

Interner Bericht  
DESY F22-89-01  
Januar 1989

MESSUNG VON JET-WIRKUNGSQUERSCHNITTEN IN DER  $e^+e^-$  ANNIHILATION  
BEI 44 GeV SCHWERPUNKTSENERGIE

von

Norbert Magnussen



**DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.**

**DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.**

**“Die Verantwortung für den Inhalt dieses  
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser“**

Messung von  
Jet-Wirkungsquerschnitten  
in der  $e^+e^-$ -Annihilation bei 44 GeV  
Schwerpunktsenergie

Dissertation  
zur Erlangung des Doktorgrades  
des Fachbereichs Physik  
der Bergischen Universität-Gesamthochschule  
Wuppertal

vorgelegt von  
Norbert Magnussen  
aus Hamburg

- September 1988 -

WUB-DI 88-4

Gutachter der Dissertation : Prof. Dr. H. Meyer  
Prof. Dr. J. Drees

Gutachter der Disputation : Prof. Dr. H. Meyer  
Prof. Dr. P. Kroll

Datum der Disputation : 22. 12. 1988

Sprecher des Fachbereichs  
Physik und Vorsitzender  
des Promotionsausschusses : Prof. Dr. J. Drees

## Abstract

The cross sections for 2-, 3- and 4-jet production have been determined with the JADE detector, sited on the  $e^+e^-$ -storage ring PETRA. Data corresponding to an integrated luminosity of  $39.5 \text{ pb}^{-1}$  at a mean center of mass energy of  $43.9 \text{ GeV}$  were used. The results of an  $O(\alpha_s^2)$  calculation of the 3-jet matrix element by Ellis, Ross and Terrano were fitted to the LUND String Monte Carlo program and used to extract the strong coupling strength. Due to the recombination scheme dependence of the 3-jet cross section a 20% systematic error is introduced. Using the square of the momentum transfer  $Q^2$  as the scale of the running coupling constant these cross sections only give a poor description of the data. The PMS-optimized scale and the scale  $y \cdot Q^2$ , where  $y$  is the scaled invariant mass jet resolution parameter, give a better description of the data. The scale  $x \cdot Q^2$  with  $x$  between 0.003 and 0.01 gives a good description of the data and gives  $\Lambda_{MS} = 127^{+88}_{-76} \text{ MeV}$  or  $\alpha_s(Q^2) = 0.122^{+0.011}_{-0.015}$  for  $Q^2 = 1936 \text{ (GeV}^2\text{)}$ .

## Kurzbeschreibung

Die Wirkungsquerschnitte für die Produktion von 2-, 3- und 4-Jets wurden mit dem JADE-Detektor am  $e^+e^-$ -Speicherring PETRA bestimmt. Bei einer mittleren Schwerpunktsenergie von  $43.9 \text{ GeV}$  wurden Daten entsprechend einer integrierten Luminosität von  $39.5 \text{ pb}^{-1}$  ausgewertet. Die Resultate einer  $O(\alpha_s^2)$  Berechnung des 3-Jet-Matrixelements von Ellis, Ross und Terrano wurden an das LUND-String-Monte-Carlo-Programm angepaßt und zur Messung der Kopplungsstärke der starken Wechselwirkung verwendet. Aufgrund der resultierenden Abhängigkeit des 3-Jet-Wirkungsquerschnitts vom verwendeten Rekombinationsschema wird eine systematische Unsicherheit von etwa 20% eingeführt. Mit dem Quadrat des Impulsübertrages  $Q^2$  als Skala der laufenden Kopplungskonstanten liefern diese Wirkungsquerschnitte nur eine sehr unvollständige Anpassung an die Daten. Die PMS-optimierte Skala oder die Skala  $y \cdot Q^2$ , mit der Jet-Auflösung  $y$  als skalierte invariante Masse zwischen den Jets, ergeben eine bessere Anpassung an die Daten. Die Skalen  $x \cdot Q^2$  mit  $x$  zwischen 0.003 und 0.01 ergeben eine gute Anpassung an die Daten, und die Messung ergibt  $\Lambda_{MS} = 127^{+88}_{-76} \text{ MeV}$  oder  $\alpha_s(Q^2) = 0.122^{+0.011}_{-0.015}$  für  $Q^2 = 1936 \text{ (GeV}^2\text{)}$ .

# Inhaltsübersicht

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Das Experiment</b>	<b>4</b>
2.1	Der Speicherring PETRA	4
2.2	Der JADE-Detektor	4
2.2.1	Der Inmendetektor	7
2.2.2	Die Bleiglaszähler	7
2.3	Ereignistrigger und Datennahme	8
<b>3</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>12</b>
3.1	Grundzüge der Quantenchromodynamik	12
3.2	Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten	18
3.2.1	Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten in der Ordnung $\alpha_s$	19
3.2.2	Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten in der Ordnung $\alpha_s^2$	22
3.3	Die Wahl des Renormierungspunktes in den Rechnungen	29
<b>4</b>	<b>Präparation des Monte-Carlo-Generators</b>	<b>34</b>
4.1	Das Fragmentationsmodell	34
4.2	Bestimmung von Matrixelementen und Jet-Wirkungsquerschnitten	36
<b>5</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>46</b>
5.1	Die Korrektur der Daten	46
5.2	Der Jet-Algorithmus YCLUS	49
5.3	Der Vergleich von Daten und Monte-Carlo für die Skala $Q^2$	50
5.4	Variation der Skala der theoretischen Vorhersage	62
5.5	Entfaltung der Daten	76
5.6	Studien auf Parton-Ebene	81

<b>6</b>	<b>Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>90</b>
6.1	Matrixelemente und Wirkungsquerschnitte	90
6.2	Vergleich von Daten und theoretischen Vorhersagen	93
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>100</b>
	<b>Anhang</b>	<b>103</b>
A1	Dalitz-Verteilungen	103
A2	Ereignisstrukturverteilungen	114
A3	Ereignisstrukturverteilungen	121
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>129</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>135</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>139</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Aus dem in den sechziger Jahren entwickelten Quark-Parton-Modell [1] und den experimentellen Hinweisen auf die drei möglichen Farbladungszustände der Quarks entwickelten Fritsch und Gell-Mann 1972 den Vorschlag der Quantenchromodynamik (QCD) als eichinvariante Feldtheorie der starken Wechselwirkung [2]. Wie für die Quantenelektrodynamik sind Berechnungen im Rahmen dieser Theorie nur störungstheoretisch möglich. Der Entwicklungsparameter der Störungsreihe ist die Kopplungskonstante  $\alpha_s$ , der fundamentale Parameter der Theorie.

Seit der experimentellen Beobachtung von 3-Jet-Strukturen in den Endzuständen der  $e^+e^-$ -Annihilation in den Experimenten am Speicherring PETRA beim Deutschen Elektronensynchrotron (DESY) im Jahre 1979 [3] sind verschiedene Meßgrößen in der  $e^+e^-$ -Annihilation zur Bestimmung von  $\alpha_s$  herangezogen worden. Die aus theoretischer Sicht einfachste Größe ist der totale hadronische Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{TOT}$ . Die Berechnungen in der Ordnung  $\alpha_s^2$  wurden bereits im Jahre 1979 von verschiedenen Gruppen in dem aus rechentechnischen Gründen favorisierten  $\overline{MS}$  Renormierungsschema übereinstimmend durchgeführt [4]. Es ergaben sich kleine Korrekturen in dieser Ordnung. Aufgrund der Komplexität der Rechnungen wurde bis 1987 gehofft, daß die Beiträge der höheren Ordnungen ebenfalls klein (oder sogar wesentlich kleiner) sind, und die Störungsreihe für diese Größe bereits hinreichend konvergiert, so daß die beste Bestimmung von  $\alpha_s$  durch eine genaue Messung von  $\sigma_{TOT}$  erreicht werden könnte. Die immer noch nicht einfach zu bestimmenden systematischen Fehler der Experimente verhinderten jedoch bisher eine sehr genaue Messung. Erst die in letzter Zeit von der CELLO-Kollaboration [5,6] und von R. Marshall [7] durchgeführten Analysen konnten durch die Berücksichtigung sämtlicher veröffentlichter Meßdaten der verschiedenen

Experimente eine Bestimmung von  $\alpha_s$  mit einer vergleichbaren Genauigkeit, wie die in den Messungen anderer Größen, z.B. der Energie-Energie-Korrelation, erreichen.

Nachdem nun eine Berechnung von  $\sigma_{TOT}$  in der 3. Ordnung  $\alpha_s$  vorliegt [8], die gezeigt hat, daß die Beiträge der nächst höheren Ordnung nicht klein sind, ergeben sich bei Berücksichtigung dieser Ordnung erheblich kleinere Werte für  $\alpha_s$  aus den Messungen dieser Größe als bisher [6,7].

Eine weitere Größe, die zur Bestimmung von  $\alpha_s$  herangezogen wurde, ist die Produktionsrate von 3-Jet-Ereignissen in der  $e^+e^-$ -Annihilation. Die Berechnungen dieser Größe in der Ordnung  $\alpha_s^2$  waren jedoch nicht immer übereinstimmend [9,10,11,12]. Nur die miteinander übereinstimmenden Rechnungen, die in der Originalform nicht mit den Experimenten verglichen werden konnten, wurden allgemein als korrekt akzeptiert [11,12].

In der vorliegenden Analyse soll untersucht werden, inwieweit eine der korrekten Rechnungen [11] für die Produktion von 3 Jets in der Ordnung  $\alpha_s^2$ , nach der Anpassung an die experimentellen Erfordernisse, in der Lage ist, die gemessene 3-Jet-Rate zu beschreiben. Zur Simulation der Einflüsse der Fragmentation wird das String-Fragmentationsmodell der LUND-Gruppe eingesetzt [13]. Die auf analytischem Wege erstmals 1986 gezeigte Gültigkeit der Summenregel  $\sigma_{TOT} = \sigma_{2-Jet}(y) + \sigma_{3-Jet}(y) + \sigma_{4-Jet}(y)$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$  [14], wurde zum Anlaß genommen, auch die Messung der 2- und 4 Jet Raten in die Analyse mit einzubeziehen. Aus dem Vergleich der Daten mit der theoretischen Vorhersage soll dann die starke Kopplungskonstante  $\alpha_s$  bestimmt werden.

Die zur Definition der Anzahl der aufgelösten Jets notwendige Einführung von Auflösungskriterien in die Berechnungen führt aufgrund der nichtfestgelegten Behandlung der nichtaufgelösten Jets in den nichtführenden Ordnungen zu Mehrdeutigkeiten der Resultate. Der Einfluß dieser Mehrdeutigkeiten auf die Bestimmung der starken Kopplungskonstante aus der Messung von Jet Wirkungsquerschnitten wurde in der vorliegenden Analyse ebenfalls studiert.

Im Gegensatz zum totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt liegen für die Wirkungsquerschnitte für die Produktion von Jets noch keine Rechnungen in der Ordnung  $\alpha_s^3$  vor. Neben den Unzulänglichkeiten im Vergleich von Daten und theoretischen Rechnungen aufgrund der nur bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  gerechneten Wirkungsquerschnitte für die Produktion von Jets bestehen auch Mehrdeutigkeiten in den Rechnungen durch die Freiheit der Wahl des Renormierungsschemas. Ein vollständig festgelegtes Renormierungsschema besteht sowohl in der Definition der

in die Parameter der Theorie zu absorbierenden Beiträge der Schleifengraphen, als auch in der Spezifikation des Renormierungspunktes, d.h. der Referenzskala für die die Renormierung durchgeführt wurde. Diese Referenzskala, die als Skala der laufenden Kopplungskonstanten die Größe des Entwicklungsparameters der Störungsreihenentwicklung bestimmt, ist frei wählbar. Aber nur die vollständige Störungsreihe ist von diesem Parameter unabhängig. Solange die Störungsreihen in den Rechnungen der betrachteten Größen nicht so gut konvergieren, daß die Einflüsse der höheren Ordnungen auf die Extraktion von Parametern der Theorie aus den Daten vernachlässigt werden können, ist durch geeignete Wahl der Referenzskala und Ausnutzen der Renormierungsgruppeneigenschaften eine Optimierung der Konvergenz der unvollständigen Störungsreihe möglich. Wird auf diese Weise die Berechnung einer physikalischen Größe bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  optimiert, so sind die vorgenommenen Veränderungen formal von der Ordnung  $\alpha_s^3$ .

Daß auf diese Weise vielleicht eine bessere Konvergenz der Störungsreihenentwicklung für die Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten erzielt werden kann, wurde bereits in den Rechnungen von Fabricius, Kramer, Schierholz und Schmitt [9] und Kunszt [15] erwähnt und 1982 von Kramer [16] ausführlicher diskutiert. Diese Möglichkeit wurde jedoch bisher noch nicht im Rahmen einer Analyse von experimentellen Daten in der  $e^+e^-$  Annihilation berücksichtigt. Der Einfluß der Wahl des Renormierungspunktes auf die Bestimmung von  $\alpha_s$  aus der Messung von Jet-Wirkungsquerschnitten wurde daher in der vorliegenden Analyse ebenfalls untersucht.

Die Arbeit gliedert sich wie folgt: In Kapitel 2 wird ein Überblick über den experimentellen Aufbau gegeben und die Selektion der Daten beschrieben. Kapitel 3 gibt eine Zusammenfassung der wichtigsten theoretischen Grundlagen und beschreibt die der Analyse zugrundeliegenden Rechnungen. Die Bestimmung von Matrixelementen und Wirkungsquerschnitten für die Produktion von Jets auf der Grundlage der Rechnung von Ellis, Ross und Terrano [11] wird in Kapitel 4 dargestellt. Daran schließt sich in Kapitel 5 die Diskussion der Datenanalyse an. Es folgt in Kapitel 6 eine Diskussion und der Versuch einer Beurteilung der Ergebnisse und in Kapitel 7 die Zusammenfassung.

## Kapitel 2

### Das Experiment

In diesem Kapitel wird eine kurze zusammenfassende Beschreibung des  $e^+e^-$ -Speicherrings PETRA am Deutschen Elektronen Synchrotron (DESY) in Hamburg und des Experimentes JADE gegeben.

#### 2.1 Der Speicherring PETRA

PETRA (Abbildung 2-1) ist ein  $e^+e^-$ -Speicherring mit einer maximalen Strahlenergie von 23.39 GeV und war von 1979 bis 1986 in Betrieb. Je zwei Teilchenpakete aus Elektronen und Positronen von etwa 1.5 cm Länge kreisen entgegengesetzt in einem einzigen Vakuumrohr und durchdringen sich an jedem der vier Wechselwirkungspunkte mit einer Frequenz von 260 kHz.

#### 2.2 Der JADE-Detektor

Das Experiment JADE [17,18] ist eines der fünf Experimente, die am  $e^+e^-$ -Speicherring PETRA eingesetzt wurden. Der Solenoid-Detektor JADE (Abbildung 2-2) ist ein Großdetektor, der, aus einer Reihe verschiedener Komponenten bestehend, sowohl die homogene Messung von Impulsen geladener Teilchen als auch die Messung der Energie neutraler Teilchen in mehr als 90% des vollen Raumwinkels gestattet. Von der Strahl-Wechselwirkungszone kommend, durchdringen Teilchen

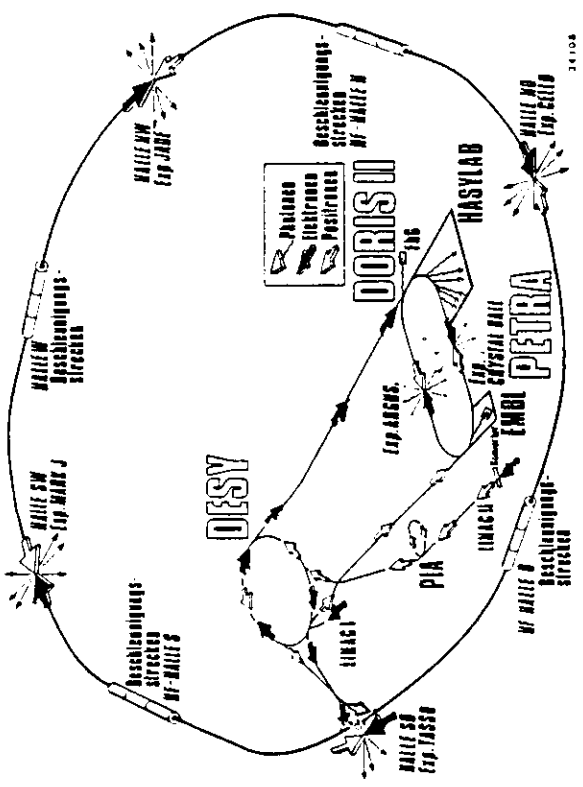


Abbildung 2.1: PETRA Speicherung (schematisch)

die folgenden Detektorkomponenten:

- Strahlrohrzähler (Szintillationszähler) bis 1982
- Vertex-Driftkammer von 1983 bis 1986
- Innendetektor (Jetkammer)
- Z-Kammer
- Flugzeitzähler (Szintillationszähler)
- Magnetspule
- Bleiglaszähler

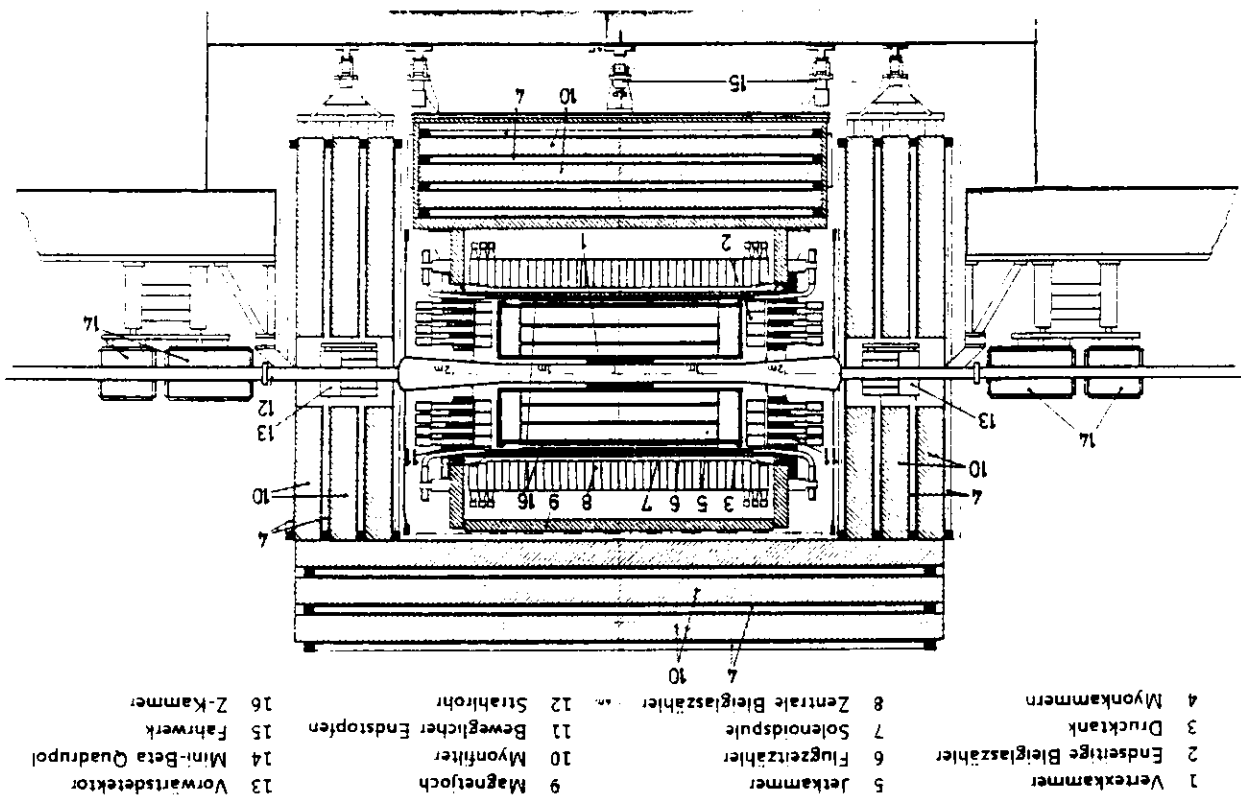


Abbildung 2.2: Längsschnitt durch den JADE-Detektor



- Magnetjoch
- Myon Filter mit Driftkammern

Für die hier dargestellte Analyse wurden im wesentlichen nur die Informationen aus dem Innendetektor und von den Bleiglaszählern verwendet. Diese beiden Detektorkomponenten sollen deshalb im folgenden noch eigens vorgestellt werden.

### 2.2.1 Der Innendetektor

Der JADE-Innendetektor, die sogenannte Jetkammer [19,20], ist eine aus 96 einzelnen Zellen bestehende zylindrische Driftkammer. Die 2.40 m lange Driftkammer umschließt das Strahlrohr in drei zylindersymmetrischen Lagen. Der Gesamtdurchmesser beträgt 1.60 m. Vom Wechselwirkungspunkt stammende geladene Teilchen mit Polarwinkeln  $\Theta$  von mehr als  $34^\circ$  zur Strahlachse passieren 48 Signaldrähte. Insgesamt können Spuren mit mindestens 8 gesetzten Signaldrähten in 97% des Raumwinkels aufgenommen und vermessen werden. Die mittlere Ortsauflösung in der  $r-\phi$  Ebene beträgt ca. 150  $\mu\text{m}$ , in der  $z$  Richtung 16 mm, und es wurde eine Doppelspurauflösung von 7 mm erreicht. Die Impulse  $p$  der geladenen Teilchen werden über die Spurkrümmung in der  $r-\phi$  Ebene im axialen homogenen Magnetfeld von 0.48 T rekonstruiert. Die Impulsauflösung für Spuren mit  $p = 2 \text{ GeV}$  wurde in Blauhaereignissen zu  $\Delta p/p = 1.8\% \cdot p$  ( $p$  in  $\text{GeV}/c$ ) bestimmt [17,18]. Für Spuren mit kleineren Impulsen ergibt sich durch Vielfachstreuung im Material des Detektor und im Kammergas ein impulsunabhängiger Impulsfehler von etwa 4%.

### 2.2.2 Die Bleiglaszähler

Zur Messung der Energie neutraler Teilchen ist der innere Detektorteil außerhalb der Magnetspule von einem zylindrischen Bleiglas-Kalorimeter, bestehend aus 2520 Einzelblöcken, umgeben. Jeder Einzelblock (Schott SF5<sup>ul</sup>) ist 300 mm, entsprechend 12.5 Strahlungslängen, lang. In Vorwärts- und Rückwärtsrichtung besteht das Bleiglas-Kalorimeter aus je 96 Blöcken, die den Polarwinkelbereich  $0.89 \cdot |\cos\Theta| - 0.97$  überdecken. In diesem Bereich sind die Bleiglasblöcke 230

\*Zur besseren Vermessung von hochenergetischen elektromagnetischen Schauern wurden 1983 die zentralen 504 SF5 Blöcke durch SF6 Blöcke mit einer kleineren Strahlungslänge (1.6 cm gegenüber 2.4 cm für SF5) ersetzt.

mm, entsprechend 9.6 Strahlungslängen lang. Der gesamte abgedeckte Raumwinkel ist 90% von  $4\pi$ . Die Blöcke werden über kurze Lichtleiter mit Photovervielfachern (Hamamatsu R 594-02) ausgelesen. Die Energieauflösung für elektromagnetische Schauer beträgt  $\sigma_E/E = 3.6\%/\sqrt{E} + 1.5\%$  ( $E$  in  $\text{GeV}$ ) für Schauer im Bereich mittlerer Polarwinkel von ca.  $40^\circ$ . Die Winkelauflösung im zylindrischen Teil des Kalorimeters beträgt 7 mrad.

## 2.3 Ereignistrigger und Datennahme

Alle 3.84  $\mu\text{s}$  durchdringen sich die im Speicherring kreisenden Teilchenpakete an den Wechselwirkungspunkten. Die Digitalisierung und Auslese der Signale aller Detektorkomponenten dagegen nimmt etwa 25 ms in Anspruch. Es muß daher schon vor der Auslese aller Detektorkomponenten eine Auswahl unter den vorkommenden Ereignissen getroffen werden. Die seltenen  $e^+e^-$ -Reaktionen müssen dazu aus dem hohen Untergrund von Strahl-Gas-Wechselwirkungen und Myonen aus der kosmischen Strahlung herausgefunden werden. Die dazu notwendige Logik ist in der Lage, anhand einfacher Kriterien die Ereignisrate auf 1-5 pro Sekunde zu reduzieren. Diese Triggerentscheidungen bedingen eine Totzeit von etwa 10%.

Das Triggersystem ist dreistufig aufgebaut und basiert auf Signalen der Szintillation- und Bleiglaszähler und den Ausgangssignalen einer festverdrahteten Logik aus Jetkammer- und Myonfilter-Signalen. Wenn die ankommenden Detektorsignale genügend Information über das Ereignis beinhalten, so kann auf jeder der drei Triggerstufen ein Ereignis verworfen oder akzeptiert werden. Die Signale der ersten Triggerstufe (T1) aus den Bleiglaszählern, Flugzeitzählern und Vorwärtsdetektoren liegen etwa 400 ns nach dem Strahlkreuzungszeitpunkt (T0) vor. Nach etwa 2  $\mu\text{s}$  (T2) stehen die Signale der Jetkammer bereit und können weitere Trigger-Entscheidungen beeinflussen. Die dritte Triggerstufe (T3) schließlich bilden die Signale des Myonfilters nach etwa 5  $\mu\text{s}$ . Fällt eine Entscheidung gegen das Ereignis erst auf dieser Stufe, so führt das stets zum Verlust der nächsten Strahlwechselwirkung.

Die möglichen Triggerentscheidungen sind so geordnet, daß der Totzeitverlust minimiert wird. Von den ständig implementierten Triggern sind nur zwei für die Akzeptierung von multihadronischen Ereignissen wichtig:

- |  |                 |
|--|-----------------|
| 1. Bleiglasenergie $> 4 \text{ GeV}$ , | Triggerstufe T1 |
| oder                                   |                 |
| 2. Bleiglasenergie $> 1 \text{ GeV}$ , | Triggerstufe T1 |

UND	
mindestens 2 angesprochene Flugzeitzähler TOF	Triggerebene T1
UND	
mindestens 1 Spur im Innendetektor	Triggerebene T2

Mit diesen zu mehr als 95% redundanten Bedingungen werden praktisch 100% der multihadronischen Ereignisse akzeptiert. Die Detektorinformationen der akzeptierten Ereignisse werden nach ihrer Digitalisierung über einen CAMAC-bus mit direktem Speicherzugriff (DMA) in den Online-Rechner (NORSK DATA - NORD 10s/50) eingelesen. Neben der Datenauslese wird der Online-Rechner zur Überwachung des Experiments und zur Vorselektion der Daten benutzt. Insbesondere können schon auf dieser Stufe Myonen der kosmischen Strahlung mit sehr großer Zuverlässigkeit erkannt und verworfen werden. Die Ereignisrate kann dadurch um bis zu 50% reduziert werden.

### Datenselektion

Die in dieser Arbeit verwendeten Daten wurden in den Jahren 1983 bis 1985 bei Schwerpunktsenergien von 43.3 bis 45.4 GeV mit einer mittleren Schwerpunktsenergie von 43.9 GeV genommen. Tabelle 2-1 zeigt die in den Jahren 1983 bis 1985 bei den jeweiligen Schwerpunktsenergien integrierten Luminositäten.

Jahr	Schwerpunktsenergie [GeV]	integrierte Luminosität [ $\mu\text{b}^{-1}$ ]
1983	42.8 - 45.4	11.2
1984	43.6 - 44.4	9.0
1985	44.0	19.3

Tabelle 2-1: Integrierte Luminosität

Zur Selektion der multihadronischen Ereignisse, die nur einige Promille der vom Trigger akzeptierten Ereignisse darstellen, wurden die folgenden Schnitte angebracht:

Damit ein Ereignis akzeptiert wird, muß ein Mindestmaß an Energie, entweder im zylindrischen Teil  $E_{BAR}$  ('Barrel') oder in den Endkappen  $E_{EC}$  ('End caps') des Bleiglasdetektors deponiert worden sein. Für Schwerpunktsenergien oberhalb von 24 GeV sind diese Mindestenergien auf  $E_{BAR}^{min} = 3.0 \text{ GeV}$  und  $E_{EC}^{min} = 0.4 \text{ GeV}$  festgelegt.

Außerdem müssen mindestens eine 'lange Spur', d.h. eine Spur eines geladenen Teilchens mit mehr als 24 Meßpunkten, und zwei weitere Spuren aus dem Bereich der Wechselwirkungs-Zone in der Jetkammer rekonstruiert werden. Die Wechselwirkungszone ist definiert durch einen Zylinder von 30 mm Radius und 350 mm Länge um den Wechselwirkungspunkt herum. Alle Ereignisse mit mindestens sieben langen Spuren aus dem Bereich der Wechselwirkungszone, die nicht aus Photonkonversionen stammen, sind sog. sichere Ereignisse (ca. 50%) und werden sofort als multihadronische Ereignisse akzeptiert. Die anderen Ereignisse (ca. 50%) wurden von Physikern am Bildschirm visuell durchauswertet. Durch folgenden Selektionskriterien konnte der Untergrund an kosmischer Strahlung,  $\tau$ -Paar-Ereignissen, Bhabha Ereignissen und Ereignissen rein leptonischer Natur aus QED-Reaktionen wesentlich reduziert werden:

- mindestens vier geladene Teilchen (keine Elektron-Positron Paare aus Photonkonversionen) kommen aus der Wechselwirkungszone,
- von den gefundenen Spuren sind mindestens 3 lange Spuren und
- bei genau vier rekonstruierten Spuren wird nicht eine in einer Hemisphäre und drei in der gegenüberliegenden gefunden.

Die nach diesen Schnitten akzeptierten Ereignisse kommen entweder aus  $e^+e^-$  Annihilationsreaktionen oder aus Zwei-Photon-Reaktionen, mit einem geringen verbleibenden Untergrund an  $\tau$  Paaren und Strahl-Gas-Ereignissen. Zur Abtrennung der Zwei-Photon- und Strahl-Gas Ereignisse und zur Sicherstellung, daß die Ereignisse nicht zu große Verluste in Richtung der Strahlachse erlitten haben, werden zusätzliche Anforderungen an die Ereignisse gestellt. In einzelnen müssen folgende Größen der Ereignisse die Kriterien erfüllen:

- die sichtbare Energie:  $E_{vis} = \sum_{i=1}^N |p_i| > 0.5\sqrt{s}$
- die longitudinale Impulsbilanz:  $|p_{tot}| = \frac{1}{E_{vis}} \sum_{i=1}^N |p_{zi}| < 0.4$
- der fehlende Gesamtimpuls:  $|p_{miss}| = \frac{1}{E_{vis}} \sum_{i=1}^N |p_i| < 0.3$

- der Winkel  $\theta_J$  der Thrust- zur Strahlachse:  $|\cos\theta_J| < 0.8$
- die Distanz des Ereignisvertex der geladenen Spuren vom Wechselwirkungspunkt in z-Richtung:  $|Z_{\text{vtx}}| = \left| \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N z_j \right| < 120 \text{ mm}$
- mindestens 5 Spuren vom Wechselwirkungspunkt mit  $E_{\text{Neutral}} > 150 \text{ MeV}$  und  $E_{\text{Geladen}} > 100 \text{ MeV}$

Nach Anbringen dieser Schnitte wurden 4747 Ereignisse für die weitere Analyse akzeptiert. Der verbleibende Untergrund wurde in Monte-Carlo-Untersuchungen [21] zu kleiner als 1% aus  $\tau$ -Paar-Ereignissen und zu kleiner als 0.1% aus  $2\gamma$ -Ereignissen bestimmt und konnte für die vorliegende Analyse vernachlässigt werden.

## Kapitel 3

### Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die wesentlichen theoretischen Grundlagen zusammengefaßt. Nach einer kurzen Beschreibung der Grundzüge der Quantenchromodynamik wird auf die für die durchgeführte Analyse wichtigen Berechnungen von Jet-Wirkungsquerschnitten und die Wahl des Renormierungspunktes in den Berechnungen eingegangen.

#### 3.1 Grundzüge der Quantenchromodynamik

Die Quantenchromodynamik (QCD) ist die heute allgemein akzeptierte renormierbare Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung. Sie gehört zur Klasse der Eichtheorien. Die Eichgruppe ist die  $SU(3)$ . Das  $c$  steht für 'colour' und bezeichnet die in drei Ladungszuständen vorkommende Farbladungsquantenzahl der starken Wechselwirkung. Die farbigen Quarks sind die Feldquellen, und die Farbladung wird durch ein Oktett von ebenfalls Farbe tragenden Gluonen gereicht. Die  $SU(3)$ -Symmetrie der QCD ist exakt, d.h. ungebrochen in der Natur realisiert.

Die QCD kann nicht exakt, sondern nur im Rahmen einer Störungstheorie gelöst werden. Dafür müssen die Feynman-Diagramme der jeweiligen betrachteten Ordnung der Entwicklung für die untersuchten Prozesse ausgewertet werden. Der wesentliche Unterschied der QCD gegenüber der ebenfalls in der Natur verwirklichten renormierbaren Quantenfeldtheorie, der Quantenelektrodynamik (QED), besteht in der nicht-abelschen Natur der Eichgruppe, d.h. der Farbladung der Gluonen, der Eichbosonen der Theorie. Diese Farbladung der Gluonen bedingt die Wech-

selwirkung der Gluonen untereinander und führt zum Auftreten von zusätzlichen, im Vergleich zur QED sehr viel komplexeren Graphen.

Im allgemeinen treten bei der störungstheoretischen Beschreibung von physikalischen Prozessen neben Baumgraphen auch Schleifengraphen auf. Bei der Auswertung der auftretenden Integrale wird die Lösung in einem 2-stufigen Prozeß erzielt. Zunächst wird

- eine Regularisierung und dann
- die Renormierung

der Theorie vorgenommen.

Unter einer Regularisierung versteht man eine kontinuierliche technische Veränderung, um die Existenz der auftretenden Integrale zu gewährleisten, z.B. eine Beschränkung des Integrationsintervalls nach oben oder die Fortführung der Integration von 4 in  $d \neq 4$  Dimensionen.

Die Renormierung ist notwendig, da bei der Berechnung von Schleifendiagrammen der innere Impuls nicht definiert ist und daher über alle Werte des Impulses integriert werden muß. Dabei treten Divergenzen auf. Man kann die Eigenschaften solcher Graphen verbessern, indem man in der Lagrange-Dichte der Theorie Gegenterme einführt, die lokalen Wechselwirkungen entsprechen. Diese Festlegung einer Renormierungsvorschrift entspricht der Zusammenziehung eines Schleifengraphen zu einem Punkt. Damit entsteht ein Baumdiagramm. Die Freiheiten der Definition bestehen darin, daß der Beitrag des Schleifendiagramms um das mit einem Koeffizienten verschiebene Baumdiagramm modifiziert werden darf. Die unterschiedlichen Festlegungen der Koeffizienten definieren unterschiedliche Renormierungsvorschriften. Renormierbarkeit einer gegebenen Theorie heißt, daß in beliebiger Schleifenanordnung nur Gegenterme auftreten, die bereits in der Lagrange-Dichte enthalten sind. Dann können die Divergenzen durch die Definition der Parameter in der Theorie beseitigt werden. Nach Entfernen der Regularisierung, d.h. entweder dem Grenzübergang zu unendlichen Abschneideimpulsen oder dem Grenzübergang zu  $n = 4$  Dimensionen verbleibt dann eine endliche Theorie. Von den vielen möglichen Renormierungsschemata soll hier nur das 'modified minimal subtraction' (*MS*) Renormierungsschema genannt werden, das zusammen mit der dimensionalen Regularisierung von 't Hooft und Veltman [22] die technisch einfachsten Rechnungen erlaubt.

Durch die Renormierungsprozedur wird eine Skala  $\mu$  in die renormierte Theo-

rie eingeführt. In der Näherung verschwindender Quarkmassen enthält die QCD nur einen fundamentalen Parameter, die Kopplungskonstante  $\alpha_s$ . Die renormierte Kopplungskonstante ist nicht konstant, sondern von der Skala  $\mu$  abhängig. Die Renormierungsgruppengleichung [23,24] für  $\alpha_s(\mu^2)$  bis zur Ordnung  $\alpha_s^4$  in der für die Entwicklung einer Störungsreihe natürlicheren Form  $a(\mu^2) = \alpha_s(\mu^2)/\pi$  bestimmt die Abhängigkeit der Kopplungskonstanten von der Skala  $\mu$  bis zur Ordnung  $\alpha_s^3$  in der Form

$$\mu \frac{\delta a(\mu)}{\delta \mu} = \beta(a) = \beta_0 a^2 + \beta_1 a^3 + \beta_2 a^4 + \dots \quad (3a)$$

oder

$$\mu \frac{\delta a(\mu)}{\delta \mu} = \beta(a) = \beta_0 a^2 (1 + c_1 a + c_2 a^2 + \dots) \quad (3b)$$

wobei die Renormierungsgruppen- $\beta$  Funktion der QCD  $\beta(a)$  im Rahmen störungstheoretischer Rechnungen Ordnung für Ordnung berechnet werden kann. Während  $\beta_0$  und  $\beta_1$  bzw.  $c$  vom verwendeten Renormierungsschema unabhängig sind, hängen alle weiteren Koeffizienten  $\beta_i$  bzw.  $c_i$  ( $i \geq 2$ ) der  $\beta$ -Funktion vom Renormierungsschema ab.

Für das *MS*-Renormierungsschema wurde auch  $c_2$  bereits 1980 von Tarasov, Vladimirov und Zharkov berechnet [25], und die ersten drei Koeffizienten der  $\beta$ -Funktion lauten damit  $\beta_0 = (33 - 2N_f)/6$ ,  $c_1 = (153 - 19N_f)/(2(33 - 2N_f))$  und  $c_2 = 3(2857 - 5033N_f/9 + 325N_f^2/27)/(32(33 - 2N_f))$ , mit der Zahl der erzeugbaren Quark Sorten  $N_f = 5$  für die in dieser Analyse betrachteten Energien. Die exakte Lösung der Renormierungsgruppengleichung durch die Integration von Gleichung (3b) ergibt

$$\tau \equiv \beta_0 \ln \frac{\mu}{\Lambda} = K(a) = \int_0^a \frac{dx}{\beta(x)} + (\text{unendliche Konstante}) \quad (3c)$$

mit  $\beta(x) = \beta(x)/\beta_0$  und  $\Lambda = \tilde{\Lambda}_{MS}$ . Jede Wahl der unendlichen Konstanten entspricht einer Festlegung der sog. QCD-Skala  $\Lambda$ . Eine natürliche Wahl der Konstanten besteht in der Wahl eines einfachen Integrals, daß die gleiche singuläre Struktur wie  $1/\beta(x)$  für  $x \rightarrow 0$  besitzt. Mit der von Stevenson eingeführten Konvention [53]

$$\text{unendliche Konstante} = \int_0^\infty \frac{dx}{\beta^{(2)}(x)} - \int_0^\infty \frac{dx}{x^2(1+c_1x)} \quad (3d)$$

ist

$$\tau = K^{(2)}(a) = \int_0^a dx \left[ \frac{1}{\beta(x)} - \frac{1}{\beta^{(2)}} \right] \quad (3e)$$

wobei  $K^{(2)}(a)$  gegeben ist durch

$$K^{(2)}(a) = \int_a^\infty \frac{dx}{\beta(x)} = \frac{1}{a} + c \ln \frac{ca}{1+ca}. \quad (3f)$$

Die Lösung von Gleichung (3b) ergibt sich damit aus der Gleichung (3e) zu

$$\tau = \frac{\beta_0 \mu^2}{2 \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}} = \frac{1}{a} + c \ln \frac{ca}{1+ca} + \frac{c}{2} \ln \frac{(1+ca)^2}{1+ca+c_2 a^2} \\ = \left( \frac{c^2}{2} - c_2 \right) \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \left[ \arctg \frac{2c_2 a + c}{\sqrt{\Delta}} - \arctg \frac{c}{\sqrt{\Delta}} \right] \quad (3g)$$

mit  $\Delta = 4c_2 c^2$ .

Neben dieser Vorgehensweise, die zur Einführung der QCD Skala  $\tilde{\Lambda}$  von Gleichung (3b) zur Unterdrückung der Konstanten  $\beta_0$  in der Definition der K Funktionen auslegt, wird häufiger die Definition von  $\tilde{\Lambda}$  über die Integration von Gleichung (3a) vorgenommen. Diese Definition von  $\tilde{\Lambda}$  entspricht einer geänderten Wahl der Konstante in Gleichung (3d) um den Term  $c \ln \frac{\beta_0}{2c}$ , oder [53]

$$\beta_0 \ln \frac{\tilde{\Lambda}}{\Lambda} = c \ln \frac{\beta_0}{2c} \quad (3h)$$

und somit

$$\tilde{\Lambda} = \Lambda \left( \frac{2c}{\beta_0} \right)^{\frac{1}{c}}. \quad (3i)$$

Aus historischen Gründen wird neben dieser Einführung der QCD Skala  $\tilde{\Lambda}$  über die exakte Lösung der Renormierungsgruppengleichung jedoch häufiger die Definition von  $\tilde{\Lambda}$  über die Entwicklung der Kopplungskonstanten  $\alpha_s$  in Potenzen von  $1/\ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}$  nach Buras et al. [26,27] verwendet.

Die formale Integration von Gleichung (3a) von  $\mu_0$  bis  $\mu$  liefert

$$\frac{1}{\alpha_s(\mu)} = \frac{1}{\alpha_s(\mu_0)} + \beta_0 \ln \frac{\mu}{\mu_0} - c \ln \frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \\ = \left( c_2 - \frac{c^2}{2} \right) [\alpha_s(\mu) - \alpha_s(\mu_0)] + O(\alpha_s^2) \quad (3j)$$

mit  $\alpha_s(\mu_0)$  der Kopplungskonstanten für eine Referenzskala  $\mu_0$ . Abhängig von der gewählten Referenzskala kann aus der Gleichung (3j)  $\alpha_s(\mu)$  in iterativer Weise bestimmt werden. Zur Umgehung dieser Iterationsprozedur wird an dieser Stelle die von  $\mu$  unabhängige QCD Skala  $\tilde{\Lambda}$  eingeführt, die in ihrer Definition gerade

die durch Gleichung (3j) gegebene Iterationsprozedur beinhaltet, und es gestattet eine geschlossene funktionale Form für  $\alpha_s(\mu^2)$  anzugeben. Mit einem Parameter  $\Lambda$  in der Form

$$\Lambda = \mu \exp \left[ \frac{c}{\beta_0} \ln \frac{2}{\beta_0 \alpha_s(\mu)} - \frac{1}{\beta_0 \alpha_s(\mu)} + C - \frac{1}{\beta_0} \left( c_2 - \frac{c^2}{2} \right) \ln \alpha_s(\mu) + O(\alpha_s^2) \right] \quad (3k)$$

und  $C$  einer beliebigen Konstanten ergibt sich  $\alpha_s(\mu^2)$  als Auflösung dieser Gleichung nach  $\alpha_s(\mu^2)$  zu [28]

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{2\pi}{\beta_0 \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}} \left[ 1 - \frac{2c \ln \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}}{\beta_0} - \frac{2c^2}{\beta_0^2} + \frac{c^2}{\beta_0^2 \ln^2 \frac{\mu^2}{\Lambda^2}} \left[ \ln \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2} - \frac{\beta_0 C - 1}{c} + \frac{c_2 - 5}{c} \right] \right]. \quad (3l)$$

Die Festlegung der beliebigen Konstanten  $C$  definiert dann  $\alpha_s(\mu)$ . Für das konventionelle  $\overline{MS}$  Renormierungsschema wird  $C = 0$  gesetzt [27].

In der Ordnung  $\alpha_s^2$  ist die Kopplungskonstante als Funktion von  $\tilde{\Lambda}$  in der Konvention von Stevenson gegeben durch Gleichung (3f). Die Entwicklung der Lösung von Gleichung (3a) nach Potenzen von  $1/\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}$  dagegen liefert

$$\frac{1}{\alpha_s(Q^2)} = \beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + c \ln(\beta_0 \alpha_s(Q^2)) + O(\alpha_s^2). \quad (3m)$$

Die Auflösung dieser Gleichung für  $\mu^2 = Q^2$  nach  $\alpha_s(Q^2)$  liefert [16]

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{2\pi}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} + 2c \ln \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}}. \quad (3n)$$

Die Entwicklung dieser Gleichung nach  $1/\ln(Q^2/\Lambda^2)$  liefert gerade wieder die ersten zwei Terme von Gleichung (3l).

In Tabelle 3.1 werden die Werte für  $\tilde{\Lambda}$  verglichen, die sich bei Verwendung von Gleichung (3f) und Berücksichtigung von Gleichung (3i), von Gleichung (3n) und von Gleichung (3l) bis zur Ordnung  $1/\ln^2(Q^2/\Lambda^2)$  ergeben für  $\alpha_s(Q^2) = 0.1165 (Q^2 = 44^2 \text{ GeV}^2)$ . Die Berücksichtigung der Ordnung  $\alpha_s^3$  ergibt aufgrund der Kleinheit dieser Beiträge zu  $\alpha_s(Q^2)$  nur unwesentlich andere Werte. Der Vorteil der Konvention von Stevenson bei der Wahl der Konstanten nach Gleichung (3d) zur exakten Lösung der Renormierungsgruppengleichung hat den Vorteil, daß der so definierte  $\tilde{\Lambda}$  Parameter nur wenig von dem  $\Lambda$  Parameter, der aus der Entwicklung der Lösung der Renormierungsgruppengleichung nach  $1/\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}$  folgt, abweicht.

Wenn nicht anders vermerkt, wurden die in der vorliegenden Analyse angegebenen Werte für  $\Lambda_{\overline{MS}}$  mittels Gleichung (3n) bestimmt. Die sich bei der Verwendung

Definitionsgleichung	$\Lambda$ [MeV]
Gleichung (3f)	93.9
Gleichung (3n)	89.3
Gleichung (31)	100.0

Tabelle 3-1: Vergleich der Werte für  $\Lambda_{\overline{MS}}$  aus den verschiedenen  $O(\alpha_s^2)$  Definitionsgleichungen für  $\alpha_s(Q^2) = 0.1165$  ( $Q^2 = 44^2 \text{ GeV}^2$ )

von Gleichung (31) bis zur Ordnung  $1/\ln^2(\mu^2/\Lambda^2)$  oder Gleichung (3n) ergebenden Unterschiede in der Bestimmung von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  werden in [29] diskutiert. Bei dem Vergleich von Meßwerten für  $\Lambda$  aus unterschiedlichen Analysen muß somit auch die Definition von  $\Lambda$  berücksichtigt werden.

Zusätzlich zu diesen Mehrdeutigkeiten liefern auch verschiedene Renormierungsvorschriften in endlicher Ordnung  $n$  ( $n \geq 2$ ) verschiedene Definitionen für  $\Lambda$  [16]. Das Verhältnis von je zwei  $\Lambda$ -Werten, definiert in beliebigen Renormierungsschemata, ist eine reelle Zahl, die exakt aus einer 1-Schleifen-Rechnung folgt [23]. Physikalisch meßbare Größen hängen im Prinzip nicht vom Renormierungsschema ab. Dies gilt allerdings nur, wenn die Größe mit der vollständigen Störungsreihe in allen Ordnungen berechnet wird. In praxi sind Rechnungen im Rahmen der QCD auf die 2. oder für einige wenige Größen auf die 3. Ordnung [8,30,31] beschränkt, und die unvollständige Störungsreihe liefert i.a. verschiedene Resultate für verschiedene Renormierungsschemata.

Anhand der Gleichungen (31) und (3n) lassen sich zwei wichtige Eigenschaften der starken Kopplung verdeutlichen. Solange die Anzahl der produzierten Quarkflavour kleiner als 16 ist, nimmt die Kopplung mit wachsenden Energien ab und verschwindet bei sehr großen Energien:  $\alpha_s(Q^2) \rightarrow 0$  für  $Q^2 \rightarrow \infty$ . Diese als asymptotische Freiheit bezeichnete Eigenschaft der Theorie ermöglicht die Anwendung einer Störungstheorie für große Energien. Zum anderen wächst  $\alpha_s$  für kleine  $Q^2$  stark an. Dieses Anwachsen der starken Kopplung bei kleinen Impulsen, hervorgerufen durch die Selbstwechselwirkung der Gluonen, wird als 'Confinement' bezeichnet und erklärt die fehlende Evidenz für freie Quarks und Gluonen. In der Natur werden nur farbneutrale gebundene Zustände von Quarks und Gluonen angetroffen.

## 3.2 Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten

Bei der störungstheoretischen Berechnung von physikalischen Größen der  $e^+e^-$  Annihilation in Hadronen hängen die möglichen Endzustände von der betrachteten Ordnung der Entwicklung nach  $\alpha_s$  ab. In der trivialen Ordnung ist der einzig mögliche Reaktionsweg in Abbildung 3-1 dargestellt. Die auftretenden Kopplun-

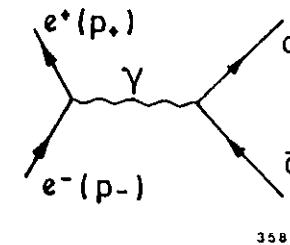


Abbildung 3-1: Feynman-Diagramm für den Prozeß  $e^+e^- \rightarrow qq$

gen sind nur von den elektrischen Ladungen der beteiligten Teilchen abhängig. Der Prozeß ist somit rein elektromagnetischer Natur. Bei der Berücksichtigung höherer Ordnungen der QCD gibt es abhängig von der Ordnung verschiedene mögliche Endzustände:

- $O(\alpha_s)$ :  $qq, q\bar{q}$
- $O(\alpha_s^2)$ :  $qq, q\bar{q}, q\bar{q}g, q\bar{q}q$
- $O(\alpha_s^3)$ :  $qq, q\bar{q}, q\bar{q}g, q\bar{q}q, q\bar{q}gq, q\bar{q}qg$

Die Berechnung der entsprechenden Wirkungsquerschnitte bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  soll im folgenden kurz skizziert werden. Die in diesem und im folgenden Kapitel und in der Literatur zu diesen Rechnungen als Jet-Wirkungsquerschnitte bezeichneten Wirkungsquerschnitte für die Produktion von 2, 3 oder 4 aufgelösten Partonen sind nicht zu verwechseln mit den in den experimentellen Daten gemessenen

Jet-Wirkungsquerschnitten (siehe Kap. 5). Da, wie im Folgenden ausgeführt, je doch auch auf der Ebene der Berechnung dieser Produktionswirkungsquerschnitte Auflösungskriterien, analog zu Auflösungskriterien bei der Rekonstruktion von experimentellen Jets eingeführt werden müssen, ist diese synonyme Bezeichnungsweise üblich. Wie in den Experimenten am PETRA-Speicherring bei DESY und am PEP-Speicherring bei SLAC festgestellt wurde, ist der Nachweis von Jets in den experimentellen Daten eine fundamentale Grundlage für Tests der Vorhersagen der störungstheoretischen QCD und gestattet mit genügender Genauigkeit die Gleichsetzung von QCD Jets und experimentellen Jets (vgl. Kap. 5).

### 3.2.1 Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten in der Ordnung $\alpha_s$

Für die Berechnung der Jet-Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $\alpha_s$  müssen die Beiträge der Diagramme in Abbildung 3-2 berechnet werden. Im Gegensatz zum Wirkungsquerschnitt für die Produktion von 2-Jets, der nur als totaler Wirkungsquerschnitt definiert ist, kann aus den Diagrammen in Abbildung 3-2 b der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Produktion von 3 Partonen  $q\bar{q}g$  im Endzustand bestimmt werden zu:

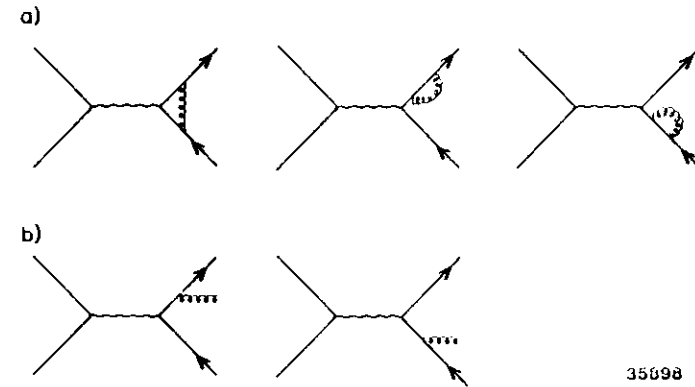
$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d^2\sigma(x_1, x_2)}{dx_1 dx_2} = \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \quad (3.0)$$

mit  $x_1 = 2E_1/\sqrt{s}$  und  $x_2 = 2E_2/\sqrt{s}$  den skalierten Energien des Quarks bzw. Antiquarks,  $s$  der Schwerpunktsenergie und  $\sigma_0$  dem elektromagnetischen Erzeugungsquerschnitt für den Endzustand  $q\bar{q}$ . Zur Berechnung des totalen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von  $q\bar{q}g$  muß der Ausdruck in Gleichung (3.0) über den gesamten zur Verfügung stehenden Phasenraum

$$0 \leq x_1 \leq 1 \\ 1 - x_1 \leq x_2 \leq 1$$

integriert werden. Dieses Integral divergiert aufgrund der Singularitäten im Integranden für  $x_1, x_2 \rightarrow 1$ . Die auftretenden Singularitäten werden entweder verursacht von

- einem "sehr weichen" Gluon (infrarote Divergenz) oder
- einem Gluon, das kollinear zu einem Quark oder Antiquark emittiert wird (kollineare oder Massendivergenz).



35698

Abbildung 3-2: Feynman-Diagramme für  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g, q\bar{q}g$  in der Ordnung  $\alpha_s$

Auch die Berechnung des Wirkungsquerschnitts für die Produktion von  $q\bar{q}$  im Endzustand aus den Graphen in Abbildung 3-2 a führt zu einem divergenten Ausdruck. Die Addition der beiden für sich genommen divergenten Ausdrücke ergibt dagegen, im Sinne des Kinoshita-Lee-Nauenberg-Theorems [32], das für die QED formuliert wurde, einen endlichen Gesamtwirkungsquerschnitt in dieser Ordnung.

Zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3-Jets in der Ordnung  $\alpha_s$  muß durch Einführung eines Auflösungskriteriums ein 2- und 3-Jet-Bereich im 3-Parton-Phasenraum definiert werden. Die Integration von Gleichung (3.0) über den 3-Jet-Bereich liefert dann einen endlichen, aber nun vom angewandten Auflösungskriterium (cut) abhängigen, 3-Jet-Wirkungsquerschnitt.

Zur Berechnung des 2-Jet-Wirkungsquerschnitts müssen die Schleifendiagramme aus Abbildung 3-2 a ausgewertet werden. Die Interferenz dieser Diagramme mit dem Baumgraphen aus Abbildung 3-1 liefert einen Beitrag der Ordnung  $\alpha_s$  zum

2-Jet Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{2, jet}^{VHT}$ . Dieser für sich allein divergente Beitrag ergibt zusammen mit dem ebenfalls divergenten Anteil des Integrals des 3-Parton-Wirkungsquerschnitts über den 2-Jet-Bereich  $\left\{ \int_{2, jet} d\alpha_3 \right\} (cut)$  einen endlichen 2-Jet-Wirkungsquerschnitt. Der auflösungsabhängige Gesamtwirkungsquerschnitt für die Produktion von qq ist somit gegeben durch:

$$\sigma_{2, jet}^{O(\alpha_s^2)}(cut) = \sigma_{2, jet}^{BORN} + \sigma_{2, jet}^{VHT} + \left\{ \int_{2, jet} d\alpha_3 \right\} (cut) \quad (3p)$$

Diese als 'Jet-Dressing' bezeichnete Anbringung von Schnitten an die sogenannten 'nackten' Rechnungen im Rahmen der QCD führt nach dem Kinoshita-Lee-Nauenberg-Theorem in jeder Ordnung der Störungstheorie zu endlichen Wirkungsquerschnitten, die geeignet sind zum Vergleich mit dem Experiment. Die im allgemeinen verwendeten Sätze von Schnitten zur Auflösung von Jets sind

1. Thrust [33,34] und invariante Massenschnitte ( $T, y$ ) und
2. Energie- und Winkelschnitte ( $\epsilon, \delta$ ).

Die Anwendung von Thrustschnitten ist auf die Trennung von 2- und 3-Jet-Ereignisse beschränkt. Der 3-Jet-Bereich wird durch  $T \geq T_0$  definiert. Der Teil des Phasenraums für den  $T_0 < T < 1$  trägt zum 2-Jet-Wirkungsquerschnitt bei. Bei den Rechnungen höherer Ordnung (vgl. 3.2.2) treten allerdings auch mehr als drei Teilchen im Endzustand auf. Der dann angewendete Schnitt in der skalierten invarianten Masse von zwei Partonen 1 und 2:

$$y_{12} = \frac{(p_1 + p_2)^2}{s} \quad (3q)$$

mit  $p_1, p_2$  den Viererimpulsen der Partonen und  $\sqrt{s}$  der Schwerpunktsenergie, definiert die Partonen als aufgelöst, wenn  $y_{12}$  einen festgelegten Wert  $y_{min}$  übersteigt.

Die Energie- und Winkelschnitte ( $\epsilon, \delta$ ) (Sternan-Weinberg-Schnitte) [35] definieren zwei Partonen als zwei aufgelöste Jets, wenn jedes Parton eine Energie  $E > \frac{1}{2}\sqrt{s}$  besitzt und der Öffnungswinkel zwischen je zwei Partonen  $\Theta > \delta$  ist. Im Unterschied zu den Schnitten in der skalierten invarianten Masse  $y$  sind die ( $\epsilon, \delta$ )-Schnitte nicht Lorentz-invariant und werden jeweils im Schwerpunkt-System angebracht.

### 3.2.2 Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten in der Ordnung $\alpha_s^2$

Für die Bestimmung der Kopplungskonstanten der QCD ist eine notwendige Voraussetzung der Vergleich der betrachteten Meßgröße mit einer Berechnung dieser Größe bis zu mindestens der Ordnung  $\alpha_s^2$ , da erst in dieser Ordnung die Kopplung in der gewählten Renormierung festgelegt wird [16]. In der Ordnung  $\alpha_s^2$  treten als mögliche Parton-Endzustände neben den bereits in erster Ordnung vorhandenen 2- und 3-Parton-Endzuständen auch die 4-Parton-Endzustände qq $\bar{q}\bar{q}$  und qq $\bar{q}\bar{q}$  auf, wobei der qq $\bar{q}\bar{q}$ -Endzustand gegenüber dem qq $\bar{q}\bar{q}$ -Endzustand um den Faktor  $1/N_c^2$  ( $1/9$ ) unterdrückt ist.

Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt in dieser Ordnung wurde übereinstimmend von mehreren Autoren aus dem Imaginärteil der Vakuum polarisation berechnet [4]. Die Berechnungen der Wirkungsquerschnitte für die Produktion von 2-, 3- und 4-Jets aus den beitragenden Feynmandiagrammen dagegen waren nicht immer in Übereinstimmung miteinander und sollen im folgenden diskutiert werden.

#### Der 4-Jet-Wirkungsquerschnitt

Es tragen in der  $O(\alpha_s^2)$  nur die in Abbildung 3.3 dargestellten Baumgraphen zum 4-Jet-Wirkungsquerschnitt bei. Alle durchgeführten Berechnungen [36,37,38,39] stimmen miteinander überein. Durch Anbringung der erwähnten Auflösungsschnitte zur Abtrennung des 2- und 3-Jet-Bereichs vom 4-Parton-Phasenraum verbleibt dann noch ein auflösungsabhängiger 4-Jet-Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{4, jet}^{BORN}(cut)$ .

#### Der 3-Jet-Wirkungsquerschnitt

In diesem Fall müssen auch die in Abbildung 3.4 zusammengefaßten Schleifengraphen mit qq $\bar{q}$  im Endzustand ausgewertet werden. Wie in Kap. 3.1 diskutiert, ergibt sich zusammen mit dem Beitrag der zu 3-Jets entarteten 4-Partonen ein endlicher Wirkungsquerschnitt in dieser Ordnung. Schematisch ist der gesamte 3-Jet-Wirkungsquerschnitt in den Ordnungen  $\alpha_s$  +  $\alpha_s^2$  gegeben durch

$$\sigma_{3, jet}^{O(\alpha_s^2)}(cut) = \sigma_{3, jet}^{BORN}(cut) + \sigma_{3, jet}^{VHT}(cut) + \left\{ \int_{3, jet} d\alpha_4 \right\} (cut) \quad (3r)$$



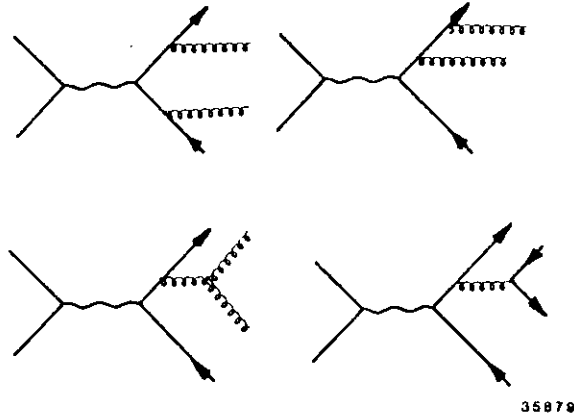


Abbildung 3-3: Feynman-Diagramme für  $e^+e^- \rightarrow qqgg, qqqq$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$

mit  $\sigma_{3-Jet}^{Born}(cut)$  dem Anteil der Baumgraphen ( $O(\alpha_s)$ ).

Die vollständige Berechnung der  $O(\alpha_s^2)$  Beiträge zum 3-Jet-Wirkungsquerschnitt wurde von Ellis, Ross und Terrano (ERT) [11] und später unabhängig davon von Vermaseren, Gaemers und Oldham (VGO) [12] für den Grenzfall verschwindender Auflösungschnitte ( $(\epsilon, \delta) \rightarrow 0, \gamma \rightarrow 0$ ) durchgeführt. Bei der ursprünglichen Interpretation der Resultate wurde die Notwendigkeit von endlichen Jet-Auflösungschnitten zur Bestimmung von meßbaren Jet-Wirkungsquerschnitten wohl übersehen. Die Beiträge der Ordnung  $\alpha_s$  und  $\alpha_s^2$  sind vergleichbar groß und dies veranlaßte die Autoren [11,12] zu Zweifeln an der Konvergenz der Störungsreihe. Eine später durchgeführte Rechnung von Gutbrod, Kramer und Schierholz (GKS) [10] mit endlicher Jet-Auflösung ( $\gamma$ -Schnitte) ergab dann allerdings einen sehr viel kleineren Beitrag der  $O(\alpha_s^2)$ .

Diese Unterschiede wurden von Gottschalk und Shatz [40] mit der unterschiedli-

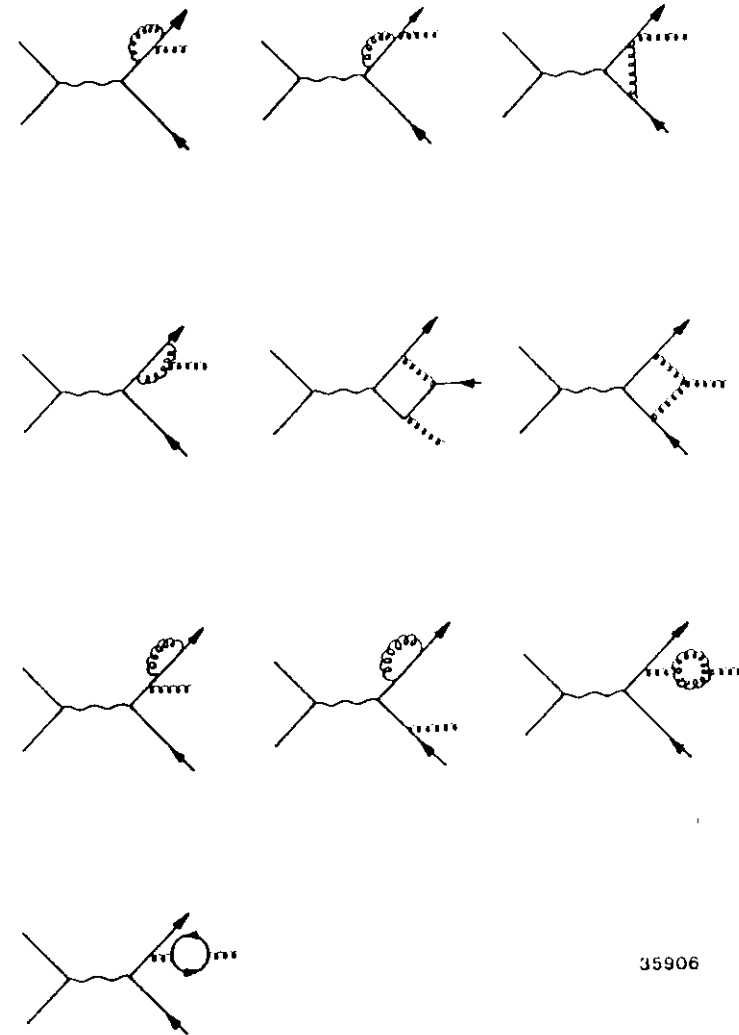


Abbildung 3-4: Feynman-Diagramme für  $e^+e^- \rightarrow qqg$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$

chen Wahl von Jet-Auflösungskriterien ('dressing schemes') erklärt. Bereits 1982 hatte Gottschalk [41] auf das Problem der Wahl der 'dressing schemes' hingewiesen. Nur Rechnungen mit endlicher Jet-Auflösung können als Grundlage für den Vergleich von Theorie und Experiment dienen. Neben der Rechnung von GKS wurden die  $O(\alpha_s^2)$  Korrekturen zum 3-Jet-Wirkungsquerschnitt mit endlicher Jet-auflösung auch von Fabricius, Kramer, Schierholz und Schmitt (FKSS) [9], Ali und Barreiro (AB) [42,43,44], Zhu [45] und Kramer und Lampe (KL) [14] bestimmt.

Die verschiedenen Rechnungen unterscheiden sich in der unterschiedlichen Behandlung des Beitrages der zu 3-Jets entarteten 4-Parton Konfigurationen zum 3-Jet-Wirkungsquerschnitt. Die FKSS- und GKS-Rechnungen führten die Integration des 4-Parton-Phasenraums über den 3-Jet-Bereich in Gleichung (3r) analytisch unter Anwendung von  $(\epsilon, \delta)$ - bzw.  $y$ -Schnitten zur Definition des 3-Jet-Bereichs aus. Dabei wurden Terme der Ordnung  $(\epsilon, \delta)$  bzw.  $y$  vernachlässigt und es wurde angenommen, daß sie bei den in der Praxis verwendeten Schnitten unbedeutend seien. Die Rechnung von GKS wurde in das LUND-Monte-Carlo-Programm installiert [13].

Die Rechnungen von Ali und Barreiro und von Zhu gingen von den exakten ERT-Matrixelementen aus (ERT+AB). Bei der numerischen Integration (mit Monte-Carlo Methoden) über den 3-Jet-Bereich wurden dabei jeweils die beiden Partonen, die zusammen die kleinste invariante Masse bilden, zu einem neuen Parton rekombiniert. Nur Zhu nahm eine vollständige Separation in 2-, 3- und 4-Jet-Wirkungsquerschnitte vor. Es wurden keine Terme vernachlässigt und der von Zhu durchgeführte Vergleich der (ERT+AB)-Rechnung mit den Ergebnissen von FKSS und GKS zeigte, daß der  $O(\epsilon, \delta)$  Term 15-25% und der  $O(y)$  Term 10% des 3-Jet-Wirkungsquerschnitts für den Bereich  $T > 0.95$  ausmachen.

In der neueren Rechnung von Kramer und Lampe wurde die Integration mit invarianten Massenschnitten wiederum analytisch durchgeführt und diesmal alle nicht führenden Terme der  $O(y)$  berücksichtigt. Sie finden eine Abhängigkeit der 2 und 3-Jet-Wirkungsquerschnitte von der Wahl der Parametrisierung des 4-Parton-Phasenraums in 3-Jet-Variablen und erhalten somit zwei unterschiedliche Resultate für die Wirkungsquerschnitte (im folgenden als KL1 und KL2 bezeichnet). Dies entspricht einer Abhängigkeit der Wirkungsquerschnitte von der Art der Rekombination von nicht aufgelösten Partonpaaren. In der Untersuchung von Zhu [45], die später von Rudolph [46] nachvollzogen wurde, wurden ebenfalls unterschiedliche Vorgehensweisen bei der Rekombination getestet. Die Notwendigkeit der Rekombination zweier Partonen wurde in den drei Untersuchungen mit invarianten Massenschnitten entschieden. Dann wurden zwei mögliche Rekombinationsschemata getestet:

1. Impulsschema: Die linearen Impulse der Partonen wurden addiert. Das neue 'dressed' Parton wurde als masselos angenommen und die Energiebilanz des Ereignisses durch Reskalieren aller Impulskomponenten wiederhergestellt.
2. Energieschema: Die Viererimpulse der Partonen wurden addiert und das 'dressed' Parton als masselos angenommen.

Die Thrustverteilungen und Integrale über die Thrustverteilungen für verschiedene Thrustgrenzwerte waren in beiden Rekombinationsschemata sehr ähnlich, und es wurde im Gegensatz zu den Ergebnissen der neueren Untersuchungen geschlossen, daß keine offensichtliche Abhängigkeit der Resultate vom Rekombinationsschema zu sehen ist [45,46].

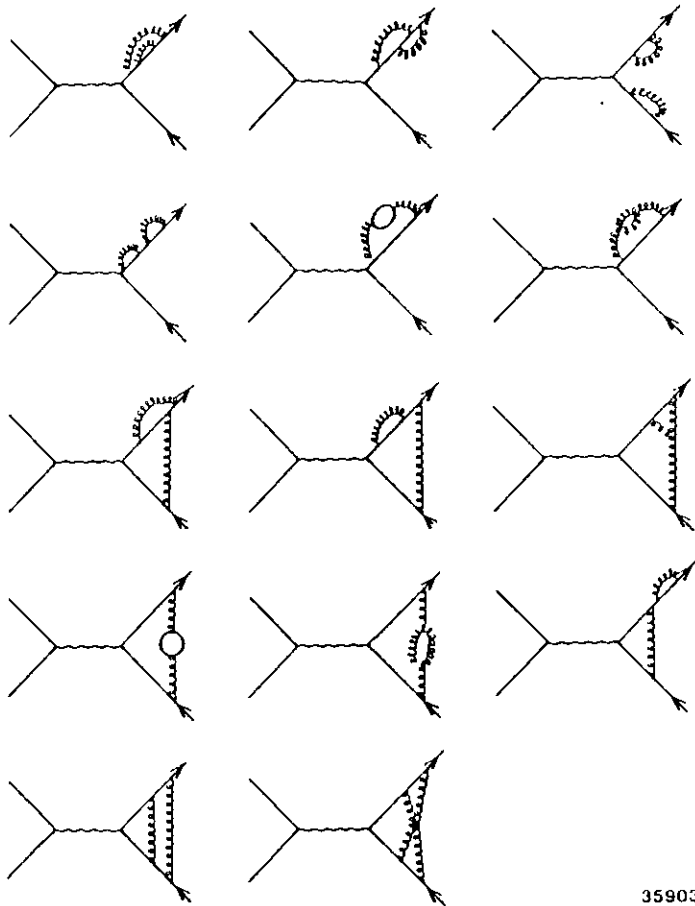
Neben den Schnitten in der skalierten invarianten Masse  $y$  sind auch die Sterman-Weinberg-Schnitte  $(\epsilon, \delta)$  zur Steuerung der Rekombination anwendbar. Eine detaillierte Untersuchung von Guthrod, Kramer, Rudolph und Schierholz (GKRS) [47] über die Abhängigkeiten der  $O(\alpha_s^2)$  QCD-Korrekturen zu der 3-Jet-Thrustverteilungen zeigt zusätzlich, daß die Wahl von  $y$ - oder  $(\epsilon, \delta)$  Schnitten zu unterschiedlichen Resultaten führt.

Solange die Frage nach den korrekten Rekombinationsschnitten und -schemata nicht eindeutig von theoretischer Seite geklärt ist, sind also in einer Analyse alle Schritte der zugrundeliegenden theoretischen Berechnung anzugeben. Erst wenn die Berechnungen der Beiträge der höheren Ordnungen vorliegen, kann diese Mehrdeutigkeit aufgelöst werden.

### Der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt

Die Berechnung des 2-Jet-Wirkungsquerschnitts in der Ordnung  $\alpha_s^2$  ist aufgrund der Komplexität der auftretenden Graphen sehr aufwendig und wurde erst 1985 erstmals von Lampe [48] und Kramer und Lampe [49] unter Vernachlässigung von Termen der Ordnung  $y$  durchgeführt. In Abbildung 3.5 sind diese Graphen zusammengefaßt. Da in den verwendeten Simulationsprogrammen zur Bestimmung der Fragmentationseffekte (vgl. 4.1) jedoch der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt aus den berechneten Wirkungsquerschnitten für die Produktion von 3- und 4-Jets und dem Gesamtwirkungsquerschnitt für die Produktion von Hadronen  $\sigma_{TOT}$  nach

$$\sigma_{2-Jet} + \sigma_{TOT} = \sigma_{3-Jet} + \sigma_{4-Jet} \quad (3s)$$



35903

Abbildung 3-5: Feynman-Diagramme für  $e^+e^- \rightarrow qq$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$ 

bestimmt wurde, bestand von experimenteller Seite aus auch keine zwingende Notwendigkeit für die Berechnung des 2-Jet-Wirkungsquerschnitts in der Ordnung  $\alpha_s^2$ .

Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{TOT}$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$  wurde jedoch unabhängig von den Jet-Wirkungsquerschnitten aus dem Imaginärteil der Vakuum-Polarisation [4] berechnet. Die Gültigkeit von Gleichung (3.5) wurde erst 1986 erstmals von Kramer und Lampe [14.49] im Rahmen ihrer Rechnungen der  $O(\alpha_s^2)$ -Beiträge zu  $\sigma_{2-Jet}$  und  $\sigma_{3-Jet}$  gezeigt. Der totale hadronische Wirkungsquerschnitt bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  ist gegeben durch

$$\frac{\sigma_{TOT}}{\sigma_0} = 1 + \frac{3}{2} C_F \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} + \frac{\alpha_s^2(Q^2)}{4\pi^2} \left[ \frac{3}{8} C_F^2 + \left( \frac{123}{8} - 11\xi_3 \right) C_F N_c + (4\xi_3 - \frac{11}{2}) C_F T_H \right] \quad (31)$$

mit  $\sigma_0$  dem elektromagnetischen Erzeugungsquerschnitt für die Produktion von Quarks,  $C_F = 4/3$ ,  $N_c = 3$ ,  $T_H = 5/2$  und  $\xi_3 = 1.2021$ . Dieser totale hadronische Wirkungsquerschnitt ist unabhängig von einem Jet-Auflösungskriterium. In der betrachteten Ordnung  $\alpha_s^2$  ist es daher eine wichtige Überprüfung und Bestätigung der berechneten Jet-Wirkungsquerschnitte, wenn sich in der Summe von 2-, 3- und 4-Jet-Wirkungsquerschnitten die Abhängigkeit von der Jet-Auflösung  $y$  auflöst. Die bei der Berechnung von  $\sigma_{2-Jet}$  vernachlässigten Terme der Ordnung  $y$  führen dazu, daß die Unabhängigkeit der Summe der Jet-Wirkungsquerschnitte erst im Grenzfall  $y \rightarrow 0$  erreicht wird. Kramer und Lampe konnten zeigen, daß sowohl der Beitrag proportional zu  $C_F^2$  in der Summe der  $O(\alpha_s^2)$ -Beiträge zu den 2-, 3- und 4-Jet-Wirkungsquerschnitten für diesen Grenzfall gegen  $3/8$ , der Beitrag proportional zu  $C_F N_c$  gegen  $(123/8 - 11\xi_3)$  als auch der Beitrag proportional zu  $C_F T_H$  gegen  $(4\xi_3 - 11/2)$  gehen. Die im durchgeführten Vergleich verbleibenden Abweichungen sind nach Aussage der Autoren mit den vernachlässigten Beiträgen verträglich [14]. Dieser Nachweis der Gültigkeit der Summenregel in dieser Ordnung auch für Jet-Wirkungsquerschnitte zeigt auch erstmals auf analytischem Wege die Berechtigung der Interpretation der beobachteten Jets als direkte Evidenz für die unterliegenden Partonen.

### 3.3 Die Wahl des Renormierungspunktes in den Rechnungen

Im Rahmen der störungstheoretischen QCD sind physikalische Größen nur bis zu endlicher Ordnung<sup>\*)</sup> berechnet worden. Dies führt zu einer Abhängigkeit der Resultate vom Renormierungsschema. Ein vollständig festgelegtes Renormierungsschema besteht aus der Definition eines Parametersatzes  $(\mu, c_i)$ , wobei  $c_i$  die Koeffizienten der Störungsreihenentwicklung der  $\beta$ -Funktion in der Ordnung  $\alpha_s^{i+1}$  sind und  $\mu$  der Renormierungspunkt (Referenzskala), für den die Renormierung durchgeführt wurde. Die vollständige Definition einer Renormierungsvorschrift verlangt also neben der Festlegung der Größe der zu absorbierenden Anteile der Beiträge der Schleifendiagramme in die Parameter der Theorie, auch noch die Festlegung des Renormierungspunktes.

Die Referenzskala  $\mu^2$  kann frei gewählt werden, und jede Wahl führt zu einer anderen Definition der Parameter der Theorie. Da physikalische Resultate nicht von diesen Normierungsbedingungen abhängen dürfen, sollte jede Referenzskala gleichwertig sein. Diese Invarianz der physikalischen Aussagen bei Änderungen der Referenzskala wird in der Renormierungsgruppe [23,24] zum Ausdruck gebracht. Die Renormierungsgruppe verbindet die Parameter der Theorie, bestimmt für einen bestimmten Referenzimpuls  $\mu^2$ , mit jedem anderen möglichen Referenzimpuls  $\mu'^2$ .

Für die QCD kann diese Abhängigkeit der Parameter vom Renormierungspunkt in eine Abhängigkeit der Parameter von der Skala der an den physikalischen Prozessen beteiligten Impulse transformiert werden. Diese Skaleneffekte können dann mit Hilfe der Renormierungsgruppe, wie in Kap. 3.1 beschrieben, durch die Einführung der 'laufenden Kopplungskonstante' ('running coupling constant') parametrisiert werden. Die Abhängigkeit der Kopplungskonstante  $\alpha_s(Q^2)$  für einen charakteristischen Impuls  $Q^2$  von dem Wert der Kopplungskonstanten  $\alpha_s(\mu^2)$  am Renormierungspunkt  $\mu$  ergibt sich zu

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} (11 - \frac{2N_f}{3}) \ln \frac{Q^2}{\mu^2}} \quad (3 u)$$

In der Ordnung  $\alpha_s$  erhält man als Entwicklung dieser Gleichung

$$\alpha_s(Q^2) = \alpha_s(\mu^2) \left[ 1 - \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} (11 - \frac{2N_f}{3}) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] \quad (3 v)$$

<sup>\*)</sup>bis dato 2. Ordnung und eine Rechnung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts in der  $e^+e^-$ -Annihilation [8], und erste Ansätze der Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten [30] in 3. Ordnung  $\alpha_s$ .

Aufgrund der Größe der Schleifenkorrekturen relativ zu den Beiträgen niedrigster Ordnung erhält man in den Rechnungen im Rahmen der QCD eine verbesserte Konvergenz der Störungsentwicklung durch Verwendung der laufenden Kopplungskonstante als Entwicklungsparameter, anstatt der energiemabhängigen Kopplungsstärke  $g$  in der Lagrange-Dichte [50,51]. Die Abhängigkeit der Entwicklungskoeffizienten in dieser verbesserten Störungsreihenentwicklung vom Renormierungsschema führt jedoch zu der erwähnten Mehrdeutigkeit der Resultate

Wie in Kap. 3.1 diskutiert, ist die Anwendung einer Störungstheorie in der QCD für große Energien sinnvoll. Wie groß die Energien sein müssen ist nicht festgelegt, sondern vom betrachteten Prozeß abhängig und damit von der Skala  $\mu^2$ , die zur Beschreibung des Prozesses am besten geeignet ist. Die Störungstheorie selbst liefert jedoch keinen Hinweis auf die geeignete Wahl der Referenzskala und nur die Forderung, das in den Lösungen keine großen logarithmischen Terme auftreten dürfen, um kleine Beiträge der höheren Ordnungen und eine kleine Kopplungskonstante zu erhalten, verlangt die Festlegung von  $\mu^2$  proportional zu einer charakteristischen Skala für das betrachtete Problem [52], z.B.  $\mu^2 = Q^2$ . *Die genaue Proportionalität ist nicht vorgegeben und kann frei gewählt werden.* Durch die Wahl der Skala wird der Entwicklungsparameter der Störungsreihenentwicklung festgelegt. Erst wenn für einen Prozeß die Beiträge höherer Ordnung bekannt sind, kann unter Anwendung des Kriteriums, daß diejenige Skala am geeignetsten ist, für die die so entwickelte Störungsreihe am besten konvergiert, die zur Beschreibung des Prozesses angemessene Skala bestimmt werden.

In den Rechnungen für die  $e^+e^-$ -Annihilation fiel die Wahl des Referenzimpulses ausschließlich auf  $\mu = \sqrt{s}$ . Das statt dieser Wahl, aufgrund der erwarteten besseren Konvergenz der Störungsreihe für die Berechnung von Multijetproduktionswirkungsquerschnitten vielleicht die Skala  $yQ^2$  angemessener wäre, wurde schon in den Arbeiten von FKSS [9], GKS [10] und Kunszt [15] erwähnt, aber nicht im Detail untersucht. Auch die neueren Berechnungen des 2-Jet-Wirkungsquerschnitts in der Ordnung  $\alpha_s^2$  von Kramer und Lampe [49] stützen diese Aussage, da die in den Berechnungen, bis auf einen Beitrag proportional zu  $\ln^4 y$ , führenden Terme proportional zu  $\ln^3 y$ , durch Änderung der Referenzskala in die Kopplungskonstante absorbiert werden können. Neben  $yQ^2$  sind aber auch andere Referenzskalen, z. B.  $xQ^2$  mit  $0.001 \leq x \leq 1$  zur Beschreibung der Produktion von Jets denkbar.

Eine mögliche Lösung dieses Problems der angemessenen Skalenwahl wurde von Stevenson vorgeschlagen [53]. Da das 'korrekte' Resultat der vollständigen Störungsreihe nicht von der Wahl der Referenzskala  $\mu^2$  abhängt, ist die beste Näherung für eine unvollständige Störungsreihe diejenige, die am wenigsten sensitiv ist auf kleine Änderungen der Skala. Die Anwendung dieses 'Prinzips der minimalen

Sensitivität' (Principle of Minimal Sensitivity (PMS)) auf die Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten führt zu der Forderung

$$\frac{d\sigma(y)}{d\ln\mu^2} = 0 \quad (3w)$$

als Bestimmungsgleichung für die in diesem Sinne optimierte Referenzskala. Die so erhaltene Lösung ist dann nicht von dem Renormierungsschema abhängig, in dem die ursprünglichen Jet-Wirkungsquerschnitte berechnet wurden. Diese Optimierungsprozedur ist jedoch nur für physikalische Größen, für die mindestens die nicht-führende Ordnung gerechnet wurde, durchführbar. Damit kann bisher keine optimierte Skala für den nur in niedrigster Ordnung berechneten 4-Jet-Wirkungsquerschnitt bestimmt werden.

Ausgehend von einer ihrer Berechnungen (KL2) der 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $\alpha_s^2$  haben Kramer und Lampe diese Gleichung gelöst [55]. Sie berechnen die optimierten Skalen für die Wirkungsquerschnitte der 2- und 3-Jet-Produktion für die Auflösungen  $y_{min} = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$ . Zur Anwendung in der späteren Analyse wurden Exponentialfunktionen (als stetige und monoton fallende Funktionen) an die aus den Rechnungen für  $\sigma_{2-Jet}(y_{min})$  und  $\sigma_{3-Jet}(y_{min})$  folgenden optimierten Skalen  $\mu_{opt2}^2$  und  $\mu_{opt3}^2$  normiert auf die Skala  $yQ^2$  angepaßt. Die Resultate der Rechnungen und der Anpassungen sind in Abbildung 3-6 dargestellt. Die Optimierung der Skala auf diese Weise hat über die geänderte Kopplungskonstante (3v) eine Reduzierung der höheren Ordnungen zu Folge. Unter der Annahme, daß eine Optimierung der Skala für den 4-Jet-Wirkungsquerschnitt eine vergleichbare Skala wie die aus den 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitten bestimmten Skalen liefern würde, wurden diese Skalen auch in dem Ausdruck für den 4-Jet-Wirkungsquerschnitt in der Ordnung  $\alpha_s^2$  verwendet.

Diese so optimierten und einige andere Skalen, z.B.  $yQ^2$  und  $xQ^2$  mit  $0.001 \leq x \leq 1$  wurden in der vorliegenden Analyse zum Vergleich von Daten und Theorie herangezogen. Es wurde nur die Skala von  $\alpha_s$  in den Matricelementen und Jet-Wirkungsquerschnitten im Monte-Carlo Generator geändert. Die Normierung der Summe der Jet-Wirkungsquerschnitte auf  $\sigma_{TOT}$  mit

$$\sigma_{TOT}^{(\alpha_s, \alpha_s')} = 1 + r_1 \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} + r_2 \left[ \frac{\alpha_s(Q^2)}{\pi} \right]^2 \quad (3x)$$

und  $r_1 = 1.0$ ,  $r_2 = 1.986 - 0.115N_f$  im  $\overline{MS}$ -Renormierungsschema [4] und  $\alpha_s(Q^2)$  gegeben durch Gleichung (3n) wurde nicht geändert, da  $Q^2$  die zur Beschreibung des inklusiven Processes der Produktion von Hadronen in der  $e^+e^-$ -Annihilation, angemessene Skala darstellt. Auch die PMS-Optimierung, angewendet auf die Rechnungen für diese Größe in der Ordnung  $\alpha_s^2$  resultiert in einer nur wenig von  $Q^2$  verschiedenen Skala [55].

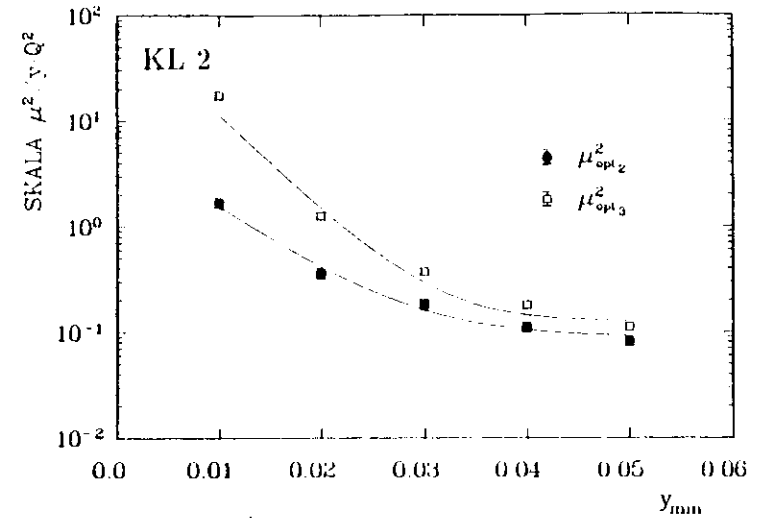


Abbildung 3-6: Verlauf der optimierten Skalen  $\mu_{opt2}^2/yQ^2$  und  $\mu_{opt3}^2/yQ^2$  als Ergebnis der Rechnung von Kramer und Lampe [55]. Die Kurven sind die Ergebnisse von Anpassungsrechnungen

Die Variation der Skala der Kopplungskonstante führt mittels Gleichung (3v) zu einer Verschiebung der Beiträge erster und zweiter Ordnung in  $\alpha_s$  für den Wirkungsquerschnitt für die Produktion von 3 Jets

$$\sigma_{3-Jet}^{O(\alpha_s^2)} = \alpha_s(Q^2) \cdot A_1 + \alpha_s^2(Q^2) \cdot A_2 + \alpha_s(xQ^2) \cdot A_1 + \alpha_s^2(xQ^2) \cdot A_2' \quad (3y)$$

mit einem neuen Koeffizienten  $A_2'$ . Der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von 4-Jets dagegen wird nun durch die Variation der Kopplungskonstante geändert:

$$\sigma_{4-Jet}^{O(\alpha_s^2)} = \alpha_s^2(Q^2) \cdot B_2 + \alpha_s^2(xQ^2) \cdot B_2 \quad (3z)$$

während der Koeffizient  $B_2$  unverändert bleibt.

Nach der Darstellung der Auswahl und Anpassung einer Berechnung der Jet-Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $\alpha_s^2$  an das verwendete Simulationsprogramm

im nächsten Kapitel, wird in Kapitel 5 die Anwendung dieser Resultate in der Datenanalyse diskutiert.

## Kapitel 4

# Präparation des Monte-Carlo-Generators

Die im Generator des LUND Monte-Carlo-Programms installierten Matrixelemente [13] für die Produktion von 3 Jets auf der Basis der Rechnung von Gutbrod, Kramer und Schierholz (GKS) [10] liefern um etwa 10% zu kleine 3-Jet-Wirkungsquerschnitte (vgl. Kap. 3.2.2). Es wurde daher für die folgende Analyse die exakte Rechnung von Ellis, Ross und Terrano (ERT) [11] in eine in diesem Generator verwendbare Form gebracht. Die im Generator des LUND Monte-Carlo-Programms verwendeten Parameter, sowie die zur Bestimmung der Matrixelemente und Wirkungsquerschnitte notwendigen Schritte werden in diesem Kapitel beschrieben.

### 4.1 Das Fragmentationsmodell

Aufgrund der QCD-typischen Eigenschaft des Confinement werden nicht die QCD-Quanten, die Quarks und Gluonen, sondern nur die Endprodukte der durch den Prozeß der Hadronisierung (Fragmentation) erzeugten Teilchen beobachtet. Die Fragmentation ist der Prozeß, in dem sich die erzeugten harten Quarks und Gluonen durch den Austausch von weichen Quarks und Gluonen zu Farbsinglets arrangieren. Die im Experiment beobachteten etwa 10 bis 30 Teilchen ordnen sich bei PETRA-Energien zu 2 bis 5 Teilchenbündeln (Jets). Es liegt nahe, diese Jets als Zerfallsprodukte der ursprünglichen QCD-Quanten zu interpretieren.

Bis heute ist keine eindeutig rekonstruierbare Verbindung zwischen den ur

sprünglichen Quarks und den beobachteten Jets bekannt. Diese Schwierigkeit bei der experimentellen Überprüfung der Vorhersagen der QCD bedingt die Notwendigkeit des Einsatzes von Simulationsprogrammen, die ausgehend von den Ergebnissen der störungstheoretischen Rechnungen, die Fragmentationskaskade simulieren und damit die Möglichkeit zur Korrektur der Daten für diese Effekte bieten.

Das in der vorliegenden Analyse verwendete Simulationsprogramm ist das weitverbreitete Programm der LUND-Gruppe in der Version 6.3 [56] mit Matrixelementen in der Ordnung  $\alpha_s^2$ . Die Parameter des Modells können so angepaßt werden, daß eine befriedigende Beschreibung der Eigenschaften der Daten erreicht wird. Da die Unterschiede der Programmversionen 5.2 und 6.3 fast ausschließlich einen in dieser Analyse nicht verwendeten Programmteil der Partonschauerzeugung betreffen, wurden die von der JADE-Kollaboration bestimmten Parameter der Programmversion 5.2 verwendet [58,57]. Die wichtigsten Parameter sind in Tabelle 4-1 zusammengefaßt. Zum Vergleich von Daten und dem Modell vgl. auch Kap. 5.3 und Kap. 5.4.

Parameter	Wert	Bedeutung
A	1.0	Konstante der symmetrischen Fragmentationsfunktion
B	0.6	Konstante der symmetrischen Fragmentationsfunktion
c	-0.050	Konstante der Peterson-Fragmentationsfunktion
b	-0.018	Konstante der Peterson-Fragmentationsfunktion
$\sigma_j$	0.375	Breite der Jet $p_T$ -Verteilung
$y_{min}$	0.015	minimale skalierte invariante Masse zweier Partonen

Tabelle 4-1: Verwendete Werte für die wichtigsten Parameter des LUND Monte-Carlo Programms

Als Ausgangspunkt der Fragmentationskaskade dienen im Simulationsprogramm die differentiellen Wirkungsquerschnitte für die Produktion von  $n$ - ( $n=2, 3, 4$ ) (QCD-) Jets. Der Produktionswirkungsquerschnitt für 4-Jets in der Ordnung  $\alpha_s^2$  ist bekannt (vgl. 3.2.2) und der Wirkungsquerschnitt für die Produktion von 2 Jets wird im Generator nach Gleichung (3s) berechnet. Wie in Kap. 3.2 diskutiert, ist heute bekannt, daß die im LUND Programm installierten Matrixelemente und Jet-Wirkungsquerschnitte aus der Rechnung von Guthrod, Kramer und Schierholz (GKS) [10] aufgrund der verwendeten Näherungen eine um etwa 10-15% zu geringe

Produktionsrate von 3 Jet Ereignissen liefern.

Die Rechnung von Ellis, Ross und Terrano (ERT) [11] dagegen ist exakt, aber in der Originalform nicht für die Anwendung in einem Monte-Carlo-Programm geeignet. Für die vorliegende Analyse wurde unter Verwendung der von Ali und Barreiro durchgeführten numerischen Integration des ERT-Matrixelements [43] eine Bestimmung der Matrixelemente und Jet-Wirkungsquerschnitte für die Produktion von 3-Jets, geeignet zur Verwendung im Partongenerator des LUND-Modells, durchgeführt.

Mit der Vernachlässigung der Terme proportional zu  $y_{min}$  in den Rechnungen von GKS werden auch die sog. nicht-singulären Beiträge des 3-Jet-Wirkungsquerschnitts nicht berücksichtigt. Dieser in der Berechnung nicht-singuläre Anteil des Wirkungsquerschnitts besteht in den 3-jetartigen 4-Jet-Konfigurationen mit einem nicht aufgelösten Quark-Antiquark-Paar als einer der drei Jets und zwei Gluonjets. Das LUND-Monte-Carlo-Programm in der Version 5.2 ist nicht in der Lage Ereignisse dieser Topologie zu fragmentieren. Die Form der abzuleitenden Matrixelemente in  $O(\alpha_s^2)$  wurde daher durch den Standard-LUND-Programmcode [13] vorgegeben. Die  $O(\alpha_s^2)$  Matrixelemente sind dort bestimmt durch Korrekturmatriizen  $G(x_1, x_2, cut)$  zur Korrektur der  $O(\alpha_s)$  Matrixelemente:

$$\frac{d^2\sigma_3^{O(\alpha_s+\alpha_s^2)}}{dx_1 dx_2} (x_1, x_2, cut) = \frac{d^2\sigma_3^{Born}}{dx_1 dx_2} (x_1, x_2, cut) [1 + \frac{\alpha_s}{\pi} G(x_1, x_2, cut)] \quad (4a)$$

mit  $x_1, x_2$  den skalierten Energien von Quark bzw. Antiquark. Bei der Bestimmung des Matrixelements und Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3 Jets in Kapitel 4.2 wird dieser Tatsache durch eine dort diskutierte Vorschrift Rechnung getragen.

## 4.2 Bestimmung von Matrixelementen und Jet-Wirkungsquerschnitten

Zur Berechnung der differentiellen und totalen 3-Jet-Wirkungsquerschnitte für verschiedene Jet-Auflösungsschnitte in der für den Partongenerator des LUND-Monte-Carlo-Programms anwendbaren Form wurden die Ergebnisse der numerischen Integration des ERT-Matrixelements mit Monte-Carlo-Methoden von Ali und Barreiro [43] verwendet. Die Ergebnisse der Integration standen in der Form von 6 500 000 4-Parton-Ereignissen (qqqq und qqgq) und 1 900 000 3-Parton-Ereignissen (qqg) mit den berechneten Gewichten zur Verfügung. Anhand dieser Ereignisse

können alle in Gleichung (31) zum 3-Jet-Wirkungsquerschnitt beitragenden Teilwirkungsquerschnitte und die Korrekturmatriizen  $G$  zur  $O(\alpha_s^2)$  Korrektur der  $O(\alpha_s)$  Matrixelemente in Gleichung (4 a) bestimmt werden. Es wurden nur Schnitte in der skalierten invarianten Masse  $y$  zur Definition aufgelöster Jets angewendet.

Die Bestimmung der auflösungsabhängigen Teilwirkungsquerschnitte  $\sigma_{3, J_i}^{BLOK}(y)$  und  $\sigma_{3, J_i}^{VHLL}(y)$  und der entsprechenden differentiellen Wirkungsquerschnitte erfolgt aus den gewichteten 3-Parton Ereignissen. Es wird für jedes Ereignis festgestellt, ob alle möglichen skalierten invarianten Massenpaare größer als die gewählte Auflösung  $y > y_{min}$  sind. Ist dies der Fall, so wird das Gewicht des Ereignisses zur Bildung des Gesamtwirkungsquerschnitts und des differentiellen Wirkungsquerschnitts herangezogen. Die kinematischen Größen der 3-Parton-Ereignisse sind in der Reihenfolge  $qqg$  gespeichert. Bei der Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts wird die skalierte Energie des Quarks mit  $x_1$  und des Antiquarks mit  $x_2$  bezeichnet.

Zur Bestimmung des Beitrages  $\{f_{3, J_i}, d\sigma_4\}(y)$  der 3-jetartigen 4-Parton Ereignisse zum  $O(\alpha_s^2)$  3-Jet-Wirkungsquerschnitt und des entsprechenden Anteils an dem differentiellen Wirkungsquerschnitt müssen die Partonen, die bei der gewählten Auflösung  $y > y_{min}$  unterhalb der Auflösungsgrenze liegen, mit den aufgelösten Partonen so rekombiniert werden, daß ein in Energie und Impuls ausgeglichener 'dressed' 3-Parton Zustand entsteht. Es wurden folgende Möglichkeiten der Rekombination untersucht (vgl. 3.2.2):

1. Impulschema (ERT  $\vec{p}$ ): Die linearen Impulse der Partonen wurden addiert. Das neue 'dressed' Parton wurde als masselos angenommen und die Energiebilanz des Ereignisses durch reskalieren aller Impulskomponenten wiederhergestellt.
2. Energieschema ohne Masse (ERT  $E_0$ ): Die Viererimpulse der Partonen wurden addiert und das 'dressed' Parton als masselos angenommen.
3. Energieschema (ERT E): Die Viererimpulse der Partonen wurden addiert und die Masse des 'dressed' Parton nicht vernachlässigt.

Die kinematischen Größen der 4-Parton-Ereignisse liegen in der Reihenfolge  $qqg$  oder  $qqqq$  vor. Im Verlaufe der Rekombination muß daher bei der Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts überprüft werden, ob nicht Quark und Antiquark das Paar mit der kleinsten invarianten Masse bilden. Zur Bestimmung des totalen Wirkungsquerschnitts wird dieser in den analytischen Rechnungen

nicht-singuläre Anteil (d.h. dieser Anteil am Wirkungsquerschnitt verschwindet für  $y_{min} \rightarrow 0$ ) mit herangezogen. Da die Matrixelemente zur Verwendung im Generator des LUND-Monte-Carlo-Programms jedoch von der Form der Gleichung (4 a) mit jeweils  $x_1, x_2$  den skalierten Energien von Quark und Antiquark, sind, muß mit diesen Ereignissen auf eine der zwei folgenden Arten verfahren werden:

- Vernachlässigung dieser Ereignisse im Matrixelement und Korrektur der fehlenden Ereignisse über eine allgemeine Normierung oder
- Verteilen der  $gg(q\bar{q})$ -Ereignisse in symmetrischer Weise in der Quark-Antiquark Dalitz-Verteilung, indem abwechselnd das erste Gluon im resultieren den 'dressed'  $qqg$ -Ereignis als Quark und Antiquark behandelt wird.

Das erste Verfahren hat den Vorteil, daß, auch nachdem die Korrekturmatriizen  $G$  bestimmt worden sind, die allgemeine Normierung angepaßt werden kann. Das zweite Verfahren ist dem ersten nur dann vorzuziehen, wenn auf diese Weise das Integral über das Matrixelement den totalen Wirkungsquerschnitt ergibt. Für das ERT E-Matrixelement wurden beide Möglichkeiten verglichen. Es wurden zum einen die Matrixelemente ohne Berücksichtigung des nicht-singulären Beitrages für verschiedene  $y$ -Schnitte gewonnen, und dann mit diesen Ereignissen generiert. Abhängig von der Jet-Auflösung  $y$  wurde der Wirkungsquerschnitt der so generierten Ereignisse  $\sigma_E^{MC}$  mit dem gesamten Wirkungsquerschnitt  $\sigma_E^{QCD}$  verglichen. Die Differenz dieser Wirkungsquerschnitte normiert auf den totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt für  $E_{CM} = 43 \text{ GeV}$  und  $\Lambda_{MS} = 100 \text{ MeV}$  ist in Abbildung 4-1 dargestellt. Es werden auf diese Weise etwa 2% zu wenig 3-Jet-Ereignisse in jedem  $y$ -Bereich generiert.

Zum anderen wurden die Matrixelemente in diesem Rekombinationsschema unter Berücksichtigung des nicht-singulären Anteils durch Verteilen der Ereignisse nach der zweiten Methode bestimmt. Die Differenz dieser Wirkungsquerschnitte  $\sigma_E^{MC}(\text{ns})$  mit dem gesamten Wirkungsquerschnitt  $\sigma_E^{QCD}$  für verschiedene  $y$  ist ebenfalls in Abbildung 4-1 dargestellt. Es zeigt sich, daß das Integral über das Matrixelement durch Verteilen des nicht-singulären Anteils nur unwesentlich geringere Abweichungen vom gesamten Wirkungsquerschnitt aufweist.

Für die folgende Analyse wurden daher die Matrixelemente mittels der ersten Methode bestimmt und die Abweichung

$$f_E(y) = \sigma_E^{QCD}(y) - \sigma_E^{MC}(y) \quad (4b)$$



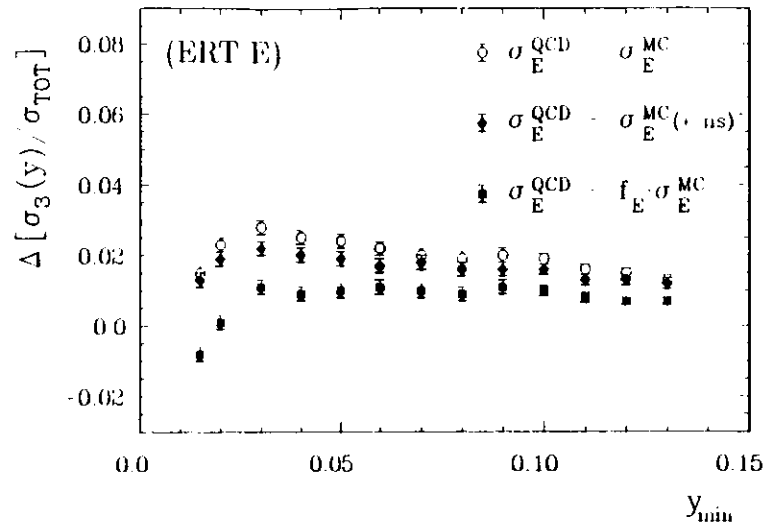


Abbildung 4-1: Abweichung der ERT E-Monte-Carlo-Wirkungsquerschnitte von den ursprünglichen QCD-Wirkungsquerschnitten

zur Normierung der Wirkungsquerschnitte verwendet. Der Einfluß dieser Korrekturfaktoren auf die Differenz zwischen den generierten Wirkungsquerschnitten und den gesamten Wirkungsquerschnitten ist ebenfalls in Abbildung 4-1 dargestellt. Die Abweichungen sind auf 0.5-1% reduziert worden. Die entsprechenden Verteilungen für die Matrixelemente ERT  $E_0$  und ERT  $p$  zeigt die Abbildung 4-2.

In den Abbildungen 4-3 und 4-4 sind für die Auflösung  $y_{\min} = y = 0.015$  die Dalitz-Verteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte

$$\frac{d^2\sigma_3^{\text{Born}}(x_1, x_2)}{dx_1 dx_2}$$

und

$$\frac{d^2\sigma_3^{O(\alpha_s + \alpha_s^2)}(x_1, x_2)}{dx_1 dx_2},$$

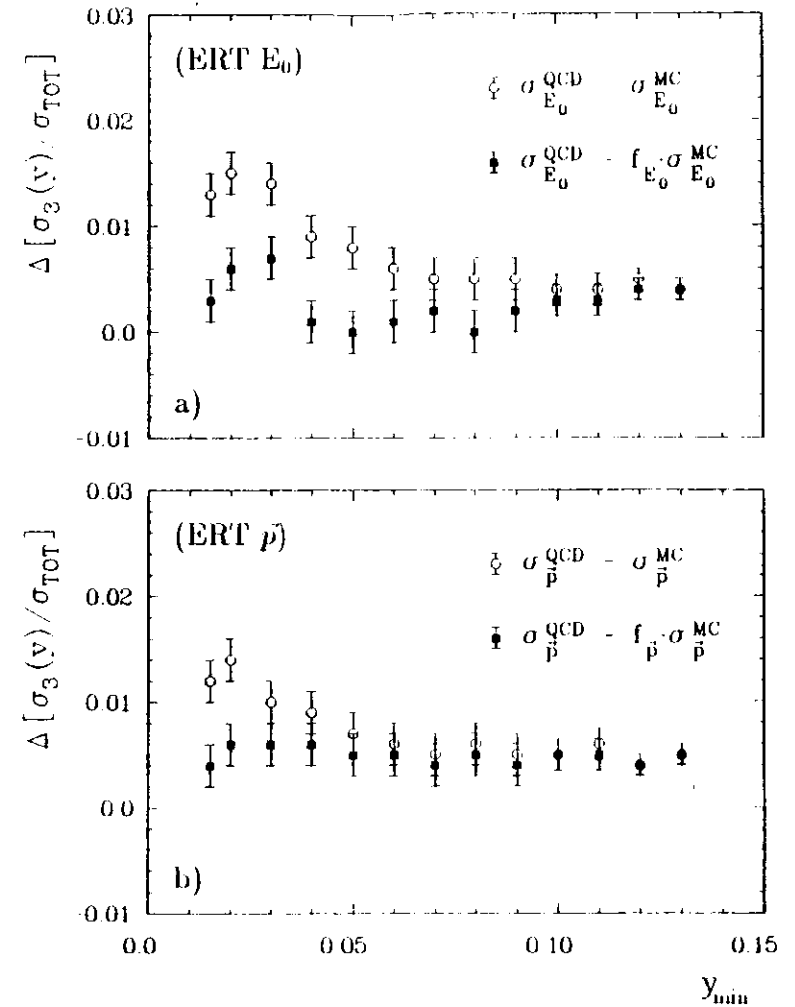


Abbildung 4-2: Abweichung der Monte-Carlo-Wirkungsquerschnitte von den ursprünglichen QCD-Wirkungsquerschnitten im a) ERT  $E_0$ - und b) ERT  $p$ -Schema

sowie die aus diesen Verteilungen gewonnene Korrekturmatri­x  $G$  und deren relativen Fehler  $|\frac{\Delta G}{G}|$  für die ERT-E-Rechnung zusammengefaßt. Da die Abstrahlung von Gluonen im Quark-Antiquark-Phasenraum nicht zwischen Quark und Anti­quark unterscheidet, wurde die nach Auswertung aller 8 300 000 3- und 4-Parton-Ereignisse bestehende Asymmetrie der Dalitzverteilungen (außer für den relativen Fehler der Korrekturmatri­x) durch Symmetrisieren aufgehoben. Im Anhang A1 sind diese Verteilungen für die drei untersuchten Rekombinationsschemata für einige  $y_{min}$ -Schnitte zusammenfassend dargestellt.

Neben den  $O(\alpha_s^2)$ -Korrekturen zu den  $O(\alpha_s)$ -Matrixelementen wurden die Beiträge zum 3-Jet-Wirkungsquerschnitt in der Ordnung  $\alpha_s^2$  für die verschiedenen Rekombinationsschemata bestimmt. Falls nicht anders vermerkt wurden die in den Abbildungen gezeigten Wirkungsquerschnitte für eine Schwerpunktsenergie  $E_{CM}$  von 43 GeV und  $\alpha_s = 0.119$  ( $\Lambda_{MS} = 100$  MeV) berechnet. Abbildung 4-5a zeigt diese Beiträge als Funktion von  $y_{min}$  zusammen mit dem Ergebnis der Rechnung von GKS. In der Abbildung 4-5b wurde zusätzlich zu diesen ERT-Verteilungen die Ergebnisse einer Anpassung an die Rechnungen von Kramer und Lampe KL1 und KL2 mit von der Auflösung abhängigen mathematischen Funktionen nach Art der Ergebnisse der GKS-Rechnung, sowie der nichtsinguläre Anteil am Gesamt­wirkungsquerschnitt zum Vergleich eingetragen. Die entsprechenden Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $(\alpha_s + \alpha_s^2)$  zeigen die Abbildungen 4-6a und 4-6b.

Abhängig vom Rekombinationsschema ergeben sich erhebliche Unterschiede in den  $O(\alpha_s^2)$ -Wirkungsquerschnitten. Während der Unterschied zwischen den hier bestimmten ERT-Wirkungsquerschnitten nur durch die unterschiedliche Art der Rekombination der unauflösten Partonen bedingt wird, ist die Kleinheit des  $O(\alpha_s^2)$ -Wirkungsquerschnitts in der GKS-Rechnung durch die Vernachlässigung von Termen proportional zu  $y_{min}$  zu verstehen. Die unterschiedlichen Wirkungsquerschnitte für die verschiedenen Rekombinationsschemata E, E<sub>0</sub> und  $\hat{p}$  dagegen zeigen die bestehende theoretische Unsicherheit bei der Berechnung von Jet-Wirkungsquerschnitten in der Ordnung  $\alpha_s^2$ .

Die Übereinstimmung der ERT-E<sub>0</sub>-Wirkungsquerschnitte mit der Rechnung KL2 ist sehr gut. Es wurden daher speziell für das ERT-E<sub>0</sub>-Matrixelement auch die optimierten Skalen (vgl. 3.3)  $\mu_{opt}^2$  und  $\mu_{opt}^2$  zum Vergleich mit den Daten herangezogen. Das  $\hat{p}$ -Rekombinationsschema wurde auch in der Analyse von Zhu [45] untersucht. Die dort angegebenen 3-Jet-Wirkungsquerschnitte als Funktion der Jet-Auflösung  $y_{min}$  sind für die aufgeführten Werte von  $y_{min} = 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$  identisch zu den hier bestimmten.

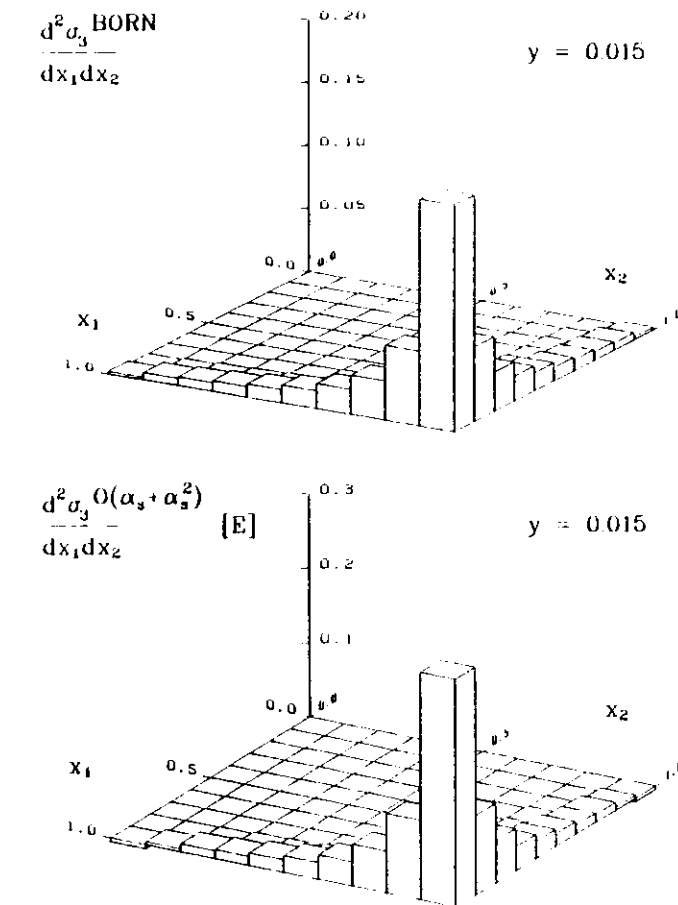


Abbildung 4-3: Dalitz-Verteilungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3 Jets in der Ordnung  $\alpha_s$  (a) und  $\alpha_s + \alpha_s^2$  (b) für  $y_{min} = y = 0.015$  im Rekombinationsschema E

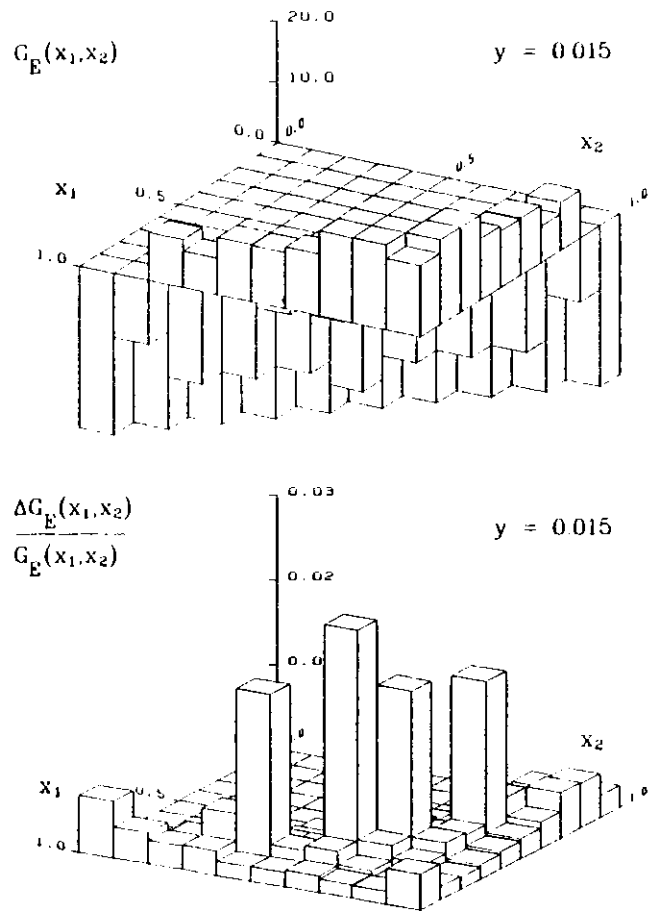


Abbildung 4-4: Dalitz-Verteilungen für a) die Korrekturmatrix  $G$  und b) deren relativem Fehler für  $y_{min} = y = 0.015$  im Rekombinationsschema E. Die größeren relativen Fehler für  $x_1 \approx x_2$  sind auf mangelnde Statistik in diesen Bereichen im Phasenraum zurückzuführen.

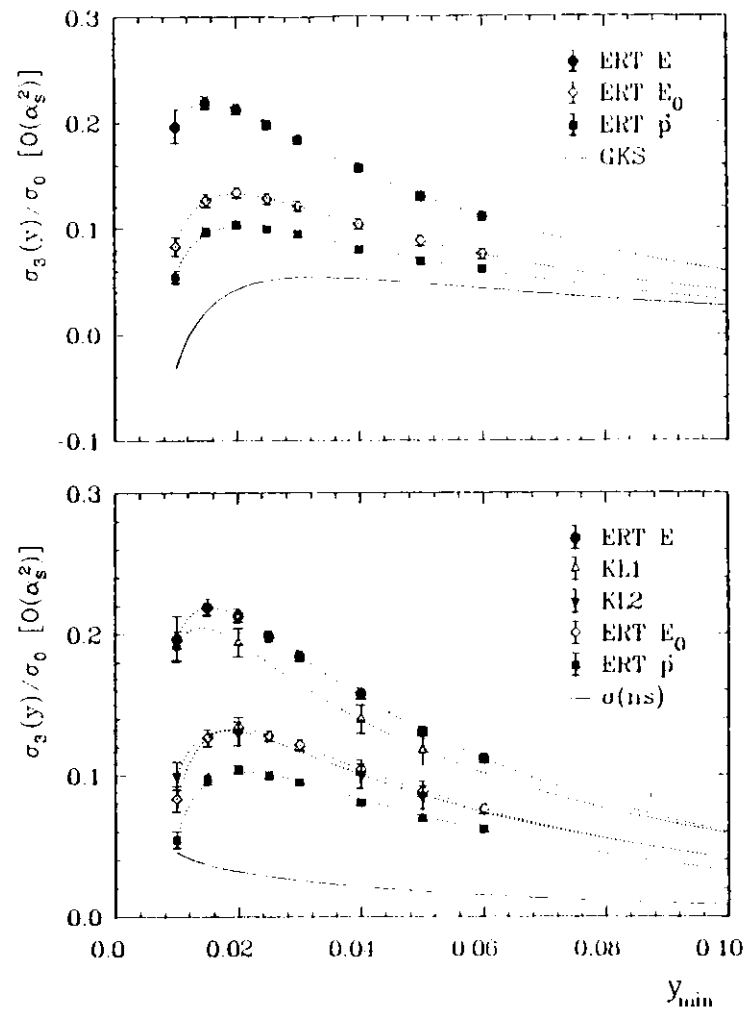


Abbildung 4-5: Vergleich der Ordnung  $\alpha_s^2$  Beiträge zu den Wirkungsquerschnitten für die Produktion von 3 Jets aus den Rechnungen ERT E, ERT  $E_0$ , ERT  $p$  mit a) GKS und b) KL1, KL2 und dem nichtsingulären Anteil  $\sigma(ns)$ . Die gepunkteten Kurven sind die Ergebnisse von Anpassungsrechnungen die für die ERT-Rechnungen in das Monte-Carlo Programm installiert wurden.

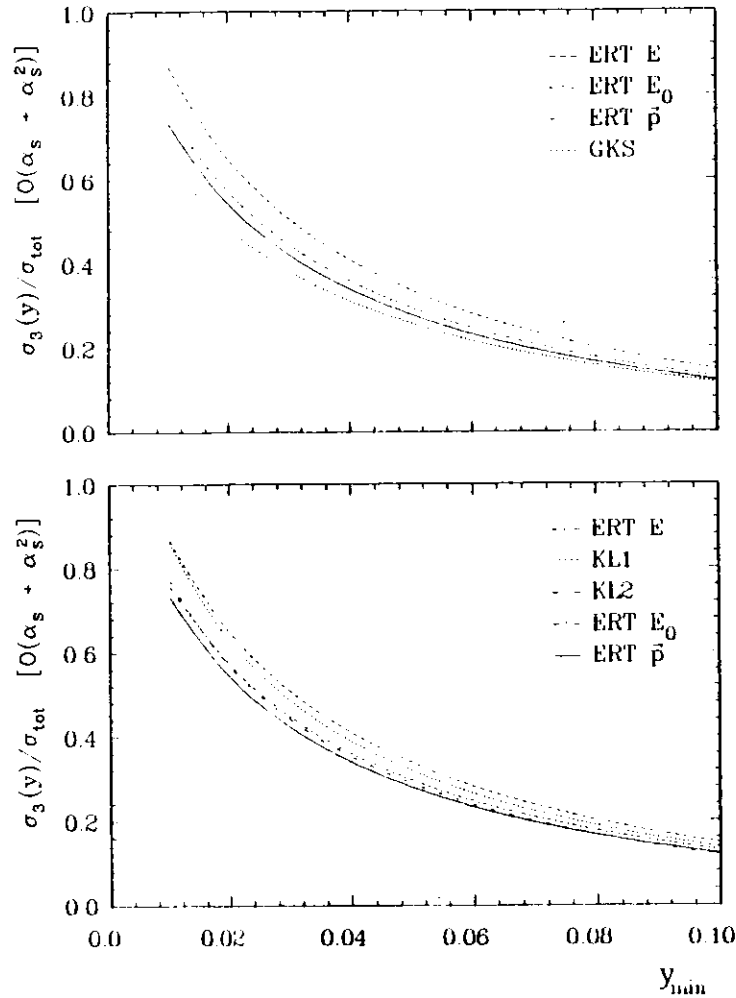


Abbildung 4-6: Vergleich der Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $(\alpha_s + \alpha_s^2)$  für die Produktion von 3-Jets aus den Rechnungen ERT E, ERT  $E_0$ , ERT  $\bar{p}$  mit a) GKS und b) KL1, KL2

## Kapitel 5

### Datenanalyse

Der Vergleich der gemessenen Jet-Raten mit den Ergebnissen der Berechnungen im Rahmen der störungstheoretischen QCD muß über den Zwischenschritt der Monte-Carlo-Simulation der Effekte von Fragmentation (vgl. 4.1), Strahlungsverlusten, Detektoreinflüssen und Jet-Algorithmus vorgenommen werden. In diesem Kapitel werden zunächst die notwendigen Korrekturen zusammenfassend dargestellt und eine Beschreibung des verwendeten Jet-Algorithmus gegeben. Nach einem Vergleich der Daten mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation unter Verwendung der ERT-Matrixelemente und der Skala  $Q^2$  in der Kopplungskonstanten zur Beschreibung der Produktionswirkungsquerschnitte werden die Daten mit Monte-Carlo Vorhersagen verglichen, für die die Skala der Kopplungskonstante nach Gleichung (3v) variiert wurde. In einem letzten Schritt werden alle nicht-perturbativen Einflüsse und Detektoreinflüsse aus den Daten entfaltet.

#### 5.1 Die Korrektur der Daten

Die Ergebnisse der störungstheoretischen QCD auf der Ebene der 'bekleideten Partonen' ('dressed partons') dienen als Ausgangspunkt der im Monte-Carlo-Programm simulierten Fragmentationskaskade. Nachdem die aus diesen differentiellen Wirkungsquerschnitten folgenden Parton Konfigurationen die Monte-Carlo-Fragmentationskette durchlaufen haben, simulieren die resultierenden vollständigen Ereignisse die natürlichen (gemessenen) Ereignisse mit den systematischen Unsicherheiten der Theorie und der Abweichung der programmtechnischen von der physikalisch wahren Fragmentation. Im Anschluß daran werden diese künstlich

erzeugten Ereignisse in einer Vielzahl von Monte-Carlo-Programmschritten weiterverarbeitet, wobei in jedem Schritt ein Aspekt des realen und nicht perfekten Detektors simuliert wird.

Für die Entfaltung der nichtperturbativen Einflüsse aus den Daten, d.h. den unter der Annahme der richtigen Beschreibung der Fragmentationseffekte aus den Daten gewonnenen korrigierten Jet-Wirkungsquerschnitten, die dann direkt mit den Vorhersagen der störungstheoretischen Rechnungen verglichen werden können, müssen für folgende Effekte Korrekturen an die Daten angebracht werden:

- Abstrahlung von Photonen im Anfangszustand und
- Akzeptanz und Effizienz des Detektors.

Die Abstrahlung von Photonen im Anfangszustand, die sog. 'Initial State Radiation' (ISR), hat zwei Auswirkungen auf die in die Analyse eingehenden Ereignisse:

- die Schwerpunktsenergie des  $e^+e^-$ -Systems ist um die Energie des abgestrahlten Photons gegenüber der zweifachen Strahlenergie verringert und
- das Ruhesystem der Annihilation ist gegenüber dem Laborsystem (Detektor) verschoben, und die Größe der Verschiebung hängt von der Energie des abgestrahlten Photons ab.

Der JADE Detektor ist, wie in Kap. 2.2 beschrieben, nicht in der Lage, im vollen Raumwinkel von  $4\pi$  Teilchen zu registrieren. Diese Teilchenverluste sowie die Unzulänglichkeiten der Messung bedingt durch

- die endliche Detektorauflösung,
- die imperfekte Triggereffizienz,
- die Unzulänglichkeiten des Spurerkennungsprogramms und
- die Einflüsse von Teilchenmassen, da die Möglichkeiten der Teilchenidentifikation des JADE-Detektors in der vorliegenden Analyse nicht benutzt wurden,

wurden durch den Einsatz eines Monte-Carlo-Programmes, das all diese Eigenschaften des realen Detektors in parametrisierter Form enthält, simuliert.

Die Simulation der gemessenen Daten setzt sich damit aus den folgenden vier Stufen zusammen:

1. Resultate der störungstheoretischen QCD zur Erzeugung von  $n$ -Parton-Konfigurationen ( $n = 2, 3, 4$ );
2. Fragmentationsmodell zur Simulation der Hadronisierung der Partonen;
3. Simulation des Einflusses der ISR;
4. Simulation der Detektoreinflüsse.

Die Bedeutung der ersten beiden Stufen wurde bereits in Kap. 4 diskutiert. Die elektromagnetischen Strahlungskorrekturen (3) wurden durch das ebenfalls im LUND Monte-Carlo installierte Simulationsprogramm von Behrens, Kleiss und Jadach [59] bis zur Ordnung  $\alpha_{em}^3$  berücksichtigt. Die Simulation der Detektoreinflüsse schließlich, besteht in einer Vielzahl von Monte-Carlo-Programmschritten, wobei in jedem Schritt ein Aspekt des realen Detektors simuliert wird.

Zur Bestimmung der korrigierten Jet-Raten aus den gemessenen Jet-Raten wurden zwei Sätze von Monte-Carlo-Ereignissen produziert. Der eine Satz besteht aus vollständig simulierten Ereignissen, d.h. Ereignissen nach Durchlaufen der Simulationsstufen (1)-(4). Der zweite Satz besteht aus Ereignissen die nur die Stufen (1) und (2) durchlaufen haben, und somit Ereignisse darstellen, die ein perfekter Detektor in einer Welt ohne QED-Einflüsse registrieren würde. Beide Monte-Carlo Sätze wurden dann mit der gleichen Analyseketten zur Bestimmung der Jet-Multiplizität wie die Daten analysiert. Die Verhältnisse  $\frac{\sigma_{MC}^{(1)}}{\sigma_{MC}^{(2)}}$ ,  $\frac{\sigma_{MC}^{(2)}}{\sigma_{MC}^{(3)}}$ ,  $\frac{\sigma_{MC}^{(3)}}{\sigma_{MC}^{(4)}}$  wurden zur Korrektur der in den Daten gemessenen Jet-Raten herangezogen. Für alle untersuchten Matrixelemente sind diese Korrekturfaktoren nur wenig von 1.0 verschieden (vgl. Kap 5.5). Die so korrigierten Jet-Raten in den Daten entsprechen damit den Jet-Raten eines idealen Detektors ohne Einflüsse der ISR.

Zur Korrektur der Auflösungseffekte des verwendeten Jet-Algorithmus wurden aus dem zweiten Monte-Carlo-Satz Auflösungsmatrizen  $A$  bestimmt, die die Verschiebungen zwischen der Partonmultiplizität und der Jet-Multiplizität (z.B. in einem Ereignis mit 3 Partonen werden 2 oder 4 Jets rekonstruiert) parametrisieren. Durch Anwendung der invertierten Auflösungsmatrizen  $A^{-1}$  auf die korrigierten Daten erhält man die entfalteten Jet-Raten.

Die beschriebene Korrekturmethode ist nur dann sinnvoll anwendbar, wenn der vollständige Monte-Carlo-Satz von Ereignissen die Meßgrößen gut beschreibt. Wie JADE [60,61] und TASSO [62] in Vergleichen von den gemessenen Jet-Raten mit den Vorhersagen des  $O(\alpha_s^2)$  GKS-Matrixelements festgestellt haben, enthalten die

Daten etwa 2 mal mehr 4-Jet Ereignisse für alle Werte von  $y_{cut}$ . Eine detailliertere Untersuchung dieses Effektes und die Möglichkeiten zur Behebung dieser Diskrepanz werden in Kap. 5.4 dargestellt. Im folgenden Abschnitt wird zunächst der Algorithmus beschrieben mit dem aus den beobachteten Teilchen die Jets rekonstruiert werden.

## 5.2 Der Jet-Algorithmus YCLUS

Zur Bestimmung der Anzahl der Jets in einem Ereignis wurde der Jet-Algorithmus YCLUS [21] verwendet. Dieser Algorithmus lehnt sich an die Definition der Jets auf der Parton-Ebene, d.h. der oberhalb einer vorgegebenen Auflösungsgrenze  $y > y_{min}$  aufgelösten Partonen (vgl. Kap. 3.2.1) an. Für alle Paare von Teilchen  $i$  und  $j$  in einem Ereignis wird die skalierte invariante Masse  $y_{ij}$  nach

$$y_{ij} = \frac{2E_i E_j (1 - \cos\theta_{ij})}{E_{min}^2} \quad (5a)$$

berechnet. Für einen vorgegebene Auflösung  $y > y_{cut}$  werden, solange wenigstens eine Kombination  $y_{ij} > y_{cut}$ , die beiden Teilchen  $i$  und  $j$ , die das Paar mit der kleinsten invarianten Masse bilden, durch ein Pseudoteilchen oder 'Cluster' mit dem neuen Vierer Impuls  $p = p_i + p_j$  ersetzt. Sind alle möglichen Kombinationen  $y_{ij} > y_{cut}$ , so bilden die auf diese Weise konstruierten Cluster die Jets in dem Ereignis. Die Definition der skalierten invarianten Masse nach Gleichung (5a) ergab in Monte Carlo Untersuchungen die beste Übereinstimmung zwischen den rekonstruierten Jet-Raten und den Parton-Raten für vergleichbare Werte von  $y_{cut}$  (dem Auflösungsparameter des Jet-Algorithmus) und  $y_{min}$  (dem Abschneideparameter in den QCD-Rechnungen) [21].

Aus Monte-Carlo Untersuchungen unter Verwendung des ERT  $E_0$  Matrixelementes und  $\alpha_s(Q^2) = 0.138$  ( $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ ) für  $Q^2 = (44 \text{ GeV}/c)^2$  ergeben sich die in Abbildung 5-1 gezeigten Verteilungen der minimalen skalierten invarianten Masse nach Gleichung (5a) zwischen den rekonstruierten Jets gegen die minimale skalierte invariante Masse zwischen den Partonen für Ereignisse mit a) 3 Partonen und b) 4 Partonen. Bei perfekter Rekonstruktion der Partonkinematik durch den Jet-Algorithmus ergibt sich eine Gerade mit der Steigung 1. Die Formierung des Großteils der tatsächlichen Werte um diese ideale Gerade zeigt die Güte der Rekonstruktion bei Verwendung dieses Algorithmus. Die Qualität der Rekonstruktion der Jets ist aus den in der Abbildung 5-2 dargestellten Verteilungen der Effizienz  $\epsilon_n$  der Rekonstruktion von  $n$ - ( $n = 2,3,4$ ) Partonen als  $n$ -Jets, dem Verhältnis der

Summe der  $n$ -Jet-Ereignisse aus  $n$  Partonen zur Gesamtzahl der rekonstruierten  $n$ -Jet Ereignisse, und den in Abbildung 5-3 dargestellten Verteilungen des Untergrundes  $U_n$ , dem Verhältnis der Summe der  $n$  Parton Ereignisse in den  $n$ -Jet Klassen ( $n \neq m$ ) zur Anzahl der  $n$ -Jet Ereignisse aus  $n$  Partonen, ableitbar. Da die Rekonstruktionswahrscheinlichkeit für die 3- und 4-Parton Ereignisse ausreichend groß ist, erscheint die Anwendung der in Kap. 5.1 dargestellten Entfaltungsprozedur zur Bestimmung der korrigierten Jet-Raten gerechtfertigt.

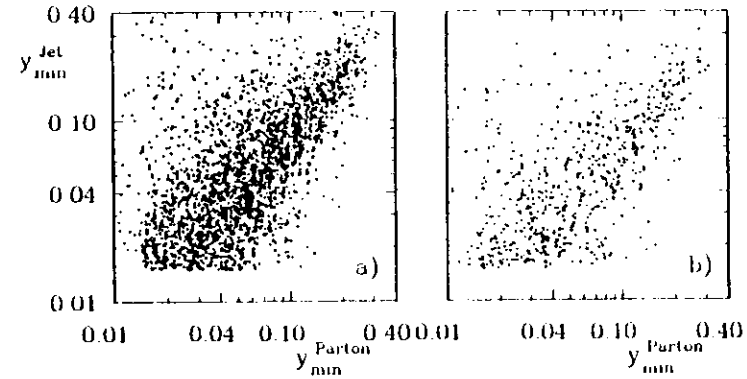


Abbildung 5-1: Verteilung der minimalen skalierten invarianten Masse zwischen den Partonen (ERT  $E_0$ ,  $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ ) gegen die zwischen den mit dem YCLUS-Algorithmus rekonstruierten Jets bestimmte minimale skalierte invariante Masse für a) 3 Partonen und b) 4 Partonen

## 5.3 Der Vergleich von Daten und Monte-Carlo für die Skala $Q^2$

Die mit Hilfe des YCLUS-Algorithmus in den Daten rekonstruierten 2-, 3-, 4- und 5-Jet-Raten als Funktion der Jet-Auflösung  $y_{min}$  sind in der Abbildung 5-4 zusammen mit den Ergebnissen von Anpassungsrechnungen mit den gleichen ma-

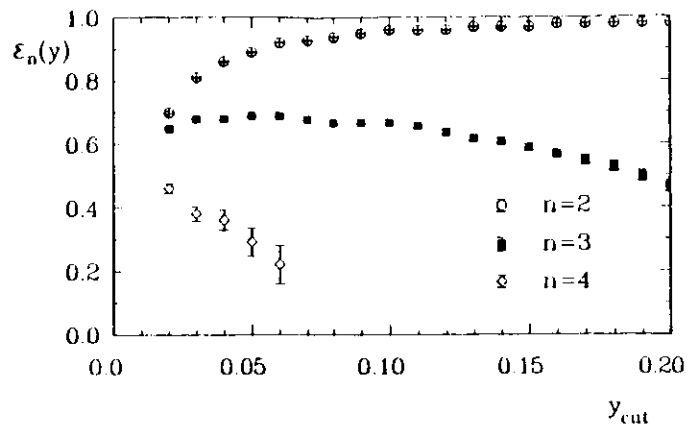


Abbildung 5-2: Ergebnisse der Monte-Carlo Studie zur Bestimmung der Rekonstruktionseffizienz  $\epsilon$  des YCLUS-Algorithmus als Verhältnis der Summe der  $n$ -Jet-Ereignisse aus  $n$ -Parton-Ereignissen zur Gesamtzahl der rekonstruierten  $n$ -Jet-Ereignisse

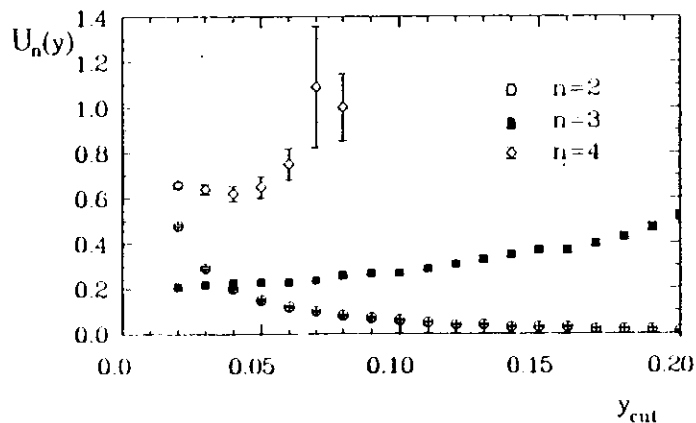


Abbildung 5-3: Ergebnisse der Monte-Carlo Studie zur Bestimmung des Untergrundes  $U$  in den mit dem YCLUS-Algorithmus rekonstruierten Jet-Raten als Verhältnis der Summe der  $n$ -Jet-Ereignisse aus  $m$ -Parton-Ereignissen ( $m \neq n$ ) zur Zahl der  $n$ -Jet-Ereignisse aus  $n$ -Partonen

thematischen Funktionen wie für die in Abbildung 4.6 gezeigten Wirkungsquerschnitte auf Parton-Ebene dargestellt. Die Ergebnisse der Anpassungsrechnungen werden dann im folgenden mit den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation verglichen. Der qualitative Vergleich mit den Jet-Raten der neueren Untersuchung der TASSO-Kollaboration [62], die ebenfalls mit dem YCLUS-Algorithmus, jedoch unter ausschließlicher Berücksichtigung von geladenen Spuren bestimmt wurden, zeigt daß in der Analyse der TASSO-Kollaboration geringfügig größere 3- und 4-Jet-Raten gemessen werden.

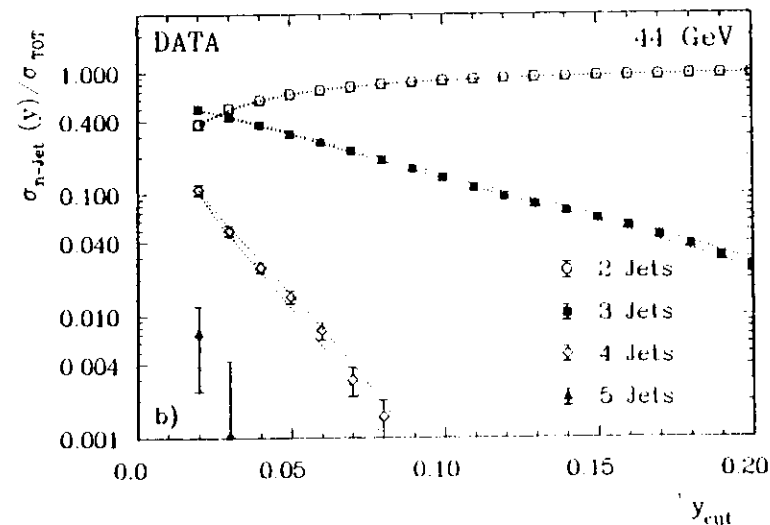


Abbildung 5-4: In den Daten gemessene 2-, 3-, 4- und 5-Jetraten, normiert auf den totalen Wirkungsquerschnitt. Die gepunkteten Kurven sind die Ergebnisse einer Anpassungsrechnung an die  $1\sigma$ -Kontour der Jetraten

Die gemessene 5-Jet-Rate ist für die betrachteten Auflösungen  $y_{cut} = 0.02$  (dies entspricht einer minimalen invarianten Masse zwischen den rekonstruierten Jets von  $6.2 \text{ GeV}/c^2$ ) kleiner als 1%. Da die in Kap. 5.1 beschriebene Methode zur Entfaltung der nicht-perturbativen Einflüsse in den Daten die Invertierung einer

Auflösungsmatrix beibehaltet, wurde in der folgenden Analyse die 5-Jet-Rate nicht direkt berücksichtigt, sondern nur in die Normierung der Jet-Raten einbezogen. Die Auflösungsmatrix ist dann eine einigermaßen problemlos invertierbare  $3 \times 3$  Matrix.

Mit den in Kap. 4.2 bestimmten ERT  $E$ -, ERT  $E_0$ - und ERT  $p$ -Matrixelementen wurden Sätze von vollständigen Monte-Carlo-Ereignissen erzeugt. Die Größe der in den Monte-Carlo-Ereignissen bestimmten Jet-Wirkungsquerschnitte ist in einem gewählten Renormierungsschema nur von  $\alpha_s$  und somit nach Gleichung (3.11) als Beispiel für das  $\overline{MS}$ -Renormierungsschema nur von der QCD-Skala  $\Lambda_{\overline{MS}}$  abhängig.

Wie in Untersuchungen der JADE- [61] und der TASSO-Kollaboration [62] gezeigt wurde, ist es nicht möglich, die in den Daten gemessenen 2-, 3- und 4-Jet-Raten mit einem einzigen Wert für  $\Lambda_{\overline{MS}}$  mit Monte-Carlo-Rechnungen auf der Grundlage der  $O(\alpha_s^2)$  Matrixelemente aus der GKS-Rechnung [10] und  $Q^2-s$  als Skala von  $\alpha_s$  zu beschreiben. Die neuere Untersuchung der TASSO-Kollaboration ergibt selbst bei Verwendung von einem Wert von  $\Lambda_{\overline{MS}} = 620$  MeV eine signifikante Diskrepanz zwischen der in den Daten gemessenen 4-Jet-Rate und der Monte-Carlo-Vorhersage. Da nach der GKS-Rechnung aufgrund der verwendeten Näherungen zu wenig 3-Jet-Ereignisse im Monte-Carlo produziert werden, kann die 3-Jet-Rate in den Daten bei Verwendung der ERT-Rechnungen mit einem im Vergleich zur GKS-Rechnung kleineren Wert von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  beschrieben werden. Die im Vergleich der Daten mit den Ergebnissen der GKS-Rechnung gefundene Diskrepanz in den 4-Jet-Raten für den Wert von  $\Lambda_{\overline{MS}}$ , der die 3-Jet-Rate gut beschreibt, vergrößert sich also noch bei Verwendung der ERT-Rechnungen, da der 4-Jet-Wirkungsquerschnitt in der Ordnung  $\alpha_s^2$  in beiden Rechnungen identisch ist.

Trotz dieser vorhandenen Defekte wurden für die ERT-Rechnungen zum Vergleich mit den bisherigen Analysen über eine Reihe von Iterationen Werte für  $\Lambda_{\overline{MS}}$  bestimmt, mit denen die gemessenen 2- und 3-Jet-Raten beschrieben werden können. Um ein Maß für die Sensitivität der Jet-Raten auf eine Variation von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  zu erhalten, wurden außerdem je ein vollständiger Satz von Monte-Carlo-Ereignissen mit Werten von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  erzeugt, die eine signifikant zu kleine und zu große 2- bzw. 3-Jet-Rate liefern. In den Abbildungen 5-5 bis 5-7 sind die Vergleiche von Daten und den Ergebnissen der Monte-Carlo-Simulation zusammengefaßt.

Abbildung 5-5a) vergleicht die Ergebnisse der Anpassungsrechnung an die  $11\sigma$ -Kontour (siehe Abbildung 5-4) der in den Daten gemessenen 2-, 3- und 4-Jet-Raten mit den in den ERT  $E$ -Monte-Carlo-Sätzen rekonstruierten Jet-Raten für Werte von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  von 50, 150 und 250 MeV. Zur besseren Beurteilung der in den 4-Jet-Raten vorhandenen Diskrepanzen ist in der Abbildung 5-5b) die gleiche Information

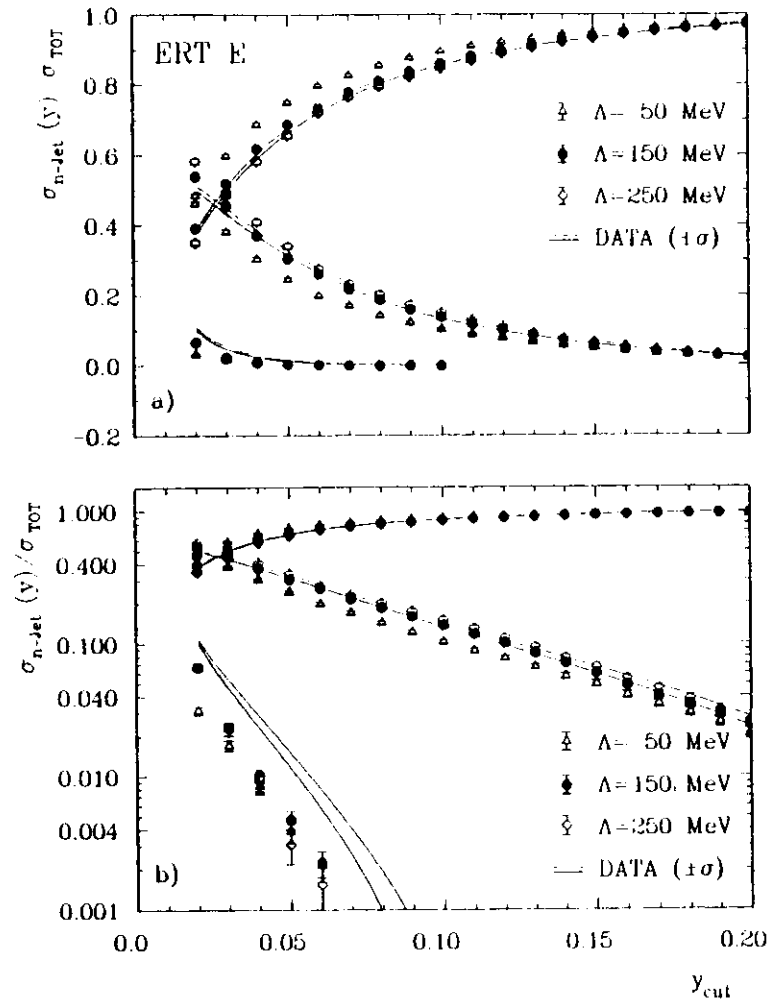


Abbildung 5-5: Vergleich der 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den vollständigen ERT  $E$ -Monte-Carlo-Ereignissen für Werte von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  von 50, 150 und 250 MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate



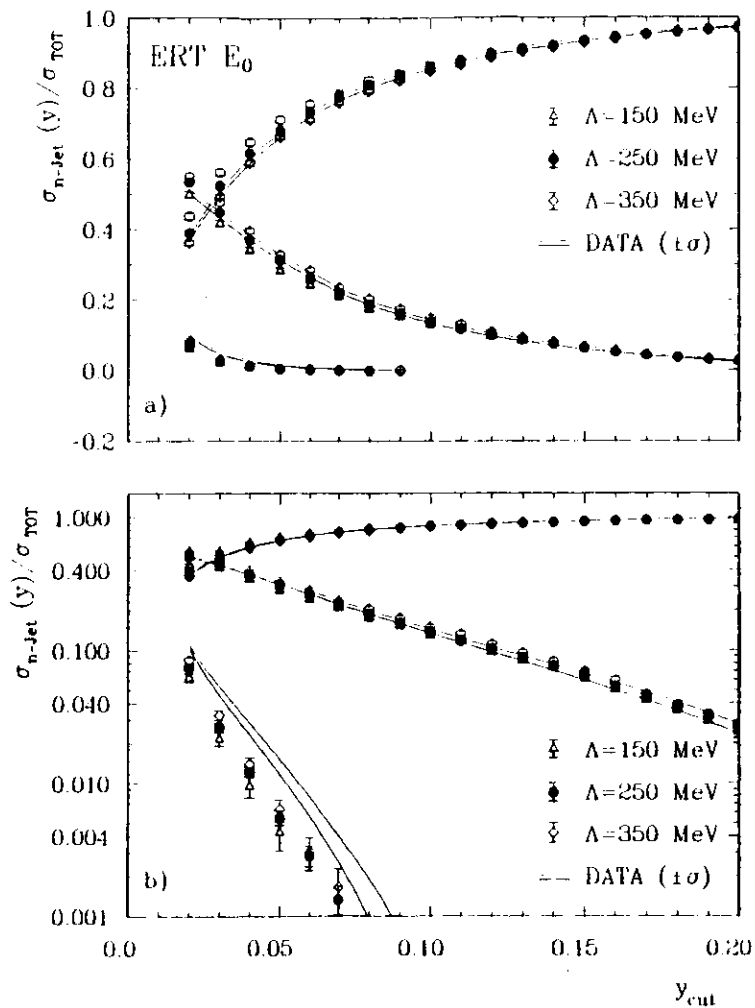


Abbildung 5-6: Vergleich der 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den vollständigen ERT  $E_0$ -Monte-Carlo-Ereignissen für Werte von  $\Lambda_{MS}$  von 150, 250 und 350 MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

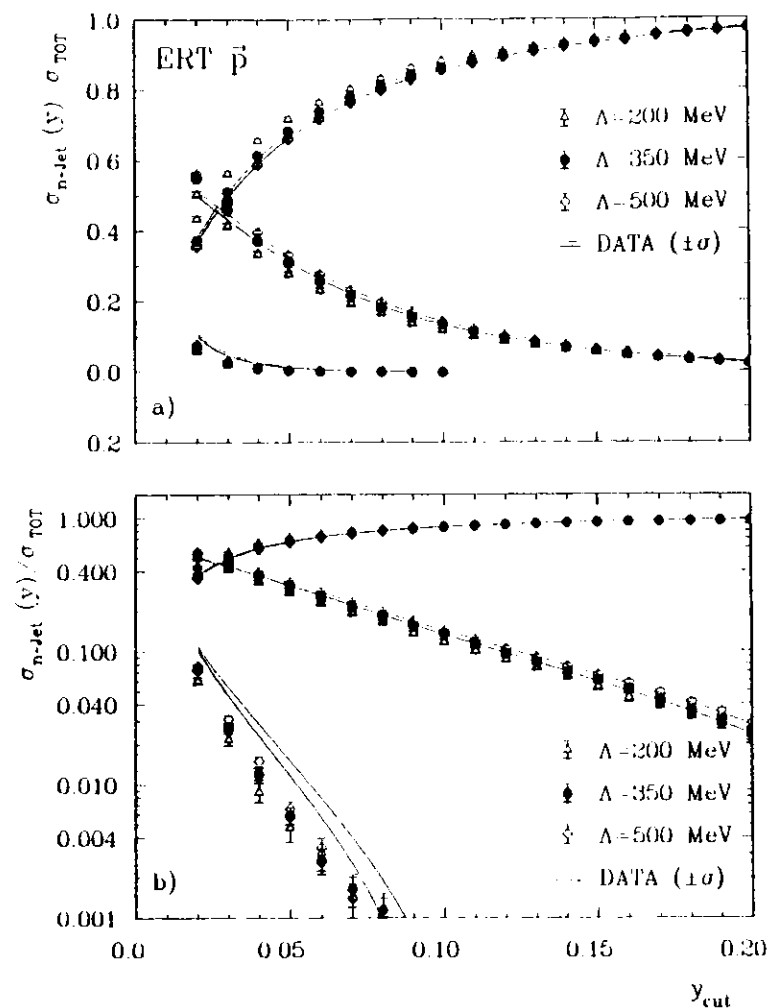


Abbildung 5-7: Vergleich der 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den vollständigen ERT  $\vec{p}$ -Monte-Carlo-Ereignissen für Werte von  $\Lambda_{MS}$  von 200, 350 und 500 MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

unter Verwendung einer logarithmischen Skala für die Ordinate aufgetragen. Die entsprechenden Vergleiche der ERT  $E_0$  und ERT  $\bar{p}$  Monte Carlo Ereignisse mit den Daten zeigen die Abbildungen 5-6 und 5-7 für Werte von  $\Lambda_{MS}$  von 150, 250 und 350  $MeV$  im  $E_0$ - und 200, 350 und 500  $MeV$  im  $\bar{p}$ -Rekombinationsschema. Die zur Beschreibung der in den Daten gemessenen 2- und 3-Jet-Raten am besten geeigneten  $\Lambda_{MS}$ -Werte und Abschätzungen der größtmöglichen mit den Daten verträglichen Fehlerbereiche in Abhängigkeit vom Rekombinationsschema sind in Tabelle 5-1 zusammengefaßt. Für die in Tabelle 5-1 aufgeführten Werte von

Matrixelement	$\Lambda_{MS}$ [ $MeV$ ]	Maß
ERT E	150 ± 100	$\sigma_{2jet}(y), \sigma_{3jet}(y)$
ERT $E_0$	250 ± 100	$\sigma_{2jet}(y), \sigma_{3jet}(y)$
ERT $\bar{p}$	350 ± 150	$\sigma_{2jet}(y), \sigma_{3jet}(y)$

Tabelle 5-1: Aus den 2- und 3-Jetraten bestimmte Werte für  $\Lambda_{MS}$

$\Lambda_{MS}$  werden im Monte-Carlo für alle ERT-Matrixelemente etwa 50% zu wenig 4-Jet-Ereignisse produziert, und der sog. 'missing 4-Jet'-Effekt wird somit auch bei Verwendung der ERT-Matrixelemente bestätigt.

Neben dem fehlenden Teil der 4-Jet-Rate im GKS LUND-Monte-Carlo zeigten die Untersuchungen der JADE-Kollaboration [60,61,21] und der MARK-II Kollaboration [63] auch große Diskrepanzen zwischen den in den Daten gemessenen und im Monte-Carlo vorhergesagten Verteilungen der Akoplanarität und der Aplanarität. Die Ausläufer der Verteilungen in den Daten zu hohen Werten der Akoplanarität und Aplanarität konnten jeweils nicht durch die GKS-Matrixelemente beschrieben werden. Es wurde daher auch in dieser Analyse unter anderem ein Vergleich zwischen Daten und Monte-Carlo-Simulation in diesen Größen durchgeführt.

Die Akoplanarität  $A$  [64] zur Beschreibung der Ereignisstruktur eines Ereignisses mit  $N$  Teilchen ist definiert durch

$$A = 4 \cdot \min \left( \frac{\sum_{i=1}^N |p_{i1}|}{\sum_{i=1}^N |p_i|} \right)^2 \quad (5b)$$

wobei  $p_{i1}$  die Impulskomponente des Teilchens  $i$  im Ereignis senkrecht zu der Ebene ist, die den Ausdruck in Klammern minimiert. Zusätzlich zur Akoplanarität

und Aplanarität wurden auch die Größen Thrust  $T$ , Sphärizität  $S$  und die Verteilung der Impulse senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{out}$  verglichen.

Der Thrustwert  $T$  eines Ereignisses ist definiert durch [33,34]

$$T = \frac{\max \sum_{i=1}^N |p_i|}{\sum_{i=1}^N |p_i|} \quad (5c)$$

wobei die Thrustachse so gewählt wird, daß die Summe der Parallelimpulse  $p_L$  der Hadronen bezüglich dieser Achse maximal werden. Die Größen Sphärizität und Aplanarität können aus dem Impulstensor eines Ereignisses berechnet werden. Der Impulstensor  $T_{\alpha\beta}$  [65] ist gegeben durch

$$T_{\alpha\beta} = \frac{\sum_{i=1}^N p_{i\alpha} p_{i\beta}}{\sum_{i=1}^N p_i^2} \quad (5d)$$

mit  $N$  Teilchen im Ereignis und  $\alpha, \beta = 1, 2, 3$  den räumlichen Komponenten. Die Diagonalisierung dieses Tensors liefert die normierten Eigenwerte  $Q_1, Q_2, Q_3$  und die Hauptachsen  $\vec{u}_1, \vec{u}_2$  und  $\vec{u}_3$ . Zwei ausgewählte Größen zur Beschreibung der Form der Ereignisse sind die Sphärizität  $S$  gegeben durch

$$S = \frac{3}{2} \cdot (Q_1 + Q_2) \quad (5e)$$

und die Aplanarität  $AP$

$$AP = \frac{3}{2} \cdot Q_3 \quad (5f)$$

die die Komponente des Ereignisses außerhalb der Ereignisebene parametrisiert. Der Impuls senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{out}$  ist gegeben durch

$$p_T^{out} = \vec{p} \cdot \vec{u}_1 \quad (5g)$$

Die in den Daten gemessenen Verteilungen von  $A, AP, T, S$  und  $p_T^{out}$  zusammen mit den in den ERT  $E_0$ -Monte-Carlo Ereignissen für  $\Lambda_{MS} = 250 MeV$  und  $\mu^2 = Q^2$  als Skala der Kopplungskonstanten bestimmten Verteilungen, sind in den Abbildungen 5-8 bis 5-10 dargestellt. Die entsprechenden Abbildungen bei Verwendung der ERT E- und ERT  $\bar{p}$ -Matrixelemente für die  $\Lambda_{MS}$ -Werte aus Tabelle 5-1 sind in Anhang A2 zusammengefaßt.

Während die Thrust- und Sphärizitätsverteilungen der Daten durch die Monte-Carlo-Verteilungen hinreichend gut beschrieben werden, sind für alle drei untersuchten Matrixelemente starke Abweichungen in den Verteilungen von Akoplanarität, Aplanarität und  $p_T^{out}$  vorhanden. Die Güte der jeweiligen Vergleiche von

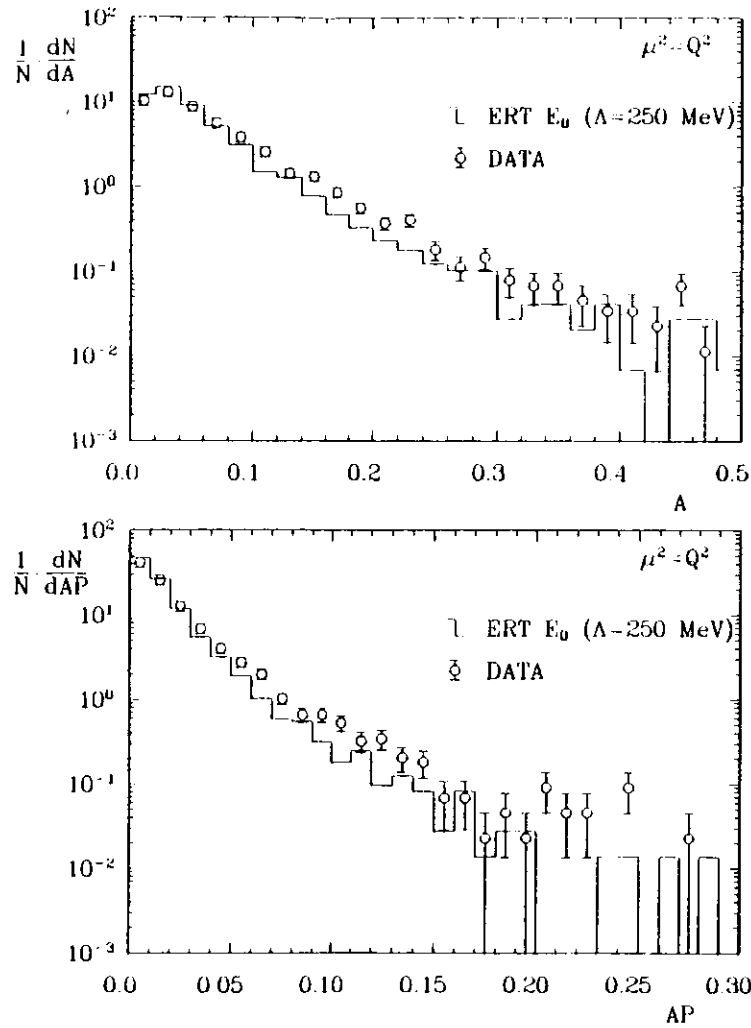


Abbildung 5-8: Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität  $A$  und der Aplanarität  $AP$  in den Daten und in den ERT  $E_0$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ .

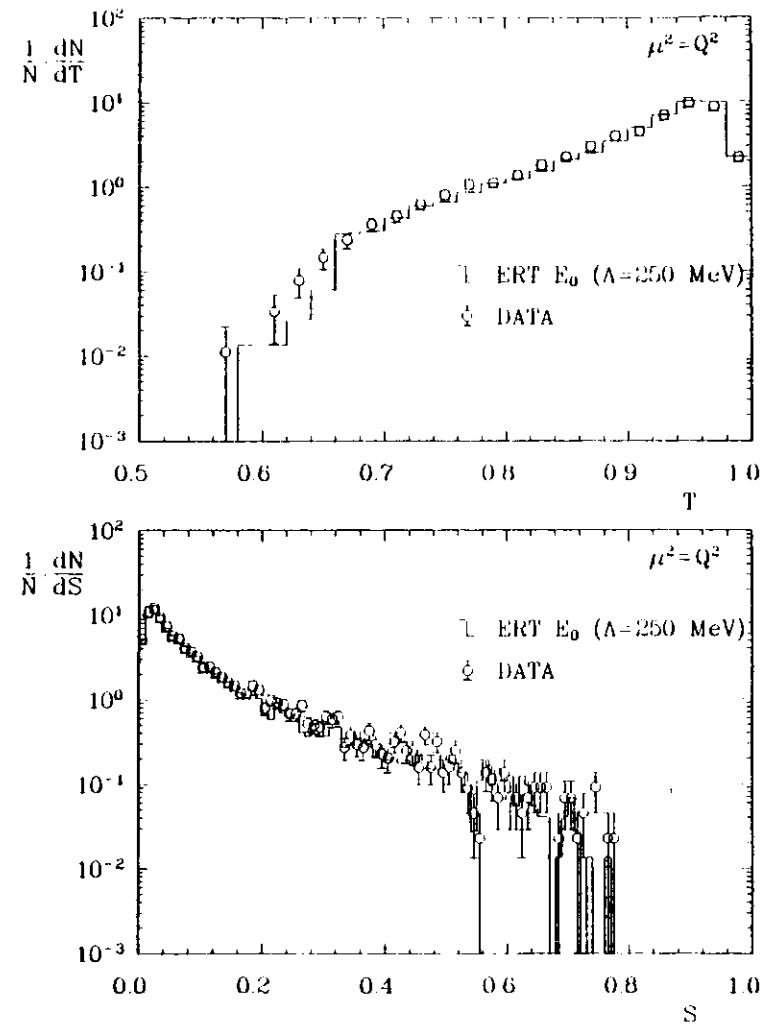


Abbildung 5-9: Vergleich der Verteilungen des Thrusts und der Sphärizität in den Daten und in den ERT  $E_0$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ .

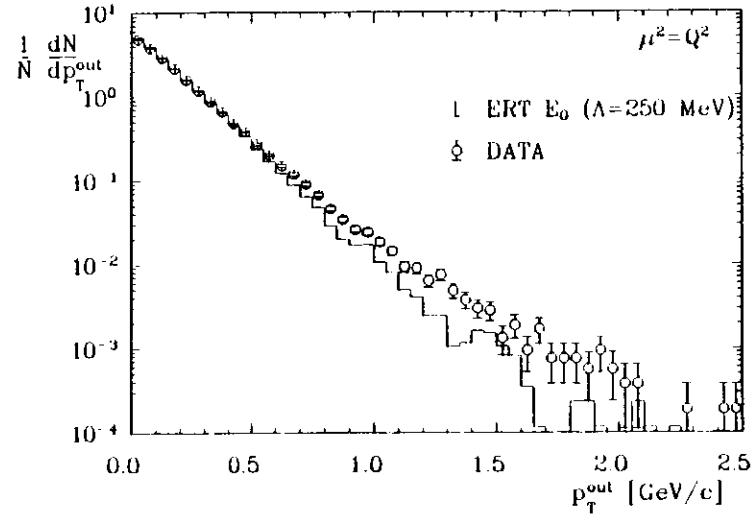


Abbildung 5-10: Vergleich der Verteilungen des Impulses senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{\text{out}}$  in den Daten und in den ERT  $E_0$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ .

Daten und Monte Carlo Ereignissen ist in Tabelle 5 II in Form der  $\chi^2$ -Summe pro Anzahl der Freiheitsgrade (NDF) in den Verteilungen angegeben. Der qualitative Vergleich der in der Verteilung der Akoplanarität sichtbaren Abweichungen von Daten und GKS LUND Monte Carlo [21] mit den in dieser Analyse sichtbaren Abweichungen zeigt, daß durch die Verwendung der ERT-Matrixelemente und der Skala  $Q^2$  keine bessere Beschreibung der Daten erreicht wird. In einem nächsten Schritt wurde daher versucht, durch Ausnutzen der in der Renormierungstheorie gegebenen Freiheit der Wahl des Renormierungspunktes eine bessere Beschreibung der 4 Jet Rate und der Verteilungen der Akoplanarität, Aplanarität und  $p_T^{\text{out}}$  zu erreichen.

ERT-Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Meßgröße	$\chi^2/\text{NDF}$
E	$Q^2$	150	A	103.09/24
			AP	160.36/26
			T	30.92/21
			S	75.51/74
			$p_T^{\text{out}}$	377.86/44
$E_0$	$Q^2$	250	A	135.06/24
			AP	106.27/27
			T	40.74/21
			S	84.83/75
			$p_T^{\text{out}}$	418.55/46
$\bar{p}$	$Q^2$	350	A	91.27/23
			AP	74.31/24
			T	31.40/20
			S	99.20/76
			$p_T^{\text{out}}$	453.55/45

Tabelle 5 II: Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und  $p_T^{\text{out}}$ -Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung von  $\alpha_s(Q^2)$ .

## 5.4 Variation der Skala der theoretischen Vorhersage

Unter Verwendung des PMS Stabilitätskriteriums von Stevenson [53] haben Kramer und Lampe für ihre KL2-Rechnung der 2- und 3 Jet Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $\alpha_s^2$  [14,49] die optimierte Skala in der Kopplungskonstanten bestimmt [55]. Wie in Kap. 4.2 gezeigt, ist die Übereinstimmung der KL2-Rechnung und den im ERT  $E_0$ -Schema berechneten  $O(\alpha_s^2)$  3-Jet-Wirkungsquerschnitten sehr gut. Aus diesem Grund wurden mit den in Abbildung 3.6 gezeigten Skalen  $\mu^2 = \mu_{opt,2}^2$  und  $\mu^2 = \mu_{opt,3}^2$  für  $\alpha_s(\mu^2)$  Sätze von vollständigen Monte-Carlo-Ereignissen erzeugt und mit den Daten verglichen. Die Anwendung dieses so optimierten Entwicklungsparameters der Störungsreihe für die Berechnung des 2- und 3 Jet-Wirkungsquerschnitts ergibt eine optimierte Konvergenz der Störungsreihenentwicklung in dieser Ordnung. Der relativ zur 1. Ordnung große Betrag der 2. Ordnung führt zu einer

starken Variation der 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitte bei einer Variation der Skala. Daher müßte in diesem Fall ein  $\Lambda_{MS}$  von 90 MeV für die Skala  $\mu^2 = \mu_{opt,2}^2$  und ein  $\Lambda_{MS}$  von 120 MeV für die Skala  $\mu^2 = \mu_{opt,3}^2$  gewählt werden, um eine gute Beschreibung der 2- und 3-Jet-Raten zu erhalten. Da mit diesen Skalen wählen formal Beiträge zum 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitt in der Ordnung  $\alpha_s^2$  und höher berücksichtigt werden, ist der so bestimmte Wertebereich für  $\Lambda_{MS}$  mit einer besseren Approximation der gesamten Störungsentwicklung gewonnen worden. Der Vergleich der Jet-Raten in den Daten und im Monte-Carlo ist in der Abbildung 5-11 dargestellt.

Obwohl  $\Lambda_{MS}$  bei Verwendung der Skalen  $\mu^2 = \mu_{opt,2}^2$  und  $\mu^2 = \mu_{opt,3}^2$  sehr viel kleiner als bei Verwendung der Skala  $Q^2$  gewählt werden kann, werden nach Gleichung (3z) mehr 4-Jet-Ereignisse im Monte-Carlo generiert. Die so vorgenommene Renormierung der Jet-Raten ergibt eine sehr viel bessere, jedoch noch nicht ganz befriedigende Übereinstimmung zwischen der 4-Jet-Rate von Daten und Monte-Carlo. Die in Tabelle 5-III zusammengestellten Werte für die  $\chi^2$ -Summe pro Anzahl der Freiheitsgrade (NDF) für den Vergleich der untersuchten Ereignisstrukturvariablen zeigen ebenfalls die im Vergleich zur Skala  $Q^2$  (siehe Tabelle 5-II) verbesserte Beschreibung der Daten. Auch für diese Größen ist die Beschreibung jedoch noch nicht ganz befriedigend.

Aufgrund des dieser Analyse zugrundeliegenden Prinzips der minimalen Sensitivität (PMS), das auch auf Berechnungen von physikalischen Größen in anderen Prozessen angewendet werden kann, ist der so bestimmte Wert für  $\Lambda_{MS}$  jedoch eine zum Vergleich mit anderen Experimenten geeignete Meßgröße. Die verbleibenden Diskrepanzen in der Beschreibung der 4-Jet-Rate sind mit der schlechten Approximation der Störungsentwicklung für diese Größe durch die niedrigste Ordnung  $\alpha_s^2$  erklärbar.

Unabhängig von der durch das PMS-Stabilitätskriterium bestimmten Skala können auch andere Skalen in der Kopplungskonstanten verwendet werden, und so vielleicht eine noch bessere Beschreibung der Daten durch die theoretischen Vorhersagen erzielt werden. Da aufgrund der in den Rechnungen sich ergebenden führenden Logarithmen, wie schon in den Arbeiten von FKSS [9], GKS [10] und Kunszt [15] beschrieben, eine bessere Konvergenz der störungstheoretischen Rechnungen für  $\sigma_{3-Jet}$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$  durch Verwendung der Skala  $\mu^2 = yQ^2$  erwartet wird, wurde diese Skala ebenfalls zur Generierung von Monte-Carlo-Ereignissen herangezogen. Die resultierenden 2-, 3- und 4-Jet-Raten im ERT  $E_0$  Schema sind ebenfalls in Abbildung 5-11 dargestellt. Auch diese Skala liefert keine bessere Beschreibung der 4-Jet-Raten. Bei Verwendung dieser Skala wird jedoch für vergleichbare Werte von  $\Lambda_{MS}$  wie bei Verwendung der Skalen  $\mu^2 = \mu_{opt,2}^2$  und  $\mu^2 = \mu_{opt,3}^2$

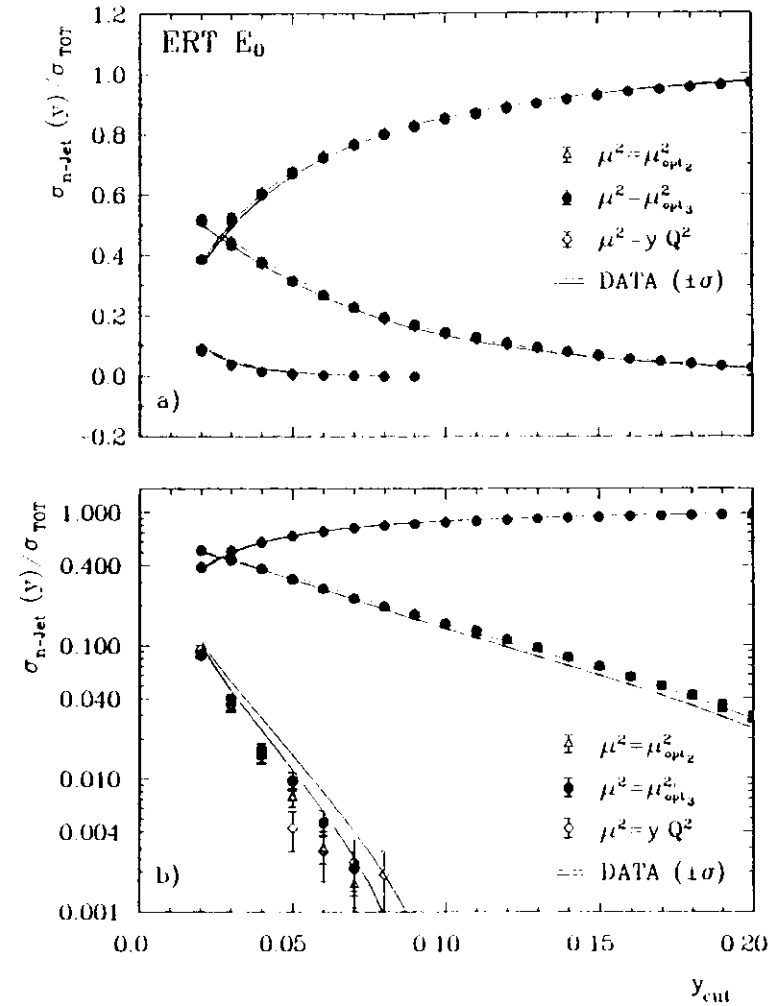


Abbildung 5-11: Vergleich der 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den vollständigen ERT  $E_0$  Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu_{opt,2}^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90$  MeV,  $\mu_{opt,3}^2$  und  $\Lambda_{MS} = 120$  MeV sowie  $\mu^2 = yQ^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90$  MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

ERT Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Meßgröße	$\chi^2$ /NDF
$E_0$	$\mu_{opt2}^2$	90	A	52.71/24
			AP	35.06/24
			T	23.36/20
			S	87.69/76
			$p_T^{out}$	367.52/45
$E_0$	$\mu_{opt3}^2$	120	A	74.63/24
			AP	55.70/24
			T	38.27/20
			S	96.91/76
			$p_T^{out}$	431.79/45

Tabelle 5-III: Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und  $p_T^{out}$ -Verteilungen der Daten durch das ERT  $E_0$ -Monte-Carlo bei Anwendung der PMS-optimierten Skalen und den dafür aus der 2- und 3-Jetrates bestimmten Werten für  $\Lambda_{MS}$

eine gute Beschreibung der 2- und 3-Jet-Raten erzielt. Für die Skala  $yQ^2$  wurden zusätzlich die beiden anderen Matrixelemente ERT E und ERT  $\bar{p}$  ausgewertet. In Tabelle 5-IV sind die für die drei untersuchten Matrixelemente gefundenen Werte für  $\Lambda_{MS}$  bei Verwendung der Skala  $yQ^2$  und Berücksichtigung der Beschreibung der 2- und 3-Jet-Rate eingetragen.

In Tabelle 5-V sind wiederum die Werte für die  $\chi^2$ -Summe pro Anzahl der Freiheitsgrade (NDF) für den Vergleich der untersuchten Ereignisstrukturvariablen zusammengestellt. Die Güte der Beschreibung dieser Verteilungen ist für die Skala  $yQ^2$  vergleichbar mit der Skala  $\mu_{opt}^2$  und ebenfalls nicht ganz befriedigend.

In einem letzten Schritt wurden durch eine Iterationsprozedur Werte für die durch Anwendung der Renormierungsgruppe optimierten Skalen und  $\Lambda_{MS}$  für die drei untersuchten Matrixelemente bestimmt, mit denen die in den Daten gemessenen 2-, 3- und 4-Jet-Raten beschrieben werden können. Wie in Kap. 5.6 näher erläutert wird, konnten dabei die aus den Untersuchungen mit der Skala  $\mu^2 = yQ^2$  bestimmten Werte für  $\Lambda_{MS}$  fast ungeändert übernommen werden und nur durch Variation der Skala eine gute Beschreibung der 4-Jet-Rate erreicht werden.

Matrixelement	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Maß
ERT E	50	$\sigma_{2,jet}(y), \sigma_{3,jet}(y)$
ERT $E_0$	90	$\sigma_{2,jet}(y), \sigma_{3,jet}(y)$
ERT $\bar{p}$	150	$\sigma_{2,jet}(y), \sigma_{3,jet}(y)$

Tabelle 5-IV: Aus den 2- und 3-Jetrates bestimmte Werte für  $\Lambda_{MS}$  für die Skala  $yQ^2$

Nach einigen Iterationsschritten wurden die in Tabelle 5-VI zusammengefaßten  $(\mu^2, \Lambda_{MS})$ -Paare für die verschiedenen Matrixelemente zur guten Beschreibung der 2-, 3- und 4-Jet-Rate ermittelt.

Der Vergleich der Daten mit den mit diesen Sätzen von  $(\mu^2, \Lambda_{MS})$  erzeugten Monte-Carlo-Ereignissen zeigen die Abbildungen 5-12 bis 5-14.

In der Abbildung 5-13 für das ERT  $E_0$ -Matrixelement sind zum Vergleich mit den Jet-Raten für das in der Tabelle 5-VI aufgeführte Parameterpaar auch die Jet-Raten für das Parameterpaar  $(0.001 \cdot Q^2, 70 \text{ MeV})$  dargestellt. Auch wenn die Übereinstimmung der 4-Jet-Rate bei Verwendung dieses Parameterpaares nochmals etwas besser wird, so muß aufgrund der wesentlich besseren Beschreibung der 2- und 3-Jet-Rate dem in Tabelle 5-VI aufgeführten Parameterpaar der Vorzug gegeben werden. Im Rahmen der Fehler werden hiermit die in den Daten gemessenen Jet-Raten beschrieben. Die Abbildung 5-14 zeigt für das ERT  $\bar{p}$ -Matrixelement zusätzlich auch die Jet-Raten für das Parameterpaar  $(0.005 \cdot Q^2, 150 \text{ MeV})$ . In diesem Fall ergibt sich zwar eine geringfügig bessere Beschreibung der 4-Jet-Rate, jedoch eine wesentlich schlechtere Beschreibung der 2- und 3-Jet-Rate. Die signifikante Variation der Jet-Raten bei kleinen Änderungen von  $\Lambda_{MS}$  ist hieraus ablesbar.

Zur Beschreibung der Jet-Raten durch das ERT E-Monte-Carlo in der Abbildung 5-12 müssen extrem kleine Werte, sowohl für  $\Lambda_{MS}$ , als auch für die Skala gewählt werden. Da bei der Bestimmung dieses Matrixelementes im Falle einer Rekombination von unauflösten Partonen ein massives Parton entsteht, das Monte-Carlo Programm dies jedoch nicht berücksichtigt, werden auf diese Weise zusätzliche systematische Unsicherheiten für dieses Matrixelement erzeugt. Die Verwendung aller drei ERT-Matrixelemente zeigt die größtmögliche Schwankungs-

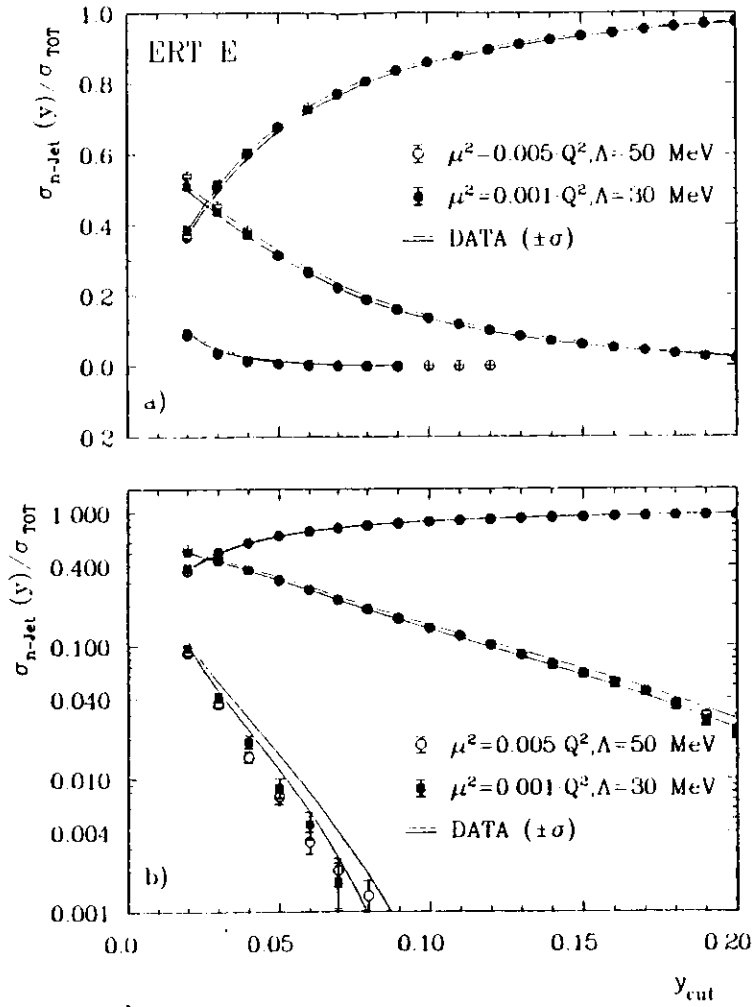


Abbildung 5-12: Vergleich der 2-, 3- und 4-Jet Raten in den Daten mit den vollständigen ERT E Monte-Carlo Ereignissen für die Skala- und  $\Lambda_{MS}$  Wertepaare  $(0.001 \cdot Q^2, 30 \text{ MeV})$  und  $(0.005 \cdot Q^2, 50 \text{ MeV})$  mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

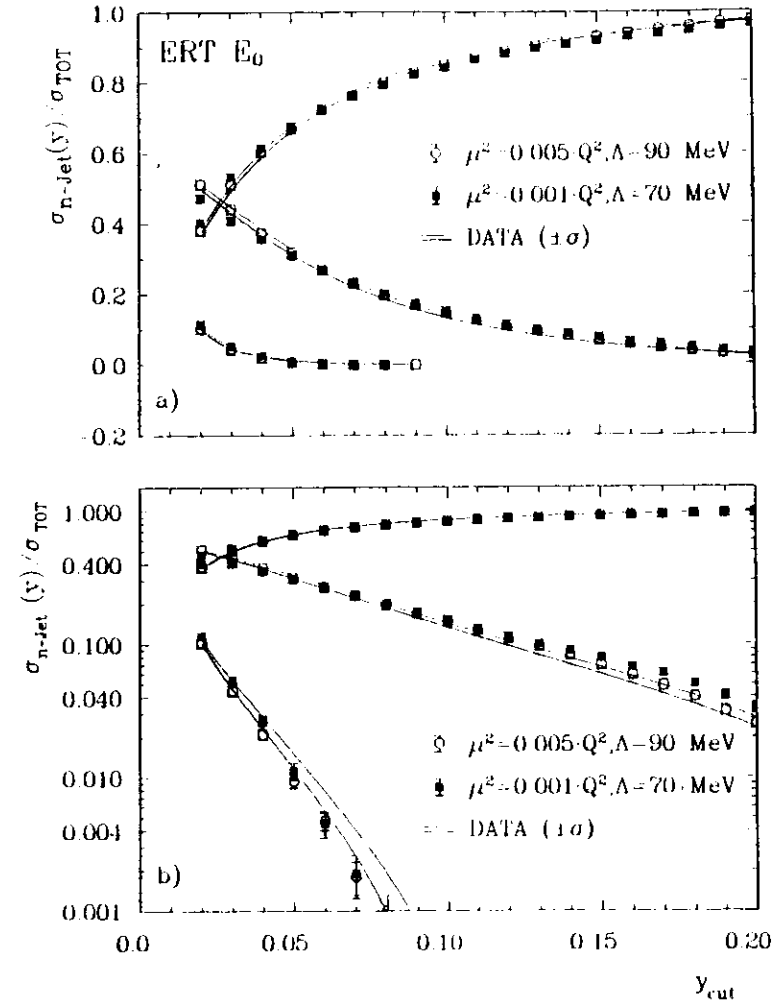


Abbildung 5-13: Vergleich der 2-, 3- und 4-Jet Raten in den Daten mit den vollständigen ERT  $E_0$  Monte-Carlo Ereignissen für die Skala- und  $\Lambda_{MS}$  Wertepaare  $(0.001 \cdot Q^2, 70 \text{ MeV})$  und  $(0.005 \cdot Q^2, 90 \text{ MeV})$  mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

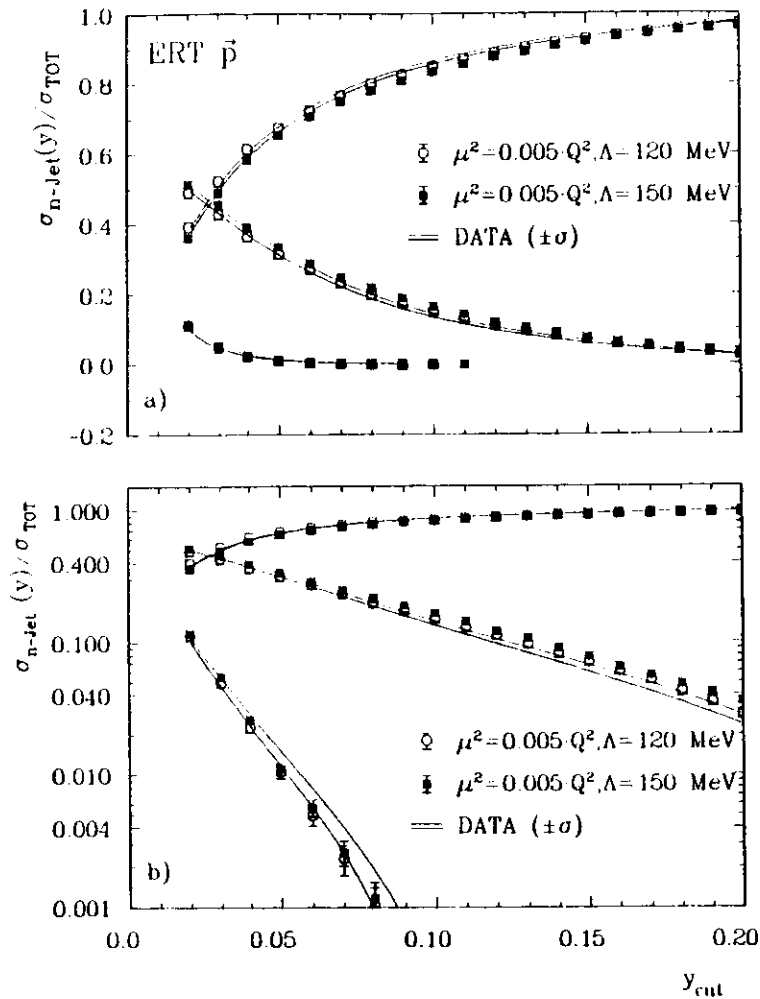


Abbildung 5.11: Vergleich der 2-, 3- und 4 Jet-Raten in den Daten mit den vollständigen ERT  $\bar{p}$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala- und  $\Lambda_{MS}$ -Wertepaare  $(0.005 \cdot Q^2, 120 \text{ MeV})$  und  $(0.005 \cdot Q^2, 150 \text{ MeV})$  mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

ERT-Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Messgröße	$\chi^2/\text{NDF}$
E	$y \cdot Q^2$	50	A	65.94/23
			AP	53.21/24
			T	40.54/21
			S	110.26/76
			$p_T^{jet}$	436.00/46
$E_0$	$y \cdot Q^2$	90	A	45.00/24
			AP	30.05/24
			T	30.41/21
			S	78.81/76
			$p_T^{jet}$	317.11/45
p	$y \cdot Q^2$	150	A	35.55/24
			AP	29.84/25
			T	25.63/20
			S	92.51/76
			$p_T^{jet}$	352.12/46

Tabelle 5.V: Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und  $p_T^{jet}$ -Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung der Skala  $yQ^2$  und den angegebenen Werten für  $\Lambda_{MS}$

breite der Ergebnisse aufgrund der theoretischen Unsicherheit in der Rekombinationsprozedur. Bei der Beurteilung der Ergebnisse sollte dieser wichtige systematische Defekt bei der Anwendung des ERT-E-Matrixelementes jedoch berücksichtigt werden.

Mit den so ermittelten Parameterpaaren ergeben sich aus Gleichung (3.11) die in Tabelle 5.VII aufgeführten Werte für die starke Kopplungskonstante in Abhängigkeit vom verwendeten Matrixelement. Außerdem sind in dieser Tabelle die  $\alpha_s$ -Werte angegeben, die bei Verwendung von  $Q^2$  als Skala in der Kopplungskonstanten eine gute Beschreibung der 2- und 3 Jet-Raten lieferten. Das Verhältnis dieser  $\alpha_s$ -Werte ist jeweils etwa von der Größe  $\sqrt{2}$ . Die in Tabelle 5.VI angegebenen Parameterwerte liefern also gerade eine um den Faktor  $\alpha_s^2(\mu^2)/\alpha_s^2(Q^2) \approx 2$  größere 4-Jet-Rate.

Die in den Daten gemessenen Jet-Raten können mit den in Tabelle 5.VI zusam-



Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Maß
ERT E	$0.001 \cdot Q^2$	30	$\sigma_{2,2i}(y), \sigma_{3,2i}(y), \sigma_{4,2i}(y)$
ERT $E_0$	$0.005 \cdot Q^2$	90	$\sigma_{2,2i}(y), \sigma_{3,2i}(y), \sigma_{4,2i}(y)$
ERT $\bar{p}$	$0.005 \cdot Q^2$	120	$\sigma_{2,2i}(y), \sigma_{3,2i}(y), \sigma_{4,2i}(y)$

Tabelle 5-VI: Aus den 2-, 3- und 4-Jetraten bestimmte Werte für die Skala  $\mu^2$  und  $\Lambda_{MS}$

ERT- Matrixelement	$\alpha_s(Q^2)$ Standard- parameter	$\alpha_s(\mu^2)$ optimierte Parameter
E	0.126	0.182
$E_0$	0.138	0.196
$\bar{p}$	0.147	0.212

Tabelle 5-VII: Aus den Daten bestimmte Werte von  $\alpha_s(\mu^2)$  für die Standardskala  $\mu^2 = Q^2$ , sowie für die in der Tabelle 5-VI aufgeführten optimierten Werte für  $\mu^2$  und  $\Lambda_{MS}$  nach Gleichung (3n)

mengefalteten Parameterpaaren gut beschrieben werden. Wie in Kap. 5.3 gezeigt, ist neben den fehlenden 4-Jet-Ereignissen in den Monte-Carlo-Sätzen für  $\mu^2 = Q^2$  auch die Beschreibung der Verteilungen von A, AP und  $p_T^{opt}$  unbefriedigend. Für die in Tabelle 5-VI zusammengefaßten  $(\mu^2, \Lambda_{MS})$ -Parameterpaare wurden diese Verteilungen ebenfalls mit den Daten verglichen. Die Abbildung 5-15 zeigt den Vergleich für die Akoplanarität und die Aplanarität, die Abbildung 5-16 für den Thrust und die Sphärizität und Abbildung 5-17 für die  $p_T^{opt}$ -Verteilung bei Anwendung des ERT  $E_0$ -Matrixelements. Die entsprechenden Verteilungen für die anderen beiden Matrixelemente sind im Anhang A3 zusammengefaßt.

In Tabelle 5-VIII sind die Ergebnisse der Berechnungen der  $\chi^2$  Summen für die Anzahl der berücksichtigten Freiheitsgrade zusammengefaßt. Für die in den Abbildungen 5-13 bis 5-14 ebenfalls eingetragenen Ergebnisse für die nur geringfügig

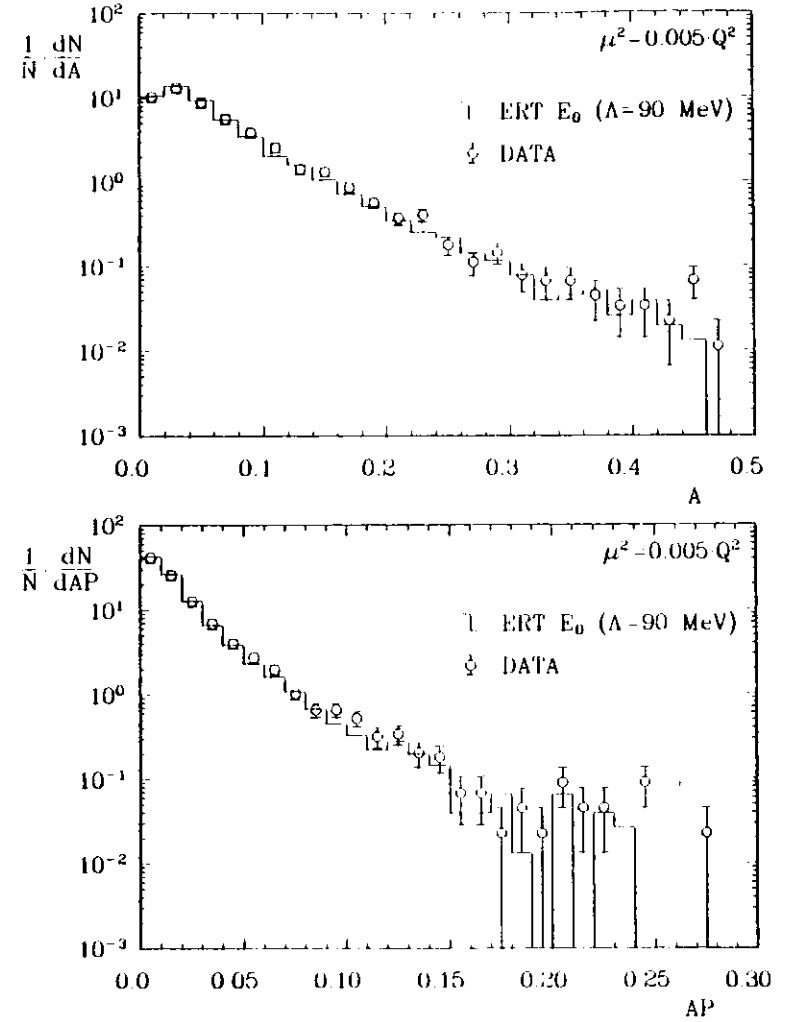


Abbildung 5-15: Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität A und der Aplanarität AP in den Daten und in den ERT  $E_0$  Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90$  MeV

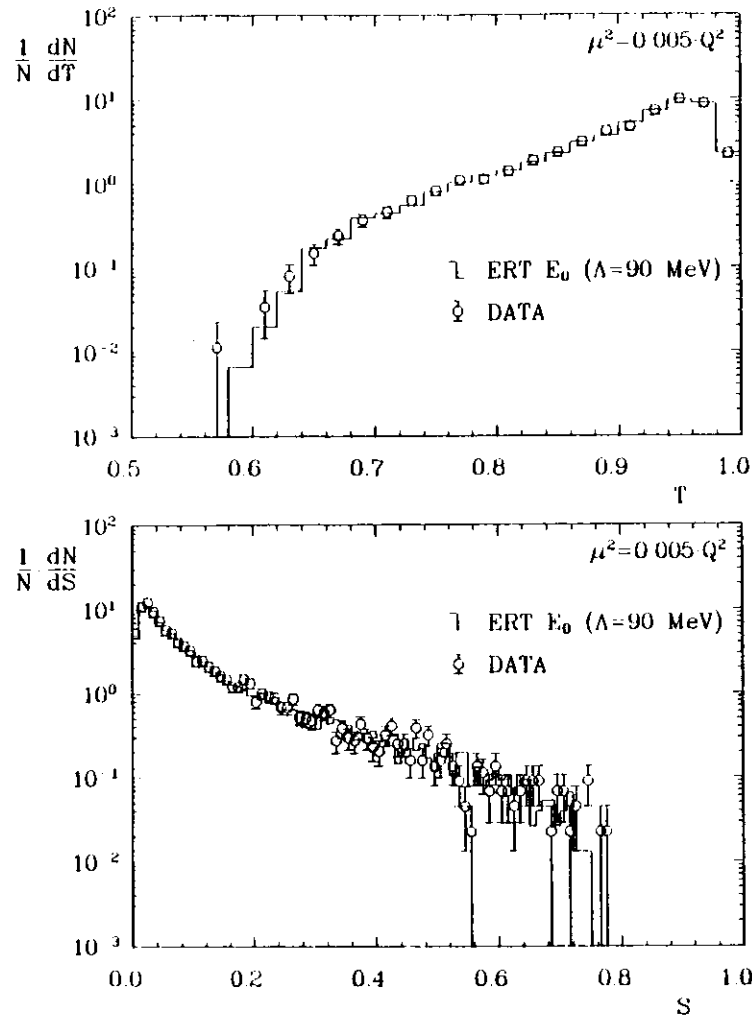


Abbildung 5-16: Vergleich der Verteilungen des Thrusts  $T$  und der Sphärizität  $S$  in den Daten und in den ERT  $E_0$ -Monte Carlo Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$

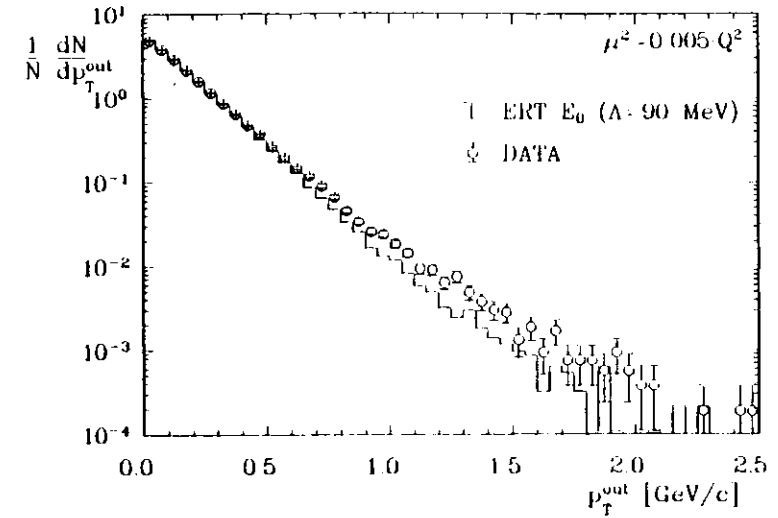


Abbildung 5-17: Vergleich der Verteilungen des Impulses senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{\text{out}}$  in den Daten und in den ERT  $E_0$  Monte-Carlo Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$

von den optimalen Parametern abweichenden Paare ergeben sich die in Tabelle 5-IX angegebenen Werte für die Güte der Anpassung. Diese Parametersätze ergeben neben der schlechteren Beschreibung der Jet Raten, bis auf den Fall des ERT  $p$ -Matrixelements für das lediglich  $\Lambda_{MS}$  geringfügig variiert wurde, auch eine schlechtere Beschreibung dieser Ereignisstruktur-Verteilungen.

Durch Beseitigung des 4-Jet-Defektes in den Monte-Carlo Ereignissen können nun auch die Verteilungen der Akoplanarität und Aplanarität gut beschrieben werden, während die  $p_T^{\text{out}}$ -Verteilung weiterhin große Abweichungen aufweist. Diese Diskrepanz ist damit nicht auf die in den Monte-Carlo Ereignissen fehlenden 4-Jet-Ereignisse zurückzuführen, sondern entweder in einer ungenügenden Optimierung von Parametern im Fragmentationsteil des LUND Monte-Carlo Programms oder

ERT-Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Meßgröße	$\chi^2/NDF$
E	0.001-Q <sup>2</sup>	30	A	34.34/24
			AP	28.57/25
			T	27.68/20
			S	75.96/78
			p <sub>T</sub> <sup>opt</sup>	285.42/46
E <sub>0</sub>	0.005-Q <sup>2</sup>	90	A	29.49/23
			AP	24.97/25
			T	12.18/21
			S	82.08/76
			p <sub>T</sub> <sup>opt</sup>	329.82/45
p	0.005-Q <sup>2</sup>	120	A	23.04/24
			AP	25.42/26
			T	30.54/21
			S	95.32/78
			p <sub>T</sub> <sup>opt</sup>	306.94/46

Tabelle 5 VIII: Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und p<sub>T</sub><sup>opt</sup>-Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung der optimierten Werte für  $\mu^2$  und  $\Lambda_{MS}$

in einer imperfekten Simulation der Auflösung des Detektors im Monte-Carlo-Programm zu suchen.

Da mit den in Tabelle 5-VI angegebenen Werten für  $\mu^2$  und  $\Lambda_{MS}$  alle untersuchten Jet-Raten gut beschrieben werden, können die Daten auf die in Kap. 5.1 dargestellten Effekte korrigiert werden, um so die in den Daten gemessenen korrigierten Jet-Raten zur systematischen Untersuchung des Einflusses der Skalenvariation auf die Jet-Raten in Kap. 5.6 heranziehen zu können.

ERT-Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Meßgröße	$\chi^2/NDF$
E	0.005-Q <sup>2</sup>	50	A	58.73/23
			AP	48.10/26
			T	30.25/21
			S	97.61/76
			p <sub>T</sub> <sup>opt</sup>	383.30/46
E <sub>0</sub>	0.001-Q <sup>2</sup>	70	A	43.52/24
			AP	23.20/27
			T	28.73/20
			S	95.99/75
			p <sub>T</sub> <sup>opt</sup>	243.54/45
p	0.005-Q <sup>2</sup>	150	A	18.02/24
			AP	26.63/27
			T	28.72/21
			S	92.40/77
			p <sub>T</sub> <sup>opt</sup>	248.10/45

Tabelle 5-IX: Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und p<sub>T</sub><sup>opt</sup>-Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung von den in den Abbildungen 5-13 bis 5-14 ebenfalls eingetragenen, nur geringfügig von den optimierten Werten abweichenden Werten für  $\mu^2$  und  $\Lambda_{MS}$

### 5.5 Entfaltung der Daten

Neben den zur Erstellung der Abbildungen 5-13 bis 5-14 erzeugten Sätzen von vollständigen Monte-Carlo Ereignissen wurden drei Monte-Carlo Sätze generiert, in denen nur die Schritte der Erzeugung der Partonen nach den in Kap. 4.2 bestimmten ERT-Matrixelementen für die in Tabelle 5-VI zusammengefaßten Werte für die Skala  $\mu^2$  in der Kopplungskonstanten und der QCD-Skala  $\Lambda_{MS}$  und die anschließende Fragmentation im-LUND String-Schema durchgeführt wurden.

Mit den jeweils aus diesen beiden Monte-Carlo-Sätzen folgenden Korrekturfaktoren  $\frac{\sigma_{MC1}^{MC1}}{\sigma_{MC2}^{MC1}}$ ,  $\frac{\sigma_{MC1}^{MC1}}{\sigma_{MC2}^{MC1}}$ ,  $\frac{\sigma_{MC1}^{MC1}}{\sigma_{MC2}^{MC1}}$  für die ERT E-, ERT E<sub>0</sub> und ERT p-Matrixelemente wurden die in den Daten gemessenen Jet-Raten korrigiert. Diese Korrekturfakto-

ren  $\frac{\sigma_{\text{FRAG}}^{\text{MC}}}{\sigma_{\text{FRAG}}^{\text{Data}}}$  und  $\frac{\sigma_{\text{FRAG}}^{\text{Data}}}{\sigma_{\text{FRAG}}^{\text{MC}}}$ ,  $n = 2,3,4$  sind für das Beispiel des ERT  $E_0$ -Matrixelementes in der Abbildung 5-18 dargestellt.

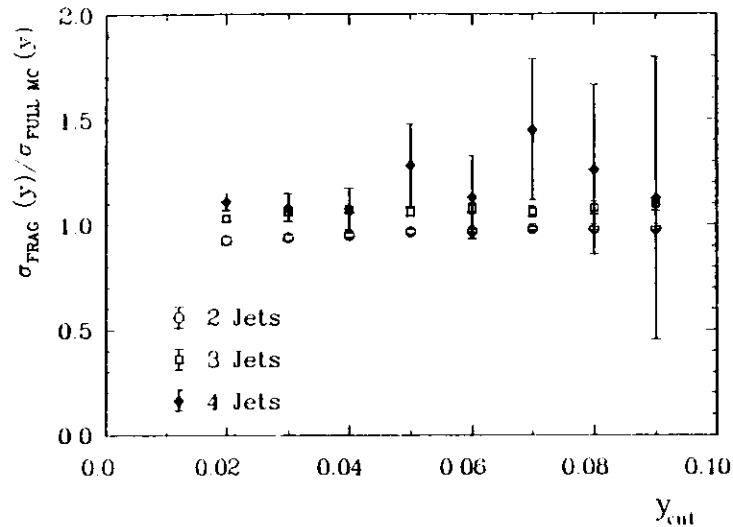


Abbildung 5-18: Korrekturfaktoren zur Korrektur der QED- und Detektoreinflüsse in den Daten als Funktion der Jet-Auflösung  $y_{\text{cut}}$ , bestimmt mit dem ERT  $E_0$ -Matrixelement, der Skala  $\mu^2 = 0,005 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$

Für den in die Abbildung 5-18 eingehenden vollständigen Monte-Carlo-Satz wurden etwa 9000 Ereignisse nach Anbringung aller Selektionsschnitte akzeptiert. Trotz dieser großen Anzahl ist der Korrekturfaktor für die 4-Jet Rate für große Werte von  $y_{\text{cut}}$  ( $y_{\text{cut}} = 0,05$ ), aufgrund der sehr kleinen 4-Jet-Rate in diesem Bereich, mit großen Fehlern behaftet. Außerdem ist deren Korrekturfaktor systematisch zu etwas größeren Werten hin verschoben. Inwieweit diese Verschiebung nur auf mangelnde Statistik oder auf physikalische Gegebenheiten zurückzuführen ist, kann nur in einer Analyse mit wesentlich größerer Statistik entschieden werden. In Tabelle 5 X ist die für die jeweilige Wahl von  $\mu^2$  und  $\Lambda_{MS}$  in dieser Analyse

verwendete Anzahl von Monte-Carlo-Ereignissen zusammengefaßt. Da die vorlie-

Matrixelement	Skala $\mu^2$ $Q^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]	Anzahl akzeptierte Ereignisse
ERT E	0.001	30	4508
	0.005	50	8700
	y	50	6074
	1	50	7560
	1	150	10568
ERT $E_0$	1	250	4517
	0.001	70	4517
	0.005	90	8907
	y	90	3048
	$\mu_{\text{opt}2}^2$	90	6091
	$\mu_{\text{opt}3}^2$	120	4595
	1	150	4790
ERT $\bar{p}$	1	250	12187
	1	350	4566
	0.005	120	7459
	0.005	150	9156
	y	150	6554
	1	200	4473
	1	350	8457
1	500	9175	

Tabelle 5-X: Anzahl akzeptierter vollständiger Monte-Carlo Ereignisse nach Anbringung der Selektionsschnitte

gende Analyse sehr viel Rechenzeit benötigt, konnten jedoch nicht mehr Ereignisse erzeugt werden, um auch in diesem Bereich mehr Ereignisse zur Verfügung zu haben.

Mit diesen Korrekturfaktoren wurden die in den Daten gemessenen Jet Raten korrigiert. Auf die korrigierten Daten schließlich wurden die für die betrachteten Werte der Jet Auflösung  $y_{\text{cut}}$  ( $0,02 < y_{\text{cut}} < 0,09$ ) mit nichtverschwindender 4-Jet Rate bestimmten invertierten Auflösungsmatrizen  $A^{-1}$  angewendet und so die nach Entfaltung der Detektoreffekte, der QED Korrekturen und des Parton-Jet Übergangs gewonnenen korrigierten Jet Raten als Funktion der Jet-Auflösung

bestimmt. Durch die vorgenommene Entfaltung werden auch die möglicherweise bestehenden Unterschiede zwischen  $y_{min}$  auf der Parton-Ebene und  $y_{cut}$  auf der Jet-Ebene berücksichtigt. Die korrigierten Jet-Raten werden somit als Funktion der Auflösung  $y_{min}$  bestimmt. Zusätzlich zu den oben erläuterten sichtbaren Effekten aufgrund der geringen Anzahl von 4-Jet-Ereignissen für  $y_{cut} = 0.05$  führt die kleine Zahl von Ereignissen selbst zu sehr kleinen Werten für die Determinanten der zu invertierenden Auflösungsmatrizen. Auch hierdurch sind numerische Ungenauigkeiten bei der Inversion für große Werte von  $y_{cut}$  nicht auszuschließen. Für eine Jet Auflösung von z.B.  $y_{cut} = 0.04$  ergibt sich für das ERT  $E_0$  Matrixelement mit den Parametern  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$  die Auflösungsmatrix  $A$  zu

$$A = \begin{pmatrix} 0.863 & 0.214 & 0.041 \\ 0.136 & 0.764 & 0.472 \\ 0.001 & 0.023 & 0.488 \end{pmatrix}$$

und ihre inverse  $A^{-1}$  zu

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1.212 & 0.210 & 0.007 \\ 0.346 & 1.410 & 0.065 \\ 0.231 & -1.342 & 2.111 \end{pmatrix}$$

Das Ergebnis der Entfaltung sollte nicht von dem zur Korrektur herangezogenen Matrixelement im Monte-Carlo Generator abhängen. Abbildung 5-19 faßt das Ergebnis der Entfaltung der Daten bei Verwendung der drei verschiedenen Matrixelemente zusammen. Im Rahmen der Fehler ergibt sich eine sehr gute Übereinstimmung der korrigierten Jet-Raten.

In der Abbildung 5-20 sind die in den Daten gemessenen Jet-Raten und die nach der Korrektur der Daten mit Hilfe des ERT  $E_0$  Matrixelementes bestimmten korrigierten Jet-Raten (Parton-Raten) unter der Annahme  $y = y_{min} = y_{cut}$  gemeinsam dargestellt. Trotz der großen Fehler der Korrekturfaktoren (siehe Abbildung 5-18) für die 4-Jet-Rate in diesem Bereich sind die Fehler der korrigierten 4-Jet-Rate aufgrund der Korrelation der Fehler aller Jet-Raten relativ zu den Fehlern der Korrekturfaktoren klein. Bis auf den Bereich von  $y \leq 0.05$  für die 4-Jet-Parton-Rate stimmen die mit dem YCLUS-Algorithmus rekonstruierten Jet-Raten sehr gut mit den Parton-Raten überein. Wie in Kapitel 5.2 beschrieben, konnte der YCLUS-Algorithmus durch geeignete Wahl der Definition der skalierten Masse so optimiert werden, daß Jet- und Parton-Raten übereinstimmen. Diese Eigenschaft zeichnet den YCLUS-Algorithmus gegenüber anderen Algorithmen wie z.B. dem an die  $(\epsilon, \delta)$ -Auflösungskriterien angelegten Algorithmus von Daum et al. [66] aus, der für mit den hier untersuchten  $y_{cut}$ -Werten vergleichbare Auflösungen signifikant kleinere 3- und 4-Jet-Raten liefert (siehe z.B. Ref. [67]).

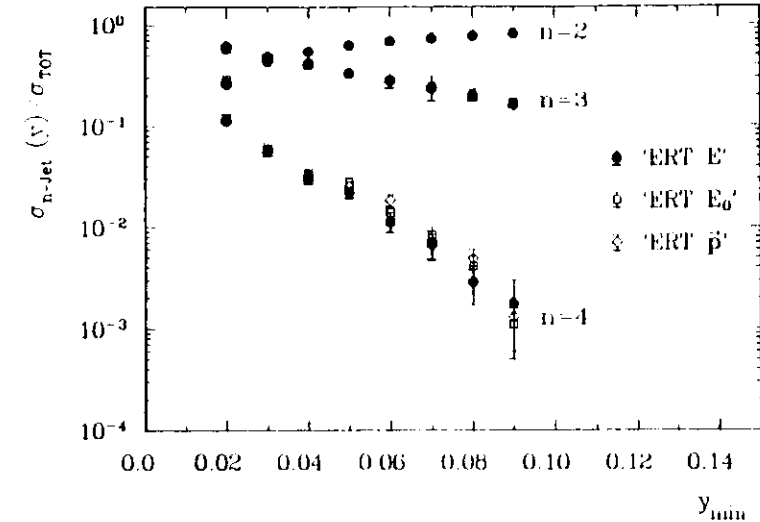


Abbildung 5-19: Vergleich der korrigierten Jet-Raten als Funktion von  $y_{min}$  in Abhängigkeit vom zur Korrektur verwendeten Matrixelement

Die Vorhersagen im Rahmen der QCD ergeben aufgrund des Bremsstrahlungsspektrums für die abgestrahlten Gluonen eine monoton fallende 4-Parton-Rate. Da die in den Daten gemessenen Jet-Raten keine Abweichung von diesem Verhalten zeigen ist es wahrscheinlich, daß nur die nicht ausreichende Statistik von Monte-Carlo-Ereignissen bei der Bestimmung der Korrekturfaktoren und die geringe Statistik in den Daten für die Abweichung in dem Bereich von  $y = 0.05$  verantwortlich sind. In Tabelle 5-XI sind die mit dem ERT  $E_0$  Matrixelement korrigierten Jet-Raten als Funktion der Jet-Auflösung zusammengefaßt.

Unter Verwendung der korrigierten Jet-Raten wurde die im nächsten Abschnitt beschriebene ausführlichere Untersuchung des Einflusses der Skalenvariation auf die Jet-Raten und die Abschätzung der mit den Daten verträglichen Variationsbreite von  $\Lambda_{MS}$  und  $\mu^2$  durchgeführt.

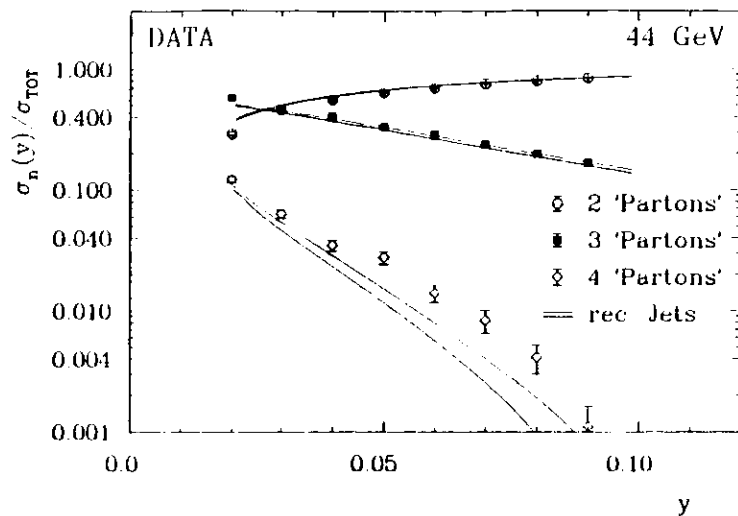


Abbildung 5-20: Vergleich der in den Daten gemessenen und den korrigierten Jet-Raten (Parton-Raten) als Funktion von  $y$  ( $y_{min} = y_{cut}$ )

### 5.6 Studien auf Parton-Ebene

Zur Abschätzung des mit den Daten verträglichen Variationsbereiches der Skala  $\mu^2$  in der Kopplungskonstanten und der QCD-Skala  $\Lambda_{MS}$  wurden für andere als die in Tabelle 5-VI zusammengefaßte Parameterpaare die Parton-Wirkungsquerschnitte bestimmt und mit den korrigierten Jet-Raten in den Daten verglichen. Wie in Kap. 4.2 beschrieben wurde, sind aufgrund der nicht im Monte-Carlo Programm enthaltenen Möglichkeit der Fragmentation von Ereignistopologien der Form  $(q\bar{q})gg$ , systematische Unsicherheiten von etwa 1% in den Wirkungsquerschnitten enthalten. Die Monte-Carlo-Jet-Wirkungsquerschnitte auf der Parton-Ebene, die der Korrektur der Daten unterliegen, entsprechen damit nicht genau den berechneten QCD-Jet-Wirkungsquerschnitten (vgl. Kap. 4.2). Es wurden daher für jedes Pa-

Auflösung $y$	$\sigma_2(y)/\sigma_{TOT}$	$\sigma_3(y)/\sigma_{TOT}$	$\sigma_4(y)/\sigma_{TOT}$
0.02	.2925 ± .0093	.5839 ± .0105	.1236 ± .0071
0.03	.4611 ± .0098	.4756 ± .0106	.0633 ± .0050
0.04	.5572 ± .0097	.4081 ± .0105	.0347 ± .0036
0.05	.6386 ± .0094	.3338 ± .0100	.0276 ± .0034
0.06	.6972 ± .0090	.2888 ± .0097	.0140 ± .0022
0.07	.7526 ± .0086	.2391 ± .0090	.0083 ± .0018
0.08	.7966 ± .0081	.1994 ± .0085	.0041 ± .0011
0.09	.8318 ± .0077	.1672 ± .0081	.0011 ± .0005

Tabelle 5-XI: Korrigierte Jet-Raten

rameterpaar zwischen 50 000 und 70 000 Parton Ereignisse mit Hilfe des LUND Generators erzeugt, und dann die Parton-Wirkungsquerschnitte aus diesen Ereignissen bestimmt.

Der Vergleich der korrigierten Jet-Raten aus den Daten mit diesen Wirkungsquerschnitten für die Variation von  $\Lambda_{MS}$  und der fixierten Skala  $\mu^2$  auf die Werte aus Tabelle 5-VI zeigen die Abbildungen 5-21 bis 5-23.

Wie bereits in Kap. 5.4 diskutiert, müssen die Ergebnisse für das ERT E-Matrixelement aufgrund des unangepaßten Fragmentationsprogrammes mit Vorbehalt betrachtet werden. So ist auch die Übereinstimmung der Parton-Wirkungsquerschnitte für das Parameterpaar aus Tabelle 5-VI nicht sehr gut. Unter Berücksichtigung aller korrigierten Jet-Raten ist der in der Tabelle 5-XII aufgeführte Variationsbereich von  $\Lambda_{MS}$  mit den Daten verträglich. Unter Berücksichtigung der Probleme bei der Entfaltung für die 4-Jet-Rate können die korrigierten Jet-Raten für das ERT  $E_0$ - und das ERT  $p'$ -Matrixelement mit Werten aus dem ebenfalls in Tabelle 5-XII aufgeführten Variationsbereich beschrieben werden.

Für die in Tabelle 5-VI angegebenen Werte für  $\Lambda_{MS}$  wurde die Skala der Kopplungskonstanten in dem Bereich von  $0.001 \cdot Q^2$  bis  $Q^2$  variiert. Die Vergleiche mit den Daten zeigen die Abbildungen 5-24 bis 5-26.

Der unterschiedliche Effekt der Skalenvariation auf die 2- und 3-Jet-Rate im Vergleich zur 4-Jet-Rate nach den Gleichungen (3y) und (3z) ist deutlich erkenn-

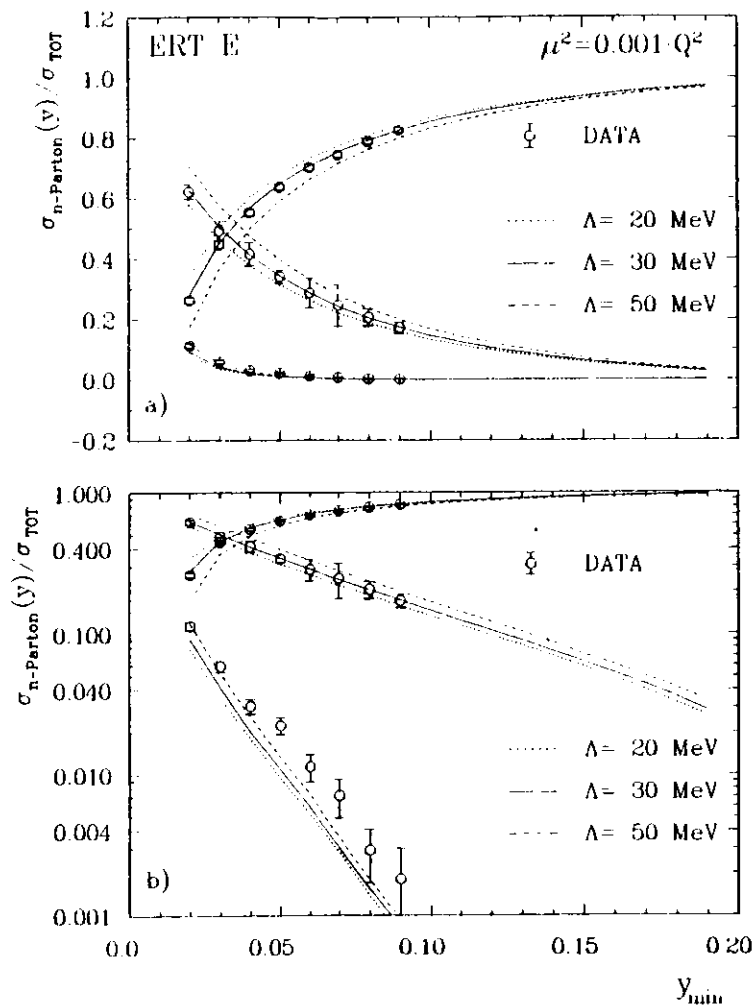


Abbildung 5-21: Vergleich der korrigierten 2-, 3- und 4 Jet-Raten in den Daten mit den Parton-Wirkungsquerschnitten des ERT E-Matrixelements für die Skala  $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$  und Werte von  $\Lambda_{MS}$  von 20, 30 und 50 MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

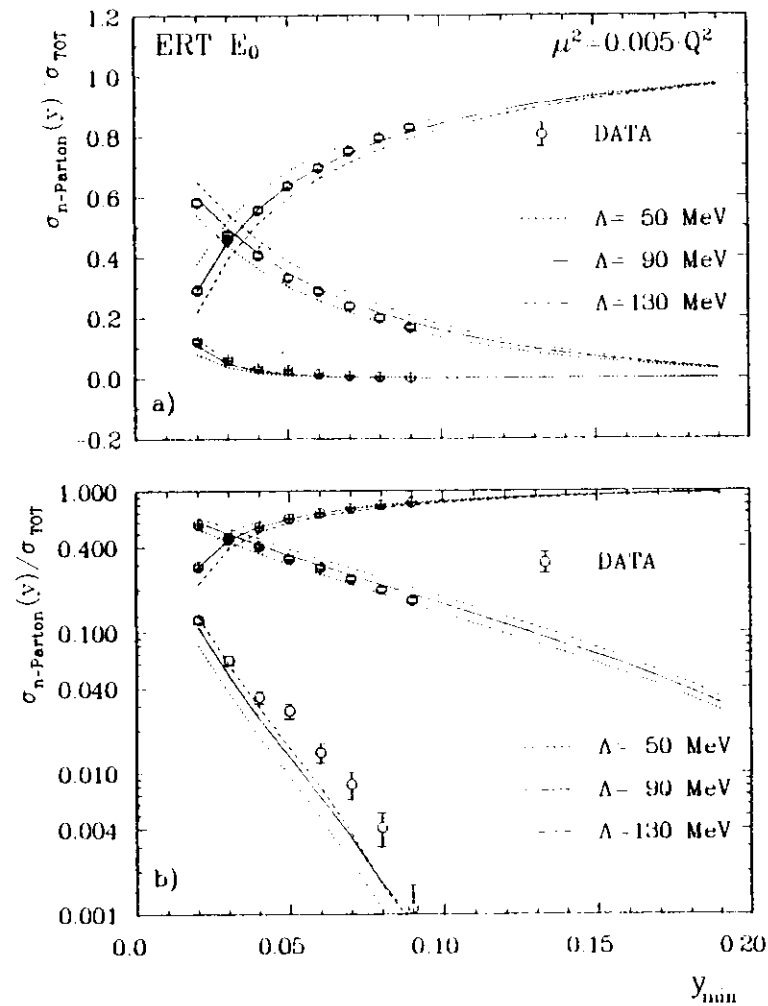


Abbildung 5-22: Vergleich der korrigierten 2-, 3- und 4 Jet-Raten in den Daten mit den Parton-Wirkungsquerschnitten des ERT  $E_0$ -Matrixelements für die Skala  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und Werte von  $\Lambda_{MS}$  von 50, 90 und 130 MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

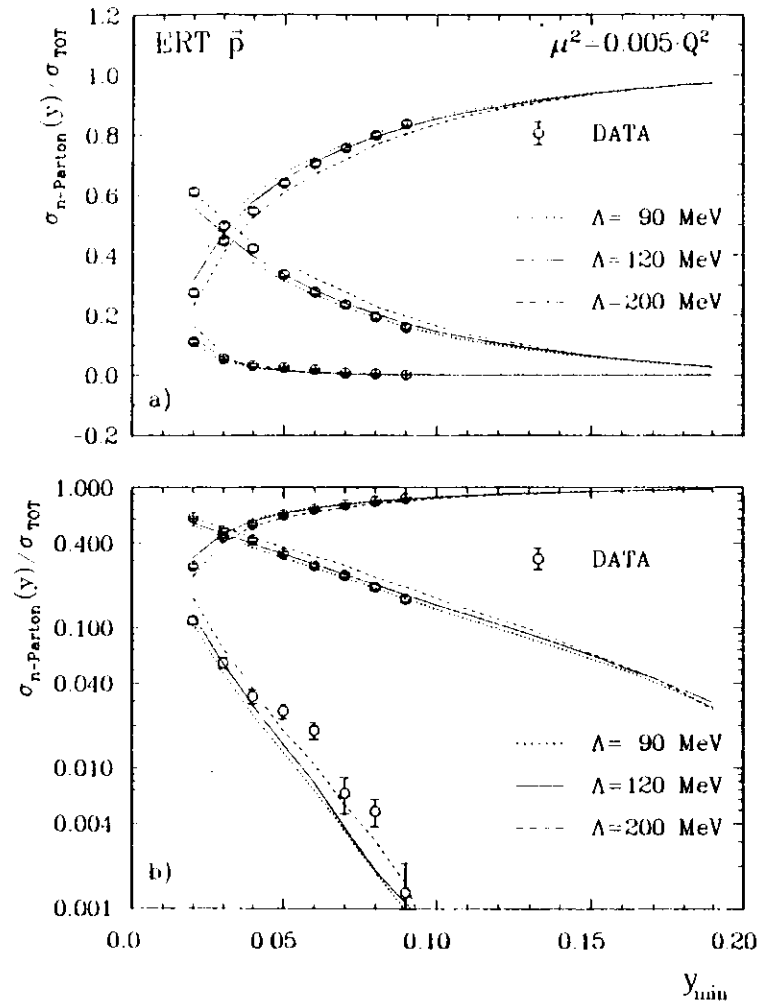


Abbildung 5-23: Vergleich der korrigierten 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den Parton-Wirkungsquerschnitten des ERT  $p$ -Matrixelements für die Skala  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und Werte von  $\Lambda_{\overline{MS}}$  von 90, 120 und 200 MeV mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

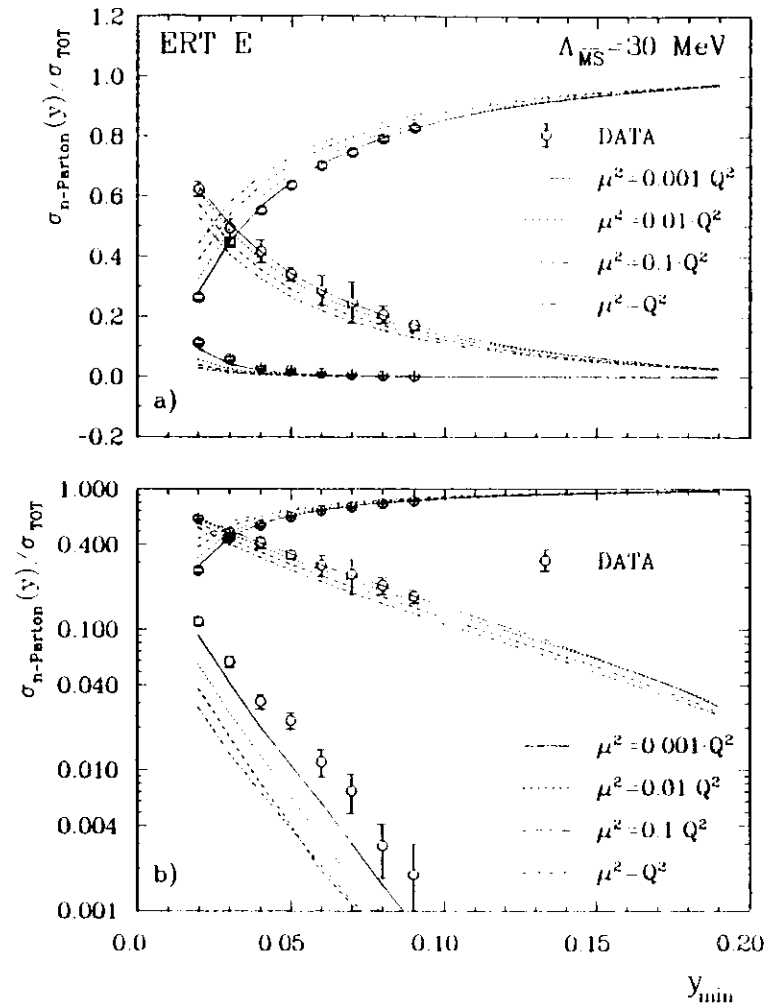


Abbildung 5-24: Vergleich der korrigierten 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den Parton-Wirkungsquerschnitten des ERT  $E$ -Matrixelements für  $\Lambda_{\overline{MS}} = 30 \text{ MeV}$  und Werte für die Skala  $\mu^2$  von  $0.001 \cdot Q^2$  bis  $Q^2$  mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate



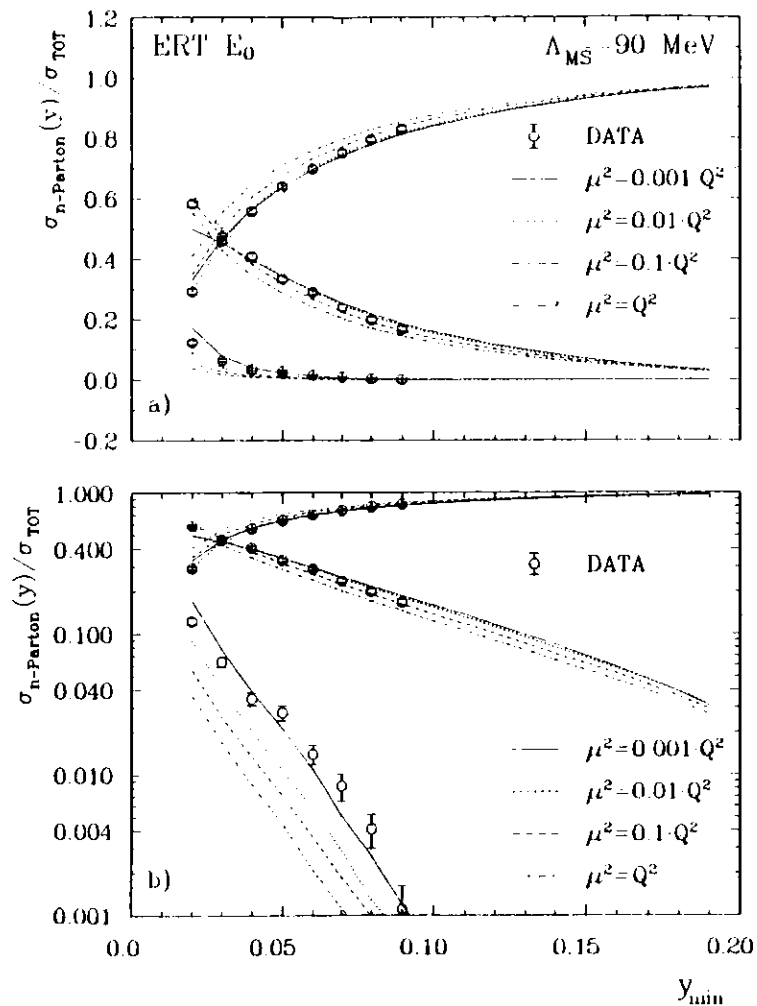


Abbildung 5-25: Vergleich der korrigierten 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den Parton-Wirkungsquerschnitten des ERT  $E_0$ -Matrixelements für  $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$  und Werte für die Skala  $\mu^2$  von  $0,001 \cdot Q^2$  bis  $Q^2$  mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

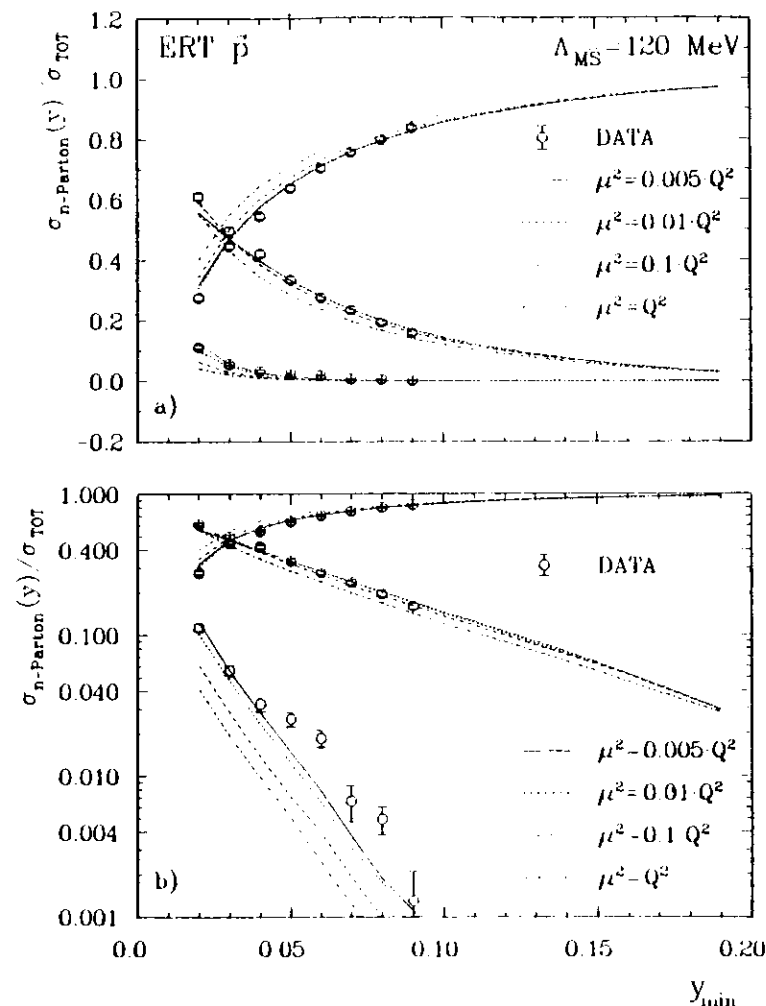


Abbildung 5-26: Vergleich der korrigierten 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten mit den Parton-Wirkungsquerschnitten des ERT  $p$ -Matrixelements für  $\Lambda_{MS} = 120 \text{ MeV}$  und Werte für die Skala  $\mu^2$  von  $0,005 \cdot Q^2$  bis  $Q^2$  mit a) linearer und b) logarithmischer Ordinate

ERT-Matrixelement	Skala $\mu^2$	$\Lambda_{MS}$ [MeV]
E	0.001-0.003- $Q^2$	20-50
$E_0$	0.003-0.007- $Q^2$	50-130
$\hat{p}$	0.003-0.01- $Q^2$	90-200

Tabelle 5-XII: Mit den in den Daten gemessenen Jet-Raten verträglicher Variationsbereich für die Skala der Kopplungskonstanten und der QCD-Skala  $\Lambda_{MS}$

bar. Während für den Skalenbereich von  $0.01 \cdot Q^2$  bis  $0.001 \cdot Q^2$  die 2- und 3-Jet-Rate praktisch konstant sind, zeigt die 4-Jet-Rate eine deutliche Veränderung bei Änderung der Skala in diesem Bereich. Da  $\Lambda_{MS}$  bei einer Variation der Skala in diesem Bereich zur Beschreibung der 3-Jet-Rate nicht geändert werden muß, ergeben sich praktisch die gleichen Ergebnisse für  $\Lambda_{MS}$  bei Verwendung von  $yQ^2$  oder der PMS-optimierten Skala. Dies entspricht der bei Verwendung der PMS-optimierten Skala erwarteten schwachen Abhängigkeit der physikalischen Größen von einer Änderung der Skala. Wiederum gibt es signifikante Diskrepanzen im Falle des ERT-E-Matrixelementes.

Aus der Abbildung 5-25 ist erkennbar, daß für eine sehr kleine Skala die Kompensation der Skalenverschiebung nach Gleichung (3y) nicht mehr funktioniert. Der Grund hierfür liegt darin, daß, wenn die Skala zu klein ist im Vergleich zu  $\Lambda_{MS}$ , Gleichung (3v) nicht mehr die Entwicklung von Gleichung (3u) nach  $\ln(\frac{Q^2}{\mu^2})$  darstellt. Es ergibt sich für

$$\alpha_s(\mu^2) \cdot \ln \frac{Q^2}{\mu^2} = \frac{2\pi}{\beta_0} \quad (5h)$$

ein negativer und damit unphysikalischer Wert für  $\alpha_s(Q^2)$ . Für das ERT  $E_0$ - und ERT  $\hat{p}$ -Matrixelement führen auch die Skalen von  $0.001 \cdot Q^2$ , bzw.  $0.005 \cdot Q^2$  bereits zu großen Werten für den Logarithmus in Gleichung (3v) und zu einem leichten Abknicken der 3-Jet-Rate bei kleinen Werten von  $y_{min}$ . Zur Beschreibung der 4-Jet-Rate ist jedoch eine möglichst kleine Skala zu wählen. Der mit den Daten verträgliche Variationsbereich der Skala zu kleineren als den in Tabelle 5-VI angegebenen Werten ist daher klein. Insgesamt kann der in Tabelle 5-XII angegebene Variationsbereich für die Skala in Abhängigkeit vom Matrixelement abgeschätzt werden.

## Kapitel 6

### Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der durchgeführten Analyse zusammenfassend dargestellt und beurteilt. Des weiteren wird ein Vergleich mit den Resultaten anderer Experimente durchgeführt und ein Ausblick gegeben.

#### 6.1 Matrixelemente und Wirkungsquerschnitte

Ziel der durchgeführten Analyse ist die Bestimmung der QCD-Skala  $\Lambda_{MS}$  aus dem Vergleich der Messung der 2-, 3- und 4-Jet-Wirkungsquerschnitte in den Daten bei einer Schwerpunktsenergie von 44 GeV mit den Vorhersagen der störungstheoretischen QCD. Die mit den Daten zu vergleichende theoretische Vorhersage muß im speziellen Fall der Analyse von Jet-Wirkungsquerschnitten Bestandteil des zur Beschreibung der nur phänomenologisch zugänglichen Hadronisierung der QCD-Quanten (Quarks und Gluonen) in Hadronen eingesetzten Simulationsprogrammes sein.

In der vorliegenden Analyse wurde das String-Fragmentationsmodell der LUND-Gruppe [13] als Simulationsprogramm gewählt. Als Ausgangspunkt der Fragmentationskaskade sind in diesem Computerprogramm die Ergebnisse der Berechnung von 3-Jet-Wirkungsquerschnitten und Matrixelementen in der Ordnung  $\alpha_s^2$  von Gutbrod, Kramer und Schierholz (GKS) [10] installiert. Da heute bekannt ist, daß in dieser Rechnung nicht zulässige Näherungen durchgeführt wurden, die um bis zu 15% zu kleine Jet-Wirkungsquerschnitte liefern, wurde das Ergebnis der für verschwindende Jet-Auflösung durchgeführten Rechnung von Ellis, Ross

und Terrano (ERT) [11] in eine im LUND-Programm anwendbare Form gebracht. Ausgangspunkt dafür waren die Ergebnisse einer von Ali und Barreiro [42,43,44] durchgeführten numerischen Integration dieser Matrixelemente.

Die dabei auftretende Mehrdeutigkeit der Matrixelemente und Jet-Wirkungsquerschnitte für die Produktion von 3-Jets aufgrund der nicht festgelegten Behandlung der Rekombination von zwei nichtaufgelösten Partonen zu einem neuen 'dressed' Parton, liefert eine große Unsicherheit in den theoretischen Vorhersagen. Während die beiden Rekombinationsschemata  $E_0$  und  $\bar{p}$  nur wenig unterschiedliche Wirkungsquerschnitte für die Produktion von 3-Jets vorhersagen, weicht die Vorhersage im E-Rekombinationsschema erheblich von diesen ab. Das in dieser Analyse verwendete  $\bar{p}$ -Rekombinationsschema liefert die gleichen Wirkungsquerschnitte wie das in der Analyse von Zhu [45] bereits 1983 angewendete Impulschema. Die Wirkungsquerschnitte zeigen in Abhängigkeit vom gewählten Rekombinationsschema Unterschiede von bis zu 20% (für eine Schwerpunktsenergie von 44 GeV und  $\Lambda_{MS} = 100$  MeV). Da zur Zeit sowohl von theoretischer als auch von experimenteller Seite kein Kriterium zur Auswahl eines der Rekombinationsschemata zur Verfügung steht, sind die dadurch auftretenden systematischen Unsicherheiten der Messung für den Vergleich mit den Rechnungen in der Ordnung  $\alpha_s^2$  von fundamentaler Natur und können für die vorliegende Analyse nicht reduziert werden. Bei dem Vergleich der Daten mit den Vorhersagen des ERT E-Matrixelements muß jedoch berücksichtigt werden, daß die aus einer Rekombination hervorgehenden massiven Partonen im Fragmentationsteil des LUND-Monte-Carlo-Programmes nicht als massiv aufgrund der vorangegangenen Rekombination erkannt werden.

Im Monte-Carlo-Generator ist der 2-Jet-Wirkungsquerschnitt nur durch die Normierung der Summe der 2-, 3- und 4-Jet-Wirkungsquerschnitte auf den totalen Wirkungsquerschnitt festgelegt, und der 4-Jet-Wirkungsquerschnitt in der Ordnung  $\alpha_s^2$  nur durch den rekombinationsunabhängigen Bornterm gegeben. Damit ergibt sich für den 2-Jet-Wirkungsquerschnitt im Monte-Carlo-Programm die gleiche Mehrdeutigkeit wie für den 3-Jet-Wirkungsquerschnitt.

Auch die auf analytischem Wege berechneten 3-Jet-Wirkungsquerschnitte in der neueren Rechnung von Kramer und Lampe [14,49] zeigen eine solche Mehrdeutigkeit der Lösung aufgrund der nicht festgelegten Parametrisierung des 4-Parton-Phasenraums in 3-Jet-Variablen. Die dabei auftretenden Differenzen in den 3-Jet-Wirkungsquerschnitten sind von vergleichbarer Größe wie die in dieser Analyse gefundenen Unterschiede für die verschiedenen Rekombinationsschemata. Eine von Gutbrod, Kramer, Rudolph und Schierholz [47] durchgeführte Studie der Einflüsse der Rekombination der weichen Partonen, basierend auf einer für verschwindende Jet-Auflösung durchgeführten exakten Rechnung in der Ordnung  $\alpha_s^2$ , kommt zu

einem vergleichbaren Resultat.

Eine weitere systematische Unsicherheit der Jet-Wirkungsquerschnitte und Matrixelemente wird durch die Nichtberücksichtigung eines Teils des in der Berechnung nicht-singulären Anteils am Wirkungsquerschnitt eingeführt. Die zu diesem Anteil des Wirkungsquerschnitts beitragenden Ereignistopologien können im LUND-Monte-Carlo-Programm nicht fragmentiert werden. Der Anteil dieser Ereignisse am gesamten 3-Jet-Wirkungsquerschnitt ist etwa 5%. Eine Berücksichtigung dieser Ereignistopologien in den Matrixelementen durch eine von der Jet-Auflösung abhängige Normierungsfunktion kann die Normierung der integrierten Matrixelemente auf den gesamten Wirkungsquerschnitt sicherstellen. Nur unter der Annahme der Gleichverteilung dieser Ereignisse im Phasenraum ergibt sich damit jedoch die korrekte dynamische Struktur der Ereignisse.

Zur Verringerung dieser systematischen Unsicherheiten könnte ein Parton-Generator eingesetzt werden, der die in Kap. 4.2 vorgenommene Rekombination von unaufgelösten Partonen beinhaltet. Dazu wären die ERT-Matrixelemente dann in einer anderen als der hier verwendeten Form bereitzustellen. Dies wäre zusätzlich von Vorteil, um auch die Einflüsse einer Änderung von  $\Lambda_{MS}$  oder der Skala  $\mu^2$  der Kopplungskonstanten auf die bestimmten Matrixelemente zu parametrisieren.

In dieser Analyse wurde aus Gründen der nur begrenzt zur Verfügung stehenden Rechenzeit nur der Einfluß des Auflösungsparameters  $y_{min}$  auf die Bestimmung der  $O(\alpha_s^2)$ -Korrekturmatriizen aus der Rechnung von Ellis, Ross und Terrano (ERT) [11] parametrisiert. Der Einfluß der Variation von  $\Lambda_{MS}$  auf die  $O(\alpha_s^2)$ -Korrekturmatriizen ist durch die nur logarithmische Abhängigkeit von  $\alpha_s$  und  $\Lambda_{MS}$  stark unterdrückt und ist für die vorliegende Analyse vernachlässigbar, da die Korrekturmatriizen für einen Wert von  $\Lambda_{MS}$  von 100 MeV, und damit im Rahmen der Fehler mit dem aus der Analyse folgenden Meßwert gewonnen wurden. Der Einfluß der Variation der Skala der starken Kopplungskonstanten auf die Bestimmung der Matrixelemente durch die geänderte relative Gewichtung der Beiträge der verschiedenen Ordnungen der Störungsreihenentwicklung nach Gleichung (3y) sollte für Untersuchungen, die im Gegensatz zu der vorliegenden Analyse nicht nur die totalen Wirkungsquerschnitte für die Produktion von Jets untersuchen, sondern bestimmt werden. Die Ergebnisse der vorliegenden Analyse werden durch mögliche geringfügige Änderungen der dynamischen Struktur der Partonen, bei gleichzeitiger Konstanz der totalen Wirkungsquerschnitte, nur gering beeinflusst werden.

Der Vergleich der aus der ERT-Rechnung folgenden 3-Jet-Wirkungsquerschnitte mit dem 3-Jet-Wirkungsquerschnitt der GKS-Rechnung ergibt erheblich größere

Wirkungsquerschnitte für die ERT-Matrixelemente. Bei einer Datenanalyse unter Verwendung der ERT-Matrixelemente ergeben sich also für vergleichsweise kleine Werte von  $\Lambda_{MS}$  von etwa 250 MeV gleich große 3-Jet-Wirkungsquerschnitte wie für die GKS-Rechnung und Werte für  $\Lambda_{MS}$  von 500 bis 620 MeV [61,62].

## 6.2 Vergleich von Daten und theoretischen Vorhersagen

Bei dem Vergleich der in den Daten gemessenen 2-, 3- und 4-Jet-Raten mit den Vorhersagen der störungstheoretischen QCD unter Verwendung von  $\alpha_s(Q^2)$  ( $Q^2 = s$ ) zeigen sowohl die von der JADE- [61] und TASSO-Kollaboration [62] durchgeführten Vergleiche mit der GKS-Rechnung für große Werte von  $\Lambda_{MS}$  ( $\Lambda_{MS} = 500$  MeV bzw.  $\Lambda_{MS} = 620$  MeV) als auch der hier durchgeführte Vergleich mit den Ergebnissen der ERT-Rechnung mit Werten von  $\Lambda_{MS}$  zwischen 150 und 350 MeV große Diskrepanzen in den 4-Jet-Raten. Wird nur die Übereinstimmung der 2- und 3-Jet-Rate als Maß für die Bestimmung von  $\Lambda_{MS}$  in der Ordnung  $\alpha_s^2$  verwendet und auf die korrekte Beschreibung der 4-Jet-Rate verzichtet, so ergibt sich für  $\Lambda_{MS}$

$$\Lambda_{MS} = 250^{+250}_{-200} \text{ MeV} \text{ oder } \alpha_s(Q^2) = 0.138^{+0.020}_{-0.031}$$

für  $Q^2 = 1936$  ( $\text{GeV}^2$ ) mit Gleichung (3n) als Definitionsgleichung für  $\Lambda_{MS}$  oder

$$\Lambda_{MS} = 266^{+276}_{-213} \text{ MeV}$$

mit Gleichung (3f) als Definitionsgleichung für  $\tilde{\Lambda}_{MS}$  und Berücksichtigung von Gleichung (3i) für den Zusammenhang zwischen  $\tilde{\Lambda}_{MS}$  und  $\Lambda_{MS}$  als der mit den Daten verträgliche Variationsbereich. Die angegebenen Fehler berücksichtigen nur die statistische Unsicherheit sowie die systematische Unsicherheit aufgrund der Mehrdeutigkeit der Jet-Wirkungsquerschnitte durch die Mehrdeutigkeit der Rekombinationsprozedur.

Die theoretische Vorhersage in der Ordnung  $\alpha_s^2$  für die Produktion von 4 aufgelösten Jets ist in allen Analysen identisch, und liefert selbst für den größten untersuchten Wert für  $\Lambda_{MS}$  von 620 MeV in der Analyse der TASSO-Kollaboration nicht genügend 4-Jet-Ereignisse. Zusätzlich zu diesen Problemen der Beschreibung der 4-Jet-Rate sind die in dieser Weise angewendeten Matrixelemente nicht in der

Lage, einige der in den Daten gemessenen Ereignisstrukturverteilungen wie z.B. die Verteilung der Akoplanarität und der Aplanarität wiederzugeben.

Diese Tatsachen führten in der Vergangenheit neben der Aussage, daß Matrixelemente in der Ordnung  $\alpha_s^2$  nicht in der Lage sind, die Daten bei den am PETRA-Speicherring erreichten Schwerpunktsenergien zu beschreiben, zu einer verstärkten Hinwendung zu den Parton-Schauer-Modellen [68,69]. Diese Modelle entwickeln, ausgehend vom primären  $\gamma^*qq$ -Vertex, über rekursive elementare Verzweigungen ( $q \rightarrow qg$ ,  $g \rightarrow gg$ ,  $g \rightarrow qq$ ), die in der führenden logarithmischen Approximation (LLA) berechnet werden können, einen Parton-Schauer. In diesen Modellen erstreckt sich der durch die QCD berechenbare Bereich über die Produktion der primären Quarks und Gluonen hinaus bis zu einem kleinen Abschneideimpuls  $Q_0$  ( $Q_0 \approx 1$  GeV), bis zu dem weitere Quarks und Gluonen durch die Schauerbildung produziert werden. Der phänomenologische Bereich der Fragmentation erstreckt sich damit nur auf einen sehr kleinen Teil des Impulsraumes.

Die Stärke dieser Modelle liegt in der Möglichkeit der Beschreibung auch höherer Partonmultiplizitäten, im Gegensatz zu den Fragmentationsmodellen mit exakten Matrixelementen, die in der Ordnung  $\alpha_s^2$  nur Partonmultiplizitäten bis 4 beschreiben können. Außerdem ist z.B. das LUND-Schauer-Modell [70] in der Lage die Verteilung der Aplanarität in den Daten zu beschreiben [63]. Da der störungstheoretische Bereich dieser Modelle jedoch nicht geschlossen dargestellt ist, ist der  $A_{LLA}$ -Parameter dieser Modelle nicht direkt mit dem  $\Lambda$ -Parameter, der in einer festen Ordnung der Störungsentwicklung definiert wird, vergleichbar.

Da die Berechnung der exakten Matrixelemente nur bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  durchgeführt wurden, sind diese von den zugrundegelegten Renormierungsschemata abhängig. Die Festlegung des Renormierungsschemas beinhaltet auch die Wahl des Renormierungspunktes und damit die Wahl der Skala  $\mu^2$  der laufenden Kopplungskonstanten. Die Freiheit der Wahl der Skala der Kopplungskonstanten entspricht einer Freiheit der Wahl des Entwicklungsparameters der Störungsreihenentwicklung.

Um eine sinnvolle Störungsreihenentwicklung zu erhalten, d.h. einen kleinen Entwicklungsparameter  $\alpha_s$  und kleine Beiträge der höheren Ordnungen, muß  $\mu^2 \propto Q^2$  gewählt werden. Damit wird das Auftreten von großen logarithmischen Termen in den Lösungen verhindert. Da die genaue Proportionalität nicht vorgegeben ist, sollten die dadurch auftretenden Mehrdeutigkeiten durch ein Stabilitätskriterium aufgelöst werden.

Ein solches Stabilitätskriterium ist das von Stevenson [53] vorgeschlagene 'Prinzip der minimalen Sensitivität' (PMS). Dieses Kriterium besagt, daß die optimale Vorhersage diejenige ist, die die gleiche Eigenschaft hat wie die Vorhersage der vollständigen Störungsreihe, nämlich die Unabhängigkeit vom Parameter  $\mu$ .

Das PMS-Kriterium wurde von Kramer und Lampe auf eine ihrer Berechnungen (KL2) des 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitts in der Ordnung  $\alpha_s^2$  [14,49] angewandt [55]. Sowohl aus der Berechnung des 2- als auch des 3-Jet-Wirkungsquerschnitts ergibt sich so eine Vorhersage für die optimierte Skala. Aufgrund der identischen 3-Jet Wirkungsquerschnitte der KL2-Rechnung und den in dieser Analyse bestimmten ERT  $E_0$ -Wirkungsquerschnitten wurden die aus dieser Rechnung folgenden Skalen zum Vergleich mit den Daten herangezogen. Da die Beiträge der Ordnung  $\alpha_s^2$  zu den 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitten relativ zu den Beiträgen der ersten Ordnung groß sind, ergeben sich bei einer Änderung der Skala in den Rechnungen auch signifikante Änderungen für diese Größen. Statt des für die Skala  $Q^2$  zur Beschreibung der 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitte notwendigen Wertes für  $\Lambda_{MS}$  von 250  $MeV$  ist mit den optimierten Skalen daher eine Beschreibung des 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitts in den Daten durch ein  $\Lambda_{MS}$  von 90  $MeV$  für die aus dem 2-Jet-Wirkungsquerschnitt und ein  $\Lambda_{MS}$  von 120  $MeV$  für die aus dem 3-Jet-Wirkungsquerschnitt bestimmte optimierte Skala möglich. Der Grund hierfür liegt in der Berücksichtigung von Teilen der höheren Beiträge zur Störungsentwicklung. Da die Störungsentwicklung zur Berechnung dieser Größe noch nicht ausreichend konvergiert, bewirken die formal lediglich von der Ordnung  $\alpha_s^2$  in die Rechnung einbezogenen Beiträge eine signifikante Änderung des Meßwertes für  $\Lambda_{MS}$ .

Bei der Anwendung der so optimierten Skalen wird die zwischen Daten und theoretischer Vorhersage bestehende Diskrepanz für die 4-Jet-Rate, gegenüber der Verwendung von  $Q^2$  als Skala, reduziert. Die verbleibenden Abweichungen belegen die Notwendigkeit der Berechnung der Beiträge höherer Ordnungen für diese Größe.

Da das PMS Stabilitätskriterium jedoch auch auf die Berechnungen anderer physikalischer Größen angewendet werden kann, ist der so aus den Daten bestimmte Wert von  $\Lambda_{MS}$  mit dem Ergebnis anderer Messungen, die die gleiche Optimierung der Störungsreihenentwicklung vorgenommen haben, vergleichbar. Aureche et al. [71] haben das PMS Stabilitätskriterium auf die Berechnung der  $\pi^0$ -Photoproduktion in Hadronstößen ( $\gamma p \rightarrow \pi^0 X$ ) angewendet und das Ergebnis der Berechnung mit den Meßdaten der NA14-Kollaboration [72] für eine mittlere Photon Labor-Energie von  $E_s^{LAB} = 80$   $GeV$  und transversalen Impulsen des  $\pi^0$  bis zu 4  $GeV/c$  verglichen. Eine Anpassungsrechnung zur Bestimmung von  $\Lambda_{MS}$  liefert das Resultat

$$\Lambda_{MS}^{N_f=4} = 120_{-50}^{+100} \text{ MeV} \quad [\text{NA14}].$$

Diesen Werten für  $\Lambda_{MS}$  liegen die Gleichungen (3f) und (3i) mit  $N_f = 4$  als Definitionsgleichungen für  $\Lambda_{MS}$  zugrunde. Durch Ausnutzen des von Marciano [28] berechneten Zusammenhangs zwischen der Definition von  $\Lambda_{MS}$  für 4 Quark-Sorten ( $N_f = 4$ ) und der Definition von  $\Lambda_{MS}$  für 5 Quark Sorten ( $N_f = 5$ ), wie in dieser Analyse verwendet, ergibt sich

$$\Lambda_{MS} = 75_{-30}^{+75} \text{ MeV} \quad [\text{NA14}].$$

In den theoretischen Rechnungen für diesen Prozeß sind üblicherweise Skalen für die Kopplungskonstante im Bereich zwischen  $\mu^2 = \frac{1}{2} Q^2$  und  $\mu^2 = 4p_T^2$  gewählt worden [71]. Die PMS Optimierung liefert Lösungen, die vergleichbar sind mit den Vorhersagen für  $\mu^2 = p_T^2 \lesssim 16 (GeV/c)^2$ .

Die von Kramer und Lampe [55] mit dem PMS Stabilitätskriterium gefundenen optimierten Skalen für die 2- und 3-Jet-Wirkungsquerschnitte in der Ordnung  $\alpha_s^2$  liefert in dieser Analyse vergleichbare Jet-Raten wie die Skala  $yQ^2$ . Für diese Skala ergibt sich nach Tabelle 5 IV (bzw. Tabelle 5 XII unter Berücksichtigung der Konstanz der 2- und 3-Jet Rate für Skalen  $\mu^2 = yQ^2$ , vgl. Kap. 5.6) ein Wertebereich für  $\Lambda_{MS}$  (nach Gleichungen (3f) und (3i)) von

$$\Lambda_{MS} = 106_{-60}^{+107} \text{ MeV} \quad [\text{JADE}].$$

Die zugrundeliegende Skala  $\mu^2$  zur Beschreibung der Jet Produktion ergibt sich mit einem mittleren  $y$  von 0.050 aus den Monte Carlo Studien zu  $0.050 \cdot Q^2 = 96.8 (GeV/c)^2$  und ist somit in der betrachteten 2. Ordnung der Störungsreihenentwicklung sehr viel kleiner als das Quadrat der Schwerpunktsenergie.

Die beiden Meßwerte für  $\Lambda_{MS}$  stimmen damit sehr gut überein und finden einen kleinen Wert für  $\Lambda_{MS}$  bei Anwendung des PMS-Kriteriums zur Bestimmung der optimierten Skala für die jeweilige Rechnung.

Für den totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt liegt mittlerweile eine Berechnung in der Ordnung  $\alpha_s^3$  vor [8]. Es ergibt sich ein sehr großer Beitrag zu dieser Größe in der 3. Ordnung<sup>91</sup>. Die Resultate dieser Rechnung wurden von den

<sup>91</sup>Bei einer Schwerpunktsenergie von  $\sqrt{s} = 34$   $GeV$  ergibt sich im  $MS$ -Renormierungsschema ein im Vergleich zum Beitrag der 2. Ordnung mehr als 2.5 mal so großer Beitrag der 3. Ordnung

Autoren auf die Resultate der von der CELLO-Kollaboration [5] durchgeführten Analyse der Energieabhängigkeit des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts unter Einbeziehung aller bei PETRA und PEP im Energiebereich zwischen 14 und 47 GeV gewonnenen Meßdaten angewendet. Bei Berücksichtigung der Gleichungen (3f) und (3i) bzw. Gleichungen (3g) und (3i) als Bestimmungsgleichungen für  $\Lambda_{MS}$ , in der Ordnung  $\alpha_s^2$  bzw.  $\alpha_s^3$  erhalten die Autoren einen sehr viel kleineren Wert für  $\Lambda_{MS}$  in der Ordnung  $\alpha_s^3$  verglichen mit dem Wert der sich aus der Analyse unter Berücksichtigung der Beiträge bis zur Ordnung  $\alpha_s^2$  ergibt. Die resultierenden Werte für  $\Lambda_{MS}$  sind in der Tabelle 6-I zusammengefaßt. In der Zwischenzeit wurde die Analyse von der CELLO-Kollaboration unter Berücksichtigung von zusätzlichen Daten und höherer Ordnung QED-Korrekturen wiederholt [6]. Eine weitere sehr detaillierte Analyse wurde von Marshall [7] durchgeführt. Die Resultate dieser Arbeiten für die Anpassung an die Daten im Energiebereich zwischen 14 und 52 GeV sind ebenfalls in der Tabelle 6-I eingetragen. Die Tendenz zu kleinen Meßwerten

Autoren	Energiebereich	$\sigma_{TOT}$ bis zur Ordnung $\alpha_s^2$ : $\Lambda_{MS}$ [MeV]	$\sigma_{TOT}$ bis zur Ordnung $\alpha_s^3$ : $\Lambda_{MS}$ [MeV]
Gorishny et al. [8]	14-47	$585^{+461}_{-320}$	$326^{+201}_{-169}$
Behrems et al. [6]	7-52	$545^{+420}_{-304}$	$306^{+242}_{-163}$
Marshall [7]	7-52	$431^{+469}_{-198}$	$196^{+210}_{-124}$

Tabelle 6-I: Aus dem totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt bestimmte Werte für  $\Lambda_{MS}$  in Abhängigkeit von der berücksichtigten Ordnung der theoretischen Vorhersage

für  $\Lambda_{MS}$  ist auch in der Analyse des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts R erkennbar. Neben der Berechnung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts in der Ordnung  $\alpha_s^3$  liegen auch schon zwei Berechnungen von 5-Jet-Wirkungsquerschnitten bzw. Amplituden aus den Baumgraphen für die Reaktion  $gg \rightarrow ggggg$  an den Hadron-Hadron-Speicherringen [31] und die Reaktion  $e^+e^- \rightarrow 5$  Jets an den  $e^+e^-$ -Speicherringen [30] vor. Der Vergleich dieser Resultate mit den Daten steht jedoch noch aus.

Der sehr große Beitrag der 3. Ordnung zu R zeigt an, das in der QCD auch ein kleiner Beitrag zur Störungsreihenentwicklung in der 2. Ordnung keine Garantie für kleinere Beiträge der unberücksichtigten Ordnungen ist. Um auf die Konvergenz der Störungsreihenentwicklung für R schließen zu können, müssen also die

Beiträge weiterer Ordnungen berechnet werden.

Die im Verlauf dieser Analyse durchgeführte Anpassung der Skala in der Kopplungskonstanten, so daß auch die in den Daten gemessene 4-Jet-Rate beschrieben werden kann, lieferte keine weitere Notwendigkeit für eine signifikante Änderung von  $\Lambda_{MS}$  gegenüber den mit dem PMS-Stabilitätskriterium gewonnenen Werten zur korrekten Beschreibung der 2- und 3-Jet-Rate. Durch eine weitere Verkleinerung der Skala gegenüber der PMS-optimierten bis hin zu  $\mu^2 = 0.001-0.01 \cdot Q^2$  konnte jedoch eine gute Beschreibung der 4-Jet-Rate erzielt werden. Ebenso können unter Verwendung dieser Skala in der Kopplungskonstanten die Ereignisstrukturverteilungen der Akoplanarität und Aplanarität gut beschrieben werden.

Die gute Beschreibung der gemessenen 2-, 3- und 4-Jet-Rate durch die vollständigen Monte-Carlo-Ereignisse eröffnete erstmals die Möglichkeit der Entfaltung der Detektoreffekte, der Einflüsse der Fragmentation und der Abstrahlung von Photonen im Anfangszustand und damit der Bestimmung von korrigierten Jet-Raten.

Die in dieser Analyse gefundene starke Abhängigkeit der Jet-Wirkungsquerschnitte von der Wahl der Skala der laufenden Kopplungskonstanten zeigt an, daß die Störungsreihenentwicklung für die Berechnung dieser Größen nicht ausreichend konvergiert. Die Möglichkeit, durch eine geeignete Wahl der Skala eine befriedigende Beschreibung der 2-, 3- und 4-Jet-Raten in den Daten zu erhalten, deutet jedoch darauf hin, daß der große fehlende Beitrag für den 4-Jet-Wirkungsquerschnitt bei Anwendung von  $\alpha_s(Q^2)$  gerade durch die Beiträge der fehlenden Glieder der Störungsreihenentwicklung gegeben ist und stützt somit die QCD als die zur Beschreibung der Daten gut geeignete Theorie.

Da durch eine geeignete Skalenwahl die Fragmentationsmodelle auf der Basis der exakten Matrixelemente für den Bereich  $y_{cut} < 0.02$  ( $m_J = 6 \text{ GeV}/c^2$ ) an die Daten anzupassen sind, können diese Modelle auch für die bei hohen Energien ( $\sqrt{s} = 90 \text{ GeV}$ ) in naher Zukunft beginnenden Experimente an den Beschleunigern SLC, LEP und HERA in diesem Auflösungsbereich eingesetzt werden. Der Bereich  $y < 0.02$  wird aufgrund der dort auftretenden 5- und Mehr-Jet-Ereignisse in der Ordnung  $\alpha_s^2$  nicht beschreibbar sein<sup>6)</sup>. Die ermittelte Skala zur besten Beschreibung der Jet-Raten liegt für die untersuchte Schwerpunktsenergie von 44 GeV zwischen 2 und 20  $(\text{GeV}/c)^2$  und ist damit von gleicher Größe oder nur wenig größer als die Skala der Fragmentation. Ein weiterer Vorteil der höheren Energien wird in der klareren Separation von Fragmentations- und Jet-Produktionsskala für

<sup>6)</sup>Für eine Schwerpunktsenergie von 90 GeV ist für eine minimale Massenauflösung von  $6 \text{ GeV}/c^2$  ein Bereich in der skalierten invarianten Masse bis zu  $y = 0.001$  zugänglich

die betrachtete Ordnung  $\alpha_s^4$  liegen.

Abschließend muß noch einmal die dringende Notwendigkeit der Berechnung der  $O(\alpha_s^3)$  Beiträge zu den Jet-Wirkungsquerschnitten hervorgehoben werden. Solange diese Forderung nicht erfüllt ist, werden die Aussagen über die Richtigkeit der QCD-Vorhersagen darin liegen, daß optimierte theoretische Vorhersagen (z.B. unter Anwendung des PMS-Kriteriums), die nur von  $\Lambda$  abhängen, mit verschiedenen Experimenten übereinstimmen.

## Kapitel 7

### Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden die in der  $e^+e^-$  Annihilation bei 44 GeV Schwerpunktsenergie mit dem JADE-Detektor gemessenen 2-, 3- und 4-Jet-Raten untersucht.

Zum Vergleich mit den theoretischen Rechnungen in der Ordnung  $\alpha_s^2$  wurden auf der Basis der von Ali und Barreiro durchgeführten numerischen Integration des exakten Matrixelements von Ellis, Ross und Terrano (ERT) vollständige Matrixelemente zur Verwendung im LUND-Monte-Carlo-Programm bestimmt. Die Einführung von Auflösungskriterien in die ERT-Rechnung resultiert aufgrund der nicht festgelegten Rekombination von unaufgelösten Partonen zu neuen Partonen in einer Mehrdeutigkeit des Matrixelements und des Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3-Jets. Es wurden drei Rekombinationsschemata E, E<sub>0</sub> und p<sub>1</sub> untersucht. Die drei resultierenden Matrixelemente mußten für die im Monte-Carlo-Programm fehlenden Ereignistopologien der Form gg $\bar{q}$ , die durch die Rekombination aus 4-Parton-Ereignissen mit einem unaufgelösten qq-Paar erzeugt werden, korrigiert werden. Die Ergebnisse des E-Rekombinationsschemas müssen aufgrund der Nichtberücksichtigung der Masse des durch die Rekombination gebildeten Partons im Monte-Carlo-Programm mit Vorzeichen betrachtet werden.

Mit den so bestimmten Matrixelementen konnte unter Verwendung des Quadrats des Impulsübertrages  $Q^2$  als Skala der laufenden Kopplungskonstante nur eine sehr unvollständige Anpassung an die gemessenen Jet-Wirkungsquerschnitte vorgenommen werden.

Die Verwendung der Skalen  $yQ^2$  oder  $xQ^2$  mit einem sehr kleinen  $x$  zwischen 0.003 und 0.01 dagegen liefert eine gute Anpassung an die in den Daten gemessenen

Jet-Raten. Auf diese Weise konnten neben den 2-, 3- und 4-Jet-Raten auch die Ereignisstrukturverteilungen der Akoplanarität und Aplanarität gut beschrieben werden. Die Verteilung der Impulse aus der Ereignisebene  $p_T^{eff}$  dagegen konnte nicht befriedigend beschrieben werden. Unter Nichtberücksichtigung der mit dem ERT E-Matrixelement gewonnenen Ergebnisse ergibt sich damit ein Meßwert für  $\Lambda_{MS}$  von

$$\Lambda_{MS} = 127^{+88}_{-76} \text{ MeV} \text{ oder } \alpha_s(Q^2) = 0.122^{+0.011}_{-0.015}$$

für  $Q^2 = 1936 \text{ (GeV}^2\text{)}$ . Der angegebene Fehler beinhaltet die statistische Unsicherheit und den Fehler aufgrund der Mehrdeutigkeit des 3-Jet-Wirkungsquerschnitts. Systematische Unsicherheiten aufgrund der Beschränkung der Analyse auf den äußeren Rahmen des LUND-String-Fragmentationsmodells wurden in der vorliegenden Analyse nicht studiert. Die Verwendung von Skalen, die durch Anwendung des 'Prinzips der minimalen Sensitivität', wie von Stevenson vorgeschlagen, aus den von Krämer und Lampe berechneten Wirkungsquerschnitten für die Produktion von 2- und 3-Jets in der Ordnung  $\alpha_s^2$  bestimmt wurden, ergeben eine mit der Skala  $yQ^2$  vergleichbare Anpassung an die Daten.

Aufgrund der guten Beschreibung der Daten durch den theoretischen Ansatz konnte eine Entfaltung der Detektoreffekte, der Einflüsse der Fragmentation und der Abstrahlung von Photonen im Anfangszustand aus den Daten vorgenommen werden. Die korrigierten Jet-Raten können direkt zum Vergleich mit weiteren theoretischen Rechnungen herangezogen werden.

Die störungstheoretische QCD ist somit in der Ordnung  $\alpha_s^2$  in der Lage, die hier untersuchten physikalischen Größen 2-, 3- und 4-Jet-Rate, sowie die Verteilungen der Akoplanarität und Aplanarität gut zu beschreiben. Dies ist eine wichtige Bestätigung der QCD.

Die großen Beiträge der Ordnung  $\alpha_s^2$  zu den Jet-Wirkungsquerschnitten bewirken eine große Sensitivität des aus dem Vergleich mit den Daten bestimmten Meßwertes für  $\Lambda_{MS}$  von der Skala der Kopplungskonstanten und damit vom Entwicklungsparameter der Störungsreihenentwicklung. Die Größe der berechneten Beiträge der Ordnung  $\alpha_s^2$  zum totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt zeigt, daß möglicherweise auch die Jet-Wirkungsquerschnitte große Korrekturen in der Ordnung  $\alpha_s^3$  erhalten werden. Zur besseren Beschreibung der Daten sind daher vorrangig die Berechnung der Beiträge der Ordnung  $\alpha_s^3$  notwendig. Nur mit diesen Rechnungen können mit den zukünftigen Experimenten signifikante Beiträge zur Prüfung der Richtigkeit der QCD-Vorhersagen gemacht werden.



# Anhang

## A1 Dalitz-Verteilungen

In diesem Anhang sind die Dalitz Verteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte

$$\frac{d^2\sigma_3^{\text{Born}}(x_1, x_2)}{dx_1 dx_2}$$

und

$$\frac{d^2\sigma_3^{O(\alpha_s + \alpha_s^2)}(x_1, x_2)}{dx_1 dx_2},$$

sowie die aus diesen Verteilungen gewonnenen Korrekturmatriizen  $G$  nach

$$\frac{d^2\sigma_3^{O(\alpha_s + \alpha_s^2)}(x_1, x_2, cut)}{dx_1 dx_2} = \frac{d^2\sigma_3^{\text{Born}}(x_1, x_2, cut)}{dx_1 dx_2} [1 + \frac{\alpha_s}{\pi} G(x_1, x_2, cut)]$$

und deren relativen Fehler  $|\frac{\partial G}{G}|$  für die ERT  $E_+$ , die ERT  $E_0$  und die ERT  $p$ -Rechnung für die Auflösungen  $y_{min} = y = 0.015, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05$  und  $0.06$  zusammengefaßt.

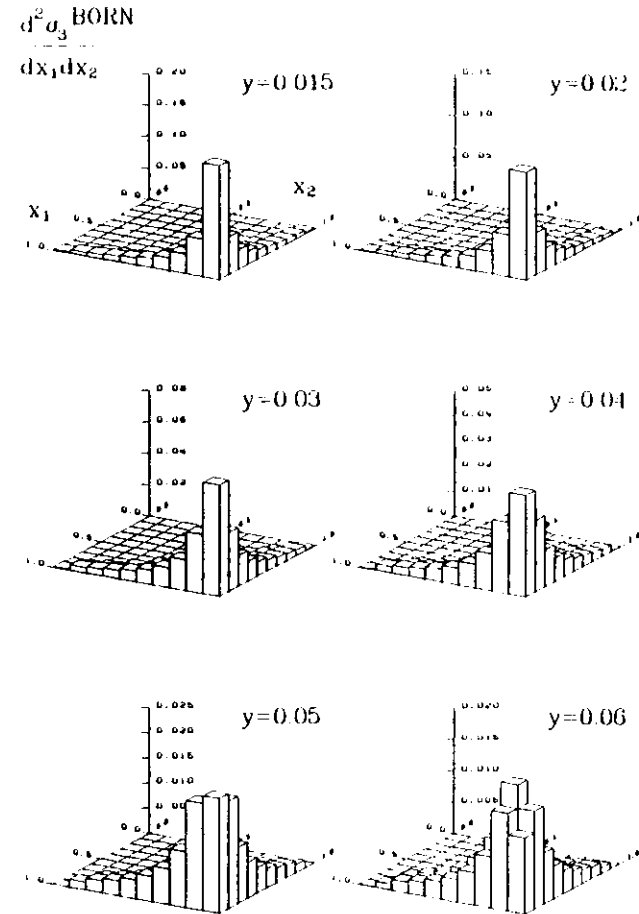


Abbildung A1.1: Dalitz-Verteilungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3-Jets in der Ordnung  $\alpha_s$ .

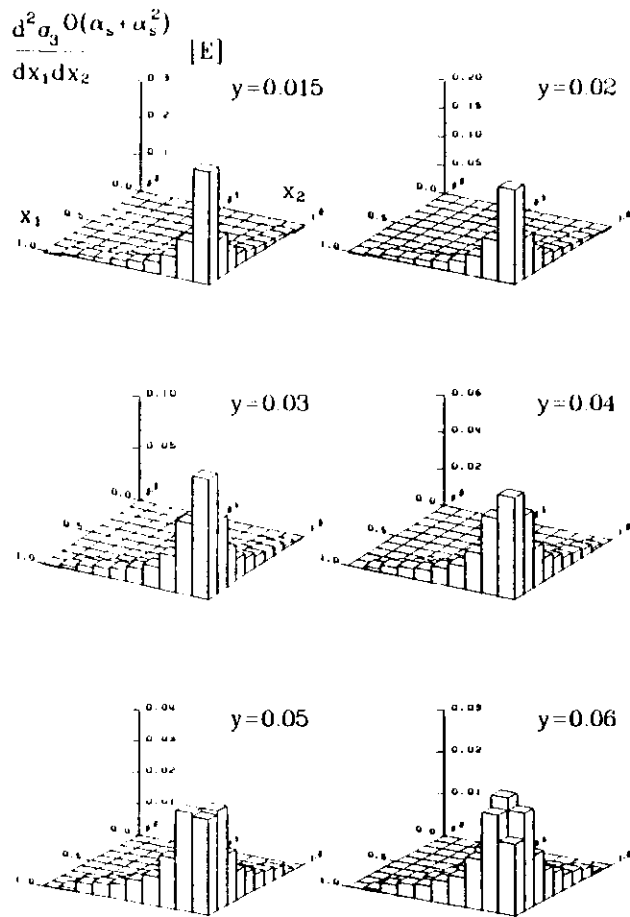


Abbildung A1-2: Dalitz-Verteilungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3-Jets der Ordnung  $(\alpha_s + \alpha_s^2)$  für  $y_{\min} = y = 0.015$  bis 0.06 im Rekombinationsschema E

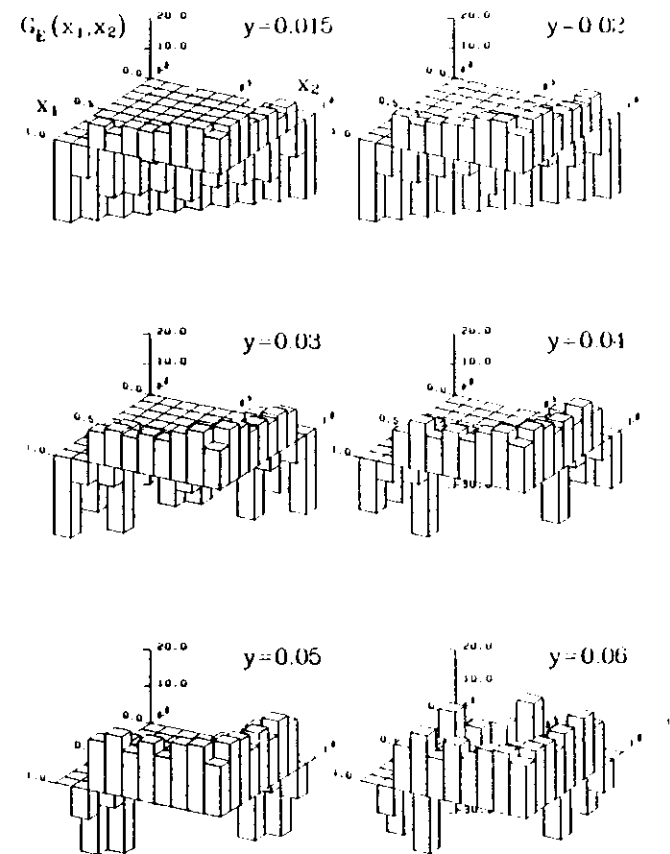


Abbildung A1-3: Dalitz-Verteilungen für die Korrekturmatrix  $G$  im Rekombinationsschema E für  $y_{\min} = y = 0.015$  bis 0.06

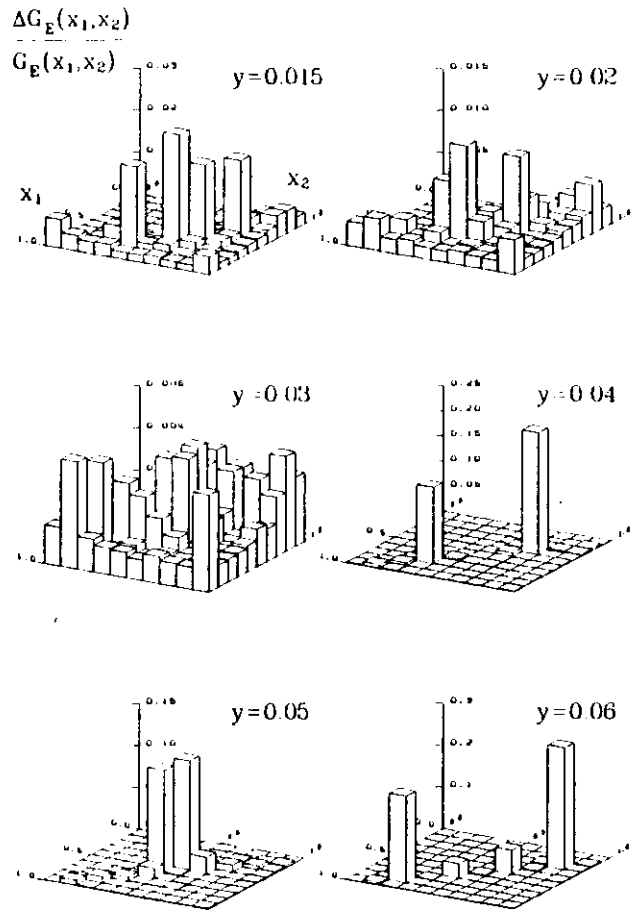


Abbildung A1-4: Dalitz Verteilungen für den relativen Fehler der Korrekturmatrix  $G$  für  $y_{min} = y = 0.015$  bis  $0.06$  im Rekombinationsschema E

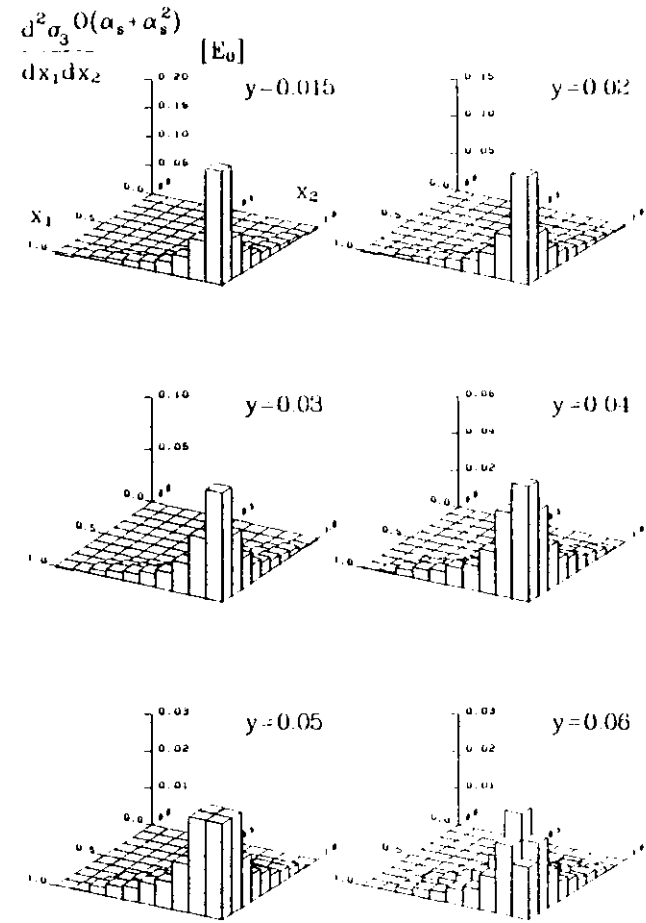


Abbildung A1-5: Dalitz-Verteilungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3-Jets in der Ordnung  $(\alpha_s + \alpha_s^2)$  für  $y_{min} = y = 0.015$  bis  $0.06$  im Rekombinationsschema  $E_0$

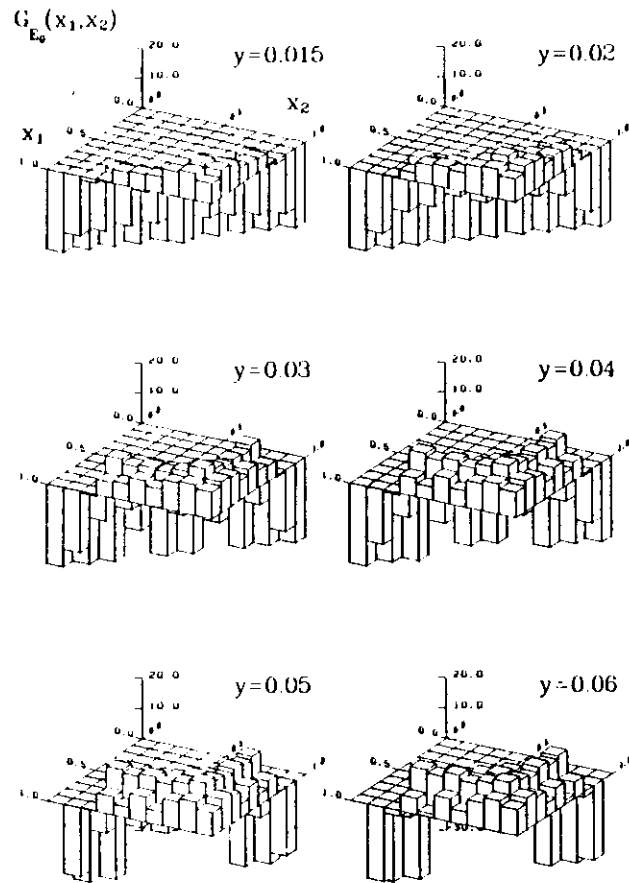


Abbildung A1-6: Dalitz Verteilungen für die Korrekturmatri  $G$  im Rekombinationsschema  $E_0$  für  $y_{min} = y = 0.015$  bis 0.06

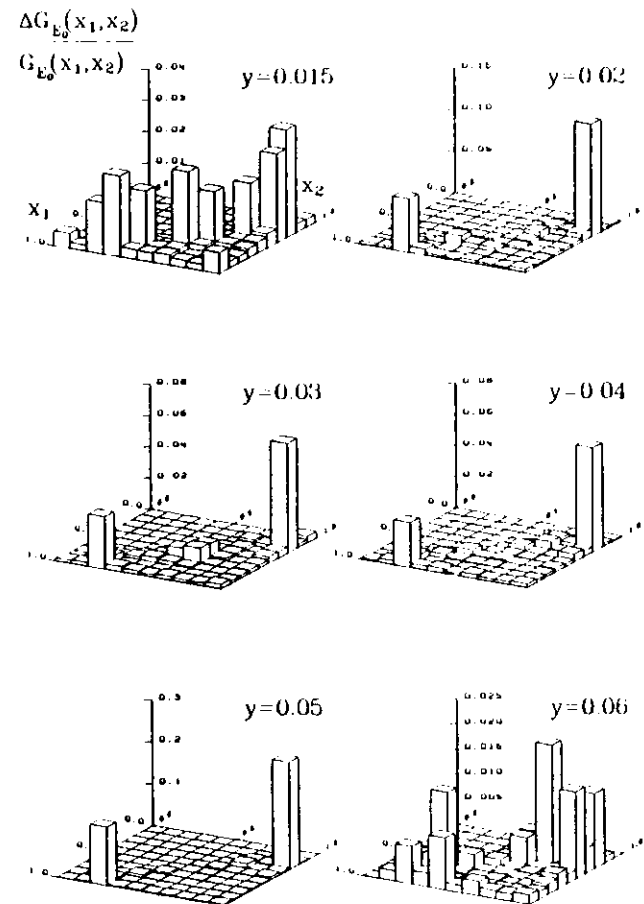


Abbildung A1-7: Dalitz-Verteilungen für den relativen Fehler der Korrekturmatri  $G$  für  $y_{min} = y = 0.015$  bis 0.06 im Rekombinationsschema  $E_0$

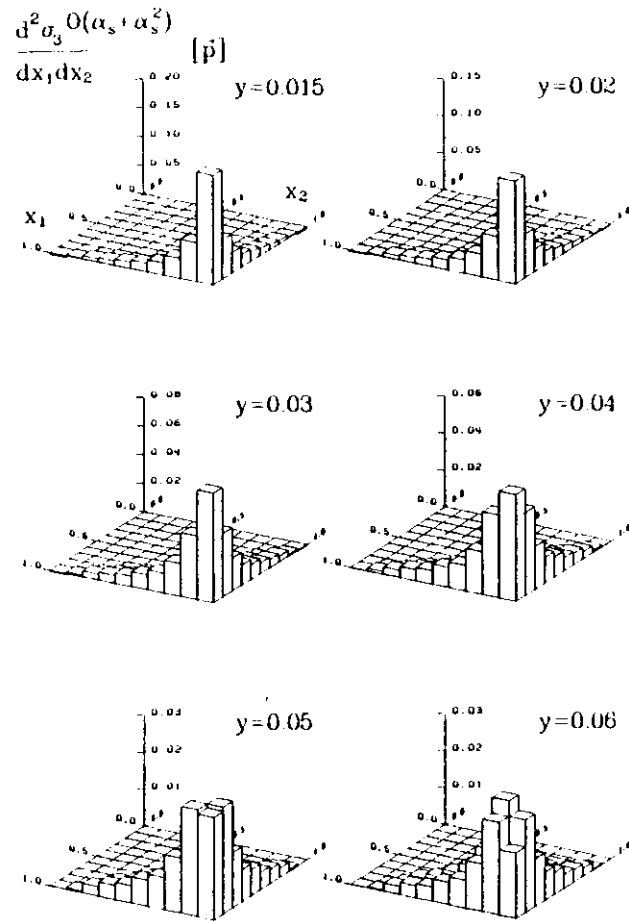


Abbildung A1-8: Dalitz-Verteilungen des differentiellen Wirkungsquerschnitts für die Produktion von 3-Jets in der Ordnung  $(\alpha_s + \alpha_s^2)$  für  $y_{min} = y = 0.015$  bis  $0.06$  im Rekombinationsschema  $\bar{p}$

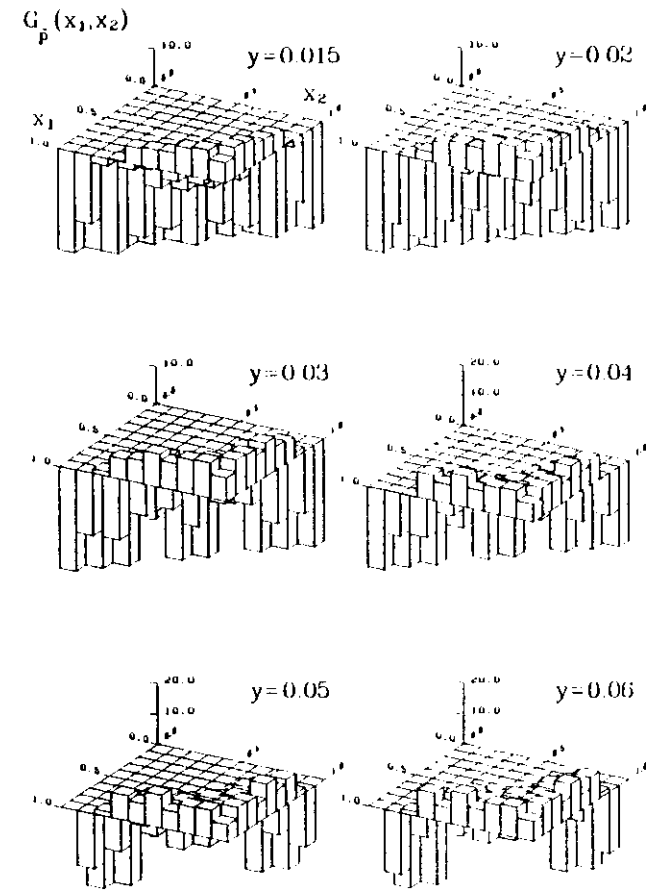


Abbildung A1-9: Dalitz-Verteilungen für die Korrekturmatrix  $G$  im Rekombinationsschema  $\bar{p}$  für  $y_{min} = y = 0.015$  bis  $0.06$

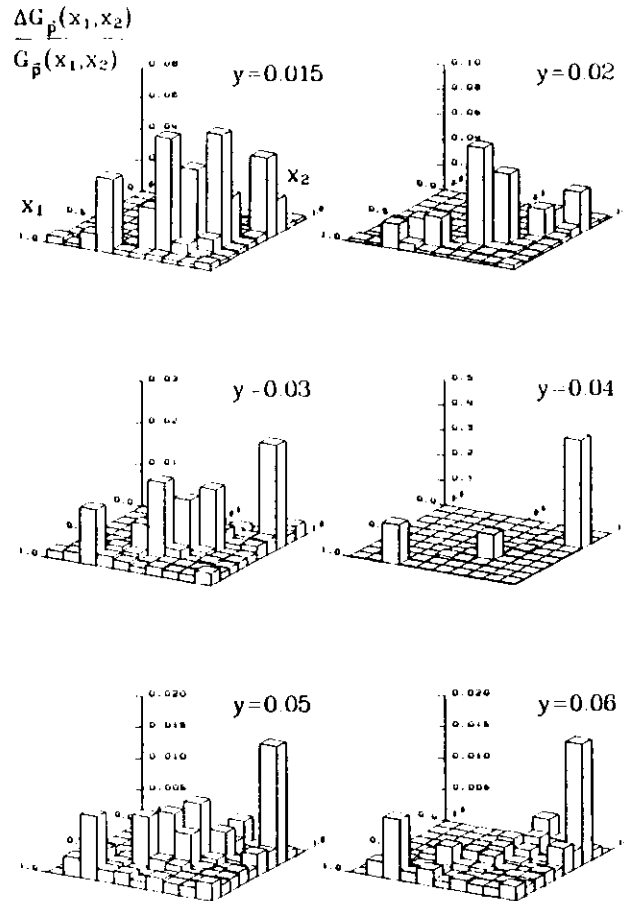


Abbildung A1 10: Dalitz-Verteilungen für den relativen Fehler der Korrekturmatri-  
 x G für  $y_{\min} = y = 0.015$  bis  $0.06$  im Rekombinationsschema  
 $\bar{p}$

## A2 Ereignisstrukturverteilungen

In diesem Anhang sind die in den Daten gemessenen Verteilungen der Akoplarität  $A$ , der Aplanarität  $AP$ , des Thrusts  $T$ , der Sphärizität  $S$  und der Impuls-  
 verteilung aus der Ereignisebene  $p_T^i$ , sowohl zusammen mit den in den ERT  
 E Monte-Carlo-Ereignissen für  $A_{MS} = 150 \text{ MeV}$  und  $\mu^2 = Q^2$  als Skala der Kopp-  
 lungskonstanten bestimmten Verteilungen, als auch mit den in den ERT  $\bar{p}$  Monte-  
 Carlo-Ereignissen für  $A_{MS} = 350 \text{ MeV}$  und  $\mu^2 = Q^2$  als Skala der Kopplungskonstan-  
 ten bestimmten Verteilungen dargestellt.

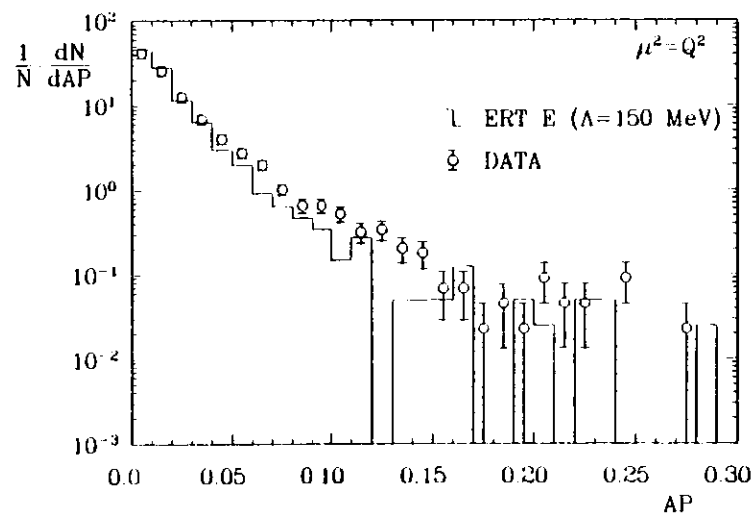
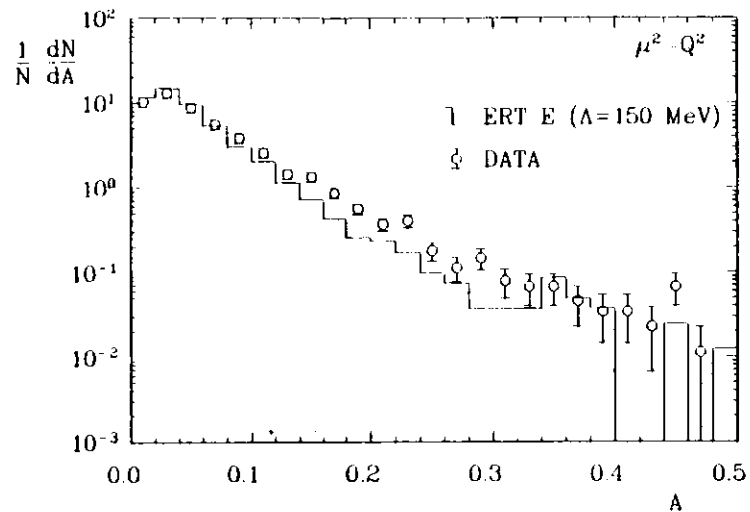


Abbildung A2-1: Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität  $A$  und der Aplanarität  $AP$  in den Daten und in den ERT E Monte-Carlo Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 150$  MeV

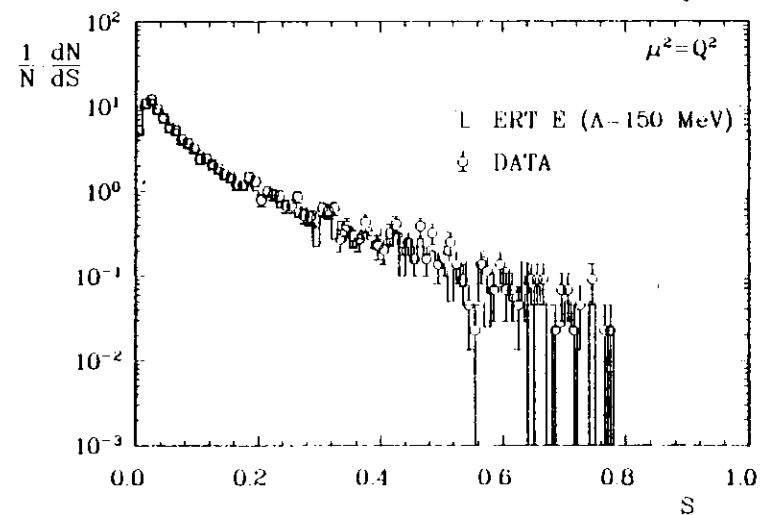
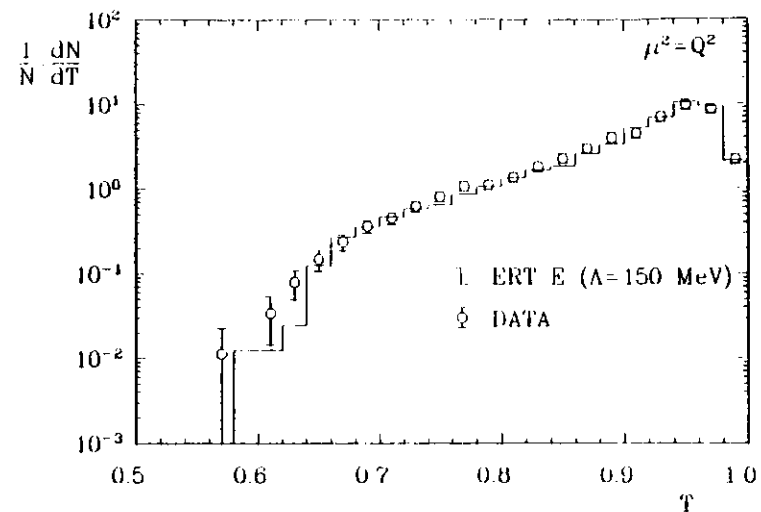


Abbildung A2-2: Vergleich der Verteilungen des Thrusts  $T$  und der Sphärizität  $S$  in den Daten und in den ERT E Monte-Carlo Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 150$  MeV

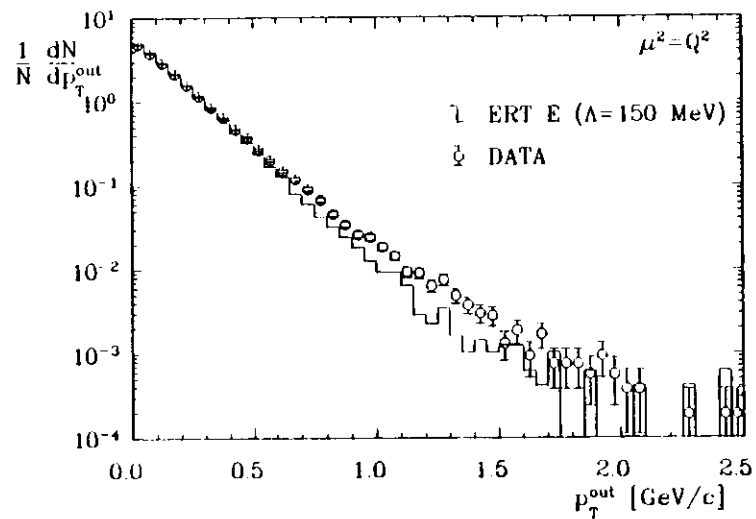


Abbildung A2-3: Vergleich der Verteilungen des Impulses senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{\text{out}}$  in den Daten und in den ERT E-Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{\text{MS}} = 150 \text{ MeV}$

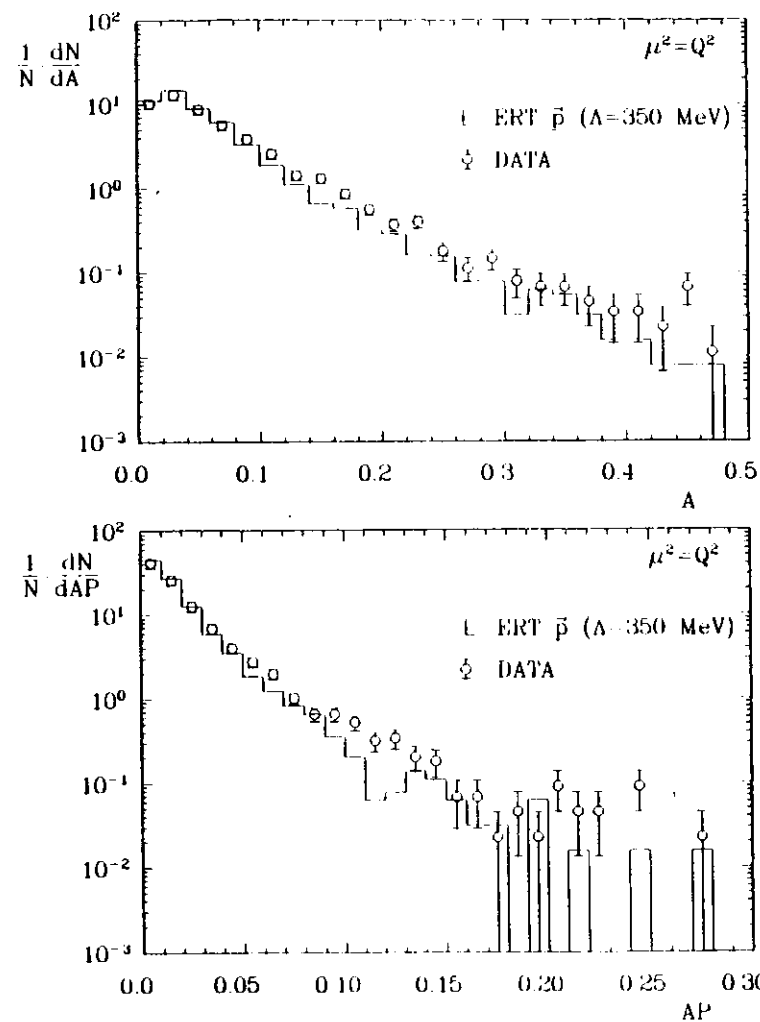


Abbildung A2-4: Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität A und der Aplanarität AP in den Daten und in den ERT p-Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{\text{MS}} = 350 \text{ MeV}$



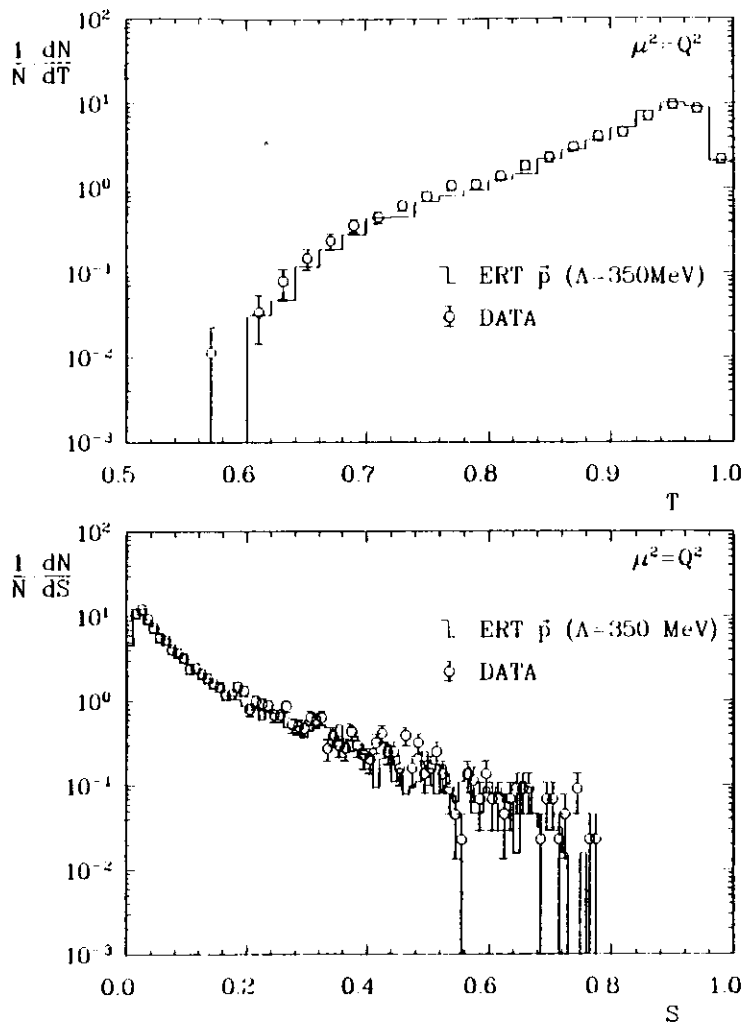


Abbildung A2-5: Vergleich der Verteilungen des Thrusts  $T$  und der Spharizität  $S$  in den Daten und in den ERT  $\bar{p}$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 350 \text{ MeV}$ .

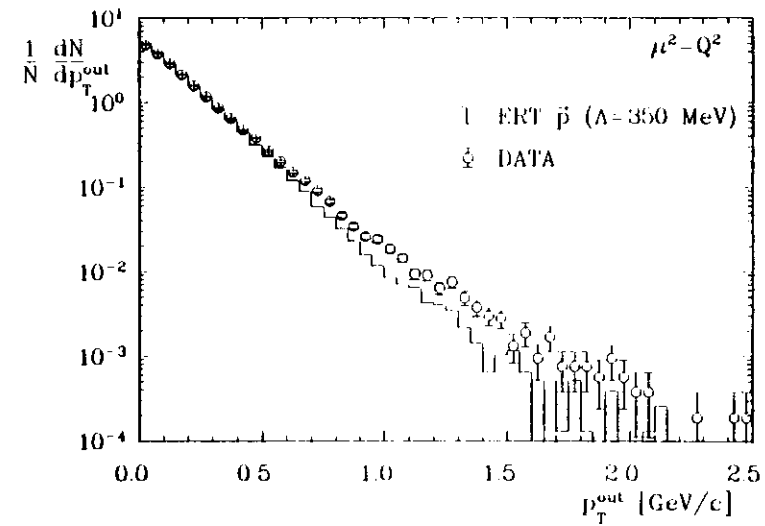


Abbildung A2-6: Vergleich der Verteilungen des Impulses senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{\text{out}}$  in den Daten und in den ERT  $\bar{p}$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 350 \text{ MeV}$ .

### A3 Ereignisstrukturverteilungen

Die Abbildung A3-1 in diesem Anhang zeigt den Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität  $A$  und der Aplanarität  $AP$ , die Abbildung A3-2 den Vergleich der Verteilungen Thrust  $T$  und Sphärizität  $S$  und Abbildung A3-3 den Vergleich der  $p_T^{jet}$ -Verteilung in den Daten mit den Verteilungen die mit dem ERT E Matrixelement für  $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$  und  $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$  gewonnen wurden. Die entsprechenden Vergleiche der Verteilungen in den Daten mit dem ERT  $\beta$  Matrixelement für  $\Lambda_{MS} = 120 \text{ MeV}$  und  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  sind in den Abbildungen A3-4 bis A3-6 dargestellt.

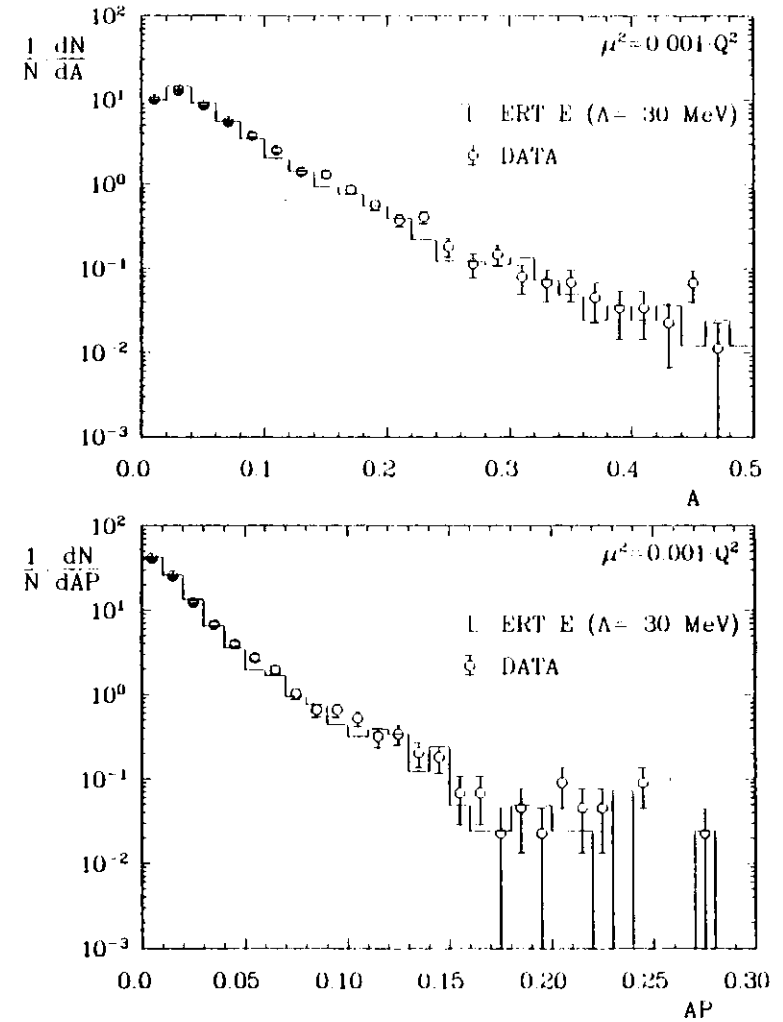


Abbildung A3-1: Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität  $A$  und der Aplanarität  $AP$  in den Daten und in den ERT  $E_0$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$

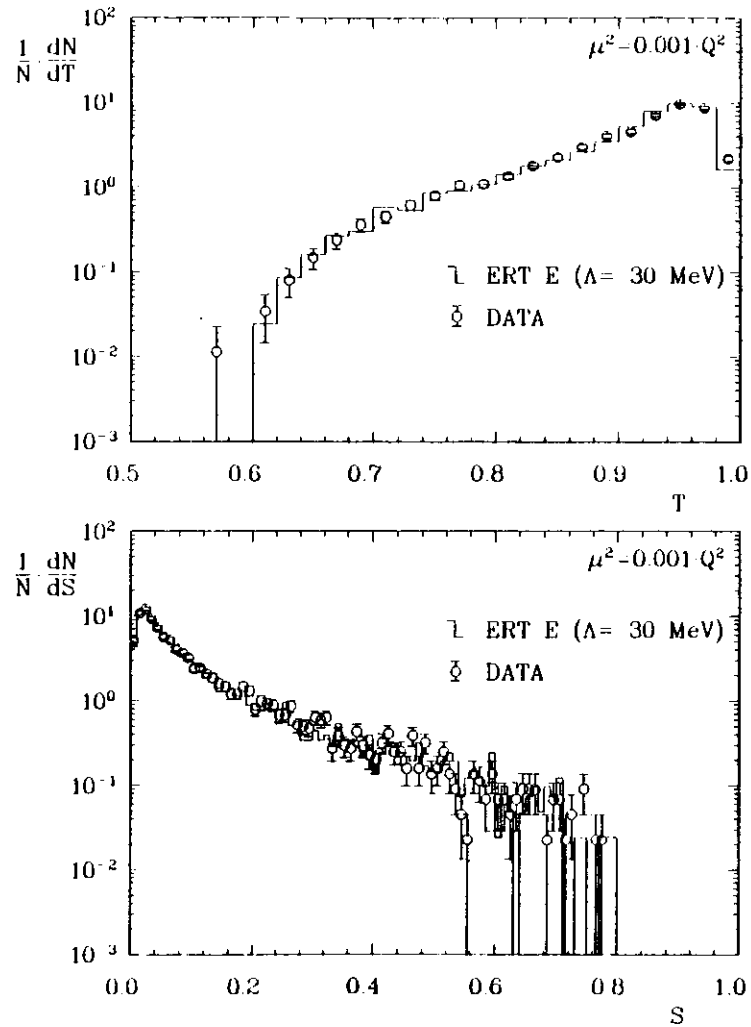


Abbildung A3.2: Vergleich der Verteilungen des Thrusts  $T$  und der Sphärizität  $S$  in den Daten und in den ERT E Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$

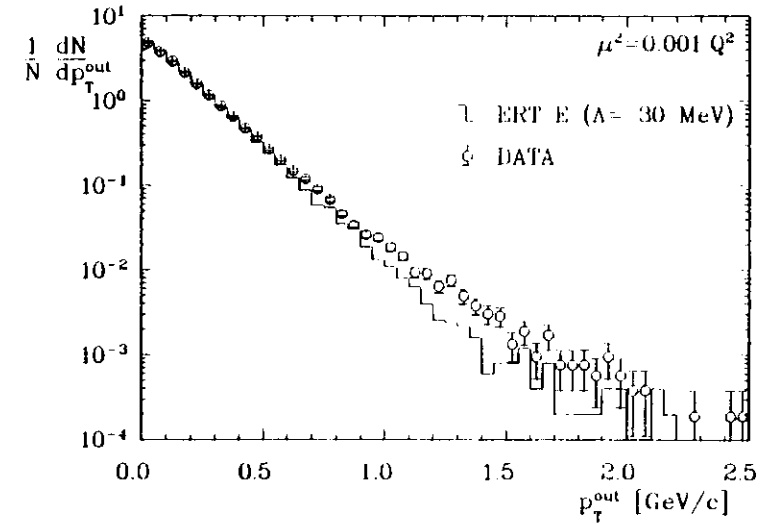


Abbildung A3.3: Vergleich der Verteilungen des Impulses senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{\text{out}}$  in den Daten und in den ERT E Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$

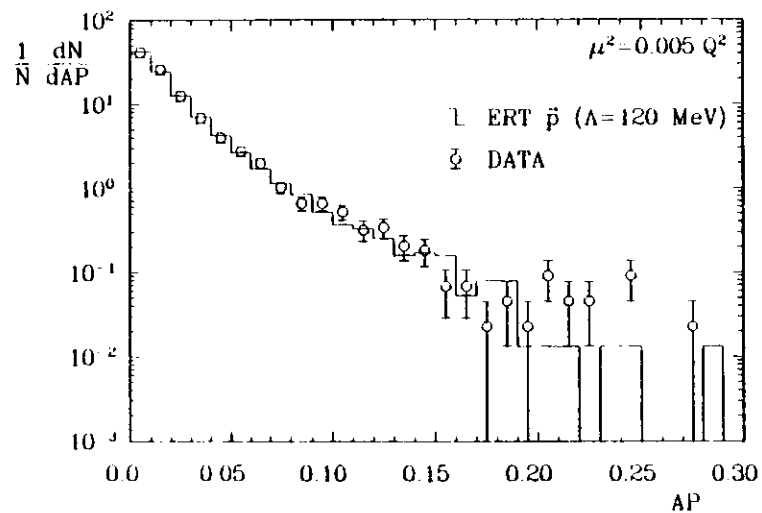
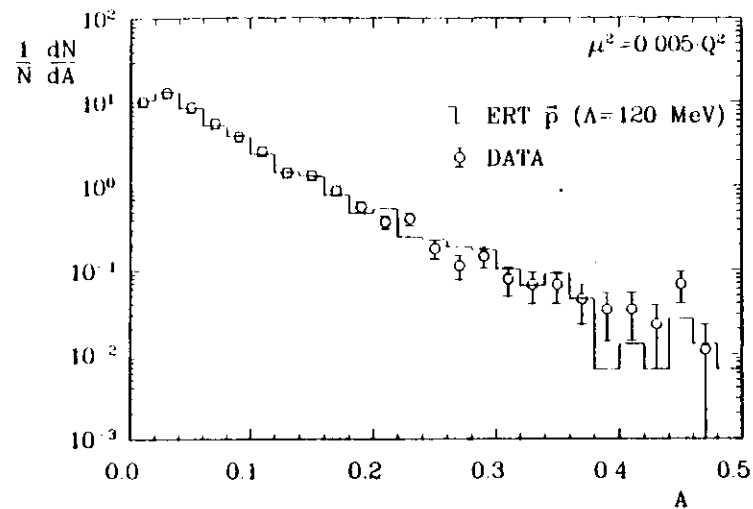


Abbildung A3-4: Vergleich der Verteilungen der Akoplanarität  $A$  und der Aplnarität  $AP$  in den Daten und in den ERT  $\bar{p}$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.005 Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 120$  MeV

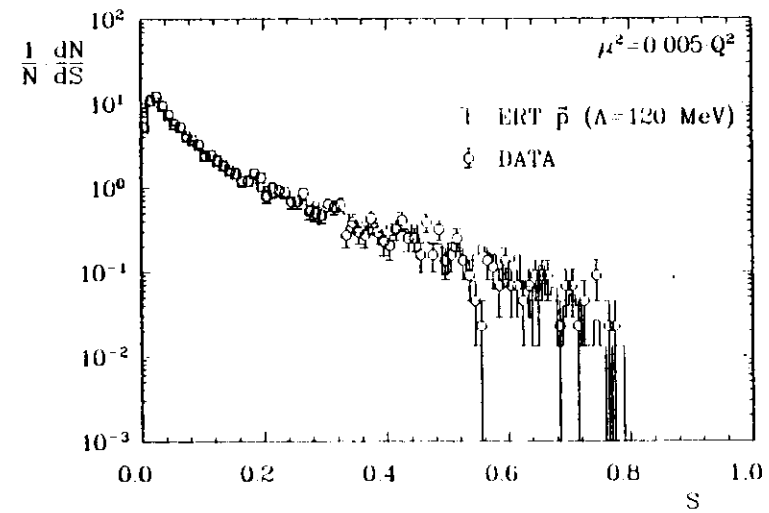
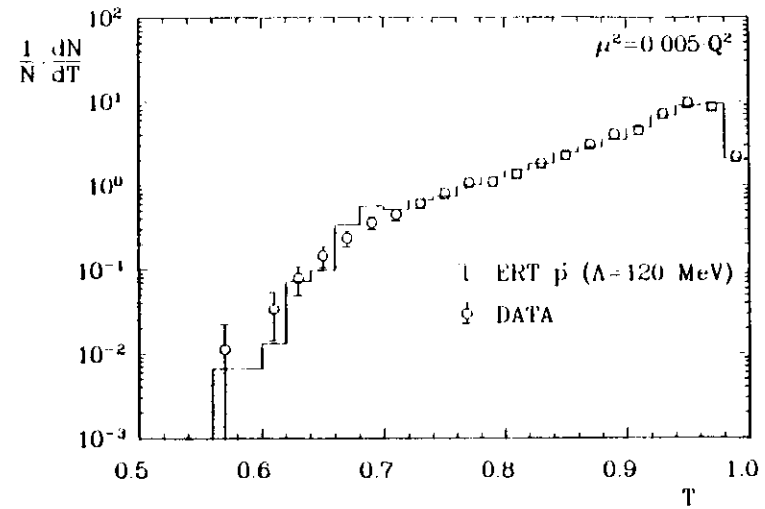


Abbildung A3-5: Vergleich der Verteilungen des Thrusts  $T$  und der Sphärität  $S$  in den Daten und in den ERT  $\bar{p}$ -Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.005 Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 120$  MeV

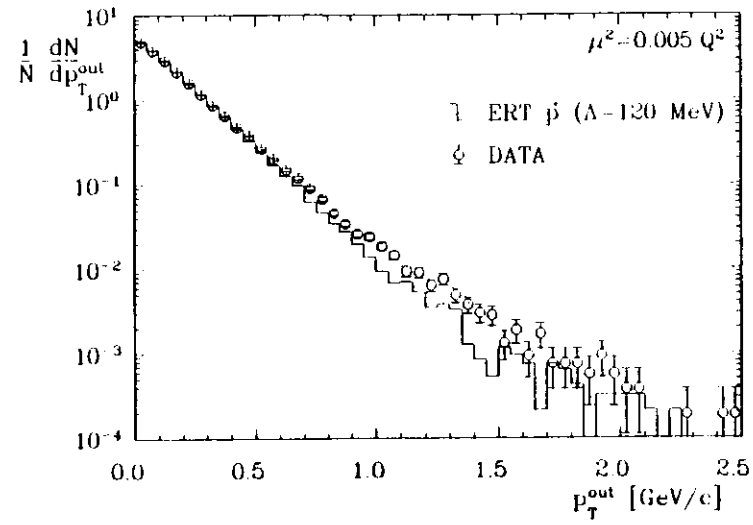


Abbildung A3.6: Vergleich der Verteilungen des Impulses senkrecht zur Ereignisebene  $p_T^{\text{out}}$  in den Daten und in den ERT  $p$  Monte-Carlo-Ereignissen für die Skala  $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$  und  $\Lambda_{MS} = 120$  MeV

## Quellenverzeichnis

- [1] G. Zweig, CERN TH 412 (1964);  
M. Gell-Mann, Phys. Lett. 8 (1964) 214
- [2] H. Fritzsche, M. Gell-Mann, 16th Int. Conf. on High Energy Physics, Chicago (1972);  
H. Fritzsche, M. Gell-Mann, H. Lentwyler, Phys. Lett. 47B (1973) 365
- [3] TASSO Kollaboration, R. Brandelik et al., Phys. Lett. 86B (1979) 243;  
MARK J-Kollaboration, D. P. Barber et al., Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 830;  
PLUTO-Kollaboration, Ch. Berger et al., Phys. Lett. 86B (1979) 418;  
JADE-Kollaboration, W. Bartel et al., Phys. Lett. 91B (1980) 142
- [4] M. Dine, J. Sapirstein, Phys. Rev. Lett. 43 (1979) 668;  
K.G. Chetyrkin, A.L. Kataev, F.V. Tkachov, Phys. Lett. 85B (1979) 277;  
W. Celmaster, R.J. Gonsalves, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 560;  
Phys. Rev. D21 (1980) 3113
- [5] CELLO Kollaboration, H. J. Behrends et al., Phys. Lett. 183B (1987) 400
- [6] G. D'Agostini, W. de Boer, G. Grindhammer,  
Beitrag zur XXIV Int. Conf. on High Energy Physics, München 1988
- [7] R. Marshall, Rutherford Appleton Laboratory Preprint RAL 88 049
- [8] S.G. Gorishny, A.L. Kataev, S.A. Larin,  
Proc. Conf. on Hadron Structure, Smolence, Tschecheslowakei, November  
1987, ed. D. Krupa;  
Vol 14 Physics and Applications, Inst. of Phys.ÉPRC, Slovak Academy of  
Sciences, Bratislava, 1988;  
Dubna preprint JINR E2-88 254, 1988
- [9] K. Fabricius, G. Kramer, G. Schierholz, I. Schmitt,  
Phys. Lett. 97B (1980) 431; Z. Phys. C11 (1982) 315
- [10] F. Gutbrod, G. Kramer, G. Schierholz, Z. Phys. C21 (1984) 235
- [11] R.K. Ellis, D.A. Ross, A.E. Terrano, Nucl. Phys. B178 (1981) 421
- [12] J.A.M. Vermaseren, K.J.F. Gaemers, S.J. Oldham,  
Nucl. Phys. B187 (1981) 301
- [13] B. Anderson, G. Gustafson, G. Ingelman, T. Sjöstrand,  
Phys. Rep. 97 (1983) 33;  
T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. 28 (1983) 229
- [14] G. Kramer, B. Lampe, DESY-Report, DESY 86-119, Hamburg 1986;  
erscheint in Fortschr. der Physik
- [15] Z. Kunszt, Phys. Lett. 99B (1981) 429
- [16] G. Kramer, Springer Tracts in modern Physics Vol. 102 ,  
Berlin, Heidelberg, New York: Springer 1984
- [17] JADE Kollaboration, W. Bartel et al., Phys. Lett. 88B (1979) 171
- [18] B. Naroska, Phys. Rep. 148 (1987) 67;  
DESY-Report, DESY 86 113, Hamburg 1986
- [19] H. Drumm et al., Nucl. Instr. Meth. 176 (1980) 333
- [20] J. Heintze, Nucl. Instr. Meth. 196 (1982) 293
- [21] S. Bethke, Habilitationsschrift, Heidelberg (1987)
- [22] G. 't Hooft, M. Veltman, Nucl. Phys. B 44 (1972) 189
- [23] W. Celmaster, R.J. Gonsalves, Phys. Rev. D 20 (1979) 1420
- [24] E.C.G. Stückelberg, A. Petermann, Helv. Phys. Acta 26 (1953) 499
- [25] O.V. Tarasov, A.A. Vladimirov, A.Yu. Zarkov, Phys. Lett. 93B (1980) 429
- [26] A. J. Buras, E. G. Floratos, D. A. Ross, C. T. Sachrajda,  
Nucl. Phys. B131 (1977) 308;  
A. Buras, Rev. Mod. Phys. 52 (1980) 199
- [27] W.A. Bardeen, A. Buras, D. Duke, T. Muta, Phys. Rev. D18 (1978) 3998
- [28] W.J. Marciano, Phys. Rev. D29 (1984) 580

- [29] S. L. Wu, Proceedings of the 1987 International Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, ed. W. Bartel and R. Ruckl (North-Holland, Amsterdam 1988) 39; DESY Report, DESY 87-164, Hamburg 1987
- [30] K. Hagiwara, D. Zeppenfeld, University of Wisconsin, Madison Preprint MAD-PR-402; KEK Preprint KEK TH-199
- [31] R. Kleiss, H. Kuijf, Instituut-Lorentz, University of Leiden Preprint
- [32] T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3** (1960) 650; T.D. Lee, M. Nauenberg, Phys. Rev. **133** (1966) 1549
- [33] S. Brandt et al., Phys. Lett. **12** (1964) 37
- [34] E. Fahn, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1587
- [35] G. Sterman, S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1436
- [36] A. Ali et al., Nucl. Phys. **B167** (1980) 454; Phys. Lett. **82B** (1979) 285
- [37] J.G. Körner et al., Nucl. Phys. **B185** (1981) 365
- [38] K.J.F. Gaemers, J.A.M. Vermaseren, Z. Phys. **C7** (1980) 81
- [39] O. Nachtmann, A. Reiter, Z. Phys. **C14** (1982); *ibid.* **C16** (1982) 45
- [40] T. Gottschalk, M.P. Shatz, Phys. Lett. **150B** (1985) 451
- [41] T. Gottschalk, Phys. Lett. **109B** (1982) 33
- [42] A. Ali, Phys. Lett. **116B** (1982) 67
- [43] A. Ali, F. Barreiro, Nucl. Phys. **118B** (1982) 155
- [44] A. Ali, F. Barreiro, Nucl. Phys. **B236** (1984) 269
- [45] R.Y. Zhu: Thesis, Mass. Inst. of Techn., Cambridge, USA, 1983
- [46] G. Rudolph, Habilitationsschrift, Innsbruck (1986)
- [47] F. Guthrod, G. Kramer, G. Rudolph, G. Schierholz, DESY-Report, DESY 87-047, Hamburg 1986
- [48] B. Lampe, Dissertation, Universität Hamburg, Hamburg 1985

- [49] G. Kramer, B. Lampe, Progr. Theor. Phys. **76** (1986) 1340; Z. Phys. **C34** (1987) 497; DESY Report, DESY 86-103, Hamburg 1986
- [50] P. Kusch, H. Foley, Phys. Rev. **72** (1947), 1256; *ibid.* **73** (1948), 412
- [51] T. Appelquist, H. Georgi, Phys. Rev. **D8** (1973), 4000
- [52] D.W. Duke, R.G. Roberts, Phys. Rep. **120** (1985), 275
- [53] P.M. Stevenson, Phys. Rev. **D23** (1981) 2916
- [54] P.M. Stevenson, Nucl. Phys. **B203** (1982) 472; Nucl. Phys. **B231** (1984) 65
- [55] G. Kramer, B. Lampe, DESY-Report, DESY 87-106, Hamburg 1987; Universität Hannover Preprint ITP-UH-16, 87.1987
- [56] T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. **39** (1986) 347
- [57] S. Bethke, Z. Phys. **C29** (1985) 175
- [58] JADE-Kollaboration, W. Bartel et al., Z. Phys. **C25** (1984) 231
- [59] F.A. Behrens, R. Kleiss, S. Jadach, Nucl. Phys. **B202** (1982) 63
- [60] JADE-Kollaboration, W. Bartel et al., Phys. Lett. **115B** (1982) 338
- [61] JADE-Kollaboration, W. Bartel et al., Z. Phys. **C33** (1986), 23
- [62] TASSO-Kollaboration, W. Braunschweig et al., DESY-Report, DESY 88-46, Hamburg 1988; OUNP 29/88 (1988)
- [63] MARK-II-Kollaboration, A. Petersen et al., SLAC Pub. 4290, LBL-23243 (1987)
- [64] A. de Rújula et al., Nucl. Phys. **B138** (1978) 387
- [65] S. Bjorken, S. Brodsky, Phys. Rev. **D41** (1970) 416
- [66] H.J. Damm, H. Meyer, J. Bürger, Z. Phys. **C8** (1981) 167
- [67] H. Maxeiner, Dissertation, Bergische Universität-Gesamthochschule Wuppertal, Wuppertal 1984; Interner Bericht DESY-PLUTO-85-02, Hamburg 1985
- [68] G. Marchesini, B.R. Webber, Nucl. Phys. **B238** (1984) 1
- [69] B.R. Webber, Nucl. Phys. **B238** (1984) 492

- [70] T. Sjöstrand, in Proceedings of the XXIII International Conference on High Energy Physics, ed. S.C. Loken (World Scientific, Singapore, 1987) 1157
- [71] P. Aureche, R. Baier, M. Fontannaz, D. Schiff,  
Nucl. Phys. B286 (1987) 509;  
P. Aureche, R. Baier, A. Donnari, M. Fontannaz, D. Schiff,  
Nucl. Phys. B286 (1987) 553
- [72] NA14-Kollaboration, E. Augé et al., Phys. Lett. 168B (1986) 163



# Abbildungsverzeichnis

2-1	PETRA Speicherring (schematisch) . . . . .	5
2-2	Längsschnitt durch den JADE-Detektor . . . . .	6
3-1	Feynman-Diagramm für den Prozeß $e^+e^- \rightarrow qq$ . . . . .	18
3-2	Feynman-Diagramme für $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g, q\bar{q}$ in der Ordnung $\alpha_s$ . . . . .	20
3-3	Feynman-Diagramme für $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}gg, q\bar{q}q\bar{q}$ in der Ordnung $\alpha_s^2$ . . . . .	23
3-4	Feynman-Diagramme für $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$ in der Ordnung $\alpha_s^2$ . . . . .	24
3-5	Feynman-Diagramme für $e^+e^- \rightarrow qq$ in der Ordnung $\alpha_s^2$ . . . . .	27
3-6	Verlauf der optimierten Skalen nach Kramer und Lampe . . . . .	32
4-1	Abweichung der ERT E-Monte-Carlo-Wirkungsquerschnitte von den QCD-Wirkungsquerschnitten . . . . .	39
4-2	Abweichung der a) ERT E <sub>0</sub> - und b) $\bar{p}$ -Monte-Carlo-Wirkungsquerschnitte von den QCD-Wirkungsquerschnitten . . . . .	40
4-3	Dalitz-Verteilungen für das Matrixelement für die Produktion von 3-Jets in erster und zweiter Ordnung $\alpha_s$ im Rekombinationsschema E . . . . .	42
4-4	Dalitz-Verteilungen der Korrekturmatriix G und deren relativem Fehler im Rekombinationsschema E . . . . .	43
4-5	Wirkungsquerschnitte für 3-Jets in der Ordnung $\alpha_s^2$ . . . . .	44
4-6	Wirkungsquerschnitte für 3-Jets in der Ordnung $\alpha_s + \alpha_s^2$ . . . . .	45
5-1	Verteilung der minimalen skalierten invarianten Masse zwischen den Partonen und den rekonstruierten Jets . . . . .	50
5-2	Jet-Rekonstruktionseffizienz des YCLUS-Algorithmus . . . . .	51
5-3	Untergrund in den rekonstruierten n-Jet-Raten . . . . .	51
5-4	Gemessene Jetraten in den Daten . . . . .	52
5-5	Jet-Raten in den Daten und ERT E-Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ . . . . .	54
5-6	Jet-Raten in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ . . . . .	55
5-7	Jet-Raten in den Daten und ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ . . . . .	56
5-8	A- und AP-Verteilung in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ . . . . .	59
5-9	T- und S-Verteilung in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ . . . . .	60
5-10	$p_T^{jet}$ -Verteilung in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 250 \text{ MeV}$ . . . . .	61
5-11	Jet-Raten in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu_{opQ^2}, \mu_{opQ^2}$ und $yQ^2$ . . . . .	64
5-12	Jet-Raten in den Daten und optimiertem ERT E-Monte-Carlo . . . . .	67
5-13	Vergleich von Daten und optimiertem ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo . . . . .	68
5-14	Vergleich von Daten und optimiertem ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo . . . . .	69
5-15	A- und AP-Verteilung in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$ . . . . .	72
5-16	T- und S-Verteilung in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$ . . . . .	73
5-17	$p_T^{jet}$ -Verteilung in den Daten und ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$ . . . . .	74
5-18	Korrekturfaktoren zur Korrektur der QED- und Detektoreinflüsse in den Daten . . . . .	77
5-19	Korrigierte Jet-Raten . . . . .	80
5-20	Gemessene und korrigierte Jet-Raten in den Daten . . . . .	81
5-21	Vergleich der Parton Raten in den Daten mit den Parton Wirkungsquerschnitten des ERT E-Matrixelements für $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$ . . . . .	83
5-22	Vergleich der Parton Raten in den Daten mit den Parton Wirkungsquerschnitten des ERT E <sub>0</sub> -Matrixelements für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ . . . . .	84
5-23	Vergleich der Parton Raten in den Daten mit den Parton Wirkungsquerschnitten des ERT $\bar{p}$ -Matrixelements für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ . . . . .	85
5-24	Vergleich der Parton Raten in den Daten mit den Parton Wirkungsquerschnitten des ERT E-Matrixelements für $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$ und $\mu^2$ zwischen $0.001 \cdot Q^2$ und $Q^2$ . . . . .	86
5-25	Vergleich der Parton Raten in den Daten mit den Parton Wirkungsquerschnitten des ERT E <sub>0</sub> -Matrixelements für $\Lambda_{MS} = 90 \text{ MeV}$ und $\mu^2$ zwischen $0.001 \cdot Q^2$ und $Q^2$ . . . . .	87
5-26	Vergleich der Parton Raten in den Daten mit den Parton Wirkungsquerschnitten des ERT $\bar{p}$ -Matrixelements für $\Lambda_{MS} = 120 \text{ MeV}$ und $\mu^2$ zwischen $0.005 \cdot Q^2$ und $Q^2$ . . . . .	88
A1-1	Dalitz-Verteilungen des 3-Jet-Matrixelements in $O(\alpha_s)$ . . . . .	104
A1-2	Dalitz-Verteilungen des 3-Jet-Matrixelements in erster und zweiter Ordnung $\alpha_s$ im Rekombinationsschema E . . . . .	105
A1-3	Dalitz-Verteilungen der Korrekturmatriix G im Rekombinationsschema E . . . . .	106

A1-4	Dalitz-Verteilungen des relativen Fehlers der Korrekturmatri $x$ $G$ im Rekombinationsschema $E$ . . . . .	107
A1-5	Dalitz-Verteilungen des 3-Jet-Matrixelements in erster und zweiter Ordnung $\alpha_s$ im Rekombinationsschema $E_0$ . . . . .	108
A1-6	Dalitz-Verteilungen der Korrekturmatri $x$ $G$ im Rekombinationsschema $E_0$ . . . . .	109
A1-7	Dalitz-Verteilungen des relativen Fehlers der Korrekturmatri $x$ $G$ im Rekombinationsschema $E_0$ . . . . .	110
A1-8	Dalitz-Verteilungen des 3-Matrixelements in erster und zweiter Ordnung $\alpha_s$ im Rekombinationsschema $\bar{p}$ . . . . .	111
A1-9	Dalitz-Verteilungen der Korrekturmatri $x$ $G$ im Rekombinationsschema $\bar{p}$ . . . . .	112
A1-10	Dalitz-Verteilungen des relativen Fehlers der Korrekturmatri $x$ $G$ im Rekombinationsschema $\bar{p}$ . . . . .	113
A2-1	A- und AP-Verteilung in den Daten und ERT E-Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 150 \text{ MeV}$ . . . . .	115
A2-2	T- und S-Verteilung in den Daten und ERT $E_0$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 150 \text{ MeV}$ . . . . .	116
A2-3	$p_T^{int}$ -Verteilung in den Daten und ERT E-Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 150 \text{ MeV}$ . . . . .	117
A2-4	A- und AP-Verteilung in den Daten und ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 350 \text{ MeV}$ . . . . .	118
A2-5	T- und S-Verteilung in den Daten und ERT $E_0$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 350 \text{ MeV}$ . . . . .	119
A2-6	$p_T^{int}$ -Verteilung in den Daten und ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 350 \text{ MeV}$ . . . . .	120
A3-1	A- und AP-Verteilung in den Daten und ERT E-Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$ . . . . .	122
A3-2	T- und S-Verteilung in den Daten und ERT E-Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$ . . . . .	123
A3-3	$p_T^{int}$ -Verteilung in den Daten und ERT E-Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.001 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 30 \text{ MeV}$ . . . . .	124
A3-4	A- und AP-Verteilung in den Daten und ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 120 \text{ MeV}$ . . . . .	125
A3-5	T- und S-Verteilung in den Daten und ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 120 \text{ MeV}$ . . . . .	126
A3-6	$p_T^{int}$ -Verteilung in den Daten und ERT $\bar{p}$ -Monte-Carlo für $\mu^2 = 0.005 \cdot Q^2$ und $\Lambda_{MS} = 120 \text{ MeV}$ . . . . .	127

## Tabellenverzeichnis

2-I	Integrierte Luminosität . . . . .	9
3-I	Vergleich der Werte für $\Lambda_{\overline{MS}}$ aus den verschiedenen $O(\alpha_s^2)$ Definitionsgleichungen . . . . .	17
4-I	Verwendete Parameter im LUND Monte-Carlo . . . . .	35
5-I	Aus den 2- und 3-Jetraten bestimmte Werte für $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	57
5-II	Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und $p_T^{jet}$ -Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung von $\alpha_s(Q^2)$ . . . . .	62
5-III	Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und $p_T^{jet}$ -Verteilungen der Daten durch das ERT E <sub>0</sub> -Monte-Carlo bei Anwendung der PMS optimierten Skalen und den dafür aus der 2- und 3-Jetraten bestimmten Werten für $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	65
5-IV	Aus den 2- und 3-Jetraten bestimmte Werte für $\Lambda_{\overline{MS}}$ für die Skala $yQ^2$ . . . . .	66
5-V	Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und $p_T^{jet}$ -Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung der Skala $yQ^2$ und den angegebenen Werten für $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	70
5-VI	Aus den 2-, 3- und 4-Jetraten bestimmte Werte für die Skala $\mu^2$ und $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	71
5-VII	Vergleich der Werte von $\alpha_s(\mu^2)$ . . . . .	71
5-VIII	Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und $p_T^{jet}$ -Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung der optimierten Werte für $\mu^2$ und $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	75
5-IX	Güte der Anpassung der A-, AP-, T-, S- und $p_T^{jet}$ -Verteilungen der Daten durch das Monte-Carlo bei Anwendung von den in den Abbildungen 5-13 bis 5-14 ebenfalls eingetragenen, nur geringfügig von den optimierten Werten abweichenden Werten für $\mu^2$ und $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	76
5-X	Anzahl akzeptierter vollständiger Monte-Carlo-Ereignisse nach Anbringung der Selektionsschritte . . . . .	78
5-XI	Korrigierte Jet-Raten . . . . .	82

5-XII	Mit den in den Daten gemessenen Jet-Raten verträglicher Variationsbereich für die Skala der Kopplungskonstanten und der QCD-Skala $\Lambda_{\overline{MS}}$ . . . . .	89
6-I	Aus dem totalen hadronischen Wirkungsquerschnitt bestimmte Werte für $\Lambda_{\overline{MS}}$ in Abhängigkeit von der berücksichtigten Ordnung der theoretischen Vorhersage . . . . .	97

# Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen der JADE-Kollaboration, bei deren Mitgliedern ich mich für die gute Zusammenarbeit bedanken möchte.

Herrn Prof. Dr. H. Meyer danke ich für die Anregung dieser Arbeit und die stets kritische und engagierte Unterstützung während ihrer Durchführung.

Ich danke Herrn Prof. Dr. G. Kramer und Dr. B. Lampe für viele interessante und hilfreiche Diskussionen und Dr. A. Ali und Prof. Dr. F. Barreiro für die Bereitstellung ihrer Ergebnisse der numerischen Integration der ERT-Matrixelemente.

Zur Durchführung der Monte-Carlo-Simulationen für diese Arbeit wurde sehr viel Computer-Rechenzeit benötigt. Mein Dank gilt auch allen Mitarbeitern des DESY-Rechenzentrums, die durch ihre gute Arbeit den reibungslosen Ablauf des Rechenbetriebs ermöglichten.

Mein besonderer Dank gilt an dieser Stelle meiner Frau Christine für ihre unermüdliche Unterstützung. Sie hatte damit nicht unerheblichen Anteil am Gelingen dieser Arbeit.