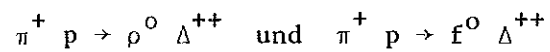


DESY-Bibliothek
25. MRZ. 1970

Interner Bericht
DESY F1-70/1
Februar 1970

Die Reaktion



bei 11,6 GeV/c Eingangsimpuls

Harm Fesefeldt

Experimentell-physikalische Diplomarbeit der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Hamburg

Die Reaktionen



bei 11,6 GeV/c Eingangsimpuls

Experimentell-physikalische Diplomarbeit der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Hamburg

Vorgelegt von

Harm Fesefeldt

Hamburg 1969

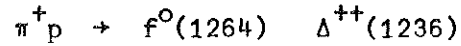
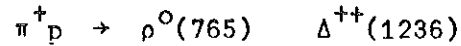
Inhaltsverzeichnis

	<u>Seite</u>
I. <u>Zusammenfassung</u>	1
II. <u>Einleitung</u>	3
III. <u>Totale Wirkungsquerschnitte</u>	5
a) Anpassungsverfahren	5
b) Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Experimenten	11
IV. <u>Differentielle Wirkungsquerschnitte</u>	23
a) Methode	24
b) Struktur der t' -Verteilungen	24
V. <u>Zerfallswinkelverteilungen</u>	27
a) Bezugssysteme	27
b) Definition der Dichte-Matrix	30
c) Definition des statistischen Tensors	30
d) Methoden	31
e) Ergebnisse der Einzelresonanzverteilungen	37
f) Vergleich mit dem absorptiven peripheren Modell	40

	<u>Seite</u>
VI. <u>Das additive Quark-Modell</u>	41
a) Theoretische Grundlagen	42
b) Die linearen Relationen	44
c) Die nichtlinearen Relationen	50
d) Vergleich mit anderen Experimenten	51
e) Diskussion der Ergebnisse	56
VII. <u>Anhang: Zusammenstellung der Zerfallswinkelverteilungen</u>	58
VIII. <u>Literaturangaben</u>	68
IX. <u>Danksagungen</u>	71
X. <u>Verzeichnis der Abbildungen</u>	72
XI. <u>Verzeichnis der Tabellen</u>	81
XII. <u>Abbildungen</u>	

I. Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden die Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen



bei 11,6 GeV/c Laborimpuls des einlaufenden Pions untersucht. Mit einem Näherungsverfahren werden die totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte dieser Reaktionen bestimmt. Bei Annahme eines phasenraum-verteilten nichtresonanten Untergrundes ist

$$\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}) = 0,57 \pm 0,06 \text{ (mb)}$$

$$\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}) = 0,21 \pm 0,03 \text{ (mb)},$$

während sich bei Anwendung eines peripheralisierten Phasenraum-Untergrundes

$$\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}) = 0,41 \pm 0,05 \text{ (mb)}$$

$$\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}) = 0,13 \pm 0,02 \text{ (mb)}$$

ergibt.

In einem Vergleich mit anderen Experimenten wird die Problematik der üblichen Verfahren zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte gezeigt. Für die differentiellen Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von $t' = |t - t_{\text{min}}|$ werden Anpassungen der Form

$$d\sigma/dt' = c e^{-at'}$$

$$d\sigma/dt' = c e^{-a_1 t' + a_2 t'^2}$$

$$d\sigma/dt' = c_1 e^{-a_1 t'} + c_2 e^{-a_2 t'}$$

diskutiert.

Die Struktur der t' -Verteilungen ist mit den Vorhersagen des "Pion-Conspiracy-Regge-Modells" nicht verträglich. Von Wolf (WOL 69) berechnete Kurven mit dem "Ein-Pion-Austausch-Modell" dagegen zeigen Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Eingehend diskutiert wird die Parametrisierung der Zerfallswinkelverteilungen von Resonanzen und Doppelresonanzen. Es wird gezeigt, daß der statistische Tensor zur Beschreibung von Korrelationseffekten bei Doppelresonanzen besser geeignet ist als die Dichte-Matrix. Verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Zerfallswinkelparameter werden erläutert. Für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$ liefern verschiedene Methoden mit Untergrundkorrekturen keine übereinstimmenden Resultate.

Die Vorhersagen verschiedener Näherungsverfahren des absorptiven peripheren Modells werden mit den experimentellen Daten der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ verglichen. Es zeigen sich bei einigen Dichte-Matrix-Elementen systematische Unterschiede zwischen Theorie und Experiment.

Aussagen des additiven Quark-Modells über den statistischen Tensor der $\rho^0 \Delta^{++}$ -Doppelresonanz werden geprüft. Die von Bialas und Zalewski (BIA 68) eingeführten linearen A- und B-Relationen sind in allen untersuchten Systemen befriedigend erfüllt, während die linearen C-Relationen nur im dynamischen Donohue-Högaasen-System mit den experimentellen Daten einigermaßen verträglich sind. Außerdem werden die nichtlinearen Relationen geprüft. Insbesondere wird hierbei ein Verfahren zur Bestimmung von Quark-Streuamplituden diskutiert und auf die experimentellen Daten verschiedener $\pi^+ p$ -Experimente angewendet. Es zeigt sich, daß die B- und C-Relationen durch die Annahme der Invarianz des Modells gegenüber Vertauschung von f_5 und f_6 (B-Relationen) und durch die Annahme

der Invarianz gegenüber Vertauschung von f_5 und f_6 sowie f_7 und f_8 (C-Relationen) erklärt werden können.

Die experimentelle Erfüllung der B-Relationen beweist bei den in dieser Arbeit untersuchten Daten nicht die Gültigkeit der Beziehung $f_5 = f_6$. Gleichwertige Anpassungsergebnisse werden auch mit $|f_5| < |f_6|$ und $|f_5| > |f_6|$ erzielt.

Die verschiedenen Anpassungen zeigen Evidenz entweder für $f_5 = f_6$ und $f_7 \neq f_8$ oder für $f_5 \neq f_6$ und $f_7 = f_8$, während die für die Hypothese freier Quarks notwendige Bedingung $f_5 = f_6$ und $f_7 = f_8$ nicht erfüllt ist.

II. Einleitung

Im Juli 1967 und im Februar 1968 wurde die 2m-CERN-Wasserstoffblasenkammer einem positiven Pionenstrahl von 11,6 GeV/c Laborimpuls ausgesetzt. Es wurden jeweils etwa 100000 Filmaufnahmen von Reaktionen des Strahls mit dem Wasserstoff der Kammer erhalten und zu festgelegten Anteilen auf die Institute

Department of Physics, Durham,

Istituto di Fisica e Sezione INFN, Genua,

Deutsches Elektronen-Synchrotron DESY und II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg,

Istituto di Fisica e Sezione INFN, Mailand,

Centre d'Etudes Nucléaires, Saclay,

verteilt.

Die Auswertung der Filme in Hamburg wird in der Diplomarbeit von E. Bassler (BAS 69) beschrieben. Die Daten der gemessenen und kinematisch rekonstruierten Ereignisse aller Institute wurden vereinigt.

Für die Reaktion



standen bei Anfertigung dieser Arbeit 2723 Ereignisse zur Verfügung. Die Zuordnung des Protons zu einer der 3 auslaufenden positiven Spuren ist jedoch nicht immer eindeutig. Für die Analyse benutzt wurde die Zuordnung, deren Anpassungswahrscheinlichkeit 10mal größer war als die der übrigen Zuordnungen. War eine derartige Auswahl nicht möglich, wurde das gesamte Ereignis verworfen. Wenn Doppeldeutigkeiten mit Hypothesen der Art



auftraten, wurde das Ereignis nur dann nicht verwendet, wenn die Anpassungswahrscheinlichkeit der Hypothese (II.2) größer als 0,1 und die Anpassungswahrscheinlichkeit der Hypothese (II.1) kleiner als 0,001 war. Nach Anwendung dieser Reinigungskriterien blieben 2637 Ereignisse übrig.

Bei der Erforschung der Pion-Nukleon-Wechselwirkung sind die Zwei-Teilchen-Reaktionen der Art



von besonderem Interesse. Neben den rein elastischen und den über Ladungsaustausch verlaufenden Prozessen sind in den letzten Jahren besonders die Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen untersucht worden. Dieses sind Prozesse mit mehr als zwei Teilchen im Endzustand, wobei jedoch wegen Resonanzproduktion ein zwischenzeitlicher 2-Körper-Zustand existiert. Im vorliegenden Experiment richtet sich

das Hauptinteresse auf die Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen mit 2 und 4 geladenen Teilchen im Endzustand. In Hamburg sollen die Doppelresonanz-Produktion und die 3π -Resonanzen (A_1 , A_2 , A_3) untersucht werden.

Als vorläufiger Beitrag hierzu ist diese Arbeit zu werten.

III. Totale Wirkungsquerschnitte

a) Anpassungsverfahren

Die Bestimmung der Wirkungsquerschnitte basiert auf dem Wert 24,53 mb für den totalen π^+p -Wirkungsquerschnitt bei 11,6 GeV/c Primärimpuls. Dieses Ergebnis erhält man durch Interpolation von Daten verschiedener Zählerexperimente (FOL 67). Für den 4-Teilchen-Endzustand $p\pi^+\pi^+\pi^-$ berechnet man daraus für die in Hamburg ausgewerteten Ereignisse einen Wirkungsquerschnitt von 1,40 mb, während die Mittelung über alle beteiligten Labors $1,38 \pm 0,14$ mb ergibt (BAS 69).

Auf den letzten Wert beziehen sich die im folgenden zu bestimmenden totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte der einzelnen Kanäle.

Die zu dem 4-Teilchen-Endzustand $p\pi^+\pi^+\pi^-$ führende Reaktion verläuft im wesentlichen über die folgenden Anteile:

- (K1) $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^-\Delta^{++}(1236)$
- (K2) $\rightarrow \rho^0 p \pi^+$
- (K3) $\rightarrow f^0 p \pi^+$
- (K4) $\rightarrow \rho^0 \Delta^{++}(1236)$
- (K5) $\rightarrow f^0 \Delta^{++}(1236)$
- (K6) $\rightarrow \pi^+\pi^-p \pi^+$
- (K7) $\rightarrow A_1 p$
- (K8) $\rightarrow A_2 p$
- (K9) $\rightarrow A_3 p$

Es wird angenommen, daß die Reaktionen (K4) und (K5) vollständig über den Graphen in Fig. 1 ablaufen,

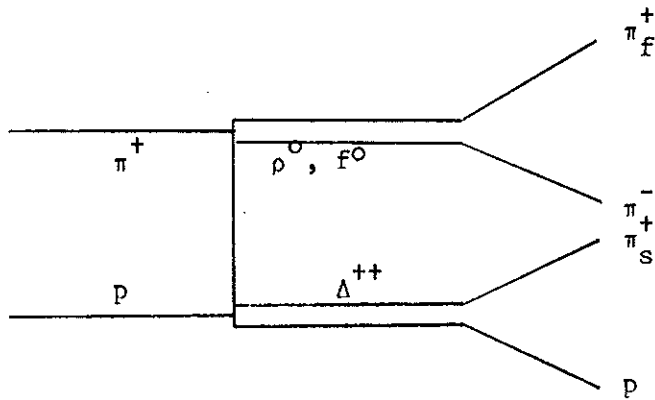


Fig. 1

wobei π_f^+ das schnellere sowie π_s^+ das langsamere der beiden positiven Pionen im Laborsystem bezeichnet ($f = \text{fast}$, $s = \text{slow}$). Diese Annahme ist gerechtfertigt, da Δ^{++} -Produktion in der $p\pi_f^+$ -Massenverteilung nicht gesehen wird. Die Verteilung der effektiven Massen des $\pi_f^+\pi_s^-$ -Systems gegen die effektiven Massen des $p\pi_s^+$ -Systems ist in Abb. 1 gezeigt.

Das eingezeichnete Dreieck stellt die kinematischen Grenzen dar. Die Eckpunkte haben die Koordinaten

- (1) $(2 m_\pi, m_p + m_\pi)$
- (2) $(E^+ - m_p - m_\pi, m_p + m_\pi)$
- (3) $(2 m_\pi, E^+ - 2 m_\pi)$,

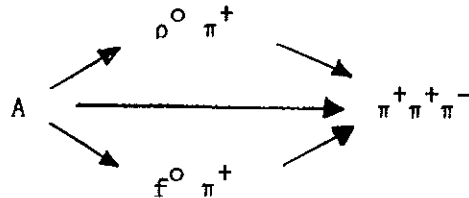
wobei m_π die Pion-Masse, m_p die Proton-Masse und E^+ die totale Schwerpunktsenergie ist.

Direkte Beiträge zur Verteilung Abb. 1 sind:

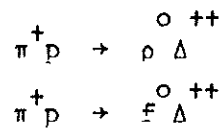
- (K1') $\pi_p^+ \rightarrow \pi_f^+ \pi_s^- \Delta^{++}(1236)$
- (K2') $\rightarrow \rho^0 p \pi_s^+$
- (K3') $\rightarrow f^0 p \pi_s^+$
- (K4') $\rightarrow \rho^0 \Delta^{++}(1236)$
- (K5') $\rightarrow f^0 \Delta^{++}(1236)$
- (K6') $\rightarrow \pi_f^+ \pi_s^- p \pi_s^+$

Es wird angenommen, daß Resonanzen in den übrigen 2-Teilchen-Kombinationen als Phasenraum in die $M(\pi_f^+\pi^-)$ - $M(p\pi_s^+)$ -Verteilung reflektiert werden.

Resonanzen in der 3π -Masse mit den Zerfallsarten



sind in den Beiträgen (K1') bis (K6') insofern enthalten, wie sie einmal Teil des $\rho^0 p\pi_s^+$ - oder $f^0 p\pi_s^+$ -Kanals sind, zum anderen über den $\rho^0 p\pi_f^+$ - oder $f^0 p\pi_f^+$ -Zustand in den Phasenraum (K6') reflektiert werden. Eine ähnliche Argumentation kann auf Resonanzen in der $(p\pi^+\pi^-)$ -Kombination angewandt werden. Es wird angenommen, daß die Beiträge (K4') und (K5') frei von Reflektionen anderer Kanäle sind und daher wegen der Bemerkung in Fig. 1 vollständig die Reaktionen



darstellen.

Weitere direkt zur Verteilung Abb. 1 beitragende Resonanzzustände ($\Delta^{++}(1920)$, $g^0(1650)$) werden vernachlässigt. Abschätzungen ergeben:

$$\frac{\sigma(\pi^+ p \rightarrow \pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}(1920))}{\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-)} \lesssim 0,03$$

$$\frac{\sigma(\pi^+ p \rightarrow g^0(1650) p\pi_s^+)}{\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-)} \lesssim 0,02$$

Das zur Analyse benutzte Rechenprogramm wurde nach Vorlage des Programms "TRIANG" (JON 67) geschrieben.

Mit den oben diskutierten Annahmen kann die Wahrscheinlichkeitsfunktion in einem infinitesimalen Element $dM_1 dM_2$ des Dreiecks in Abb. 1 in der Form

$$\begin{aligned}
 \text{(III.1)} \quad f(M_1, M_2) dM_1 dM_2 &= \left\{ \alpha(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) \frac{BW(\Delta^{++}) X}{\int BW(\Delta^{++}) X dM_1 dM_2} \right. \\
 &+ \alpha(\rho^0 p \pi_s^+) \frac{BW(\rho^0) X}{\int BW(\rho^0) X dM_1 dM_2} \\
 &+ \alpha(f^0 p \pi_s^+) \frac{BW(f^0) X}{\int BW(f^0) X dM_1 dM_2} \\
 &+ \alpha(\rho^0 \Delta^{++}) \frac{BW(\rho^0) BW(\Delta^{++}) X}{\int BW(\rho^0) BW(\Delta^{++}) X dM_1 dM_2} \\
 &+ \alpha(f^0 \Delta^{++}) \frac{BW(f^0) BW(\Delta^{++}) X}{\int BW(f^0) BW(\Delta^{++}) X dM_1 dM_2} \\
 &\left. + \alpha(\pi_f^+ \pi^- p \pi_s^+) \frac{X}{\int X dM_1 dM_2} \right\} dM_1 dM_2,
 \end{aligned}$$

geschrieben werden, wobei $M_1 = M(\pi_f^+, \pi^-)$ bzw. $M_2 = M(p, \pi_s^+)$ die effektiver Massen des $(\pi_f^+ \pi^-)$ -Systems bzw. des (p, π_s^+) -Systems sind. Der statistische 4-Teilchen-Phasenraum X kann in bekannter Weise faktorisiert werden:

$$\begin{aligned}
 \text{(III.2)} \quad X &= \frac{4 \pi^3}{E^+} P(m_p^2, m_\pi^2, M_2^2) \\
 &\cdot P(m_\pi^2, m_\pi^2, M_1^2) \\
 &\cdot P(M_2^2, M_1^2, E^{+2})
 \end{aligned}$$

mit

$$(III.3) \quad P(m_a^2, m_b^2, M^2) = \frac{1}{2M} \left((M + m_a + m_b) \right. \\ \cdot (M - m_a + m_b) \\ \cdot (M + m_a - m_b) \\ \left. \cdot (M - m_a - m_b) \right)^{1/2}$$

Die energieabhängigen Breit-Wigner-Funktionen haben die Form (siehe (JAG 64)):

$$(III.4) \quad BW(\Delta^{++}) = \frac{G' M_2}{\left[(M_2^2 - M_{\Delta^{++}}^2)^2 + G'^2 M_{\Delta^{++}}^2 \right] P(m_p^2, m_\pi^2, M_2^2)} \\ G' = \frac{M_{\Delta^{++}}^2 P^3(m_p^2, m_\pi^2, M_2^2) \left[(M_2 + m_p)^2 - m_\pi^2 \right]}{M_2^2 P^3(m_p^2, m_\pi^2, M_{\Delta^{++}}^2) \left[(M_{\Delta^{++}} + m_p)^2 - m_\pi^2 \right]} \Gamma_{\Delta^{++}}$$

$$(III.5) \quad BW(\rho^0) = \frac{G M_1}{\left[(M_1^2 - M_{\rho^0}^2)^2 + G^2 M_{\rho^0}^2 \right] P(m_\pi^2, m_\pi^2, M_1^2)} \\ G = \frac{M_{\rho^0} P^3(m_\pi^2, m_\pi^2, M_1^2)}{M_1 P^3(m_\pi^2, m_\pi^2, M_{\rho^0}^2)} \Gamma_{\rho^0}$$

$$(III.6) \quad BW(f^0) = \frac{\Gamma_{f^0} M_1}{\left[(M_1^2 - M_{f^0}^2)^2 + \Gamma_{f^0}^2 M_{f^0}^2 \right] P(m_\pi^2, m_\pi^2, M_1^2)}$$

Die Bestimmung der Normierungsintegrale erfolgt numerisch mit Hilfe der 7-, 25- oder 64-Punkt-Gauß-Formel. Die Massen (ROS 69) und Breiten (Abschätzungen aus den experimentellen Verteilungen) werden fest eingesetzt. Die Anpassung der Anteile $\alpha(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++})$, ... , $(f^0 \Delta^{++})$ der Kanäle (K1') bis (K5') wird mit der "Maximum-Likelihood"-Methode durchgeführt (siehe z. B. (HAN 69)). $\alpha(\pi_f^+ \pi^- p\pi_s^+)$ wird aus der Normierungsbedingung

$$\begin{aligned} \alpha(\pi_f^+ \pi^- p\pi_s^+) &= 1 - \alpha(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) - \alpha(\rho^0 p\pi_s^+) - \alpha(f^0 p\pi_s^+) \\ &\quad - \alpha(\rho^0 \Delta^{++}) - \alpha(f^0 \Delta^{++}) \end{aligned}$$

bestimmt. Insbesondere wird der Fehler für $\alpha(\pi_f^+ \pi^- p\pi_s^+)$ aus dieser Formel berechnet. Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse zusammen mit den Massen und Breiten der Resonanzen. Die Fehler der Wirkungsquerschnitte der einzelnen Kanäle berücksichtigen den Fehler des 4-Teilchen-Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-)$.

Die Projektionen der Wahrscheinlichkeitsfunktion (III.1) auf die Achsen der effektiven Massen des $(\pi_f^+ \pi^-)$ -Systems bzw. des $(p\pi_s^+)$ -Systems sind zusammen mit den experimentellen Verteilungen in Abb. 2a bzw. Abb. 3a gezeichnet. In Abb. 2b bzw. 3b sind außerdem Beiträge einzelner Kanäle aufgetragen. Es zeigt sich, daß besonders der $\rho^0 \Delta^{++}$ -Doppelresonanz-Anteil einen weiten Ausläufer nach hohen Massen hin besitzt. Dieser Punkt wird im nächsten Abschnitt eingehender diskutiert.

Die Anhäufung von Ereignissen bei niedrigen $(\pi_f^+ \pi^-)$ -Massen kann mit diesem Verfahren nicht befriedigend erklärt werden.

Tabelle 1 Wirkungsquerschnitte ("Maximum-Likelihood"-Methode).

Die Massen der Resonanzen sind (ROS 69) entnommen, die Breiten sind Abschätzungen aus den experimentellen Verteilungen.

	ρ^0	f^0	Δ^{++}
Masse (GeV)	0,765	1,264	1,236
Breite (GeV)	0,15	0,15	0,12
$\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-) = 1,38 \pm 0,14 \text{ (mb)}$			
Reaktion	Anteil (%)	Wirkungsquerschnitt (mb)	
$\pi^+ p \rightarrow \pi_F^+ \pi^- p \pi_S^+$	9,25 \pm 2,9	0,13 \pm 0,04	
$\rightarrow \pi_F^+ \pi^- \Delta^{++}$	17,08 \pm 1,3	0,24 \pm 0,03	
$\rightarrow \rho^0 p \pi_S^+$	16,99 \pm 1,3	0,23 \pm 0,03	
$\rightarrow f^0 p \pi_S^+$	$\leq 1,0$	$\leq 0,02$	
$\rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$	41,56 \pm 1,7	0,57 \pm 0,06	
$\rightarrow f^0 \Delta^{++}$	15,12 \pm 1,1	0,21 \pm 0,03	

b) Diskussion der Ergebnisse und Vergleich mit anderen Experimenten

Die Untersuchung der Energieabhängigkeit der Doppelresonanz-Wirkungsquerschnitte ist insofern schwierig, da zwischen den verschiedenen Experimentatoren keine einheitliche Meinung über die Anpassungsmethode besteht, ja sogar innerhalb einer Kollaboration von verschiedenen Instituten verschiedene Resultate veröffentlicht wurden (siehe z. B. $\pi^+ p$ 8 GeV/c, (ABC 68a) und (WAL 69)). Eine Zusammenstellung der Methoden und deren Ergebnisse für den $\rho^0 \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt gibt Walter (WAL 69) für $\pi^+ p$ -Blasenkammerexperimente zwischen 2 GeV/c und 8 GeV/c Laborimpuls. Diese Methoden sollen im folgenden an der $\rho^0 \Delta^{++}$ -Doppelresonanz diskutiert werden.

Methode 1

Man nimmt an, daß alle Ereignisse innerhalb bestimmter Massengrenzen des $(\pi_f^+ \pi^-)$ -Systems und des $(p\pi_s^+)$ -Systems den Doppelresonanzkanal darstellen.

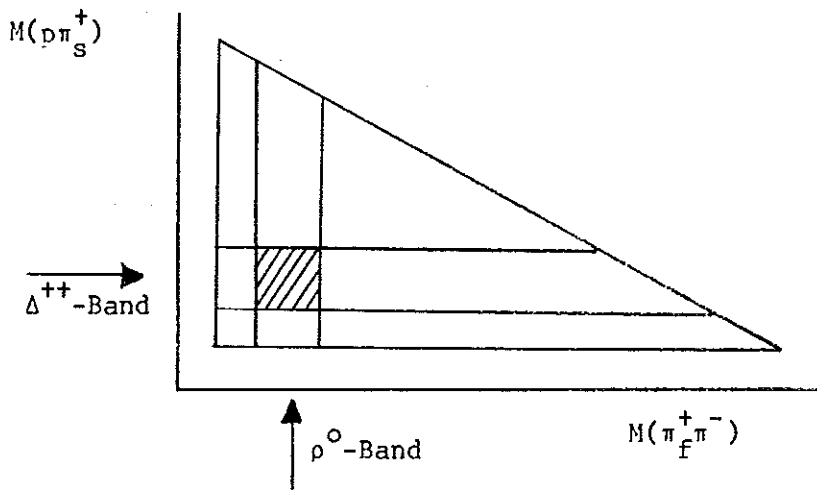


Fig. 2

Gewöhnlich wählt man den Überlappungsbereich der beiden Resonanzbänder (schraffiertes Gebiet in Fig. 2). Diese Ereignisse setzen sich jedoch aus Beiträgen des Doppelresonanzkanals $\rho^0 \Delta^{++}$, der Einzelresonanzkanäle $\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}$ und $\rho^0 p\pi_s^+$ sowie des direkten Kanals $\pi_f^+ \pi^- p\pi_s^+$ zusammen. Daher wird die Annahme gemacht, daß der Doppelresonanzanteil außerhalb des Überlappungsgebietes ebenso groß ist wie die Summe der Anteile aller Kanäle außer der Doppelresonanz in diesem Massenintervall. Das Ergebnis hängt sicherlich von der Wahl der Massengrenzen ab.

Eine Korrektur auf die Ausläufer der Doppelresonanzverteilung wird nicht durchgeführt.

Methode 2

Die Zahl der Ereignisse im Überlappungsgebiet von Fig. 2 ist:

$$(III.7) \quad N = N(\rho^0 \Delta^{++}) + N(\rho^0 p\pi_s^+) + N(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) + N(\pi_f^+ \pi^- p\pi_s^+)$$

Mögliche Beiträge der $f^{\circ}\Delta^{++}$ -Doppelresonanz im Überlappungsgebiet können vernachlässigt werden.

N_B , N_C und N_D seien die Ereigniszahlen in Massenintervallen derselben Größe wie das Doppelresonanz-Überlappungsgebiet im Δ^{++} -Band, im ρ° -Band sowie außerhalb beider Resonanzbänder.

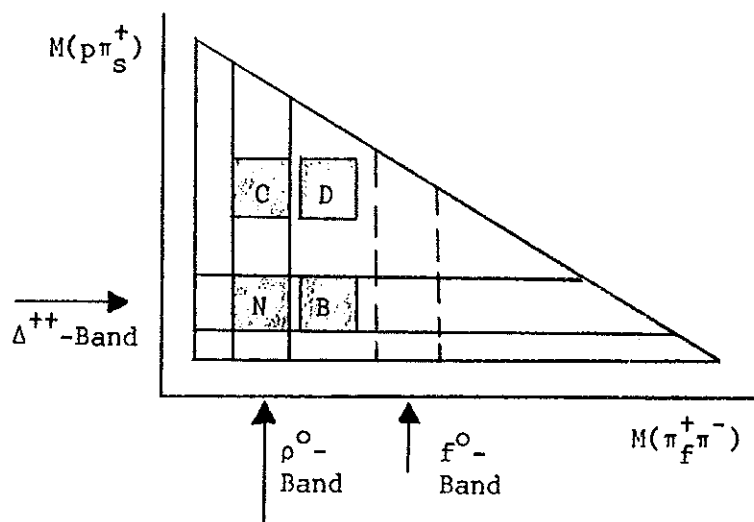


Fig. 3

In diesen Intervallen gilt in guter Approximation:

$$(III.8) \quad N_B = N_B(\rho^{\circ}\Delta^{++}) + N_B(f^{\circ}\Delta^{++}) + N_B(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++}) + N_B(\pi_f^+\pi^-\rho\pi_S^+)$$

$$(III.9) \quad N_C = N_C(\rho^{\circ}\Delta^{++}) + N_C(\rho^{\circ}\rho\pi_S^+) + N_C(\pi_f^+\pi^-\rho\pi_S^+)$$

$$(III.10) \quad N_D = N_D(\rho^{\circ}\Delta^{++}) + N_D(\pi_f^+\pi^-\rho\pi_S^+)$$

Die erste Annahme ist nun, daß das Massenintervall B so gewählt werden kann, daß

$$(III.11) \quad N_B(f^{\circ}\Delta^{++}) = 0$$

gilt. Die zweite Annahme des Verfahrens ist, daß die Einzelresonanz-Anteile und der Phasenraum-Beitrag nicht von den effektiven Massen abhängen, so daß

$$\begin{aligned}
 \text{(III.12)} \quad N_B(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) &\approx N(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) \\
 N_C(\rho^0 p \pi_S^+) &\approx N(\rho^0 p \pi_S^+) \\
 N_D(\pi_f^+ \pi^- p \pi_S^+) &\approx N_C(\pi_f^+ \pi^- p \pi_S^+) \\
 &\approx N_B(\pi_f^+ \pi^- p \pi_S^+) \approx N(\pi_f^+ \pi^- p \pi_S^+)
 \end{aligned}$$

und damit

$$\begin{aligned}
 \text{(III.13)} \quad N(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) &= N_B - N_B(\rho^0 \Delta^{++}) - N_D + N_D(\rho^0 \Delta^{++}) \\
 N(\rho^0 p \pi_S^+) &= N_C - N_C(\rho^0 \Delta^{++}) - N_D + N_D(\rho^0 \Delta^{++}) \\
 N(\pi_f^+ \pi^- p \pi_S^+) &= N_D - N_D(\rho^0 \Delta^{++})
 \end{aligned}$$

gilt. Eingesetzt in (III.7) ergibt sich:

$$\text{(III.14)} \quad N(\rho^0 \Delta^{++}) = N - N_B - N_C + N_D + \left\{ N_B(\rho^0 \Delta^{++}) + N_C(\rho^0 \Delta^{++}) - N_D(\rho^0 \Delta^{++}) \right\}$$

Die Berechnung erfolgt unter der dritten Annahme, daß die geschweifte Klammer in (III.14) verschwindet.

$$\text{(III.15)} \quad N_B(\rho^0 \Delta^{++}) + N_C(\rho^0 \Delta^{++}) - N_D(\rho^0 \Delta^{++}) \approx 0$$

Wegen der Ausläufer der Doppelresonanzen können die Forderungen (III.11) und (III.15) nur erfüllt werden, wenn man B, C und D weit entfernt von den $\rho^0 \Delta^{++}$ - und $f^0 \Delta^{++}$ -Überlappungsgebieten wählt. Insbesondere darf B nicht, wie in Fig. 3 skizziert, zwischen den beiden Überlappungsgebieten liegen.

Andererseits jedoch ist bei Beachtung dieser Voraussetzung die zweite Annahme (III.12) nicht mehr zu rechtfertigen.

Im allgemeinen werden Massenintervalle B, C und D gewählt, die ungefähr an das Überlappungsgebiet anschließen, so daß wegen Verletzung der Gleichungen (III.11) und (III.15) $N(\rho^0 \Delta^{++})$ zu klein bestimmt wird. Um einen Vergleich mit den anderen Experimenten durchführen zu können, wird in der vorliegenden Arbeit jedoch ebenso verfahren. Wie in Methode 1 wird nicht auf die Ausläufer der Doppelresonanz-Verteilung korrigiert.

Methode 3

An die Projektion des Δ^{++} -Resonanzbandes auf die $M(\pi_f^+ \pi^-)$ -Achse werden eindimensionale Breit-Wigner-Funktionen über einem handgezogenen Untergrund angepaßt.

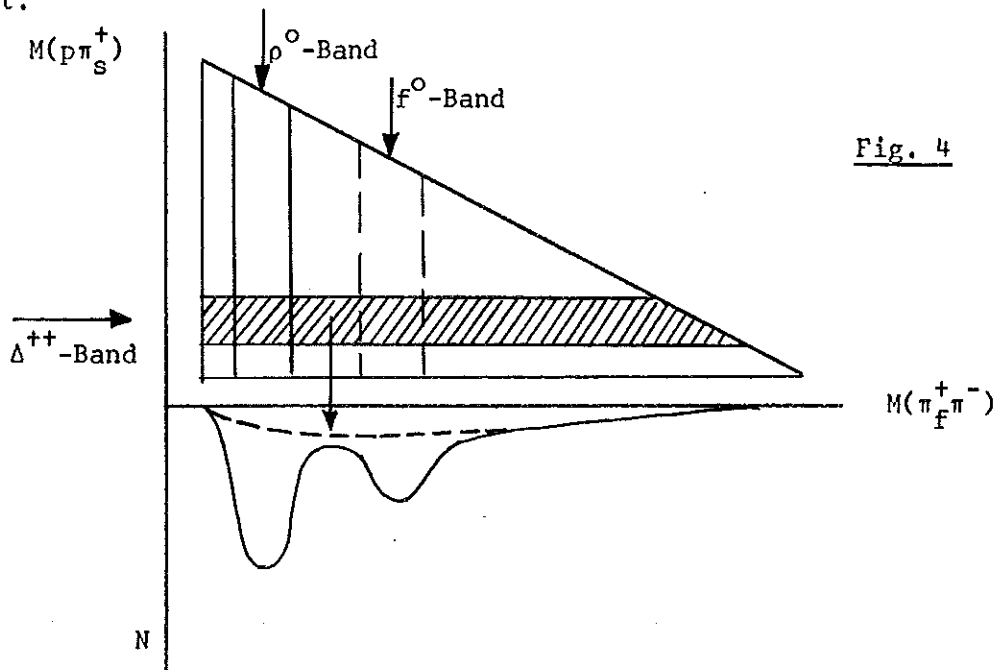


Fig. 4

Dieser Untergrund ist die Summe aus dem direkten Kanal und dem Δ^{++} -Einzelresonanzkanal. Da alle Ereignisse über diesem Untergrund als Doppelresonanz-

Ereignisse betrachtet werden, vernachlässigt man den ρ^0 -Einzelresonanzkanal im Überlappungsgebiet.

Analog verfährt man mit der Projektion des ρ^0 -Resonanzbandes auf die $M(p\pi_s^+)$ -Achse und bildet aus beiden so ermittelten Doppelresonanz-Ereigniszahlen im Überlappungsgebiet den Mittelwert.

Andererseits wird wie in Methode 1 und Methode 2 keine Korrektur auf die Ausläufer der Doppelresonanz-Verteilung durchgeführt.

Methode 4

Ähnlich wie in Methode 3 bestimmt man zunächst mit eindimensionalen Anpassungen die Anzahl N_1 der Δ^{++} -Ereignisse im Überlappungsgebiet, sowie die Anzahl N_2 der Δ^{++} -Ereignisse im Δ^{++} -Resonanzband außerhalb des Überlappungsgebietes.

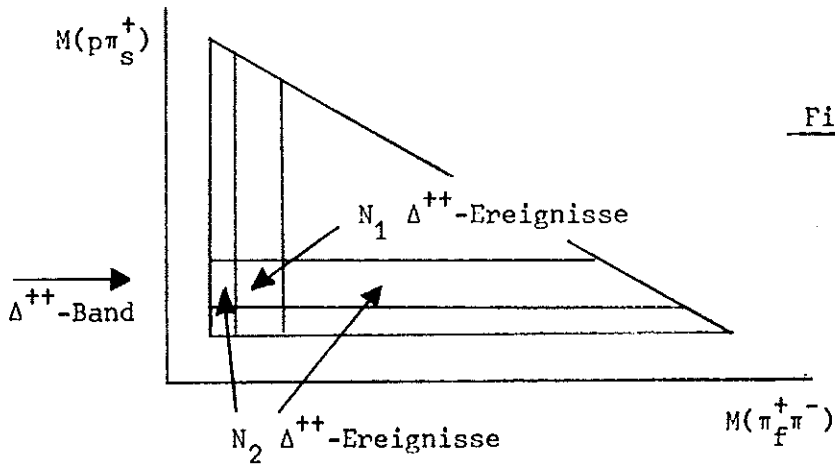


Fig. 5

N_1 bzw. N_2 sind die Summen der Ereigniszahlen von Einzel- und Doppelresonanzanteilen.

$$(III.16) \quad N_1 = N_1(\rho^{\circ}\Delta^{++}) + N_1(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++})$$

$$N_2 = N_2(\rho^{\circ}\Delta^{++}) + N_2(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++})$$

$N_1(\rho^{\circ}\Delta^{++})$, $N_1(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++})$, $N_2(\rho^{\circ}\Delta^{++})$, $N_2(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++})$ sind in Übereinstimmung mit dem in III.a) beschriebenen Anpassungsverfahren durch

$$(III.17) \quad N_{1,2}(\rho^{\circ}\Delta^{++}) = \frac{N}{A(\rho^{\circ}\Delta^{++})} \iint_{1,2} BW(\rho^{\circ}) BW(\Delta^{++}) \times dM(\pi_f^+\pi^-) dM(p\pi_s^+)$$

$$N_{1,2}(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++}) = \frac{M}{A(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++})} \iint_{1,2} BW(\Delta^{++}) \times dM(\pi_f^+\pi^-) dM(p\pi_s^+)$$

gegeben, wobei

N : Gesamtereigniszahl der $\rho^{\circ}\Delta^{++}$ -Doppelresonanz

M : Gesamtereigniszahl des $\pi_f^+\pi^-\Delta^{++}$ -Kanals

$A(\rho^{\circ}\Delta^{++})$: Normierungsintegral der Doppelresonanz über das gesamte Dreieck Fig. 5

$A(\pi_f^+\pi^-\Delta^{++})$: Normierungsintegral der Einzelresonanz über das gesamte Dreieck Fig. 5

Die Integrale erstrecken sich über das durch N_1 bzw. N_2 definierte Gebiet des Δ^{++} -Resonanzbandes.

Unter der Annahme, daß man den Phasenraumfaktor X als ungefähr konstant ansehen kann, erhält man

$$\begin{aligned}
 \text{(III.18)} \quad N_{1,2}(\rho^0 \Delta^{++}) &= \frac{N}{A(\rho^0 \Delta^{++})} a_{1,2}(\rho^0 \Delta^{++}) D_{1,2} \\
 &= \frac{N a_{1,2}(\rho^0 \Delta^{++})}{A(\rho^0 \Delta^{++})} \iint_{1,2} BW(\rho^0) BW(\Delta^{++}) dM(\pi_f^+ \pi^-) dM(p \pi_S^+)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{1,2}(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) &= \frac{M}{A(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++})} a_{1,2}(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) E_{1,2} \\
 &= \frac{M a_{1,2}(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++})}{A(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++})} \iint_{1,2} BW(\Delta^{++}) dM(\pi_f^+ \pi^-) dM(p \pi_S^+)
 \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned}
 \text{(III.19)} \quad a_1(\rho^0 \Delta^{++}) &= a_2(\rho^0 \Delta^{++}) \\
 a_1(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) &= a_2(\pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}) .
 \end{aligned}$$

Die Anzahl der Doppelresonanz-Ereignisse im Überlappungsgebiet ergibt sich zu:

$$\text{(III.20)} \quad N_1(\rho^0 \Delta^{++}) = \frac{N_1 E_2 - N_2 E_1}{D_1 E_2 - D_2 E_1} D_1$$

Der Faktor zur Korrektur auf die Ausläufer des Doppelresonanz-Anteils wird aus

$$\text{(III.21)} \quad K = D_{\text{tot}}/D_1$$

berechnet. Es ist

D_{tot} : Integral von $BW(\rho^0) BW(\Delta^{++})$ über das gesamte kinematisch erlaubte Gebiet

D_1 : Integral von $BW(\rho^0) BW(\Delta^{++})$ über das Überlappungsgebiet

Auch hierbei wird also die Abhängigkeit des Phasenraumfaktors X von den

effektiven Massen vernachlässigt. Das Verfahren wird analog auf das ρ^0 -Resonanzband angewendet und der Mittelwert berechnet.

Die Resultate der $\rho^0 \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitte sind für dieses Experiment, bestimmt mit den beschriebenen Verfahren, in Tabelle 2 gegeben, in Abhängigkeit von der Energie in Abbildung 4.

Tabelle 2 Wirkungsquerschnitte der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

Methode	Wirkungsquerschnitt mb
1	0,20
2	0,12
3	0,18
4	0,34 $\pm 0,10$

Wegen der diskutierten Unzulänglichkeiten werden bei den Methoden 1 bis 3 keine Fehler bestimmt.

Das Überlappungsgebiet ist für dieses Experiment definiert durch

$$0,66 \leq M(\pi_f^+ \pi^-) \leq 0,86 \text{ GeV}$$
$$1,12 \leq M(p \pi_s^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

In den anderen Experimenten wurden ähnliche Werte verwendet.

Die veröffentlichten Werte sind zusammen mit dem Ergebnis der "Maximum-Likelihood"-Methode dieses Experimentes in Abbildung 5 aufgetragen.

Es fällt auf, daß für dieses Experiment das Ergebnis der "Maximum-Likelihood"-Methode in Tabelle 1 um den Faktor 1,6 höher liegt als der größte Wert der anderen Methoden in Tabelle 2.

Die Gründe hierfür sollen kurz aufgezeigt werden. Methode 4 benutzt in (III.19) und (III.21) die Annahme, daß sich die Form der Breit-Wigner-Funktionen bei Multiplikation mit dem Phasenraumfaktor X nicht wesentlich ändern. Dieses jedoch ist zumindest bei Anwendung des statistischen Phasenraums nicht richtig. Die Integration liefert statt (III.19)

$$a_1(\rho^0 \Delta^{++}) = 0,78 \quad a_2(\rho^0 \Delta^{++})$$

$$a_1(\pi^+ \pi^- \Delta^{++}) = 0,60 \quad a_2(\pi^+ \pi^- \Delta^{++}) .$$

Für den Korrekturfaktor K ergibt sich in der "Maximum-Likelihood"-Methode 2,99 gegenüber 2,09 bei den Annahmen der Methode 4. Berücksichtigt man dieses, so erhält man mit Methode 4 einen $\rho^0 \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitt von 0,51 mb. Es scheint, daß die Doppelresonanz-Wirkungsquerschnitte ohne Annahme eines bestimmten zweidimensionalen Phasenraums nicht korrekt bestimmt werden können. Andererseits beschreibt auch der statistische Phasenraum den direkten Kanal bei Hochenergiereaktionen nicht richtig. Auch ist die Annahme, daß die Reflektionen die Form des Phasenraums unverändert lassen, eine grobe Approximation. Die Anhäufung von Ereignissen bei kleinen $(\pi^+ \pi^-)$ -Massen läßt auf einen peripheren Phasenraum schließen.

Aus den unabhängigen Variablen $M_{ab}^2, M_{12}^2, M_{123}^2, M_{234}^2, M_{34}^2, T_{b1}^2$

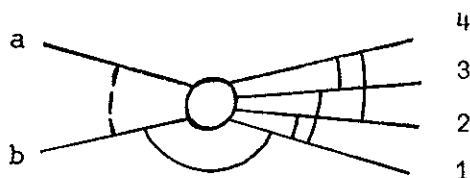


Fig. 6

erhält man durch zyklische Permutation der Teilchenindizes (NYB 69a) die neuen Variablen $M_{ab}^2, M_{12}^2, M_{23}^2, M_{34}^2, M_{123}^2$ und T_{34a}^2 .

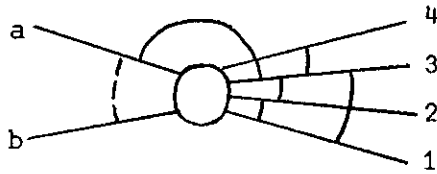


Fig. 7

Nach Integration über M_{23}^2 und M_{123}^2 erhält man (NYB 69b):

$$(III.22) \quad d^3R_4 = \frac{\pi^3}{8 M_{12}^2 M_{34}^2} \lambda^{-1/2} (M_{ab}^2, m_a^2, m_b^2) \lambda^{1/2} (M_{12}^2, m_1^2, m_2^2) \\ \cdot \lambda^{1/2} (M_{34}^2, m_3^2, m_4^2) dM_{12}^2 dM_{34}^2 dT_{34a}^2$$

mit

$$(III.23) \quad \lambda(x^2, y^2, z^2) = (x^2 - (y - z)^2)(x^2 - (y + z)^2).$$

Die Integrationsgrenzen sind durch

$$(III.24) \quad G(M_{ab}^2, T_{34a}^2, M_{12}^2, m_a^2, m_b^2, M_{34}^2) = 0$$

mit

$$(III.25) \quad G(x, y, z, u, v, w) = x^2y + xy^2 + z^2u + zu^2 + v^2w + vw^2 \\ + xzw + xuv + yzv + yuw - xy(z + u + v + w) \\ - zu(x + y + v + w) - vw(x + y + z + u)$$

gegeben. Die Peripherialisierung des Phasenraums wird durch Einführung des exponentiellen Faktors $e^{-A T_{34a}^2}$ berücksichtigt. A wird als zusätzlicher

freier Parameter betrachtet. Die Ergebnisse der in III.a) beschriebenen Anpassung mit Verwendung dieses peripheren Phasenraums sind in Tabelle 3 und in der Abbildung 6 gezeigt.

Als bestes Verfahren empfiehlt sich die gleichzeitige Anpassung der 2- und 3-Teilchen-Resonanzzustände. Diese Methode, für das vorliegende Experiment in Vorbereitung, ergab für das 8 GeV/c- π^+p -Experiment allerdings unbefriedigende Ergebnisse (z. B. $\sigma(\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}) \approx 0$, (BAR 69)).

Tabelle 3 Wirkungsquerschnitte ("Maximum-Likelihood"-Methode) mit peripherialisiertem Phasenraum. Die Massen der Resonanzen sind (ROS 69) entnommen, die Breiten sind Abschätzungen aus den experimentellen Verteilungen. A ist der Faktor in der exponentiellen Phasenraum-Bewichtung $e^{-A T_{34a}^2}$.

	ρ^0	f^0	Δ^{++}
Masse (GeV)	0,765	1,264	1,236
Breite (GeV)	0,15	0,15	0,12
$\sigma_{\text{tot}}(\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-) = 1,38 \pm 0,14 \text{ (mb)}$			
Reaktion	Anteil (%)		Wirkungsquerschnitt (mb)
$\pi^+p \rightarrow \pi_f^+ \pi^- p \pi_s^+$	25,80 \pm 3,0		0,36 \pm 0,08
$\rightarrow \pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}$	21,31 \pm 1,6		0,29 \pm 0,04
$\rightarrow \rho^0 p \pi_s^+$	13,74 \pm 1,4		0,19 \pm 0,03
$\rightarrow f^0 p \pi_s^+$	$\leq 1,0$		$\leq 0,02$
$\rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$	29,59 \pm 1,5		0,41 \pm 0,05
$\rightarrow f^0 \Delta^{++}$	9,56 \pm 1,1		0,13 \pm 0,02
A $\left((\text{GeV}/c)^{-2} \right)$	3,0 \pm 1,0		

Nach Morrison (MOR 66) ist die Energieabhängigkeit des $\rho^0 \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnitts durch

$$(III.26) \quad \sigma(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}) \sim p_{LAB}^{-n}$$

gegeben. p_{LAB} ist der Laborimpuls des einlaufenden Pions. Bei π -Austausch sagt das Ein-Meson-Austausch-Modell für den Exponenten einen Wert $n = 1,5$ (eingezeichnete Gerade in Abb. 5) voraus, während die veröffentlichten Daten in Abb. 5 $n = 0,6 \pm 0,2$ ergeben.

Die Ausführungen dieses Abschnitts zeigen jedoch, daß dieses experimentelle Ergebnis wenig glaubwürdig ist.

IV. Differentielle Wirkungsquerschnitte

In diesem Abschnitt soll die Bestimmung der differentiellen Wirkungsquerschnitte beschrieben werden, und zwar einmal in Abhängigkeit von $t' = |t - t_{min}|$, wobei t das Quadrat des Viererimpulsübertrages vom einlaufenden Proton p_{in} auf das $p\pi_S^+$ -System und t_{min} der kinematisch minimale Wert von t ist, zum anderen in Abhängigkeit der Zerfallswinkel $\cos\theta$ und ϕ des $(p\pi_S^+)$ -Systems und des $(\pi_f^+ \pi^-)$ -Systems. Für die differentiellen Wirkungsquerschnitte der Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen $\rho^0 \Delta^{++}$ und $f^0 \Delta^{++}$ werden Anpassungen der Form

$$(IV.1) \quad d\sigma/dt' = C e^{-a t'}$$

$$(IV.2) \quad d\sigma/dt' = C e^{-a_1 t' + a_2 t'^2}$$

$$(IV.3) \quad d\sigma/dt' = C_1 e^{-a_1 t'} + C_2 e^{-a_2 t'}$$

durchgeführt. Die Verteilungen $d\sigma/d\cos\theta$ und $d\sigma/d\phi$ werden in Abschnitt V in Zusammenhang mit der Dichte-Matrix diskutiert.

a) Method

Mit dem in Abschnitt III.a) beschriebenen Maximum-Likelihood-Verfahren werden differentielle Wirkungsquerschnitte in Intervallen der Variablen t' und der Zerfallswinkel $\cos\theta$ und ϕ des $(p\pi_s^+)$ -Systems und des $(\pi_f^+\pi^-)$ -Systems bestimmt. Eine Bewichtung des Phasenraums mit dem in Abschnitt III.b) eingeführten exponentiellen Faktor $e^{-A T_{34a}^2}$ wurde nicht vorgenommen. Als Beispiel sind in Abbildung 7 die Anpassungen in 3 Intervallen bei niedrigen Viererimpulsüberträgen gezeigt.

Die Anteile α der Kanäle (K1') bis (K6') werden mit der Gesamtzahl der Ereignisse in diesem Intervall multipliziert. Da nach Abschnitt III

$$\frac{\sigma(\pi^+ p \rightarrow f^0 p \pi_s^+)}{\sigma(\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-)} \leq 0,01$$

ist, wird in allen Anpassungen $\alpha(f^0 p \pi_s^+) = 0$ fest eingesetzt. Die in den Abbildungen und Tabellen angegebenen Fehler sind statistischer Art, berücksichtigen insbesondere nicht den Fehler des totalen 4-Teilchen-Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\text{tot}}(\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^-)$. Daher werden in den Abbildungen zwei Ordinaten-Skalen angegeben, einmal in Ereigniszahlen pro Intervall, zum anderen in Wirkungsquerschnitten pro Intervall in mb.

b) Struktur der t' -Verteilungen

In dieser Arbeit soll die Struktur der t' -Verteilungen der Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$ eingehender untersucht und mit theoretischen Modellen verglichen werden.

In der Abb. 8 sind die differentielle Wirkungsquerschnitte für den gesamten 4-Teilchen-Endzustand $p \pi^+ \pi^+ \pi^-$ (a) sowie für die einzelnen Kanäle (K1') bis (K6') im Intervall $t' = 0,0 - 0,4 \text{ (GeV/c)}^2$ gezeigt. Die Verteilungen der zu

untersuchenden Reaktionen (K4') und (K5') sind für das Intervall $t' = 0,0 - 0,3 \text{ (GeV/c)}^2$ noch einmal gesondert in Abb. 9 aufgetragen.

1) $t' \approx 0$

Das wichtigste Merkmal der Verteilungen Abb. 8b und 8c sowie Abb. 9 ist die bei diffraktiver Streuung zu erwartende rein exponentielle Abhängigkeit (IV.1)

$$\frac{d\sigma}{dt'} = C e^{-a t'}$$

für $t' \approx 0$.

Tabelle 4 zeigt "Maximum-Likelihood"- Anpassungen an die Daten in verschiedenen t' -Intervallen. Die Güte der Anpassung wird durch Angabe der Größe

$$\frac{\chi^2}{DF} = \frac{1}{DF} \sum_i \frac{(N_i(\text{exp}) - N_i(\text{theor}))^2}{N_i(\text{theor})}$$

wiedergegeben. DF bezeichnet die Anzahl der Freiheitsgrade.

Auffallend ist der große Wert für den Exponenten $a \approx 20 \text{ (GeV/c)}^{-2}$ bei der Reaktion $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$. Insbesondere beobachtet man in Abb. 9a keine starke Abnahme des Wertes für a bei $t' \approx 0$, wie es vom "Pion-Conspiracy-Regge-Modell" (BEL 67) für die Reaktionen $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$ vorhergesagt wird. Nach diesem Modell sollte das Maximum von $d\sigma/dt'$ bei $t' \approx 0,02 \text{ (GeV/c)}^2$ liegen. Auf diese Diskrepanz haben zuerst Aderholz et al. (ABC 68a) hingewiesen. Für die letztere Reaktion erlaubt die Verteilung in Abb. 9b allerdings keine sichere Aussage.

2) $t' > 0$

Aus den Abbildungen 8 und 9 jedoch ist deutlich zu ersehen, daß eine Anpassung der Formel (IV.1) über den gesamten t' -Bereich nicht möglich ist. Bessere

Tabelle 4 Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt' = C e^{-a t'}$

Reaktion	t' -Intervall [(GeV/c) ²]	c [mb(c/GeV) ²]	a [(c/GeV) ²]	χ^2/DF	
$\rho^0 \Delta^{++}$	0,0 - 0,05	10,5 ± 0,9	20,2 ± 3,3	0,87/3	
	0,0 - 0,06	10,9 ± 0,9	22,6 ± 2,7	2,25/4	
	0,0 - 0,07	10,8 ± 0,8	23,1 ± 2,3	2,34/5	
	0,0 - 0,08	10,9 ± 0,8	22,6 ± 2,0	2,51/6	
	0,0 - 0,09	10,7 ± 0,8	22,1 ± 1,8	2,85/7	
	0,0 - 0,10	10,8 ± 0,7	22,9 ± 1,7	4,00/8	
	$f^0 \Delta^{++}$	0,0 - 0,05	2,4 ± 0,5	9,6 ± 6,7	1,25/3
		0,0 - 0,06	2,4 ± 0,5	10,5 ± 5,3	1,31/4
0,0 - 0,07		2,6 ± 0,4	15,4 ± 4,7	3,79/5	
0,0 - 0,08		2,6 ± 0,4	15,8 ± 3,7	3,85/6	
0,0 - 0,09		2,6 ± 0,4	15,5 ± 3,4	4,05/7	
0,0 - 0,10		2,6 ± 0,4	15,1 ± 2,8	3,70/8	

Tabelle 5 Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt' = c e^{-a_1 t' + a_2 t'^2}$

Reaktion	t' -Intervall [(GeV/c) ²]	c [mb(c/GeV) ²]	a_1 [(c/GeV) ²]	a_2 [(c/GeV) ⁴]	χ^2/DF
$\rho^0 \Delta^{++}$	0,0 - 0,3	11,4 ± 1,6	26,5 ± 2,0	53,1 ± 8,5	14,07/17
	0,0 - 0,4	10,7 ± 1,2	24,8 ± 1,5	40,1 ± 4,9	10,71/11
$f^0 \Delta^{++}$	0,0 - 0,3	2,8 ± 0,8	18,5 ± 3,2	29,3 ± 12,8	14,77/17
	0,0 - 0,4	2,8 ± 0,7	18,7 ± 2,5	26,3 ± 7,3	12,89/11

Tabelle 6 Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt' = c_1 e^{-a_1 t'} + c_2 e^{-a_2 t'}$

Reaktion	t' -Intervall [(GeV/c) ²]	c_1 [mb(c/GeV) ²]	a_1 [(c/GeV) ²]	c_2 [mb(c/GeV) ²]	a_2 [(c/GeV) ²]	χ^2/DF
$\rho^0 \Delta^{++}$	0,0 - 0,3	10,6 ± 1,6	26,0 ± 4,1	0,6 ± 1,5	1,6 ± 5,6	13,57/16
	0,0 - 0,4	10,2 ± 1,4	27,1 ± 4,0	0,9 ± 1,2	3,8 ± 2,6	7,02/10
$f^0 \Delta^{++}$	0,0 - 0,3	2,6 ± 1,1	17,3 ± 7,2	0,1 ± 1,3	-0,9 ± 8,3	14,67/16
	0,0 - 0,4	2,6 ± 0,9	18,0 ± 6,8	0,1 ± 1,1	1,0 ± 3,4	13,15/10

Ergebnisse werden mit den Formeln (IV.2) und (IV.3)

$$d\sigma/dt' = c e^{-a_1 t' + a_2 t'^2}$$

$$d\sigma/dt' = c_1 e^{-a_1 t'} + c_2 e^{-a_2 t'}$$

erzielt. Die Güte der Anpassungen ist in beiden Fällen vergleichbar. In Tabelle Nr. 5 und Tabelle Nr. 6 sind die Ergebnisse für die experimentellen Daten von Abb. 8 und Abb. 9 angegeben. Die Kurven in den Abbildungen sind Anpassungen mit Formel (IV.3). Die starke Änderung des Exponenten $a(t')$ in Formel (IV.1) bei $t' \approx 0,15 \text{ (GeV/c)}^2$, sowie die gesamte Struktur der t' -Verteilungen, wird sehr gut durch die von Wolf (WOL 69) mit dem "Ein-Pion-Austausch-Modell" berechneten Kurven beschrieben.

V. Zerfallswinkelverteilungen

In diesem Abschnitt sollen experimentelle Verfahren zur Bestimmung der Zerfallswinkelparameter von Resonanzen und Doppelresonanzen diskutiert werden. Eine Zusammenstellung der hierzu notwendigen theoretischen Formeln findet man im Anhang. Die Ergebnisse werden in den Abschnitten V.f) und VI. im Zusammenhang mit dem absorptiven peripheren Modell und dem additiven Quark-Modell diskutiert.

a) Bezugssysteme

Alle Systeme sind Rechte-Hand-Systeme mit der betrachteten Resonanz im Koordinatennullpunkt. In den nichttransversalen Systemen ist die Normale zur Erzeugungsebene die y-Achse, während bei den transversalen Systemen die z-Achse die Normale zur Erzeugungsebene ist.

Bei den nichttransversalen Systemen unterscheidet man weiterhin in der Wahl der z-Achse, also der Spin-Quantisierungsachse..

Die bekanntesten Spezialfälle sind das nichttransversale Jackson-System (Fig. 9) sowie das nichttransversale Helizitäts-System (Fig. 10).

In Fig. 8 sei d die betrachtete Resonanz.

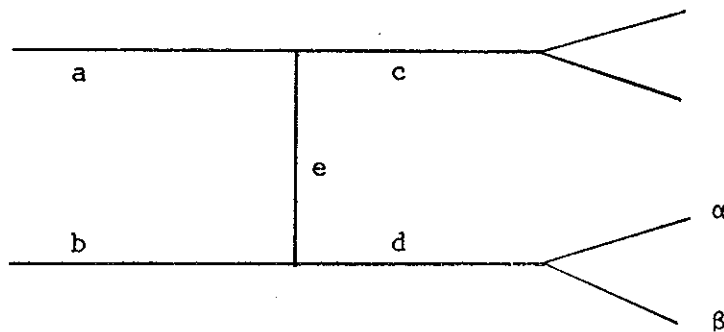


Fig. 8

Durch \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} seien die Impulse der Teilchen im Resonanz-Ruhsystem von d bezeichnet. Dann gilt im nichttransversalen Jackson-System (Fig. 9)

$$\vec{y} = \frac{\vec{a} \times \vec{c}}{|\vec{a} \times \vec{c}|}$$

$$\vec{z} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$\vec{x} = \frac{\vec{y} \times \vec{z}}{|\vec{y} \times \vec{z}|}$$

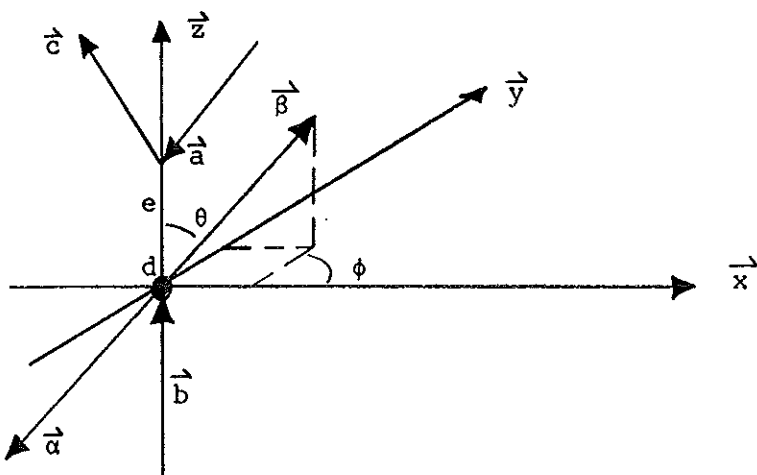


Fig. 9

und im nicht-transversalen Helizitäts-System (Fig. 10)

$$\vec{y} = \frac{\vec{a} \times \vec{c}}{|\vec{a} \times \vec{c}|}$$

$$\vec{z} = - \frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}$$

$$\vec{x} = \frac{\vec{y} \times \vec{z}}{|\vec{y} \times \vec{z}|}$$

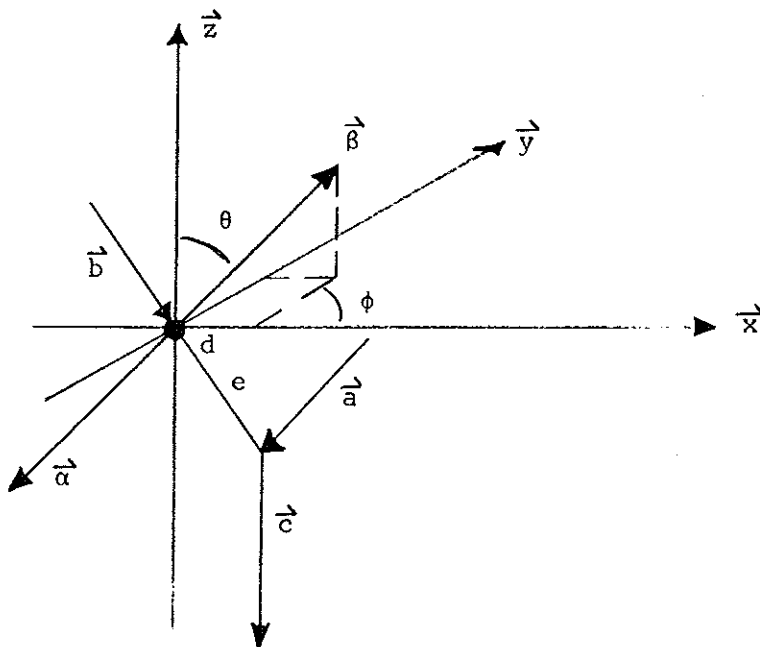


Fig. 10

Beim ersteren zeigt also die z-Achse in Richtung des am Resonanzvertex einlaufenden Primärteilchens, beim letzteren zeigt die z-Achse in Flugrichtung der Resonanz im Gesamt-Schwerpunkt-System. Diese beiden Systeme werden üblicherweise zur Angabe von Dichte-Matrix-Elementen verwendet.

Die transversalen Systeme (transversales Jackson-System, transversales Helizitäts-System) erhält man aus den nicht-transversalen Systemen mit Hilfe der Transformation:

$$(V.1) \quad z_t = y, \quad y_t = -z, \quad x_t = x$$

(t = transversal)

b) Definition der Dichte-Matrix

Die Dichte-Matrix ρ kann definiert werden durch (siehe z. B. (KOC 64)):

$$(V.2) \quad \langle Q \rangle = \text{Spur} (Q\rho)$$

wobei Q der Operator einer physikalisch meßbaren Größe und $\langle Q \rangle$ deren quantenmechanischer Erwartungswert ist. Für weitere Einzelheiten wird auf die allgemeine Literatur verwiesen.

c) Definition des statistischen Tensors

Die Elemente des statistischen Tensors können in folgender Weise durch die Dichte-Matrix ausgedrückt werden (KOT 68):

$$(V.3) \quad T_M^J = \sum_{m,m'} (-1)^{s+m-J} C(s, -m; s, m'/JM) \rho_{mm'}$$

Analog gilt für Doppelresonanzen:

$$(V.4) \quad T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = \sum_{\substack{m,m' \\ n,n'}} (-1)^{s_1+s_2+m+n-J_1-J_2} C(s_1, -m; s_1, m'/J_1 M_1) \\ \cdot C(s_2, -n; s_2, n'/J_2 M_2) \rho_{nn'}^{mm'}$$

Hierbei bezeichnet s bzw. s_1 und s_2 den Spin der Teilchen. Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten C gehorchen der Phasenkonvention von Fano (FAN 51).

Dann können die Zerfallswinkelverteilungen von Resonanzen durch

$$(V.5) \quad W(\theta, \phi) = \sum_{J,M} F(J) T_M^J Y_M^J(\theta, \phi)^+$$

und von Doppelresonanzen durch

$$(V.6) \quad W(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2) = \sum_{\substack{J_1, J_2 \\ M_1, M_2}} F_1(J_1) F_2(J_2) T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} Y_{M_1}^{J_1+} Y_{M_2}^{J_2+}$$

parametrisiert werden.

Y_M^J sind die auf der Oberfläche der Einheitskugel normierten sphärischen Kugelfunktionen. Für die Berechnung der Koeffizienten $F(J)$, sowie für die Spezialisierung der Formeln (V.5) und (V.6) auf die Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++} \rightarrow (\pi_f^+ \pi^-)(p \pi_s^+)$ und $\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++} \rightarrow (\pi_f^+ \pi^-)(p \pi_s^+)$ wird auf den Anhang verwiesen.

d) Methoden

1) Maximum-Likelihood-Methode (ML-Methode)

Mit dem in Abschnitt IV. beschriebenen Verfahren werden die Einzelresonanzverteilungen Abb. 10 und Abb. 11 bestimmt.

Die eingezeichneten Kurven stellen Anpassungen der über $\cos\theta$ bzw. ϕ integrierten Formel (V.5) bzw. der Formeln (A.24), A.25) und (A.32) des Anhangs dar.

Die Parameter $A_M^J = F(J) T_M^J$ sind in Tabelle 7 angegeben. Darüber hinaus wird die Asymmetrie der experimentellen Verteilungen durch Einführung der Terme $A_0^1 Y_0^{1+}(\theta, \phi)$ und $A_1^1 Y_1^{1+}(\theta, \phi)$ berücksichtigt.

Diese anomale Struktur der Zerfallswinkelverteilungen ist bei vielen Experimenten beobachtet worden und kann durch Interferenz mit resonantem und nichtresonantem Untergrund erklärt werden. Die Asymmetrie der ρ^0 -Zerfallswinkelverteilungen kann z. B. durch Interferenz mit einer S-Welle mit Isospin 0 beschrieben werden.

Tabelle 7 Einzelvertex-Zerfallswinkelverteilungen im Jackson-System (ML-Methode)

nicht-transversal	$\rho^0 \Delta^{++}$		$f^0 \Delta^{++}$	
	ρ^0	Δ^{++}	f^0	Δ^{++}
A_0^1	0,04 ± 0,02	0,07 ± 0,02	0,03 ± 0,02	0,13 ± 0,03
A_0^2	0,12 ± 0,03	0,08 ± 0,03	0,20 ± 0,05	0,15 ± 0,04
A_0^4	-	-	0,04 ± 0,02	-
Re A_1^1	-0,01 ± 0,01	-0,01 ± 0,01	-0,03 ± 0,01	-0,03 ± 0,01
Re A_2^2	0,02 ± 0,01	0,02 ± 0,01	-0,01 ± 0,01	-0,01 ± 0,01
Re A_2^4	-	-	0,02 ± 0,01	-
Re A_4^4	-	-	0,01 ± 0,01	-
transversal				
A_0^1	0,00 ± 0,01	-0,01 ± 0,01	0,01 ± 0,01	0,04 ± 0,02
A_0^2	-0,07 ± 0,02	-0,09 ± 0,02	-0,10 ± 0,04	-0,07 ± 0,03
A_0^4	-	-	0,04 ± 0,02	-
Im A_1^1	0,07 ± 0,02	0,04 ± 0,01	0,03 ± 0,02	0,06 ± 0,02
Re A_2^2	-0,09 ± 0,02	-0,05 ± 0,01	-0,17 ± 0,02	-0,07 ± 0,02
Im A_2^2	-0,04 ± 0,01	-0,02 ± 0,01	-0,01 ± 0,01	-0,03 ± 0,01
Re A_2^4	-	-	0,08 ± 0,02	-
Im A_2^4	-	-	0,04 ± 0,01	-
Re A_4^4	-	-	0,06 ± 0,01	-
Im A_4^4	-	-	0,01 ± 0,01	-

2) Momentenmethode (Mom-Methode)

Es wird nur die Bestimmung des doppelt indizierten Tensors diskutiert. Den Zerfalls-Tensor der Einzelresonanzen kann man analog bestimmen oder mit (A.9) und (A.10) berechnen.

Zunächst bestimmt man die Erwartungswerte der Kugelfunktionen:

$$(V.7) \quad \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N Y_{M_1}^{J_1}(\theta_1^j, \phi_1^j) Y_{M_2}^{J_2}(\theta_2^j, \phi_2^j)$$

N ist die Anzahl der Ereignisse. Wenn die Ereignisse einem einzelnen isolierten Kanal angehören, ist dieser Erwartungswert direkt durch

$$(V.8) \quad \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle = \int d(\cos\theta_1) d\phi_1 d(\cos\theta_2) d\phi_2 \cdot Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} W(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2)$$

gegeben, wobei W die Winkelverteilung (V.6) ist. Wegen der Normierungsbedingung (A.13) ergibt sich:

$$(V.9) \quad \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle = F_1(J_1) F_2(J_2) T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

Für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ wird daher keine weitere Korrektur des statistischen Tensors durchgeführt. Denn im Überlappungsgebiet

$$0,66 \leq M(\pi_f^+ \pi^-) \leq 0,86 \text{ GeV}$$

$$1,12 \leq M(p\pi_s^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

beträgt der $\rho^0 \Delta^{++}$ -Anteil je nach den in Abschnitt III. diskutierten Verfahren zwischen 90 % und 95 %, in Abhängigkeit von t' nach dem in Abschnitt III.a)

diskutierten Verfahren zwischen 85 % und 97 %. Abb. 12 und Abb. 13 zeigen die experimentellen Verteilungen und die Projektionen der 4-dimensionalen Winkelverteilungen (V.6) auf die jeweiligen $\cos\theta$ - bzw. ϕ -Achsen. Die in 1) genannten Asymmetrieterme sind berücksichtigt.

Für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$ dagegen ergibt sich im Überlappungsgebiet, definiert durch

$$\begin{aligned} 1,12 &\leq M(\pi_f^+ \pi^-) \leq 1,40 \text{ GeV} \\ 1,12 &\leq M(p\pi_s^+) \leq 1,36 \text{ GeV} \quad , \end{aligned}$$

ein Anteil von nur etwa 70 %, während fast 20 % dieser Ereignisse zum Ausläufer der $\rho^0 \Delta^{++}$ -Doppelresonanz gehören. Man hat es also mit der Überlagerung mehrerer resonanter und nichtresonanter Anteile zu tun. Der Erwartungswert (V.7) hat dann eine kompliziertere physikalische Bedeutung.

3) Momentenmethoden mit Untergrund-Korrektur (Mom-C-Methode)

Nach den Ausführungen in Abschnitt III.a) kann die Gesamtreaktion durch eine inkohärente Überlagerung von resonanten Amplituden und lorentzinvariantem Phasenraum beschrieben werden.

In diesem Modell ist die Wahrscheinlichkeitsdichte durch

$$(V.10) \quad f = \sum_{j=1}^J \alpha_j \frac{BW_j}{N_j} W_j(\cos\theta_1, \phi_1, \cos\theta_2, \phi_2)$$

gegeben. Es bedeuten:

J = Anzahl der Kanäle

α_j = Anteil des j-ten Kanals

- BW_j = Breit-Wigner-Funktion des j-ten Kanals
 N_j = Normierungsintegral des j-ten Kanals
 W_j = Winkelverteilung des j-ten Kanals

Schreibt man

$$(V.11) \quad W_j(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_{\substack{J_1, J_2 \\ M_1, M_2}} j_{A_{M_1 M_2}}^{J_1 J_2} Y_{M_1}^{J_1}(\Omega_1)^+ Y_{M_2}^{J_2}(\Omega_2)^+$$

mit $\Omega = (\cos\theta, \phi)$ für die Winkelverteilung des j-ten-Kanals, so ist der Erwartungswert (V.7) durch

$$(V.12) \quad \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle = \frac{\int Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} f \, dM(p\pi_s^+) \, dM(\pi_f^+ \pi^-) \, d\Omega_1 \, d\Omega_2}{\int f \, dM(p\pi_s^+) \, dM(\pi_f^+ \pi^-) \, d\Omega_1 \, d\Omega_2}$$

und daher durch

$$(V.13) \quad \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle = \sum_{j=1}^J \alpha_j j_{A_{M_1 M_2}}^{J_1 J_2}$$

gegeben.

Aus Formel (V.13) kann ein Korrektionsverfahren zur Bestimmung des statistischen Tensors bzw. der Parameter

$$A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = F_1(J_1) F_2(J_2) T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

der Reaktion $\pi_p^+ \rightarrow f_{\Delta}^{0++}$ abgeleitet werden. Man berechnet mit Formel (V.7) die Erwartungswerte der Kugelfunktionen und mit dem in Abschnitt III.a) beschriebenen Verfahren die Anteile α_j in den 3 Massenintervallen:

1. $\Delta^{++}\pi^+\pi^-$ -Intervall

$$0,86 \leq M(\pi_f^+\pi^-) \leq 1,12 \text{ GeV}$$

$$1,12 \leq M(p\pi_S^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

2. $\Delta^{++}\rho^0$ -Intervall

$$0,66 \leq M(\pi_f^+\pi^-) \leq 0,86 \text{ GeV}$$

$$1,12 \leq M(p\pi_S^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

3. $\Delta^{++}f^0$ -Intervall

$$1,12 \leq M(\pi_f^+\pi^-) \leq 1,40 \text{ GeV}$$

$$1,12 \leq M(p\pi_S^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

Es zeigt sich, daß in diesen 3 Gebieten die Anteile aller Kanäle außer

$$(K1') \quad \pi^+ p \rightarrow \pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}$$

$$(K4') \quad \pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$$

$$(K5') \quad \pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$$

vernachlässigt werden können.

Bezeichnet man mit α_j^k den Anteil des j-ten Kanals und mit $\langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^k$ den Erwartungswert der Kugelfunktionen im k-ten Massenintervall, so ergibt sich aus (V.13) das lineare Gleichungssystem:

$$\langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^1 \approx \alpha_1^1 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} + \alpha_4^1 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} + \alpha_5^1 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

$$\langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^2 \approx \alpha_1^2 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} + \alpha_4^2 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} + \alpha_5^2 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

$$\langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^3 \approx \alpha_1^3 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} + \alpha_4^3 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} + \alpha_5^3 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

Durch algebraische Umformung erhält man daraus:

$$(V.14) \quad 5 A_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = (F_1(J_1) F_2(J_2) T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}) f^{\circ \Delta^{++}}$$

$$= \frac{\langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^1 K_{14}^{23} + \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^2 K_{14}^{31} + \langle Y_{M_1}^{J_1} Y_{M_2}^{J_2} \rangle^3 K_{14}^{12}}{\alpha_5^1 K_{14}^{23} + \alpha_5^2 K_{14}^{31} + \alpha_5^3 K_{14}^{12}}$$

mit $K_{em}^{ij} = (\alpha_e^i \alpha_m^j - \alpha_m^i \alpha_e^j)$

e) Ergebnisse der Einzelresonanzverteilungen

Die Dichte-Matrix-Elemente der Reaktionen (K4') und (K5') werden mit den Formeln des Anhangs aus den statistischen Tensoren berechnet. Gemittelt über $t' \leq 0,2 \text{ (GeV/c)}^2$ findet man die Ergebnisse in Tabelle 8 und Tabelle 9. Zum Vergleich sind Daten anderer π^+p -Experimente aufgeführt. Diese wurden ohne Korrektur auf den Untergrund bestimmt.

Die Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Mom-Methode dieses Experimentes ist gut. Die Fehler der ML-Methode und der Mom-Methode sind statistischer Art, während die Fehler bei der Korrektionsmethode (Mom-C-Methode) gemäß Formel (V.14) die Fehler der Untergrund-Anteile α_k^j und der Erwartungswerte $\langle Y_M^{J,k} \rangle$ berücksichtigen. Die Übereinstimmung zwischen den Ergebnissen der ML-Methode und der Mom-Methode in Tabelle 8 ist befriedigend. Im Falle der Reaktion (K5') in Tabelle 9 zeigen sich jedoch erhebliche Unterschiede. Noch stärker unterscheiden sich die Resultate der ML-Methode und der Mom-C-Methode. In beiden Verfahren sollte der Einfluß des Untergrundes eliminiert sein. In der ersteren Methode werden jedoch alle Ereignisse berücksichtigt, während im letzteren Verfahren nur die Ereignisse im Doppelresonanz-Über-

Tabelle 8 Dichte-Matrix-Elemente im nicht-transversalen Jackson-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$,
gemittelt über t oder t' ($(\text{GeV}/c)^2$)

	4 GeV/c		5 GeV/c		8 GeV/c		Theorie bei 8 GeV/c		11,6 GeV/c	
	$t \leq 0,3$		$t \leq 0,3$		$t \leq 0,3$		IPR	EPWS	ML	$t' \leq 0,2$
ρ^{00}	0,77 ± 0,04	0,78 ± 0,02	0,77 ± 0,04	0,78 ± 0,04	0,77 ± 0,04	0,78 ± 0,04	0,82	0,78	0,65 ± 0,06	0,80 ± 0,04
ρ^{-11}	-0,04 ± 0,03	-0,06 ± 0,02	-0,04 ± 0,02	-0,06 ± 0,02	-0,04 ± 0,02	-0,06 ± 0,02	0,01	-0,01	-0,06 ± 0,04	-0,10 ± 0,06
Re ρ^{10}	-0,06 ± 0,03	-0,09 ± 0,02	-0,12 ± 0,03	-0,09 ± 0,02	-0,12 ± 0,03	-0,09 ± 0,02	0,04	-0,01	-	-0,09 ± 0,02
A_0^1	-	0,21 ± 0,03	-	0,21 ± 0,03	-	0,21 ± 0,03	-	-	0,04 ± 0,02	0,14 ± 0,02
Re A_1^1	-	-0,03 ± 0,02	-	-0,03 ± 0,02	-	-0,03 ± 0,02	-	-	-0,01 ± 0,01	-0,01 ± 0,01
ρ_{33}	0,08 ± 0,03	0,13 ± 0,02	0,05 ± 0,03	0,13 ± 0,02	0,05 ± 0,03	0,13 ± 0,02	0,05	0,07	0,09 ± 0,06	0,04 ± 0,04
Re ρ_{31}	0,01 ± 0,03	-0,06 ± 0,02	0,02 ± 0,03	-0,06 ± 0,02	0,02 ± 0,03	-0,06 ± 0,02	-0,01	0,01	-	-0,06 ± 0,03
Re ρ_{3-1}	-0,01 ± 0,03	-0,02 ± 0,02	-0,08 ± 0,03	-0,02 ± 0,02	-0,08 ± 0,03	-0,02 ± 0,02	0,00	-0,01	-0,06 ± 0,03	-0,05 ± 0,03
A_0^1	-	-	-	-	-	-	-	-	0,07 ± 0,02	0,05 ± 0,02
Re A_1^1	-	-	-	-	-	-	-	-	-0,01 ± 0,01	0,00 ± 0,01

Tabelle 9 Dichte-Matrix-Elemente im nicht-transversalen Jackson-System

für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$, gemittelt über t oder t' $(\text{GeV}/c)^2$

	8 GeV/c	11,6 GeV/c		
	$t \leq 0,6$	ML	$t' \leq 0,2$ Mom	Mom-C
ρ^{00}	0,85 \pm 0,10	0,52 \pm 0,07	0,82 \pm 0,05	0,98 \pm 0,12
ρ^{11}	0,19 \pm 0,04	0,28 \pm 0,07	0,21 \pm 0,04	0,31 \pm 0,12
ρ^{22}	-0,12 \pm 0,06	-0,04 \pm 0,06	-0,12 \pm 0,03	-0,25 \pm 0,09
ρ^{1-1}	-0,04 \pm 0,06	-0,05 \pm 0,03	-0,04 \pm 0,03	0,10 \pm 0,05
Re ρ^{21}	-0,06 \pm 0,04	-	-0,01 \pm 0,02	0,13 \pm 0,04
Re ρ^{10}	-0,06 \pm 0,04	-	-0,07 \pm 0,02	-0,02 \pm 0,04
Re ρ^{20}	0,04 \pm 0,06	0,01 \pm 0,02	0,02 \pm 0,02	-0,09 \pm 0,04
Re ρ^{2-1}	-0,02 \pm 0,04	-	-0,02 \pm 0,02	-0,02 \pm 0,04
ρ^{2-2}	0,00 \pm 0,06	0,03 \pm 0,03	0,00 \pm 0,03	0,00 \pm 0,06
A_0^1	-	0,03 \pm 0,02	0,06 \pm 0,03	0,12 \pm 0,07
A_1^1	-	-0,03 \pm 0,01	-0,03 \pm 0,01	0,02 \pm 0,02
ρ_{33}	0,04 \pm 0,04	-0,05 \pm 0,08	0,05 \pm 0,04	0,13 \pm 0,10
Re ρ_{31}	-0,07 \pm 0,05	-	-0,08 \pm 0,03	-0,25 \pm 0,06
Re ρ_{3-1}	-0,03 \pm 0,04	0,03 \pm 0,02	-0,03 \pm 0,03	-0,03 \pm 0,06
A_0^1	-	0,13 \pm 0,03	0,07 \pm 0,02	0,11 \pm 0,04
A_1^1	-	-0,03 \pm 0,01	-0,02 \pm 0,01	-0,02 \pm 0,01

lappungsgebiet und mit Viererimpulsübertrag $t' \leq 0,2 (\text{GeV}/c)^2$ zu den Resultaten beitragen. Die Momenten-Methoden berücksichtigen jeweils nur etwa 40 % der Doppelresonanz-Ereignisse. Den Einfluß der Korrektur in Abhängigkeit von t' zeigt Abb. 15. Die angegebenen Fehler der Mom-Methode berücksichtigen die Fehler der Untergrund-Anteile im Überlappungsgebiet. Besonders hingewiesen

werden muß auf die negativen Werte von ρ^{22} in Tabelle 9 und Abb. 15. Als Diagonalelement der Dichte-Matrix sollte ρ^{22} stets positiv sein.

Grundlegend für die Korrektionsmethode sind einwandfrei bestimmte Anteile α_j^k . Wie in Abschnitt III.b) gezeigt wurde, ist diese Voraussetzung jedoch nicht mit Sicherheit erfüllt.

Auf eine weitere Diskussion der $f^{\circ\Delta^{++}}$ -Dichte-Matrix und des $f^{\circ\Delta^{++}}$ -Tensors soll daher verzichtet werden.

f) Vergleich mit dem absorptiven peripheren Modell

Das absorptive periphere Modell ist in den letzten Jahren mit großem Erfolg zur Deutung von Erzeugung und Zerfall von Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen herangezogen worden. Eine ausführliche Diskussion verschiedener Näherungsverfahren des Modells findet man bei Høgaasen et al. (HÖG 66). In dieser Arbeit sollen die Dichte-Matrix-Elemente der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^{\circ\Delta^{++}}$ mit den Vorhersagen der EPWS-Methode (= "Exact partial wave summation"-Methode) und der IPR-Methode (= "Impact parameter"-Methode) verglichen werden. Die theoretischen Ergebnisse wurden einer Arbeit von Donohue (DON 67b) entnommen. Die Energieabhängigkeit der Dichte-Matrix-Elemente ist gering, so daß die für einen Laborimpuls von 8 GeV/c durchgeführten Rechnungen auch auf dieses Experiment anwendbar sind. Unter der Annahme, daß das ausgetauschte Teilchen e in Fig. 11

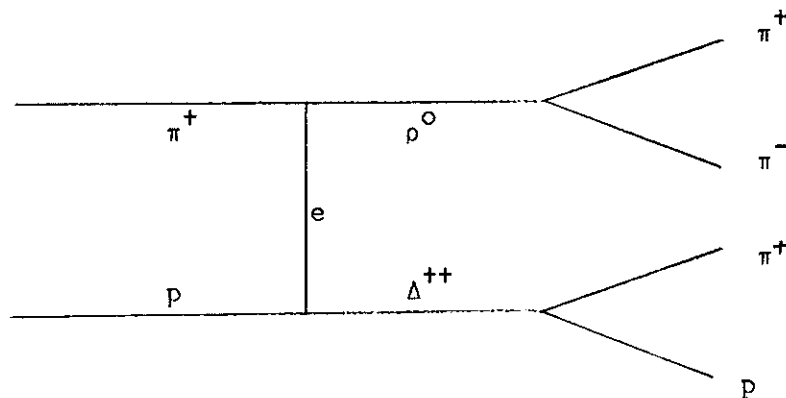


Fig. 11

ein Pion ist, erhält man die in Tabelle 8 und Abb. 14 angegebenen Vorhersagen. Keine gute Übereinstimmung erhält man insbesondere für die Elemente ρ^{-11} und $\text{Re } \rho^{10}$. Dieser Effekt wird auch bei den Ergebnissen der anderen in Tabelle 8 aufgeführten Experimente beobachtet.

VI. Das additive Quark-Modell

In einer Quark-Modell-Untersuchung haben Bialas und Zalewski (BIA 68) Vorhersagen für den statistischen Tensor von Zerfallswinkelverteilungen von Resonanzen und Doppelresonanzen angegeben. Hierbei werden im Gegensatz zu anderen Vorhersagen des Modells verschiedene physikalische Größen einer Reaktion zueinander in Beziehung gesetzt, und nicht gleiche Größen verschiedener Reaktionen, wie z. B. Wirkungsquerschnitte.

Die Autoren betrachten Reaktionen verschiedener Typen. In dieser Arbeit soll die Reaktion



vom Typ



untersucht werden. Es ist:

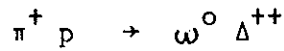
V = Vektor-Meson vom 1^- -Oktett

B^+ = Baryon vom $3/2^+$ -Dekuplett

P = pseudoskalares Meson vom 0^- -Oktett

B = Baryon vom $1/2^+$ -Oktett

Alle im folgenden niedergeschriebenen Formeln können also auch auf die Reaktion



angewendet werden. Die Rechnungen werden in transversalen Systemen ausgeführt.

a) Theoretische Grundlagen

Die fundamentale Annahme aller Vorhersagen ist die Additivität des Quark-Modells, d. h. man kann den Streuprozess (VI.2) durch eine Summe von Graphen der Art Fig. 12 darstellen.

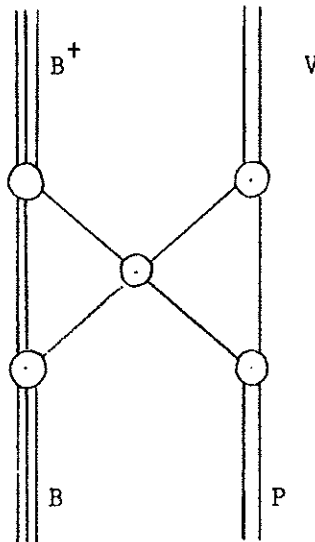


Fig. 12

Von den 16 Streuamplituden der Quark-Quark-Wechselwirkung in Fig. 13 verschwinden 8 aus Paritätserhaltungsgründen.

Anfangszustand \ Endzustand	++	+-	-+	--
++	f_1			f_8
+-		f_3	f_5	
-+		f_6	f_4	
--	f_7			f_2

Fig. 13

Es bedeutet:

+ = + 1/2-Spin in Richtung einer beliebigen Quantisierungsachse

- = - 1/2-Spin in Richtung dieser Quantisierungsachse

Unter Benutzung der Darstellungen der Teilchenzustände durch Quark-Antiquark-Wellenfunktionen erhalten Bialas und Zalewski die folgenden Formeln für den statistischen Tensor in Abhängigkeit von den Streuamplituden der Quark-Quark-Wechselwirkung.

$$\begin{aligned}
 \text{(VI.3)} \quad T_{00}^{20} &= F_1(\vec{f}) = \frac{1}{\sqrt{6}} (|f|^2 - 1) \\
 T_{00}^{02} &= F_2(\vec{f}) = \frac{1}{2\sqrt{3}} (|f|^2 - 1) \\
 T_{00}^{22} &= F_3(\vec{f}) = \frac{1}{\sqrt{6}} (1 - \frac{1}{2} |f|^2) \\
 T_{20}^{20} &= F_4(\vec{f}) = -\frac{1}{3} (f_5 f_7^+ + f_8 f_6^+) \\
 T_{02}^{02} &= F_5(\vec{f}) = -\frac{1}{3\sqrt{2}} (f_6 f_7^+ + f_8 f_5^+) \\
 T_{22}^{22} &= F_6(\vec{f}) = \frac{1}{\sqrt{6}} f_8 f_7^+ \\
 T_{2-2}^{22} &= F_7(\vec{f}) = \frac{1}{\sqrt{6}} f_5 f_6^+ \\
 T_{20}^{22} &= F_8(\vec{f}) = -\frac{1}{6} (f_5 f_7^+ + f_8 f_6^+) \\
 T_{02}^{22} &= F_9(\vec{f}) = -\frac{1}{6} (f_6 f_7^+ + f_8 f_5^+) \\
 T_{11}^{22} &= F_{10}(\vec{f}) = \frac{1}{4\sqrt{6}} (f_0 f_7^+ + f_8 f_0^+) \\
 T_{1-1}^{22} &= F_{11}(\vec{f}) = -\frac{1}{4\sqrt{6}} (f_0 f_6^+ + f_5 f_0^+)
 \end{aligned}$$

mit den Abkürzungen:

$$|f|^2 = |f_5|^2 + |f_6|^2 + |f_7|^2 + |f_8|^2$$

$$f_0 = f_1 + f_2 + f_3 + f_4$$

b) Die linearen Relationen

Aus (VI.3) findet man sofort die linearen Relationen (A-Relationen):

$$(VI.4) \quad T_{00}^{20} = \sqrt{2} T_{00}^{02}$$
$$T_{00}^{22} = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{00}^{02} = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{2} T_{00}^{20}$$
$$T_{20}^{22} = \frac{1}{2} T_{20}^{20}$$
$$T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} T_{02}^{02}$$

In Tabelle 10 sind die über $t' \leq 0,2$ (GeV/c)² gemittelten Werte im transversalen Jackson-System und im transversalen Helizitäts-System angegeben.

In Abb. 16 sind die Vorhersagen (VI.4) in Abhängigkeit von t' gezeigt.

Die Übereinstimmung ist insgesamt befriedigend. Die einzige signifikante

Abweichung wird bei der Relation $T_{00}^{22} = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{2}} T_{00}^{02}$ für $t' \rightarrow 0$

beobachtet.

Bevor weitere Quark-Modell-Vorhersagen abgeleitet werden, muß auf eine grundsätzliche Schwierigkeit in der experimentellen Prüfung dieser Vorhersagen hingewiesen werden. Angenommen, es gilt im transversalen Jackson-System eine Beziehung zwischen Tensorelementen. Will man diese Relation in einem anderem System prüfen, etwa in einem um die Winkel ψ_1 und ψ_2 um die Quantisierungsachsen gedrehten System, so kann man zwei Wege einschlagen.

Tabelle 10 Bialas-Zalewski-Quark-Modell-Vorhersagen, A-Relationen,
für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$, gemittelt über $t' \leq 0,2 \text{ (GeV/c)}^2$,
transversale Systeme

Relation	Jackson-System		Helizitäts-System	
	L.S.	R.S.	L.S.	R.S.
$T_{00}^{20} = \sqrt{2} T_{00}^{02}$	0,21 \pm 0,02	0,25 \pm 0,06	0,21 \pm 0,02	0,25 \pm 0,06
$\text{Re } T_{20}^{22} = \frac{1}{2} \text{Re } T_{20}^{20}$	0,07 \pm 0,01	0,08 \pm 0,01	0,05 \pm 0,02	0,06 \pm 0,01
$\text{Im } T_{20}^{22} = \frac{1}{2} \text{Im } T_{20}^{20}$	-0,01 \pm 0,02	0,04 \pm 0,01	-0,08 \pm 0,02	-0,05 \pm 0,01
$\text{Re } T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re } T_{02}^{02}$	0,05 \pm 0,02	0,10 \pm 0,02	0,07 \pm 0,02	0,08 \pm 0,02
$\text{Im } T_{02}^{22} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im } T_{02}^{02}$	0,03 \pm 0,02	0,04 \pm 0,01	-0,02 \pm 0,01	-0,06 \pm 0,01
$T_{00}^{22} = \frac{1}{2\sqrt{6}} - \frac{1}{2} T_{00}^{20}$	0,19 \pm 0,05	0,10 \pm 0,01	0,19 \pm 0,05	0,10 \pm 0,01

L.S. = linke Seite der Relation

R.S. = rechte Seite der Relation

Einmal transformiert man diese Relation direkt in das neue System mit Hilfe der Formeln (A.22) oder (A.23), zum anderen transformiert man das Gleichungssystem (VI.3) durch Berechnung der Streuamplituden.

(VI.5)

$$\begin{aligned}
 f'_0 &= f_0 \\
 f'_5 &= e^{i(\psi_1 - \psi_2)} f_5 \\
 f'_6 &= e^{i(\psi_2 - \psi_1)} f_6 \\
 f'_7 &= e^{-i(\psi_1 + \psi_2)} f_7 \\
 f'_8 &= e^{i(\psi_1 + \psi_2)} f_8
 \end{aligned}$$

Für die A-Relation ergeben beide Verfahren identische Resultate.

Weitere Beziehungen erhalten Bialas und Zalewski unter den Annahmen:

$$(VI.6) \quad f_5 = f_6 \quad \text{oder} \quad \langle +- | -+ \rangle = \langle -+ | +- \rangle$$

$$(VI.7) \quad f_7 = f_8 \quad \text{oder} \quad \langle --- | ++ \rangle = \langle ++ | --- \rangle$$

Die hieraus abzuleitenden linearen Beziehungen sind nicht mehr invariant gegenüber einer beliebigen Transformation der Koordinatensysteme. Denn aus (VI.5) folgt, daß (VI.6) oder (VI.7) nicht in allen Systemen gleichzeitig gelten können. Die weitere Analyse beinhaltet daher im wesentlichen die Bestimmung der Bezugssysteme, in denen (VI.6) und (VI.7) gelten können. Diese Umkehrung ist allerdings nicht eindeutig. Man kann die aus (VI.6) und (VI.7) folgenden Relationen auch durch andere Forderungen an das Gleichungssystem (VI.3) erhalten. Bei der Diskussion der nichtlinearen Beziehungen wird auf diesen Punkt näher eingegangen. Für das Folgende möge genügen, daß die experimentelle Übereinstimmung der Relationen zwar notwendig, aber nicht hinreichend für die Gültigkeit der Formeln (VI.6) und (VI.7) ist. Bei Annahme freier Quarks kann man zeigen, daß z. B. das transversale Jackson-System und das transversale Helizitäts-System die Bedingungen (VI.6) und (VI.7) erfüllen (ZAL 69b).

Aus $f_5 = f_6$ folgen die B-Relationen:

$$(VI.8) \quad T_{20}^{20} = \sqrt{2} T_{02}^{02}$$

$$T_{20}^{22} = T_{02}^{22}$$

$$\text{Im } T_{2-2}^{22} = 0$$

$$\text{Im } T_{1-1}^{22} = 0$$

Tabelle 11 Bialas-Zalewski-Quark-Modell-Vorhersagen, B-Relationen, für
 $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ gemittelt über $t' \leq 0,2 \text{ (GeV/c)}^2$,
 transversale Systeme

Relation	Jackson-System		Helizitäts-System	
	L.S.	R.S.	L.S.	R.S.
$\text{Re } T_{20}^{20} = \sqrt{2} \text{ Re } T_{02}^{02}$	0,16 ±0,01	0,20 ±0,03	0,12 ±0,01	0,16 ±0,02
$\text{Im } T_{20}^{20} = \sqrt{2} \text{ Im } T_{02}^{02}$	0,08 ±0,01	0,07 ±0,02	-0,10 ±0,01	-0,11 ±0,02
$\text{Re } T_{20}^{22} = \text{Re } T_{02}^{22}$	0,07 ±0,01	0,05 ±0,02	0,05 ±0,02	0,07 ±0,02
$\text{Im } T_{20}^{22} = \text{Im } T_{02}^{22}$	-0,01 ±0,02	0,03 ±0,02	-0,08 ±0,02	-0,02 ±0,01
$\text{Im } T_{2-2}^{22} = 0$	-0,02 ±0,02	0	-0,04 ±0,02	0
$\text{Im } T_{1-1}^{22} = 0$	0,03 ±0,02	0	0,04 ±0,02	0

L.S. = linke Seite der Relation

R.S. = rechte Seite der Relation

Diese Beziehungen sind immer noch invariant gegenüber einer gemeinsamen Rotation des Meson-Systems und des Baryon-Systems (dh. $\psi_1 = \psi_2$). Die über $t' \leq 0,2(\text{GeV/c})^2$ gemittelten Werte sind in Tabelle 11 gegeben, während die t' -Abhängigkeit in Abb. 17 gezeigt ist. Die Übereinstimmung ist in beiden angegebenen Systemen gut. Aus $f_5 = f_6$ und $f_7 = f_8$ ergeben sich die C-Relationen:

(VI.9)

$$\begin{aligned} \text{Im } T_{20}^{20} &= 0 \\ \text{Im } T_{02}^{02} &= 0 \\ \text{Im } T_{20}^{22} &= 0 \\ \text{Im } T_{02}^{22} &= 0 \\ \text{Im } T_{22}^{22} &= 0 \\ \text{Im } T_{11}^{22} &= 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} - (T_{22}^{22} + T_{2-2}^{22} + T_{00}^{22}) &= 0 \end{aligned}$$

In den beiden linken Spalten der Tabelle 12 ist gezeigt, daß diese Relationen experimentell zumindest im Jackson-System und im Helizitäts-System nicht befriedigend erfüllt sind.

Man kann aber umgekehrt ein System suchen, in dem die Relationen (VI.9) gelten, in dem also auch die Bedingungen (VI.6) und (VI.7) erfüllt sein können, ohne auf die Vorstellung freier Quarks Bezug zu nehmen.

In dem von Donohue und Högaasen eingeführten dynamischen System sind gemäß Definition die ersten beiden Relationen in (VI.9) erfüllt (DON 67c).

Man erhält das dynamische System aus dem Jackson-System durch eine Drehung des Systems um die Normale zur Erzeugungsebene, derart, daß die Zerfallswinkelverteilung der Resonanz durch die Formel

$$(VI.10) \quad W(\vec{n}) = \frac{3}{4\pi} \left(\alpha(\vec{n} \cdot \vec{x}_{DH})^2 + \beta(\vec{n} \cdot \vec{y}_{DH})^2 + \gamma(\vec{n} \cdot \vec{z}_{DH})^2 \right)$$

parametrisiert werden kann. \vec{x}_{DH} , \vec{y}_{DH} , \vec{z}_{DH} sind Einheitsvektoren in Richtung der Achsen des transformierten Systems. Insbesondere sind \vec{x}_{DH} , \vec{y}_{DH} , \vec{z}_{DH} also Funktionen des Rotationswinkels θ_{DH} . \vec{n} ist der Einheitsvektor in Richtung des Dreierimpulses des Zerfallsteilchens, und α , β , γ sind die Eigenwerte der in diesem System diagonalisierten Dichte-Matrix. Dieses sogenannte Donohue-Högaasen-System ist in Fig. 14 skizziert.

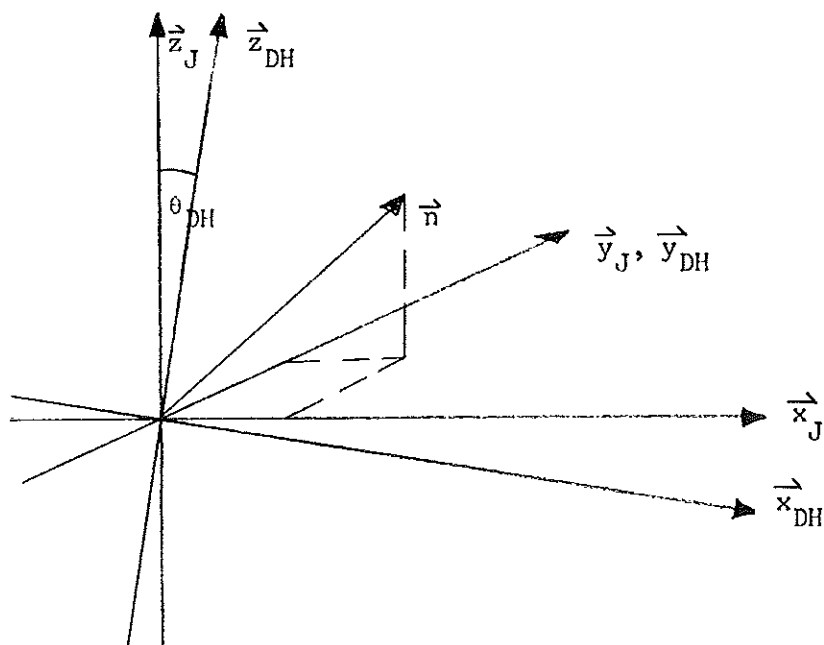


Fig. 14

Tabelle 12 Bialas-Zalewski-Quark-Modell-Vorhersagen, C-Relationen,
für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$, gemittelt über $t' \leq 0,2$ (GeV/c)²,
transversale Systeme

Relation	Jackson-System	Helizitäts-System	Don.-Hög.-System
$\text{Im } T_{20}^{20} = 0$	0,08 ± 0,01	-0,10 ± 0,01	0,00 ± 0,02
$\text{Im } T_{02}^{02} = 0$	0,05 ± 0,05	-0,08 ± 0,01	0,00 ± 0,02
$\text{Im } T_{20}^{22} = 0$	-0,01 ± 0,02	-0,08 ± 0,02	-0,04 ± 0,02
$\text{Im } T_{02}^{22} = 0$	0,03 ± 0,02	-0,02 ± 0,01	0,01 ± 0,03
$\text{Im } T_{22}^{22} = 0$	0,09 ± 0,01	-0,07 ± 0,01	0,02 ± 0,03
$\text{Im } T_{11}^{22} = 0$	-0,01 ± 0,02	0,03 ± 0,01	0,01 ± 0,03
$T_{22}^{22} + T_{2-2}^{22} + T_{00}^{22} - \frac{1}{\sqrt{6}} = 0$	-0,14 ± 0,06	-0,17 ± 0,06	-0,13 ± 0,10

Die Parameter α , β , γ und θ_{DH} erhält man durch Anpassung der Formel (VI.10) an die experimentellen Verteilungen.

Den Winkel θ_{DH} kann man allerdings einfacher mit Hilfe der Formel

$$(VI.11) \quad \text{tang}(2\theta_{DH}) = \text{Im } T_{20}^{20} / \text{Re } T_{20}^{20}$$

direkt aus dem statistischen Tensor im Jackson-System berechnen. In den Abbildungen 18h und 18i ist der Winkel θ_{DH} in Abhängigkeit von t' für das ρ^0 -System und für das Δ^{++} -System gezeigt. Die eingezeichneten Kurven sind Quark-Modell-Vorhersagen von Bialas und Piotrowska (ABC 69).

Die Relationen (VI.9) sind in diesem System etwas besser als im Jackson-System und im Helizitäts-System erfüllt (Tabelle 12, Abb. 18).

Ähnliche Resultate wurden für die $\pi^+ p$ -Experimente bei 5 GeV/c und 8 GeV/c Laborimpuls veröffentlicht ((BÖC 68), (ABC 68b)).

c) Die nichtlinearen Relationen

Aus dem Gleichungssystem (VI.3) können 11 Beziehungen zwischen den Tensor-
elementen $T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$ abgeleitet werden. Denn man hat 19 Gleichungen mit den
8 Parametern $\phi_0, |f_5|, \phi_5, |f_6|, \phi_6, |f_7|, |f_8|, \phi_8$, wobei die
Streuparameter durch Betrag $|f_i|$ und Phase ϕ_i dargestellt werden.
 $|f_0|$ kann durch die Normierungsbedingung

$$(VI.12) \quad 2 \sqrt{3} T_{00}^{00} = \frac{2}{3} (|f|^2 - \frac{1}{4} |f_0|^2) = 1$$

eliminiert werden. Die Gesamtphase des Systems ist willkürlich, so daß
 $\phi_7 \equiv 0$ gesetzt werden kann. Außer den 6 linearen Beziehungen (VI.4)
existieren also noch 5 nichtlineare Relationen. Diese sind jedoch für einen
experimentellen Vergleich zu unübersichtlich. Daher wird in dieser Arbeit
eine von Zalewski (ZAL 69a) vorgeschlagene Gesamtanpassung des Gleichungs-
systems (VI.3) versucht. Insbesondere können mit dieser Methode die Quark-
Streuamplituden f_i bestimmt werden. Die Anpassung erfolgt durch Minimal-
sierung der Größe

$$(VI.13) \quad \chi^2 = \sum_{i=1}^{11} \frac{(\text{Re } T_i - \text{Re } F_i(\vec{f}))^2}{\Delta \text{Re } T_i^2} + \frac{(\text{Im } T_i - \text{Im } F_i(\vec{f}))^2}{\Delta \text{Im } T_i^2} .$$

Benutzt wird das Programm "SOLVE" (MOO 65).

Die Ergebnisse sind jedoch nicht eindeutig. Man findet je nach Wahl der Start-
werte für die Parameter $|f_i|$ und ϕ_i mehrere Minima der Funktion (VI.13)
mit verschiedenen Streuamplituden. Die besten Anpassungen mit ungefähr gleichem
 χ^2 sind in Tabelle 13 und in den Abbildungen 19, 20 und 21 gezeigt. Wie in
Tabelle 14 und in den Abbildungen 22 und 23 ersichtlich ist, lassen sich diese

Anpassungen durch

$$\text{I)} \quad |f_5| < |f_6|, \quad |f_7| \approx |f_8|,$$

$$\text{II)} \quad |f_5| > |f_6|, \quad |f_7| \approx |f_8|$$

charakterisieren. Insbesondere geht die Anpassung II (bzw. I) näherungsweise durch Vertauschen von $|f_5|$ und $|f_6|$ sowie $|f_7|$ und $|f_8|$ aus der Anpassung I (bzw. II) hervor.

Die Annahme der Invarianz des Gleichungssystems (VI.3) gegenüber Vertauschung von f_5 und f_6 erzeugt ebenso wie die speziellere Forderung (VI.6) die B-Relationen, die Annahme der Invarianz gegenüber Vertauschung von f_5 und f_6 sowie f_7 und f_8 erzeugt ebenso wie (VI.6) und (VI.7) die C-Relationen.

Die Bedingung (VI.6) ist nur für $t' \approx 0$ befriedigend erfüllt, während (VI.7) zumindest für die Beträge im gesamten t' -Bereich zu gelten scheint. Nach Formel (VI.5) wirkt sich die Wahl des Bezugssystems nur auf den Phasen der Streuamplituden aus, während $|f_i|$ unverändert bleibt. Diese Aussage ist mit den Ergebnissen in Tabelle 14 und Abb. 22 verträglich.

d) Vergleich mit anderen Experimenten

Die Methode in Abschnitt VI.c) wurde ebenfalls auf die $\rho^0 \Delta^{++}$ -Tensoren der $\pi^+ p$ -Experimente mit 5 GeV/c und 8 GeV/c Laborimpuls angewendet. Da nur die über t' gemittelten Tensorelemente vollständig veröffentlicht wurden, konnte die t' -Abhängigkeit der Gesamtanpassung nicht untersucht werden. Die Ergebnisse für das Helizitätssystem sind in den Tabellen 15, 16 und 17 gezeigt. Die experimentellen Werte wurden (BÖC 68) und (BAR 69) entnommen.

Tabelle 13 Statistischer Tensor in transversalen Systemen und Quark-Modell-Anpassungen der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 11,6 GeV/c, gemittelt über $t' \leq 0,2$ (GeV/c)²

	Jackson-System			Helizitäts-System			Don.-Hög.-System		
	Exp.	I	II	Exp.	I	II	Exp.	I	II
T_{00}^{20}	0,21 ± 0,03	0,23	0,23	0,21 ± 0,03	0,23	0,23	0,21 ± 0,03	0,23	0,23
T_{00}^{02}	0,18 ± 0,05	0,16	0,16	0,18 ± 0,05	0,16	0,17	0,18 ± 0,05	0,16	0,16
T_{00}^{22}	0,19 ± 0,06	0,09	0,09	0,19 ± 0,06	0,09	0,09	0,19 ± 0,06	0,09	0,09
Re T_{20}^{20}	0,16 ± 0,01	0,16	0,16	0,12 ± 0,01	0,12	0,11	0,17 ± 0,02	0,16	0,16
Im T_{20}^{20}	0,08 ± 0,01	0,08	0,08	-0,10 ± 0,01	-0,10	-0,09	0,00 ± 0,02	0,00	-0,01
Re T_{02}^{02}	0,14 ± 0,03	0,12	0,11	0,11 ± 0,01	0,11	0,10	0,14 ± 0,03	0,11	0,11
Im T_{02}^{02}	0,05 ± 0,02	0,05	0,05	-0,08 ± 0,01	-0,06	-0,06	0,00 ± 0,02	0,00	0,01
Re T_{22}^{22}	0,06 ± 0,03	0,08	0,07	0,06 ± 0,03	0,03	0,03	0,10 ± 0,05	0,08	0,08
Im T_{22}^{22}	0,09 ± 0,01	0,09	0,09	-0,07 ± 0,01	-0,07	-0,08	0,02 ± 0,02	0,00	0,01
Re T_{2-2}^{22}	0,00 ± 0,03	0,01	0,00	-0,01 ± 0,03	0,02	-0,01	-0,01 ± 0,02	0,00	-0,01
Im T_{2-2}^{22}	-0,02 ± 0,03	-0,03	-0,02	-0,04 ± 0,03	-0,02	-0,04	-0,02 ± 0,03	-0,03	-0,03
Re T_{20}^{22}	0,07 ± 0,01	0,08	0,08	0,05 ± 0,03	0,06	0,06	0,06 ± 0,03	0,08	0,08
Im T_{20}^{22}	-0,01 ± 0,02	0,04	0,04	-0,08 ± 0,03	-0,05	-0,05	-0,04 ± 0,02	-0,01	-0,01
Re T_{02}^{22}	0,05 ± 0,03	0,08	0,08	0,07 ± 0,03	0,08	0,07	0,06 ± 0,02	0,07	0,08
Im T_{02}^{22}	0,03 ± 0,03	0,03	0,04	-0,02 ± 0,01	-0,04	-0,04	0,01 ± 0,02	0,01	0,01
Re T_{11}^{22}	-0,04 ± 0,01	-0,04	-0,04	-0,02 ± 0,01	-0,03	-0,03	-0,04 ± 0,01	-0,04	-0,04
Im T_{11}^{22}	-0,01 ± 0,03	-0,02	-0,02	0,03 ± 0,01	0,02	0,02	0,01 ± 0,02	0,00	0,00
Re T_{1-1}^{22}	-0,09 ± 0,03	-0,05	-0,05	-0,08 ± 0,02	-0,05	-0,05	-0,09 ± 0,02	-0,06	-0,06
Im T_{1-1}^{22}	0,03 ± 0,03	0,02	0,02	0,04 ± 0,02	0,04	0,04	0,03 ± 0,02	0,02	0,02
$\frac{\chi^2}{DF}$		$\frac{9,8}{11}$	$\frac{9,5}{11}$		$\frac{14,6}{11}$	$\frac{14,6}{11}$		$\frac{10,9}{11}$	$\frac{10,9}{11}$

Tabelle 14 Quark-Streuamplituden zu den Anpassungen von Tabelle 13

	Jackson-System		Helizitäts-System		Don.-Hög.-System	
	I	II	I	II	I	II
$ f_0 $	0,52 \pm 0,10	0,52 \pm 0,10	0,53 \pm 0,09	0,55 \pm 0,08	0,52 \pm 0,08	0,52 \pm 0,09
$ f_5 $	0,08 \pm 0,10	1,01 \pm 0,07	0,06 \pm 0,08	1,07 \pm 0,04	0,06 \pm 0,09	1,09 \pm 0,08
$ f_6 $	0,99 \pm 0,06	0,06 \pm 0,11	1,08 \pm 0,04	0,09 \pm 0,10	1,09 \pm 0,08	0,06 \pm 0,10
$ f_7 $	0,55 \pm 0,09	0,51 \pm 0,07	0,49 \pm 0,06	0,42 \pm 0,05	0,42 \pm 0,13	0,45 \pm 0,10
$ f_8 $	0,53 \pm 0,07	0,53 \pm 0,09	0,40 \pm 0,05	0,48 \pm 0,06	0,45 \pm 0,10	0,42 \pm 0,13
ϕ_0	3,0 \pm 0,7	4,0 \pm 0,7	1,9 \pm 0,4	3,2 \pm 0,5	2,8 \pm 0,5	3,4 \pm 0,5
ϕ_5	2,0 \pm 1,5	3,7 \pm 0,2	1,8 \pm 1,6	2,5 \pm 0,2	1,4 \pm 1,1	3,1 \pm 0,2
ϕ_6	3,4 \pm 0,1	5,2 \pm 1,4	2,6 \pm 0,1	4,4 \pm 0,7	3,1 \pm 0,1	4,9 \pm 1,3
ϕ_7	0	0	0	0	0	0
ϕ_8	0,8 \pm 0,1	0,9 \pm 0,2	5,1 \pm 0,1	5,1 \pm 0,2	0,0 \pm 0,2	0,0 \pm 0,2

Neben den bereits in VI.c) diskutierten Anpassungen I und II tritt eine weitere Möglichkeit auf, die durch

$$\text{III)} \quad |f_5| \approx |f_6|, \quad |f_7| < |f_8|$$

charakterisiert werden kann. Diese Kombination der Streuamplituden ist nur dann mit den C-Relationen verträglich, wenn die durch Vertauschung von f_7 und f_8 entstehende Anpassung ebenfalls möglich ist. Die Rechnungen zeigen, daß diese Forderung nur mit einer sehr viel geringeren Anpassungswahrscheinlichkeit erfüllt werden kann ($\chi^2/DF = 48,6/11$ für 8 GeV/c und $\chi^2/DF = 39,4/11$ für 5 GeV/c). Obwohl nach (VI.13) die χ^2 -Werte stark durch die Fehler $\Delta_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$ beeinflußt werden, diese Fehler jedoch höchstens als untere Abschätzungen anzusehen sind, werden diese Anpassungen verworfen.

Tabelle 15 Quark-Modell-Anpassung des statistischen Tensors im transversalen Helizitäts-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 5 GeV/c Laborimpuls, gemittelt über $t' \leq 0,2 \text{ (GeV/c)}^2$

Tensor	Experiment	I	II	III
T_{00}^{20}	0,16 ±0,01	0,14	0,15	0,16
T_{00}^{02}	0,10 ±0,02	0,10	0,11	0,11
T_{00}^{22}	0,11 ±0,03	0,13	0,13	0,12
Re T_{20}^{20}	0,13 ±0,01	0,13	0,13	0,12
Im T_{20}^{20}	-0,10 ±0,01	-0,11	-0,11	-0,10
Re T_{02}^{02}	0,06 ±0,02	0,06	0,07	0,06
Im T_{02}^{02}	-0,08 ±0,02	-0,08	-0,10	-0,08
Re T_{22}^{22}	-0,04 ±0,03	0,00	-0,02	-0,02
Im T_{22}^{22}	-0,14 ±0,03	-0,17	-0,14	-0,14
Re T_{2-2}^{22}	0,04 ±0,03	0,02	0,02	0,04
Im T_{2-2}^{22}	0,01 ±0,03	0,03	0,00	0,01
Re T_{20}^{22}	0,03 ±0,03	0,06	0,06	0,05
Im T_{20}^{22}	-0,06 ±0,02	-0,05	-0,05	-0,05
Re T_{02}^{22}	0,05 ±0,02	0,04	0,05	0,05
Im T_{02}^{22}	-0,05 ±0,02	-0,06	-0,07	-0,05
Re T_{11}^{22}	-0,04 ±0,02	-0,03	0,01	-0,04
Im T_{11}^{22}	0,09 ±0,02	0,08	0,06	0,07
Re T_{1-1}^{22}	-0,03 ±0,02	0,00	-0,03	0,00
Im T_{1-1}^{22}	0,02 ±0,02	0,02	0,03	0,01
χ^2/DF		13,5/11	13,4/11	8,6/11

Tabelle 16 Quark-Modell-Anpassung des statistischen Tensors im transversalen Helizitäts-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 8 GeV/c Laborimpuls, gemittelt über $t' \leq 0,2$ (GeV/c)²

Tensor	Experiment	I	II	III
T_{00}^{20}	0,18 ±0,01	0,22	0,22	0,17
T_{00}^{02}	0,13 ±0,02	0,15	0,15	0,12
T_{00}^{22}	0,18 ±0,03	0,10	0,09	0,12
Re T_{20}^{20}	0,14 ±0,01	0,15	0,14	0,14
Im T_{20}^{20}	-0,12 ±0,01	-0,12	-0,12	-0,12
Re T_{02}^{02}	0,09 ±0,02	0,10	0,09	0,10
Im T_{02}^{02}	-0,12 ±0,02	-0,11	-0,12	-0,12
Re T_{22}^{22}	0,00 ±0,03	0,00	-0,01	0,00
Im T_{22}^{22}	-0,10 ±0,03	-0,11	-0,11	-0,11
Re T_{2-2}^{22}	0,07 ±0,03	0,07	0,07	0,09
Im T_{2-2}^{22}	0,01 ±0,03	0,02	0,01	0,02
Re T_{20}^{22}	0,06 ±0,03	0,07	0,07	0,07
Im T_{20}^{22}	-0,10 ±0,02	-0,06	-0,06	-0,06
Re T_{02}^{22}	0,07 ±0,03	0,07	0,06	0,06
Im T_{02}^{22}	-0,08 ±0,03	-0,08	-0,08	-0,08
Re T_{11}^{22}	-0,06 ±0,02	-0,03	-0,03	-0,01
Im T_{11}^{22}	0,08 ±0,02	0,03	0,03	0,03
Re T_{1-1}^{22}	-0,08 ±0,03	-0,04	-0,04	-0,03
Im T_{1-1}^{22}	-0,02 ±0,02	0,00	-0,01	0,00
χ^2/DF		21,0/11	22,1/11	16,6/11

Tabelle 17 Quark-Streuamplituden zu den Anpassungen von Tabelle 15 und
Tabelle 16

	5 GeV/c			8 GeV/c		
	I	II	III	I	II	III
$ f_0 $	0,81 \pm 0,09	0,71 \pm 0,08	0,67 \pm 0,09	0,34 \pm 0,11	0,37 \pm 0,10	0,54 \pm 0,09
$ f_5 $	0,15 \pm 0,08	0,83 \pm 0,06	0,30 \pm 0,05	0,19 \pm 0,09	0,98 \pm 0,08	0,53 \pm 0,11
$ f_6 $	0,65 \pm 0,05	0,04 \pm 0,10	0,36 \pm 0,09	0,98 \pm 0,08	0,19 \pm 0,10	0,44 \pm 0,08
$ f_7 $	0,59 \pm 0,06	0,57 \pm 0,07	0,33 \pm 0,11	0,55 \pm 0,12	0,47 \pm 0,08	0,30 \pm 0,05
$ f_8 $	0,74 \pm 0,11	0,60 \pm 0,09	1,03 \pm 0,08	0,48 \pm 0,08	0,55 \pm 0,12	0,93 \pm 0,08
ϕ_0	5,8 \pm 0,2	5,1 \pm 0,3	5,7 \pm 0,1	2,2 \pm 0,8	2,0 \pm 1,4	5,2 \pm 0,2
ϕ_5	3,5 \pm 1,4	2,4 \pm 0,7	2,3 \pm 0,3	2,6 \pm 1,2	2,4 \pm 0,2	2,6 \pm 0,3
ϕ_6	2,4 \pm 0,2	2,3 \pm 1,2	2,2 \pm 0,4	2,3 \pm 0,4	2,3 \pm 0,6	2,4 \pm 0,2
ϕ_7	0	0	0	0	0	0
ϕ_8	4,7 \pm 0,1	4,6 \pm 0,1	4,6 \pm 0,1	4,7 \pm 0,1	4,7 \pm 0,2	4,8 \pm 0,1

e) Diskussion der Ergebnisse

Die Vorhersagen des additiven Quark-Modells für den statistischen Tensor der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ sind erfüllt.

Die B- und C-Relationen können durch die Annahme der Invarianz des Gleichungssystems (VI.3) gegenüber Vertauschung von f_5 und f_6 (B-Relationen) und durch die Annahme der Invarianz gegenüber Vertauschung von f_5 und f_6 sowie f_7 und f_8 (C-Relationen) erklärt werden.

Die linearen B-Relationen sind mit den experimentellen Daten verträglich, beweisen bei den in dieser Arbeit untersuchten Daten jedoch nicht die Gültigkeit der Beziehung $f_5 = f_6$. Gleichwertige Anpassungsergebnisse werden auch mit $|f_5| < |f_6|$ und $|f_5| > |f_6|$ erzielt. Die experimentelle Invarianz des Gleichungssystems (VI.3) bei Vertauschung von f_5 und f_6 ist für die Beträge $|f_5|$ und $|f_6|$ gut erfüllt, während diese Behauptung für die Phasen ϕ_5 und ϕ_6 nicht mit Sicherheit ausgesagt werden kann.

Die linearen C-Relationen sind zumindest im Jackson-System und im Helizitäts-System nicht befriedigend erfüllt. Da man jedoch ein System (Donohue-Högaasen-System) finden kann, in dem Evidenz für die Gültigkeit der linearen C-Relationen besteht, und andererseits Transformationen des Systems die Beträge der Streuamplituden nicht verändern, liegt die Vermutung nahe, daß es sich um Phaseneffekte handelt. Die nichtlinearen Anpassungen ergeben tatsächlich im wesentlichen nur Diskrepanzen in den notwendigen Bedingungen für die Phasen.

Da jedoch zwei Phasenbedingungen in die C-Relationen eingehen, wirkt sich dieser Effekt hierbei stärker aus als in den B-Relationen mit nur einer Phasenbedingung.

Die verschiedenen Anpassungsergebnisse zeigen Evidenz entweder für $f_5 = f_6$ oder für $f_7 = f_8$, während die für die Hypothese freier Quarks notwendige Bedingung $f_5 = f_6$ und $f_7 = f_8$ nicht erfüllt ist.

VII. Anhang: Zusammenstellung der Zerfallswinkelverteilungen

Nach der Definition (V.3) in Abschnitt V.c) gilt für den statistischen Tensor von Resonanzen

$$(A.1) \quad T_M^J = \sum_{m,m'} (-1)^{s+m-J} C(s, -m; s, m'/JM) \rho_{mm'}$$

und für den statistischen Tensor von Doppelresonanzen

$$(A.2) \quad T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = \sum_{\substack{m,m' \\ n,n'}} (-1)^{s_1 + s_2 + m + n - J_1 - J_2} \\ \cdot C(s_1, -m; s_1, m'/J_1 M_1) \cdot C(s_2, -n; s_2, n'/J_2 M_2) \rho_{nn'}^{mm'}$$

Hierbei bezeichnet s bzw. s_1 und s_2 den Spin der Teilchen. Die Clebsch-Gordan-Koeffizienten C gehorchen der Phasenkonvention von Fano (FAN 51).

Aus

$$\sum_{J,M} (-1)^{s+m-J} C(s, -m; s, m'/JM) T_M^J = \sum_{J,M} (-1)^{s+m-J} C(s, -m; s, m'/JM) \\ \cdot \sum_{n,n'} (-1)^{s+n+J} C(s, -n; s, n'/JM) \rho_{nn'}$$

erhält man wegen

$$\sum_{J,M} C(s, m', s, -m/JM) C(s, n'; s, -n/JM) = \delta_{m'n'} \delta_{mn}$$

die Umkehrung

$$(A.3) \quad \rho_{mm'} = \sum_{J,M} (-1)^{s+m-J} C(s, -m; s, m'/JM) T_M^J$$

Analog gilt:

$$(A.4) \quad \rho_{nn'}^{mm'} = \sum_{\substack{J_1, J_2 \\ M_1, M_2}} (-1)^{s_1 + s_2 + m + n - J_1 - J_2} \cdot C(s_1, -m; s_1, m' / J_1 M_1) \\ \cdot C(s_2, -n; s_2, n' / J_2 M_2) T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

Es ist

$$T_O^O = \sum_{m, m'} (-1)^{s+m} C(s, -m; s, m' / 00) \rho_{mm'} \\ = \sum_m (-1)^{s+m} C(s, -m; s, m / 00) \rho_{mm}$$

und

$$(A.5) \quad C(s, -m; s, m / 00) = (-1)^{s+m} \frac{1}{\sqrt{2s+1}},$$

so daß aus $\text{Spur}(\rho) = 1$

$$(A.6) \quad T_O^O = \frac{1}{\sqrt{2s+1}}$$

folgt. Aus der Hermitizität der ρ -Matrix erhält man analog:

$$(A.7) \quad T_M^{J+} = (-1)^M T_{-M}^J$$

$$(A.8) \quad T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2+} = (-1)^{M_1 + M_2} T_{-M_1 -M_2}^{J_1 J_2}$$

Die Zerfalls-Tensoren der einzelnen Resonanzen sind im Doppelresonanz-Zerfalls-Tensor enthalten. Wegen (A.5) erhält man:

$$T_{M_1 0}^{J_1 0} = \sum_{m, m'} (-1)^{s_1 + m - J_1} C(s_1, -m; s_1, m'/J_1, M_1) \frac{1}{\sqrt{2s_2 + 1}} \sum_n \rho_{nn}^{mm'}$$

Aus der Eigenschaft $\rho^{mm'} = \sum_n \rho_{nn}^{mm'}$ folgt also:

$$(A.9) \quad T_{M_1 0}^{J_1 0} = \frac{1}{\sqrt{2s_2 + 1}} T_{M_1}^{J_1}$$

$$(A.10) \quad T_{OM_2}^{0J_2} = \frac{1}{\sqrt{2s_1 + 1}} T_{M_2}^{J_2}$$

Die Zerfallswinkelverteilungen können parametrisiert werden durch

$$(A.11) \quad W(\theta, \phi) = \sum_{J, M} F(J) T_M^J Y_M^J(\theta, \phi)^+$$

für einzelne Resonanzen und durch

$$(A.12) \quad W(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2) = \sum_{\substack{J_1, J_2 \\ M_1, M_2}} F_1(J_1) F_2(J_2) T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} Y_{M_1}^{J_1+} Y_{M_2}^{J_2+}$$

für Doppelresonanzen. Y_M^J sind die auf der Oberfläche der Einheitskugel normierten sphärischen Kugelfunktionen.

$$(A.13) \quad \int d(\cos\theta) d\phi Y_M^{J+} Y_{M'}^{J'} = \delta_{JJ'} \delta_{MM'}$$

Die Koeffizienten $F(J)$ kann man z. B. durch Vergleich mit den allgemeinen Zerfallswinkelverteilungen, ausgedrückt durch die Dichte-Matrix, bestimmen.

Sie enthalten die Helizitätsamplituden $M_d(\lambda_\alpha, \lambda_\beta)$ des Zerfalls $d \rightarrow \alpha + \beta$.
 Mit der Abkürzung $\Lambda = \lambda_\alpha - \lambda_\beta$ gilt (KOT 68):

$$(A.14) \quad F(J) = N \sqrt{\frac{4\pi}{2s+1}} \sum_{\lambda_\alpha, \lambda_\beta} |M_d(\lambda_\alpha, \lambda_\beta)|^2 C(s, \Lambda, J, 0/s, \Lambda)$$

Für die in dieser Arbeit allein interessierenden Fälle $s_\alpha = s_\beta = 0$ und $s_\alpha = 1/2, s_\beta = 0$ hängen die Beträge der Zerfallskonstanten $|M_d(\lambda_\alpha, \lambda_\beta)|$ nicht von den Helizitäten λ_α und λ_β ab, können daher in die Normierungskonstante N gezogen werden.

$$(A.15) \quad N \sum_{\lambda_\alpha, \lambda_\beta} |M_d(\lambda_\alpha, \lambda_\beta)|^2 = \frac{2s+1}{4\pi}$$

Für Zerfälle unter Paritätserhaltung kann (A.11) durch

$$(A.16) \quad W(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi} + \sum_{j=1}^{E(s)} F(2j) \operatorname{Re} \left\{ T_o^{2j} Y_o^{2j} + 2 \sum_{M=1}^{2j} T_M^{2j} Y_M^{2j+} \right\}$$

und (A.12) durch

$$(A.17) \quad W(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2) = -\frac{1}{16\pi^2} + \frac{1}{4\pi} \left\{ W_1(\theta_1, \phi_1) + W_2(\theta_2, \phi_2) \right\}$$

$$+ \sum_{j=1}^{E(s_1)} \sum_{j'=1}^{E(s_2)} F_1(2j) F_2(2j') \operatorname{Re} \left\{ \sum_{M_1=0}^{2j} \sum_{M_2=0}^{2j'} T_{M_1}^{2j} T_{M_2}^{2j'} Y_{M_1}^{2j+} \cdot Y_{M_2}^{2j'+} (2 - \delta_{M_1 0} \delta_{M_2 0}) \right\}$$

ersetzt werden, wobei $E(s) = [s] = \max_{n \leq s} \{n\}$ die größte ganze Zahl ist, die kleiner oder gleich s ist.

Alle weiteren Spezialisierungen sind von den jeweiligen Resonanzen oder vom Bezugssystem abhängig.

1) Eigenschaften der Bezugssysteme

Bei unpolarisierten Primärteilchen gilt im transversalen System

$$(A.18) \quad T_M^J = 0 \quad \text{für} \quad M = 1, 3, 5, \dots$$

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = 0 \quad \text{für} \quad M_1 + M_2 = 1, 3, 5, \dots$$

und im nicht-transversalen System

$$(A.19) \quad T_M^J \quad \text{reell} \quad \text{für} \quad J = 0, 2, 4, \dots$$

$$T_M^J \quad \text{imaginär} \quad \text{für} \quad J = 1, 3, 5, \dots$$

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} \quad \text{reell} \quad \text{für} \quad J_1 + J_2 = 0, 2, 4, \dots$$

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} \quad \text{imaginär} \quad \text{für} \quad J_1 + J_2 = 1, 3, 5, \dots$$

2) Transformationseigenschaften

Bei Rotation des Bezugssystems gilt für die Dichte-Matrix

$$(A.20) \quad \rho'_{mm'} = \sum_{n,n'} D^S(R)_{mn}^+ \rho_{nn'} D^S(R)_{n'm'}$$

und für den statistischen Tensor

$$(A.21) \quad T_M^J = \sum_{M'} D^J(R)_{M'M} T_{M'}^J \quad ,$$

wobei $D_{M'M}^S$ die Rotationsmatrizen und R die Rotation ist (Siehe z. B. (KOC 64)). Aus der entsprechenden Formel für den Doppelresonanz-Tensor

$$(A.22) \quad T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2'} = \sum_{M_1' M_2'} D^{J_1(R_1)}_{M_1' M_1} D^{J_2(R_2)}_{M_2' M_2} T_{M_1' M_2'}^{J_1 J_2}$$

erhält man insbesondere bei Rotation des Systems um die Quantisierungsachsen

$$(A.23) \quad T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2'} = e^{i(M_1 \psi_1 + M_2 \psi_2)} T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

ψ_1 bzw. ψ_2 ist der Rotationswinkel des Systems der ersten bzw. der zweiten Resonanz. Es sollte betont werden, daß die Koeffizienten $F(J)$ invariant gegen Transformationen sind.

3) Spezielle Zerfallswinkelverteilungen

a) $\rho^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- (s = 1)$

Unter Anwendung der oben abgeleiteten Formeln erhält man aus (A.16) und (A.18) im transversalen System

$$(A.24) \quad W(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi} + F(2) \left\{ T_0^2 \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1) \right. \\ \left. + \operatorname{Re} T_2^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin^2 \theta \cos 2\phi \right. \\ \left. + \operatorname{Im} T_2^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin^2 \theta \sin 2\phi \right\}$$

und aus (A.16) und (A.19) im nicht-transversalen System

$$\begin{aligned}
 \text{(A.25)} \quad W(\theta, \phi) = & \frac{1}{4\pi} + F(2) \left\{ T_0^2 \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2\theta - 1) \right. \\
 & - \text{Re } T_1^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin 2\theta \cos\phi \\
 & \left. + \text{Re } T_2^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin^2\theta \cos 2\phi \right\}
 \end{aligned}$$

F(2) wird zu

$$\text{(A.26)} \quad F(2) = -\sqrt{\frac{3}{10\pi}}$$

bestimmt.

Den Zusammenhang mit der Dichte-Matrix berechnet man aus (A.1) zu

$$\begin{aligned}
 \text{(A.27)} \quad F(2) T_0^2 &= \sqrt{\frac{3}{20\pi}} \left(\rho^{00} - \frac{1}{3} \right) \\
 F(2) T_1^2 &= \sqrt{\frac{3}{5\pi}} \rho^{10} \\
 F(2) T_2^2 &= -\sqrt{\frac{3}{10\pi}} \rho^{-11}
 \end{aligned}$$

Setzt man (A.27) in (A.25) ein, so erhält man die bekannte Parametrisierung in Abhängigkeit von der Dichte-Matrix (siehe z. B. (DON 67a)).

b) $\underline{\Delta}^{++} \rightarrow \underline{p}\pi^+, \underline{s} = \underline{3/2}$

Die Formeln (A.24) und (A.25) bleiben gültig, während (A.26) und (A.27) durch

$$\text{(A.28)} \quad F(2) = -\sqrt{\frac{1}{5\pi}}$$

und durch

$$(A.29) \quad F(2) \quad T_0^2 = - \sqrt{\frac{1}{20 \pi}} \quad (4 \rho_{33} - 1)$$

$$F(2) \quad T_1^2 = \sqrt{\frac{2}{5 \pi}} \quad \rho_{31}$$

$$F(2) \quad T_2^2 = - \frac{2}{\sqrt{10 \pi}} \quad \rho_{3-1}$$

zu ersetzen sind.

$$c) \quad \underline{\rho^0 \Delta^{++} \rightarrow (\pi^+ \pi^-)(p \pi^+)}, \quad (s_1 = 1, s_2 = 3/2)$$

Die korrelierte Zerfallswinkelverteilung wird durch (A.17) mit $E(s_1) = E(s_2) = 1$ parametrisiert. $W_1(\theta_1, \phi_1)$ und $W_2(\theta_2, \phi_2)$ sind die in a) und b) diskutierten Einzelresonanz-Verteilungen. Das Vektor-Meson wird im folgenden immer durch die linken Indizes J_1, M_1 gekennzeichnet.

Die nicht verschwindenden Korrelationsterme sind im transversalen System

$$(A.30) \quad T_{00}^{22}, \quad T_{22}^{22}, \quad T_{2-2}^{22}, \quad T_{20}^{22}, \quad T_{02}^{22}, \quad T_{11}^{22}, \quad T_{1-1}^{22}$$

und im nicht-transversalen System

$$(A.31) \quad T_{00}^{22}, \quad T_{22}^{22}, \quad T_{2-2}^{22}, \quad T_{20}^{22}, \quad T_{02}^{22}, \quad T_{11}^{22}, \quad T_{1-1}^{22},$$

$$T_{21}^{22}, \quad T_{2-1}^{22}, \quad T_{12}^{22}, \quad T_{10}^{22}, \quad T_{1-2}^{22}, \quad T_{01}^{22} \quad .$$

Im ersteren Fall sind außer T_{00}^{22} alle Elemente komplex, im letzteren Fall sind alle Elemente reell (siehe (A.18) und (A.19)).

d) $f_{\pi^+ \pi^-}^0, (s=2)$

Analog wie in a) und b) berechnet man mit $E(s) = 2$ im nicht-transversalen System

$$\begin{aligned}
 (A.32) \quad W(\theta, \phi) = & \frac{1}{4\pi} + F(2) \left\{ T_0^2 \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3 \cos^2\theta - 1) \right. \\
 & - \operatorname{Re} T_1^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin 2\theta \cos\phi + \operatorname{Re} T_2^2 \sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin^2\theta \cos 2\phi \left. \right\} \\
 & + F(4) \left\{ T_0^4 \frac{3}{16\sqrt{\pi}} (35 \cos^4\theta - 30 \cos^2\theta + 3) \right. \\
 & - \operatorname{Re} T_1^4 \frac{15}{8\sqrt{\pi}} \sin 2\theta (7 \cos^2\theta - 3) \cos\phi \\
 & + \operatorname{Re} T_2^4 \frac{15}{4\sqrt{10\pi}} \sin^2\theta (7 \cos^2\theta - 1) \cos 2\phi \\
 & - \operatorname{Re} T_3^4 \frac{105}{8\sqrt{35\pi}} \sin 2\theta \sin^2\theta \cos 3\phi \\
 & \left. + \operatorname{Re} T_4^4 \frac{105}{8\sqrt{70\pi}} \sin^4\theta \cos 4\phi \right\} .
 \end{aligned}$$

Setzt man die Tensorelemente

$$(A.33) \quad F(4) \quad T_4^4 = \sqrt{\frac{5}{14\pi}} \rho^{2-2}$$

$$F(4) \quad T_3^4 = -\sqrt{\frac{5}{7\pi}} \rho^{2-1}$$

$$F(4) \quad T_2^4 = -\sqrt{\frac{15}{\pi}} \rho^{20} + \sqrt{\frac{10}{\pi}} \rho^{1-1}$$

$$F(4) \quad T_1^4 = \frac{1}{7} \sqrt{\frac{30}{\pi}} \rho^{10} - \frac{1}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \rho^{21}$$

$$F(4) \quad T_0^4 = \frac{5}{7\sqrt{\pi}} (\rho^{22} + \rho^{00} - \frac{2}{5})$$

$$F(2) \quad T_2^2 = -\sqrt{\frac{5}{\pi}} \rho^{20} - \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \rho^{1-1}$$

$$F(2) \quad T_1^2 = \frac{1}{7} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \rho^{10} + \frac{1}{7} \sqrt{\frac{30}{\pi}} \rho^{21}$$

$$F(2) \quad T_0^2 = \frac{1}{14} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (\rho^{00} - 6 \rho^{22} + 1)$$

in Formel (A.32) ein, so erhält man die von Jackson angegebene Formel (JAC 64)

VIII. Literaturverzeichnis

Abkürzungen:

N.P. Nuclear Physics

N.C. Nuovo-Cimento

P.L. Physics Letters

P.R.L. Physics Review Letters

(ABC 69) Aachen-Berlin-CERN-Kollaboration, Beitrag zur Internationalen
Konferenz für Elementarteilchen, Lund 1969

(ABC 68a) M. Aderholz et al., Aachen-Berlin-CERN-Kollaboration,
CERN/D.Ph.II/Physics 68-20, Genf 1968

(ABC 68b) M. Aderholz et al., Aachen-Berlin-CERN-Kollaboration,
N.P. B 8, 485 (1968)

(BAR 69) K.W.J. Barnham, private Mitteilung, 1969

(BAS 69) E. Bassler, Diplomarbeit, Hamburg 1969

(BEL 67) M. Le Bellac, P.L. 25 B, 524 (1967)

(BIA 68) A. Bialas, K. Zalewski, N.P. B 6, 465 (1968)

(BÖC 68) K. Böckmann et al., Bonn-Durham-Nijmegen-Paris-Strasbourg-
Turin-Kollaboration, P.L. 28 B, 72 (1968)

(BÖC 69) K. Böckmann, private Mitteilung, 1969

- (DON 67a) J.T. Donohue, N.C. 52 A, 1152 (1967)
- (DON 67b) J.T. Donohue, Dissertation, Illinois 1967
- (DON 67c) J.T. Donohue, H. Högaasen, P.L. 25 B, 554 (1967)
- (DGH 69) Durham-Genua-Hamburg-Milano-Saclay-Kollaboration, Beitrag zur Internationalen Konferenz für Elementarteilchen, Lund 1969
- (FAN 51) U. Fano, Natl. Bureau of Standard Reports No. 1214 (1951)
- (FOL 67) K.J. Foley et al., P.R.L. 19, 331 (1967)
- (GUT 67) L.J. Gutay et al., P.R.L. 18, 142 (1967)
- (HAN 69) P. von Handel, Dissertation, Hamburg 1969
- (HÖG 66) H. Högaasen et al., N.C. 42, 323 (1966)
- (JAC 64) J.D. Jackson, N.C. 34, 1644 (1964)
- (JON 67) B. Jongejans, Herceg Novi Herbstschule 1967
- (KOC 64) W. Koch, CERN 64-13, Genf 1964
- (KOT 68) A. Kotanski, K. Zalewski, N.P. B 4, 559 (1968)
- (MOO 65) Ch. Moore, SOLVE-Programmbeschreibung, New York 1965
- (MOR 66) D.R.O. Morrison, CERN/TC/Physics 66-20, Genf 1966
- (NYB 69a) P. Nyborg, Department of Mathematics, Vollebekk (Norwegen), März 1969

- (NYB 69b) P. Nyborg, private Mitteilung, 1969
- (ROS 69) A. Rosenfeld et al., UCRL-8030 Pt. 1, Berkeley 1969
- (SCH 65) N. Schmitz, CERN/65-24 Vol. II, Genf 1965
- (WAL 69) M. Walter, Deutsche Akademie der Wissenschaften zu Berlin,
Berlin 1969
- (WOL 69) G. Wolf, Slac-Pub-554, Stanford 1969
- (ZAL 69a) K. Zalewski, TPJU-6/69, Krakau 1969
- (ZAL 69b) K. Zalewski, private Mitteilung, 1969

IX. Danksagungen

Diese Arbeit wurde innerhalb der Blasenkammergruppe des II. Instituts für Experimentalphysik angefertigt. Den Leitern Herrn Prof. M.W. Teucher und Herrn Privatdozent Dr. P. Söding gilt mein Dank für ihr fortwährendes Interesse an diesem Experiment.

Herrn Prof. E. Lohrmann danke ich besonders für klärende Gespräche über die Probleme dieser Arbeit.

Für die gründliche Einführung in die Blasenkammerphysik und für zahlreiche Diskussionen bin ich Herrn Dr. P. von Handel und Herrn H. Nagel zu großem Dank verpflichtet.

Ich freue mich über das stets herzliche Einvernehmen mit meinen Studienkollegen Frau M. Sahini, E. Bassler, H. Heller, H. Neumann und S. Sasdrawidjaja. Mein Dank gilt Frau von Handel, Frau Schmidt und Herrn Hildebrandt für ihre Hilfe bei der Auswertung der Ereignisse. Fräulein Schöning danke ich besonders für das mühevollen Schreiben der Arbeit.

Dem DESY-Rechenzentrum danke ich für die Bereitstellung der notwendigen Rechenzeiten.

Besonders verpflichtet bin ich den Operateuren der IBM-360/75 für ihr stets hilfsbereites Entgegenkommen.

Ohne die Messungen der Institute in Durham, Genua, Mailand und Saclay wäre diese Arbeit nicht ermöglicht worden.

Schließlich danke ich der Mannschaft des CERN-Protonen-Synchrotrons und der CERN-2m-Blasenkammergruppe für die Durchführung der Exposition.

X. Verzeichnis der Abbildungen

Abb. 1 $M(\pi_f^+ \pi^-)$ gegen $M(p\pi_s^+)$, 2637 Ereignisse.

Die eingezeichneten Resonanzbänder sind definiert durch:

$$\rho^0(765) : 0,66 \leq M(\pi_f^+ \pi^-) \leq 0,86 \text{ GeV}$$

$$f^0(1264) : 1,12 \leq M(\pi_f^+ \pi^-) \leq 1,40 \text{ GeV}$$

$$\Delta^{++}(1236) : 1,12 \leq M(p\pi_s^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

Das eingezeichnete Dreieck stellt das kinematisch erlaubte Gebiet dar. Die Eckpunkte haben die Koordinaten

$$\textcircled{1} \quad (2 m_\pi, m_p + m_\pi)$$

$$\textcircled{2} \quad (E^+ - m_p - m_\pi, m_p + m_\pi)$$

$$\textcircled{3} \quad (2 m_\pi, E^+ - 2 m_\pi)$$

E^+ (= 4,73) ist die totale Schwerpunktsenergie, m_p (= 0,9382) bzw. m_π (= 0,1396) ist die Proton- bzw. Pion-Masse.

Es bedeutet:

1 = 1 Ereignis
2 = 2 Ereignisse
⋮
9 = 9 Ereignisse
A = 10 Ereignisse
B = 11 Ereignisse
⋮
Z = 35 Ereignisse
+ = mehr als 35 Ereignisse

Abb. 2 $M(\pi_f^+ \pi^-)$, 2637 Ereignisse.

Die durchgezeichnete Kurve ist die Projektion der zweidimensionalen Breit-Wigner-Anpassung (siehe Text Abschnitt III.a)).

Die weiteren Kurven in a) und b) zeigen Anteile der Kanäle:

$$(K1') \quad \pi^+ p \rightarrow \pi_f^+ \pi^- \Delta^{++}$$

$$(K2') \quad \rightarrow \rho^0 p \pi_s^+$$

$$(K3') \quad \rightarrow f^0 p \pi_s^+$$

$$(K4') \quad \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$$

$$(K5') \quad \rightarrow f^0 \Delta^{++}$$

$$(K6') \quad \rightarrow \pi_f^+ \pi^- p \pi_s^+$$

Abb. 3 $M(p \pi_s^+)$, 2637 Ereignisse, siehe Abb. 2

Abb. 4 $\sigma(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++})$ in Abhängigkeit vom Laborimpuls des einlaufenden Pions. Die durch ①, ②, ③, ④ bezeichneten Kurven sind grobe Anpassungen an die Ergebnisse der Methoden 1, 2, 3, 4 (siehe Text Abschnitt III.b)).

Abb. 5 $\sigma(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++})$ und $\sigma(\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++})$ in Abhängigkeit vom Laborimpuls des einlaufenden Pions.

● = veröffentlichte Werte bzw. Ergebnisse der Methode
 I = Abschnitt III.a) dieser Arbeit.

$\bar{\Phi}$ = 5 GeV/c : (BÖC 69), 8 GeV/c : (WAL 69), 11,6 GeV/c :
"Maximum-Likelihood"-Anpassung mit einem exponentiell
bewichteten Phasenraum (siehe Text Abschnitt III.b)).

Eingezeichnet ist die Vorhersage des Ein-Pion-Austausch-Modells
für die Steigung $n = 1,5$ in der Formel

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}) \sim p_{\text{LAB}}^{-n},$$

wobei p_{LAB} der Laborimpuls des primären Pions ist.

Die Anpassung an die experimentellen veröffentlichten Daten
($n = 0,6 \pm 0,2$) berücksichtigt nur die durch \bullet bezeichneten
Werte.

Abb. 6 a) $M(\pi_f^+ \pi^-)$ gegen $M(p\pi_s^+)$, Breit-Wigner-Anpassung mit exponentiell
bewichtetem Phasenraum (siehe Text Abschnitt III.b)) an die
Ereignisse von Abb. 1.

b) $M(\pi_f^+ \pi^-)$, 2637 Ereignisse.
Die durchgezeichnete Kurve ist die Projektion der zweidimen-
sionalen Breit-Wigner-Anpassung a).

Die weiteren Kurven zeigen Anteile mit der Bezeichnungsweise
von Abb. 2.

c) $M(p\pi_s^+)$, 2637 Ereignisse, siehe b).

- Abb. 7 a) $M(p\pi_s^+)$ für $0,00 \leq t' \leq 0,02$, 457 Ereignisse
- b) $M(\pi_f^+\pi^-)$ für $0,00 \leq t' \leq 0,02$, 457 Ereignisse
- c) $M(p\pi_s^+)$ für $0,02 \leq t' \leq 0,04$, 315 Ereignisse
- d) $M(\pi_f^+\pi^-)$ für $0,02 \leq t' \leq 0,04$, 315 Ereignisse
- e) $M(p\pi_s^+)$ für $0,04 \leq t' \leq 0,06$, 224 Ereignisse
- f) $M(\pi_f^+\pi^-)$ für $0,04 \leq t' \leq 0,06$, 224 Ereignisse

Die eingezeichneten Kurven sind die Projektionen der zweidimensionalen Breit-Wigner-Anpassung auf die jeweiligen Massenachsen.

Abb. 8 Differentielle Wirkungsquerschnitte dN/dt' bzw. $d\sigma/dt'$.

- a) $\pi^+p \rightarrow p\pi^+\pi^+\pi^-$, Summe aller Kanäle
- b) $\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$, (K4')
- c) $\rightarrow f^0\Delta^{++}$, (K5')
- d) $\rightarrow \pi_f^+\pi^-\Delta^{++}$, (K1')
- e) $\rightarrow \rho^0 p\pi_s^+$, (K2')
- f) $\rightarrow \pi_f^+\pi^-\pi_s^+$, (K6')

Die eingezeichneten Kurven sind Anpassungen der Form $d\sigma/dt'$
 $= c_1 e^{-a_1 t'} + c_2 e^{-a_2 t'}$.

Abb. 9 Differentielle Wirkungsquerschnitte dN/dt' bzw. $d\sigma/dt'$.

a) $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

b) $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$

Die eingezeichneten Kurven sind Anpassungen der Form

$$d\sigma/dt' = c_1 e^{-a_1 t'} + c_2 e^{-a_2 t'}$$
.

Abb. 10 Differentielle Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von den Zerfallswinkeln im nicht-transversalen Jackson-System.

a) $d\sigma/d \cos\theta(\rho^0)$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

b) $d\sigma/d\phi(\rho^0)$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

c) $d\sigma/d \cos\theta(\Delta^{++})$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

d) $d\sigma/d\phi(\Delta^{++})$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

e) $d\sigma/d \cos\theta(f^0)$ für $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$

f) $d\sigma/d\phi(f^0)$ für $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$

g) $d\sigma/d \cos\theta(\Delta^{++})$ für $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$

h) $d\sigma/d\phi(\Delta^{++})$ für $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$

Die eingezeichneten Kurven sind "Maximum-Likelihood"-Anpassungen (siehe Text).

Abb. 11 Differentielle Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit von den Zerfallswinkeln im transversalen Jackson-System, siehe Abb. 10.

Abb. 12 Zerfallswinkelverteilungen im nicht-transversalen Jackson-System von Ereignissen aus den Doppelresonanz-Überlappungsgebieten

$$\rho^{\circ}\Delta^{++}: \quad 0,66 \leq M(\pi_f^+\pi^-) \leq 0,86 \text{ GeV}$$

$$1,12 \leq M(p\pi_s^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

$$f^{\circ}\Delta^{++}: \quad 1,12 \leq M(\pi_f^+\pi^-) \leq 1,40 \text{ GeV}$$

$$1,12 \leq M(p\pi_s^+) \leq 1,36 \text{ GeV}$$

- a) $W(\cos\theta(\rho^{\circ}))$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^{\circ}\Delta^{++}$, 253 Ereignisse
- b) $W(\phi(\rho^{\circ}))$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^{\circ}\Delta^{++}$, 253 Ereignisse
- c) $W(\cos\theta(\Delta^{++}))$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^{\circ}\Delta^{++}$, 253 Ereignisse
- d) $W(\phi(\Delta^{++}))$ für $\pi^+_p \rightarrow \rho^{\circ}\Delta^{++}$, 253 Ereignisse
- e) $W(\cos\theta(f^{\circ}))$ für $\pi^+_p \rightarrow f^{\circ}\Delta^{++}$, 172 Ereignisse
- f) $W(\phi(f^{\circ}))$ für $\pi^+_p \rightarrow f^{\circ}\Delta^{++}$, 172 Ereignisse
- g) $W(\cos\theta(\Delta^{++}))$ für $\pi^+_p \rightarrow f^{\circ}\Delta^{++}$, 172 Ereignisse
- h) $W(\phi(\Delta^{++}))$ für $\pi^+_p \rightarrow f^{\circ}\Delta^{++}$, 172 Ereignisse

Der Viererimpulsübertrag ist eingeschränkt auf

$$t' \leq 0,2 \text{ (GeV/c)}^2.$$

Die eingezeichneten Kurven sind mit den Ergebnissen der Momentenmethode berechnet. Die symmetrische Kurve in Abb. 12a) berücksichtigt keinen Asymmetrieparameter.

Abb. 13 Zerfallswinkelverteilungen im transversalen Jackson-System von Ereignissen aus den Doppelresonanz-Überlappungsgebieten, siehe Abb. 12.

Abb. 14 Dichte-Matrix-Elemente im nicht-transversalen Jackson-System der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$. Die oberen (bzw. unteren) Indizes kennzeichnen die ρ^0 (bzw. Δ^{++}) -Elemente. Die eingezeichneten Kurven sind Vorhersagen verschiedener Rechenmethoden des absorptiven peripheren Modells.

———— = EPWS (= Exact partial wave summation)

----- = IPR (= Impact parameter method)

Die wichtigsten Asymmetrieparameter sind in

d) $\langle \gamma_0^1 \rangle$ für ρ^0

e) $\langle \gamma_1^1 \rangle$ für ρ^0

i) $\langle \gamma_0^1 \rangle$ für Δ^{++}

j) $\langle \gamma_1^1 \rangle$ für Δ^{++}

gezeigt.

Abb. 15 Dichte-Matrix-Elemente im nicht-transversalen Jackson-System der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$. Die oberen (bzw. unteren) Indizes kennzeichnen die f^0 (bzw. Δ^{++}) -Elemente. Die eingezeichneten Kreise stellen die Ergebnisse der Untergrund-Korrektur (Momentenmethode mit Korrektur) dar (siehe Text). Die Asymmetrieparameter sind in

- j) $\langle Y_0^1 \rangle$ für f^0
- k) $\langle Y_1^1 \rangle$ für f^0
- o) $\langle Y_0^1 \rangle$ für Δ^{++}
- p) $\langle Y_1^1 \rangle$ für Δ^{++}

gezeigt.

Abb. 16 Quark-Modell-Vorhersagen, A-Relationen, in transversalen Systemen für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$. Die durchgezeichneten (bzw. gestrichelten) Werte sind die Ergebnisse für die linken (bzw. rechten) Seiten der Relationen.

Abb. 17 Quark-Modell-Vorhersagen, B-Relationen, siehe Abb. 16.

Abb. 18 Quark-Modell-Vorhersagen, C-Relationen, im transversalen Donohue-Högaasen-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$.

- h) Donohue-Högaasen-Rotations-Winkel für ρ^0
- i) Donohue-Högaasen-Rotations-Winkel für Δ^{++}

Die Kurven in h) und i) sind Quark-Modell-Vorhersagen von Bialas und Piotrowska.

Abb. 19 Quark-Modell-Anpassung des statistischen Tensors der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ in transversalen Systemen. Die Kreuze (bzw. Kreise) sind die Ergebnisse der im Text erläuterten Anpassung I (bzw. II).

Abb. 20 Siehe Abb. 19.

Abb. 21 Siehe Abb. 19.

Abb. 22 Quark-Streuamplituden der Anpassungen von Abb. 19 bis Abb. 21
im transversalen Jackson-System und transversalen Helizitäts-
System. Die durchgezeichneten (bzw. gestrichelten) Daten sind
die Ergebnisse der im Text erläuterten Anpassung I (bzw. II).

Abb. 23 Siehe Abb.22.

XI. Verzeichnis der Tabellen

- Tabelle 1 Resonanzwirkungsquerschnitte, bestimmt mit der "Maximum-Likelihood"-Methode unter Anwendung des statistischen Phasenraums (Seite 11).
- Tabelle 2 Wirkungsquerschnitte der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ mit den im Text erläuterten Methoden 1 bis 4 (Seite 19).
- Tabelle 3 Resonanzwirkungsquerschnitte, bestimmt mit der "Maximum-Likelihood"-Methode unter Anwendung eines exponentiell bewichteten statistischen Phasenraums (Seite 22).
- Tabelle 4 Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt' = c e^{-at'}$ (Seite 26).
- Tabelle 5 Differentielle Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt' = c e^{-a_1 t' + a_2 t'^2}$ (Seite 26).
- Tabelle 6 Differentielle Wirkungsquerschnitte
 $d\sigma/dt' = c_1 e^{-a_1 t'} + c_2 e^{-a_2 t'}$ (Seite 26).
- Tabelle 7 Einzelvertex-Zerfallswinkelverteilungen, "Maximum-Likelihood"-Methode (Seite 32).
- Tabelle 8 Dichte-Matrix-Elemente im nicht-transversalen Jackson-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$. IPR und EPWS bedeuten zwei verschiedene Rechenverfahren des absorptiven peripheren Modells

ML bezeichnet die Ergebnisse der "Maximum-Likelihood"-Methode und Mom bezeichnet entsprechend die Ergebnisse der Momentenmethode (siehe Text) (Seite 38).

Tabelle 9 Dichte-Matrix-Elemente im nicht-transversalen Jackson-System für die Reaktion $\pi^+_p \rightarrow f^0 \Delta^{++}$. Es bedeutet:

ML = "Maximum-Likelihood"-Methode

Mom = Momentenmethode

Mom C = Momentenmethode mit Untergrund-Korrektur

(Seite 39)

Tabelle 10 Bialas-Zalewski-Quark-Modell-Vorhersagen, A-Relationen, für die Reaktion $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ (Seite 45).

Tabelle 11 Bialas-Zalewski-Quark-Modell-Vorhersagen, B-Relationen, für die Reaktion $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ (Seite 47).

Tabelle 12 Bialas-Zalewski-Quark-Modell-Vorhersagen, C-Relationen, für die Reaktion $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ (Seite 49).

Tabelle 13 Statistischer Tensor in transversalen Systemen und Quark-Modell-Anpassung der Reaktion $\pi^+_p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 11,6 GeV/c (Seite 52).

Tabelle 14 Quark-Streuamplituden zu den Anpassungen von Tabelle 13 (Seite 53).

Tabelle 15 Quark-Modell-Anpassung des statistischen Tensors im transversalen Helizitäts-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 5 GeV/c (Seite 54).

Tabelle 16 Quark-Modell-Anpassung des statistischen Tensors im transversalen Helizitäts-System für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei 8 GeV/c (Seite 55).

Tabelle 17 Quark-Streuamplituden zu den Anpassungen von Tabelle 15 und Tabelle 16 (Seite 56).

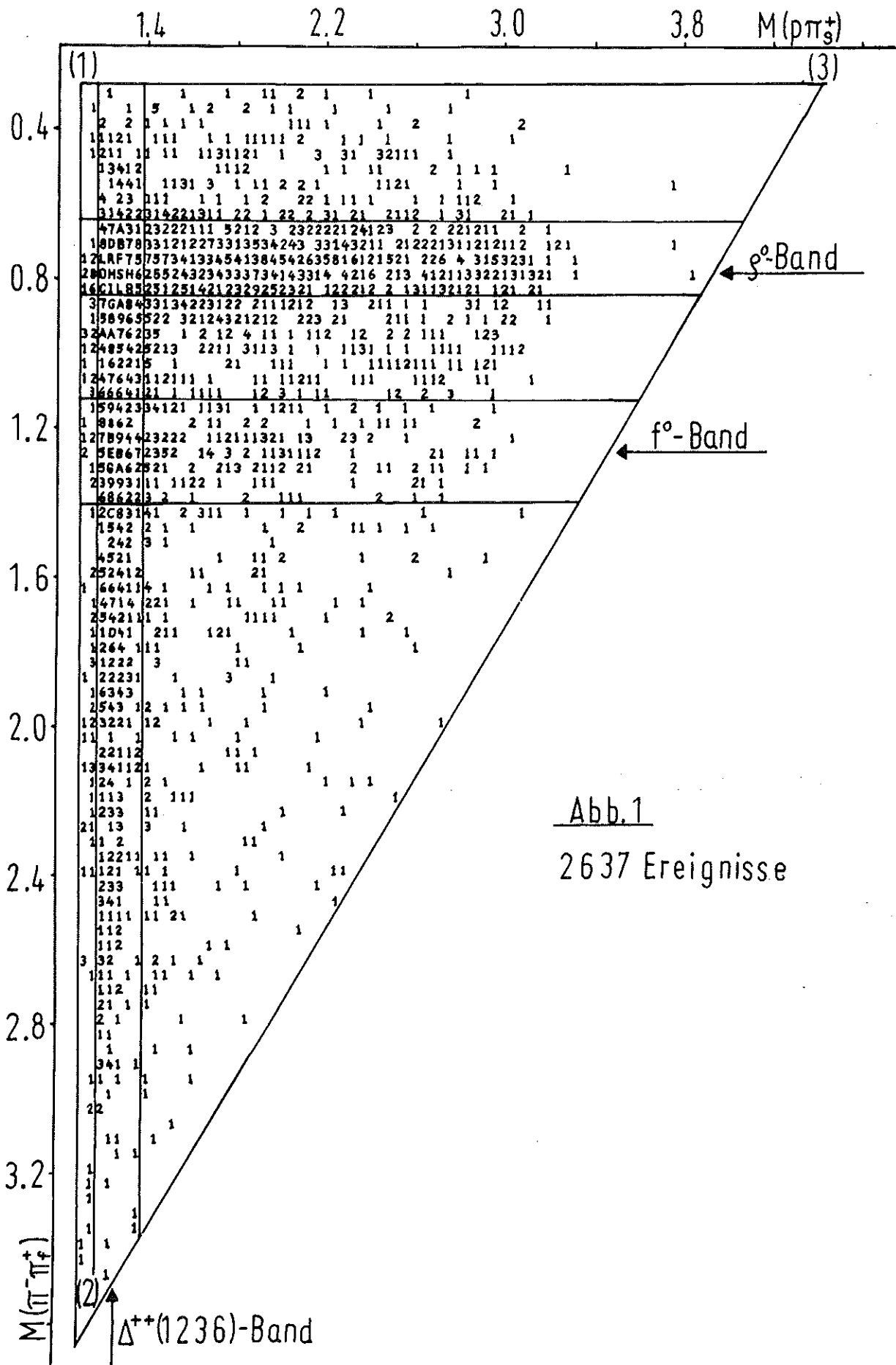


Abb. 2

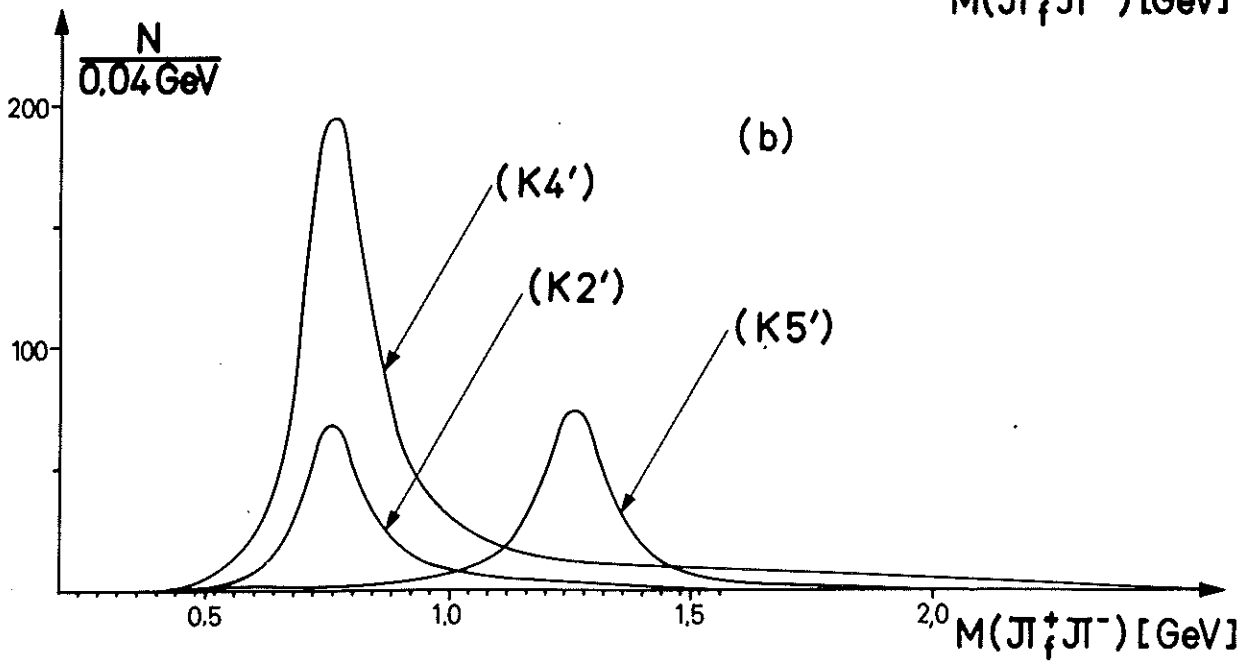
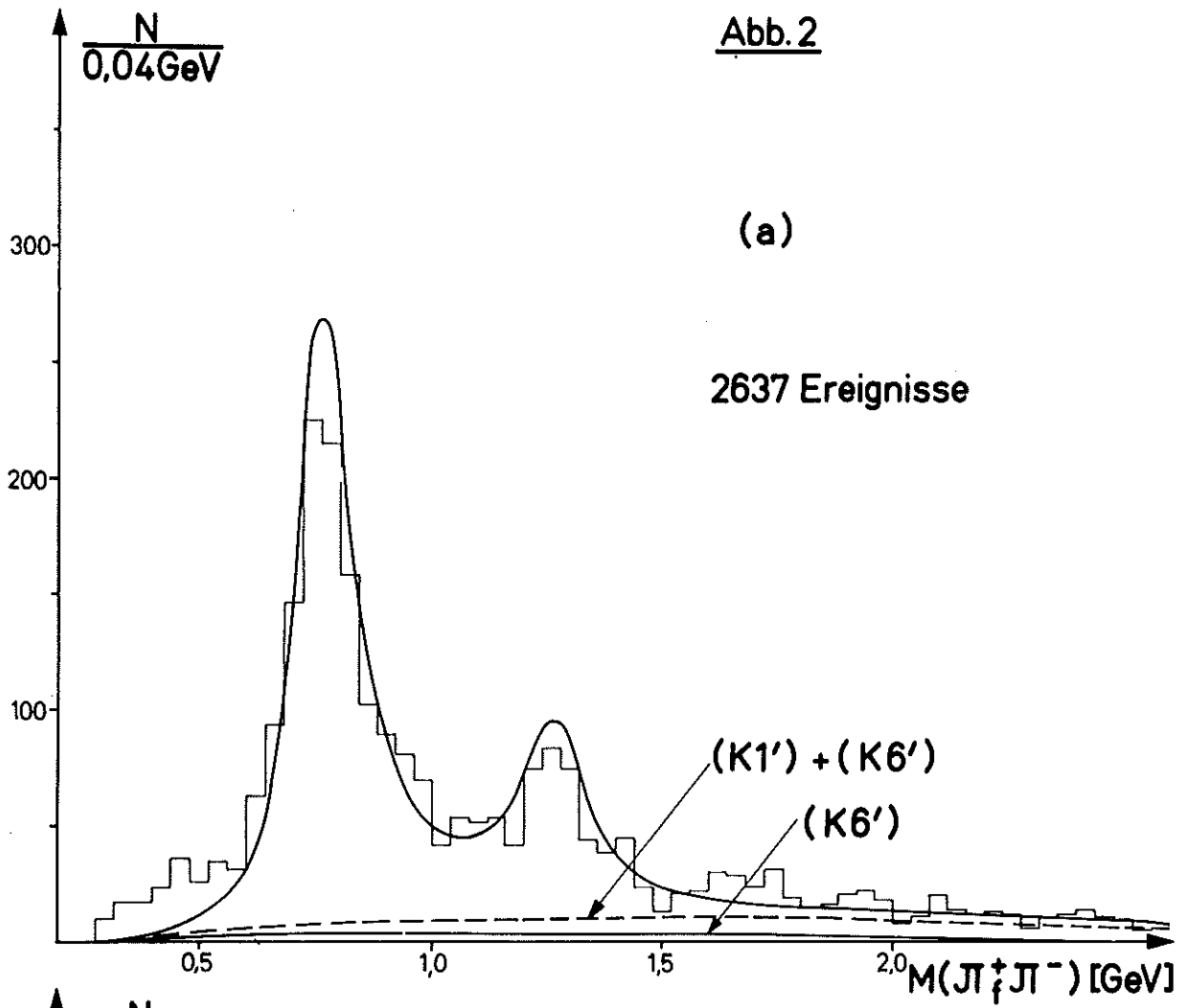
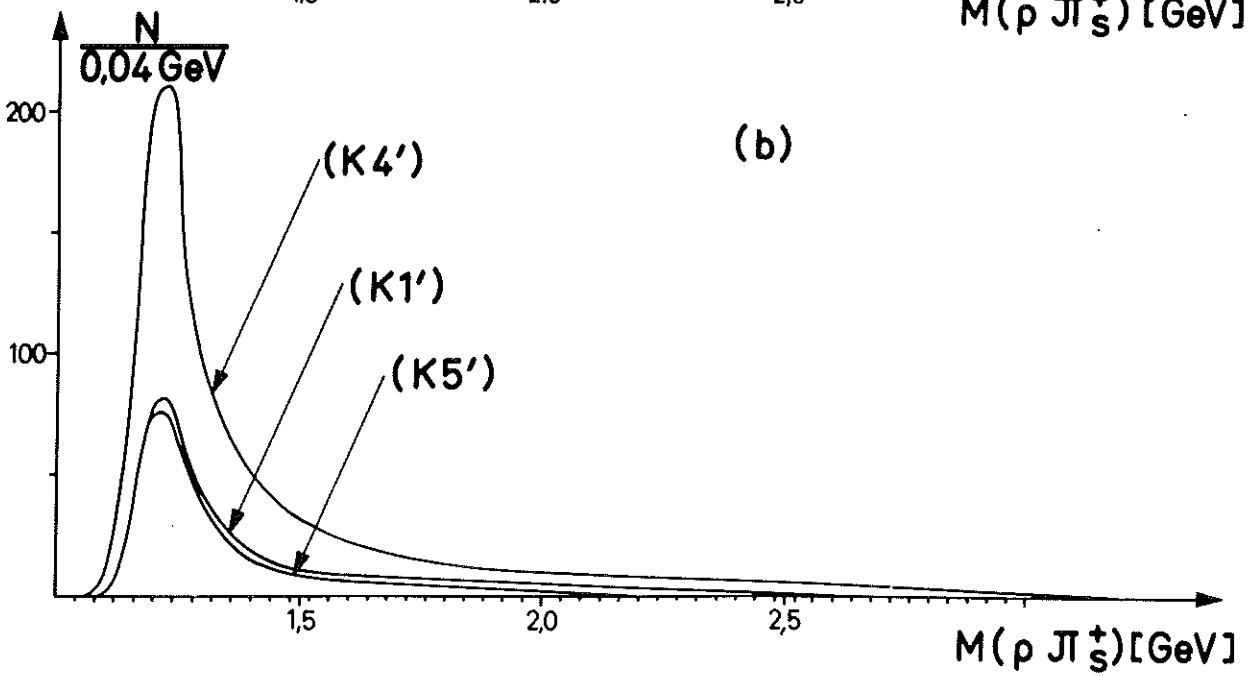
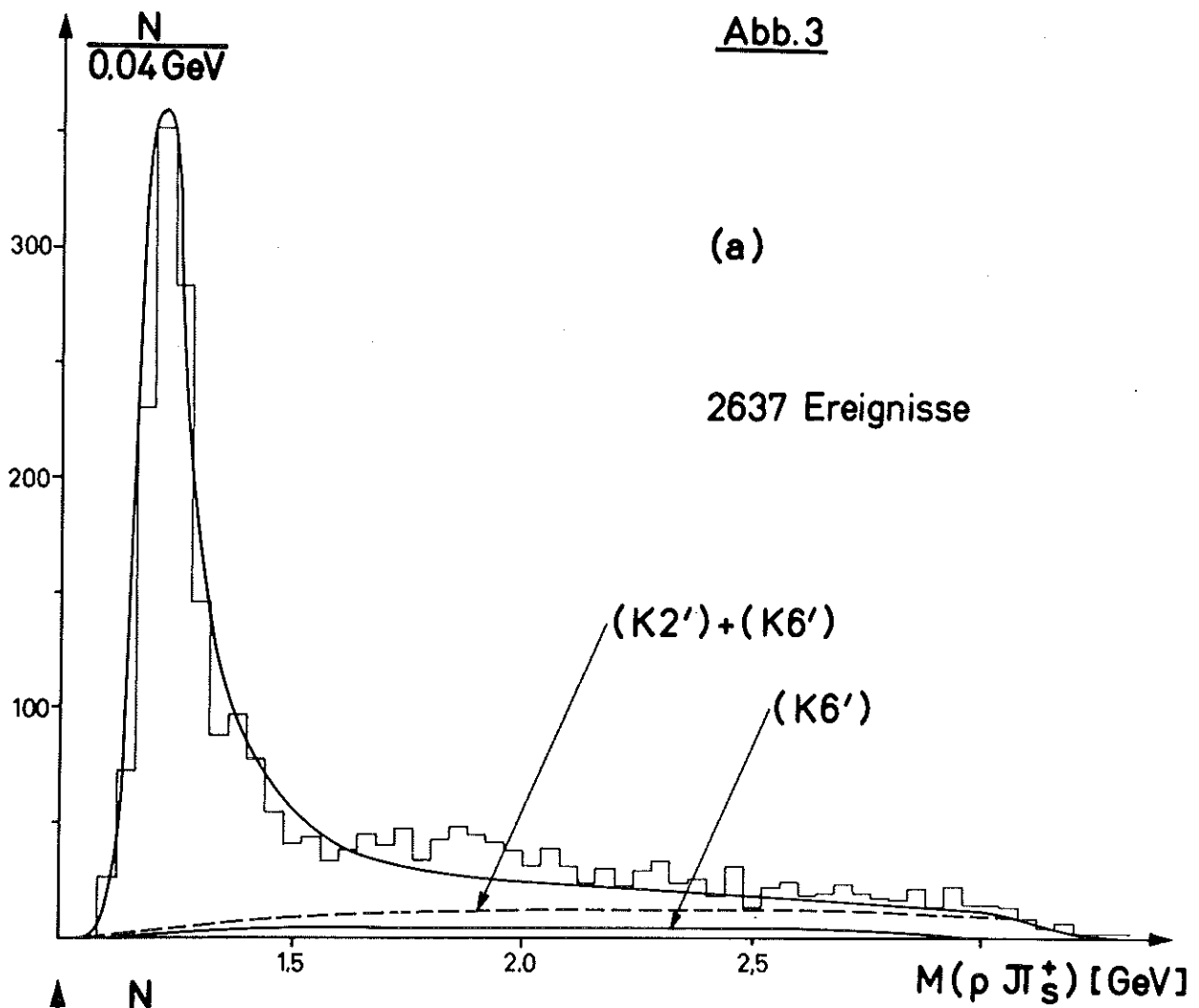
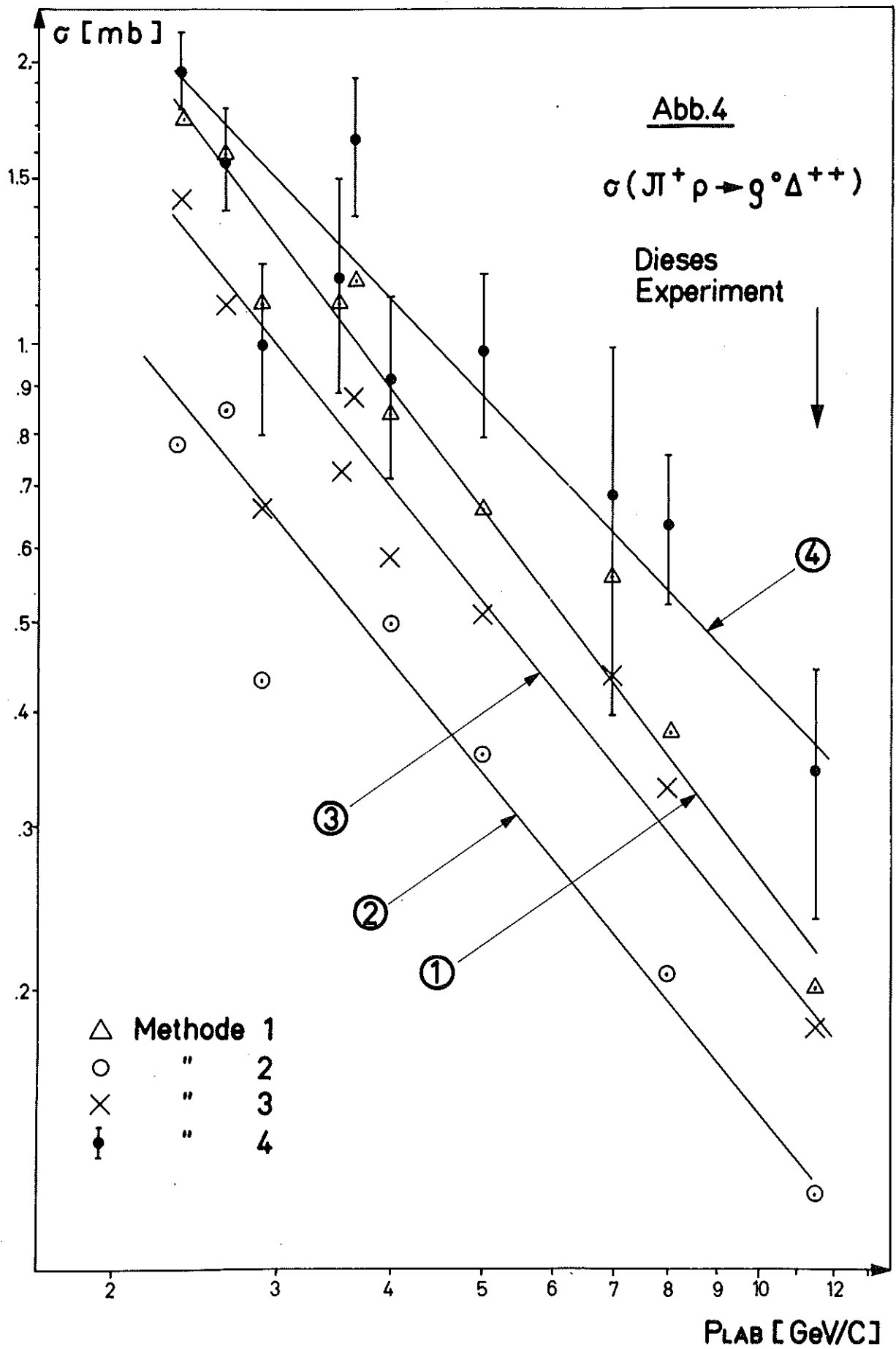
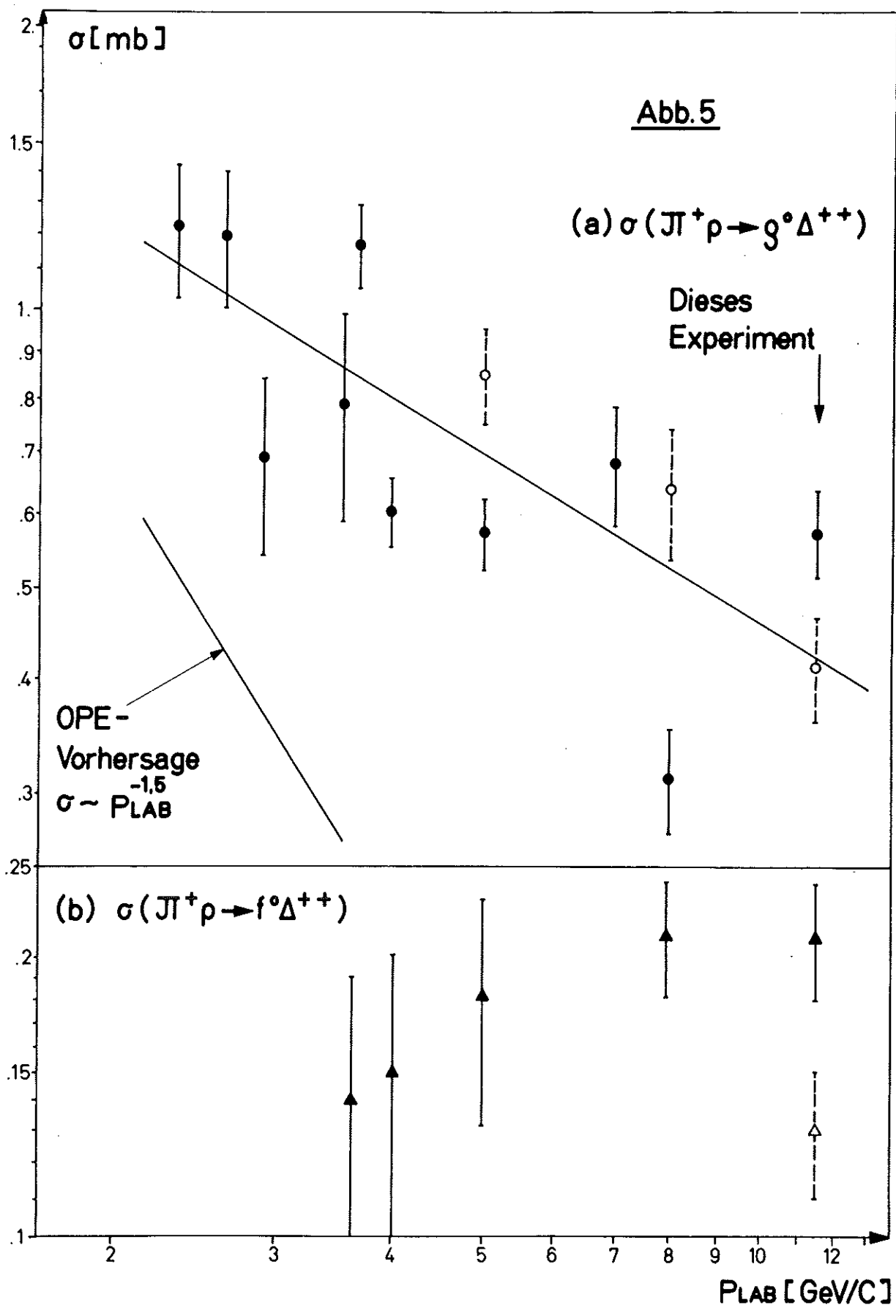


Abb. 3







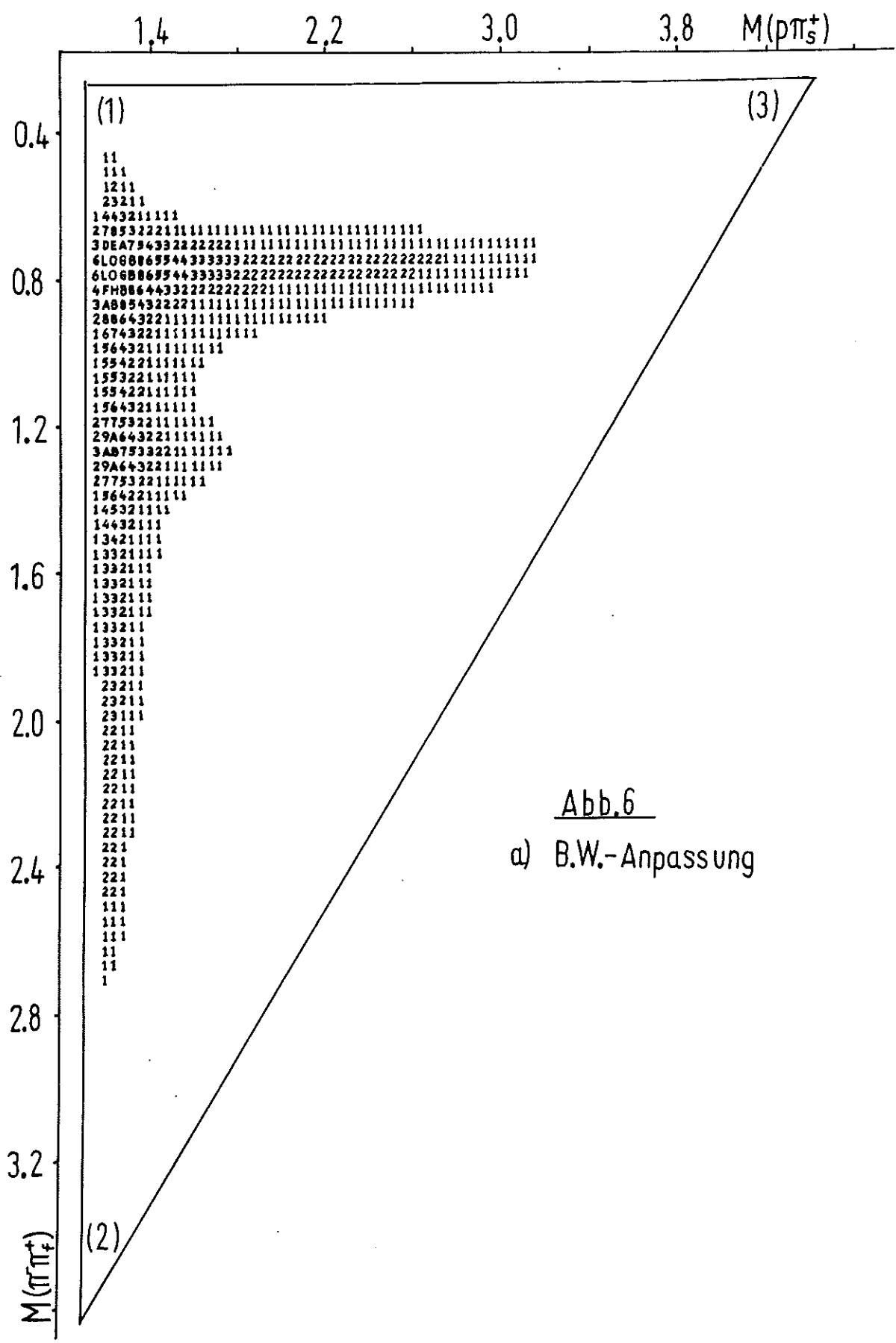
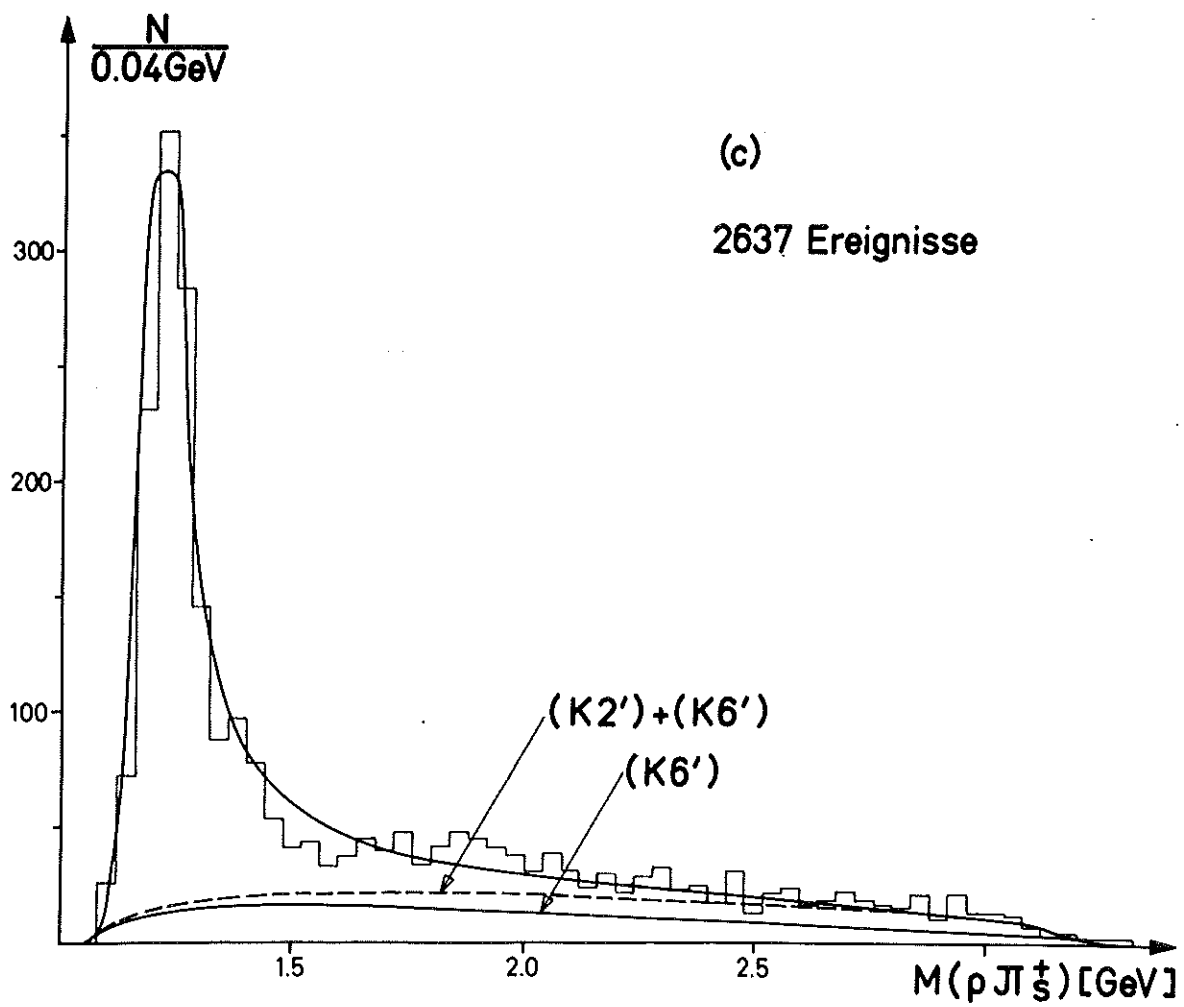
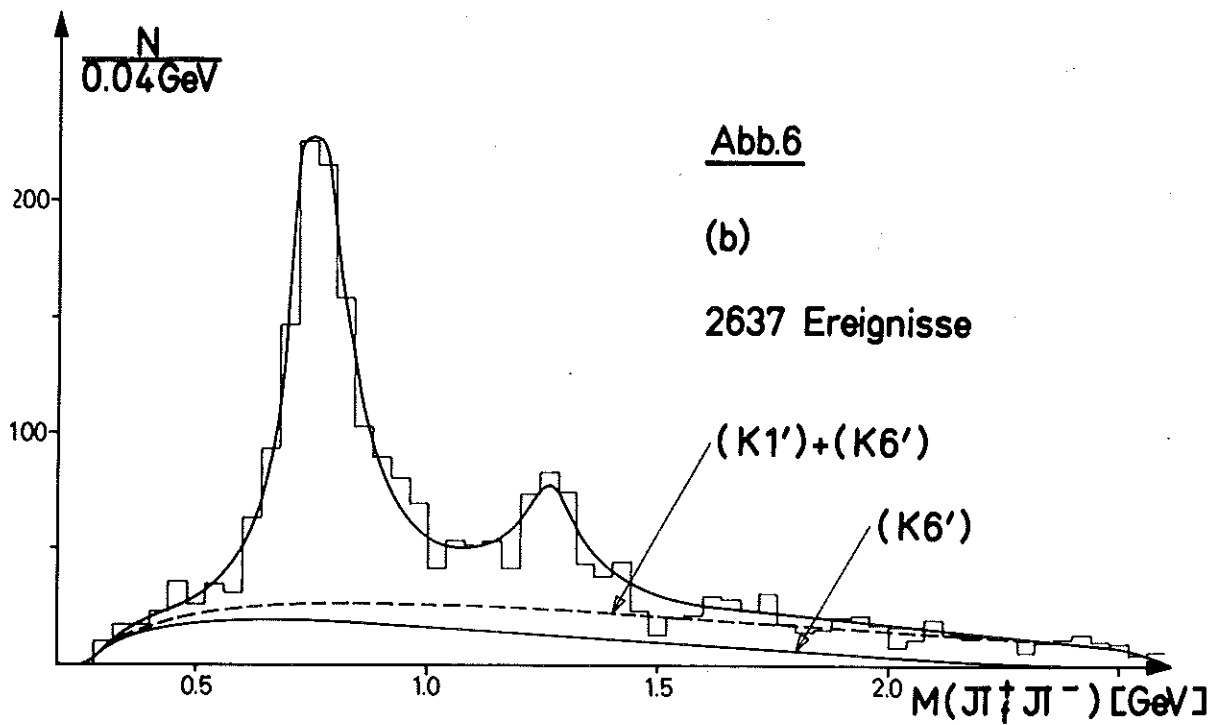


Abb.6
a) B.W.-Anpassung



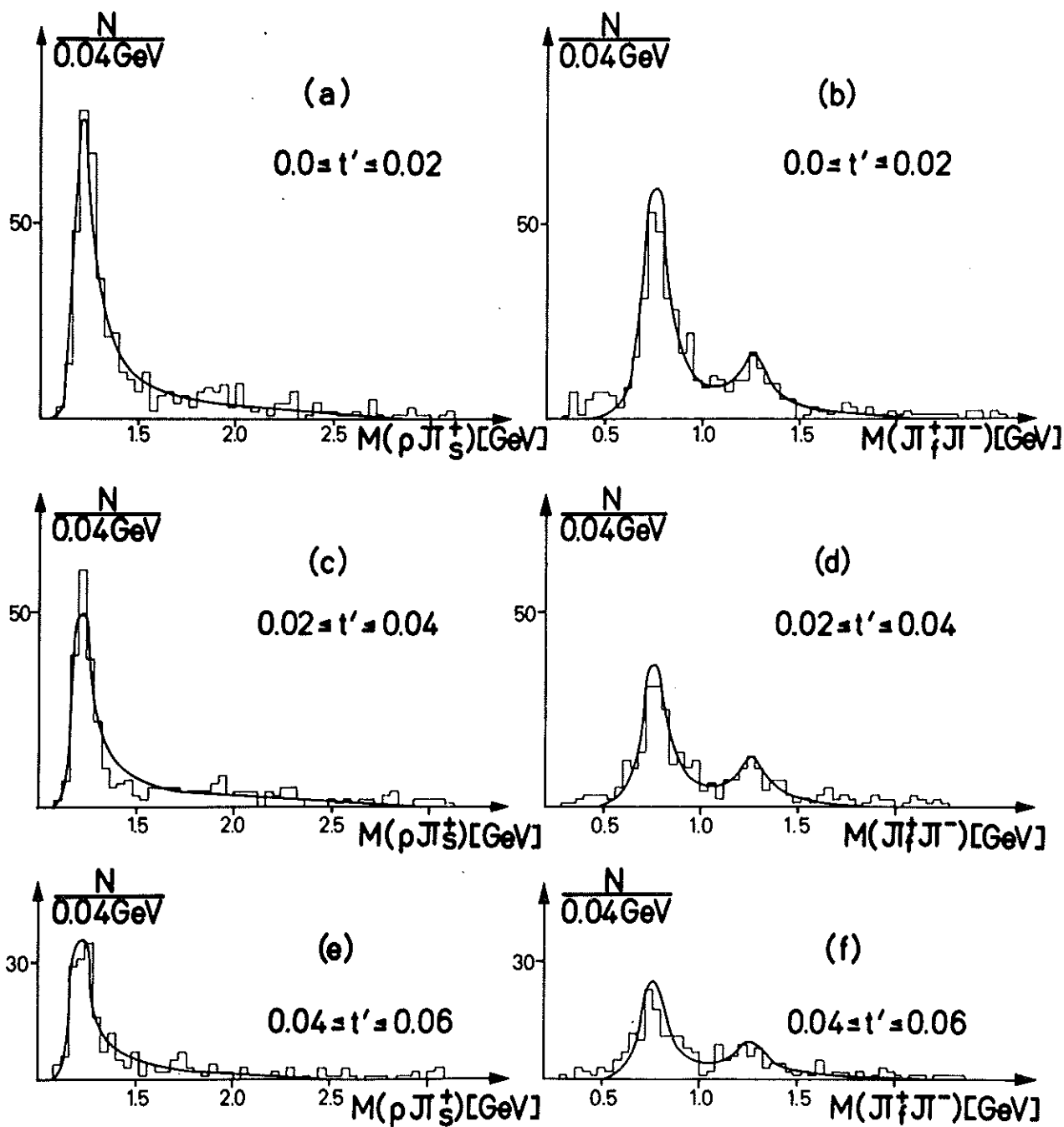


Abb.7

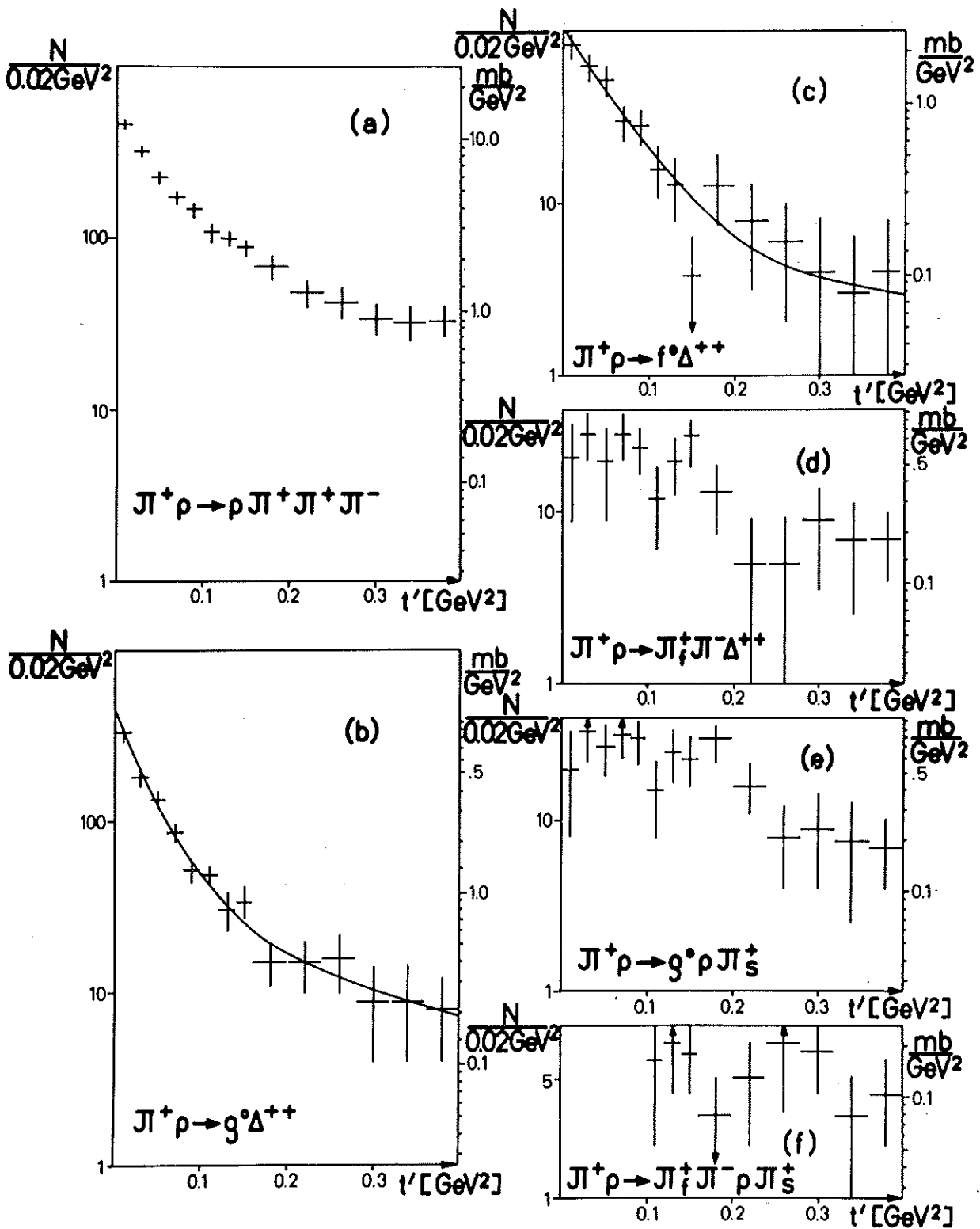


Abb. 8

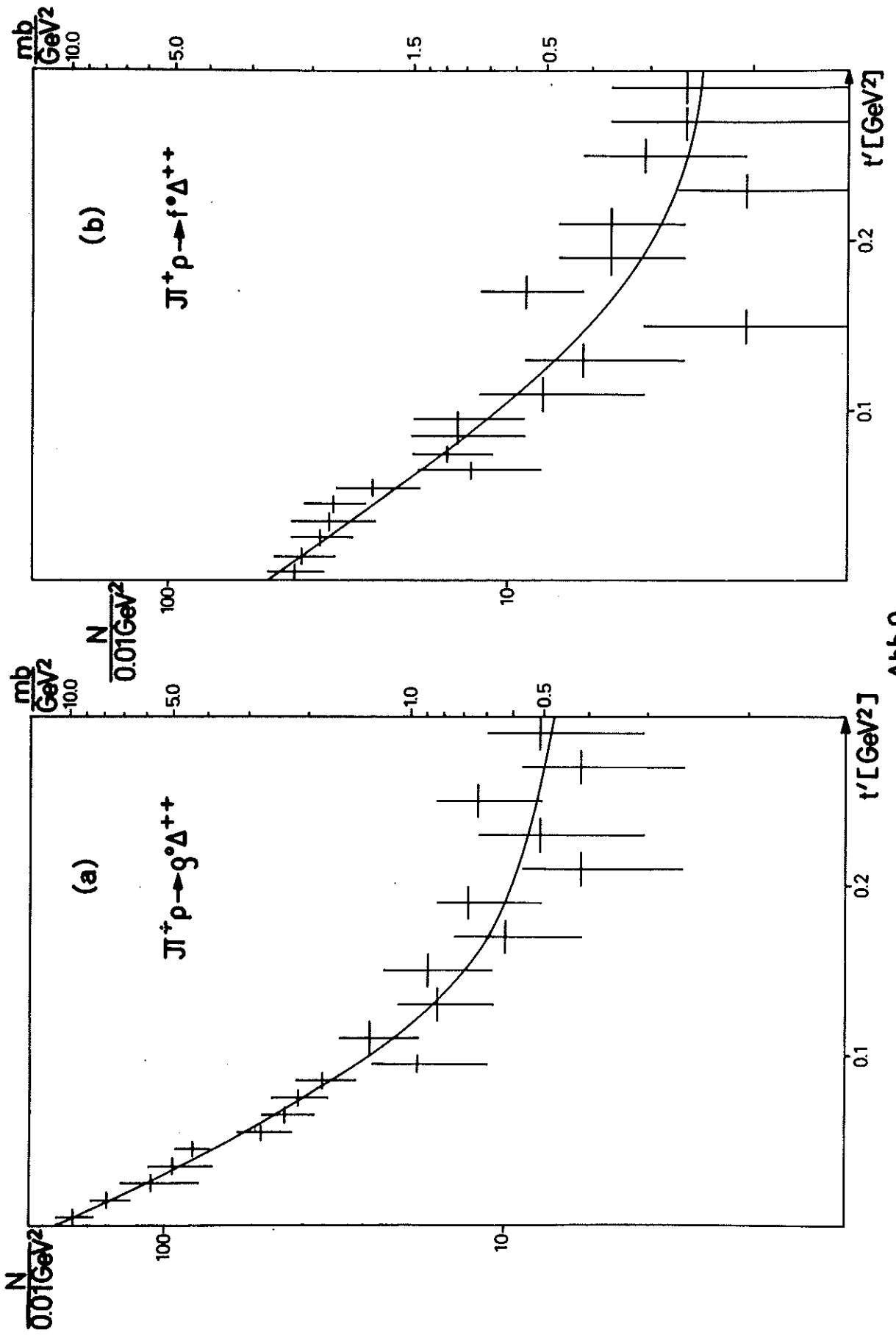
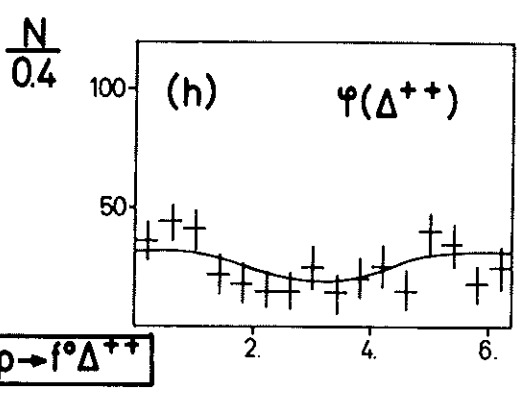
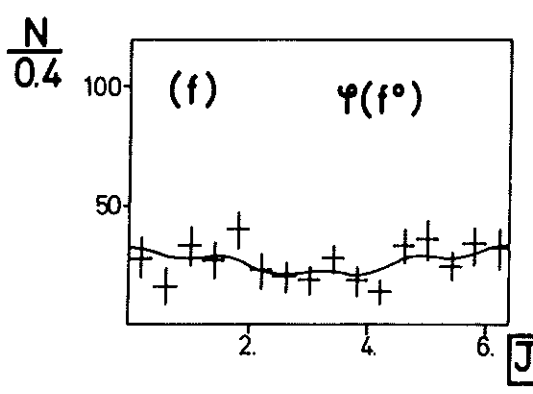
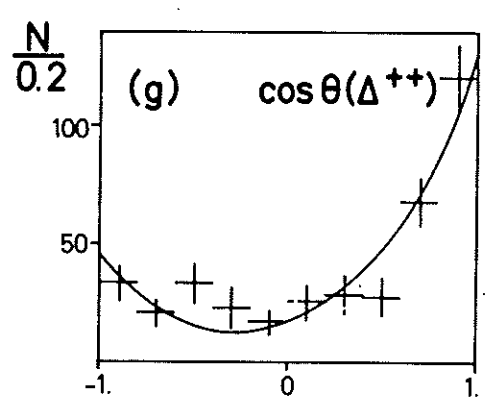
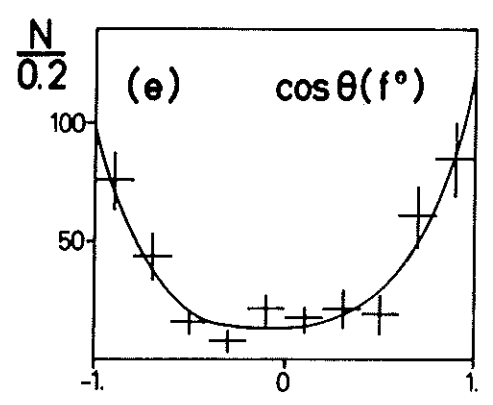
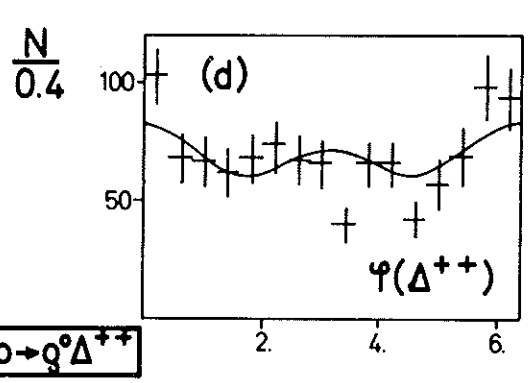
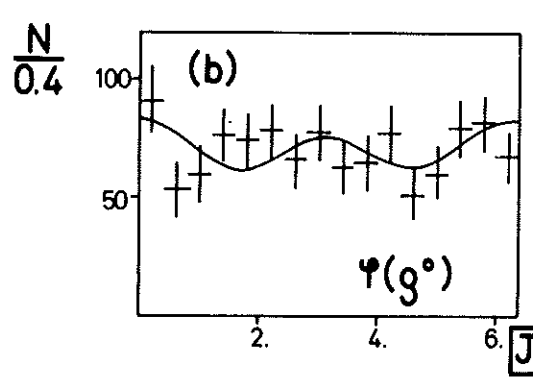
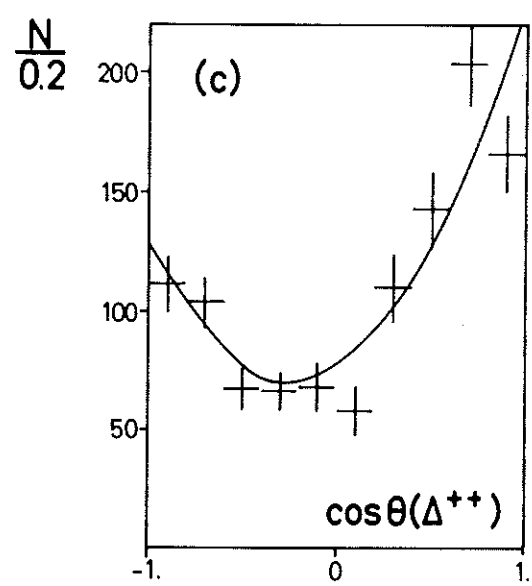
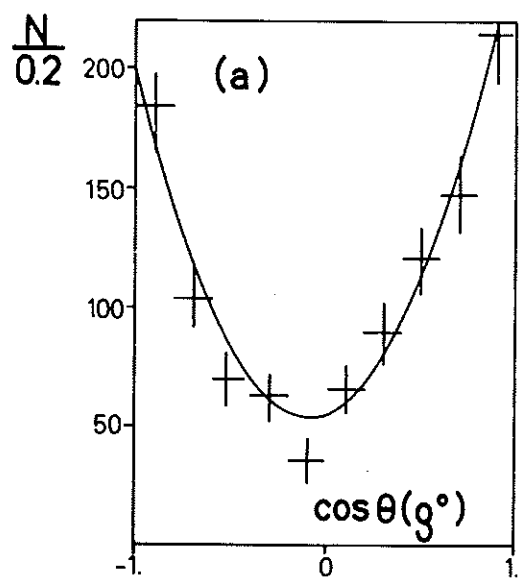
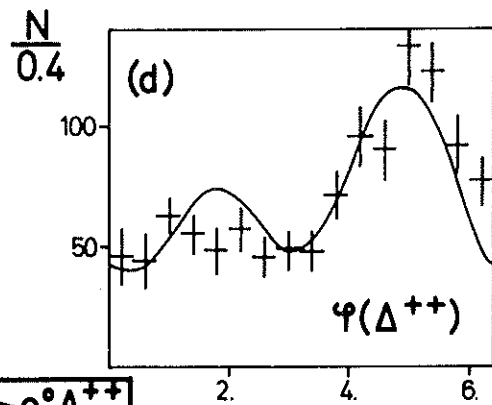
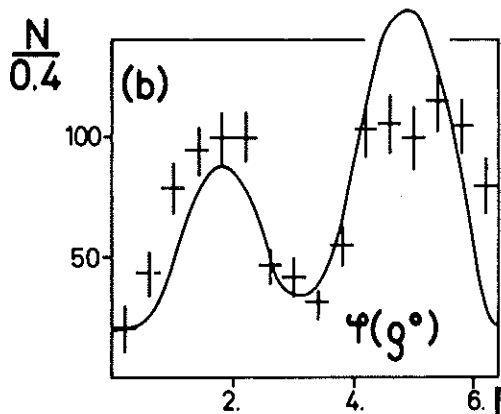
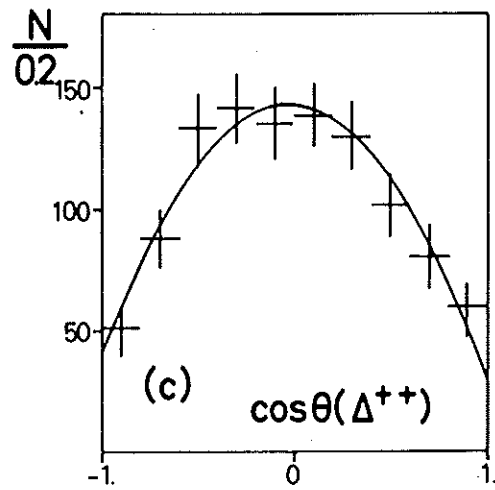
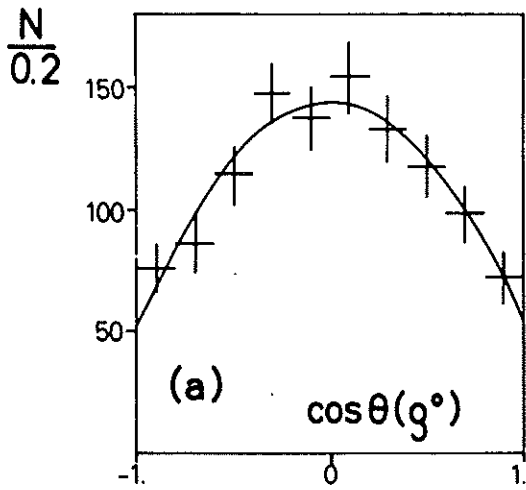


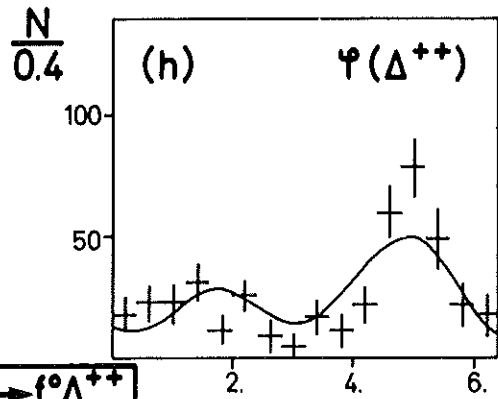
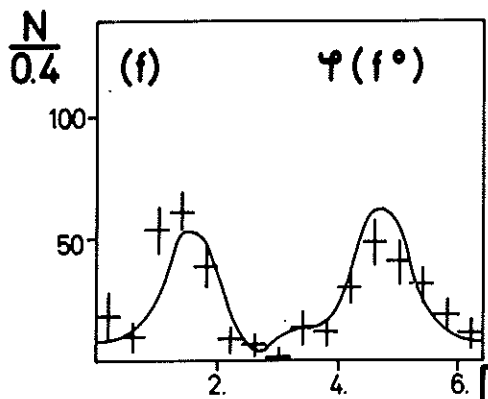
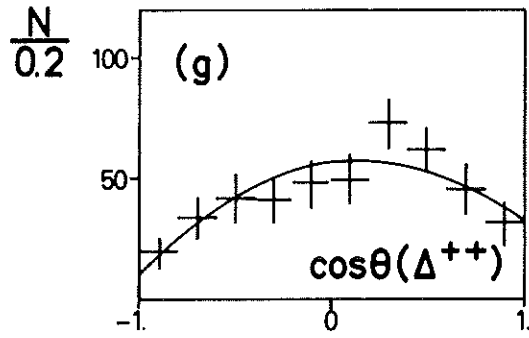
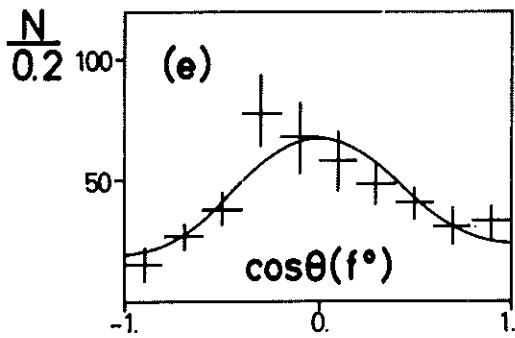
Abb.9

Abb. 10



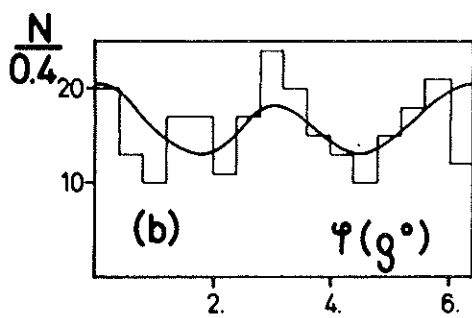
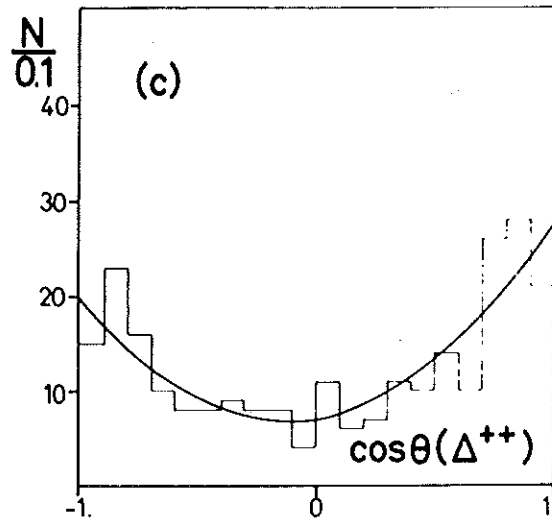
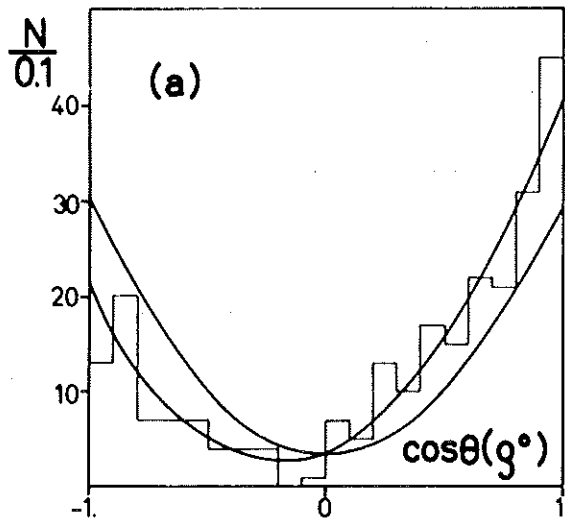


$\pi^+ p \rightarrow g^+ \Delta^{++}$

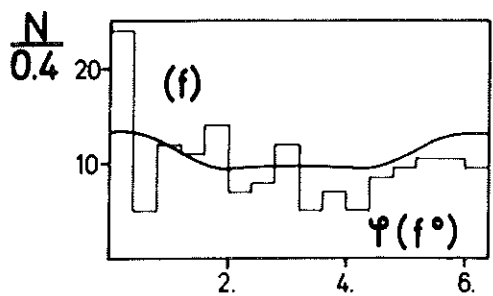
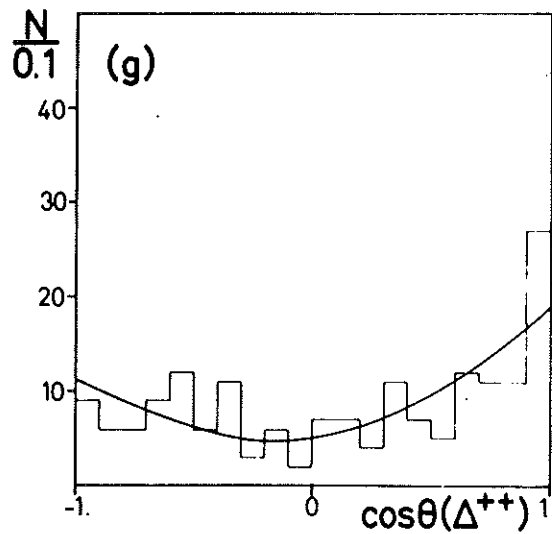
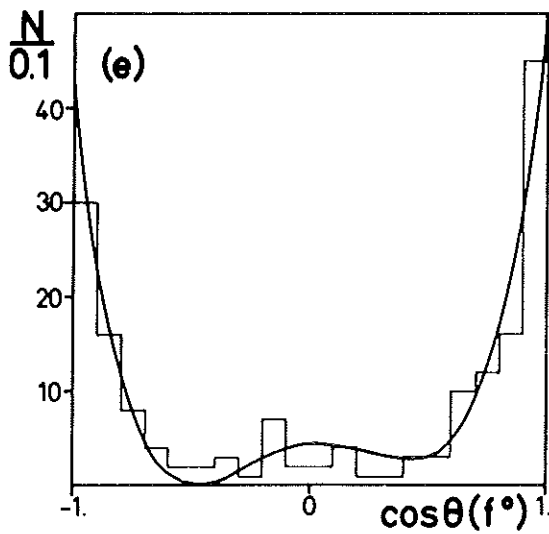
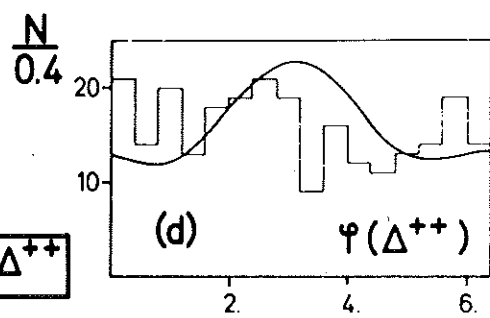


$\pi^+ p \rightarrow f^+ \Delta^{++}$

Abb. 11



$\pi^+ p \rightarrow g^+ \Delta^{++}$



$\pi^+ p \rightarrow f^+ \Delta^{++}$

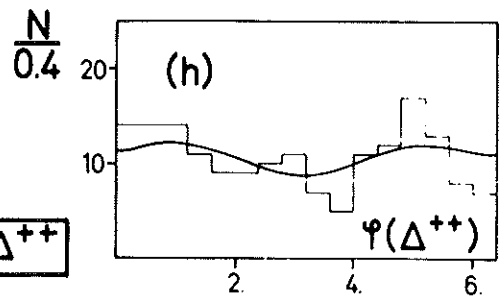
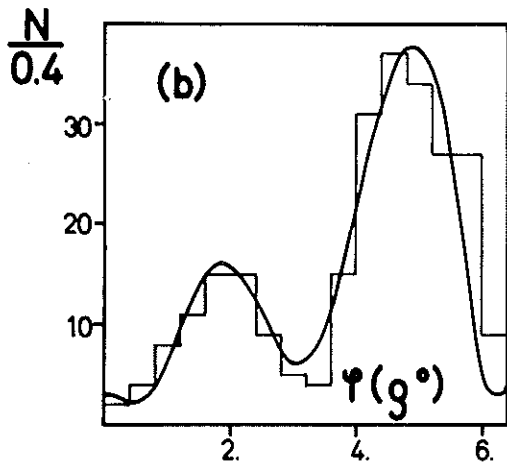
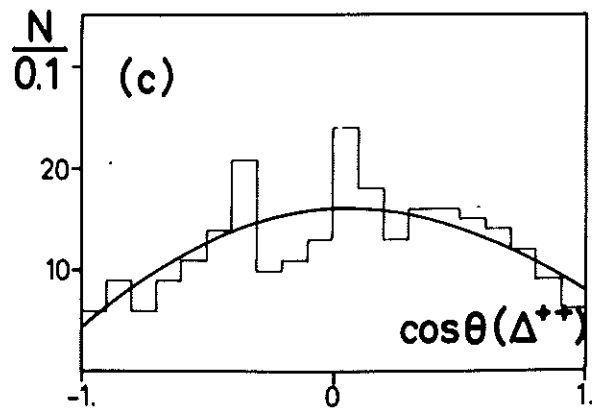
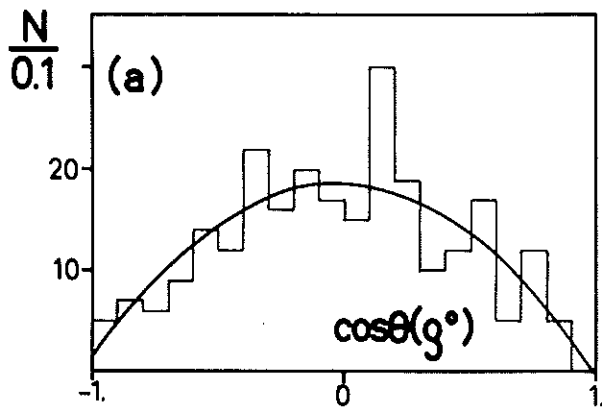
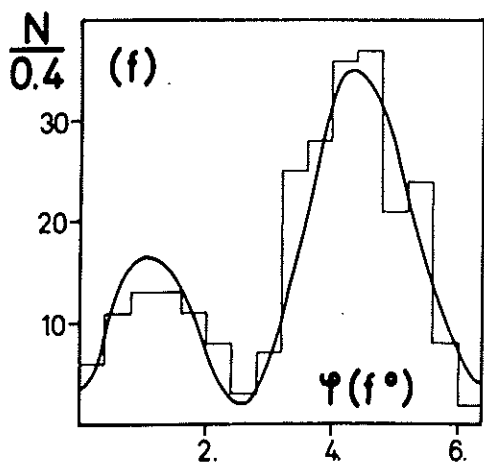
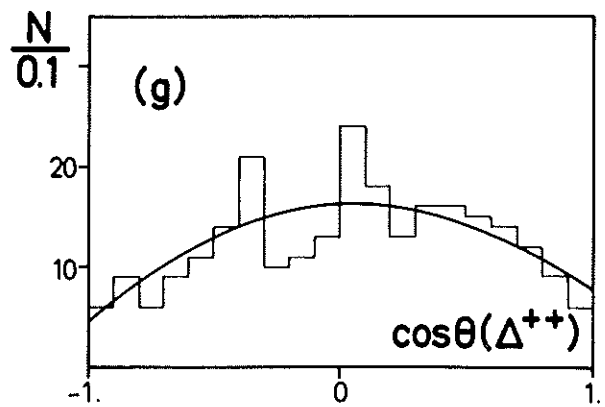
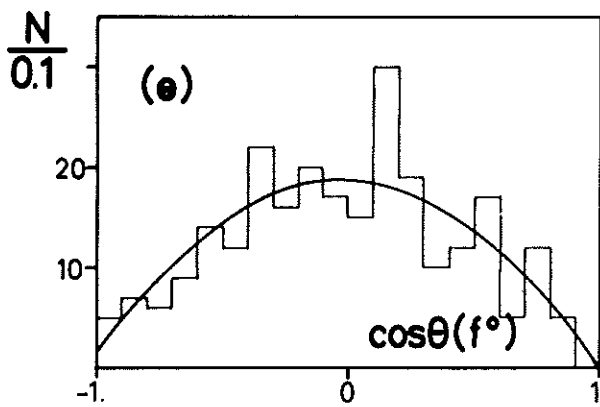
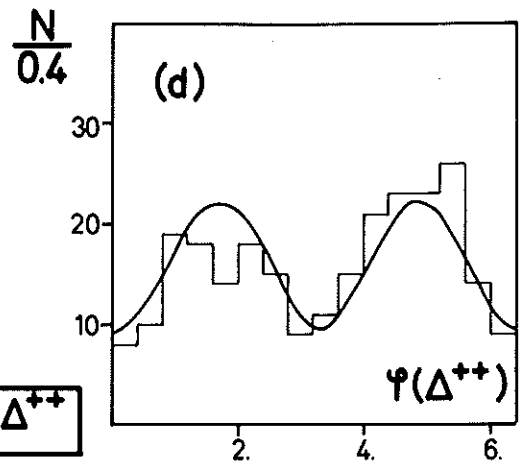


Abb.12



$\Pi^+ p \rightarrow g^+ \Delta^{++}$



$\Pi^+ p \rightarrow f^+ \Delta^{++}$

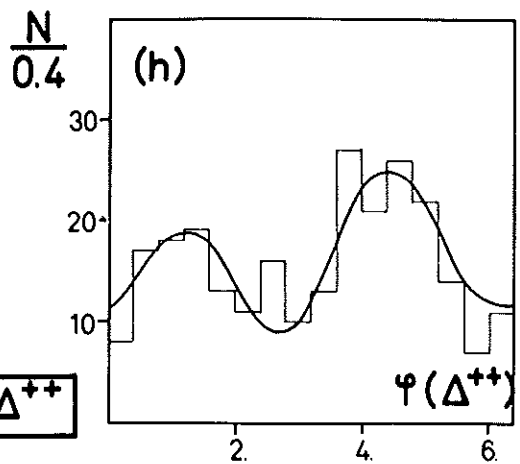


Abb. 13

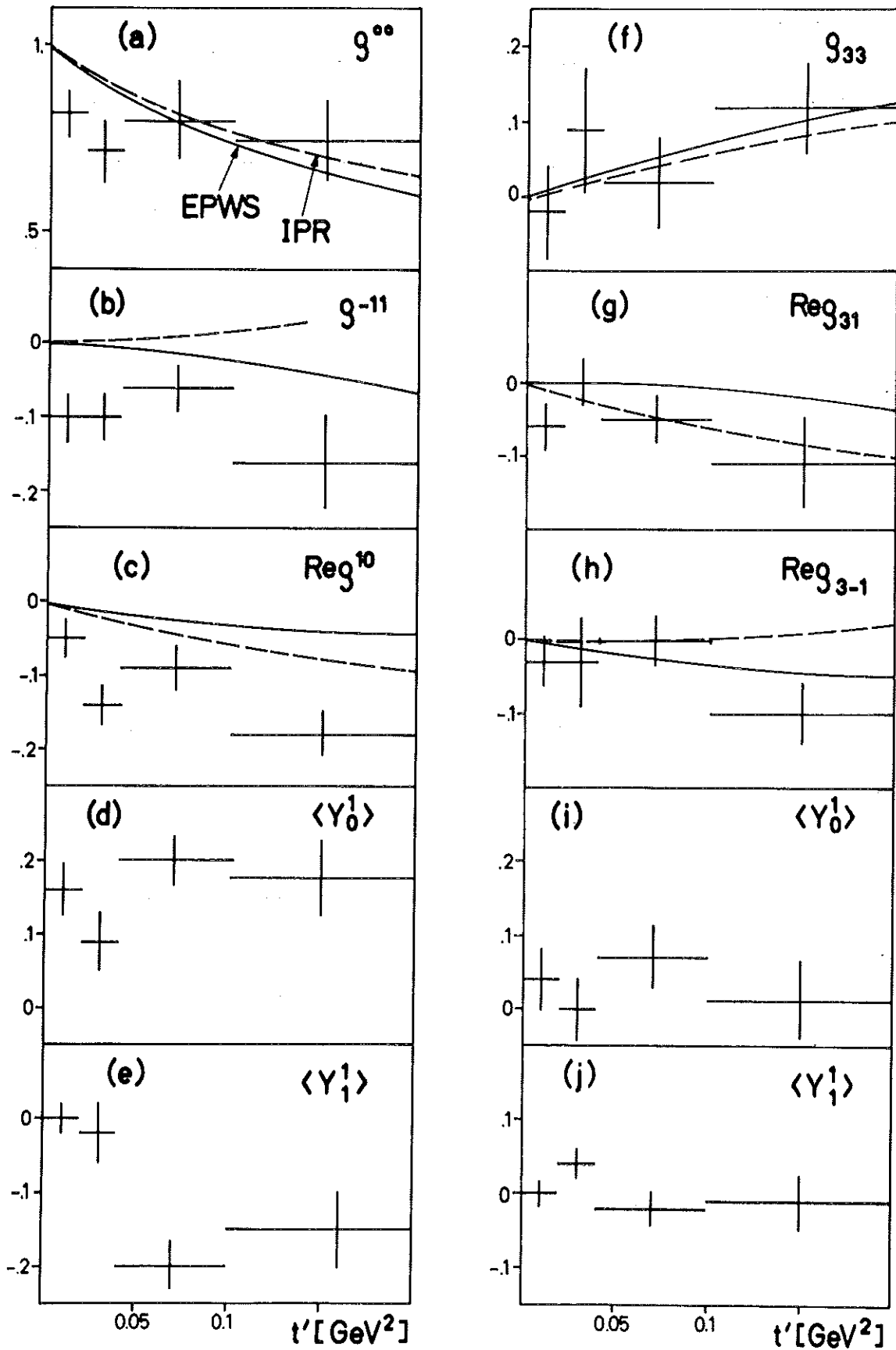


Abb. 14 Dichte-Matrix-Elemente $\pi^+ p \rightarrow g^0 \Delta^{++}$

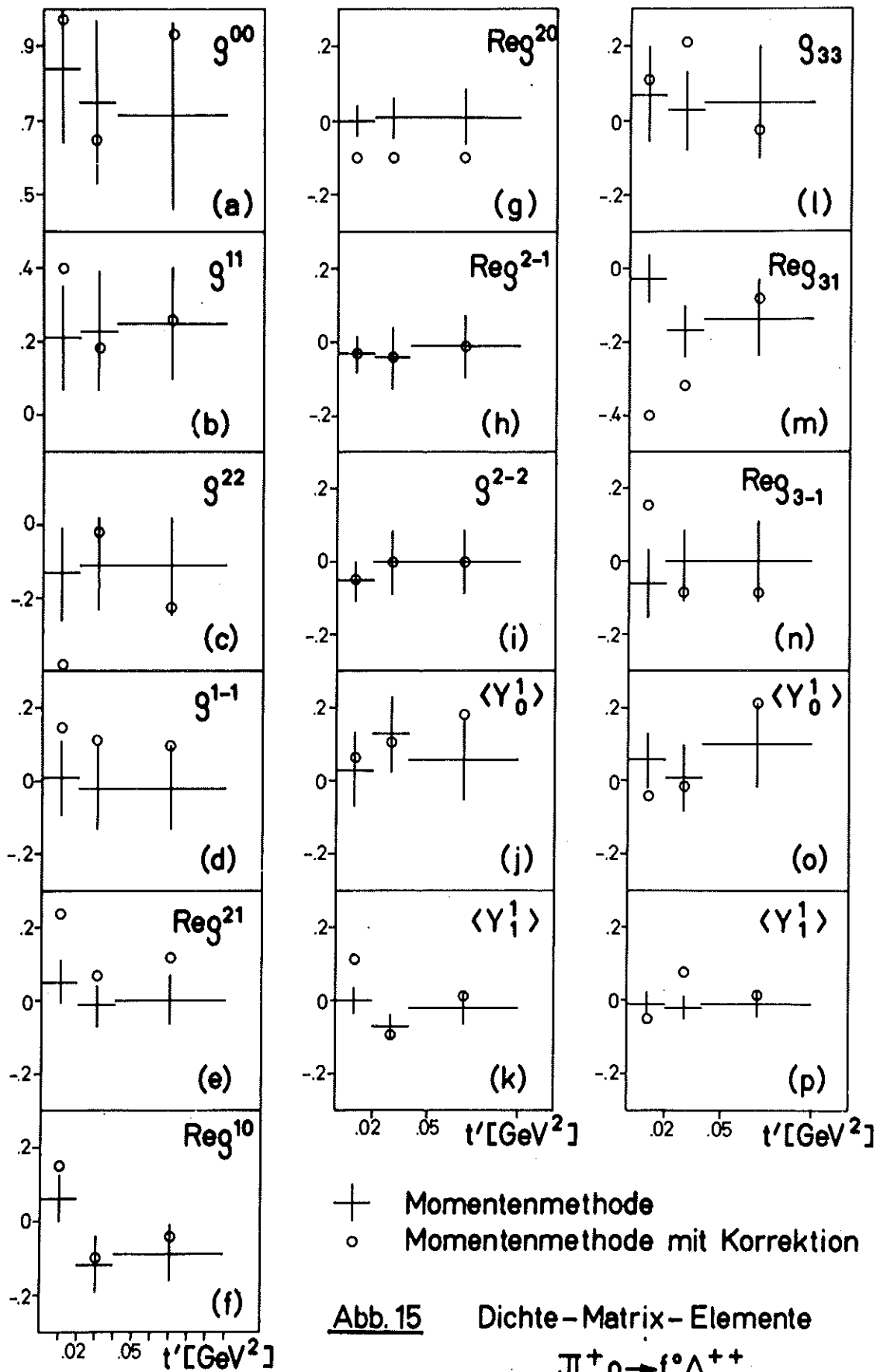


Abb. 15 Dichte-Matrix-Elemente
 $\pi^+ \rho \rightarrow f^0 \Delta^{++}$

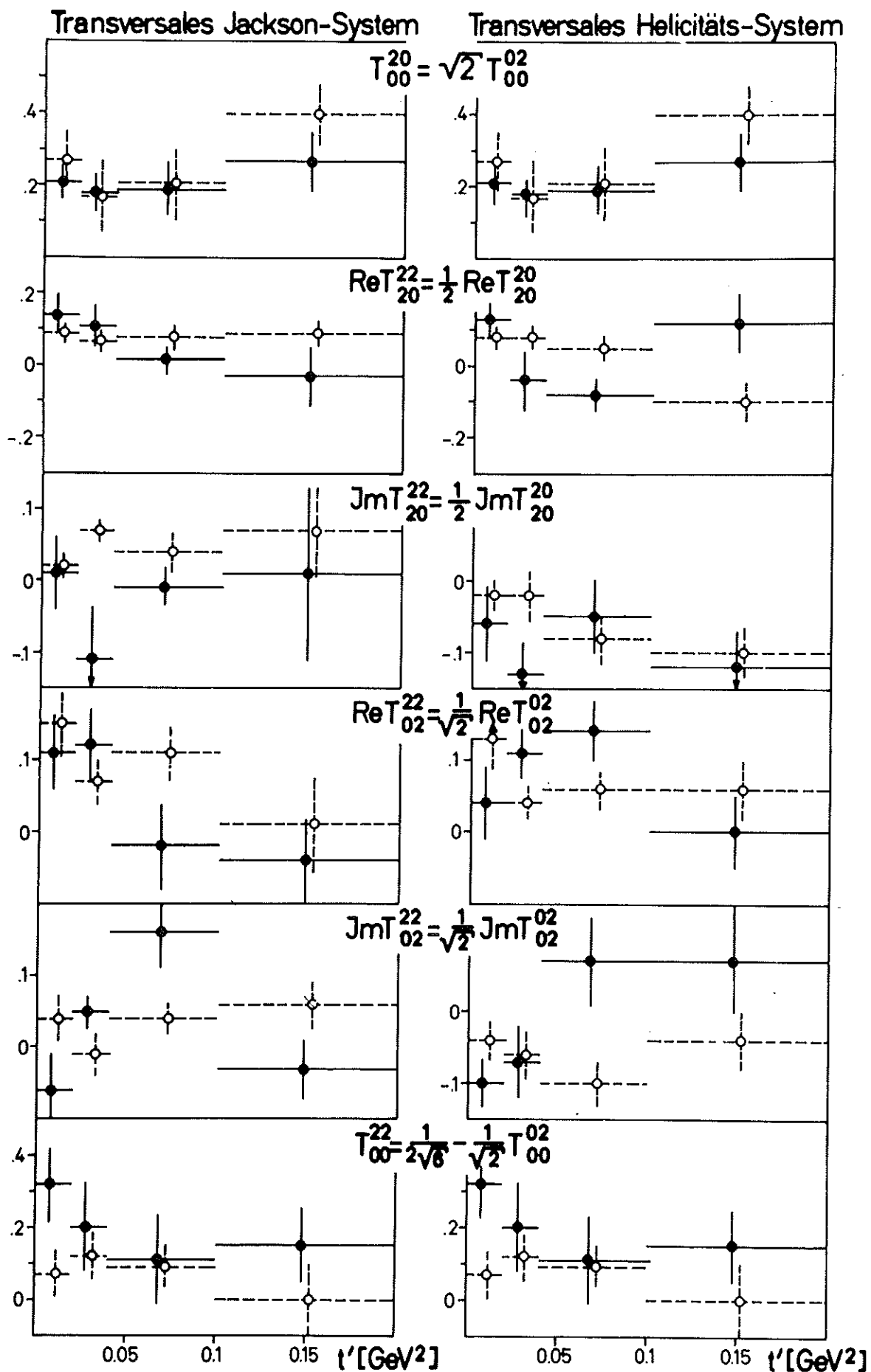


Abb.16

Transversales Jackson-System

Transversales Helicitäts-System

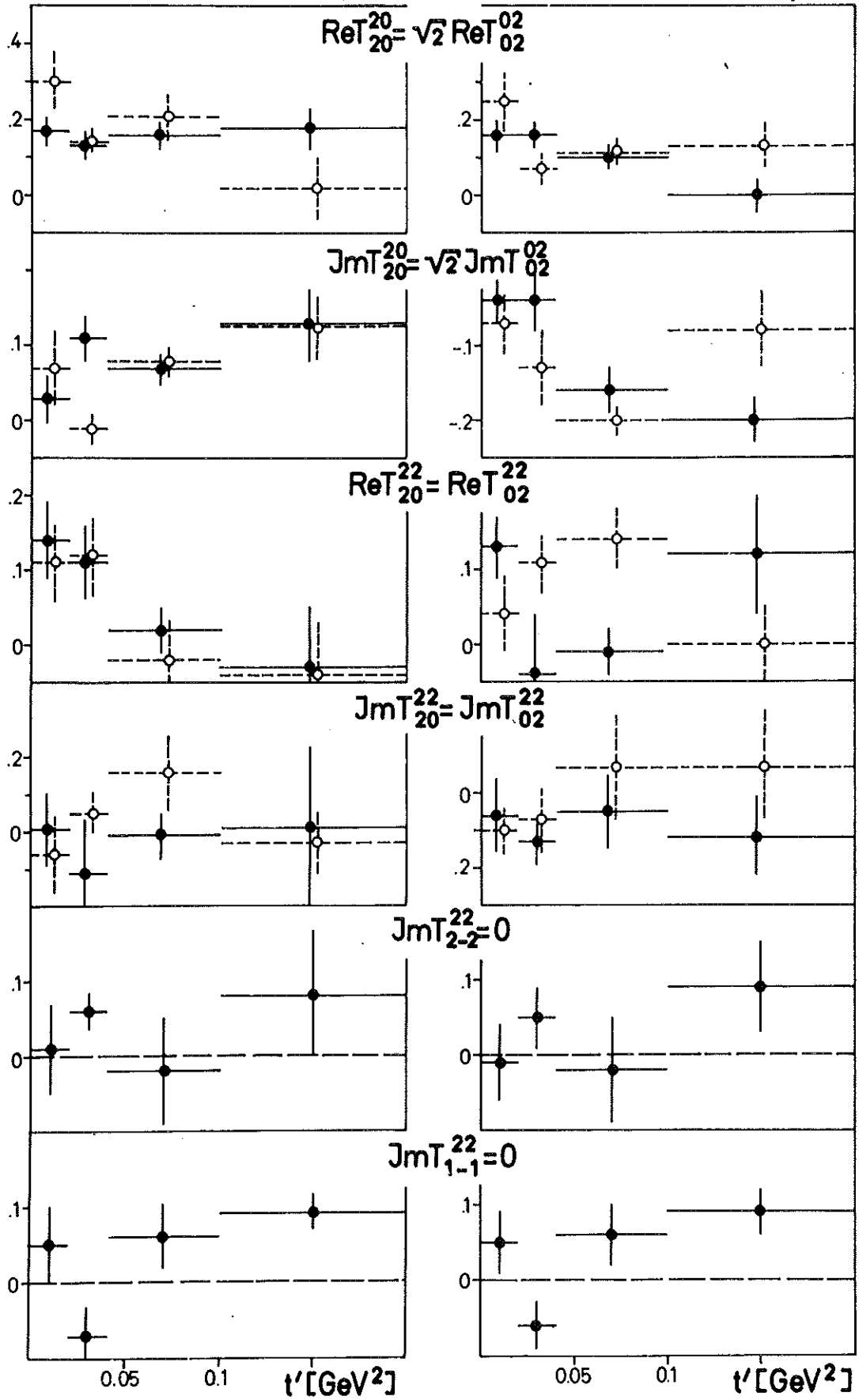


Abb. 17

Transversales Donohue-Högaasen-System

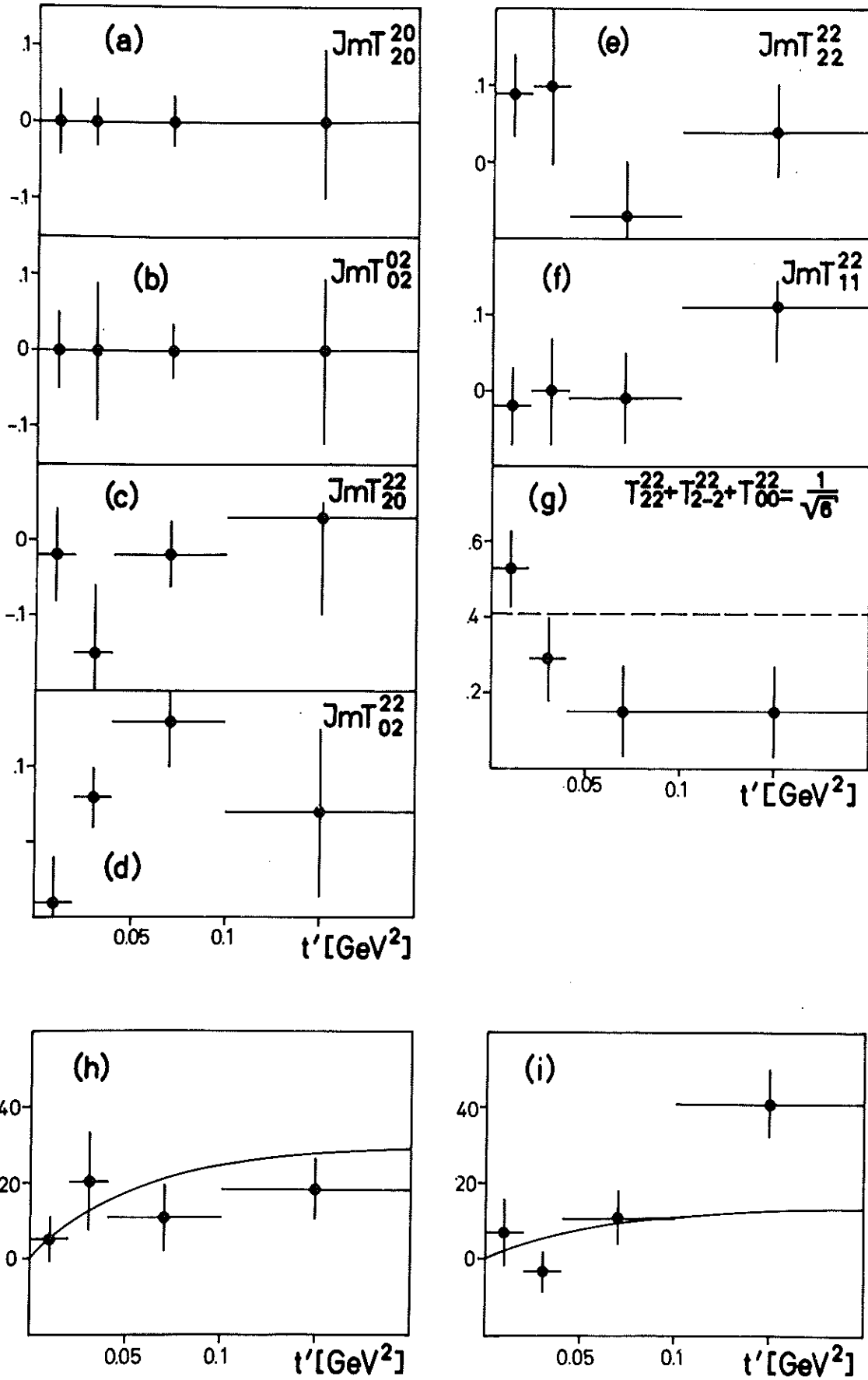


Abb. 18

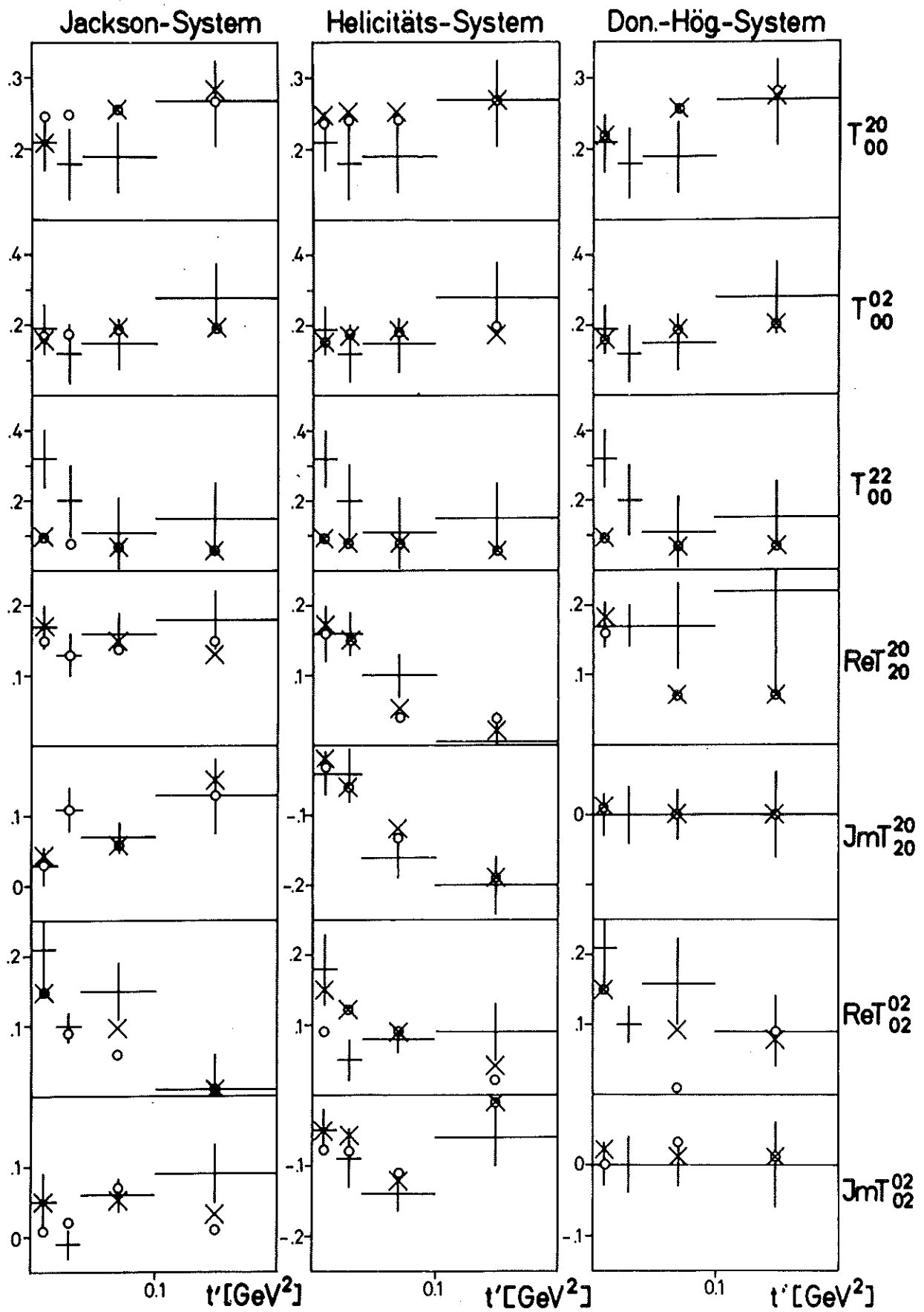


Abb. 19

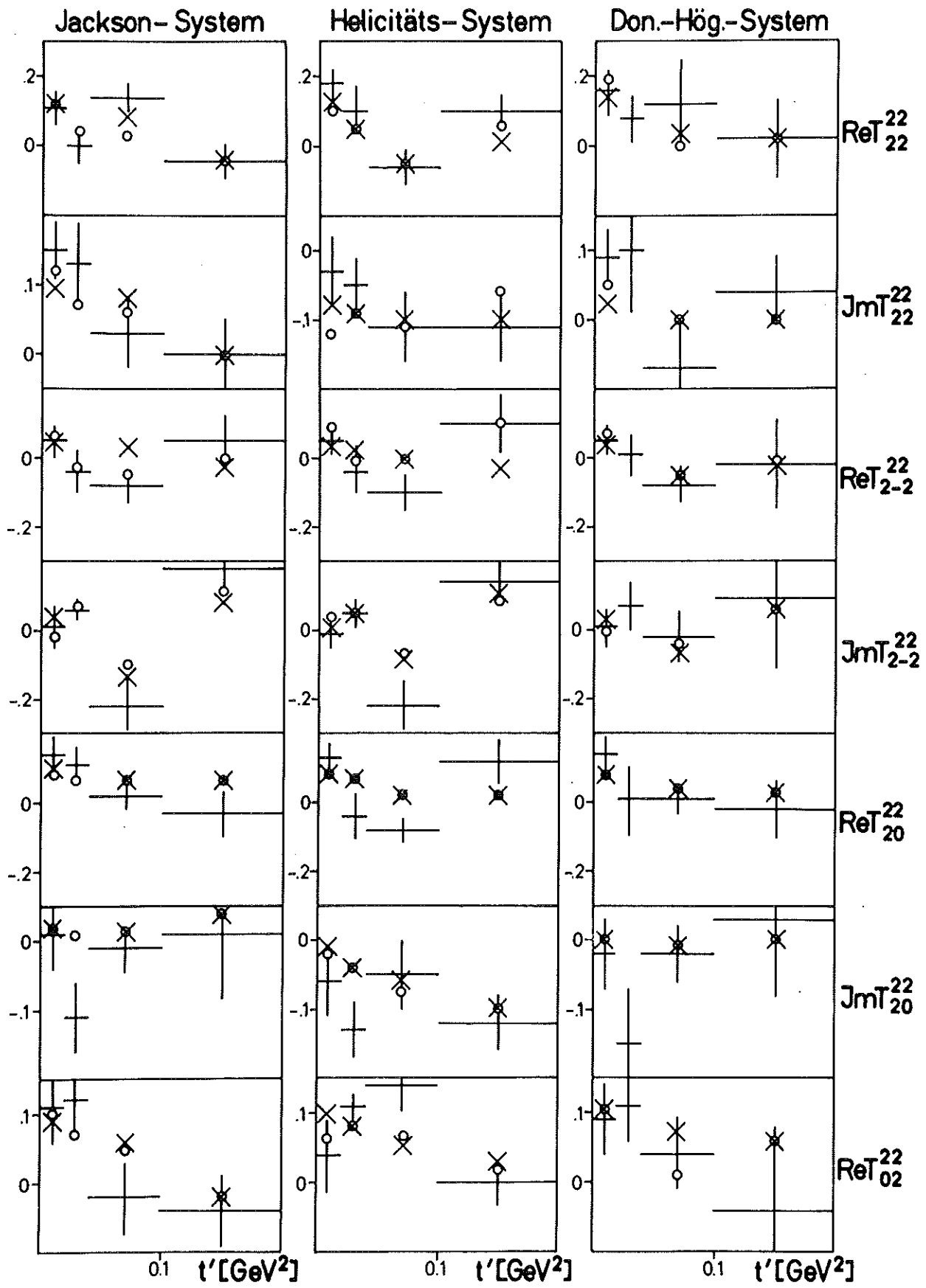


Abb. 20

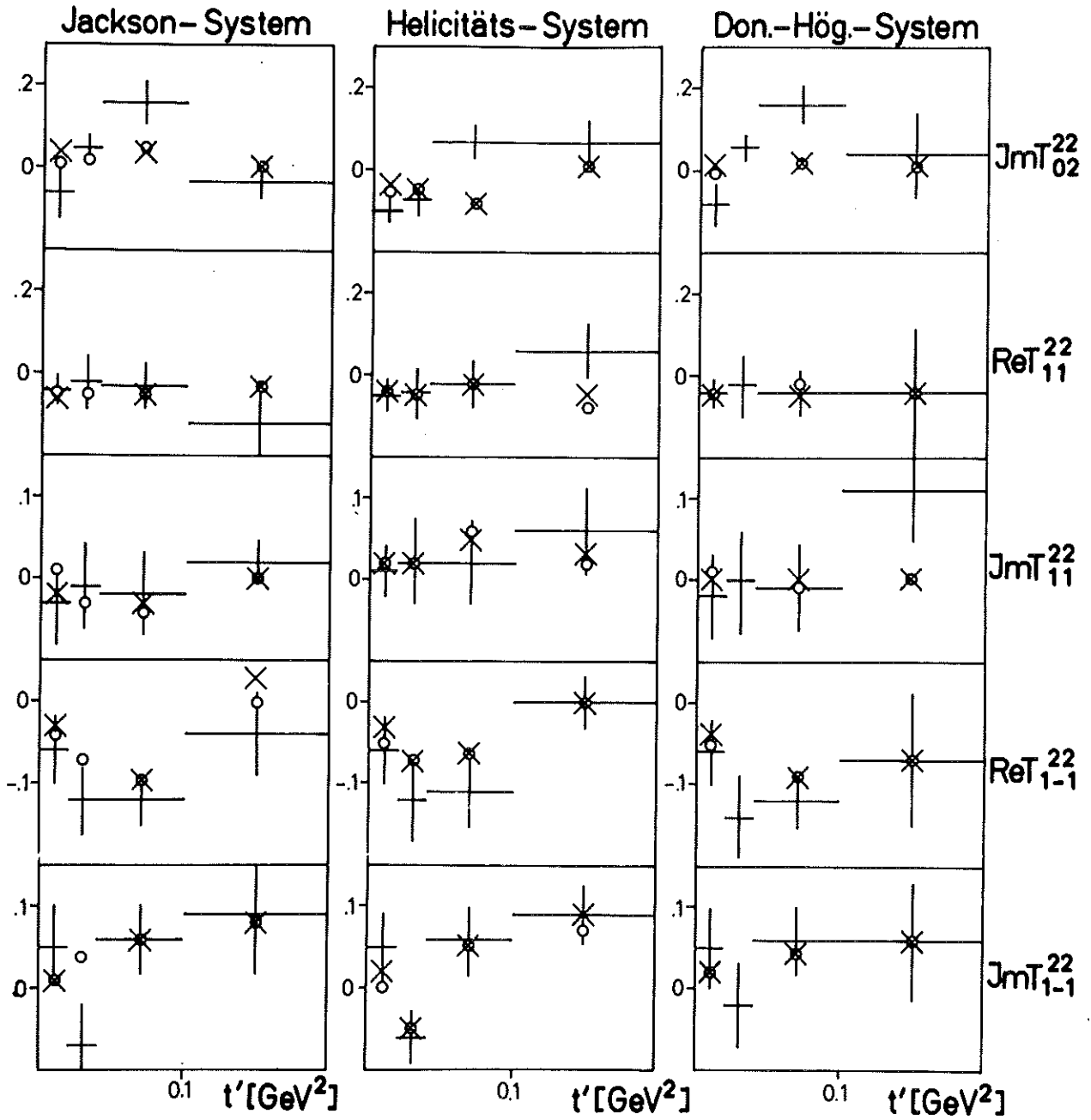


Abb. 21

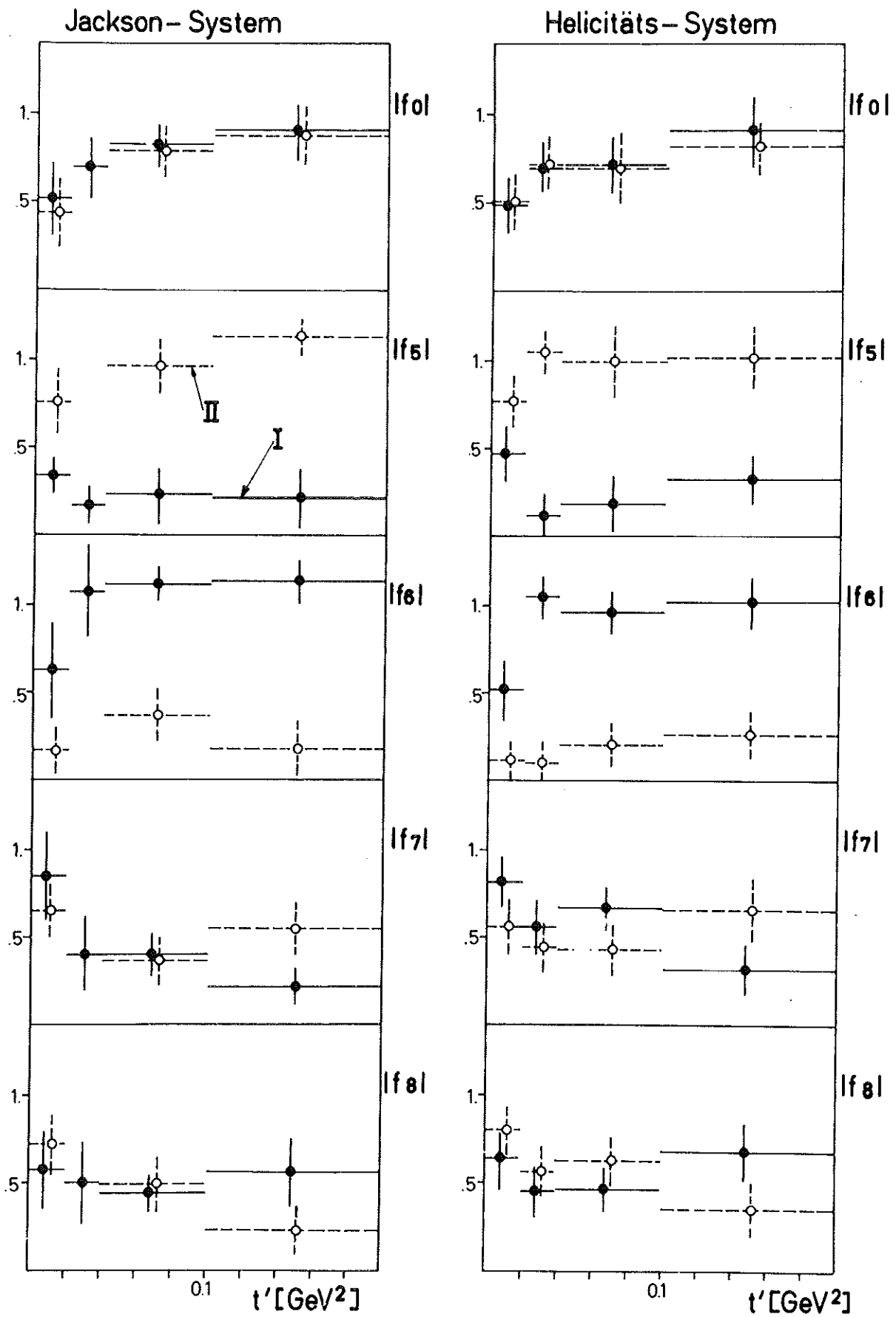


Abb.22

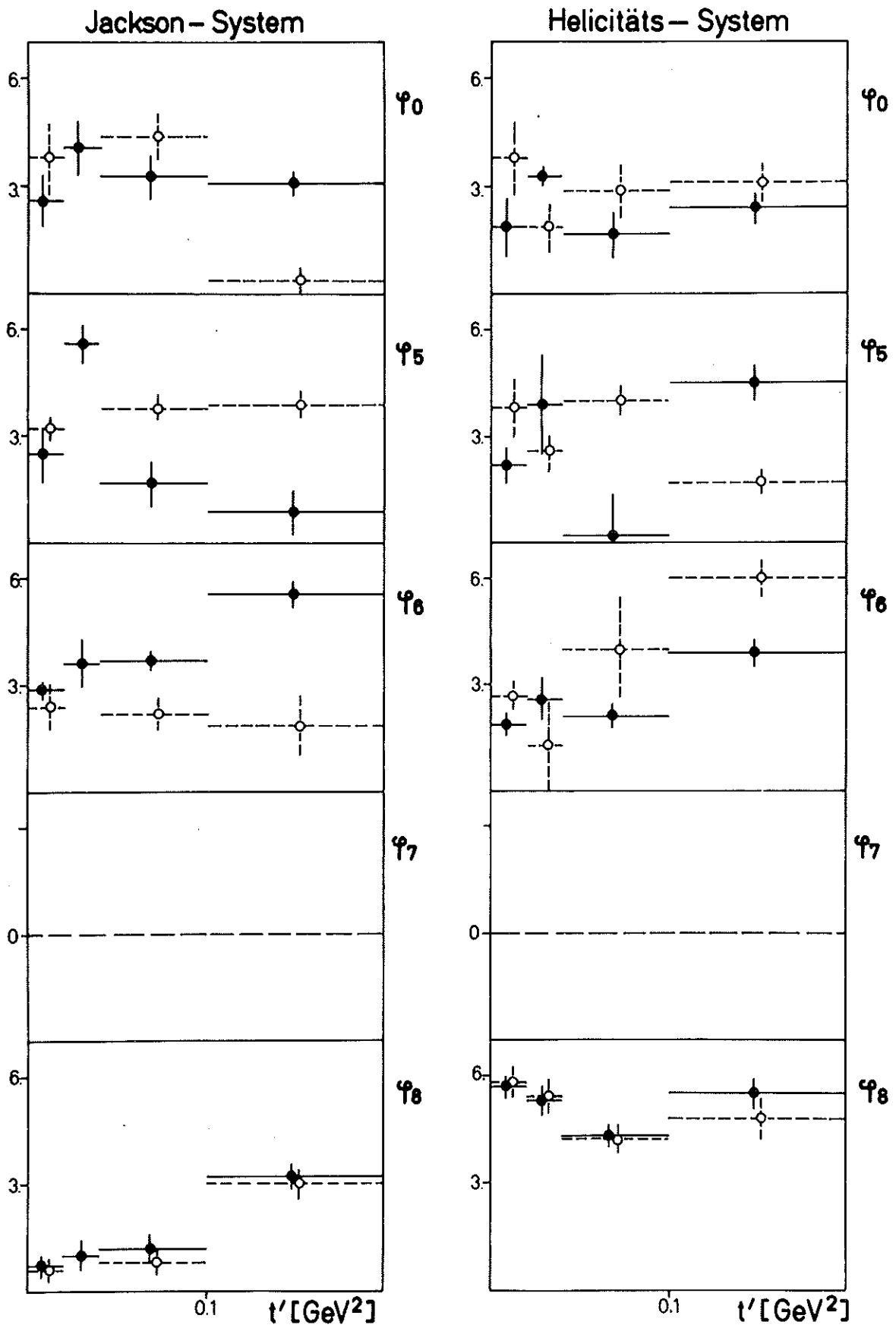


Abb.23

