschnitten verglichen werden können. Man findet, daß sowohl der kohärente, als auch der inkohärente Anteil zum Wirkungsquerschnitt von der Theorie richtig vorhergesagt wurden.

Zum Vergleich der experimentellen Ergebnisse für den Wirkungsquerschnitt für Bremsstrahlung mit der Theorie, mußte der Einfluß der apparativen Gegebenheiten berücksichtigt werden. Die hier entwickelte Theorie der experimentellen Einflüsse enthält keine freien Parameter. Man findet gute Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse mit der Theorie.

Die Übereinstimmung der experimentellen Ergebnisse der Polarisationsmessung mit der Theorie zeigt, daß auch das Polarisationsverhalten von Bremsstrahlung und Paarproduktion von der Theorie richtig vorhergesagt wird.

Die hohe lineare Polarisation bei den hier gefundenen "Einpunkt-Spektren" dürfte besonders im Hinblick auf spätere Experimente mit polarisierten Photonen von Bedeutung sein.

Ich danke Herrn Prof. Dr. W. Jentschke und den Organen der Stiftung DESY für die großzügige Förderung dieses Experimentes.

Den Herren Dr. G. Bologna, Dr. H.D. Schulz, Dr. U. Timm und W. Zimmermann bin ich für tatkräftige Mitarbeit und anregende Diskussionen zu großem Dank verpflichtet. Ebenso danke ich den Herren Dr. L. Criegee und K. Schüler für ihre Hilfe während der Messungen.

Die gute Zusammenarbeit mit der Synchrotron-Betriebsgruppe und dem DESY-Rechenzentrum möchte ich noch besonders erwähnen.

Anhang

A. 1 Häufig gebrauchte Bezeichnungen

E_0	Energie des primären Elektrons	(BS)
\vec{p}_0	Impuls des primären Elektrons	(BS)
E	Energie des abgebremsten Elektrons	(BS)
\vec{p}	Impuls des abgebremsten Elektrons	(BS)
k	Energie des Photons	
\vec{k}	Impuls des Photons	
$\vec{\epsilon}_{\perp k}$	Polarisationsrichtung für das Photon	
$x = k/E_0$	relative Photonenenergie	(BS)
E_+	Energie des Positrons	(PB)
$y = E_+/k$	Energieaufteilung des Paares	(PB)
\vec{q}	Rückstoßimpuls auf das Target	
$q = \vec{q} $		
q_1	Rückstoßkomponente in Richtung des einlaufenden Teilchens	$\begin{cases} \vec{p}_0 & \text{(BS)} \\ \vec{k} & \text{(PB)} \end{cases}$
q_t	Rückstoßkomponente senkrecht zu	$\begin{cases} \vec{p}_0 & \text{(BS)} \\ \vec{k} & \text{(PB)} \end{cases}$
q_1'	Rückstoßkomponente in Richtung von \vec{k}	(BS)
q_t'	Rückstoßkomponente senkrecht zu \vec{k}	(BS)

$$\delta = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2 E_0} \frac{x}{1-x} \quad (\text{BS}) \\ \frac{1}{2 k} \frac{1}{y(1-y)} \quad (\text{PB}) \end{array} \right\} \text{ minimaler Rückstoß}$$

θ Winkel zwischen den Ebenen (\vec{q}, \vec{p}_0) , (\vec{k}, \vec{p}_0) (BS)

θ_1 $\angle \vec{k}, \vec{p}_0$ Emissionswinkel der Photonen (BS)

$$U = E_0 \theta_1$$

$\vec{g} = (g_1, g_2, g_3)$ reziproker Gittervektor

$\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ Achsen des reziproken Gitters

a Gitterkonstante in Einheiten von λ_i

S Strukturfaktor

A mittlere quadratische Verschiebung eines Atoms
aus seiner mittleren Lage

N_0 Anzahl der Atome pro Zelle

N Anzahl der Atome im Kristall

Z Kernladungszahl

$f(q)$ Atomformamplitude

$F(q) = f(q)/Z$ Atomformfaktor

$$\bar{\sigma} = Z^2 e^2 / (h c) \cdot (e^2 / mc^2) = Z^2 \cdot 5,78 \cdot 10^{-28} \text{ cm}^2$$

$$\theta \left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_0, \vec{b}_1 \quad (\text{BS}) \\ \vec{k}, \vec{b}_1 \quad (\text{PB}) \end{array} \right.$$

α Winkel zwischen den Ebenen $\left\{ \begin{array}{l} (\vec{p}_0, \vec{b}_1) \quad (\vec{b}_2, \vec{b}_1) \quad (\text{BS}) \\ (\vec{k}, \vec{b}_1) \quad (\vec{b}_2, \vec{b}_1) \quad (\text{PB}) \end{array} \right.$

ω Winkel zwischen den Ebenen (\vec{p}_0, \vec{k}) (\vec{E}, \vec{k})

φ Winkel zwischen der Bezugsebene für die Polarisation
und der Ebene (\vec{k}, \vec{b}_2)

$$\varphi^0 = \operatorname{tg} \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_2} = \varphi \quad \text{Winkel zwischen den Ebenen } (\vec{q}, \vec{k}), (\vec{\varepsilon}, \vec{k})$$

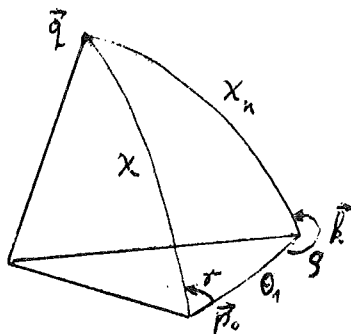
P Lineare Polarisation der Photonen

R Asymmetrieverhältnis (PB)

A. 2 Kinematik für den Bremsprozeß

Es wird bei festgehaltenem Rückstoß \vec{q} betrachtet:

- a) die Richtung des Photons bei festgehaltenem Impuls \vec{p}_0 des einlaufenden Elektrons.
- b) die Richtung des einlaufenden Elektrons bei festgehaltener Richtung des Photons



Winkeldiagramm.

Aus Energie-Impulserhaltung folgt unter Vernachlässigung der auf das Target übertragenen Energie

$$E = E_0 - k \quad \vec{p}_0^2 = E_0^2 - 1 \quad (A 1)$$

$$\vec{p}_0 = \vec{p} + \vec{k} + \vec{q} \quad \vec{p}^2 = E^2 - 1$$

$$\begin{aligned} \vec{p}_0^2 &= \vec{p}_0 \vec{p} + \vec{p}_0 (\vec{k} + \vec{q}) \\ \vec{p} \vec{p}_0 &= \vec{p}^2 + \vec{p} (\vec{k} + \vec{q}) \\ (\vec{k} + \vec{q}) \vec{p}_0 &= (\vec{k} + \vec{q}) \vec{p} + (\vec{k} + \vec{q})^2 \end{aligned}$$

Wir eliminieren alle Glieder, die die Richtung von \vec{p} enthalten

$$\begin{aligned} 2 \vec{p}_0 (\vec{k} + \vec{q}) &= \vec{p}_0^2 - \vec{p}^2 + (\vec{k} + \vec{q})^2 \\ 2 |\vec{p}_0| (k \cos \theta_1 + |\vec{q}| \cos \chi) &= E_0^2 - E^2 + k^2 + \\ + 2 k |\vec{q}| \cos \chi_k + |\vec{q}|^2 & \quad (A 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \chi_k &\leftarrow \vec{q} \vec{k} & \mathcal{I} &\leftarrow (\vec{q} \vec{p}_0) (\vec{k} \vec{p}_0) \\ \chi &\leftarrow \vec{q} \vec{p}_0 & \mathcal{S} &\leftarrow (\vec{q} \vec{k}) (\vec{p}_0 \vec{k}) \end{aligned}$$

a)

Man eliminiert χ_k mit Hilfe der Beziehung

$$\cos \chi_k = \cos \theta_1 \cos \chi + \sin \theta_1 \sin \chi \cos \mathcal{I}$$

Mit der Näherung

$$\theta_1 \ll 1 \quad \sin \theta_1 = \theta_1 \quad \cos \theta_1 = 1 - \frac{\theta_1^2}{2}$$

erhält man aus (A 2)

$$\begin{aligned} \theta_1^2 k (|\vec{p}_0| - |\vec{q}| \cos \chi) + 2 \theta_1 k |\vec{q}| \sin \chi \cos \mathcal{I} + E_0^2 - E^2 + \\ + k^2 + |\vec{q}|^2 - 2 k (|\vec{p}_0| - |\vec{q}| \cos \chi) - 2 |\vec{p}_0| |\vec{q}| \cos \chi = 0 \end{aligned}$$

Unter der Annahme

$$E_0 \gg 1 \quad |\vec{q}| \ll E_0$$

findet man

$$\theta_1^2 (|\vec{p}_0| - q_1) + 2 \theta_1 q_t \cos \mathcal{I} + 2 \left[\frac{1}{2 E_0} - q_1 \frac{1-x}{x} + \frac{|\vec{q}|^2}{2 k} + \frac{1}{2 E_0 k} q_1 \right] = 0$$

$$U = E_0 \theta_1 = -q_t \cos \delta + \sqrt{\left(\frac{q_1}{\delta} - 1\right)^2 - \frac{q_t^2}{x} + q_t^2 \cos^2 \delta} \quad (\text{A } 3)$$

dabei ist

$$\begin{aligned} q_1 &= |\vec{q}| \cos \chi && \text{Rückstoß in Richtung } \vec{p}_0 \\ q_t &= |\vec{q}| \sin \chi && \text{Rückstoß senkrecht zu } \vec{p}_0 \\ x &= k/E_0 && \text{relative Photonenenergie} \\ \delta &= \frac{x}{2 E_0 (1-x)} \end{aligned}$$

Aus (A 3) sieht man, daß δ der minimale Rückstoß ist.

Setzt man

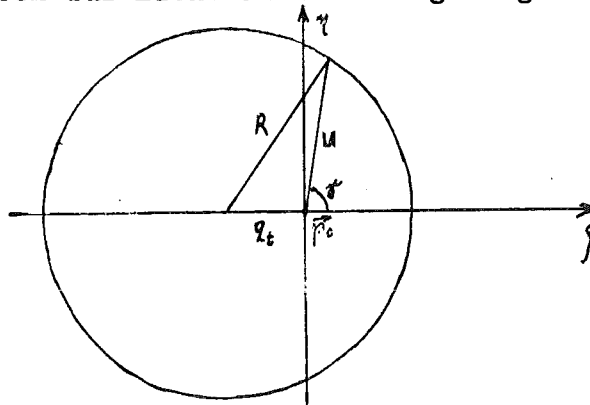
$$\xi = U \cos \delta$$

$$\eta = U \sin \delta$$

so kann man (A 3) auch schreiben als

$$(\xi + q_t)^2 + \eta^2 = \frac{q_1}{\delta} - 1 - q_t^2 \frac{1-x}{x} = R^2 \quad (\text{A } 4)$$

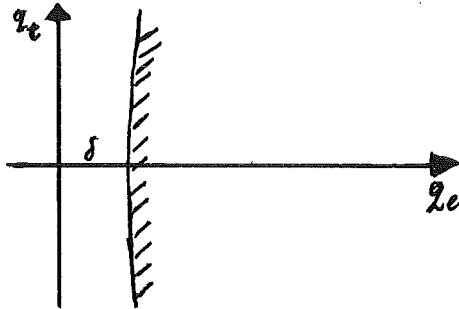
Die Photonen werden also auf einem Kegelmantel emittiert,
der exzentrisch zur Elektronenrichtung liegt



Emissionswinkel U für festen Rückstoß q_1, q_t

Die kinematische Grenze für den Rückstoß erhält man aus der Bedingung daß $R^2 \geq 0$

$$q_1 \geq \delta \left(1 + q_t^2 \frac{1-x}{x} \right) \quad (\text{A } 5)$$



Kinematischer Bereich der Rückstöße

Für $q_t \ll 1$ erhält man mit (A 3) und (A 5)

$$q_1 \geq \delta$$

$$U = \sqrt{\frac{q_1}{\delta} - 1} \quad (\text{A } 6)$$

b)

Man eliminiert λ mit Hilfe der Beziehung

$$\cos \lambda = \cos \lambda_k \cos \theta_1 + \sin \lambda_k \sin \theta_1 \cos \vartheta$$

Für $\theta_1 \ll 1$, $E_0 \ll 1$ $|\vec{q}'| \ll E_0$ erhält man wie vorhin

$$U = E_0 \theta_1 = \frac{q_t'}{x} \cos \vartheta + \sqrt{\left(\frac{q_1'}{\delta} - 1 \right) - \frac{q_t'^2}{x} + \frac{q_t'^2}{x^2} \cos^2 \vartheta} \quad (\text{A } 3')$$

dabei ist

$$q_1' = |\vec{q}'| \cos \lambda_k \quad \text{Rückstoß in Richtung } \vec{k}$$

$$q_t' = |\vec{q}'| \sin \lambda_k \quad \text{Rückstoß senkrecht zu } \vec{k}$$

$$\vartheta \dots \dots \dots \times (\vec{q}' \vec{k}) (\vec{p}_0 \vec{k})$$

Setzt man

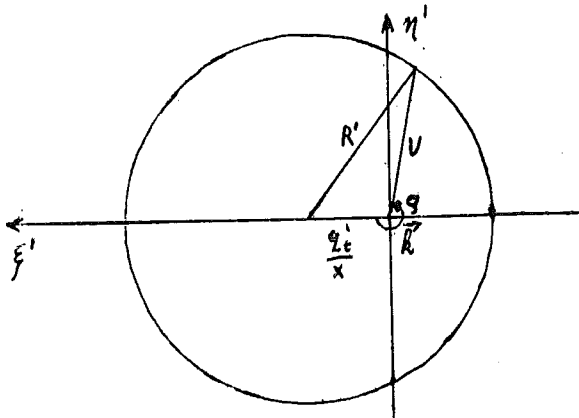
$$\xi' = U \cos \varphi$$

$$\eta' = U \sin \varphi$$

so kann man für (A 3') auch schreiben

$$\left(\xi' - \frac{q_t'}{x}\right)^2 + \eta'^2 = \frac{q_1'}{\delta} - 1 + q_t'^2 \frac{1-x}{x^2} = R'^2 \quad (\text{A } 4')$$

Die Richtung der Elektronen, die Photonen in eine feste Richtung emittieren können, liegen also auch auf einem Kegelmantel, der exzentrisch zur Photonenrichtung liegt.

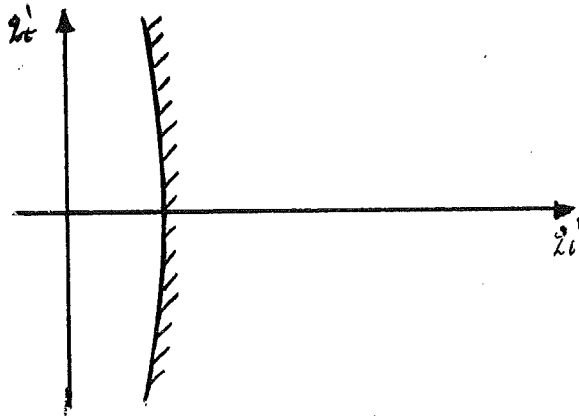


Emissionswinkel U für festen Rückstoß q_1' , q_t'

Die untere kinematische Grenze für q_1' findet man aus der Bedingung

$$R'^2 \geq 0$$

$$q_1' \geq \delta \left(1 - q_t'^2 \frac{1-x}{x} \right) \quad (\text{A } 5')$$



Kinematischer Bereich der Rückstöße q_1' , q_2'

Für $q_2' \ll 1$ erhält man

$$q_1' \geq \delta$$

$$U = \sqrt{\frac{q_1'}{\delta} - 1}$$

(A 6')

Literaturverzeichnis

- 1) E.J. Williams Kgl. Danske Videnskab. Selskab,
mat.-fys. Medd. 13,4 (1935)
Phys. Rev. 45, 729 (1934)
- 2) M.L. Ter-Mikaelyan Zhur. Exp. i Teoret. Fiz 25,296 (1935)
- 3) B Ferretti Nuovo Cim. 7, 118 (1950)
- 4) F.J. Dyson und H.Überall Phys. Rev. 99, 604 (1955)
- 5) H. Überall Phys. Rev. 103, 1055 (1956)
- 6) O.R. Frisch und D.N.Olsen Phys. Rev. Letters 3, 141 (1959)
- 7) G. Barbiellini, G. Bologna,
G. Diambrini, G.P. Murtas LNF-62/114 Laboratori Nazionali di
Frascati (1962)
Phys. Rev. Lett. 8, 454 (1962)
- 8) G. Barbiellini, G. Bologna,
G. Diambrini, G.P. Murtas Nuovo Cim. 28, 435 (1963)
- 9) W. Heitler The Quantum Theory of Radiation
(Oxford University Press, New York,1954)
dritte Auflage S 248, S 247
- 10) R.W. James The Optical Prinziples of The
Diffraction of X-Rays (G.Bell and Sons
LTD, London 1965)
- 11) D.T. Cromer und J.T.Waber Cryst. 18, 104 (1965)
- 12) S. Göttlicher und E.Wölfel Z. Elektrochem. 63, 891 (1959)
- 13) J.A. Wheeler u. W.E.Lamb Phys. Rev. 55, 860 (1939)
Phys. Rev. 101, 1836 (1956)
- 14) B. Rossi High Energy Particles, Prentice Hall,
Inc. Englewood Cliffs, N.J. (1956)
- 15) G. Barbiellini, G. Bologna,
G. Diambrini, G.P. Murtas Phys. Rev. Lett., 9, 396 (1962)
- 16) A. Ladage, H. Pingel Desy-Bericht 65/12 (1965)
- 17) H.D. Schulz Desy-Bericht 66/16 (1966)
- 18) G. Bologna, G. Lutz,
U. Timm, W. Zimmermann Nuovo Cim. 42, 844 (1965)

- 19) L. Criegee, G. Lutz,
H.D. Schulz, U. Timm,
W. Zimmermann Phys. Rev. Lett. 16, 1031 (1966)
- 20) G. Lutz, U. Timm Z. Naturforschg. 21a, 1976 (1966)

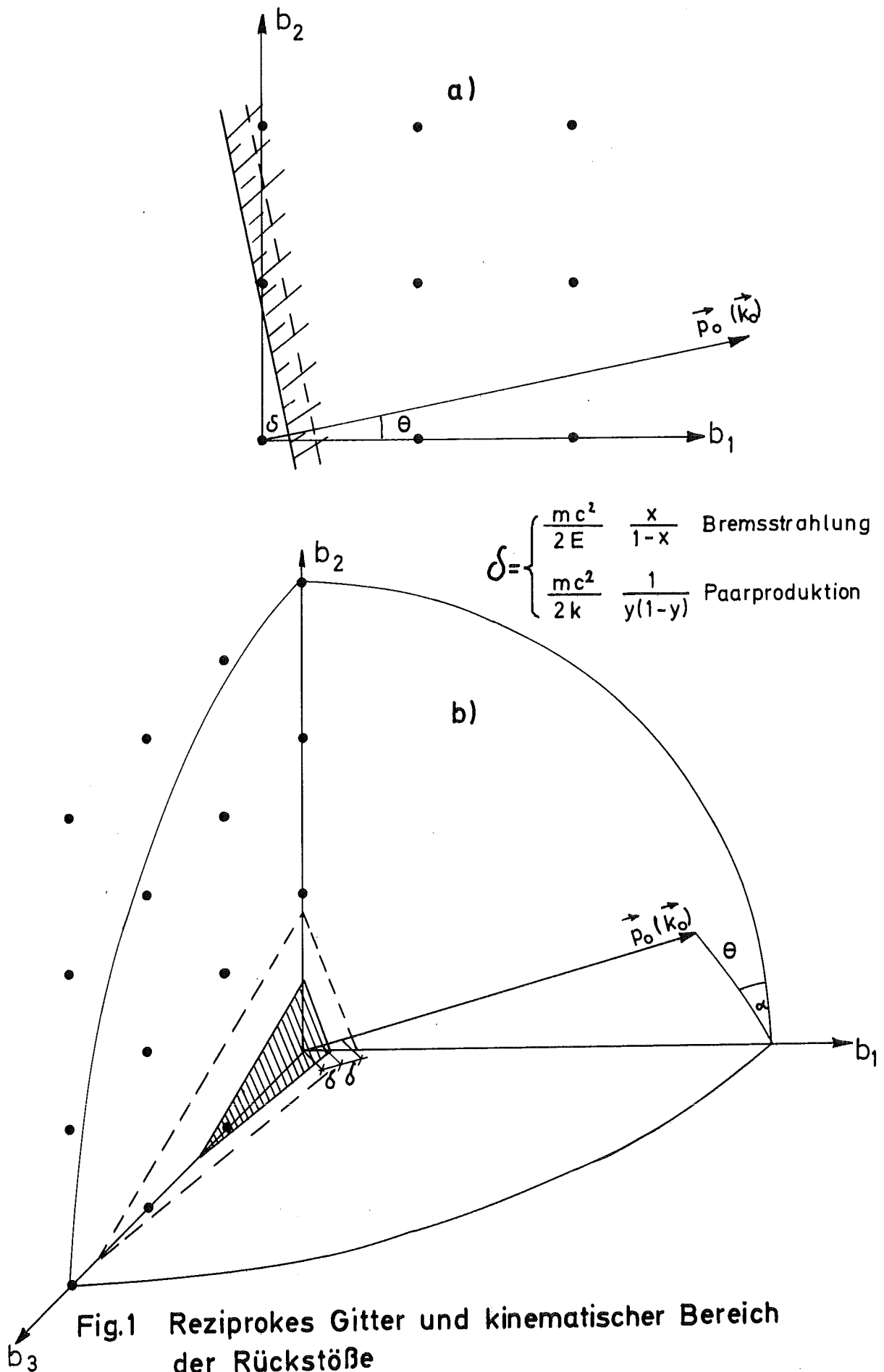


Fig.1 Reziprokes Gitter und kinematischer Bereich der Rückstöße
 a) Sonderfall $\alpha=0$
 b) allgemeiner Fall

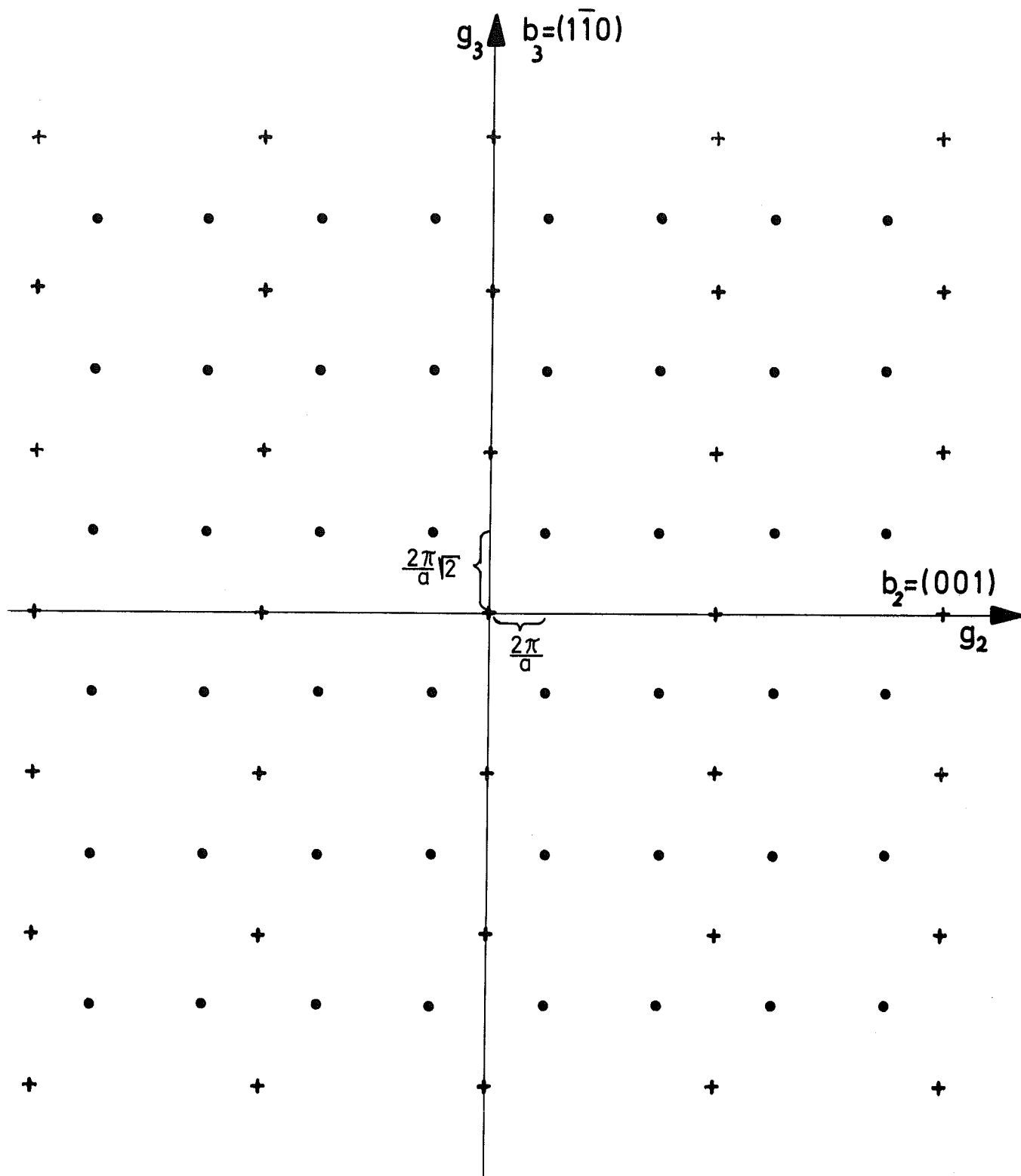


Fig. 2 Ebene $g_3 = 0$ des reziproken Gitters des Diamanten

+ reziproke Gitterpunkte mit $|s|^2 = 64$

• reziproke Gitterpunkte mit $|s|^2 = 32$

$a = 922$

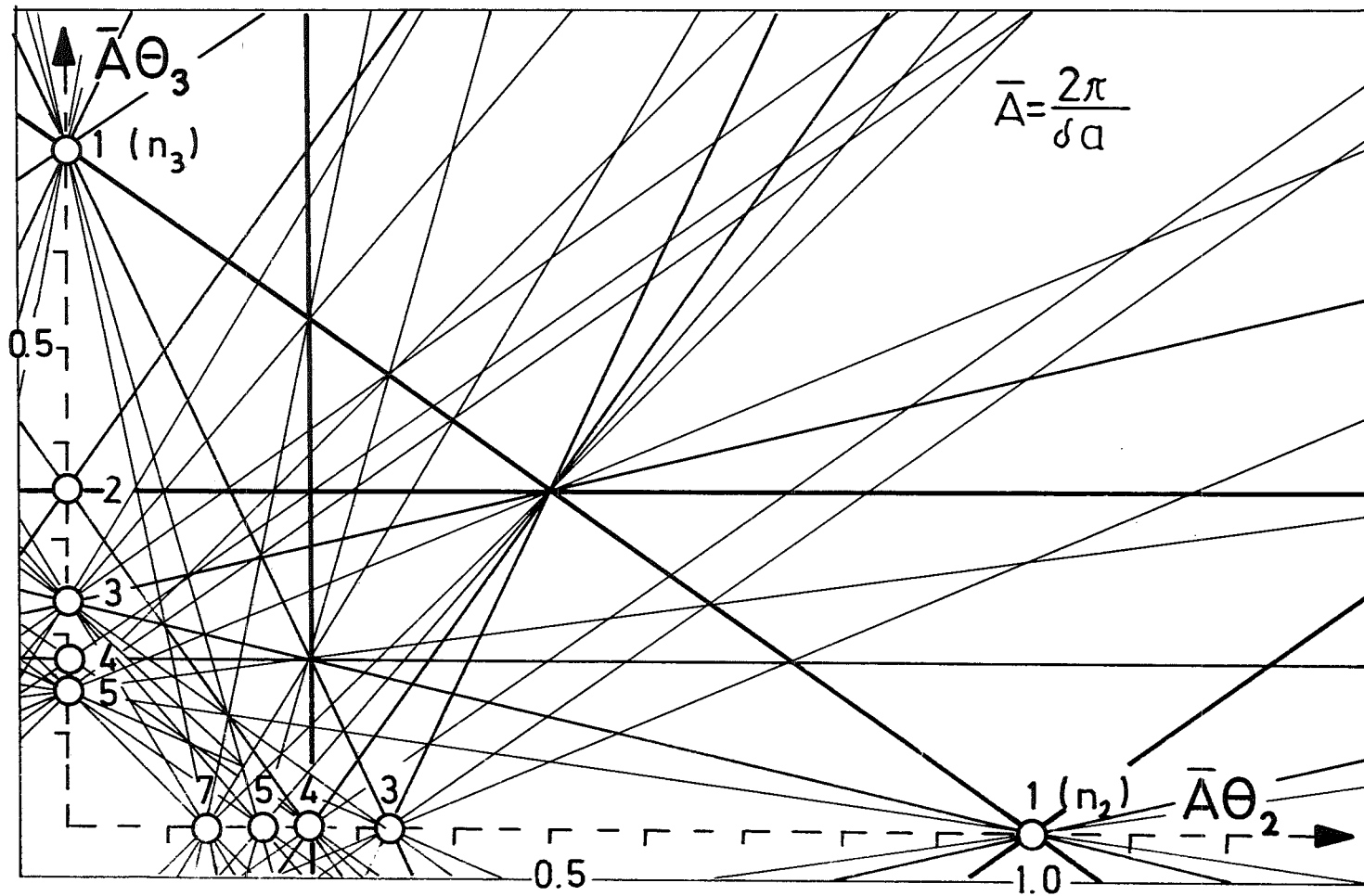


Fig.3 Linien der Diskontinuitäten (n_2, n_3); $\bar{A}\theta$ u. α in Polarkoordinaten

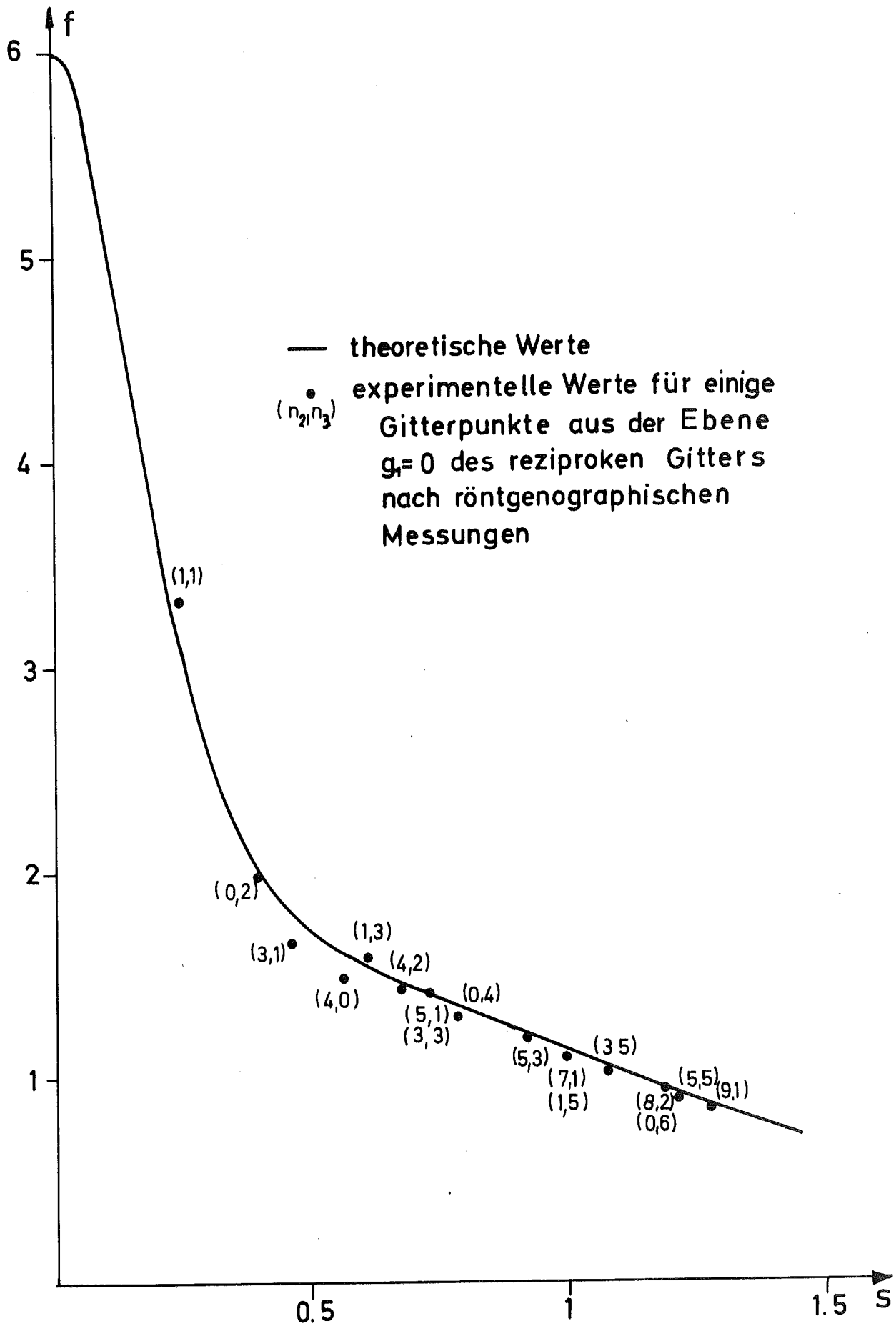
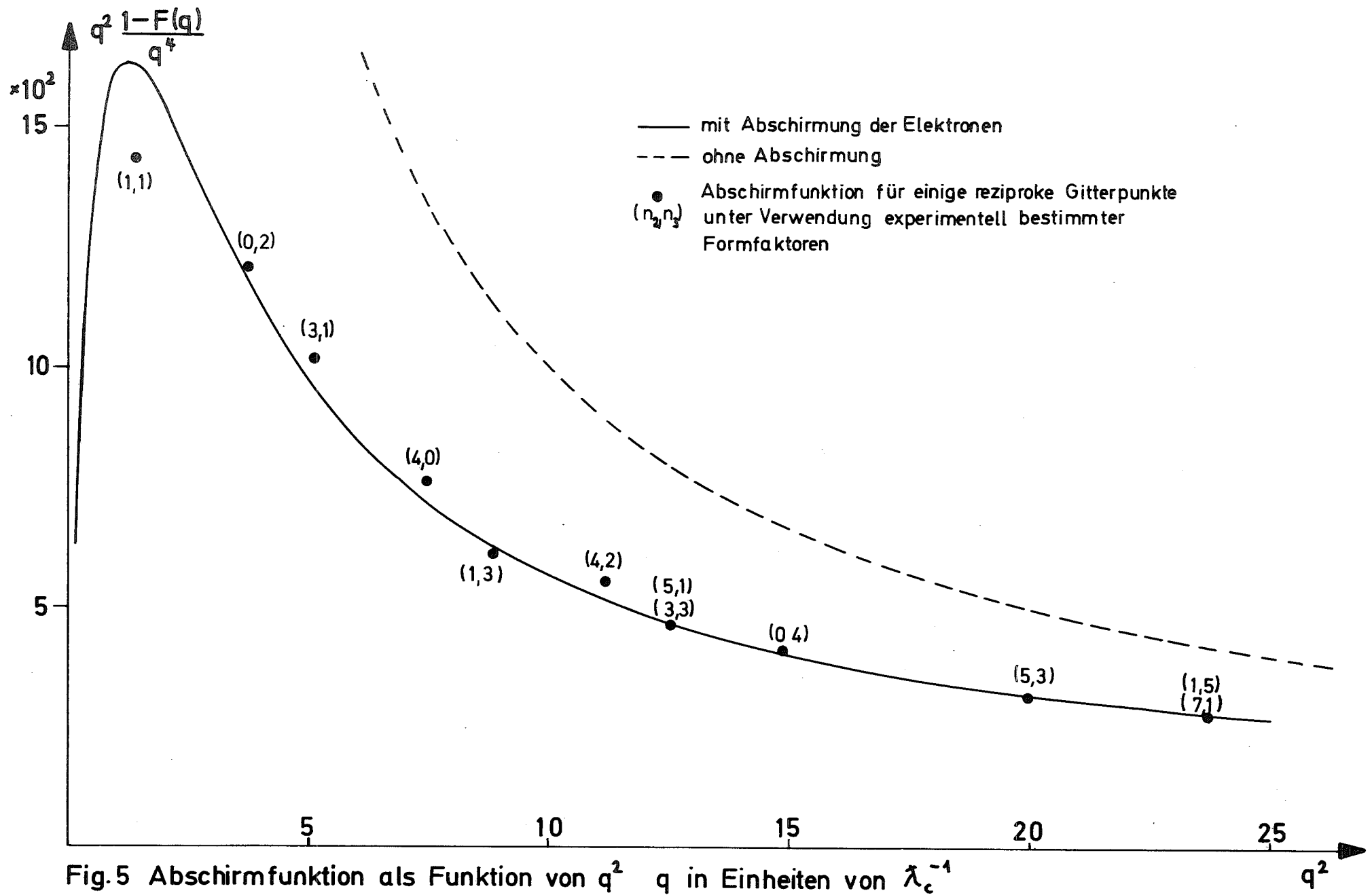


Fig.4 Atomformamplituden für Diamant



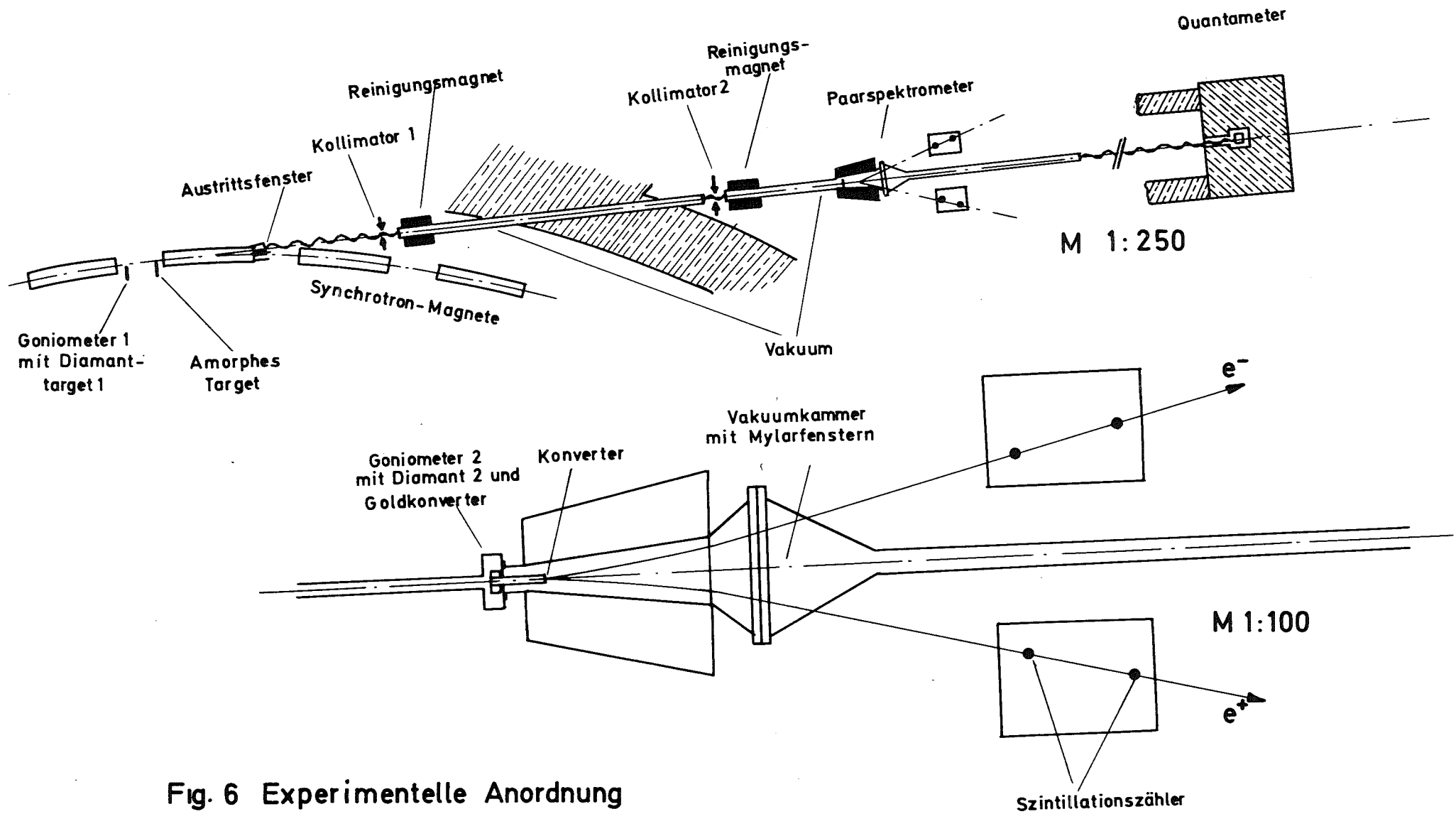


Fig. 6 Experimentelle Anordnung

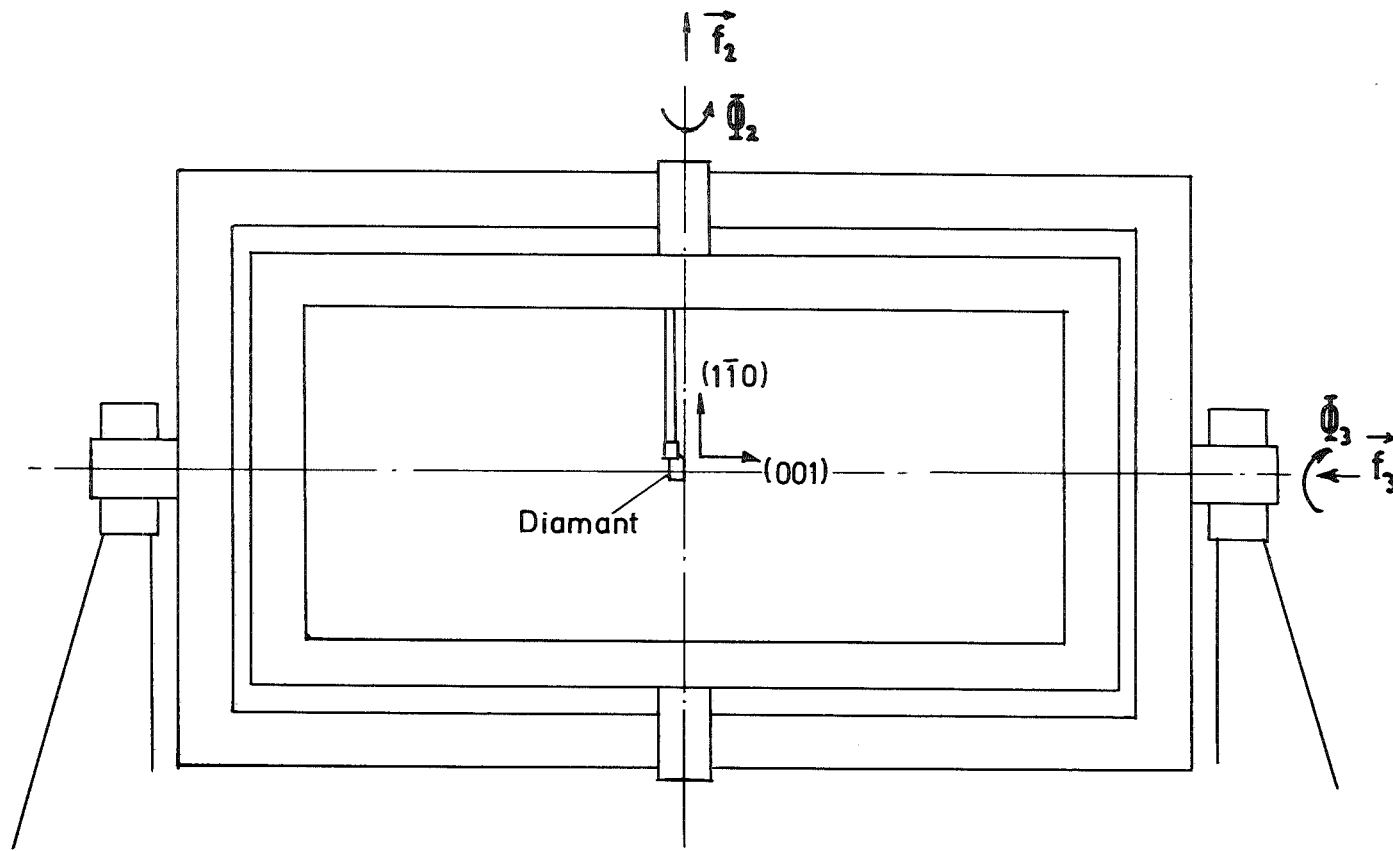


Fig.7 Goniometer 1 mit Diamant 1

Der Elektronenstrahl und die Achse $\vec{b}_1 = (110)$ kommen senkrecht aus der Zeichenebene heraus

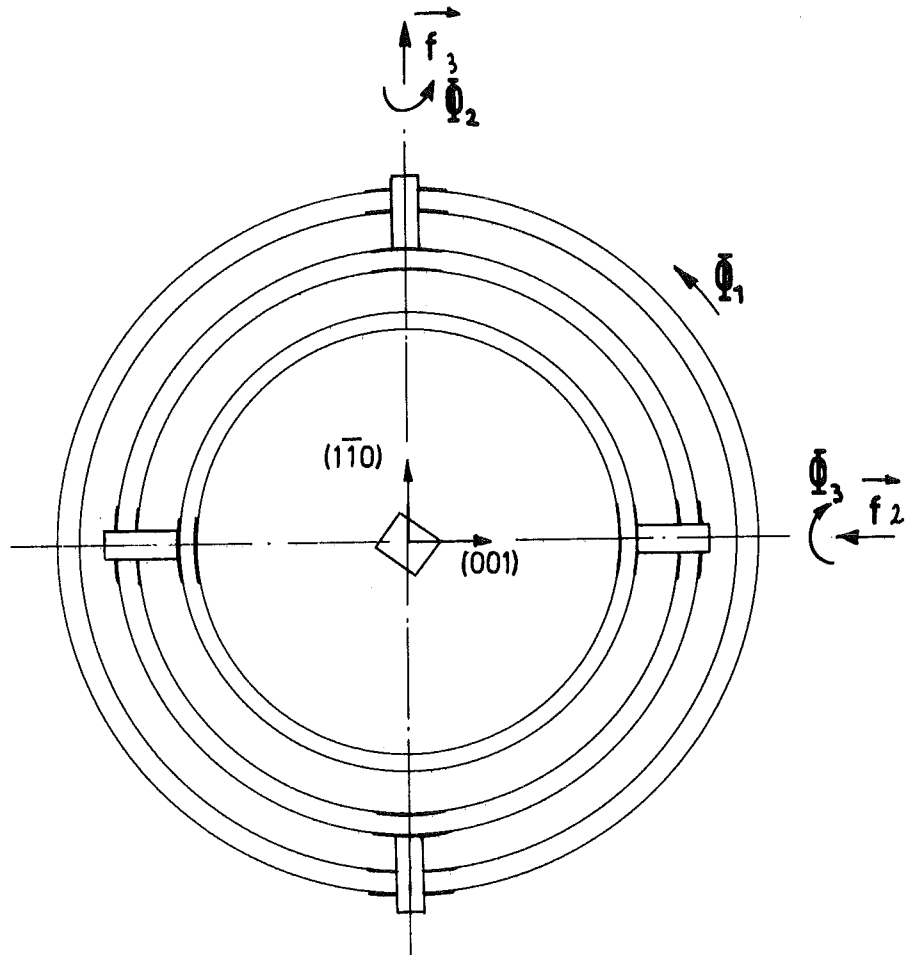


Fig.8 Goniometer 2 mit Diamant 2

\vec{f}_3 , $b_1 = (110)$ und der γ - Strahl kommen senkrecht aus der Zeichenebene heraus

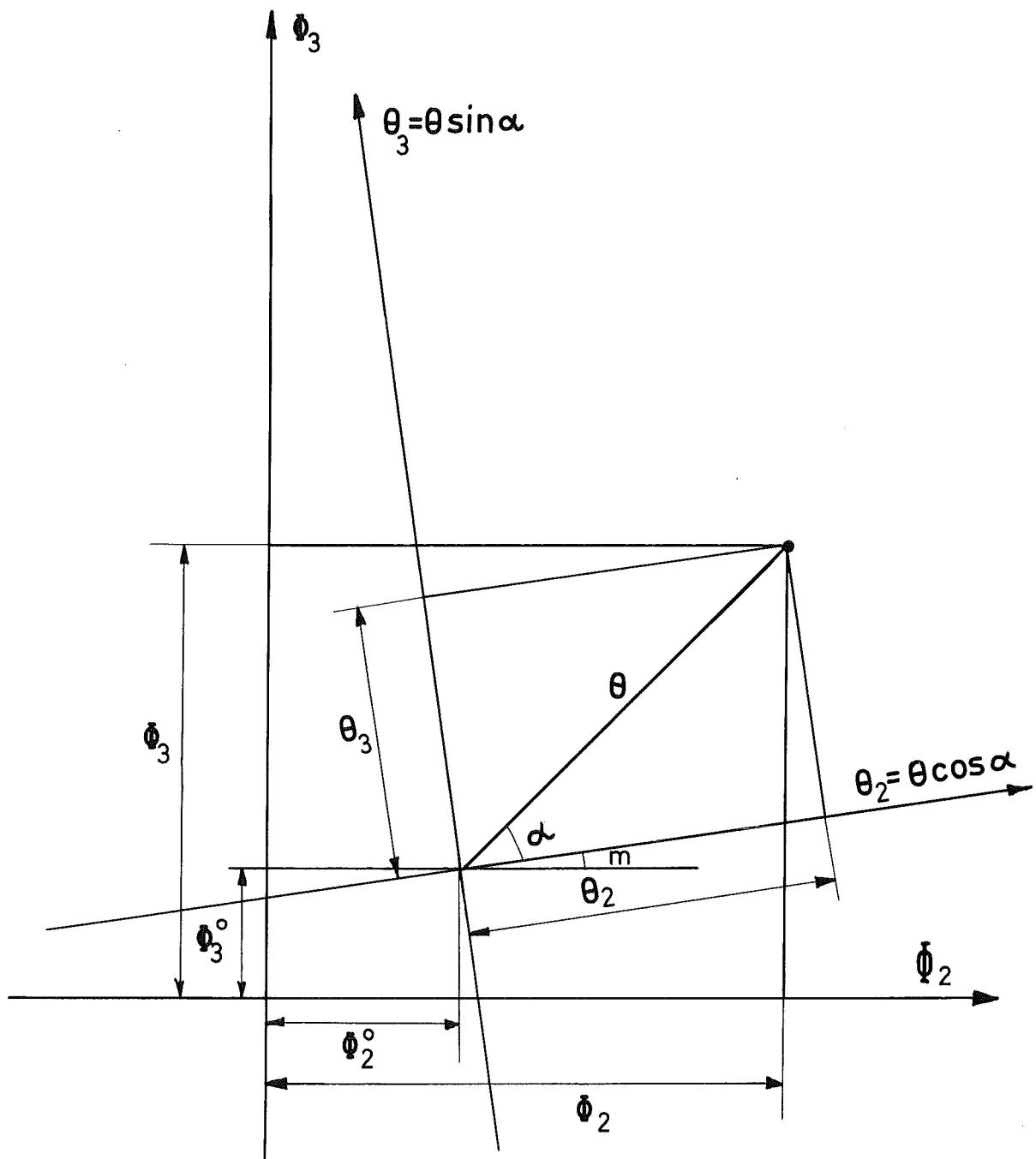


Fig. 9 Zusammenhang zwischen Goniometerwinkel und Kristallwinkel

Die Darstellung gilt für kleine Winkel θ , Φ_2 , Φ_3

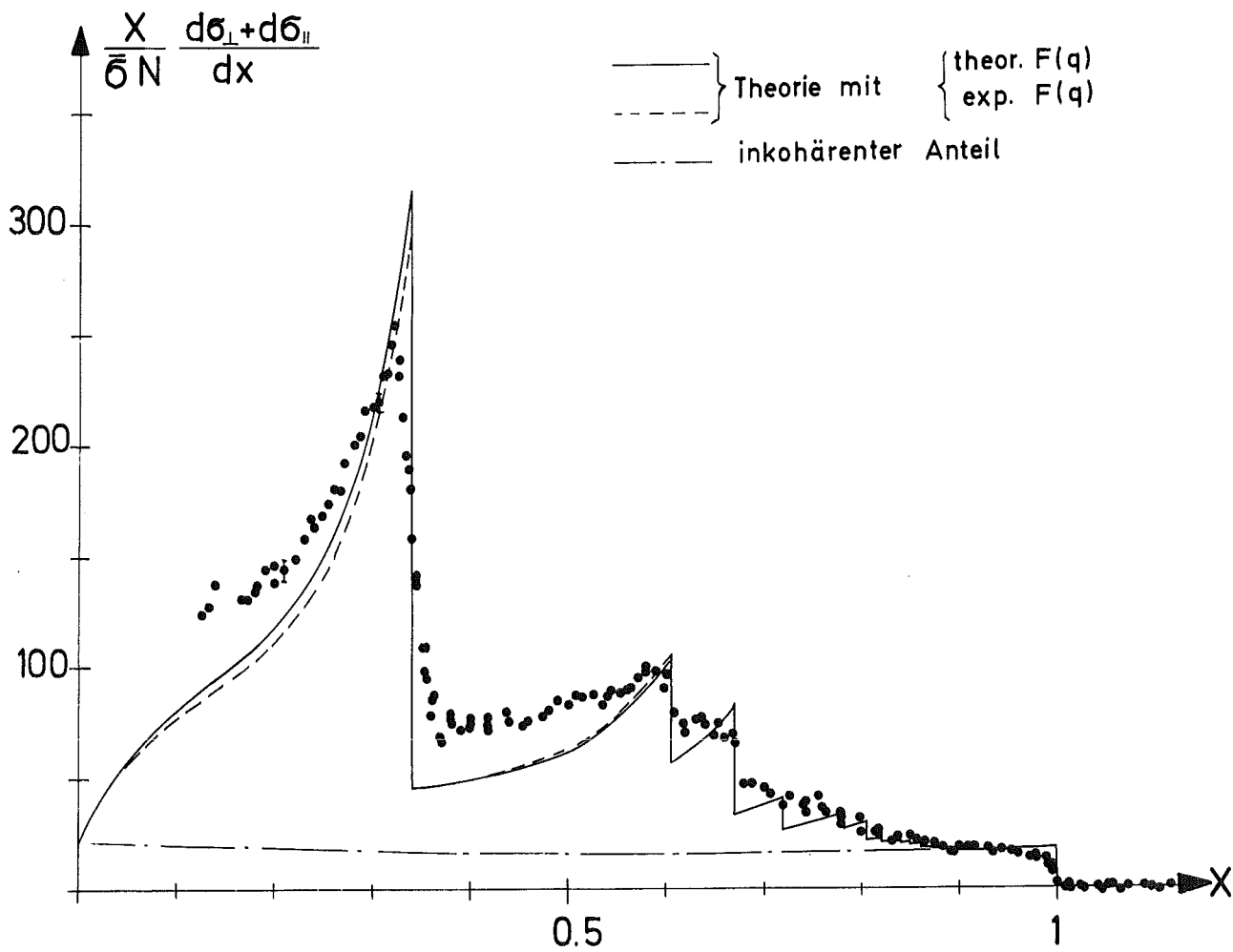
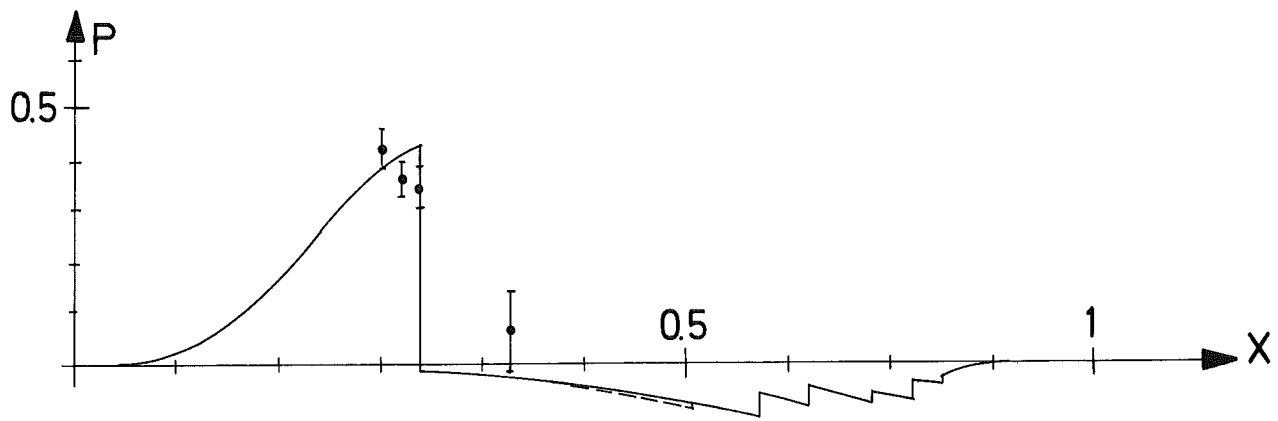


Fig.10 Bremspektrum und Polarisation der Photonen
 $\Theta=3,2, \alpha=0^\circ, \varphi=0^\circ, E=6 \text{ GeV}$

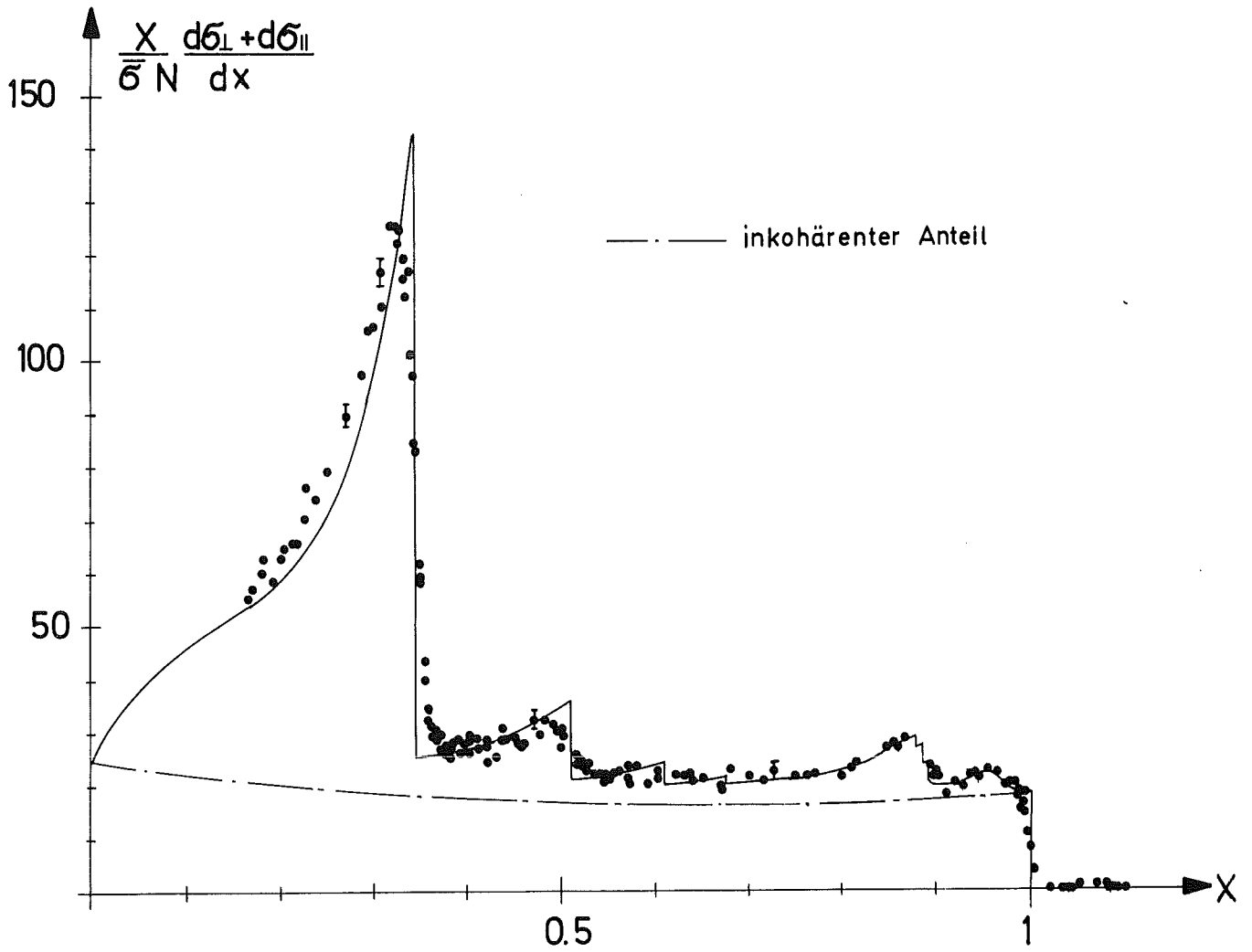
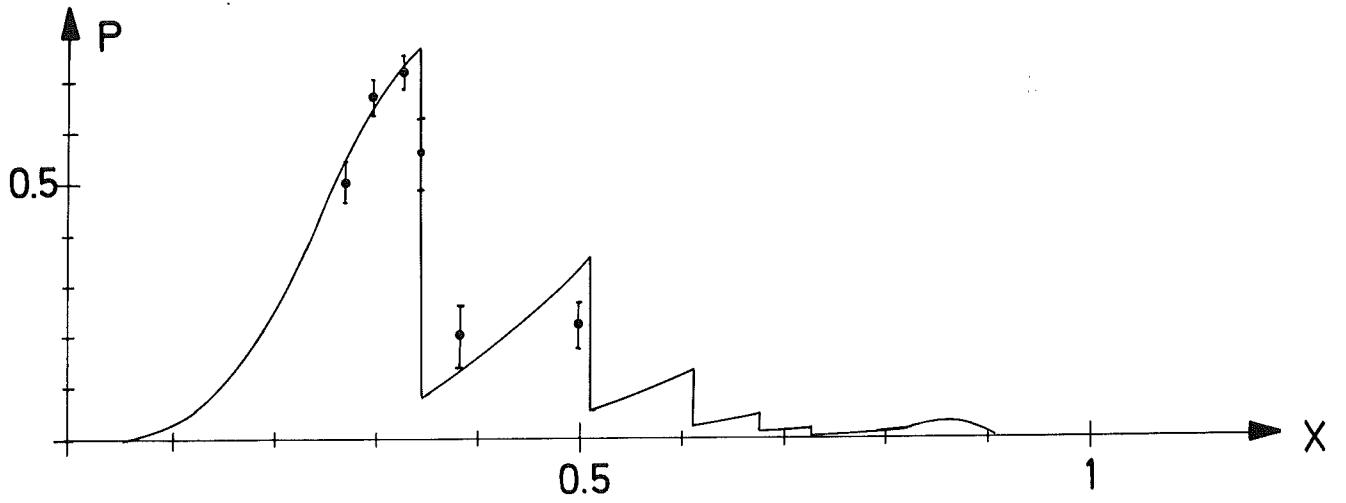


Fig.11 Bremsspektrum und Polarisation der Photonen
 $\theta = 50,5$, $\alpha = 1,31^\circ$, $\varphi = 90^\circ$, $E = 6 \text{ GeV}$

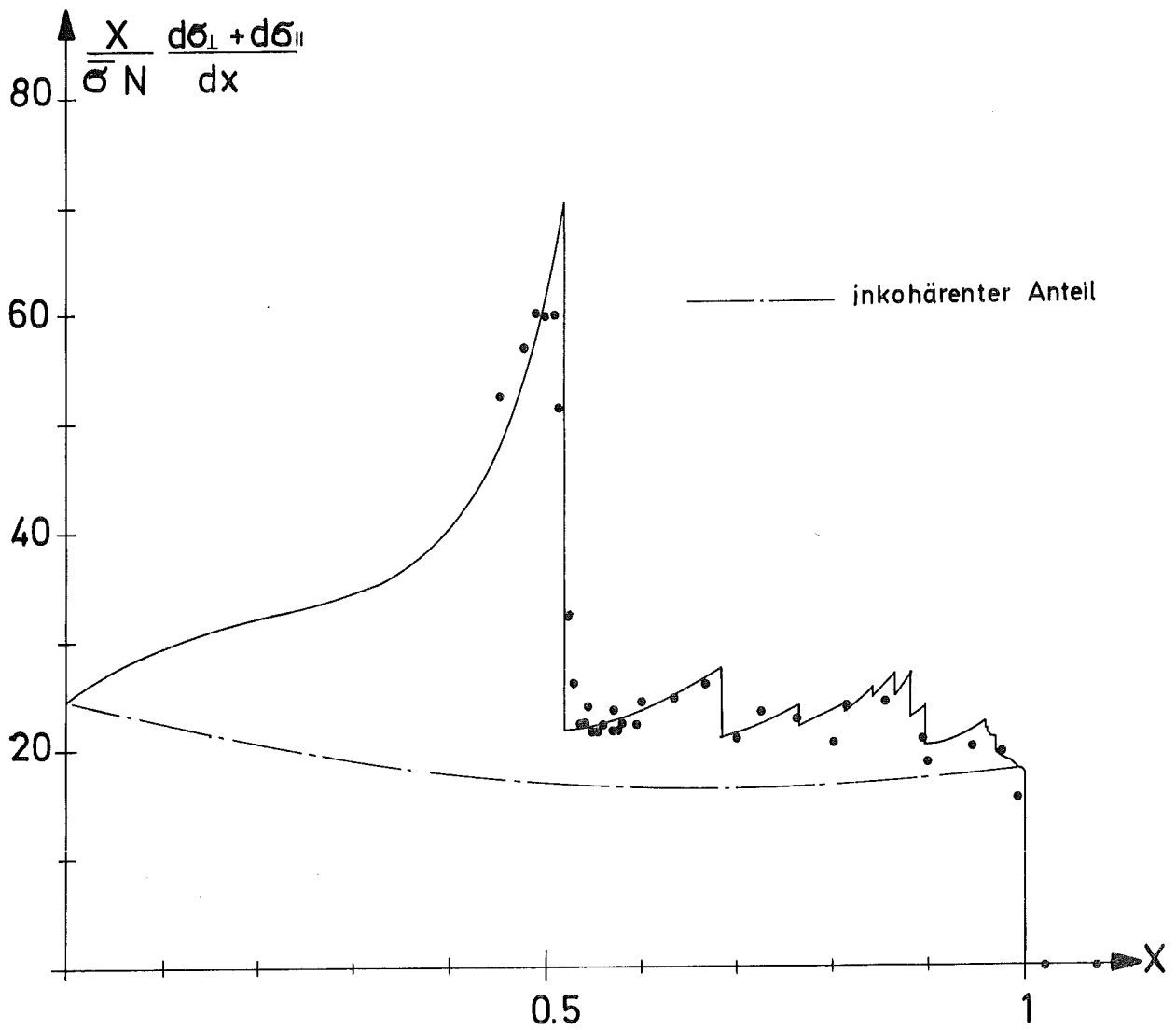
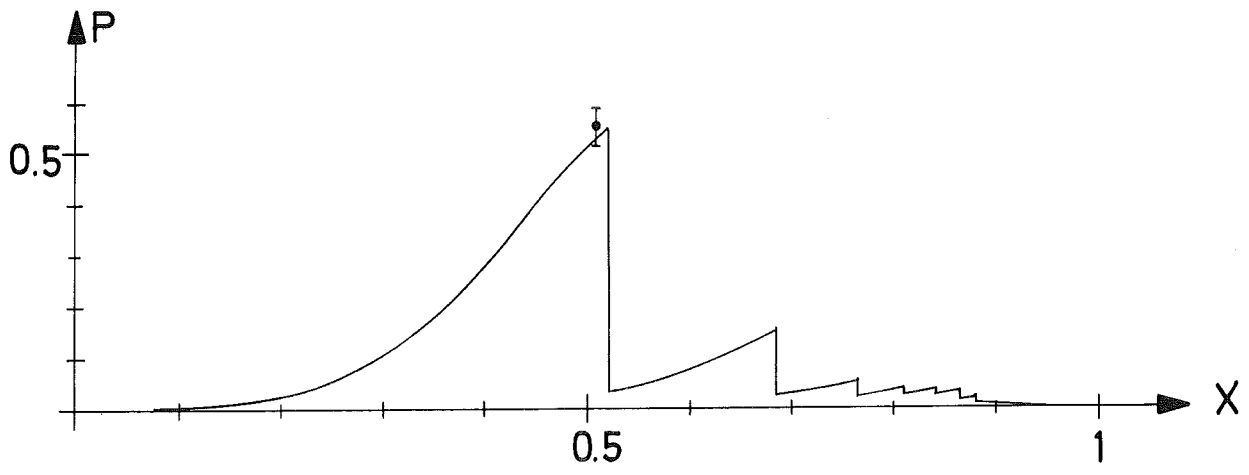


Fig.12 Bremsstrahlung und Polarisation der Photonen
 $\Theta = 50,5$, $\alpha = 2,72^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $E = 6$ GeV

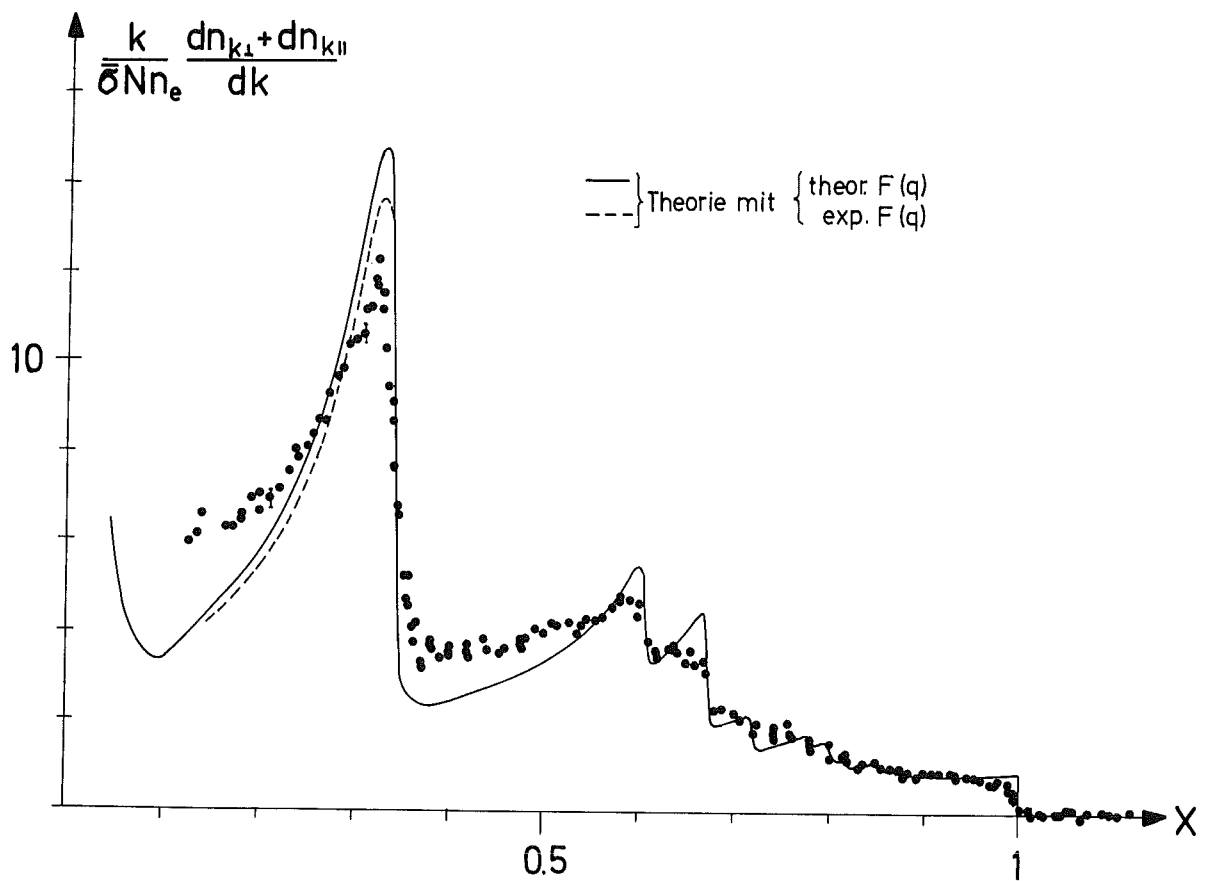
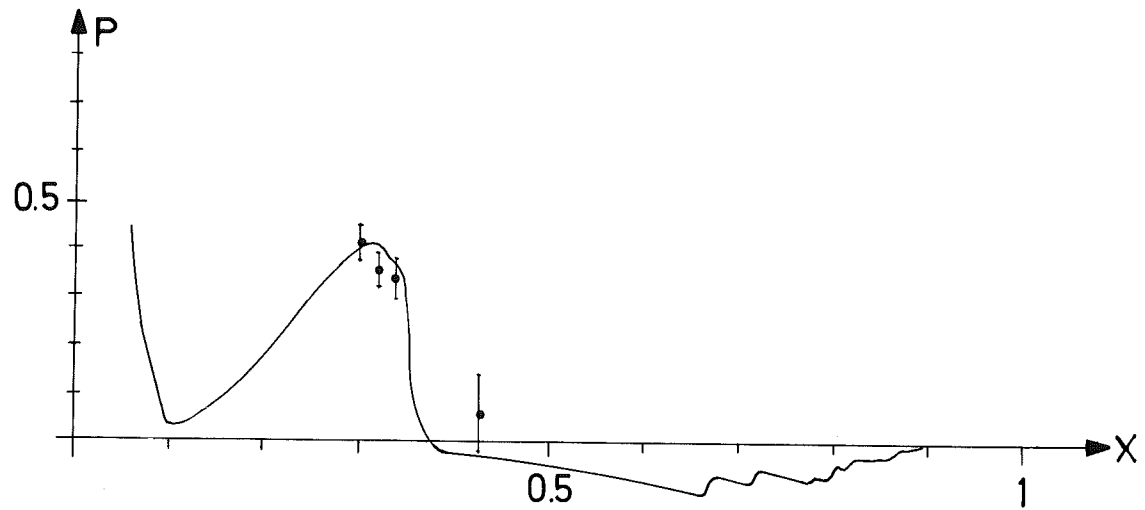


Fig.13 Bremspektrum und Polarisation der Photonen
 $\theta = 3,2$, $\alpha = 0^\circ$, $\gamma = 0^\circ$, $E = 6$ GeV
 Kollimation 0.106×0.106 mrad², $T = 0.91 \times 10^{-2}$ Str.L.

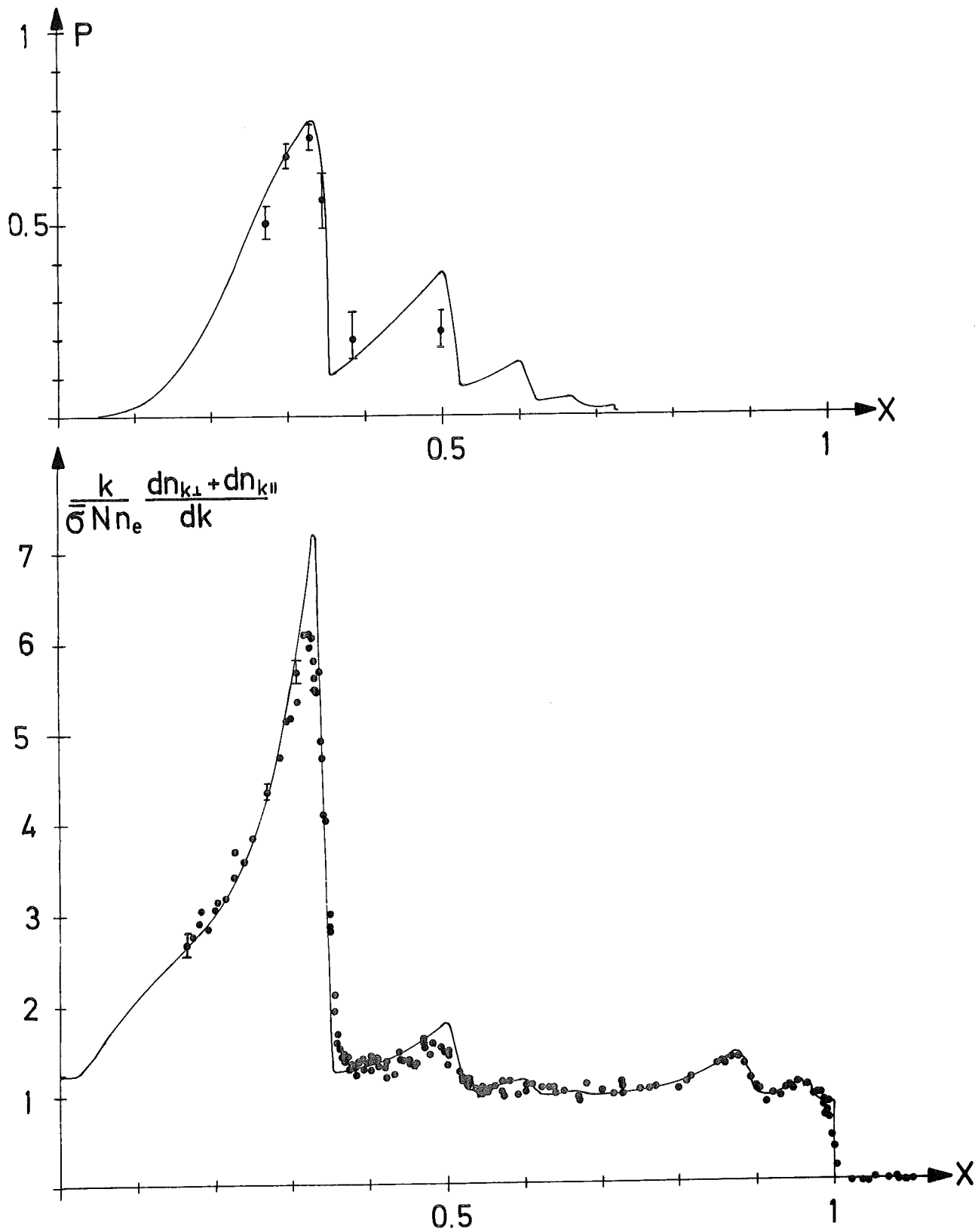


Fig. 14 Bremspektrum und Polarisation der Photonen
 $\theta = 50.5$, $\alpha = 1.31^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $E = 6$ GeV
 Kollimation 0.106×0.106 mrad², $T = 0.91 \times 10^{-2}$ Str.L.

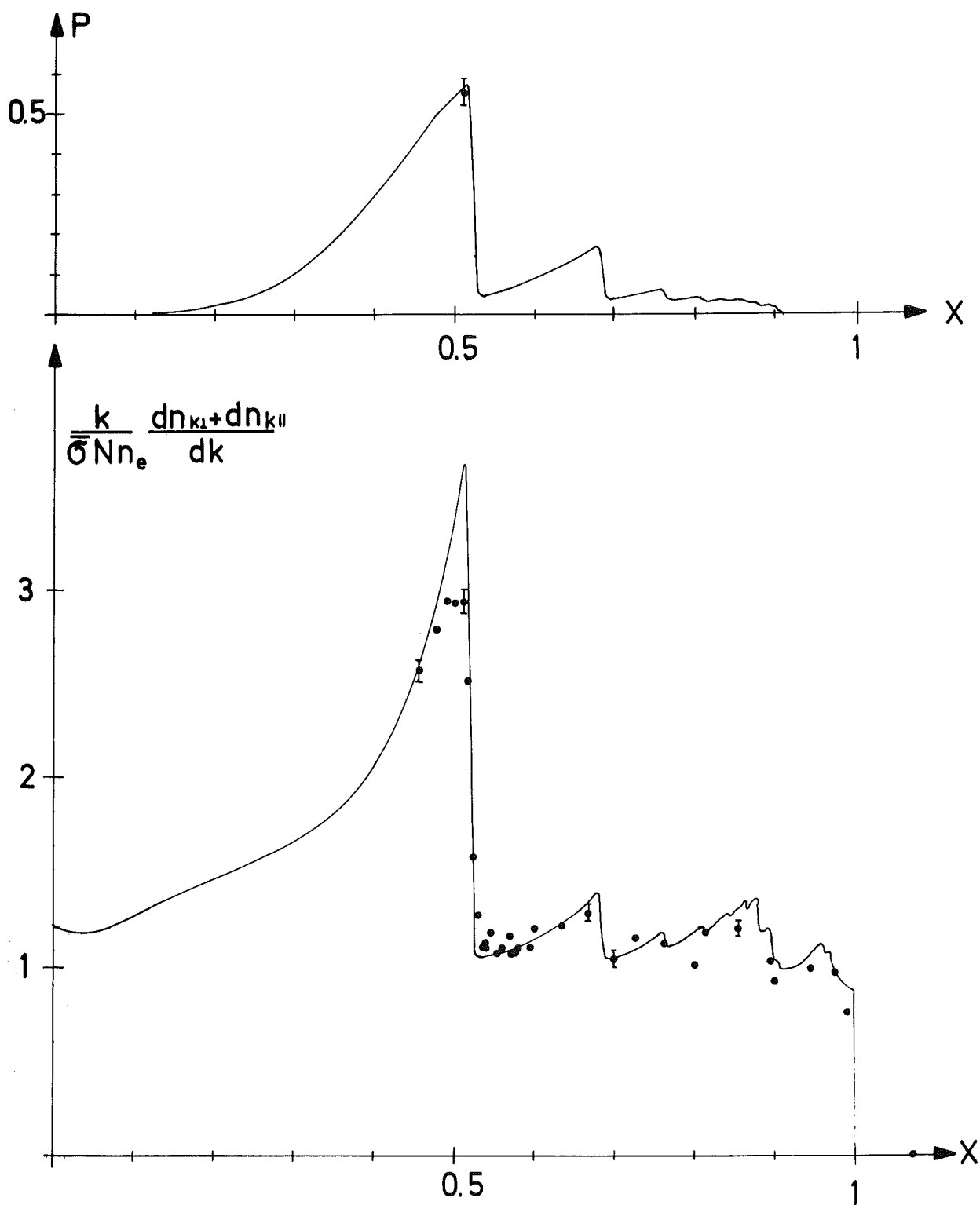


Fig.15 Bremspektrum und Polarisation der Photonen
 $\theta = 50.5$, $\alpha = 2,72^\circ$, $\varphi = 90^\circ$, $E = 6$ GeV
 Kollimation $0.106 \times 0.106 \text{ mrad}^2$, $T = 0.91 \times 10^{-2}$ Str. L.

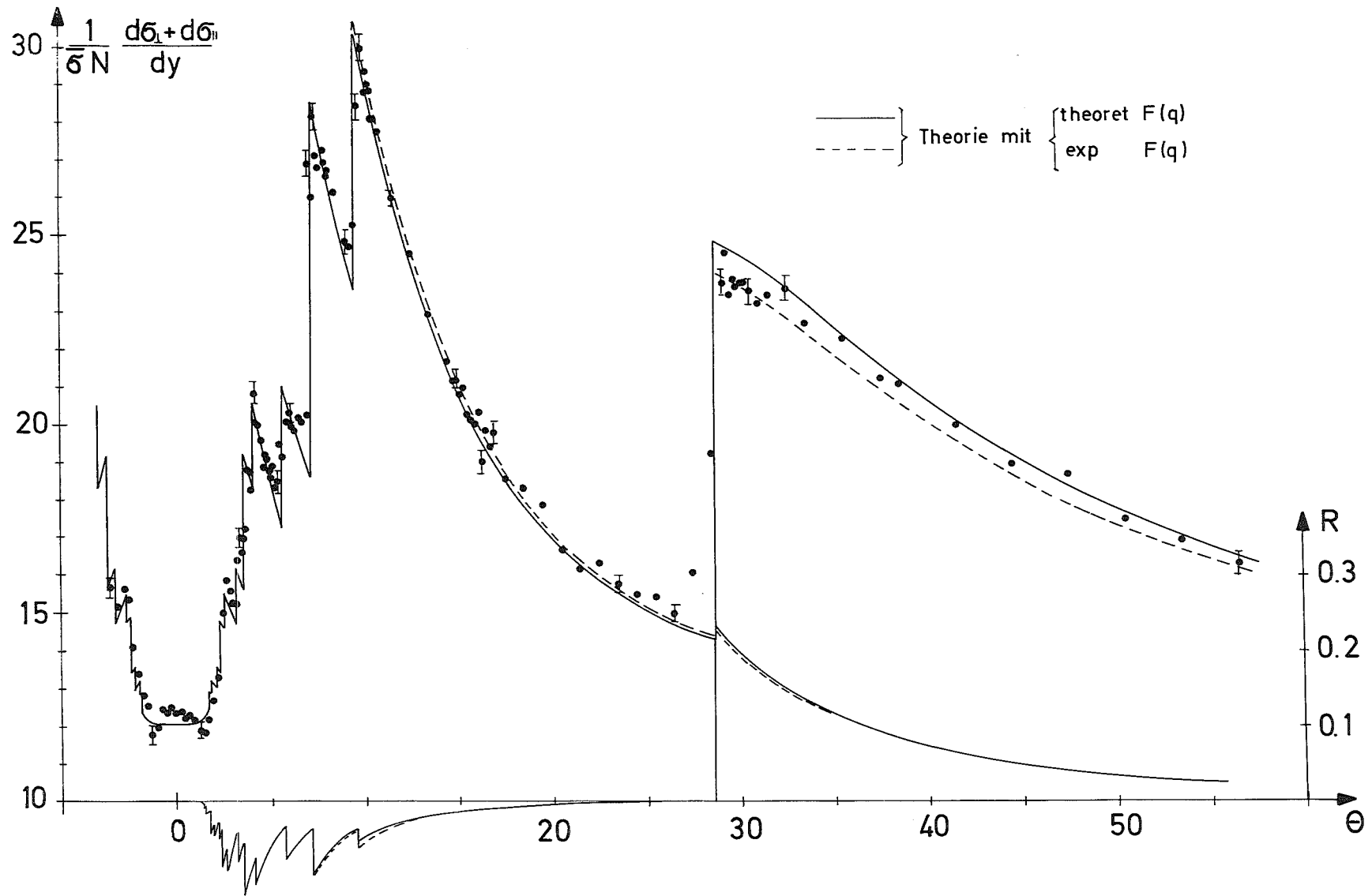


Fig.16 Variation des Wirkungsquerschnitts für Paarbildung mit dem Winkel θ
 $\alpha = 0^\circ$, $k = 5.253 \text{ GeV}$, $y = 0.476$, $\psi = 0^\circ$

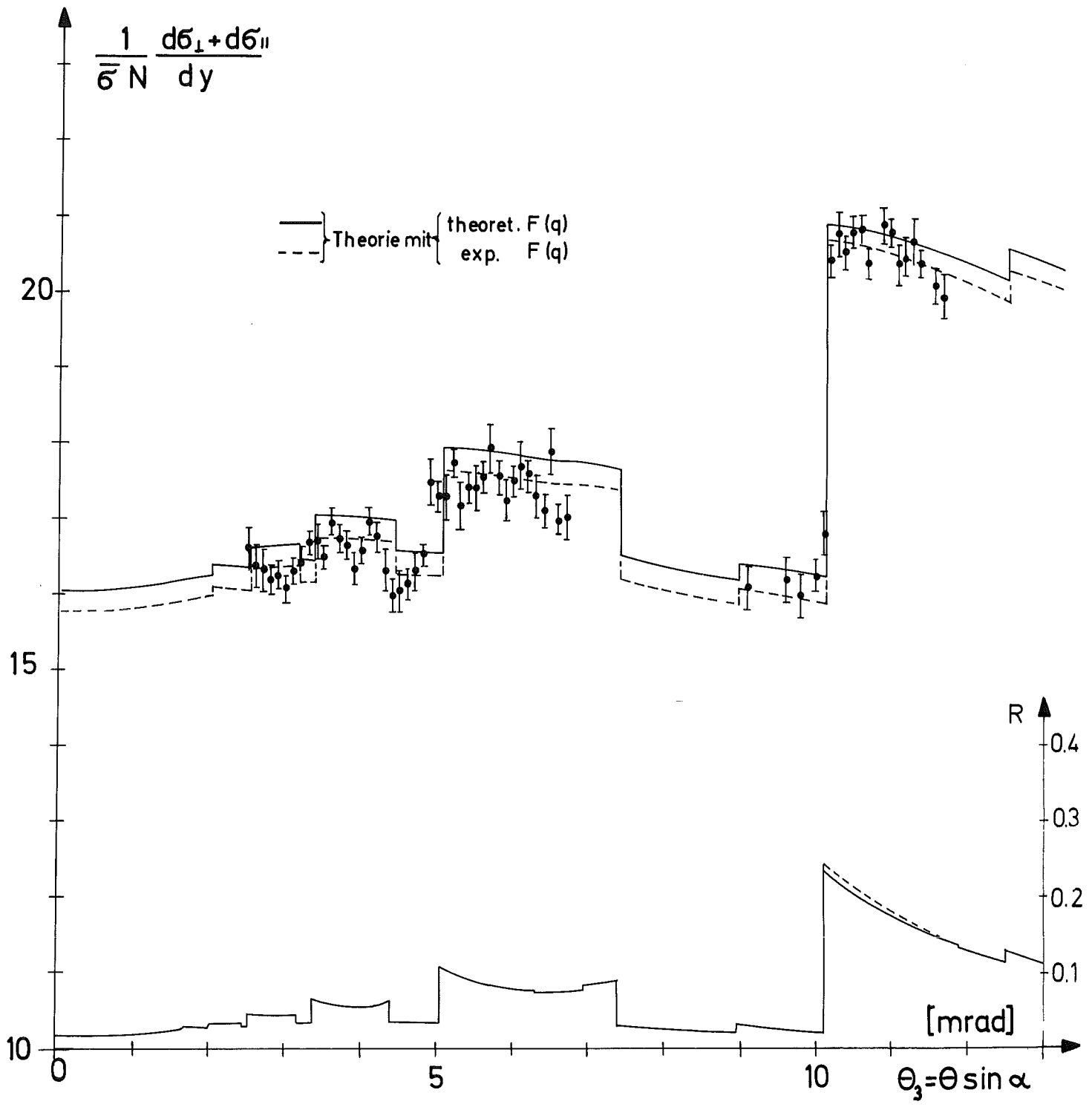


Fig.17 Variation des Wirkungsquerschnitts für Paarbildung mit dem Winkel θ_3 ,
 $\theta_2 = 60$ mrad, $k = 5.253$ GeV, $y = 0.476$, $\varphi = 90^\circ$

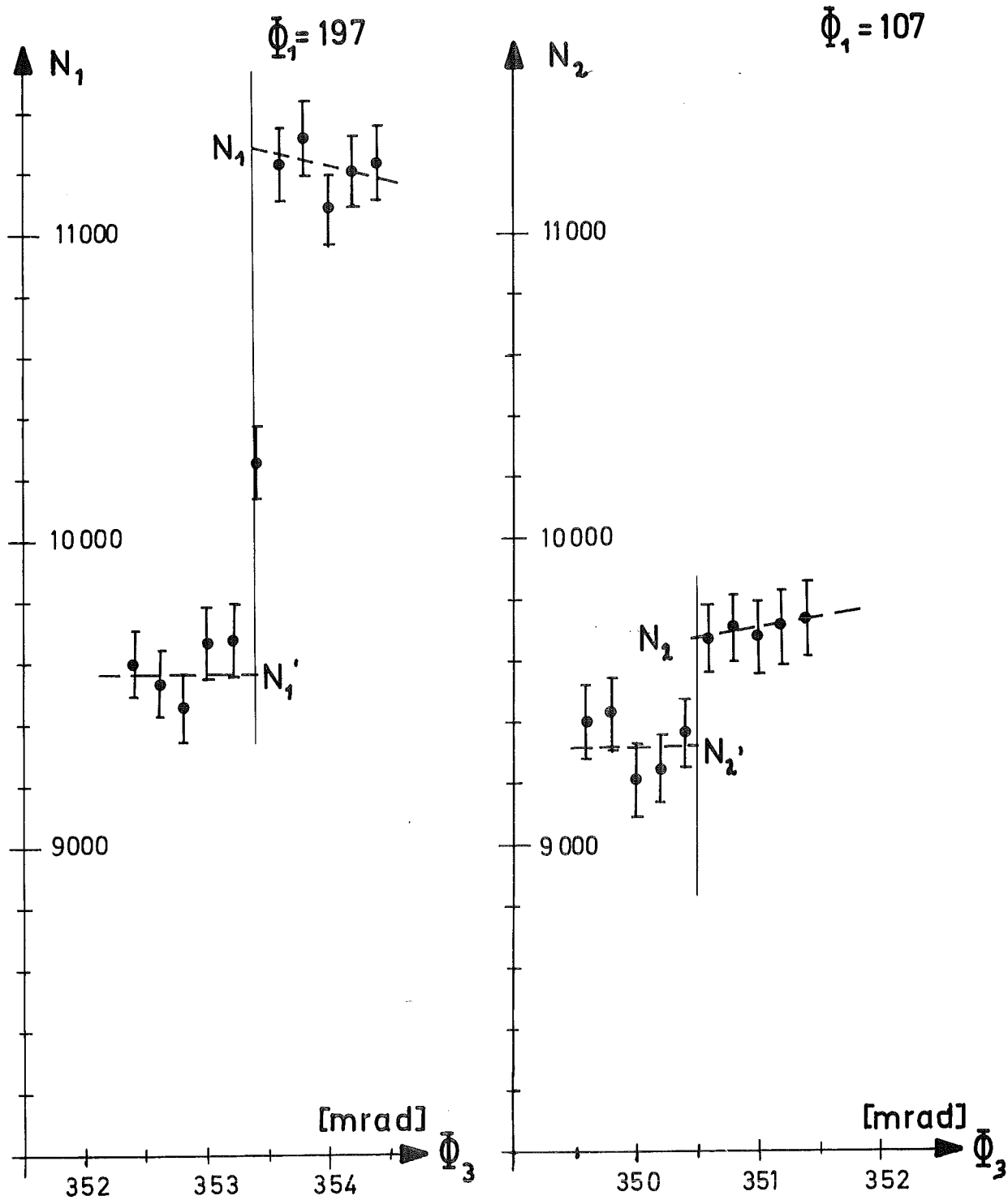


Fig. 18 Messung der Polarisation

Höhe der Kante (02) für die beiden Stellungen Φ_1
des Goniometers

