

Interner Bericht
DESY F1-73/12
November 1973

DESY-Bibliothek

16. JAN. 1974

Separation von Quasizweiteilchen-Prozessen im $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ -Endzustand
und Analyse der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow B^+ p \rightarrow \omega \pi^+ p$ bei 11.7 GeV/c Eingangsimpuls

von

Wolf-Dieter Schlatter

Separation von Quasizweiteilchen-Prozessen im $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ -Endzustand und
Analyse der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow B^+ p \rightarrow \omega \pi^+ p$ bei 11.7 GeV/c Eingangsimpuls

von
Wolf-Dieter Schlatter

Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation im Rahmen eines Experimentes
der Durham-Genua-Hamburg-Mailand-Saclay-Kollaboration am CERN-Protonen-
Synchrotron in Genf

Genehmigt vom Fachbereich Physik der Universität Hamburg auf Antrag
von Prof. Dr. M.W. Teucher

Hamburg, den 24.10.1973

Prof. Dr. Haensel
Fachbereichssprecher

Inhaltsverzeichnis

	Seite
I. <u>Einleitung</u>	1
II. <u>Statistische Methode zur Trennung von Mehrteilchenprozessen</u>	
1. Grundvorstellungen	3
2. Einzelheiten des Verfahrens	
2.1 Wahl der Variablen	5
2.2 Anfangswerte	6
2.3 Zuordnungskriterien	6
III. <u>Untersuchung des $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$-Kanals</u>	
1. Experimentelle Daten	8
2. Diskussion der Variablen	9
3. Test der Methode	10
4. Produktionswirkungsquerschnitte	12
5. Differentielle Wirkungsquerschnitte	15
6. Zerfallswinkelverteilungen	17
7. Nicht markierte $p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ -Ereignisse	20
IV. <u>Untersuchung der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$ mit der Cluster-Trennmethode</u>	
1. Überblick	22
2. Auswahl der $p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0$ -Ereignisse	23
3. Produktionswirkungsquerschnitt	25
4. Untersuchung zur Spin- und Paritätsbestimmung des B-Mesons	28
4.1 Ereignisauswahl	28
4.2 Theoretischer Formalismus	28
4.3 Bestimmung des Spins und der Parität	30
4.4 Produktionsmatrixelemente des B	33
Zusammenfassung	36
V. <u>Anhang</u>	
A Definition der Van Hove-Koordinaten für N-Teilchen	38
B Koordinatensystem des Energie-Simplex	42
C Winkelverteilung und Spindichtematrix des B-Mesons	43
VI. <u>Literaturverzeichnis</u>	46
VII. <u>Abbildungsverzeichnis</u>	48

Danksagung

Herrn Prof. M.W. Teucher danke ich herzlich dafür, daß er mir ermöglichte in der Blasenammergruppe zu arbeiten.

Herrn Dr. P. Söding bin ich besonders dankbar für viele Diskussionen und klärende Ratschläge.

Meinen Freunden und Kollegen danke ich für die anregenden Gespräche, besonders den Herrn Dr. E. Bassler, Dr.H. Nagel und K. Wacker danke ich für die gute Zusammenarbeit in diesem Experiment.

Allen Mitarbeitern der an dieser Kollaboration beteiligten Institute danke ich für die Überlassung der Daten.

Frau E. Hell danke ich für die mühevollen Schreibarbeit und Frau Siegner für die sorgfältige Anfertigung der Zeichnungen.

I. Einleitung

Viele Reaktionen der starken Wechselwirkung zwischen Hadronen, wie sie mit Blasenkammern bei Strahlimpulsen von einigen GeV/c bis zu etwa 25 GeV/c beobachtet worden sind, verlaufen über verschiedene Resonanzen, die dann zu ein und demselben Vielteilchenendzustand führen können, z. B. dem $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Endzustand. Um die Quantenzahlen und Erzeugungswirkungsquerschnitte der einzelnen Resonanzen möglichst frei von dem Einfluß anderer Reaktionen modellunabhängig bestimmen zu können, schafft die Trennung der einzelnen Prozesse eine günstige Ausgangsbasis.

Die experimentell beobachteten vorwiegend kleinen Transversalimpulse der auslaufenden Teilchen in hochenergetischen Streuprozessen und die Tatsache, daß zumindest in dem oben genannten Energiebereich relativ wenige Prozesse den Hauptanteil des Gesamtwirkungsquerschnittes liefern, lassen eine kinematische Trennung der einzelnen Prozesse möglich erscheinen.

Meist wurde versucht, die Trennung durch Schnitte in jeweils einer oder einiger weniger kinematischen Variablen zu erreichen. Mit der simultanen Analyse aller zur Beschreibung des Endzustandes nötigen Variablen sollte eine weitgehend vollständige Trennung möglich sein. In dem vorliegenden Experiment beobachtet man, daß z.B. die Prozesse des $\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-$ Kanals vorwiegend in begrenzten und voneinander getrennten Gebieten des kinematischen Raumes der auslaufenden Teilchen liegen. Deshalb gelingt es in guter Näherung durch ein statistisches Verfahren, die Prozesse modellunabhängig zu trennen. Anschließend kann das dynamische Verhalten eines einzelnen Prozesses ohne entscheidenden Einfluß von anderen Prozessen untersucht werden.

Im ersten Kapitel dieser Arbeit wird eine modifizierte Form eines Separationsverfahrens erklärt, das zuerst von Pless et al. [PLE 71] zur Analyse der Reaktion $\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^-$ bei 3.9 GeV/c Strahlimpuls beschrieben worden ist.

Mit diesem Verfahren wird dann die Reaktion $\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-$ bei 11.7 GeV/c Strahlimpuls, gemessen in einem Blasenkammerexperiment, untersucht. Dabei ist nicht nur die Aufteilung der Ereignisse auf verschiedene Reaktionen zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte von Interesse, sondern auch die Untersuchung, ob mit den selektierten Ereignissen eindeutig die Spins der beteiligten Resonanzen bestimmt werden können. Die mögliche Beeinflussung der differentiellen Verteilungen durch das Selektionsverfahren wird sowohl durch Vergleich mit

den Ergebnissen früherer Untersuchungen als auch durch eine Monte-Carlo-Simulation des Experimentes untersucht.

Im letzten Teil dieser Arbeit wird mit dem Selektionsverfahren die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow B^+ p \rightarrow \omega \pi^+ p$ aus dem $p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0$ Endzustand abgetrennt und eine Spin-Paritätsuntersuchung des B-Mesons durchgeführt. Die experimentelle Bestimmung des Spins des B-Mesons ist u.a. deshalb von Interesse, da es sich nach dem Quarkmodell um ein Mitglied des $J^P = 1^+$ Multiplets handelt.

II. Statistische Methode zur Trennung von Mehrteilchenprozessen

II.1 Grundvorstellungen

In π^+p Streuexperimenten mit einem Strahlimpuls zwischen ~ 4 GeV/c und ~ 20 GeV/c sind die Endzustände $p\pi^+\pi^+\pi^-$ und $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ besonders aus Doppelresonanzprozessen wie z. B. $\Delta\rho$, Δf und $\Delta\omega$ und Kaskadenzerfällen wie z.B. $A_2 \rightarrow \rho\pi$ und $B \rightarrow \omega\pi$ zusammengesetzt. Die Mehrteilchenendzustände bestehen also aus einer Überlagerung von einer Vielzahl verschiedener Prozesse.

Nimmt man nun an, daß sich die einzelnen Prozesse inkohärent überlagern, d.h. man vernachlässigt Interferenzen, so trägt jedes individuelle Ereignis i mit einer Wahrscheinlichkeit w_{ik} zum Reaktionskanal k bei. Dabei gilt dann für jedes Ereignis $\sum_k w_{ik} = 1$. Diese Annahme ist eine brauchbare Näherung, da man in allen bisherigen π^+p Experimenten^{*)} festgestellt hat, daß Interferenzen keine dominierende Rolle spielen.

Ein Verfahren zur Trennung von 3 und 4 Teilchenendzuständen in einem π^+p Experiment bei 3.9 GeV/c im 4 bzw. 7 dimensionalen Phasenraum ist von Pless et al. [PLE 71] angewandt worden^{**)}. Vor allem für 3 auslaufende Teilchen gelang eine vollständige Aufteilung auf 5 Reaktionskanäle.

Das von Pless et al. benutzte Verfahren zur Abschätzung der Wahrscheinlichkeitsverteilung w_{ik} für jedes Ereignis benötigt allerdings einen sehr großen Rechenaufwand. Die Zahl der Rechenschritte zur Analyse von N Ereignissen nimmt dabei mit N^2 zu, was die Anwendung des Separationsverfahrens auf Experimente mit kleiner Statistik beschränkt.

In dieser Arbeit wird ein Selektionsverfahren beschrieben, das zwar den prinzipiellen Vorstellungen von Pless et al. folgt, das aber die Wahrscheinlichkeitsverteilung w_{ik} auf eine neue, einfachere Weise abschätzt. Dadurch konnte der rechentechnische Aufwand stark verringert werden und das Verfahren ist auch für Experimente mit großer Statistik leicht anwendbar.

*) Eine Zusammenstellung der π^+p -Blasenkammerexperimente ist in der Dissertation von H. Nagel [NAG 71] angegeben.

***) Diese Methode ist allgemein unter der Bezeichnung "prism-plot-technic" bekannt.

Aus vielen Untersuchungen weiß man, daß die hochenergetische Pion-Nukleon-Streuung peripher verläuft, und damit nur ein geringer Teil des kinematisch möglichen Phasenraumes zum Gesamtwirkungsquerschnitt beiträgt. Peripher bedeutet, daß die Impulskomponenten senkrecht zur Strahlrichtung im Gesamtschwerpunktsystem klein sind im Vergleich zu den Parallelkomponenten. Bei 11.7 GeV/c Strahlimpuls ist der Betrag des Transversalimpulses im Mittel ≤ 250 MeV, die Longitudinalimpulse dagegen betragen 1-2 GeV.

Die Transversalimpulsverteilungen der einzelnen Teilchen zeigen in erster Näherung auch keine Abhängigkeit von Reaktionskanälen oder der Gesamtenergie. In der Verteilung der Longitudinalimpulse ist deshalb ein großer Informationsgehalt über den Endzustand zu erwarten.

Vielfältige Untersuchungen des Konfigurationsraumes der longitudinalen Impulskomponenten (= longitudinaler Phasenraum) [KIT 71, TOM 72, EVA 73] haben gezeigt, daß sehr viele Ereignisse der 4 und 5 Teilchenendzustände auf wenige verschiedene Konstellationen der Longitudinalimpulse beschränkt sind.

Da die überwiegende Zahl der Prozesse über Resonanzen mit niedrigem Q-Wert verläuft (z. B. $\Delta(1236)$ oder $\rho(770)$), ist ihre kinematische Ausdehnung im longitudinalen Phasenraum gering. Dies legt die Annahme nahe, daß es möglich sein sollte bei der Analyse aller Variablen, die den Endzustand beschreiben, eine kinematische Separation der einzelnen Prozesse zu erhalten.

In einem Streuexperiment mit unpolarisiertem Strahl und N auslaufenden Teilchen genügen $3N-5$ Parameter, um ein Ereignis kinematisch zu beschreiben. Lassen sich nun die verschiedenen Reaktionen im $3N-5$ dimensionalen Raum auf bestimmte zusammenhängende und begrenzte kinematische Gebiete aufteilen, so erhält man im Idealfall Untermengen von Ereignissen, die nur zu einer Reaktion gehören. Diese begrenzten Gebiete sollen im folgenden als "Cluster" bezeichnet werden. Von der Beschaffenheit solcher Cluster hängt die Möglichkeit der Trennung von verschiedenen Reaktionen ab, ohne daß man eine theoretische Modellvorstellung für den den Cluster bildenden Prozeß benötigt.

Eine Zuordnung einzelner Ereignisse zu bestimmten Reaktionskanälen ist natürlich nur im Sinne von Wahrscheinlichkeitsaussagen möglich und die Grenze eines Clusters eine willkürliche Definition.

Das experimentelle Ziel ist die Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsverteilung w_{ik}

für das i -te Ereignis, wobei der zugehörige Cluster durch den Kanal k mit dem größten Gewicht w_{ik} definiert ist.

Zunächst wählt man $3N-5$ unabhängige Variable x_i , die einen Raum bilden, in dem die einzelnen Cluster möglichst gut voneinander getrennt sind. Da die Verteilungen dieser Variablen für die einzelnen Kanäle im allgemeinen nicht bekannt sind, simuliert man eine feste Zahl von Ereignissen mit bekannten Massenverteilungen und isotropen Winkelverteilungen und berechnet dann die Variablen x_i . Die so simulierten Verteilungen der x_i überdecken die einzelnen Cluster der experimentellen Ereignisse. Damit ist ein Vergleich für jedes experimentelle Ereignis im Punkt $\{x_i\}$ mit den simulierten Ereignissen in einer gewissen Umgebung U_i möglich. Die Häufigkeitsverteilung der in U_i liegenden simulierten Reaktionen wird dann dem Ereignis i zugeordnet und als erste Näherung der Wahrscheinlichkeitsverteilung w_{ik} benutzt. In einer zweiten Iteration erzeugt man sich nun gemäß dieser Verteilung w_{ik} künstliche Ereignisse mit den experimentellen Winkelverteilungen derjenigen Ereignisse, die dem Reaktionskanal k zugeordnet sind. Die experimentellen Ereignisse werden wieder mit den simulierten Ereignissen verglichen und eine zweite Näherung der Wahrscheinlichkeitsverteilung w_{ik} bestimmt. Man verfährt nun iterativ weiter, bis sich die Zuordnungen zu den einzelnen Reaktionen nicht mehr ändern.

II.2 Einzelheiten des Verfahrens

2.1 Wahl der Variablen

Die $3N-5$ Variablen $\{x_i\}$ sollen so beschaffen sein, daß die einzelnen Cluster möglichst gut voneinander zu trennen sind.

Zunächst wählt man aus den unter II.1 genannten Gründen die N Longitudinalimpulse, die $N-1$ unabhängige Koordinaten liefern. Jedes Ereignis läßt sich durch einen Punkt im Raum der Longitudinalimpulse darstellen, der durch $N-2$ sphärische Winkel und einen Radius bestimmt wird. Für $N = 3$ ist dieser Raum ein Hexagon, für $N = 4$ ein Kubooktaeder. Diese Koordinaten wurden zuerst von Van Hove zur Beschreibung von Vielteilchenendzuständen benutzt [HOV 69]. Der Zusammenhang dieser V.Hove-Koordinaten und den Longitudinalimpulsen wird im Anhang A beschrieben. Aus den kinetischen Energien der auslaufenden Teilchen lassen sich weitere $N-1$ unabhängige Variable berechnen. Die kinetischen Energien bilden wegen $\sum_{i=1}^N E_{kin} = \text{konstant}$ einen N -fachen Simplex, der sich durch

$N-1$ linear unabhängige Koordinaten beschreiben läßt. (Für $N = 3$ handelt es sich um das übliche Dalitz-Dreieck.)

Für die noch fehlenden $N-3$ Variablen werden die Beträge von Transversalimpulsen von Teilchenkombinationen gewählt.

Zusammenfassend sind damit folgende Variablen definiert:

- $N-2$ sphärische Winkel
- ein Radius
- $N-1$ Linearkombinationen der kinetischen Energien
- $N-3$ Transversalimpulse von Teilchenkombinationen.

2.2 Anfangswerte

Die zu untersuchenden Reaktionen werden durch unterschiedliche Massenverteilungen simuliert. Für Resonanzen werden die effektiven Massen nach einer Breit-Wigner-Kurve berechnet, dabei werden die Massen auf $M_0 \pm 4 (\Gamma/2)$ begrenzt (M_0 = Zentralwert der Resonanz, Γ = Halbwertsbreite der Resonanz).

Zu Beginn des Verfahrens wird ein isotroper Zerfall zugrunde gelegt. Um sowohl die Zahl der zu simulierenden Ereignisse als auch die Zahl der Iterationen begrenzen zu können, ist die periphere Erzeugung der πp -Reaktionen berücksichtigt worden. Die Verteilung des Quadrates des Viererimpulsübertrags t für einen Zweiteilchenzwischenzustand ist deshalb proportional $e^{-b|t|}$ erzeugt worden mit $0 \leq b \leq 6 (\text{GeV}/c)^{-2}$. Das Abweichen von einer isotropen t -Verteilung der simulierten Ereignisse zu Beginn des Verfahrens führt nicht zu einer Verfälschung der am Ende erhaltenen experimentellen differentiellen Wirkungsquerschnitte, da die experimentellen t -Verteilungen 2 bis 3 mal stärker mit $|t|$ abfallen.

Die Zahl der pro Reaktion simulierten Ereignisse ist für alle Reaktionen gleich.

2.3 Zuordnungskriterien

Der zentrale Punkt in der Bestimmung des Wahrscheinlichkeitsgehaltes eines experimentellen Ereignisses ist der Vergleich mit den simulierten Reaktionen in der Umgebung dieses experimentellen Ereignisses. Ein einfaches und für die $\approx 10\,000$ je Endzustand zur Verfügung stehenden experimentellen

Ereignisse dieses Experimentes praktikables Verfahren ist das folgende:

Jede der $3N-5$ Variablen wird in M Intervalle unterteilt, so daß der $3N-5$ dimensionale Raum in M^{3N-5} Kästchen zerlegt wird. Allen innerhalb eines Kästchens liegenden experimentellen Ereignissen wird dann die Häufigkeit der in diesem Kästchen liegenden simulierten Reaktionen zugeordnet. Dies erreicht man im wesentlichen durch Sortieren aller experimentellen und Monte-Carlo-Ereignisse, was auch für große Ereigniszahlen nur ein lineares Anwachsen der notwendigen Rechenzeit bedeutet.

Überraschenderweise genügt für den $p\pi^+\pi^+\pi^-$ Endzustand eine Unterteilung in $M = 11$ Intervalle, um die meisten Prozesse nach 4 Iterationen genügend voneinander zu separieren. Für $N = 5$ kann M wegen des 10-dimensionalen Raumes, in dem die ca 10 000 experimentellen Ereignisse liegen, noch kleiner gewählt werden.

III. Untersuchung des $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ Kanals

III.1 Experimentelle Daten

In diesem Kapitel wird über die mit dem vorliegenden $\pi^+ p$ Experiment bei 11.7 GeV/c Eingangsimpuls durchgeführte Untersuchung des $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ Kanals mit der oben erläuterten Methode der Clustertrennung berichtet. Das Experiment wurde von der Durham-Genua-Hamburg-Mailand-Saclay-Kollaboration [DGHMS] mit der 2m-Wasserstoffblasenkammer am CERN durchgeführt. Einzelheiten des Experimentes und seine Auswertung sind in früheren Arbeiten von Nagel [NAG 71] und Bassler [BAS 70] ausführlich beschrieben worden; deshalb wird hier nur ein kurzer Überblick gegeben.

Die 200 000 aufgenommenen Bilder wurden gemustert und die 4-Stern Ereignisse auf halbautomatischen Meßmaschinen ausgemessen. Nach der geometrischen Rekonstruktion mit dem Programm WELAGA [WOL 63] wurden die folgenden Reaktionshypothesen mit dem Programm GRIND [GRI 68] angepaßt:

$$\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \quad (3.1)$$

$$\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (3.2)$$

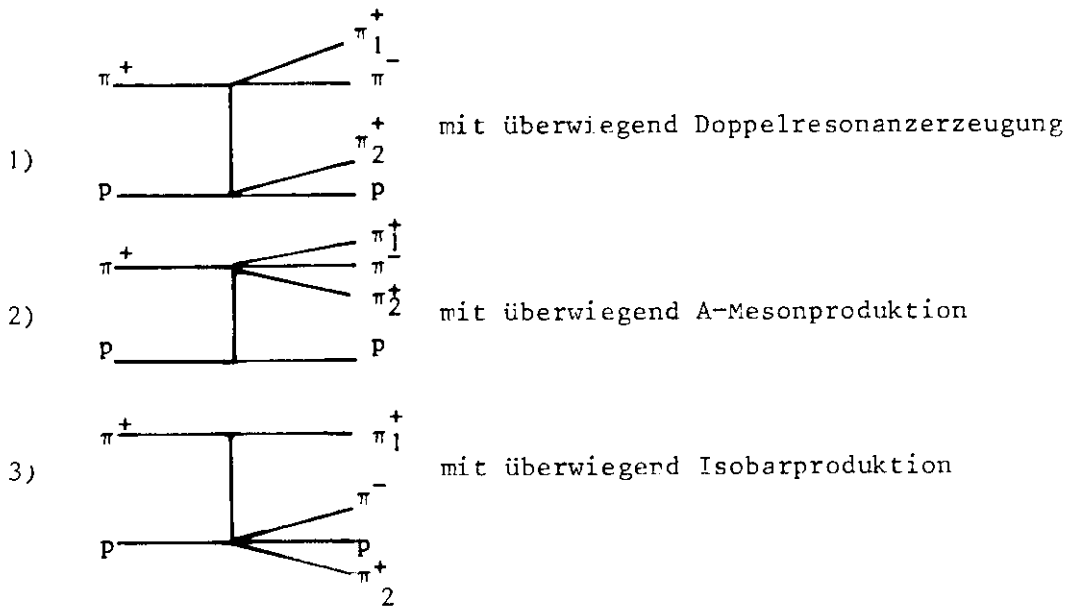
$$\pi^+ p \rightarrow n \pi^+ \pi^+ \pi^- \quad (3.3)$$

Energie- und Impulserhaltung liefern ein überbestimmtes Gleichungssystem. Die Anpassung der Hypothese (3.1) hat 4 Zwangsbedingungen; diejenigen der Hypothesen (3.2) und (3.3) nur eine Zwangsbedingung, da die Impulse der neutralen Teilchen nicht mit der Blasen-kammer gemessen werden können. Für die Hypothesen (3.1) und (3.2) gibt es jeweils drei Möglichkeiten, welche der auslaufenden positiven Spuren vom Proton stammt. Bis zu einem Laborimpuls von 1.2 GeV/c der auslaufenden positiven Spuren ist eine Entscheidung zwischen Proton- und Pionhypothese mit Hilfe der unterschiedlichen Ionisation getroffen worden. Die in diesem Kapitel untersuchte Reaktion (3.1) konnte von den anderen Massenhypothesen durch einen Schnitt in der Anpassungswahrscheinlichkeit $p > 1\%$ getrennt werden. Aus den wenigen mehrdeutigen Ereignissen wurde die Massenhypothese ausgewählt, die die größte Anpassungswahrscheinlichkeit lieferte. Die Zahl der Ereignisse der Reaktion 3.1 beträgt 9471, was einem Wirkungsquerschnitt von $\sigma = 1.47 \pm 0.15$ mb entspricht.

III.2 Diskussion der Variablen

Für die Reaktion 3.1 sollen die 7 Variablen, die man zur Clustertrennung benutzt, im einzelnen erläutert werden. Im Anhang A werden die expliziten Formeln für die folgenden Variablen angegeben: die beiden V.Hove-Winkel, der Radius im Kubooktaeder der Longitudinalimpulse und die Koordinaten des Simplex der kinetischen Energien.

Die Verteilung der beiden V. Hove-Winkel gibt einen Überblick über die einzelnen kinematischen Gebiete im longitudinalen Phasenraum (Abb. 3.1). Die kinematischen Grenzen sind gegeben, wenn die einzelnen Longitudinalimpulse q_i Null sind. Oberhalb dieser Kurven $q_i = 0$ in Abb. 3.1 haben die Pionen einen positiven, das Proton einen negativen Longitudinalimpuls. Unterhalb der Kurven ist es umgekehrt. Die experimentellen Ereignisse laufen zum überwiegenden Teil nach 3 Konstellationen der Longitudinalimpulse ab.



In diesen Diagrammen bedeutet der obere Vertex, daß die auslaufenden Teilchen einen positiven Longitudinalimpuls haben. Am unteren Vertex haben die Teilchen einen negativen Longitudinalimpuls. Die beiden positiven Pionen sind hierbei nach dem Quadrat des Viererimpulsübertrags $t(\pi_{\text{ein}}^+ + \pi_{\text{aus}}^+)$ sortiert worden, wobei π_1^+ den kleineren Betrag von t hat.

Ereignisse, bei denen das Proton in Strahlrichtung gestreut wird, sind äußerst selten, wie aus der unteren Hälfte der Abb. 3.1 zu entnehmen ist.

Eine weitere Größe, die Aufschluß über das generelle Verhalten der $\pi^+ p$ Streuung gibt, ist der relative Radius R/R_{max} im Raum der Longitudinalimpulse. Da $R = R_{\text{max}}$ ist, wenn alle Transversalimpulse verschwinden, ist die Größe

R/R_{\max} ein Maß für den peripheren Charakter der Prozesse. In Abb. 3.2.a ist die Größe R/R_{\max} für alle $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Ereignisse gezeigt. Das Maximum liegt etwa bei 0.96, für $\Delta^{++}\rho^0$ alleine (eingeschobene Verteilung) liegt es sogar bei 0.98. Für Ereignisse, die im Phasenraum statistisch verteilt sind, ist R/R_{\max} symmetrisch um 0.5 verteilt. Daraus läßt sich eine obere Grenze für den Wirkungsquerschnitt von reinen Phasenraumereignissen angeben. Es liegen nur 40 $p\pi^+\pi^+\pi^-$ Ereignisse unterhalb $R = 0.5 R_{\max}$. Dies gibt eine obere Grenze von $\sigma < 14 \mu\text{b}$ für Phasenraumereignisse, die damit höchstens 1 % zum Gesamtwirkungsquerschnitt beitragen.

Die kinetischen Energien T_i der 4 auslaufenden Teilchen lassen sich wegen $\sum_1^4 T_i = \text{konstant}$ durch einen Tetraeder beschreiben, wobei der Abstand von den Seitenflächen ein Maß für die kinetischen Energien ist. Analog wie beim Dalitz-Dreieck für $N = 3$ sind Ereignisse in den Ecken des Tetraeders kinematisch nicht möglich. Für eine große Schwerpunktsenergie ist die kinematische Grenze durch einen abgerundeten, einbeschriebenen Tetraeder gegeben. In Abb. 3.3 ist dieser Energie-Tetraeder für alle $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Ereignisse unter verschiedenen Projektionen abgebildet. Auch hier zeigt sich keine gleichmäßige Verteilung der Ereignisse, sondern es gibt deutlich bevorzugte kinematische Gebiete. Vor allem Ereignisse mit maximaler kinetischer Energie des Protons T_p (diese werden durch die Ebene ABC begrenzt) oder mit $T_{\pi_1^+} = \text{maximal}$ (Ebene CDE) sind sehr häufig. In der Umgebung des Punktes C ist deshalb Doppelresonanzproduktion wie z.B. $\Delta^{++}\rho^0$ zu erwarten.

Als siebte zur vollständigen Separation nötige Variable ist der Betrag des Transversalimpulses von $\pi_1^+\pi_2^+$ gewählt worden. Damit ist sowohl die Symmetrie der beiden identischen Teilchen gewahrt als auch der Einfluß möglicher Resonanzstruktur in der Transversalimpulsverteilung vermieden. In Abb. 3.2 ist dieser Transversalimpuls für alle Ereignisse und für $\Delta^{++}\rho^0$ -Ereignisse dargestellt.

III.3 Test der Methode

Um sicherzustellen, daß die Methode der Clustertrennung keine signifikanten Verzerrungen der differentiellen Verteilungen der verschiedenen Prozesse des $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Endzustandes verursacht, sind die experimentellen Ereignisse durch Monte-Carlo-Ereignisse simuliert worden.

Aus vielen früheren Untersuchungen in diesem [CAS 72, NAG 71] und anderen π^+ p-Experimenten sind die wesentlichen Prozesse dieses Kanals bekannt. Unter ihnen sind viele Quasi-Zweiteilchenreaktionen mit entweder Δ^{++} -Erzeugung oder A-Meson-Erzeugung. Folgende Kanäle werden in dieser Untersuchung berücksichtigt:

- 3.4 $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(1236) \rho^0(770) *$
- 3.5 $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(1236) f(1270)$
- 3.6 $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(1236) g(1680)$
- 3.7 $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(1950) \rho^0(770)$
- 3.8 $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++}(1236) \pi^+ \pi^-$
- 3.9 $\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \rho^0(770)$
- 3.10 $\pi^+ p \rightarrow p A_1 \rightarrow p \rho^0(770) \pi^+$
- 3.11 $\pi^+ p \rightarrow p A_2 \rightarrow p \rho^0(770) \pi^+$
- 3.12 $\pi^+ p \rightarrow p A_3 \rightarrow p f(1270) \pi^+$

Hiervon sind die Prozesse 3.4 - 3.7, 3.10 und 3.12 simuliert worden. Dabei wurde das in erster Näherung bekannte Verhalten der Produktions- und Zerfallswinkelverteilungen der Resonanzen berücksichtigt. Das Quadrat des Viererimpulsübertrags t vom einlaufenden π^+ auf die Resonanzen ist dem Betrag nach $|t| < 1.2 (\text{GeV}/c)^2$ und die Resonanzmassen auf $M = M_0 \pm 500 \text{ MeV}$ begrenzt worden.

Die Wirkungsquerschnitte konnten innerhalb 5 - 10 % reproduziert werden. Den Reaktionen 3.8, 3.9 und 3.11 sind fast keine Ereignisse (10 bis 20 bei 1700 $\Delta^{++} \rho^0$ und 1000 pA_1 -Ereignissen) durch die Selektionsmethode zugeordnet worden.

Die Produktions- und Zerfallswinkelverteilungen, wie sie die Clustertrennung liefert, sind mit den entsprechenden Verteilungen der Monte-Carlo-Eingabe verglichen worden. Die systematischen Abweichungen sind mit dem Kolmogorow-Smirnow-Test [LIN 69] überprüft worden. Danach stimmen die mit der Clustertrennung bestimmten differentiellen Verteilungen mit Wahrscheinlichkeiten zwischen 90 % (für $\Delta^{++} \rho^0$) und 50 % (für $\Delta^{++} f$) mit den Verteilungen der Monte-Carlo-Eingabe überein. Die Abweichungen sind damit kleiner oder höchstens so groß, wie sie auf Grund von statistischen Fehlern im Experiment zu erwarten sind.

* Zur Bezeichnung der Resonanzen siehe [PDG 73]

III.4 Produktionswirkungsquerschnitte

Die im obigen Abschnitt angeführten Prozesse 3.4 - 3.12 sind mit der im Kapitel II beschriebenen Cluster-Trennmethode separiert worden. Die Verteilungen der effektiven Massen, wie sie das Selektionsverfahren für die Prozesse 3.4 - 3.9 liefert, lassen sich durch Resonanzkurven ohne weiteren Untergrund beschreiben. Die Ereignisse in den Histogrammen sind mit der Wahrscheinlichkeit w_{ik} , daß das Ereignis i zur Reaktion k gehört (siehe II.1), gewichtet (Abb. 3.4 für $\Delta^{++}\rho^0$, $\Delta^{++}f$ und $\Delta^{++}g$). Das π^+ der Mesonresonanzen wird im folgenden mit π_1^+ , das der Baryonresonanzen mit π_2^+ bezeichnet. Bei den Prozessen 3.4 - 3.8 mit Δ^{++} -Erzeugung kann man das π_2^+ nach dem Betrag des Quadrates des Viererimpulsübertrags $t = (p(\pi_{\text{ein}}^+) - p(\pi_{\text{aus}}^+))^2$ vom einlaufenden π^+ auf das auslaufende π^+ erkennen, da kein $\Delta^{++} \rightarrow \pi^+ p$ -Zerfall für das π^+ mit dem kleineren Betrag von t beobachtet wird. An die $\pi^+ \pi^-$ -Massenverteilungen sind relativistische Breit-Wigner-Funktionen [JAC 64] angepaßt worden, an diejenige des Δ^{++} -Baryons eine Resonanzkurve aus Streuphasenanalysen [QUI 70, DRE 71] (eingezeichnete Kurven).

Man sieht, daß es mit der Cluster-Trennmethode gelungen ist, die einzelnen Prozesse weitgehend voneinander zu trennen. Allerdings gibt es bei den der Reaktion $\Delta^{++}f$ zugeordneten Ereignissen (" $\Delta^{++}f$ -Cluster") auch einige $\Delta^{++}\rho^0$ -Ereignisse. Diese Ereignisse haben dieselbe kinematische Konstellation wie die $\Delta^{++}f$ -Ereignisse und können nicht mit der groben Methode der Kästcheneinteilung getrennt werden.

Die $M(\pi_1^+ \pi^-)$ -Verteilung des $\Delta^{++}f$ -Clusters läßt sich aber durch zwei Breit-Wigner-Kurven für das f und das ρ^0 -Meson sehr gut beschreiben. Ähnlich gibt es $\Delta^{++}f$ -Ereignisse im $\Delta^{++}g$ -Cluster.

Diese Fehlentscheidungen werden durch Einschränkungen der $M(\pi_1^+ \pi^-)$ -Masse für das ρ^0 -, f - und g -Meson korrigiert ($M(\rho^0) \leq 1.05 \text{ GeV} < M(f) \leq 1.5 \text{ GeV} < M(g)$). Die $M(p\pi_2^+)$ - und $M(\pi_1^+ \pi_2^+)$ -Verteilungen sind für diese $\pi_1^+ \pi_2^-$ -Massenbänder abgebildet. Die 3-Pion-Massenverteilungen der Cluster $\Delta^{++}\rho^0$, $\Delta^{++}f$ und $\Delta^{++}g$ lassen sich ebenfalls gut durch die Projektionen der Funktion

$$dF(M(3\pi)) \propto BW(\Delta^{++}) * BW(\text{Meson}) * e^{at} dLip \quad *)$$

annähern. Die Größe a wird im nächsten Abschnitt bei der Diskussion der differentiellen Wirkungsquerschnitte erläutert und in Tabelle 3.3 angegeben.

*) Lip = Lorentz invarianter Phasenraum, BW = Breit-Wigner-Funktion

Im Falle der A-Mesonen sind die $M(\pi_1^+\pi^-)$ -Verteilungen des $A_1 \rightarrow \rho\pi$, $A_2 \rightarrow \rho\pi$ und $A_3 \rightarrow f\pi$ Clusters offensichtlich keine reinen ρ - bzw. f -Resonanzverteilungen (Abb. 3.5). Deshalb wurden die Histogramme der $M(\rho\pi_2^+)$ - und $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$ -Massen mit den Ereignissen aus den oben definierten ρ - bzw. f -Massenbändern abgebildet.

Die dem $A_1 \rightarrow \rho\pi$ -Zerfall zugeordneten Ereignisse lassen allerdings keine Beschreibung des A_1 -Meson durch eine Breit-Wigner-Funktion zu. Dies kann sehr wohl daran liegen, daß das A_1 eben keine Breit-Wigner-Resonanz ist, wie dies Ascoli et al. [ASC 72] aus dem konstanten Verhalten der relativen Phase zwischen der $J^P = 1^+$ und der $J^P = 2^+$ Welle im A_1 -Massenbereich schließen. Auf der anderen Seite kann auch das Selektionsverfahren für die Verhältnisse der A-Meson-Kaskadenzerfälle zu grob sein, um reine Cluster der A-Mesonen zu erhalten. So gelingt es nicht, den $A_2 \rightarrow \rho^0\pi^+$ -Zerfall ohne Untergrund zu separieren. Zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes ist an die $M(\pi_1^+\pi^-)$ -Verteilungen des $A_1 \rightarrow \rho\pi$ und $A_2 \rightarrow \rho\pi$ -Clusters und an die $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$ -Verteilung des A_2 -Clusters jeweils die Summe aus einer Breit-Wigner-Kurve und einem Polynom dritten Grades für den Untergrund angepaßt worden.

Im A_3 -Cluster sind die Endzustände $\rho^0\pi^+$ und $f\pi^+$ nicht kinematisch durch die Selektionsmethode zu trennen. Für den $A_3 \rightarrow f\pi^+$ -Zerfall wird deshalb $M(\pi_1^+\pi^-)$ auf ≥ 1.05 GeV beschränkt. Da auch für das A_3 eine Interpretation als Breit-Wigner-Resonanz ähnlich wie beim A_1 fraglich ist [ASC 72], wird auf die Beschreibung der $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$ -Masse mit einer Breit-Wigner-Kurve verzichtet.

Um einen Überblick über die Mehrdeutigkeiten bei der Zuordnung der Ereignisse zu einzelnen Prozessen zu bekommen, die im wesentlichen durch das Überlappen zweier Cluster verursacht werden, sind die Korrelationen zwischen den einzelnen Prozessen berechnet worden und in Tabelle 3.1 zusammengestellt.

Etwa die Hälfte der Korrelationen ist kleiner als 1 %, während die stärkeren Korrelationen etwa 15 % betragen, d.h. daß z.B. 14 % derjenigen Ereignisse, die der Reaktion $\Delta^{++}\rho^0$ zugeordnet werden, gleichzeitig zur Reaktion $\Delta^{++}f$ gezählt werden. Man erkennt, daß höchstens 3 Korrelationen pro Reaktion größer als 10 % sind. Deshalb wurden zur Vereinfachung nur die Reaktionen mit den 3 größten Gewichten berücksichtigt.

Tabelle 3.1 Korrelationen verschiedener Prozesse

	Δf	Δg	$\Delta\pi\pi$	$\Delta(1950)\rho$	A_1	A_2	A_3
$\Delta\rho$.14	.02	.03	.03	.05	.13	-
Δf		.14	.06	-	-	-	.12
Δg			.15	-	-	-	-
$\Delta\pi\pi$				-	-	-	-
$\Delta(1950)\rho$.12	.05	-
A_1						.18	-
A_2							-
- bedeutet < 0.01							

Die Erzeugungswirkungsquerschnitte sind mit den gewichteten Massenverteilungen der einzelnen Cluster bestimmt worden, wobei die oben beschriebenen Anpassungen der Breit-Wigner-Funktionen zur Korrektur der vorhandenen Fehlentscheidungen benutzt worden sind. Die Resultate sind in Tabelle 3.2 zusammengestellt.

Tabelle 3.2 Produktionswirkungsquerschnitte

$\pi^+ p \rightarrow$	$\sigma(\mu\text{b})$ Cluster-Trennmethode	$\sigma(\mu\text{b})$ andere Methoden	Ref.
$\Delta^{++}(1236)\rho^0$	290 ± 36	268 ± 28	WAC 73
$\Delta^{++}(1236)f$	110 ± 24	103 ± 13	WAC 73
$\Delta^{++}(1236)g$	35 ± 7		
$\Delta^{++}(1236)\pi^+\pi^-$	80 ± 13		
$\Delta^{++}(1950)\rho^0$	24 ± 6		
$\pi^+ p \rightarrow \rho^0$	10		
$p A_1 \rightarrow p\rho^0\pi^+$	105 ± 20		
$p A_2 \rightarrow p\rho^0\pi^+$	55 ± 9	≈ 25	*)
$p A_3 \rightarrow pf\pi^+$	65 ± 10	≈ 50	BAS 72

*) Dieser Wert stammt aus einer Extrapolation von Messungen bei niedrigeren Energien [ASC 70].

Als Fehler der Wirkungsquerschnitte sind die dreifachen statistischen Fehler angegeben worden, da es nicht möglich ist, die systematischen Fehler genau zu bestimmen. Abschätzungen der systematischen Fehler ergeben sich aus den Schwankungen der Wirkungsquerschnitte bei unterschiedlicher Wahl der Eingangsparameter, wie z.B. der Zahl der Intervalle bei der Kästcheneinteilung oder der Wahl der transversalen Variablen. Die Schwankungen liegen alle etwa innerhalb des dreifachen statistischen Fehlers.

Für einige Reaktionen sind zum Vergleich die früheren Resultate der Wirkungsquerschnittsbestimmungen mit anderen Verfahren angegeben worden. Die Werte für $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ sind durch eine Anpassung des Übergangsmatrixelementes nach dem Maximum-Likelihood-Verfahren bestimmt worden. Die Vergleichszahlen für pA_2 und pA_3 sind Abschätzungen aus Partialwellenanalysen. Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Cluster-Trennmethode ist recht gut.

III.5 Differentielle Wirkungsquerschnitte

In diesem Abschnitt werden die mit der Cluster-Trennmethode bestimmten differentiellen Wirkungsquerschnitte diskutiert und für einige Reaktionen mit den Ergebnissen anderer Methoden verglichen. Dies ist zugleich ein Test, inwiefern die durch die Clustertrennung bedingten kinematischen Schnitte die Verteilungen dynamischer Größen verändern.

Um den Einfluß möglicher Fehlzuordnungen zu den einzelnen Reaktionen gering zu halten, werden für die folgenden Untersuchungen Schnitte in der $M(\pi_1^+\pi^-)$ -Masse durchgeführt. Dabei werden folgende Massenbänder benutzt:

$$\rho(765) : 0.50 \text{ GeV} < M(\pi^+\pi^-) < 1.05 \text{ GeV}$$

$$f(1265) : 1.05 \text{ GeV} < M(\pi^+\pi^-) < 1.50 \text{ GeV}$$

$$g(1680) : 1.50 \text{ GeV} < M(\pi^+\pi^-) < 1.90 \text{ GeV}.$$

Die Ereignisse im $\Delta^{++}f$ -Cluster mit $M(\pi^+\pi^-) < 1.05 \text{ GeV}$ werden demnach zu $\Delta^{++}\rho^0$ gezählt. Auf Grund von Streuphasenanalysen des $p\pi^+$ -Systems ist der elastische Anteil des Δ^{++} -Baryons auf etwa $M(p\pi^+) < 1.6 \text{ GeV}$ begrenzt [QUI 70]. Für die Winkelverteilungen wird die noch etwas schärfere Bedingung $M(\pi^+p) < 1.5 \text{ GeV}$ gewählt. Die A-Mesonen werden durch folgende Massenbänder begrenzt:

- A_1 : $M(\pi^+\pi^+\pi^-) < 1.2 \text{ GeV}$
 A_2 : $1.2 \text{ GeV} < M(\pi^+\pi^+\pi^-) < 1.4 \text{ GeV}$
 A_3 : $1.4 \text{ GeV} < M(\pi^+\pi^+\pi^-) < 1.8 \text{ GeV}$

Für die Reaktionen 3.4 - 3.9 ist t das Quadrat des Viererimpulsübertrages vom einlaufenden π^+ auf das resonante $\pi^+\pi^-$ -System, für die Reaktionen 3.10 - 3.12 das Quadrat des Viererimpulsübertrages vom einlaufenden Proton auf das auslaufende Proton.

Die Quasi-Zweiteilchenreaktionen 3.4 - 3.7 und 3.10 - 3.12 zeigen das bekannte periphere Verhalten mit einem starken in erster Näherung exponentiellen Abfall des differentiellen Wirkungsquerschnittes $d\sigma/dt$ (Abb. 3.6). Die $\Delta^{++}(1236)$ -Erzeugung im $\Delta^{++}\pi^+\pi^-$ -Endzustand und die ρ^0 -Erzeugung im $\rho^0 p \pi^+$ -Endzustand finden dagegen im Mittel bei höheren Werten von $|t|$ statt (Abb. 3.6).

Um den Abfall der einzelnen differentiellen Wirkungsquerschnitte qualitativ vergleichen zu können, ist die Funktion $Ne^{-a|t|}$ an die experimentellen Verteilungen angepaßt worden. Die Resultate für die exponentielle Steigung a in begrenzten $|t|$ -Bereichen sind in Tabelle 3.3 zusammengestellt und die Funktion $Ne^{-a|t|}$ in Abb. 3.6 eingezeichnet.

Tabelle 3.3 Steigung von $d\sigma/dt$ nach $e^{-a|t|}$

Reaktion	$a \text{ (GeV/c)}^{-2}$	$ t $ -Bereich (GeV/c)^2
$\Delta^{++}\rho^0$	19.0 ± 1.0	0.02 - 0.16
$\Delta^{++}f$	12.0 ± 1.0	0.08 - 0.32
$\Delta^{++}g$	5.0 ± 0.6	0.08 - 0.80
$\Delta^{++}(1950)\rho^0$	7.0 ± 0.7	0.10 - 0.60
$\Delta^{++}(\pi^+\pi^-)$	1.4 ± 0.1	0.10 - 1.60
$\pi^+ p \rho^0$	1.3 ± 0.1	0.20 - 1.60
pA_1	11.0 ± 0.5	0.02 - 0.40
pA_2	7.0 ± 0.4	0.02 - 0.40
pA_3	6.0 ± 0.5	0.02 - 0.40

Die differentiellen Wirkungsquerschnitte für $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ werden mit früheren Ergebnissen einer Maximum-Likelihood-Anpassung (= M.L.) des Produktionsmatrixelements in t-Intervallen verglichen [NAG 71, WAC 73]. Die strichpunktierten Linien in Abb. 3.7 geben die untere und obere Fehlergrenze des M.L.-Ergebnisses wieder.

Für $\Delta^{++}\rho^0$ stimmt das Resultat der Clustertrennung sehr gut mit dem Ergebnis der M.L.-Anpassung bis $|t| \leq 0.25 \text{ (GeV/c)}^2$ überein. Für $|t| > 0.25 \text{ (GeV/c)}^2$ liegen die Werte für $d\sigma/dt$ der Clustertrennung systematisch tiefer als diejenigen der M.L.-Bestimmung.

Der zum Vergleich benutzte differentielle Wirkungsquerschnitt für $\Delta^{++}f$ wurde durch eine M.L.-Anpassung in einem kinematischen Gebiet berechnet, indem nur etwa 45 % der $\Delta^{++}f$ -Ereignisse liegen. Für die Bestimmung mit der Clustertrennung werden dagegen ca 90 % aller $\Delta^{++}f$ -Ereignisse benutzt.

Das Ein-Pion-Austausch-Modell [EPAM] macht eine absolute Vorhersage für den differentiellen Wirkungsquerschnitt von $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$. Nach einer EPAM-Version von G. Wolt [WOL 69] haben H. Nagel [NAG 71] und K. Wacker [WAC 73] diese Vorhersagen berechnet. Ein Vergleich mit den differentiellen Wirkungsquerschnitten, die mit der Cluster-Trennmethode bestimmt wurden, zeigt für beide Reaktionen bis $|t| \leq 0.6 \text{ (GeV/c)}^2$ eine sehr gute Übereinstimmung. Unter der Voraussetzung, daß das EPA-Modell die Reaktionen 3.4 und 3.5 bis etwa $|t| = 0.6 \text{ (GeV/c)}^2$ richtig beschreibt, kann man schließen, daß die Clustertrennung nicht zu Verlusten in den differentiellen Wirkungsquerschnitten führt.

III.6 Zerfallswinkelverteilungen

Es ist bekannt, daß Schnitte in den longitudinalen Impulsen zu Verzerrungen der Zerfallswinkelverteilungen führen. Dies gilt um so stärker, je weiter die Resonanzen von der kinematischen Schwelle entfernt sind und je niedriger die Schwerpunktsenergie ist. Bei der Unterteilung des 7 dimensional Phasenraumes in Kästchen werden die einzelnen Prozesse zwar auch durch Schnitte separiert; im Gegensatz zu den üblicherweise nur von einer oder einigen wenigen Variablen abhängenden Schnittebene werden die Cluster durch Flächen separiert, die von allen 7 Variablen abhängen. Sind die einzelnen Reaktionen nur weit genug voneinander getrennt, und die Massenverteilungen

der Clustertrennung sprechen dafür, so verläuft die Trennfläche dort, wo der 7-fach differentielle Wirkungsquerschnitt klein ist. Damit kann man erwarten, daß die Verzerrungen in einzelnen Projektionen klein sind. Dies konnte auch mit einem Monte-Carlo-Test des Selektionsverfahrens (siehe Abschnitt 3.3) gezeigt werden.

Die Zerfallswinkel der Resonanzen sind im Gottfried-Jackson-System gemessen worden. Für die Reaktionen $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ werden die Polarwinkelverteilung $dN/d\cos\theta$ und die Azimutwinkel-Verteilung $dN/d\phi$ in Abb. 3.8 gezeigt. Die eingezeichneten Kurven in $dN/d\cos\theta$ stellen eine Anpassung der theoretischen Winkelverteilungen eines $J^P = 1^- \rightarrow 0^- + 0^-$ und eines $J^P = 2^+ \rightarrow 0^- + 0^-$ -Zerfalls für die Mesonresonanzen und des $J^P = \frac{3^+}{2} \rightarrow \frac{1^+}{2} + 0^-$ -Zerfalls für das Baryon dar. Zu diesen Anpassungen sind alle Ereignisse eines engen $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ -Massenüberlappungsbereiches gewählt worden. Das Ergebnis ist dann in die mit der Clustertrennung gewonnenen Winkelverteilungen eingezeichnet worden. Die Beschreibung der experimentellen Daten ist recht gut. Die Asymmetrien am ρ^- bzw. f^- -Mesonvertex stammen von Interferenzen zwischen der S- und P-Welle bzw. der P- und D-Welle. Im Falle der ρ^- -Winkelverteilung ist dies durch Hinzufügen von Kugelfunktionen Y_1^0 und Y_1^1 berücksichtigt worden.

Bei den 3-Teilchenzerfällen der A-Mesonen sind die Winkel der Normalen auf der Zerfallsebene im Gottfried-Jackson-System und die Helizitätswinkel der $\pi^+\pi^-$ -Mesonen gemessen worden (Abb. 3.9).

Um Aufschluß über die Interferenzen und den Spinzustand am $\pi^+\pi^-$ -Vertex zu erhalten, kann man die Polarwinkelverteilung des Mesonzerfalls nach Legendrepoly-nomen entwickeln:

$$\frac{dN}{d\cos\theta} = \sum_{\ell=0}^{2J} a_{\ell} P_{\ell}(\cos\theta)$$

Die Entwicklungskoeffizienten a_{ℓ} sind dann die Erwartungswerte der Legendrepoly-nome

$$a_{\ell} = \frac{2\ell + 1}{2} \langle P_{\ell}(\cos\theta) \rangle .$$

Zu den Koeffizienten a_{ℓ} tragen die Zustände $|0L_1\rangle$ und $|1L_2\rangle$ mit $L_1 + L_2 = \ell$ bei, so daß für einen reinen Spinzustand des $\pi^+\pi^-$ -Systems alle a_{ℓ} mit ungeradem ℓ verschwinden.

In Abb. 3.10 sind die unnormierten Koeffizienten a_ℓ bis $\ell = 2J$ für die Reaktionen $\Delta^{++}\rho^0$, $\Delta^{++}f$ und $\Delta^{++}g$ dargestellt. An der Masse des ρ -Mesons sieht man in $\langle P_2 \rangle$ den Anteil der P-Welle. Dabei kann man S-D-Interferenz ausschließen, da man $\langle P_\ell \rangle = 0$ für $\ell \geq 3$ beobachtet.

Das sehr starke Signal in $\langle P_1 \rangle$ und das Verschwinden von $\langle P_3 \rangle$ zeigen deutlich die Interferenz zwischen der S- und P-Welle. Für den S-Wellen $I = 0$ $\pi\pi$ -Zustand vermutet man aus Streuphasenanalysen bei etwa 700 MeV/c einen sehr breiten Effekt von ≈ 600 MeV [PRO 73].

Für das f-Meson mit $J = 2$ liefert die D-Welle Beiträge in $\langle P_2 \rangle$ und $\langle P_4 \rangle$. Die signifikante Struktur von $\langle P_1 \rangle$ und $\langle P_3 \rangle$ sowie das gleichzeitige Verschwinden von $\langle P_5 \rangle$ im f-Bereich deuten auf eine Interferenz der P- und D-Welle hin. Ein Anteil der S-Welle im f-Bereich kann ebenfalls nicht ausgeschlossen werden. Diese Interferenzen erklären auch die beobachtete Asymmetrie in der Polarwinkelverteilung des f-Meson.

Starke Interferenzen sind auch in den Legendremomenten der g-Zerfallswinkelverteilung (Breite des g ca 170 MeV, $J^P = 3^-$) zu sehen. Alle $\langle P_\ell \rangle$ mit $\ell \leq 6$ sind bei $M(\pi^+\pi^-) = 1700 - 1800$ MeV von Null verschieden. Der Erwartungswert $\langle P_6 \rangle$ ist zwar nicht signifikant von Null verschieden, aber aus $\langle P_5 \rangle \neq 0$ ist auf das Vorhandensein der F-Welle zu schließen, wenn man annimmt, daß im g-Massenbereich noch keine $L \geq 4$ -Wellen vorhanden sind.

Die 3-Teilchen-Zerfälle der A-Mesonen lassen sich ebenfalls durch Entwicklung der Winkelverteilung nach Legendrepolyomen untersuchen, wenn man z.B. den Polarwinkel der Zerfallsnormalen mißt [BER 65]. Es ist die Normale $\vec{n} = \vec{\pi}^+ \times \vec{\pi}^+$ im 3-Teilchen-Ruhsystem gewählt worden.

Die einzelnen Legendremomente der A-Mesonen zeigen nicht so klare Strukturen (Abb. 3.11), wie die der Doppelresonanzprozesse. Einen starken Beitrag der P-Welle sieht man nur im A_1 -Cluster, der ja als $J^P = 1^+$ $\rho\pi$ -System bekannt ist. Im A_2 -Cluster gibt es eine Andeutung der D-Welle in $\langle P_4 \rangle$ bei der Masse 1250 - 1350 MeV, was für den A_2 ($J^P = 2^+$)-Zerfall auch erwartet wird. Im A_3 -Cluster sind die Momente $\langle P_2 \rangle$ und $\langle P_4 \rangle$ bei der Masse 1550 - 1750 MeV von Null verschieden, wie man dies für einen $J = 2$ Zustand erwartet. Alle Momente mit ungeradem ℓ zeigen für die drei Cluster keine signifikante Struktur, und lassen somit keine Schlüsse über mögliche Interferenzen zu. Lediglich $\langle P_3 \rangle$ zeigt bei $M(\rho^0\pi^+) \approx 1100$ MeV im A_1 -Cluster ein stärkeres Alter-

nieren und im A_3 -Cluster bei $M(f\pi^+) \approx 1500 - 1650$ MeV einen möglichen Beitrag einer P-D-Interferenz.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die mit der Clusterseparation gewonnene Ereigniszuordnung im wesentlichen ohne Verfälschung einzelner Verteilungen möglich ist. Sowohl im differentiellen Wirkungsquerschnitt, wie der Vergleich von $d\sigma/dt$ für $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ mit dem Ein-Pion-Austausch-Modell zeigt, als auch in der Zerfallswinkelverteilung sind keine signifikanten Veränderungen festzustellen. Die Verteilungen der Legendre-Koeffizienten zeigen schließlich, daß die Ereignisse in den Clustern aus den Zerfällen der entsprechenden Resonanzen kommen.

III.7 Nicht markierte $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Ereignisse

Die im vorigen Abschnitt behandelten Prozesse 3.4 - 3.12 beschreiben den $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Endzustand nicht vollständig. Vor allem die Produktion der höheren Isobare, aber auch $f p\pi^+$ - und $\Delta^{++}(1950)\pi^+\pi^-$ -Ereignisse sind nicht berücksichtigt worden.

Die Cluster-Trennmethode hat nur 6771 der 9471 vorhandenen Ereignisse den Prozessen 3.4 - 3.12 zugeordnet. In diesem Abschnitt sollen die restlichen 2700 Ereignisse näher untersucht werden.

Die Massenverteilung $M(p\pi_2^+)$ gegen $M(\pi_1^+\pi^-)$ zeigt noch deutlich ρ^0 , f und $\Delta^{++}(1236)$ -Massenbänder (Abb. 3.12a). Die Projektion der $\pi_1^+\pi^-$ -Masse für alle Ereignisse verglichen mit dem $\pi_1^+\pi^-$ -Spektrum aus dem $\Delta^{++}(1236)$ -Massenband ($M(p\pi_2^+) < 1.4$ GeV) zeigt, daß die ρ^0 - und f -Erzeugung vorwiegend mit $M(p\pi_2^+) > 1.4$ GeV korreliert ist (Abb. 3.12b). Dies bestätigt, daß die Doppelresonanzprozesse durch die Clustertrennung nahezu vollständig separiert worden sind.

Neben den bekannten Resonanzen ρ^0 , f und g gibt es noch bei $M(\pi^+\pi^-) \approx 2.150$ GeV ein weiteres Maximum von ca 6 Standardabweichungen (bei Berücksichtigung von drei 80 MeV-Intervallen) über einem geschätzten Untergrund. Noch deutlicher als in der Massenverteilung zeigen die Legendremomente des $\pi^+\pi^-$ -Zerfallswinkels im Gottfried-Jacksonsystem ein Maximum bei ≈ 2.150 GeV bis einschließlich $\langle P_4 \rangle$ (Abb. 3.13). Wegen der großen Breite ist eine eingehende Untersuchung des $\pi^+\pi^-$ -Systems zwischen 2100 MeV und 2200 MeV mit der vorliegenden Statistik

nicht durchführbar. Ein möglicher resonanter Effekt im $\pi^+\pi^-$ -System bei der Masse $M(\pi^+\pi^-) \approx 2.15$ GeV, wie er aus den 4 Legendremomenten und der Massenverteilung nahegelegt wird, hätte die ungefähre Breite von 250 MeV und einen Wirkungsquerschnitt von $\sigma \approx (6 \pm 2)$ μb .

In zwei $\bar{p}p$ -Experimenten ist bei Untersuchungen des differentiellen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $\bar{p}p \rightarrow \pi^+\pi^-$ bei der Masse $M = 2.120$ GeV mit der Breite $\Gamma = 250$ MeV [NIC 69] und des totalen Wirkungsquerschnittes bei $M = 2.190$ GeV und der Breite $\Gamma = 80$ MeV [ARB 67] eine $J^P = 3^-$ -Resonanz vermutet worden. Auch in einem π^+p -Experiment bei 13.1 GeV/c [KRA 70] ist bei $M = (2157 \pm 10)$ MeV ein $\pi^+\pi^-$ -Effekt der Breite $\Gamma = (68 \pm 22)$ MeV beobachtet worden. Diese Beobachtungen stimmen in der Masse und teilweise auch in der Breite mit dem Maximum bei 2.150 GeV überein. Da das Legendremoment $\langle P_4 \rangle$ bei $M = 2.150$ GeV ein Maximum hat, kann man auf einen Spin $J \geq 2$ schließen, was ebenfalls mit den $\bar{p}p$ -Ergebnissen übereinstimmt.

Das $p\pi_2^+$ -Spektrum zeigt noch $\Delta^{++}(1236)$ -Produktion und eine Anhäufung von Ereignissen im Bereich von 1.8 - 2.0 GeV (Abb. 3.12c). Bei der Einschränkung auf das ρ^0 -Massenband (0.66 GeV $< M(\pi_1^+\pi^-) < 0.88$ GeV) bleibt im Bereich von 1.8 - 2.0 GeV ein deutliches Maximum bei 1.860 GeV übrig. Hierbei kann es sich um das $\Delta^{++}(1910)$, eine P_{31} -Welle, handeln. Die benachbarten höheren Bahndrehimpulszustände F_{35} und F_{37} können aber nicht ausgeschlossen werden. Bei der Deutung des Maximums als ein einziger Effekt ergibt eine Schätzung des Wirkungsquerschnittes $\sigma(\Delta^{++}(1910)\rho^0) = (14 \pm 2)$ μb .

Die Erzeugung von Isobaren im Isospinzustand $|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ bis zur Masse $M(p\pi^-) \leq 2.0$ GeV wird ebenfalls beobachtet (Abb. 3.12d). Folgende Resonanzen könnten den einzelnen Maxima zugeordnet werden: $N^*(1470)$, $N^*(1670)$ und $N^*(1860)$. Auch der $p\pi_2^+\pi^-$ -Zerfall von höheren Isobaren wird beobachtet (Abb. 3.12e). Mögliche Resonanzen sind $N^*(1535)$ und $N^*(1700)$, die beide auch über $\Delta^{++}(1236)\pi^-$ zerfallen.

Auf eine eingehendere Untersuchung der Baryonenzustände wurde verzichtet, da zur Auflösung der recht dicht liegenden Isobarzustände die Statistik zu gering ist.

Im 3-Pion-Massenspektrum (Abb. 3.12f) der nicht markierten Ereignisse sind keine weiteren Strukturen sichtbar, nachdem pA_1 , pA_2 und pA_3 abgetrennt worden sind.

IV. Untersuchung der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$ mit der Cluster-Trennmethode

IV.1 Überblick

Das B(1235)-Meson ist vor ca 10 Jahren zum ersten Mal in einem $\pi^+ p$ -Blasenkammerexperiment [ABO 63] gesehen und danach bei verschiedenen Energien sowohl in $\pi^+ p$ als auch $\bar{p} p$ und $K^- d$ -Blasenkammerexperimenten beobachtet worden. Der einzige bekannte Zerfallskanal ist der $\pi\omega$ -Endzustand. Dadurch ist der Isospin und die G-Parität mit $I^G = 1^+$ festgelegt. Die Tatsache, daß weder ein $\pi\pi$ -Zerfall noch ein $K\bar{K}$ -Zerfall des B-Mesons beobachtet worden ist, legt die unnatürliche Spin-Paritätsserie $J^P = 1^+, 2^-, 3^+ \dots$ nahe. Im Rahmen eines Quark-Antiquark-Modells ist $J^P = 1^+$ für das B zu erwarten.

Ascoli et al. [ASC 68] untersuchten die Reaktion $\pi^- p \rightarrow B^- p$ bei einem Strahlimpuls von 5 GeV/c. Sie beobachteten, daß die Wahrscheinlichkeit $|F_0|^2$ für den Zerfall des B-Mesons in ein longitudinal polarisiertes ω klein ist. Ein einfaches SU(6)-W-Spin Quark-Modell [LIP 67] sagt dagegen $|F_0|^2 = 1$ vorher; dabei wird allerdings die Erhaltung der z-Komponente des Quarkbahndrehimpulses L_z vorausgesetzt. Ein relativistisches Quark-Modell von Böhm et al., [BOE 73] sagt dagegen $|F_0/F_1|^2 \approx 0$ voraus (F_0, F_1 sind dabei die Helizitätsamplituden des ω). Schließt man die höheren Drehimpulszustände des $\omega\pi$ -Endzustandes aus, so finden Ascoli et al. als mögliche Werte für $J^P = 1^+, 2^+, 3^-$ für das B-Meson. Ähnliche Ergebnisse sind von Werbrouck et al. [WER 70] gefunden worden, die die B-Erzeugung in $\pi^+ p$ -Experimenten bei 3 und 5 GeV/c untersucht haben. In beiden Fällen war es jedoch wegen des geringen Eingangsimpulses schwierig, das B-Meson von Reflexionen anderer Resonanzen zu trennen, dies gilt insbesondere für das $\Delta(1236)$.

In einer neueren Arbeit über ein $\pi^+ p$ -Experiment bei 7.1 GeV/c [OTT 73] mit sehr großer Statistik (≈ 1200 B-Ereignisse) werden als mögliche J^P -Werte ebenfalls $1^+, 2^+$ und 3^- gefunden, wobei allerdings zusätzlich die unnatürliche Spin-Paritätsserie bevorzugt wird, so daß $J^P = 1^+$ wahrscheinlicher als $J^P = 2^+$ und 3^- ist.

Mit der im Kapitel II beschriebenen und in III auf den $p\pi^+\pi^+\pi^-$ -Kanal angewandten Clustertrennmethode wird im folgenden die Selektion der Reaktion

$$(4.1) \quad \pi^+ p \rightarrow B^+ p \rightarrow \omega\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0 p$$

aus den Ereignissen des $p\pi^+\pi^+\pi^- \pi^0$ -Kanals beschrieben.

An den $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$ -Ereignissen werden die Produktions- und Zerfallseigenschaften des B-Mesons untersucht. Der Spin und die Parität des B lassen sich mit einem relativ einfachen Formalismus bestimmen, wenn die Ereignisauswahl nicht durch andere Reaktionen wie z.B. $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$ beeinflusst wird.

Um $\omega\pi$ -Ereignisse zu erhalten, die möglichst alle aus dem B-Zerfall stammen, ist die Methode der Clustertrennung geeignet. Dazu müssen aber außer dem $B \rightarrow \omega\pi^-$ Cluster auch die Cluster der Reaktionen

$$(4.2) \quad \pi^+ p \rightarrow \Delta^{++} \omega$$

$$(4.3) \quad \pi^+ p \rightarrow \Delta^{++} \pi^+ \pi^- \pi^0$$

$$(4.4) \quad \pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \omega$$

untersucht werden, da vor allem diese die Massen- und Zerfallswinkelverteilungen der Reaktion (4.1) beeinflussen können. An der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \Delta^{++} \omega$ kann die Auswahl der Ereignisse auf Vollständigkeit und getreue Wiedergabe der Winkelverteilungen überprüft werden.

IV.2 Auswahl der $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignisse

Im 5-Teilchenendzustand $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ stehen in diesem Experiment 9448 Ereignisse zur Verfügung, die einem Wirkungsquerschnitt von 1.50 ± 0.15 mb entsprechen. Die Mehrdeutigkeiten, die aus der Anpassung der Hypothese des 5-Teilchenendzustandes mit einem π^0 an die Teilchenspuren (siehe Kapitel III.1) resultieren, sind mit Hilfe der unterschiedlichen Anpassungswahrscheinlichkeiten und mit Monte-Carlo-Entscheidungskriterien beseitigt worden^{*)}. So sind diejenigen π^0 -Hypothesen verworfen worden, zu denen noch eine Hypothese der Art $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ existierte. Doppeldeutigkeiten innerhalb der π^0 -Hypothesen sind nach der größeren Anpassungswahrscheinlichkeit entschieden worden, ebenso Doppeldeutigkeiten zwischen π^0 - und Neutron-Hypothesen. Weitere Verunreinigungen, vor allem durch Ereignisse mit mehreren neutralen Teilchen, sind durch Auswahlkriterien beseitigt worden, die durch Monte-Carlo-Rechnungen gewonnen worden sind. Insgesamt bewirken diese Entscheidungskriterien im Mittel einen Schnitt bei 10 % der Anpassungswahrscheinlichkeit. Um die dadurch bedingten

^{*)} Einzelheiten über das Verfahren der Kanalreinigung sind bei E. Bassler [BAS 70] angegeben.

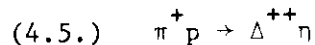
systematischen Fehler zu berücksichtigen, ist der Fehler des Kanalwirkungsquerschnitts ebenfalls mit 10 % angegeben.

Zur kinematischen Beschreibung des 5-Teilchenendzustandes benötigt man 10 unabhängige Variable. Der Vergleich der experimentellen Ereignisse mit den simulierten Ereignissen des Cluster-Trennverfahrens (siehe II.2) findet deshalb in einem 10-dimensionalen Raum statt. Für die etwa 10 000 $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignisse ist die statistische Besetzungswahrscheinlichkeit für ein Kästchen $\frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$ bei einer Unterteilung der einzelnen Variablen in je 11 Intervalle. Um eine etwa ähnliche Besetzungswahrscheinlichkeit für die 5 Teilchen im Endzustand zu erhalten, muß die Zahl der Intervalle pro Variable verringert werden. Bei 7 Intervallen und der Besetzungswahrscheinlichkeit von ca. $1/30 \cdot 10^{-3}$ läßt sich die gewünschte Trennung von Reaktionen durchführen. Diese geringe Phasenraum-dichte ist noch durch die Erhöhung der zu Beginn der Prozedur simulierten Ereignisse auf je 5000 pro Reaktion kompensiert worden.

Die 10 Variablen zur Beschreibung des 5-Teilchenendzustandes teilen sich auf in 3 Van Hove-Winkel, R/R_{\max} , 4 kinetische Energien und zwei Transversalimpulse. Die anschauliche Darstellung der Clusterbildung ist hier noch weniger möglich als für den 4-Teilchenendzustand. Die Verteilung der ersten beiden Van Hove-Winkel zeigt lediglich, daß der Phasenraum recht unterschiedlich besetzt ist (Abb. 4.1a, zur Definition der Winkel siehe Anhang A). Die Verteilung des normierten Radius im Raum der Longitudinalimpulse R/R_{\max} (Abb. 4.1b) zeigt, daß die Prozesse im $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ -Kanal im allgemeinen nicht so peripher wie diejenigen des $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ -Kanals verlaufen (schraffierte Verteilung Abb. 4.1b). Aus der Symmetrie der R/R_{\max} -Verteilung für den statistischen Phasenraum läßt sich eine obere Grenze für den Phasenraumwirkungsquerschnitt von $\sigma < 60 \mu\text{b}$ angeben, die 10 mal größer ist als im 4-Teilchenendzustand.

IV.3 Produktionswirkungsquerschnitt

Das Verfahren der Clustertrennung liefert für die Reaktionen 4.1 - 4.4 nach 4 Iterationen eine gute Abtrennung. Dabei zeigt sich, daß dem $\Delta^{++}\omega$ -Cluster die Reaktion



auch im 10 dimensionalen Raum der kinematischen Variablen eng benachbart ist und deshalb zur Clustertrennung mit berücksichtigt wird. Der $B \rightarrow \omega\pi$ -Cluster zeigt ein B-Meson, das frei von $\Delta^{++}(1236)$ -Ereignissen ist, wie man aus der $M(p\pi_2^+)$ -Verteilung in Abb. 4.2 sieht. Die Masse $M(\pi_1^+ \pi^- \pi^0)$ zeigt für den $B \rightarrow \omega\pi$ -Cluster das ω -Meson über einem geringen Untergrund. Deshalb wurden die $M(\pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0)$ - und $M(p\pi_2^+)$ -Verteilungen des B-Clusters auf das ω -Massenband ($0.75 \text{ GeV} < M(\omega) < 0.82 \text{ GeV}$) eingeschränkt.

Für die Clustertrennung sind jeweils beide π^+ -Kombinationen berücksichtigt worden. Das π^+ des ω -Meson wird mit π_1^+ , das andere mit π_2^+ bezeichnet. Die mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung w_{ik} der Clustertrennung gewichteten Massenverteilungen der Reaktionen $B^+ p$, $\Delta^{++} \omega$ und $\Delta^{++} \eta$ lassen sich im Falle der Mesonresonanzen gut durch Breit-Wigner-Funktionen beschreiben (Abb. 4.2). Das Δ^{++} -Baryon wird durch eine Resonanzkurve aus Streuphasenanalysen beschrieben. Die durch das π^0 bedingte relativ große Massenauflösung ist durch die Faltung der Resonanzfunktionen mit einer Dreiecksfunktion [COY 71] berücksichtigt worden.

Der Wirkungsquerschnitt für $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$ ist mit der Annahme des 100 %igen $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfalls aus den Anpassungen an die ω - und B-Massenverteilungen gewonnen worden, wobei die nicht sichtbaren Anteile des ω -Zerfalls mit berücksichtigt worden sind. Der angegebene Fehler ist aus den unter III.3 genannten Gründen der dreifache statistische Fehler.

Das Ergebnis ist zusammen mit den Wirkungsquerschnitten der Reaktionen 4.2 - 4.5, wie sie die Clustertrennung liefert, in Tabelle 4.1 angegeben.

Den pB^+ -Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit vom Strahlimpuls und im Vergleich mit der pB^- -Produktion zeigt Abb. 4.3a. Dabei ist der Wirkungsquerschnitt auf Schwelleneffekte durch die Definition eines asymptotischen Wirkungsquerschnittes [HAN 71] korrigiert worden:

$$\sigma_A = \sigma / \frac{\text{Phasenraum}}{\text{Phasenraum mit Massen} = 0}$$

Für große Energien geht der Nenner gegen 1 und $\sigma_A \rightarrow \sigma$.

Tabelle 4.1 Produktionswirkungsquerschnitte

Reaktion	$\sigma(\mu\text{b})$
$\pi^+ p \rightarrow B^+ p$	18 ± 6
$\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$	51 ± 10
$\pi^+ p \rightarrow \pi_1^+ \pi^- \pi^0 \Delta^{++}$	49 ± 10
$\pi^+ p \rightarrow \omega \pi_2^+ p$	< 8
$\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$	8 ± 3

Der pB-Wirkungsquerschnitt ist offensichtlich vom Isospinzustand unabhängig. Bei 11.2 GeV/c Eingangsimpuls beträgt der Produktionswirkungsquerschnitt für $B^- p$ $\sigma(B^- p) = (20 \pm 7) \mu\text{b}$, wie er von Caso et al. [CAS 70] bestimmt worden ist. Der pE-Wirkungsquerschnitt σ_A ist gut mit einem exponentiellen Abfall mit dem Strahlimpuls im Laborsystem gemäß $p_{\text{ein}}^{-n_A}$ mit $n_A = 1.5 \pm 0.2$ verträglich. Dieser Wert ist charakteristisch für Prozesse, die durch Meson-austausch erklärt werden können.

Zur Überprüfung, ob durch die Cluster-Trennung nicht signifikante Verluste auftreten, kann man den Wirkungsquerschnitt für $\omega \Delta^{++}$ mit dem Ergebnis einer anderen Methode von $\sigma(\omega \Delta^{++}) = (61 \pm 12) \mu\text{b}$ [EVA 72] vergleichen, das innerhalb einer Standardabweichung mit dem Cluster-Ergebnis übereinstimmt. Um auch für die $B \rightarrow \omega \pi$ -Selektion sicherzustellen, daß keine B-Ereignisse verlorengegangen sind, ist noch eine zweite Ereigniswahl ohne Cluster-Trennung durchgeführt worden. Dabei sind alle $\omega \pi$ -Ereignisse (ω -Massenband wie oben) gewählt worden und im Falle, daß beide π^+ -Kombinationen im ω -Massenband liegen (dies trifft in 10 % aller B-Ereignisse zu), wird diejenige Kombination gewählt, welche die größere ω -Zerfallswahrscheinlichkeit [GOL 65]

$$\lambda = |\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}|^2 / \left(\frac{3}{4} (m_{3\pi}^2/9 - m_{\pi}^2)^2 \right). \quad (4.1)$$

hat. Die resultierende $\omega \pi^+$ -Massenverteilung zeigt ein B^+ -Signal über einem relativ großen Untergrund (Abb. 4.3b). Eine Breit-Wigner-Anpassung mit inkohärent addiertem Untergrund liefert einen $pB^+ \rightarrow \omega \pi^+ p$ -Wirkungsquerschnitt von $(21 \pm 6) \mu\text{b}$, der in Übereinstimmung mit dem Resultat der Cluster-Methode ist. Um für die

Untersuchung des $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfalls im nächsten Kapitel eine möglichst reine $B \rightarrow \omega\pi$ -Ereignisauswahl zum Vergleich mit den B-Clusterereignissen zu haben, werden die $\omega\pi$ -Ereignisse zusätzlichen Bedingungen unterworfen. So wird gefordert, daß der Laborimpuls der positiven Spuren kleiner als 1.2 GeV/c ist. Damit ist sichergestellt, daß das Proton eindeutig identifiziert worden ist. Dieser Schnitt entspricht einer Beschränkung des Viererimpulsübertrages vom ein- auf das auslaufende Proton. Außerdem werden noch Ereignisse mit $1.18 \text{ GeV} < M(p\pi_2^+) < 1.32 \text{ GeV}$ verworfen, um den möglichen Einfluß von $\Delta^{++}(1236)$ zu verhindern. Die verbleibenden $\omega\pi$ -Ereignisse (Abb. 4.3b, schraffierte Verteilung) werden im folgenden mit Selektion II bezeichnet, die der Clustertrennung mit Selektion I.

Der Bp-Cluster enthält, soweit dies durch den Produktionswirkungsquerschnitt nachprüfbar ist, alle $pB^+ \rightarrow \omega\pi^+p$ -Ereignisse und keine $\Delta^{++}\omega$ -Ereignisse.

Die Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für $\pi^+p \rightarrow B^+p$ zeigt für beide $\omega\pi^+$ -Selektionen Übereinstimmung und ist mit einem exponentiellen Abfall mit $e^{-4|t|}$ verträglich (Abb. 4.4). Dies ist auch für B^-p bei der gleichen Energie gemessen worden [AFZ 73], was wiederum die Unabhängigkeit der B-Produktion vom Isospinzustand zeigt. Um mögliche Minima zu erkennen, die bei ω -Austausch der Reaktion $\pi^+p \rightarrow B^+p$ in $d\sigma/dt$ zu erwarten sind, ist die Statistik zu gering.

Zur Überprüfung der Ereignisauswahlen für Reaktionen mit $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ -Zerfällen ist die ω -Zerfallswahrscheinlichkeit λ (Formel 4.1) geeignet. Für das ω mit Isospin 0 und Spin-Parität $J^P = 1^-$ gilt

$$\frac{dN}{d\lambda} = \text{const} \left| \vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-} \right|^2 \propto \lambda \quad (\vec{p} = \text{Impuls der Pionen})$$

Für das ω ist $dN/d\lambda$ also linear in λ , für einen spinlosen Untergrund gilt dagegen $dN/d\lambda = \text{const}$ [STE 62].

Für die ω -Ereignisse aus dem B-Cluster (Selektion I) zeigt die Verteilung $dN/d\lambda$ einen linearen Verlauf über einem geringen Untergrund ($\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 5.3/3$) (Abb. 4.5). Für die Selektion II des $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfalls hat die $dN/d\lambda$ -Verteilung denselben Verlauf ($\chi^2/\text{Freiheitsgrad} = 6.5/3$).

Die entsprechende $dN/d\lambda$ -Verteilung für den $\Delta^{++}\omega$ -Cluster ist gut mit einem linearen Anstieg ohne Untergrund verträglich (χ^2 Freiheitsgrad = 6.5/4), hingegen für das η aus dem $\Delta^{++}\eta$ -Cluster ist $dN/d\lambda$ wegen $J^P = 0^-$ konstant (χ^2 / Freiheitsgrad = 1.8/4) (Abb. 4.5).

Mit den geschilderten $dN/d\lambda$ -Verteilungen des ω und η als auch mit einer beobachteten isotropen Verteilung des ϕ -Winkels im Dalitz-Dreieck (nicht gezeigt) konnte bestätigt werden, daß durch die Cluster-Trennung keine Verfälschung der Verteilungen der Dalitz-Variablen verursacht wird.

IV.4 Untersuchung zur Spin- und Paritätsbestimmung

4.1 Ereignisauswahl

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Untersuchung des $B^+ \rightarrow \omega\pi^+$ -Zerfalls bei 11.7 GeV/c behandelt. Dazu sind zwei unterschiedlich ausgewählte Ereignissätze benutzt worden, um den möglichen Einfluß der Datenauswahl auf die Winkelverteilungen kontrollieren zu können. Erstens sind die Ereignisse der Cluster-Trennung verwendet worden (Selektion I) und zum Vergleich die $\omega\pi$ -Ereignisse der Selektion II (Definition im Kap. IV.3). Dabei hat sich gezeigt, daß die Analyse der $B\text{-}\omega\pi$ -Winkelverteilungen für die Spin-Paritätsbestimmung bei beiden Selektionen innerhalb einer Standardabweichung die gleichen Resultate liefert. Offensichtlich haben beide Selektionen nicht zu großen Verzerrungen der Zerfallswinkelverteilungen geführt. Da die Selektion I der Cluster-Trennung das B-Meson mit geringerem Untergrund als die Selektion II liefert, werden im folgenden die Ereignisse des B-Clusters benutzt.

4.2 Theoretischer Formalismus

Um den Kaskadenzerfall $B \rightarrow \omega\pi$, $\omega \rightarrow (3\pi)^0$ zu beschreiben, kann man den Helizitätsformalismus benutzen, wie er von Berman und Jacob [BER 65] vorgeschlagen wurde. Das Matrixelement M für diesen Zerfall des Spinzustandes $|J,M\rangle$ für das B-Meson läßt sich durch die Helizitätsamplituden F_λ des ω wie folgt beschreiben (siehe Anhang C, Formel C.1):

$$M \propto \sum_{\lambda} F_{\lambda} D_{M\lambda}^* (\phi 0 0) D_{\lambda 0}^{*1} (\phi \mathcal{J} 0)$$

Die Amplituden F_λ sind zu $\sum |F_\lambda|^2 = 1$ normiert; Θ und Φ sind der Polar- und Azimutwinkel des ω -Mesons im B-Ruhsystem ($= S_B$); ϑ und ϕ sind die analogen Winkel der Normalen auf der ω -Zerfallsebene (Abb. 4.6).

Die Winkel ϑ und ϕ werden in einem Koordinatensystem gemessen, das aus dem System S_B durch Drehung um die Eulerwinkel $\alpha = \Phi$, $\beta = 0$ und $\gamma = 0$ und einer Lorentztransformation in das ω -Ruhsystem hervorgeht.

Der B-Zerfall wird im Gottfried-Jackson-System (z-Achse = Strahlrichtung) und im Helizitätssystem (z-Achse = Impuls des B im Gesamtschwerpunktsystem) untersucht. Die y-Achse ist jeweils die Normale \vec{n}_{Prod} auf der Produktionsebene mit $\vec{n}_{\text{Prod}} = \vec{P}_{\text{ein}} \times \vec{P}_{\text{aus}}$ für die Protonimpulse \vec{p} .

Die 4-fach differentielle Winkelverteilung ist dann proportional zum Betragsquadrat des Matrixelementes M (Anhang C.3). Die ϕ -Abhängigkeit läßt sich auf eine D-Funktion $D(\Phi\Theta\phi)$ herüberziehen. Das Produkt zweier D-Funktionen läßt sich auf eine D-Funktion mit Hilfe der Clebsch-Gordon-Koeffizienten zurückführen. Man erhält dann:

$$\frac{d^4 W}{d\cos\Theta d\phi d\cos\vartheta d\phi} = \frac{3(2J+1)}{16\pi^2} \sum_L \sum_{\substack{MM' \\ \lambda\lambda'}} (-1)^M \rho_{MM'} F_\lambda^* F_{\lambda'} \quad (4.2)$$

$$C(JJL; -MM') C(JJL; -\lambda\lambda') D_{M'-M, \lambda'-\lambda}^L(\Phi\Theta\phi) d_{-\lambda 0}^L(\vartheta) d_{\lambda' 0}^L(\phi)$$

Die $\rho_{MM'}$ sind die Produktionsdichtematrixelemente des B-Mesons. Paritätserhaltung im Produktionsprozeß hat bei Wahl eines polaren Vektors als z-Achse die Beziehung

$$\rho_{MM'} = (-1)^{M'-M} \rho_{-MM'}$$

zur Folge.

Die Faktoren F_λ sind die Helizitätsamplituden des ω mit $\lambda = 0, \pm 1$. Paritätserhaltung beim Zerfall liefert die Beziehung $F_\lambda = \epsilon F_{-\lambda}$ ($\lambda = 0, \pm 1$), wobei $\epsilon = -P (-1)^J$ ist und P die Parität des B-Mesons.

Die Helizitätsamplitude F_0 kann nur für die unnatürliche Spin-Paritätsserie $1^+, 2^-, 3^+ \dots$ von Null verschieden sein. Für $J^P = 0^-$ ist nur der $\lambda = 0$ -Zustand möglich.

Die Helizitätswahrscheinlichkeiten $|F_0|^2$ und $|F_1|^2$ lassen sich aus der Winkelverteilung der ω -Zerfallsnormalen bestimmen. Aus 4.2 erhält man durch Integration

$$\frac{dW}{d\cos\vartheta} = \frac{3}{2} (|F_0|^2 \cos^2\vartheta + |F_1|^2 \sin^2\vartheta) \quad (4.3a)$$

Ein $\cos^2\vartheta$ -Verlauf der Winkelverteilung bedeutet also longitudinale Polarisation des ω und ein $\sin^2\vartheta$ -Verlauf transversale Polarisation. Die experimentelle Winkelverteilung für die Ereignisse des B-Massenbereichs zeigt einen deutlichen $\sin^2\vartheta$ -Verlauf (Abb. 4.7a), d.h. $|F_0|^2$ ist klein. Eine Anpassung der Formel 4.3a an die experimentelle Verteilung liefert die Werte $|F_0|^2 = 0.10 \pm 0.05$.

Mit der Normierung $|F_0|^2 + 2|F_1|^2 = 1$ und dem Legendre-Polynom $P_2(\cos\vartheta)$ läßt sich Formel 4.3a schreiben als

$$\frac{dW}{d\cos\vartheta} = \frac{1}{2} (1 + (3|F_0|^2 - 1) P_2(\cos\vartheta)) \quad (4.3b)$$

Daraus läßt sich $|F_0|^2$ mit dem Moment von $P_2(\cos\vartheta)$ berechnen:

$$|F_0|^2 = \frac{1}{3} (5 \langle P_2(\cos\vartheta) \rangle + 1)$$

Das Ergebnis stimmt mit dem Wert aus der Anpassung überein.

Aus der Abhängigkeit von $\langle P_2(\cos\vartheta) \rangle$ von der $\omega\pi$ -Masse (Abb. 4.7b) sieht man, daß nur das B-Meson zu $P_2(\cos\vartheta)$ beiträgt und deshalb keine Untergrundkorrekturen nötig sind.

4.3 Bestimmung des Spins und der Parität

Der Spin und die Parität des $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfalls lassen sich auf mehrere Arten bestimmen. Von S.U. Chung [CHU 71] sind verallgemeinerte Momente aller 4 den $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfall beschreibenden Winkel berechnet worden. Relationen einzelner Momente ermöglichen eine Entscheidung über den Spin und die Parität. In diesem Experiment sind allerdings die statistischen Fehler der einzelnen Momente so groß, daß keine Entscheidung für eine Spin-Paritätshypothese getroffen werden kann.

Im folgenden werden deshalb Momente untersucht, die höchstens von 3 Winkeln abhängen. Dabei wird der Formalismus von Berman und Jacob [BER 65] benutzt. Der Erwartungswert des Quadrats der z-Komponente des B-Spins $\langle J_z^2 \rangle$ läßt sich für die unterschiedlichen Spin-Paritätshypothesen auf verschiedene Weisen berechnen. Aus der Winkelverteilung 4.2 berechnet man den Erwartungswert $\langle \text{Re } D_{0\Lambda}^2(\Phi, \Theta, \phi) \rangle$ für $\Lambda = 2, 0$, der mit dem Erwartungswert $\langle J_z^2 \rangle$ zusammenhängt. Letzteres folgt aus der Definition $\langle J_z^2 \rangle = \sum M^2 \rho_{MM}$. Dabei erhält man für $\Lambda = 0$

$$\langle J_z^2 \rangle = J(J+1)/3 \left(1 - \frac{(2J+3)(2J-1)}{J(J+1) - 6|F_1|^2} \langle D_{00}^2 \rangle \right) \quad (4.4)$$

und für $\Lambda = 2$

$$\langle J_z^2 \rangle = J(J+1)/3 + \frac{2}{3\sqrt{6}} \frac{(2J+3)(2J-1)}{|F_1|^2} (-1)^{J \cdot P} \langle \text{Re } D_{02}^2 \rangle \quad (4.5)$$

P ist dabei die Parität des B-Mesons.

In einem Koordinatensystem, in dem der Erwartungswert $\langle \text{Re } D_{02}^2(\Phi\Theta\phi) \rangle$ deutlich von Null verschieden ist, sollte deshalb eine Trennung verschiedener Spin-Paritäts-Hypothesen möglich sein.

Die größte Polarisation des B-Mesons ist im Gottfried-Jackson-System beobachtet worden. Der normierte Erwartungswert von $\langle \text{Re } D_{02}^2(\Phi\Theta\phi) \rangle$ beträgt 0.55 ± 0.22 . Die für $\Lambda = 0$ und $\Lambda = 2$ berechneten Erwartungswerte $\langle J_z^2 \rangle$ für $J \leq 3$ und beide Paritäten gemäß Formel 4.4 und 4.5 sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Die Spin-Paritätswerte $J^P = 1^+, 2^+, 3^-$ zeigen gute Übereinstimmung in $\langle J_z^2 \rangle$, die Hypothesen $J^P = 1^-, 2^-, 3^+$ dagegen nicht.

Weitere Information über den B-Zerfall läßt sich aus der Zerfallswinkelverteilung $dW/d\cos\Theta$ des B ziehen. Bisher wurde hieraus nur das Moment $\langle D_{00}^2 \rangle = \langle P_2(\cos\Theta) \rangle$ benutzt. Aus Formel 4.2 erhält man durch Integration

$$\frac{dW}{d\cos\Theta} = \frac{2J+1}{2} \sum_{L,\lambda}^M (-1)^{M-\lambda} \rho_{MM} \cdot |F_\lambda|^2 C(JJL, -MM) C(JJL, -\lambda\lambda) P_L(\cos\Theta)$$

Damit lassen sich die Produktionsmatrixelemente für die Spinhypothese $J = 1, 2$ und 3 berechnen, die von $\langle P_2 \rangle$, $\langle P_4 \rangle$ bzw. $\langle P_6 \rangle$ abhängen. Die expliziten Formeln sind im Anhang C, Formel C.5 - C.7, angegeben. Die Parität P

Tabelle 4.1

	Diagonal Elemente von $\rho_{MM'}$ aus $\frac{dW}{d\cos\Theta}$			$\langle J_z^2 \rangle$		χ^2 *)		
	J	P	ρ_{11}	ρ_{22}	ρ_{33}		$\Lambda = 0$ (4.4)	$\Lambda = 2$ (4.5)
Gottfried-Jackson-System	1	+	.20 ± .09	/	/	.40 ± .18	.50 ± .10	0.12
		-	.20 ± .09			.44 ± .18	.84 ± .10	2.0
	2	+	.08 ± .08	.33 ± .08	/	2.8 ± .6	2.7 ± .4	0.01
		-	.07 ± .08	.33 ± .08		2.8 ± .6	1.2 ± .4	2.5
	3	+	.12 ± .08	.31 ± .25	.13 .13	5.1 ± .9	2.3 ± .9	2.4
		-	.10 ± .08	.41 ± .25	.09 .15	5.2 ± .9	5.5 ± .9	0.03
Helizitätssystem	1	+	.36 ± .08	/	/	.72 ± .18	.81 ± .09	0.11
		-	.40 ± .08			.80 ± .18	.52 ± .09	1.1
	2	+	-.02 ± .06	.19 ± .07	/	1.8 ± .5	1.4 ± .4	.20
		-	-.04 ± .06	.21 ± .07		1.9 ± .5	2.6 ± .4	.60
	3	+	-.04 ± .04	.80 ± .15	-.14 ± .09	5.6 ± .7	2.7 ± .8	/
		-	-.03 ± .04	1.1 ± .15	-.27 ± .09	3.8 ± .7	5.3 ± .8	

$$*) \chi^2 = \frac{[\langle J_z^2 \rangle_{\Lambda=0} - \langle J_z^2 \rangle_{\Lambda=2}]^2}{[\Delta(\langle J_z^2 \rangle_{\Lambda=0} + \langle J_z^2 \rangle_{\Lambda=2})]^2}$$

geht in die Elemente ρ_{MM} nur über die Polarisation des ω ein. Für $P = (-1)^{J+1}$ ist $|F_0|^2 = 0.10 \pm 0.05$ und für $P = (-1)^J$ ist $|F_0|^2 = 0$, d.h. der Unterschied ist sehr gering.

Bei der Berechnung der Matrixelemente ρ_{MM} im Helizitätssystem traten für $J = 3$ Werte auf, die mit mehreren Standardabweichungen im unphysikalischen Bereich liegen. (In Tabelle 4.1 sind die Ergebnisse zusammengestellt; für $1 \leq M \leq J$ gilt $0 \leq \rho_{MM} \leq \frac{1}{2}$!). Das bedeutet, daß die Hypothese $J = 3$ nicht geeignet ist, die $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfallswinkelverteilung zu beschreiben. Damit scheidet der Spin $J = 3$ für das B-Meson aus. Auf Grund der Übereinstimmung des Erwartungswertes $\langle J_z^2 \rangle$ im Gottfried-Jackson-System sind die Spin-Paritätswerte $J^P = 1^+$ und 2^+ bevorzugt.

4.4 Produktionsmatrixelemente des B

In diesem Abschnitt wird die Annahme $J^P = 1^+$ für das B-Meson gemacht, was man nach dem Quark-Antiquarkmodell erwartet. Dies steht nicht im Widerspruch zur Beobachtung des kleinen Wertes von $|F_0|^2$, da nicht der Quark-Antiquark-Aufbau des B-Mesons $|F_0|^2 = 1$ fordert, sondern die Erhaltung der z-Komponente des Quarkbahndrehimpulses L_z . Das relativistische Quarkmodell von Böhm et al. [BOE 73] mit der Vorhersage $|F_0/F_1|^2 \approx 0$ für ein $J^P = 1^+$ B-Meson ist in Übereinstimmung mit dem Experiment.

Die Winkelverteilung $\frac{d^2W}{d\cos\Theta d\Phi}$ des $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfalls erhält man aus Formel 4.2 zu:

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\cos\Theta d\Phi} = & \frac{3}{4\pi} \left[\frac{1-3|F_0|^2}{4} (1-3\rho_{00}) \cos^2\Theta \right. \\ & + \frac{1}{4}(1+|F_0|^2 + \rho_{00}(1-3|F_0|^2)) \\ & \left. + \left(\frac{1-3|F_0|^2}{2} \right) (\rho_{1-1} \sin^2\Theta \cos 2\Phi + \sqrt{2} \text{Re}\rho_{10} \sin 2\Theta \cos\Phi) \right]. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Daraus lassen sich die ρ_{MM} durch die Momente der Winkelfunktionen berechnen.

$$\text{Es gilt:} \quad \rho_{00} = \frac{2-|F_0|^2-5\langle \cos^2\Theta \rangle}{1-3|F_0|^2} \quad (4.7a)$$

$$\rho_{1-1} = \frac{5}{2(1-3|F_0|^2)} \langle \sin^2\Theta \cos 2\Phi \rangle \quad (4.7b)$$

$$\text{Re}\rho_{10} = \frac{5\sqrt{2}}{4(1-3|F_0|^2)} \langle \sin 2\Theta \cos\Phi \rangle \quad (4.7c)$$

Diese Erwartungswerte sind sowohl im Gottfried-Jackson als auch im Helizitätssystem gemessen worden. Die Dichtematrix ist außerdem durch Anpassung der theoretischen Winkelverteilung 4.6 an die experimentellen Verteilungen bestimmt worden. Die Wahrscheinlichkeit für die ω -Helizität $\lambda = 0$ hat dabei den festen Wert $|F_0|^2 = 0.10$.

Der $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfall liefert noch mehrere Möglichkeiten, die Matrixelemente ρ_{MM} zu bestimmen. So gilt z.B.

$$\rho_{00} = 1 - \langle J_z^2 \rangle \quad (4.8a)$$

$$\rho_{1-1} = \frac{2}{1-3|F_0|^2} \langle \cos 2\phi \rangle \quad (4.8b)$$

$$\rho_{1-1} = \frac{1}{|F_0|^2} \langle \cos(2\phi + 2\phi) \rangle \quad (4.8c)$$

Die genaueste Bestimmung von ρ_{00} hat sich über $\langle J_z^2 \rangle$ aus 4.8a und 4.5 ergeben. Für die Elemente ρ_{1-1} und $\text{Re } \rho_{10}$ schwanken die Ergebnisse der verschiedenen Methoden um etwa 2 Standardabweichungen. Deren Mittelwerte sind in Tabelle 4.2 zusammengestellt.

Tabelle 4.2:

Dichtematrix des B^+ für $J^P = 1^+$		
Gottfried-Jackson-System	Helizitätssystem	
$\rho_{00} = 0.50 \pm 0.10$	0.20 ± 0.10	aus Momenten
$\text{Re } \rho_{10} = 0.12 \pm 0.12$	0.0 ± 0.20	
$\rho_{1-1} = 0.08 \pm 0.15$	0.0 ± 0.20	
$\text{Re } \rho_{10} = 0.14 \pm 0.09$	0.17 ± 0.09	aus Anpassung
$\rho_{1-1} = 0.13 \pm 0.15$	0.04 ± 0.15	

Um eine bessere Bestimmung der nichtdiagonalen Elemente zu erhalten, ist bei der Anpassung der Wert für ρ_{00} fest vorgegeben worden.

Das Matrixelement ρ_{1-1} bestimmt die Gestalt der Winkelverteilungen $dW/d2\phi$ und $dW/d(2\phi + 2\phi)$ wegen

$$dW/d2\phi = \frac{1}{2\pi} \left(1 + \frac{4}{1-3|F_0|^2} \rho_{1-1} \cos 2\phi \right) \quad 4.9$$

und

$$dW/d(2\phi + 2\phi) = \frac{1}{2\pi} (1 - 2 \cdot P \cdot |F_1|^2 \rho_{1-1} \cos(2\phi + 2\phi)) \quad 4.10$$

Da aber die Verteilungen des Azimutwinkels ϕ und der Summe $\phi + \phi$ gleichförmig sind, das bedeutet ρ_{1-1} ist klein, entfällt hiermit eine zusätzliche Paritätsbestimmung allein aus den Azimutwinkeln.

Aus dem Zusammenhang der Helizitätsamplituden F_λ und den normierten Bahndrehimpulsamplituden \tilde{F}_L kann man eine Abschätzung für das Verhältnis der D- zu S-Welle erhalten.

Mit

$$\tilde{F}_S = \frac{1}{3} (F_0 + 2 F_1)$$

$$\tilde{F}_D = \frac{2}{3} (F_1 - F_0)$$

gilt für das D/S-Verhältnis

$$\frac{|\tilde{F}_D|}{|\tilde{F}_S|} = \sqrt{\frac{1 + |F_0|^2 - 4 \operatorname{Re} F_0^* F_1}{2 - |F_0|^2 + 4 \operatorname{Re} F_0^* F_1}}$$

Setzt man den gemessenen Wert von $|F_0|^2$ innerhalb einer Standardabweichung ein ($|F_0|^2 = 0.10 \pm 0.05$), erhält man $0.2 \leq |\tilde{F}_D|/|\tilde{F}_S| \leq 1.6$. Für einen reinen S-Wellen-Zerfall gilt $|F_0|^2 = 1/3$, was mit 4 Standardabweichungen ausgeschlossen werden kann.

Eine Bestimmung der Phase zwischen D- und S-Welle über die Größe $\operatorname{Re} F_0^* F_1$ und damit eine genauere Bestimmung des Verhältnisses D/S ist in diesem Experiment nicht möglich, da die statistischen Fehler zu groß sind.

Zusammenfassung

Der 4-Teilchenendzustand $p\pi^+\pi^+\pi^-$ der π^+p -Streuung bei 11.7 GeV/c Strahl-impuls läßt sich überwiegend in Quasi-Zweiteilchenreaktionen aufteilen. Im einzelnen sind dies die Endzustände $\Delta^{++}(1236)\rho^0$, $\Delta^{++}(1236)f$, $\Delta^{++}(1236)g$, $\Delta^{++}(1950)\rho^0$, pA_1 , pA_2 und pA_3 . Die Reaktionen erscheinen im 7-dimensionalen Raum der Variablen, die zur kinematischen Beschreibung der 4 Teilchen nötig sind, fast vollständig getrennt. Mit einem relativ einfachen statistischen Verfahren, das im Gegensatz zu der von Pless et al. benutzten Methode [PLE 71] auch für Experimente mit großer Statistik leicht zu handhaben ist, können die oben genannten Reaktionen in guter Näherung selektiert werden.

Dadurch lassen sich Reaktionen, die nicht zu nahe an der kinematischen Schwelle liegen, wie z.B. $\Delta^{++}f$ und pA_2 -Erzeugung, mit besserer Statistik und geringerem Untergrund in ihren Eigenschaften untersuchen, als durch einfache Schnitte in den Longitudinalimpulsen.

Für die obigen sechs Reaktionen werden die Produktionswirkungsquerschnitte, die differentiellen Wirkungsquerschnitte und die Zerfallswinkelverteilungen mit dem Selektionsverfahren modellunabhängig bestimmt.

Die systematischen Fehler der differentiellen Verteilungen sind für die dominierenden Prozesse wie $\Delta^{++}(1236)\rho^0$, $\Delta^{++}(1236)f$, pA_1 , pA_2 und pA_3 kleiner als die statistischen Fehler. Dies wurde durch Monte-Carlo-Untersuchungen des Selektionsverfahrens bestätigt. Für die Kanäle $\Delta^{++}(1236)\rho^0$ und $\Delta^{++}(1236)f$ konnte Übereinstimmung der differentiellen Verteilungen mit Ergebnissen anderer Bestimmungsmethoden gezeigt werden.

Mit der Selektionsmethode wird die Reaktion $\pi^+p \rightarrow B^+p \rightarrow \omega\pi^+p$ aus dem 5-Teilchenendzustand $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ herausgetrennt. Mit diesen $B^+ \rightarrow \omega\pi^+$ -Ereignissen wird eine Spin- und Paritätsbestimmung des B-Mesons durchgeführt. Der Einfluß von $\Delta^{++}\omega$ -Ereignissen, der die bisherigen Spin-Paritätsuntersuchungen in π^+p -Experimenten erschwert hat, konnte durch die in dieser Arbeit beschriebene statistische Selektionsmethode ausgeschlossen werden.

Die Quantenzahlen für den Spin und die Parität des B-Mesons wurden aus unterschiedlichen Berechnungen des Erwartungswertes $\langle J_z^2 \rangle$ für die verschiedenen Spin-Paritätshypothesen bis zu $J \leq 3$ bestimmt. Da der Spin 3 unphysikalische Dichtematrixelemente lieferte und somit ausgeschlossen werden konnte, ergaben

sich aus der Untersuchung von $\langle J_z^2 \rangle$ als mögliche Werte $J^P = 1^+$ und 2^+ . Zwischen diesen beiden Hypothesen konnte wegen der relativ großen statistischen Fehler und der geringen Polarisation des B-Mesons nicht weiter entschieden werden. Für $J^P = 1^+$ hat das Spindichtematrixelement ρ_{00} den Wert 0.5 ± 0.1 , die beiden nichtdiagonalen Elemente sind ≤ 0.2 .

Die Messung der Helizität des ω -Mesons aus dem B-Zerfall ergab eine Dominanz des Helizitätszustandes $\lambda = \pm 1$. Die Wahrscheinlichkeit für die Helizität $\lambda = 0$ des ω -Mesons ist $|F_0|^2 = 0.10 \pm 0.05$. Mit der Annahme $J^P = 1^+$ für das B, was nach dem Quark-Antiquark-Modell die wahrscheinlichste Hypothese ist, und dem gemessenen Wert für $|F_0|^2$ kann ein reiner S-Wellen-Zerfall des B-Mesons mit 4 Standardabweichungen ausgeschlossen werden.

V. Anhang

A. Definition der Van Hove-Koordinaten von n-Teilchen

Im folgenden wird der Prozeß

$A + B \rightarrow C_1 + C_2 + \dots + C_n$ betrachter. Dabei sind

q_i = Longitudinalimpuls der C_i (= Projektion des Impulses auf die Strahlrichtung)

\vec{t}_i = Transversalimpuls der C_i

\sqrt{s} = Gesamtenergie

und m_i = Masse der C_i .

Nach Van Hove [HOV 69] ist es zweckmäßig jede einzelne Reaktion durch einen Punkt \vec{r} mit den Koordinaten $q_1 \dots q_n$ im n-dimensionalen euklidischen Raum S_n darzustellen. Die Impulserhaltung

$$\sum_1^n q_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum_1^n \vec{t}_i = 0 \quad (\text{A.1})$$

bedeutet, daß alle Punkte \vec{r} in einem n-1 dimensionalen Unterraum von S_n , dem longitudinalen Phasenraum L_{n-1} liegen.

Es seien nun \hat{u}_i n Einheitsvektoren im L_{n-1} , so daß $\vec{r} = K \cdot \sum_1^n q_i \hat{u}_i$ ist. Die Vektoren \hat{u}_i seien so gewählt, daß sie alle den gleichen Winkel untereinander haben,

$$\text{d.h. } \hat{u}_i \cdot \hat{u}_j = \cos \phi_{ij} = -\frac{1}{n-1} \quad i \neq j \quad (\text{A.2})$$

Bei Wahl der Konstanten K zu $K = \frac{n-1}{n}$ sind dann die Koeffizienten q_i gerade die Projektionen von \vec{r} auf \hat{u}_i

$$q_i = \hat{u}_i \cdot \vec{r} \quad (\text{A.3})$$

Es gilt dann wegen A.1

$$\sum_1^n \hat{u}_i = 0 \quad (\text{A.4})$$

Die ersten n-1 longitudinalen Impulse werden nun in einer Matrixgleichung zusammengefaßt

$$q_i = \sum_{k=1}^{n-1} u_{ik} x_k \quad i = 1, n-1$$

wobei u_{ik} die Koeffizientenmatrix der Vektoren \hat{u}_i und x_k der Koeffizientenvektor von \vec{r} ist. Man erhält dann die Koeffizienten x_i durch Invertierung von u_{ik} zu

$$x_i = \sum_{k=1}^{n-1} u_{ik}^{-1} q_k \quad (\text{A.5})$$

Die x_i sind also die Koordinaten des Punktes \vec{r} in einem $n-1$ dimensionalen kartesischen Raum. Als Van Hove-Variable bezeichnet man die verallgemeinerten $n-1$ dimensionalen sphärischen Koordinaten. Es lassen sich so $n-2$ Winkel und ein Radius R definieren.

$$\begin{aligned} x_1 &= R \cos \theta_1 \\ x_2 &= R \sin \theta_1 \cos \theta_2 \\ &\vdots \\ x_{n-3} &= R \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \sin \theta_{n-4} \cos \theta_{n-3} \\ x_{n-2} &= R \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \dots \sin \theta_{n-3} \cos \theta_{n-2} \\ x_{n-1} &= R \sin \theta_1 \sin \theta_2 \dots \dots \sin \theta_{n-3} \sin \theta_{n-2} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$R = |\vec{r}| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

Die Umkehrbeziehungen für die ersten $n-3$ Winkel lauten

$$\cos \theta_i = \frac{x_i}{\sqrt{\sum_{j=i}^{n-1} x_j^2}} = \frac{x_i}{\sqrt{R^2 - \sum_{j=1}^{i-1} x_j^2}} \quad (\text{A.7})$$

$$\text{für } 1 \leq i < n-2, \quad 0 \leq \theta_i \leq \pi$$

Der Winkel θ_{n-2} ist durch

$$\text{tg } \theta_{n-2} = \frac{x_{n-1}}{x_{n-2}}, \quad 0 \leq \theta_{n-2} \leq 2\pi \quad (\text{A.8})$$

gegeben.

Der maximale Radius wird erreicht, wenn alle transversalen Impulse Null sind, so daß gilt:

$$\sqrt{s} = \sum_{i=1}^n \left[(R_{\max}/R)^2 * q_i^2 + m_i^2 \right]$$

Aus dieser impliziten Gleichung läßt sich R/R_{\max} numerisch berechnen.

Eine spezielle Wahl der Einheitsvektoren \hat{u}_i [PLE 71], die die Bedingungen A.2 und A.4 erfüllen ist:

$$\begin{aligned} u_{ik} &= 0 & i < k \leq n-1 \\ u_{ik} &= \sqrt{\frac{n(n-k)}{(n-1)(n-k+1)}} & i = k \leq n-1 \\ u_{ik} &= -\sqrt{\frac{n}{(n-1)(n-k+1)(n-k)}} & k < i \leq n-1 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Die Elemente der invertierten $(n-1) \times (n-1)$ Matrix u_{ik}^{-1} lauten:

$$\begin{aligned} u_{ik}^{-1} &= 0 & i < k \leq n-1 \\ u_{ik}^{-1} &= \sqrt{\frac{(n-1)(n-i+1)}{n(n-i)}} & i = k \leq n-1 \\ u_{ik}^{-1} &= \sqrt{\frac{n-1}{n(n-i+1)(n-i)}} & k < i \leq n-1 \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Unter Verwendung von A.5, A.6, A.7, A.8 und A.10 lassen sich die sphärischen V. Hove-Variablen durch die longitudinalen Impulse q_i ausdrücken.

Für die 4- und 5-Teilchenendzustände ergeben sich folgende explizite Zusammenhänge:

n = 4

$$\cos \theta_1 = q_1 / R$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{\sqrt{3} (q_2 - q_4)}{3 q_2 + q_1}$$

$$R^2 = \frac{3}{4} \sum_1^4 q_i^2$$

n = 5

$$\cos \theta_1 = q_1 / R$$

$$\cos \theta_2 = \frac{4 q_2 + q_1}{\sqrt{15} \sqrt{R^2 - q_1^2}}$$

$$\operatorname{tg} \theta_3 = \frac{\sqrt{3} (q_4 - q_5)}{3 q_3 + q_1 + q_2}$$

$$R^2 = \frac{4}{5} \sum_1^5 q_i^2$$

B. Koordinatensystem des Energie-Simplex

Für die n kinetischen Energien T_i gilt:

$$\sum_{i=1}^n T_i = Q = n \cdot T_0 = \text{const}$$

wobei Q die kinetische Gesamtenergie ist und T_0 eine mittlere kinetische Energie.

Für die Differenz $T_i - T_0$ gilt $\sum_1^n (T_i - T_0) = 0$, was der Bedingung A.1 entspricht.

Man kann also den Formalismus der Van Hove-Variablen aus Anhang A benutzen, um $n-1$ kartesische Koordinaten x_i zu erhalten. Durch Ersetzen von q_i durch $T_i - T_0$ in Formel A.5 und A.10 erhält man

$$x_i = \sqrt{\frac{n-1}{n(n-i+1)(n-i)}} \left[(n-i) T_i + \sum_{j=1}^i T_j - Q \right]$$

Läßt man die konstante Größe Q weg, so sind alle $x_i \geq 0$. Für $n = 3$ sind die x_i die Koordinaten des Dalitz-Dreiecks.

C. Winkelverteilung und Spindichtematrix des B-Mesons

Der Kaskadenzerfall des B-Mesons wird in 2 Schritten beschrieben, dem Zweiteilchenzerfall $B \rightarrow \omega\pi$ und dem bekannten 3-Teilchenzerfall des ω -Mesons.

Im B-Ruhesystem sei p der Impulsbetrag des ω -Mesons mit dem Polarwinkel Θ und dem Azimutwinkel Φ . Das B mit Spin J und z-Komponente $J_z = M$ läßt sich durch $2J + 1$ reine Spinzustände $|p, JM\rangle$ beschreiben. Der Zweiteilchen $\omega\pi$ -Zustand dagegen durch die Helizitätszustände $|p\Theta\Phi, \lambda\rangle$, wobei $\lambda = 0, \pm 1$ die Helizität des ω -Mesons ist. Das Übergangsmatrixelement $A_{\lambda M}$ des Spinzustandes $|pJM\rangle$ in den Helizitätszustand $|p\Theta\Phi\lambda\rangle$ für den T-Operator lautet:

$$A_{\lambda M} = \langle p\Theta\Phi\lambda | T | pJM \rangle$$

Mit der bekannten Projektionsformel von E. Wigner [WIG 54] für reine Spinzustände

$$|pJM\rangle = N_J \int D_{M\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, 0) |p\Theta\Phi\lambda\rangle d\cos\Theta d\Phi$$

schreibt sich das Matrixelement $A_{\lambda M}$

$$A_{\lambda M} = N_J F_\lambda D_{M\lambda}^{J*}(\Phi, \Theta, 0)$$

wobei $F_\lambda = \langle p, \Theta, \Phi, \lambda | T | p\Theta\Phi\lambda \rangle$ die Helizitätsamplitude des ω ist und

$$N_J = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} \text{ eine Normierungskonstante ist.}$$

Als zweites wird der $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ -Zerfall betrachtet. Wählt man im ω -Ruhesystem das Helizitätssystem als Koordinatensystem, d.h. die Spinprojektion m ist gleich der Helizität λ des ω , läßt sich die ω -Amplitude als $|S_1 S_2 S_3, J=1, M=\lambda, M\rangle$ schreiben. M ist dabei die Projektion des Drehimpulses auf die ω -Zerfallsnormale, S_i sind Energien der drei Pionen. Zusammen mit J^2 und J_z kann M zur Beschreibung des $\omega \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$ -Zustandes gewählt werden [BER 65]. Aus der Paritätsrelation für Spinzustände mit $J^P = 1^-$ folgt, daß nur eine Amplitude linear unabhängig ist (z.B. $|S_1 S_2 S_3, 1, \lambda, 0\rangle$). Das Übergangsmatrixelement $B_{0\lambda}$ des Zustandes $|S_1 S_2 S_3, 1\lambda 0\rangle$ in den durch die Zerfallsnormalen \vec{n} definierten 3-Pion-Zustand $|S_1 S_2 S_3, \varphi, \vartheta, \lambda\rangle$ mit dem Polarwinkel ϑ und dem Azimutwinkel φ der Normalen \vec{n} lautet

$$B_{0\lambda} = \langle S_1 S_2 S_3, \varphi, \vartheta, \lambda | S_1 S_2 S_3, 1\lambda 0 \rangle .$$

Mit der Wigner-Formel

$$|S_1 S_2 S_3, 1\lambda 0\rangle = \int D_{\lambda 0}^{1*}(\varphi, \vartheta, 0) |S_1 S_2 S_3; \varphi \vartheta \lambda\rangle d\cos\vartheta d\varphi$$

folgt
$$B_{0\lambda} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} D_{\lambda 0}^{1*}(\varphi, \vartheta, 0)$$

Der vollständige Prozeß läßt sich also durch die Amplitude

$$T_{OM} = \sum_{\lambda} A_{\lambda M} B_{0\lambda} \quad \text{beschreiben. Eingesetzt ergibt dies:}$$

$$T_{OM} = \sqrt{\frac{3(2J+1)}{16\pi^2}} \sum F_{\lambda} D_{M\lambda}^{J*}(\phi, \theta, 0) D_{\lambda 0}^{1*}(\varphi, \vartheta, 0) \quad (C.1)$$

Die Winkelverteilung $W(\theta, \varphi)$ erhält man in der üblichen Weise aus der Spur von Dichtematrix $\rho_{MM'}$ $|T_{OM}|^2$ zu

$$\frac{d^4 W}{d\cos\theta d\phi d\cos\vartheta d\varphi} = \text{Sp}(\rho_{MM'}, |T_{OM}|^2) \quad (C.2)$$

wobei $\rho_{MM'}$ die Produktionsmatrix des B-Mesons ist. Diese ist durch

$$\rho_{MM'} = \frac{T_{OM} T_{OM}^*}{\sum_M |T_{OM}|^2}$$

definiert. Die Dichtematrix ist wie üblich mit $\text{Sp} \rho_{MM'} = 1$ normiert. Setzt man Formel C.1 in C.2 ein, folgt

$$\frac{d^4 W}{d\cos\theta d\phi d\cos\vartheta d\varphi} = \sqrt{\frac{3(2J+1)}{16\pi^2}} \sum_L \sum_{\substack{MM' \\ \lambda\lambda'}} (-1)^M \rho_{MM'} F_{\lambda} F_{\lambda'}^* D_{M\lambda}^{L*}(\phi, \theta, 0) D_{M'\lambda'}^L(\varphi, \vartheta, 0) D_{\lambda 0}^{1*}(\varphi, \vartheta, 0) D_{\lambda' 0}^1(\varphi, \vartheta, 0) \quad (C.3)$$

Bei der Wahl eines polaren Vektors als z-Achse gilt die Paritätsrelation

$$\rho_{MM'} = (-1)^{M-M'} \rho_{-M-M'}$$

Die Diagonalelemente der Dichtematrix lassen sich mit Hilfe der Winkelverteilung $dW/d\cos\theta$ bestimmen. Nach Integration von (C.3) über ϕ, ϑ und φ folgt:

$$\frac{dW}{d\cos\theta} = \frac{2J+1}{2} \sum_{\substack{L, \lambda \\ M}} (-1)^{M-\lambda} \rho_{MM'} |F_{\lambda}|^2 C(JJL, -MM) C(JJL, -\lambda\lambda) P_L(\cos\theta) \quad (C.4)$$

C sind die Clebsch-Gordon-Koeffizienten

$P_L(\cos\theta)$ sind die Legendre-Polynome

$|F_\lambda|^2$ ist die Wahrscheinlichkeit für den Helizitätszustand λ des ω .

Die Matrixelemente ρ_{MM} erhält man aus den Erwartungswerten der Legendre-Polynome

$$\langle P_L \rangle = \int_{-1}^{+1} \frac{dW}{d\cos\theta} P_L(\cos\theta) d\cos\theta$$

Die expliziten Formeln für $J \leq 3$ lauten:

$$\underline{J = 1} \quad \rho_{11} = \frac{1}{3} + \frac{5 \langle P_2 \rangle}{3(1-3|F_0|^2)} \quad (C.5)$$

$$\underline{J = 2} \quad \rho_{11} = \frac{1}{5} + \frac{\langle P_2 \rangle}{1+|F_0|^2} - \frac{18 \langle P_4 \rangle}{5(5 \cdot |F_0|^2 - 2)} \quad (C.6)$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{5} - \frac{2 \langle P_2 \rangle}{1+|F_0|^2} + \frac{9 \langle P_4 \rangle}{10(5|F_0|^2 - 2)}$$

$$\underline{J = 3} \quad \rho_{11} = \frac{1}{7} + \frac{15}{7} \frac{\langle P_2 \rangle}{3+|F_0|^2} + \frac{9}{7} \frac{\langle P_4 \rangle}{5|F_0|^2+1} - \frac{39}{7} \frac{\langle P_6 \rangle}{7|F_0|^2-3} \quad (C.7)$$

$$\rho_{22} = \frac{1}{7} - \frac{9 \langle P_4 \rangle}{5|F_0|^2+1} + \frac{78}{35} \frac{\langle P_6 \rangle}{7|F_0|^2-3}$$

$$\rho_{33} = \frac{1}{7} - \frac{25}{7} \frac{\langle P_2 \rangle}{3+|F_0|^2} + \frac{27}{7} \frac{\langle P_4 \rangle}{5|F_0|^2+1} - \frac{13}{35} \frac{\langle P_6 \rangle}{7|F_0|^2-3}$$

Für die natürliche Spin-Paritätsserie ist $|F_0|^2 = 0$.

Literaturverzeichnis

- ABO 63 Abolis et al., Phys. Rev. Letters 11, 381 (1963)
- ABR 67 Abrams et al., Phys. Rev. Letters 18, 1209 (1967)
- AFZ 73 M. Afzal et al., Nuovo Cimento 15A, 61 (1973)
- ASC 68 G. Ascoli et al., Phys. Rev. Letters 20, 1411 (1968)
- ASC 70 G. Ascoli et al., Phys. Rev. Letters 25, 962 (1970)
- ASC 72 G. Ascoli et al., Batavia Conference (1972), paper 442
- BAS 70 E. Bassler, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1970)
- BAS 72 E. Bassler, Dissertation, Universität Hamburg (1972),
DESY F1-72/5
- BER 65 S.M. Berman, M. Jacob, Phys. Rev. 139, 1023 (1965)
- BOE 73 M. Böhm, H. Joos and M. Kramer, TH.1715-CERN (1973)
- CAS 65 C. Caso et al., Nuovo Cimento Lettre 3, 707 (1970)
- CAS 72 C. Caso et al., Nucl. Phys. B36, 349 (1972)
- COY 71 D.G. Coyne et al., Cal. Univ. UCRL-20088 (1971)
- DGHMS Durham-Genua-Hamburg-Mailand-Saclay Kollaboration, Department
of Physics, Durham, Istituto di Fisica e Sezione INFN, Genova,
II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg, Istituto di
Fisica e Sezione INFN, Milano, Centre d'Etudes Nucléaires, Saclay
- DRE 71 G. Drews, Disseration, Universität Hamburg , DESY F1-71/7 (1971)
- EVA 72 D. Evans et al., Nucl. Phys. B51, 205, (1973)
- EVA 73 D. Evans et al., Nuovo Cimento 13A, 1102 (1973)
- GRI 68 GRIND-Programm zur Anpassung von Massenhypothesen CERN-1968
- HAN 71 J.D. Hansen et al., Nucl. Phys. B25, 605 (1971)
- HOV 69 L. Van Hove, Nucl. Phys. B9, 331 (1969)
- JAC 64 J.D. Jackson, Nuovo Cimento 34 (1964), Appendix
- KRA 70 Kramer et al., Phys. Rev. Letters 25, 396 (1970)
- KIT 71 W. Kittel, S. Ratti and L. Van Hove, Nucl. Phys. B30, 333 (1971)
- LIN 68 B.W. Lindgren, "Statistical Theory", Mamillan, New York (1968)
- LIP 67 H.J. Lipkin, Phys. Rev. 159, 1303 (1967)

- NAG 71 H. Nagel, Dissertation, Universität Hamburg (1971), DESY F1-71/8
- NIC 69 Nicolson et al., Phys. Rev. Letters 23, 603 (1969)
- PLE 71 F.T. Dao, M.F. Hodous, I.A. Pless, R.A. Singer, PEPR-Programming Note MIT, Physics 101 (1971), nicht veröffentlicht und
J.E. Brau, F.T. Dao, M.F. Hodous, I.A. Pless and R.A. Singer, Phys. Rev. Letters 21, 1481 (1971)
- PDG 73 Particle Data Group, Reviews of Modern Physics (1973), Part II
- PRO 73 Protopopescu et al., Phys. Rev. D7, 1279 (1973)
- QUI 71 C. Quigg, F. v. Hippel, Argonne, ANL-HEP 7129 (1971)
- STE 62 M.L. Stevenson, Phys. Rev. 125, 687 (1962)
- TOM 72 G. Tomasini et al., Nuovo Cimento 7A, 651 (1972)
- WAC 73 K. Wacker, Diplomarbeit, Universität Hamburg (1973)
- WER 70 A. Werbrouck et al., Nuovo Cimento Lettre 26, 1267 (1970)
- WOL 69 G. Wolf, Phys. Rev. 182, 1538 (1969)
- WOL 63 G. Wolf, WELAGA-Programmbeschreibung (1963)
- WIG 54 "Group Theory and its Applications to the Quantum Mechanics of Atomic Spectra" (Edwards Brothers Inc., Ann Arbor, Mich. (1954), Chap. 12)

Abbildungsverzeichnis

Abb. 3.1 a) Van Hove Winkel Θ_1 gegen Θ_2 für $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$
(9471 Ereignisse)

b) Grenzen für Longitudinalimpuls $q = 0$. Für Pionen gilt $q > 0$ oberhalb der Grenzlinie, für das Proton gilt $q < 0$ oberhalb $q(p) = 0$. Unterhalb der Kurven ist $q(\pi) < 0$ bzw. $q(p) > 0$.

Abb. 3.2 a) Relativ-Radius im Kubooktaeder der Longitudinalimpulse R/R_{\max} für $p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ (9471 Ereignisse).

b) Betrag des relativen Transversalimpulses für das $\pi^+ \pi^+$ -System. Die schraffierten Verteilungen sind $\Delta^{++} \rho^0$ -Ereignisse, die strichpunktiierte Linie ist die Verteilung von Phasenraumereignissen in willkürlicher Einheit.

Abb. 3.3

Tetraeder der kinetischen Energien für $p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ (9471 Ereignisse) unter drei Blickrichtungen. Auf einer Oberfläche ist die kinetische Energie T_i des Teilchens i Null.

Abb. 3.4

Massenverteilungen $M(\pi_1^+ \pi^-)$, $M(\pi_2^+ p)$ und $M(\pi_1^+ \pi_2^+ \pi^-)$ des $\Delta^{++}(1236)\rho^0$, $\Delta^{++}(1236)f$ und $\Delta^{++}(1236)g$ Clusters.

Die Verteilungen $M(\pi_2^+ p)$ und $M(\pi_1^+ \pi^+ \pi^-)$ sind für $\Delta^{++} \rho$ auf $0.50 \text{ GeV} < M(\pi_1^+ \pi^-) < 1.05 \text{ GeV}$ für $\Delta^{++} f$ auf $1.05 \text{ GeV} < M(\pi_1^+ \pi^-) < 1.50 \text{ GeV}$ und für $\Delta^{++} g$ auf $1.50 \text{ GeV} < M(\pi_1^+ \pi^-) < 1.90 \text{ GeV}$ beschränkt.

Die eingezeichneten Kurven entsprechen Breit-Wigner-Funktionen für die Meson-Resonanzen und einer Streuphasenresonanzkurve für Δ^{++} . Für die Verteilung der nichtresonanten Masse $M(\pi^+ \pi^+ \pi^-)$ ist die Projektion des Produktes der beiden Resonanz-Kurven und $e^{-a|t|}$ eingezeichnet.

Abb. 3.5

Massenverteilungen $M(\pi_1^+ \pi^-)$, $M(\pi_2^+ p)$ und $M(\pi_1^+ \pi_2^+ \pi^-)$ des $A_1 \rightarrow \rho \pi$, $A_2 \rightarrow \rho \pi$ und $A_3 \rightarrow f \pi$ Clusters. Die Verteilungen $M(\pi_2^+ p)$ und $M(\pi_1^+ \pi_2^+ \pi^-)$ sind für A_1 und A_2 auf $0.50 \text{ GeV} < M(\pi_1^+ \pi^-) < 1.05 \text{ GeV}$ und für A_3 auf $1.05 \text{ GeV} < M(\pi_1^+ \pi^-) < 1.50 \text{ GeV}$ beschränkt.

Die eingezeichneten Kurven entsprechen Breit-Wigner-Funktionen über einem Polynom-Untergrund.

Abb. 3.6

Differentielle Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen $\Delta^{++}\rho$, $\Delta^{++}f$, $\Delta^{++}g$, pA_1 , pA_2 , pA_3 , $\Delta^{++}(1950)\rho^0$, $\rho^0 p\pi^+$ und $\Delta^{++}\pi^+\pi^-$.
 ——— $N_0 e^{-a|t|}$ (Werte für a siehe Tabelle 3.3)

Abb. 3.7

Differentielle Wirkungsquerschnitte für $\Delta^{++}(1236)\rho^0 (+)$ und $\Delta^{++}(1236)f (\dagger)$.

Durchgezogene Linien: absolute Vorhersage des EPA-Modells.
 Strichpunktierte Linien: Grenzen von einer Standardabweichung des Maximum Likelihood Ergebnisses [WAC 73].

Abb. 3.8

Zerfallswinkel für $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ im Gottfried-Jackson-System. Die Ereignisse des $\Delta^{++}\rho^0$ und $\Delta^{++}f$ Clusters sind in der Masse $M(\pi_1^+\pi^-)$ eingeschränkt: $0.50 \text{ GeV} < M(\rho^0) < 1.05 \text{ GeV} < M(f) < 1.50 \text{ GeV}$.

Die Kurven sind (normierte) Anpassungen an die entsprechenden Überlappungsbereiche der Massen $M(\pi_2^+p)$ und $M(\pi_1^+\pi^-)$. Im Falle des ρ ist S-P Interferenz berücksichtigt worden.

Abb. 3.9



Zerfallswinkel der Normalen $\pi_1^+ \times \pi_2^+$ für A_1 , A_2 und A_3 im Gottfried-Jackson-System und die Helizitätswinkel des ρ bzw. f aus $A_1 \rightarrow \rho\pi$, $A_2 \rightarrow \rho\pi$ und $A_3 \rightarrow f\pi$. Die Einschränkungen der Masse $M(\pi_1^+\pi^-)$ entsprechen denen von Abb. 3.8.

Abb. 3.10

Nicht normierte Legendremomente der Zerfallsnormalen $\vec{n} = \pi_1^+ \times \pi_2^+$ für A_1 , A_2 und A_3 im Gottfried-Jackson-System. Einschränkungen für $M(\pi_1^+\pi^-)$ wie bei Abb. 3.8.

Abb. 3.12

Massenverteilungen für nichtmarkierte Ereignisse.

- a) $M(p\pi_2^+)$ gegen $M(\pi_1^+\pi^-)$ 2770 Ereignisse
- b) $M(\pi_1^+\pi^-)$,  mit $M(p\pi_2^+) < 1.4 \text{ GeV}$,
Einschub dito aber in 80 MeV-Intervallen
- c) $M(p\pi_2^+)$,  mit $0.66 \text{ GeV} < M(\pi_1^+\pi^-) < 0.88 \text{ GeV}$,
Einschub dito aber in 80 MeV-Intervallen.



- d) $M(p\pi^-)$
 e) $M(p\pi_2^+\pi^-)$,  mit $M(p\pi_2^+) < 1.4 \text{ GeV}$.
 f) $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$,  mit $0.66 \text{ GeV} < M(\pi_1^+\pi^-) < 0.88 \text{ GeV}$.

Abb. 3.13

Nicht normierte Legendremomente des $\pi_1^+\pi^-$ -Zerfalls im Gottfried-Jackson-System für die 2770 nichtmarkierten Ereignisse.

Abb. 4.1


- a) Van Hove-Winkel Θ_1 gegen Θ_2 für $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ (9448 Ereignisse).
 b) Normierter Radius R/R_{max} des Polyhedrons für $p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0$ (linke Skala).
 R/R_{max} für $p\pi^+\pi^+\pi^-$ (rechte Skala).

Abb. 4.2

Massenverteilungen $M(\pi_1^+\pi^-\pi^0)$, $M(\pi_2^+p)$ und $M(\pi_1^+\pi_2^+\pi^-\pi^0)$
 a) B^+p -Cluster, b) $\Delta^{++}\omega$ -Cluster, c) $\Delta^{++}\eta$ -Cluster.
 $M(p\pi_2^+)$ und $M(\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0)$ für pB^+ sind auf $0.74 \text{ GeV} < M(\pi_1^+\pi^-\pi^0) < 0.84 \text{ GeV}$ beschränkt.
 Kurven sind Breit-Wigner-Funktionen mit gefalteter Massenauflösung für die Mesonresonanzen und eine Streuphasenresonanzkurve für Δ^{++} .

Abb. 4.3 a)

Asymptotischer Produktionswirkungsquerschnitt für $\pi^+p \rightarrow B^+p$ als Funktion von P_{Labor} . Referenzen für verschiedene Energien in [AFZ 73].


- b) Massenverteilung $M(\omega\pi^+)$ (Selektion II)
 ——— Breit-Wigner-Funktion mit Untergrund
 $M(\omega\pi^+)$ mit $P_{\text{Proton}}^{\text{Lab}} < 1.2 \text{ GeV/c}$ und kein Δ^{++} .

Abb. 4.4

Differentieller Wirkungsquerschnitt für $\pi^+p \rightarrow B^+p$.
 Selektion I = B-Cluster. Selektion II = $\omega\pi^+$ -Ereignisse mit Einschränkung wie Abb. 4.3.b und $1.12 \text{ GeV} < M(\pi^+\omega) < 1.36 \text{ GeV}$.
 ——— $N_0 e^{-4|t|}$.

Abb. 4.5

$M(\pi^+\pi^-\pi^0)$ -Zerfallswahrscheinlichkeit λ für ω aus $B^+ \rightarrow \omega\pi^+$ und $\Delta^{++}\omega$ und für η aus $\Delta^{++}\eta$.
 ——— theoretischer Verlauf für $J^P = 1^-$
 - - - - - theoretischer Verlauf für $J = 0$.

Abb. 4.6

Definition des Koordinatensystems für den $B \rightarrow \omega\pi$ -Zerfall

Abb. 4.7 a)

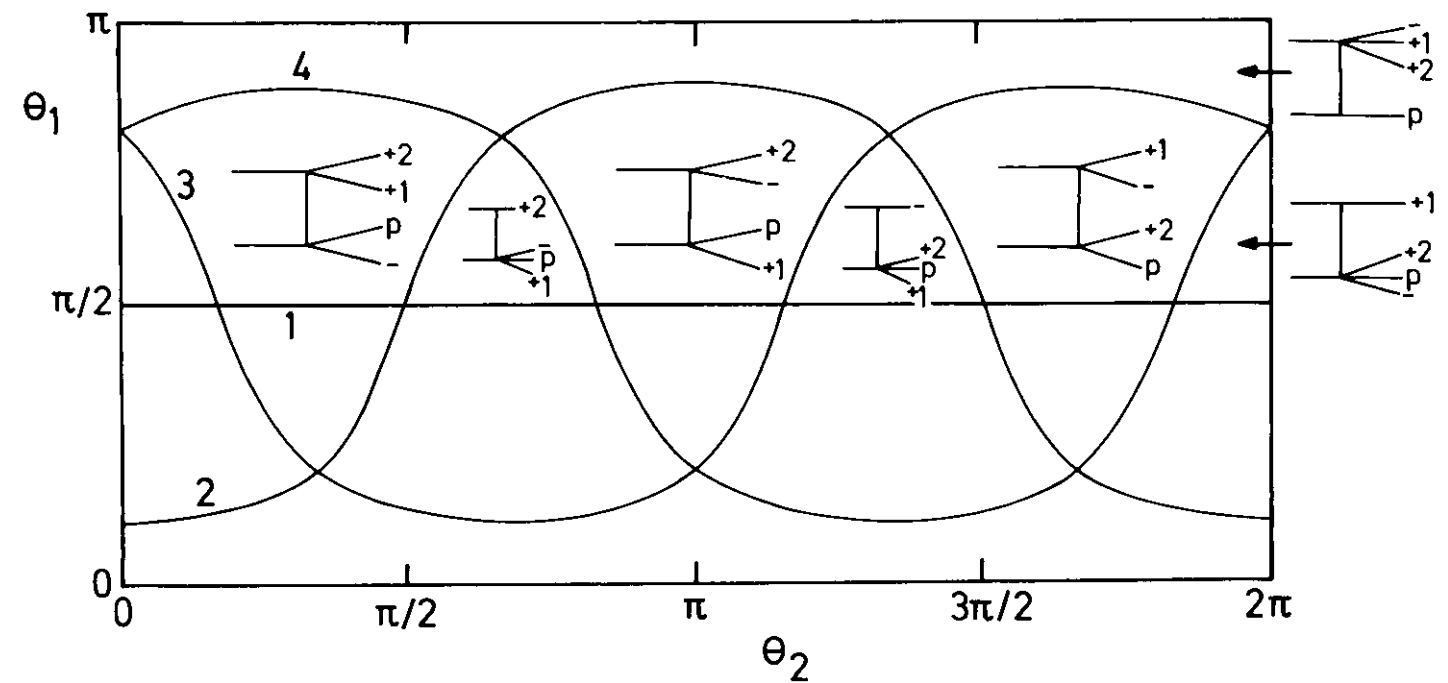
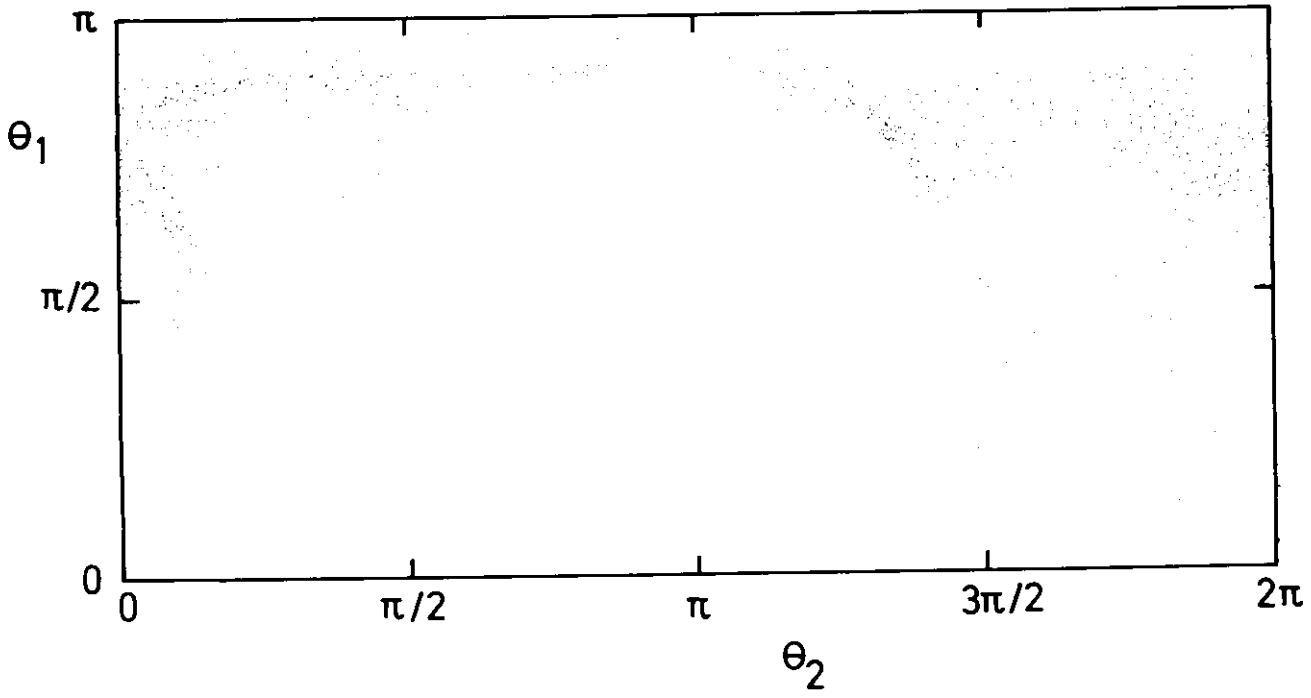
Helizitätswinkelverteilung des ω aus dem $B \rightarrow \omega\pi$ -Cluster

—— Anpassung von Formel 4.3.a.

b) Legendremoment des ω -Helizitätswinkels als Funktion der $\omega\pi^+$ -Masse.

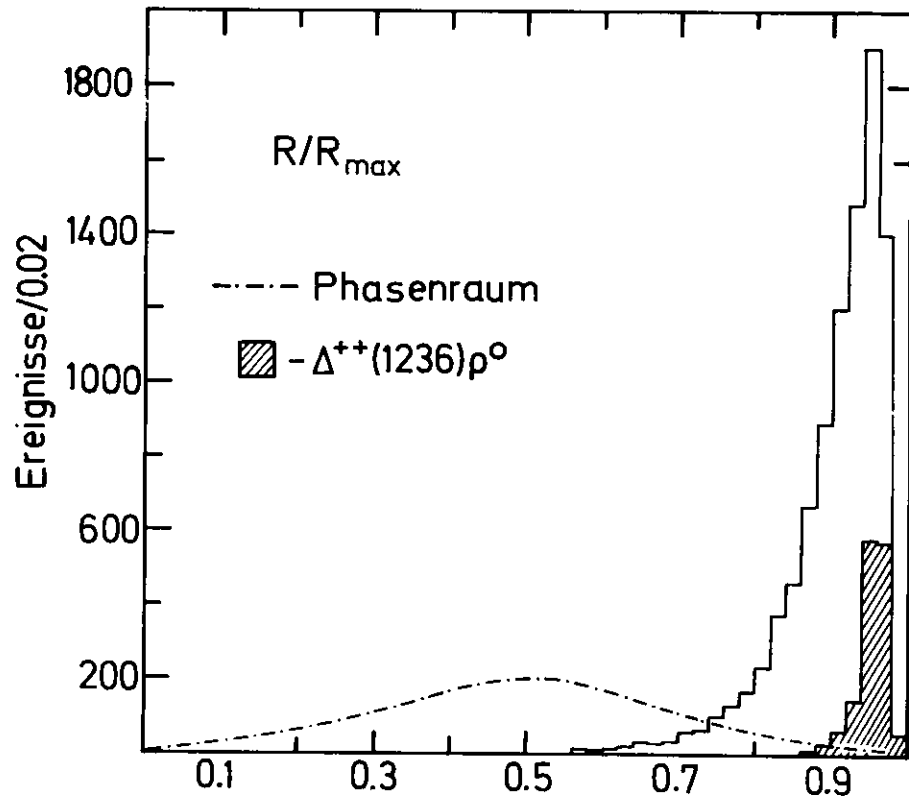
Abb. 4.8

Unnormierte Erwartungswerte $\langle D_{00}^2(\phi\theta\phi) \rangle$ und $\langle D_{20}^2(\phi\theta\phi) \rangle$ als Funktion von $M(\omega\pi^+)$ für den B-Cluster.

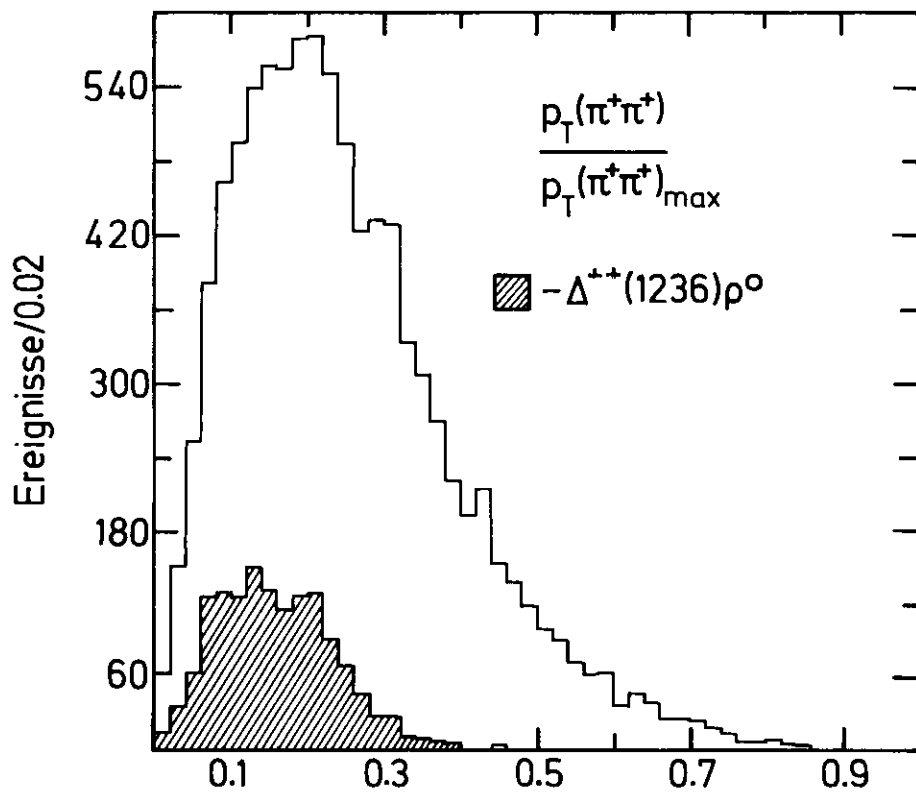


- 1) $q(p) = 0$
- 2) $q(\pi_1^+) = 0$
- 3) $q(\pi_2^+) = 0$
- 4) $q(\pi^-) = 0$

Abb. 3.1



(a)



(b)

Abb.3.2

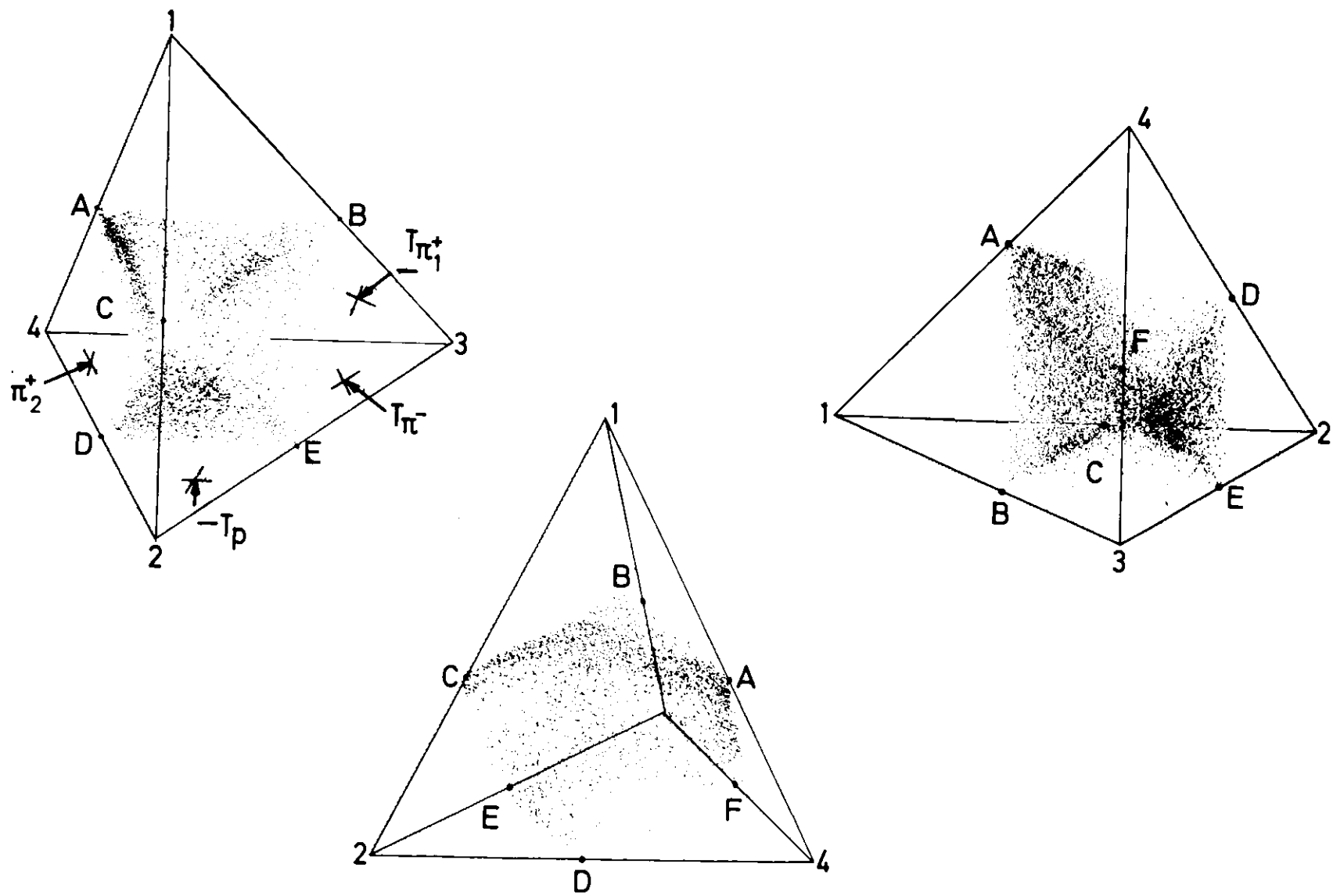


Abb.3.3

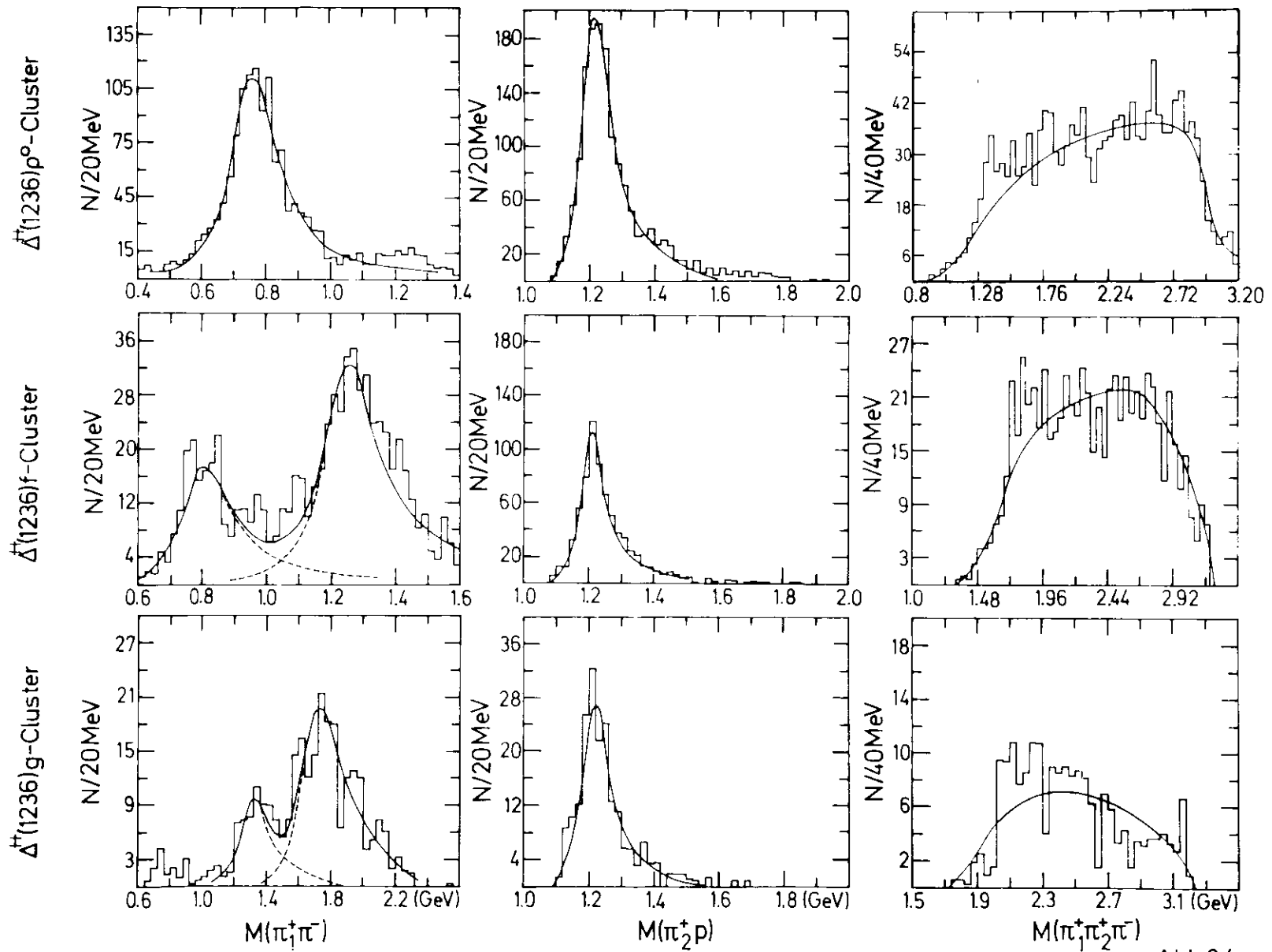


Abb.3.4

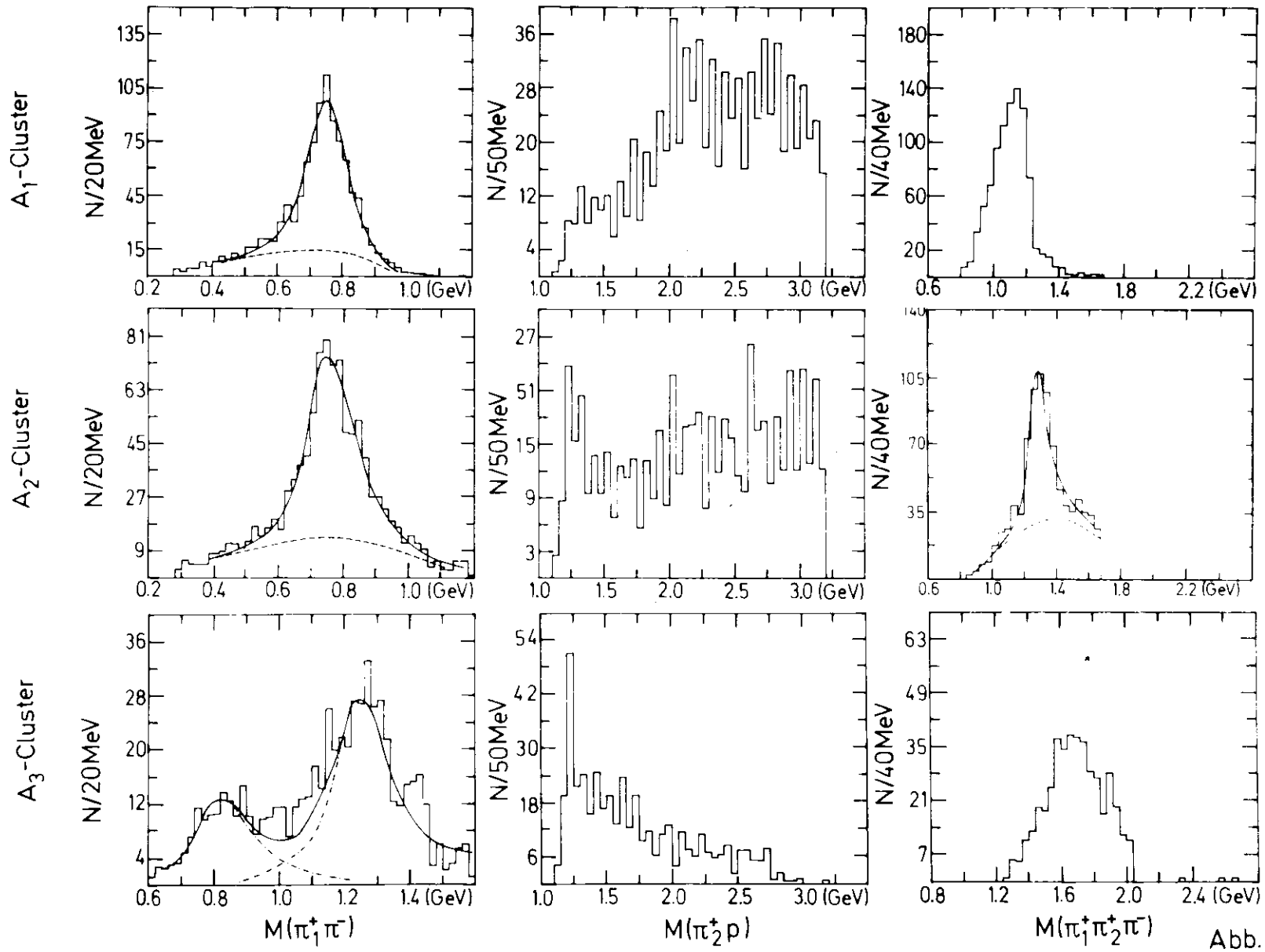


Abb.35

dN/dt [Ereignisse/ $0.02(\text{GeV}/c)^2$]

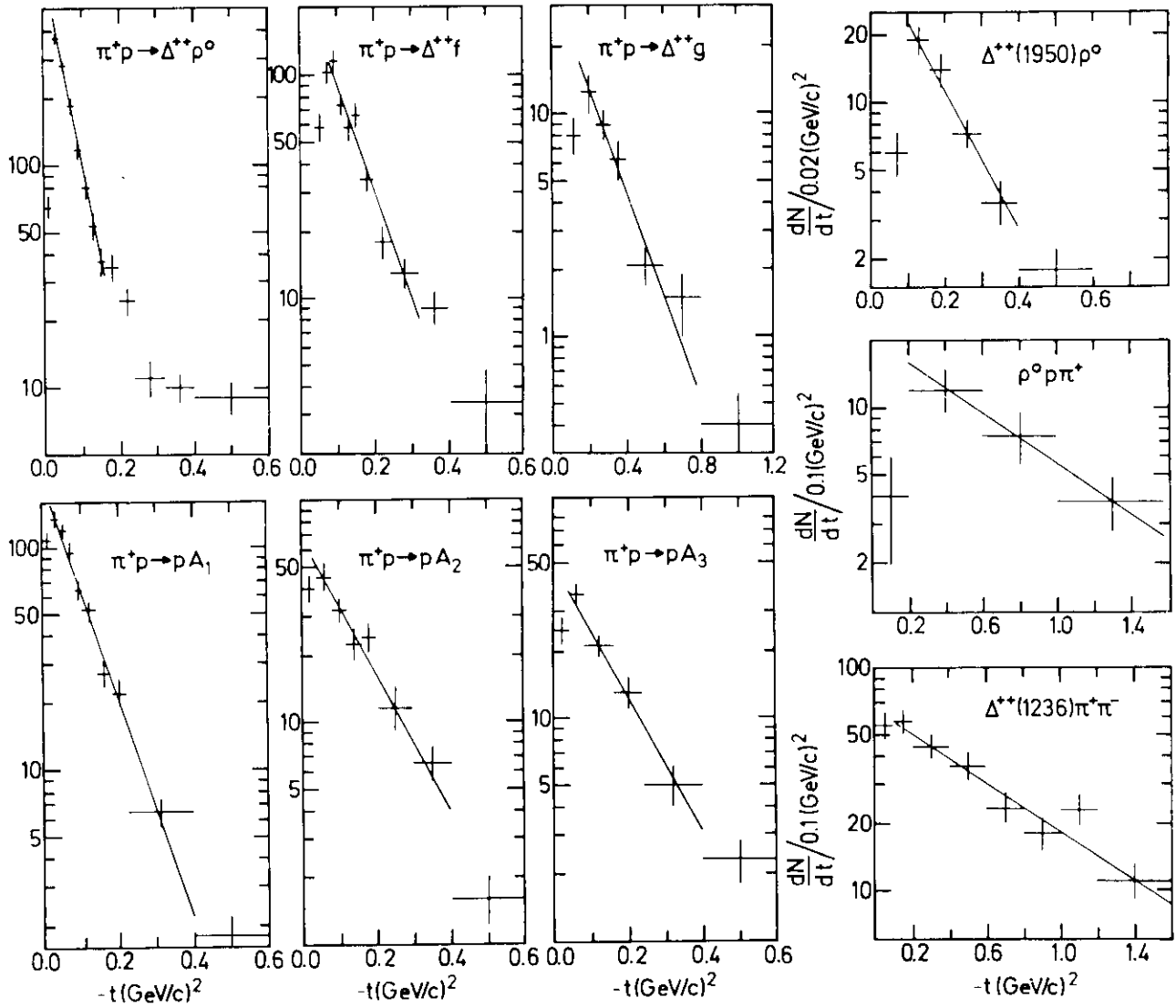


Abb.3.6

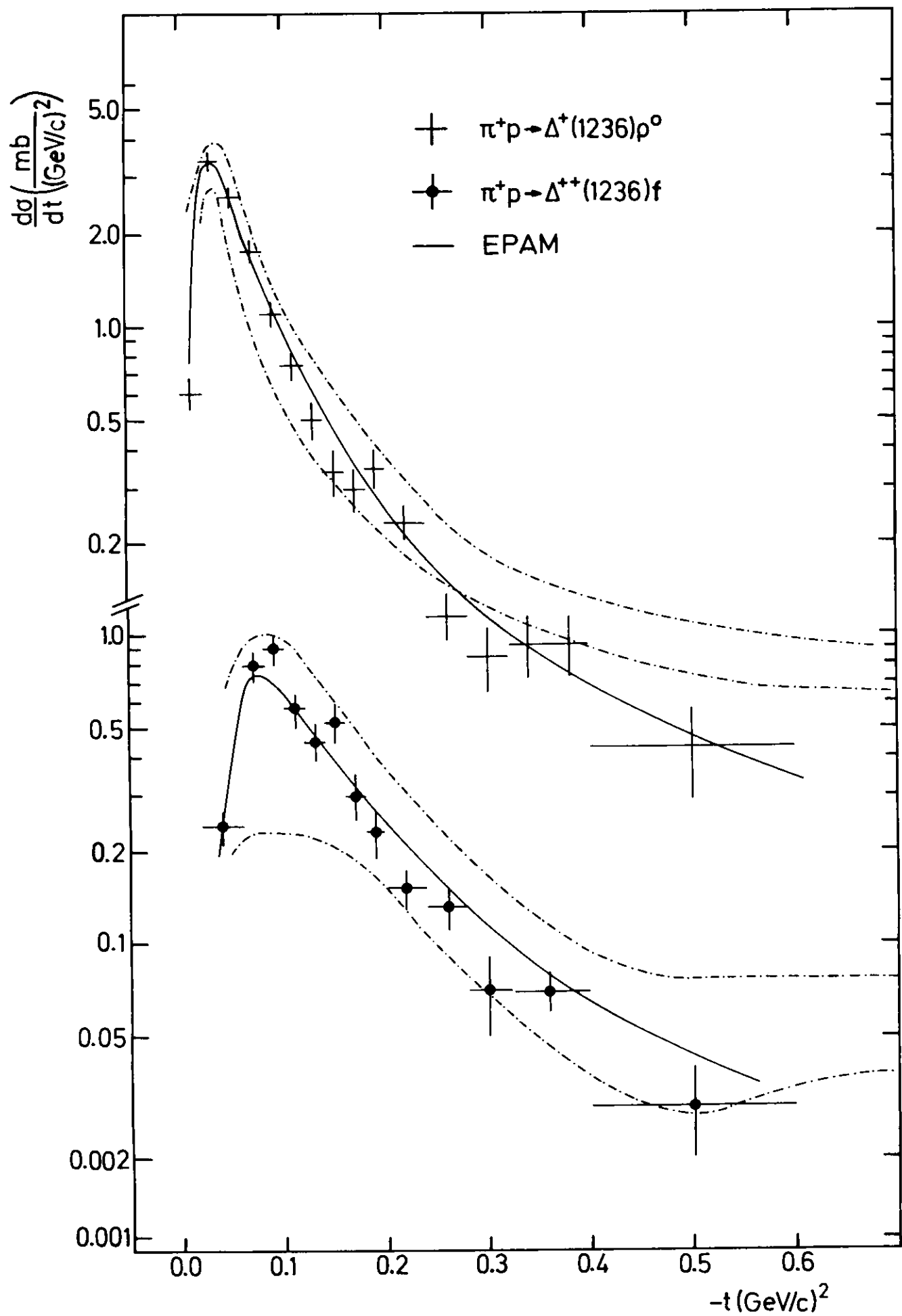
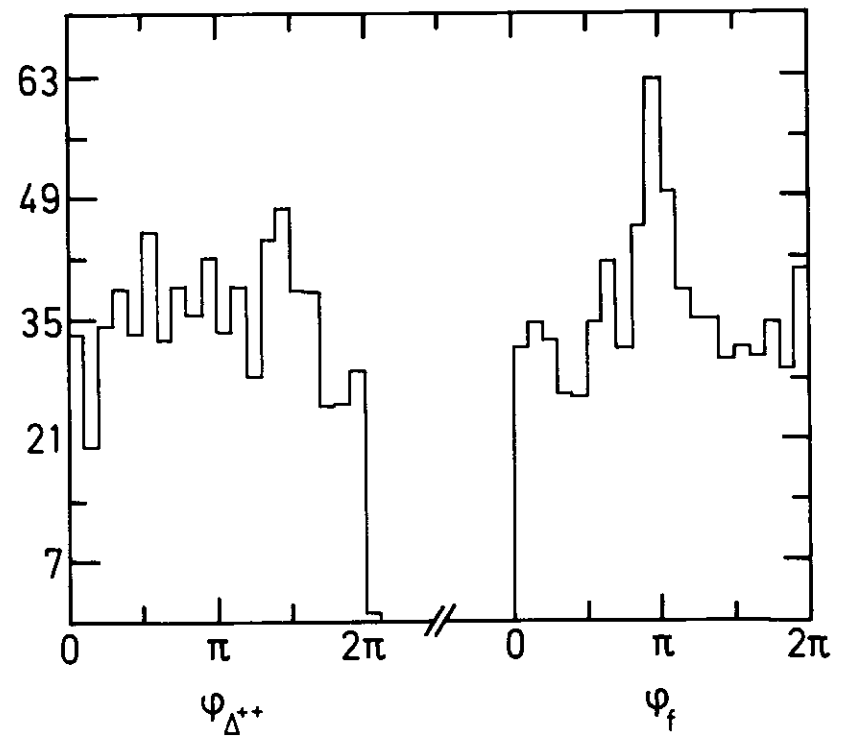
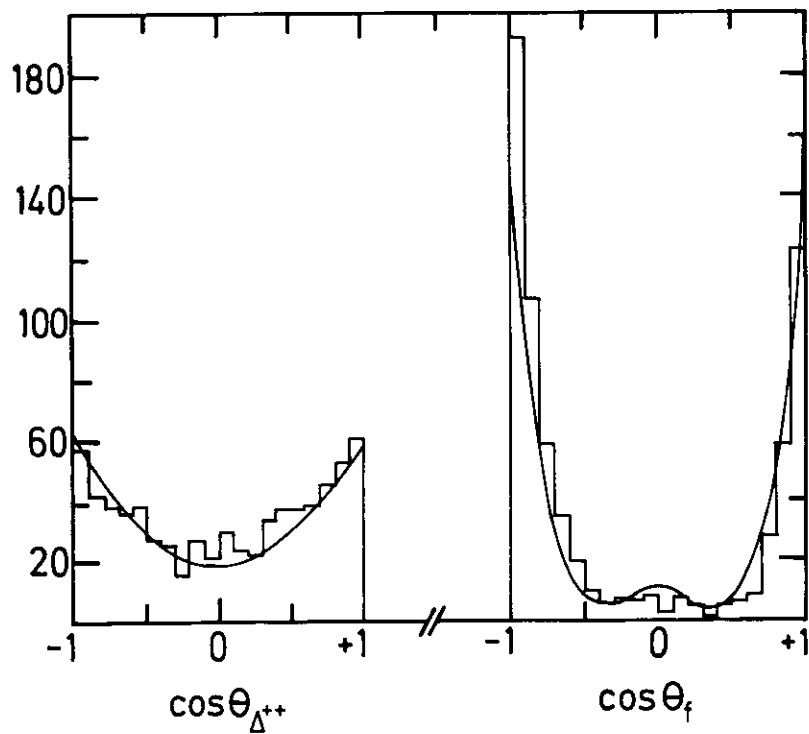
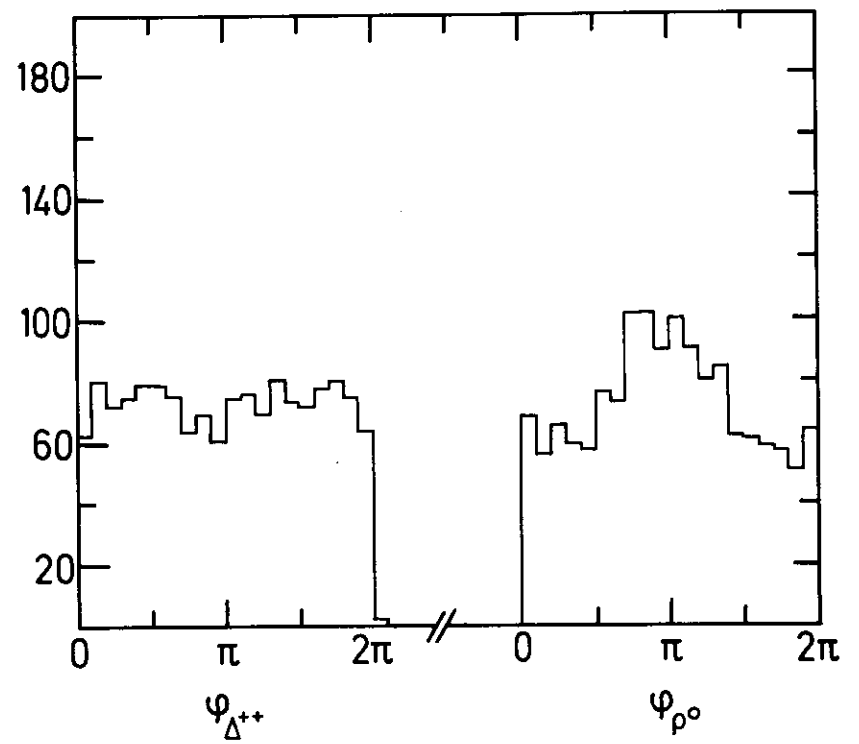
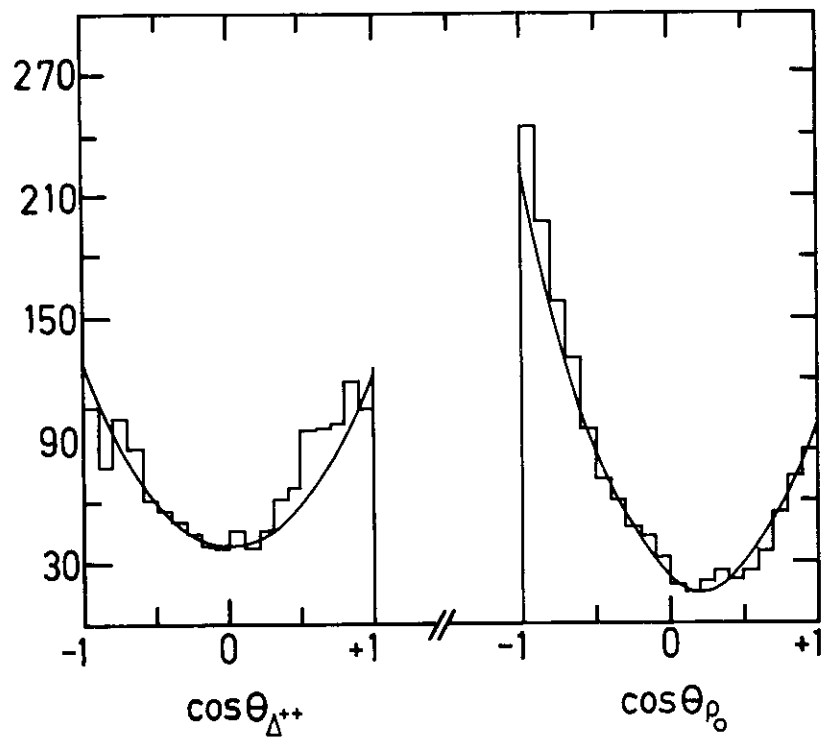


Abb. 3.7

Abb.3.8



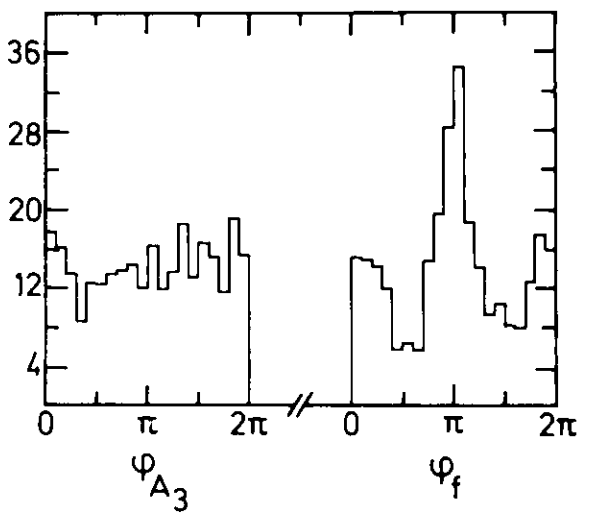
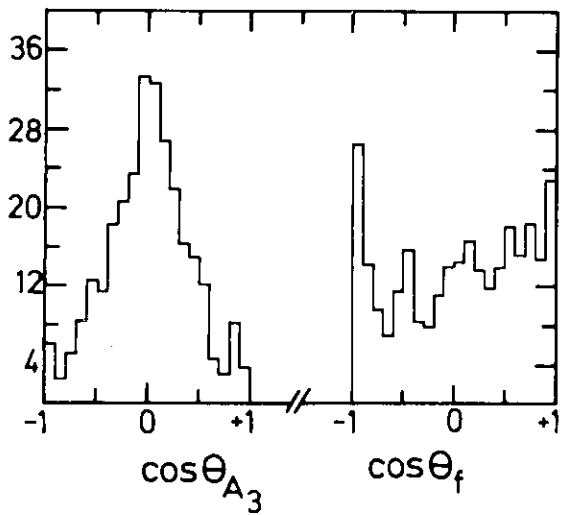
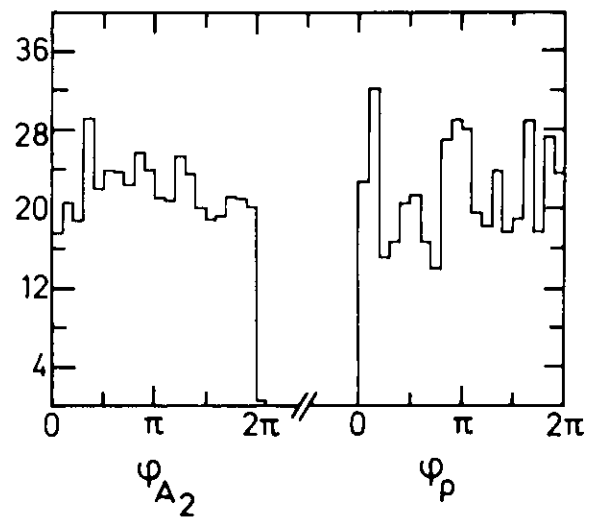
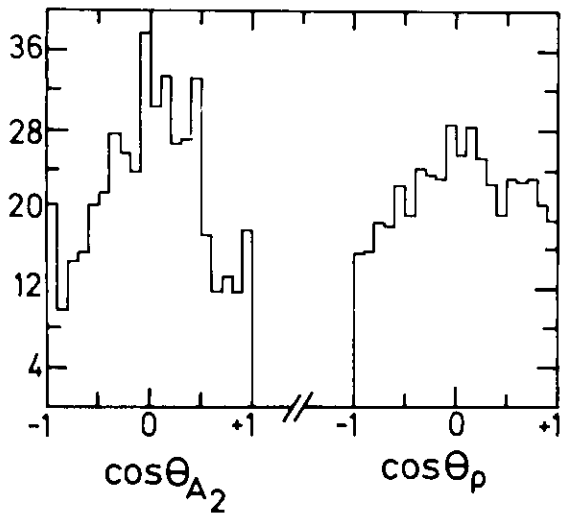
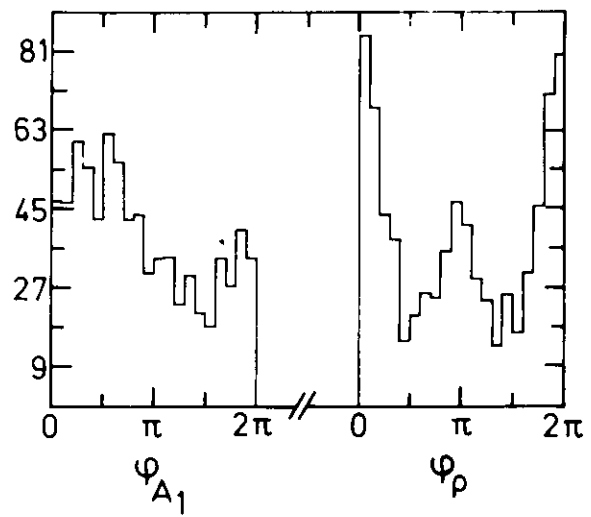
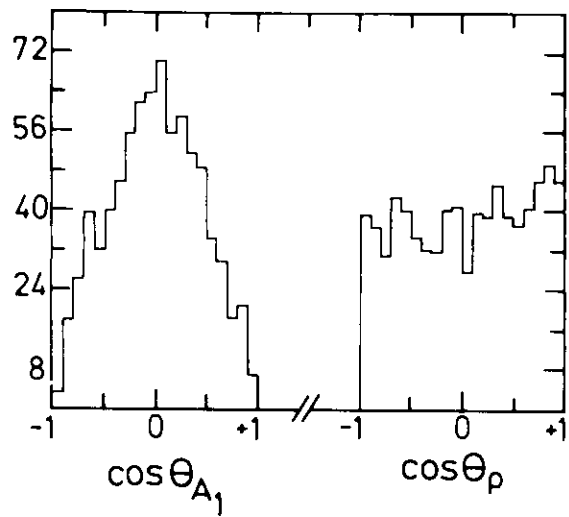
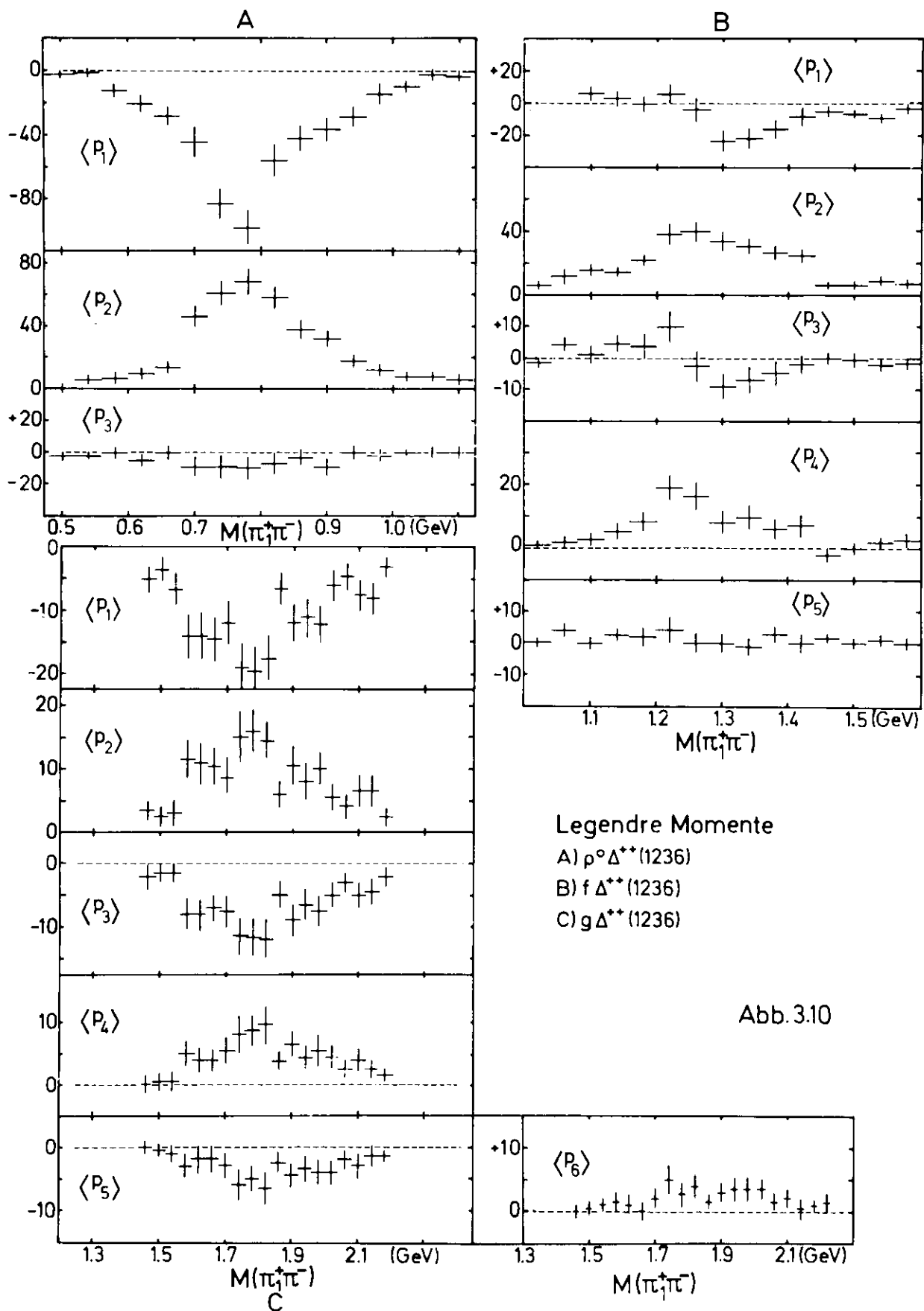


Abb.3.9



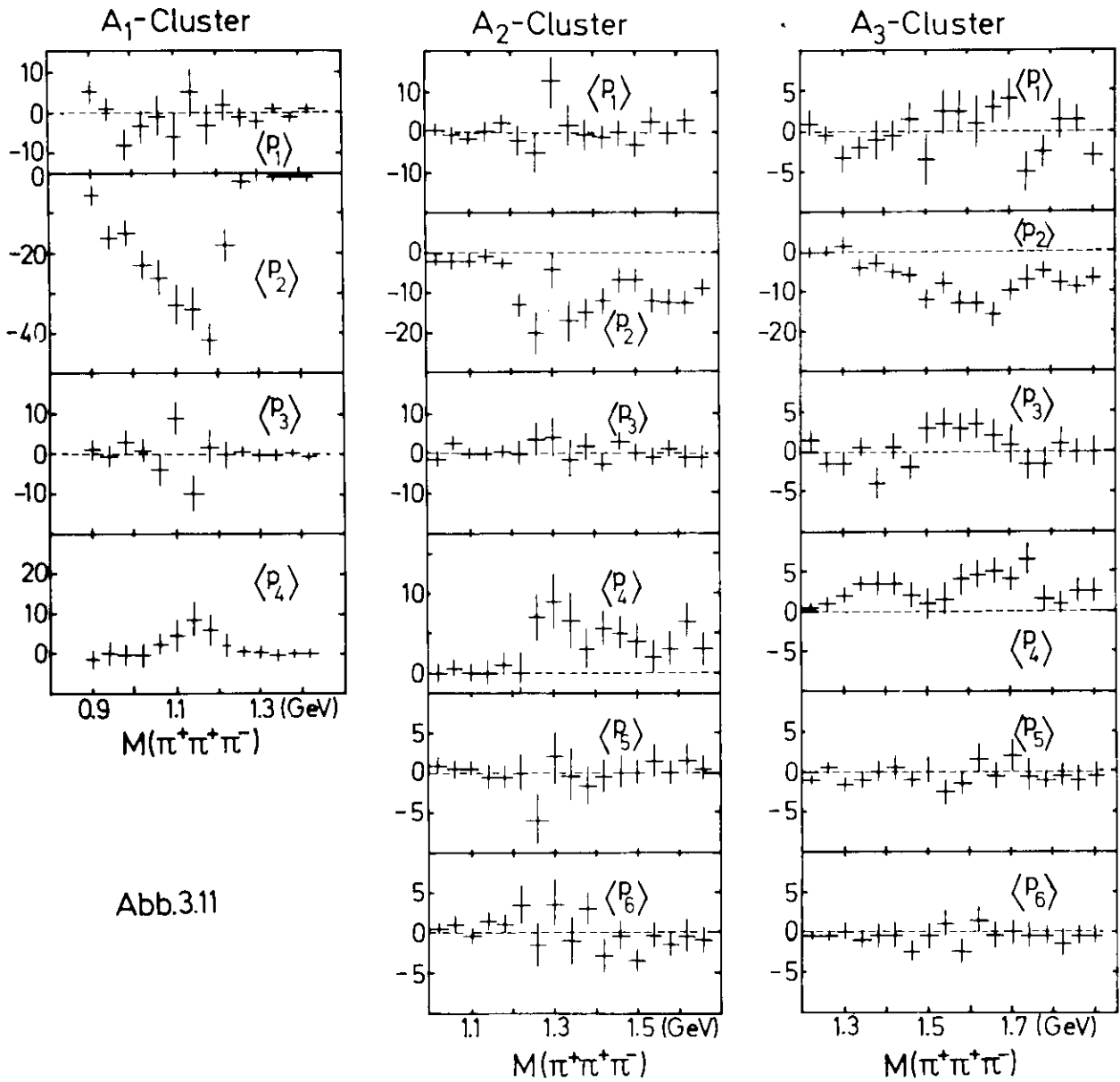


Abb.3.11

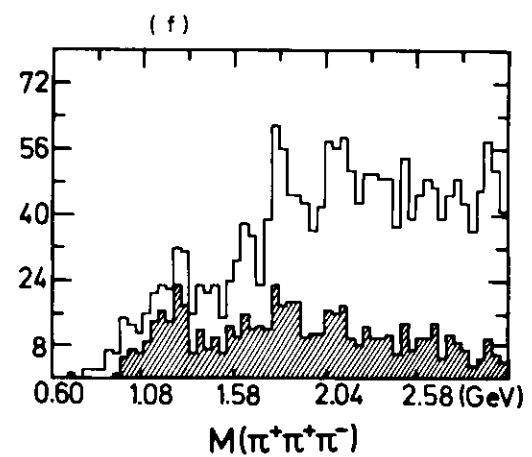
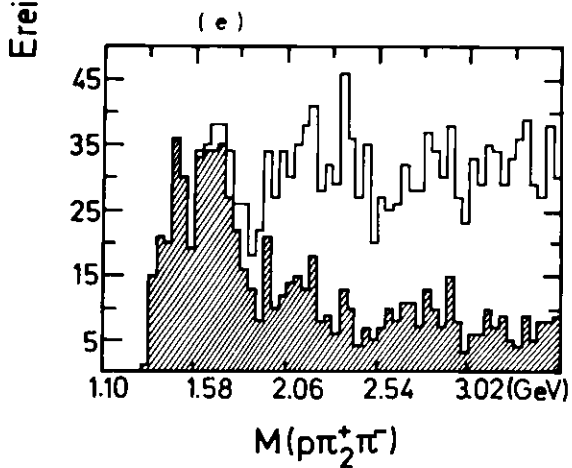
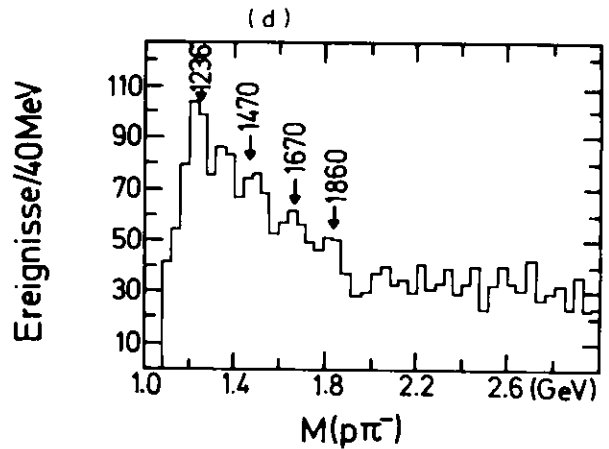
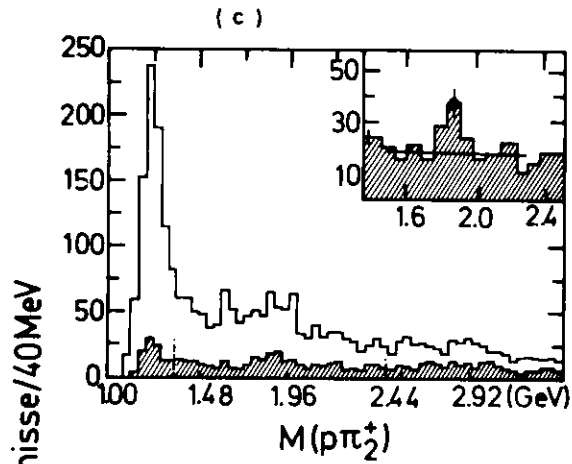
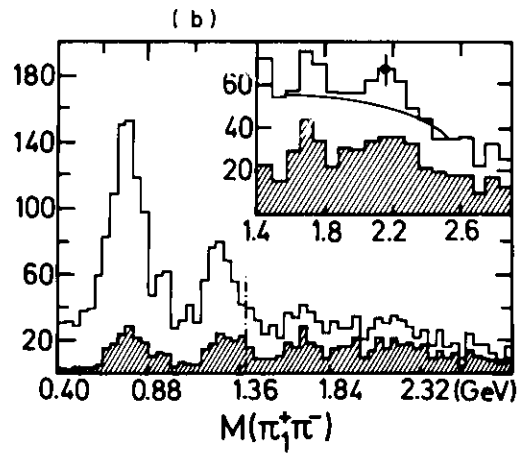
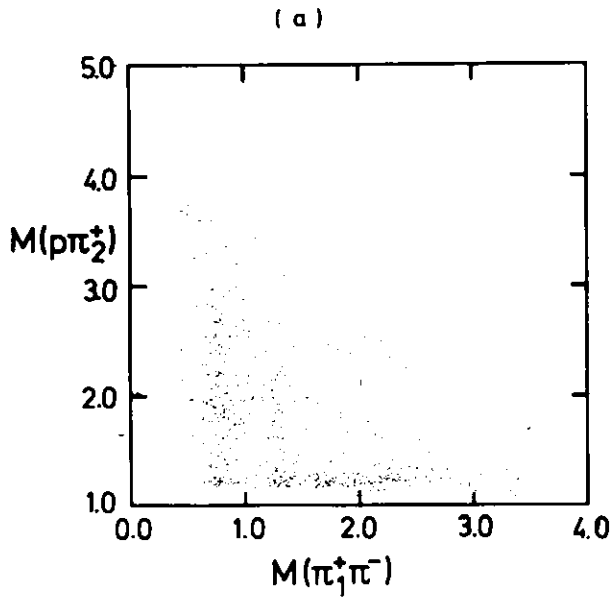


Abb.3.12

Nicht markierte Ereignisse

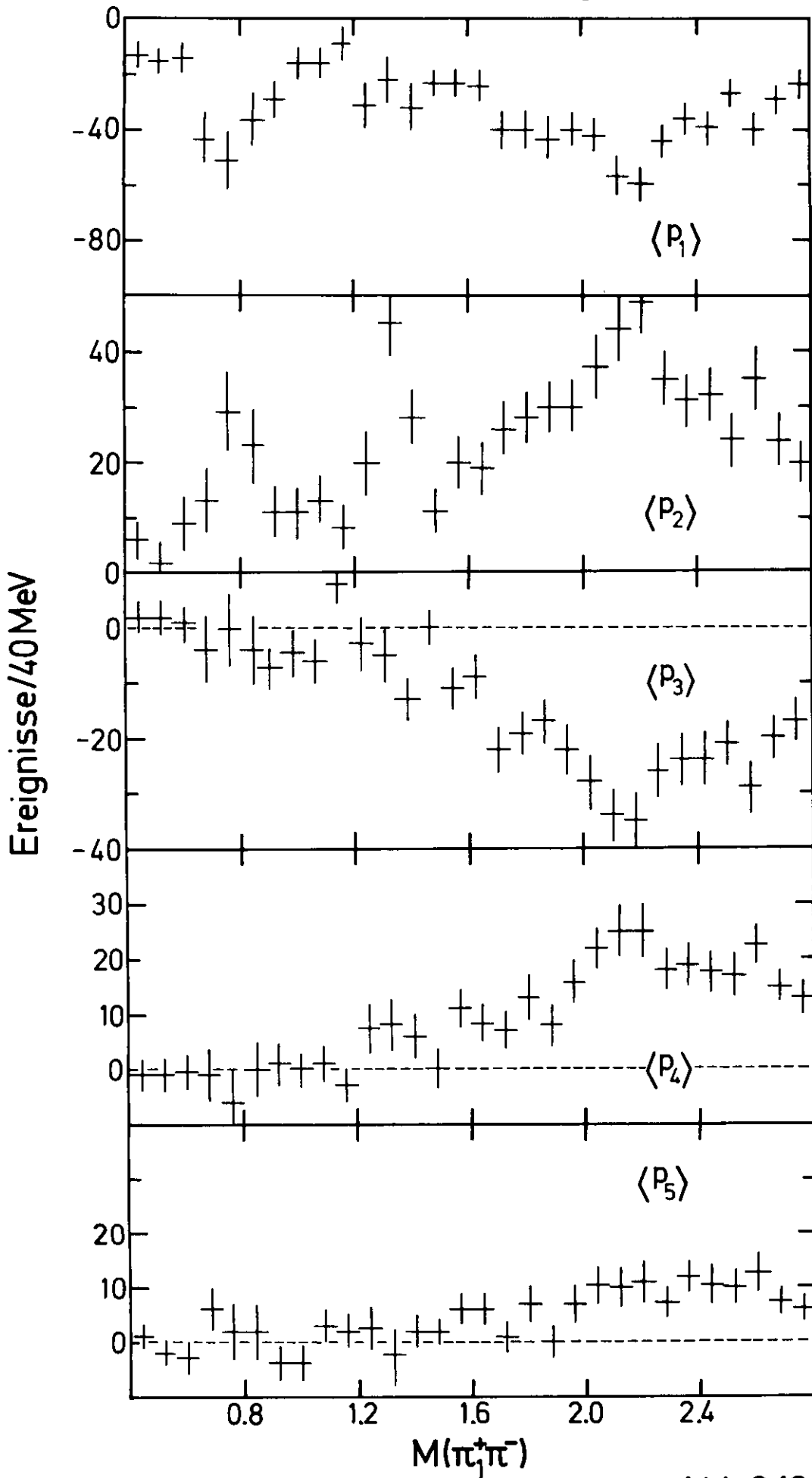


Abb.3.13

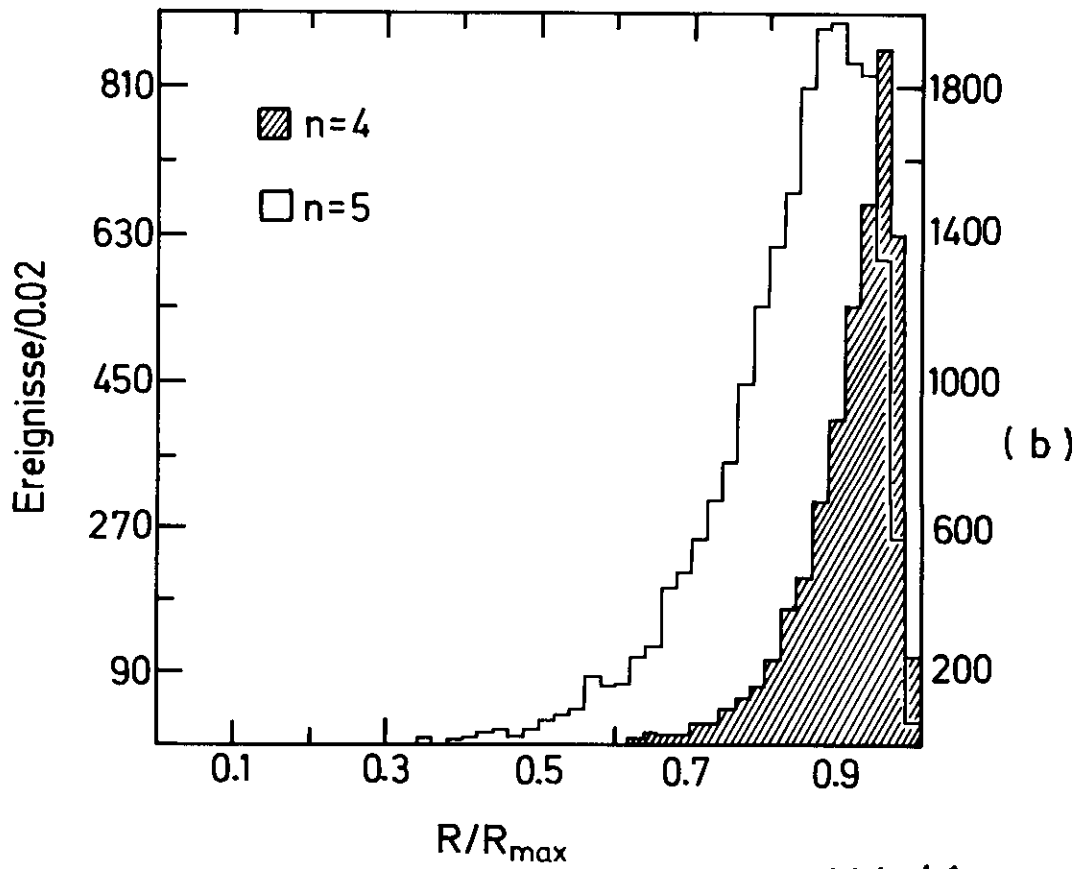
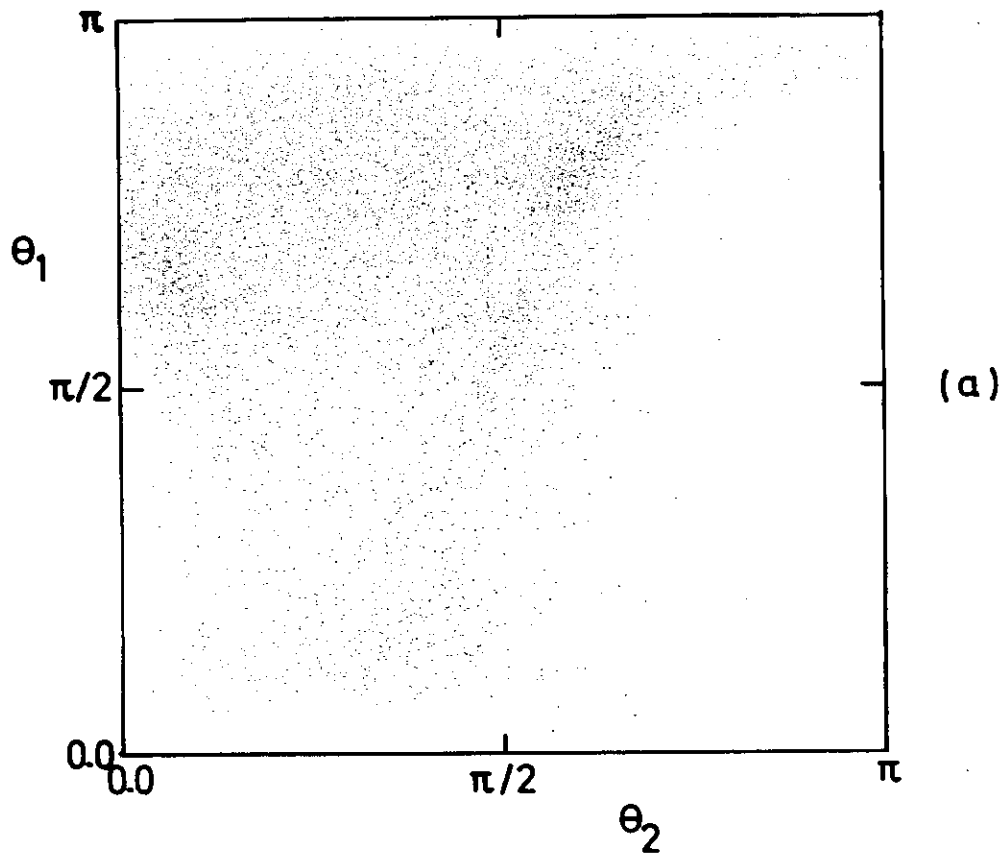


Abb.4.1

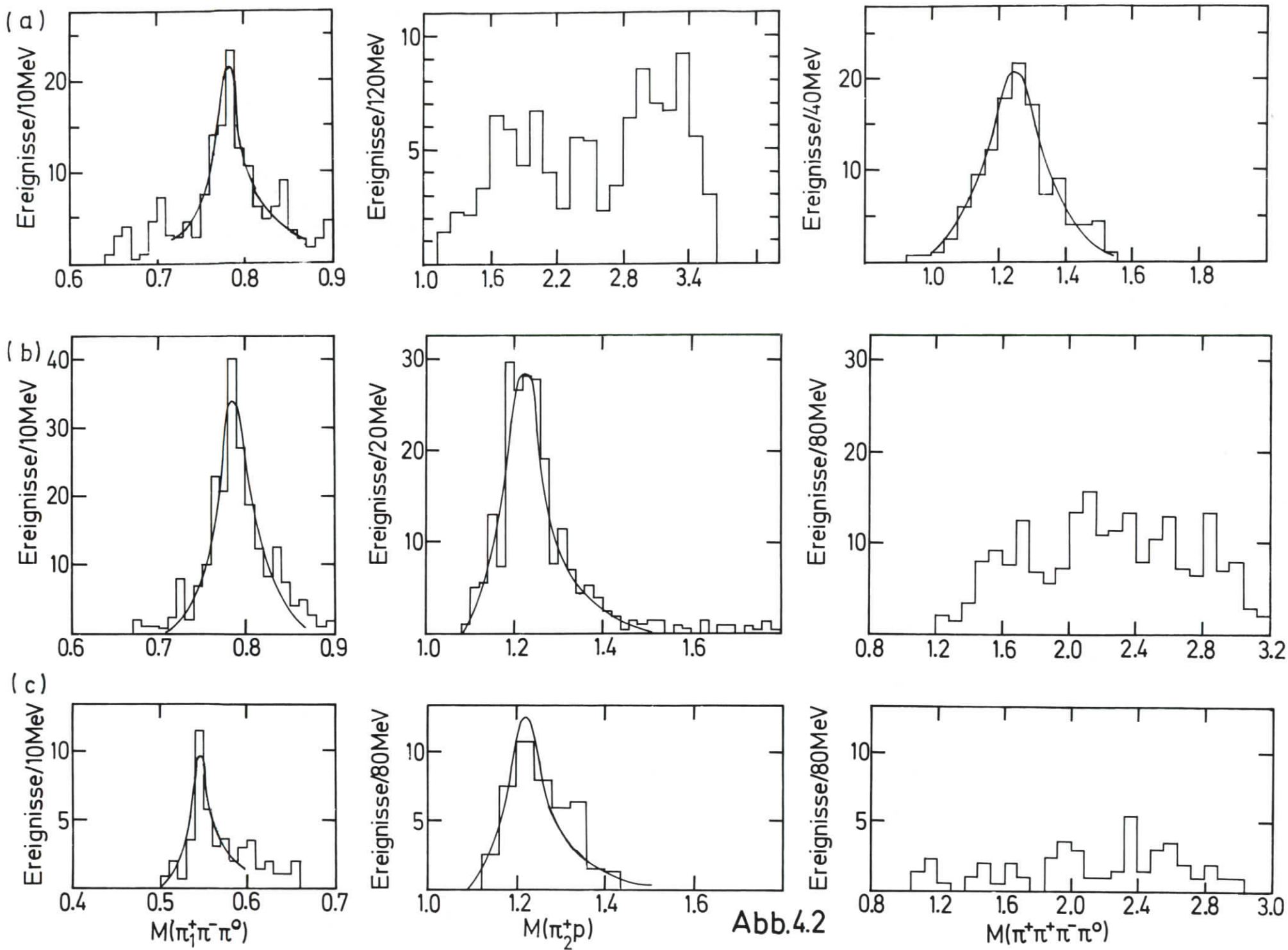
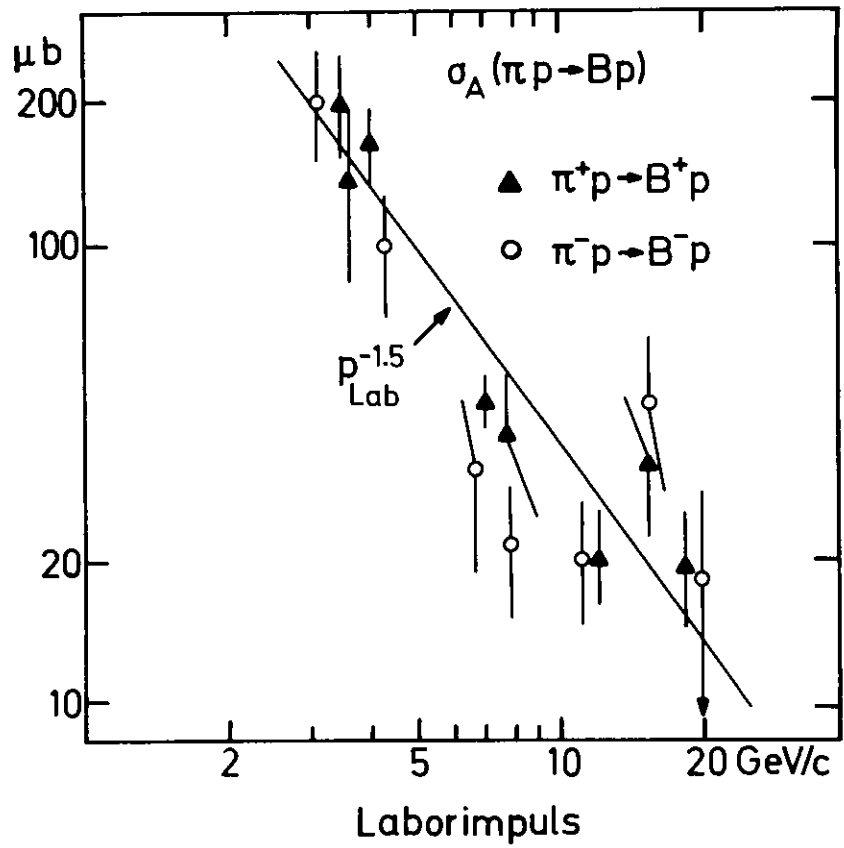
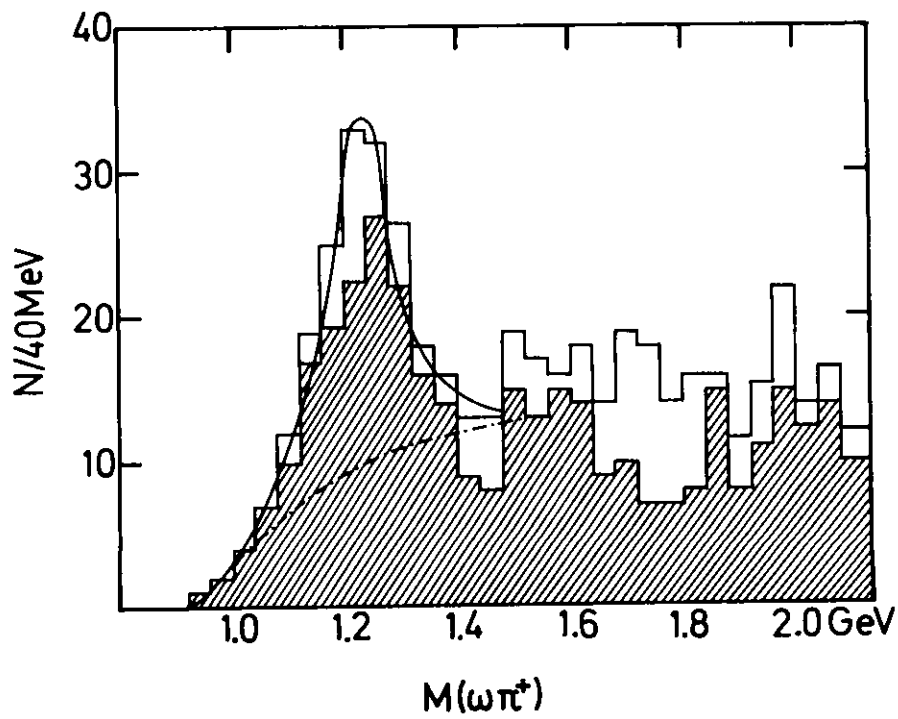


Abb.4.2



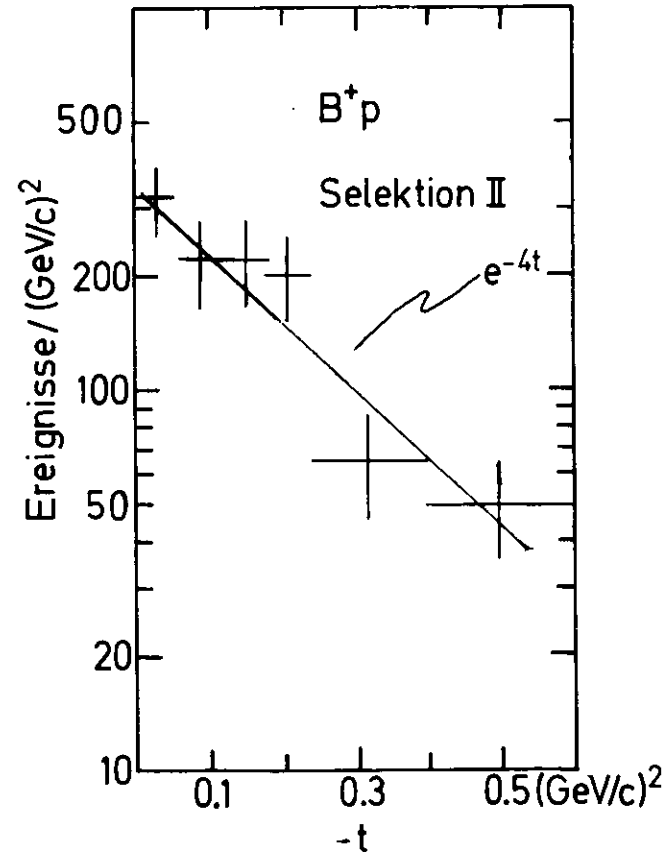
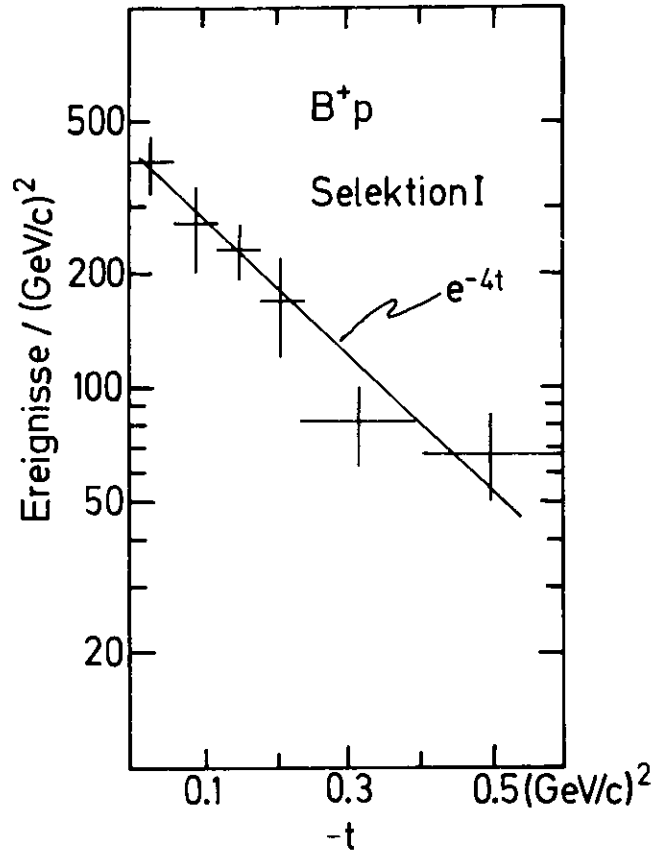
(a)



(b)

Abb.4.3

Abb.4.4



$$\frac{dN}{d\lambda} \quad (\text{Ereignisse}/0.2)$$

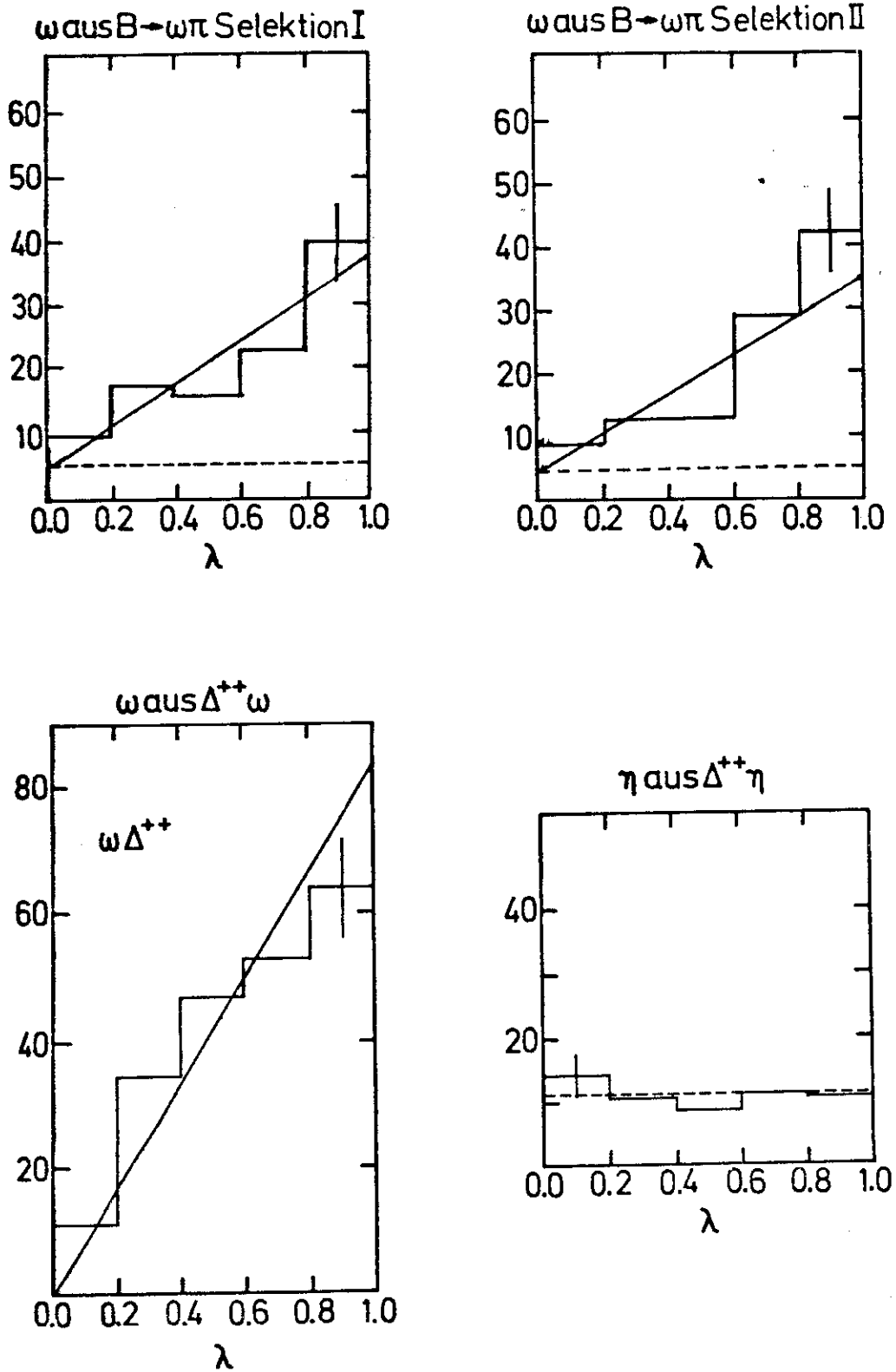
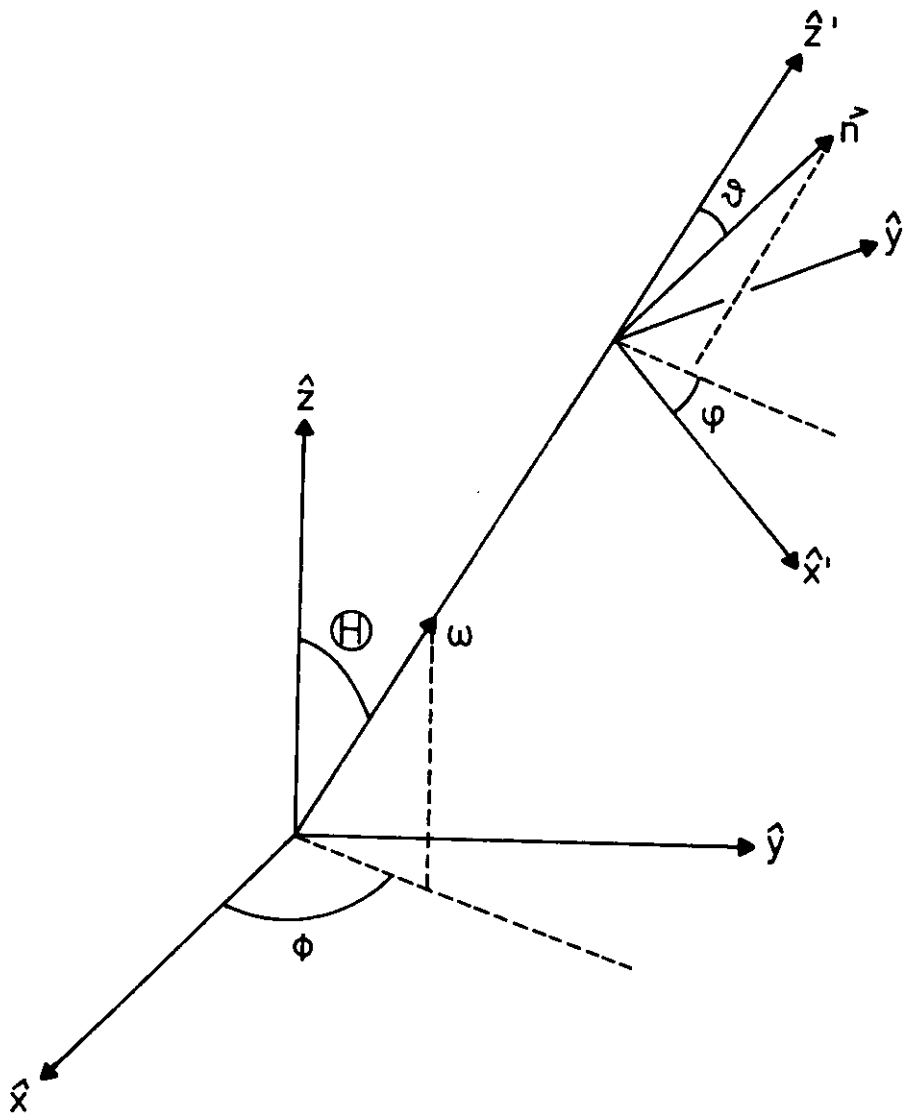
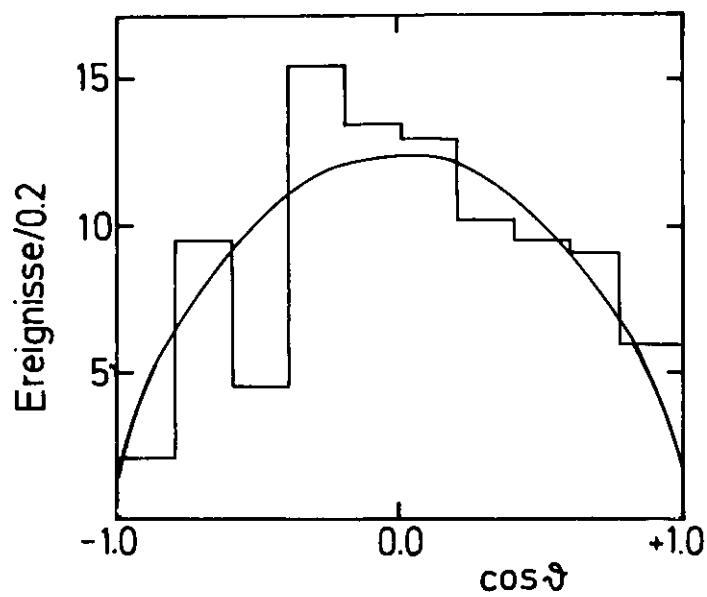


Abb.4.5

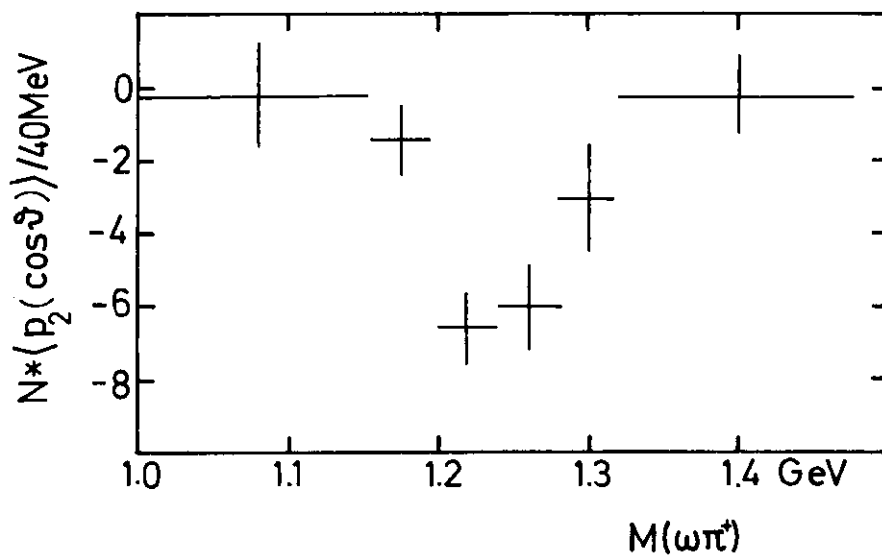


$$\hat{z}' = \frac{\vec{\omega}}{|\vec{\omega}|} \quad \hat{y}' = \hat{z}' \times \hat{z} \quad \hat{x}' = \hat{y}' \times \hat{z}' \quad \hat{n} = \hat{\pi}^+ \times \hat{\pi}^-$$

Abb.4.6



(a)



(b)

Abb.4.7

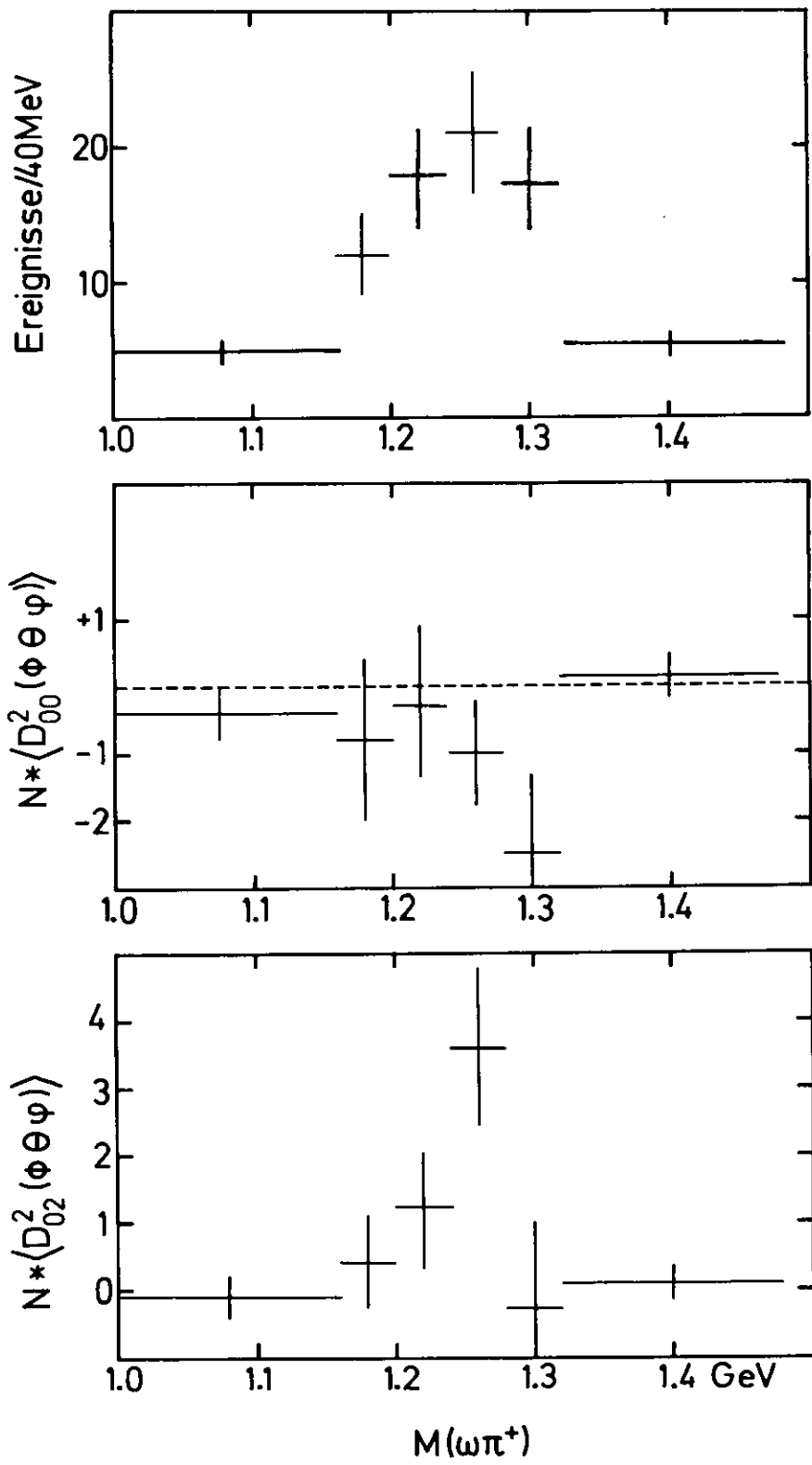


Abb.4.8

Danksagung

Herrn Prof. M.W. Teucher danke ich herzlich dafür, daß er mir ermöglichte in der Blasenammergruppe zu arbeiten.

Herrn Dr. P. Söding bin ich besonders dankbar für viele Diskussionen und klärende Ratschläge.

Meinen Freunden und Kollegen danke ich für die anregenden Gespräche, besonders den Herrn Dr. E. Bassler, Dr.H. Nagel und K. Wacker danke ich für die gute Zusammenarbeit in diesem Experiment.

Allen Mitarbeitern der an dieser Kollaboration beteiligten Institute danke ich für die Überlassung der Daten.

Frau E. Hell danke ich für die mühevollen Schreibarbeit und Frau Siegner für die sorgfältige Anfertigung der Zeichnungen.

Lebenslauf

Am 30.12.1944 wurde ich als Sohn des Kaufmanns Wilhelm Schlatter und seiner Frau Erika, geb. Nacken, in Schramberg/Schwarzwald geboren.

Von 1951 bis 1955 besuchte ich die Grundschule in Ludwigshafen/Rhein und in Hamburg. Ab 1955 besuchte ich zunächst das Gymnasium Poppenbüttel in Hamburg und von 1956 ab das mathematisch naturwissenschaftliche Gymnasium in Mannheim, wo ich am 29.2.64 die Reifeprüfung bestand.

Nach 18 Monaten Wehrdienst begann ich im WS 65/66 an der Universität Göttingen mit dem Studium der Physik. Das Vordiplom legte ich am 10.4.68 an der Technischen Universität Hannover ab. Vom WS 68/69 an studierte ich an der Universität Hamburg weiter. In der Blasenkammergruppe des II. Instituts für Experimentalphysik unter der Leitung von Prof. Dr. M.W. Teucher schrieb ich meine Diplomarbeit über das Thema

"Die Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \eta \Delta^{++}$, $\pi^+ p \rightarrow \omega \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow B^+ p$ bei 11.7 GeV/c Eingangsimpuls".

Am 7. Juli 1971 legte ich die Diplomprüfung ab. Seitdem bin ich als wissenschaftlicher Angestellter in der Blasenkammergruppe tätig.

Im Juni 1972 heiratete ich meine Frau Ursula, geb. Tabke.