

D E U T S C H E S E L E K T R O N E N - S Y N C H R O T R O N
DESY

Hamburg-Gr. Flottbek 1, Flottbeker Drift 56

DESY-Bibliothek

Desy-Notiz A 2.94

Hamburg, den 7. August 1962
E 3-Dr. Be/VM

METHODEN ZUR AUFWEITUNG DES SYNCHROTRONSTRAHLS

Zur Erzeugung eines möglichst langen Pulses ist es sowohl zur Erzeugung eines Gammastrahls mittels closed orbit-Beule, als auch für die Ejektion erforderlich, den Strahl vorher in radialer Richtung aufzuweiten, da er für Energien kleiner als etwa 5 GeV einen sehr kleinen Querschnitt besitzt. Bei einer größeren radialen Strahlausdehnung erreicht man besser einen langen, zeitlich möglichst konstanten Burst. Der Strahlschwerpunkt muß bei einer gewünschten Burstlänge von 1 msec während dieser Zeit gleichmäßig um den Strahlquerschnitt an das Target geschoben werden, was bei einer Strahlausdehnung von nur wenigen Millimetern eine sehr harte Forderung ist.

Mit einem der Verfahren (statische Aufweitung) erreicht man außerdem einen sehr scharfen γ -Strahl, was für Experimente vorteilhaft sein kann. Einige Methoden der Aufweitung sollen im folgenden beschrieben werden.

1. Homogenes Hf-Feld

Im Prinzip kann man den Strahl mit einem sogenannten HF-Knockout, wie er z. B. im CERN-PS* eingebaut ist, durch Erzeugung von Betatron-Resonanzen aufweiten. In einem homogenen Magneten steht das Magnetfeld senkrecht zur horizontalen Ebene. Man erregt den Magneten durch einen hochfrequenten Wechselstrom, der kohärente radiale Betatron-Schwingungen erzeugt, deren Amplituden Schwebungen ausführen mit den Schwebungsfrequenzen $\frac{2 f \delta + \omega}{4 \pi}$ bzw. $\frac{2 f \delta - \omega}{4 \pi}$ (f = Umlauffrequenz der Teilchen, $\delta = \pi \Delta Q$ mit $\Delta Q = Q - 6,0$; ω = Kreisfrequenz des angelegten Feldes). Die Theorie dazu ist abgeleitet in der Desy-Notiz A 2.52. Erregt man mit einer der Resonanzfrequenzen $\omega_{res} = 2 \pi f (\pm \Delta Q + n)$, wobei n eine beliebige ganze Zahl ist, so wachsen die Amplituden der Schwingungen proportional zur Umlaufszahl an. Damit hat man einmal eine gute Methode zur Messung der Betatronfrequenz. Bei CERN wird das System außerdem zur kurzzeitigen Aufweitung des Strahls verwendet, um verschiedene Targets beim gleichen Beschleunigungszyklus zu bedienen (siehe Desy B 1.299, nicht veröffentlicht).

Die Erzeugung von kohärenten Schwingungen bedeutet, daß der Strahl als ganzes an jedem Ort Schwingungen durchführt, deren Frequenz gleich der angelegten ist (Desy A 2.52). Der Strahl behält also seinen ursprünglichen Querschnitt bei, wenn das Q für alle Teilchen gleich ist. Infolge der Energiestreuung von einigen Promille schwankt der Q -Wert ebenfalls um etwa diesen Betrag um den Sollwert. Haben zwei Teilchen eine Energiedifferenz von 2 o/oo, so ändert sich die Phasendifferenz der Betatronschwingungen pro Umlauf um etwa 4 Grad (bei der Annahme $\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta Q}{Q}$). Für eine Zeit, die kleiner ist als die Dauer der Synchrotronschwingung, führt diese Streuung zu einer Verbreiterung des Strahlquerschnitts. Danach verengt

*M. Geiger, PS/Int. M G/RF 60-10, 2/8/60

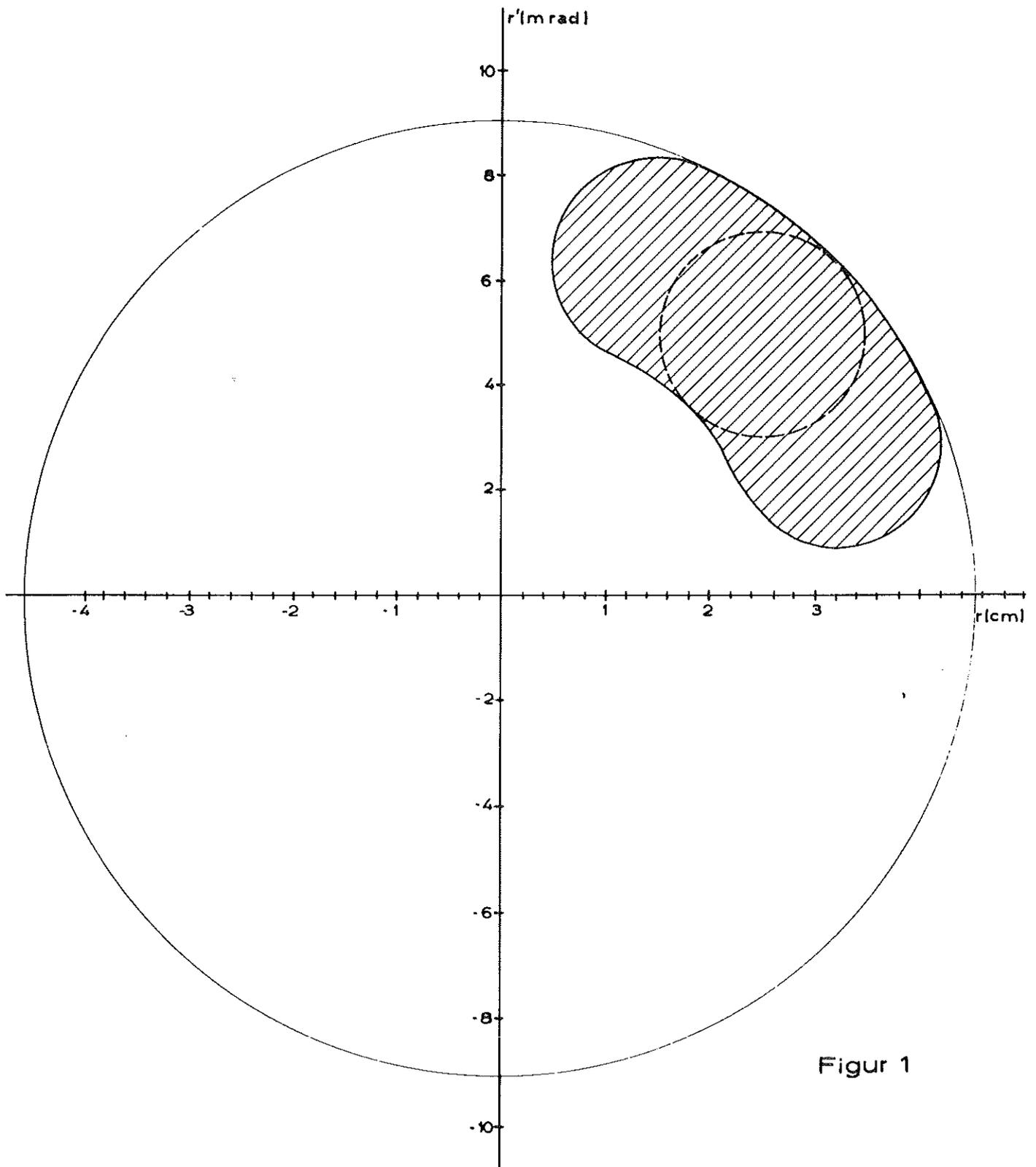
sich der Strahl wieder, so daß nach einer Synchrotron-schwingungsperiode der Ausgangszustand wiederhergestellt ist. Für die bei DESY zu erwartenden Verhältnisse wird wegen der kleinen Energiestreuung und der relativ hohen Synchrotronschwingungsfrequenz von etwa $2,5 \cdot 10^4$ Hz die mittlere Phasendifferenz der ursprünglich kohärenten Betatronschwingungen zum Zeitpunkt der stärksten Verschmierung in der Größenordnung 40° betragen, so daß keine wesentliche Strahlaufweitung eintritt. In Figur 1 sind diese Verhältnisse in der Phasenebene schematisch angedeutet.

Benutzt man also einen Magneten mit homogenem Feld zur Aufweitung, so wird der Target-Burst die Struktur der angelegten HF besitzen. Auch das Anlegen einer höheren Frequenz oder eines Frequenzgemisches bringt keinen grundsätzlichen Vorteil. Zur Erzeugung eines zeitlich etwa konstanten Burst ist diese Aufweitung nur geeignet, wenn die Phasen der ursprünglich kohärenten Betatronschwingungen Zeit genug haben, infolge der Q-Streuung auseinanderzulaufen. Dazu ist aber eine wesentlich kleinere Synchrotronschwingungsfrequenz wie etwa beim CERN-PS (500 Hz) erforderlich.

Zur Erzeugung von Betatronschwingungsamplituden von 5 cm benötigt man auf der Resonanz für eine Aufweituungszeit von 200 Umläufen eine Feldstärken-Amplitude von 10 Gauss bei 1 m Magnetlänge.

2. Hf-Quadrupolfeld

Eine wesentlich bessere Methode der Aufweitung besteht darin, die selbst bei sehr kleinem Strahlquerschnitt vorhandenen Unterschiede in den Phasen und Amplituden der Betatron-Schwingungen auszunutzen. Wir betrachten ein Quadrupolfeld, dessen



Figur 1

Die maximale Verschmierung einer aus der Sollbahn verschobenen Teilchenellipse (hier gestrichelt und als Kreis gezeichnet) durch die Q-Streuung. Bei einer guten Aufweitung müßte der große Kreis mit Teilchen ausgefüllt sein.

Längsachse auf dem Sollkreis verläuft und dessen Querachsen in der Horizontalen bzw. Vertikalen liegen. Die Polschuhe seien aus Ferrit gefertigt, so daß man den Magneten mit hochfrequentem Wechselstrom betreiben kann. Die vorhandenen Betatronschwingungen werden je nach der angelegten Frequenz mehr oder weniger stark aufgeschaukelt. Wie Rechnungen auf der IBM 650 ergeben haben, gibt es auch in diesem Fall Resonanzfrequenzen, die genau doppelt so hoch liegen wie die Resonanzen bei homogenem Feld

$$\omega_{\text{res}} = 4 \pi f (\pm \Delta Q + n)$$

Die Resonanz bei $Q = 6,25$ nimmt einen Sonderfall ein, da die Teilchen bei aufeinanderfolgenden Umläufen stets den gleichen Betrag des Gradienten sehen, z. B. sieht ein Teilchen, das einmal bei maximalem Gradienten durchläuft, diesen während des gesamten Aufweitungsvorganges. Die Resonanzfrequenz $4,72 \text{ kHz}$ für $Q = 6,25$ ist genau die halbe Umlauffrequenz ($\Delta Q = 0,25$; $n = 0$), so daß die Phase der HF bei den Durchgängen eines Teilchens durch das Feld konstant bleibt. Allerdings gibt es auch Teilchenbündel, die immer genau beim Nulldurchgang des HF-Feldes dieses durchlaufen, so daß sie nicht aufgeweitet werden. Die Folge ist eine starke azimutale Abhängigkeit der Aufweitung, im Gegensatz zur Aufweitung bei homogenem HF-Feld, wo wegen der halben anzulegenden Frequenz eine derartige Erscheinung nicht zu beobachten ist (Desy A 2.52). Für die relativ zur HF günstig liegenden Elektronenbündel ist die Resonanz-Aufweitung bei $Q = 6,25$ am stärksten, da für leicht von $6,25$ abweichende Q -Werte und die entsprechenden Resonanzfrequenzen die feste Phasenbeziehung nicht erfüllt ist, so daß Teilchen, die zunächst bei jedem Umlauf einen großen Gradienten sehen, schließlich auf Phasen rutschen, in denen der Gradient Null wird.

Wie sieht die Aufweitung nun in diesem Falle aus? Betrachtet man die Teilchen in der Phasenebene (r, r') , so erhalten sie bei jedem Durchgang durch das Feld einen Kick in der Richtung r' (die z -Richtung werde im Augenblick nicht betrachtet) (siehe Fig. 2).

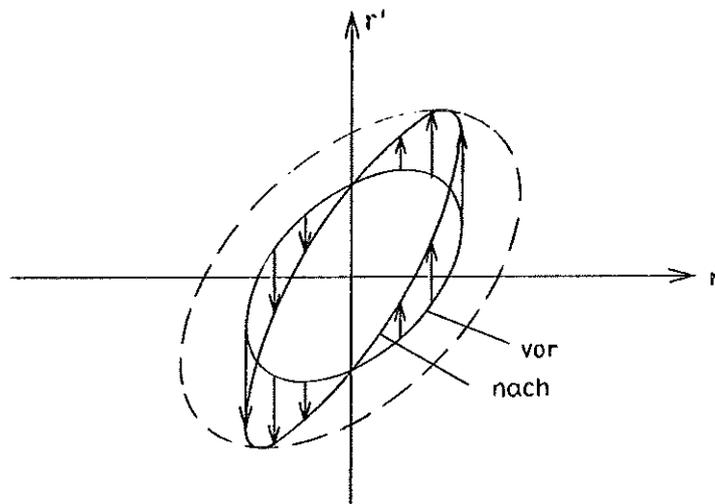
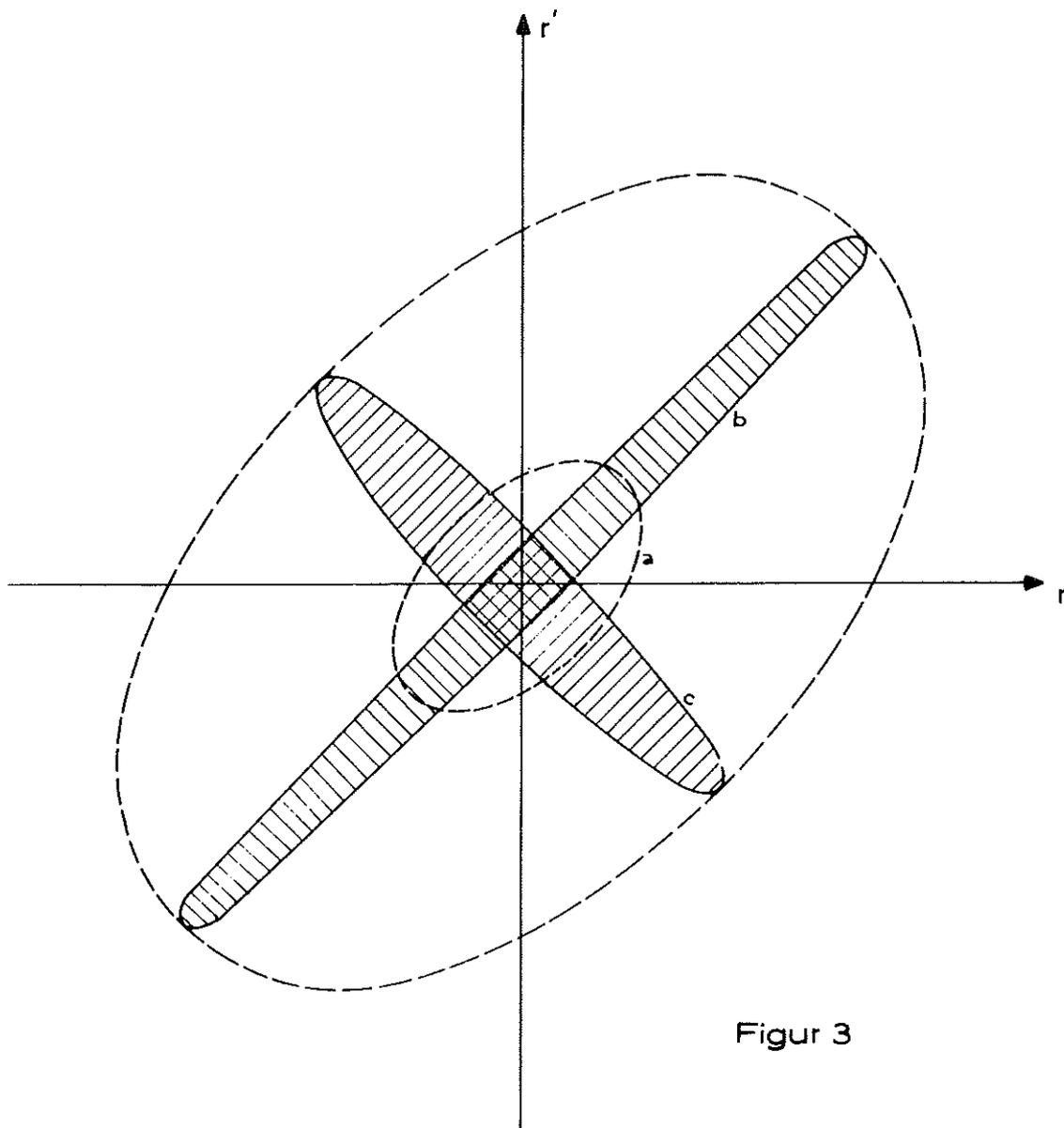


Fig. 2

Die Phasenellipse vor und nach dem Durchgang durch das Quadrupolfeld. Die gestreckte Teilchenellipse dreht sich innerhalb der gestrichelten ungestörten Phasenellipse. Tatsächlich sind die Kicks klein gegen die vorhandenen Schwingungen.

Die Teilchenellipse wird je nach dem Vorzeichen des Gradientenfeldes entweder gestreckt oder gestaucht. Da die Amplitudenfunktion $\beta(s)$ außerhalb des Störfeldes nicht geändert wird, laufen die Teilchen bis zum nächsten Durchgang mit $Q = 6,25$ auf einer zur ungestörten Phasenellipse konzentrischen mit größerem Durchmesser (in Fig. 2 gestrichelt). Diese vergrößerte Ellipse ist allerdings nicht mehr vollständig mit Teilchen ausgefüllt, sondern die Teilchen liegen in einer Ellipse, die der vergrößerten Phasenellipse eingeschrieben ist und gleichen Flächeninhalt hat wie die ursprüngliche Phasenellipse. Die Teilchenellipse wird von Umlauf zu Umlauf mehr gestreckt, so daß die Teilchen schließlich in einer langen flachen Ellipse liegen, deren Achsen von Umlauf



Figur 3

Lage der beiden Teilchenellipsen bei zwei aufeinanderfolgenden Durchgängen eines Teilchenbündels durch einen Maschinenpunkt^(ausgezogen gezeichnet). Die ungestörten Phasenellipsen sind gestrichelt angedeutet. Vor dem Einschalten des HF-Feldes waren die Teilchen in der kleinen gestrichelten Ellipse verteilt. (Schematisch)

zu Umlauf um den Phasenwinkel 90° (bei $Q = 6,25$) gedreht werden (siehe Fig. 3). Die Lage der gestreckten Ellipse an einem bestimmten Maschinenpunkt hängt nur ab vom Abstand dieses Punktes vom Aufweiter. Ist $Q \neq 6,25$, so drehen sich die langen Ellipsen um einen von 90° verschiedenen Winkel. Wie unten gezeigt wird, ist es von Vorteil, auch dann mit der Frequenz $\omega = 4 \pi f$ zu arbeiten. Ähnlich wie im Fall des homogenen Magneten tritt nur eine Schwebung auf, das heißt die Ellipsen werden abwechselnd sich ausdehnen und wieder schrumpfen.

Bei einer sinusförmigen Erregung des Quadrupolfeldes hat man den Nachteil, daß an verschiedenen Stellen liegende Teilchenbündel auch verschiedene Feldstärken sehen, so daß sie eine unterschiedliche Aufweitung erfahren. Um diese azimutale Abhängigkeit zu vermeiden, kann man eine Rechteckfunktion nehmen. Für den Fall $Q = 6,25$ tritt eine Resonanz ein, wenn man die Rechtecklänge genau gleich der Umlaufszeit der Teilchen macht. Legt man den Vorzeichensprung der Funktion in die Injektionslücke der umlaufenden Teilchen, so sehen alle Teilchen die gleichen Feldgradienten, und zwar abwechselnd positive und negative. In diesem Fall hat man also keinerlei azimutale Abhängigkeit in der Aufweitung.

Allerdings muß die Forderung $Q = 6,25$ möglichst genau erfüllt sein, umso genauer, je länger der Aufweiter eingeschaltet bleibt. Andererseits braucht man eine umso größere Quadrupolfeldstärke, je kürzer er läuft. Soll die Aufweitung während 1 000 Umläufen erfolgen, so muß man den Q -Wert während dieser Zeit zwischen 6,2499 und 6,2501 halten, andernfalls geht das Anwachsen der Betatronschwingungen proportional zur Umlaufszeit in Schwebungen über. Um eine weniger starke Bedingung für Q zu erhalten, muß man die Einschaltdauer des Aufweilers verkleinern. Arbeitet man z. B. (immer unter der Voraussetzung Rechtecklänge = Umlaufszeit der Teilchen) bei einem ΔQ von 0,01, so ist das Maximum der Schwebung bereits nach etwa 12 Umläufen

erreicht, das heißt man müßte den Aufweiter bereits nach 12 μ sec wieder abschalten, damit die Aufweitung nicht zurückgeht. In der Tabelle auf Seite 9 sind die Verhältnisse für Q-Werte, die von 6,25 abweichen, zusammengestellt.

Da man die Hochfrequenz und den Q-Wert der Maschine möglichst gut anpassen muß, ist es also günstiger, die Hochfrequenz genau für den Fall $Q = 6,25$ (das heißt Rechtecklänge gleich Umlaufszeit) einzurichten, da nur in diesem Fall gleichmäßige Aufweitung über den ganzen Ring eintritt. Mit Hilfe eines Quadrupols aus geblechtem Eisen könnte man den Q-Wert der Maschine geringfügig verändern, ohne daß die Stabilität der Maschine leidet. Dieser wird jeweils kurz vor dem Einschalten des HF-Feldes (100 μ sec) angefahren und stellt den radialen Q-Wert innerhalb der einzuhaltenden Grenzen auf 6,25, da es nicht anzunehmen ist, daß der ungestörte Q-Wert der Maschine schon innerhalb dieser Grenzen liegt. Die Einstellung der Stromstärke dieses Quadrupols wird ausprobiert, sie wird so gewählt, daß bei fester Feldstärke des Aufweilers maximale Aufweitung eintritt.

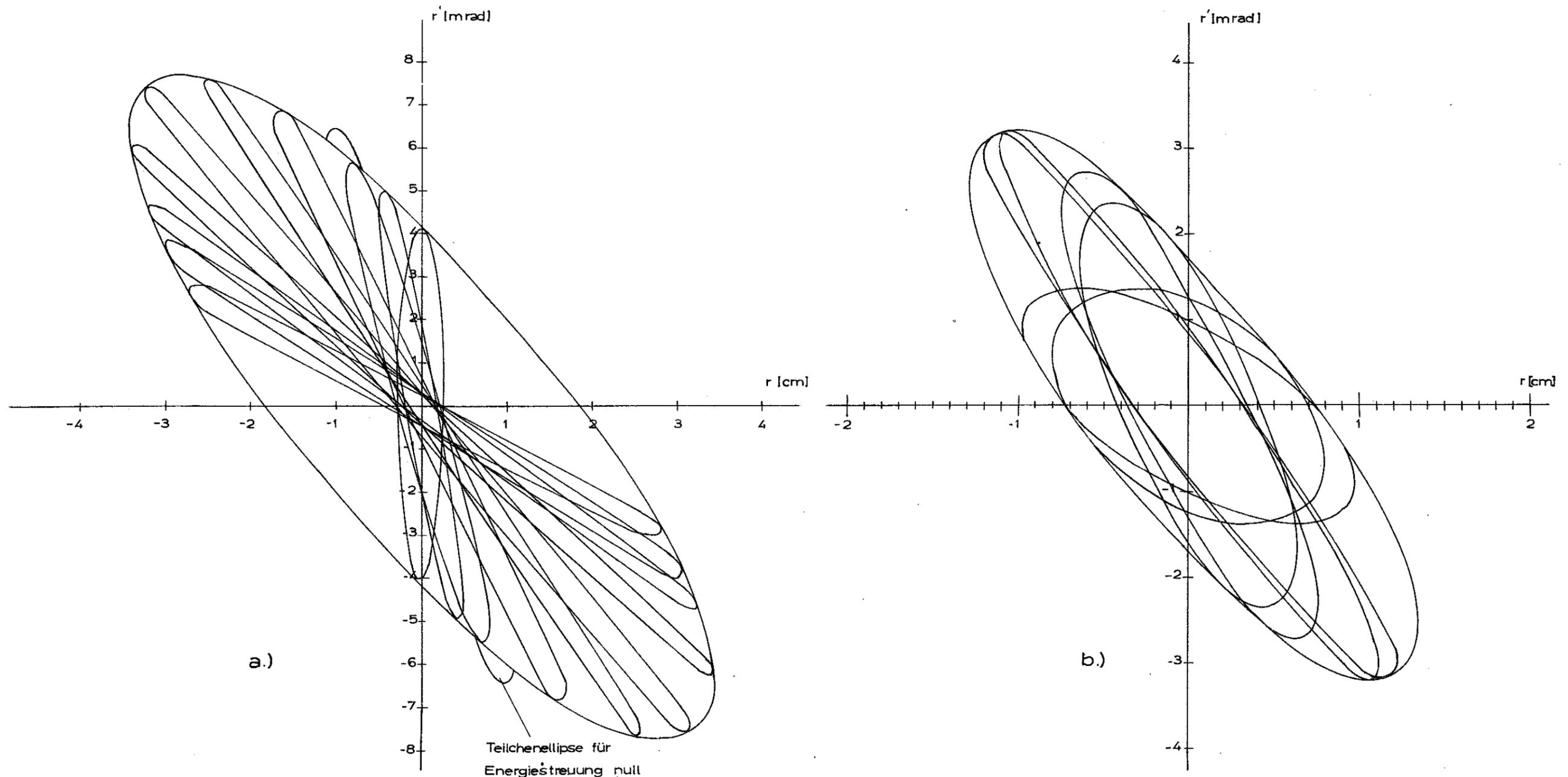
Etwas schwieriger ist es, wenn der radiale Q-Wert der Maschine von Puls zu Puls schwankt, z. B. durch Schwankungen der radialen Lage des Teilchenstromes. In diesem Fall muß die Lage des Strahls vor dem Einschalten des Quadrupols mit den Pick up-Spulen gemessen werden, durch deren Signal die Stromstärke des Quadrupols geregelt wird. Falls Q sich während der Aufweitung ändert, muß die Stromstärke ebenfalls so geregelt werden, daß die Änderung berücksichtigt wird.

Da die Korrektur des Q-Wertes nur gering sein wird (ΔQ etwa 0,01), ist auch die erforderliche Linsenstärke klein. Bei einer Q-Änderung von 0,01 benötigt man einen Gradienten von 4 Gauss/cm für eine Magnetlänge von 1 m. Bei den CERN-Maschinen-Quadrupolen würde das eine Stromstärke von etwa 3 Amp erfordern. Bei einer Aufweitung während 1 000 Umläufen genügt

für $\Delta Q = 0,01$ eine Konstanz der Stromstärke des Quadrupols von 1 %, um den Q-Wert mit ausreichender Genauigkeit auf $6,2500 \pm 0,0001$ zu halten.

Betrachten wir noch einmal Figur 3. Läßt man den aufgeweiteten Strahl gegen ein Target laufen, so würde der Winkel, unter dem die gestreckten Ellipsen das Target berühren, im allgemeinen nicht mit dem Berührungswinkel für die ungestörte Phasenellipse übereinstimmen (siehe Fig. 9). Außerdem würden nur bei jedem zweiten Umlauf Teilchen gegen das Target laufen, da die gestreckte Teilchenellipse im Rhythmus der Rechteckspannung umspringt. Hier kommen jedoch die Synchrotronschwingungen zur Hilfe. Es hat sich bei der näheren Durchrechnung auf der IBM gezeigt, daß die Teilchenellipse für verschiedene Anfangsphasen der Synchrotronschwingung verschiedene Winkelstellungen annimmt (siehe Fig. 4). Hier braucht man also eine radiale Abhängigkeit des Q-Wertes.

In Fig. 4a) sind für 10 verschiedene, etwa gleichverteilte Anfangsphasen die sich ergebenden gestreckten Teilchenellipsen gezeichnet, für eine Energieschwingung, deren Amplitude um ± 1 Promille von der Sollenergie abweicht. In Fig. 4b ist das Entsprechende für 3 Promille Energieabweichung dargestellt. Die Endpunkte der großen Ellipsenachsen liegen auf einer zur ungestörten Phasenellipse konzentrischen Ellipse, die also bei Fig. 4b schon völlig mit Teilchen angefüllt ist. In der Figur sind nicht alle Flächen der großen Ellipse überdeckt, da nur einige Synchrotronschwingungsphasen gerechnet wurden. In Fig. 4a dagegen ist die Phasenellipse nicht vollständig mit Teilchen belegt. Für sehr kleine Energiestreuungen haben die Ellipsen alle annähernd die gleiche Lage, so daß die Teilchendichte in der Phasenellipse Vorzugsgebiete hat. Das würde eine Schwankung der Intensität des Target-Burst von Umlauf zu Umlauf zur Folge haben. Wie die Rechnungen gezeigt haben, reicht eine Energiestreuung während des Aufweitungsvorganges von etwa



Figur 4

Verteilung der Teilchenellipsen innerhalb der aufgeweiteten Phasenellipsen durch verschiedene Anfangsphasen der Synchrotronschwingung. a.) für eine Q-Streuung von $\pm 1\%$ b.) für eine Q-Streuung von $\pm 3\%$. Die Aufweitung ist berechnet für 2 hochfrequente Quadrupolfelder im gleichen geraden Stück O_1 hintereinander, sodaß $Q_z = \text{const.}$ ist. $S_1 = 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ $S_2 = 0,6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$. Die Teilchenellipsen ergeben sich in einem O_1 -Sektor, der 5 Perioden hinter den HF-Feldern liegt, 60cm vom D-Sektor entfernt, für eine Umlaufzahl von 400. Die Geraden durch die Berührungspunkte der kleinen Ellipsen mit der großen bleiben unabhängig von der Umlaufzahl konstant.

± 2 o/oo aus, um die Intensitätsschwankungen kleiner als etwa 10 % zu halten. Für eine noch bessere Konstanz des Target-Burst müßte, falls die Energiestreuungen nicht ausreichen, ein Sextupolfeld in den Ring eingebaut werden. Dieses könnte eine stärkere zusätzliche Abhängigkeit des Q-Wertes von der radialen Strahlposition erzeugen.

Für die Maschine gilt angenähert

$$\frac{\Delta Q}{Q} = c \frac{\Delta p}{p}$$

mit einem c , das ungefähr bei eins liegt*). Verwendet man zur Q-Änderung vier von der Art der CERN-Sextupole, so kann man für Teilchen mit 2 Promille Energieabweichung und 1 GeV den Q-Wert um etwa 0,1 ändern. Damit erreicht man ein c , das um eine Größenordnung höher ist als ohne Sextupolfeld. Eine derartige Sextupolanordnung würde auch bei 6 GeV ausreichen, eine genügend konstante Teilchendichte in der aufgeweiteten Phasenellipse zu erzielen. Im allgemeinen wird man jedoch ohne zusätzliche Sextupole auskommen, vor allem im Anfang.

Die für die Aufweitung erforderliche Linsenstärke ist nach der Rechnung auf der IBM für 27-fache Aufweitung während 1 000 Umläufen und einer Q-Streuung von $\pm 0,1$ %: $S = 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$. Wie die Rechnung weiter gezeigt hat, hängt die Größe der aufgeweiteten Phasenellipse im Resonanzfall bei $S = 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ in folgender Weise von der Umlaufszahl k ab:

$$a = a_0 e^{\frac{k}{300}}$$

Dabei ist a bzw. a_0 die Länge der großen Achse nach k bzw. nach 0 Umläufen. In der folgenden Tabelle sind für $Q = 6,25$ und abweichende Werte die erforderlichen Gradienten und magne-

*)G. Ripken, private Mitteilung

tischen Feldenergien zusammengestellt. Dabei ist für die abweichenden Werte angenommen, daß 10-fache Aufweitung erreicht ist, wenn die Schwebung ihr erstes Maximum durchläuft.

$Q_r - 6,25$	Schwebungsmaximum erreicht nach Umläufen	Erforderlicher Gradient für 10-fache Aufweitung bei 6 GeV und 1 m Magnetlänge	Energie des magnetischen Feldes
0,01	12,5	150 $\frac{\Gamma}{\text{cm}}$	50 Wsec
0,001	125	15 $\frac{\Gamma}{\text{cm}}$	0,50 Wsec
0,0001	1250	1,5 $\frac{\Gamma}{\text{cm}}$	$5,0 \cdot 10^{-3}$ Wsec
0	1250	1 $\frac{\Gamma}{\text{cm}}$	$2,2 \cdot 10^{-3}$ Wsec

Eine nicht zu starke Forderung für die Genauigkeit der Q_r -Einstellung ist $\Delta Q = \pm 0,001$. Deshalb erscheint es vernünftig, einen maximalen Gradienten von $15 \frac{\Gamma}{\text{cm}}$ im HF-Quadrupol von 1 m Länge zu verlangen.

Um eine Aufweitung in vertikaler Richtung zu verhindern, gibt es zwei Möglichkeiten.

1. Man setzt zwei hochfrequente Quadrupolfelder im selben geraden Stück hintereinander und richtet die Linsenstärken so ein, daß

$$\frac{S_1}{S_2} = - \frac{\beta_1}{\beta_2}$$

ist, wobei S_1, S_2 die Linsenstärken und β_1, β_2 die horizontalen Amplitudenfunktionen an den Stellen der Linsen sind.

Dadurch wird der Kick, den das Teilchen in der ersten Linse vertikal bekommt, in der zweiten näherungsweise kompensiert. Die Bedingung folgt aus der Tatsache, daß $\Delta Q_z = 0$ sein muß, damit für die z-Richtung keine Aufweitung eintritt.

2. Man legt Q_z auf einen von 6,25 verschiedenen Wert, damit die Resonanzbedingung für die vertikale Richtung nicht erfüllt ist. Eventuell ist diese Bedingung von selbst dadurch gegeben, daß das horizontale Q von dem tatsächlich vorhandenen Wert auf 6,25 geschoben werden muß, wodurch sich Q_z in der entgegengesetzten Weise verschiebt, so daß es u. U. schon genügend weit, das heißt etwa um 0,01, von 6,25 entfernt ist. Sonst benötigt man einen zweiten (quasi-statischen) Quadrupol, um sowohl die horizontale als auch die vertikale Bedingung für Q zu erfüllen.

Da man mit zwei Quadrupolen noch eine weitere Aufweitungsmöglichkeit (siehe unten) ausnutzen kann, ist der zweiten Methode der Vorzug zu geben.

3. HF-Sextupolfeld

Nach dem homogenen Feld und dem linearen Quadrupolfeld wird als nächstes ein Sextupolfeld hinsichtlich der Verwendung als Aufweiter untersucht.

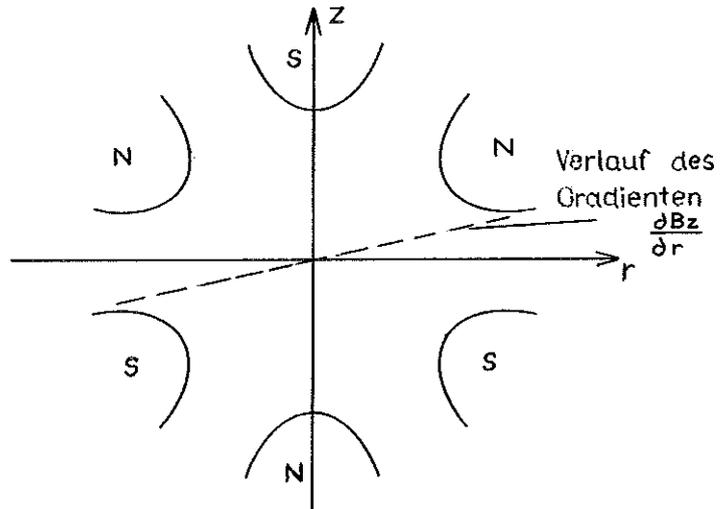
Ein Sextupolfeld, das so liegt, daß in der Strahlebene nur eine z-Komponente existiert, wird zunächst mit einem Rechteckstrom gespeist, dessen Periode wie beim Quadrupolfall genau gleich der doppelten Umlaufszeit der Teilchen ist. Q_r wird dabei möglichst genau auf 6,25 gehalten.

Fig. 5

Querschnitt durch einen Sextupolmagneten, bei dem

$$\frac{\partial B_z}{\partial r} = \text{const. } r$$

ist.

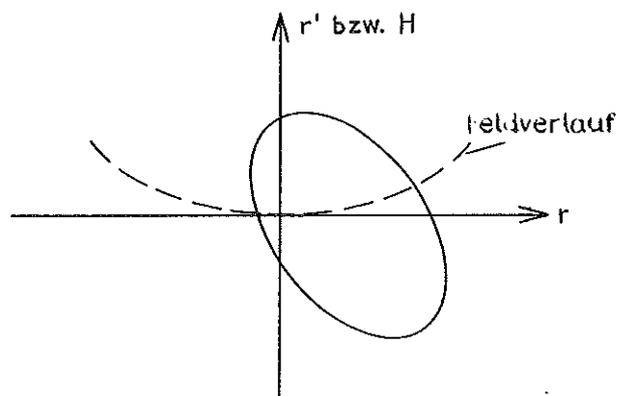


Der Gradient $\frac{\partial B_z}{\partial r}$ ist in der Horizontalen proportional dem Abstand vom Mittelpunkt des Sextupols. Im Zentrum ist $B = \frac{\partial B_z}{\partial r} = 0$. Eine Phasenellipse, deren Mittelpunkt genau auf dem Mittelpunkt des Sextupols liegt, erfährt durch dieses Feld keine Aufweitung, da die angelegte HF nur für ein Feld eine Resonanz hervorruft, bei dem der Gradient auf beiden Seiten des Mittelpunktes mindestens gleiches Vorzeichen hat. Hier jedoch sehen die Teilchen auf beiden Seiten Feldbeträge, die einander entgegenwirken.

Es gibt aber Teilchen, die zeitweilig Energieabweichungen von der Sollenergie haben. Betrachten wir nur Teilchen mit der gleichen momentanen Energieabweichung und der gleichen Synchrotronschwingungsphase. Unter Berücksichtigung der Betatronschwingungen kann man diese Teilchen in einer Phasenellipse darstellen, die gegen den Sollkreis etwas verschoben ist:

Fig. 6

Vom Sollkreis verschobene Teilchenellipse. Die Teilchen sehen überwiegend einen positiven Gradienten und können demnach durch eine Quadrupolresonanz aufgeschaukelt werden.

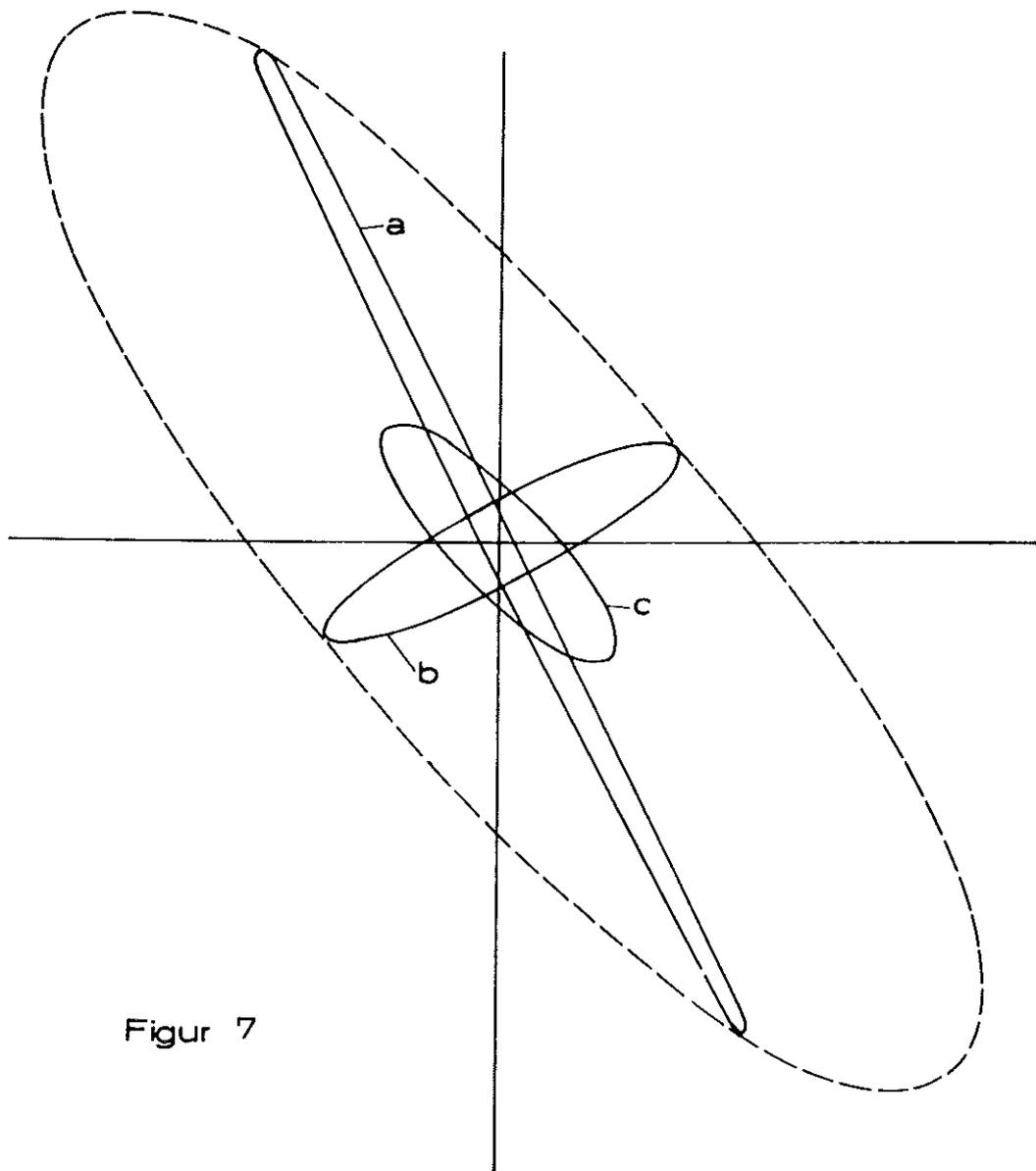


Die innerhalb dieser Ellipse umlaufenden Teilchen sehen einen überwiegend positiven Gradienten. Wie eine nähere Untersuchung auf graphischem Wege gezeigt hat, entsteht eine Resonanzaufweitung, welche die Ellipse bei gleichem Flächeninhalt streckt. Allerdings schwingt der Teilchenschwerpunkt um den Sollkreis, so daß nach einer gewissen Zeit der überwiegend von den Teilchen gesehene Gradient sein Vorzeichen wechselt. Soll die Aufweitung in derselben Weise weiterlaufen, muß die Phase des Rechteckfeldes um 180 Grad verschoben werden.

Man benötigt also eine Rechteckfunktion, deren Rechtecklänge gleich der Umlaufszeit ist, und die mit einer zweiten Rechteckfunktion, deren Periode gleich der Synchrotronschwingungsdauer ist, amplituden-moduliert wird. Dadurch werden die Phasenbereiche der Synchrotronschwingung am stärksten aufgeweitet, die einen Nulldurchgang haben, wenn die Modulations-Rechteckfunktion auch ihr Vorzeichen wechselt. Das sind zwei Phasenbereiche, deren Phasenunterschied 180° beträgt. Die genau in der Mitte dazwischen liegenden Bereiche werden dagegen nicht aufgeweitet. Nach einer Reihe von Umläufen erhält man im Prinzip eine Teilchenverteilung, ^{wie} sie in Fig. 7 angegeben ist (jetzt ohne die Ablage vom Nullpunkt gezeichnet).

Auf der Ellipse c liegen die Teilchen mit den für die Aufweitung ungünstigen Phasenlagen, auf den Ellipsen a, b die Teilchen mit den günstigen Phasenlagen. Die anderen Phasen lassen die Ellipsen a und c kontinuierlich in Ellipse b übergehen.

Die beiden Ellipsen a und b gehen außerdem von Umlauf zu Umlauf ineinander über. Da diese Ellipsen Teilchen enthalten, deren Synchrotronschwingungsphase um 180° verschieden ist, schwingen die Ellipsen radial mit der Amplitude der Synchrotronschwingung in Gegenphase. Oberhalb etwa 1 GeV macht sich die Synchrotronstrahlung allerdings in der Weise bemerkbar, daß die Schwingungsphasen durch die statistische Aussendung von Quanten ineinander diffundieren, so daß bei etwa 2,5 bis 3 GeV die radialen Schwingungen der beiden Ellipsenmittelpunkte nicht mehr zu trennen sind.



Figur 7

Verteilung der Teilchen nach einer Reihe von Umläufen bei der Sextupol-Aufweitung. Die Ellipsen a und b enthalten die Teilchen mit den für die Aufweitung günstigen Synchrotron-schwingungsphasen, die Ellipse c die Teilchen mit der ungünstigen Phase. Die Zwischenphasen lassen diese Ellipsen kontinuierlich ineinander übergehen.

Ein Target-Burst wird von Umlauf zu Umlauf die gleiche Intensität zeigen, da sich nach einem Umlauf zwar die eine Ellipse um den Phasenwinkel 90° gedreht hat, die andere jedoch ihre Stellung eingenommen hat. Da die einhüllende Phasenellipse nicht mit Teilchen ausgefüllt ist, sind Winkelstreuungen der auftretenden Elektronen kleiner als im Quadrupolfall. Allerdings schwingen die Teilchenellipsen wegen der mit der Synchrotron-schwingung verbundenen Q-Schwingung innerhalb der Phasenellipse leicht hin und her. Man wird also eventuell im Targetburst die Synchrotronfrequenz sehen.

Die Lage der Ellipsen in Fig. 7 ist abhängig vom Abstand des Sextupolfeldes vom Target. Im allgemeinen werden also die Elektronen nicht unter dem richtigen Winkel (Begrenzung durch die Öffnung der Auslaßkammer) auf das Target treffen. Dazu muß man den zum Festhalten des Q-Wertes benutzten Quadrupol gegen Ende der Beschleunigung so regeln, daß er während einer Reihe von Umläufen ein etwas anderes radiales Q herstellt. Bei $Q = 6,24$ würden sich beispielsweise die Ellipsen pro Umlauf um $3,6$ Grad drehen. Haben sie für eine bestimmte Targetstellung die richtige Lage, wird der Q-Wert wieder auf $6,25$ zurückgestellt, so daß die Ellipsen bis auf die Schwingungen in ihrer Lage festgehalten werden. Durch diesen Mechanismus läßt sich der Elektronenauf-treffwinkel in einem Bereich von einigen Milliradian ändern.

Aufweitung in der z-Richtung findet nicht statt. Bei 1 GeV benötigt man für eine Aufweitezeit von $500 \mu\text{sec}$ und 10-fache Aufweitung eine Sextupolstärke von $0,3 \text{ Gauss/cm}^2$ bei einer Magnetlänge von 1 m. Die in das CERN-PS eingebauten Sextupole benötigen dafür eine Stromstärke von $1,2$ Amp.

Eine Resonanzaufweitung anderer Art erhält man beim Anlegen der halben Frequenz, also Rechtecklänge = doppelte Umlaufszeit. Diese Frequenz erzeugt auch im Falle des homogenen Feldes eine Resonanz. Da das Sextupolfeld vorzeichenmäßig mit einem homogenen Feld übereinstimmt, gibt dieses auch eine ähnliche Auf-

weitung wie jenes. Nur ist die Aufweitung für Teilchen mit kleineren Anfangs-Betatron-Amplituden auch entsprechend kleiner, so daß jetzt in Fig. 1 die Fläche zwischen dem Nullpunkt und dem schraffierten Gebiet mit Teilchen ausgefüllt ist. Damit könnte man allerdings keinen kontinuierlichen Targetburst erzeugen.

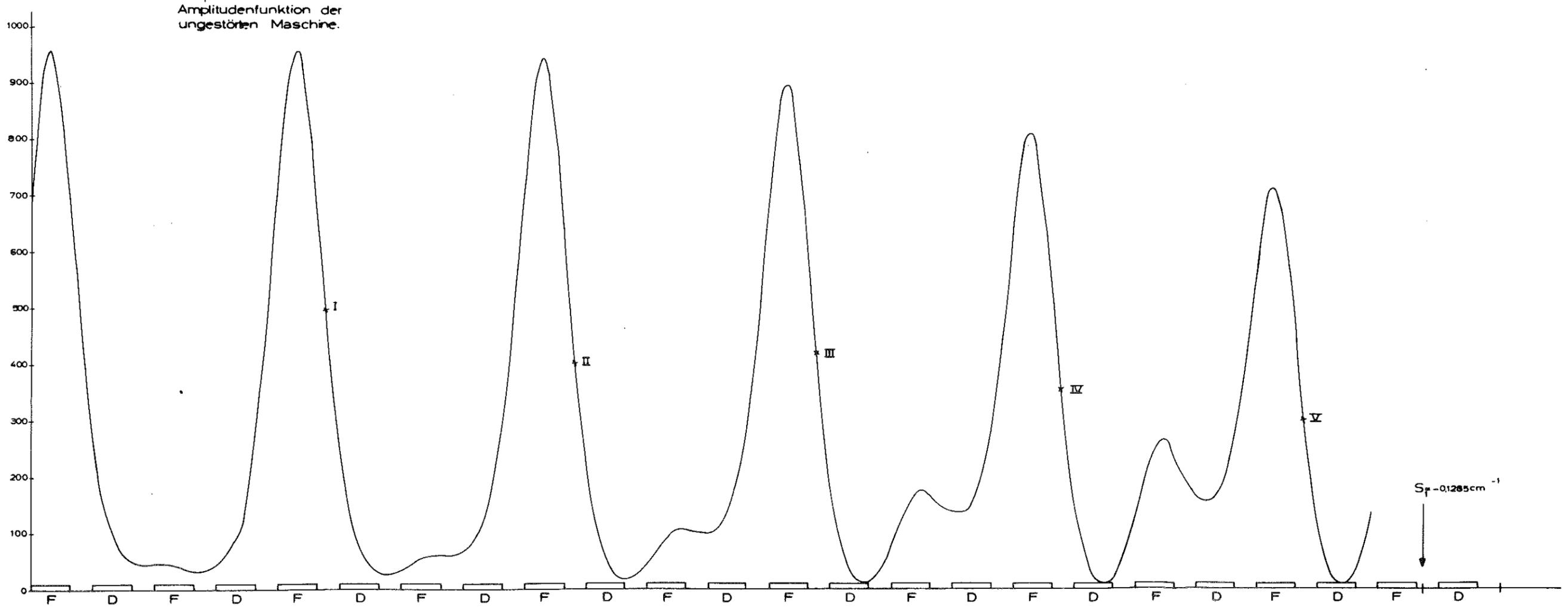
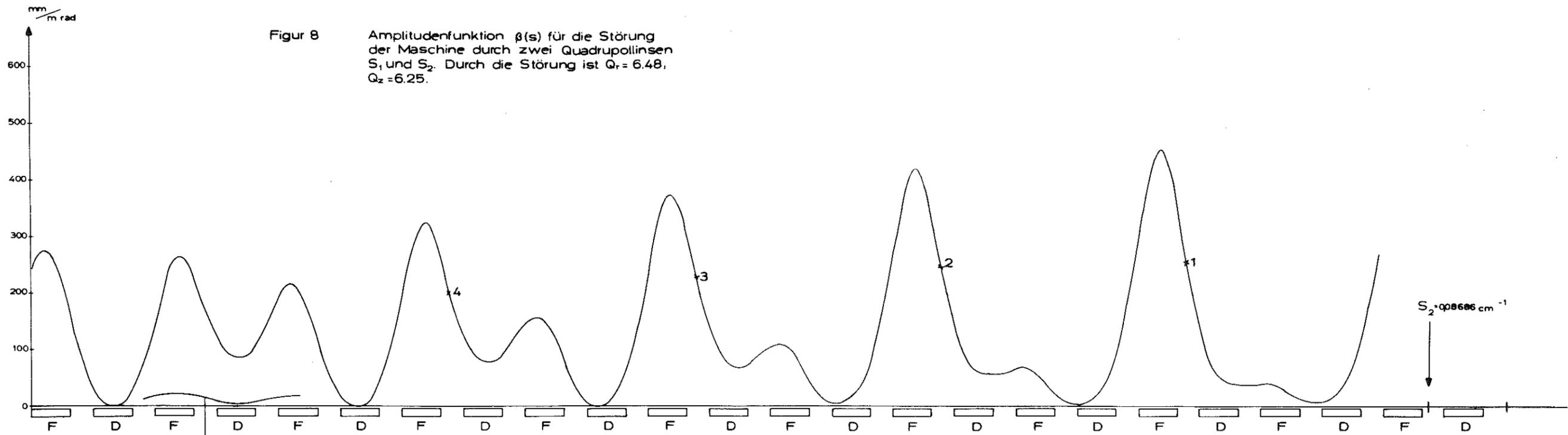
4. Statische Aufweitung

Die bisher besprochenen Verfahren beruhen auf Resonanzeffekten, so daß man mit sehr kleinen Linsenstärken auskommt. Im folgenden soll ein Verfahren besprochen werden, bei dem der Aufweiter zwar mit 50 Hz gepulst ist, für die Aufweitung jedoch ein zeitlich konstantes Feld erforderlich ist.

Das Prinzip der Methode ist bereits von F. Brasse*) angegeben: Zwei Quadrupolmagnete werden gegen Ende der Beschleunigungsperiode in der Weise adiabatisch hochgefahren, daß Q_z konstant bleibt und Q_r in die Nähe von 6,5 gelangt. Dadurch verändert sich die horizontale Amplitudenfunktion β (s) der Maschine und damit auch die Phasenellipsen (Bild 2 und 3 in A 2.66). Bei adiabatischem Einschalten der Ellipsen bleiben die Flächen der Ellipsen konstant, das heißt die neuen Phasenellipsen sind ganz mit Teilchen ausgefüllt.

Fig. 8 zeigt eine durch zwei Quadrupollinsen veränderte Amplitudenfunktion. Die Linsen stehen 12 Maschinenperioden voneinander entfernt in O_1 -Sektoren. Es ist für den vorliegenden Fall $Q_r = 6,48$, $Q_z = 6,25$, die Linsenstärken betragen $S_1 = -0,129 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$ und $S_2 = 0,0869 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$. Das gleiche wurde für verschiedene andere Stellungen von S_1 und S_2 auf der

*)Desy-Notiz A 2.66



IBM gerechnet. Im Prinzip ergibt sich immer ein ähnliches Bild. Das starke Anwachsen der horizontalen Amplitudenfunktion kurz vor der 6,5-Resonanz bedeutet eine große radiale Aufweitung.

Aus dem Verlauf der Amplitudenfunktion kann man für jeden Maschinenort die Phasenellipsen der stark gestörten Maschine berechnen. Diese sind im F-Sektor und in den anschließenden geraden Stücken sehr lang und schmal. Eine besondere Eigenschaft dieses Verfahrens, die sich aus den Rechnungen ergibt, ist die große Aufweitung in jedem zweiten F-Sektor während sie dazwischen wesentlich schwächer auftritt. Aus Vakuumkammergründen werden die Targets allgemein im Sektor O_1 sowie in der Mitte des D-Sektors liegen. Wir betrachten zunächst die Phasenellipsen in den O_1 -Sektoren.

Legt man die stärkere Aufweitung zwischen S_2 und S_1 in den Bereich der Experimentierhallen, so hat man in jedem zweiten O_1 -Sektor eine nur schwache Aufweitung. Um auch für die hier befindlichen Targets den Strahl genügend zu verbreitern, muß man durch Vertauschen der Linsenstärken den Bereich mit den kleineren Spitzen (in der Fig. zwischen S_1 und S_2) in die Experimentierhallen legen. Nur hat man hier eine im Verhältnis 5 : 6,25 kleinere Aufweitung.

Für Targetstellungen in 9 verschiedenen O_1 -Sektoren jeweils 90 cm vom Rand des F-Sektors entfernt sind die Lagen der Phasenellipsen in Fig. 9 angegeben. Gleichzeitig sind dort die Ellipsen der ungestörten Maschine für den Anfang und das Ende des O_1 -Sektors sowie die Abwanderung des closed orbit durch Strahlungsverlust und durch magnetische Verbiegung (beam bump) eingezeichnet. Es zeigt sich, daß die gestreckten Ellipsen das Target etwa in dem gleichen Winkelbereich wie die Phasenellipsen der ungestörten Maschine berühren, so daß die Auslaßkammer des γ -Strahls ausreicht, um auch die von dem aufgeweiteten

Elektronenstrahl erzeugten Gammas austreten zu lassen. Als Vorteil kommt hinzu, daß man für viele Bereiche die Steigung des beam-bump so einrichten kann, daß die Abwanderungsrichtung des closed orbit mit der Richtung der großen Ellipsenachse übereinstimmt. Hierdurch wird der Winkelbereich, unter dem die Teilchen während des Burst auf das Target treffen, auf etwa $1/4$ Milliradian verkleinert, so daß die Divergenz des Gamma-Strahls praktisch nur noch durch die Target-Dicke bestimmt ist.

Für die Targets in der Mitte eines D-Sektors stellt man folgendes fest: Die Phasenellipsen besitzen im Gegensatz zur ungestörten Maschine hier keine Hauptlage, sondern sie sind gedreht. Im Bereich zwischen S_1 und S_2 liegt das Minimum der Amplitudenfunktion aber doch ziemlich nahe der Mitte einiger D-Sektoren, auch ist die Aufweitung dort größer als zwischen S_2 und S_1 . Durch geeignetes Schalten der Linsen kann man diesen Bereich in die Experimentierhallen legen, so daß man hier einige Stellen finden kann, wo ein Targetpunkt ähnlich günstige Eigenschaften hat wie im Fall des O_1 -Sektors. Andernfalls müßte man das Target aus der Mitte herausschieben.

Zusammenfassend kann man sagen, daß die zuletzt beschriebene Aufweitemethode wegen der erzeugten schmalen Teilchenellipsen im Phasendiagramm große Vorteile hat. Allerdings kann man die Aufweiter bei dieser Methode nicht in ein beliebiges gerades Stück setzen wie bei den anderen Verfahren. Außerdem ist die Methode für die Targetstellung in der Mitte des D-Sektors bis auf einige Sonderfälle nicht sonderlich gut geeignet.

5. Vorschlag

Es wird vorgeschlagen, zunächst die Methoden der Quadrupol-Resonanz-Aufweitung und der statischen Quadrupol-Aufweitung vorzubereiten, da die Sextupolmethode doch etwas komplizierter erscheint und keine Vorteile bietet. Zur ersten Methode ist ein etwa ein Meter langer Quadrupolmagnet mit Ferrit-Polschuhen erforderlich, den man nach den CERN-Erfahrungen am besten bei Philips-Eindhoven anfertigen lassen könnte. Der Quadrupol wird durch einen Rechteckgenerator gespeist. Außerdem sind zwei Linsen aus geblechtem Eisen erforderlich, die mit der Maschinenfrequenz gepulst werden und bei Injektion evtl. speziell gespeist werden, um remanente Felder zu beseitigen. Diese können den CERN-Maschinenlinsen nachgebaut werden, von denen auch ein geblechter Typ entwickelt wurde.

Für die statische Quadrupolmethode können dieselben Linsen verwendet werden. Die Stromversorgungen müssen allerdings die für diese Methode höhere Stromstärke zulassen.

Herrn Dr. Brasse danke ich für zahlreiche Diskussionen. Für die Durchführung der Rechnungen auf der IBM 650 danke ich Fräulein Jorjan und Herrn Holzhausen.

H.-J. Behrend

ANHANG

Messung der Betatronfrequenz

Mit den zur Strahlaufweitung einzubauenden Elementen kann man außerdem den horizontalen und vertikalen Q-Wert messen. Dazu werden die Windungen des Hochfrequenz-Quadrupols zweckmäßig so gepolt, daß näherungsweise ein homogenes Feld entsteht. Zur Messung des horizontalen Q-Wertes müssen die oberen Pole und die unteren Pole jeweils gleichnamig geschaltet werden, für das vertikale Q sind die Pole rechts und links vom Sollkreis entsprechend zu schalten. Die Quadrupolresonanz ist hier nicht zu verwenden, da der Strahlschwerpunkt nicht verändert wird, so daß man kein Signal von den Pick-up-Spulen bekommt.

Für hohe Energien und genaue Messungen der Betatronfrequenz ist es zweckmäßig, mit Hilfe eines hochfrequenten sinusförmigen Wechselfeldes die Betatron-Resonanzfrequenz für ein homogenes Feld zu suchen. Ein Rechteckfeld würde hier keine guten Resultate liefern, da die Teilchen eine geringe Frequenzänderung erst nach vielen Umläufen merken. Man braucht dazu einen HF-Generator, dessen Frequenz in der Gegend zwischen 100 und 1 000 kHz regelbar ist. Die Frequenz liegt immer nur während einer bestimmten Zeit der Beschleunigungsperiode am Magneten. Verändert man die Frequenz, so bekommt man bei den Resonanzfrequenzen, die etwa bei 250 und 750 kHz liegen, kräftige Betatronschwingungen. Da sie kohärent sind, liefern die Pick-up-Spulen im Resonanzfall ein Signal. Je länger man das HF-Feld auf den Strahl einwirken läßt, umso schärfer wird die Resonanz und eine umso kleinere Feldstärke ist erforderlich. Soll das Feld über 100 μ sec anliegen, so benötigt man für eine Amplitude von 2 cm in der Resonanz und 6 GeV-Elektronen bei einer Magnetlänge von 1 m eine Feldstärkeamplitude von 8 Gauss. Damit kann man den Q-Wert auf $\pm 0,001$ genau messen.