

DEUTSCHES ELEKTRONEN-SYNCHROTRON

**DESY**

DESY - A 2.102

Juli 1963

E 6

ZÄHLVERLUST IN ELEKTRONISCHER LOGIK DURCH  
STATISTIK UND TOTZEIT

J. Weber

ZÄHLVERLUST IN ELEKTRONISCHER LOGIK DURCH  
STATISTIK UND TOTZEIT

Summary:

Counting loss problems are discussed arising in the electronic equipment, when used in high energy experiments. Three types of errors are specified: counting loss, false signals and time-jitter. Some statistical relations are presented, which will lead to special test-methods. Finally the measuring device, which is used to test DESY standard electronics, will be described.

### 1.1 - Einleitung:

Die speziellen Anforderungen, die an die Elektronik im Bereich der grossen Teilchenbeschleuniger gestellt werden, machen besondere Prüfverfahren erforderlich. Da es nicht möglich ist, die Betriebssituation auch nur annähernd zu simulieren, muss man sich mit spezifischen Tests begnügen.

Eine Gruppe solcher Tests befasst sich mit dem Zählverlust, der durch die Totzeit bzw. durch die begrenzte Auflösungszeit der elektronischen Einheiten hereinkommt. Wegen der hohen Zählrate und der damit verbundenen Notwendigkeit der Messung sehr kurzer Zeiten, sind derartige Untersuchungen unumgänglich. Erschwerend kommt dazu, dass eine stochastische Ereignisverteilung vorliegt, deren Parameter die Messmöglichkeiten und Messgenauigkeit bestimmen.

In diesem Bericht soll nun ein Überblick gegeben werden über diese Probleme und anschliessend dann Prüfverfahren beschrieben und erläutert werden. Man kann folgende Einteilung der Fehlerquellen machen:

- 1) Signale gehen verloren (Totzeit),
- 2) Falsche Signale werden registriert (Untergrund),
- 3) Die zeitliche Ausdehnung der Signale bringt Unsicherheit in das Zeitmass (timejitter).

In dieser Reihenfolge soll berichtet werden, nachdem eingangs einige einfache Beziehungen aus der Statistik hergeleitet wurden.

### 2.1 - Statistische Überlegungen:

Längs der Zeitachse seien die Ereignisse zufällig verteilt. Dieser Sachverhalt lässt sich auf zwei Weisen in mathematische Form bringen:

Darstellung 1:

gegeben ein Zeitintervall von der Länge  $t$ .

$P_m(t)$  sei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass  $m$  Ereignisse während der Zeit  $t$  stattfinden.

$P_m(t)$  ist eine diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilung (Bild 1)

Man kann  $P_m(t)$  normieren:

$$\sum_{m=0}^{\infty} P_m(t) = 1$$

durchschnittlich sind im Intervall  $t$

$$\sum_{m=0}^{\infty} m P_m(t) = \mu$$

Ereignisse zu erwarten.  $\mu$  ist Erwartungswert oder Mittelwert. Die mittlere Abweichung vom Mittelwert ist  $\sigma$  wobei

$$\sigma^2 = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 P_m(t) - \mu^2$$

Darstellung 2:

gegeben zwei aufeinanderfolgende Ereignisse:

$p(t)$  sei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das dazwischenliegende Zeitintervall die Länge  $t$  habe.  $p(t)$

ist eine Wahrscheinlichkeitsdichte mit der Normierung:

$$\int_0^{\infty} p(t) dt = 1$$

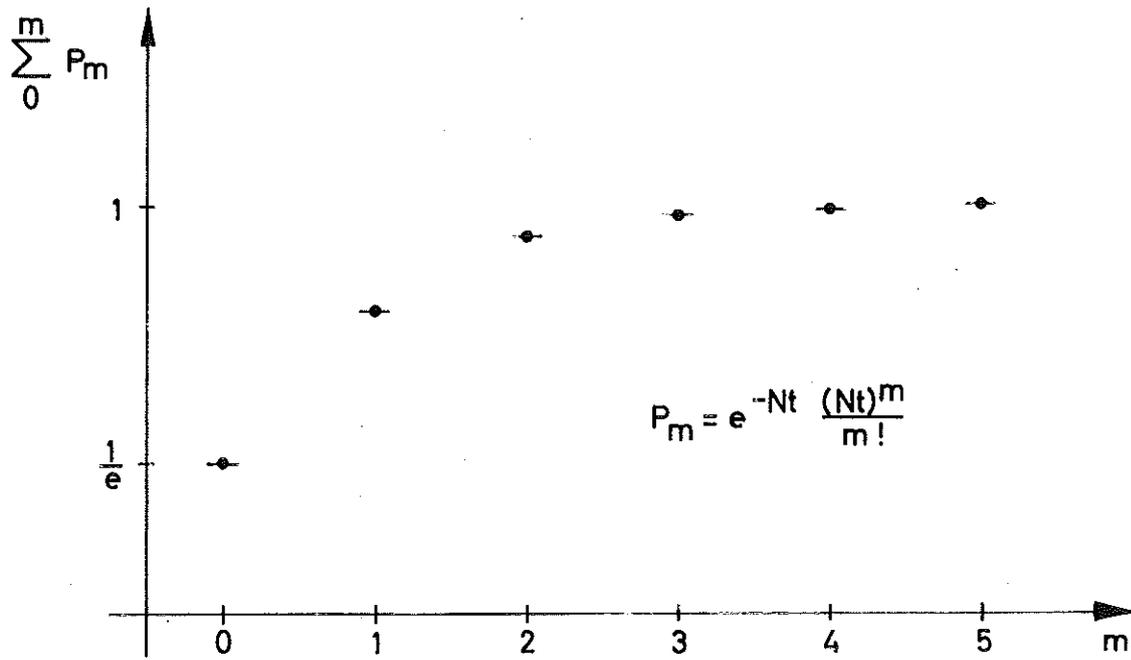


Bild 1: Diskrete Poissonverteilung

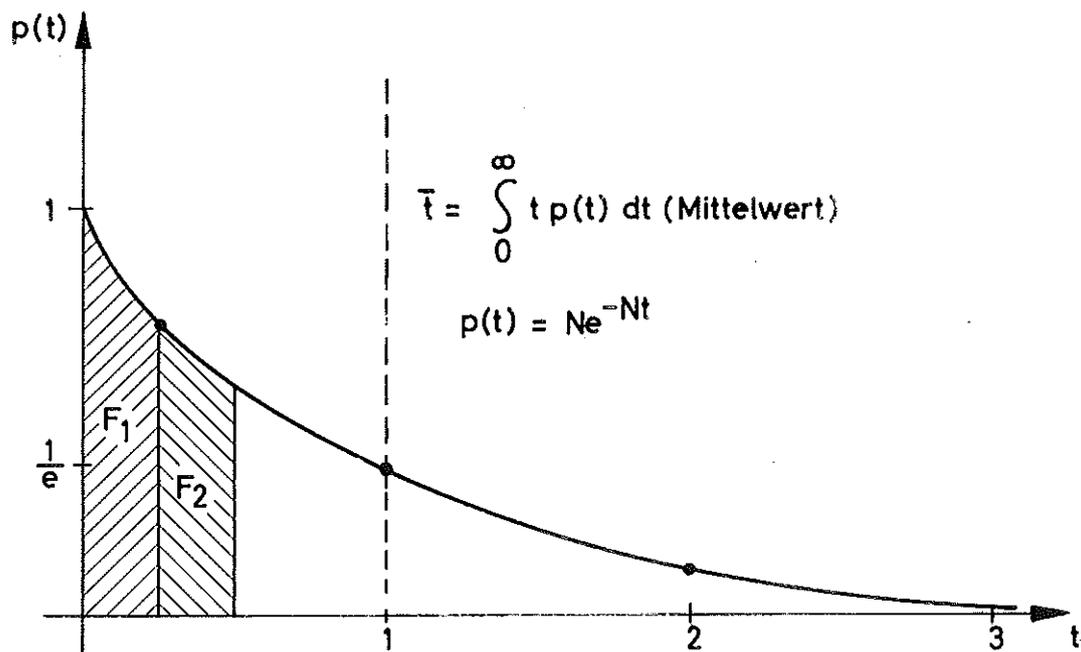


Bild 2: Kontinuierliche Poissonverteilung

der Mittelwert oder Erwartungswert ist

$$\int_0^{\infty} t p(t) dt = \bar{t}$$

die mittlere Abweichung vom Mittelwert ist  $\sigma$ , wobei

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} t^2 p(t) dt - \bar{t}^2$$

Poissonverteilung als Beispiel:

Eine häufig auftretende Verteilung ist die Poissonverteilung,

$$P_m(t) = \frac{Nt}{e} \frac{(Nt)^m}{m!}$$

Das ist die der Darstellung 1 entsprechende Form. Sie ist ein Spezialfall der binomischen Verteilung:

$$P_m^* = \binom{l}{m} W^m (1 - W)^{l - m}$$

was in Worten etwa folgendes bedeutet: Während eines bestimmten Zeitraumes finden in zufälliger Folge Ereignisse statt. Dieser Zeitraum sei in gleich lange Intervalle unterteilt, und die Wahrscheinlichkeit, in einem dieser Intervalle ein Ereignis zu finden, sei  $w$ . War nun in  $l$  unabhängigen Zeitintervallen eine Registrierung der Ereignisse möglich, ist  $P_m$  die Wahrscheinlichkeit dafür, dass  $m$  Ereignisse registriert wurden.

Macht man nun die Unterteilung des betrachteten Zeitraumes sehr fein, so dass  $w$  sehr klein gegen 1 wird, und registriert man ausserdem während einer grossen Zahl von Intervallen ( $l \rightarrow \infty$ ) so kommt man zur Poissonverteilung:

(Es sei  $w \cdot l = N \cdot t$ )

ausführlich:

$$P_m^* = \frac{1}{1} \frac{1-l}{1} \dots \frac{1-m+1}{1} \frac{(Nt)^m}{m!} \left[ 1 - \frac{Nt}{1} \right]^{-m} \left[ 1 - \frac{Nt}{1} \right]^1$$

und durch Grenzübergang

$$P_m = \lim_{\substack{l \rightarrow \infty \\ w \rightarrow 0}} P_m^* = e^{-\lambda t} \frac{(Nt)^m}{m!}$$

folgende Voraussetzungen müssen also für eine Poissonverteilung erfüllt sein:

- a) Die Anzahl der Ereignisse in sich nicht überlappenden Zeitintervallen sind voneinander unabhängig,
- b) Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis  $i$  im Intervall von der Länge  $h$  ist proportional  $h$ , wenn  $h$  sehr klein ist,

$$P_1(\text{in } h) = \alpha h + 0(h)$$

- c) Die Wahrscheinlichkeit für mehr als ein Ereignis im Intervall  $h$  ist sehr klein verglichen mit der Wahrscheinlichkeit für ein einziges Ereignis.

$$P_{m > 1}(\text{in } h) = 0(h)$$

Beim radioaktiven Zerfall werden diese Forderungen erfüllt. Dieser Vorgang wird also sehr gut durch die Poissonverteilung beschrieben. Wie weit sie jedoch für die Ereignisse am Beschleuniger erfüllt sind, muss von Fall zu Fall erst untersucht werden. Die in diesem Bericht mit Hilfe der Poissonverteilung errechneten numerischen Werte der Zählverluste sind somit nur Richtwerte.

Die Parameter der Poissonverteilung:

der Erwartungswert:

$$\mu = \sum_{m=0}^{\infty} m e^{-Nt} \frac{(Nt)^m}{m!} = Nt$$

N bedeutet also die mittlere Zahl der Ereignisse pro Zeiteinheit

die Streuung  $\sigma$  wird

$$\sigma^2 = \sum_{m=0}^{\infty} m^2 e^{-Nt} \frac{(Nt)^m}{m!} - N^2 t^2$$
$$\sigma = \sqrt{Nt}$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahl der Ereignisse zwischen 5 und 7 liegt, ist z. B.

$$P_{5 \leq m \leq 7} = \sum_{m=5}^{m=7} e^{-Nt} \frac{(Nt)^m}{m!}$$

Die der zweiten Darstellung entsprechende Form der Poissonverteilung ist (Bild 2):

$$p(t) = N e^{-Nt}$$

N ist die mittlere Zahl der Ereignisse pro Zeiteinheit. Durch Grenzübergang bekommt man sie aus der ersten Darstellung:

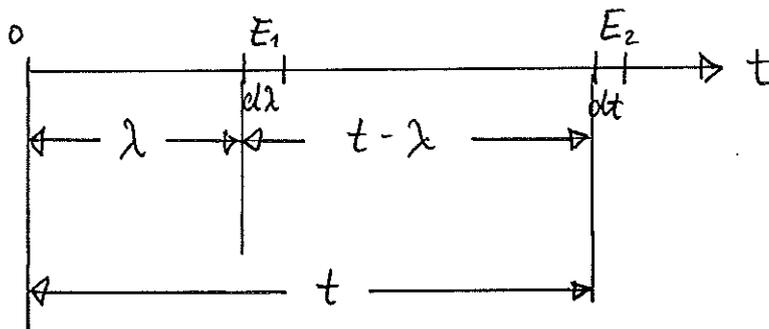
$$p(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{P_0(t+h) - P_0(t)}{h} = e^{-Nt} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(e^{Nh} - 1)}{h} = N e^{-Nt}$$

Man sieht, dass die Zahl der Intervalle rasch kleiner wird mit zunehmender Intervall-Länge. Die Charakteristik ist bei Totzeitüberlegungen interessant. Reduziert man z. B. die Totzeit eines Zählers auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes, ist nicht unbedingt mit einem Rückgang des Zählverlustes auf die Hälfte zu rechnen, was ein Vergleich der Flächen  $F_1$  plus  $F_2$  und  $F_1$  deutlich macht.

Um bei beliebigen Verteilungen  $p(t)$  der Ereignisse zu einem mathematischen Zusammenhang zu kommen, macht man folgenden Ansatz:

Genau ein Ereignis im Zeitintervall  $\langle t, t + dt \rangle$  zu finden ist  $p(t)dt$ . Es interessiert nun die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zweites, drittes ...,  $m$ -tes Ereignis im gleichen Intervall zu einer bestimmten Zeit  $t$  nach dem ersten Ereignis stattfindet.

Mit Hilfe der Skizze



( $W \equiv$  Wahrscheinlichkeit)

sieht man, dass

die W, dass  $E_1$  in  $d\lambda$  ist  $p(\lambda) d\lambda$

die W, dass  $E_2$  in  $dt$  ist  $p(t - \lambda) dt$

die W, dass  $E_1$  in  $d\lambda$  und  $E_2$  in  $dt$   $p(\lambda)p(t - \lambda)dt$

die W, dass  $E_2$  in  $dt$  bei beliebigem  $\lambda$  ist dann:  $p_2(t) = \int_0^t p(\lambda)p(t-\lambda) d\lambda$

also die W für ein zweites Ereignis im Intervall  $\langle 0, t \rangle$ .

Allgemein gilt die Rekursionsformel:

$$p^{m+n}(t) = \int_0^t p^n(t-\lambda) p^m(\lambda) d\lambda$$

Summiert man über alle  $p^n$ , erhält man  $\overline{F}(t)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} p^n(t) = \overline{F}(t)$$

$F(t)$  ist die Zahl der Ereignisse im Intervall  $\langle t, t + \Delta t \rangle$  messbar wird dann z. B.

$$N = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T F(t) dt$$

$N$  ist die Zahl der Ereignisse pro Zeiteinheit. Brauchbar ist noch die Integralgleichung:

$$F(t) = p(t) + \int_0^t F(t-\lambda) p(\lambda) d\lambda$$

### 3.1 - Verlust von Signalen

Die folgende Betrachtung gilt für die meisten Einheiten, der Kürze halber soll jedoch nur von Zählern gesprochen werden. Zählertheorie ist auch das Stichwort, unter dem man diese Probleme in der Literatur diskutiert findet. Zu Zählverlust kommt es durch die Schalt-, Tot- und Erholzeit der Netzwerke. Der Ruhezustand muss wiederhergestellt werden, bevor ein neues Signal voll registriert werden kann.

#### a) Schaltzeit:

Die elektronischen Elemente, Transistoren, Dioden, Kombinationen dieser mit Netzwerken oder Tunnelioden haben Eingangskapazitäten. Bevor ein Zähler voll reagieren kann, muss diese Kapazität aufgeladen werden. Diese Aufladezeit ist die Schaltverzögerung. Der Schaltvorgang selbst spielt sich mit charakteristischer Anstiegszeit ab. Schaltverzögerungen und Anstiegszeit ergeben die Einschaltzeit des Elementes bzw. Netzwerkes. Entsprechend gibt es eine Ausschaltzeit, die etwa 1-1/2 bis 3-mal länger ist. Alles zusammen genommen bedeutet die Schaltzeit. Sie liegt in den besten Fällen bei 2 bis 4 Nanosekunden.

b) Tot- und Erholzeit

Der Schaltvorgang hat die Ladungsverteilung im gesamten Netzwerk verändert. Bis das Gleichgewicht des Nullzustandes wieder hergestellt ist, vergeht eine bestimmte Zeit. Man kann z. B. folgendes Bild am Ausgang des Zählers beobachten, wenn dieser mit periodischen Signalen zu hoher Folgefrequenz angesteuert wird. Entweder (Bild 3) erscheinen die dem ersten Impuls nachfolgenden Impulse mit verminderter Amplitude oder (Bild 4) sie erscheinen mit verminderter Wahrscheinlichkeit, dann aber mit voller Amplitude.

Tot- und Erholzeit sind abhängig von der Grösse der Steueramplitude. Variiert aber die Steueramplitude, wie etwa das Ausgangssignal des Photomultipliers, verändert sich ständig Tot- und Erholzeit der Zähler. Eine automatische Totzeitkorrektur ist dann äusserst schwierig. Der beste bei DESY erreichte Wert für Schalt-, Tot- und Erholzeit ist 3 ns, was einer periodischen Folgefrequenz von 300 MHz entspricht. Um die Tot- und Erholzeit in die Fehlerrechnung einführen zu können, definiert man die Auflösungscharakteristik  $I(t)$ .

Def.  $I(t)$  sei die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Ergebnis, was zur Zeit  $t$  stattfindet, registriert wird.

Bei  $I(t)$  kann man den Zeitnullpunkt auf 2 Arten festlegen. Diesen 2 Festlegungen entsprechen zwei Zählertypen:

Type 1:

der Zeitnullpunkt sei an der Stelle des letzten registrierten Ereignisses ( $\rightarrow Z_1$ )

Typ 2:

der Zeitnullpunkt sei an der Stelle des letzten vorangegangenen Ereignisses ( $\rightarrow Z_2$ )

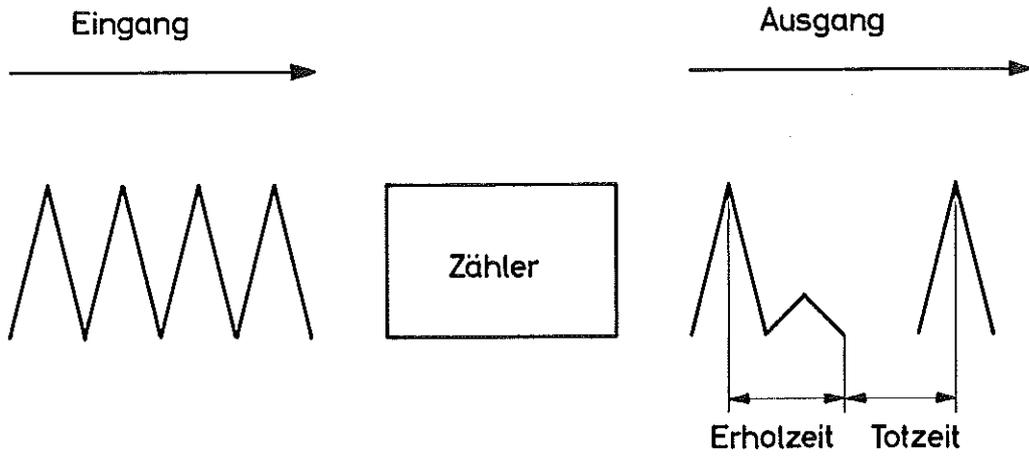


Bild 3: Amplitudentransformation im Zähler

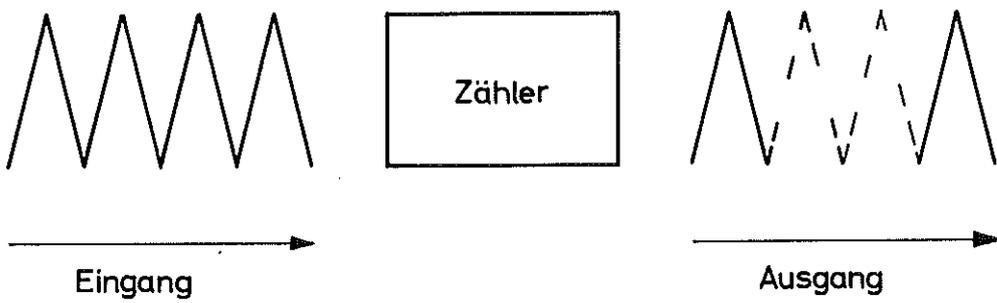


Bild 4: Wahrscheinlichkeitstransformation im Zähler

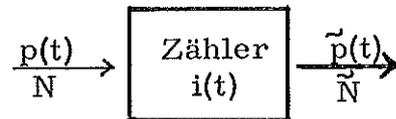
Diese zwei Typen haben verschiedene Zählverluste. Ein realer Zähler ist jedoch eher eine Mischung beider Typen. Wenn  $Z_1$  der Zählverlust unter Annahme von Typ I ist und  $Z_2$  der Zählverlust unter Annahme von Typ II, kann man den realen Zählverlust  $Z_R$  darstellen als Summe:

$$Z_R = aZ_1 + bZ_2 \quad \text{wobei } 0 \leq a \leq 1 \text{ und } 0 \leq b \leq 1$$

Den Nachweis für diesen Zusammenhang bzw. die Werte von  $a$  und  $b$  muss die Messung erbringen. Jedoch erhält man eine obere Grenze für den Zählverlust, nämlich

$$Z_R \leq Z_1 + Z_2$$

Zu betrachten ist folgende Situation:



Der Zähler  $Z$  transformiert die Eingangsverteilung  $p(t)$  in eine Ausgangsverteilung  $\tilde{p}(t)$  auf Grund von  $I(t)$ .  $N$  und  $\tilde{N}$  seien die jeweiligen mittleren Zählraten.

Beim Zähler vom Typ I wird:

$$\begin{aligned} \tilde{p}(t) = & I(t)p(t) + I(t) \int_0^t K(\lambda) p(\lambda) p(t-\lambda) d\lambda + \\ & + I(t) \int_0^t \int_0^{\lambda_2} K(\lambda_1) p(\lambda_1) K(\lambda_2) p(\lambda_2 - \lambda_1) p(t - \lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2 + \dots \end{aligned}$$

wobei  $K(t) = 1 - I(t)$

Die einzelnen Summanden dieser Reihe kommen anschaulich folgendermassen zustande:

Das erste Produkt gibt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Intervall von der Länge  $t$  auftritt und dass dieses Intervall vom Zähler richtig registriert wird. Das zweite Produkt gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass ein kleineres Intervall nicht registriert wurde, jedoch das nächstgrössere, usw. Um hier weiterrechnen zu können, braucht man  $I(t)$ .

Vereinfachend kann man für  $I(t)$  annehmen:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } 0 \leq t \leq \sigma \\ 1 & \text{für } t > \sigma \end{cases}$$

Bei digitalen Schaltungen, die nur 0 oder 1 zulassen, gilt diese Näherung recht gut, wenn zusätzlich noch Schaltschwelle und Steuersignal genau aufeinander abgestimmt sind. Letzteres ist jedoch selten der Fall. Man übersteuert die Schwelle absichtlich, erstens um sicher zu schalten und zweitens um den timejitter zu verringern. Es folgt, dass ein zeitlicher Schaltbereich vorhanden ist und die Registrierwahrscheinlichkeit  $I(t)$  Werte zwischen 0 und 1 annimmt. Nur wenn dieser Schaltbereich im Vergleich zur Totzeit kurz ist, kann man obige Näherung verwenden.

$\tilde{p}(t)$  wird dann einfacher

$$\tilde{p}(t) = I(t) \left\{ p(t) + \int_0^{\sigma} F(t)P(t-\lambda) d\lambda \right\}$$

daraus

$$\tilde{F}(t) = I(t)F(t) - \int_0^t F(\lambda)F(t-\lambda) d\lambda$$

und schliesslich

$$\tilde{N} = \frac{N}{1 + \int_0^{\sigma} F(t) dt}$$

Liegt eine Poissonverteilung vor, also

$$p(t) = N e^{-Nt}$$

wird die Ausgangsverteilung:

$$\tilde{p}(t) = N I(t) e^{-N \int_0^t i(t) dt}$$

und man erhält somit einen Zusammenhang zwischen Auflösungscharakteristik und der Eingangs- und Ausgangsverteilung, nämlich

$$I(t) = \frac{\tilde{p}(t)}{N p(t) dt}$$

Mit Hilfe dieser Beziehung lässt sich  $I(t)$  genau bestimmen. Das hierauf aufgebaute Messverfahren wird im letzten Kapitel beschrieben.

Ist  $I(t)$  wieder

$$I(t) = \begin{cases} 0; & 0 \leq t \leq \sigma \\ 1; & t > \sigma \end{cases}$$

ergibt sich die bekannte Beziehung

$$N = \frac{\tilde{N}}{1 - \sigma \tilde{N}}$$

#### Zähler vom Typ II:

Im Gegensatz zu Typ I hat man hier einen geschlossenen Ausdruck, nämlich

$$\tilde{F}(t) = I(t)p(t) + \int_0^t F(\lambda)p(t-\lambda) I(t-\lambda) d\lambda$$

daraus folgt nach Kap. 2:

$$\tilde{N} = N \int_0^{\infty} I(t)p(t)dt$$

Zur Bestimmung von  $I(t)$  kann man folgenden Zusammenhang benutzen:

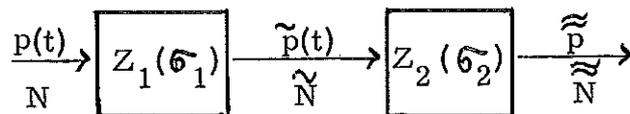
$$\tilde{F}(t) = I(t)p(t) + \int_0^t \tilde{F}(t-\lambda) P(\lambda) d\lambda$$

Wählt man wieder die Poissonfolge als  $p(t)$  und  $I(t)$  wie oben, erhält man

$$\tilde{N} = N e^{-N\sigma}$$

Anordnung von zwei Zählern hintereinander:

Der Einfachheit halber werde als Eingangsverteilung gleich eine Poissonverteilung angenommen und  $I(t)$  wieder als Sprungfunktion



a) beide Zähler seien erster Art:

$\tilde{p}$  ist dann nach dem Vorangegangenen

$$\tilde{p}(t) = I(t)N e^{-N(t - \sigma_1)}$$

$Z_2$  hat somit keine Poissonfolge mehr am Eingang. Nach längerer Rechnung (ausführlich siehe Ref. 2) ergibt sich für die Ausgangszählrate:

$$\frac{1}{\tilde{N}} = \left( \frac{1}{N} + \sigma_1 \right) \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(N(\sigma_2 - n \sigma_1), n)}{\Gamma(n)} \right\}$$

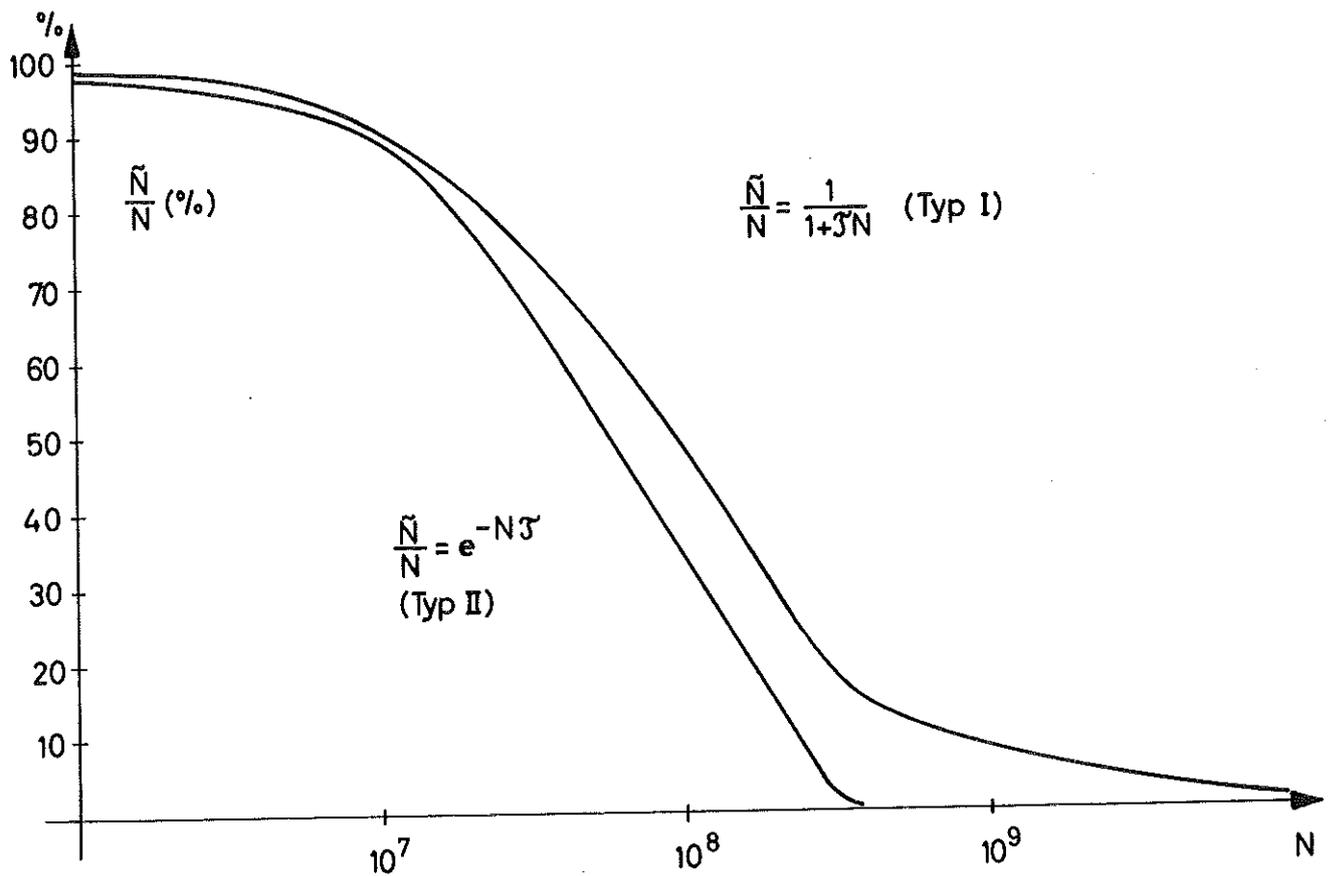


Bild 5: Verhältnis der Ausgangszählrate zur Eingangszählrate bei  $\tau = 10^{-8}$  sec.

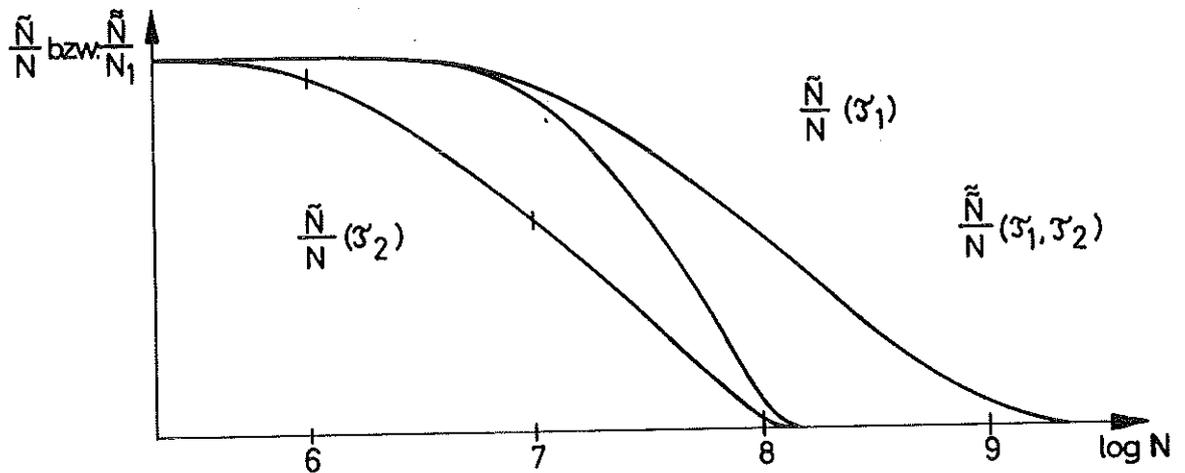
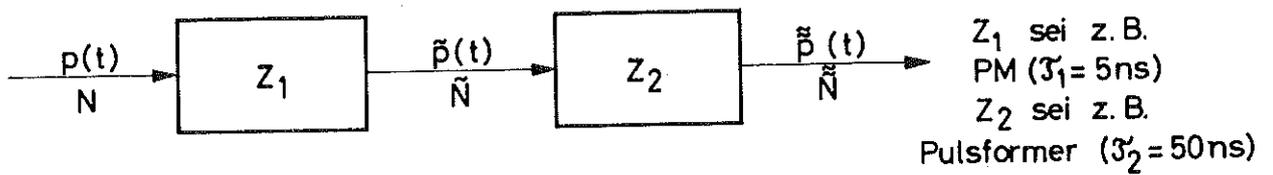


Bild 6: Zählratenänderung durch zwei Zähler

wobei

$$\Gamma(x, n) = \int_0^x t^{n-1} e^{-t} dt$$

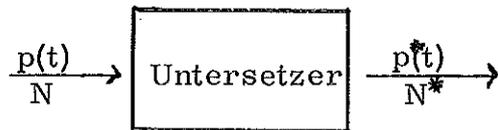
und  $\gamma$  die grösste ganze Zahl mit der Eigenschaft  $\gamma \left\langle \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1}} \right\rangle$  ist.  
 Bild 5 zeigt graphisch diese Zusammenhänge.

b) beide Zähler seien vom Typ II:

dann ist

$$\tilde{N} = N(1 + \mathfrak{T}_1 N e^{-N(\mathfrak{T}_1 - \mathfrak{T}_2)})^{-1}$$

dieser Zusammenhang ist auf Bild 6 dargestellt. Es fällt auf, dass bei den angegebenen Parametern der Zählverlust der kombinierten Anordnung kleiner ist, als der Zählverlust, der alleine im zweiten Zähler auftreten würde, wenn kein Zähler davor wäre. Interessant ist noch die Frage nach der Intervallverteilung, nachdem die Signale einen Untersetzer durchlaufen haben.



Die Eingangsverteilung  $p(t)$  sei  $N e^{-Nt}$  (Poisson),  $p_m(t)$  ist dann die Wahrscheinlichkeit,  $m$  Ereignisse im Intervall  $\langle 0, t \rangle$  zu finden. Nach der angegebenen Rekursionsformel ist

$$P_m(t) = \frac{N^m}{(m-1)!} t^{m-1} e^{-Nt}$$

Charakteristisch für die Intervallverteilung ist die Streuung der Intervall-Längen um den Mittelwert, also wobei

$$\sigma^2 = E(t^2) - (E(t))^2$$

wobei

$$E(t_m) = \frac{N^m}{(m-1)!} \int_0^{\infty} t^m e^{-Nt} dt = \frac{m}{N}$$

$$E(t_m^2) = \frac{N^m}{(m-1)!} \int_0^{\infty} t^{m+1} e^{-Nt} dt = \frac{m(m+1)}{N^2}$$

daraus

$$\sigma = \sqrt{\frac{m(m+1) - m^2}{N^2}} = \frac{\sqrt{m}}{N}$$

und da  $N = mN^*$

$$= \frac{1}{N^* \sqrt{m}}$$

d. h. mit zunehmender Untersetzungszahl  $m$  wird die Streuung um den Mittelwert immer kleiner, die Intervalle werden also immer gleichmässiger (Bild 7).

### 3.2 - Auftreten falscher Signale

Die Ursachen falscher Signale sind:

- 1) Rauschen der Elektronikbauteile,
- 2) Überkopplung von HF Signalen,
- 3) Der im Bereich eines Beschleunigers vorhandene Streuuntergrund.

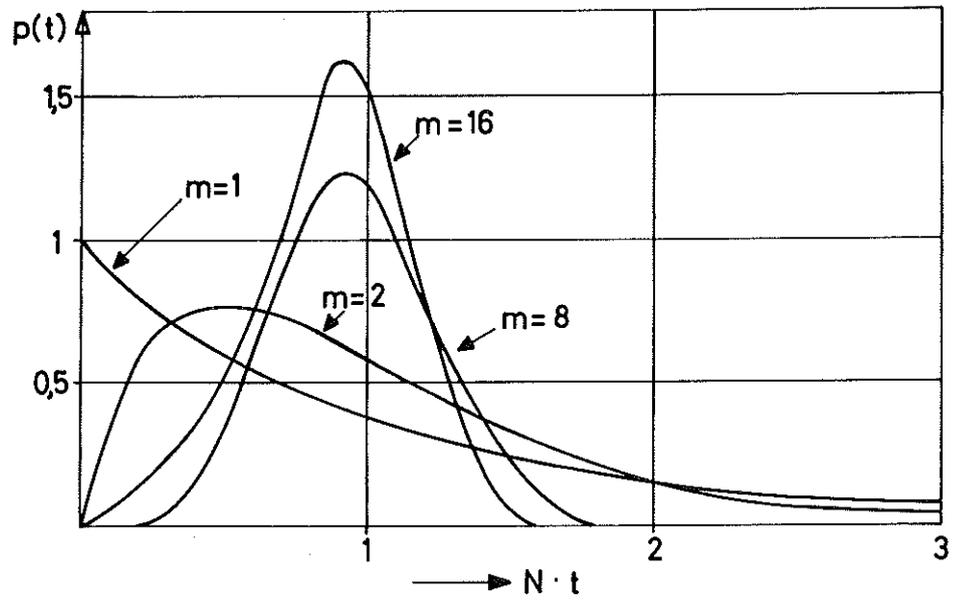
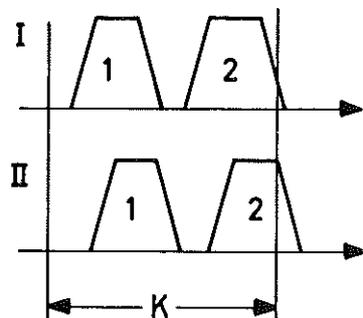


Bild 7:  $p(t)$  nach  $m$ -facher Untersetzung

Erholzeit K:



Ausgang:

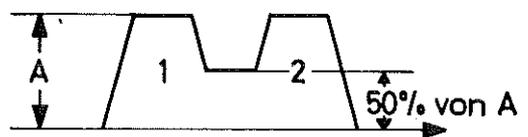


Bild 8: Erholzeitdefinition bei einer 2-fach-Koinzidenz

Nach ESONE Norm sollen digitale Signale grösser als 2 Volt sein. Da wir diese Norm einhalten, braucht man das Rauschen besonders bei hohen echten Zählraten nicht zu berücksichtigen. Bei analogen Messungen jedoch macht sich das Rauschen besonders bei hoher Verstärkung unangenehm bemerkbar. Man hofft jedoch, diese Erscheinung durch Verbesserung der Elektronik zu verringern.

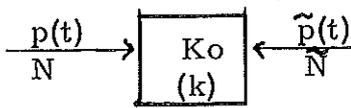
Im Experimentierraum existiert ein beträchtlicher HF-Störpegel, verursacht erstens durch die HF der Maschine und zweitens durch Hochspannungsschalter (Funkenkammern, Röhrenbeleuchtung usw.). Die Halbleiterelektronik reagiert sehr empfindlich darauf, entweder über die Erdschleife oder induktiv durch die Luft. Die Einkopplung geschieht an beliebigen Stellen der Logik und deshalb können selbst einmalige Vorgänge eine ganze Messung nutzlos machen. So ist es unbedingt erforderlich, die Elektronik abzuschirmen (ev. doppelt) und für eine gute Erde zu sorgen.

Die bedeutendste Ursache für falsche Signale ist jedoch der Streuuntergrund.

Er wird einerseits auftreten, weil die Einzelreaktionen im Experiment nur unvollkommen getrennt werden können, andererseits weil benachbarte Experimente und der Beschleuniger selbst eine grosse Zahl von Streuteilchen in dem Experimentierraum produzieren. Zwischen diesen beiden Herkunftsarten ist zu unterscheiden, denn der im Experiment selbst erzeugte Untergrund ist in der Regel korreliert mit den gesuchten Ereignissen, während der allgemeine Streuuntergrund als statistisch unabhängig betrachtet werden kann.

Gegen den Untergrund verwendet man neben der physikalischen Abschirmung die logische Abschirmung. Sie besteht im wesentlichen

aus Koinzidenzstufen, deren Güte wiederum durch die Parameter, Erholzeit und Auflösungszeit bestimmt wird. Allgemein gilt für die Erholzeit einer Koinzidenzschaltung das, was unter 3.1 gesagt wurde. Man muss jedoch zwischen zwei Erholzeiten unterscheiden, je nachdem, ob man die Eingangs- oder die Ausgangspulsfolgen betrachtet. Die Erholzeit des Ausgangs ist definiert wie Bild 8 zeigt. Der Zählverlust  $N_v$  als Folge dieser Erholzeit ist



$$N_v = \sum_{m=2}^{\infty} p_m(t < k) = \sum_{i=2}^{\infty} \sum_{k=2}^{\infty} \int_0^K p_i(t) \tilde{p}(t) dt$$

wenn  $p$  und  $\tilde{p}$  voneinander unabhängige Poissonverteilungen sind, dann wird

$$N_v = \frac{N^2 \tilde{N}^2}{3} K^3$$

z. B. wenn

$$K = 10 \text{ ns}, N = \tilde{N} = 10^7 \text{ Teilchen/s}$$

dann wird

$$N_v = \frac{10^{28}}{3} \cdot 10^{-24} < 1 \%$$

Sind  $p$  und  $\tilde{p}$  jedoch nicht unabhängig voneinander, wird  $\tilde{p}$  zur bedingten Wahrscheinlichkeit und somit maximal = 1. Obige Werte ergeben dann einen Zählverlust von 1 bis 5 %.

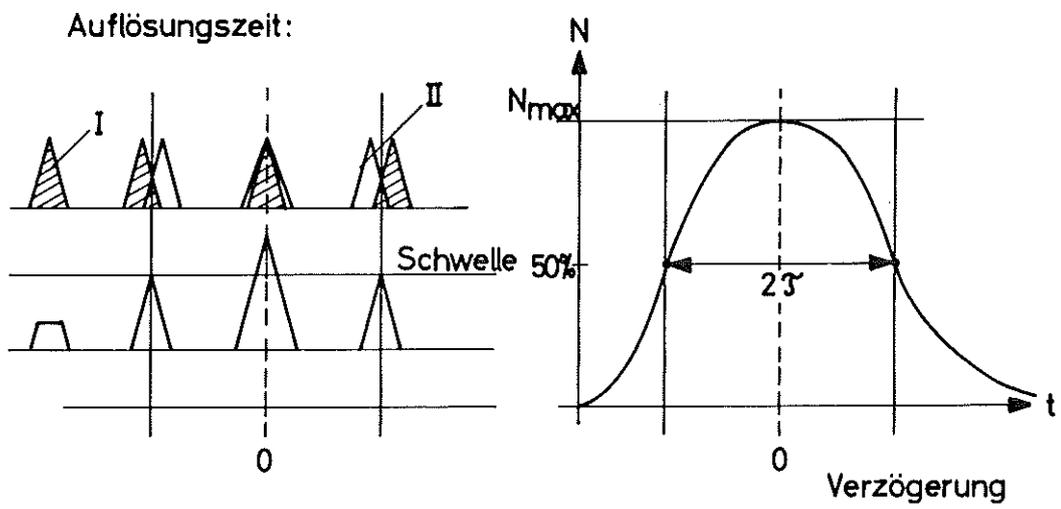


Bild 9: Definition der Auflösungszeit

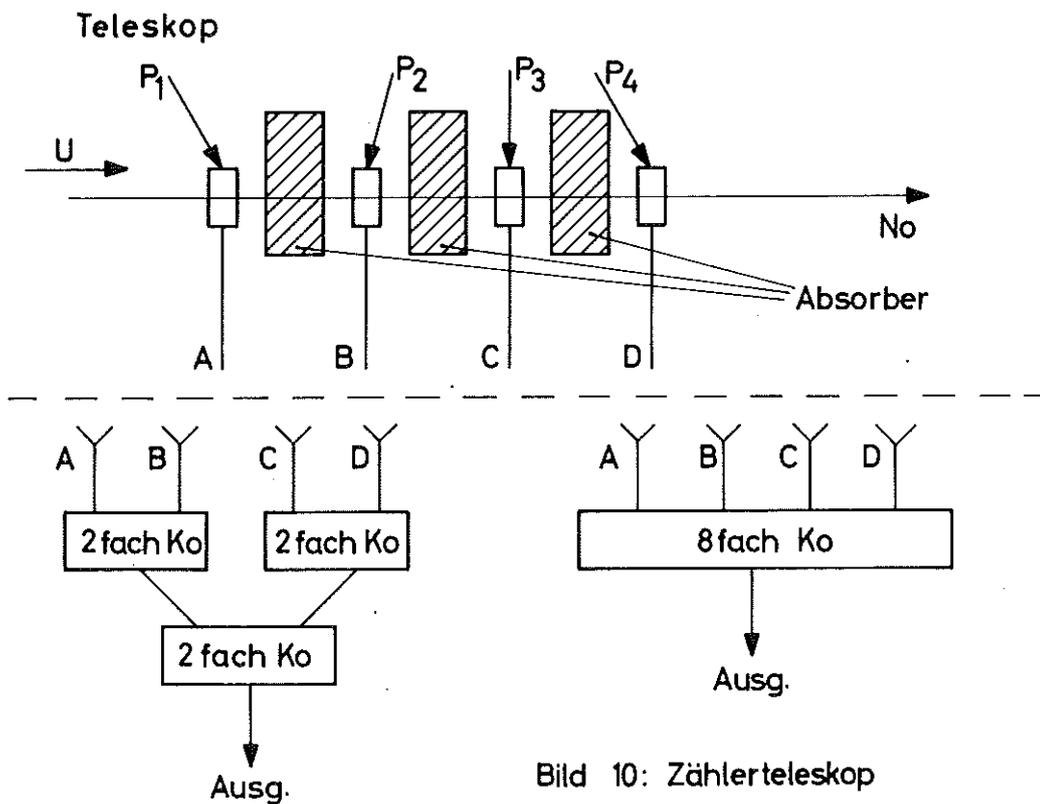
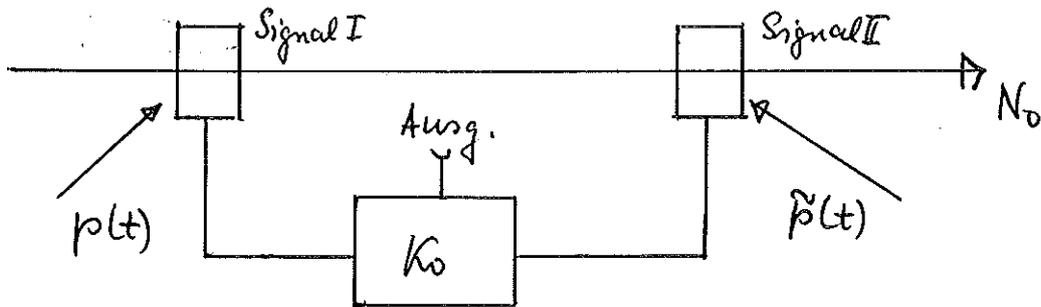


Bild 10: Zählerteleskop

Wesentlich schwerwiegender als die Erholzeitfehler sind jedoch die zufälligen Koinzidenzen. Ihre Zahl ist bestimmt durch die Zählrate des Untergrundes und die Auflösungszeit, genauer der Auflösungscharakteristik der Koinzidenz. Die Definition der Auflösungszeit zeigt Bild 9. Die Situation ist folgende:



Die beiden Monitoren sollen die Zählrate  $N_0$  registrieren. Zusätzlich dazu registriert jeder Monitor Untergrundsignale entsprechend der Verteilung des Untergrundes  $p(t)$  bzw.  $\tilde{p}(t)$  und leitet sie zur Koinzidenz weiter. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass in der Koinzidenz während der Auflösungszeit  $\mathcal{T}$  in beiden Kanälen Impulse eintreffen, ist die Produktwahrscheinlichkeit:

$$P_Z = \sum_m p_m^x(t < \mathcal{T}) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\mathcal{T}} P_i \tilde{P}_k dt$$

$p$  und  $\tilde{p}$  seien voneinander unabhängige Poissonverteilungen, dann wird:

$$N_Z = \frac{N^i \tilde{N}^k t^{i-1} t^{k-1} e^{-t(N + \tilde{N})}}{(i-1)! (k-1)!}$$

$$N_Z = N\tilde{N} \int_0^{\mathcal{T}} dt = 2 N\tilde{N} \mathcal{T}$$

Beispiel:

$$N = \tilde{N} = 10^6, N_0 = 10^5, \mathcal{T} = 10 \text{ ns}$$

$$N_Z = 2 \cdot 10^{12} \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^4$$

der relative Fehler also 20 %

sind  $p$  und  $\tilde{p}$  korreliert, wird die Zahl der "zufälligen" Koinzidenzen erheblich grösser. Bei Antikoinzidenzstufen gilt entsprechend

$$N_Z = N - 2 N \tilde{N} \mathcal{T} \text{ bzw. } N_Z = \tilde{N} - 2 N \tilde{N} \mathcal{T}$$

Es gibt zwei Möglichkeiten, die zufällige Koinzidenzrate klein zu halten.

- a) Kombination verschiedener Koinzidenzstufen in logischer Reihenfolge,
- b) Verkürzung der Auflösungszeit.

Zu a) Die einfachste Kombination ist das Zählerteleskop (Bild 10). Es wird, bevor ein Teilchen registriert wird, eine Vielfachkoinzidenz verlangt. Die Koinzidenzstufen können auf zwei Arten zusammengefasst werden. Beidesmal ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für die zufälligen Koinzidenzen zu

$$P_Z = \prod P_i$$

oder ausgerechnet

$$N_Z = 4 N_1 N_2 N_3 N_4 \mathcal{T}^3$$

nimmt man wie oben an

$$N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 10^6, N_0 = 10^5, \mathcal{T} = 10 \text{ ns}$$

wird  $N_Z = 4$ , also vernachlässigbar klein.

Speziellere Kombinationen sind das Fast-Slow-Verfahren oder die Summenkoinzidenz.

Zu b) Da die zufällige Koinzidenzrate proportional zur Auflösungszeit ist, ist es wünschenswert, diese Zeit möglichst zu verkürzen. Mit der Verkürzung der Auflösungszeit steigen aber in hohem Masse die Anforderungen an das Detektorsystem. Es gibt wohl Koinzidenzstufen, die Auflösungszeiten von einigen  $10^{-11}$  sec erreichen, diese sind jedoch so kritisch, dass sie in kernphysikalischer Anwendung kaum brauchbar sind. Man wird sich mit einigen  $10^{-9}$  sec zufrieden geben müssen. Allerdings gibt es auch hier wieder komplexere Methoden, etwa die differentiellen Koinzidenzen oder die Centroidshiftmethode. (alle Ref. 6). Der elektronische Aufwand steigt bei solcher Verfeinerung der Koinzidenzen jedoch enorm an.

### 3.3 - Zeitliche Unsicherheit:

In der Kernphysik wird die Zeitmessung und -definition dann problematisch, wenn die geforderte Messgenauigkeit in der Grössenordnung der Schaltzeiten der elektronischen Elemente liegt. Die Messung wird zwangsläufig analog. Das bedeutet in diesem Falle, dass man einer bestimmten Signalamplitude die Zeit  $t$  zuordnen muss. (z. B. beginnt dann ein Zähler zu zählen). Da jedoch die Impulse, die von den Detektoren geliefert werden, bei konstanter Anstiegszeit die verschiedensten maximalen Amplituden haben können, ist diese Zeitdefinition recht unsicher (Bild 11).

Bei Photomultiplieranstiegszeiten von 2 ns kann also aus diesem Grunde ein timejitter von mehr als einer Nanosekunde auftreten. Man kann diesen Effekt weitgehend reduzieren durch besondere Verfahren, z. B.

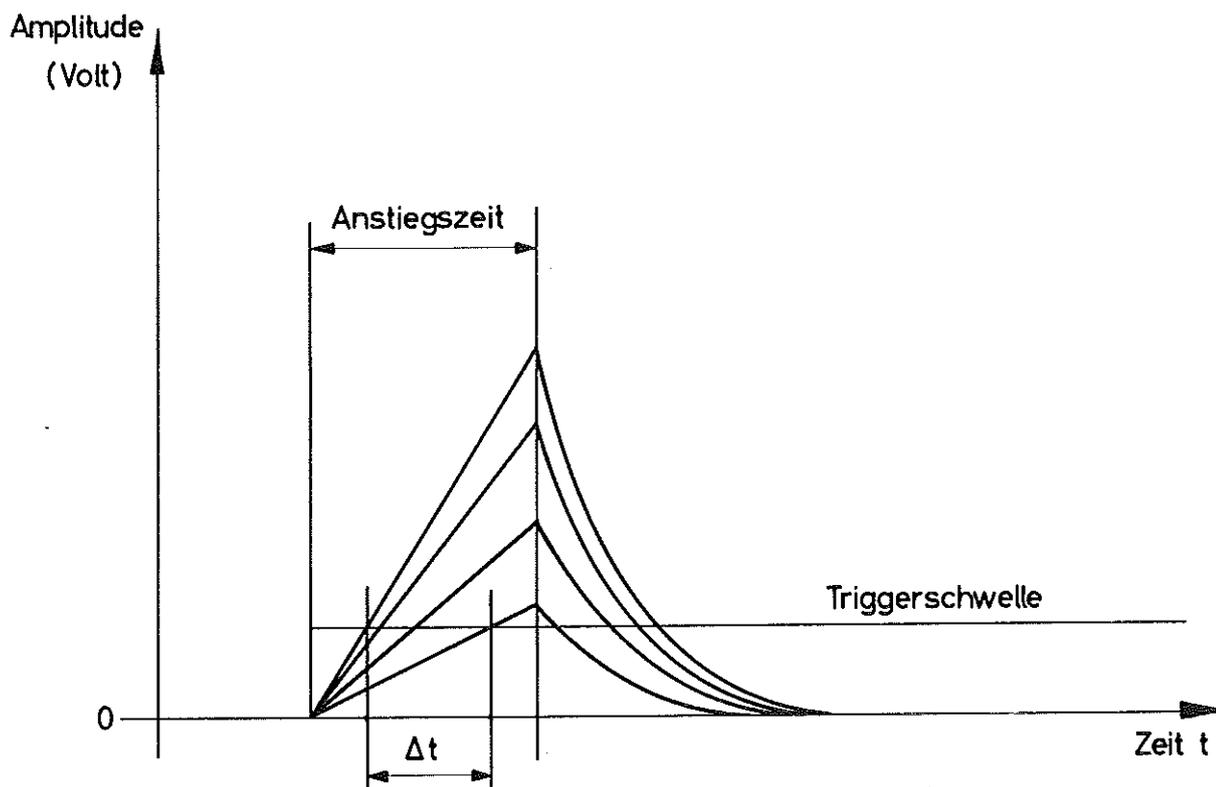


Bild 11: Timejitter  $\Delta t$  verursacht durch verschieden hohe Amplituden

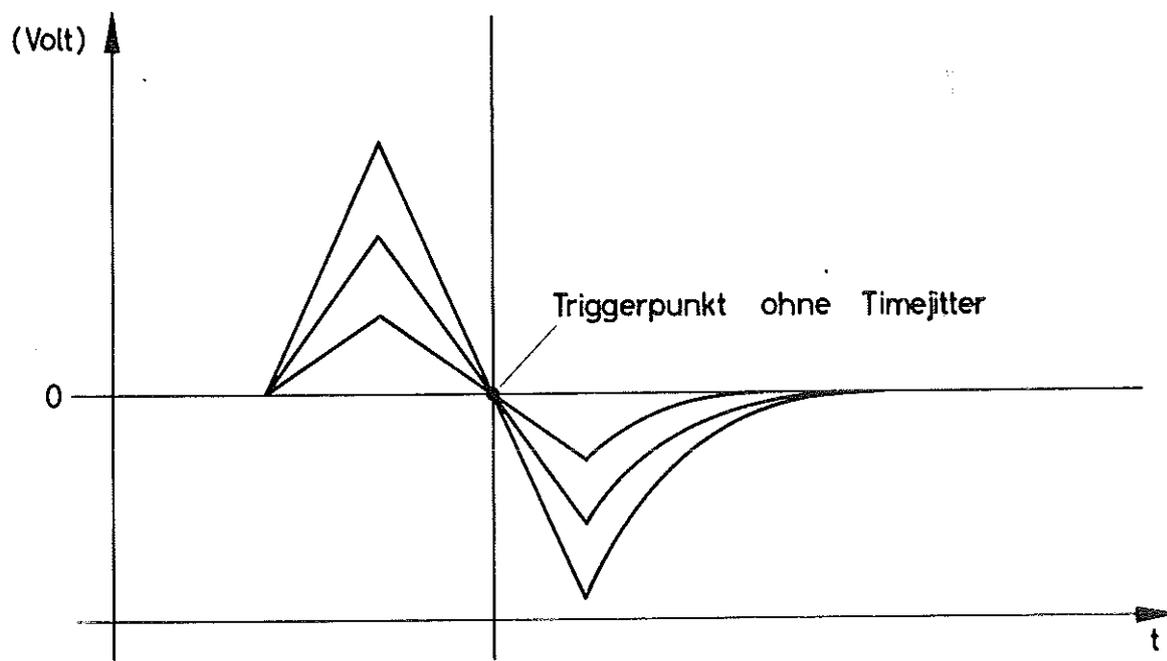


Bild 12: Prinzip der Nulldurchgangsmethode

durch die Nulldurchgangsmethode. Hierbei wird die maximale Amplitude zur Zeitdefinition verwendet (Bild 12).

Noch weitere Schwierigkeiten ergeben sich aus den verschiedenen Amplituden der Detektorsignale, denn die meisten Eingänge der elektronischen Einheiten sind ladungsempfindlich. Je schneller die Eingangskapazität gefüllt wird, umso schneller schaltet die Stufe. Auch das gibt Ursache zu teilweise erheblichem timejitter, besonders bei Tunneliodenschaltungen.

Der timejitter muss also bei jeder schnellen Stufe gemessen werden.

#### 4. - Messanordnungen

##### 4.1 - Messung der Maschinenverteilung:

Es ist zwar möglich, im Labor die Elektronik durchzumessen, zur Bestimmung des Zählverlustes muss man jedoch Kenntnis von der zeitlichen Verteilung der Ereignisse haben. Diese Ereignisse sind die Wechselwirkungen der von der Maschine gelieferten Teilchen.

Bisher war es wegen der hohen Intensitäten nur möglich, integrale Messungen (Quantameter) zu machen. Dass das nicht genügt, machen die Bilder 18 und 19 deutlich. Auf Bild 19 sind 4 etwas extreme Verteilungsfunktionen abgebildet. Die umschlossenen Flächen sind gleich, was bedeutet, dass die mittlere Ereigniszahl bei jeder Verteilung gleich gross ist. Man sieht, dass die Anzahl der in den Bereich der Totzeit  $\tau$  fallenden Ereignisse erheblich verschieden sein kann. Auf Bild 18 ist die eventuell ungünstige Siebwirkung eines Targets dargestellt. Die vielen Periodizitäten der Maschine übertragen sich auch auf die Strahlstruktur, so dass man unter Umständen nicht

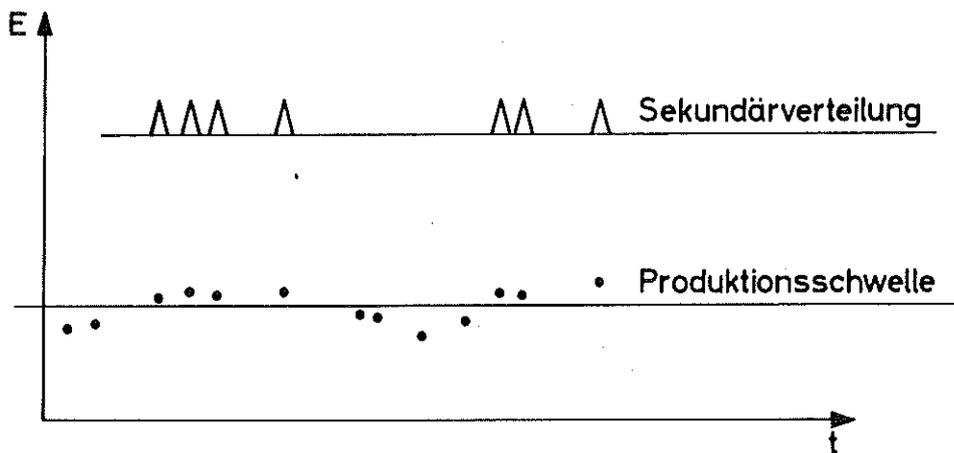
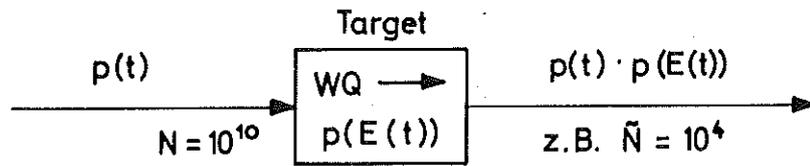


Bild 18: Änderung der Verteilung am Target

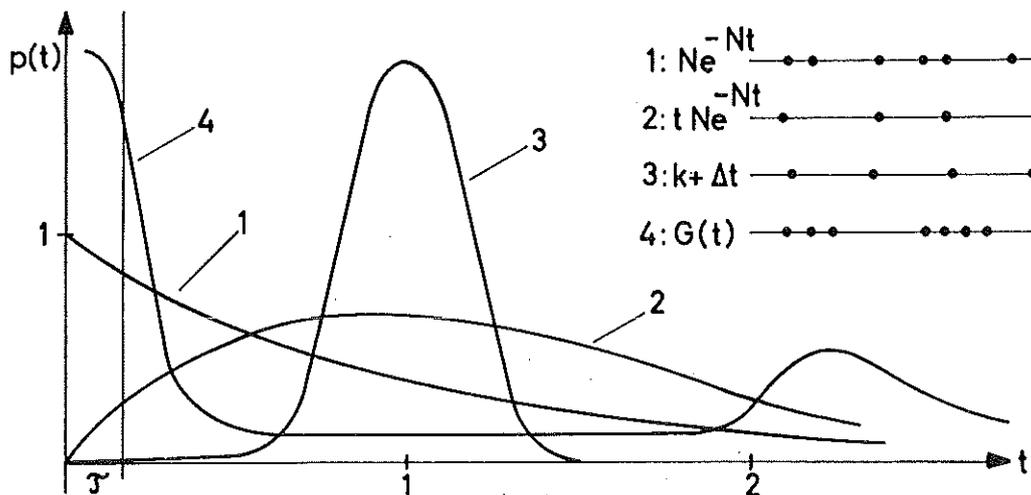


Bild 19: Totzeitintervall bei verschiedenen Verteilungen

mehr mit rein stochastischer Verteilung rechnen kann. Zur Messung dieser Verteilung wird deshalb vorgeschlagen:

1) ein Koinzidenzverfahren:

Das Signal eines Detektors wird einerseits direkt, andererseits über eine variable Verzögerungsleitung auf eine Koinzidenz gegeben. Entspricht die Verzögerung dem Abstand zum nächstfolgenden Impuls, gibt es Koinzidenz. Man kann auf diese Weise die Häufigkeit der auftretenden Zeitintervalle ermitteln. Notwendig dafür ist eine Koinzidenzschaltung mit minimaler Erholzeit. ( $< 2$  ns).

2) Ringoszillator mit Kabelspeicher:

Mit schnellsten Tunnelnioden lassen sich Ringoszillatoren bauen, die in der Lage sind, eine Pulsgruppe von etwa 10 Impulsen so zu speichern, dass ihre Abstände erhalten bleiben. Diese kann man dann entweder digital oder auf dem Oszillographen auszählen.

3) Zählverlustmethoden:

Die in Kapitel 2 angegebenen funktionalen Zusammenhänge zwischen Auflösungscharakteristik, Eingangs- und Ausgangsverteilung kann man umkehren. Nicht der Zählverlust soll aus der Verteilung und der Charakteristik folgen, sondern die Verteilung folgt aus Charakteristik und Zählverlust. Die Auflösung wird vorher im Labor mit einer Poissonverteilung exakt gemessen, dann lässt man den Zähler die Ereignisse, deren Verteilung gesucht ist, zählen und bestimmt integral den Zählverlust. Aus beidem kann man dann auf die Eingangsverteilung schliessen.

4.2 - Zählverlustmessung:

Entscheidend für den Zählverlust ist nach 3.1 Auflösungszeit und Auflösungscharakteristik des Zählers. Sie werden folgendermassen bestimmt:

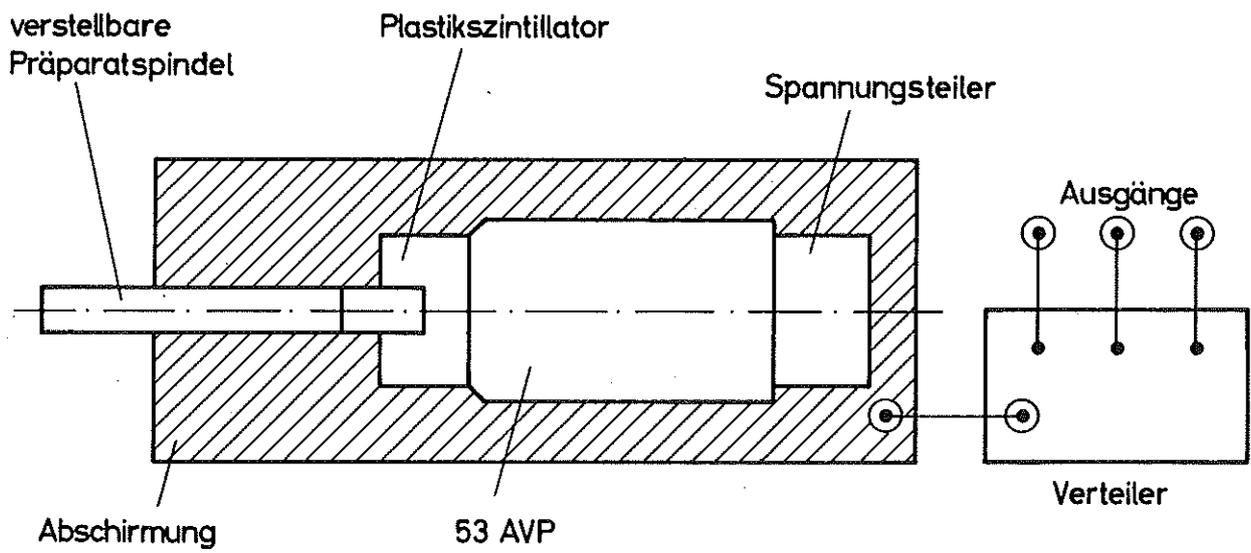


Bild 13: Impulsgenerator für Poissonfolgen

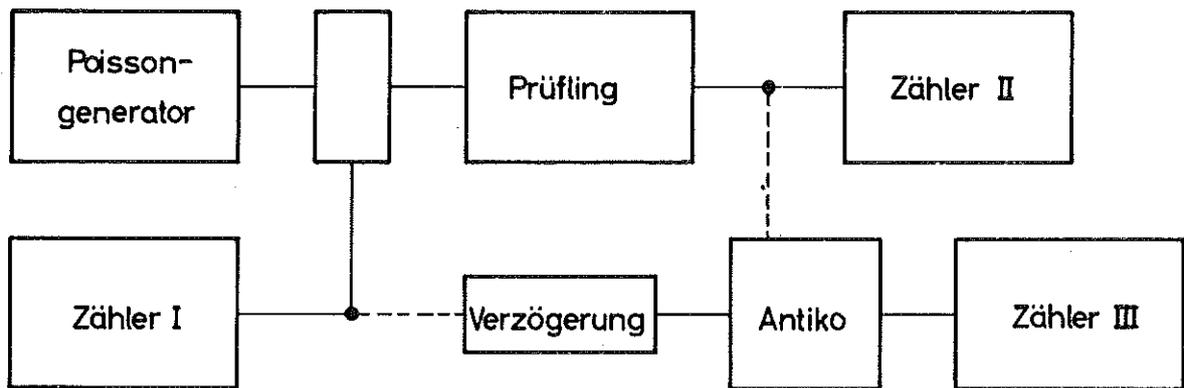


Bild 14: Zählverlustmeßapparatur

a) Doppelpulsverfahren:

Der Abstand zweier Impulse wird soweit verringert, bis der zweite Impuls vom Zähler nicht mehr registriert wird. Dies wird bei verschiedenen Amplituden durchgeführt.

b) periodische Pulsgruppen:

gibt man Pulsgruppen auf den Zähler, kann man die Bandbreite bzw. Zeitkonstanten testen.

c) stochastische Pulsgruppen:

Von einem Ringoszillator erzeugte und periodisch wiederkehrende stochastische Pulsgruppen können nach und vor dem Passieren des Zählers auf dem Oszillographen beobachtet werden.

d) Poissongenerator:

Auf Bild 13 und 14 ist die bei DESY laufende Zählverlustmessapparatur dargestellt. Das Präparat liefert je nach Spindelstellung mittlere Zählraten bis zu  $10^7$  pro Sekunde. Der schnellste Zähler arbeitet bis zu einer periodischen Folgefrequenz von 200 MHz. Durch die Antikoinzidenz soll das Verfahren noch mehr automatisiert werden. Es wird die Eingangs- und Ausgangsverteilung gemessen und dann mit Hilfe der Relationen von 3.1 die Auflösungscharakteristik des Prüflings ermittelt.

Die theoretischen Behauptungen von den Zählertypen und der Fehleraddition soll ebenfalls damit nachgeprüft werden.

#### 4.3 - Auflösungszeitmessung von Koinzidenzen und Antikoinzidenzen

Die hierfür aufgebaute Apparatur ist auf Bild 16 dargestellt. Die übliche Methode (Bild 15) wurde automatisiert. Zwei in der Frequenz nur um wenig verschiedene Generatoren liefern Impulse, die mit der Schwebungsfrequenz koinzident sind. Sie werden auf die Koinzidenz

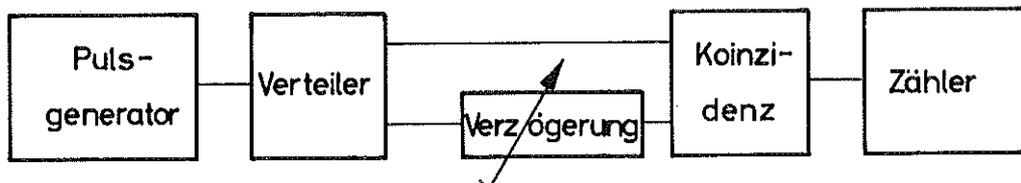


Bild 15: Übliche Anordnung zur Auflösungszeitmessung

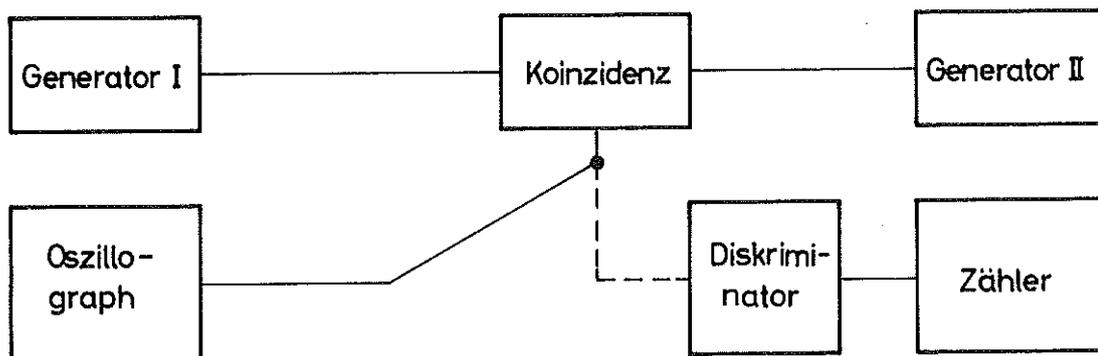


Bild 16: DESY - Apperatur zur Auflösungszeitmessung

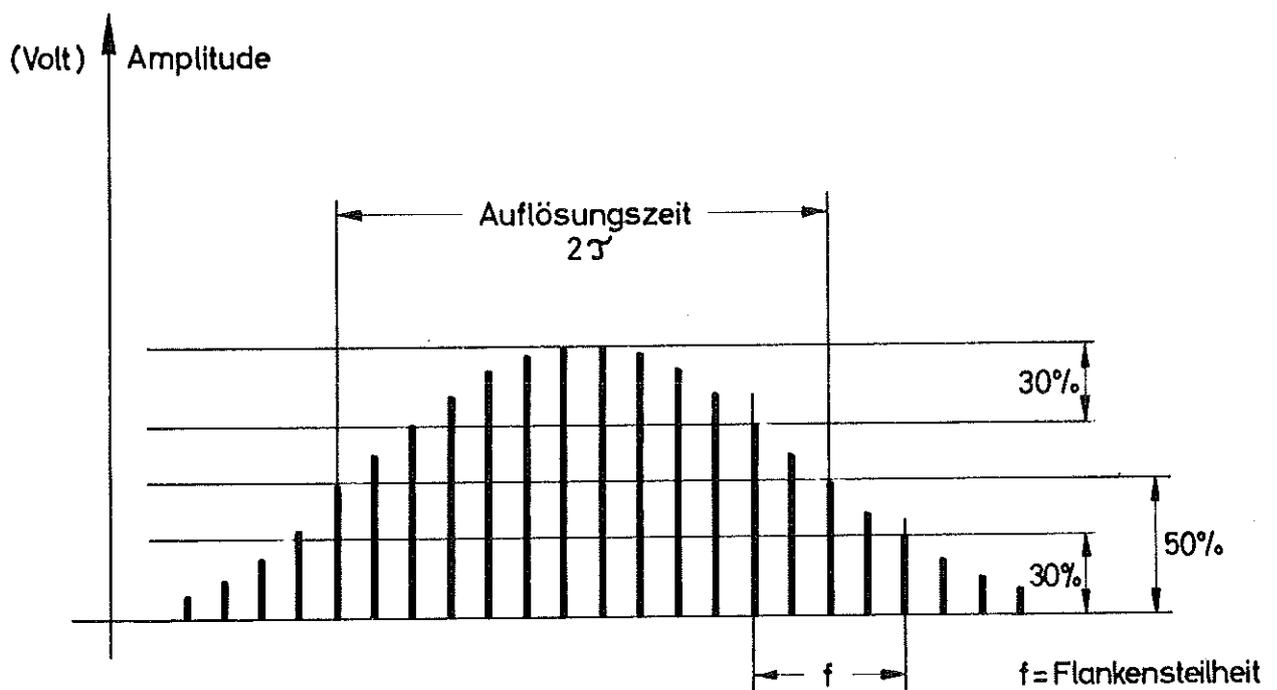


Bild 17: Auflösungscharakteristik einer Rossi - Koinzidenz  
(Oszillographenbild)

gegeben und das Ausgangssignal wird mit dem Oszillographen beobachtet. Dort entsteht ein Bild, wie es auf Bild 17 wiedergegeben ist. Die Auflösungscharakteristik lässt sich in Schritten bis hinunter zu 30 Picosekunden verfolgen und somit sehr genau ausmessen. Ebenfalls kann man leicht die Änderung der Auflösungszeit bei verschiedener Temperatur, Steueramplitude oder Netzversorgung unmittelbar verfolgen. Ganz entsprechend lassen sich Antikoinzidenzstufen messen.

#### 4.4 - Timejittermessungen:

Hierfür eignet sich am besten ein guter Oszillograph (Tektronix 661) Bei externer Triggerung wird die Wanderung des Ausgangssignals als Funktion der Steueramplitude beobachtet. Die Schwierigkeit liegt darin, dass das Triggersignal keinen Timejitter haben darf und in der Amplitude sich nicht ändern soll, was bei den meisten Generatoren nicht gewährleistet ist.

Nach den beschriebenen Verfahren wird die ganze DESY-Standardelektronik, soweit erforderlich, getestet, um so dem Experimentator schon von vornherein einen Überblick über den zu erwartenden Zählverlust zu geben.

#### Literatur:

- 1.) Fünfer-Neuert, Zählrohre und Szintillationszähler, G. Braun, Karlsruhe,
- 2.) Res Jost: Helv. Phys. Acta Bd 20 (1947),
- 3.) W. C. Elmore: Statistics of Counting, Nucleonics 6, 26 (1950),
- 4.) L. J. Rainwater, G.S. WU, Nucleonics, Oktober 1947,
- 5.) Koinzidenzstufen: M. Bonitz, Nucl. Instr. Meth., 22, 1963

Diese Arbeit wurde ausgeführt im Auftrag der DESY-  
Experimente-Gruppe E 6