DESY-Bericht A 1.5 Hamburg den 8.6.1959 Dr. Ha/Br

Über die Gestaltung des DESY-Magneten

- 1. Die Berechnung der Polkontur
- 1.1 Forderungen an die Polkontur
- 1.2 Geometrische Deutung der Rechnung
- 1.3 Mathematische Beschreibung der Abbildung
- 1.4 Betrachtung der Feldverhältnisse
- 1.5 Wahl der verfügbaren Parameter und Ausgabe der Resultate
- 1.6 Einfluß von symmetrischen Abweichungen der Kontur auf den Verlauf des Feldindex (Toleranzen)
- 1.7 Einfluß der endlichen Permeabilität
- 1.8 Einfluß der Spulen
- 1.9 Einfluß des weiteren Jochverlaufes
- 1.10 Formeln und Ergebnisse
- 1.11 Berechnung der Kontur für ein CG-Synchrotron
- 2. Die Formgebung der Endblocks
- 2.1 Erwünschte Eigenschaften der Endblocks
- 2.2 Strenge Erfüllung der Forderungen von 2.1 für den ebenen Fall
- 2.3 Abweichungen vom idealen Verhalten
- 3. Der magnetische Kreis
- 3.1 Aufbau des elektrolytischen Troges bei DESY
- 3.2 Auswertung der Messungen im Trog
- 3.3 Festlegung des "C"-Schnittes
- 4. Mitarbeit; Literaturstelle

Neu geschrieben am 26. 10. 1961 geänderte Stellen sind durch * kenntlich gemacht.

1. Die Berechnung der Polkontur

In der DESY-Notiz A 2.29 vom 1.8.1958 wurde unter 3. schon vorgeschlagen, den Luftspalt im D- und F-Sektor wegen der starken Änderung der Amplitudenfunktion für die Struktur mit 24 Feldperioden verschieden zu dimensionieren. In der DESY-Notiz A 2.30 vom 6.11.1958 wurden bereits die Parameter für die Luftspalthöhen und die Plateaubreiten der beiden Sektortypen angegeben. Erforderlich ist die Entwicklung eines radial defokussierenden (offenen) Sektors (D-Sektor) mit großer Luftspalthöhe und kleiner Plateaubreite sowie die eines radial fokussierenden Sektors (F-Sektor) mit einer kleinen Luftspalthöhe und einer großen Plateaubreite. Für die Magnetgruppe bedeutet die Entwicklung von zwei sehr verschiedenen Sektortypen erhöhte Modellkosten, die jedoch durch die wesentlich erhöhte Acceptanz der Maschine gerechtfertigt scheinen. Nach den Erfahrungen, die von anderen Synchrotronerbauern vorliegen, wurden stets mehrere Modelle benötigt, bis der Auftrag auf die Serie für den Hauptmagneten erteilt werden konnte. Eine wesentliche Erleichterung sollte es sein, wenn die richtige Polkontur als bekannt vorausgesetzt werden kann. Versuche hierzu liefen bei DESY seit Anfang 1958, indem im elektrolytischen Trog die Felder von verschiedenen Profilen untersucht wurden. Die Feldstärke in der Mittelebene konnte auf 0,5 % genau gemessen werden. Dies genügt jedoch nicht, um Aussagen über den Verlauf des Feldindex zu gewinnen. Die Genauigkeit, mit der es möglich ist, vom Feldverlauf auf den n-Verlauf zu schließen, wird in 1.8 erörtert. Auf experimentellem Wege gelangt man nur auf dem Umweg über magnetische Modelle zu einer hinreichend genauen Kenntnis des Gradientenverlaufes. Es sollte jedoch auch möglich sein, die zu einem geforderten Gradientenverlauf gehörende Kontur zu berechnen. Es gelang, eine geschlossene Lösung für einen gegenüber der Wirklichkeit nur wenig idealisierten Fall zu finden. Die zunächst gemachten Vernachlässigungen bestehen in der Annahme, daß die Permeabilität des Eisens unendlich sei und darin, daß die Spulen in großer Entfernung sitzen und die von der gerechneten Kontur in weiterer Entfernung abweichende Gestalt des Joches keinen

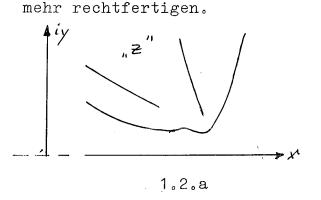
Einfluß mehr auf das Feld hat. Doch können alle drei Vernachlässigungen nachher als Störung noch in ausreichender Weise berücksichtigt werden.

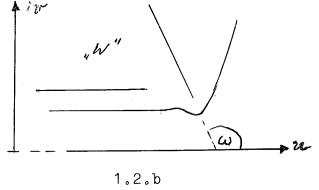
1.1 Forderungen an die Polkontur

Die Forderungen, daß das Profil am Sollkreis eine bestimmte Luftspalthöhe gewährleistet und daß der relative Fehler des Feldindex innerhalb einer vorgegebenen Breite (Plateaubreite) einen vorzugebenden Wert nicht überschreitet, genügen allein nicht. Darüber hinaus muß mit Rücksicht auf die magnetischen Eigenschaften des Bleches verlangt werden, daß das Abweichen von der idealen Hyperbel der Polkontur (Abschneiden) so langsam erfolgt, daß die Sättigung in den Polrändern genügend gering bleibt. Andererseits soll die geforderte Plateaubreite mit sparsamstem Aufwand an gespeicherter magnetischer Energie erreicht werden. Die Polkontur soll in die Polflanke etwa unter einem rechten Winkel zur Mittelebene einmünden. Die Berechnung soll überdies ökonomisch sein, d. h. nicht so kompliziert, daß man sich zu leicht verrechnet. Die mit dem Abschneiden verbundenen Störungen des Verlaufes des Feldindex können durch Korrekturnasen kompensiert werden. Die ganze Profilberechnung ist eigentlich nichts weiter als eine Theorie dieser Korrekturnasen, also des Einflusses des Polrandes auf das Plateau. Es erhellt, daß man gerne bei der Beschreibung des einen Polrandes vom Einfluß des anderen Polrandes absehen möchte. Tut man dies, so kann man für die Polkontur etwa vom Sollkreis an bis hinein in die Polflanke eine geschlossene Lösung angeben. Beim F-Sektor sind die vom Rand herrührenden Einflüsse auf die Kontur selbst und den Feldindex am Sollkreis vernachlässigbar klein. Beim D-Sektor sind sie so klein, daß der richtige Verlauf durch die Überlagerung beider Randstörungen wie bei einer Störungsrechnung ermittelt werden kann. Hierdurch rechtfertigt sich die Berechnung jeweils nur eines Polrandes. Als bekannt darf für das Folgende vorausgesetzt werden, daß ein Feld mit konstantem Gradient (lineare Zunahme der Feldstärke) ein Vierpolfeld ist, bei dem die magnetischen Äquipotentiallinien rechtwinklige Hyperbeln darstellen.

Im vorliegenden Fall ist nach den Voraussetzungen die Kontur für den Ausschnitt aus einem Vierpolfeld zu berechnen. Vergegenwärtigt man sich die Bedeutung der analytischen Fortsetzung der Funktionentheorie, so ist klar, daß man einen Ausschnitt aus dem Vierpolfeld niemals in aller Strenge wird darstellen können, jedoch kann man den Fehler innerhalb einer zugelassenen Abweichung halten, wenn diese nur nicht streng zu Null gemacht wird.

Geometrische Deutung der Rechnung (vgl. 1.2.a und 1.2.b) Der Gedankengang, der der Rechnung zugrunde liegt, kann ohne Formeln dargelegt werden. Beschrieben wird die Kontur in einer z = x + i y-Ebene. x sei die radiale Koordinate, die ihren Nullpunkt im Ursprung des Vierpolfeldes hat. Am Sollkreis ist x = Xs. Durch eine quadratische Transformation wird die z-Ebene auf eine w-Ebene abgebildet, wobei aus den Vierpol-Hyperbeln der z-Ebene in der w-Ebene Gerade werden. Die Mittelebene (x-Achse) bleibt bei diesem Übergang weiterhin Mittelebene. Die in die w-Ebene transformierte Polkontur soll nun als eine Äquipotentiallinie eines sehr einfachen Gebildes, nämlich eines Polygonzuges, aufgefaßt werden. Dabei hat man sich vorzustellen, daß dieser Polygonzug auf einem bestimmten Potential liegt. Wie die Äquipotentiallinie berechnet wird, folgt im nächsten Abschnitt. Dagegen sei an dieser Stelle einiges zu der getroffenen Wahl, für die naturgemäß auch andere Möglichkeiten bestehen, gesagt. Es kommt darauf an, daß zur Erfüllung der in 1.1 gestellten Forderungen eine angemessene Zahl von Parametern zur Verfügung steht. Zwei Parameter, nämlich der eingezeichnete Winkel ω und die zur Auswahl stehende Äquipotentiallinie, ermöglichen es, die Polkontur unter einem etwa rechten Winkel in die Polflanke einmünden zu lassen unter Berücksichtigung der im Polrand zugelassenen Feldstärke, damit Sättigung vermieden wird. Zwei weitere Parameter, nämlich die Lage der beiden Endpunkte des Polygonzuges zueinander, ermöglichen eine Korrektur durch die Korrekturnase von zweiter Ordnung, für die wir uns entschieden haben. Durch die Wahl eines komplizierteren Polygonzuges würde eine Korrektur von noch höherer Ordnung ermöglicht, jedoch steht dem unsere Ökonomieforderung entgegen, da die Berechnung dann wesentlich schwieriger wird, ohne daß damit ein entsprechender Erfolg verbunden ist. Den Hauptanteil zur Beseitigung der Randstörung bringt eine Korrektur erster Ordnung, auf die in 1.4 und 1.5 ebenfalls eingegangen wird. Die Korrektur zweiter Ordnung lohnt sich noch, während Korrekturen höherer Ordnung den mathematischen Aufwand nicht





1.3 Mathematische Beschreibung der Abbildung

Die in 1.2 schon eingeführte Größe $x_{_{\mathbf{S}}}$ steht mit den Maschinen-parametern im Zusammenhang

$$x_s = \frac{R_s}{n} = \frac{\text{magn. Krümmungsradius am Sollkreis}}{\text{Feldindex}}$$

Die x-Achse läuft im F-Sektor parallel, im D-Sektor antiparallel zum Maschinenradius. Zu x_s gehört ein Wert y_s der Polkontur. $2y_s$ ist die Luftspalthöhe am Sollkreis. Die in 1.2 angedeutete quadratische Transformation wird angesetzt zu

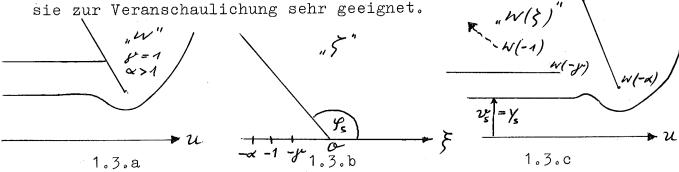
$$w = \frac{z^2}{2 x_s} = u + iv$$
 (1.3.1)

Wie man sich leicht überzeugt, geht eine Hyperbel durch den Punkt x_s + iy_s dabei über in eine Parallele zur u-Achse im Abstand $v = v_s = y_s$. Den Polygonzug in der w-Ebene erhält man aus einer $\xi = \xi + i\gamma = g \exp(i\varphi)$ -Ebene durch die Schwarz-Christoffelsche

Transformation

$$\frac{dw}{d\zeta} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \frac{(1+\frac{\zeta}{a})(1+\frac{\zeta}{y})}{\zeta(1+\zeta)^{2-\frac{\omega}{R}}} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \frac{1}{\zeta(5)} (1.3.2)$$

durch die die obere 🎸 -Halbebene auf das Innere des Polygonzuges in der w-Ebene abgebildet wird. Die hierbei neu eingeführten entsprechen der Zuordnung der gegenseitigen und Parameter Lage der Endpunkte des Polygonzuges. Für $\alpha = \mathscr{V} = 1$ fallen sie zusammen. Für <> 1 entsteht ein "überstehendes Dach", mit dem eine Korrektur erster Ordnung ermöglicht wird (1.3.a). Für $\sqrt{1}$ < \propto (1.3.b) entsteht der beabsichtigte Polygonzug, der eine Korrektur zweiter Ordnung ermöglicht. Der eingeführte Parameter $\mathcal{Y}_{_{\mathbf{S}}}$ beschreibt die ausgewählte Äquipotentiallinie und ist zur Normierung so untergebracht, daß man als Bild eines Halbstrahls in der ζ -Ebene, der mit der ξ -Achse den Winkel \mathcal{Y}_{S} einschließt, in der w-Ebene eine Kontur erhält, die durch ug + ivg geht. Es sei erwähnt, (1.3.c), daß man zur praktischen Durchführung der Berechnung die w-Ebene gar nicht erst benötigt, da beide Transformationen 1.3.1 und 1.3.2 nach w aufgelöst sind, jedoch ist



1.4 Betrachtung der Feldverhältnisse

Zum Studium der Felder in der w- und z-Ebene muß zunächst das Feld in der ζ -Ebene bekannt sein. Dieses läßt sich durch Gradientenbildung aus dem Potential

$$V = \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \Im \{ln \} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \operatorname{arc} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s}$$
 (1.4.1)

herleiten. Der Potentialansatz genügt den folgenden vernünftigen und hinreichenden Bedingungen:

- I. Das Potential ist Imaginär-(Real) Teil einer analytischen Funktion, so daß die Laplacesche Gleichung erfüllt ist.
- II. Das Potential nimmt auf der > 0-Achse den Wert Null an.
- III. Auf dem Halbstrahl mit dem Winkel γ_s nimmt das Potential den zu fordernden Wert y_s an. Diese Normierung ist mit Rücksicht auf später so vorgenommen, daß das Feld in der z-Ebene am Sollkreis den Wert i annimmt, also den Betrag 1 und die Richtung senkrecht zur Mittelebene. Um dann das Feld (in Gauß) irgendwo zu finden, ist einfach mit der Feldstärke am Sollkreis (in Gauß) zu multiplizieren.

So wie das in 1.4.1 eingeführte magnetische Potential seine anschauliche Bedeutung hat, kommt der aus dem Realteil gebildeten Größe

$$\mathcal{U} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \operatorname{Re} \left\{ \ln \zeta \right\} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s} \ln g \qquad (1.4.2)$$

die Bedeutung des magnetischen Flusses pro Länge, der im ebenen Fall mit dem Vektorpotential identisch ist, zu. V und U lassen sich zu einer Funktion

$$\mathcal{F} = \mathcal{U} + i V = \frac{\gamma_s}{\varphi_s} \ln \zeta \qquad (1.4.3)$$

zusammenfassen. Die Transformation $z \leftrightarrow F$ bildet die Polkontur auf einen ebenen Spalt ab, was sich zum Studium einiger Probleme empfiehlt (1.6 bis 1.9).

Wir finden die Feldstärke in der 🗲 -Ebene mit Hilfe des Operators

$$grad = \frac{\partial}{\partial \xi} + i \frac{\partial}{\partial \eta}$$
 (1.4.4)

zu

$$\mathcal{L} = grad_{5}V = i\frac{\gamma_{5}}{\gamma_{5}5} \qquad (1.4.5)$$

Für das Feld in der w-Ebene gilt

$$\delta_{N} = grad_{N} V = \left(\frac{d\xi}{dN}\right) \delta_{S} = i\beta(\xi)$$
 vgl. (1.4.6)

und schließlich für das Feld in der z-Ebene

$$\mathcal{L}_{z} = grad_{z}V = \left(\frac{du}{dz}\right)\mathcal{L}_{u} = i\frac{\overline{z}}{x_{s}}\beta(\overline{s})$$
 (1.4.7)

was sich für das Feld in der Mittelebene auf

$$\mathcal{B} = \frac{x}{x_s} \beta(\xi) \tag{1.4.8}$$

vereinfacht. $\beta(\xi)$ hat die Eigenschaft, daß β gegen 1 geht für $\xi \to 0$, womit man dem idealen Feld beliebig nahe kommt. Der relative Fehler des Feldindex ergibt sich aus (1.4.8) zu

$$\frac{\Delta n}{n} = \pm \frac{x^2 y_s \beta}{x_s y_s} \xi \frac{d\beta}{d\xi} + \beta - 1 = \pm \frac{x^2 y_s \beta^2}{x_s y_s} \xi \left\{ \frac{2 - \frac{\omega}{\pi}}{1 + \xi} - \frac{1}{\alpha + \xi} - \frac{1}{y + \xi} \right\}^{\frac{\beta}{1} - 1}$$

Das +Zeichen gilt für die enge (rechte), das -Zeichen für die weite (linke) Seite des Luftspaltes (vgl. 1.9.1). Innerhalb des Plateaus ist es sinnvoll, /3 nach Potenzen von \(\subseteq zu entwickeln. Eine entsprechende Entwicklung gilt dann auch für den näherungsweisen Ausdruck von (1.4.9)

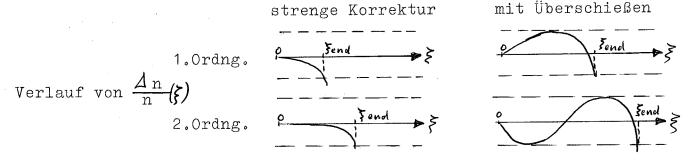
$$\beta = 1 + A_1 \xi + A_2 \xi^2 + A_3 \xi^3 + \dots$$

$$\frac{\Delta n}{n} \approx \pm \psi \xi \frac{d\beta}{d\xi} = \psi \left(A_1 \xi + 2A_2 \xi^2 + 3A_3 \xi^3 + \dots \right) \qquad (1.4.10)$$

$$mit \psi = \frac{\chi_{end}^2 \psi_s}{\chi_s \chi_s}$$

Die Parameter α und β können nun mit Rücksicht auf den erwünschten Verlauf von (1,4,9/10) passend gewählt werden. Bei einer Korrektur erster Ordnung wird $A_1=0$, bei einer Korrektur zweiter Ordnung $A_1=0$ und $A_2=0$ verlangt. Ein so bestimmtes Plateau besitzt besonders kleine Nichtlinearitäten, jedoch kann die Plateaubreite vergrößert werden, wenn man geringe Abweichungen von der strengen Korrektur zuläßt.

Die Breite des Plateaus muß durch Überschreiten des vorzugebenden Fehlers des relativen Feldindex definiert werden. Nur in diesem Sinne kann die Plateaubreite vergrößert werden. Geht man dann von der strengen Korrektur erster oder zweiter Ordnung etwas ab, so stellt es sich nach näherer Überlegung als vernünftig heraus, den Verlauf des relativen Fehlers des Feldindex in der gezeichneten Weise "überschießen" zu lassen. Als zugelassener Fehler wurde 1 % gewählt. * Auch $\frac{dn}{dx}$ und $\frac{dn}{dx^2}$ dürfen nicht zu groß werden. Aus diesem Grunde wurde das Profil für den F-Sektor später noch einmal neu berechnet (siehe Zusammenstellung auf Seite 23).



Mathematisch beschreibt man das Überschießen dadurch, daß man an den Werten für α und β für die strenge Korrektur zweiter Ordnung, die dann mit α II und β II bezeichnet werden, kleine Änderungen anbringt. Zweckmäßig ist dazu die Form

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha_{\overline{I}}} - \mathcal{E} \qquad \text{und} \quad \frac{1}{f} - \frac{1}{f_{\overline{I}}} + \mathcal{E} + C \mathcal{E}^{2} \qquad (1.4.11)$$

Ungefähre Werte für c und \mathcal{E} findet man leicht aus der Reihenentwicklung (1.4.10) für $\frac{\Delta n}{n}$, bei der man für die Korrektur zweiter Ordnung zunächst nach dem dritten Glied abbrechen kann. Genauere Werte erhielten wir dann mit einem Vorprogramm auf der Rechenmaschine durch Vereinfachen des Ausdruckes (1.4.9), in dem $\beta = 1$ und die nur schwach veränderliche Größe x, die vor der Integration ja noch nicht genau bekannt ist, konstant = \mathbf{x}_{end} gesetzt wurde. Der strenge Ausdruck für $\frac{\Delta n}{n}$ unterschied sich von dem so gefundenen nur noch unwesentlich. Gleichzeitig erhält man so einen sehr guten Wert für \mathbf{k}_{end} , den man später für das strenge Integral benötigt, damit man \mathbf{x}_{end} , das Ende des Plateaus, vorgeben kann. Wir ließen uns im Vorprogramm noch die Feldstärke auf der Kontur in der Nähe ihres Maximums ausgeben, zur Vereinfachung natürlich ebenfalls für festes x und y, um

den Parameter $m{y}_{\mathrm{s}}$, mit dem man diese Feldstärke in der Hand hat, festzulegen.

1.5 Wahl der verfügbaren Parameter und Ausgabe der Resultate Über die Wahl der Parameterlpha , γ und γ s wurde bereits in 1.4 das Wichtigste gesagt. Diese drei Parameter und der Winkel, unter dem die Kontur in die Polflanke einläuft, hängen noch ab vom Winkel ω (vgl. 1.2). ω kann nicht kontinuierlich geändert werden. Will man ω ändern, so erhält man eine neue Partialbruchzerlegung für das Integral der Profilkontur. Damit diese nicht zu kompli-fanden heraus, daß sich auf der jeweils rechten Seite des Luftspaltes $\omega/\gamma = 5/6$ und auf der weiten Seite $\omega/\gamma = 1/2$ eignen. Für andere Maschinen können in Verbindung mit einem anderen Wert $arphi_{_{
m S}}$ auch andere Werte für $\omega/_{_{
m T}}$ günstiger sein. Gibt man wiederum ω vor, so ist $\mathcal{Y}_{\mathtt{S}}$ so zu wählen, daß die Sättigung im Eisen keine zu hohen Feldfehler verursacht. Diese lassen sich aus der Permeabilität des Bleches, dem Füllfaktor und den in 1.7 besprochenen Formeln abschätzen. Wir ließen für das Maximum der Feldstärke an der Kontur an der weiten Seite die 1,8fache Sollkreisfeldstärke, an der engen Seite die 1,6 bzw. 1,7fache Feldstärke zu, wobei wir mit dem D-Sektor vorsichtiger verfuhren, weil eine gleichartige Sättigung in der Korrekturnase eine Störung verursacht, die sich viel weiter in das Plateau hinein fortpflanzt. Es war möglich, alle Parameter schon im Vorprogramm festzulegen. Das Hauptprogramm konnte nun durchlaufen werden. Als unabhängige Variable diente der Betrag von 5: 9 (vgl. 1.4.2) Wir wählten $g_{r+1} = g_r \exp\left(\pm \frac{g_s}{M}\right)$; M = 8 oder 16, 32, je nach Bedarf Nach jeweils M Schritten nimmt der Fluß dann um seine Einheit y_s

Es wurden die folgenden Größen von der Rechenmaschine ausgegeben:

ho die unabhängige Variable

x; y die Polkontur

arc Z' die Tangente an die Polkontur

B die Feldstärke an der Kontur

 \times_{o} der zur selben Feldlinie gehörige Wert von x in der Mittelebene (g=o)

 \mathcal{B}_{o} die Feldstärke in der Mittelebene (Funktion von $\mathbf{x}_{o}!$)

 $\frac{\Delta n}{n}$ der relative Fehler des Feldindex (als Funktion von x $_{0}!$)

 $y - \frac{x_3 y_3}{y_6}$ die Abweichung von der idealen Hyperbel arc z' - arc z' die Abweichung der Tangente von der idealen Hyperbel

(Die letzten beiden Größen werden beim D-Sektor für die richtige Kontur in Sollkreisnähe gebraucht, wo sich noch Einflüsse beider Polränder überlagern (vgl. 1.1)).

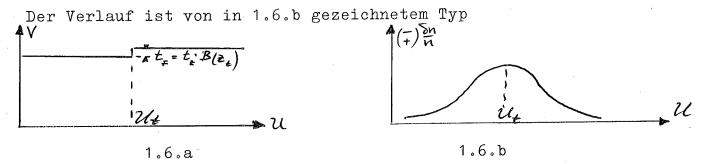
x Aquipotentiallinien für $0 < y < y_s$, gebraucht in 1.8

1.6 Einfluß von symmetrischen Abweichungen der Kontur auf den Verlauf des Feldindex (Toleranzen)

Zu den in 1.4 behandelten Abweichungen des Feldindex vom strengen Sollwert kommen noch weitere dazu, die nun behandelt werden sollen. Eine Abweichung tritt auf, wenn das Stanzwerkzeug nicht genau mit der gerechneten Kontur übereinstimmt. Es ist gut, sich ein Bild davon zu machen, mit welcher Genauigkeit das Stanzwerkzeug gefertigt werden muß, welche Toleranzen also vorgeschrieben werden sollen. Im einzelnen kommt es natürlich bei Abweichungen auf deren Verteilung an. Eine einfache Rechnung liefert jedoch einen typischen Fall und ein Maß für diese Toleranzen. Man denke sich in der F-Ebene (vgl. 1.4.3) eine kleine Stufe in der Kontur angebracht (1.6.a). Sie entspricht gewissermaßen einem (symmetrischen) Fehler des Stanzwerkzeuges und verursacht in der F-Ebene eine Störung des sonst homogenen Feldes. Diese Störung und die Tiefe der Stufe transformiert man in die z-Ebene und rechnet sich die Störung des Feldindex daraus aus. Das Ergebnis ist

$$\frac{\delta n}{n} = -\frac{\pi}{4} \frac{x^2}{x_s y_s} B(z_t) t \left(1 - \frac{y_s^2}{y_s} \left(\frac{\ln(\frac{9}{9_t})}{2} \right) \right) = -\frac{\pi}{4} \frac{x^2 B(z_t)}{x_s y_s^2} t \left(1 - \frac{y_s^2}{\pi} \left(\frac{u - u_t}{2} \right) \right) (1.6.1)$$

t ist die Tiefe der Stufe (in der z-Ebene) $\begin{array}{l} {\tt B(z_t)} \text{ ist die normalerweise an dieser Stelle vorhandene Feldstärke} \\ {\tt P_t} \text{ ist das zu dieser Stelle gehörige Argument (Betrag von } \\ {\tt >_t}) \end{array}$



Es interessieren insbesondere zwei Eigenschaften: die Größe des maximalen Fehlers von $\frac{\delta n}{n}$, wenn die Stufe innerhalb des Plateaus liegt und das Auslaufen der Störung, wenn die Stufe etwa in der Korrekturnase liegt.

Das Maximum der Störung ergibt sich aus (1.6.1) zu

$$\frac{5n}{n} \approx \frac{\pi}{4} \frac{\chi^3}{\chi_s^2 y_s^2} t \qquad (1.6.2)$$

In Sollkreisnähe also
$$\frac{\delta n}{n} \approx \frac{3}{4} \frac{\chi_s}{\gamma_s} t = \frac{\pi}{4} \frac{R_s}{n} \frac{t}{\gamma_s^2}$$
 (1.6.3)

Dies gilt ganz allgemein für Synchrotrons, bei denen die Polkontur noch annähernd hyperbelförmig ist. Man kann die zugelassenen Toleranzen damit direkt aus den Maschinenparametern ablesen. Am empfindlichsten ist wegen des kleinen Wertes von ys der F-Sektor; er ist bezüglich mechanischer Toleranzen beispielsweise 6mal empfindlicher als der CERN-Magnet. Der D-Sektor ist 2,5mal empfindlicher. Der CERN-Magnet ist besser ausgefallen als es erforderlich gewesen wäre. Wir glauben deswegen, bei entsprechender Sorgfalt auch bei uns mit den Toleranzproblemen fertig zu werden.

Liegt die Störung an einer Stelle außerhalb des Plateaus, so pflanzt sich in das Plateau ein Schwanz der Größe

$$\frac{\delta n}{n} \approx \pi \frac{x^2 B(z_t) t}{x_s y_s^2} \exp\left(-\frac{\pi}{y_s} |\mathcal{U}_t - \mathcal{U}|\right) = \pi \frac{x^2 B(z_t) t}{x_s y_s^2} \left(\frac{\xi}{\xi_t}\right)^{\frac{\pi}{y_s}} \approx \frac{x^2 B(z_t) t}{x_s y_s^2} \exp\left(-\frac{\pi}{y_s} |\mathcal{U}_t - \mathcal{U}_{end}|\right) \exp\left(-\frac{\pi x_{end} |x - x_{end}|}{x_s y_s}\right)$$

$$(1.6.4)$$

nach innen fort, sie klingt also exponentiell ab.

Von Bedeutung ist auch die Störung des Feldindex (und der Feldstärke) durch Verformung des Joches unter dem Einfluß der magnetischen Kräfte. Sie sei für den Sollkreis abgeschätzt. Es bedeute

$$fg \gamma_s = \frac{\gamma_s}{\chi_s}$$

Dann beträgt

$$\frac{\delta n}{n} \approx -\frac{\Delta y}{\gamma_s} + \frac{2\Delta y}{\sin^2 \eta} \approx -\frac{\Delta y}{\gamma_s} + \frac{\Delta \eta}{\gamma_s}$$

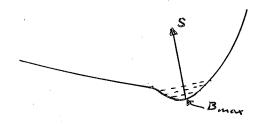
Der Luftspalt wird sich nicht einfach zusammenziehen, sondern sich auch um den Winkel Δy neigen. Im D-Sektor ist zu erwarten, daß Δy und Δy gleiches Vorzeichen haben. Im F-Sektor dagegen werden Δy und Δy verschiedenes Vorzeichen haben, so daß hier der Fehler wesentlich größer sein wird als im D-Sektor, zumal y_s und y_s kleiner sind.

1.7 Einfluß der endlichen Permeabilität

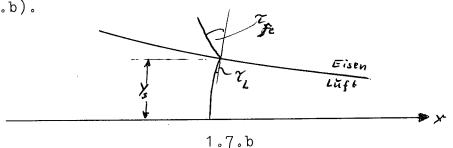
Die Gleichung (1.6.4) ist dazu geeignet, den Einfluß von Sättigung in den Korrekturnasen auf den Feldindex abzuschätzen. Man hat dazu die durch die Sättigung entstandene Verkürzung des Eisenweges in eine äquivalente Stufentiefe umzurechnen, was nach der Beziehung

$$t = \int \frac{1}{\mu(B)} ds \tag{1.7.1}$$

keine Schwierigkeiten bietet. Hierzu macht man sich gewisse Vorstellungen über den Verlauf der Feldlinien im Eisen (1.7.a).



Man kann annehmen, daß sich die Feldlinie, die zum Maximum der Feldstärke an der Korrekturnase gehört, im Eisen zunächst orthogonal fortsetzt. Man verbinde Punkte gleicher Flußzunahme beiderseits dieser Feldlinie miteinander und kann sich aus dem Abstand mit Hilfe der Magnetisierungskurve dann die mittlere Permeabilität im Eisen ausrechnen. Das Ergebnis setze man in (1.7.1) ein. Innerhalb des Hyperbelgebietes ist es sehr viel unsicherer, etwas über die Störung des Feldindex auszusagen. Man ist jedoch in der Lage, alles auf einen zunächst unbekannten Parameter zurückzuführen, den Winkel $\gamma_{\rm fe}$, den die im Eisen verlaufende Feldlinie an der Kontur mit der Normalen bildet (1.7.b).



Er kann zunächst nur abgeschätzt oder aus dem später gemessenen Fehler des Feldindex unter Zuhilfenahme der Magnetisierungskurve berechnet werden. Wäre die Permeabilität des Eisens eine Konstante, also nicht von der Feldstärke abhängig, so könnte der Verlauf der Feldlinien im Eisen durch Messungen im elektrolytischen Trog ermittelt werden, damit wäre dann auch $au_{ extsf{fe}}$ bekannt. Für /u = konstant ist die Potentialgleichung zuständig. Sie kann als ein gewisses Gleichgewicht zwischen den beiden Tendenzen für die Feldlinien, kürzeste Linien zu bilden bzw. mit gleichem Abstand zu verlaufen, angesehen werden. Gegenüber u = konst. kann für Sättigung, wo $\frac{d}{d}$ <0 gilt, gesagt werden, daß sich das Gleichgewicht zugunsten der Tendenz verschiebt, daß die Feldlinien in gleichem Abstand verlaufen wollen. Bei kleinen Feldern, bei denen normalerweise $\frac{d}{d} \frac{u}{B} > 0$ gilt, überwiegt analog die Tendenz für die Feldlinien, kürzeste Linien zu bilden. Hieraus folgt, daß sich $oldsymbol{arphi}_{ ext{fe}}$ in komplizierter Weise mit der Feldstärke ändert. Es ist aber aus dieser Betrachtung auch verständlich, daß es für die Verhältnisse bei Sättigung nur von untergeordnetem Einfluß ist, nach welcher Seite sich das Joch schließt. Dagegen

überwiegt bei kleinen Feldern der Fehler in dem Sektortyp, in dem der Winkel $\gamma_{\rm fe}$ größer ist, wenn die Feldlinien im Sinne kürzester Linien von der Kontur zum Joch laufen. Dies ist normalerweise ein geschlossener Sektor. Bezeichnet man den Winkel, den die Feldlinien an der Kontur mit der Normalen im Luftspalt bildet, mit $\gamma_{\rm L}$, so läßt sich aus einer elementaren Überlegung und unter Zuhilfenahme des Berechnungsgesetzes für die Feldlinien der Fehler des Feldindex am Sollkreis ausdrücken durch

$$\frac{\delta n}{n} \approx \frac{4g \, \mathcal{I}_{L}}{4g \, \gamma} = \frac{x_{s} \, 4g \, \gamma_{z}}{y_{s} \, f \, \mu\left(\frac{\mathcal{B}_{s}}{f \, \ln \mathcal{I}_{fe}}\right)} \tag{1.7.2}$$

f ist hierbei der Füllfaktor. /u (B) ist der Magnetisierungskurve zu entnehmen. Aus den gemessenen Fehlern wurde $oldsymbol{z}_{ ext{fe}}$ für den CERN-Magneten von uns für den Fall der Sättigung zu etwa 42 ° (!) berechnet. Vermutlich ist er beim CERN-Magneten besonders groß deshalb, weil sich das Profil nach der offenen Seite stark verbreitert, so daß die Feldlinien die Möglichkeit haben, nach hier auszuweichen, Obwohl normalerweise der Winkel γ_{fe} in (1.7.2) unbekannt ist, läßt sich manches aus dieser Gleichung ablesen. Die wichtigste Tatsache ist, daß die Fehler umgekehrt mit der Permeabilität gehen. Man sieht ferner, daß ein hoher Füllfaktor nur für die Sättigung von Wichtigkeit ist, während er die Fehler bei kleinen Feldern nicht beeinflußt wegen $\mu \sim \mathcal{B}$ Mit (1.7.2) soll der systematische n-Fehler beschrieben sein. Als eine Folge der endlichen Permeabilität ist schließlich noch ein statistischer B-Fehler, der von der Schwankung der magnetischen Eigenschaften des Bleches herrührt, zu verzeichnen. Er ist nur von Bedeutung bei kleinen Feldern und hängt mit der statistischen Schwankung der Koerzitivkraft und der Schwankung der reversiblen Permeabilität zusammen (dies beim Betrieb mit Vormagnetisierung). Dieser Fehler ist bereits öfter in der Literatur behandelt. Es sei an dieser Stelle nicht näher darauf eingegangen. Weitere Beiträge zu einem statistischen B-Fehler kommen durch dynamische Effekte (Wirbelströme) und durch die im allgemeinen zu vernachlässigenden mechanischen Toleranzen der Luftspaltabmessung. Speziell beim DESY-Magneten, bei dem sich die D- und

F-Sektoren noch durch ihre Luftspalthöhe unterscheiden, kommt auch ein systematischer B-Fehler vor, der darin besteht, daß bei kleinen und bei großen Feldern die Feldstärken am Sollkreis in beiden Sektortypen nicht gleich sind. Normalerweise gibt es keinen systematischen B-Fehler, da die Feldstärke als die unabhängige Variable der Maschine betrachtet werden kann.

1.8 Einfluß der Spulen

Bei der in 1.2 bis 1.4 skizzierten Rechnung ist angenommen, daß sich die Erregerspulen "im Unendlichen" befinden. Jeweils die eine Spule befindet sich aber tatsächlich in der Nähe des Plateaurandes. Um den Einfluß der in endlicher Entfernung befindlichen Spule auf den Feldindex zu berechnen, geht man wie folgt vor. Man denkt sich das Problem in eine λ -Ebene transformiert, die mit den schon eingeführten λ - und F-Ebenen im Zusammenhang steht

$$2 = \frac{1}{2} \frac{1}{y_s} = \exp\left(\frac{x \mathcal{F}}{y_s}\right) \tag{1.8.1}$$

Die Spule denkt man sich unterteilt in an den Stellen \mathbf{a}_{ci} fließende Teilströme \mathbf{b}_{ci} . A sei der Index für den Aufpunkt, an dem die Änderung des Feldindex berechnet werden soll, c der Index für die betrachteten Teile der Spule. In der \mathbf{a}_{ci} -Ebene ist das zusätzliche Feld besonders leicht zu berechnen. Man hat an der reellen Achse zu spiegeln und erhält

$$S(B_n)_{A} = i \frac{\chi_i}{\pi} \sum_{i} \left(L_{ci} \cdot Re \left\{ \frac{1}{\lambda_{ci} - \lambda_A} \right\} \right)$$
 (1.8.2)

Der Ausdruck für die in die z-Ebene transformierte Feldstärke lautet:

$$\delta(B_z)_A = \left(\frac{d\lambda}{dz}\right)\delta(B_\lambda)_A = i\frac{x_a}{x_s}\beta(\xi_A)\sum_i(L_c;Re\left\{\frac{1}{\xi_{ci}}\right\}^{\gamma_{i}} - 1\}\right) (1.8.3)$$

Nun ist es wegen $\text{Re}(\frac{f_{ei}}{f_{ai}})^{\frac{1}{2}}$ erlaubt, vereinfachend zu schreiben

$$\delta(B_z)_A \approx i \frac{\chi_A}{\chi_S} \beta(\xi_A) \xi_A^{\eta/g_S} \sum_i Re \left\{ \frac{L_{ci}}{\xi_c^{\eta/g_S}} \right\} = i \frac{\chi_A}{\chi_S} \beta(\xi_A) \xi_A^{\eta/g_S} \xi_{c(1.8.4)}$$

$$= \mathcal{B}_{A} \tilde{S}^{a} / S_{c}$$
mit $S_{c} = \sum_{i} L_{ci} S_{ci}^{a} cos \left(\frac{\pi \gamma_{ci}}{\gamma_{ci}} \right)$

Für den Fehler des Feldindex errechnet sich daraus

$$\frac{\delta u}{n} \approx \frac{\chi_A^2 \pi}{\chi_s y_s} \beta \left(\xi_A \right) \xi_A^{2/p_s} \mathcal{L} = \pm \frac{\pi \chi_A^2}{\chi_s y_s} \left(\frac{\delta B}{B} \right) A \qquad (1.8.5)$$

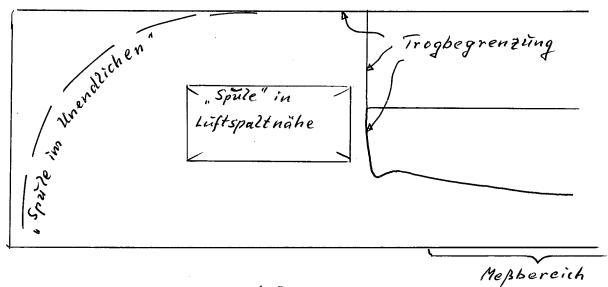
Die vom Plateaurand nach einwärts abklingende Störung ist vom selben Typ wie früher in (1.6.4). Die Schreibweise in (1.8.5) ist besonders interessant, wel sie zahlenmäßig zeigt, mit welcher Genauigkeit das Feld gemessen werden muß, um Aussagen über den Feldindex zu erhalten. Die Extremwerte des maßgebenden Faktors $\frac{\pi}{2}$ betragen bei DESY

xsys	D-Sektor	F-Sektor
an der weiten S	eite 26	37
an der engen Se	ite 39	69

Um also den Feldindex im F-Sektor auf der engen Seite auf 1 / 6 zu kennen, müßte man die Feldstärke auf $1.5 \cdot 10^{-4}$ genau messen können, was im elektrolytischen Trog beispielsweise nicht möglich ist. Durch einen experimentellen Trick unter Zuhilfenahme des Zusammenhanges (1.8.5) konnte der Einfluß der Spule im Trog doch nachgeprüft werden. Man argumentiert so:

Es ist eine Auskunft über die Änderung des Feldindex durch die Spulen erwünscht. Er hat denselben Verlauf wie die Änderung der Feldstärke. Das Normalfeld entsteht bei Lage der Spule im Unendlichen, das gestörte Feld bei Lage der Spule in Luftspaltnähe. Die Störung ist sehr klein gegen das Normalfeld, so daß sie nicht durch Differenzbildung beider Felder ermittelt werden kann. Sie kann aber direkt gemessen werden, wenn man die Spule

im Unendlichen gegen die Spule in der Nachbarschaft betreibt ohne die Gegenspule (1.8.a). Dies wurde durchgeführt. Das Ergebnis war in Übereinstimmung mit der rechnerischen Auswertung von (1.8.5).



1.8.a

Die Formel (1.8.5) wurde für DESY rechnerisch ausgewertet. Das Resultat war ein Einfluß der Spulen auf den Feldindex am Plateaurand von der Größenordnung weniger Promille. Es wäre möglich gewesen, die Parameter & und / (vgl. 1.4 und 1.5) entsprechend abzuändern, es wurde aber nicht für lohmend erachtet. Mit Hilfe von (1.8.5) ist es grundsätzlich auch abglich, die dynamische Wirkung der Spule auf den Feldindex zu berechnen. Dies unterblieb wegen des geringen Spuleneinflusses. Es sei jedoch an dieser Stelle erwähnt, daß sich die Spule bei Vorhandensein von mirbelströmen so verhält, als ob sie verschoben angeordnet ware. Aus (1.8.4) und (1.8.5) ist noch ein interessantes Ergebnis zu entnehmen. Spulenanteile oberhalb der halben Äquipotentiallinie erhöhen die Feldstärke an der Kontur und erniedrigen sie in der Mittelebene. Der Feldindex wird durch sie auf der engen Seite erniedrigt und auf der weiten Seite des Luftspaltes ernöht. Das Umgekehrte gilt analog für Spulenanteile unterhalb der halben Äquipotentiallinie. Es ist daher vernünftig, die

Spule um die halbe Äquipotentiallinie herum anzuordnen, wobei sich symmetrisch liegende Anteile in ihrer Störwirkung auf den Feldindex dann (annähernd) kompensieren, doch werden in vielen Fällen andere Gesichtspunkte wichtiger sein.

1.9 Einfluß des weiteren Jochverlaufes

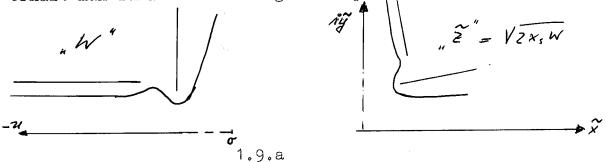
Auch der Einfluß auf den Feldindex, der daherrührt, daß das Joch in größerer Entfernung nicht mehr der berechneten Kontur folgt,läßt sich abschätzen. Das Problem muß in zwei Schritten erarbeitet werden. Man kann zunächst die Wirkung eines Knickes in der Kontur um einen gewissen Winkel berechnen, was (ohne Integration!) sehr einfach ist.

Schwieriger ist es, hier wieder die in endlicher Entfernung befindliche Spułe zu berücksichtigen. Man transformiert dann in die 2-Ebene zurück und versucht, durch eine weitere Transformation die notwendige Spiegelung der Spule einfach auszuführen. Zu diesen Problemen läßt sich allgemein sagen, daß die Störungen selbst, z. B. der Winkel des Knickes in der Kontur, linear, die Entfernung (gemessen in der F-Ebene) dagegen exponentiell in die Berechnung des Fehlers für den Feldindex eingehen. Im Falle des DESY-Magneten konnte wegen der großen Entfernung der vom berechneten Profil abweichenden Partien auf weitere Korrekturabschätzungen verzichtet werden, da sich schon bei der Berechnung des Spuleneinflusses (1.8) gezeigt hatte, daß nur der Teil der Spule, der sich in unmittelbarer Nähe des Luftspaltes befindet, noch einen Einfluß hat.

Als eine Abweichung von der Rechnung kommt auch das Fehlen eines magnetischen Spiegels an der Stelle x=0 in Betracht. Da sich die Stelle x=0 für den DESY-Magneten schon außerhalb der Spulen befindet, ist der Einfluß gering. Bei einem großen Verhältnis $y_{\rm s}/x_{\rm end}$ ist jedoch Vorsicht geboten.

Es sei an dieser Stelle auf den Unterschied zwischen der rechten Nase (Luftspalt eng) und der linken Nase (Luftspalt weit) hingewiesen. Will man in beiden Fallen von einer Kontur entsprechend (1.2.b) in der w-Ebene in die z-Ebene transformieren, so ist

die Wurzel zu ziehen. Da sich aber für die linke Seite der Nullpunkt des Vierpolfeldes rechts von der Polkante befindet, erhält man zunächst eine Figur entsprechend 1.9.a



Der Übergang in die passende z-Ebene läßt sich beschreiben durch

Bezieht man die Rechnung gleich auf diese endgültige z-Ebene, so ergeben sich die Vorzeichenunterschiede in 1.4.9 und 1.8.5 wegen

$$\frac{dx}{d\xi} = \frac{\pm}{x\xi} \frac{x_s y_s}{y_s \beta(\xi)}$$
 auf der x-Achse

für die beiden Seiten (formal ist alles richtig für $x_{\rm S}$ < 0).

1.10 Formeln und Ergebnisse

Das Integral zu (1.3.2) für 4/k = 5/6 (enge Seite des Luftspaltes) nimmt nach der Substitution

$$\vartheta = (1+\xi)^{N_6} = (1+p \exp(iy_s))^{N_6}; \ \vartheta = (1+\xi)^{N_6} = (1+\xi)^{N_6}$$

die Form an

$$z^2 = \frac{2 \times_s Y_s}{Y_s} \left[\mathcal{Y}(\mathcal{S}) - \mathcal{Y}(\mathcal{S}_{end}) \right] ; \quad \left(\mathcal{S}_{end} \approx 1 \right)$$

Hierin bedeutet

$$g(r) = \frac{6}{xy} \left(\frac{3^5}{5} - \frac{(x-1)(1-y)}{3} \right) + \ln \frac{3^2-1}{3^2+1} + e^{-i\frac{\pi}{3}} \frac{3^2 - e^{-i\frac{\pi}{3}}}{3^2 + e^{-i\frac{\pi}{3}}} + e^{-i\frac{\pi}{3}} \frac{3^2 - e^{-i\frac{\pi}{3}}}{3^2 + e^{-i\frac{\pi}{3}}}$$

und

$$\frac{\mathcal{Y}(\hat{y}_{end})}{(\sqrt{2} - \alpha_{p})} = \frac{6}{5} \left(\frac{1}{5} - (\alpha - 1)(1 - p) \right) + \ln \xi_{end} - \ln 12 + \frac{1}{2} \ln \frac{1}{3} - \sqrt{3} \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2}$$
mit $\gamma = \frac{\chi_{end}^{2} \cdot (y_{end})}{\chi_{e} \cdot \chi_{end}}$ (Wegen ξ_{end} vgl. 1.5)

In der Mittelebene vereinfacht sich 3(b) zu

$$\mathcal{I}(\hat{v}_{o}) = \frac{6}{\alpha p} \left(\frac{\hat{v}_{o}^{5}}{5} - \frac{(\alpha - 1)(1 - p)}{\hat{v}_{o}} \right) + \ln \frac{\hat{v}_{o} - 1}{\hat{v}_{o} + 1} + \frac{1}{2} \ln \frac{\hat{v}_{o}^{4} + \hat{v}_{o}^{2} + 1}{(\hat{v}_{o}^{2} + \hat{v}_{o}^{2} + 1)^{2}} - \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{\hat{v}_{o}^{2} - 1}$$

Die Feldstärke an der Kontur läßt sich schreiben

$$|B|^{2} = \frac{\chi^{2} + y^{2}}{\chi_{s}^{2}} \frac{(1 + 2g \cos y + g^{2})^{\frac{7}{6}}}{(1 + \frac{2g}{y} \cos y + (\frac{g}{y})^{2})(1 + \frac{2g}{\alpha} \cos y + (\frac{g}{\alpha})^{2})}$$

Die Feldstärke in der Mittelebene ist bestimmt durch

$$\left|\mathcal{B}_{o}\right| = \frac{x_{o}}{x_{s}} \beta_{o} = \frac{x_{o}}{x_{s}} \frac{\left(1+\overline{\xi}\right)^{\frac{2}{16}}}{\left(1+\overline{\xi}_{x}\right)\left(1+\overline{\xi}_{y}\right)}$$

Die Parameter $\alpha_{\overline{Z}}$ und $\beta_{\overline{M}}$ (bgl. 1.4.11) sind

Näherungswerte für $rac{\xi}{end}$, c und ϵ errechnen sich aus der Reihenentwicklung für $\frac{\Delta n}{n}$ bei Abbruch nach dem Glied dritten Grades zu

Für die weite Seite des Luftspaltes mit 4/2 = 1/2 substituiert man

und gewinnt die Kontur aus

Hierin bedeutet

$$\mathcal{J}(\mathcal{F}) = \frac{\mathcal{Z}}{\alpha \mathcal{F}} \left(\mathcal{F} - \frac{(\alpha - 1)(1 - \mathcal{F})}{2} \right) + \ln \frac{2^{\alpha} - 1}{2^{\alpha} + 1}$$

und

In der Mittelebene findet man \mathbf{x}_{0} aus

$$J(v_0) = \frac{2}{\alpha y} \left(v_0 - \frac{(\alpha - 1)(1 - y)}{v_0} \right) + \ln \frac{v_0 - 1}{v_0 + 1}$$

Die Feldstärke an der Kontur ist

$$|B|^{2} = \frac{x^{2} + y^{2}}{x_{s}^{2}} \frac{\left(1 + 2\rho \cos y_{s} + \rho^{2}\right)^{3/2}}{\left(1 + \frac{2\rho}{y^{2}} \cos y_{s} + \left(\frac{9}{y^{2}}\right)^{2}\right)\left(1 + \frac{2\rho}{x^{2}} \cos y_{s} + \left(\frac{9}{x^{2}}\right)^{2}\right)}$$

Die Feldstärke in der Mittelebene ist gegeben durch

$$\left| \beta_{o} \right| = \frac{x_{o}}{x_{s}} \beta_{o} = \frac{x_{o}}{x_{s}} \frac{\left(1 + \tilde{\xi} \right)^{3/2}}{\left(1 + \tilde{\xi} \right)_{y} \left(1 + \tilde{\xi} \right)_{x}}$$

und eie Parameter $\alpha_{\underline{T}}$ und $\beta_{\underline{T}}$ sind

$$\alpha_{\overline{I}} = \frac{4}{3 - \sqrt{3}}$$
 ; $\beta_{\overline{I}} = \frac{4}{3 + \sqrt{3}}$

Näherungswerte für $\xi_{\rm end}$, c und ϵ sind

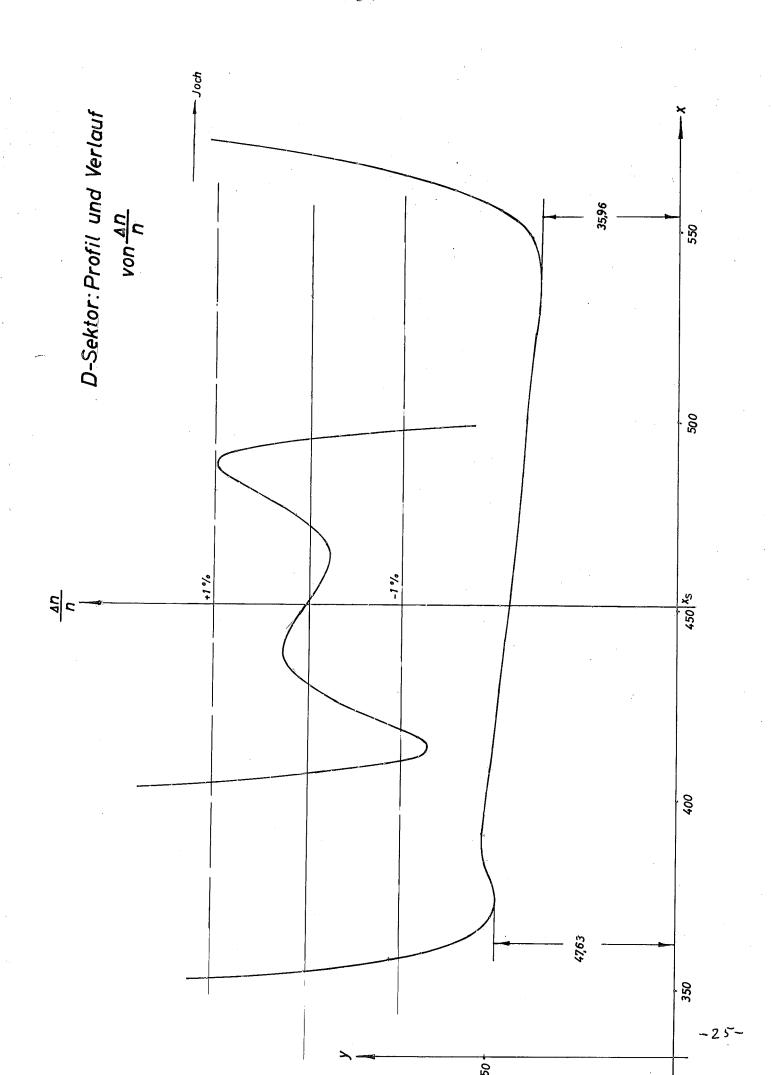
$$\xi_{\text{end}} = \frac{16(2+\sqrt{3})\varepsilon}{9} ; C = \frac{32}{9} ; \varepsilon = \frac{3}{9} \sqrt[3]{\frac{|3| |n| |n|}{y}}$$

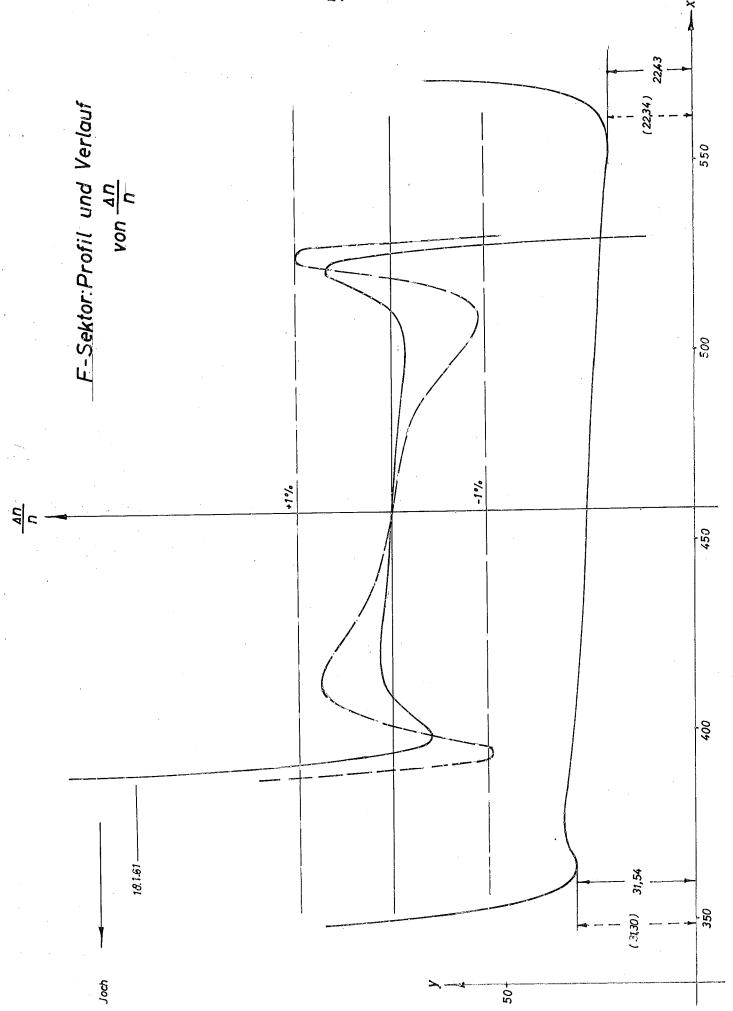
Die berechneten Profile lassen sich eindeutig durch die Angabe der gewählten Parameter beschreiben, die in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt sind:

	linke (w	eite) Seite F-Sektor	rechte D-Sektor	(enge) Seite F-Sektor
xs	451	458	451	458
ys	44	28	44	28
^x end	407	(388) *391 , 6	496	(530) *527,4
\(\) end	0,43391	(0,39756) *0,39756	0,62263	(0,5400) *0,5400
${\cal Y}_{ extsf{s}}$	2,51	2,565	2,0	2,07
	1/2	1/2	5/6	5/6
С	4,1	(4,0) *3,3	13,8	(13,5) *10,0
ε	0,054	(0,048) *0,030	₩O , 0246	(0,0218) *0,015
resultierende Werte				
B _{max} an der Konti	1,777 ar	(1,842) *1,8	1,686	(1,781) *1,771
$\left(\frac{A n}{n}\right)_{\text{max}}$	-1,0676 %	(-1,0564 %) *-0,402 %	0,842 %	(0,986 %) *0,664 %
$\left(\frac{\Delta_n}{n}\right)_{\min}$	+0,7998 %	(+0,7677 %) *+0,142 %	-0, 73362 %	(-0, 9553 %) *-0, 1786 %
^x end	405	(387) * 391	497	(529) * 528

(siehe auch Seite 24 und 25)

Werte mit * am 17. 1. 61 neu gerechnet.





1.11 Berechnung der Kontur für ein CG-Synchrotron

Beim CG-Synchrotron wird der Feldindex anders definiert. Man strebt keinen konstanten Feldgradienten an, sondern ein Feld, in dem jeder Kreis Sollkreis sein kann.

In
$$n = -\frac{r}{B} \frac{dB}{dr}$$

ist B an der jeweiligen Stelle r gemeint. Dies führt zu einem parabolischen Verlauf der Feldstärke. Das Profil ist keine konvexe Kurve wie die Hyperbel, sondern kankav. Es ist fast mit denselben mathematischen Mitteln möglich, auch diese Kontur zu berechnen. Der Unterschied liegt darin, daß man zum Übergang von der w-Ebene in die z-Ebene nicht die Wurzel zu ziehen hat, sondern die dritte Potenz bildet, wenn man n = 2/3 anstrebt. Auch n = 2/3 kann berechnet werden, wozu die w-Ebene in eine im allgemeinen nicht ganzzahlige Potenz zu erheben ist. Der mathematische Formalismus, nach dem Profile für ein in Braunschweig geplantes CG-Synchrotron auf einer elektronischen Rechenanlage Z 22 berechnet wurden, sei kurz beschrieben, soweit er sich von dem für DESY unterscheidet.

Statt (1.3.2) schreibt man

$$\frac{dw}{d\xi} = \frac{v_s}{4s} \frac{1}{5\beta(\xi)}$$

Der Zusammenhang zwischen der z- und der w-Ebene wird

$$Z = X_S W^3$$
 ; $\frac{dW}{dZ} = \frac{1}{3 X_S^{1/3} Z^{2/3}}$

es folgt $y = x_s v_s (3 - v_s^2)$ und näherungsweise $v_s \approx \frac{y_s}{3x_s}$

 $u_{\bullet} = 1$ für Normierung

Das Feld ist gegeben durch

$$\mathcal{L}_{s} = i \frac{3x_{s} v_{s}}{y_{s}} \frac{1}{\overline{\xi}}$$

$$\mathcal{L}_{w} = i 3x_{s} \beta(\overline{\xi})$$

$$\mathcal{E}_{z} = \lambda \frac{x_{s}^{2/3}}{\overline{z}^{2/3}} \beta(\overline{s}) \quad \text{in der Mittelebene also} \quad \beta_{y}(x) = \left(\frac{x_{s}}{x}\right)^{2/3} \beta(\overline{s})$$

$$\frac{\Delta n}{n} = -\frac{x^{\frac{1}{3}} y_{s}}{x_{s}^{\frac{1}{3}} 2 v_{s}} \overline{s} \quad \frac{d\beta}{d\overline{s}}$$

Der Fluß pro Länge ist

$$\mathcal{U} = \frac{3 \times_s v_s}{y_s} \ln \rho$$

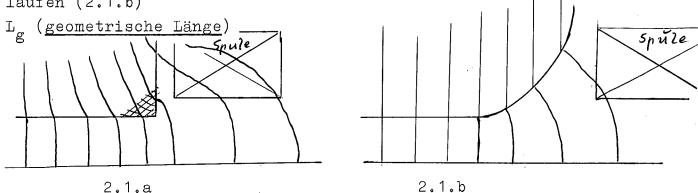
2. Die Formgebung der Endblocks

Von anderen Synchrotrons her sind die sogenannten Endeffekte als lästig bekannt. Man mißt infolge dynamischer Effekte und Sättigung eine von der Feldstärke abhängige B-Länge. Sie ist überdies abhängig vom Radius, was eine Korrektur der B-Länge und des Feldindex notwendig macht. Dadurch werden je nach Abhängigkeit der B-Länge vom Radius Nichtlinearitäten und Kopplungen zwischen der vertikalen und radialen Betatronschwingung hervorgerufen. Bei Maschinen mit hoher Wiederholungsfrequenz wird die in den Endblocks erzeugte Wärme unangenehm hoch, wenn keine besonderen Maßnahmen getroffen werden. Im Folgenden werden Überlegungen angestellt, wie es in erster Näherung möglich sein sollte, alle diese lästigen Effekte zu verringern bzw. zu beseitigen. Für die DESY-Magnetmodelle werden jeweils eine Anzahl Reserve-Endblocks mitgeliefert, so daß die Gestalt der Endblocks verbessert werden kann. Hierzu sind dann keine neuen Modelle notwendig wie für den Fall, daß die Profilkontur nicht stimmen sollte. Je ein Endblock wird bereits in der Form geliefert, die nun beschrieben wird.

2.1 Erwünschte Eigenschaften der Endblocks

Bei der Betrachtung eines azimutal aufgeschnittenen Magneten erkennt man, daß ohne besondere Maßnahmen Sättigung in der schraffierten Partie von (2.1.a) nicht zu vermeiden ist.

Dies hat eine Verkürzung der B-Länge für hohe Felder zur Folge. Zudem erzeugt der von der Stirnseite eintretende Fluß Feldkomponenten im Blech, die normal zur Blechlamellierung laufen und Wirbelströme hervorrufen, die sich insbesondere bei kleinen Feldern störend als Phasenfehler bemerkbar machen und wiederum eine Änderung der B-Länge verursachen. Die B-Länge bei unendlicher Permeabilität des Eisens ist zudem etwa um 1,5 y größer (abhängig von der Spulenposition) als die geometrische Länge des Sektors. Da sich y mit dem Radius ändert, bedeutet dies eine Änderung der B-Länge mit dem Radius mit den schon erwähnten Nachteilen. Diese Nachteile sollten durch eine passend gewählte Formgebung der Endblocks vermieden werden können. Der Gedankengang ist der: wenn eine Abrundung vorgenommen wird, die es ermöglicht daß die Feldstärke im Eisen konstant und gleich und parallel zur Feldstärke in der normalen Partie des Sektors verlaufen kann, so werden die Sättigungs- und Wirbelstromeffekte vermieden werden können, da die Feldlinien dann keine Ursache haben, anders als in dem gewünschten Sinne zu verlaufen (2.1.b)



Das Gelingen dieser Forderung hat zur Folge, daß die B-Länge gleich der geometrischen Länge des Sektors werden muß. Damit muß dann auch die B-Länge unabhängig vom Radius werden, wenn sich diese Vorstellungen ins Dreidimensionale übertragen lassen.

Die gelegentlich benutzte "n-Länge" wird ebenfalls vom Radius unabhängig und gleich der "B-Länge".

2.2 Strenge Erfüllung der Forderungen von 2.1 für den ebenen Fall

Die mathematische Formulierung der in 2.1 erhobenen Forderung lautet

$$\frac{\mathcal{B}_n}{\cos(i,\mathcal{E})} \equiv 1 \tag{2.2.1}$$

wobei $\cos(ik)$ den Winkel zwischen der Normalen (Feldstärke) und der Senkrechten (i) bedeutet. Aquivalent zu dieser Formulierung ist:

Re
$$\left\{\frac{d^2}{d\mathcal{U}}\right\} = const.$$

Dies bedeutet anschaulich, daß die Länge (Realteil von z) sich mit dem Fluß in gleicher Weise ändern soll. Entsteht die Abbildung durch eine Schwarz-Christoffelsche Transformation, so ist ln o (Vgl. 1.4.2) wieder proportional zum magnetischen Fluß, und man kann schreiben:

$$\mathcal{R}_{e}\left\{\frac{d^{2}}{d \ln \rho}\right\} = \mathcal{R}_{e}\left\{g\frac{d^{2}}{d g}\right\} = comst.$$
 (2.2.2)

Behauptung: Die halbe Äquipotentiallinie des ebenen Plattenkondensators erfüllt die Forderung (2.2.2)

Beweis: Die Schwarz-Christoffelsche Transformation lautet

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} \frac{1+\zeta}{\zeta}; \quad z = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} (\zeta + \ln \zeta)$$
 (2.2.3)

1/2 entspricht der halben Äquipotentiallinie, somit

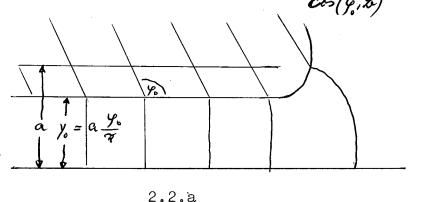
$$\frac{dz}{d\rho} = \frac{2\gamma_0}{\pi} \left(\frac{1}{9} + i \right) ; = \frac{2\gamma_0}{\pi} \left(\ln \rho + i \rho \right) + i \gamma_0 - 30 - 30$$

Re
$$\int g \frac{dz}{dg} = \frac{\gamma_0}{\gamma_0} = const. = \frac{2\gamma_0}{\gamma}$$
 q.e.d.

Der Parameter ρ läßt sich für die zum halben Potential gehörende Kontur eliminieren. Dies führt auf die Gleichung für die Kontur:

$$Y = y_0 + C \exp\left(\frac{\pi x}{2y_0}\right) \tag{2.2.4}$$

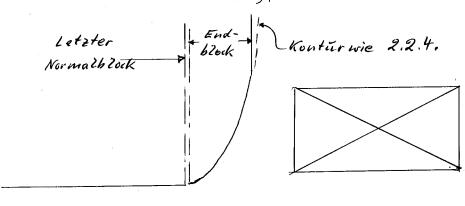
Ein beliebiger Winkel 0 < y < k, der zu einem Potential des ebenen Plattenkondensators gehört, erfüllt die (2.2.1) verallgemeinernde Forderung $\frac{B_{ii}}{\cos(y_i k)} = cont$



vgl. 2.2.a

Abweichungen vom idealen Verhalten

Handelte es sich tatsächlich um ein ebenes Problem, so wäre mit 2.2.4 die Forderung 2.2.2 wegen der Nähe der Spulen nicht streng erfüllt. Der Fluß würde ohne Spulen logarithmisch unendlich werden. Es wird durch die Spulen abgeschnitten. Zu diesem begrenzten Fluß gehört eine ganz bestimmte Feldlinie des ungestörten Problems 2.2. Im Trag wurde der endliche Fluß gemessen und die Kontur 2.2.4 bis zu einer passenden Stelle beibehalten (geeignet ist die Spulenoberkante (2.3.a)).



2.3.a

Als eine weitere Abweichung von den in 2.2. berechneten Verhältnissen kommt hinzu, daß es sich gar nicht um ein ebenes Problem handelt. Die Durchrechnung des dreidimensionales Problems ist jedoch von einer so erheblichen Schwierigkeit, daß man diese Aufgabe experimentell leichter löst.

Für DESY wurde sowohl beim D-Sektor- als auch beim F-Sektor-Modell die Form der Endblocks nach 2.2.4 in erster Näherung gewählt. Eine Reihe Reserve-Endblocks steht zur Verfügung, um die Form am Modell noch zu verbessern. Die meisten Reserve-Endblocks sind in der Mittelebene geteilt, um den Ausbau ohne Spulendemontage vornehmen zu können.

3. Der magnetische Kreis

Mit der Kenntnis des Profils ist es verhältnismäßig leicht, die Dimensionierung des Jochs festzulegen. Diese Aufgabe umfaßt: Festlegung des Spulenquerschnittes und der Entfernung der Spule zum Luftspalt Bestimmung des magnetischen Flusses bei gewählter Spulenlage, woraus die Jochbreite für eine zugelassene maximale Induktion im Blech folgt; Führung des Joches in dieser Breite um das durch die Spulengröße bestimmte Fenster auf kürzestem Wege; Beachtung technischer Erfordernisse bezüglich Montage, Kühlung, Justierung und Herstellung. Darüber hinaus ist man an der

Kenntnis der im Diamagnetikum gespeicherten Energie interessiert, um die an den Spulen auftretenden Spannungen vorherzusagen und die Energieversorgungsanlage richtig zu bemessen. Ein wert-volles Hilfsmittel ist hierfür der elektrolytische Trog, der bei den Planungsarbeiten für den DESY-Magneten vielseitig eingesetzt werden konnte.

3.1 Aufbau des elektrolytischen Troges bei DESY

Als Grundplatte diente eine Spiegelglasplatte in der Größe $600 \times 1500 \text{ mm}^2$. Als äußere Berandung und zur Nachahmung des Fensters waren Leisten aus Pertinax aufgekittet. Das Profil wurde aus Paraffin gegossen und unter Verwendung von Vaseline eingesetzt. Als Elektrolyt diente Leitungswasser, dem je nach Bedarf ein wenig Salz zugesetzt wurde. Die Spulen wurden durch auf Pertinaxplatten montierte Elektroden simuliert, die durch vorgeschaltete hochohmige Widerstände dazu veranlaßt wurden, gleiche Quellströme zu liefern. Die Unterteilung der Elektroden wurde in Luftspaltnähe besonders fein vorgenommen. Durch einen Storchschnabel konnte die Stellung der Sonde auf einen neben dem Trog befindlichen Zeichentisch übertragen werden. Eine spezielle Sonde für Messungen in der Mittelebene konnte an der Trogbegrenzung mit präzis konstanter Schrittweite bewegt werden. Gemessen wurde in einer Brückenschaltung, für die ein Oszilloskop als Nullinstrument diente, das für rein ohnschen Abgleich als Bild eine Gerade lieferte. Der Vorteil der schaltung war, daß nur ein Knopf (Helipot) betätigt werden mußte im Gegensens zu einer Schaltung mit Phasenbrücke. Die Meßgenauigkeit entsprach für Potentialmessungen der Ablesegenauigkeit am Helipot (ca.2°10⁻⁴) für Feldmessungen mit einer Differenzsonde etwa 3-5°10⁻³

3.2 Auswertung der Messungen im Trog

Sind die Polkontur und die Mittelebene aus Isoliermaterial nachgebildet, so entsprechen einander:

Bez. im elektrolytischen Trog

im Magneten

elektrische Feldlinien

magnetischen Äquipotentiallinien magnetischen Feldlinien

elektr. Äquipotentiallinien

Quellen der elektrischen Feldlinien

Wirbel der magnetischen Feldlinien

Potentialfunktion des elektrischen Feldes

 \mathcal{U}

magnetischen Fluß/Länge= Vektorpotential des Magnet-

feldes (z-Komponente)

konjugierte Funktion hierzu

skalares Potential des magnetischen Feldes

(Diese Funktion ist innerhalb der Spulen nicht eindeutig darstellbar)

U und V sind identisch mit den Funktionen in (1.4.3)

Gemessen wird im Trog die Funktion U und deren Änderung mit x.

Der magnetische Fluß pro Länge läßt sich ausdrücken durch das Produkt der Feldstärke am Sollkreis mit einer Ersatzbreite b. Diese Ersatzbreite findet man sehr leicht aus den Messungen zu

$$b = \frac{u_{rechts} - u_{einks}}{\left(\frac{\alpha u}{\alpha x}\right)_{s}} = \frac{u_{r} - u_{e}}{\left(\frac{\alpha u}{\alpha x}\right)_{s}}$$

Um die Verhältnisse des Hin- und Rückleiters der Spulen einzeln zu untersuchen, ist es zweckmäßig, den Fluß in seine Bestandteile vom Sollkreis aus nach beiden Seiten zu zerlegen, also in

$$\frac{\phi_r}{\text{Läinge}} = B_s b_r = B_s \frac{\mathcal{U}_r - \mathcal{U}_s}{\left(\frac{d\mathcal{U}}{dx}\right)_s} \quad \text{und} \quad \frac{\phi_e}{\text{Läinge}} = B_s b_e = B_s \frac{\mathcal{U}_s - \mathcal{U}_e}{\left(\frac{d\mathcal{U}}{dx}\right)_s}$$

Ur und Ue ändern sich mit dem Ort. Für den durch das Eisen gehenden Fluß sind die Werte von $\mathbf{U}_{\mathbf{r}}$ und $\mathbf{U}_{\mathbf{1}}$ entlang der Jochkontur von Interesse. Auch sie ändern sich noch vörtlich. Es gibt jedoch zwei Scheitelwerte $\overset{\boldsymbol{\wedge}}{\mathbf{U}}_{r}$ und $\overset{\boldsymbol{\vee}}{\mathbf{U}}_{1}$, die den im Eisen fließenden maximalen Fluß zwischen den zugehörigen Orten kennzeichnen.

Zur Bestimmung der gespeicherten Energie rechnet man wieder mit einer den Fluß kennzeichnenden Breite b. Bei gleicher Stromdichte in den Spulen ist sie durch den Mittelwert von U über den Spulenbereich gegeben,

also
$$b_n = \frac{\overline{u_n - u_e}}{\langle \underline{\alpha u} \rangle_s}$$
 (3.2.1)

Daraus errechnet sich die gespeicherte Energie

$$\frac{k_m}{k_{\text{ainge}}} = \frac{\mathcal{U} \cdot (n_s^{2})}{z} = B_s^2 \frac{\gamma_s}{\gamma_o} k_w$$
 (3.2.2)

Ist die Stromdichte in den Spulen nicht konstant, so geht sie bei der Mittelwertbildung in (3.2.1) als Gewicht ein. Der Beweis für die Formeln in 3.2 ist leicht zu führen und wird in diesem Bericht unterschlagen.

Für $\mathbf{b_w}$ fanden wir 29 cm im F-Sektor und 31,5 cm im D-Sektor. Für $\mathbf{B_s}=8,5$ kG ergibt sich damit eine gespeicherte Energie von W \approx 1,26 MJ. Auch die zu erwartenden dynamsichen Zusatz-verluste durch Wirbelströme können durch Messungen im elektrolytischen Trog ermittelt werden. Durchsetzt ein Wechselfeld mit 50 %iger Vormagnetisierung und den Scheitelwerten

$$B_y = \beta_y B_s$$
; $B_x = \beta_x B_s$

einen rechteckigen Leiter der Breite $\mathbf{a}_{\mathbf{x}}$ und der Höhe $\mathbf{a}_{\mathbf{y}}$, so ergibt sich ein dynamischer Zusatzverlust durch Wirbelströme

$$\frac{N}{\text{Länge}} = \frac{\omega^2 \hat{B}_s^2 \sigma}{96} a_x a_y \left(a_x^2 \beta_y^2 + a_y^2 \beta_x^2\right)$$

3.3 Festlegung des "C"-Schnittes

Eine sehr wichtige Größe ist die Wahl der Fensterabmessung, die von der vernünftigerweise zu wählenden effektiven Stromdichte der Spule abhängt. Für sie wurde eine hier nicht wiedergegebene Wirtschaftlichkeitsrechnung angestellt, in die insbesondere die beweglichen Preise für den Eisenkörper, das Kupfer und schließ-lich die elektrische Arbeit für eine angenommene Betriebsstunden zahl der Maschine eingehen. Da man sehr wenig über den beweg-

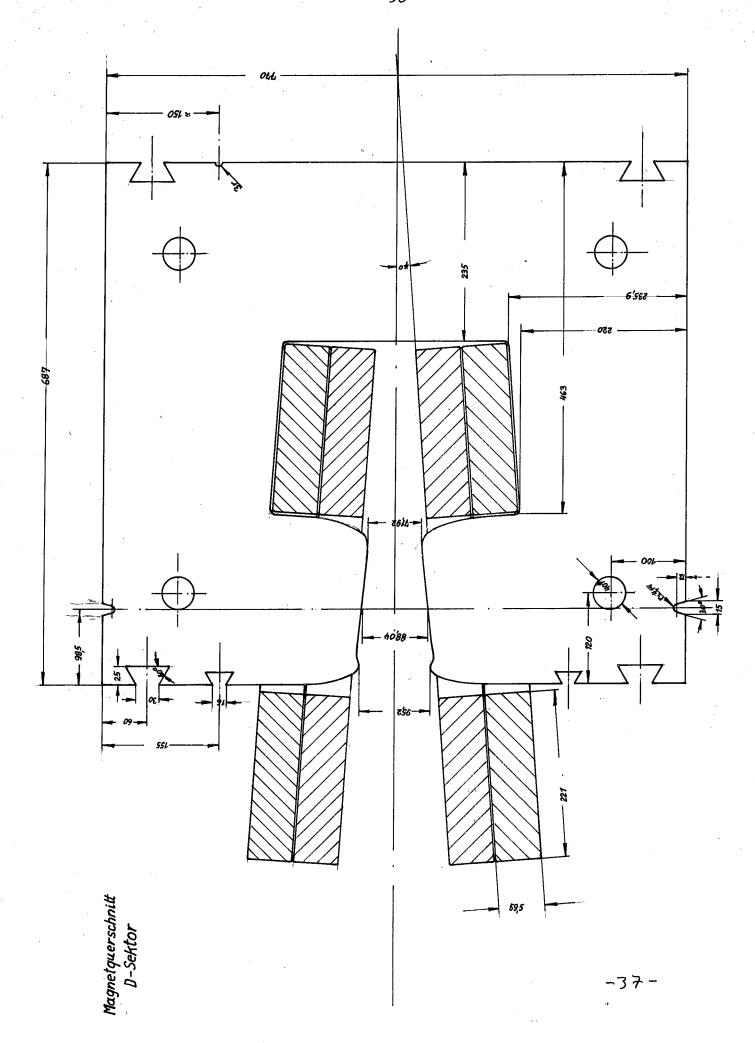
lichen Teil dieser Kosten weiß, hat die ganze Rechnung nur den Charakter einer Abschätzung. Als Richtwert wählten wir schließ-lich eine Stromdichte von

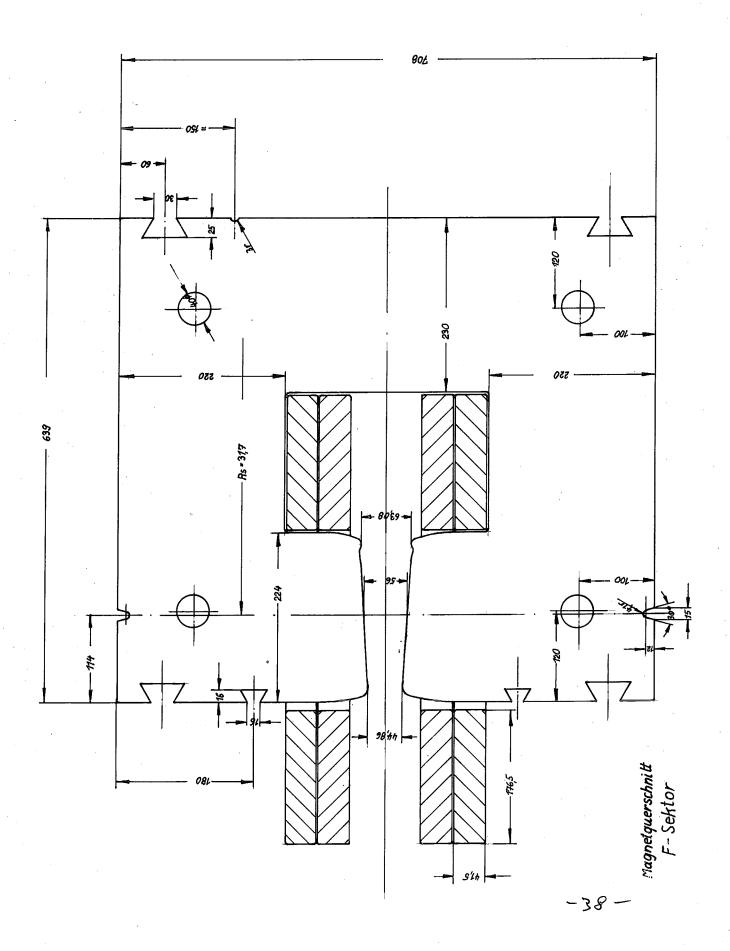
1,7
$$\frac{Amp_{eff}}{mm^2}$$
 in den Spulen.

Ein Bericht über die technische Ausführung der Spulen soll folgen.

Die Positionierung der Spulen erfolgte mit Rücksicht auf ausreichenden Platz für die Spulenbefestigung und die Montagemöglichkeit für die Vakuumkammer. Zur Vermeidung von Feldbeeinflussungen durch die Spulen (vgl. 1.8) muß auf der weiten Seite des Luftspaltes ein größerer Abstand eingehalten werden als auf der engen Seite. Dies führte dazu, die Spulen im D-Sektor um 4° gegen die Horizontale geneigt anzuordnen. Ein weiterer Vorteil dieser Maßnahme besteht darin, daß die vertikale Abmessung des "C"-Schnittes von etwa 800 mm auf 770 mm reduziert werden konnte. Dadurch wird die von Armco für die vorgesehene Blechqualität Tran-Cor A6 maximal lieferbare Tafelbreite von 31" unterschzitten, so daß die Walzrichtung in beiden Sektrotypen horizontal verlaufen kann. Die Jochbreite wurde so gewählt, daß die mittlere Maximalinduktion im Blech kleiner als etwa 12,5 kG im F-Sektor bzw. 13 kG im D-Sektor bei einem angenommenen Füllfaktor der Blechpakete von 92 % bleibt. In den Abbildungen 3.3.a und 3.3.b sind "C"-Schnitte für die beiden Sektortypen gezeichnet. (Sie sind in Einzelheiten nicht als endgültig anzusehen.) *

Für die beiden Modelle werden verschiedene Verspannungsmöglichkeiten erprobt. Voraussichtlich bekommt der endgültige F-Sektor
dieselben Nuten wie der D-Sektor in 3.3.a. Das D-Modell hat
gegenüber 3.3.a noch kleine Änderungen erfahren, die im wesentlichen in der Anbringung von zusätzlichen Justiernuten bestehen.
Eine genaue Beschreibung der Modelle wird zu gegebener Zeit
folgen.





4. Mitarbeit; Literaturstelle

An der numerischen Auswertung der Profilberechnung waren die Herrn A. Hermann, K.F. Holzhausen der Theoretischen Gruppe/DESY und Herr K.H. Peukert beteiligt. Die Rechenzeit auf der IBM 650 in Hamburg-Barmbek wurde vom Institut für Angewandte Mathematik zur Verfügung gestellt. Mit Herrn Dr. Wüster fanden nützliche Diskussionen statt.

Allen Beteiligten sei hiermit gedankt.

Einige Anregungen für die Profilberechnung sind dem AEC-Report NYO-911 entnommen:

"Mathematical Techniques for Designing Field Shapes" by Martyn H. Foss July 11. 1951, Carnegie Institute of Technology.

Veruer Marelt

Werner Hardt