

Interner Bericht  
DESY F23-70/1  
Dezember 1970

ELASTISCHE ELEKTRON-DEUTERON-STREUUNG  
FÜR VIERERIMPULSÜBERTRÄGE IM BEREICH  
 $5 \text{ FERMI}^{-2} < q^2 < 14 \text{ FERMI}^{-2}$

von

DESY-Bibliothek  
22. DEZ. 1970

Karl-Heinz Schmidt



Interner Bericht  
DESY F23-70/1  
Dezember 1970

ELASTISCHE ELEKTRON-DEUTERON-STREUUNG  
FÜR VIERERIMPULSÜBERTRÄGE IM BEREICH  
 $5 \text{ FERMI}^{-2} < q^2 < 14 \text{ FERMI}^{-2}$

von

Karl-Heinz Schmidt

Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation im Rahmen eines Experiments einer Gruppe des Instituts für experimentelle Kernphysik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg. An dem Experiment waren beteiligt die Herren J. Bleckwenn, S. Galster, G. Hartwig, H. Klein, J. Moritz, K.H. Schmidt, W. Schmidt-Parzefall, D. Wegener.



# INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. <u>Einleitung</u>	1
2. <u>Theorie der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung</u>	
2.1 Allgemeine Form des elastischen e-d-Wirkungsquerschnitts	4
2.1.1 Überblick	4
2.1.2 Die Elektron-Deuteron-Wechselwirkung	5
2.1.3 Der differentielle Wirkungsquerschnitt	7
2.2 Der Deuteronformfaktor $A(q^2)$	9
2.2.1 Die Approximationen	10
2.2.2 Die Berechnung der Formfaktoren	11
2.2.3 Die relativistischen Korrekturen	13
2.2.4 Die Meson-Austausch-Korrekturen	15
2.3 Die Deuteron-Wellenfunktion	16
2.3.1 Die allgemeine Form des Potentials	16
2.3.2 Die verwendeten Wellenfunktionen	16
3. <u>Die Meßapparatur</u>	
3.1 Das Prinzip der Meßanordnung	21
3.2 Das Elektronenspektrometer	23
3.3 Die Funkenkammern	24
3.4 Der Deuteronenzähler	26
3.5 Der Elektronenstrahl und das Target	27
3.6 Die experimentelle Durchführung	30
4. <u>Die Reduktion der Daten zum Wirkungsquerschnitt</u>	
4.1 Die Abtrennung der elastischen Streueignisse	32
4.2 Die Anpassung von theoretischen Elektronenspektren	37
4.3 Die Unterteilung des Elektronenstreuwinkels	41
4.4 Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts	44
4.5 Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt	45
4.5.1 Das Deuteriumtarget	45
4.5.2 Die Totzeit der Apparatur	46
4.5.3 Die Strahlungskorrekturen	46

<u>5. Die Ergebnisse</u>	Seite
5.1 Der differentielle Wirkungsquerschnitt	49
5.2 Der Deuteronformfaktor $A(q^2)$	51
5.3 Der isoskalare elektrische Nukleonformfaktor $G_{ES}$	55
5.4 Der elektrische Neutronformfaktor $G_{EN}$	55
5.5 Vergleich der experimentellen Werte des elektrischen Neutronformfaktors mit theoretischen Voraussagen	63
5.5.1 Das Quark-Modell von Morpurgo	63
5.5.2 Modelle für den Ansatz $G_{EN} = -\tau G_{MN}$	64
5.5.3 Berechnung von $G_{EN}$ aus dem Isovektorformfaktor $G_{EV}$	65
5.5.4 Phänomenologische Ansätze für $G_{EN}$	66
<u>6. Zusammenfassung</u>	67
Anhang A: Relativistische Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt. Formeln von Gross	68
Anhang B: Parameter der verwendeten Deuteron-Wellenfunktionen	71
Anhang C: Zusammenhang zwischen Elektronen- und Deuteronenakzeptanz	74
Anhang d: Ergebnisse des Monte-Carlo-Programms	76
Literaturverzeichnis	80

## 1. EINLEITUNG

Die elastische Streuung von Elektronen an Deuteronen gibt Auskunft über die elektromagnetischen Eigenschaften des Deuterons sowie seiner Bestandteile, des Neutrons und des Protons, und über die Wellenfunktion des gebundenen Neutron-Proton-Systems. Insbesondere kann mit der elastischen Streuung hochenergetischer Elektronen bei großen Impulsüberträgen das Verhalten der Neutron-Proton-Wellenfunktion für kleine Abstände der beiden Nukleonen untersucht werden.

Damit lassen sich die Aussagen vervollständigen, die sich aus Nukleon-Nukleon-Streuexperimenten ergeben. Denn im Gegensatz zur Nukleon-Nukleon-Streuung ist bei der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung die Schwerpunktsenergie der Nukleonen klein ( $\approx 2,2$  MeV) und unabhängig vom Impulsübertrag des virtuellen Photons, das die Struktur der Nukleonen abtastet.

In der vorliegenden Arbeit wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung im Bereich des Viererimpulsübertragsquadrat  $q^2$  von  $5 \text{ Fermi}^{-2}$  bis  $14 \text{ Fermi}^{-2}$  gemessen. Dabei ist

$$q^2 = 4E_0 E_3 \sin^2(\theta/2)$$

$\theta$  ist der Winkel zwischen der Richtung des einfallenden und des gestreuten Elektrons,  $E_0$  und  $E_3$  sind die entsprechenden Energien der Elektronen. Dieser Bereich des Viererimpulsübertrags wurde aus zwei Gründen gewählt:

Erstens lagen bei der Planung des Experiments dort nur wenige Messungen vor und zweitens wurde erwartet, daß der elektrische Neutronformfaktor in diesem Bereich seinen größten Wert annimmt.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung nimmt in der Born'schen Näherung die folgende Form an:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{MOTT}} \{A(q^2) + B(q^2)\tan^2(\theta/2)\} \quad (1)$$

In  $A(q^2)$  und  $B(q^2)$  sind der elektrische, der Quadrupol- und der magnetische Formfaktor des Deuterons enthalten. Experimentell ermittelte Daten über diese Formfaktoren sind außerdem wichtig für die Auswertung elektromagnetischer Prozesse am Deuteron.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ändert sich sehr stark mit dem Elektronenstreuwinkel  $\theta$ . Es ist daher notwendig, solche experimentellen Werte anzugeben, die nur über kleine Intervalle des Streuwinkels, d.h. über kleine Intervalle des Impulsübertrags gemittelt wurden. Ein Vorteil der verwendeten Meßapparatur besteht darin, daß der vom Elektronenspektrometer erfaßte Streuwinkelbereich bei der Auswertung unterteilt werden kann. So lassen sich differentielle Wirkungsquerschnitte angeben, die über Elektronenstreuwinkelintervalle von nur  $0,4^\circ$  gemittelt wurden.

Die Elektronenstreuwinkel der Messungen lagen zwischen  $11^\circ$  und  $16^\circ$ . Für diese kinematischen Bedingungen trägt der winkelabhängige zweite Term von (1)  $B(q^2)\tan^2(\theta/2)$  weniger als 0,3% zum Wirkungsquerschnitt bei, da er proportional zum Tangensquadrat des Streuwinkels und  $B(q^2)$  von derselben Größenordnung wie  $A(q^2)$  ist. Er wurde bei der Auswertung der experimentellen Daten vernachlässigt. Theoretische Aussagen über den Deuteronformfaktor  $A(q^2)$  zeigen außerdem, daß in dem betrachteten Bereich des Viererimpulsübertrags  $q$  hauptsächlich der elektrische und der Quadrupolformfaktor beitragen. Der Anteil des magnetischen Formfaktors ist maximal 7%.

Um zu Aussagen über die Formfaktoren der Nukleonen zu kommen, wird die Tatsache benutzt, daß das Deuteron aus Neutron und Proton zusammengesetzt ist. Für den differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung



ergeben sich zwei Einschränkungen:

- a) Die Streuung des Elektrons an den beiden Nukleonen des Deuterons ist kohärent.
- b) Wegen des Isospins  $T=0$  des Deuterons trägt nur der Isoskalaranteil der elektrischen Wechselwirkung zum Wirkungsquerschnitt bei.

Auf Grund der vorangegangenen Überlegungen läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt in guter Näherung schreiben als

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = D(q^2) \cdot (G_{EN}(q^2) + G_{EP}(q^2))^2 \quad (2)$$

$G_{EN}$  und  $G_{EP}$  sind die elektrischen Formfaktoren von Neutron und Proton.  $D(q^2)$  enthält außer kinematischen Größen noch die Wellenfunktion des Deuterons. Der elektrische Neutronformfaktor  $G_{EN}$  läßt sich aus dem Wirkungsquerschnitt bestimmen, wenn der elektrische Protonformfaktor und die Wellenfunktion des Deuterons eingesetzt werden. Da die Summe der beiden elektrischen Formfaktoren der Nukleonen in den Wirkungsquerschnitt eingeht, kann der elektrische Neutronformfaktor nach BETRAG und VORZEICHEN bestimmt werden.

Andere Möglichkeiten zur Bestimmung des elektrischen Neutronformfaktors sind die quasielastische Elektron-Deuteron-Streuung, bei der das Deuteron auseinanderbricht, und die  $\pi^+$ -Elektroproduktion an Wasserstoff in Rückwärtsrichtung. In beiden Fällen ist aber eine Extrapolation zum Neutronpol notwendig, von dem der Wirkungsquerschnitt nur jeweils schwach abhängt. Außerdem erschweren theoretische Unsicherheiten die Analyse.

## 2. THEORIE DER ELASTISCHEN ELEKTRON-DEUTERON-STREUUNG

### 2.1 Allgemeine Form des elastischen e-d-Wirkungsquerschnitts

#### 2.1.1 Überblick

Theoretisch wurde die elastische Elektron-Deuteron-Streuung zuerst von Jankus<sup>1)</sup> (1956) behandelt. Er betrachtete das Elektron als relativistisches Teilchen und das Deuteron als statisches gebundenes System zweier Nukleonen. Seine Formulierung setzte mehrere Näherungen voraus und vernachlässigte Effekte wie Austauschströme von Pionen. Da die Ladung des Neutrons Null ist, wurde lange angenommen, daß auch  $F_{1N}$  Null ist, der von Foldy<sup>2)</sup> eingeführte Neutronformfaktor. Mit dieser Hypothese und der Theorie von Jankus wurden die Experimente analysiert. Es stellte sich heraus, daß die experimentellen Daten durch mehrere Neutron-Proton-Potentiale beschrieben werden konnten, die die statischen Eigenschaften des Deuterons richtig wiedergaben. Die Potentiale mußten alle ein abstoßendes hartes Core haben.

Glaser und Jaksic<sup>3)</sup> haben 1957 eine relativistische Formulierung der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung angegeben, indem sie das Deuteron als Teilchen mit Spin 1 betrachteten. Sie benutzten die Lorentz- und die Eichinvarianz und führten die Rechnungen in Born'scher Näherung durch. Alle physikalischen Eigenschaften des Deuterons wurden in drei relativistisch invarianten phänomenologischen Formfaktoren ausgedrückt. Dies führt zu einer komplizierten Formel für den differentiellen Wirkungsquerschnitt, in der Produkte der Formfaktoren auftreten (Gleichung 9).

Will man diese drei Formfaktoren als physikalische Größen interpretieren, so führt dies zur Definition von drei neuen Formfaktoren, die der elektrischen Ladung, dem Quadrupolmoment und dem magnetischen Moment des Deuterons entsprechen. Gourdin<sup>4)</sup> hat 1963 mit diesen neuen Formfaktoren, die durch

lineare Transformationen aus den früheren gewonnen werden, eine Formel (11) für den differentiellen Wirkungsquerschnitt erhalten, die wesentlich einfacher ist und keine Interferenzglieder der Formfaktoren enthält wie die Theorie von Glaser und Jaksic.

Im folgenden Kapitel wird der differentielle Wirkungsquerschnitt als Funktion dieser drei Formfaktoren oder genauer als Funktion des magnetischen Formfaktors und einer Kombination des elektrischen und des Quadrupolformfaktors angegeben.

### 2.1.2 Die Elektron-Deuteron-Wechselwirkung

Die Vierervektoren des Elektrons und des Deuterons sind in der Abbildung 1 definiert:

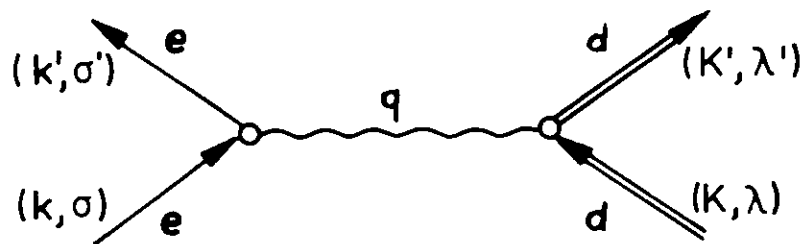


Abb.1 Feynman-Diagramm der Reaktion  $e+d \rightarrow e+d$

Die S-Matrix ist mit der T-Matrix durch die Gleichung

$$\langle f|S|i\rangle = \delta_{fi} + i(2\pi)^4 \delta_4(k+K-k'-K')N\langle f|T|i\rangle \quad (3)$$

verknüpft. N ist ein Normierungsfaktor und die vierdimensionale  $\delta$ -Funktion beinhaltet die Impuls- und Energieerhaltung des Systems.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist proportional dem Quadrat der Matrix T. Wenn nur ein einziges Photon zwischen Elektron und Deuteron ausgetauscht wird (EIN-PHOTON-NÄHERUNG),

läßt sich die Matrix faktorisieren:

$$\langle f|T|i\rangle = \langle k'\sigma'|j_\mu|k\sigma\rangle \frac{1}{q^2} \langle K'\lambda'|J_\mu|K\lambda\rangle \quad (4)$$

$j_\mu$  ist dabei der Elektronen- und  $J_\mu$  der Deuteronenstrom. Die einfallenden Elektronen sind unpolarisiert und die Polarisation der Deuteronen wird nicht gemessen. Daher muß über die Spinzustände und die Polarisierungen gemittelt werden.

$$T_{fi}^2 = \frac{1}{q^4} S_{\mu\nu} T_{\mu\nu}$$

$$S_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\sigma\sigma'} \langle k'\sigma'|j_\mu|k\sigma\rangle \cdot \langle k'\sigma'|j_\nu^*|k\sigma\rangle \quad (5)$$

$$T_{\mu\nu} = \frac{1}{2s+1} \sum_{\lambda\lambda'} \langle K'\lambda'|J_\mu|K\lambda\rangle \cdot \langle K'\lambda'|J_\nu^*|K\lambda\rangle$$

$S_{\mu\nu}$  wird durch Spurbildung berechnet, da das Elektron keine Struktur besitzt. Zur Berechnung von  $T_{\mu\nu}$  sind dagegen  $(2s+1)^2$  Elemente der Strommatrix notwendig. Diese Anzahl läßt sich aber reduzieren, wenn gewisse Erhaltungssätze benutzt werden. Dazu wird die Streuung im BREIT-SYSTEM behandelt. Es ist so definiert, daß  $\vec{K}' = -\vec{K}$  ist, das heißt, der Impuls des Deuterons nach der Streuung ist gleich aber entgegengesetzt seinem Impuls vor der Streuung. Außerdem gilt: das Quadrat des Dreierimpulses ist gleich dem Quadrat des Viererimpulses ( $\vec{q}^2 = q^2$ ) und damit  $q_0^2 = 0$ . Unter Benutzung der Drehimpulserhaltung, der Symmetrieeigenschaften und der Zeitumkehrinvarianz kann in diesem System gezeigt werden<sup>6)</sup>, daß sich die Anzahl der unabhängigen Matrixelemente auf  $(2s+1)$  verringert.

Die elektromagnetische Struktur eines Teilchens mit dem Spin  $s$  führt damit nur zu  $(2s+1)$  skalaren Funktionen in der Streuamplitude. Diese Funktionen hängen nur von  $q^2$  ab und werden FORMFAKTOREN genannt. Insbesondere hat das Deuteron mit Spin 1 drei Formfaktoren,

- einen LADUNGSFORMFAKTOR
- einen QUADRUPOLFORMFAKTOR und
- einen MAGNETISCHEN FORMFAKTOR.

Der Deuteronenstrom kann in der folgenden Form geschrieben werden<sup>5)</sup>:

$$\langle K'\lambda' | J_{\mu} | K\lambda \rangle = e_0^+(K'\lambda') T_{\mu}^{\rho\sigma} e_{\sigma}(K,\lambda) \quad (6)$$

$e_{\sigma}(K,\lambda)$  ist der Vierervektor des Deuteronenspins, der von dem Impuls  $K$  und der Helizität  $\lambda$  abhängt. Der Tensor  $T_{\mu}^{\rho\sigma}$  läßt sich mit den drei Formfaktoren des Deuterons ausdrücken:

$$\begin{aligned} T_{\mu}^{\rho\sigma} = (K+K')_{\mu} \cdot \left\{ F_1(q^2) g^{\rho\sigma} + F_2(q^2) \frac{q^{\rho} q^{\sigma}}{2M_d^2} \right\} + \\ + G_1(q^2) q^{\nu} \cdot \{ \delta_{\nu}^{\rho} \delta_{\mu}^{\sigma} - \delta_{\nu}^{\sigma} \delta_{\mu}^{\rho} \} \end{aligned} \quad (7)$$

### 2.1.3 Der differentielle Wirkungsquerschnitt

In der EIN-PHOTON-NÄHERUNG ergibt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung zu:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{MOTT}} \{ A(q^2) + B(q^2) \tan^2(\theta/2) \} \\ \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{MOTT}} &= \frac{\alpha^4 \cos^2(\theta/2)}{4E_0^2 \sin^2(\theta/2)} \left\{ 1 + 2 \frac{E_0}{M_d} \sin^2(\theta/2) \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (8)$$

$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{MOTT}}$  ist der Mott-Wirkungsquerschnitt, die Streuung an einem punktförmigen Teilchen.  $A(q^2)$  und  $B(q^2)$  sind skalare Funktionen, die nur vom Quadrat des Viererimpulsübertrags  $q^2$  abhängen und  $\theta$  ist der Streuwinkel des Elektrons.

Wird der Tensor  $T_{\mu}^{\rho\sigma}$  für das Deuteron berechnet, so ergibt sich für die Funktionen  $A(q^2)$  und  $B(q^2)$ :

$$\begin{aligned} A(q^2) = F_1(q^2) \left\{ 1 + \frac{2}{3}n \right\} + \frac{2}{9}n^2 F_2(q^2) + \\ + \frac{8}{9}n \{ F_1(q^2) + F_2(q^2) - G_1(q^2) + \frac{n}{3}F_2(q^2) \}^2 \end{aligned} \quad (9)$$

$$B(q^2) = \frac{4}{3}n(1+n)G_1^2(q^2) \quad \text{mit} \quad n = \frac{q^2}{4M_d^2}$$

Um die Interferenzglieder in  $A(q^2)$  zu vermeiden, hat Gourdin<sup>4)</sup> drei neue Formfaktoren eingeführt, die Linearkombinationen der alten Formfaktoren darstellen.

$$\begin{aligned} G_C(q^2) &= F_1(q^2) + \frac{2}{3}\eta G_Q(q^2) \\ G_Q(q^2) &= F_1(q^2) - G_1(q^2) + (1 + \eta)F_2(q^2) \\ G_M(q^2) &= \sqrt{1 + \eta}G_1(q^2) \end{aligned} \quad (10)$$

Mit diesen Formfaktoren kann der differentielle Wirkungsquerschnitt in einfacher Weise ohne Interferenzterme geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{MOTT}} \{G_C^2(q^2) + G_Q^2(q^2) + \\ &+ \frac{2}{3}\eta(1 + \eta)[1 + 2(1 + \eta)\tan^2(\theta/2)]G_M^2(q^2)\} \end{aligned} \quad (11)$$

Die explizite Winkelabhängigkeit erlaubt eine experimentelle Trennung des magnetischen Formfaktors  $G_M(q^2)$  von der Kombination aus Ladungs- und Quadrupolformfaktor,  $G_C(q^2)$  und  $G_Q(q^2)$ . Die Namen werden auf der Seite 12 begründet. Eine vollständige Trennung der drei Formfaktoren ist nur durch Polarisationsmessungen möglich.

Für  $A(q^2)$  und  $B(q^2)$  ergibt sich aus der obigen Gleichung:

$$\begin{aligned} A(q^2) &= G_C^2(q^2) + \frac{8}{9}\eta^2 G_Q^2(q^2) + \frac{2}{3}\eta(1 + \eta)G_M^2(q^2) \\ B(q^2) &= \frac{4}{3}\eta(1 + \eta)^2 G_M^2(q^2) \end{aligned} \quad (12)$$

Die Beiträge zu  $A(q^2)$  von den drei Formfaktoren sind in der Abbildung 2 dargestellt. Sie wurden mit der Wellenfunktion von Hamada-Johnston berechnet. Der Ladungsformfaktor dominiert für kleine Viererimpulsüberträge, während der Quadrupolformfaktor den größten Beitrag in der Gegend des Minimums im Ladungsformfaktor liefert. Der magnetische Formfaktor

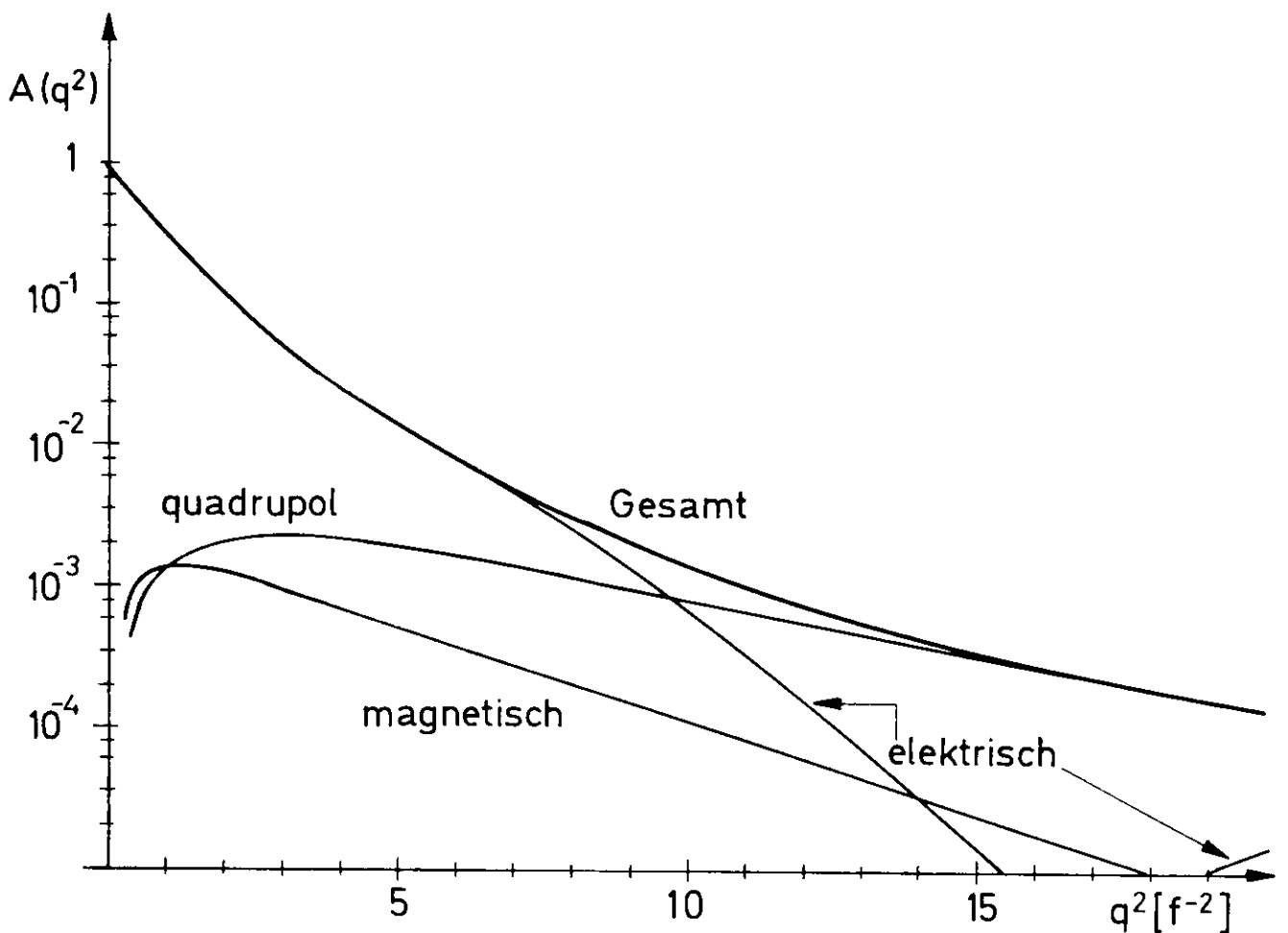


Abb.2 Beiträge des elektrischen, magnetischen und Quadrupolformfaktors zu  $A(q^2)$

trägt maximal etwa 7% zum Deuteronformfaktor  $A(q^2)$  bei.

## 2.2 Der Deuteronformfaktor $A(q^2)$

Das Deuteron soll nun nicht mehr als ein Elementarteilchen mit Spin 1, sondern als ein System betrachtet werden, das aus zwei Nukleonen mit Spin 1/2 zusammengesetzt ist. Die elastische Elektron-Deuteron-Streuung führt somit auf ein Drei-Teilchen-Problem, dessen Lösung nur mit mehreren Annahmen möglich ist.

### 2.2.1 Die Approximationen

#### a) Die Impulsapproximation

Das Deuteron hat eine kleine Bindungsenergie ( $E = -2,2 \text{ MeV} \hat{=} -1,1 \text{ MeV/Nukleon}$ ) und eine ausgedehnte Struktur in der Größenordnung von einigen Fermi ( $10^{-13} \text{ cm}$ ). Das deutet darauf hin, daß die beiden Nukleonen im allgemeinen weit voneinander entfernt sind. Ist die Energie der einfallenden Elektronen groß, so wird die Reaktionszeit sehr kurz. Das emittierte Photon hat dann eine große Chance von einem der beiden Nukleonen eingefangen zu werden, ohne irgendeinen Effekt auf das andere auszuüben. Anders gesagt: es wird angenommen, daß das Photon nur mit einem Nukleon reagiert und das andere die Rolle eines Zuschauers annimmt. Der Impulsapproximation entspricht damit das folgende Diagramm:

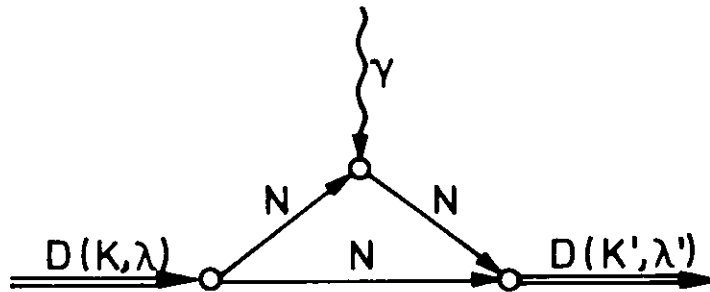


Abb.3 Impulsapproximation

Am Vertex  $\gamma NN$  wird der elektromagnetische Formfaktor für ein freies Nukleon angenommen, obwohl beide Nukleonen in Deuteron gebunden sind. Diese Annahme ist aber wegen der kleinen Bindungsenergie des Deuterons möglich.

In dieser Näherung kann der Deuteronenstrom geschrieben werden als

$$\langle K' \lambda' | J_{\mu} | K \lambda \rangle = \langle K' \lambda' | J_{\mu}^n + J_{\mu}^p | K \lambda \rangle \quad (13)$$



Wegen des isoskalaren Charakters des Deuterons ( $T=0$ ) wird der isoskalare Anteil des Hadronenstroms herausprojiziert. Die Formfaktoren des Deuterons lassen sich daher als Produkt der isoskalaren Formfaktoren der Nukleonen und einer Funktion schreiben, die die Struktur des Deuterons beinhaltet.

$$G_d(q^2) = D(q^2) \cdot \{G_{EN}(q^2) + G_{EP}(q^2)\}^2 \quad (14)$$

b) Die Meson-Austauschströme

Die beiden Nukleonen des Deuterons tauschen Mesonen aus, an die das virtuelle Photon ankoppeln kann. Diese Kopplung führt zu einer Änderung des effektiven Nukleonenstroms. Sie wird in den theoretischen Arbeiten, die zur Auswertung der Meßdaten herangezogen werden, vernachlässigt.

c) Die nichtrelativistischen Wellenfunktionen

Bei der exakten Behandlung der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung müßten relativistische Wellenfunktionen des Deuterons benutzt werden. Gross hat sie in seiner Herleitung des Wirkungsquerschnitts durch nichtrelativistische Wellenfunktionen ersetzt, die einfacher zu behandeln sind. In dem Kapitel 2.3 wird die Deuteron-Wellenfunktion ausführlicher beschrieben.

### 2.2.2 Die Berechnung der Formfaktoren

Gourdin<sup>4)</sup> hat die Ausdrücke für den Deuteronenstrom in der nichtrelativistischen Näherung berechnet. Die Nukleonenströme werden dazu im Breit-System angesetzt. Als Resultat erhält er die folgenden Ausdrücke:

$$\begin{aligned} G_C &= 2 \cdot G_{ES}^C E & G_Q &= 2 \cdot G_{ES}^C Q \\ G_M &= 2 \cdot \frac{M_d}{M_p} \left\{ G_{MS}^C S + \frac{1}{2} G_{ES}^C L \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

$G_{ES}$  und  $G_{MS}$  sind die isoskalaren Formfaktoren der Nukleonen:

$$\begin{aligned} G_{ES} &= \frac{1}{2} (G_{EN} + G_{EP}) \\ G_{MS} &= \frac{1}{2} (G_{MN} + G_{MP}) \end{aligned} \quad (16)$$

Die Strukturfunktionen  $C$ , die in diese Beziehungen eingehen, lassen sich mit Hilfe der nichtrelativistischen Deuteron-Wellenfunktionen darstellen.

$$\begin{aligned} C_E &= \int \{u^2(r) + w^2(r)\} j_0(qr/2) dr \\ C_Q &= \frac{3}{\sqrt{2}\eta} \int w(r) \left\{u(r) - \frac{1}{\sqrt{8}}w(r)\right\} j_2(qr/2) dr \\ C_L &= \frac{3}{2} \int w^2(r) \{j_0(qr/2) + j_2(qr/2)\} dr \\ C_S &= \int \left\{u^2(r) - \frac{1}{2}w^2(r)\right\} j_0(qr/2) dr + \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} \int w(r) \left\{u(r) + \frac{1}{\sqrt{2}}w(r)\right\} j_2(qr/2) dr \end{aligned} \quad (17)$$

$j_0\left(\frac{qr}{2}\right)$  und  $j_2\left(\frac{qr}{2}\right)$  sind sphärische Besselfunktionen.

Die obigen Funktionen lauten für den Grenzfall  $q \rightarrow 0$ :

a) Die Strukturfunktionen

$$\begin{aligned} C_E(0) &= 1 & C_Q(0) &= M_d^2 \cdot Q \\ C_S(0) &= 1 - \frac{3}{2}p_d & C_L(0) &= \frac{3}{2}p_d \end{aligned}$$

b) Die Formfaktoren

$$G_C(0) = G_{EN}(0) + G_{EP}(0) = 1$$

$G_C$  strebt gegen die Ladung des Deuterons.

$$G_Q(0) = M_d^2 \frac{\sqrt{2}}{10} \int w(r) \left\{u(r) - \frac{1}{\sqrt{8}}w(r)\right\} r^2 dr = M_d^2 \cdot Q$$

da  $j_2(\frac{qr}{2}) \approx \frac{q^2 r^2}{60}$  für kleine  $q$ .  $Q$  ist das Quadrupolmoment des Deuterons.

$$G_M(0) = \frac{M_d}{M_p} \left\{ \mu_p + \mu_n - \frac{3}{2} p_d (\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2}) \right\}$$

Dies ist der nichtrelativistische Ausdruck für das magnetische Moment des Deuterons  $\mu_d$ .

Damit sind die Bezeichnungen von Seite 8 gerechtfertigt.

### 2.2.3 Die relativistischen Korrekturen

Eine Anzahl von Versuchen wurde gemacht, um eine relativistische Theorie des Deuteronenstroms zu entwickeln. Dispersionsstheoretische Behandlungen<sup>8-10)</sup> sind gewöhnlich auf kleine Werte von  $q^2$  beschränkt. Die vollständigste Berechnung der relativistischen Effekte des elastischen Elektron-Deuteron-Wirkungsquerschnitts wird von Gross<sup>11)</sup> angegeben.

Die Korrekturen von Gross sind von zweierlei Art. Sie rühren erstens her von der Behandlung des Nukleonenstroms in der Ordnung  $p^2/M_p^2$  und zweitens von der Entwicklung der Deuteron-Wellenfunktion nach  $p_d^2/M^2$ , wobei nur Terme bis zur quadratischen Ordnung mitberücksichtigt werden. Auf diese Art wird die Verformung des bewegten Deuterons näherungsweise beschrieben.  $M_p$  ist dabei die Protonenmasse,  $p$  der Spektatorimpuls und  $p_d$  der Deuteronenimpuls. Die Korrekturen lassen sich als Funktionen der nichtrelativistischen S- und D-Zustands-Wellenfunktionen ausdrücken. Damit sind sie für beliebige Deuteron-Wellenfunktionen berechenbar. Die Formfaktoren mit relativistischen Korrekturen lauten unter Benutzung von (16) für die isoskalaren Formfaktoren der Nukleonen:

$$\begin{aligned} \frac{(1+\eta/2)}{2} \cdot G_C &= G_{ES}^C E + G_{ES}^I C + (2G_{MS} - G_{ES}) J_C \\ \frac{(1+\eta/2)}{2} \cdot G_Q &= G_{ES}^C Q + G_{ES}^I Q + (2G_{MS} - G_{ES}) J_Q \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} \frac{(1+\eta/2)}{2} \cdot G_M = & \{(1+\eta/2)G_{ES} - 3\eta(G_{ES} - G_{MS})\}C'_L + \\ & + 2(1+\eta/2)G_{MS}C'_S + 2\{G_{ES}I_M^1 + \\ & + G_{ES}I_M^2 + G_{MS}J_M^1 + (G_{ES} - G_{MS})J_M^2\} \end{aligned}$$

$C'_L$  und  $C'_S$  haben dieselbe Form wie  $C_L$  und  $C_S$ , nur werden etwas modifizierte Wellenfunktionen eingesetzt. Die Funktionen  $u(r)$  und  $w(r)$  sind durch  $U(r)$  und  $W(r)$  zu ersetzen.

$$\begin{aligned} U(r) &= u(r) + \frac{1}{4M_p^2} \cdot \frac{d^2}{dr^2} u(r) \\ W(r) &= w(r) + \frac{1}{4M_p^2} \cdot \left\{ \frac{d^2}{dr^2} w(r) - \frac{6}{r^2} w(r) \right\} \end{aligned} \quad (19)$$

Die Ausdrücke der Funktionen  $I_C, J_C, I_Q, J_Q, I_M^1, J_M^1, I_M^2, J_M^2$  beinhalten komplizierte Integrale über die nichtrelativistischen Wellenfunktionen und sind im Anhang A angegeben.

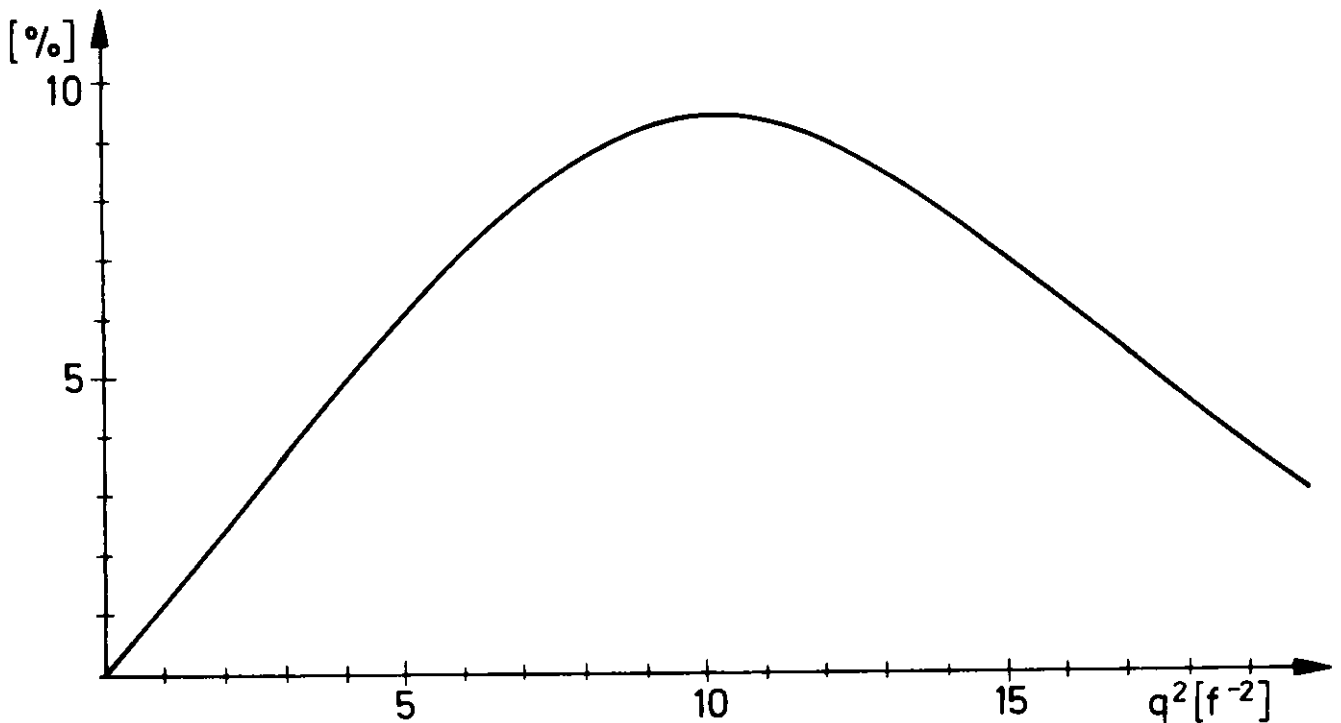


Abb.4 Beitrag der relativistischen Korrektur zu  $A(q^2)$

Bei der Auswertung werden nur die Korrekturen am Ladungs- und Quadrupolformfaktor angebracht. Die Korrekturen des magnetischen Formfaktors werden nicht berücksichtigt, da der magnetische Formfaktor in dem gemessenen Bereich selbst nur etwa 7% zum Wirkungsquerschnitt beiträgt. In der Abbildung 4 ist der prozentuale Beitrag der relativistischen Korrekturen zu  $A(q^2)$  als Funktion von  $q^2$  aufgetragen. Er hat Werte bis zu 10% im Bereich des Viererimpulsübertragsquadrats von 6  $\text{Fermi}^{-2}$  bis 14  $\text{Fermi}^{-2}$ . Diese Korrekturen haben die Tendenz, den theoretischen Wirkungsquerschnitt zu verkleinern.

#### 2.2.4 Die Meson-Austausch-Korrekturen

Bei der theoretischen Herleitung des differentiellen Wirkungsquerschnitts wurde der Beitrag von Meson-Austauschströmen nicht berücksichtigt. Wegen des isoskalaren Charakters des Deuterons kann der Austausch eines Pions nicht beitragen, da der Vertex  $\gamma\pi\pi$  isovektoriellen Charakter hat. Der niedrigste

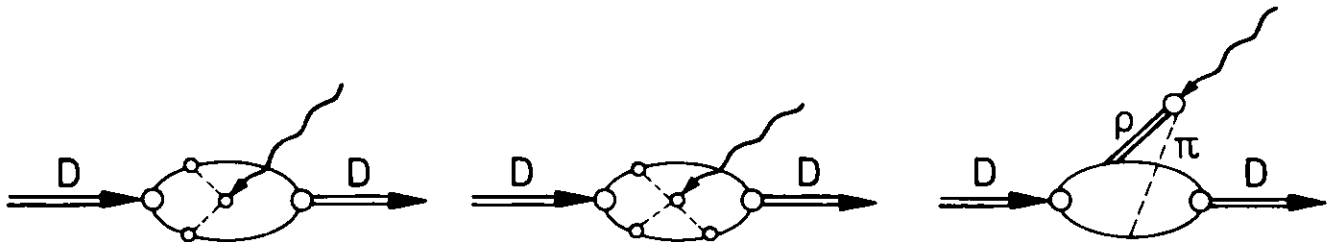


Abb.5 Meson-Austausch-Diagramme

nichtverschwindende Beitrag<sup>5)</sup> kann erst von dem Austausch dreier Pionen herrühren. Beiträge zur Meson-Austausch-Wechselwirkung wurden von Adler und Drell<sup>12)</sup> für  $\gamma\rho\pi$ -Kopplung unter Benutzung der Impulsapproximation und mit speziellen Annahmen über die Kopplung von Mesonen und Nukleonen berechnet. Diese Korrekturen tragen erst oberhalb von  $q^2 = 12 \text{ Fermi}^{-2}$  bei und können deshalb in der Auswertung vernachlässigt werden.

## 2.3 Die Deuteron-Wellenfunktion

### 2.3.1 Die allgemeine Form des Potentials

Die Wellenfunktionen des Deuterons sind Lösungen der Schrödingergleichung. Das allgemeinste Potential der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung hat einen Zentral-, einen Tensor- und einen Spin-Bahn-Term.

$$V(r) = V_Z(r) + V_T(r)S_{np} + V_{LS}(r)(\vec{S}\vec{L}) \quad (20)$$

Der Tensoroperator  $S_{np}$  ist eine Funktion der Paulimatrizen  $\sigma_n$  und  $\sigma_p$ . Die experimentell gemessene Existenz eines Quadrupolmoments und die Tatsache, daß sein magnetisches Moment ungleich der Summe der magnetischen Momente der Nukleonen ist ( $\mu_d \neq \mu_n + \mu_p$ ), deutet darauf hin, daß der Grundzustand des Deuterons kein reiner S-Zustand ist. Er ist von der Form  ${}^3S_1 + {}^3D_1$ .

Die Wellenfunktion des Deuterons als Funktion des Tensoroperators  $S_{np}$  lautet:

$$\psi_m^d = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{1}{r} \{u(r) + \frac{1}{\sqrt{8}}S_{np}w(r)\} \chi_{1m} \quad (21)$$

Dabei sind  $u(r)$  und  $w(r)$  die radialen Wellenfunktionen des S- und des D-Zustandes und  $\chi_{1m}$  die Spinwellenfunktion des Tripletzustandes. Die Wellenfunktionen sind auf 1 normiert.

$$\int \{u^2(r) + w^2(r)\} dr = 1 \quad (22)$$

Die Größe  $\int w^2(r)dr = p_d$  gibt den Anteil des Tripletzustandes D wieder. Er liegt zwischen 4% und 7% je nach verwendeter Wellenfunktion.

### 2.3.2 Die verwendeten Wellenfunktionen

Die in dieser Arbeit benutzten nichtrelativistischen Wellen-

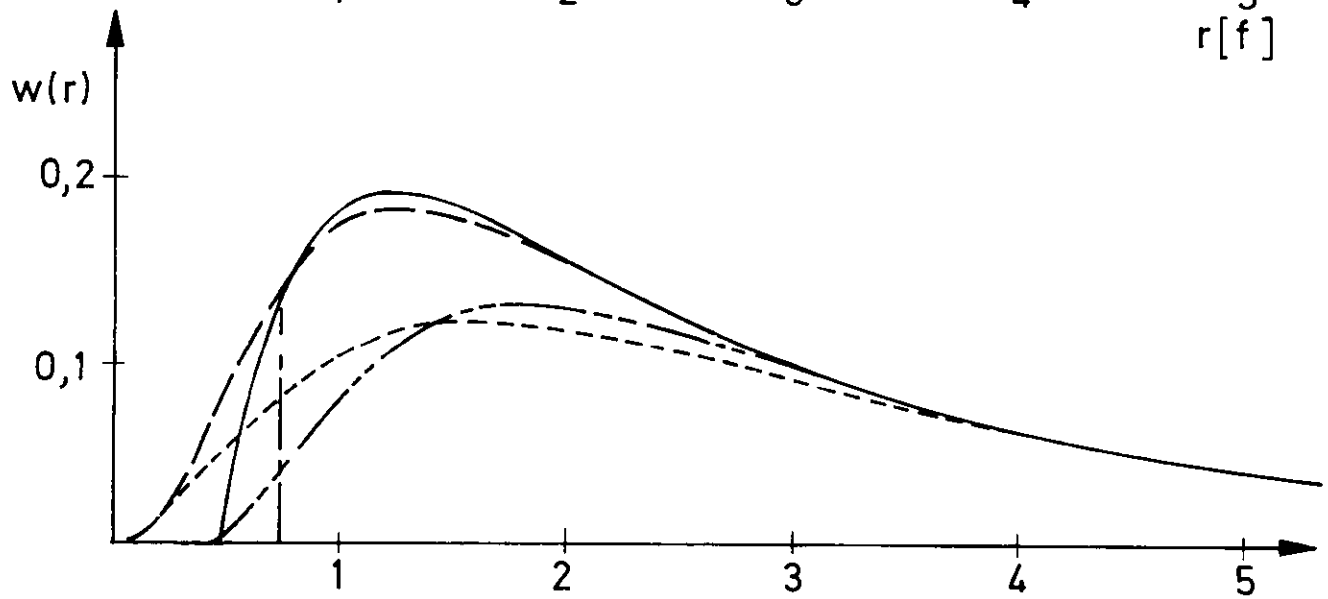
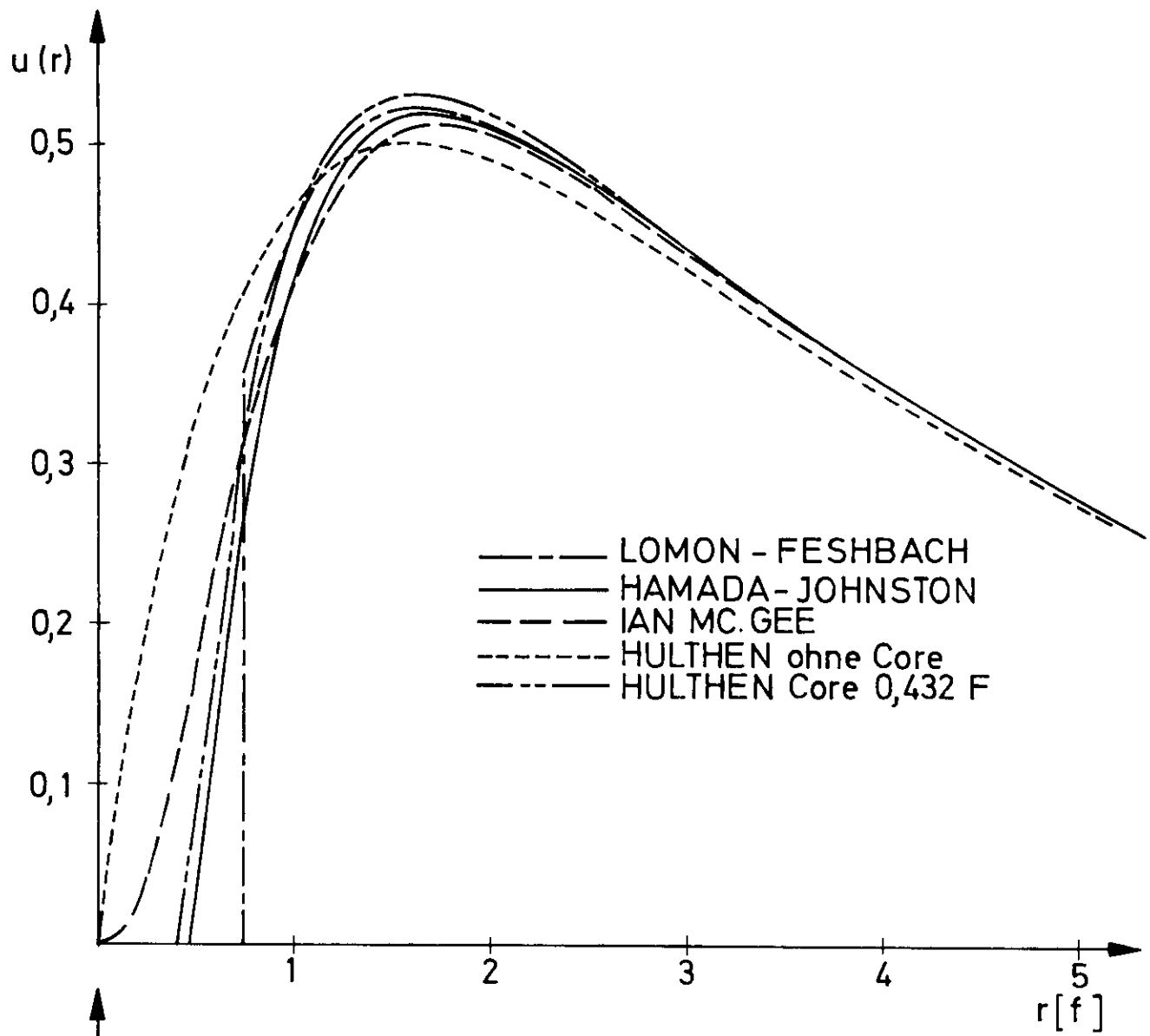


Abb.6 Die Deuteron-Wellenfunktionen  $u(r)$  und  $w(r)$   $r[f]$

funktionen sind die Lösungen der Schrödingergleichung für verschiedene vorgeschlagene Nukleon-Wechselwirkungspotentiale. Die freien Parameter der verschiedenen Potentiale wurden von den Autoren durch Vergleich der theoretischen Voraussagen für die Nukleon-Nukleon-Streuung mit experimentellen Messungen optimalisiert.

Die Deuteronformfaktoren  $A(q^2)$  werden unter Benutzung der Wellenfunktionen von Hulthén und Sugawara<sup>13)</sup>, McGee<sup>14)</sup>, Hamada-Johnston<sup>15)</sup> und Feshbach-Lomon<sup>16)</sup> berechnet. Für einige von ihnen sind die S- und D-Zustands-Wellenfunktionen  $u(r)$  und  $w(r)$  in Abhängigkeit von  $r$  in der Abbildung 6 aufgetragen. Die mit diesen Wellenfunktionen vorausgesagten statischen Eigenschaften des Deuterons sind in der Tabelle 1 zusammengefaßt. Der Deuteronformfaktor  $A(q^2)$  ist in der Abbildung 7 für mehrere Wellenfunktionen nach der Theorie von Gross berechnet, wobei der elektrische Neutronformfaktor als Null angenommen wurde.

TABELLE 1

Eigenschaften von Nukleon-Nukleon-Wechselwirkungspotentialen

Potential	Prozent D-Zustand	Magnetisches Dipolmoment	Quadrupolmoment ( $f^2$ )	Core, Grenzbedingung (f)
Hulthén	4,0	0,857	0,274	0,0
Hulthén	4,0	0,857	0,274	0,432
Hulthén	4,0	0,857	0,274	0,561
McGee	7,0	0,840	0,287	0,0
Hamada-Johnston	6,97	0,842	0,285	0,485
Feshbach-Lomon	6,15	0,845	0,278	0,734
Experiment		( 0,85741 +0,00008)	( 0,282 +0,002)	

Das Hamada-Johnston Triplett-Potential gerader Parität enthält Zentral-, Tensor-, lineare und quadratische L-S-Terme und hat ein hartes Core bei  $r_c=0,485$  Fermi. Das Feshbach-



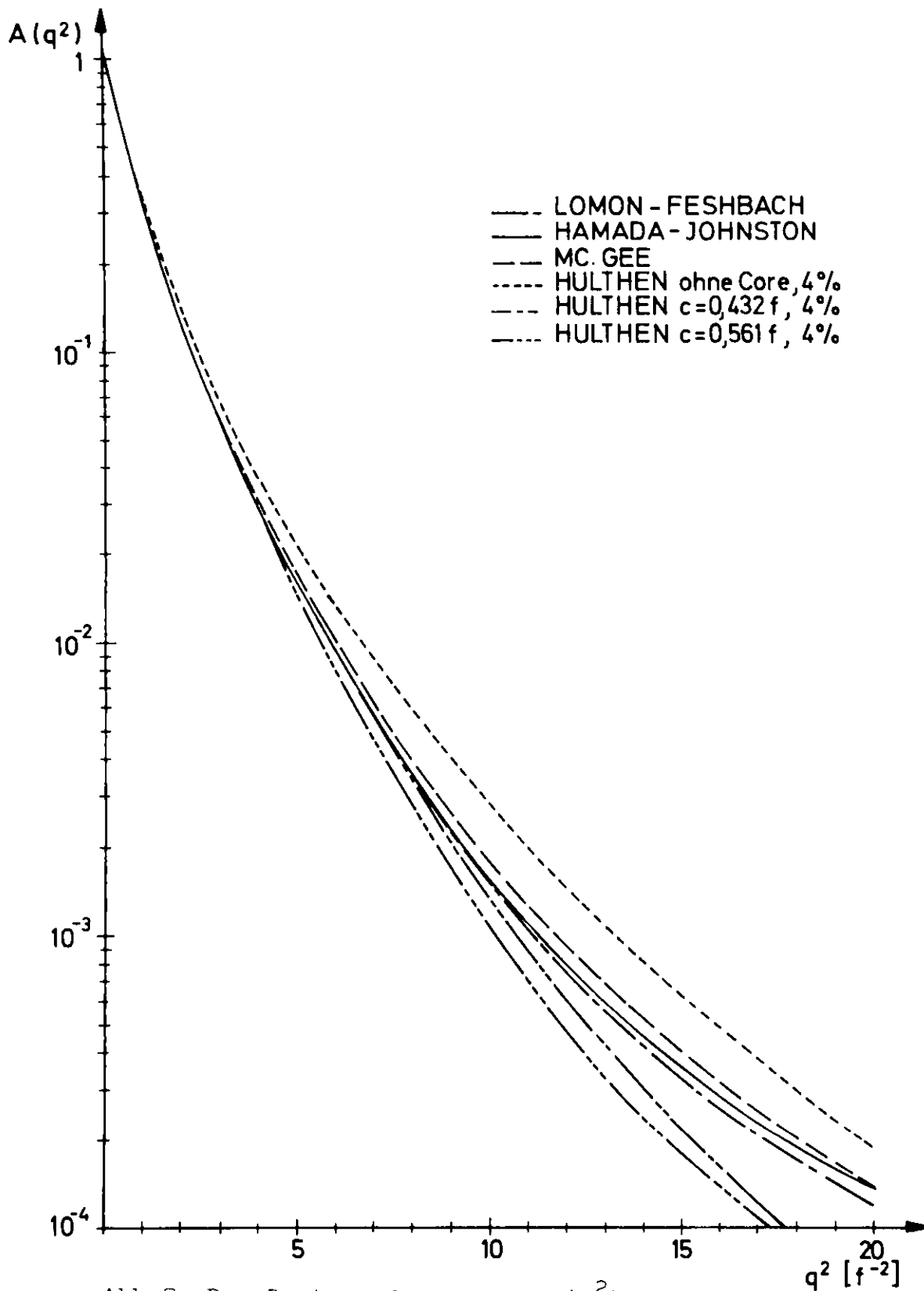


Abb.7 Der Deuteronformfaktor  $A(q^2)$  unter Benutzung der Theorie von Gross und den Wellenfunktionen von Hulthén, McGee, Hamada-Johnston und Feshbach-Lomon

Lomon-Potential hat bei  $r_c=0,73$  Fermi eine Grenzbedingung. Für kleine Werte unter  $r_c=0,73$  Fermi ist die Wellenfunktion Null gesetzt. Es werden außer diesen noch drei Wellenfunktionen von Hulthén und Sugawara verwendet, eine ohne Core und zwei mit Core bei  $r_c=0,432$  Fermi und  $r_c=0,561$  Fermi.

Die Parameter der angeführten Deuteron-Wellenfunktionen sind in Anhang B angegeben.

### 3. DIE MESSAPPARATUR

#### 3.1 Das Prinzip der Meßanordnung

Zur Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung werden Elektronen bekannter Energie  $E_0$  an flüssigem Deuterium gestreut. Der Streuprozess ist festgelegt, wenn die Richtung und der Impuls der gestreuten Elektronen sowie die Richtung und der Energieverlust der elastisch gestreuten Deuteronen gemessen wird.

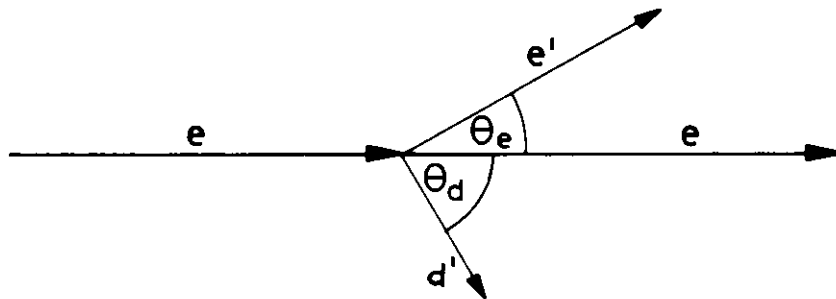
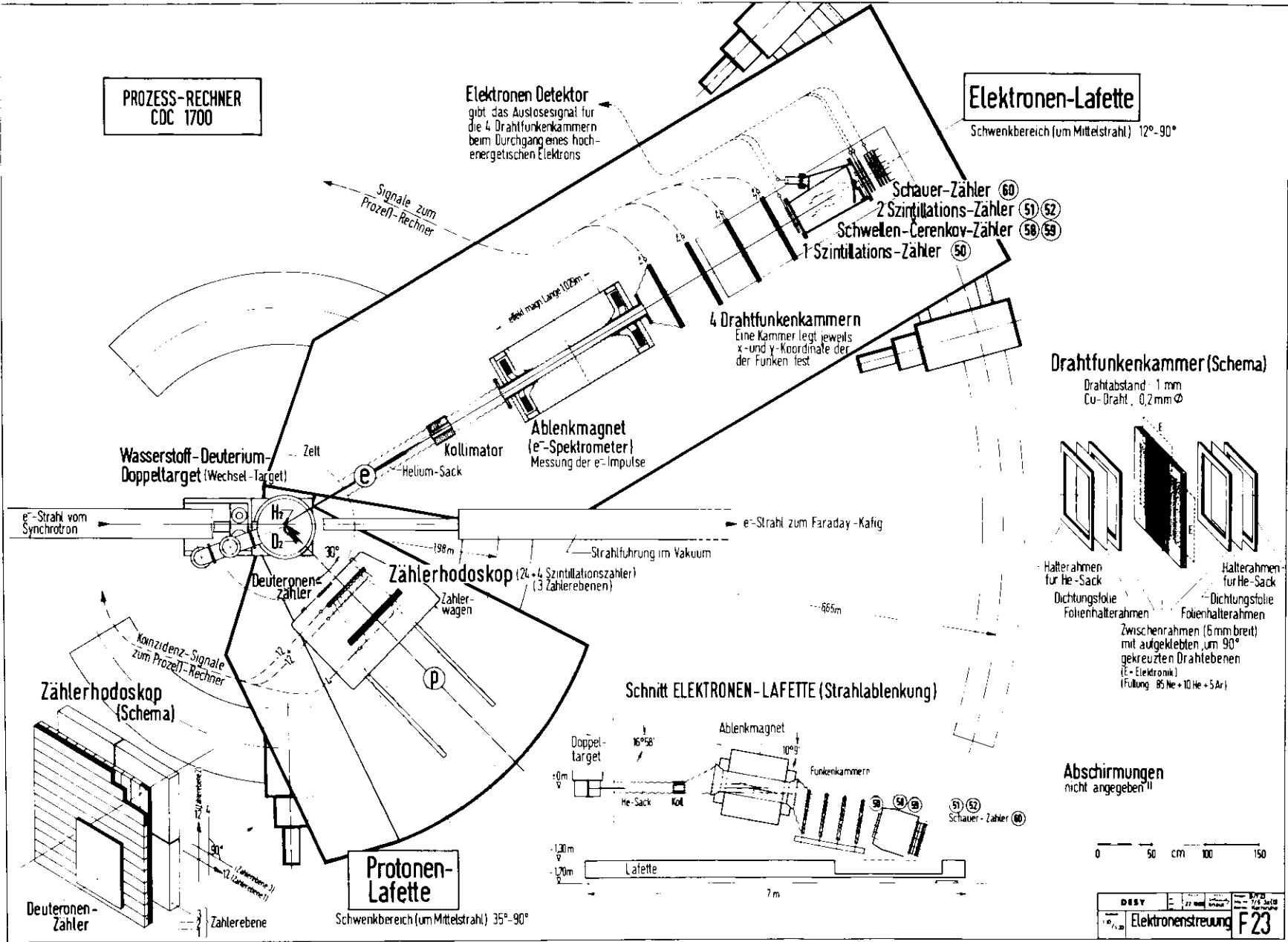


Abb.8 Streudiagramm

Die Meßapparatur (Abb.9) ist auf zwei Lafetten angeordnet, über deren gemeinsamem Drehpunkt sich das Deuteriumtarget befindet. Auf der einen Lafette fliegen die Teilchen durch einen Bleikollimator, einen Ablenkmagneten mit homogenem Feld und die Drahtfunkenkammern in eine Zählerkombination. Diese dient dazu, Elektronen von anderen Teilchensorten zu trennen und besteht aus drei Szintillationszählern und einem Schauerzähler, die in Koinzidenz geschaltet sind. Das Ansprechen dieser Zählerkombination definiert ein Streueignis und löst die Funkenkammern aus. Der in der Abbildung 9 eingezeichnete gasgefüllte Cerenkovzähler wurde bei der Auswertung nicht verwendet.

Auf der zweiten Lafette fliegen die Teilchen durch eine 0,5 mm starke Bleifolie, die den niederenergetischen Untergrund



absorbiert, in einen kleinen Szintillationszähler (DEUTERONEN-ZÄHLER). Der Energieverlust eines Teilchens in diesem Zähler wird in einem Analog-Digital-Wandler registriert, wenn das Teilchen zeitlich koinzident zu einem gestreuten Elektron nachgewiesen wird. An der Größe des Energieverlustes kann entschieden werden, ob es sich bei dem nachgewiesenen Teilchen um ein elastisch gestreutes Deuteron handelt.

### 3.2 Das Elektronenspektrometer

Die gestreuten Elektronen werden in einem homogenen Magnetfeld vertikal zur Streuebene nach unten abgelenkt. Die Trajektorien der abgelenkten Elektronen werden in den vier Drahtfunkenkammern festgelegt, die hinter dem Magneten stehen und keine direkte Sicht zum Target haben. Vor dem Magneten lassen sich wegen des großen Untergrundes keine Funkenkammern verwenden. Zur Bestimmung der Teilchenbahnen wird deshalb der Targetmittelpunkt als geometrisches Streuzentrum angenommen.

Es gibt zwei Möglichkeiten, die gestreuten Elektronen abzulenken, erstens in der Streuebene und zweitens senkrecht zur Streuebene. Für die beschriebene Apparatur ist es sinnvoll, die Elektronen senkrecht zur Streuebene abzulenken, wie die folgende Diskussion zeigt. Das Target hat in der Streuebene einen Durchmesser  $d$  von 30 mm. Der vom Elektronenstrahl durchsetzte Teil des Targets hat in der Streuebene für die Detektoranordnung eine Ausdehnung von  $d \cdot \sin \theta$ . Für Elektronenstreuwinkel  $\theta$  von  $11^\circ$  bis  $16^\circ$  ergibt sich damit ein "scheinbarer Targetdurchmesser" von 6 bis 8 mm. Der fokussierte primäre Elektronenstrahl hat vertikal zur Streuebene aber nur eine volle Halbwertsbreite von 1,2 mm. Es ist daher günstiger, die Elektronen senkrecht zur Streuebene abzulenken, weil in dieser Richtung der Targetort genauer bekannt ist. Eine Ablenkung der Elektronen in der Streuebene würde einen fünfmal so großen Fehler in der Impulsberechnung ergeben.

Bei einem mittleren Ablenkwinkel der Elektronen im Magneten von  $16,5^\circ$  beträgt das Impulsaufhebungsvermögen  $(\Delta p/p) = \pm 0,6\%$ . Dieser gemessene Wert ist mit dem nach einem Monte-Carlo-Programm berechneten von  $\pm 0,5\%$  verträglich. Die Kleinwinkelstreuung, die herrührt von der Targetwand, einer 4 m langen mit Helium gefüllten Flugstrecke und mehreren Funkenkammerfolien und -Drähten, wurde in dieser Berechnung berücksichtigt. Eine vertikale Verschiebung des primären Elektronenstrahls im Target um 1 mm bewirkt eine Impulsänderung von nur  $1^\circ/100$ .

Mit einem maximalen Magnetfeld von 22,4 kGauss können Elektronen bis zu einem Impuls von 3,2 GeV/c analysiert werden. Bei einem mittleren Krümmungsradius der Elektronenbahn von 3,5 m und einem Öffnungswinkel in der Ablenkebene von  $1,6^\circ$  wird ein Impulsbereich von  $\pm 20\%$  mit einem konstanten Raumwinkel von  $(0,68 \pm 0,01)$  msterad erfaßt. Der Raumwinkel wurde mit einem Monte-Carlo-Programm aus den geometrischen Daten berechnet (Anhang D). Die Abweichung des Elektronenstreuungswinkels von der Mitte der Elektronenlafette läßt sich aus den Daten der vier Funkenkammern berechnen und ist für jedes einzelne Streueignis mit einer Genauigkeit von  $\pm 0,6$  mrad bekannt. Das entspricht einer Winkelauflösung von  $\pm 0,03^\circ$ .

### 3.3 Die Funkenkammern

Zur Bestimmung der Trajektorien der gestreuten Elektronen werden vier Drahtfunkenkammern<sup>17,18)</sup> benutzt. Sie bestehen aus je zwei Drahtebenen parallel gespannter Drähte, deren Drahtabstand 1 mm beträgt. Diese Drahtebenen sind auf 6 mm dicken Glasrahmen befestigt, die sich in Aluminiumrahmen befinden. Die Drähte der einen Ebene verlaufen senkrecht zu denen der anderen Ebene. So können mit einer Kammer x- und y-Koordinaten eines Funkens gleichzeitig gemessen werden, womit der Funkenort im Raum bekannt ist. An beiden Ebenen, der Erd- und der Hochspannungsebene, befinden sich Ferritkernspeicher, die in "MODULES" von je 256 Kernen unterteilt

sind. Die sensitive Fläche der Funkenkammern beträgt  $256 \times 512 \text{ mm}^2$ . Da nur ein Teilchen pro Ereignis nachgewiesen wird, sind keine gedrehten Funkenkammern notwendig. Diese würden es erlauben, bei mehreren gleichzeitig nachzuweisenden Teilchen Mehrdeutigkeiten zu verringern.

120 nsec nach dem Teilchendurchgang, von den Szintillations- und Schauerzählern auf der Elektronenseite definiert, wird eine Drei-Elektroden-Funkenstrecke gezündet, die einen 6 kV-Impuls an die Drahtebene der Funkenkammern legt. Es wurde ein exponentiell abfallender Impuls mit einer Anstiegszeit von 15 nsec und einer variablen Abfallzeit verwendet. Bei 50 Volt statischer Reinigungsspannung betrug die sensitive Zeit des ganzen Funkenkammersystems 500 nsec. Die mittlere Nachweiswahrscheinlichkeit einer Funkenkammer war  $\epsilon_K = 99 \%$ . Als Funkenkammergas wurde eine Mischung aus 85 % Ne, 10 % He und 5 % Ar verwendet.

Da die Funkenkammern zur Bestimmung der Teilchenbahnen benutzt werden, ist eine genaue Kenntnis ihres Ortsauflösungsvermögens besonders wichtig. Dies wird auf die folgende Art ermittelt. Aus den Funkenkoordinaten der vier Kammern bestimmt ein Rechenprogramm die Gerade der kleinsten Abstandsquadrate. Durch diese Gerade wird die wirkliche Bahn des Teilchens mit größtmöglicher Genauigkeit beschrieben. Damit ist das Ortsauflösungsvermögen gegeben durch die Verteilung der Abstände zwischen den berechneten Durchstoßpunkten dieser Geraden und den dazugehörigen Funkenkoordinaten. Die Häufigkeit der Abweichung der Funkenkoordinaten vom Teilchendurchstoßpunkt wird mit guter Übereinstimmung durch eine Gaussverteilung angenähert. Für das Auflösungsvermögen ergab sich auf der Erdseite eine Halbwertsbreite von  $\pm 0,20 \text{ mm}$ , auf der Hochspannungsseite von  $\pm 0,28 \text{ mm}$ . In diesen Verteilungen ist außer der Unschärfe der Funkenspaltung auch eine Verbreiterung durch Kleinwinkelstreuung der Elektronen an den Funkenkammerdrähten enthalten.

Bei der Bestimmung der Teilchentrajektorien aus den Funkenkammerkoordinaten ist folgendes zu beachten. Die Berechnung aus zwei Punkten scheidet wegen der relativen Häufigkeit von zusätzlichen Funken (<3%) aus, die eine unsinnige Gerade vortäuschen könnten. Deshalb wird ein Streueignis nur dann ausgewertet, wenn die Funkenschwerpunkte aus mindestens drei der vier Kammern in beiden Projektionen genau eine eindeutige Gerade ergeben. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für solche Teilchenspuren war 96 %.

### 3.4 Der Deuteronenzähler

Die elastisch gestreuten Deuteronen werden mit dem auf der zweiten Lafette aufgestellten Deuteronenzähler nachgewiesen (Abb. 9). Um möglichst wenig Protonen aus der quasielastischen Streuung nachzuweisen, muß dieser Zähler klein sein. Bei der Dimensionierung dieses Zählers wurde darauf geachtet, wie der vorgegebene Raumwinkel der gestreuten Elektronen mit dem Raumwinkel der koinzidenten elastisch gestreuten Deuteronen zusammenhängt. Die folgenden Gleichungen beschreiben den differentiellen Zusammenhang der beiden Streuwinkel parallel und senkrecht zur Streuebene. Zu ihrer Herleitung (siehe Anhang C) wurde der Energie- und Impulssatz benutzt.

a) Abweichung des Streuwinkels senkrecht zur Streuebene:

$$\frac{d\theta_d^\perp}{d\theta_e^\perp} = \frac{a \cdot \cos\theta_e^\perp}{\sqrt{1 - a^2 \sin^2\theta_e^\perp}} \quad ; \quad a = \frac{\sin\theta_d}{\sin\theta_e} \quad (23)$$

≈ a für Streuwinkel  $\theta_e < 2^\circ$

b) Abweichung des Streuwinkels in der Streuebene:

$$\frac{d\theta_d''}{d\theta_e''} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1+k}{1+(2k+k^2)\sin^2(\theta_e''/2)} \quad ; \quad k = \frac{E_0}{M_d} \quad (24)$$



$\theta_d^{\perp}$ ,  $\theta_e^{\perp}$ ,  $\theta_d''$ ,  $\theta_e''$  sind die Streuwinkel von Deuteronen und Elektronen senkrecht und in der Streuebene,  $E_0$  die Energie der einfallenden Elektronen und  $M_d$  die Masse der Deuteronen.

Bei kleinen Elektronen- und daher großen Deuteronen-Streuwinkeln bewirkt eine kleine Abweichung vom mittleren Streuwinkel der Elektronen senkrecht zur Streuebene eine große Abweichung vom mittleren Streuwinkel der Deuteronen. Für einen Elektronenstreuwinkel von  $12^{\circ}$ , einer Energie  $E_0$  von 2500 KeV und dem dazugehörigen Deuteronenstreuwinkel von  $76^{\circ}$  ergibt sich:

$$\frac{d\theta_d^{\perp}}{d\theta_e^{\perp}} = 4,7 \quad \text{und} \quad \frac{d\theta_d''}{d\theta_e''} = 1,1$$

Der Deuteronenzähler muß somit senkrecht zur Streuebene den 4,7-fachen Winkelbereich der Elektronenseite überdecken.

### 3.5 Der Elektronenstrahl und das Target

Das beim Desy angewandte Verfahren zur Auslenkung des internen Elektronenstrahls soll hier kurz skizziert werden.

Etwa 1 msec vor dem Ende der Beschleunigungsperiode werden die im Synchrotron umlaufenden Elektronen durch ein gepulstes Magnetfeld zu Betatronschwingungen angeregt, deren Amplituden so stark anwachsen, daß die Elektronen die Stromschiene eines Septummagneten (Ejektor) überspringen können. Damit sind sie dem Einfluß der Fokussierungskräfte der Strahlführungsmagneten entzogen und können ejiziert werden. Mit Hilfe eines weiteren Ejektormagneten können die Elektronen dann das Synchrotron verlassen.

Die Ejektionsausbeute lag bei 10 - 40 %. Die Ejektionsdauer war bei den vorliegenden Messungen 500 - 300  $\mu$ sec bei einer Strahlintensität von  $10^{11}$  Elektronen / Sekunde. Die Wiederholfrequenz des Beschleunigers betrug 50 Pulse pro Sekunde. Der Ejektionszeitpunkt wurde so gewählt, daß die Ejektions-

dauer symmetrisch um das maximale Magnetfeld der Strahlführungsmagnete lag, damit die Energieunschärfe des externen Elektronenstrahls möglichst klein ist. Sie betrug bei diesen Messungen weniger als  $\pm 0,5$  %.

Dieser externe Elektronenstrahl wurde nun durch ein System aus zwei Ablenk- und vier Quadrupolmagneten auf das Target fokussiert. Die Halbwertsbreite des Elektronenstrahls am Target betrug  $\pm 0,6$  mm in vertikaler und  $\pm 1,2$  mm in horizontaler Richtung. Diese Werte wurden Strahlaufnahmen mit Silberphosphat-Glasplatten<sup>20)</sup> entnommen.

Die Anzahl der durch das Target gehenden Elektronen wurde mit einem Faraday-Käfig gemessen. Die Elektronen treffen dabei auf einen elektrisch isolierten Bleiabsorber. Die dort gesammelte Ladung wird elektronisch integriert und auf diese Weise die Anzahl der primären Elektronen bestimmt. Zur zusätzlichen Kontrolle diente ein geeichter Sekundär-Emissions-Monitor (SEM), dessen Ladung ebenfalls integriert und mit der des Faraday-Käfigs verglichen wurde.

Bei den Messungen wurde ein bei DESY entwickeltes Deuterium-Kondensationstarget<sup>19)</sup> benutzt. Das Deuterium befindet sich dabei in einem nach außen abgeschlossenen System aus einem Deuterium-Gasbehälter, einem Kondensator und einem Reaktionsgefäß, der Targetzelle. Der Gasbehälter enthält ungefähr 30 Liter Deuteriumgas bei Raumtemperatur. Der Kondensator ist in einem Behälter mit flüssigem Wasserstoff eingebaut, der sich zusammen mit der Targetzelle in einem Hochvakuumtank befindet. Die Targetzelle war ein senkrecht stehender Zylinder von 30 mm Durchmesser aus 0,05 mm starker Polyimid (Kapton H) - Folie<sup>x)</sup>, der mit einem Endflansch aus Aluminium verklebt war.

---

<sup>x)</sup> Firma Du Pont

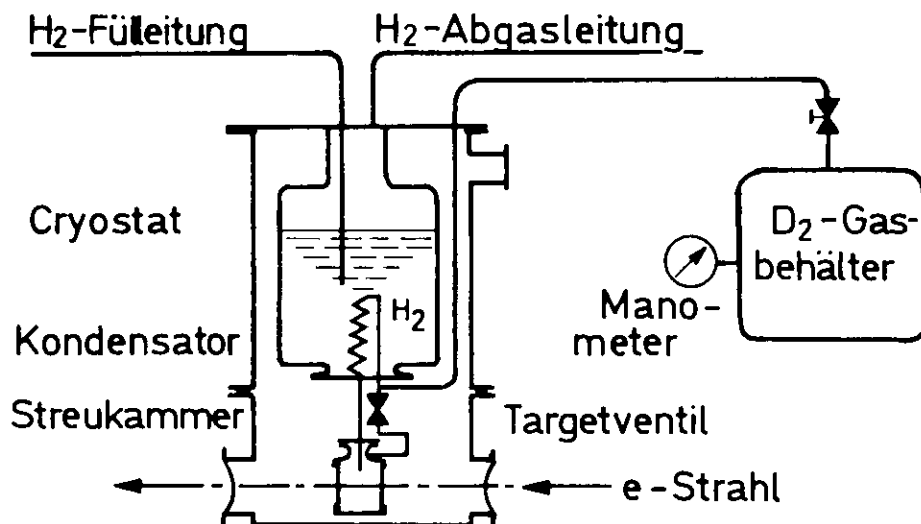


Abb.10 Deuterium-Kondensationstarget

Wenn die Targetzelle leer ist, befindet sich fast das ganze Deuterium in dem Gasbehälter. Kondensiert das Deuterium im Kondensator und füllt sich die Targetzelle mit flüssigem Deuterium, so sinkt der Druck des Systems, bis die Zelle und der Kondensator voll Flüssigkeit sind. Der Druck des abgeschlossenen Systems sinkt dabei auf den Dampfdruck der im Kondensator herrschenden Temperatur. Aus diesem Dampfdruck wurde über die Temperatur die Dichte des flüssigen Deuteriums zu  $\rho = (0,165 \pm 0,003) \text{ g/cm}^3$  bestimmt. Außerdem konnte an der Größe des Druckes nachgeprüft werden, ob das Target sich in vollem oder leerem Zustand befand. In der Abgasleitung der Zelle ist ein Ventil angebracht. Wird es geschlossen, so drückt das in der Zelle verdampfende Deuterium das flüssige Deuterium in den Kondensator zurück. Die Zelle entleert sich und enthält dann nur Deuteriumgas. Auf diese Weise konnten Messungen mit vollem und leerem Target ohne große Zeitverluste hintereinander durchgeführt werden.

### 3.6 Die experimentelle Durchführung

Ein Elektronenstreuereignis wird durch eine Vierfach-Koinzidenz<sup>x)</sup> dreier Szintillations- und eines Schauerzählers auf der Elektronenseite definiert. Die drei Szintillationszähler waren notwendig, um die Zufälligenzählrate klein zu halten. Der Schauerzähler trennt die Elektronen von den Pionen, die keinen Schauer erzeugen. Das auslösende Teilchen ist damit als Elektron identifiziert. Das Koinzidenzsignal zündet die Funkenstrecke des Funkenkammertriggers und startet die Ausleseelektronik der Funkenkammern. In Koinzidenz mit diesem Signal wird die Impulshöhe des Schauerzählers der Elektronenseite und die Impulshöhe des Deuteronenzählers in Analog-Digital-Wandlern<sup>xx)</sup> registriert. Sofort nach einem Streuereignis der Elektronenseite wird die ganze Elektronik abgeschaltet, bis die Information dieses Streuereignisses vom Rechner gespeichert ist. Zwei ortsfeste Monitorzähler mit direkter Sicht zum Target wurden aufgestellt, um diese Totzeit der Elektronik zu messen. Ihre Koinzidenzzählraten werden in zwei Zählern registriert. Einer von ihnen wird bei einem Streuereignis abgeschaltet. Das Verhältnis der beiden Zählraten ist somit ein Maß für die Totzeit der Apparatur.

Die Funkenkammerauslese und die Zählerelektronik ist über ein Interface an einem Prozeß-Rechner CDC 1700<sup>xxx,21)</sup> angeschlossen. Wird die Funkenkammerauslese durch ein Streuereignis gestartet, so gibt sie ein "Startsignal" an den Rechner. Dieser unterbricht daraufhin ein eventuell laufendes Auswerte- oder Display-Programm und übernimmt die Daten der Funkenkammern, der Analog-Digital-Wandler und der elektronischen Zähler<sup>xxxx)</sup>. Die Informationen werden für jedes Streuereignis in einem Datenblock zusammengefaßt und auf einen Plattenspeicher übertragen, der ein Fassungsvermögen von 10000 Datenblöcken hat.

- 
- x) Chronetics 100 Mhz Standardelektronik
  - xx) Fa. Le Croy
  - xxx) Fa. Control Data Corporation
  - xxxx) Fa. Borer & Co

In dem Datenblock eines Ereignisses werden folgende zur späteren Auswertung wichtigen Daten eingetragen:

1. Die Koordinatenschwerpunkte aller Funken  
in den vier Funkenkammern
  2. Die Impulshöhe des Schauerszählers
  3. Die Impulshöhe des Deuteronenzählers
  4. Die Inhalte von elektronischen Zählern
- und die daraus errechneten Daten
5. Der Impuls der gestreuten Elektronen
  6. Der Durchtrittsort im Elektronenkollimator

Außer den hier aufgezählten Informationen werden noch solche eingetragen, die für die quasielastische und die quasi-inelastische Elektron-Deuteron-Streuung von Bedeutung sind. Sie werden nicht explizit aufgeführt, weil sie für die vorliegende Auswertung der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung nicht benötigt werden.

Wenn eine festgelegte Ereigniszahl  $N$  ( $N \leq 10000$ ) erreicht wird, werden diese Datenblöcke zusammen mit weiteren Kontrollinformationen wie Datum, Uhrzeit, Targetart, Magnetstrom usw. auf Magnetband zur Archivierung übertragen.

#### 4. DIE REDUKTION DER DATEN ZUM WIRKUNGSQUERSCHNITT

##### 4.1 Die Abtrennung der elastischen Streueignisse

Das Spektrum der gestreuten Elektronen hat ein Maximum, das von den quasielastischen Streueignissen herrührt (Abb.11a). Die Streueignisse der elastischen Streuung sind in diesem Spektrum nicht zu erkennen. Wird aber zusätzlich noch ein koinzidentes Rückstoßteilchen in dem Deuteroneanzähler gefordert, so ergibt sich ein Spektrum der gestreuten Elektronen wie in Abb.11b. Die elastischen Streueignisse werden bei hohen Streuenergien sichtbar, doch sind sie von den quasielastischen überdeckt, die breit verteilt sind und deren Ausläufer bis zum elastischen Maximum reichen. Dabei wurde die Tatsache benutzt, daß die Protonen der quasielastischen Streuung in einen größeren Raumwinkelbereich gestreut werden als die Deuteronen aus

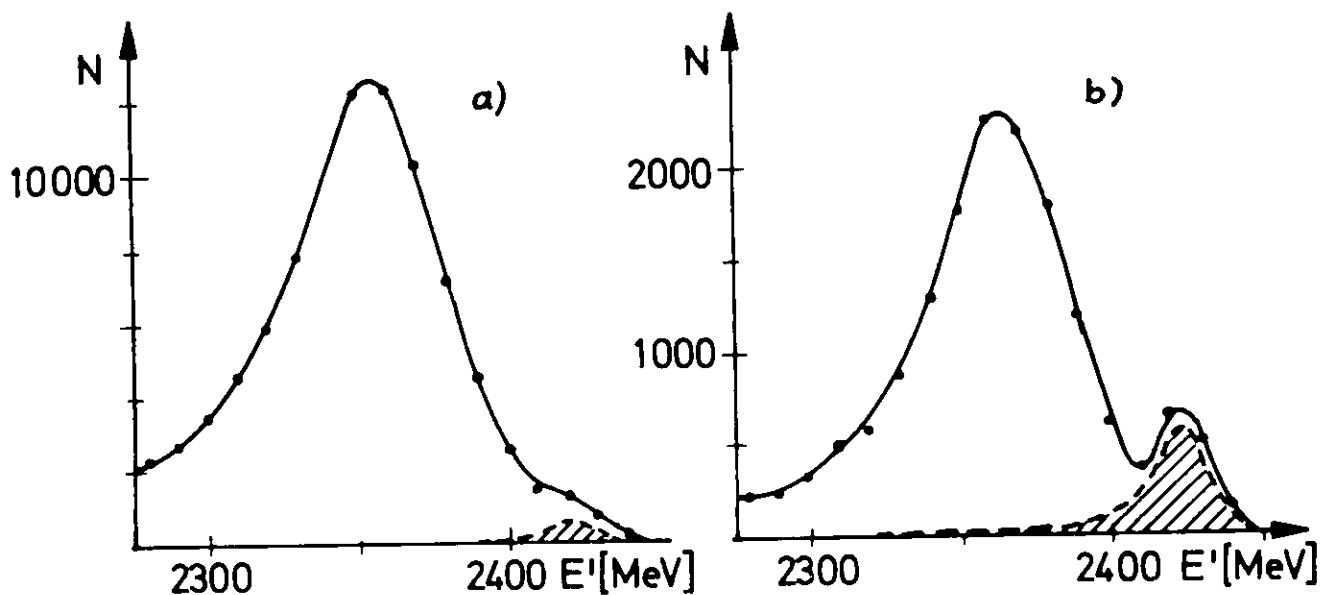


Abb.11 Elektronen-Impulsspektrum a) ohne und b) mit Koinzidenz des Deuteroneanzählers

der elastischen Streuung, wobei sich die beiden Raumwinkelbereiche überdecken. Der Deuteronenzähler weist daher nur einen Teil der quasielastischen Protonen nach, doch ist ihre Anzahl trotzdem noch beträchtlich größer als die der Deuteronen.

Diejenigen Streuereignisse, die zur elastischen Elektron-Deuteron-Streuung gehören, lassen sich von denen der quasielastischen Streuung mit dem nachfolgend beschriebenen Verfahren abtrennen. Die Rückstoßteilchen, die die folgenden beiden Bedingungen erfüllen, werden als Deuteronen interpretiert:

1. Im Deuteronenzähler ist koinzident zu einem gestreuten Elektron ein Rückstoßteilchen nachgewiesen worden.
2. Die Impulshöhe des Deuteronenzählers liegt oberhalb der Schwelle, die durch den spezifischen Energieverlust von Deuteronen in Szintillatormaterial gegeben ist.

In der Tabelle 2 sind für kinetische Energien von Protonen und Deuteronen, bei denen gemessen wurde, die Energieverluste  $dE/dx$ <sup>22)</sup> in Szintillatormaterial zusammengestellt.

TABELLE 2

Energieverlust von Protonen und Deuteronen in Szintillatormaterial

$E_o$ (MeV)	$\theta_e$ (Grad)	$E_p$ (MeV)	$(\frac{dE}{dx})_p$ (MeV/cm)	Kanal (exp)	$E_d$ (MeV)	$(\frac{dE}{dx})_d$ (MeV/cm)	Kanal (exp)
2500	12	137	5,9	30	71	16,8	100
2700	14	214	4,4	25	111	11,7	77
2700	15	242	4,1	23	126	10,6	63

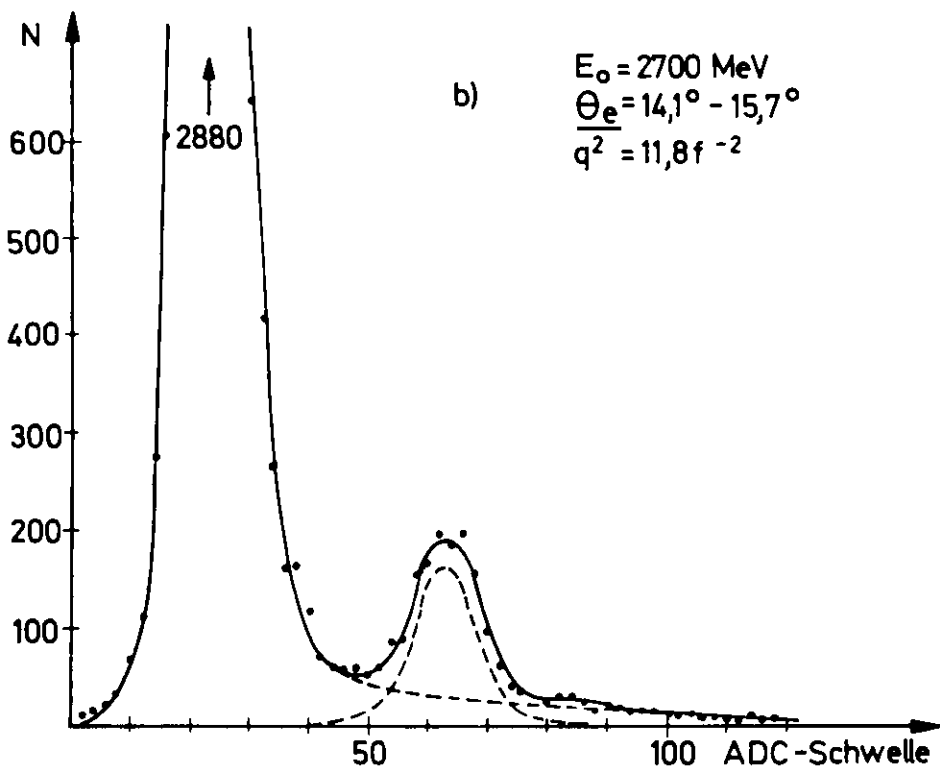
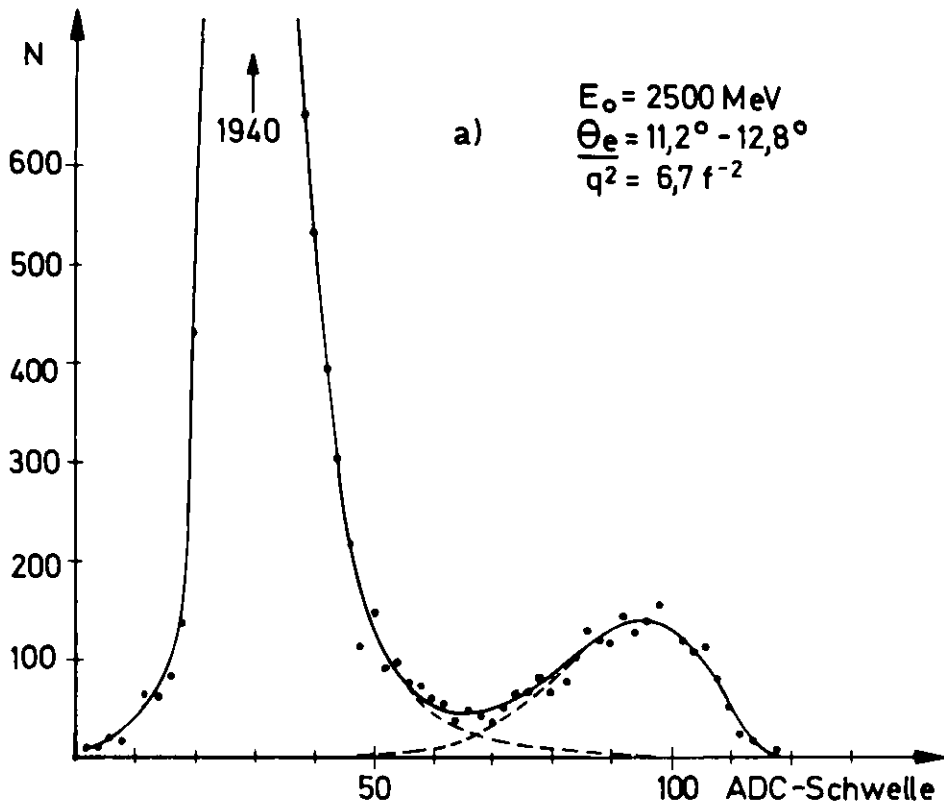


Abb.12 Impulshöhenspektren des Deuteronenzählers für die Messungen bei  $q^2 = 6,7 \text{ Fermi}^{-2}$  (a) und bei  $q^2 = 11,8 \text{ Fermi}^{-2}$  (b)



Die experimentell gemessenen Energieverluste sind breit verteilt, doch wird das mittlere Verhältnis der Energieverluste, die proportional der Kanalzahl des Analog-Digital-Wandlers sind, richtig wiedergegeben.

Die Impulshöhenspektren des Deuteronenzählers (Abbildung 12) haben ein großes Maximum in den unteren Kanälen. Es ist den Rückstoßprotonen der quasielastischen Streuung zuzuordnen. In den höheren Kanälen liegt ein weiteres, jedoch schwächer ausgeprägtes Maximum, das von dem größeren Energieverlust der elastisch gestreuten Deuteronen herrührt. Die beiden Maxima sind für die Messung bei dem Viererimpulsübertragsquadrat  $q^2 = 6,7 \text{ Fermi}^{-2}$  (Abb.12a) deutlich voneinander unterschieden. Eine Abtrennung der elastischen Streuereignisse ist daher möglich.

Für die Messung bei  $q^2 = 11,8 \text{ Fermi}^{-2}$  (Abb.12b) sind die beiden Prozesse - elastische und quasielastische Streuung - nicht mehr so gut getrennt, da die Verteilung der Energieverluste der Protonen einen langen Ausläufer zu hohen Werten hat. Diese Eigenschaft macht sich erst bei dieser Messung bemerkbar, da der Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung mit dem Viererimpulsübertrag schneller abnimmt als bei der quasielastischen Streuung.

Ein einfaches Schwellensetzen im Impulshöhenspektrum des Deuteronenzählers bringt daher, besonders im Fall der zuletzt erwähnten Messung, nicht die gewünschte Trennung der beiden Prozeßkanäle.

Nun kann aber als weiteres Kriterium zur Trennung der beiden Reaktionen noch das Impulsspektrum der gestreuten Elektronen hinzugenommen werden. Die Elektronen aus der elastischen Streuung haben im Mittel einen höheren Impuls als die der quasielastischen Streuung. In der Abbildung 13 sind links für drei Schwellen das Impulshöhenspektrum des Deuteronenzählers und rechts daneben das dazugehörige Impulsspektrum

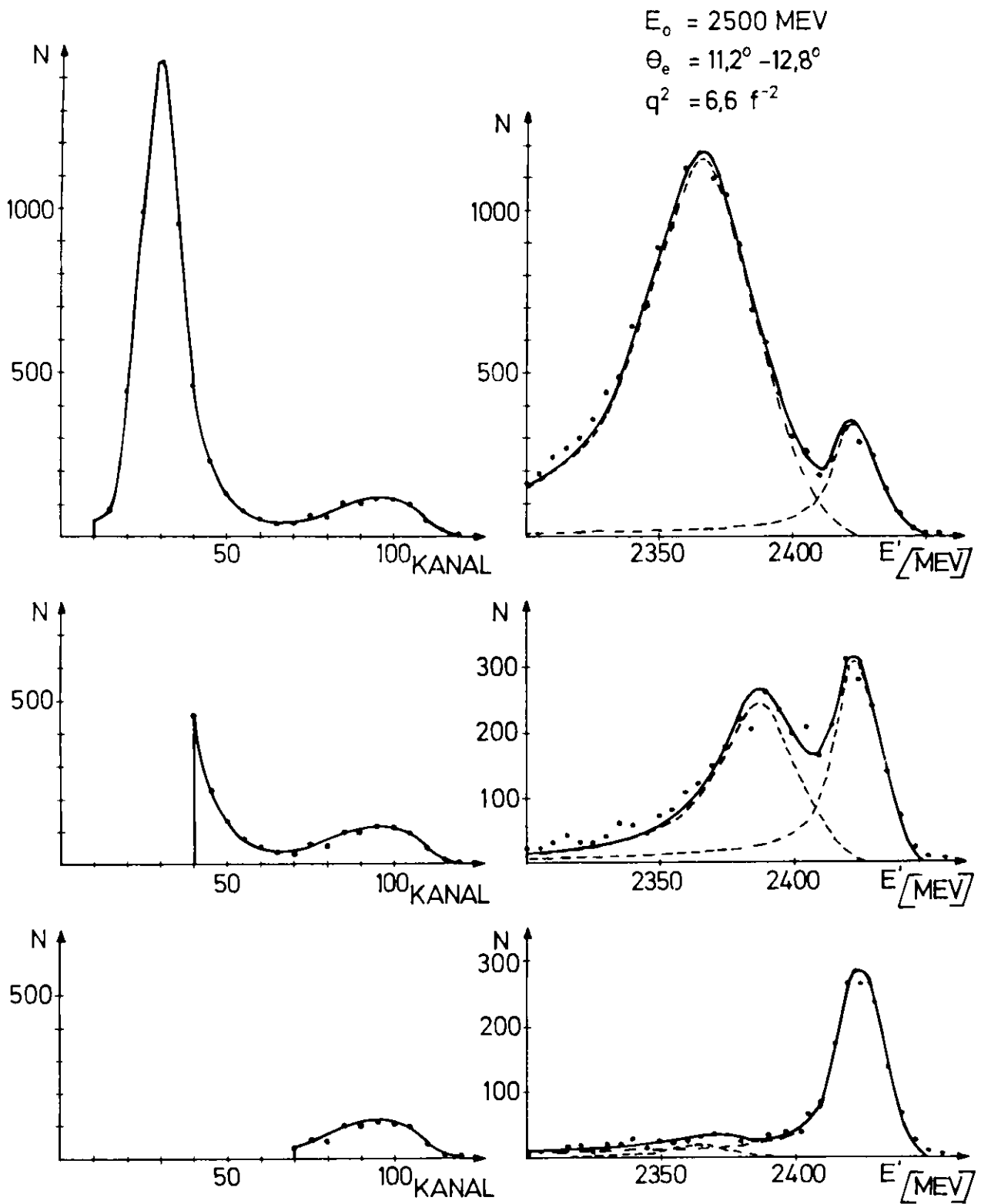


Abb.13 Impulshöhenspektren des Deuteronenzählers (links) und die dazugehörigen Elektronen-Impulsspektren (rechts) für drei verschiedene Schwellen des Impulshöhenspektrums

der gestreuten Elektronen eingezeichnet. Wird die Schwelle bei Kanal 10 gesetzt, so hat das Impulsspektrum der Elektronen den Verlauf, wie er von der quasielastischen Elektron-Deuteron-Streuung her bekannt ist. Nur für große Streuenergien ist im Spektrum eine Abweichung zu erkennen, die von Elektronen der elastischen Streuung herrührt. Im mittleren Teil der Abbildung liegt die Schwelle bei Kanal 40. Die Zahl der quasielastischen Ereignisse wird beträchtlich reduziert und liegt in derselben Größenordnung wie die elastischen. Wird die Schwelle noch weiter erhöht, wie im unteren Teil der Abbildung, so verschwinden die quasielastischen Ereignisse fast ganz und übrig bleibt das Spektrum der elastischen Streueignisse.

Für die Messung bei  $q^2 = 11,8 \text{ Fermi}^{-2}$  ist die Trennung der beiden Prozesse im Spektrum der gestreuten Elektronen nicht so einfach wie im eben beschriebenen Fall für  $q^2 = 6,7 \text{ Fermi}^{-2}$ , doch ist eine Trennung noch einwandfrei möglich.

#### 4.2 Die Anpassung von theoretischen Elektronenspektren

Um die Trennung der beiden Prozeßkanäle optimal zu machen, werden an die gemessenen Impulsspektren der gestreuten Elektronen zwei theoretische Kurven angepaßt. Diese Kurven beschreiben den Verlauf der Elektronenstreuenspektren und werden durch Faltung des Strahlungsschwanzes mit einer Gaußfunktion gewonnen, die das Auflösungsvermögen der Meßapparatur wiedergibt.

Aus der Arbeit von Bartl und Urban<sup>23)</sup> kann folgende Beziehung zur Beschreibung des Strahlungsschwanzes abgeleitet werden:

$$F(E) = \frac{1}{\Delta E} \cdot \frac{1 - 2(E_0/M_d)(\Delta E/E_3)}{1 - (E_0/M_d)(\Delta E/E_3)} \cdot \exp\left\{\frac{2\alpha}{\pi} \left[ \left(\ln \frac{q^2}{m^2} - 1\right) + \left(\ln \frac{q^2}{M_d^2} - 1\right) + 2 \ln \frac{E_0}{E_3} \right] \cdot \ln \frac{E}{E_3} \left(1 - \frac{E_0 \Delta E}{M_d E_3}\right)\right\} \quad (25)$$

Dabei bedeutet  $m_e$  die Masse und  $E_3$  die Energie der Elektronen für die elastische Streuung, die sich nach

$$E_3 = E_0 \left\{ 1 + 2 \frac{E_0}{M_d} \sin^2(\theta_e/2) \right\}^{-1} \quad (26)$$

aus der Primärenergie  $E_0$ , der Masse  $M_d$  des Deuterons und dem Streuwinkel  $\theta_e$  der Elektronen berechnet. Für die Energie  $E$  gilt der Zusammenhang  $E = E_3 - \Delta E$ .  $\Delta E$  ist die Energie, die das Elektron durch Abstrahlung eines  $\gamma$ -Quants verliert. In der obigen Formel werden für den Zusammenhang zwischen Energieunschärfe  $\Delta E$  im Elektronenspektrum und der Energie der Photonen aus der inneren Bremsstrahlung höhere Näherungen benutzt als in der angegebenen Arbeit. Konstante Faktoren wurden in der obigen Gleichung weggelassen, da nur der relative Verlauf interessiert.

Um zu testen, wie gut die obige Gleichung den relativen Verlauf des Elektronenspektrums wiedergibt, wird damit das Elektronenspektrum der elastischen Elektron-Proton-Streuung beschrieben. Dazu wurde das Spektrum des Strahlungsschwanzes mit einer Gaußfunktion gefaltet und an das experimentell gemessene Elektronenspektrum angepaßt. Das Impulsspektrum der gestreuten Elektronen ist in der Abbildung 14 für eine Messung bei 3200 MeV Primärenergie und  $21^\circ$  Elektronenstreuwinkel dargestellt. Der experimentell gemessene Verlauf wird bis ungefähr 10% unterhalb des elastischen Maximums beschrieben, erst dann treten Abweichungen von den Meßwerten auf. Diese gute Anpassung in der Umgebung des Maximums rechtfertigt es, diese Formel auch zur Beschreibung der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung zu verwenden.

Mit einem Minimalisierungsprogramm<sup>x)</sup> werden nun nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate für mehrere Schwellen im Impulshöhenspektrum des Deuteronenzählers zwei Kurven an die gemessenen Spektren der gestreuten Elektronen angepaßt. Eine Kurve beschreibt den Verlauf der quasielastischen und

---

x) Minuit, CERN

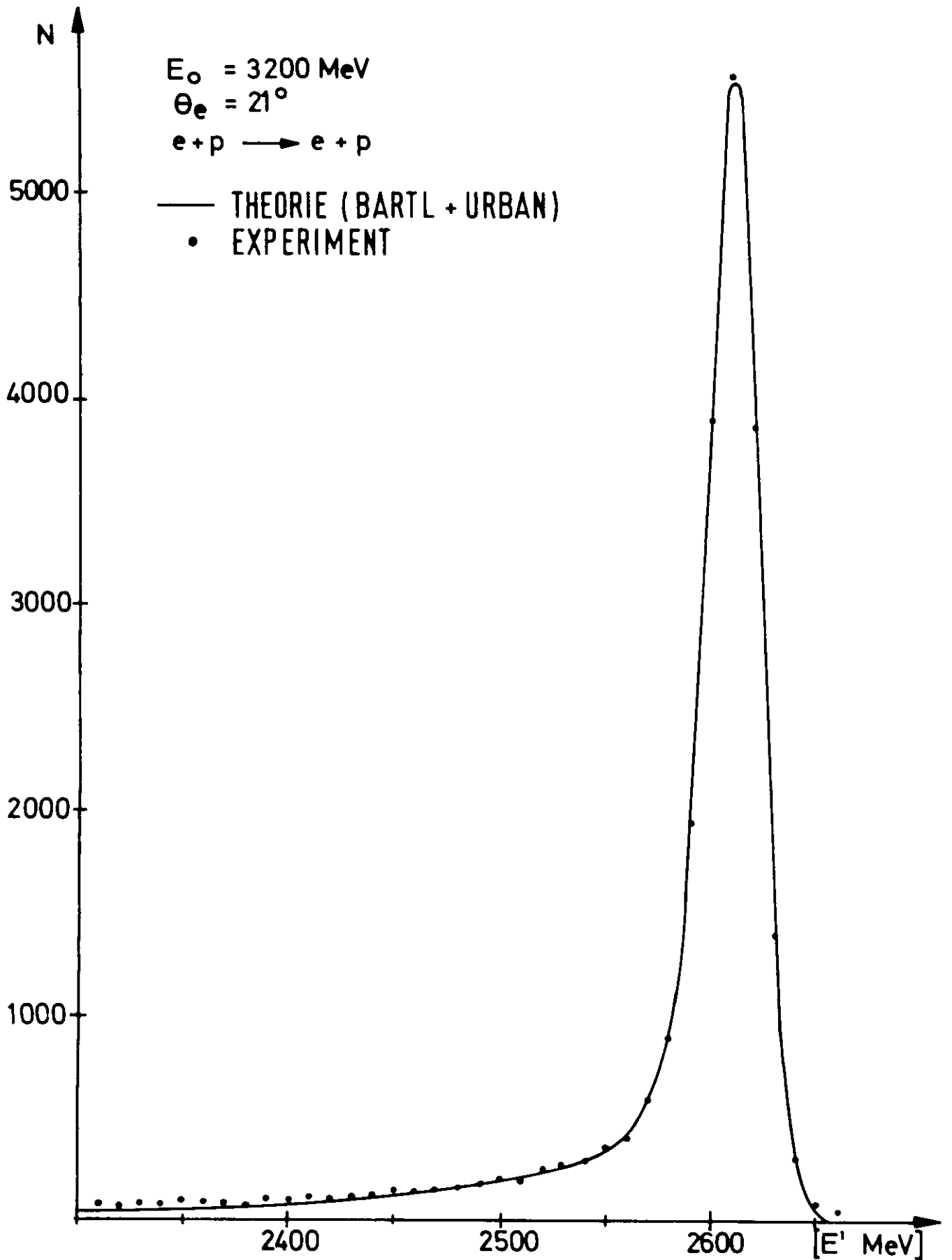


Abb.14 Elektronenimpulsspektrum der elastischen Elektron-Proton-Streuung und angepaßter Verlauf nach der Theorie von Bartl und Urban

eine den Verlauf der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung.

$$N(E) = N(E)_{\text{elastisch}} + N(E)_{\text{quasielastisch}} \\ = \sum_{i=1}^2 a_i \int_0^{E_0} F(E' + b_i) e^{-\frac{(E - E')^2}{2\sigma_i^2}} dE' \quad (27)$$

Dabei wird je der Faktor  $a_i$ , die Halbwertsbreite  $\sigma_i$  der Gaußfunktion und die Größe  $b_i$  variiert, die die Lage des Maximums an die gemessenen Werte anpaßt.  $F(E)$  ist dabei die oben angegebene Formel (25) zur Beschreibung des Strahlungsschwanzes. Es werden bei der Anpassung  $\chi^2$ -Werte zwischen 0,8 und 2,2 pro Freiheitsgrad erhalten.

Die Anzahl  $N_{\text{elastisch}}$  der elastischen Streuereignisse werden für Streuenergien, die oberhalb einer Energie  $E_{\text{min}}$  liegen,

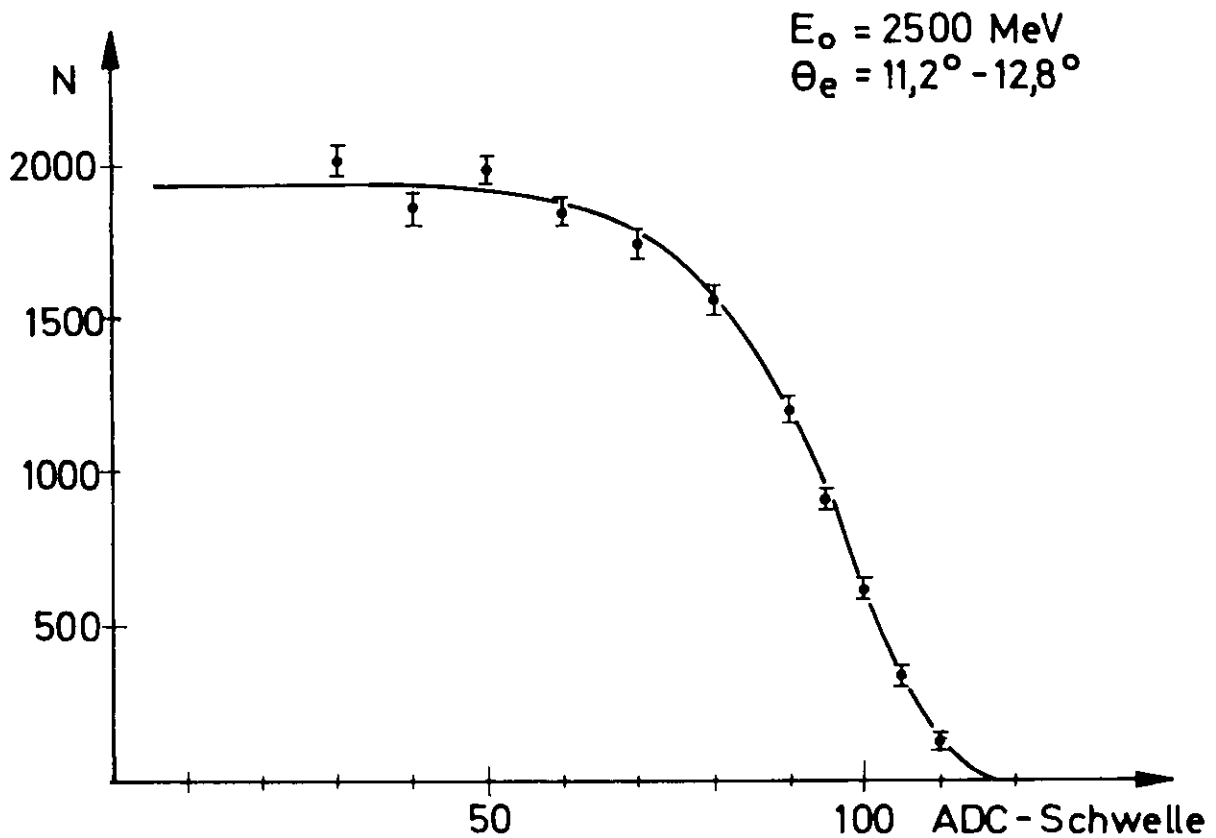


Abb.15 Zählrate der elastischen Streuereignisse als Funktion der Schwelle im Impulshöhenspektrum des Deuteronenzählers

aufsummiert.

$$N_{\text{elastisch}} = \int_{E_{\text{min}}}^{\infty} N(E)_{\text{elastisch}} dE \quad (28)$$

$E_{\text{min}}$  ist dabei eine Energie, die 50 MeV, das heißt etwa 2,5% unterhalb des Maximums der elastischen Streueignisse liegt.  $N(E)_{\text{elastisch}}$  ist der mit dem Minimalisierungsprogramm angepasste Verlauf des Impulsspektrums der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung.

In der Abbildung 15 ist die auf diese Weise gewonnene Anzahl der elastischen Streueignisse in Abhängigkeit von der Schwelle im Impulshöhenspektrum des Deuteronenzählers für eine Messung dargestellt. Der horizontale Verlauf der Kurve bei niederen Schwellen zeigt, daß keine elastischen Streueignisse im Deuteronenzähler verlorengehen.

#### 4.3 Die Unterteilung des Elektronenstreuwinkels

Eine Eigenschaft der Meßapparatur wurde bei der bisher beschriebenen Meßmethode noch nicht verwendet: Das gute ORTSAUFLÖSUNGSVERMÖGEN der Funkenkammern. Es erlaubt, den Streuwinkel des Elektrons auf  $\pm 0,03^\circ$  genau zu bestimmen. Diese Eigenschaft kann benutzt werden, um den Öffnungswinkel des Spektrometers von  $1,6^\circ$  in kleinere Bereiche zu unterteilen. In der Abbildung 16 ist eine gemessene Verteilung der elastischen Streueignisse als Funktion des Elektronenstreuwinkels aufgetragen, der in  $0,1^\circ$ -Bereiche unterteilt ist. Sie ist als Treppenkurve dargestellt. Der Abfall der Verteilung bei kleinen und großen Streuwinkeln wird durch den endlichen Raumwinkel der Apparatur verursacht.

Außerdem wurde mit einem Monte-Carlo-Programm (Anhang D) die zu erwartende Zählrate der elastischen Streueignisse als Funktion des Elektronenstreuwinkels für den vom Elektronenspektrometer erfaßten Winkelbereich berechnet. Die Targetgröße, das Ortsauflösungsvermögen der Funkenkammern sowie die Breite des primären Elektronenstrahls und seine

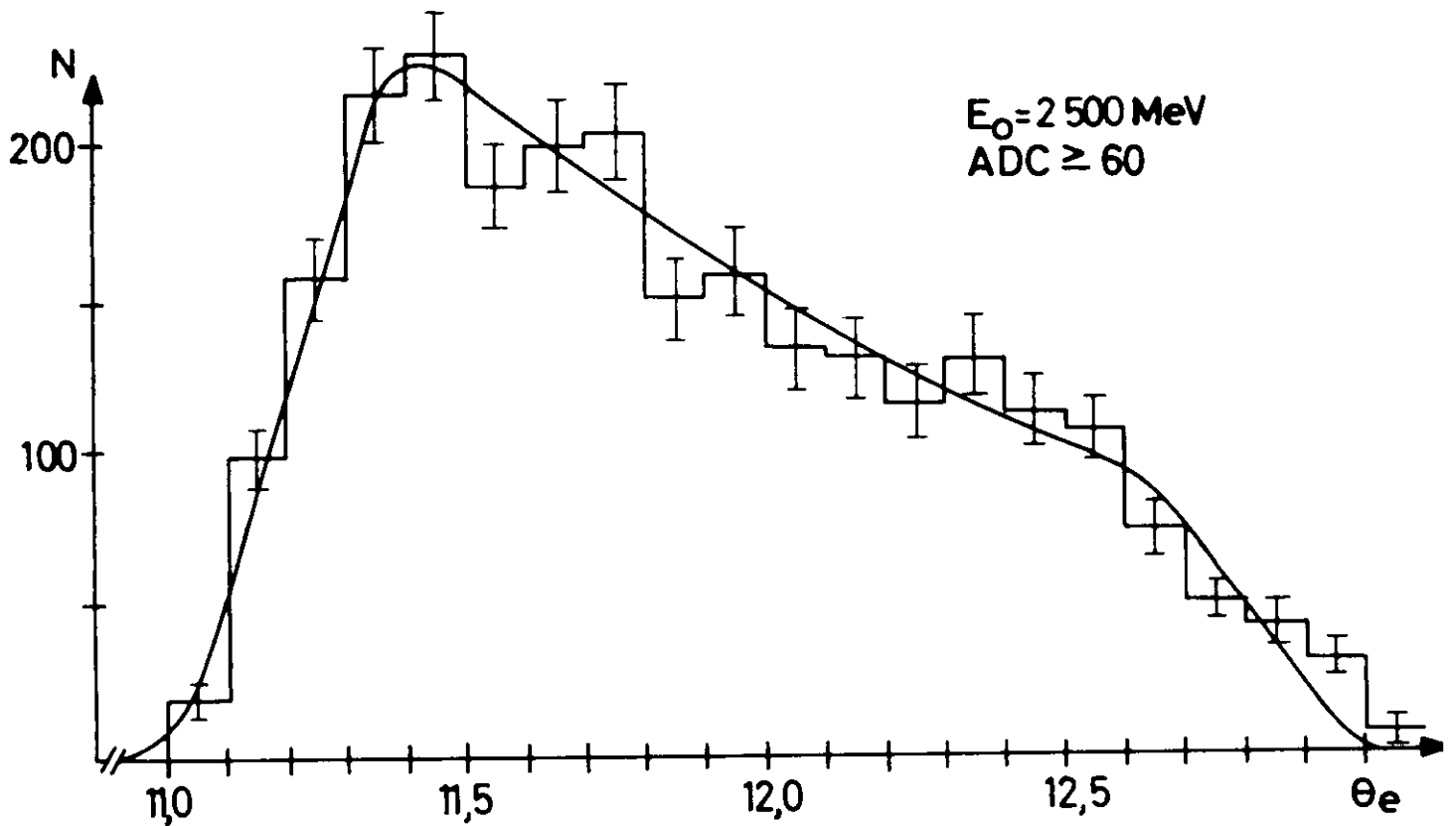


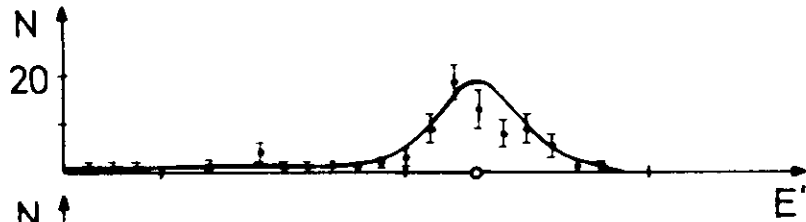
Abb.16 Zählrate der elastischen Streueignisse als Funktion des Elektronenstreuwinkels. Die durchgezogene Kurve ist mit einem Monte-Carlo-Programm berechnet

Energieunschärfe wurden in den Berechnungen berücksichtigt. Der so berechnete relative Verlauf der Zählrate wurde nur durch Variation der Höhe an die experimentellen Meßwerte angepaßt. Es ergab sich ein  $\chi^2$  von ungefähr 1,1 pro Freiheitsgrad für die dargestellte Unterteilung.

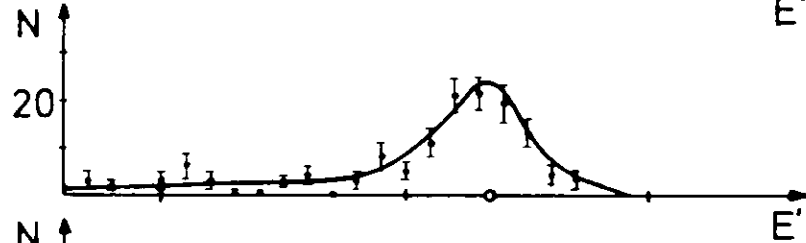
Als weiteren Test für eine mögliche Unterteilung des Streuwinkels sind Impulsspektren der gestreuten Elektronen für Intervalle von  $0,2^\circ$  Breite in der Abbildung 17 aufgetragen. Die Kreise auf den Abszissen bezeichnen diejenigen Streuenergien, die sich für die elastische Streuung aus der Formel (26) berechnen. Sie stimmen mit den Maxima der experi-



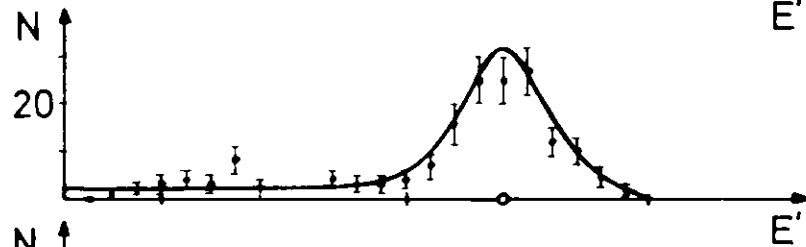
$E_0 = 2500 \text{ MEV}$   
 ADC-SCHWELLE = 70



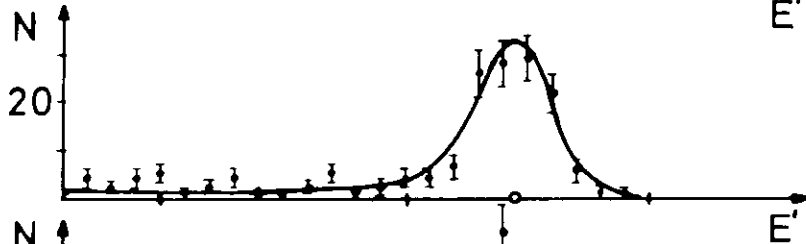
$\theta_e = 12,6^\circ - 12,8^\circ$   
 $q^2 = 7,62 \text{ f}^{-2}$



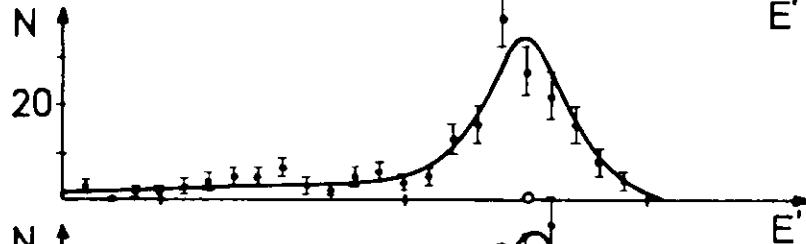
$\theta_e = 12,4^\circ - 12,6^\circ$   
 $q^2 = 7,4 \text{ f}^{-2}$



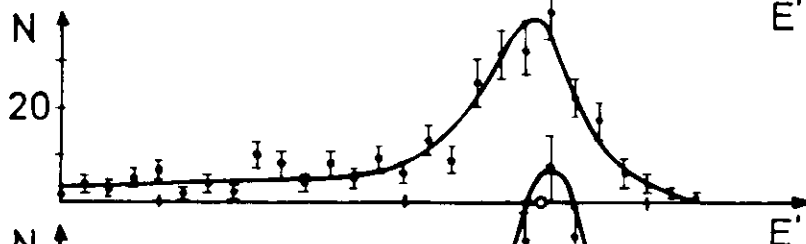
$\theta_e = 12,2^\circ - 12,4^\circ$   
 $q^2 = 7,12 \text{ f}^{-2}$



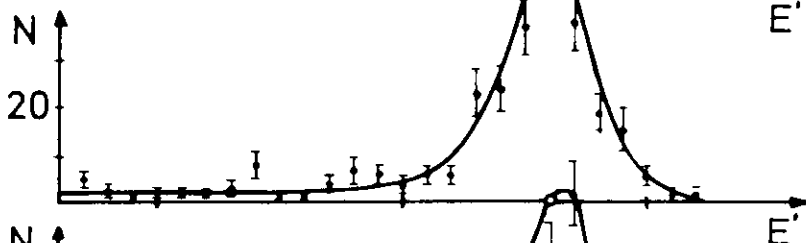
$\theta_e = 12,0^\circ - 12,2^\circ$   
 $q^2 = 6,94 \text{ f}^{-2}$



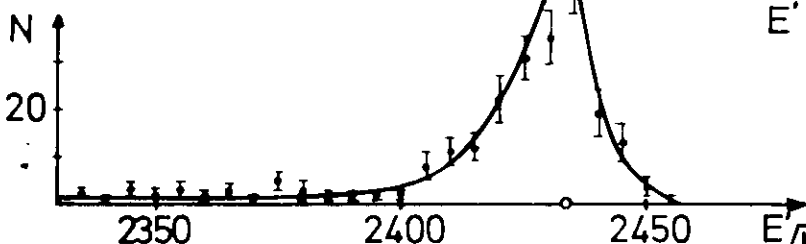
$\theta_e = 11,8^\circ - 12,0^\circ$   
 $q^2 = 6,72 \text{ f}^{-2}$



$\theta_e = 11,6^\circ - 11,8^\circ$   
 $q^2 = 6,5 \text{ f}^{-2}$



$\theta_e = 11,4^\circ - 11,6^\circ$   
 $q^2 = 6,27 \text{ f}^{-2}$



$\theta_e = 11,2^\circ - 11,4^\circ$   
 $q^2 = 6,07 \text{ f}^{-2}$

2350                      2400                      2450                       $E' [\text{MEV}]$

Abb.17 Elektronen-Impulsspektren der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung für Winkelintervalle von  $0,2^\circ$  Breite

mentell gemessenen Impulsspektren überein. Dieser Abbildung kann außerdem noch die starke Winkelabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts (der proportional der Zählrate ist) über den Öffnungswinkel des Spektrometers entnommen werden. Die Zählrate ist für den kleinsten Winkel ungefähr doppelt so groß wie für den größten.

Auf Grund dieser beiden Tests kann geschlossen werden, daß der Elektronenstreuwinkel von der Apparatur richtig wiedergegeben und damit eine Unterteilung des Streuwinkelbereichs möglich wird. Bei der Auswertung wurde der Winkelbereich in vier Intervalle von je  $0,4^\circ$  unterteilt. Es war nicht sinnvoll, den Winkel noch weiter zu unterteilen, da dann der statistische Fehler der Zählrate in den Bereichen zu große Werte annahm. Auf diese Weise werden die Wirkungsquerschnitte über kleine Winkelintervalle und damit Intervalle des Viererimpulsübertrages gemittelt. Die Intervallbreiten betragen etwa 6 % des mittleren Viererimpulsübertragsquadrates. Dieser Wert ist auch den Tabellen 5 und 6 zu entnehmen, in denen die kinematischen Meßbereiche angegeben sind.

#### 4.4 Die Berechnung des Wirkungsquerschnitts

Der differentieller Wirkungsquerschnitt der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung läßt sich nach der Gleichung

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_{ex}}{N_e \cdot N_d \cdot \Delta\Omega} \cdot f \quad (\text{cm}^2/\text{sr}) ; N_{ex} = N_{\text{elastisch}} \quad (29)$$

aus den Meßdaten gewinnen. Dabei ist  $N_e$  die Zahl der primären Elektronen,  $N_d$  die Zahl der Deuteronen im Target pro  $\text{cm}^2$ ,  $N_{\text{elastisch}}$  die Zahl der elastischen Streueignisse und  $\Delta\Omega$  der erfaßte Raumwinkelbereich. Die Größe  $f$  ist das Produkt mehrerer Korrekturfaktoren, die im nächsten Abschnitt behandelt werden.

Die Anzahl der primären Elektronen läßt sich aus der integrierten Ladung  $Q$  des Faraday-Käfigs bestimmen zu  $N_e = Q/e_0$ ,

wobei  $e_0$  die Elementarladung ist. Die Zahl der Deuteriumatome pro  $\text{cm}^2$  ergibt sich aus der Loschmidt'schen Zahl  $L$ , dem Atomgewicht  $A$  des Deuteriums, seiner Dichte  $\rho_d$  und der Targetlänge  $d$  zu  $N_d = 2L \cdot \rho_d \cdot d / A$ .

In die Gleichung für den Wirkungsquerschnitt eingesetzt, ergibt dies:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{A \cdot e_0}{2 \cdot d \cdot L \cdot \rho_d} \cdot \frac{N_{\text{ex}}}{\Omega \cdot \Delta\Omega} \cdot f = K \cdot \frac{N_{\text{ex}}}{\Omega \Delta\Omega} \cdot f \quad (30)$$

wobei  $K$  für die hier beschriebenen Messungen eine Konstante ist. Für die folgenden Werte

$$\begin{aligned} A &= 4,02 \quad \text{g/Mol} \\ e_0 &= 1,602 \times 10^{-19} \text{Cb} \\ \rho_d &= 0,165 \quad \text{g/cm}^3 \\ L &= 6,0225 \times 10^{23} \quad \text{/Mol} \\ d &= 3,0 \quad \text{cm} \end{aligned}$$

hat die Konstante  $K$  den Wert  $K = 1,0802 \times 10^{-42} \text{ cm}^2 \text{Cb}$ .

#### 4.5 Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt

##### 4.5.1 Das Deuteriumtarget

Der primäre Elektronenstrahl wird auf die Mitte des Deuteriumtargets fokussiert. Seine Ausläufer durchsetzen jedoch nach beiden Seiten weniger flüssiges Deuterium, da die Targetzelle rund ist. Der Elektronenstrahl hat in der Streuebene eine volle Halbwertsbreite von 2,5 mm. Eine Monte-Carlo-Rechnung (Anhang D) ergibt mit diesem Wert eine effektive Targetlänge von  $0,995 \cdot d$ . Außerdem zieht sich beim Abkühlen auf  $26^\circ \text{K}$  die Targetzelle zusammen. Dies wird zum Teil wieder rückgängig gemacht, da sich die Zelle durch den Druckunterschied zwischen der Streukammer und dem Zelleninnern ausbeult. Insgesamt ergibt sich eine Ungenauigkeit in der Bestimmung des Targetdurchmessers von 1-2 %.

#### 4.5.2 Die Totzeit der Apparatur

Mit den in Abschnitt 3.6 erwähnten Monitorzähler wird die Totzeit der Apparatur bestimmt. Diese Korrektur wird als Faktor bei der Auswertung an die integrierte Ladung des Faraday-Käfigs angebracht. Der Fehler dieser Korrektur zusammen mit der Totzeitkorrektur des Deuteronenzählers ist kleiner als 0,5 %.

#### 4.5.3 Die Strahlungskorrekturen

Die Streuamplitude der Elektron-Deuteron-Streuung kann in niedrigster Ordnung der Quantenelektrodynamik durch den EINPHOTONAUSTAUSCH beschrieben werden (proportional  $\alpha$ ). Es zeigt sich jedoch, daß noch höhere Ordnungen in  $\alpha$ , die sogenannten Strahlungskorrekturen, in Betracht gezogen werden müssen. U.a. werden Beiträge von den folgenden Feynman-Graphen berücksichtigt:

- a) Vertexkorrektur am Elektronenvertex
- b) Vakuumpolarisation
- c) Innere Bremsstrahlung
- d) Selbstenergie des Photons
- e) Bremsstrahlung

Die Energie  $\Delta E$  der reellen und virtuellen Photonen kann zwischen Null und der Primärenergie  $E_0$  bzw. der Streuenergie  $E_3$  der Elektronen liegen. Die Beiträge der oben erwähnten Graphen bewirken, daß das Elektron nicht mit der Streuenergie  $E_3$  nachgewiesen wird, die es nach der Beziehung (26) haben sollte. Für kleine Energien  $\Delta E$  macht sich dies in einer Verbreiterung und Verschiebung des Maximums zu kleinen Streuenergien hin bemerkbar. Größere Energien  $\Delta E$  führen zu einem ausgedehnten Strahlungsschwanz.

Diese Strahlungskorrekturen bewirken, daß Elektronen, die zur elastischen Elektron-Deuteron-Streuung gehören, mit

einer Energie nachgewiesen werden, die kleiner ist als die in Gleichung (28) definierte "Mindestenergie"  $E_{\min}$ . Damit sind sie nicht mehr in der gemessenen Zählrate enthalten. Der Bruchteil dieser Ereignisse wird nach einer Arbeit von Mo und Tsai<sup>24)</sup> berechnet. In den kinematischen Bereichen (Tabelle 5), in denen gemessen wurde, werden etwa 20% der elastischen Streueignisse mit einer Streuenergie nachgewiesen, die mehr als 2,5% unterhalb der maximalen Streuenergie  $E_3$  liegt. Der Fehler in der Berechnung dieser Strahlungskorrekturen beträgt 1-2%. Er rührt her

- a) von der Theorie selbst und
- b) daher, daß die Abschneideenergie  $E_{\min} = E_3 - \Delta E$  des experimentellen Impulspektrums mit Meßungenauigkeiten behaftet ist.

TABELLE 3

Zusammenstellung der Korrekturen und ihrer Fehler

Korrektur	%	Fehler
Targetlänge	1	$\pm 0,5$
Strahlungskorrekturen	20	$\pm 0,4$
Efficiency der Funkenkammern	1	$\pm 0,5$
Efficiency des Schauerzählers	0,5	$\pm 0,5$

In der Tabelle 3 sind die Korrekturen und ihre Fehler zusammengestellt. Die Tabelle 4 faßt die Fehler der in den Wirkungsquerschnitt eingehenden Größen zusammen. Da die Fehler unabhängig voneinander sind, können sie quadratisch addiert werden. Für die einzelnen Meßpunkte ergeben sich damit Gesamtfehler des differentiellen Wirkungsquerschnitts zwischen 5% und 8%.

TABELLE 4

Zusammenstellung der Fehler des Wirkungsquerschnitts

Größe	Unsicherheit (%)
Targetdichte	2,0
Targetlänge	0,5
Elektronenstreuungswinkel	0,2
Raumwinkel der Elektronenseite	1,0
Primärenergie $E_0$	1,0
Totzeitkorrektur	0,5
Faraday-Käfig-Konstante	1,0
Funkenkammern	0,5
Strahlungskorrektur	2,0
Schauerzähler	0,5
Statistik	4 - 7

## 5. DIE ERGEBNISSE

### 5.1 Der differentielle Wirkungsquerschnitt

Der differentielle Wirkungsquerschnitt wurde mit der beschriebenen Apparatur bei zwei Primärenergien und drei Elektronenstreuwinkeln gemessen. Die kinematischen Bereiche sind in der Tabelle 5 zusammengestellt. Es wurden Messungen mit einem Deuterium gefüllten und mit einem leeren Target bei jeder der drei Winkelstellungen durchgeführt. Die Messungen mit leerem Target waren notwendig, um die zusätzlichen Streueignisse abzutrennen, die in der Targetwand und in der Streukammerfolie entstehen. Diese Leertargetzählrate betrug für die elastische Elektron-Deuteron-Streuung etwa 1-2% der Zählrate mit vollem Target.

TABELLE 5

Die kinematischen Bereiche, in denen die elastischen Elektron-Deuteron-Wirkungsquerschnitte gemessen wurden

Primär- energie (MeV)	Elektronenspek- trometermitte (Grad)	Elektronenstreu- winkelbereich (Grad)	Bereich von $q^2$ ( $f^{-2}$ )
2500	12,0	11,2 - 12,8	5,9 - 7,7
2700	13,8	13,0 - 14,6	9,3 - 11,6
2700	14,9	14,1 - 15,7	10,7 - 13,2

Die gemessenen Werte des differentiellen Wirkungsquerschnitts sind in der Tabelle 6 aufgeführt. Die im letzten Kapitel beschriebenen Korrekturen sind an die Meßwerte angebracht. Für jede Messung ist zuerst der Wirkungsquerschnitt angegeben, der mit dem ganzen Raumwinkel der Elektronenseite gemessen wurde. Darunter sind die entsprechenden Werte für eine Unterteilung des Elektronenstreuwinkels in vier Bereiche aufgeführt.

TABELLE 6

Differentielle Wirkungsquerschnitte der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung

$\theta_e$ (Grad)	$\bar{\theta}_e$ (Grad)	$\bar{q}^2$ (f <sup>-2</sup> )	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)$ (cm <sup>2</sup> /sr)
Messung 1: E <sub>0</sub> = 2500 MeV			
11,2 - 12,8	11,90	6,72	(5,03 ± 0,20) · 10 <sup>-32</sup>
11,2 - 11,6	11,38	6,16	(8,11 ± 0,41) · 10 <sup>-32</sup>
11,6 - 12,0	11,78	6,60	(5,45 ± 0,32) · 10 <sup>-32</sup>
12,0 - 12,4	12,18	7,04	(4,00 ± 0,26) · 10 <sup>-32</sup>
12,4 - 12,8	12,58	7,50	(2,95 ± 0,21) · 10 <sup>-32</sup>
Messung 2: E <sub>0</sub> = 2700 MeV			
13,0 - 14,6	13,70	10,22	(5,97 ± 0,37) · 10 <sup>-33</sup>
13,0 - 13,8	13,35	9,75	(7,54 ± 0,54) · 10 <sup>-33</sup>
13,8 - 14,6	14,15	10,90	(4,35 ± 0,36) · 10 <sup>-33</sup>
Messung 3: E <sub>0</sub> = 2700 MeV			
14,1 - 15,7	14,80	11,87	(2,51 ± 0,11) · 10 <sup>-33</sup>
14,1 - 14,45	14,26	11,03	(3,63 ± 0,22) · 10 <sup>-33</sup>
14,45 - 14,95	14,68	11,70	(2,68 ± 0,16) · 10 <sup>-33</sup>
14,95 - 15,35	15,14	12,42	(2,05 ± 0,15) · 10 <sup>-33</sup>
15,35 - 15,7	15,52	13,00	(1,56 ± 0,13) · 10 <sup>-33</sup>

Bei der Messung für  $\bar{q}^2 = 10,22$  Fermi<sup>-2</sup> war die Zählrate so gering, daß nur eine Unterteilung in zwei Winkelbereiche sinnvoll war.

Der Wirkungsquerschnitt steigt zu kleinen Elektronenstreuungswinkeln hin sehr stark an. Dies bewirkt, daß der mittlere Streuwinkel  $\bar{\theta}_e$  von der Bereichsmittle zu kleinen Winkeln hin



abweicht:

$$\bar{n}_e = \frac{\int n_e d\Omega}{\int d\Omega}$$

Aus dem theoretischen Verlauf des Wirkungsquerschnitts berechnet sich diese Abweichung zu etwa 6% der Bereichsbreite. Das mittlere Quadrat des Viererimpulsübertrags ist daher nicht für die Mitte des Winkelbereiches, sondern für diesen mittleren Wert angegeben.

### 5.2 Der Deuteronformfaktor $A(q^2)$

Es ist sinnvoll, den gemessenen Wirkungsquerschnitt durch den MOTT-Wirkungsquerschnitt zu dividieren, der die elek-

TABELLE 7

Gemessene Werte des Deuteronformfaktors  $A(q^2)$

$q^2$ ( $f^{-2}$ )	$A(q^2)$	Fehler (%)
6,72	( 7,32 $\pm$ 0,30) $10^{-3}$	$\pm$ 4,1
10,22	(13,05 $\pm$ 1,08) $10^{-4}$	$\pm$ 6,0
11,87	(10,39 $\pm$ 0,46) $10^{-4}$	$\pm$ 4,4
6,16	( 9,86 $\pm$ 0,50) $10^{-3}$	$\pm$ 5,1
6,60	( 7,57 $\pm$ 0,45) $10^{-3}$	$\pm$ 5,9
7,04	( 6,40 $\pm$ 0,41) $10^{-3}$	$\pm$ 6,4
7,50	( 5,39 $\pm$ 0,38) $10^{-3}$	$\pm$ 7,0
9,75	(20,54 $\pm$ 1,44) $10^{-4}$	$\pm$ 7,0
10,90	(14,87 $\pm$ 1,19) $10^{-4}$	$\pm$ 8,0
11,03	(12,87 $\pm$ 0,78) $10^{-4}$	$\pm$ 6,1
11,70	(10,77 $\pm$ 0,64) $10^{-4}$	$\pm$ 5,9
12,42	( 9,26 $\pm$ 0,68) $10^{-4}$	$\pm$ 7,3
13,00	( 7,79 $\pm$ 0,63) $10^{-4}$	$\pm$ 8,1

tromagnetische Wechselwirkung für ein punktförmiges Teilchen beschreibt. Die Größe  $A(q^2) + B(q^2)\tan^2(\theta/2)$  hängt dann nur noch vom Viererimpulsübertrag und von dem Elektronenstreuwinkel ab und nicht mehr von der Primärenergie. Für die Elektronenstreuwinkel ( $11^\circ - 16^\circ$ ), bei denen gemessen wurde, ist der zweite Term  $B(q^2)\tan^2(\theta/2)$  kleiner als 0,3% und wird in der Auswertung vernachlässigt.

Die Größe A ist dann nur eine Funktion vom Quadrat des Viererimpulsübertrags und daher unabhängig von der jeweiligen Primärenergie und dem Elektronenstreuwinkel der Messung. Die Tabelle 7 enthält die in dieser Arbeit gemessenen Werte für  $A(q^2)$ , zuerst für den gesamten Raumwinkel und dann für die Winkelunterteilungen. In den angegebenen Fehlern ist auch die Ungenauigkeit des MOTT-Wirkungsquerschnitts berücksichtigt, die durch den Fehler in der Primärenergie und in der Winkelbestimmung zustande kommt. Diese Werte für  $A(q^2)$  können mit denen anderer Autoren<sup>25-32)</sup> verglichen werden.

In der Abbildung 18 sind die Resultate dieses Experiments (--x--) denen anderer Autoren gegenübergestellt. Die Werte für  $A(q^2)$  aus den vorliegenden Messungen befinden sich auf einer Kurve, die auch die Meßwerte der anderen Autoren durchsetzt. Die Werte von Buchanan und Yearian, die in demselben Bereich von  $q^2$  wie in der vorliegenden Arbeit gemessen haben, sind etwas kleiner. In der Abbildung sind auch theoretische Voraussagen für  $A(q^2)$  eingetragen. Sie wurden nach der Theorie von Gross, die relativistische Korrekturen enthält und in Kapitel 2.2.3 beschrieben wurde, mit der Deuteron-Wellenfunktion von Hamada-Johnston berechnet. Für den elektrischen Protonformfaktor wurde der Vierpolfit einer Bonner Gruppe<sup>33)</sup>

$$G_{EP}(q^2) = \frac{0,073}{(0,45)^2 + q^2} + \frac{0,632}{(0,765)^2 + q^2} - \frac{0,781}{(1,31)^2 + q^2} + \frac{0,09}{(3,72)^2 + q^2} \quad a^2 \text{ in } (\text{GeV}/c)^2 \quad (31)$$

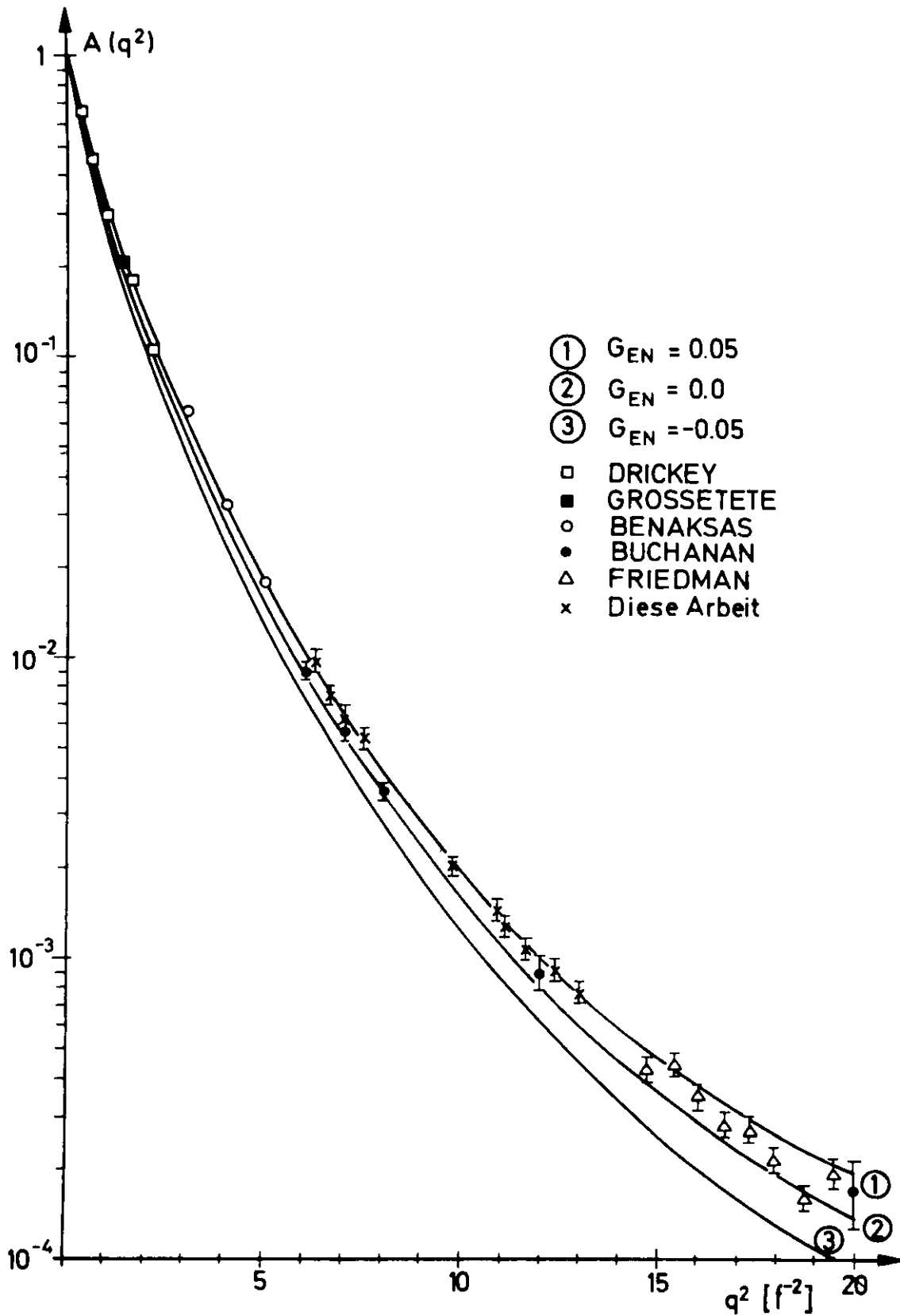


Abb.18 Experimentelle Werte von  $A(q^2)$  und Vorhersagen der Theorie von Gross unter Benutzung der Wellenfunktion von Hamada-Johnston. Die theoretischen Kurven wurden für  $G_{EN} = -0,05$ ;  $0$ ;  $+0,05$  eingezeichnet.

und für die magnetischen Formfaktoren der beiden Nukleonen das Scaling-Law verwendet.

$$G_{MP} = \mu_p \cdot G_{EP} \quad \text{und} \quad G_{MN} = \mu_n \cdot G_{EP} \quad (32)$$

Der elektrische Neutronformfaktor wurde variiert und für die Werte  $G_{EN} = (-0,05 ; 0 ; +0,05)$  der theoretische Verlauf von  $A(q^2)$  eingezeichnet.

In der Abbildung 19 ist das Verhältnis  $R$  der experimentellen Werte von  $A(q^2)$  zu den Voraussagen der Theorie von Gross in Abhängigkeit von  $q^2$  aufgetragen. Dabei wurde wieder die

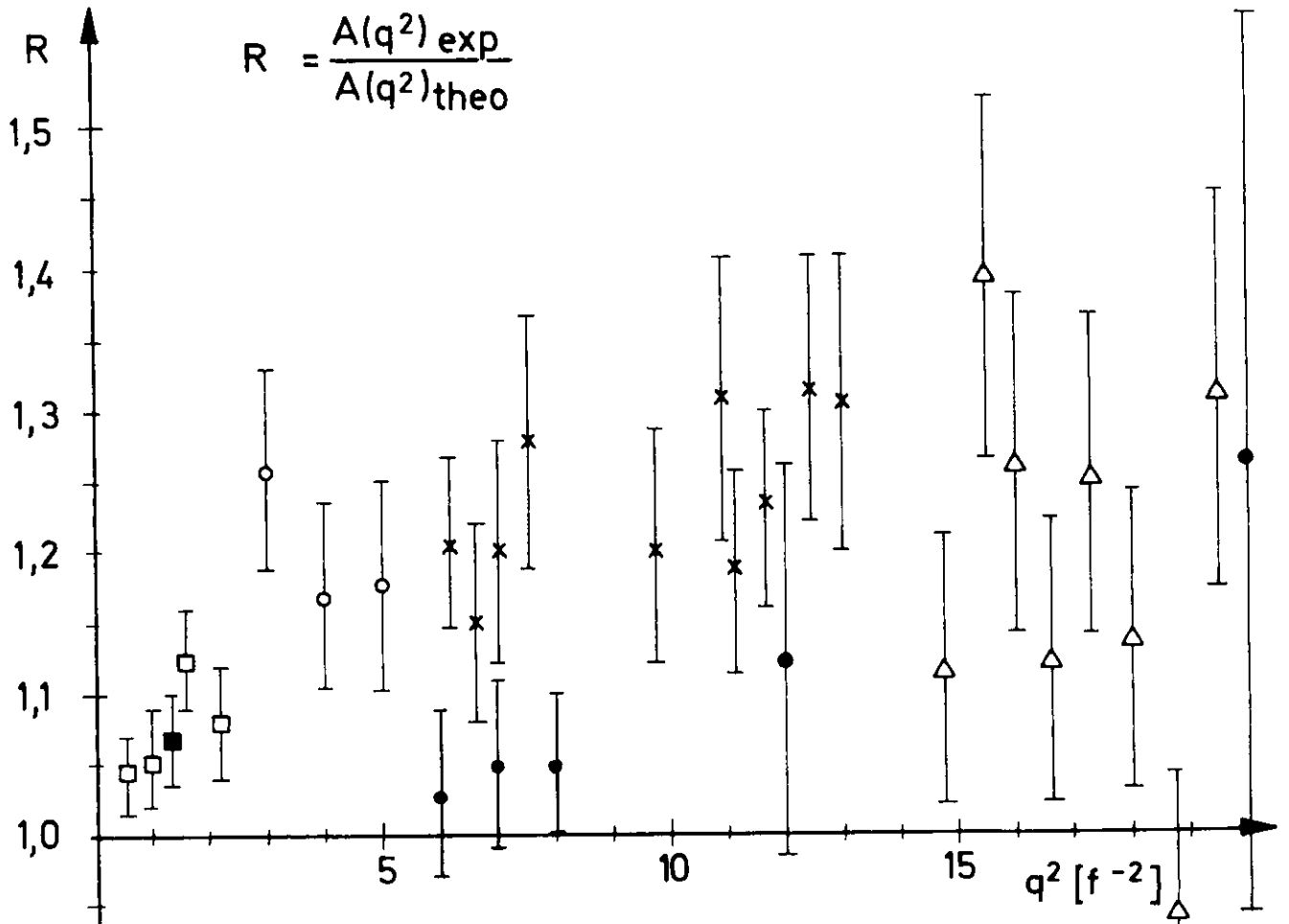


Abb.19 Das Verhältnis  $A(q^2)_{\text{exp}}/A(q^2)_{\text{theorie}}$  für die Theorie von Gross und die Wellenfunktion von Hamada-Johnston bei  $G_{EN}=0$

Deuteron-Wellenfunktion von Hamada-Johnston benutzt und der elektrische Neutronformfaktor als Null angenommen. Die Werte für das Verhältnis  $R$  liegen alle oberhalb von  $R=1$ . Das deutet an, daß der elektrische Neutronformfaktor von Null verschieden ist und für die Wellenfunktion von Hamada-Johnston positive Werte ergibt.

### 5.3 Der isoskalare elektrische Nukleonformfaktor $G_{ES}$

Der Deuteronformfaktor  $A(q^2)$  läßt sich in guter Näherung in das Produkt zweier Anteile zerlegen (siehe Kapitel 2). Der eine Anteil enthält Integrale über die Wellenfunktion des Deuterons, der zweite das Quadrat der Summe der elektrischen Formfaktoren der beiden Nukleonen. Die halbe Summe

$$G_{ES}(q^2) = \frac{1}{2}(G_{EN}(q^2) + G_{EP}(q^2))$$

wird als elektrischer Isoskalarformfaktor des Nukleons bezeichnet, und kann aus den gemessenen Werten für  $A(q^2)$  bestimmt werden. Da er unabhängig von anderen Messungen (elektrischer Protonformfaktor) ist und außerdem die physikalisch relevante Größe darstellt, soll er hier gesondert aufgeführt werden.

Die Tabelle 8 enthält die elektrischen Isoskalarformfaktoren, die aus den Meßwerten dieser Arbeit mit der Theorie von Gross und den Wellenfunktionen von Hamada-Johnston und Feshbach-Lomon berechnet wurden. Die angegebenen Fehler von 2,5% bis 4,5% kommen allein von den Fehlern in  $A(q^2)$ .

### 5.4 Der elektrische Neutronformfaktor $G_{EN}$

Wird der elektrische Protonformfaktor und die Wellenfunktion des Deuterons als bekannt vorausgesetzt, so läßt sich aus den Meßwerten von  $A(q^2)$  der elektrische Neutronformfaktor bestimmen. Aus der Beziehung

$$A(q^2) = D(q^2) \cdot (G_{EN}(q^2) + G_{EP}(q^2))^2 \quad (33)$$

TABELLE 8

Gemessene Werte des elektrischen Isoskalarformfaktors  $G_{ES}$

$q^2$ ( $f^{-2}$ )	Wellenfunktion von Hamada-Johnston	Wellenfunktion von Feshbach-Lomon
6,16	0,297 $\pm$ 0,008	0,297 $\pm$ 0,008
6,60	0,280 $\pm$ 0,009	0,281 $\pm$ 0,009
7,04	0,277 $\pm$ 0,009	0,278 $\pm$ 0,009
7,54	0,276 $\pm$ 0,010	0,278 $\pm$ 0,010
9,55	0,235 $\pm$ 0,009	0,239 $\pm$ 0,009
10,65	0,225 $\pm$ 0,010	0,231 $\pm$ 0,010
11,03	0,209 $\pm$ 0,007	0,215 $\pm$ 0,007
11,70	0,205 $\pm$ 0,007	0,212 $\pm$ 0,007
12,42	0,203 $\pm$ 0,008	0,211 $\pm$ 0,008
13,00	0,195 $\pm$ 0,009	0,204 $\pm$ 0,009

ist ersichtlich, daß nicht nur der BETRAG des elektrischen Neutronformfaktors bestimmt werden kann, sondern auch sein VORZEICHEN. Dies ist ein Vorteil gegenüber der quasielastischen Elektron-Deuteron-Streuung, bei der sich nur das Quadrat des elektrischen Neutronformfaktors bestimmen läßt.

Der elektrische Protonformfaktor ist zwar gut bekannt, doch nicht die Wellenfunktion des Deuterons. Die bekannten Wellenfunktionen liefern etwas voneinander abweichende Ergebnisse. Um trotzdem Aussagen über den elektrischen Neutronformfaktor zu erhalten, müssen Meßwerte über einen großen Bereich des Viererimpulsübertrags  $q$  zur Auswertung herangezogen werden. Dadurch ist es möglich, die Zahl der verwendbaren Wellenfunktionen einzuschränken. Der elektrische Neutronformfaktor muß außerdem im Nullpunkt eine positive Steigung haben, die von Krohn und Ringo<sup>34)</sup> durch Streuung von thermischen Neutro-

nen an den Elektronen in Edelgasen gemessen wurde. Die Autoren geben dafür den folgenden Wert an:

$$\left. \frac{dG_{EN}}{dq^2} \right|_{q^2=0} = (0,0193 \pm 0,0004) \text{ Fermi}^{-2}$$

Die elektrischen Neutronformfaktoren aus der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung müssen an diesen Verlauf bei kleinen Impulsüberträgen anschließen.

Zur Auswertung werden außer den in dieser Arbeit gemessenen Deuteronformfaktoren  $A(q^2)$  auch Werte von anderen Autoren (25-32) hinzugenommen.

Die elektrischen Neutronformfaktoren lassen sich aus den experimentell gemessenen Größen  $A(q^2)$  für verschiedene Deuteron-Wellenfunktionen mit der Theorie von Gross berechnen. Diese elektrischen Neutronformfaktoren sind in den Abbildungen 20 - 22 für die Wellenfunktionen

- a) Hulthén ohne Core (Abb.20a),
- b) Hulthén mit Core bei 0,432 Fermi (Abb.20b),
- c) Hulthén mit Core bei 0,561 Fermi (Abb.21a),
- d) Mc.Gee (Abb.21b),
- e) Hamada-Johnston (Abb.22a) und
- f) Feshbach-Lomon (Abb.22b)

in Abhängigkeit vom Quadrat des Viererimpulsübertrags  $q^2$  dargestellt. Die Wellenfunktion von Hulthén ohne Core (Abb.20a) ergibt negative Werte für den elektrischen Neutronformfaktor, ausgenommen zwischen 0 und 2 Fermi<sup>-2</sup>, während die beiden anderen Wellenfunktionen von Hulthén mit Core (Abb.20b und 21a) für  $q^2 > 10$  Fermi<sup>-2</sup> sehr große positive Werte ergeben. Mit den Wellenfunktionen von Mc.Gee (Abb.21b) und Feshbach-Lomon (Abb.22b) werden kleinere bzw. größere Werte für den elektrischen Neutronformfaktor erhalten als mit der Wellenfunktion von Hamada-Johnston (Abb.22a), doch stimmen die Formfaktoren, die mit diesen drei Wellenfunk-

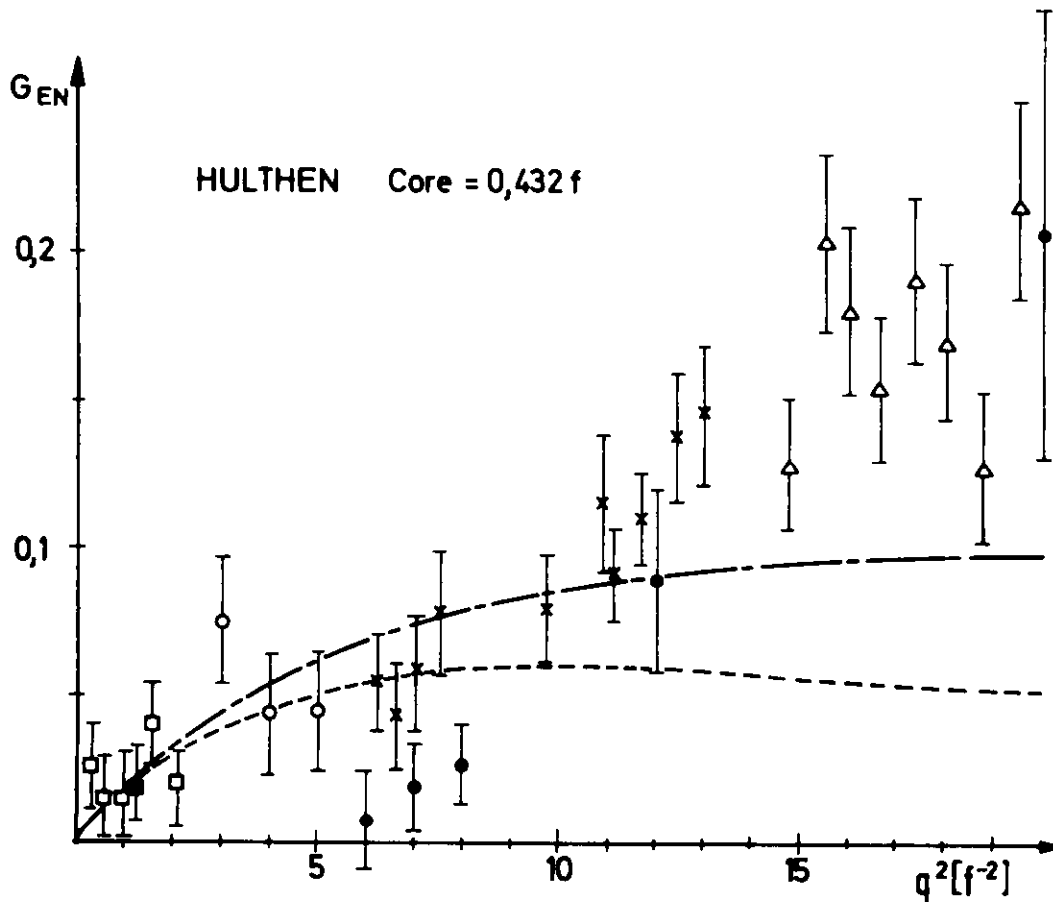
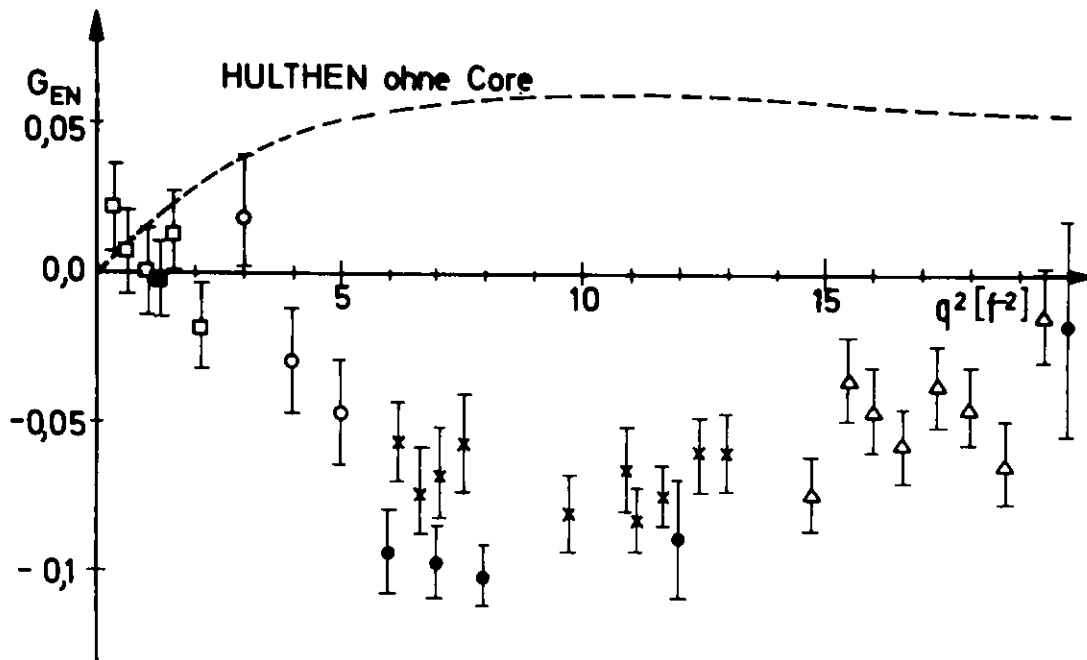


Abb.20 Elektrische Neutronformfaktoren, berechnet mit der Theorie von Gross und den Wellenfunktionen von Hulthén ohne Core und mit Core bei  $r_c = 0,432 f$



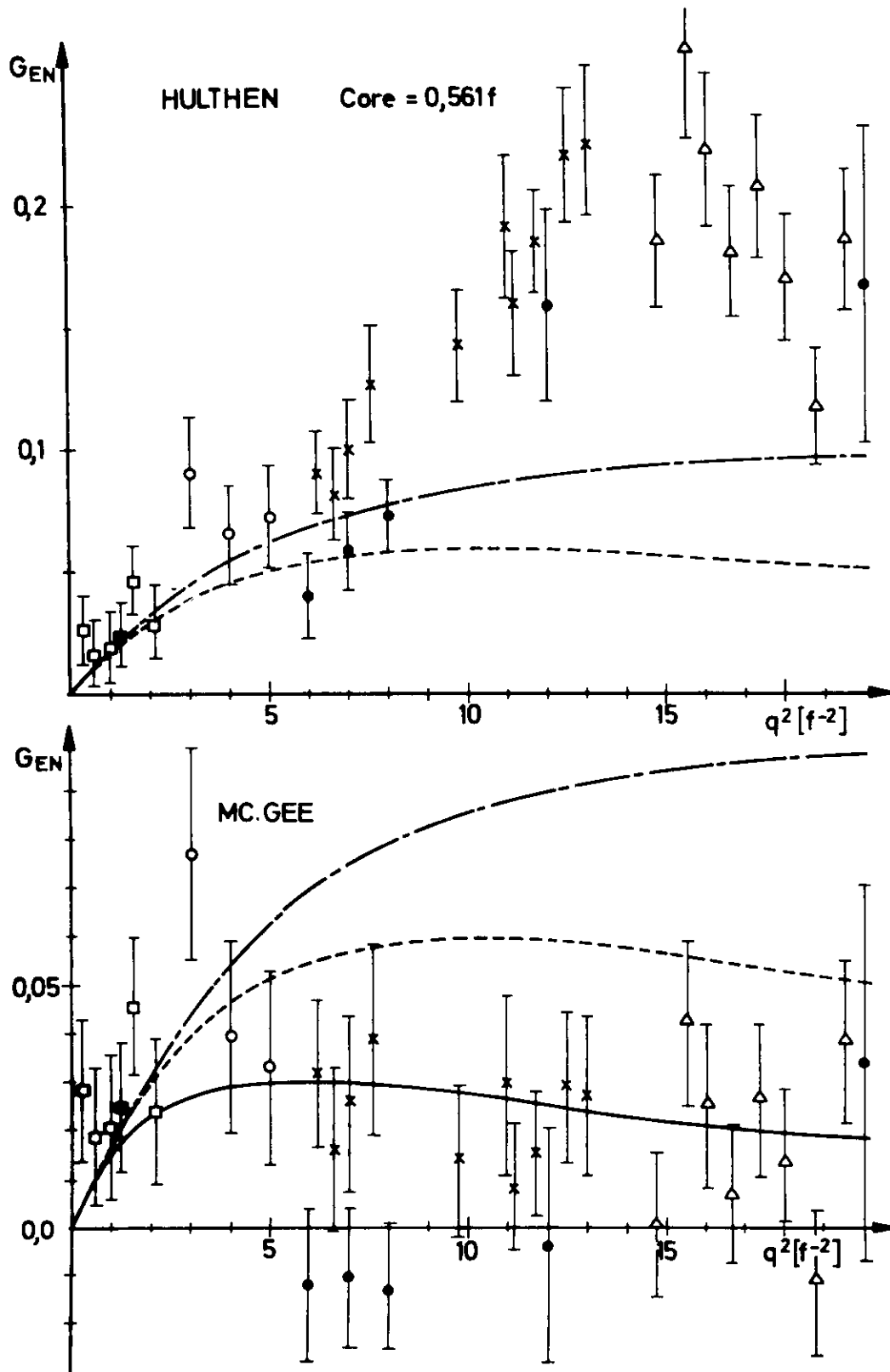


Abb.21 Elektrische Neutronformfaktoren, berechnet mit der Theorie von Gross und den Wellenfunktionen von Hulthén mit Core bei  $r_c=0,561$  Fermi und Mc.Gee

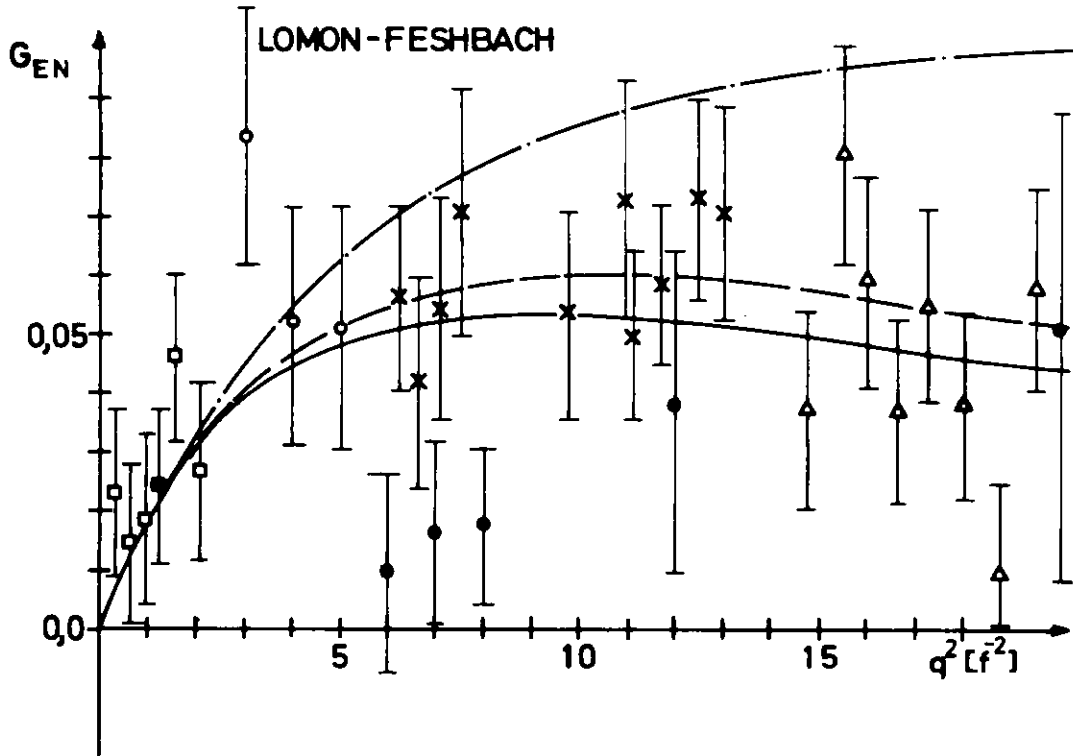
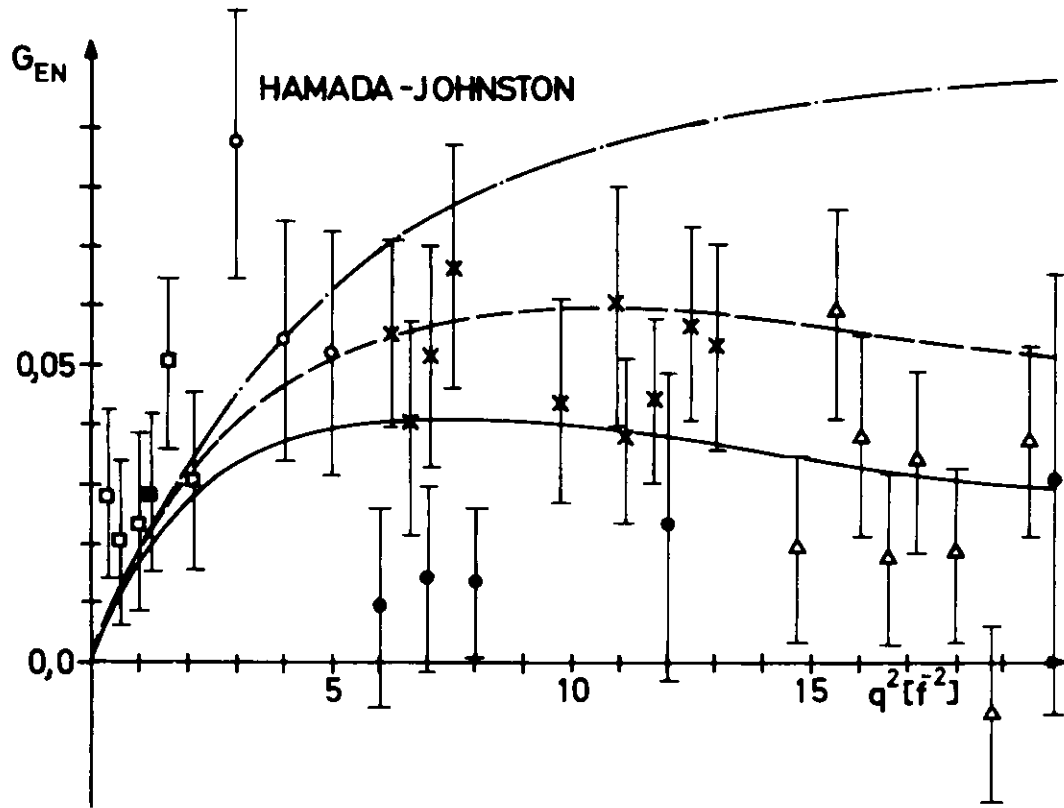


Abb.22 Elektrische Neutronformfaktoren, berechnet mit der Theorie von Gross und den Wellenfunktionen von Hamada-Johnston und Feshbach-Lomon

tionen berechnet wurden, innerhalb der Fehlergrenzen miteinander überein.

Die Fehler der eingezeichneten elektrischen Neutronformfaktoren sind nur die experimentellen Fehler des Deutronformfaktors  $A(q^2)$ . Für den elektrischen Protonformfaktor wurde der Vierpolfit (31) verwendet. Fehler des elektrischen Protonformfaktors sind in den angegebenen Fehlern des elektrischen Neutronformfaktors nicht enthalten.

Eine Änderung  $\Delta$  des elektrischen Protonformfaktors bewirkt eine Änderung  $-\Delta$  des elektrischen Neutronformfaktors, da in der Formel von  $A(q^2)$  in erster Näherung nur die Summe der beiden Formfaktoren eingeht. Da der elektrische Protonformfaktor mit  $q^2$  kleiner wird, macht sich eine gleich große prozentuale Ungenauigkeit dieses Protonformfaktors für große Werte von  $q^2$  im elektrischen Neutronformfaktor schwächer bemerkbar als für kleine Werte von  $q^2$ . Der elektrische Protonformfaktor ist in dem betrachteten Bereich von  $q^2$  mit einer Genauigkeit von 3% und besser bekannt. Wird dieser Fehler in die Betrachtungen über den elektrischen Neutronformfaktor einbezogen, so ergibt dies etwa eineinhalbmal so große Fehler als in den Zeichnungen 20 bis 22 angegeben wird.

Die bisherigen Diskussionen erlauben noch keine Aussagen darüber, welche Schlüsse über den elektrischen Neutronformfaktor aus den Meßdaten gezogen werden können. Dazu wird das folgende Verfahren angewendet:

Gesucht wird diejenige Wellenfunktion und diejenige Parametrisierung des elektrischen Neutronformfaktors, mit denen sich die experimentellen Werte im ganzen Bereich von  $q^2$  beschreiben lassen und die ein  $\chi^2 \approx 1$  pro Freiheitsgrad ergeben.

Die Berechnungen von  $\chi^2$  werden mit den folgenden Ansätzen für den elektrischen Neutronformfaktor durchgeführt:

$$G_{EN} = 0 \quad (34a)$$

$$G_{EN} = -u_N G_{EP} \quad (34b)$$

$$G_{EN} = -u_N \cdot \frac{\tau}{1+4\tau} G_{EP} \quad (34c)$$

$$G_{EN} = -u_N \cdot \frac{\tau}{1+p\tau} G_{EP} \quad (34d)$$

$$\tau = \frac{a^2}{4M^2 v}$$

Die Parametrisierung 34d wird an die Meßwerte nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate angepaßt und damit der freie Parameter p bestimmt. Die beste Anpassung ist als durchgezogene Kurve in den Abbildungen 20 - 22 eingezeichnet. In der Tabelle 9 sind die Werte von  $\chi^2$  für die benutzten Deuteron-Wellenfunktionen und die Parametrisierungen des elektrischen Neutronformfaktors angegeben.

TABELLE 9

Werte von  $\chi^2$  für den elektrischen Neutronformfaktor für verschiedene Parametrisierungen und Wellenfunktionen

Anzahl der Meßwerte: 39

Wellen- funktion	$G_{EN} = 0$	$-u\tau G_{EP}$	$-\frac{u\tau}{1+4\tau} G_{EP}$	$-\frac{u\tau}{1+p\tau} G_{EP}$
Hulthén (ohne Core)	438	2716	1537,3	534,3 (p = 100)
Hulthén $r_c=0,432$ f	786	123	305,0	60,2 (p=-1,7)
Hulthén $r_c=0,561$ f	1034	218	433,5	153,9 (p=-1,3)
Mc.Gee	106	495	141,5	35,7 (p=19,7)
Hamada-Johnston	196	399	84,8	39,7 (p=10,7)
Feshbach-Lomon	275	214	33,6	29,3 (p= 5,6)

Mit dem in dieser Arbeit vorgeschlagenen Ansatz 34d ergeben sich für die Wellenfunktionen von Mc.Gee, Hamada-Johnston und Feshbach-Lomon Werte von  $\chi^2$  von 0,8 bis 1,0 pro Freiheitsgrad. Mit dem Ansatz 34c hat die Wellenfunktion von Feshbach-Lomon ein  $\chi^2$  von 0,9 pro Freiheitsgrad. Für alle anderen Ansätze und Wellenfunktionen sind die Werte von  $\chi^2$  größer als 2 pro Freiheitsgrad.

Aus diesen  $\chi^2$ -Berechnungen kann daher geschlossen werden, daß die Wellenfunktionen von Mc.Gee, Hamada-Johnston und Feshbach-Lomon die Neutron-Proton-Wechselwirkung im Deuteron gleich gut beschreiben. Innerhalb der Meßgenauigkeit kann zwischen diesen drei Wellenfunktionen nicht unterschieden werden.

Der elektrische Neutronformfaktor wird am besten durch den Ansatz 34d wiedergegeben, wobei der Parameter  $p$  für die oben genannten drei Wellenfunktionen die Werte  $p \approx 20, 11$  und  $6$  annimmt. Damit ergeben sich für den elektrischen Neutronformfaktor positive Werte zwischen

$$G_{EN} = 0,02 \quad \text{und} \quad G_{EN} = 0,07$$

im Bereich des Viererimpulsübertragsquadrats von  $q^2 = 5 \text{ Fermi}^{-2}$  bis  $q^2 = 14 \text{ Fermi}^{-2}$ .

## 5.5 Vergleich der experimentellen Werte des elektrischen Neutronformfaktors mit theoretischen Voraussagen

### 5.5.1 Das Quark-Modell von Morpurgo

Im Rahmen eines Quark-Modells hat Morpurgo<sup>35)</sup> abgeleitet, daß der elektrische Neutronformfaktor gleich Null ist. Zwei wesentliche Annahmen gehen in seine Ableitung ein:

1. Die Baryonen lassen sich durch SU(6)-Wellenfunktionen beschreiben.
2. Die Ladungsverteilung der Quarks wird als punktförmig angenommen.

Der Ladungsoperator  $\rho_{op}$  wird daher geschrieben als

$$\rho_{op} = \sum_i e_i \delta(\vec{x}_i - \vec{r}) \quad (35)$$

wobei  $e_i$  die Quarkladung ist. Dann kann das Matrixelement des Ladungsoperators in ein Produkt aus Orts- und Spinanteil zerlegt werden. Im Fall des Neutrons ist der Spinanteil gleich Null. Da im Breitsystem der elektrische Formfaktor die Fouriertransformierte der Ladungsverteilung ist, ergibt dies  $G_{EN} = 0$ .

Die in dieser Arbeit gemessenen Werte des elektrischen Neutronformfaktors (Abb. 20 - 22) weichen systematisch von Null ab. Das zeigt, daß die einfachen Annahmen dieses Quark-Modells nicht zum richtigen Ergebnis führen.

### 5.5.2 Modelle für den Ansatz $G_{EN} = -\tau G_{MN}$

Der Vorschlag  $G_{EN} = -\tau G_{MN}$  geht auf Hand et al.<sup>36)</sup> zurück. Sie gehen davon aus, daß die Sachs-Formfaktoren  $G_{EN}$  und  $G_{MN}$  durch die Dirac und Pauli-Formfaktoren ausgedrückt werden können:

$$\begin{aligned} G_{EN} &= F_{1N} - \tau u_N F_{2N} \\ G_{MN} &= F_{1N} + u_N F_{2N} \end{aligned} \quad (36)$$

Unter der Annahme, daß  $F_{1N}$  gleich Null ist für alle  $q^2$  und die Ladungsverteilung allein durch das anomale magnetische Moment gegeben ist, folgt aus den obigen Gleichungen:

$$G_{EN} = -\tau u_N F_{2N} = -\tau G_{MN} \quad (37)$$

Für die Steigung des Neutronformfaktors im Nullpunkt ergibt sich dann

$$\left. \frac{dG_{EN}}{dq^2} \right|_{q^2=0} = -\frac{u_N}{4M_p^2} = 0,0212 \text{ Fermi}^{-2} \quad (38)$$

in Übereinstimmung mit den Messungen von Krohn und Ringo<sup>34)</sup>.

Zu dem gleichen Ergebnis gelangen auch Ebel und Pilkuhn<sup>37)</sup> durch Forderung der Eichinvarianz und der gebrochenen SU(3)-Symmetrie, sowie Barut et al.<sup>38)</sup>. Barut folgert die obige Formel für  $G_{EN}$  aus Symmetrieüberlegungen, die auf der dynamischen O(4.2)-Gruppe beruhen.

Die gemessenen elektrischen Neutronformfaktoren haben kleinere Werte als von diesem theoretischen Ansatz vorhergesagt wird. Dieser theoretische Verlauf ist in den Abbildungen 20 - 22 als strichpunktierte Kurve (---) eingetragen.

### 5.5.3 Berechnung von $G_{EN}$ aus dem Isovektor-Formfaktor $G_{EV}$

Von Höhler et al.<sup>39)</sup> wurde der isovektorielle Formfaktor des Nukleons

$$G_{EV}(q^2) = \frac{1}{2}(G_{EP}(q^2) - G_{EN}(q^2)) \quad (39)$$

aus einfach subtrahierten Dispersionsrelationen gewonnen. Die Spektralfunktion des Dispersionsintegrals wurde aus Pion-Formfaktor-Messungen der Novosibirsk- und der Orsay-Gruppen, sowie aus den  $\pi$ -N Streuphasen von Lovelace ermittelt. Unter Benutzung von experimentellen Werten für den elektrischen Protonformfaktor  $G_{EP}$  ergibt sich eine Voraussage für den elektrischen Neutronformfaktor  $G_{EN}$ . Nur für kleine Werte von  $q^2$  ist mit diesem Modell eine gute Approximation des Dispersionsintegrals zu erwarten.

Für  $q^2 < 3 \text{ Fermi}^{-2}$  stimmen diese theoretischen Voraussagen mit den gemessenen Werten überein, während sie für höhere  $q^2$  größere Werte des elektrischen Neutronformfaktors ergeben als die Messung der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung.

#### 5.5.4 Phänomenologische Ansätze für $G_{EN}$

Von Budnitz et al.<sup>40)</sup> wurde daher eine phänomenologische Parametrisierung für den elektrischen Neutronformfaktor angegeben

$$G_{EN} = - u_N \frac{\tau}{1+4\tau} G_{EP} \quad (40)$$

die den Anstieg im Nullpunkt richtig wiedergibt, aber kleinere Werte vorhersagt. Sie ist als gestrichelte Kurve in den Abbildungen 20 - 22 angegeben.

Da dieser Ansatz des elektrischen Neutronformfaktors (40) nur für die Wellenfunktion von Feshbach-Lomon mit dem Experiment Übereinstimmung ergibt, wird er in dieser Arbeit zu

$$G_{EN} = - u_N \frac{\tau}{1+p\tau} G_{EP} \quad (41)$$

abgeändert und die Größe  $p$  an die Meßdaten angepaßt. Mit dieser Formel lassen sich die elektrischen gemessenen Neutronformfaktoren beschreiben, wobei sich für die verschiedenen Deuteron-Wellenfunktionen etwas voneinander abweichende Parameter  $p$  ergeben. (Siehe dazu die Tabelle 9)



## 6. ZUSAMMENFASSUNG

In dem beschriebenen Experiment wurden differentielle Wirkungsquerschnitte der elastischen Elektron-Deuteron-Streuung für Viererimpulsüberträge von  $q^2 = 5 \text{ Fermi}^{-2}$  bis  $q^2 = 14 \text{ Fermi}^{-2}$  und Elektronenstreuwinkel zwischen  $11^\circ$  und  $16^\circ$  gemessen. Der Gesamtfehler der gemessenen Wirkungsquerschnitte schwankt zwischen 5 % und 8 % bei einem systematischen Fehler von 3 %.

Aus den Meßdaten läßt sich der Deuteronformfaktor  $A(q^2)$  berechnen, der nur vom Quadrat des Viererimpulsübertrags abhängt. Diese Größe wurde mit den Werten anderer Autoren verglichen. Die gemessenen Werte schließen für kleinere und größere Werte von  $q^2$  an die Meßwerte anderer Autoren an.

Es wurde weiterhin der elektrische Neutronformfaktor bei Benutzung verschiedener Wellenfunktionen des Deuterons berechnet. Als beste Parametrisierung des elektrischen Neutronformfaktors ergab sich die Form  $G_{EN} = -u_N \{ \tau / (1+p\tau) \} G_{EP}$ , wobei  $p$  für die verschiedenen Deuteron-Wellenfunktionen Werte zwischen  $p = 5$  und  $p = 20$  annahm. Die experimentellen Werte für den elektrischen Neutronformfaktor für Impulsüberträge von  $q^2 = 5 \text{ Fermi}^{-2}$  bis  $q^2 = 14 \text{ Fermi}^{-2}$  liegen zwischen  $G_{EN} = (0,02 \pm 0,02)$  und  $G_{EN} = (0,06 \pm 0,02)$ .

Die vorliegenden Messungen zeigen eine deutliche Tendenz zu positiven Werten für den elektrischen Neutronformfaktor.

Die elastische Elektron-Deuteron-Streuung kann mit der Theorie von Gross und den Wellenfunktionen des Deuterons von Mc. Gee, Hamada-Johnston und Fesabach-Lomon beschrieben werden, während die benutzten Wellenfunktionen von Hulthén keine befriedigende Ergebnisse liefern.

ANHANG A

Es werden die Integrale zur Berechnung der relativistischen Korrekturen zum Wirkungsquerschnitt angegeben, die von Gross hergeleitet wurden. In diesen Ausdrücken wurde  $\tau = px/2$ ,  $\hat{u} = u''$  und  $\hat{w} = w'' - 6w/x^2$  gesetzt. Zur numerischen Berechnung können diese Ausdrücke umgeformt werden durch Erweitern in Legendre Polynome unter Benutzung der folgenden Identität:

$$\int P_n(z) f(x) = (-i)^n \int_0^\infty f(x) j_n(\quad) dx$$

Die Korrekturfunktionen lauten:

$$I_C = \frac{a^2}{2M^2} \left\{ u\psi_1 + w\psi_2 + \frac{2i}{3\sqrt{2}} u\psi_4 \frac{P_1(z)}{\tau} - \frac{2i}{3} w\psi_4 \frac{P_1(z)}{\tau} \right\}$$

$$I_Q = 6\sqrt{2} \left\{ - \left[ u\psi_2 + w\psi_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} w\psi_2 \right] P_2(z) + \frac{2i}{3} u\psi_4 \frac{P_1(z)}{\tau} - \frac{i}{\sqrt{2}} w\psi_4 \left[ \frac{3}{5} \frac{P_3(z)}{\tau} + \frac{11}{15} \frac{P_1(z)}{\tau} \right] \right\}$$

$$J_C = \frac{a^2}{4M^2} \left\{ \frac{3i}{2} w^2 \frac{P_1(z)}{\tau} \right\}$$

$$J_Q = -6\sqrt{2}i \left\{ \frac{3}{20} x(uw' - wu') \frac{P_1(z) - P_3(z)}{\tau} + \frac{wu}{20} \left[ 9 \frac{P_1(z)}{\tau} + \frac{P_3(z)}{\tau} \right] - \frac{w^2}{\sqrt{2}} \left[ \frac{6}{10} \frac{P_3(z)}{\tau} + \frac{3}{20} \frac{P_1(z)}{\tau} \right] \right\}$$

$$I_M^1 = \frac{a^2}{2M^2} \left\{ \frac{9i}{4} w\psi_2 \frac{P_1(z)}{\tau} + \frac{i}{8} w\psi_4 \frac{P_1(z)}{\tau} \left[ 1 - P_2(z) \right] + \frac{1}{8} \left[ 4w\psi_4 - xw'\psi_4 + xw \frac{\delta\psi_4}{\delta x} \right] \frac{P_2(z)}{\tau} \right\} + \frac{1}{M^2} \left\{ \frac{1}{4x^2} \left[ 5w\psi_4 + xw'\psi_4 - xw \frac{\delta\psi_4}{\delta x} \right] \right\}$$

$$I_M^2 = \frac{a^2}{2M^2} \left\{ (u\psi_1 - \frac{1}{2}w\psi_2 - \frac{1}{\sqrt{8}}(w\psi_1 + 2w\psi_2 + u\psi_2))P_2(z) - \frac{3i}{10\sqrt{2}}w\psi_3 \cdot \frac{P_1(z) - P_3(z)}{\tau} + \frac{i}{\sqrt{2}}(u + \frac{w}{\sqrt{2}})\psi_4 \frac{P_1(z)}{\tau} \right\}$$

$$J_M^1 = \frac{1}{4M^2} \int_0^\infty dx (u\hat{u} - \frac{1}{2}w\hat{w})j_0(\tau) + \frac{1}{2}(\frac{u\hat{w}}{2} + \frac{w\hat{u}}{2} + \frac{w\hat{w}}{2})j_2(\tau) + \frac{1}{2M^2} \left\{ \hat{u} \left[ x^2 \left( \frac{u}{x} \right)' - \frac{w}{2} - \frac{xw'}{2\sqrt{2}} \right] + \frac{\hat{w}}{2} \left[ -\frac{x^2}{2} \left( \frac{u}{x} \right)' - 2xw' + \frac{w}{2\sqrt{2}} \right] \right\} i \frac{P_1(z)}{\tau}$$

$$J_M^2 = -\frac{1}{2M^2} \left\{ (u + \frac{w}{2}) \left[ \left( \frac{u''}{3} - \frac{u'}{x} + \frac{u}{x^2} - \frac{w''}{6\sqrt{2}} + \frac{w}{2x^2} \right) P_2(z) + \left( -\frac{u''}{3} + \frac{w''}{6\sqrt{2}} + \frac{w'}{\sqrt{8}x} \right) \right] + \frac{w}{\sqrt{2}} \left[ \left( -\frac{u''}{2} + \frac{2u'}{x} - \frac{2u}{x^2} \right) P_2(z) + \left( \frac{u''}{2} - \frac{u'}{2x} + \frac{u}{2x^2} + \frac{w''}{\sqrt{8}} + \frac{w'}{\sqrt{8}x} - \frac{4w}{\sqrt{2}x^2} \right) \right] \right\} + \frac{1}{2M^2} \left\{ \frac{w}{\sqrt{2}} \left( \frac{5w'}{\sqrt{8}x} + \frac{w''}{\sqrt{8}} + \frac{2w}{\sqrt{2}x^2} \right) P_2(z) \right\}$$

wobei  $\sum \equiv \int \frac{d^3x}{4\pi x^2} e^{-i\tau z}$  ist.

Die Korrekturterme  $\psi_i$  lauten:

$$\psi_{1,2} = \psi_{1,2}^0 + i\psi_{1,2}^1 \left( \frac{P_1(z)}{\tau} \right) + \psi_{1,2}^2 P_2(z)$$

$$\psi_4 = \psi_4^0 + i\psi_4^1 x d_d P_1(z)$$

Dabei ist  $z = d_d x/dx$  und  $P_n$  das Legendre Polynom der Ordnung  $n$ .

$$\psi_1^0 = \frac{u}{12} + \frac{xu'}{24} + \frac{w}{12\sqrt{2}} \quad ; \quad \psi_2^0 = \frac{xw'}{24}$$

$$\psi_1^1 = -\frac{u}{2} + \frac{xu'}{2} + \frac{1}{4}Ku + \frac{w}{\sqrt{2}} \quad ; \quad \psi_2^1 = \frac{xw'}{2} - 3w + \frac{1}{4}Kw$$

$$\psi_1^2 = -\frac{u}{12} + \frac{xu'}{12} + \frac{w}{6\sqrt{2}} \quad ; \quad \psi_2^2 = \frac{xw'}{12} - \frac{w}{4}$$

$$\psi_3 = \frac{u}{4} - \frac{xu'}{4} - \frac{w}{2\sqrt{2}} - \frac{xw'}{4\sqrt{2}} \quad ;$$

$$\psi_4^0 = -\frac{3}{2} w \quad ; \quad \psi_4^1 = \frac{3}{8} w$$

$$u' = \frac{d}{dx} u(x) \quad ; \quad \kappa = x^2 \left( \frac{d^2}{dx^2} - \alpha^2 \right) \quad ; \quad \alpha^2 = M\varepsilon$$

$\varepsilon$  ist die Bindungsenergie des Deuterons. Für den Impuls  $d_d$  des Deuterons gilt im BREIT-System:  $d_d = q/2$ .

ANHANG B

Parameter der verwendeten Deuteron-Wellenfunktionen

Alle Wellenfunktionen sind so normiert, daß gilt:

$$\int_0^{\infty} \{u(r)^2 + w(r)^2\} dr = 1$$

a) L.Hulthén und M.Sugawara

$$u(r) = N \cdot \cos \epsilon \cdot (1 - e^{-\beta \alpha (r - r_c)}) \cdot e^{-\alpha r}$$

$$w(r) = N \cdot \sin \epsilon \cdot (1 - e^{-\gamma \alpha (r - r_c)}) \cdot e^{-\alpha r} \cdot \left\{ 1 + \frac{3}{\alpha r} (1 - e^{-\gamma \alpha r}) + \frac{3}{(\alpha r)^2} (1 - e^{-\gamma \alpha r})^2 \right\}$$

mit den Parametern  $\rho = 1704$  ,  $\rho_d = 4\%$  ,  $1/\alpha = 4,3163$  f

1.  $r_c = 0$  f ,  $\sin \epsilon = 0,02928$  ,  $\beta = 4,751$  ,  $\gamma = 2,922$

2.  $r_c = 0,432$  f ,  $\sin \epsilon = 0,02666$  ,  $\beta = 7,961$  ,  $\gamma = 3,798$

3.  $r_c = 0,561$  f ,  $\sin \epsilon = 0,02611$  ,  $\beta = 9,814$  ,  $\gamma = 4,144$

b) Ian Mc.Gee

$$u(r) = N \cdot \sum_{i=1}^5 C_i e^{-\epsilon_i r}$$

$$w(r) = N \rho' \cdot \sum_{i=1}^6 C_i' e^{-\epsilon_i' r} \cdot \left\{ 1 + \frac{3}{\epsilon_i' r} + \frac{3}{(\epsilon_i' r)^2} \right\}$$

mit den Parametern  $\rho' = 0,0260$  ,  $\alpha = 0,23168$  f<sup>-1</sup>

i	C <sub>i</sub>	ε <sub>i</sub>	C <sub>i</sub> '	ε <sub>i</sub> '
1	1,0	1,0 · α	1,0	1,0 · α
2	-0,63608	5,733 · α	-20,34	4,833 · α
3	-6,615	12,844 · α	-36,6	10,447 · α
4	15,2161	17,331 · α	-123,02	14,506 · α
5	-8,9651	19,643 · α	305,11	16,868 · α
6			-126,16	21,154 · α

c) T.Hamada und I.D.Johnston

Die Wellenfunktionen sind in tabellierter Form angegeben  
mit  $x = 1,415 r$  und  $x_0 = 0,343$  ( $r_c = 4,853 f$ )

x	u(x)	w(x)	x	u(x)	w(x)
0,4	0,1096	0,0621	3,2	0,3484	0,0555
0,5	0,2718	0,1412	3,4	0,3267	0,0491
0,6	0,3891	0,1856	3,6	0,3062	0,0435
0,7	0,4697	0,2083	3,8	0,2869	0,0387
0,8	0,5229	0,2178	4,0	0,2688	0,0345
0,9	0,5564	0,2189	4,2	0,2519	0,0308
1,0	0,5757	0,2140	4,4	0,2359	0,0276
1,1	0,5849	0,2077	4,6	0,2210	0,0247
1,2	0,5870	0,1987	4,8	0,2070	0,0222
1,3	0,5839	0,1888	5,0	0,1939	0,0200
1,4	0,5771	0,1784	5,2	0,1816	0,0181
1,5	0,5678	0,1680	5,4	0,1701	0,0163
1,6	0,5568	0,1578	5,6	0,1593	0,0148
1,7	0,5445	0,1470	5,8	0,1492	0,0134
1,8	0,5313	0,1385	6,0	0,1397	0,0122
1,9	0,5177	0,1297	6,5	0,1186	0,0096
2,0	0,5038	0,1213	7,0	0,1007	0,0077
2,1	0,4898	0,1134	7,5	0,0854	0,0062
2,2	0,4758	0,1061	8,0	0,0725	0,0050
2,3	0,4619	0,0992	8,5	0,0615	0,0040
2,4	0,4482	0,0929	9,0	0,0522	0,0033
2,5	0,4347	0,0869	9,5	0,0443	0,0027
2,6	0,4214	0,0814	10,0	0,0376	0,0022
2,7	0,4085	0,0763			
2,8	0,3958	0,0715			
2,9	0,3835	0,0670			
3,0	0,3715	0,0629			

d) H.Feshbach und E.Lomon

Die angegebenen Parameter der BCM-Anpassung (boundary condition model) sind etwas verschieden von denen in den Referenzen angegebenen. Sie wurden von E. Lomon als Programm und in tabellierter Form freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

$$g^2 = (g')^2 = 14,94 ; \lambda = 0,9343 ; \xi = 0,745 ; r_0 = 0,51373 \mu^{-1}$$

$$\begin{array}{lll} \mu_p = 135,0 \text{ MeV} & \mu_1 = 138,0 \text{ MeV} & \mu_0 = 139,0 \text{ MeV} \\ M_A(pp) = 938,2 \text{ MeV}; M_A(np) = 938,8 \text{ MeV}; M_A(nn) = 939,6 \text{ MeV} \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} N^2 = 0,65 & g_V = 1,83 & m_\rho = 765,0 \text{ MeV} \\ (N')^2 = 1,3 & g_S = -0,06 & m_\omega = 782,8 \text{ MeV} \\ g^2 = 1,0 & & m_\eta = 548,7 \text{ MeV} \end{array}$$

T = 1 Komponenten der f-Matrix (pp-Fall)

ungekoppelte Zustände:

	$^1S_0$	$^3P_0$	$^3P_1$	$^1D_2$	$^3F_3$	$^1G_4$	$^3H_5$
$f_{JST}$	1,8756	510	6,1	4,3	200	175	-4

gekoppelte Zustände:

	$^3P_2 - ^3F_2$	$^3F_4 - ^3H_4$
$f_{J,J-1}$	0,352	40,0
$f_{J,J+1}$	20,9	-2,07
$f_J$	-0,9	-10,83

T = 0 Komponenten der f-Matrix (np-Fall)

ungekoppelte Zustände:

	$^1P_1$	$^3D_2$	$^1F_3$	$^3G_4$	$^1H_5$
$f_{JST}$	-1,3	600	30	195	200

gekoppelte Zustände:

	$^3S_1 - ^3D_1$	$^3D_3 - ^3G_3$	$^3G_5 - ^3I_5$
$f_{J,J-1}$	12,673	10,7	10
$f_{J,J+1}$	75	0,0	10
$f_J$	-30	6,4	10

ANHANG C

Zusammenhang zwischen Elektronen- und Deuteronenakzeptanz

Zur Dimensionierung des Deuteronenzählers ist es nötig, eine Beziehung herzuleiten, wie der Raumwinkel, in dem die gestreuten Elektronen nachgewiesen werden, mit dem Raumwinkel der koinzidenten Deuteronen zusammenhängt. Da sich die Winkelintervalle in der Streuebene und senkrecht zu ihr verschieden transformieren, müssen diese beiden Transformationen getrennt voneinander behandelt werden.

a) Beziehung zwischen den beiden Streuwinkeln in der Streuebene

Aus dem Energie- und Impulssatz läßt sich die folgende Beziehung zwischen dem Elektronenstreuwinkel  $\theta_e''$  und dem Deuteronenstreuwinkel  $\theta_d''$  für die elastische Streuung ableiten.  $\theta_e''$  und  $\theta_d''$  sind die Streuwinkel in der Streuebene.

$$\operatorname{ctg} \theta_d'' = (1 + k) \cdot \operatorname{tg}(\theta_e''/2) \quad ; \quad k = \frac{E_0}{M_d}$$

oder nach dem Winkel  $\theta_d''$  aufgelöst

$$\theta_d'' = \operatorname{arc} \operatorname{ctg} [(1 + k) \cdot \operatorname{tg}(\theta_e''/2)] = \operatorname{arc} \cdot \operatorname{ctg} x$$

Für die Ableitung des Deuteronenstreuwinkels nach dem Elektronenstreuwinkel folgt:

$$\frac{d\theta_d''}{d\theta_e''} = - \frac{1}{1 + x^2} \cdot \frac{dx}{d\theta_e''} = - \frac{1}{2} \cdot \frac{1 + k}{1 + (2k + k^2) \sin^2(\theta_e''/2)}$$

b) Beziehungen zwischen Streuwinkeländerungen senkrecht zur Streuebene

Für den Zusammenhang von Streuwinkeländerungen senkrecht zur Streuebene kann eine Beziehung aus rein geometrischen



Überlegungen abgeleitet werden. Dabei wird ausgenutzt, daß die Elektronen und Deuteronen in einer Ebene liegen, die den primären Elektronenstrahl enthält.

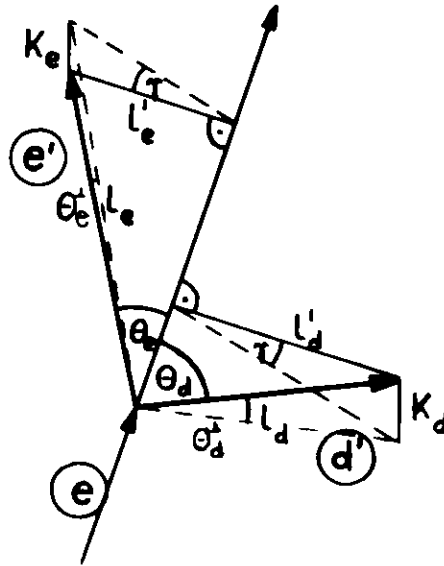


Abb.23 Zur Berechnung der Winkelabhängigkeiten

In der Streuebene gelten die folgenden Beziehungen

$$l'_e = l_e \sin \theta_e \quad \text{und} \quad l'_d = l_d \sin \theta_d$$

Senkrecht zur Streuebene gilt

$$\frac{K_e}{K_d} = \frac{l'_e}{l'_d} = \frac{l_e \sin \theta_e}{l_d \sin \theta_d} \quad \text{und} \quad \begin{aligned} K_e &= l_e \sin \theta_e^\perp \\ K_d &= l_d \sin \theta_d^\perp \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$\frac{K_e}{l_e} / \frac{K_d}{l_d} = \frac{\sin \theta_e^\perp}{\sin \theta_d^\perp} = \frac{\sin \theta_e}{\sin \theta_d}$$

$$\theta_d^\perp = \arcsin \left[ \frac{\sin \theta_d}{\sin \theta_e} \sin \theta_e^\perp \right] = \arcsin (ax)$$

und für die Ableitung nach  $\theta_e$ :

$$\frac{d\theta_d^\perp}{d\theta_e^\perp} = \frac{a \cdot \cos \theta_e^\perp}{(1 - a^2 \sin^2 \theta_e^\perp)^{1/2}} \quad ; \quad a = \frac{\sin \theta_d}{\sin \theta_e}$$

Anhang D

Mit einem Monte-Carlo-Programm wurden die nachfolgend beschriebenen Eigenschaften der Meßapparatur bestimmt, die bei der Berechnung des Wirkungsquerschnitts entscheidend eingehen.

a) Der Raumwinkel des Elektronenkollimators

Der Raumwinkel der Elektronen wurde aus den geometrischen Abmessungen der Apparatur zu  $\sigma = (0,68 \pm 0,01)$  msterad bestimmt.

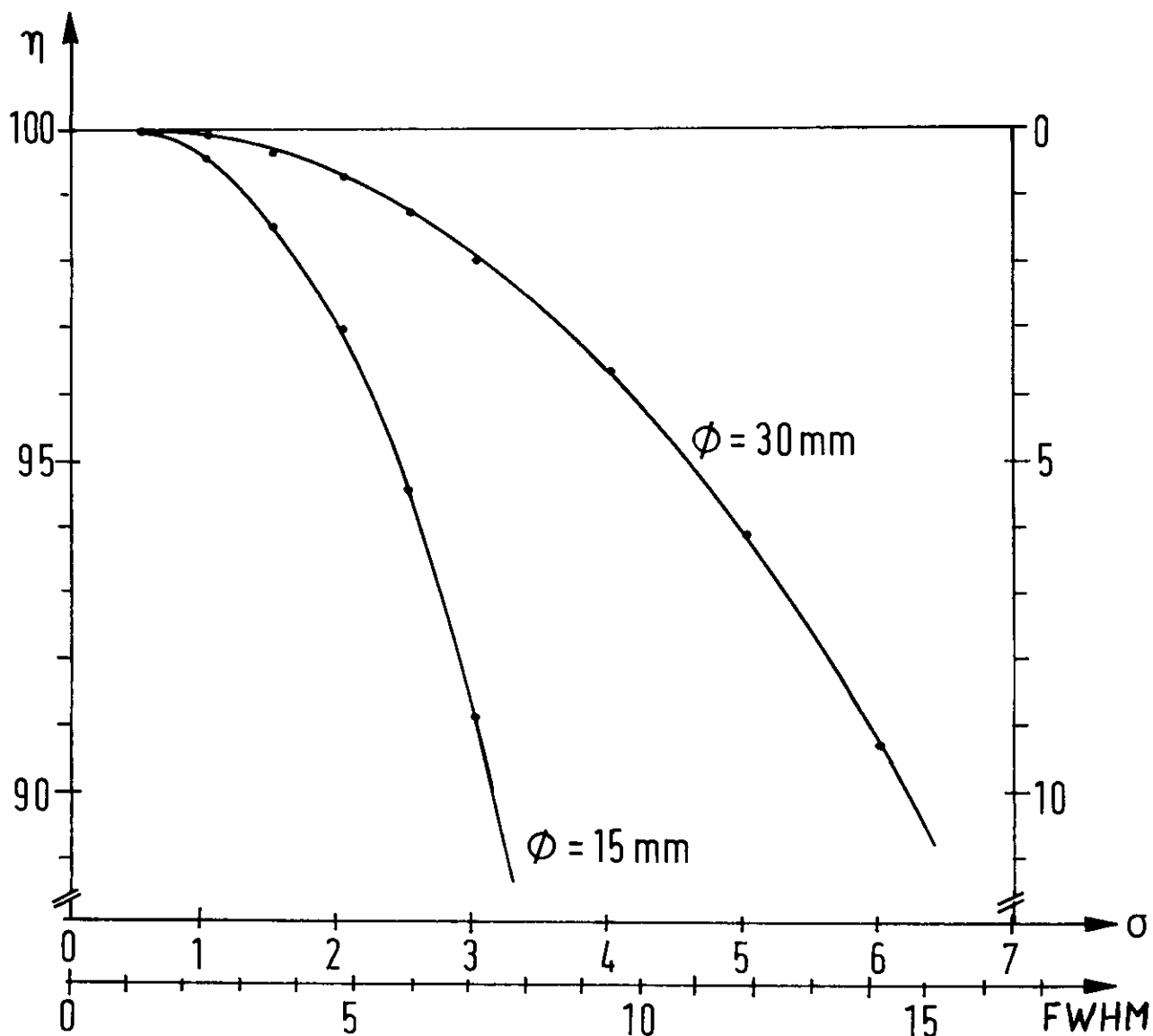


Abb.24 Targetverluste durch die endliche Ausdehnung des Elektronenstrahls als Funktion seiner Halbwertsbreite

b) Targetverluste aus der Geometrie

Der primäre Elektronenstrahl hat eine endliche Ausdehnung. Daher durchsetzen Elektronen, die nicht durch die Mitte des Targets fliegen, weniger Targetmaterial. Der effektive Targetdurchmesser ist bei einer Primärstrahlbreite von 2,5 mm um 0,4% kleiner als der geometrische Durchmesser der Targetzelle von 30 mm. In der Abbildung 24 ist für zwei Targetdurchmesser der effektive Durchmesser als Funktion der Halbwertsbreite des Primärstrahls aufgetragen. Für den Primärstrahl wurde eine Gaußverteilung angenommen.

c) Ereignisrate als Funktion des Elektronenstreuwinkels

In der Abbildung 25 ist der mit dem Monte-Carlo-Programm berechnete relative Verlauf der Zählrate als Funktion des Elektronenstreuwinkels aufgetragen. Die Kollimatoröffnung begrenzt den Verlauf nach beiden Seiten. Die Berechnungen wurden mit verschiedenen Annahmen durchgeführt.

In den Teilen a und b wurde der Wirkungsquerschnitt als konstant angenommen. Der Teil a enthält eine Verteilung für ein punktförmiges Target, während im Teil b das Target als Zylinder mit einem Durchmesser von 30 mm eingesetzt wurde. Dies führt zu einer Abflachung an den beiden Seiten des Winkelbereiches. Im Teil c wurde ein Punkttarget angenommen und die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts vom Elektronenstreuwinkel berücksichtigt. In der untersten Abbildung d wurde der endliche Targetdurchmesser und der Wirkungsquerschnitt zusammen berücksichtigt, was der experimentellen Messung entspricht. Bei den gezeigten Abbildungen ist noch zu berücksichtigen, daß das Maximum jeweils auf den Wert 100 normiert ist.

Bei dem Kurvenverlauf, der in Kapitel 4.3 an die experimentellen Daten angepaßt wurde, sind noch Verschmierungen der Primärstrahlbreite und Meßungenauigkeiten der Funkenkammern

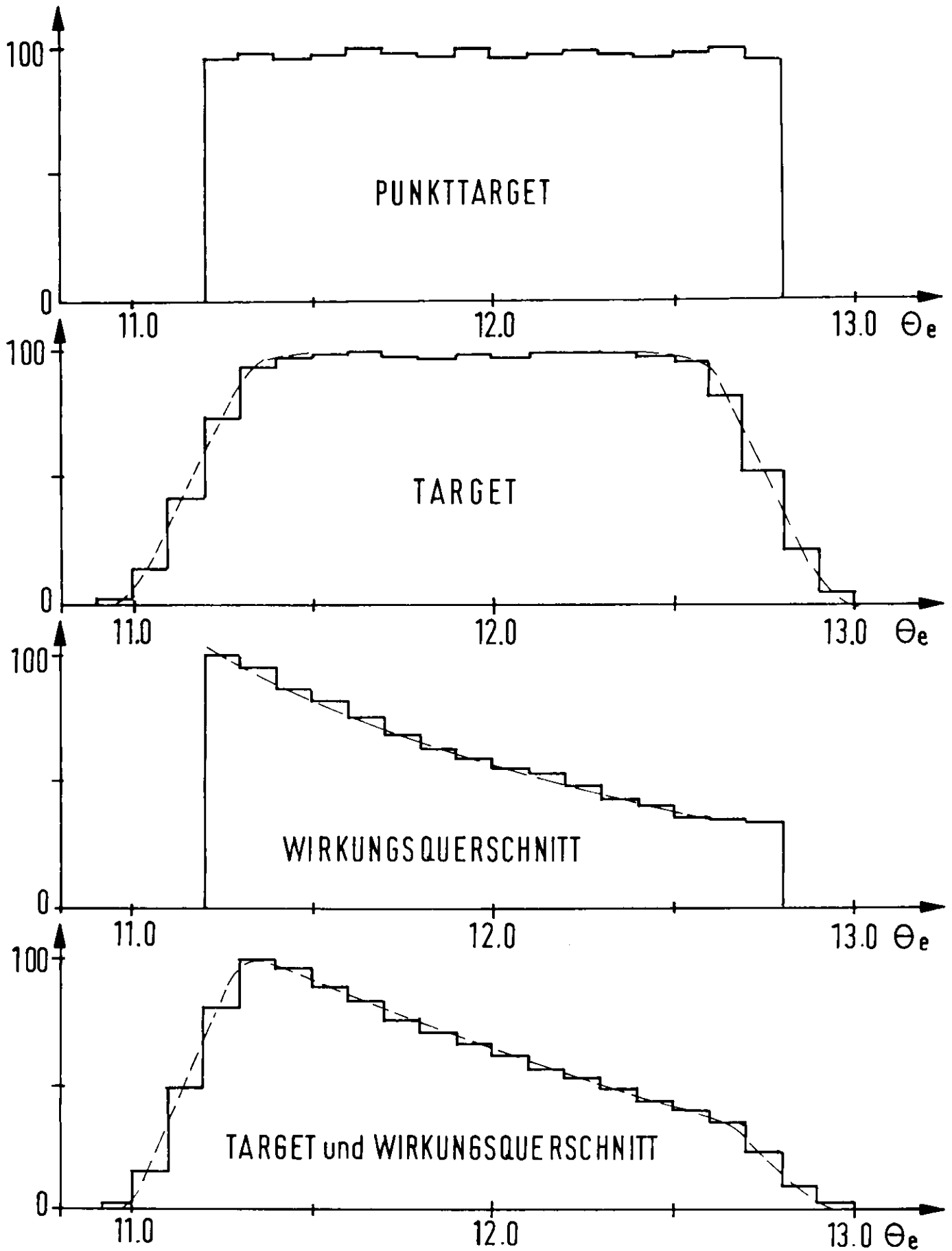


Abb.25 Relativer Verlauf der Zählrate als Funktion des Elektronenstreuwinkels (mit einem Monte-Carlo-Programm berechnet)

berücksichtigt. Sie führen dazu, daß die Verteilung an den Seiten noch etwas abgeflacht wird. Der experimentelle Verlauf stimmt mit diesen Berechnungen überein und stützt daher die anderen Ergebnisse des Monte-Carlo-Programms, die bei der Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts verwendet werden.

d) Der Raumwinkel der koinzidenten Deuteronen

Das Monte-Carlo-Programm wurde außerdem noch benutzt, um den Winkelbereich zu bestimmen, in dem die elastisch gestreuten Deuteronen zu erwarten sind und an dem der Deuteronenzähler aufgestellt werden muß.

LITERATURVERZEICHNIS

- 1) V.Z. Jankus, Phys.Rev. 102, 1536 (1956)
- 2) L.I. Foldy, Phys.Rev. 87, 688 (1952)
- 3) V. Glaser und B. Jaksic, Nuovo Cimento 5, 1197 (1957)
- 4) M. Gourdin, Nuovo Cimento 28, 533 (1963); 32, 493 (E)  
(1964) 33, 1391 (1964)
- 5) M. Gourdin, Diffusion des Electrons de Haute Energie,  
Manon + Cie, Paris (1966)
- 6) V.M. Dubovik und A.A Cheskow, Soviet Phys.JETP 24, 111  
(1967)
- 7) M. Gourdin, Nuovo Cimento 35, 1105 (1965)
- 8) F. Gross, Phys.Rev. 134B, 405 (1965); 136B, 140 (1964)
- 9) R.J. Adler und E.F. Erickson, Nuovo Cimento 40B, 236 (1965)
- 10) M. Gourdin, M. Le Bellac, F.M. Renard, und J. Tran Thanh  
Van, Nuovo Cimento 37, 524 (1964)
- 11) F. Gross, Phys.Rev. 142, 1025 (1966); 152, 1517 (E)  
(1966)
- 12) R.J. Adler und S.D. Drell, Phys.Rev.Letters 13, 349  
(1964)
- 13) L. Hulthén und M. Sugawara, Handbuch der Physik, S. Flügge,  
Springer-Verlag, Berlin 1957, Bd. 39, S1 ff.
- 14) Ian Mc. Gee, Phys. Rev. 151, 772 (1966)
- 15) T. Hamada und J.D. Johnston, Nucl.Phys. 34, 382 (1962)
- 16) H. Feshbach und E. Lomon, Rev.Mod.Phys. 39, 611 (1967)  
Ann.of Physics 43, 94 (1968) und private  
Mitteilungen
- 17) W. Schmidt-Parzefall, KFK 769 (1968)
- 18) S. Galster, G. Hartwig, H. Klein, J. Moritz, K.H.Schmidt,  
W. Schmidt-Parzefall, H. Schopper und  
D. Wegener, Nucl.Instr. and Meth. 76, 337  
(1969)
- 19) G. Kessler, DESY, 67/44; Interner Bericht B2-68/1 (1968)
- 20) V. Eckardt, DESY, 67/12 (1967)
- 21) S. Galster, G. Hartwig, H. Klein, J. Moritz, K.H. Schmidt,  
W. Schmidt-Parzefall, D. Wegener, und J. Bleck-  
wenn, KFK 963 (1969)

- 22) D.F. Measday und c. Richard-Serre, CERN 69-17 (1969)
- 23) A. Bartl und P. Urban, Fortschritte der Physik 12,  
386 (1964)
- 24) L.W. Mo und Y.S. Tsai, Rev. of Mod. Phys. 41, 205 (1969)
- 25) J.A. McIntyre und S. Dhar, Phys. Rev. 106, 1074 (1959)
- 26) J.I. Friedman, H.W. Kendall und P.A.M. Gram, Phys.Rev.  
120, 992 (1960)
- 27) D.J. Drickey und L.N. Hand, Phys.Rev.Letters 9, 521  
(1962)
- 28) D. Benaksas, D. Drickey und D. Frèrejacque, Phys.Rev.  
148, 1327 (1966); Phys.Rev.Letters 13, 353  
(1964)
- 29) B. Grossetête, D. Drickey und P. Lehmann, Phys.Rev. 141,  
1425, (1966)
- 30) E.F. Erickson, Nucleon Structure, R. Hofstadter und L.I.  
Schiff, Stanford University Press, Stanford,  
Calif., (1963) S. 370
- 31) C.D. Buchanan und M.R. Yearian, Phys.Rev.Letters 15, 303  
(1965)
- 32) J.L. Elias, J.I. Friedman, G.C. Hartman, H.W. Kendall,  
P.N. Kirk, M.R. Sogard und L.P. van Spey-  
broeck, Phys.Rev. 177, 2075 (1969)
- 33) Ch. Berger, V. Burkert, G. Knop, B. Langenbeck und K.  
Rith, Phys.Institut, Universität Bonn, Preprint  
1-075, Juli 1969
- 34) V.E. Krohn und G.R. Ringo, Phys.Rev. 148, 1303 (1966)
- 35) G. Morpurgo, INFA / AE - 68/2 (1968)  
(Istituto Nazionale di Fisica Nucleare)
- 36) L.N. Hand, D.G. Miller und R. Wilson, Rev.Mod.Phys. 35,  
335 (1963)
- 37) G. Ebel und H. Pilkuhn, Inst. für theo. Kernphysik, Uni-  
versität Karlsruhe, Januar 1970, und Erratum
- 38) A.O. Barut, D. Corrigan und H. Kleinert, Phys.Rev.  
Letters 20, 167 (1968)
- 39) G. Höhler, R. Strauß und H. Wunder, Inst. für theor.  
Kernphysik der Universität Karlsruhe, Juli  
1968 und priv. Mitteilungen

40) R. Budnitz, J. Appel, L. Carroll, J. Chen, J.R. Dunning jr.,  
M. Goitein, K. Hanson, D. Imrie, C.  
Mistretta, J. K. Walker, und R. Wilson,  
Phys.Rev.Letters 19, 809 (1967)



Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen eines Experiments einer Gruppe des Instituts für Experimentelle Kernphysik der Universität und des Kernforschungszentrums Karlsruhe am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg.

Herrn Professor H. Schopper danke ich für die wohlwollende Förderung und Unterstützung der Arbeit.

Den anderen Mitgliedern der Gruppe, den Herren J. Bleckwenn, S. Galster, G. Hartwig, H. Klein, J. Moritz, W. Schmidt-Parzefall und D. Wegener, schulde ich für vielfältige Unterstützung und wertvolle Hinweise bei der Anfertigung dieser Arbeit besonderen Dank. Den Herren P. Adler und H. Sindt danke ich für die Hilfe beim Aufbau und der Durchführung des Experiments.

Die Deuteron-Wellenfunktion von Feshbach-Lomon wurde freundlicherweise von Herrn Professor E. Lomon zur Verfügung gestellt.

Diese Arbeit wurde vom Bundesministerium für Bildung und Wissenschaft finanziell unterstützt.

