

Interner Bericht
DESY F1-71/8
November 1971

DESY Bibliothek
14. Sall. 5/2

Die Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$
bei 11.7 GeV/c Strahlimpuls

von

H. Nagel

II. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg



Die Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$
bei 11.7 GeV/c Strahlimpuls*)

von

Hansjörg Nagel

II. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg

*) Die vorliegende Arbeit entstand als Dissertation im Rahmen eines Experimentes der Durham - Genua - Hamburg - Mailand - Saclay - Kollaboration am CERN-Protonen Synchrotron in Genf. Die Mitglieder der Kollaboration sind

R.O. Maddock, G.F. Pinter und D. Evans
(Department of Physics, The University, Durham)

C. Caso, F. Conte, D. Teodoro und G. Tomasini
(Istituto di Scienze Fisiche and Sezione INFN, Genova)

E. Bassler, H. Fesefeldt, P. v. Handel, H. Nagel, H. Neumann,
M. Sahini, P.K. Schilling und W.D. Schlatter
(DESY und II. Institut für Experimentalphysik, Hamburg)

C. Cecchet, L. Liotta, L. Mandelli, S. Ratti und L. Tallone
Lombardi
(Istituto di Fisica and Sezione INFN, Milano)

M. Chaumet, A. Daudin, M. Faccini, M.A. Jabiol, J.F. Lefur,
C. Lewin und J. Mallet
(D. Ph. P.E. - C.E.N. Saclay)

Abstract

From an experiment at the CERN 2 m hydrogen bubble chamber 5325 events of the reaction $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^-$ at 11.7 GeV/c were obtained, corresponding to a cross section of (1.45 ± 0.15) mb ($0.27 \mu\text{b}/\text{event}$).

The peripheral quasi two body reactions are substantially separated by cuts in the CMS longitudinal momentum of the outgoing particles. The degree of separation improves with increasing CMS energy and for small resonance masses and small momentum transfers.

The production cross section for the reactions $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ and $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ were determined by a fitting procedure which minimizes the dependence on a specific model. The result is

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}) = (325 \pm 40) \mu\text{b}$$

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}) = (110 \pm 15) \mu\text{b}.$$

The cross section $\sigma(f \Delta^{++})$ is not corrected for neutral decay. For both processes the t -dependence of the production matrix element is described well by a simple pion propagator.

The decay angular distributions in the $(\rho^0 \Delta^{++})$ mass-band overlap show that the natural parity exchange can be neglected for $t < 0.2 \text{ GeV}^2$. The unnatural parity exchange for $t < 0.1 \text{ GeV}^2$ consists mainly of helicity $\lambda = 0$ exchange. This agrees with the t -dependence of the spin density matrix elements, which are compatible with the OPE model for small t . The latter is also true for the reaction $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$.

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
<u>I. Einleitung</u>	1
<u>II. Experimentelle Einzelheiten</u>	3
1. Strahl und Blaskammer	3
2. Topologische Wirkungsquerschnitte, Messung und räumliche Rekonstruktion der Ereignisse	5
3. Kinematische Rekonstruktion der Ereignisse	8
<u>III. Überblick über den Endzustand $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^-$</u>	14
1. Longitudinal- und Transversalimpulse	14
2. Massenverteilungen	18
3. Das Ein- Pion- Austausch- Modell (EPAM)	19
4. Trennung der Reaktionen	22
<u>IV. Differentielle Wirkungsquerschnitte und Erzeugungswirkungsquerschnitte für die Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$</u>	27
1. Methode zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte	27
2. Ergebnisse	30
3. Korrektur der Wirkungsquerschnitte	33
4. Vergleich mit anderen Experimenten	36
a) Erzeugungswirkungsquerschnitte	36
b) Die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt$ und $d\sigma/dt'$	37
<u>V. Zerfallswinkelverteilungen</u>	39
1. Die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$	40
a) Zerfallswinkelverteilungen unter Berücksichti- gung der S-P- Wellen- Interferenz	42
b) Zerfallswinkelverteilungen unter Vernachlässi- gung von Interferenzeffekten	44
c) Natürlicher und unnatürlicher Paritäts- austausch	45
d) Korrelation zwischen der ρ^0 - und der Δ^{++} - Zerfallswinkelverteilung	46
2. Die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$	47
3. Vorhersage des EPA- Modells	49

<u>VI. Zusammenfassung</u>	52
<u>VII. Anhang</u>	54
1. Definition der Bezugssysteme	54
2. Parametrisierung der Zerfallswinkelverteilungen	55
3. EPA- Modell unter Verwendung der $(\pi\pi)$ - Streu- phasen für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \Delta^{++}$	59
<u>VIII. Danksagung</u>	63
<u>IX. Literaturverzeichnis</u>	64
<u>X. Tabellen</u>	71
<u>XI. Abbildungen</u>	90

I. Einleitung

Das vorliegende Experiment gehört zu einer Reihe systematischer Untersuchungen der πp Wechselwirkungen am Proton - Synchrotron des CERN. Es wurden Strahlen positiver und negativer Pionen bei ungefähr 4 GeV/c, 8 GeV/c, 11.7 GeV/c und 16 GeV/c Eingangsimpuls verwendet. Das Ziel dieser Arbeit ist, die Quasi-Zweiteilchen-Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ bei 11.7 GeV/c zu untersuchen. Messungen dieser beiden Prozesse liegen für einen weiten Energiebereich vor (siehe " Übersicht über $\pi^+ p$ Experimente " im Literaturverzeichnis). Die Schwierigkeit bei der Untersuchung dieser Reaktionen liegt in der relativ großen Breite der Δ^{++} , ρ^0 und f Resonanzen ($\Gamma \sim 130$ MeV). Zudem werden sie zusammen mit anderen Reaktionen, wie z.B. $\pi^+ p \rightarrow A^+ p$ oder $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ N^{**+}$, erzeugt, die vergleichbar große Erzeugungswirkungsquerschnitte haben und die wegen ihrer möglichen Kaskadenzerfälle ($A \rightarrow \rho \pi, f \pi$; $N^{**} \rightarrow \Delta \pi$) oft schwer von den obigen Prozessen zu trennen sind. Es zeigt sich jedoch, daß man mit steigendem Eingangsimpuls die Peripheralität der Reaktionen ausnützen kann, um sie voneinander zu trennen (Kap. III.4). Auf ähnlichen Überlegungen beruhen auch die van Hove'schen Verteilungen (VH069). Diese Trennung ist umso besser, je höher der Strahlimpuls und je kleiner die Resonanzmasse ist. Auf der anderen Seite nehmen aber die Quasi-Zweiteilchen-Wirkungsquerschnitte mit steigender Eingangsenergie, in Abhängigkeit vom beitragenden Teilchenaustausch ab (MO66), sodaß man bei hohen

Energien Experimente mit immer höherer Statistik machen muß, um brauchbare Ergebnisse zu bekommen. Da sich die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei unserer Energie ziemlich gut von den anderen Prozessen im Endzustand $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^-$ trennen läßt und da unser Erzeugungsquerschnitt für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ noch relativ groß ist ($\sim 300 \mu\text{b}$), glauben wir, daß unsere Ergebnisse in dieser Hinsicht geringere Unsicherheiten aufweisen, als die Ergebnisse von Experimenten bei niedrigerem Strahlimpuls.

Wegen der großen Zerfallsbreite der Resonanzen lassen sich deren Wirkungsquerschnitte nur modellabhängig bestimmen. Die Folge davon ist, daß die Wirkungsquerschnitte - je nach den zu Grunde gelegten Annahmen - sehr stark voneinander abweichen können. Dies hatte sich in einer Voruntersuchung in unserem Experiment gezeigt (FES70). Wir geben in dieser Arbeit ein Verfahren zur Messung von Doppelresonanz-Wirkungsquerschnitten an (Kap. IV), das unter Verwendung von einigen allgemein anerkannten Annahmen die Abhängigkeit von einem speziellen Modell auf ein Minimum reduziert.

Sowohl die Ergebnisse der Wirkungsquerschnittsmessungen, als auch die Untersuchung der Zerfallswinkelverteilungen (Kap. V) zeigen, daß beide Reaktionen näherungsweise mit reinem Pion-Austausch verträglich sind. Für πp Experimente bei anderen Schwerpunktsenergien war die gute Übereinstimmung mit dem Ein-Pion-Austausch-Modell schon von Wolf (W069) gezeigt worden.

II. Experimentelle Einzelheiten

Unser Experiment wurde in zwei Läufen, im Juli 1966 und Februar 1968, am CERN Proton-Synchrotron mit der 2m-Wasserstoffblasenkammer gemacht. Die Filme wurden in einer Kollaboration der Institute in Durham, Genua, Hamburg, Mailand und Saclay ausgewertet. In diesem Kapitel soll auf den Aufbau des Experimentes, sowie auf die Datenauswertung in Hamburg eingegangen werden.

1. Strahl und Blasenammer

Der schematische Aufbau des von uns verwendeten U3-Strahls im CERN ist in Abb. 2.1 dargestellt (LA66).

Er läßt sich in drei Aufgabenbereiche zerlegen, nämlich in

- a) Bündelung des Strahls und Impulsdefinition
- b) Massenseparierung und
- c) endgültige Impulsdefinition und Reinigung.

a) Der Strahl beginnt mit einem Kupfertarget (2 (vertikal) x 1 (horizontal) x 150 mm³), auf das Protonen mit einem Impuls von 19 GeV/c treffen, die durch das "schnelle" Ejektionssystem "bunch"-weise aus dem Synchrotron gelenkt wurden. Durch die Kollimatoren C₁, C₂ gelangen nur Teilchen mit maximalen Winkeln von 7.5 mrad (5.0 mrad) in der horizontalen (vertikalen) Ebene in die folgenden Quadrupolmagnete Q₁ - Q₄, die den Strahl in den den Impuls definierenden Kollimator C₄ fokussieren. Vor C₄ stehen die Ablenkermagnete BM₁, BM₂, die den Strahl um insgesamt 5.7° ablen-

ken. Nach nochmaliger Ablenkung durch BM_3 , BM_4 hat man einen auf 0.25% monochromatischen und dispersionsfreien Strahl.

b) Die Quadrupolmagnete Q_6 , Q_7 kollimieren den Strahl in die Mitte des ersten Radiofrequenzseparators RF_1 . Durch die Quadrupole $Q_8 - Q_{11}$ entsteht in der Mitte des Radiofrequenz-Separators RF_2 ein umgekehrtes Bild des Strahls in RF_1 (Vergrößerung 1). Das Prinzip der Massenseparierung beruht darauf, daß der Phasenunterschied der Hochfrequenzfelder in RF_1 und RF_2 so gewählt wird, daß die ungewünschten Teilchen in beiden Separatoren die gleiche Phase antreffen. Damit ist die Gesamtablenkung nach RF_2 null und die Teilchen können in dem Strahlstopper BS aufgefangen werden. Die gewünschten Teilchen dagegen werden wegen der für sie verschiedenen Phase in RF_1 und RF_2 um etwa ± 3.5 mrad ausgelenkt (Die Laufzeit der verschiedenen Teilchenarten zwischen RF_1 und RF_2 ist wegen der unterschiedlichen Massen verschieden lang). Für beliebige Strahlimpulse lassen sich auf diese Weise mit zwei Separatoren jedoch nur zwei Teilchenarten vollständig voneinander trennen. Eine Teilchensorte läßt sich genau dann von zwei anderen trennen, wenn der Phasenunterschied der letzteren beim Eintritt in RF_2 genau ein Vielfaches von 2π beträgt, was sich bei zwei Separatoren nur noch für diskrete Strahlimpulse erreichen läßt (z.B. $11.7 \text{ GeV}/c; \pi^+$ gegen p, K^+).

c) Die nochmalige Impulsanalyse ist unbedingt notwendig, um den μ^+ - Untergrund im Strahl zu reduzieren, der wegen

$m_\pi \sim m_\mu$ nach den RF - Separatoren noch sehr hoch ist. Im Prinzip ist das Impuls - analysierende System ähnlich aufgebaut

wie der erste Strahlteil (a), nur werden jetzt an Stelle des Targets die Fokusse in den Kollimatoren C_6, C_7 abgebildet. Die Gestalt und Lage des Strahls in der vertikalen Ebene der Blaskammer läßt sich durch die Quadrupole Q_{14}, Q_{15} , sowie den Ablenkmagneten BM_7 verändern (Strahlbreite zwischen 7 cm und 20 cm).

Bei Eintritt in die Blaskammer hat der Strahl eine Impulsunschärfe $\Delta p/p \sim 0.25\%$, d.h. für das vorliegende Experiment $\Delta p \sim 30$ MeV/c. Der Anteil an ungewünschten Teilchen im Strahl ist $<5\%$, der Anteil an ungewünschten Hadronen ist $<2\%$ (BE68).

Eine ausführliche Beschreibung der 2m Wasserstoffblaskammer findet sich in der Diplomarbeit von G. Drews (DRE67). Das Magnetfeld in der Kammer betrug $H_0 = 17.345$ kG ($H_0 = 17.410$ kG) im ersten (zweiten) Teil des Experimentes, mit $\Delta H_0 / H_0 \sim 5^0 / 00$. Auf die Schwierigkeiten bei der geometrischen Rekonstruktion der Blaskammerbilder wird weiter unten eingegangen (Abschnitt 3).

2. Topologische Wirkungsquerschnitte, Messung und räumliche Rekonstruktion der Ereignisse

Die Ermittlung der topologischen Wirkungsquerschnitte stützt sich auf die Musterung von etwa 15 200 Bildern des 2. Teils des Experimentes, mit einer mittleren Spurnzahl von ~ 11 Strahlspuren/Bild. Die Länge des Musterungsvolumens betrug ~ 95 cm, woraus eine insgesamt verfolgte Spurlänge von $\sim 15 \cdot 10^6$ cm folgt. Jedes Bild wurde zweimal unabhängig vonein-

ander gemustert. Bei unterschiedlichen Ergebnissen folgte für das betreffende Bild eine dritte, entscheidende Musterung. Experimentelle Einzelheiten beschreibt E. Bassler (BA69) in seiner Diplomarbeit. Die Ergebnisse der Musterung sind in Tab. 2.1 zusammengestellt. Aus der gesamten verfolgten Spurlänge wurde der totale Wirkungsquerschnitt zu

$$\sigma_{\text{tot}} = (24.63 \pm 0.78) \text{ mb}$$

berechnet, der in sehr guter Übereinstimmung mit dem von Foley et al. (FO67) in Zählerexperimenten gemessenen Wert $\sigma_{\text{tot}} = 24.53 \text{ mb}$ ist. Auf den Zählerwirkungsquerschnitt werden im Folgenden alle Wirkungsquerschnitte normiert.

Zur Messung der 10 684 in Hamburg gefundenen 4-Stern Ereignisse (ohne sichtbare "strange particle"-Zerfälle) standen uns die halbautomatischen Meßmaschinen VANGUARD zur Verfügung, an denen eine erste Prüfung auf die Meßgüte vorgenommen wurde (SCH70). Für jedes Ereignis wurden 6 Bezugsmarken, der Wechselwirkungspunkt, sowie 8-12 Punkte pro Spur gemessen, und zwar in drei Projektionen. Mit Hilfe des Programms WELAGA (WO63) wurden aus den Messungen die Spuren eines Ereignisses räumlich rekonstruiert. Wegen Verzeichnungen im optischen System der Blaskammer, Abweichungen von der Parallelität zwischen den Bezugsmarken- und der Filmebene, sowie wegen anderer systematischer Abweichungen von der idealen Blaskammergeometrie wurde jeder Meßpunkt durch ein zweidimensionales Polynom 2. Grades korrigiert (GRI68), dessen Koeffizienten uns für beide Läufe von G. Kellner (KE68) zur Verfügung gestellt wurden. Kellner hat das Polynom aus der genauen

Messung aller sichtbaren Bezugsmarken verschiedener Blasenkam-
merbilder gewonnen, indem er nach der Methode der kleinsten
Quadrate aus diesen Messungen die geometrischen Parameter der
Blasenkammer anpasste (PYT69). Zur Messung der Bezugsmarken
verwandte er Aufnahmen von Experimenten an der 2m Kammer, die
unmittelbar vor unseren Experimenten im CERN gemacht worden
waren.

Zur Beurteilung der Messgüte wurden die von WELAGA
gelieferten Fehler für die Polarkoordinaten einer jeden Spur
(Krümmungsradius, Dip- und Azimutwinkel) mit dem theoretischen
Erwartungswert für diese Fehler verglichen. Der theoretische
Meßfehler F_M hängt von der gemessenen Länge und dem Dipwinkel
der Spur (Winkel der Spur gegen die zum Magnetfeld senkrechte
Ebene), der Zahl der Meßpunkte, sowie von der Meßgenauigkeit
der Meßtische ab (GLA64, GLU63), zu denen noch der Coulomb-
Streufehler F_C kommt. Der Letztere ist jedoch zum Teil schon
in den WELAGA Fehlern F_W enthalten und es zeigte sich, daß im
Mittel die Beziehung gilt (DRE71; dort auch genaue Formeln):

$$F_T^2 = F_M^2 + 0.25 F_C^2 ,$$

wobei der Faktor 0.25 empirisch ermittelt wurde. Es wurden nur
Ereignisse als gut gemessen akzeptiert, wenn die Fehler aller
Spuren die Beziehung

$$F_W < 3 \cdot F_T$$

erfüllten. Jede Spur wurde nötigenfalls bis zu 5 mal nachgemes-
sen. War die Messung auch dann noch schlecht, wurde das ganze
Ereignis als "unmeßbar" klassifiziert. Von den 6 146 (4 538)
gemessenen Ereignissen des ersten (zweiten) Laufs erwiesen sich

307 (235) Ereignisse, d.h. 5% (5.2%) als unmeßbar.

3. Kinematische Rekonstruktion der Ereignisse

Bei der kinematischen Rekonstruktion der Ereignisse wurde die Annahme gemacht, daß der Strahl vollständig aus π^+ -Mesonen besteht und daß wir im Endzustand nur Pionen sowie Nukleonen finden. Das heißt, es wurden nur die folgenden Massenhypothesen angepaßt

$$\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \quad (2.1)$$

$$\pi^+ p \rightarrow p \pi^+ \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (2.2)$$

$$\pi^+ p \rightarrow n \pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- \quad (2.3)$$

Aus dem Energie - und Impulserhaltungssatz erhält man für diese Reaktionen ein überbestimmtes Gleichungssystem, mit Hilfe dessen sich der Impuls eines neutralen Teilchens anpassen läßt (GRI68). Wird mehr als ein neutrales Teilchen erzeugt ("nofit"), ist eine Anpassung nicht mehr möglich. Notwendig für die Anpassung der Hypothesen (2.1) - (2.3) ist jedoch eine genaue Kenntnis des Impulsvektors des einlaufenden Strahlteilchens. Da die zu einem Ereignis führenden Strahlspuren im allgemeinen zu kurz für eine genaue Messung (bei unserer Energie) sind, wurden Proberechnungen mit dem nominellen Strahlimpuls von (11.7 ± 0.03) GeV/c durchgeführt, die jedoch keine befriedigenden Ergebnisse brachten. Als Test für die Güte der Strahlparameter wurde die Verteilung der "fehlenden Energie", als auch die Verteilung der sogenannten Pull - Größen (BE61) der Hypothese (2.1) verwendet. Zusätzlich lassen die Signale der η und ω Resonanzen in der $(\pi^+ \pi^- \pi^0)$ - Massenkombination der

Reaktion (2.2) wegen ihrer geringen natürlichen Breite Rückschlüsse auf die Güte der Strahlparameter zu. Sowohl die fehlende Energie, als auch die Pullgrößen waren nicht, wie erwartet, um Null verteilt. Zudem ließ sich eine Abhängigkeit der Abweichungen von der Filmnummer feststellen.

Daraufhin wurden auf jedem Film (750 Bilder) etwa 300 durchlaufende Strahlspuren ($l > 100\text{cm}$) gemessen. Die Mittelwerte des Strahlimpulses streuten von Film zu Film um durchschnittlich 100 MeV/c (maximal 300 MeV/c). Sie hatten weder einen gemeinsamen Mittelwert, noch ließ sich eine Korrelation zwischen Filmen benachbarter Filmnummern feststellen. Auch für den Dipwinkel wurden Schwankungen des Mittelwertes um $\sim 3\text{ mrad}$ gefunden. Eine genaue Untersuchung der Strahlspurmessungen zeigte zudem, daß der gemessene Impulswert, sowie dessen Fehler sehr stark davon abhängig ist, in welcher Region der Blasenkammer die Spur gemessen wurde. Zu diesem Zweck wurden Strahlspurmessungen im ersten Drittel, in der Mitte und im letzten Drittel der Blasenkammer durchgeführt (d.h. $l \sim 50\text{ cm}$) und die Ergebnisse miteinander verglichen (siehe DRE71).

Folgende Schlüsse wurden aus diesen Resultaten gezogen

- a) der verwendete Geometrietitel (Korrekturpolynom) ist nicht optimal;
- b) es müssen noch zufällige Prozesse bei der Aufnahme der Filme eine Rolle gespielt haben, wie z.B. mangelhafte Filmanpressung an die Filmandruckplatte in den Kameras, was eine zufällige,

nicht-lineare Verzerrung zur Folge hat.

Ähnliche Schwierigkeiten wurden auch bei anderen Experimenten an der 2m - Kammer gefunden (HAN69,DRE71,FES71). Die richtige Methode wäre gewesen, unter Verwendung der bekannten geometrischen Größen des Blaskammersystems (Position der Kameras und Bezugsmarkenebenen, H_2 -Brechungsindex, etc.) für jedes Bild aus der Messung aller Bezugsmarken ein Korrekturpolynom zu bestimmen, das diese nicht-linearen Verzerrungen durch schlechten Filmdruck, Turbulenzen u.ä., berücksichtigt. Dazu standen uns aber weder die nötigen Programme, noch die nötige Messzeit zur Verfügung. Als Ausweg wurde ein Verfahren angewendet, bei dem die Strahlparameter aus den auslaufenden Spuren von Ereignissen der Reaktion (2.1) filmweise gemittelt wurden, da bei diesen die Vektorsumme aller auslaufenden Impulse gleich dem Impulsvektor des Strahlteilchens ist. Die Schwierigkeit liegt nun darin, die Ereignisse des Endzustandes (2.1) ohne Anpassung von denen der anderen Endzustände zu trennen. Es zeigte sich, daß für Ereignisse der Reaktion (2.1) die Größe

$$U = (p_x^f / \Delta p_x^f)^2 + (p_y^f / \Delta p_y^f)^2 + (p_z^2 / \Delta p_z^f)^2 - (E^f / \Delta E^f)^2$$

annähernd χ^2 -verteilt ist mit 2 Freiheitsgraden (DRE71). Der Index 'f' (fehlend) soll andeuten, daß sich die einzelnen Komponenten auf die entsprechende Differenz zwischen der Summe der auslaufenden Teilchen und der Summe der einlaufenden Teilchen beziehen. Damit konnte die Ereignisgruppe (2.1) durch einen Schnitt in der Wahrscheinlichkeit $P(U,2) > 2\%$ von den anderen Ereignissen getrennt werden. Durch dieses Verfahren wurde der mittlere Impulsbetrag p und Dipwinkel Λ_0 der Strahlspuren filmweise bestimmt. Es zeigte sich noch, daß im 1. Run der Dip Λ einer Strahl-

spur in folgender Weise von der z-Koordinate der Strahlspur in der $x = -30$ cm Ebene abhängt

$$\Lambda = \Lambda_0 - c \cdot (z - z_0).$$

Die Konstante c wurde experimentell als $c = 1.2$ mrad/cm ermittelt. Die Mittelwerte der Strahlimpulse p , Λ_0 und z_0 werden filmweise in Tab. 2.2 zusammengestellt. Als Fehler für p und Λ_0 setzten wir die experimentell beobachtete (filmweise) Halbwertsbreite der Verteilungen von p und Λ_0 ein. Dasselbe Verfahren wurde auch für die in Saclay gemessene Ereignismenge angewendet. Die Labors von Mailand/Genua und Durham interpolierten den Strahlimpuls zwischen den Werten von Hamburg und Saclay. Der benützte Strahlimpuls hat im Mittel einen Wert von 11.62 GeV/c an Stelle von 11.7 GeV/c, was einer mittleren Schwerpunktsenergie von $E_{\text{CMS}} = 4.76$ GeV an Stelle von $E_{\text{CMS}} = 4.78$ GeV entspricht.

Die ungenaue Kenntnis des Impulsvektors des Strahls hat für die spätere physikalische Auswertung zur Folge, daß alle gemessenen Impulsübertragsquadrate auf auslaufende Teilchen (-systeme) mit einem systematischen Fehler behaftet sind. Das Gleiche gilt auch für die Zerfallswinkel in Mehrteilchensystemen, da die Richtung des einlaufenden Teilchens zur Definition der Quantisierungsachsen verwendet wird (siehe Anhang 1).

Eine Entscheidung zwischen den möglichen Hypothesenklassen (2.1) - (2.3) wurde anhand der relativen Ionisation der Teilchenspuren in der Filmebene getroffen. Für alle auslaufenden Teilchen mit einem Impuls $p < 1.2$ GeV/c wurde versucht, mit Hilfe der theoretischen, relativen Ionisation zwischen der

π - und p-Hypothese zu unterscheiden. Die Ergebnisse dieser Musterung wurden auf sog. Spurkarten eingetragen, auf denen neben der Film-, Bild- und Ereignisnummer noch die Bezeichnungen aller auslaufenden (geladenen) Spuren standen. Mit Hilfe der Spurkarten wurden im Programm POLLUX (DRE70) aus dem Satz der kinematisch möglichen Hypothesen (Ergebnis der GRIND Rechnung) die von der Ionisation her möglichen ausgewählt. Dabei mußten die Hypothesen noch folgenden Bedingungen genügen:

$$\begin{aligned} \text{Reaktion (2.2)} \quad M_f^2 - 2\Delta M_f^2 &< m^2(\pi^0) \\ \text{Reaktion (2.3)} \quad M_f^2 - 2\Delta M_f^2 &< m^2(n) \quad (2.4) \\ \text{Reaktion (2.2) Nofit} \quad M_f^2 + 2\Delta M_f^2 &> m^2(2\pi^0) \\ \text{Reaktion (2.3) Nofit} \quad M_f^2 + 2\Delta M_f^2 &> m^2(\pi^0+n). \end{aligned}$$

Mit M_f^2 , bzw. ΔM_f^2 ist das Quadrat der 'fehlenden' Masse, bzw. dessen Fehler gemeint. Die Bedingungen (2.4) sind für die Fitreaktionen (2.2), (2.3) im Prinzip Schnitte in der Anpassungswahrscheinlichkeit. Die Verteilung des Quadrats der fehlenden Masse und die Verteilung der Anpassungswahrscheinlichkeit für die Reaktionen (2.1) - (2.3) für die in Hamburg ausgewerteten Filme und für alle Ereignisse der Kollaboration zeigt Abb. 2.2, 2.3. Dabei fallen folgende Besonderheiten auf:

a) Die Verteilung von $p(\chi^2)$ für die Reaktion $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$ (Abb. 2.3a, b) ist, abgesehen von der starken Anhäufung für $P < 5\%$, nicht konstant, wie man es für gaußische Meßfehler erwarten sollte. Ursachen dafür sind einerseits die nur grob abgeschätzten Fehler der Strahlparameter, die vermutlich zu groß sind (vergl. $\Delta p \sim 30$ MeV/c aus dem Strahlaufbau und $\Delta p \sim 130$ MeV/c aus unserem Verfahren). Andererseits sind auch

vom Anpassungsverfahren in WELAGA her systematisch zu große Fehler für niederenergetische Spuren mit großem Energieverlust zu erwarten, da die Projektion der Teilchenspuren mehr oder weniger stark von der idealen Kreisform abweicht. Eine Abhilfe würde eine massenabhängige Geometrierekonstruktion bringen (THR69), wofür bei unserer Auswertung die Programme noch nicht zur Verfügung standen. Die starke Anhäufung für $P < 5\%$ stammt sicherlich auch zu einem Teil von nicht gaußisch verteilten Fehlern; beim größten Teil dürfte es sich aber um Fehlanpassungen handeln. Diese Anhäufung von Ereignissen fehlt wegen der Bedingungen (2.4) bei den Reaktionen (2.2), (2.3) der Hamburger Ereignisgruppe.

b) Das Quadrat der fehlenden Masse M_f^2 sollte für die Reaktion (2.2) um $m^2(\pi^0)$ verteilt sein. Wie man jedoch aus Abb. 2.2c,d sieht, haben die Ereignisse eine Häufung bei $M_f^2 \sim 0 \text{ GeV}^2$. Diese Verschiebung des Maximums der Verteilung rührt von der großen Anzahl der mehrdeutigen Ereignisse her, vor allem von Ereignissen, für die neben einer Massenhypothese (2.2) noch eine der Hypothesen (2.1) möglich war. Insgesamt haben wir in unserem Experiment 1.95 Hypothesen/Ereignis.

Die Auflösung dieser Mehrdeutigkeiten wurde mit Hilfe von Kriterien versucht, die aus künstlichen Blasenkammer-Ereignissen (RA65) gewonnen wurden. Die experimentellen Einzelheiten des Verfahrens findet man wieder in der Arbeit von Bassler (Ba79). Die Reaktion (2.1) kann von den anderen Massenhypothesen durch einen Schnitt in der Anpassungswahrscheinlichkeit $P(\chi^2) \geq 1\%$ getrennt werden. Hatte ein Ereignis mehr als

eine Hypothese des Typs (2.1), wurden beide verworfen, es sei denn, eine der beiden hatte eine 10 mal größere Anpassungswahrscheinlichkeit als die andere, was zumeist der Fall war.

Die Reinigung der Kanäle (2.2) und (2.3) besteht im Prinzip aus dem Schnitt $P(\chi^2) \geq 10\%$.

Dies führt zu den schraffierten Verteilungen in Abb. 2.2, 2.3. Die Wirkungsquerschnitte für die Reaktionen (2.1) - (2.3) bestimmte Bassler (BAZG) zu:

$$\sigma(p\pi^+\pi^+\pi^-) = (1.40 \pm 0.11) \text{ mb}$$

$$\sigma(p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0) = (1.38 \pm 0.14) \text{ mb}$$

$$\sigma(n\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0) = (0.54 \pm 0.05) \text{ mb.}$$

Durch Mittelung der Wirkungsquerschnitte zwischen einzelnen Labors der Kollaboration ergab sich endgültig

$$\sigma(p\pi^+\pi^+\pi^-) = (1.45 \pm 0.15) \text{ mb}$$

$$\sigma(p\pi^+\pi^+\pi^-\pi^0) = (1.50 \pm 0.15) \text{ mb.}$$

Für Reaktion (2.3) wurde noch kein gemeinsamer Wirkungsquerschnitt bestimmt. Der große Fehler für Reaktion (2.1) drückt die Unsicherheit aus, die man bei der Ermittlung der wahren, zu (2.1) gehörenden Ereignisanzahl wegen der starken Anhäufung bei kleinen $P(\chi^2)$ hat. Der große Fehler von (2.2) ist eine Folge der etwas willkürlichen Kanalreinigung (hier besonders der Einfluß der Nofit - Kanäle auf die Reaktion (2.2)).

III. Überblick über den Endzustand $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^-$

Im Folgenden soll ein Überblick über die Kinematik der auslaufenden Teilchen, sowie über die damit zusammenhängende Resonanzproduktion im Endzustand

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^- \quad (3.1)$$

gegeben werden. Dabei ist es zweckmäßig, die beiden auslaufenden π^+ nach ihrem Quadrat des Viererimpulsübertrages zu unterscheiden. Wir wollen im Weiteren unter dem Quadrat des Viererimpulsübertrags immer den Betrag von

$$t = (\underline{p}_1 - \underline{p}_2)^2$$

verstehen. Mit $\underline{p}_1, \underline{p}_2$ sind die Viererimpulse zweier Teilchen (-gruppen) gemeint. Als das schnelle (langsame) π_s^+ (π_1^+) wird dasjenige bezeichnet, das den kleineren (größeren) Impulsübertrag t bezüglich des Strahlteilchens hat.

Für die meisten Verteilungen dieses Kapitels wird die absolute Vorhersage des Ein-Pion-Austausch-Modells (W069) als durchgezogene Kurve in den Abbildungen gegeben. Auf das Ein-Pion-Austausch-Modell (EPAM) wird weiter unten eingegangen.

1. Longitudinal- und Transversalimpulse

Die Abb. 3.1 zeigt für die vier auslaufenden Teilchen die Verteilung des Transversalimpulses p_T gegen den Longitudinalimpuls p_L^* , sowie deren Projektion auf die Impulsachsen. Die Longitudinalimpulse sind im Gesamtschwerpunktsystem berechnet, das definiert ist durch

$$\vec{p}_p + \vec{p}_{\pi_s^+} + \vec{p}_{\pi_1^+} + \vec{p}_{\pi^-} = 0.$$

'Transversal' und 'longitudinal' beziehen sich dabei auf die

Richtung des Strahlteilchens in diesem System. Der eingezeichnete Halbkreis gibt den kinematisch möglichen Bereich an, gerechnet für den mittleren Strahlimpuls $\langle p \rangle = (11.62 \pm 0.1)$ GeV/c. Der mittlere Querimpuls liegt für alle Teilchen etwa bei 0.24 GeV/c (halber Wirkungsquerschnitt). Die größten p_T -Werte liegen etwa bei 1.2 GeV/c und erreichen damit bei weitem nicht die kinematische Grenze. Diese Eigenschaft zeigt sich bei allen Streuexperimenten im Hochenergiebereich, was Anlaß zu verschiedenen Modellen gab, auf die nicht weiter eingegangen werden soll (z.B. Thermodynamisches Modell (HA65)). Die Unabhängigkeit des $\langle p_T \rangle$ von der Teilchenart wird jedoch weiter unten zur Trennung der verschiedenen Reaktionen im Endzustand (3.1) benützt.

Die Dichteverteilungen des Longitudinalimpulses der auslaufenden Teilchen unterscheiden sich jedoch deutlich voneinander. Das Proton (Abb. 3.1a) wird fast ausschließlich (99%) nach hinten (bezüglich des Strahlteilchens) gestreut, mit einer starken Häufung bei der kinematischen Grenze; d.h. die Mehrzahl der Protonen fliegt im CMS mit einem Erzeugungswinkel $\theta^* < 45^\circ$ nach hinten. Während das π^- (Abb. 3.1d) eine starke Erhebung bei kleinen, positiven p_L^* -Werten hat, mit einem Ausläufer bis hin zur kinematischen Grenze, zeigt die p_L^* -Verteilung der π^+ ausgeprägte Häufungen bei $p_L^* \sim 0$ GeV/c und $p_L^* \sim 2$ GeV/c. Ein Teil der π^+ , und zwar das π_s^+ (Abb. 3.1c), zeigt also ein zum Proton analoges Verhalten.

Eine mögliche Erklärung dafür wird durch das additive Quarkmodell gegeben (LI66) mit dem Begriff des Leitteilchens (SA67). Die Vorstellung dabei ist, daß jeweils ein Quark des einlaufenden π^+ (Quarkinhalt $p\bar{n}$) mit einem Quark des einlaufenden

Protons (Quarkinhalt ppn) wechselwirkt, während die restlichen Quarks an der Reaktion nicht beteiligt sind. Bei dieser Wechselwirkung werden unter Erhaltung der Quarkquantenzahlen neue Quarks erzeugt, von denen je eines mit den Spektatorquarks recombiniert und mit diesen die Leitteilchen bildet. Deren Ladung kann sich nur um $\Delta Q = \pm 1$ von der Ladung der einlaufenden Teilchen unterscheiden, d.h. in unserem Experiment können nur p und π^+ Leitteilchen im Endzustand (3.1) sein. Da die Leitteilchen kaum an Energie gegenüber den Strahlteilchen verloren haben, sollten sie größere $|p_L^*|$ -Werte aufweisen als die übrigen auslaufenden Teilchen. Die experimentellen Verteilungen zeigen durch die Ähnlichkeit der p_L^* -Verteilungen des p und des π_S^+ einerseits und durch den Unterschied der Verteilungen der π^+ und des π^- andererseits die qualitative Richtigkeit der Vorstellung.

Aus der Hypothese des additiven Quarkmodells läßt sich noch eine weitere Folgerung ziehen, wenn man annimmt, daß alle Quarks eines Teilchens den gleichen Impuls haben (EL71). Dann sollte ein ausgezeichnetes Bezugssystem dasjenige sein, in dem zwischen den Impulsen der einlaufenden Teilchen folgende Beziehung besteht:

$$\vec{p}(p) = -\alpha \cdot \vec{p}(\pi^+), \quad \alpha = 3/2,$$

da dann gerade alle Quarks betragsmäßig den gleichen Impuls haben. Die Longitudinalimpulse aller 'erzeugten' Teilchen (als Gegensatz zu den Leitteilchen) sollten in diesem Bezugssystem symmetrisch um $p_L' = 0$ verteilt sein. Diese Vorstellung wurde an den Longitudinalimpulsverteilungen des π^- geprüft, das wegen $\Delta Q=2$ kein Leitteilchen sein kann. Um die Statistik zu

erhöhen, wurden alle Ereignisse der Endzustände

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^- \quad (5\ 325 \text{ Ereignisse})$$

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (5\ 540 \text{ Ereignisse})$$

und $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ n \pi^+ \pi^+ \pi^- \quad (1\ 734 \text{ Ereignisse})$

zusammen betrachtet. Das System, in dem p_L^+ (π^-) symmetrisch um Null verteilt liegt, ist für diese Ereignisgruppe durch $\alpha = (5.6 \pm 0.4)$ bestimmt; läßt man die Ereignisse des ersten Endzustandes weg, findet man $\alpha = (3.6 \pm 0.2)$, also einen wesentlich kleineren Wert.

In beiden Fällen zeigt die $p_L^+(\pi^-)$ - Verteilung ein exponentielles Verhalten $\exp(-a|p_L^+|)$, mit der exponentiellen Steigung $a = (2.39 \pm 0.1) (\text{GeV}/c)^{-1}$, bzw. $a = (2.18 \pm 0.1) (\text{GeV}/c)^{-1}$. Elbert et al. (EL71) finden in einem 25 GeV/c $\pi^- p$ Experiment mit vier geladenen auslaufenden Teilchen (also unter Einschluß der Nofit-Ereignisse) einen Wert $\alpha \sim 3.2$, während sie für alle Ereignisse (Multiplizität 2-16) in guter Näherung $\alpha = 3/2$ bekommen. Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangen auch Biswas et al. (BI71) bei der Untersuchung von $\pi^\pm p$ Wechselwirkungen bei 18.5 GeV/c Strahlimpuls. Aus diesen Experimenten ist abzulesen, daß $\alpha = 3/2$ einen Mittelwert darstellt; d.h. je größer die Teilchenmultiplizität ist, desto kleiner wird α . Der Grund dafür ist vermutlich, daß Endzustände mit wenigen Teilchen (z.B. $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$) fast vollständig von Resonanzproduktion beherrscht werden. Resonanzen aber können selbst wieder Leiteilchen sein, womit die obige Definition des 'erzeugten' Teilchens immer dann sinnlos wird, wenn das π^- aus mesonischen

Resonanzen (z.B. ρ^0, A^+ etc) oder baryonischen Resonanzen (z.B. Δ^0, N^{*++}) stammt. Für den Endzustand $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$ ist das fast immer der Fall. In den beiden anderen benutzten Endzuständen scheint die Resonanzerzeugung nicht so stark zu sein.

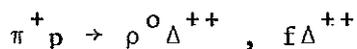
2. Massenverteilungen

Einen Überblick über die Verteilung der invarianten Massen des Endzustandes (3.1) gibt die Abb.3.2. Besonders auffallend ist:

- a) Die Δ^{++} -Produktion, die nur in der $(p\pi_1^+)$ Massenkombination auftritt und die etwa 50% des gesamten Wirkungsquerschnitts ausmacht (Abb.3.2a).
- b) Die ρ^0 - und f^- Erzeugung, die in beiden Massenkombinationen auftritt und die etwa 40%, bzw. 10% aller Ereignisse enthält (Abb.3.3b).
- c) Die starke Anhäufung von Ereignissen bei kleinen (3π) - Massen, d.h. im Bereich der Resonanzen $A_1(1070 \text{ MeV})$, $A_2(\sim 1300 \text{ MeV})$ und $A_3(\sim 1640 \text{ MeV})$, die zusammen etwa 20% des Gesamtwirkungsquerschnittes ausmachen (Abb.3.2c).
- d) Die Anhäufung von Ereignissen für $M(p\pi^+\pi^-) \lesssim 1.8 \text{ GeV}$ (Abb.3.2d). Sie tritt nur in der Massenkombination $M(p\pi_1^+\pi^-)$ auf ('Höhere Isobare').
- e) Die Anhäufung von Ereignissen für $M(p\pi^-) \lesssim 1.8 \text{ GeV}$, was auf Erzeugung von Δ^0 - und N^{*0} - Resonanzen hinweist (Abb.3.2e).

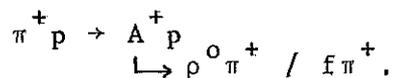
Die Massenspektren von $(\pi^+\pi^+)$ und $(p\pi^+\pi^+)$ zeigen keine Besonderheiten (Abb.3.2f,g).

Die eben angegebenen groben Resonanzanteile sind jedoch nicht unabhängig voneinander. Abb. 3.2a (gepunktete Verteilung) zeigt $M(p\pi_1^+)$ für alle Ereignisse, deren $M(\pi_s^+\pi^-)$ im ρ^0 - oder f -Bereich liegt ($0.65\text{GeV} \leq \rho^0 \leq 0.85\text{GeV}$; $1.16\text{GeV} \leq f \leq 1.36\text{GeV}$). Etwa ein Drittel aller Ereignisse im Δ^{++} -Bereich ($1.156\text{GeV} \leq \Delta^{++} \leq 1.316\text{GeV}$) genügt dieser Bedingung, was auf die Reaktionen

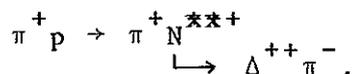


hinweist. Diese werden weiter unten genauer untersucht.

Andererseits können die beobachteten Resonanzen Zerfallsprodukte von Resonanzen höherer Masse sein, wie in Abb. 3.2c gezeigt wird, wo die schraffierte Verteilung alle Ereignisse enthält, für die mindestens eine der beiden $M(\pi^+\pi^-)$ Kombinationen im ρ^0 - oder f -Bereich liegen. Die Resonanzsignale für $1.0\text{ GeV} \leq M(\pi^+\pi^+\pi^-) \leq 1.4\text{ GeV}$ und bei $M(3\pi) \sim 1.64\text{ GeV}$ deuten auf die Reaktion



Ein ähnliches Verhalten zeigt auch die $M(p\pi^+\pi^-)$ Verteilung (Abb. 3.2e), deren niederenergetischer Teil fast vollständig ($p\pi^+$) Massen enthält, die im Δ^{++} Bereich liegen. Auch das könnte ein Anzeichen sein für eine Zerfallsreihe der Art



3. Das Ein-Pion-Austausch-Modell

Für die Verteilung der Longitudinal- und Transversalimpulse (Abb. 3.1), sowie für die Massenverteilungen (Abb. 3.2) ist die absolute Vorhersage des EPA-Modells als durchgezogene Kurve

eingezeichnet. Das Rechenprogramm, das sich auf die von G. Wolf (W069) gegebene Version des EPAM (Benecke - Dürr Formfaktoren) stützt, wurde uns von G. Drews (DRE71) zur Verfügung gestellt. Die Verteilungen in Abb. 3.1, 3.2 wurden berechnet, indem die Beiträge der beiden Diagramme in Abb. 3.3 bestimmt wurden, unter Vernachlässigung von Interferenzeffekten zwischen den Diagrammen. Die Untersuchung von E. Raubold (RA68) hatte gezeigt, daß Interferenzeffekte bei hohen Energien ($p_{\text{LAB}} > 6 \text{ GeV}/c$) zu vernachlässigen sind. Die 'off-shell' differentiellen Wirkungsquer-

schnitte $\frac{\partial \sigma(m, t, \cos \theta)}{\partial \cos \theta}$ an den mesonischen, bzw. baryonischen

Vertices werden aus den experimentellen totalen elastischen πp und $\pi \pi$ Streuquerschnitten gewonnen, wobei die 'off-shell' Korrekturen mit den Partialwellen - Wirkungsquerschnitten bewichtet werden. An die 'on-shell' Winkelverteilungen wird keine 'off-shell' Korrektur angebracht. Ein Vergleich der experimentellen Daten mit dem EPAM, wobei zur Berechnung der elastischen Streuwirkungsquerschnitte die Partialwellen verwendet werden, wird in Kap. V.3 gegeben.

Wie aus den Abb. 3.1, 3.2 hervorgeht, stimmen die Vorhersage des EPA-Modells recht gut mit fast allen experimentellen Verteilungen überein, und zwar sowohl im Verlauf, als auch in der Normierung. ($\sigma_{\text{tot}}^{\text{EPAM}} = 1.35 \text{ mb}$; $\sigma_{\text{tot}}^{\text{exp}} = (1.45 \pm 0.15) \text{ mb}$). Dies war schon von Wolf für denselben Endzustand (3.1) bei ähnlichen Energien ($p_{\text{LAB}} = 8 \text{ GeV}/c, 16 \text{ GeV}/c$) gezeigt worden (W069). Es soll hier deshalb nur auf zwei Massenverteilungen näher eingegangen werden, die die gerade gemachten Bemerkungen über den kinematischen Ursprung von Massenanhäufungen (Reflexionen)

unterstützen sollen.

In Abb.3.2c wird die Massenverteilung $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$ gezeigt. Resonanzen in dieser Teilchenkombination können von den beiden Austauschgraphen in Abb.3.3 nicht erklärt werden. Das Massenspektrum wird auch nur im höherenergetischen Teil gut beschrieben, der vorwiegend aus Reflexionen der Prozesse besteht, die über Δ^{++} -Erzeugung verlaufen. Die starke Abweichung für $M(\pi^+\pi^+\pi^-) < 1$ GeV rührt vermutlich von der Unsicherheit in der Bestimmung der elastischen $(\pi^+\pi^+)$ -Streuwirkungsquerschnitte, die in die Berechnung des zweiten Diagramms in Abb.3.3 eingehen. Die starke Anhäufung von Ereignissen in den A^+ -Gebieten wird jedoch erwartungsgemäß nicht erklärt (Diese Ereignisse sind auch für die starke Abweichung der EPAM-Vorhersage von der experimentellen Verteilung des Proton-Longitudinalimpulses -Abb.3.1a- bei $p_L^* \sim 2.1$ GeV/c verantwortlich.). Betrachtet man jedoch das $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$ -Spektrum für alle Ereignisse, deren $M(\pi_1^+\pi^-)$ im ρ - oder f -Gebiet liegen (Abb.3.2c, schraffierte Verteilung), so zeigt auch die EPAM-Vorhersage deutliche Struktur in den A^+ -Gebieten, wobei die Anhäufung bei $M(3\pi) \sim 1.1$ GeV durch die Einschränkung auf das ρ -Gebiet, die Anhäufung bei $M(3\pi) \sim 1.65$ GeV durch die Einschränkung auf das f -Gebiet erzeugt wird. Dies zeigt, daß ein Teil der Resonanzsignale in den A^+ -Gebieten, besonders für $M(3\pi) \sim 1.65$ GeV, durch kinematische Reflexionen ('Deck - Effekt') erklärt werden kann.

Die Anhäufung von Ereignissen in der $M(p\pi^+\pi^-)$ -Verteilung (Abb.3.2d) für $M(p\pi^+\pi^-) < 1.8$ GeV -dem Gebiet der 'Höheren Isobare'- wird durch die EPAM Vorhersage gut wieder-

gegeben. Wie in dem $M(3\pi)$ -Spektrum, können in der $M(p\pi^+\pi^-)$ -Verteilung auftretende Resonanzen nicht durch das EPAM erklärt werden. Wie wir aber gesehen haben, ist diese Anhäufung stark mit dem Δ^{++} -Signal korreliert (Abb. 3.2e, gepunktete Verteilung), was das Modell gut wiedergibt. Auch hier zeigt sich also, daß ein großer Teil der Anhäufung als kinematischer Effekt erklärt werden kann.

Aussagen dieser Art lassen sich aber nur machen, wenn man die Dualitätsvorstellung außer Acht läßt. Nach dieser Vorstellung ist das s-Kanal-Verhalten vollständig durch das t-Kanal-Verhalten der Reaktionen bestimmt. (und umgekehrt), d.h. durch den Austausch aller möglichen Regge-Trajektorien. Unter der Näherung, daß der Austausch aller möglichen Regge-Trajektorien in der Reaktion $\pi^+p \rightarrow \pi^+p\pi^+\pi^-$ durch den Austausch der π^- -Trajektorie ersetzt werden kann, und dieser Austausch durch das EPA-Modell (nicht reggeisierter π^- -Austausch) gut wiedergegeben wird, sollte man, wenigstens teilweise, duales Verhalten des EPAM erwarten. Es läßt sich nicht ausschließen, daß wir so ein Verhalten in den Abb. 3.2c,d beobachten.

4. Trennung der Reaktionen

Da es uns wegen der z.T. sehr kleinen Erzeugungswirkungsquerschnitte der Resonanzen und der fast unbekanntenen Dynamik der einzelnen Reaktionen unmöglich erschien, die Eigenschaften der Reaktionen aus den Gesamtverteilungen des Endzustandes (3.1) zu bestimmen, versuchten wir, diesen Endzustand durch Schnitte in geeigneten kinematischen Variablen so zu

zerlegen, daß die Untergruppen die gewünschten Reaktionen angereichert enthalten.

Die Ähnlichkeit aller p_T - Dichteverteilungen der auslaufenden Teilchen, sowie der kleine Erwartungswert $\langle p_T \rangle$ einerseits, als auch die deutlichen Unterschiede in den p_L^* - Dichteverteilungen andererseits, legen es nahe, die zum Endzustand (3.1) führenden Reaktionen durch Schnitte im Longitudinalimpuls p_L^* der einzelnen Teilchen zu trennen. Diese Idee liegt auch den van Hove'schen Verteilungen zu Grunde. (VH069). Nennt man im Gesamtschwerpunktsystem die Richtung 'rückwärts' ('vorwärts'), die entgegengesetzt (gleichgerichtet) zur Richtung des einlaufenden π^+ ist, erhält man durch Unterscheidung in $p_L^* \leq 0$ und $p_L^* > 0$ bei 4 auslaufenden Teilchen 2^4 kinematische Konstellationen, wovon aber wegen der Impulserhaltung nur 14 möglich sind. Diese sind in Tab.3.1 mit ihren experimentellen Besetzungszahlen zusammengestellt. Wie man aus dieser Übersicht sieht, liegen etwa 90% des Gesamtwirkungsquerschnittes in den kinematischen Gebieten, die mit Dia 6, Dia 7 und Dia 8 bezeichnet sind. Da die Ereignisse mit Vorwärtsprotonen (Dia9 - Dia16) nur etwa 1% des Gesamtwirkungsquerschnittes ausmachen, werden sie im Weiteren zusammen mit den entsprechenden Konstellationen mit Rückwärtsprotonen betrachtet. In Form von Diagrammen sind die ersten 8 kinematischen Möglichkeiten von Tab.3.1 nochmals in Abb.3.4 zusammengestellt, wobei das Proton immer als rückwärts fliegend eingezeichnet ist, sofern das kinematisch möglich ist.

Die zu den kinematischen Schnitten Dia1 - Dia8 gehörenden Ereignisgruppen zeigen starke Resonanzproduktion

in der invarianten Masse der Kombination von Teilchen, die im Gesamtschwerpunktsystem (CMS) die gleiche Flugrichtung (vorwärts oder rückwärts) haben. Dies ist auch zu erwarten, da die Resonanzproduktion bei unserer Energie i.a. peripher verläuft und da die am häufigsten beobachteten Resonanzen (Δ^{++} , N^{*++} , ρ^0 , f , A^+) verhältnismäßig kleine Q -Werte haben, verglichen mit der Schwerpunktsenergie ($E_{\text{CMS}} \sim 4.76 \text{ GeV}$). In Abb. 3.5a, b, c zeigen wir die Verteilung von $M(\pi^+\pi^+\pi^-)$, $M(p\pi_1^+\pi^-)$ und $M(p\pi^-)$ für die kinematischen Gebiete Dia8, Dia6, bzw. Dia5. Durch Vergleich mit den entsprechenden Verteilungen von Abb. 3.2c, d, e sieht man, daß die Resonanzen bei kleinen invarianten Massen stark hervortreten. Besonders deutlich wird das in Abb. 3.5c, wo die $\Delta^0(1236)$ -Resonanz klar hervortritt, während sie in der Gesamtverteilung (Abb. 3.2e) praktisch nicht sichtbar ist. Bemerkenswert ist weiterhin, daß die Anhäufung bei $M(\pi^+\pi^+\pi^-) \sim 1.65 \text{ GeV}$ (Abb. 3.2c) durch den kinematischen Schnitt Dia8 stark vermindert wird (Abb. 3.5a). Wegen des hohen Q -Wertes ($Q \sim 1.2 \text{ GeV}$) ist es möglich, daß eines der drei Pionen im CMS eine zum gesamten (3π) -System entgegengesetzte Flugrichtung hat.

Die invarianten Massen $M(p\pi_1^+)$ und $M(\pi_s^+\pi^-)$ der Ereignisse, die in dem kinematischen Gebiet Dia7 liegen, sind in Abb. 3.6 gegeneinander aufgetragen. Die Massenbänder von Δ^{++} , ρ^0 und f sind stark besetzt. Die Projektion von Abb. 3.6 auf die Massenachsen zeigt Abb. 3.7a, b. In Abb. 3.7a gibt die schraffierte Verteilung $M(p\pi_1^+)$ für $M(\pi_s^+\pi^-)$ im ρ^0 -Massenband ($0.65 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 0.85 \text{ GeV}$), während das $(\pi_s^+\pi^-)$ -Spektrum für $M(p\pi_1^+)$ im Δ^{++} -Band ($1.156 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.316 \text{ GeV}$) in Abb. 3.7b gezeigt wird. Diese beiden Verteilungen spiegeln die starke An-

häufung von Ereignissen im $\rho^0 - \Delta^{++}$ -Überlappungsgebiet in Abb. 3.6 wider. Die entsprechenden Verteilungen für alle Ereignisse, die nicht der kinematischen Bedingung Dia7 genügen, gibt Abb. 3.7c,d. Auch hier sieht man signifikante Anhäufungen im Δ^{++} , bzw. ρ^0 und f-Gebiet. Das $\rho^0 - \Delta^{++}$ -Gebiet ist aber praktisch nicht besetzt, wie man aus den schraffierten Verteilungen sieht. Für das Überlappungsgebiet des f-Bandes ($1.16 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+ \pi^-) \leq 1.36 \text{ GeV}$) mit dem Δ^{++} -Band ist die Lage nicht so eindeutig (Abb. 3.7d), was mit der hohen Masse des f ($Q \sim 1 \text{ GeV}$) zusammenhängt. Die Verteilungen von $M(\pi^+ \pi^+ \pi^-)$ und $M(p \pi_1^+ \pi^-)$ unter den Einschränkung Dia7 werden in Abb. 3.8a,b gezeigt. Durch Vergleich mit den Abb. 3.2c,d und Abb. 3.5a,b sieht man, daß die Anhäufung bei $M(3\pi) < 1.4 \text{ GeV}$ und $M(p \pi_1^+ \pi^-) < 1.8 \text{ GeV}$ stark reduziert sind und das (3π) -Massenspektrum auch bei $M(3\pi) \sim 1.65 \text{ GeV}$ keine signifikante Struktur mehr zeigt.

Die durch die kinematischen Bedingungen Dia7 festgelegte Ereignisgruppe enthält also fast alle Ereignisse, die im $\rho^0 - \Delta^{++}$ -Bereich liegen und etwa die Hälfte aller Ereignisse aus dem f - Δ^{++} -Massenbereich (siehe unten). Mögliche Resonanzbildung in $M(3\pi)$ und $M(p \pi_1^+ \pi^-)$ sind zumindestens stark reduziert.

Wie wir am (3π) - und am $(\pi^+ \pi^-)$ -Massenspektrum gesehen haben, wächst mit steigender Masse die Wahrscheinlichkeit, daß im CMS ein Teilchen eines Teilchensystems entgegengesetzt zur Richtung des Teilchensystems fliegen kann. Das heißt aber für Resonanzen, daß sie nicht mehr vollständig durch ihren 'natürlichen' Schnitt im Longitudinalimpuls erfaßt werden. Einen Eindruck dafür geben die Abb. 3.9a,b. Die Abb. 3.9a gibt den Prozentsatz der Ereignisse der Art $\pi p \rightarrow \pi \pi \Delta_{1236}$ in Abhängigkeit von der (2π) -Masse und der CMS-Energie an, bei denen beide

Pionen in Vorwärtsrichtung fliegen. Die Kurven wurden durch Erzeugung von Kunstereignissen berechnet, wobei der $(p\pi)$ -Masse eine Breit-Wigner-Häufigkeitsverteilung gegeben wurde und das t -Verhalten durch den Pion-Propagator P

$$P \propto 1/(t + \mu^2)^2, \quad t \leq 0.3 \text{ GeV}^2$$

simuliert wurde. Die Zerfallswinkelverteilungen im $(p\pi)$ - und $(\pi\pi)$ -System wurden als isotrop angenommen. Die Kurven von Abb. 3.9a zeigen deutlich, wie die Güte des kinematischen Schnitts von der $(\pi\pi)$ -Masse und dem Laborimpuls des einlaufenden Teilchens, d.h. der Schwerpunktsenergie abhängt. Bei unserer Energie beträgt der Verlust an Ereignissen durch den oben angegebenen Schnitt für das f -Gebiet etwa 12% (verglichen mit etwa 1% im ρ -Gebiet), obwohl nur der periphere Teil der Reaktion betrachtet wurde. Die Abhängigkeit des Verlustes an Ereignissen durch den kinematischen Schnitt Δ_{1236} vom Quadrat des Impulsübertrages auf das $(\pi\pi)$ -System und von der $(\pi\pi)$ -Masse für die Reaktion $\pi p \rightarrow \pi \Delta_{1236}$ ($p_{\text{LAB}} = 11.62 \text{ GeV}/c$) zeigt die Abb. 3.9b. Zur Berechnung dieser Kurven wurden wiederum Kunstereignisse verwendet, die nach obigem Modell erzeugt worden waren, allerdings jetzt mit der Einschränkung, daß $M(p\pi)$ im Intervall $(1.156 \text{ GeV} - 1.316 \text{ GeV}; \Delta^{++}$ -Bereich) liegen. Bei der Berechnung des $\rho^0 \Delta^{++}$ -, bzw. $f \Delta^{++}$ -Wirkungsquerschnittes aus der Ereignisgruppe, die der Bedingung Δ_{1236} genügt, erwartet man also einen Verlust in der Größenordnung von 5%, bzw. 20% alleine durch das kinematische Verhalten des $(\pi\pi)$ -Vertex. Dazu kommen noch Verluste am $(p\pi)$ -Vertex (nicht gezeigt).

IV. Differentieller Wirkungsquerschnitt und Erzeugungswirkungsquerschnitt für die Reaktionen

$$\underline{\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++} \quad \text{und} \quad \pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}}$$

Zur Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnittes und des Erzeugungswirkungsquerschnittes der Reaktionen

$$\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++} \quad (4.1)$$

und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++} \quad (4.2)$

benützen wir die Gruppe von Ereignissen, die der kinematischen Bedingung D_{17} genügt, d.h.

$$\begin{aligned} p_L^*(p) &\leq 0, \quad p_L^*(\pi_1^+) \leq 0 \\ p_L^*(\pi_s^+) &> 0, \quad p_L^*(\pi^-) > 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Auf Grund der Betrachtungen in Kap. III.4 machen wir im Folgenden die Annahme, daß alle Ereignisse der Reaktionen

$$\pi^+ p \rightarrow A^+ p$$

und $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ N^{***}$

durch die Bedingung (4.3) ausgeschlossen sind.

1. Methode zur Bestimmung der Wirkungsquerschnitte

Für die Bestimmung der Wirkungsquerschnitte der Reaktionen (4.1) und (4.2) werden folgende Annahmen gemacht:

a) Die Intensitäten aller Prozesse addieren sich inkohärent, d.h.:

$$\sigma_{\text{tot}} = \int dLip \sum_j |T_j|^2,$$

wo $|T_j|^2$ das Quadrat des Matrixelementes für den j-ten Prozess sein soll. Die Summe läuft über alle beteiligten Reaktionen und die Integration erstreckt sich über das ganze, kinematisch erlaubte Volumen (Lip = Lorentz invarianter Phasenraum).

b) Das Matrixelement $|T_j|^2$ kann in der folgenden Weise faktorisiert werden

$$T_j(M(2\pi), M(p\pi), t)^2 = f_1^j(M(2\pi)) \cdot f_2^j(M(p\pi)) \cdot f_3^j(t),$$

wo t das Quadrat des Impulsübertrags vom einlaufenden π^+ auf das $(\pi_s^+ \pi^-)$ - System sein soll. Die Funktionen f_1 und f_2 werden konstant gesetzt, außer im Falle von Resonanzproduktion in der entsprechenden Massenkombination, wo Breit-Wigner-Funktionen die Massenabhängigkeit beschreiben sollen (s.u.).

Die Doppelresonanzwirkungsquerschnitte $\sigma(\rho^0 \Delta^{++})$ und $\sigma(f \Delta^{++})$ werden mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Anpassungsmethode bestimmt (SWA67). Mit den obigen Annahmen schreibt sich die Likelihood-Funktion als

$$\mathcal{L} = \prod_{i=1}^N \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{|T_j(i)|^2 dLip(i)}{\int |T_j|^2 dLip} \quad (4.4)$$

Das Produkt (Index i) läuft über alle experimentellen Ereignisse, die Summe (Index j) läuft über alle beitragenden Reaktionen. Der Wert des Quadrats des Matrixelementes, sowie des differentiellen Phasenraumvolumens ist i.a. von den Massen $M(2\pi)$ und $M(p\pi)$ und vom Impulsübertrag t des einzelnen Ereignisses abhängig. Angepasst wird der Anteil α_j vom Gesamtwirkungsquerschnitt, der auf den j -ten Prozess entfällt; d.h. es gilt die Normierungsbedingung

$$\sum_j \alpha_j = 1.$$

Die t - Abhängigkeit (f_3) des Matrixelementes ist nicht bekannt. Benützt man aber die Annahme (b) von oben und paßt die Parameter α_j in kleinen t - Intervallen an, läßt sich die Likelihood-Funktion (4.4) vereinfachen:

$$\mathcal{L}(t) = \prod_{i=1}^{N^i} \sum_{j=1}^n \alpha_j \frac{f_1^j \cdot f_2^j \cdot d\text{Lip}}{\int f_1^j \cdot f_2^j \cdot d\text{Lip} |_t} \quad (4.5)$$

Das Produkt erstreckt sich jetzt nur noch über die Ereignisse in dem jeweiligen t - Intervall. Die Integrationsgrenzen im Nenner sind von t abhängig. Der Vorteil von (4.5) ist, daß keine explizite t - Abhängigkeit für das Matrixelement angenommen werden muß. Der Nachteil ist, daß die Normierungsintegrale im Nenner von (4.5) in Abhängigkeit von t bekannt sein müssen. Sie wurden mit Hilfe von Monte-Carlo-Kunstereignissen berechnet, die in den Massen $M(p\pi)$ und $M(2\pi)$ mit einer dem Experiment ähnlichen Häufigkeitsverteilung und im Impulsübertragsquadrat t mit einer zum Pion-Propagator proportionalen Verteilung ausgespielt wurden ('importance sampling'). Dies machte es möglich, die Integrale auch für sehr kleine t genauer als 3% (mit vernünftigem Rechenaufwand) zu berechnen, was sich als notwendig erwies, da die Normierungsintegrale von der Schwelle an sehr stark ansteigen (z.B. steigt für den Prozess $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ das Normierungsintegral von $t = 0.01 \text{ GeV}^2$ bis $t = 0.02 \text{ GeV}^2$ um den Faktor 20!). Die Parameter α_j werden unter Maximalisierung des Ausdrucks (4.5) an die experimentelle Dichteverteilung $\partial^3 \sigma / \partial M(p\pi_1^+) \partial M(\pi_s^+ \pi^-) \Delta t$ angepaßt, wobei aber aus rechentechnischen Gründen der negative Logarithmus von (4.5) minimalisiert wurde. Dazu wurde das Minimalisierungsprogramm SOLVE (M0065) verwendet.

Außer den Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ (4.1) und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ (4.2) wurden zur Anpassung noch folgende Prozesse berücksichtigt:

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \Delta^{++} \quad (4.6)$$

$$\rightarrow \rho^0 p \pi^+ \quad (4.7)$$

$$\rightarrow f p \pi^+ \quad (4.8)$$

$$\rightarrow \pi^+ \pi^- p \pi^+ . \quad (4.9)$$

Um das Resonanzverhalten zu beschreiben, wurden für f_1^j , bzw. f_2^j relativistische Breit-Wigner-Funktionen mit massenabhängiger Breite benutzt (JAC64). Die relativen Anteile α_j der Prozesse (4.1), (4.2) und (4.6) - (4.9) wurden in 18 t- Intervallen bestimmt, die so gewählt wurden, daß etwa 150 Ereignisse pro Intervall zur Anpassung zur Verfügung standen. Die gewählten t- Intervalle umfassen den gesamten, durch die Bedingung (4.3) erlaubten t- Bereich. Die Güte der Anpassung wurde durch einen χ^2 - Test bestimmt. Dazu war die zweidimensionale Verteilung $M(p\pi_1^+)$ (≤ 1.8 GeV) gegen $M(\pi_s^+ \pi^-)$ (≤ 2.0 GeV) in 40×40 MeV² Intervalle zerlegt worden, in denen die experimentelle Dichteverteilung mit der angepaßten verglichen wurde (durch Erzeugung von Monte-Carlo-Ereignissen, die mit der theoretischen Dichte bewichtet wurden). In jedem Intervall wurden mindestens 10 Ereignisse gefordert; war das nicht erfüllt, wurden mehrere Intervalle zum Vergleich zusammengefaßt. Die χ^2 - Wahrscheinlichkeit lag in allen t- Intervallen über 1%, bis auf $0.11 \text{ GeV}^2 < t < 0.13 \text{ GeV}^2$ ($\chi^2/\text{Freiheitsgrade} = 31.7/12$). Der Beitrag der Kanäle (4.8) und (4.9) erwies sich bei unserem Verfahren wegen der geringen Statistik als unmeßbar klein.

2. Ergebnisse

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt$ für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ - das Ergebnis der oben beschriebenen

Anpassung - wird in Abb.4.1 gezeigt. Den Erzeugungsquerschnitt, unter der kinematischen Einschränkung (4.3), erhält man durch Integration von $d\sigma/dt$ über t . Das Ergebnis ist:

$$\begin{aligned}\sigma(\rho^0 \Delta^{++}) &= (0.293 \pm 0.04) \text{ mb} \\ \sigma(f \Delta^{++}) &= (0.070 \pm 0.01) \text{ mb} .\end{aligned}$$

In Tab.4.1 (1. Spalte) sind die Erzeugungswirkungsquerschnitte der Reaktionen (4.1), (4.2), (4.6) und (4.7) zusammengestellt.

Abschließend soll nochmals betont werden, daß die Bestimmung dieser Wirkungsquerschnitte nur von den Annahmen

- Vernachlässigung von Interferenzeffekten zwischen den beteiligten Prozessen (Annahme a)
- über die Faktorisierbarkeit des Quadrats des Matrixelementes (Annahme b), und
- über die Art der beteiligten Prozesse

abhängt, nicht aber von der Form der t - Abhängigkeit des Matrixelementes. Unsere Ereignisauswahl bedingt aber, wie im letzten Kapitel gezeigt worden ist, einen t - abhängigen Verlust an Ereignissen, auf den korrigiert werden muß, um die wahren $\rho^0 \Delta^{++}$ und $f \Delta^{++}$ Wirkungsquerschnitte zu erhalten. Diese Korrektur wird im nächsten Abschnitt behandelt.

Die Form der t - Abhängigkeit des Matrixelementes läßt sich aus der eben besprochenen Anpassung mit Hilfe von Annahme (b) aus

$$\sigma_j \propto \int f_1^j \cdot f_2^j \cdot f_3^j \, dLip$$

gewinnen. Differenziert man diesen Ausdruck nach t , so erhält man

$$\frac{d\sigma_j}{dt} \propto f_3^j \int f_1^j \cdot f_2^j \, dLip'$$

Dividiert man also den für den j -ten Prozess erhaltenen differentiellen Wirkungsquerschnitt durch das von t abhängige Normierungsintegral, erhält man eine Verteilung $F(t)$

$$F(t) \propto f_3^j(t).$$

Für die Reaktionen (4.1) und (4.2) ist $F(t)$ in Abb.4.2a,b aufgetragen. Als gestrichelte Kurve ist in beiden Figuren der Pion-Propagator

$$g(t) \propto 1/(t + \mu^2) \quad (4.10)$$

ingezeichnet. Für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ beschreibt er recht gut den Verlauf von $f_3^{\rho\Delta}(t)$ (Abb.4.2a). Wegen der großen Fehler des differentiellen Wirkungsquerschnittes der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$ läßt sich nur sagen, daß der Pion-Propagator nicht im Widerspruch zu den Daten steht. Dasselbe gilt für die entsprechenden Verteilungen der Reaktionen (4.6) und (4.7) (nicht gezeigt).

Unter der Annahme, daß sich der t - abhängige Teil des Quadrats des Matrixelementes f_3^j aller beteiligten Prozesse schreiben läßt als

$$f_3^j \propto 1/(t + \mu^2)^2$$

wurden die Wirkungsquerschnitte der Reaktionen (4.1), (4.2) und (4.6) - (4.9) nochmals mit dem Maximum-Likelihood-Verfahren bestimmt - unter der Einschränkung (4.3) - wobei die α_j jetzt über den ganzen t - Bereich angepaßt wurden. Zusätzlich zu den eben angeführten Prozessen wurde noch die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow g^0 p \pi^+$ hinzugenommen. Die Ergebnisse dieser Anpassung (Tab.4.1, zweite Spalte) sind in guter Übereinstimmung mit den oben gewonnenen Wirkungsquerschnitten. Die Projektion der angepaßten Dichte

$\partial^3 \sigma / \partial M(p\pi_1^+) \partial M(\pi_s^+ \pi^-) \partial t$ auf die beiden Massenachsen ist in Abb. 3.7a,b (durchgezogene Kurve) eingezeichnet.

3. Korrektur der Wirkungsquerschnitte

Um die durch die kinematische Bedingung (4.3) entstandenen Verluste zu berechnen, werden zwei Verfahren angewendet.

a) Verfahren 1

Wie wir gesehen haben, läßt sich unter der Annahme, daß der t -abhängige Teil des Quadrats des Matrixelementes durch den Pion-Propagator beschrieben werden kann, eine gute Beschreibung des Endzustandes $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$ - mit der Einschränkung (4.3) - erreichen. Dieses Modell wird nun benutzt, um die $(\rho^0 \Delta^{++})$ - und $(f \Delta^{++})$ - Wirkungsquerschnitte in dem Gebiet anzupassen, das durch die Bedingung (4.3) ausgeschlossen ist. Dafür werden alle Ereignisse mit den Bedingungen Dia1, Dia5 und Dia6 (siehe Abb. 3.4 und Tab. 3.1) unter der Einschränkung

$$M(p\pi_1^+) \leq 2.0 \text{ GeV} , M(\pi_s^+ \pi^-) \leq 2.2 \text{ GeV}$$

zusammengefaßt. Die Ereignisse, die zu den Bedingungen Dia2, Dia3 und Dia4 gehören, werden mit

$$M(p\pi_1^+) \leq 2.0 \text{ GeV} , M(\pi_s^+ \pi^-) \leq 2.0 \text{ GeV}$$

zu einer zweiten Gruppe vereinigt.

Die Ereignisse, die unter Dia8 fallen, werden nicht berücksichtigt, da sie keinerlei Δ^{++} - Signal zeigen. Abschätzungen nach dem gleichen Verfahren, wie es am Schluß von Kap. III.4 beschrieben ist, zeigen, daß man durch Weglassen des kinematischen Gebietes Dia8 maximal 1% aller Ereignisse verliert, die über Δ^{++} - Produktion verlaufen.

Die zweidimensionale Verteilungen $M(p\pi_1^+)$ gegen $M(\pi_s^+\pi^-)$, die Projektion dieser Verteilungen auf die Massenachsen, sowie der differentielle Wirkungsquerschnitt $\partial\sigma/\partial t$ für diese beiden Ereignisgruppen wird in Abb.4.3,4.4, bzw. Abb.4.5,4.6 gezeigt. Die durchgezogenen Kurven in Abb.4.4,4.6 stellen das Ergebnis der Maximum Likelihood Anpassung dar. Die so bestimmten Erzeugungswirkungsquerschnitte für die beiden Ereignisgruppen sind in Tab.4.1 (Spalte 4,5) zusammengestellt. Die Korrektur auf die im vorigen Abschnitt berechneten $(\rho^0\Delta^{++})$ - und $(f\Delta^{++})$ - Wirkungsquerschnitte ist damit

$$\sigma_{\text{korr}}(\rho^0\Delta^{++}) = (35 \pm 6) \mu\text{b}$$

$$\sigma_{\text{korr}}(f\Delta^{++}) = (35 \pm 8) \mu\text{b} ,$$

was Verlusten von $(12 \pm 2)\%$, bzw. $(50 \pm 11)\%$ entspricht. Diese erscheinen nach den Betrachtungen von Kap. III.4 als realistisch. Damit sind die totalen $(\rho^0\Delta^{++})$ - und $(f\Delta^{++})$ - Erzeugungsquerschnitte

$$\sigma(\rho^0\Delta^{++}) = (328 \pm 47) \mu\text{b} \quad (4.11)$$

$$\sigma(f\Delta^{++}) = (105 \pm 14) \mu\text{b} . \quad (4.12)$$

Der t - abhängige Verlauf dieser Korrektur wird in Abb.4.7 gezeigt.

Der mit diesem Verfahren gewonnene korrigierte differentielle Wirkungsquerschnitt für die Reaktionen (4.1) und (4.2) wird in Abb.4.8 gezeigt (siehe auch Tab.4.2,4.3).

Für den $\rho^0\Delta^{++}$ - und $f\Delta^{++}$ - Überlappungsbereich sind in Tab.4.4 die Anteile der einzelnen Prozesse in verschiedenen t - Intervallen angegeben, die aus der Anpassung nach Verfahren 1 sowie aus der Anpassung von IV.2 gewonnen wurden. Alle Zahlen

sind gerundet (in Klammern sind die Anteile im $\rho^0\Delta^{++}$ - Bereich unter der kinematischen Bedingung 4.3 angegeben). Nach diesen Ergebnissen beträgt der Untergrund für $t \leq 0.2 \text{ GeV}^2$ etwa 15% für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ und etwa 45% für $\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$. Mit der kinematischen Bedingung (4.3) reduziert sich der Untergrund im $\rho^0\Delta^{++}$ - Gebiet auf $\sim 10\%$.

b) Verfahren 2

Für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ wurde der differentielle Wirkungsquerschnitt $\partial\sigma/\partial t$ für das erste Diagramm in Abb.3.3 berechnet, wie er aus dem Ein-Pion-Austausch-Modell unter Benutzung der Benecke-Dürr-Formfaktoren folgt (W069). Als 'on-shell' elastische Streuwirkungsquerschnitte am mesonischen, bzw. baryonischen Vertex wurden, im Gegensatz zu Kap.III.3, nur die Wirkungsquerschnitte eingesetzt, wie sie aus den δ_1^1 (D11), bzw. δ_3^3 (DON68) Streuphasen folgen. Die absolute Vorhersage dieses Modells für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\partial\sigma/\partial t$ unter der Bedingung (4.3) und für das kinematische Gebiet, das durch (4.3) ausgeschlossen ist, wird in Abb.4.1, bzw. Abb.4.7 gezeigt. Wie man aus den beiden Abbildungen sieht, stimmt der Verlauf dieser EPAM-Vorhersage, auch in der absoluten Normierung mit den experimentell ermittelten Verteilungen gut überein. Der t - abhängige Verlauf der Korrektur - insgesamt beträgt sie 8.5% - ergibt sich aus dem Verhältnis der Kurven in Abb.4.7 und Abb.4.1. In Tab.4.2 findet man den nach diesem Modell korrigierten differentiellen Wirkungsquerschnitt. Er ist zwar systematisch kleiner als der aus dem 1. Verfahren gewonnene, doch sind beide innerhalb der Fehler verträglich.

Der totale Erzeugungsquerschnitt ergibt sich nach

diesem Verfahren für Reaktion (4.1) zu

$$\sigma(\rho^0 \Delta^{++}) = (318 \pm 36) \mu\text{b}$$

und ist damit in sehr guter Übereinstimmung mit (4.11).

Auf eine ähnliche Rechnung für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ wurde verzichtet, da die δ_2^0 Streuphasen experimentell nur für $M(\pi^+ \pi^-) \leq 1.4$ GeV bestimmt sind und zudem in den zugehörigen Inelastizitäten η_2^0 große Unsicherheiten auftreten.

4. Vergleich mit den anderen Experimenten

a) Erzeugungswirkungsquerschnitte

Der Erzeugungswirkungsquerschnitt für die Reaktion (4.1) in Abhängigkeit vom Strahlimpuls wird in Abb.4.9 gezeigt (die zugehörigen Referenzen sind im Literaturverzeichnis unter 'Übersicht' zusammengestellt). Wie man sieht, weichen die Wirkungsquerschnitte in Experimenten mit ähnlichem Strahlimpuls voneinander ab. Diese Unterschiede werden hauptsächlich durch verschiedene Annahmen über das Untergrundverhalten und durch verschiedene Extrapolationen in die Ausläufer der Resonanzverteilungen verursacht. Es zeigte sich auch bei unserem Experiment, daß der $\rho^0 \Delta^{++}$ Wirkungsquerschnitt stark von der Annahme über das t - Verhalten des Matrixelementes abhängt. Bestimmt man den $\rho^0 \Delta^{++}$ - Wirkungsquerschnitt z.B. unter der Annahme $f_3^j = \text{constans}$, d.h. nach dem Statistischen Modell, so erhält man einen Wert, der doppelt so groß ist, wie der in (4.11) angegebene.

Die in Abb.4.9 eingezeichnete Kurve ist die absolute Vorhersage des EPA- Modells, gerechnet für reine P- Welle an beiden Vertices (siehe oben). Die Vorhersage gibt den Verlauf der experimentellen Werte für kleine Strahlimpulse recht gut

wieder, scheint aber für hohe Eingangsimpulse systematisch über den experimentellen Werten zu liegen. Für $p_{\text{LAB}} > 10 \text{ GeV}/c$ kann die EPAM- Kurve ungefähr mit

$$\sigma(\rho^0 \Delta^{++}) \propto p_{\text{LAB}}^{-1.5} \quad (4.13)$$

beschrieben werden. Den Zusammenhang (4.13) kann man auch aus dem Regge- Pol- Modell ableiten (M066). Wenngleich auch die absoluten Werte der experimentellen Wirkungsquerschnitte nicht mit der theoretischen Vorhersage zusammenfallen, scheinen sie doch ungefähr dieselbe Abhängigkeit vom Strahlimpuls zu haben, wie die die EPAM- Kurve.

In Abb. 4.9 sind auch die bisher bekannten Erzeugungswirkungsquerschnitte der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ eingezeichnet. Alle Wirkungsquerschnitte sind nicht auf den $f \rightarrow \pi^0 \pi^0$ Zerfall korrigiert ($\sigma(f \rightarrow \pi^+ \pi^-) / \sigma(f \rightarrow \pi \pi) = 2/3$). Obwohl die großen experimentellen Fehler und die wenigen Meßpunkte eine sichere Aussage unmöglich machen, scheint der Wirkungsquerschnitt der Reaktion (4,2) für $p_{\text{LAB}} = 8 \text{ GeV}/c$ nach derselben Gesetzmäßigkeit abzufallen, wie Reaktion (4.1). Das sollte auch der Fall sein, wenn beide Prozesse durch den gleichen Mechanismus (π - Austausch) erzeugt werden.

b) Die differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt$ und $d\sigma/dt'$

Wie in Abschnitt IV.2 gezeigt wurde, gibt der Pionpropagator (4.10) eine recht gute Erklärung für den Verlauf der experimentellen $d\sigma/dt$ Verteilung für die Reaktionen (4.1) und (4.2). Der differentielle Wirkungsquerschnitt läßt sich jedoch auch durch den Exponentialausdruck e^{-at} beschreiben, für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ nur für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$. Die

exponentielle Steigung beträgt $a(\rho^0 \Delta^{++}) = (14.4 \pm 1.5) \text{ GeV}^{-2}$ und $a(f\Delta^{++}) = (2.4 \pm 0.5) \text{ GeV}^{-2}$ (Tab.4.5). Der Unterschied dieser beiden Steigungen läßt sich jedoch nach dem vorher Gesagten in guter Näherung durch das unterschiedliche Phasenraumverhalten für kleine t - Werte alleine erklären (abgesehen davon, daß die angepaßte Steigung für die Reaktion (4.1) sehr stark vom Anpassungsbereich abhängig ist.

Zum Vergleich mit den anderen Experimenten ist in Abb.4.10 der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dt'$ für die Reaktionen (4.1) und (4.2) gegeben, mit $t' = t - t_{\min}$ (siehe auch Tab.4.2,4.3). Dabei ist t_{\min} der kleinstmögliche Wert des Impulsübertragsquadrats für gegebene $M(p\pi_1^+)$ und $M(\pi_s^+ \pi^-)$. Da unser Maximum-Likelihood-Verfahren nur $d\sigma/dt$ liefert, wurde $d\sigma/dt'$ daraus mit einem Monte Carlo Verfahren berechnet. In jedem t - Intervall wurden Kunstereignisse ausgespielt, mit der theoretischen Dichte

$$\frac{f_1^j \cdot f_2^j \, d\text{Lip}}{\int f_1^j \cdot f_2^j \, d\text{Lip} \Big|_t}, \quad j = \rho^0 \Delta^{++} / f\Delta^{++}$$

bewichtet und die Summe der Gewichte in jedem t - Intervall auf den angepaßten Wirkungsquerschnitt α_j normiert. Die in jedem t - Intervall erzeugten $d\sigma/dt'$ - Verteilungen wurden dann aufsummiert. Die Fehler in Abb.4.10 enthalten somit auch die Fehler dieser Monte-Carlo-Integration.

Die Verteilungen in Abb.4.10 lassen sich natürlich wieder mit Hilfe des in t' transformierten Pion- Propagators erklären (nicht gezeigt). Sie können jedoch auch durch Funktionen der Art

$$f(t') = a_1 \cdot e^{-b_1 t'} + a_2 \cdot e^{-b_2 t'}$$

beschrieben werden. In Tab. 4.6 sind die Ergebnisse unserer Anpassung, sowie die Resultate der Experimente bei $p_{\text{LAB}} = 8 \text{ GeV}/c$ (AD68), $p_{\text{LAB}} = 13.1 \text{ GeV}/c$ (GA70, GA71) zusammengestellt. Unser Wert für b_1 der Reaktion (4.1) liegt etwa 2.5 Standardabweichungen über den Werten der anderen Experimente; die Anpassung ist aber sehr stark vom gewählten Anpassungsbereich abhängig, sodaß wir diese Abweichung nicht für signifikant halten. Die exponentiellen Steigungen der Reaktion (4.2) sind gut mit den anderen Ergebnissen verträglich.

V. Zerfallswinkelverteilungen

Zur Untersuchung der Zerfallswinkelverteilungen der Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ (4.1) und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ (4.2) beschränken wir uns auf die Überlappungsgebiete der jeweiligen Resonanzmassenbänder (*). Die Untersuchung in Kap. IV.3.a (Tab. 4.4) haben gezeigt, daß der Untergrund mit diesen Einschränkungen $\sim 10\%$, bzw. $\sim 45\%$ beträgt.

Die Doppelresonanz - Zerfallswinkelverteilungen werden, der Schreibweise von Kotanski und Zalewski (K068) folgend, in Kugelfunktionen entwickelt, wobei - bis auf Spin-abhängige Faktoren - die Entwicklungskoeffizienten die Elemente des Statistischen Tensors sind. Es gilt damit

(*) $\Delta^{++} : 1.156 \text{ GeV} \leq M(p \pi_1^+) \leq 1.316 \text{ GeV}$
 $\rho^0 : 0.65 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+ \pi^-) \leq 0.85 \text{ GeV}$
 $f : 1.16 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+ \pi^-) \leq 1.36 \text{ GeV}$

Für die Reaktion (4.1) wurde zusätzlich die kinematische Bedingung (4.3) gefordert.

$$W(\theta_1 \phi_1 \theta_2 \phi_2) = \sum_{\substack{J_1 J_2 \\ M_1 M_2}} F_1(J_1) \cdot F_2(J_2) \cdot T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} \cdot Y_{J_1}^{M_1}(\theta_1 \phi_1)^* \cdot Y_{J_2}^{M_2}(\theta_2 \phi_2)^* \quad (5.1)$$

- Index 1(2) - bezieht sich auf den $2\pi(p\pi)$ - Vertex
- $Y_J^M(\theta\phi)^*$ - konjugiert komplexe Kugelfunktion
- J, M - Drehimpuls und Projektion auf die Quantisierungsachse
- θ, ϕ - Polar- und Azimutalzerfallswinkel im Ruhesystem des Vertex 1(2)
- $T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$ - Element des Statistischen Tensors
- $F(J)$ - reeller Koeffizient, der im wesentlichen vom Resonanzspin abhängt.

Die Elemente des Statistischen Tensors hängen mit den Mittelwerten $\langle Y_{J_1}^{M_1} \cdot Y_{J_2}^{M_2} \rangle$ über die Formel

$$\langle Y_{J_1}^{M_1} \cdot Y_{J_2}^{M_2} \rangle = F_1(J_1) \cdot F_2(J_2) \cdot T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$$

zusammen. Diese Mittelwerte von Kugelfunktionen wurden experimentell mit der Momentenmethode bestimmt. Aus den Elementen des Statistischen Tensors lassen sich dann in einfacher Weise (K068) die üblichen Spindichtematrixelemente gewinnen. Die Definition der verschiedenen Bezugssysteme, sowie eine kurze Zusammenstellung der verwendeten Formeln findet sich im Anhang.

1. Zerfallswinkelverteilungen der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$

Da der Untergrund an Ereignissen, die nicht über die Reaktion (4.1) verlaufen, relativ klein ist, werden die Elemente des Statistischen Tensors aus den Mittelwerten der Kugelfunktionen unter der Annahme bestimmt, daß nur die Reaktion (4.1)

in der oben definierten Ereignisgruppe vorliegt. Die Elemente des Statistischen Tensors für verschiedene Bezugssysteme gibt die Tab. 5.1.

In Abb. 5.1 zeigen wir die Zerfallswinkelverteilungen der $(\pi_s^+ \pi^-)$ - und der $(p\pi_1^+)$ - Teilchenkombinationen im nicht-transversalen Jackson-System. Wie schon in anderen Experimenten beobachtet wurde, zeigt die Polarwinkelverteilung des $(\pi^+ \pi^-)$ -Systems starke Abweichung von der Symmetrie, die von (5.1) für den Paritäts-erhaltenden Zerfall eines freien Spin 1 Teilchens vorhergesagt wird (Nach dem Ein- Pion- Austausch Modell erwartet man $d\sigma/d\cos\theta \propto \cos^2\theta$). Definiert man den Asymmetrieparameter A als

$$A = \frac{V - R}{V + R}, \quad (5.2)$$

wobei V(R) die Anzahl der Ereignisse (in diesem Bezugssystem) mit $\cos\theta \geq 0$ ($\cos\theta < 0$) bezeichnet, so erhält man

$$A = (0.43 \pm 0.04) \text{ für den } \rho^0 \text{-Vertex}$$

$$\text{und } A = (.048 \pm .048) \text{ für den } \Delta^{++}\text{-Vertex.}$$

Diese Asymmetrie kann von der Interferenz der P- Welle (ρ^0) mit anderen Partialwellen im Untergrund, wie z.B. S- oder D- Welle, stammen (unter der Annahme von $\pi\pi$ - Streuung am ρ^0 -Vertex; siehe Abschnitt V.3 und Anhang 3). Entwickelt man die Zerfallswinkelverteilung des $(\pi\pi)$ - Systems in Kugelfunktionen, so lassen sich die Entwicklungskoeffizienten durch die Momentenmethode darstellen als

$$A_1^m = N_j \cdot \left\langle \text{Re } Y_1^m \right\rangle_j \pm \left(\sum_{i=1}^{N_j} (\text{Re } Y_1^m)_j^2 \right)^{1/2} .$$

Die Koeffizienten $A_1^0, A_1^1, A_2^0, A_2^1, A_2^2, A_3^0, A_4^0, A_5^0$ und A_6^0 werden in

Abb. 5.2 in Abhängigkeit von $M(\pi_s^+ \pi^-)$ gezeigt. Zu deren Bestimmung wurden alle Ereignisse im Δ^{++} - Massenbereich mit $t(p/p\pi_1^+) \leq 0.2 \text{ GeV}^2$ verwendet. Neben dem -für reine $\pi\pi$ - Streuung - erwarteten ρ^0 - Signal in A_2^0 und dem f- Signal in A_2^0, A_4^0 , zeigt sich bei $M(\pi_s^+ \pi^-) \sim 1.7 \text{ GeV}$ eine Andeutung für das Auftreten einer $\ell \geq 3$ Welle in den Koeffizienten A_2^0, A_4^0 und A_6^0 . Dabei dürfte es sich um das g^0 (R070) handeln. Das signifikante Signal in A_1^0 , sowie die Struktur in A_3^0 im ρ^0 - Bereich deuten auf S-P-Wellen- und evtl. auf P-D-Wellen- Interferenz. Über letztere läßt sich jedoch wegen der großen experimentellen Fehler keine sichere Aussage machen. Sie wird daher im folgenden vernachlässigt. Unter der Annahme, daß am ρ^0 - Vertex elastische $\pi\pi$ - Streuung vorherrscht, müßten sich absorptive Beiträge in den Koeffizienten mit $m \neq 0$ zeigen. Andeutungen dafür im ρ^0 - Bereich sieht man in A_1^1 und A_2^1 . Alle Verteilungen sind gut mit denen des 8 GeV/c Experimentes verträglich (BA70).

a) Zerfallswinkelverteilungen mit Berücksichtigung der S-P-Wellen- Interferenz

Um die S-P-Wellen- Interferenz zu berücksichtigen, wurde die 2- dimensionale Winkelverteilung, die man aus (5.1) durch Integration über die Zerfallswinkel eines Vertex erhält, durch Glieder erweitert, die $\langle Y_1^0 \rangle$ und $\langle \text{Re} Y_1^1 \rangle$ als Faktoren enthalten. Diese Terme haben als Interferenzglieder keine definierte Parität und sollten für reinen P-Wellen- Zerfall verschwinden. Die $(\pi^+ \pi^-)$ - Zerfallswinkelverteilung wird damit (siehe z.B. K070):

$$\begin{aligned}
 W(\theta_1 \phi_1) = \frac{3}{4\pi} & \left\{ \frac{1}{3} - \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot (\cos^2 \theta - \frac{1}{3}) \cdot T_0^2 + \sin 2\theta \cos \phi \cdot T_1^2 + \right. \\
 & + \sin^2 \theta \cos 2\phi \cdot T_2^2 + \\
 & \left. + \frac{4\pi}{3} \langle Y_1^0 \rangle \cos \theta - \frac{8\pi}{3} \langle \text{Re} Y_1^1 \rangle \cdot \sin \theta \cos \phi \right\} \quad (5.3)
 \end{aligned}$$

Ein analoger Ausdruck ergibt sich für den $(p\pi)$ - Vertex. Die Mittelwerte $\langle Y_1^0 \rangle$ und $\langle \text{Re} Y_1^1 \rangle$ wurden mit der Momentenmethode im $\rho^0 \Delta^{++}$ - Gebiet bestimmt. Ihre t - Abhängigkeit zeigt Abb. 5.3. Wie aus (5.2) zu erwarten war, sind diese beiden Mittelwerte am $(p\pi)$ - Vertex für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ gut mit Null verträglich. Die über einen Winkel integrierte Verteilung (5.3) – normiert auf den experimentellen Wirkungsquerschnitt – ist in Abb. 5.1 (durchgezogene Kurve) eingezeichnet. Die Übereinstimmung mit den experimentellen Verteilungen ist sehr gut.

Zur Bestimmung der Einzelvertex- Tensorelemente wurde noch eine Maximum-Likelihood-Anpassung der Formel (5.3) an die experimentellen, 2- dimensionalen Zerfallswinkelverteilungen des (2π) - und des $(p\pi)$ - Systems gemacht. Es ergab sich in allen t - Intervallen gute Übereinstimmung mit den aus der Momentenmethode gewonnenen T_M^J , $\langle Y_1^0 \rangle$ und $\langle \text{Re} Y_1^1 \rangle$.

Der kombinierte S-P- Wellen- Spinzustand am (2π) - Vertex kann auch durch eine 4×4 Spindichtematrix beschrieben werden, deren Elemente mit den Einzelvertex- Tensorelementen und $\langle Y_1^0 \rangle$, $\langle \text{Re} Y_1^1 \rangle$ verknüpft sind (K070). Die Elemente dieser Dichtematrix wurden daher aus (5.3) mit der Momentenmethode bestimmt. In Tab. 5.2 sind sie für das nicht-transversale Jacksonsystem in Abhängigkeit von $t(p/p_1^+)$ zusammengestellt.

b) Zerfallswinkelverteilungen unter Vernachlässigung
von Interferenz - Effekten

Unter der Annahme, daß die Anwesenheit der S- Welle die Spindichtematrixelemente der ρ^0 - und Δ^{++} - P- Welle nicht stark ändert (das ist der Fall, wenn der S- Wellen- Wirkungsquerschnitt klein ist verglichen mit dem P- Wellen- Wirkungsquerschnitt), können diese Elemente der 3×3 Spindichtematrix direkt aus den Elementen des Statistischen Tensors bestimmt werden (Anhang 2). Ihre Abhängigkeit vom Impulsübertragsquadrat im nicht-transversalen Jackson-System wird für den ρ^0 - und Δ^{++} - Vertex in Abb. 5.4 gezeigt (siehe auch Tab. 5.3). An beiden Vertices verhalten sich die Matrixelemente für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ näherungsweise so, wie man es vom Ein- Pion- Austausch- Modell erwartet, d.h. fast vollständige transversale Polarisation des ρ^0 bezüglich der Reaktionsebene ($\rho_{00} \sim 1$, alle anderen $\rho_{ik} \sim 0$). Durch Vergleich mit den anderen Experimenten sieht man, daß die Abhängigkeit der Spindichtematrixelemente vom Impulsübertragsquadrat nahezu unabhängig von der Schwerpunktsenergie ist. Für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ ist $\rho_{00} \sim 0.8$ und fällt für $t > 0.2 \text{ GeV}^2$ monoton. Das in Abb. 5.4 bei $t \sim 0.06 \text{ GeV}^2$ sichtbare Zwischenminimum ist in der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ bei allen Energien vorhanden; seine Ursache ist nicht bekannt.

Der Abfall des ρ_{00} (und der Anstieg des ρ_{33}) kann verschiedene Gründe haben:

- Zunahme der Absorption mit steigendem Impulsübertrag
- Austausch von verschiedenen Spin- und Paritätszuständen in Abhängigkeit vom Impulsübertrag.

Den letzten Punkt wollen wir im nächsten Abschnitt untersuchen.

c) Natürlicher und unnatürlicher Paritätsaustausch

Eine Methode, den experimentellen Wirkungsquerschnitt für Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen in Anteile zerlegen zu können, die nur den Austausch von Zuständen natürlicher, bzw. unnatürlicher Parität enthalten, haben Ader et al. (AD68) angegeben. Diese Analyse stützt sich nur auf die Annahme, daß der ausgetauschte Zustand definierte Parität hat. Für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Lambda^{++}$ gelten unter Verwendung der Spindichtematrixelemente ρ_{ik} folgende Beziehungen für die Anteile am Wirkungsquerschnitt (AD68) :

natürlicher Paritätsaustausch

$$\sigma_0^+ = 0 \quad \sigma_1^+ = \sigma_{-1}^+ = \frac{\rho_{11}^+ + \rho_{1-1}^+}{2}$$

$$\sigma^+ = \sum_{\lambda} \sigma_{\lambda}^+ = 2 \cdot \sigma_{|\pm 1|}^+$$

unnatürlicher Paritätsaustausch

$$\sigma_0^- = \rho_{00} \quad \sigma_1^- = \sigma_{-1}^- = \frac{\rho_{11}^- + \rho_{1-1}^-}{2}$$

$$\sigma^- = \sum_{\lambda} \sigma_{\lambda}^- = \sigma_0^- + 2 \cdot \sigma_{|\pm 1|}^-$$

Der obere Index bezieht sich auf natürlichen (+), bzw. unnatürlichen (-) Paritätsaustausch; der untere bezeichnet die Helizität λ des auslaufenden Teilchens (ρ -Meson). Die σ_{λ}^{\pm} wurden aus den ρ_{ik} des ρ^0 im nicht transversalen Helizitätssystem berechnet und sind in Abb. 5.5 in Abhängigkeit vom Quadrat des Impulsübertrags $t(\pi^+/\pi_s^+ \pi^-)$ angegeben. Für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ kann σ^+ gegen σ^- vernachlässigt werden (Abb. 5.5a). Damit scheidet der in der Reaktion (4.1) theoretisch mögliche Austausch des A_2^+ in diesem kinematischen Bereich aus. In Abb. 5.5b werden die An-

teile des σ^- für die Helizität $|\lambda| = 1$, bzw. $\lambda = 0$ des ρ^0 gezeigt. Für $t < 0.1 \text{ GeV}^2$ ist $\sigma_{|\pm 1|}^-$ wieder vernachlässigbar klein gegen σ_0^- , wie es für reinen π^- -Austausch zu erwarten ist. Bei $t \approx 0.2 \text{ GeV}^2$ werden beide Anteile etwa gleich groß und für $t > 0.2 \text{ GeV}^2$ überwiegt $\sigma_{|\pm 1|}^+$. Das könnte auf den zunehmenden Einfluß eine A_1^- -Austausches hinweisen.

d) Korrelation zwischen der ρ^0 und der Δ^{++} - Zerfallswinkelverteilung

Wie man aus den Formeln des Anhangs 2 sieht, beschreiben die Einzelvertex-Tensorelemente die Zerfallswinkelverteilungen an jedem Vertex ohne Berücksichtigung von etwaigen Korrelationen zwischen beiden Vertices, die durch Austausch von Teilchen mit Spin oder durch Absorption oder aus kinematischen Gründen (DON67) bewirkt werden können. Diese Korrelationen werden durch die Elemente $T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$ mit $J_1 \neq 0$ und $J_2 \neq 0$ beschrieben. Aus Tab. 5.1 sieht man, daß fast alle dieser Tensorelemente mit Null verträglich sind. Aber auch für die von Null verschiedenen Elemente läßt sich wegen der großen experimentellen Fehler keine Aussage über mögliche Korrelationen machen, wie am Beispiel des T_{00}^{22} im nicht-transversalen Jackson-System gezeigt werden soll. Das Element T_{00}^{22} beschreibt die Korrelation zwischen den Polarwinkelverteilungen am Δ^{++} , bzw. ρ^0 -Vertex. Hinweise auf diese Korrelation wurden zuerst von Goldhaber et al. (G064) gefunden und später von anderen Experimenten bestätigt. Sie wird aus kinematischen Gründen für kleine t erwartet (DON67).

Wenn die Polarwinkelverteilungen am ρ^0 , bzw. Δ^{++} -Vertex unabhängig voneinander sind, läßt sich die kombinierte Winkelverteilung schreiben als

$$W(\cos\theta_{\rho^0}, \cos\theta_{\Delta^{++}}) = W(\cos\theta_{\rho^0}) \cdot W(\cos\theta_{\Delta^{++}}),$$

wobei $W(\cos\theta)$ die über den Azimutwinkel ϕ integrierte Einzelvertex-Zerfallswinkelverteilung (z.B. Formel (5.3)) ist.

Integriert man die Gesamtwinkelverteilung $W(\cos\theta_1, \phi_1, \cos\theta_2, \phi_2)$ (Formel 5.1) über ϕ_{ρ^0} und $\phi_{\Delta^{++}}$, so gilt für reine P- Welle an beiden Vertices

$$W(\cos\theta_{\rho^0}, \cos\theta_{\Delta^{++}}) = W(\cos\theta_{\rho^0}) \cdot W(\cos\theta_{\Delta^{++}}) + \\ + \frac{4\pi}{5} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot Y_2^0(\cos\theta_{\rho^0}) \cdot Y_2^0(\cos\theta_{\Delta^{++}}) \cdot \left\{ T_{00}^{22} - T_0^2(\rho^0) T_0^2(\Delta^{++}) \right\}.$$

Der Term in der geschweiften Klammer beschreibt also den Grad der Korrelation. In Tab. 5.4 sind die beiden Summanden in der Klammer gegenübergestellt. Bis auf das Intervall $0.08 \text{ GeV}^2 \leq t < 0.12 \text{ GeV}^2$ sind sie innerhalb einer Standardabweichung miteinander verträglich.

2. Zerfallswinkelverteilungen der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$

Wie die – allerdings modellabhängige – Abschätzung in Kap. IV ergab, verlaufen nur etwa 55% aller Ereignisse des $f \Delta^{++}$ - Überlappungsbereiches für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ über die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$. Der Untergrund besteht etwa zur Hälfte aus Ereignissen der Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ (Tab. 4.4). Eine bessere Reinigung der Daten erwies sich wegen der relativ hohen $(\pi^+ \pi^-)$ - Masse als unmöglich (Kap. III.4). Wegen dieser experimentellen Unsicherheit wurden nur die Einzelvertex- Tensorelemente, bzw. Spindichtematrixelemente im nicht-transversalen Jackson-System bestimmt. Sie sind für drei t - Intervalle in Tab. 5.5 angegeben und wurden mit der Momentenmethode anhand der Formeln von Anhang 2 bestimmt.

Während ρ_{00} für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ nahe bei 1 liegt und damit auf einen durch Pion- Austausch induzierten Prozess hinweist, liegt das Element ρ_{22} signifikant im unphysikalischen Bereich (erlaubter Bereich $0 \leq \rho_{mm} \leq 1$), was durch Untergrundreaktionen verursacht sein kann. Auch die Experimente bei 8 GeV/c (AD70) und bei 13.1 GeV/c (GA71) zeigen dieses Verhalten. Um auf das Untergrundverhalten zu korrigieren, wurde eine Untergrundsubtraktion versucht (siehe z.B. FES70), die jedoch keine Verbesserung brachte (Tab. 5.5b, letzte Spalte), da sie nur inkohärente Überlagerung der verschiedenen Zerfallswinkelverteilungen annimmt. Die unphysikalischen Werte der ρ_{ik} werden aber vermutlich durch Interferenz der D- Welle (f- Meson) mit anderen Partialwellen verursacht, wie das z.B. bei 8 GeV/c (BE71) gefunden wurde (S-D- Wellen- Interferenz).

Die Dichtematrix- Elemente des Δ^{++} , die ebenfalls in Tab. 5.5b zusammengestellt sind, verhalten sich auch, wie man es bei Ein- Pion- Austausch erwarten sollte (alle $\rho_{ik} \sim 0$).

Für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ wird die Polar- und Azimutalwinkelverteilung des f und Δ^{++} in Abb. 5.6 gezeigt (nicht-transversales Jackson- System). In die Polarwinkelverteilung sind die Kurven eingezeichnet, die man durch geeignete Integration der Zerfallswinkelverteilung im Anhang 2 (Formel A.3) erhält. Für den f- Vertex gilt dabei:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\cos\theta} &\approx \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \sqrt{\frac{1}{14}} (3\cos^2\theta - 1) \cdot T_0^2 + \frac{3}{8} \sqrt{\frac{5}{14}} (35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3) \cdot T_0^4 \\ &= \frac{15}{8} (\rho_{22} \sin^4\theta + \rho_{11} \sin^2 2\theta + \frac{1}{3} \rho_{00} (3\cos^2\theta - 1)^2), \end{aligned} \quad (5.4)$$

mit der Spurbedingung

$$2 \cdot \rho_{22} + 2 \cdot \rho_{11} + \rho_{00} = 1.$$

Die Übereinstimmung von (5.4) mit den experimentellen Verteilungen ist gut.

3. Vorhersage des EPA- Modells

Unter Verwendung der gemessenen $(\pi\pi)$ - Streuphasen lassen sich mit dem EPA- Modell Vorhersagen für die Polarwinkelverteilung des $(\pi^+\pi^-)$ - Systems machen. Vorausgesetzt, daß das EPA- Modell eine gute Näherung zur Beschreibung der experimentellen Daten liefert, d.h. daß Absorption und andere Teilchenaustausche vernachlässigt werden können, kann damit zwischen den verschiedenen, in der Literatur angegebenen Streuphasen- Lösungen unterschieden werden. Bei diesem Vergleich beschränken wir uns auf die Ereignisgruppe mit

$$1.08 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.32 \text{ GeV}$$

$$0.60 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 1.39 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_1^+) \leq 0.3 \text{ GeV}^2.$$

Unter der Annahme, daß diese Ereignisse durch das erste Diagramm in Abb. 3.3 beschrieben werden können, wird eine absolute Vorhersage für den differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{\partial^2 \sigma}{\partial m(\pi^+\pi^-) \partial \cos \theta(\pi^+\pi^-)}$ gewonnen, wobei θ der Polarwinkel im $(\pi_s^+\pi^-)$ - System sein soll (nicht-transversales Jackson- System). Es wird dabei die von Wolf (W069) angegebene Version des EPA- Modells benutzt (Benecke-Dürr Formfaktoren). Die wichtigsten Formeln sind im Anhang 3 zusammengestellt. Zur Berechnung der $(\pi^+\pi^-)$ - Streuwirkungsquerschnitte werden alle Partialwellen mit Drehimpuls $\ell \leq 2$ und Isospin $I \leq 2$ verwendet; diese bestim-

men wir aus den Streuphasen δ_{ρ}^I und Inelastizitäten η_{ρ}^I von Oh et al. (OH70) und Baton et al. (BAT70), die diese aus der Analyse der Reaktionen $\pi^- p \rightarrow n \pi^+ \pi^-$ und $\pi^- p \rightarrow p \pi^- \pi^0$ bei 7 GeV/c, bzw. 2.77 GeV/c Strahlimpuls gewonnen haben. Diese beiden Experimente wurden aus der Fülle der experimentellen Daten ausgewählt, da sie über die größte statistische Genauigkeit verfügen. Baton et al. erhalten für η_0^0 und δ_0^0 zwei Lösungen, die in Abb. 5.7 mit 'down', bzw. 'up' gekennzeichnet sind und die für $M(\pi^+ \pi^-) < 0.7$ GeV zusammenfallen. In derselben Abbildung werden auch die Messungen der anderen Streuphasen und Elastizitäten, sowie die Ergebnisse von Oh et al. gezeigt. Man sieht, daß die 'down'-Lösung für η_0^0 und δ_0^0 von Baton etwa dem Ergebnis von Oh entspricht. Zu einer ähnlichen Lösung kommt auch das 8 GeV/c $\pi^+ p$ Experiment (BE70, BA70) durch Untersuchung des $\pi^+ \pi^- \Delta^{++}$ Endzustandes mit Hilfe des EPA-Modells. Das Massenspektrum $M(\pi_s^+ \pi^-)$ in dem Bereich (0.5 - 1.39) GeV unter den oben angegebenen Einschränkungen zeigt die Abb. 5.7, zusammen mit den absoluten EPAM-Vorhersagen für die drei verschiedenen η_0^0, δ_0^0 -Sätze von Oh und Baton. Im Bereich des ρ^0 stimmen die drei Vorhersagen recht gut überein, während sie für $1.0 \text{ GeV} < M(\pi_s^+ \pi^-) < 1.2 \text{ GeV}$ deutlich voneinander abweichen. In diesem Gebiet kann die 'up'-Lösung von Baton et al. nur etwa die Hälfte des experimentellen Wirkungsquerschnitts beschreiben. Die 'down'-Lösung folgt der in der experimentellen Verteilung angedeuteten Struktur sehr gut. Das aus den Daten von Oh et al. berechnete Spektrum liegt im Bereich (0.85 - 1.0) GeV etwas zu hoch, kann aber das anschließende f-Signal gut beschreiben (für diesen Bereich geben Baton et al. keine Lösung). In Tab. 5.6

werden die experimentellen Wirkungsquerschnitte in 100 MeV breiten Streifen der $(\pi_s^+ \pi^-)$ - Masse den theoretischen Vorhersagen gegenübergestellt. Man sieht nochmals die gute Übereinstimmung des Experimentes mit der Modellvorhersage unter Verwendung der 'down'- Lösung von Baton und den Ergebnissen von Oh. Die Zerfallswinkelverteilungen $\partial\sigma/\partial\cos\theta$ im nicht-transversalen Jackson- System für die in Tab.5.6 angegebenen (2π) - Massenintervalle wird in Abb.5.9 gezeigt. Man sieht, daß die EPAM- Vorhersagen für $M(\pi_s^+ \pi^-) < 0.8$ GeV die Verteilungen bei $\cos\theta \sim 1$ sehr schlecht beschreiben. Die Vorhersage unter Verwendung der Oh'schen Ergebnisse ist für $M(2\pi) > 0.8$ GeV recht gut. Beide Lösungen von Baton, dagegen, geben den Verlauf der Zerfallswinkelverteilungen für $M(2\pi) > 1.0$ GeV nicht richtig wieder. Für 0.8 GeV $< M(2\pi) < 1.0$ GeV sind alle drei Lösungen etwa gleichwertig.

Auf Grund dieser Ergebnisse würde man also die 'up'- Lösung und evtl. auch die 'down'- Lösung von Baton et al. für $M(2\pi) > 0.9$ GeV verwerfen. Bei diesem Schluß muß man jedoch sehr vorsichtig sein, da unsere gewählte Ereignisgruppe sicherlich noch andere Reaktionen als Untergrund enthält, die nicht durch das erste Diagramm von Abb.3.3 beschrieben werden können. Zudem zeigte die Verteilung der Momente der Kugelfunktionen mit $m \neq 0$ (Abb.5.2) im ρ - Bereich das Vorhandensein von Absorption oder das Auftreten von anderen Austausch, was durch das Anwachsen des $G_{|\pm 1|}^-$ - Anteils am unnatürlichen Paritätsaustausch mit steigendem Impulsübertrag (Abb.5.5) noch bestärkt wird.

VI. Zusammenfassung

In einem Experiment an der 2m- Wasserstoffblasenkammer des CERN erhielten wir 5325 Ereignisse der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^+ \pi^-$ bei 11.7 GeV/c Strahlimpuls, die dieser Arbeit zu Grunde liegen. Der Wirkungsquerschnitt beträgt (1.45 ± 0.15) mb (1 Ereignis $\hat{=} 0.27 \mu\text{b}$).

Es zeigt sich, daß die peripheren Quasi-Zwei-Teilchen-Reaktionen durch Schnitte im Longitudinalimpuls der auslaufenden Teilchen im Gesamtschwerpunktsystem weitgehend voneinander getrennt werden können. Die Güte der Trennung ist umso besser, je höher die Schwerpunktsenergie ist, und je kleiner die Resonanzmassen und die auftretenden Impulsübertragsquadrate sind.

Der Erzeugungswirkungsquerschnitt für die Reaktionen $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ wird mit einem Anpassungsverfahren bestimmt, das unter Verwendung von einigen allgemein anerkannten Annahmen die Abhängigkeit von einem speziellen Modell auf ein Minimum reduziert. Als Ergebnis erhalten wir

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}) = (325 \pm 40) \mu\text{b}$$

$$\sigma(\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}) = (110 \pm 15) \mu\text{b}.$$

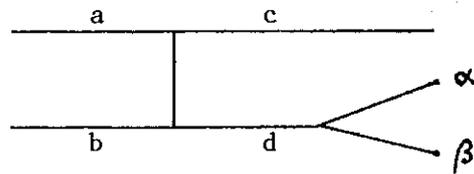
Der Wirkungsquerschnitt $\sigma(f \Delta^{++})$ ist nicht auf den Zerfall $f \rightarrow \pi^0 \pi^0$ korrigiert. Die Anpassung der t - Abhängigkeit des Matrixelementes beider Reaktionen ergibt gute Übereinstimmung mit dem Pion-Propagator.

Die Untersuchung der Zerfallswinkelverteilung im $(\rho^0 \Delta^{++})$ - Massenbereich zeigt, daß für $t < 0.2 \text{ GeV}^2$ der natürliche Paritätsaustausch vernachlässigt werden kann. Beim unnatürlichen Paritätsaustausch überwiegt für $t < 0.1 \text{ GeV}^2$ der Austausch mit Helizität $\lambda = 0$. Dieses Verhalten stimmt mit

der t - Abhängigkeit der Spindichtmatrixelemente überein, die für kleine Impulsüberträge gute Verträglichkeit mit dem Ein- Pion- Austausch- Modell zeigen. Letzteres gilt auch für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$.

VII. Anhang

1. Definition der Bezugssysteme



Es soll die Zerfallswinkelverteilung der Resonanz 'd' mit $d \rightarrow \alpha + \beta$ betrachtet werden. Alle Teilchenimpulse sollen in das Ruhesystem von 'd' transformiert sein.

a) nicht-transversale Systeme

Jackson System $\vec{y} = \frac{\vec{a} \times \vec{c}}{|\vec{a} \times \vec{c}|}$

$$\vec{z} = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}$$

$$\vec{x} = \frac{\vec{y} \times \vec{z}}{|\vec{y} \times \vec{z}|}$$

Helizitäts System $\vec{y} = \frac{\vec{a} \times \vec{c}}{\vec{a} \times \vec{c}}$

$$\vec{z} = -\frac{\vec{c}}{|\vec{c}|}$$

$$\vec{x} = \frac{\vec{y} \times \vec{z}}{\vec{y} \times \vec{z}}$$

b) transversale Systeme

Diese werden aus den entsprechenden nicht-transversalen durch folgende Transformation erhalten.

$$\vec{z}_T = \vec{y}$$

$$\vec{y}_T = -\vec{z}$$

$$\vec{x}_T = \vec{x}$$

2. Parametrisierung der Zerfallswinkelverteilungen

Die Zerfallswinkelverteilung einer Quasi-Zweiteilchenreaktion, wie z.B. $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ läßt sich mit Hilfe des Statistischen Tensors schreiben als (K068):

$$W(\theta_1 \phi_1 \theta_2 \phi_2) = \sum_{\substack{J_1 J_2 \\ M_1 M_2}} F_1(J_1) \cdot F_2(J_2) \cdot T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} \cdot Y_{J_1}^{M_1}(\theta_1 \phi_1)^* \cdot Y_{J_1}^{M_1}(\theta_2 \phi_2)^* \quad (\text{A.1})$$

Index 1(2) - mesonischer (baryonischer) Vertex

$Y_J^M(\theta, \phi)^*$ - konjugiert komplexe Kugelfunktion

J, M - Drehimpuls und Projektion auf die Quantisierungsachse

θ, ϕ - Polar- und Azimutalzerfallswinkel im Ruhesystem des Vertex 1(2)

$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2}$ - Element des Statistischen Tensors

Die Funktionen $F(J)$ sind für die uns hier interessierenden Reaktionen definiert als

$$F(J) = \sqrt{\frac{2s+1}{4\pi}} \cdot C(s, 0, J, 0 | s, 0) \quad (\text{A.2})$$

mit s - Spin des Teilchensystems am Vertex 1(2)

und C - Clebsch-Gordan Koeffizient mit der Phasenkonvention von Fano (FA51)

Damit gilt für die Resonanzen ρ^0 , f und Δ^{++} :

$$\rho^0: F(2) = -\sqrt{3/10\pi}, \quad \Delta^{++}: F(2) = -\sqrt{1/5\pi}$$

$$f: F(2) = -\sqrt{5/14\pi}, \quad F(4) = \sqrt{5/14\pi}$$

Für Zerfälle unter Paritätserhaltung erhält man aus (A.1)

wegen

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2 *} = (-1)^{M_1 + M_2} T_{-M_1 -M_2}^{J_1 J_2}$$

$$W(\theta_1 \phi_1 \theta_2 \phi_2) = -\frac{1}{16\pi^2} + \frac{1}{4\pi} \{W_1(\theta_1 \phi_1) + W_2(\theta_2 \phi_2)\}$$

$$+ \sum_{j=1}^{E(s_1)} \sum_{j'=1}^{E(s_2)} F_1(2j) \cdot F_2(2j') \cdot \text{Re} \sum_{M_1=0}^{2j} \sum_{M_2=0}^{2j'} T_{M_1 M_2}^{2j 2j'} \quad (A.3)$$

$$\cdot Y_{2j}^{M_1 *} Y_{2j'}^{M_2 *} \cdot (2 - \delta_{M_1 0} \delta_{M_2 0})$$

Dabei ist $E(s)$ die größte ganze Zahl $\leq s$. $W_i(\theta_i \phi_i)$ sind die Einzelvertex-Zerfallswinkelverteilungen, die man aus (A.1) durch Integration über die Zerfallswinkel des dem Vertex i gegenüberliegenden Vertex erhält:

$$W(\theta, \phi) = \frac{1}{4\pi} + \sum_{j=1}^{E(s)} F(2j) \text{Re}\{T_0^{2j} Y_{2j}^0\} + 2 \sum_{M=1}^{2j} T_M^{2j} Y_{2j}^{M*}$$

Die sogenannten Einzelvertex-Tensorelemente erhält man für Vertex 1 aus

$$T_{M_1}^{J_1} = \sqrt{2s_2 + 1} T_{M_1 0}^{J_1 0},$$

und analog für Vertex 2.

Bei unpolarisierten Strahlteilchen gelten für die Elemente des Statistischen Tensors noch folgende vom Bezugssystem abhängende Einschränkungen:

a) nichttransversale Systeme

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} \quad \begin{array}{l} \text{reell für } J_1 + J_2 = 0, 2, 4, \dots \\ \text{imaginär für } J_1 + J_2 = 1, 3, 5, \dots \end{array}$$

b) transversale Systeme

$$T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} = 0 \quad \text{für } M_1 + M_2 = 1, 3, 5, \dots$$

Die Einzelvertex-Tensorelemente sind durch

$$T_M^J = \sum_{m, m'} (-1)^{s+m-J} \cdot C(s, -m, s, m' | J, M) \rho_{m, m'}$$

und

(A.4)

$$\rho_{m, m'} = \sum_{J, M} (-1)^{s+m-J} \cdot C(s, -m, s, m' | J, M) T_M^J$$

mit den Spindichtematrixelementen ϱ_{ik} verknüpft.

Aus (A.1) folgt sofort

$$\begin{aligned} \overline{Y_{J_1}^{M_1} Y_{J_2}^{M_2}} &= \int Y_{J_1}^{M_1} Y_{J_2}^{M_2} W(\theta_1, \phi_1, \theta_2, \phi_2) d\Omega_1 d\Omega_2 \\ &= F_1(J_1) \cdot F_2(J_2) \cdot T_{M_1 M_2}^{J_1 J_2} \end{aligned}$$

Dabei gelten in nicht-transversalen Systemen folgende Beziehungen für die Resonanzen Δ^{++} , ρ^0 und f

a) $\Delta^{++} \rightarrow p\pi^+$

$$T_0^2 = -\frac{5}{4} \langle 3\cos^2\theta - 1 \rangle = 2\rho_{33} - \frac{1}{2}$$

$$\text{Re } T_1^2 = \frac{5\sqrt{3}}{4} \langle \sin 2\theta \cos \phi \rangle = -\sqrt{2} \text{Re } \rho_{31}$$

$$T_2^2 = -\frac{5\sqrt{3}}{4} \langle \sin^2\theta \cos 2\phi \rangle = \sqrt{2} \text{Re } \rho_{3-1}$$

b) $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

$$T_0^2 = -\frac{5}{12}\sqrt{6} \langle 3\cos^2\theta - 1 \rangle = -\frac{\sqrt{6}}{6} (3\rho_{00} - 1)$$

$$\text{Re } T_1^2 = \frac{5}{4} \langle \sin 2\theta \cos \phi \rangle = -\sqrt{2} \text{Re } \rho_{10}$$

$$T_2^2 = -\frac{5}{4} \langle \sin^2\theta \cos 2\phi \rangle = \text{Re } \rho_{1-1}$$

c) $f \rightarrow \pi^+\pi^-$

$$T_0^2 = -\sqrt{\frac{7}{8}} \langle 3\cos^2\theta - 1 \rangle = \sqrt{\frac{2}{7}} (3\rho_{22} - \frac{1}{2}\rho_{00} - \frac{1}{2})$$

$$\text{Re } T_1^2 = \frac{1}{4}\sqrt{21} \langle \sin 2\theta \cos \phi \rangle = -\sqrt{\frac{2}{7}} (\text{Re } \rho_{10} + \sqrt{6} \text{Re } \rho_{12})$$

$$T_2^2 = -\frac{1}{4}\sqrt{21} \langle \sin^2\theta \cos 2\phi \rangle = 2\sqrt{\frac{2}{7}} \text{Re } \rho_{20} + \sqrt{\frac{3}{7}} \text{Re } \rho_{1-1}$$

$$T_0^4 = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{7}{10}} \langle 35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 3 \rangle = \sqrt{1170} (10\rho_{22} + 10\rho_{00} - 4)$$

$$\begin{aligned} \text{Re } T_1^4 &= -\frac{3}{4}\sqrt{\frac{7}{2}} \langle \sin\theta (7\cos^3\theta - 3\cos\theta) \cos\phi \rangle \\ &= \sqrt{12/7} \text{Re } \rho_{10} - \sqrt{2/7} \text{Re } \rho_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_2^4 &= \frac{3}{8}\sqrt{7} \langle \sin^2\theta (7\cos^2\theta - 1) \cos 2\phi \rangle \\ &= \sqrt{6/7} \text{Re } \rho_{20} - \sqrt{4/7} \text{Re } \rho_{1-1} \end{aligned}$$

$$\text{Re } T_3^4 = -\frac{21}{4}\sqrt{2} \langle \sin^2\theta \sin 2\theta \cos 3\phi \rangle = -\sqrt{2} \text{Re } \rho_{2-1}$$

$$T_4^4 = \frac{21}{16} \langle \sin^4\theta \cos 4\phi \rangle = \text{Re } \rho_{2-2}$$

3. EPA-Modell unter Verwendung der ($\pi\pi$) Streuphasen für die
Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^- \Delta^{++}$

Nach Wolf (W069) läßt sich der differentielle Wirkungsquerschnitt, der zum ersten Diagramm von Abb.3.3 gehört, schreiben als

$$\frac{d^5\sigma(t, m, \theta, M, \Theta)}{dt \cdot dm \cdot d\cos\theta dM d\cos\Theta} = \frac{1}{4\pi^3 p^{*2} \cdot s} \cdot m^2 \cdot q_t \cdot \frac{d\sigma_{\pi^+\pi^-}(m, \cos\theta, t)}{d\cos\theta} \cdot \frac{1}{(t + \mu^2)^2} \cdot M^2 \cdot Q_t \cdot \frac{d\sigma_{p\pi^+}(M, \cos\theta, t)}{d\cos\theta} \quad (A.5)$$

s - Quadrat der Schwerpunktsenergie

p^* - Impuls eines einlaufenden Teilchens im CMS

m, M - invariante Masse des ($\pi^+\pi^-$), bzw. ($p\pi^+$)-Teilchensystems

q_t, Q_t - Impuls des ausgetauschten Pions der Masse $\sqrt{-t}$ im ($\pi^+\pi^-$), bzw. ($p\pi^+$)-Teilchensystem

θ, Θ - Polarwinkel im ($\pi^+\pi^-$), bzw. ($p\pi^+$)-System gemessen gegen die Richtung des einlaufenden π^+ , bzw. p in diesem System (Jackson-System)

$\frac{d\sigma(m, \cos\theta, t)}{d\cos\theta}$ - differentieller elastischer ($\pi^+\pi^-$)-Streu-
wirkungsquerschnitt "off the mass shell".
Analog für den ($p\pi^+$)-Vertex.

a) $p\pi^+$ Vertex.

Nach Integration über den Streuwinkel Θ am ($p\pi$) Vertex gilt für den elastischen "off shell" Wirkungsquerschnitt mit

Benecke-Dürr-Formfaktoren, unter Annahme reiner P-Wellen-Streuung:

$$Q_t \sigma(M, t) = \frac{8\pi}{Q} \cdot \frac{(M+m_p)^{2+t}}{(M+m_p)^{2-\mu^2}} \cdot \frac{u_1(Q_t \cdot R_\Delta)}{u_1(Q \cdot R_\Delta)} \cdot \sin^2 \delta_{33},$$

mit

Q = Impuls des π^+ im $(p\pi^+)$ -System

$$u_1(x) = \frac{1}{2x^2} \left\{ \frac{2x^2+1}{4x^2} \ln(4x^2+1) - 1 \right\}$$

Die Streuphase δ_{33} wurde aus

$$\tan \delta_{33} = \frac{M_o}{M_o - M^2} \cdot \Gamma_o \cdot \frac{M_o \cdot Q}{M \cdot Q_o} \cdot \frac{u_1(Q \cdot R_\Delta)}{u_1(Q_o \cdot R_\Delta)}$$

unter Verwendung der von Wolf (W069) angepassten Parameter stimmt

$$M_o = (1.233 \pm 0.001) \text{ GeV}$$

$$\Gamma_o = (0.114 \pm 0.001) \text{ GeV}$$

$$R_\Delta = (2.2 \pm 0.1) \text{ GeV}^{-1};$$

Q_o ist der Impuls des π^+ im $(p\pi^+)$ -System der Masse M_o .

b) $\pi^+ \pi^-$ - Vertex

Der elastische 'off shell' ($\pi\pi$)-Streuwirkungsquerschnitt wird nach Spin und Isospin entwickelt und lässt sich unter Verwendung der reellen Inelastizitäten und Streuphasen ($l \leq 2$) schreiben als

$$\begin{aligned}
 q_t \cdot \frac{d\sigma(m, \cos\theta, t)}{d\cos\theta} &= \\
 &= \frac{8\pi}{q} \left| \frac{1}{6} C_0 \cdot (\eta_0^0 \sin 2\delta_0^0 + \frac{1}{2} \eta_0^2 \sin 2\delta_0^2) \right. \\
 &\quad + \frac{3}{4} C_1 \eta_1^1 \sin 2\delta_1^1 \\
 &\quad + \frac{5}{6} C_2 \cdot (\eta_2^0 \sin 2\delta_2^0 + \frac{1}{2} \eta_2^2 \sin 2\delta_2^2) \\
 &\quad + \frac{i}{6} C_0 \cdot (3 - 2\eta_0^0 \cos 2\delta_0^0 - \eta_0^2 \cos 2\delta_0^2) \\
 &\quad + \frac{3i}{2} C_1 \cdot (1 - \eta_1^1 \cos 2\delta_1^1) \\
 &\quad \left. + \frac{5i}{6} C_2 \cdot (3 - 2\eta_2^0 \cos 2\delta_2^0 - \eta_2^2 \cos 2\delta_2^2) \right|^2 .
 \end{aligned}$$

Dabei ist:

$\eta_{\ell}^I, \delta_{\ell}^I$ - Inelastizität und Streuphase mit Drehimpuls ℓ und Isospin I

$$C_{\ell} = P_{\ell}(\cos\theta) \frac{u_{\ell}(R_{\ell} \cdot q_t)}{u_{\ell}(R_{\ell} \cdot q)}, \text{ wo } P_{\ell} \text{ das Legendre-Polynom}$$

ℓ -ter Ordnung ist.

$u_{\ell}(x)$ - Benecke-Dürr Korrekturfunktion mit

$$u_0(x) = \frac{1}{4x^2} \ln(4x^2 + 1)$$

$u_1(x)$ - siehe unter $(p\pi)$ Vertex

$$u_2(x) = \frac{1}{8x^2} \left\{ \ln(4x^2 + 1) \cdot \left(3 \left(1 + \frac{1}{2x^2} \right)^2 - 1 \right) - 6 - \frac{3}{x^2} \right\}$$

Für die Parameter R wurden folgende Werte (DRE71) benützt:

$$\begin{aligned}R_0 &= R_0^0 = R_0^2 = 0 \text{ GeV}^{-1} \\R_1 &= R_1^1 = 2.15 \text{ GeV}^{-1} \\R_2 &= R_2^0 = R_2^2 = 3.40 \text{ GeV}^{-1}.\end{aligned}$$

Es gilt:

$$\sqrt{\frac{u_0(R_0, q_t)}{u_0(R_0, q)}} = \lim_{R \rightarrow 0} \cdot \sqrt{\frac{u_0(R, q_t)}{u_0(R, q)}} = \sqrt{q_t/q}$$

Die zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts (A.6) benötigten Inelastizitäten und Streuphasen wurden den Arbeiten von Oh et al. (OH70), bzw. Baton et al. (BAT71) entnommen. Die Formel (A.5) wurde mit Hilfe eines 'importance sampling' Programms ausintegriert.

VIII. Danksagung

Herrn Prof. E. Lohrmann und Herrn Prof. M. W. Teucher möchte ich herzlich dafür danken, daß sie mir ermöglichten, in ihrer Gruppe zu arbeiten, was mir sehr viel Spaß gemacht hat. Für viele Diskussionen und Ratschläge bin ich Herrn Prof. Lohrmann, Herrn Dr. P. Söding und Herrn Dr. G. Wolf besonders dankbar.

Meinen Freunden, die an diesem Experiment beteiligt waren, und Herrn G. Drews danke ich für die fruchtbare Zusammenarbeit.

Den Kollegen der an der Kollaboration beteiligten Institute danke ich für die Überlassung ihrer Daten.

Ohne die Gruppen bei CERN, die den Strahl gebaut und das Synchrotron und die Blaskammer betrieben haben, sowie die Mitarbeiter, die bei der Auswertung der Filme geholfen haben, hätte dieses Experiment nicht durchgeführt werden können. Besonders erwähnen möchte ich dabei Frau H. von Handel, Herrn Hildebrandt und Frau Schmidt.

Dem DESY-Rechenzentrum danke ich für die großzügige Gewährung von Rechenzeit. Die Operateure der IBM 360/75 waren immer sehr hilfreich.

Frau Siegner möchte ich herzlichst für die sorgfältige Anfertigung der Reinzeichnungen danken, desgleichen Fr. Hell für die Hilfe beim Schreiben der Arbeit.

Diese Arbeit wurde vom Bundesministerium für Bildung und Wissenschaft unterstützt.

IX. Literaturverzeichnis

Übersicht über π^+ p Blasenkammer - Experimente

- 2.08 GeV/c F.E. James, H.L. Kraybill
Phys. Rev. 142 (1966), 896
- 2.77 GeV/c S.S. Yamamoto, J.R. Smith, D.C. Rahm, J.L. Lloyd
Phys. Rev. 140B (1965), 730
- 2.95 GeV/c
3.19 GeV/c D. Brown, G. Gidal, R.W. Birge, S.Y. Fung,
3.53 GeV/c W. Jackson, R.T. Poe Phys. Rev. D1 (1970), 3053
3.74 GeV/c
4.08 GeV/c
- 3.7 GeV/c G.S. Abrams, K.W.J. Barnham, W.R. Butler,
D.G. Coyne, G. Goldhaber, B.H. Hall,
J. MacNaughton Phys. Rev. Lett. 25 (1970), 617
- 4.0 GeV/c M. Aderholz, L. Bondar, M. Deutschmann,
H. Kaufmann, R. Leiste, H.W. Meier, R. Pose,
D.C. Colley, W.P. Dodd, B. Musgrave, J. Simmons,
J. Moebes, H. Nagel, B. Nellen, G. Winter,
V. Blobel, H. Butenschön, P. von Handel,
P.K. Schilling, G. Wolf, J.M. Brownlee,
I. Butterworth, F. Campagne, M. Ibbotson,
M. Sead, N.N. Biswas, D. Lüers, N. Schmitz,
J. Weigl Nuovo Cimento 35 (1965), 659
- 5.0 GeV/c C.L. Pols, D.L. Schotanus, D.Z. Toet, R.T. Van
de Walle, K. Böckmann, K. Sternberger,
B. Wagini, G. Winter, J.V. Major, E. Cirba,
R. Vanderhagen, A. Rinaudo, A. Werbrouck
Nucl. Phys. B25 (1970), 109
- 5.5 GeV/c J.D. Prentice, M. Banting, I.J. Bloodworth,
W. Jackson, T.S. Yoon
University of Toronto, Preprint (1970)
- 6.95 GeV/c P. Slattery, H.L. Kraybill, B. Forman, T. Ferbel
Nuovo Cimento A50 (1967), 377

- 8.00 GeV/c M.Aderholz, M.Deutschmann, E.Keppel,
G.Kraus, H.Weber, G.Grote, H.H.Kaufmann,
S.Novak, M.Walter, H.Böttcher, T.Byer,
V.T.Cocconi, P.F.Dalpiatz, J.D.Hansen,
G.Kellner, W.Kittel, M.Markytan, A.Mihul,
D.R.O.Morrison, H.Tøfte
Nucl.Phys.B8(1968), 45
- 8.50 GeV/c Huai Han Kung, Dissertation Columbia
University (1970), Nevis-171
- 11.7 GeV/c Dieses Experiment
- 13.1 GeV/c J.A.Gaidos, R.B.Willmann, J.W.Lamsa,
C.R.Ezell, F.T.Meiere
Phys.Rev.D1(1970), 3190

J.A.Gaidos, R.B.Willmann, J.W.Lamsa,
C.R.Ezell Nucl.Phys.B26(1971), 225
- 18.5 GeV/c N.N.Biswas, N.M.Cason, M.S.Farber,
J.A.Helland, M.J.Jones, V.P.Kenney,
J.T.McGahan, J.A.Poirier, J.T.Powers,
O.R.Sanders, W.D.Shepard
Phys.Rev.D2(1970), 2529

Allgemeine Literatur und Bemerkungen

- AD68 J.P.Ader, M.Capdeville, G.Cohen-Tannoudji,
P.Salín
Nuovo Cimento A56(1968).952
- AD70 M.Aderholz, J.V.Beaupre, M.Deutschmann,
H.Grässler, R.Speth, H.Böttcher, C.Grote,
K.Lanius, H.Schiller, A.Angelopoulos,
K.W.J.Barnham, V.T.Cocconi, P.F.Dalpiatz,
J.D.Hansen, G.Kellner, W.Kittel,
D.R.O.Morrison, H.J.Schreiber
Nucl.Phys.B24(1970), 509
- BA69 E.Bassler
Diplomarbeit Universität Hamburg (1969)

- BA70 J. Bartsch, E. Keppel, R. Schulte, R. Speth,
R. Steinberg, U. Gensch, J. Kaltwasser,
U. Kundt, S. Novak, K. W. J. Barnham, T. A. Byer,
J. R. Campbell, V. T. Cocconi, P. F. Dalpiaz,
R. P. Ely, J. D. Hansen, U. Kruse,
D. R. O. Morrison, K. Paler
Nucl. Phys. B22 (1970), 1
- BAT70 J. P. Baton, G. Laurens, J. Reignier
Phys. Lett. 33B (1970), 528
- BE61 J. P. Berger, T. T. Solmitz, H. D. Taft
Rev. Scient. Instr. 32 (1961), 538
- BE68 P. Bernhard, P. Lazeyras, H. Lengler, V. Vaghin
CERN 68 - 29
- BE70 J. V. Beaupre, M. Deutschmann, H. Grässler,
P. Schmitz, R. Speth, H. Boettcher,
J. Kaltwasser, H. Kaufmann, S. Novak,
A. Angelopoulos, K. W. J. Barnham, J. R. Campbell,
V. T. Cocconi, P. F. Dalpiaz, J. D. Hansen,
G. Kellner, W. Kittel, D. R. O. Morrison
Preprint CERN/D. Ph. II/Phys. 70-42 (1970)
- BI71 N. N. Biswas, N. M. Cason, V. P. Kenney,
J. T. Powers, W. D. Shepard, D. W. Thomas
University of Notre Dame, Preprint (1971)
- D11 Die Streuphase δ_1^1 wurde aus folgender
Formel berechnet
- $$\cot \delta_1^1 = \frac{(M_\rho^2 - M_{2\pi}) \cdot (1 + q/q_0)^2}{2m_\rho \Gamma_\rho (q/q_0)^3}$$
- $M_\rho = 0.765 \text{ GeV}$, $\Gamma_\rho = 0.140 \text{ GeV}$
 $M_{2\pi} < 1.40 \text{ GeV}$
- DON67 J. T. Donohue
Nuovo Cimento A52 (1967), 1152
- DON68 A. Donnachie, R. G. Kirsopp, C. Lovelace
Phys. Lett. B26 (1968), 161

- DRE67 G.Drews
Diplomarbeit Universität Hamburg (1967)
- DRE70 G.Drews, 'POLLUX', Programm zur Entscheidung von kinematischen Hypothesen
- DRE71 G.Drews
Dissertation Universität Hamburg (1971)
und private Mitteilung
- EL71 J.W.Elbert, A.R.Erwin, W.D.Walker
University of Wisconsin, Preprint (1971)
- FA51 U.Fanø
Nat.Bur. of Stand., Report 1214 (1951)
- FES70 H.Fesefeldt
Diplomarbeit Universität Hamburg (1970)
DESY F1-70/1
- FES71 H.Fesefeldt pp bei 12GeV/c, 24GeV/c,
private Mitteilung
- F067 K.J.Foley, R.S.Jones, S.J.Lindenbaum,
W.A.Love, S.Ozaki, E.D.Platner,
C.A.Quarles, E.H.Willen
Phys.Rev.Lett. 19(1967). 330
- GA70 J.A.Gaidos, R.B.Willmann, J.W.Lamsa,
C.R.Ezell, F.T.Meiere
Phys.Rev. D1(1970), 3190
- GA71 J.A.Gaidos, R.B.Willmann, J.W.Lamsa,
C.R.Ezell
Nucl.Phys. B26(1971), 225
- GLA64 R.G.Glaser
NRL - Report 6150(1964)
- GLU63 R.L.Gluckstern
Nucl. Instr. and Meth. 24(1963), 381
- G065 G.Goldhaber, J.L.Brown, I.Butterworth,
S.Goldhaber, A.A.Hirata, J.A.Kadyk,
B.C.Shen, G.H.Thrilling
Phys.Lett. 18(1965), 76

- GRI68 GRIND, Programm zur Anpassung von Massen-
hypothesen
CERN - 1968
- HA65 R. Hagedorn
Suppl. Nuovo Cimento 3(1965), 147
- HAN69 P. von Handel
Dissertation Universität Hamburg (1969)
DESY F1-69/2
- JAC64 J. D. Jackson
Nuovo Cimento 34(1964), 1644

In Verbindung mit Formel (11) und (A.1) dieser Referenz benützten wir folgende $\rho(\omega)$:

$$\Delta^{++} : \rho(\omega) = (1.3\mu^2 + q^2)^{-1}, \quad M(p\pi) < 1.6 \text{ GeV}$$

$$\rho^0 : \rho(\omega) = (q_0^2 + q^2)^{-1}, \quad M(\pi\pi) < 1.4 \text{ GeV}$$

$$f, g : \rho(\omega) / \rho(\omega_0) = 1$$

Wir haben die Analyse wiederholt unter Verwendung von Resonanzfunktionen, die aus den Streuphasenanalysen abgeleitet wurden (für Δ^{++}, ρ^0). Unsere Ergebnisse sind praktisch unabhängig von der gewählten Resonanzform.

Folgende Resonanzparameter wurden benutzt:

	Masse (GeV)	Breite (GeV)
Δ^{++}	1.236	0.125
ρ^0	0.765	0.140
f	1.264	0.150
g^0	1.650	0.170

- KE68 G. Kellner, CERN, private Mitteilung
- K068 A. Kotanski, K. Zalewski
Nucl. Phys. B4(1968), 559
- K070 A. Kotanski, K. Zalewski
Nucl. Phys. B22(1970), 317
- LA66 P. Lazeyras
CERN/TC/BEAM 66-7

- LI66 H.J.Lipkin,F.Scheck
Phys.Rev.Lett.16(1966),71
- MO065 C.Moore,'SOLVE',Programm zur Minimalisierung
nach der Methode der kleinsten Quadrate (1965)
- MO66 D.R.O.Morrison
Phys.Lett.22(1966).528
- OH70 B.Y.Oh,A.F.Garfinkel,R.Morse,W.D.Walker,
J.D.Prentice,E.C.West,T.S.Yoon
Phys.Rev.D1(1970),2494
- PYT69 PYTHON,Programm zur Anpassung der geometri-
schen Blaskammerparameter
CERN - 1969
- RA65 E.Raubold,'FAKE',Programm zur Simulierung
von Blaskammer-Ereignissen (1965)
- RA68 E.Raubold
Dissertation Universität Hamburg (1968)
- RO70 Particle Data Group,M.Roos et al.
Phys.Lett.33B(1970),1
- SA67 H.Satz
Phys.Lett.25B(1967),220
- SCH70 P.K.Schilling
Dissertation Universität Hamburg (1970)
DESY R1-70/3
- SWA67 W.P.Swanson
DESY 66/17 (1967)
- THR69 THRESH,Programm zue räumlichen Rekonstruk-
tion von Blaskammer-Ereignissen
CERN - 1969
- VHO69 L.van Hove
Nucl.Phys.B9(1969),331
- WO63 G.Wolf,'WELAGA',Programm zur räumlichen
Rekonstruktion von Blaskammer-Ereignissen (1963)

W069

G. Wolf

Phys. Rev. 182 (1969), 1538

X. Verzeichnis der Tabellen

- Tab.2.1 Übersicht über die topologischen Wirkungsquerschnitte.
- Tab.2.2 Zusammenstellung der ermittelten Strahlspurparameter in Abhängigkeit von der Filmnummer für die in Hamburg ausgewerteten Filme.
- Tab.3.1 Aufgliederung des Endzustandes $\pi^+ p \pi^+ \pi^-$ durch Schnitte im Longitudinalimpuls der auslaufenden Teilchen im Gesamtschwerpunktsystem (siehe Kap.III.4). Die in der ersten Spalte angegebenen Zahlen entsprechen den Diagrammen von Abb.2.4.

- Tab.4.1 Erzeugungswirkungsquerschnitte
- a) für Dia7 durch Integration der differentiellen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dt$. Ergebnis der Maximum-Likelihood-Anpassung (Kap.III.2);
 - b) für Dia7. Maximum-Likelihood-Anpassung unter der Annahme

$$f_3^j(t) \propto 1/(t + \mu^2)^2;$$

- c) für Dia7. Absolute EPA- Modell- Vorhersage;
- d) für das kinematische Gebiet Dia1 + Dia5 + Dia6. Maximum-Likelihood-Anpassung unter der Annahme

$$f_3^j(t) \propto 1/(t + \mu^2)^2;$$

- e) für das kinematische Gebiet Dia2 + Dia3 + Dia4. Analog zu (d).

- Tab.4.2 Differentielle Wirkungsquerschnitte für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$.

Tab.4.3 Differentielle Wirkungsquerschnitte für $\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$.

Tab.4.4 Wirkungsquerschnitte (in Ereigniszahlen), bzw. Anteile der einzelnen Reaktionen im $(\rho^0\Delta^{++})$ -, bzw. $(f\Delta^{++})$ - Überlappungsgebiet für verschiedene t - Bereiche. Die Zahlen in Klammern geben die Ergebnisse unter der Bedingung Dia7.

Tab.4.5 Ergebnisse der Anpassung

$$d\sigma/dt \propto e^{-at}$$

für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$.

Tab.4.6 Ergebnisse der Anpassung

$$d\sigma/dt' \propto a_1 \cdot e^{-b_1 t'} + a_2 \cdot e^{-b_2 t'}$$

für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ und $\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$. Werte für $p_{\text{LAB}} = 8 \text{ GeV}/c$ aus (AD68), für $p_{\text{LAB}} = 13.1 \text{ GeV}/c$ aus (GA70, GA71).

Tab.5.1 Elemente des Statistischen Tensors in t - Intervallen für die Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$.

$$1.156 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.316 \text{ GeV}$$

$$0.65 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 0.85 \text{ GeV}$$

sowie Bedingung (4.3) (siehe Kap. IV)

a) nicht-transversales Jackson- und Helizitätssystem

b) transversales Jackson- und Helizitätssystem.

Tab.5.2 Spindichtematrixelemente des $(\pi_s^+\pi^-)$ - Systems für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$ mit S-P- Wellen- Interferenz im nicht-transversalen Jackson- System

$$1.156 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.316 \text{ GeV}$$

$$0.65 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 0.85 \text{ GeV}$$

sowie Bedingung (4.3) (siehe Kap.IV)

Tab.5.3 Spindichtematrixelemente für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ im nicht-transversalen Jackson- System.

$$1.156 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.316 \text{ GeV}$$

$$0.65 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 0.85 \text{ GeV}$$

sowie Bedingung (4.3) (siehe Kap.IV)

Tab.5.4 Korrelationsterme zwischen den Polarwinkelverteilungen der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ im nicht-transversalen Jackson- System (Erklärung siehe Kap.V.1.d)

Tab.5.5 Elemente des Statistischen Tensors (a) und Spindichtematrixelemente (b) für die Reaktion

$\pi^+ p \rightarrow f\Delta^{++}$ im nicht-transversalen Jackson- System.

$$1.156 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.316 \text{ GeV}$$

$$1.16 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 1.36 \text{ GeV.}$$

Tab.5.6 Vergleich des experimentellen Wirkungsquerschnittes ($\pi^+ p \rightarrow \pi^+\pi^-\Delta^{++}$) mit verschiedenen Vorhersagen des EPA- Modells (siehe Kap.V.3)

$$1.08 \text{ GeV} \leq M(p\pi_1^+) \leq 1.32 \text{ GeV}$$

$$0.6 \text{ GeV} \leq M(\pi_s^+\pi^-) \leq 1.39 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_1^+) \leq 0.3 \text{ GeV}^2.$$

	ohne sichtbare Seltsame Teilchen			mit sichtbaren Seltsamen Teilchen		
	gef.Anzahl	Korr.Anzahl ^(a)	Wirkungsquerschn. ^(b) [mb]	gef.Anzahl	Korr.Anzahl ^(a)	Wirkungsquerschn. [mb]
2 Stern	4471	5111 ^(c)	9.09 ± 0.42	252	265	0.47 ± 0.03
4 Stern	5062	5053	8.99 ± 0.33	396	416	0.74 ± 0.04
6 Stern	2270	2266	4.03 ± 0.16	175	184	0.33 ± 0.03
8 Stern	437	437	0.78 ± 0.05	19	20	0.04 ± 0.01
10 Stern	33	33	0.06 ± 0.01	1	1	1.78 · 10 ⁻³
12 Stern	1	1	1.78 · 10 ⁻³	-	-	-
>12 Stern	0	-	-	-	-	-

(a) auf zufällige Musterungsverluste korrigiert (~1 %)

(b) auf 24.53 mb normiert (F067)

(c) zusätzliche Korrektur von 15.2 % wegen systematischer Verluste bei elastischen 2-Stern Ereignissen

Tab. 2.1

Filmnummer	Strahl Imp. p [GeV]	Δp [GeV/c]	Dip (a) λ_o [mrad]	$\Delta \Lambda$ [mrad]	(b) z_o
852	11.65	0.13	1.1	1.25	-25.4
857	11.68		0.		-25.4
862	11.67		0.6		-25.4
867	11.70		0.6		-25.4
875	11.60		3.1		-27.2
877	11.64		2.3		-27.2
882	11.59		3.3		-27.2
885	11.55		3.0		-27.2
892	11.59		3.2		-27.2
912	11.45		2.7		-26.2
917	11.50		2.7		-26.2
922	11.56		0.7		-26.2
380	11.71	0.13	2.0	1.25	-
392	11.65		2.0		
402	11.72		0.75		
412	11.74		1.1		
422	11.63		0.75		
426	11.62		0.75		
432	11.73		0.75		
436	11.71		1.1		
439	11.62		1.25		
442	11.74		2.75		
443	11.74		1.75		

(a) für $z = z_o$ in der Ebene $x = -30$ cm

(b) zur Berechnung von Λ (siehe Kapitel II.3)

Tab.2.2

Diagramm (Dia)	Rückwärts (a)	Vorwärts (a)	Anzahl der Ereignisse	exp. WQ [μb]	EPAM WQ [μb]
1	$P, \pi^+_{\text{s}}, \pi^-$	π^+_{ℓ}	4	2 ± 0.6	0.1
2	$P, \pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}, \pi^-$	-	-	-	-
3	$P, \pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}$	π^-	145	39 ± 5	30
4	P, π^+_{s}	π^+_{ℓ}, π^-	58	16 ± 3	7
5	P, π^-	$\pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}$	377	103 ± 12	110
6	P, π^+_{ℓ}, π^-	π^+_{s}	971	264 ± 27	198
7	P, π^+_{ℓ}	π^+_{s}, π^-	1955	532 ± 56	588
8	P	$\pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}, \pi^-$	1754	478 ± 51	421
9	π^+_{s}, π^-	P, π^+_{ℓ}	0	0	0.
10	$\pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}, \pi^-$	P	10	3 ± 1	0.
11	$\pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}$	P, π^-	13	4 ± 1	0.
12	π^+_{s}	P, π^+_{ℓ}, π^-	0	0	0.
13	π^-	$P, \pi^+_{\ell}, \pi^+_{\text{s}}$	1	0.3 ± 0.3	0.01
14	π^+_{ℓ}, π^-	P, π^+_{s}	23	6 ± 1.5	0.04
15	π^+_{ℓ}	$P, \pi^+_{\text{s}}, \pi^-$	14	4 ± 1	0.
16		$P, \pi^+_{\text{s}}, \pi^+_{\ell}, \pi^-$	-	-	-

(a) bezieht sich auf die Richtung des einlaufenden π^+ im Gesamtschwerpunktsystem.

Tab.3.1

Reaktion	Anzahl der Ereignisse (a)	Anzahl der Ereignisse (b)	EPAM Vorhersage (c)	Anzahl der Ereignisse (d)	Anzahl der Ereignisse (e)
$\pi^+ \pi^- p \pi^+ \rho$	-	83 ± 40		264 ± 55	34 ± 17
$\pi^+ \pi^- \Delta^{++}$	406 ± 60	321 ± 37		409 ± 38	-
$\rho^0 p \pi^+ \rho$	220 ± 26	233 ± 22		-	-
$f p \pi^+ \rho$	-	36 ± 11		24 ± 15	10 ± 8
$g^0 p \pi^+ \rho$	-	28 ± 7		-	-
$\rho^0 \Delta^{++}$	1071 ± 41	1058 ± 35	1055	79 ± 17	47 ± 10
$f \Delta^{++}$	256 ± 24	207 ± 22		59 ± 22	69 ± 12
$g^0 \Delta^{++}$	-	-		74 ± 23	-

Tab. 4.1

t (oder t') Intervall [GeV ²]	$\frac{d\sigma}{dt}$ [$\mu\text{b}/\text{GeV}^2$]	$\frac{d\sigma}{dt}$ [$\mu\text{b}/\text{GeV}^2$]	$\frac{d\sigma}{dt}$, [$\mu\text{b}/\text{GeV}^2$]
	Verfahren 1	Verfahren 2	Verfahren 2
.0 - .01	-	-	4 940 \pm 620
.01 - .02	848 \pm 235	857 \pm 248	3 940 \pm 657
.02 - .03	3 035 \pm 375	2 990 \pm 376	2 800 \pm 378
.03 - .04	3 310 \pm 482	3 344 \pm 498	2 060 \pm 295
.04 - .05	2 675 \pm 440	2 654 \pm 461	1 585 \pm 252
.05 - .06	2 220 \pm 378	2 204 \pm 395	1 140 \pm 185
.06 - .07	1 682 \pm 342	1 628 \pm 386	1 040 \pm 175
.07 - .08	1 156 \pm 288	1 060 \pm 316	906 \pm 165
.08 - .09	1 345 \pm 285	1 320 \pm 309	778 \pm 145
.09 - .10	910 \pm 251	834 \pm 277	834 \pm 169
.10 - .11	897 \pm 241	864 \pm 267	845 \pm 189
.11 - .13	1 085 \pm 150	1 058 \pm 198	540 \pm 103
.13 - .15	571 \pm 137	502 \pm 145	502 \pm 100
.15 - .17	594 \pm 126	560 \pm 136	387 \pm 83
.17 - .20	418 \pm 93	393 \pm 97	228 \pm 47
.20 - .26	277 \pm 54	265 \pm 58	189 \pm 42
.26 - .40	183 \pm 25	172 \pm 26	170 \pm 24
.40 - .70	109 \pm 13	101 \pm 13	-

Tab. 4.2

t(oder t') Intervall [GeV ²]	dσ/dt [μb/GeV ²]	dσ/dt' [μb/GeV ²]
0.00 - 0.01	-	674 ± 90
0.01 - 0.03	1.4 ± 0.3	525 ± 72
0.03 - 0.05	64 ± 33	371 ± 51
0.05 - 0.07	314 ± 90	335 ± 47
0.07 - 0.09	270 ± 120	330 ± 47
0.09 - 0.11	299 ± 105	278 ± 39
0.11 - 0.13	209 ± 85	208 ± 31
0.13 - 0.15	496 ± 98	187 ± 29
0.15 - 0.17	234 ± 77	173 ± 28
0.17 - 0.20	201 ± 66	138 ± 22
0.20 - 0.26	114 ± 33	134 ± 21
0.26 - 0.40	107 ± 17	91 ± 14
0.40 - 0.70	62 ± 8	-

Tab. 4.3

t-Intervall [GeV ²]	$\rho^0 \Delta^{++}$ Massenbereich				$f \Delta^{++}$ Massenbereich					
	<0.1		0.1 - 0.2		<0.1		0.1 - 0.2		>0.2	
	Ereignisse	%	Ereignisse	%	Ereignisse	%	Ereignisse	%	Ereignisse	%
$\pi^+ \pi^- \Delta^{++}$	38 (26)	9 (7)	6 (6)	6 (7)	15	19	18	25	22	22
$\rho^0 \pi^+ p$	9 (9)	2 (2)	2 (2)	2 (2)						
$f \pi^+ p$					1	1	1	2	2	2
$\rho^0 \Delta^{++}$	357 (351)	86 (90)	83 (79)	84 (91)	17	22	14	20	19	19
$f \Delta^{++}$	10 (0)	3 (0)	7 (0)	7 (0)	46	58	37	53	45	45
$\pi^+ \pi^- \pi^+ p$	1 (1)	0 (0)							12	12
Total	415 (387)		98 (87)		79		70		100	

Tab. 4.4

Reaktion	Anpassungs- bereich [GeV ²]	a [GeV ⁻²]	χ^2 /Freiheitsgrade
$\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$	0.03 - 0.20	14.4 ± 1.5	9.4/10
$\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$	0.11 - 0.70	2.4 ± 0.5	7.2/5

Tab. 4.5

p_{Lab} [GeV/c]	$\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$			$\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$		
	8	11.7	13.1	8	11.7	13.1
Anpassungsbereich	0. - 2.	0. - 0.4	0. - 0.7	0. - 2.	0. - 0.4	0. ->.35
χ^2 /Freiheitsgrade	10.4/10	10.6/13	-	3.4/8	4.2/8	-
a_1 [mb/GeV ²]	-	4.84 ± 0.58	-	-	0.44 ± 0.23	-
a_2 [mb/GeV ²]	-	0.61 ± 0.22	-	-	0.23 ± 0.27	-
b_1 [GeV ⁻²]	19.1 ± 2.0	31.2 ± 4.70	~20	14.1 ± 2.0	18.0 ± 13.3	~20
b_2 [GeV ⁻²]	3.2 ± 0.7	4.7 ± 1.4	~3.8	2.8 ± 0.5	2.8 ± 3.1	~5.5

Tab. 4.6

t Interval [GeV ²]	Nicht-transvers. Jackson-System				Nicht transvers. Helizitäts-System			
	0.0 - 0.03	0.03 - 0.05	0.05 - 0.08	0.08 - 0.12	0.0 - 0.03	0.03 - 0.05	0.05 - 0.08	0.08 - 0.12
T ₀₀ ⁰²	-.31 ±.07	-.28 ±.06	-.15 ±.07	-.18 ±.09	-.28 ±.07	-.15 ±.06	-.11 ±.07	.046±.085
T ₀₁ ⁰²	.026±.047	-.055±.041	.029±.053	-.006±.057	-.083±.048	-.15 ±.04	-.081±.049	-.13 ±.05
T ₀₂ ⁰²	.025±.036	-.017±.031	-.058±.042	.067±.052	.012±.037	-.070±.033	-.073±.042	-.026±.058
T ₀₀ ²⁰	-.33 ±.04	-.25 ±.04	-.22 ±.05	-.29 ±.06	-.33 ±.04	-.27 ±.04	-.19 ±.05	-.20 ±.06
T ₁₀ ²⁰	.047±.036	.085±.029	.034±.040	.078±.039	-.027±.037	-.040±.028	-.083±.041	-.17 ±.04
T ₂₀ ²⁰	-.027±.022	.0 ±.022	-.051±.029	.008±.031	-.027±.021	.010±.021	-.066±.030	-.028±.028
T ₀₀ ²²	.45 ±.13	.22 ±.11	.12 ±.12	-.16 ±.16	.48 ±.13	.11 ±.11	-.054±.110	-.14 ±.15
T ₀₁ ²²	-.046±.094	.026±.075	-.11 ±.10	-.079±.100	-.13 ±.09	.21 ±.08	-.028±.080	.012±.090
T ₀₁ ²²	.054±.078	-.003±.055	.069±.082	.015±.110	.050±.074	-.017±.063	-.042±.075	.16 ±.10
T ₁₋₂ ²²	-.025±.061	.10 ±.06	.073±.078	-.008±.088	-.032±.066	.11 ±.06	.019±.086	-.13 ±.10
T ₁₋₁ ²²	.039±.083	-.079±.072	.059±.087	.11 ±.10	.074±.088	-.066±.073	-.056±.091	.099±.079
T ₁₀ ²²	-.21 ±.10	-.10 ±.08	.12 ±.09	-.096±.099	-.066±.090	.061±.066	.15 ±.10	.13 ±.11
T ₁₁ ²²	.048±.082	-.18 ±.07	-.045±.100	-.056±.110	-.004±.089	-.15 ±.07	.054±.095	.001±.089
T ₁₂ ²²	.065±.062	.099±.053	.13 ±.08	-.044±.091	.063±.067	-.007±.059	.047±.085	-.072±.092
T ₂₋₂ ²²	-.015±.052	-.013±.039	.031±.058	-.019±.049	.005±.050	.029±.043	.026±.059	-.005±.074
T ₂₋₁ ²²	-.056±.057	-.008±.047	.045±.071	-.17 ±.07	-.047±.057	-.034±.045	-.041±.070	-.023±.078
T ₂₀ ²²	.006±.057	.027±.057	.025±.065	.091±.083	-.050±.054	.031±.054	.21 ±.08	-.026±.068
T ₂₁ ²²	.018±.061	-.013±.051	-.046±.073	.043±.072	-.003±.059	-.072±.049	-.016±.066	-.035±.074
T ₂₂ ²²	.045±.044	.011±.038	.083±.057	.039±.044	.066±.043	.013±.041	.086±.062	-.002±.076
Anz. der Ereign.	107	146	87	66	107	146	87	66

Tab. 5.1a

t Interval [GeV ²]	Transy. Jackson-System				Transy. Helizitäts - System			
	0.0 -0.03	0.03-0.05	0.05-0.08	0.08-0.12	0.0 -0.03	0.03-0.05	0.05-0.08	0.08-0.12
T ₀₀ ⁰²	.13 ±.06	.16 ±.05	.14 ±.05	.009±.083	.13 ±.06	.16 ±.05	.14 ±.05	.009±.083
T ₀₀ ²⁰	.20 ±.03	.12 ±.03	.17 ±.04	.14 ±.04	.20 ±.03	.12 ±.03	.17 ±.04	.14 ±.04
T ₀₀ ²²	.17 ±.09	.067±.067	.17 ±.08	.040±.100	.17 ±.09	.067±.067	.17 ±.08	.040±.100
Re T ₀₂ ⁰²	.21 ±.04	.16 ±.04	.061±.050	.15 ±.05	.18 ±.04	.056±.039	.031±.053	-.041±.060
Im T ₀₂ ⁰²	.026±.047	-.055±.041	.029±.053	-.006±.057	-.083±.049	-.15 ±.04	-.081±.049	-.13 ±.05
Re T ₀₂ ²²	.12 ±.06	.088±.059	.003±.068	.009±.073	.074±.059	.048±.057	.12 ±.07	-.10 ±.07
Im T ₀₂ ²²	-.023±.064	-.010±.058	.11 ±.08	-.093±.067	-.090±.067	-.082±.060	.001±.072	.002±.070
Re T ₁₋₁ ²²	.073±.070	-.12 ±.06	.033±.080	.054±.086	.065±.069	-.12 ±.06	.029±.077	.052±.088
Im T ₁₋₁ ²²	.063±.060	.008±.053	.028±.075	.041±.089	.072±.061	-.003±.053	.042±.078	.059±.088
Re T ₁₁ ²²	.014±.068	-.14 ±.06	-.019±.075	-.004±.090	.005±.068	-.10 ±.06	-.031±.083	.048±.086
Im T ₁₁ ²²	-.026±.063	.014±.052	-.027±.080	.077±.085	-.023±.063	.11 ±.05	.014±.072	-.002±.090
Re T ₂₀ ²⁰	.19 ±.03	.15 ±.03	.11 ±.04	.18 ±.04	.19 ±.03	.17 ±.03	.082±.035	.11 ±.04
Im T ₂₀ ²⁰	.047±.036	.085±.029	.034±.040	.078±.039	-.027±.037	-.040±.028	-.083±.041	-.17 ±.04
Re T ₂₋₂ ²²	.16 ±.08	.022±.072	-.022±.095	-.17 ±.10	.15 ±.08	-.002±.072	-.003±.090	-.15 ±.09
Im T ₂₋₂ ²²	.091±.087	.13 ±.07	-.071±.092	-.057±.093	.11 ±.09	.13 ±.07	-.097±.096	-.12 ±.10
Re T ₂₀ ²²	.17 ±.08	.059±.056	.047±.067	-.067±.110	.17 ±.07	.0 ±.061	-.13 ±.07	.083±.097
Im T ₂₀ ²²	.080±.073	-.073±.062	-.19 ±.07	.079±.094	.014±.076	-.092±.057	-.11 ±.07	.059±.100
Re T ₂₂ ²²	.15 ±.08	.13 ±.07	.082±.094	-.009±.100	.23 ±.09	.084±.070	-.11 ±.09	-.047±.100
Im T ₂₂ ²²	.18 ±.09	.087±.071	.021±.093	.15 ±.09	-.019±.082	-.15 ±.07	-.051±.097	-.14 ±.10
Anz. der Ereign.	107	146	87	66	107	146	87	66

Tab. 5.1b

t-Intervall [Gev ²]	.00- .03	.03 - .05	.05 - .08	.08 - .12	.12 - .20
$(\rho_{00}^{11} - \rho_{11}^{11}) = -\sqrt{3/2} T_0^2$.81 ± .10	.61 ± .09	.54 ± .12	.71 ± .14	.81 ± .15
$\text{Re } \rho_{10}^{11} = -\sqrt{2/2} T_1^2$	-.066 ± .051	-.12 ± .04	-.048 ± .056	-.11 ± .055	-.20 ± .066
$\rho_{1-1}^{11} = T_2^2$	-.054 ± .044	.0 ± .056	-.10 ± .058	-.016 ± .062	-.11 ± .058
$\text{Re } \rho_{00}^{10} = -\sqrt{\pi} \langle Y_1^0 \rangle$.28 ± .06	.19 ± .05	.23 ± .06	.41 ± .06	.051 ± .088
$\text{Re } \rho_{10}^{10} = \langle \text{Re } Y_1^1 \rangle$	-.029 ± .029	-.001 ± .025	-.034 ± .035	-.053 ± .035	.023 ± .044
Anzahl der Ereignisse	107	146	87	66	52

Tab. 5.2

t-Intervall [GeV ²]	0.0 -0.03	0.03-0.05	0.05-0.08	0.08-0.12	0.12-0.20	0.20-0.50
ρ^{00}	0.87 ±0.06	0.74 ±0.06	0.69 ±0.08	0.81 ±0.10	0.87 ±0.10	0.66 ±0.10
ρ^{1-1}	-0.054±0.044	0. ±0.044	-0.102±0.058	0.016±0.062	-0.011±0.058	0.124±0.070
Re ρ^{10}	-0.068±0.051	-0.120±0.041	-0.048±0.058	-0.11 ±0.055	-0.198±0.067	-0.058±0.055
ρ_{33}	-0.03 ±0.06	-0.01 ±0.05	0.12 ±0.06	0.095±0.075	0.186±0.082	0.177±0.066
Re ρ_{3-1}	0.031±0.044	-0.021±0.038	-0.071±0.052	0.082±0.064	-0.255±0.070	0.072±0.062
Re ρ_{31}	-0.032±0.058	0.068±0.050	-0.036±0.065	0.010±0.070	0.011±0.091	-0.076±0.072
Anzahl der Ereignisse	107	146	87	66	52	61

Tab. 5.3

t-Intervall [GeV ²]	T_{00}^{22}	$T_0^2(\rho^0) \cdot T_0^2(\Delta^{++})$	$T_{00}^{22} - T_0^2(\rho^0) \cdot T_0^2(\Delta^{++})$
0. - 0.03	0.45 ± 0.13	0.36 ± 0.09	0.09 ± 0.16
0.03 - 0.05	0.22 ± 0.11	0.24 ± 0.06	-0.02 ± 0.13
0.05 - 0.08	0.12 ± 0.12	0.11 ± 0.06	0.01 ± 0.13
0.08 - 0.12	-0.16 ± 0.16	0.18 ± 0.10	-0.34 ± 0.19

Tab. 5.4

t-Intervall [GeV ²]		t < 0.1	0.1 < t < 0.2	t > 0.2	t < 0.2
Δ^{++}	T_0^2	-0.44 ± 0.11	-0.28 ± 0.13	-0.27 ± 0.15	-0.37 ± 0.09
	T_1^2	0.053 ± 0.077	0.037 ± 0.082	0.059 ± 0.093	0.046 ± 0.057
	T_2^2	-0.057 ± 0.065	-0.032 ± 0.074	-0.20 ± 0.09	-0.046 ± 0.049
F	T_0^2	-0.96 ± 0.082	-0.92 ± 0.09	-0.49 ± 0.10	-0.94 ± 0.06
	T_1^2	0.12 ± 0.054	0.11 ± 0.07	0.16 ± 0.08	0.12 ± 0.04
	T_2^2	0.047 ± 0.036	-0.048 ± 0.040	-0.034 ± 0.056	0.004 ± 0.027
	T_2^4	0.58 ± 0.10	0.46 ± 0.12	-0.001 ± 0.12	0.53 ± 0.08
	T_1^4	-0.20 ± 0.071	-0.24 ± 0.08	-0.043 ± 0.082	-0.22 ± 0.05
	T_2^4	-0.014 ± 0.059	0.092 ± 0.069	0.074 ± 0.078	0.034 ± 0.045
	T_3^4	0.014 ± 0.035	-0.025 ± 0.044	-0.025 ± 0.061	-0.004 ± 0.027
	T_4^4	0.23 ± 0.030	0.017 ± 0.034	0.009 ± 0.056	0.020 ± 0.022
Anzahl der Ereignisse		107	89	71	196

Tab. 5.5a

t-Intervall [GeV ²]		t < 0.1	0.1 < t < 0.2	t > 0.2	t < 0.2	t < 0.2 korrigiert
Δ ⁺⁺	ρ ₃₃	0.030 ± 0.22	0.11 ± 0.26	0.12 ± 0.30	0.07 ± 0.12	
	Re ρ ₃₁	-0.037 ± 0.11	-0.03 ± 0.12	-0.04 ± 0.13	-0.033 ± 0.080	
	Re ρ ₃₋₁	-0.041 ± 0.092	-0.02 ± 0.11	-0.14 ± 0.12	-0.032 ± 0.070	
f	ρ ₀₀	1.13 ± 0.09	1.03 ± 0.10	0.46 ± 0.10	1.08 ± 0.06	1.29 ± 0.17
	ρ ₂₂	-0.24 ± 0.05	-0.24 ± 0.05	-0.064 ± 0.056	-0.24 ± 0.03	-0.25 ± 0.09
	Re ρ ₁₀	-0.16 ± 0.05	-0.19 ± 0.05	-0.072 ± 0.057	-0.17 ± 0.04	-0.23 ± 0.10
	Re ρ ₁₂	-0.028 ± 0.040	-0.011 ± 0.049	-0.095 ± 0.056	-0.020 ± 0.031	-0.004 ± 0.085
	Re ρ ₂₀	0.019 ± 0.033	0.017 ± 0.038	0.016 ± 0.047	0.018 ± 0.025	0.008 ± 0.066
	ρ ₁₋₁	0.042 ± 0.050	-0.10 ± 0.06	-0.079 ± 0.070	-0.023 ± 0.038	0.11 ± 0.10
	Re ρ ₂₋₁	-0.010 ± 0.024	0.018 ± 0.031	0.018 ± 0.043	0.003 ± 0.019	0.03 ± 0.05
	ρ ₂₋₂	0.023 ± 0.030	0.017 ± 0.034	0.019 ± 0.057	0.020 ± 0.020	0.04 ± 0.06
Anzahl der Ereignisse		107	89	71	196	

Tab. 5.5b

$m_{\pi\pi}$ Intervall [GeV]	Anzahl der Ereignisse experimentell	EPAM (OH70)	EPAM (BAT71) 'down'	EPAM (BAT71) 'up'
0.6 - 0.7	97 ± 10	125	124	124
0.7 - 0.8	316 ± 18	364	335	346
0.8 - 0.9	227 ± 15	233	228	207
0.9 - 1.0	99 ± 10	122	98	70
1.0 - 1.1	74 ± 9	83	78	43
1.1 - 1.2	78 ± 9	85	84	43
1.2 - 1.3	144 ± 12	159		
1.3 - 1.39	105 ± 10	99		
0.6 - 1.2	925 ± 30	1069	923	878

Tab. 5.6

XI. Verzeichnis der Abbildungen

Abb. 2.1 Schematischer Aufbau des U3- Strahls und Strahlengang

Die Strahlachse ist als dicke schwarze Linie eingezeichnet. Für die Elemente des Strahls werden folgende Abkürzungen verwandt

C - Kollimator

Q - Quadrupolmagnet

BM - Ablenkmagnet ('bending magnet')

RF - Radio-Frequenz-Separator

Die Auslenkung des Strahls von der Strahlachse in der horizontalen (vertikalen) Ebene ist oberhalb (unterhalb) der Strahlachse als Kurve eingezeichnet. Die querstehenden Zahlen geben die Abstände zwischen den einzelnen Strahlelementen in mm, bzw. die Richtungsänderung in Grad.

Die Abbildung wurde (BE68) entnommen.

Abb. 2.2 Verteilung des Quadrats der fehlenden Masse M_f^2 für die Enzustände

$$\pi^+ p \pi^+ \pi^- \quad (2.1)$$

$$\pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (2.2)$$

$$\pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- n \quad (2.3).$$

Die unschraffierten Verteilungen enthalten alle akzeptierten Hypothesen. Die schraffierten Verteilungen enthalten alle nach der Kanalreinigung akzeptierten Ereignisse.

- a) Reaktion (2.1) Hamburg
 - 1739 Hypothesen, 64 außerhalb
 -  1497 Ereignisse, 20 außerhalb
- b) Reaktion (2.1) gesamte Kollaboration
 - 6029 Hypothesen, 129 außerhalb
 -  5325 Ereignisse, 47 außerhalb
- c) Reaktion (2.2) Hamburg
 - 2761 Hypothesen, 175 außerhalb
 -  1445 Ereignisse, 33 außerhalb
- d) Reaktion (2.2) gesamte Kollaboration
 - 9241 Hypothesen, 241 außerhalb
 -  5540 Ereignisse, 49 außerhalb
- e) Reaktion (2.3) Hamburg
 - 862 Hypothesen, 87 außerhalb
 -  532 Ereignisse, 17 außerhalb
- f) Reaktion (2.3) gesamte Kollaboration
 - 2586 Hypothesen, 117 außerhalb
 -  1734 Ereignisse, 20 außerhalb

Abb.2.3 Verteilungen der Anpassungswahrscheinlichkeit

$P(\chi^2)$ für die Endzustände

$$\pi^+ p \pi^+ \pi^- \quad (2.1)$$

$$\pi^+ p \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad (2.2)$$

$$\pi^+ \pi^+ \pi^+ \pi^- n \quad (2.3)$$

Die unschraffierten Verteilungen enthalten alle akzeptierten Hypothesen. Die schraffierten Verteilungen enthalten alle nach der Kanalreinigung akzeptierten Ereignisse.

- a) Reaktion (2.1) Hamburg
 - 1739 Hypothesen
 -  1497 Ereignisse
- b) Reaktion (2.1) gesamte Kollaboration

- b) $M(\pi_s^+ \pi^-)$ für Dia7
 dito, für $1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$
 Ergebnis der Maximum- Likelihood- Anpassung
 in Kap. IV.2.
- c) $M(p\pi_1^+)$ für alle Ereignisse, die nicht in Dia7 liegen.
 dito, für $0.65 \text{ GeV} < M(\pi_s^+ \pi^-) < 0.85 \text{ GeV}$
- d) $M(\pi_s^+ \pi^-)$ für alle Ereignisse, die nicht in Dia7 liegen.
 dito, für $1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$

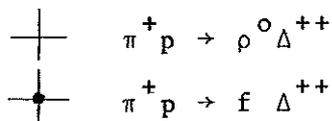
Abb.3.8 ——— EPA- Modell, absolute Vorhersage

- a) $M(\pi_s^+ \pi_1^+ \pi^-)$ für Dia7
 b) $M(p\pi_1^+ \pi^-)$ für Dia7

Abb.3.9 Reaktion $\pi p \rightarrow \pi \pi \Delta_{1236}$ (siehe Kap.III.4)

- a) Anteil der Ereignisse, die durch den kinematischen Schnitt Dia7 erfaßt werden in Abhängigkeit von $M(2\pi)$ und p_{LAB} . $t(\pi/2\pi) < 0.3 \text{ GeV}^2$.
- b) Verlust an Ereignissen durch den kinematischen Schnitt Dia7 in Abhängigkeit von $M(2\pi)$ und $t(\pi/2\pi)$ für $p_{\text{LAB}} = 11.62 \text{ GeV}/c$.
 $1.156 \text{ GeV} < M(p\pi) < 1.316 \text{ GeV}$

Abb.4.1 $d\sigma/dt$ für Dia7 (Maximum- Likelihood- Ergebnis)



---- EPA- Modell, absolute Vorhersage für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$.

Abb.4.2 Form der t - Abhängigkeit des Quadrats des Matrixelementes in willkürlichen Einheiten (vgl. Kap.IV.2)

---- $f(t) \propto 1/(t + \mu^2)^2$

- a) $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$
 b) $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$

Abb.4.3 $M(p\pi_1^+)$ versus $M(\pi_s^+\pi^-)$ für alle Ereignisse der kinematischen Gebiete Dia1, Dia5 und Dia6.
 ----- Gebiet für Maximum- Likelihood- Anpassung.

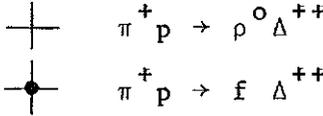
Abb.4.4 Projektionen von Abb.4.3
 ----- Ergebnis der Maximum- Likelihood- Anpassung

- a) $M(p\pi_1^+)$
 ----- $\sigma(\pi_s^+\pi^-p\pi_1^+) + \sigma(fp\pi_1^+)$
- b) $M(\pi_s^+\pi^-)$
 ----- $\sigma(\pi_s^+\pi^-p\pi_1^+) + \sigma(\pi_s^+\pi^-\Delta^{++})$
- c) $t(p/p\pi_1^+)$

Abb.4.5 $M(p\pi_1^+)$ versus $M(\pi_s^+\pi^-)$ für alle Ereignisse der kinematischen Gebiete Dia2, Dia3 und Dia4
 ----- Gebiet für Maximum- Likelihood- Anpassung.

Abb.4.6 Projektionen von Abb.4.5
 ----- Ergebnis der Maximum- Likelihood- Anpassung

- a) $M(p\pi_1^+)$
 ----- $\sigma(\pi_s^+\pi^-p\pi_1^+) + \sigma(fp\pi_1^+)$
- b) $M(\pi_s^+\pi^-)$
 ----- $\sigma(\pi_s^+\pi^-p\pi_1^+)$
- c) $t(p/p\pi_1^+)$

Abb.4.7 dN/dt für die kinematischen Gebiete Dia1 - Dia6


 ----- EPA- Modell, absolute Vorhersage für $\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$.

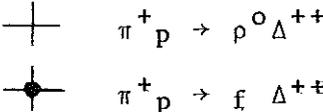
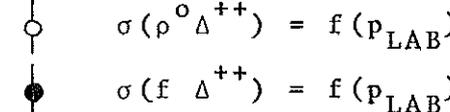
Abb.4.8 $d\sigma/dt$


Abb.4.9


 ----- EPA- Modell, absolute Vorhersage für $\pi^+p \rightarrow \rho^0\Delta^{++}$.

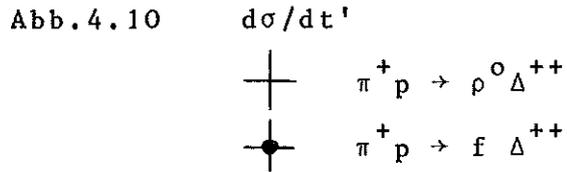


Abb.5.1 Zerfallswinkel der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ im nicht-transversalen Jackson System.

$$1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$$

$$0.65 \text{ GeV} < M(\pi_s^+ \pi^-) < 0.85 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_1^+) < 0.20 \text{ GeV}^2$$

sowie Bedingung (4.3) (siehe Kap.IV)

458 Ereignisse

—— Vorhersage mit S-P- Interferenz

- a) $dN/d\cos\theta$ für ρ^0
- b) $dN/d\cos\theta$ für Δ^{++}
- c) $dN/d\phi$ für ρ^0
- d) $dN/d\phi$ für Δ^{++}

Abb.5.2 Koeffizienten $N \cdot \langle Y_\ell^m \rangle$ der (2π) - Zerfallswinkel- verteilung im nicht-transversalen Jackson System.

$$1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_s^+) < 0.20 \text{ GeV}^2$$

- | | |
|---|------------------------------------|
| a) $N \cdot \langle Y_1^0 \rangle$ | f) $N \cdot \langle Y_3^0 \rangle$ |
| b) $N \cdot \langle \text{Re } Y_1^1 \rangle$ | g) $N \cdot \langle Y_4^0 \rangle$ |
| c) $N \cdot \langle Y_2^0 \rangle$ | h) $N \cdot \langle Y_5^0 \rangle$ |
| d) $N \cdot \langle \text{Re } Y_2^1 \rangle$ | i) $N \cdot \langle Y_6^0 \rangle$ |
| e) $N \cdot \langle \text{Re } Y_2^2 \rangle$ | |

Abb.5.3 $\langle Y_1^0 \rangle$ und $\langle \text{Re } Y_1^1 \rangle$ im nicht-transversalen Jackson System.

$$1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$$

$$0.65 \text{ GeV} < M(\pi_s^+ \pi^-) < 0.85 \text{ GeV}$$

sowie Bedingung (4.3) (siehe Kap.IV)

a) $(\pi_s^+ \pi^-)$ - Vertex

b) $(p\pi_1^+)$ - Vertex

Abb.5.4 Spindichtematrixelemente für $\pi^+ p \rightarrow \rho^0 \Delta^{++}$ im nicht- transversalen Jackson System

$$1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$$

$$0.65 \text{ GeV} < M(\pi_s^+ \pi^-) < 0.85 \text{ GeV}$$

sowie Bedingung (4.3) (siehe Kap.IV)

a) ρ^0 - Vertex

b) Δ^{++} -Vertex

Abb.5.5 Relativer Anteil an $d\sigma/dt(\rho^0 \Delta^{++})$

a) des totalen natürlichen Paritätsaustauschs (σ^+) und des totalen unnatürlichen Paritätsaustauschs (σ^-)

b) des unnatürlichen Paritätsaustauschs mit ρ^0 - Helizität $\lambda = 0$ (σ_0^-) und

des unnatürlichen Paritätsaustauschs mit ρ^0 - Helizität $|\lambda| = 1$ ($\sigma_{|\pm 1|}^-$)

Abb.5.6 Zerfallswinkelverteilungen der Reaktion $\pi^+ p \rightarrow f \Delta^{++}$ im nicht- transversalen Jackson- System

$$1.156 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.316 \text{ GeV}$$

$$1.160 \text{ GeV} < M(\pi_s^+ \pi^-) < 1.360 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_1^+) < 0.20 \text{ GeV}^2$$

196 Ereignisse

—— Vorhersage unter Verwendung der experimentell bestimmten Dichtematrixelemente (Kap.V.3)

a) $dN/d\cos\theta$ für f

b) $dN/d\cos\theta$ für Δ^{++}

c) $dN/d\phi$ für f

d) $dN/d\phi$ für Δ^{++}

Abb. 5.7 $(\pi\pi)$ - Streuphasen δ_{ℓ}^I und Inelastizitäten η_{ℓ}^I

a) nach Oh et al. (OH70)

b) nach Baton et al. (BAT70); $\eta_0^2 = \eta_2^2 = 1$

Abb. 5.8 $M(\pi_s^+\pi^-)$ für

$$1.08 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.32 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_1^+) < 0.30 \text{ GeV}^2$$

Die Kurven sind absolute EPAM- Vorhersagen mit

— $\sigma(\pi\pi)$ nach Oh et al. (OH70)

- - - $\sigma(\pi\pi)$ nach Baton et al. (BAT70); η_0^0, δ_0^0 'up' Lösung

• • • $\sigma(\pi\pi)$ nach Baton et al. (BAT70); η_0^0, δ_0^0 'down' Lösung

Abb. 5.9 $dN/d\cos\theta$ am $(\pi_s^+\pi^-)$ - Vertex im nicht- transversalen

Jackson- System

$$1.08 \text{ GeV} < M(p\pi_1^+) < 1.32 \text{ GeV}$$

$$t(p/p\pi_1^+) < 0.30 \text{ GeV}^2$$

Eingezeichnet ist die absolute EPAM- Vorhersage unter Verwendung der Streuphasen von

— Oh et al. (I)

- - - Baton et al.; η_0^0, δ_0^0 'up' Lösung (II)

• • • Baton et al.; η_0^0, δ_0^0 'down' Lösung (III)

Innerhalb der Zeichengenauigkeit gilt :

0.6GeV - 0.7GeV : I, II, III fallen zusammen

0.7GeV - 0.8GeV : II, III fallen zusammen

0.8GeV - 0.9GeV : II, III fallen zusammen für $\cos\theta < 0.8$

I, II fallen zusammen für $\cos\theta > 0.7$

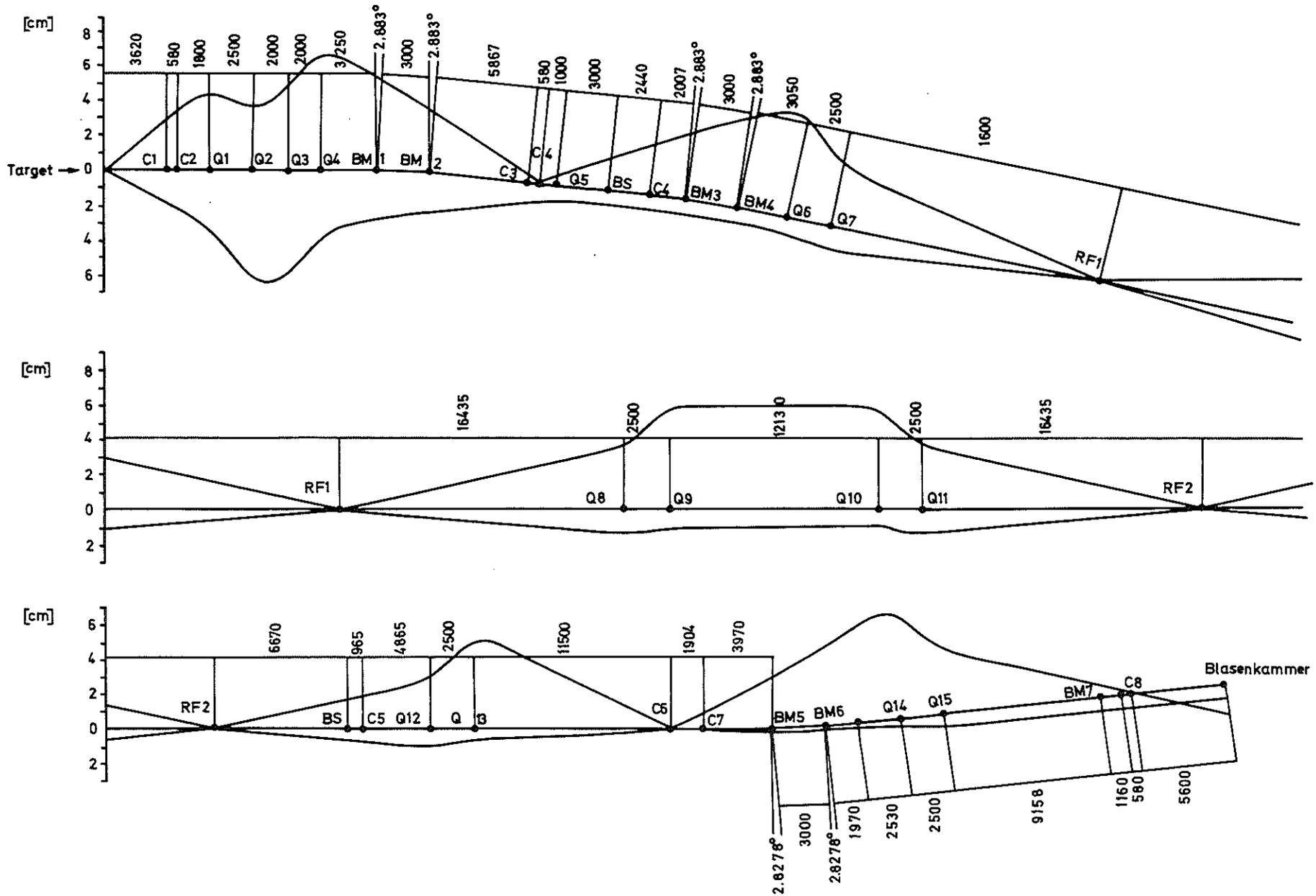


Abb. 2.1

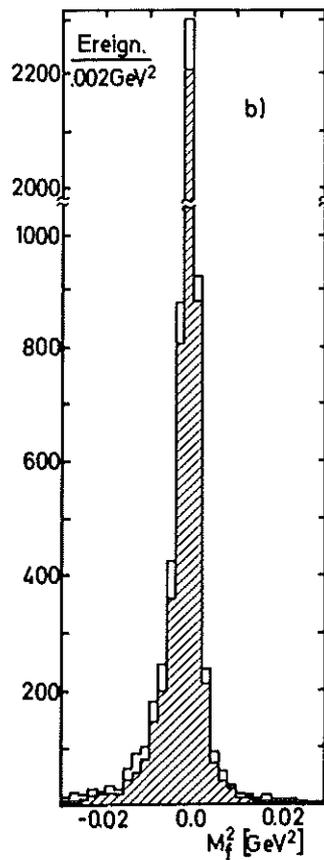
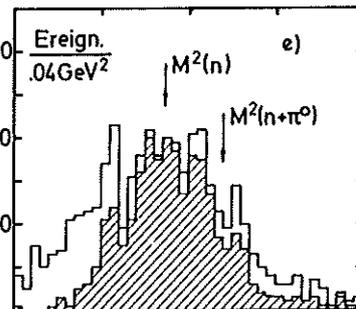
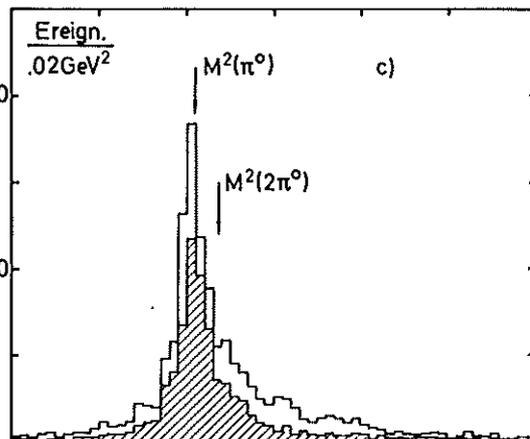
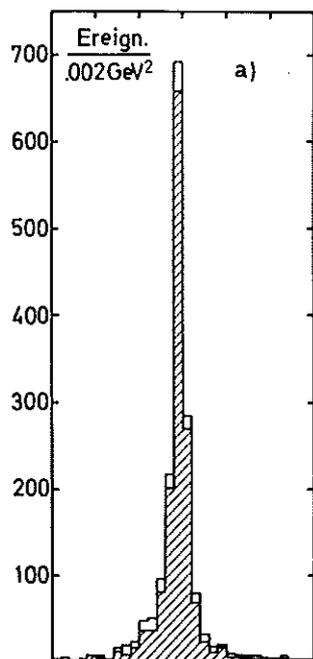
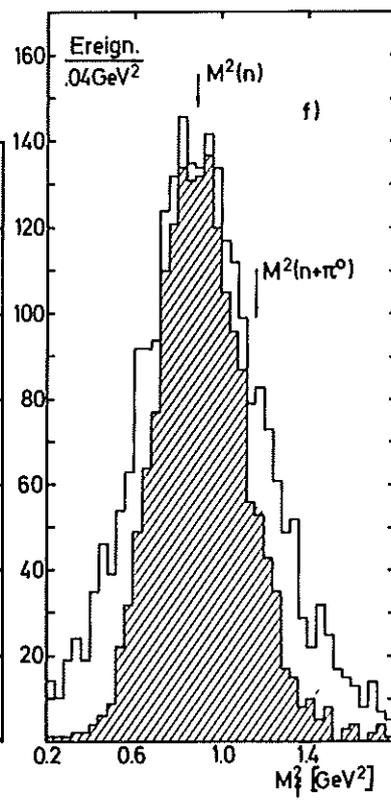
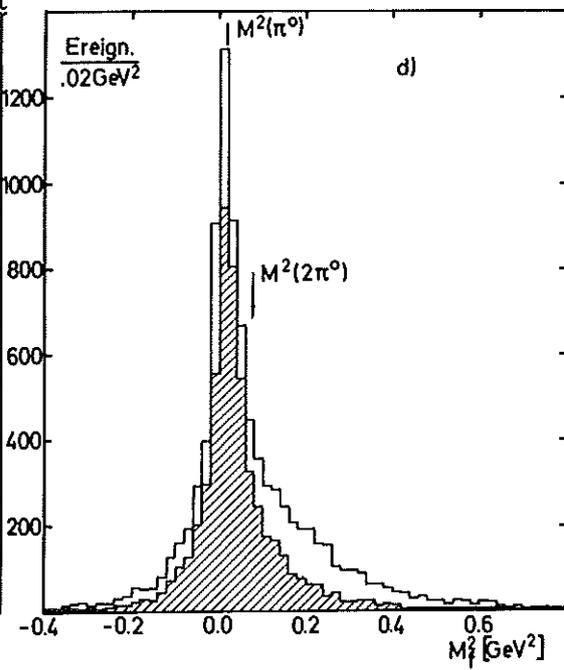


Abb.2.2



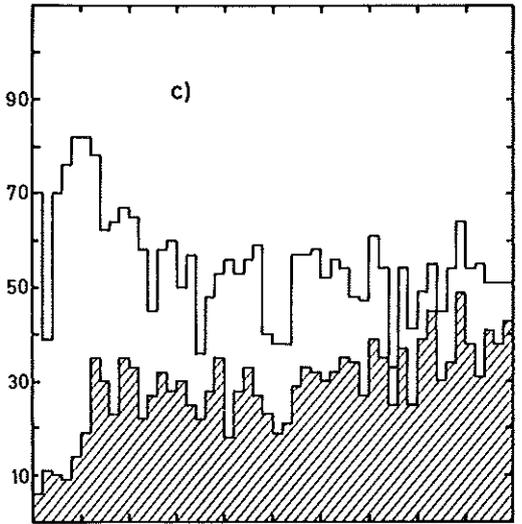
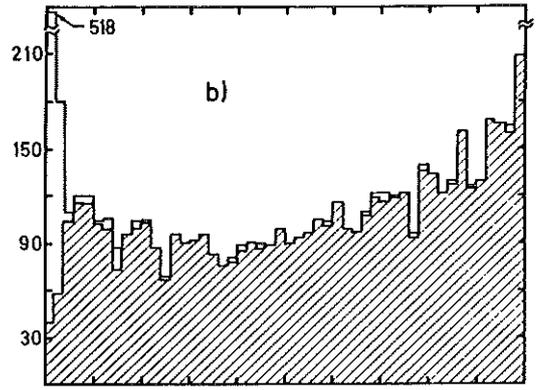
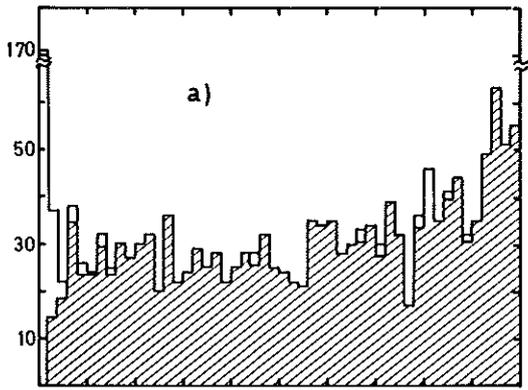
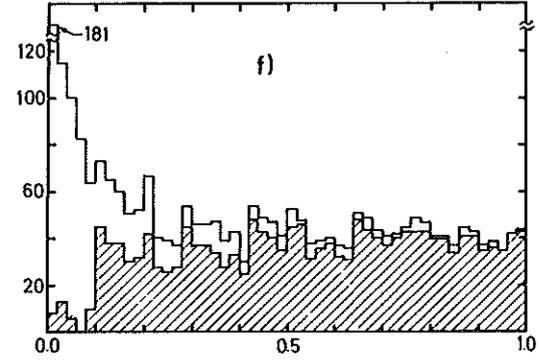
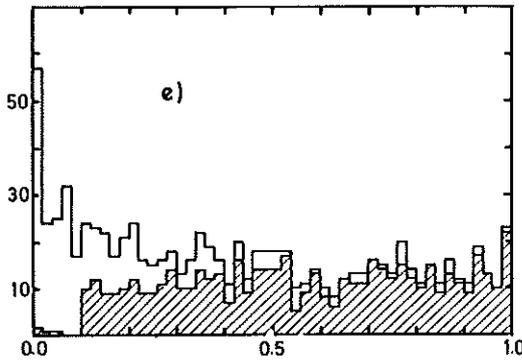
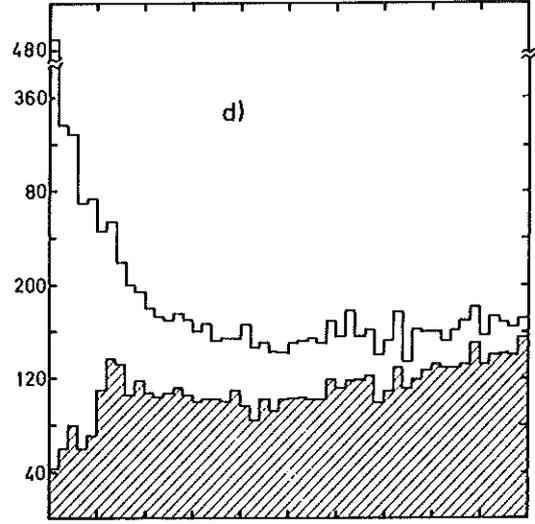


Abb.2.3



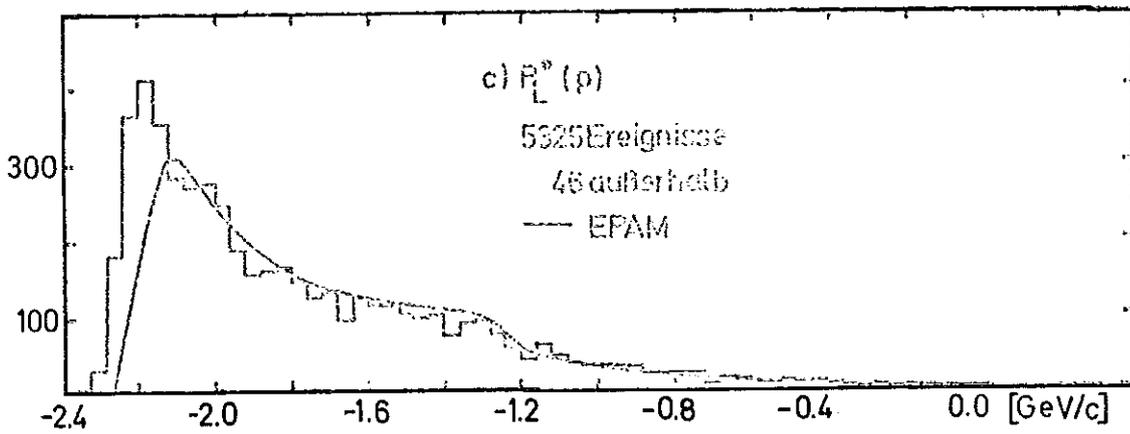
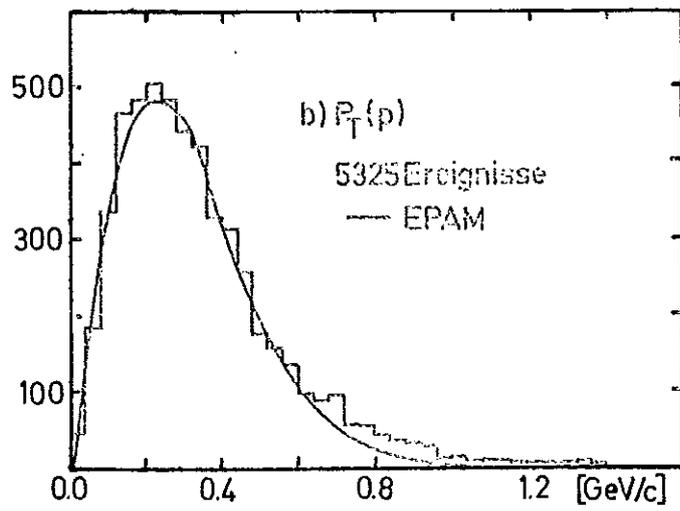
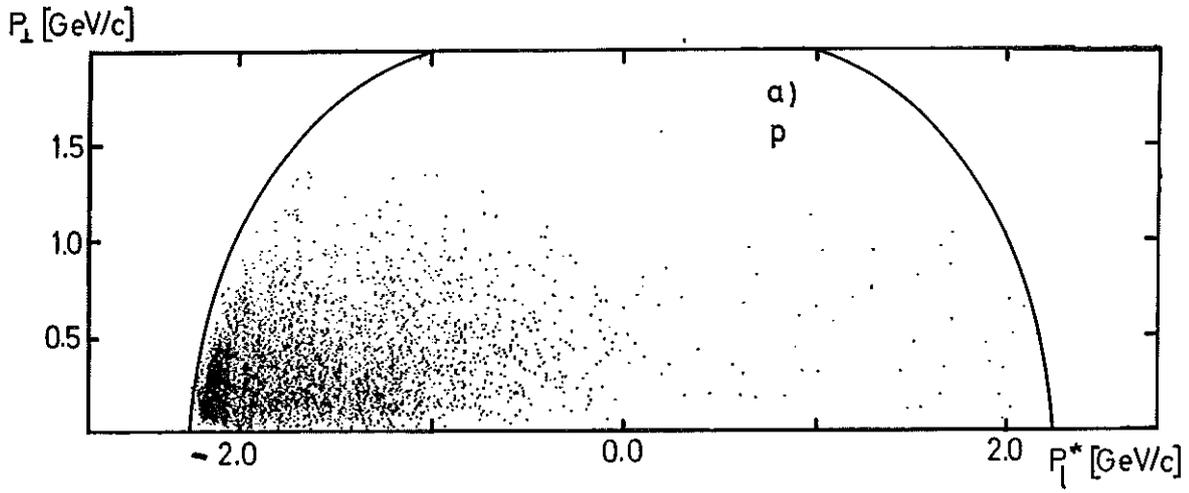


Abb.3.1a

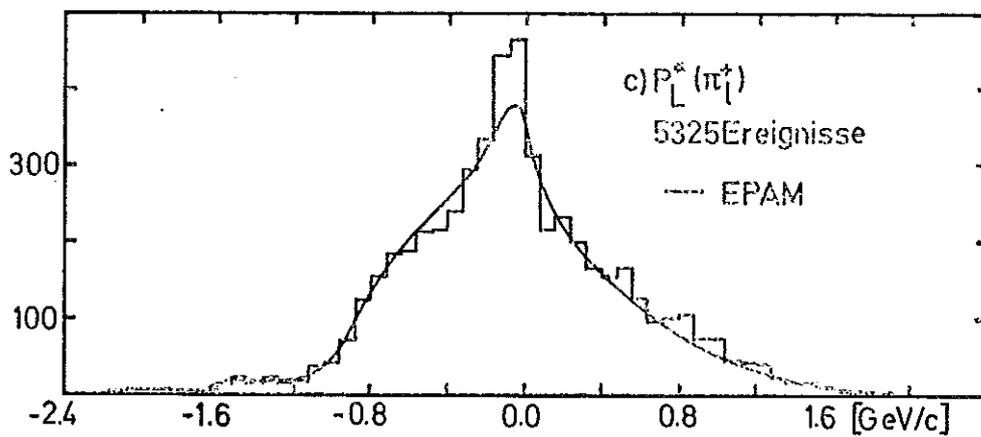
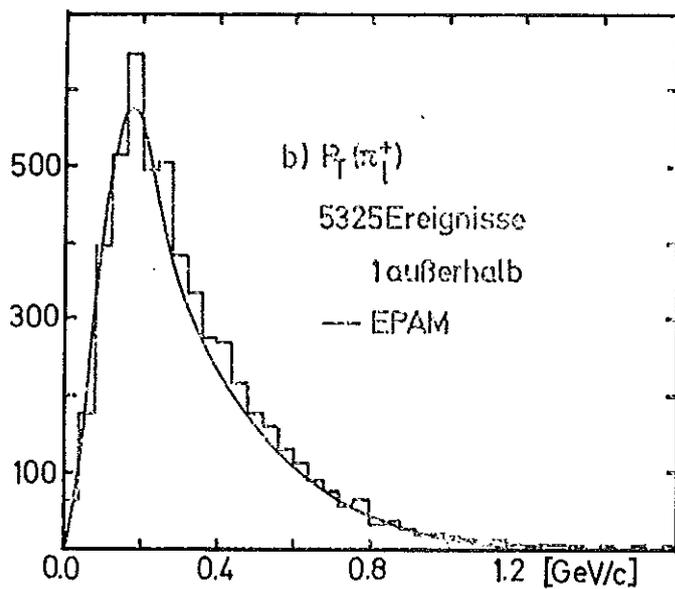
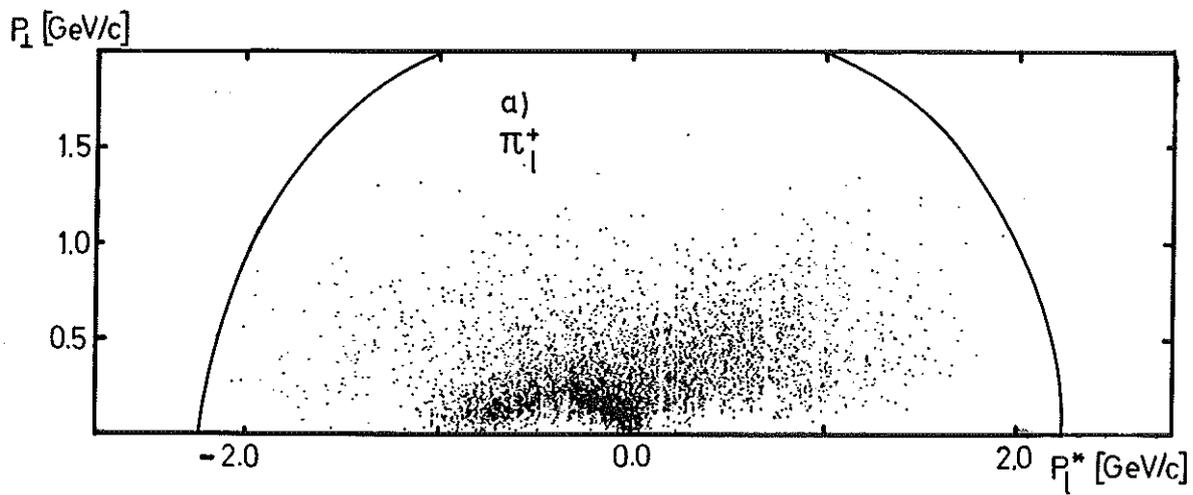


Abb.3.1b

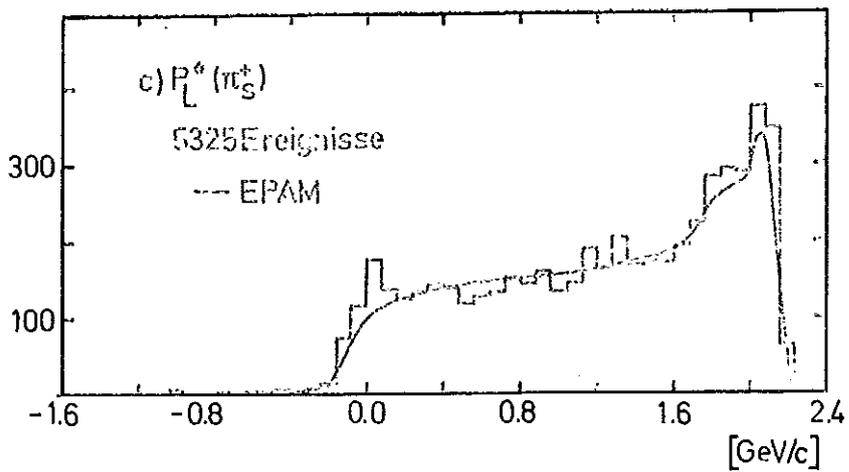
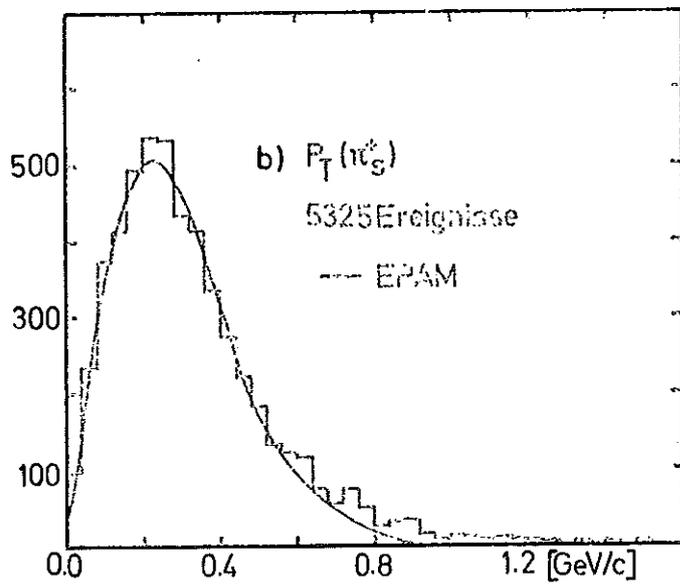
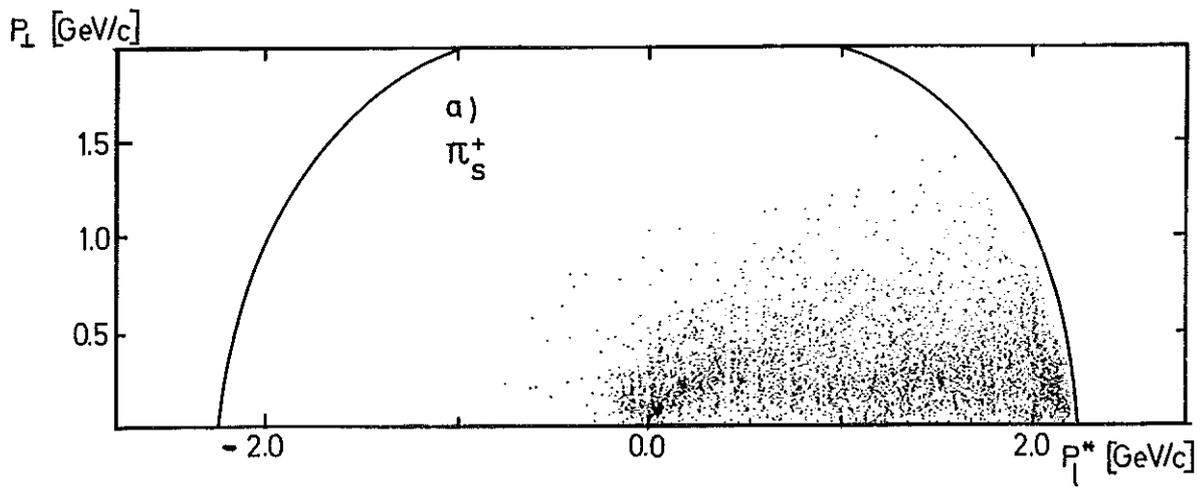


Abb.3.1c

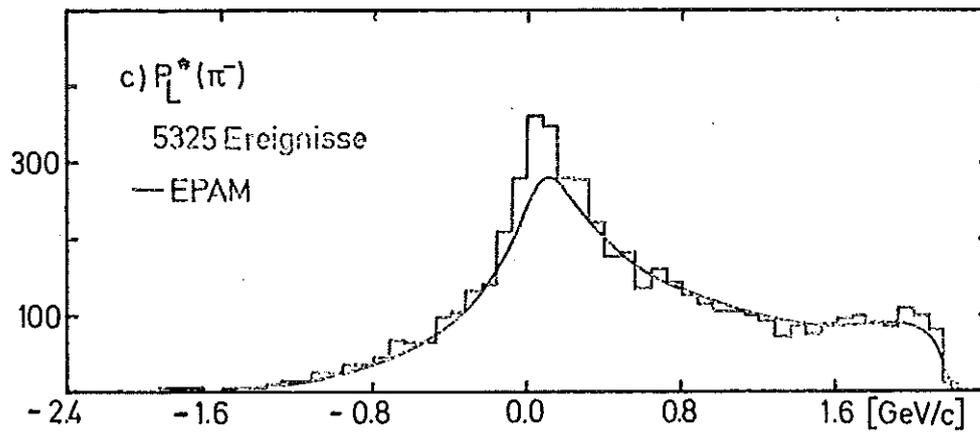
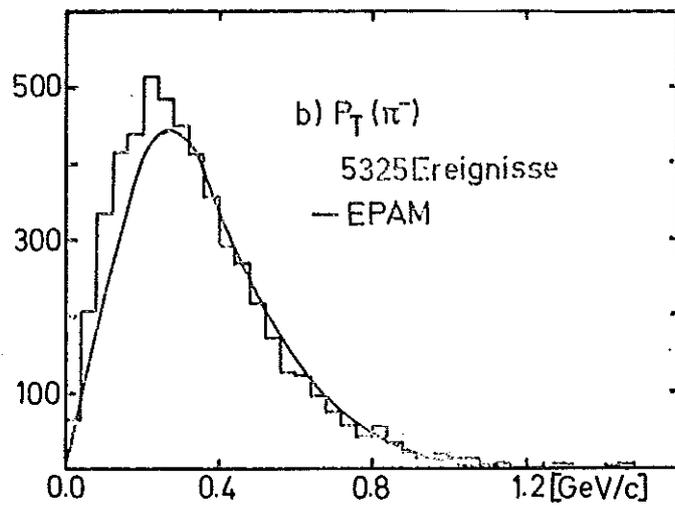
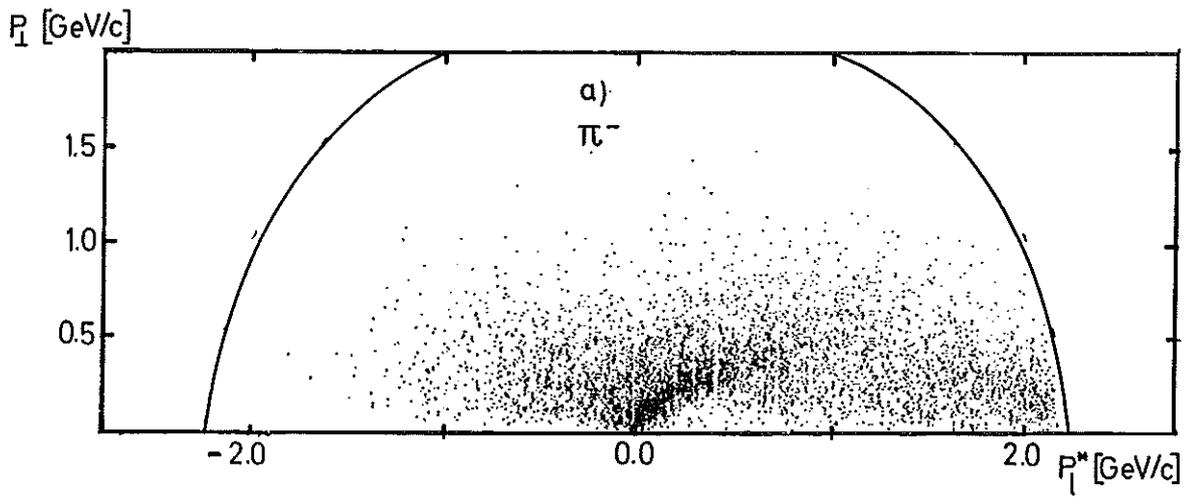


Abb.3.1d

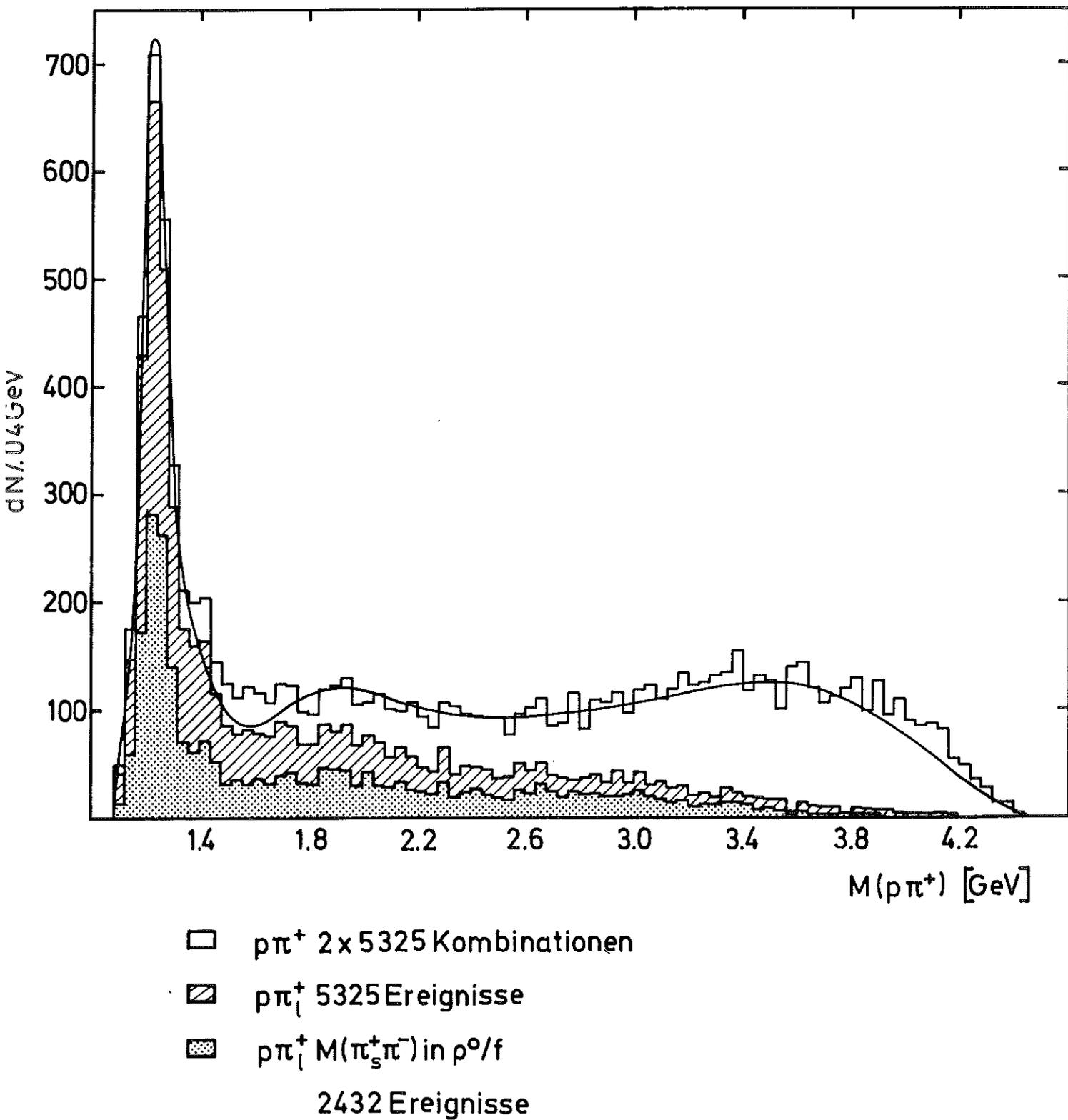


Abb.3.2a

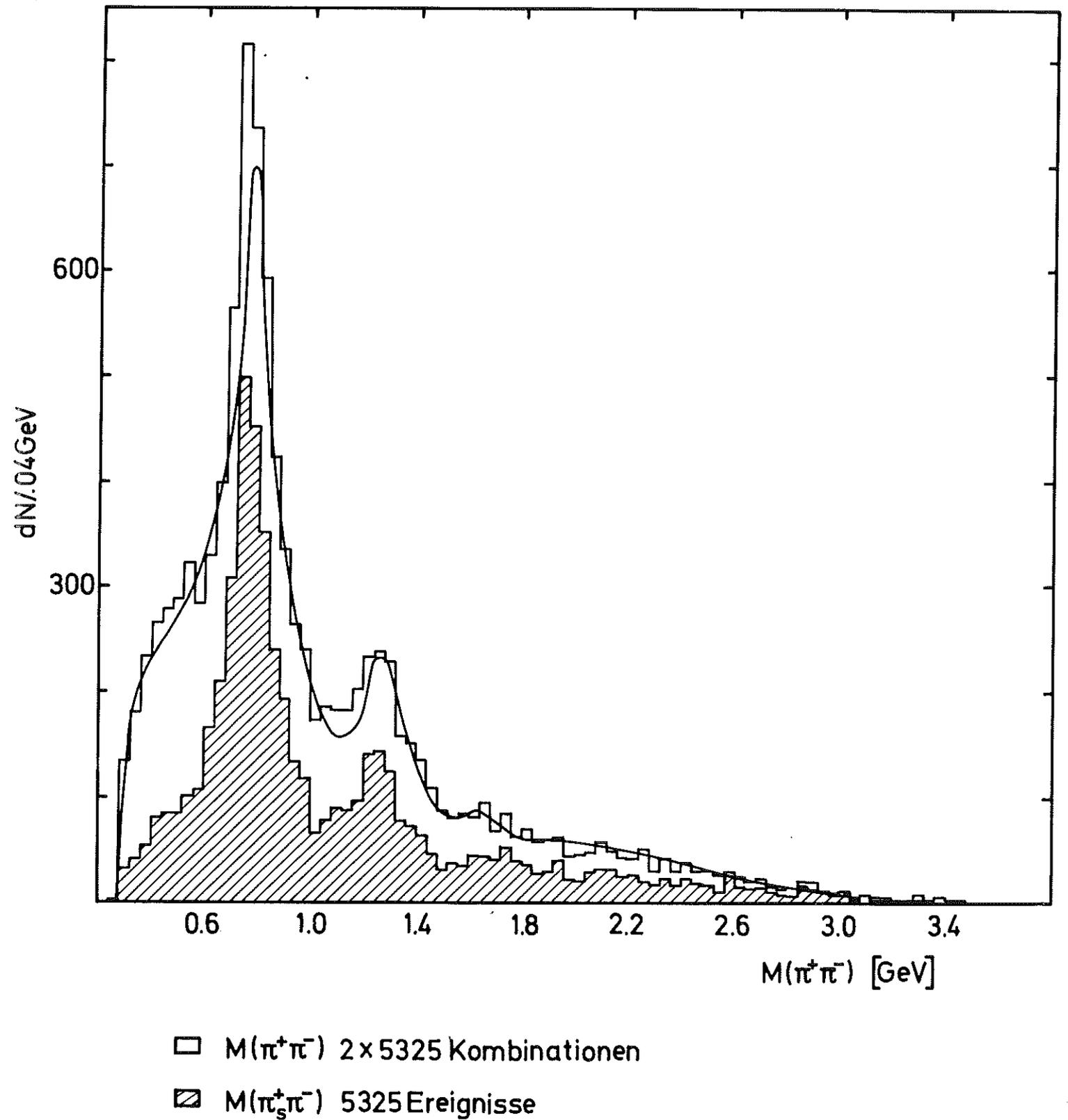
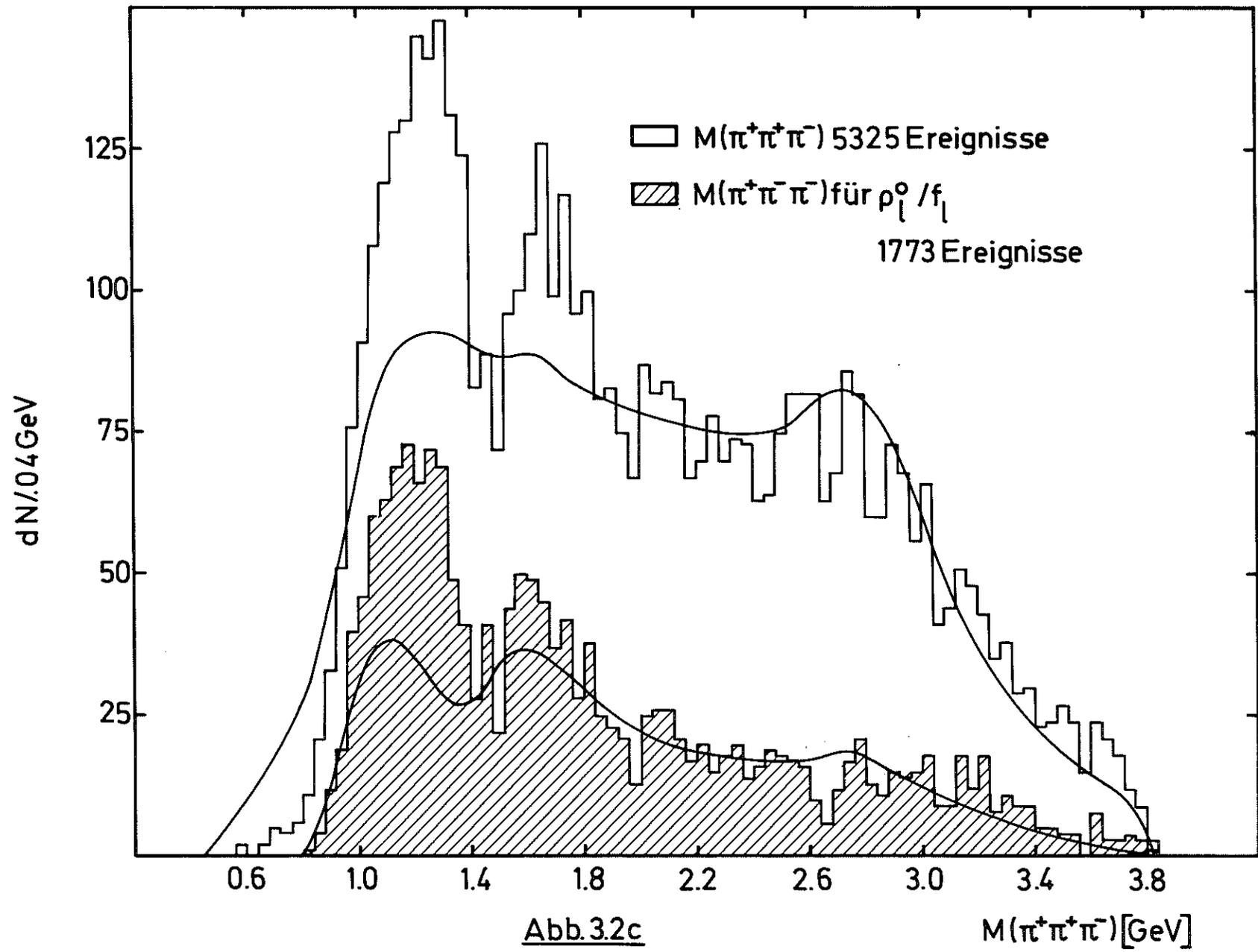


Abb.3.2b



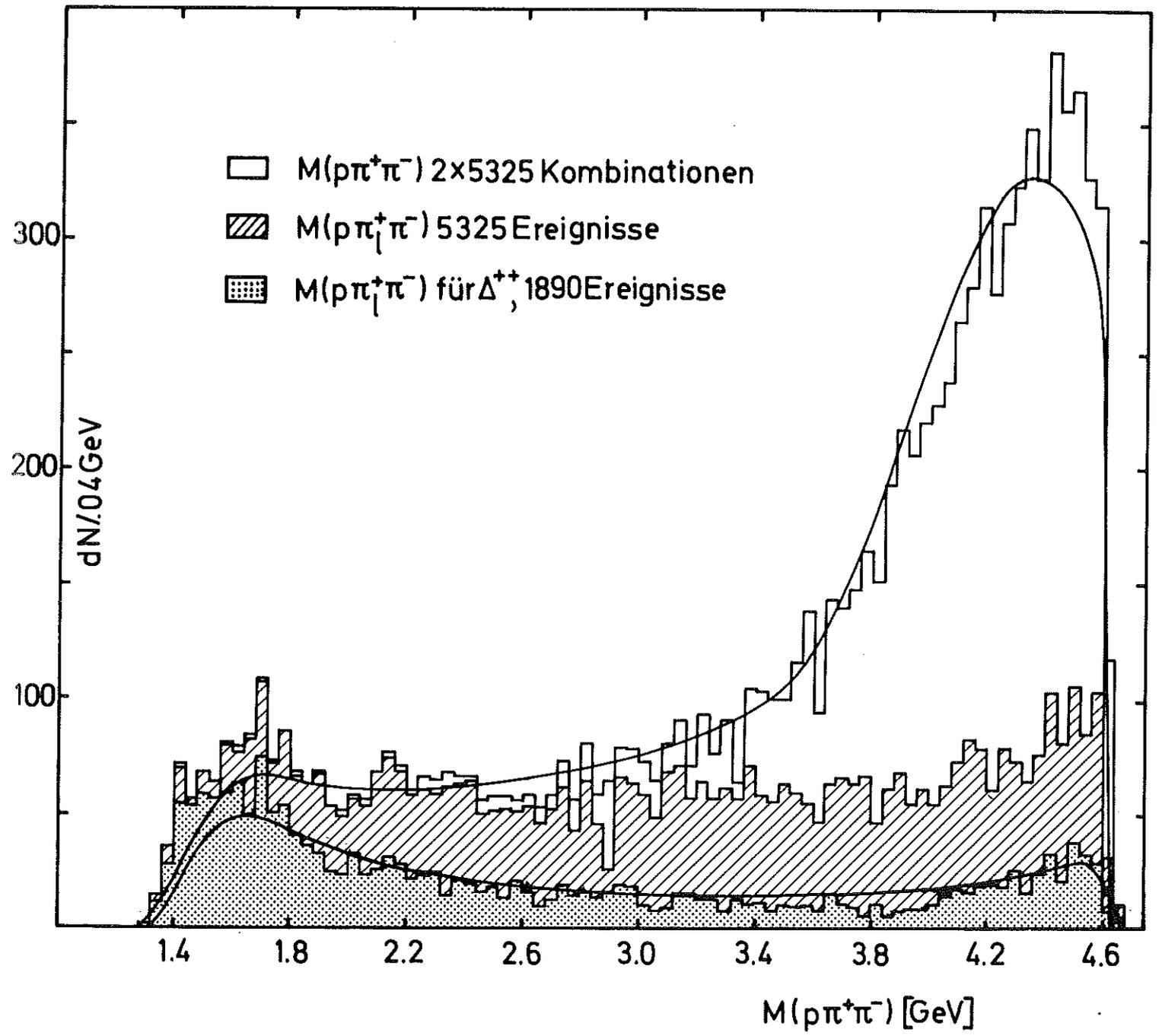


Abb.3.2d

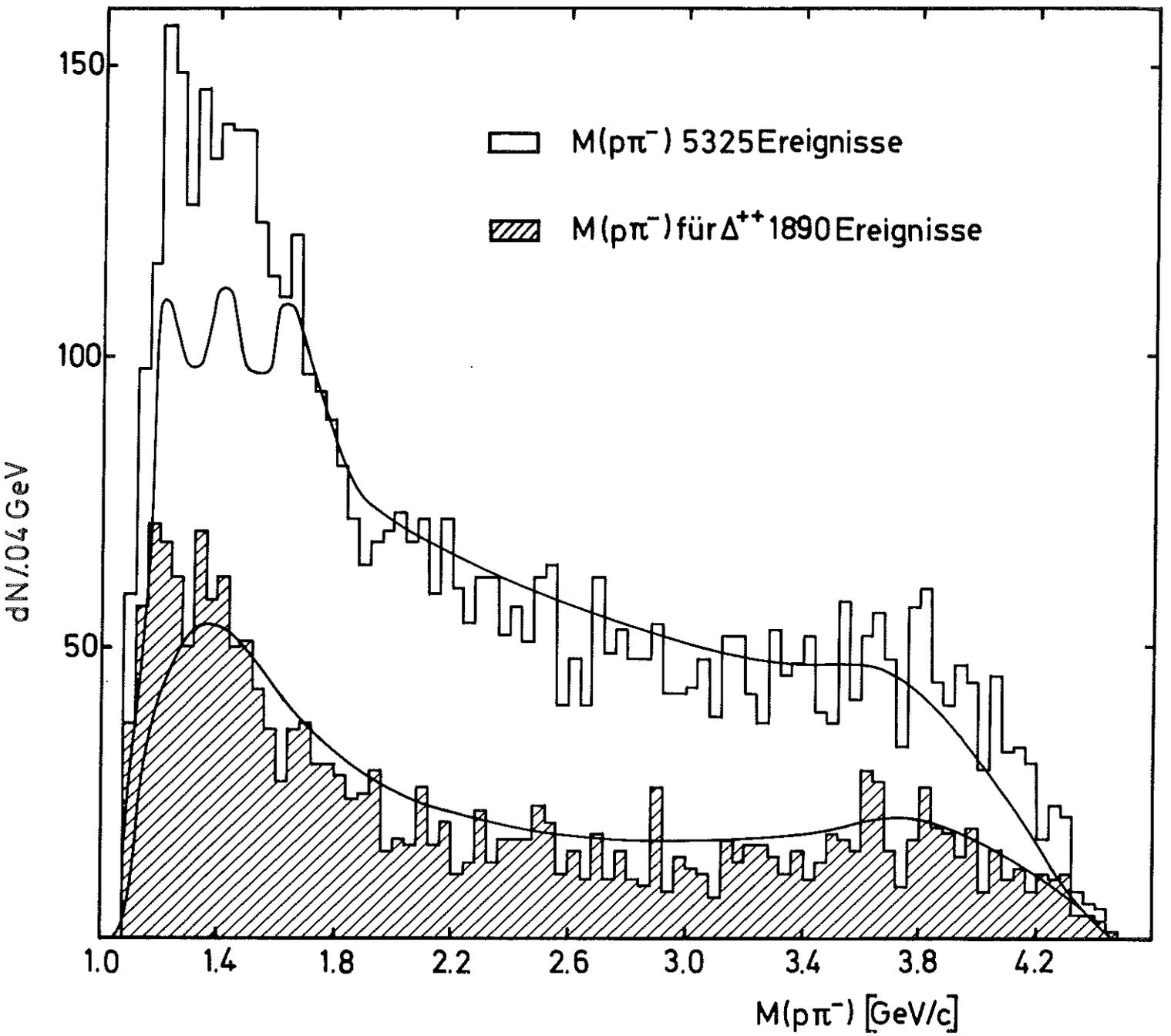


Abb.32e

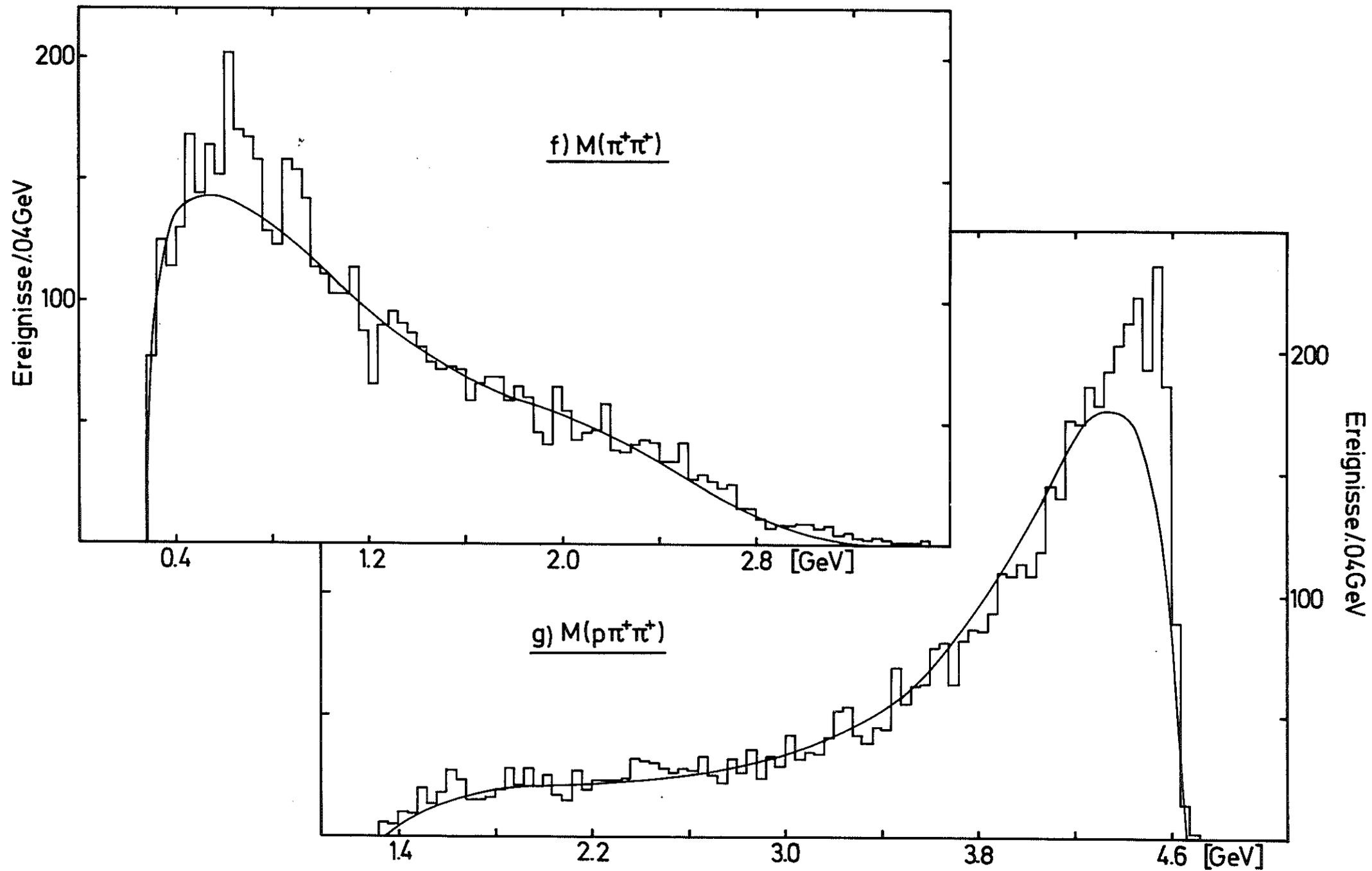


Abb.3.2

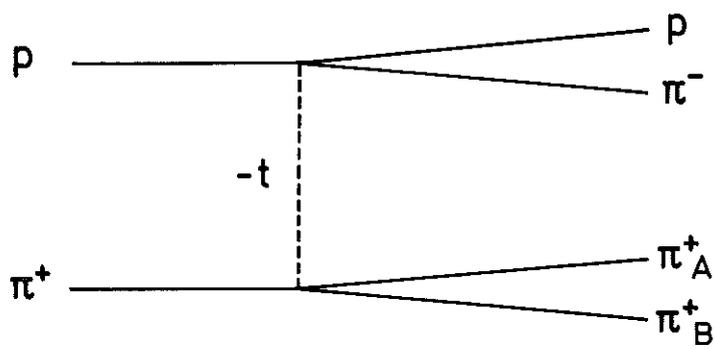
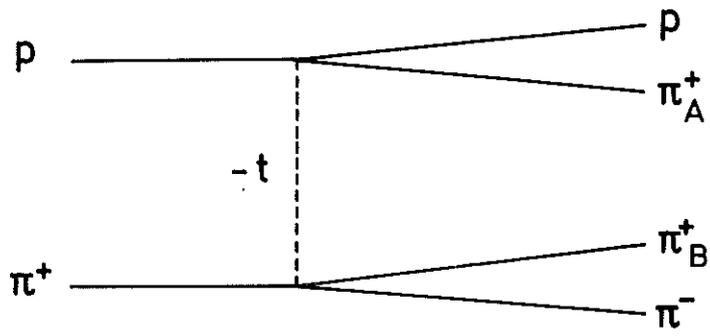


Abb.3.3

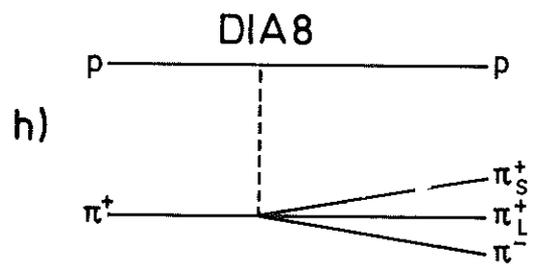
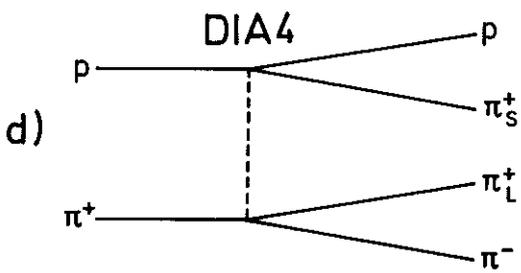
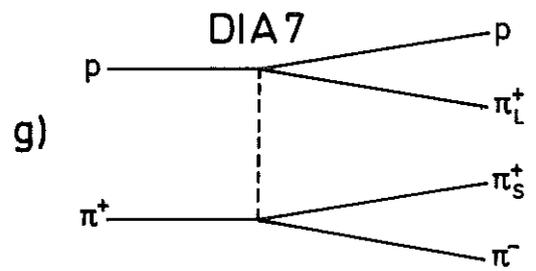
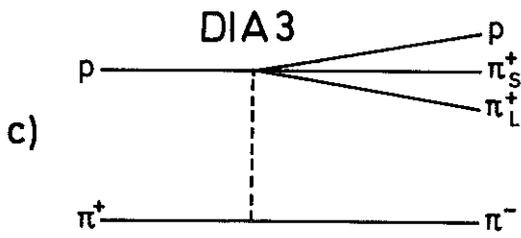
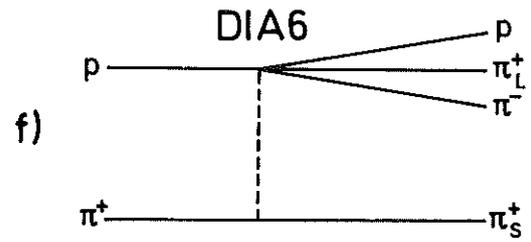
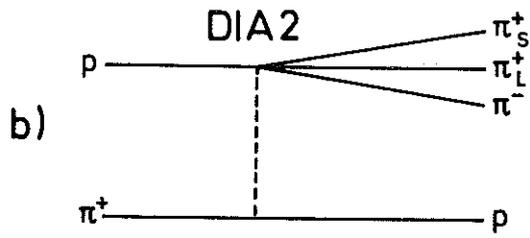
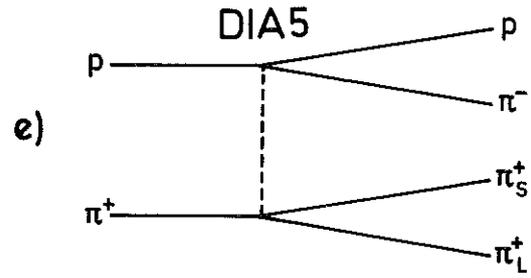
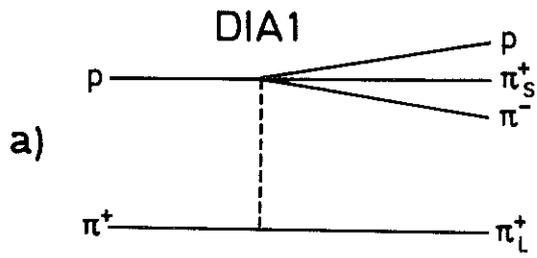


Abb.34

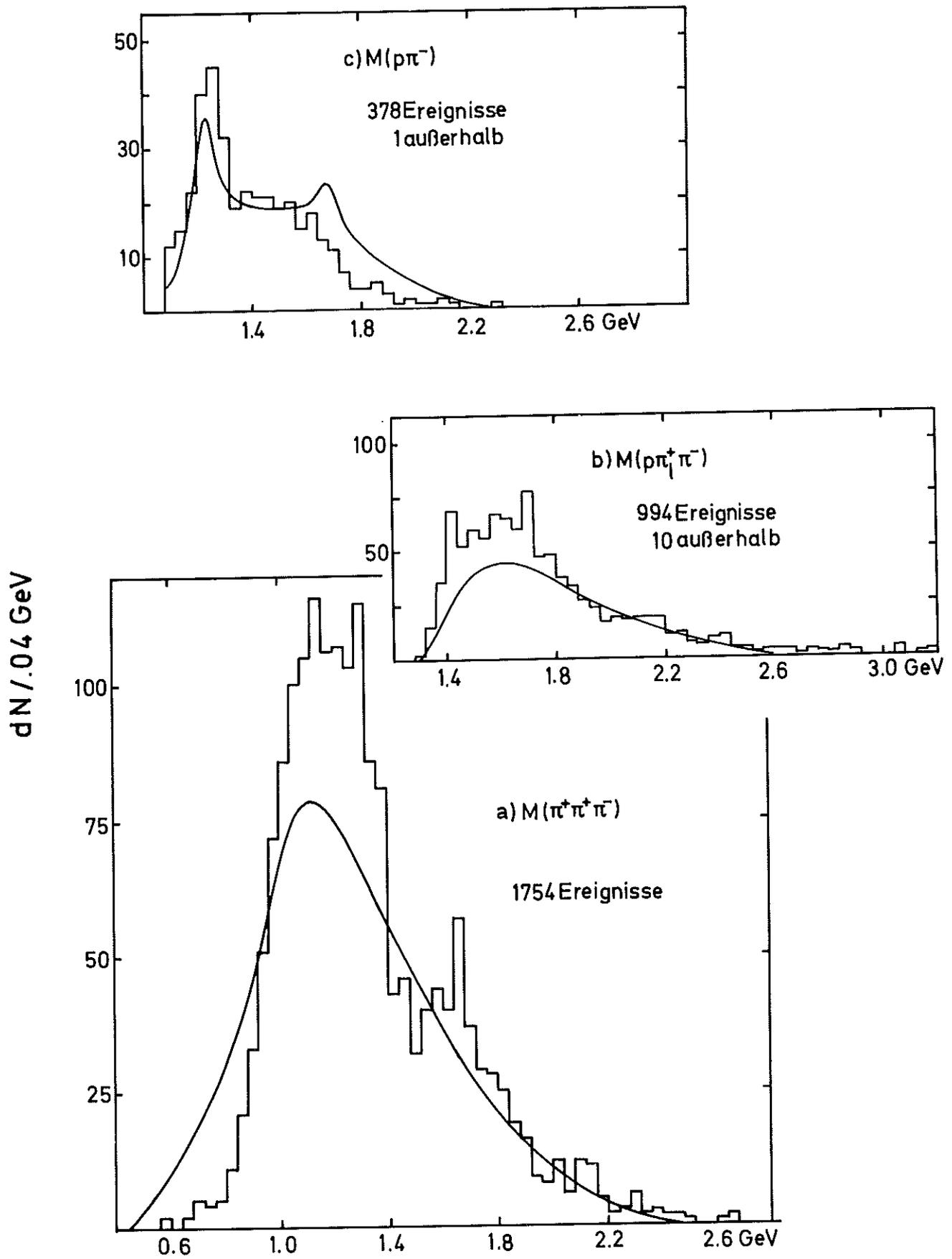


Abb.35

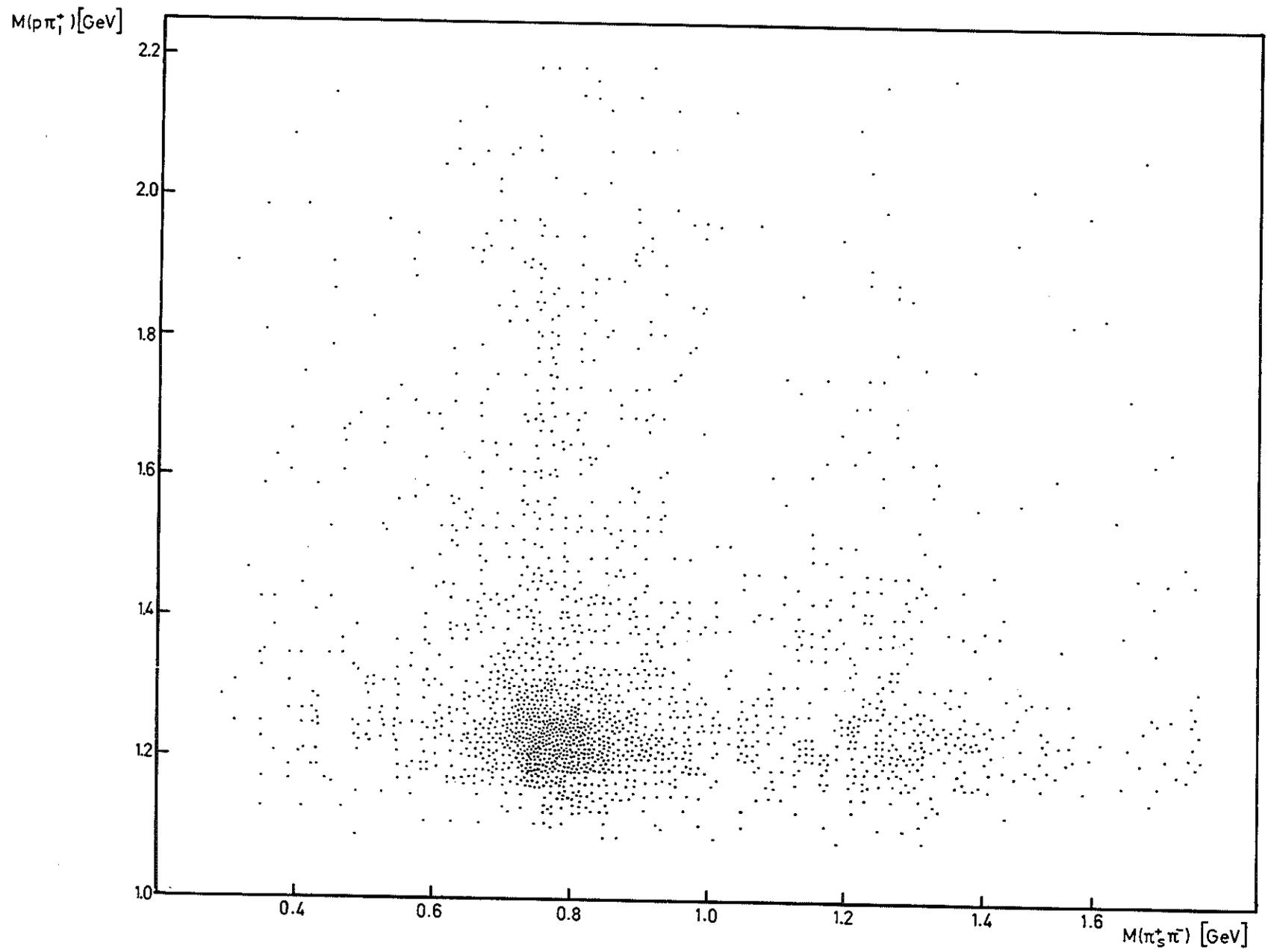


Abb.36

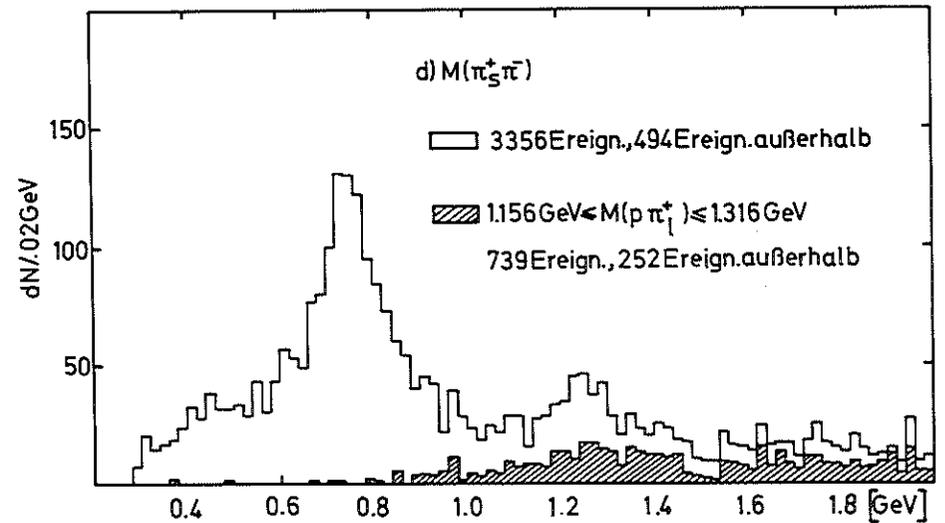
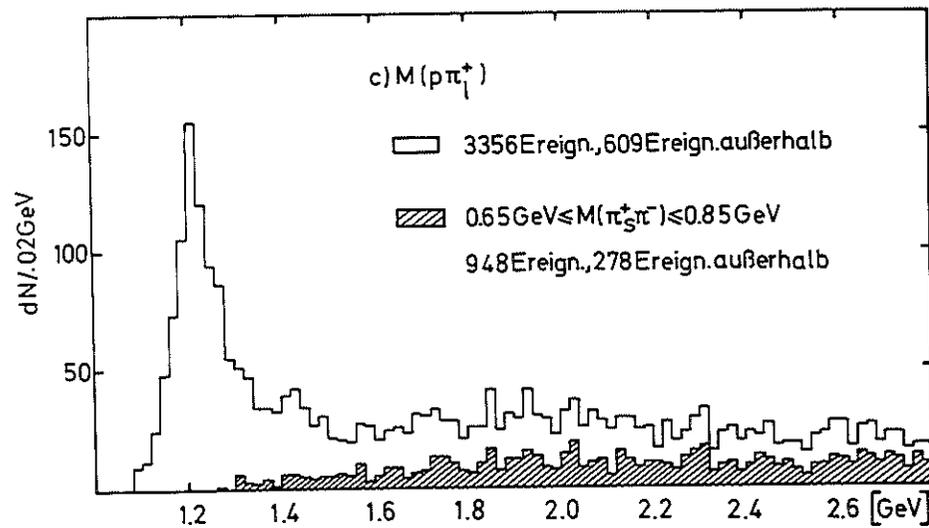
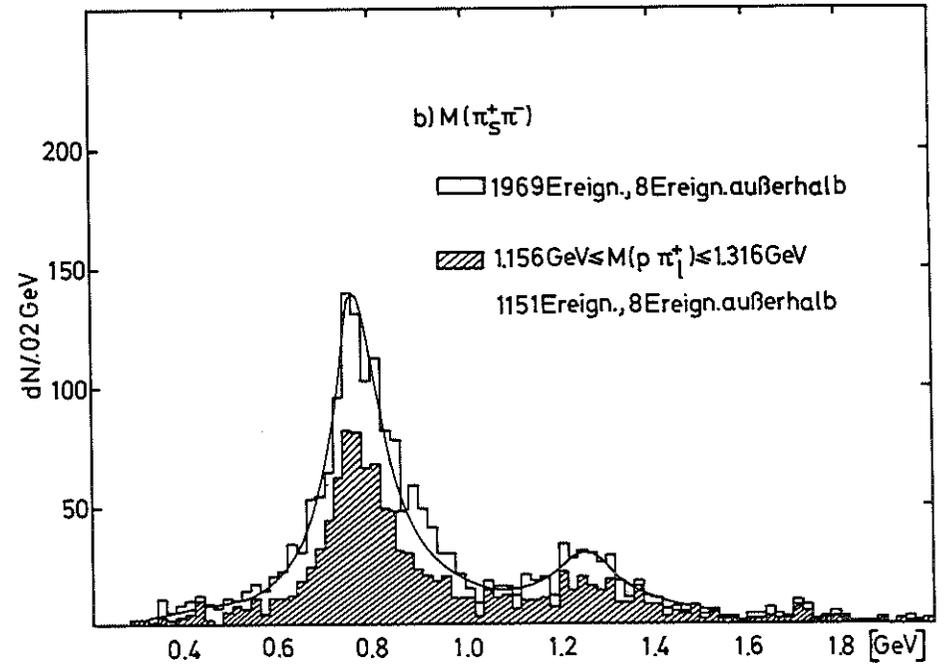
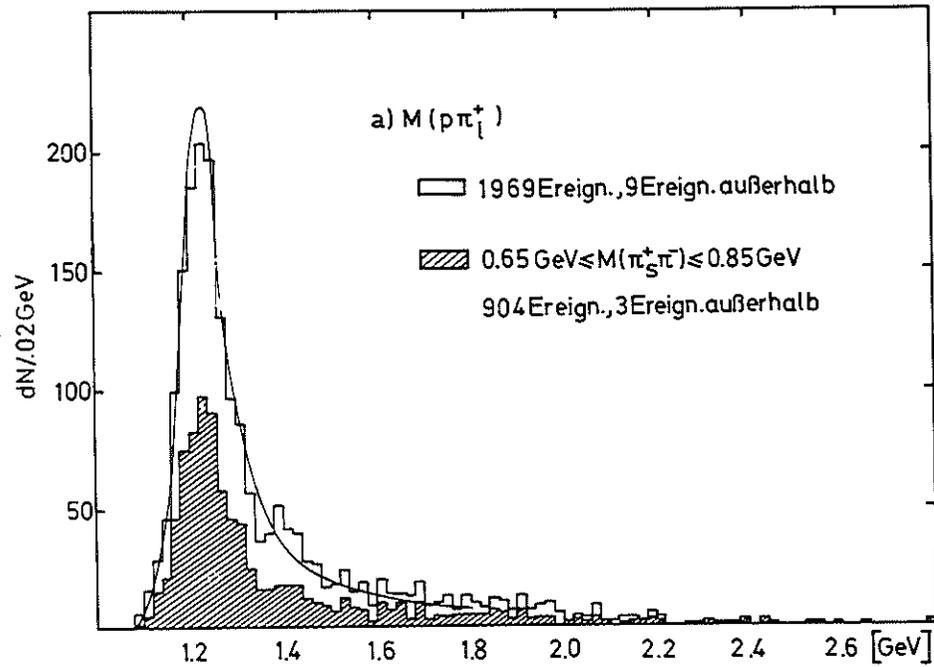


Abb.3.7

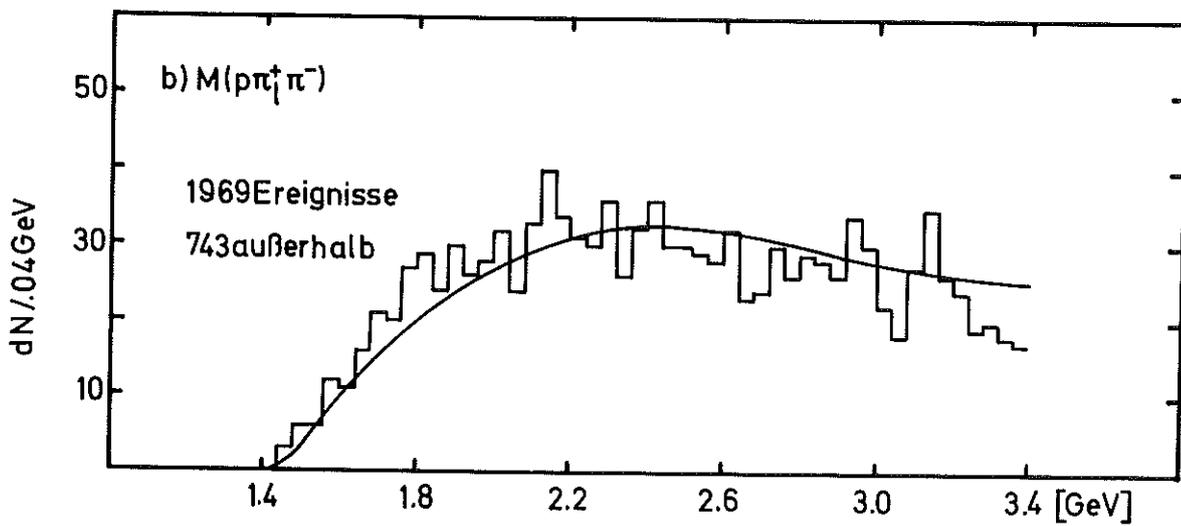
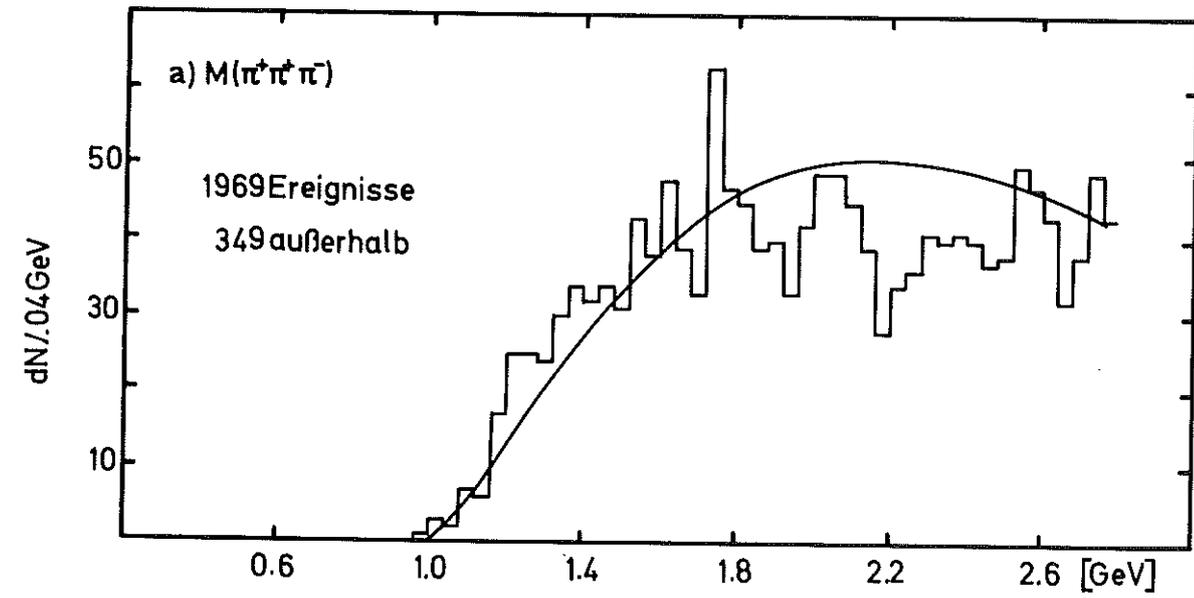


Abb.38

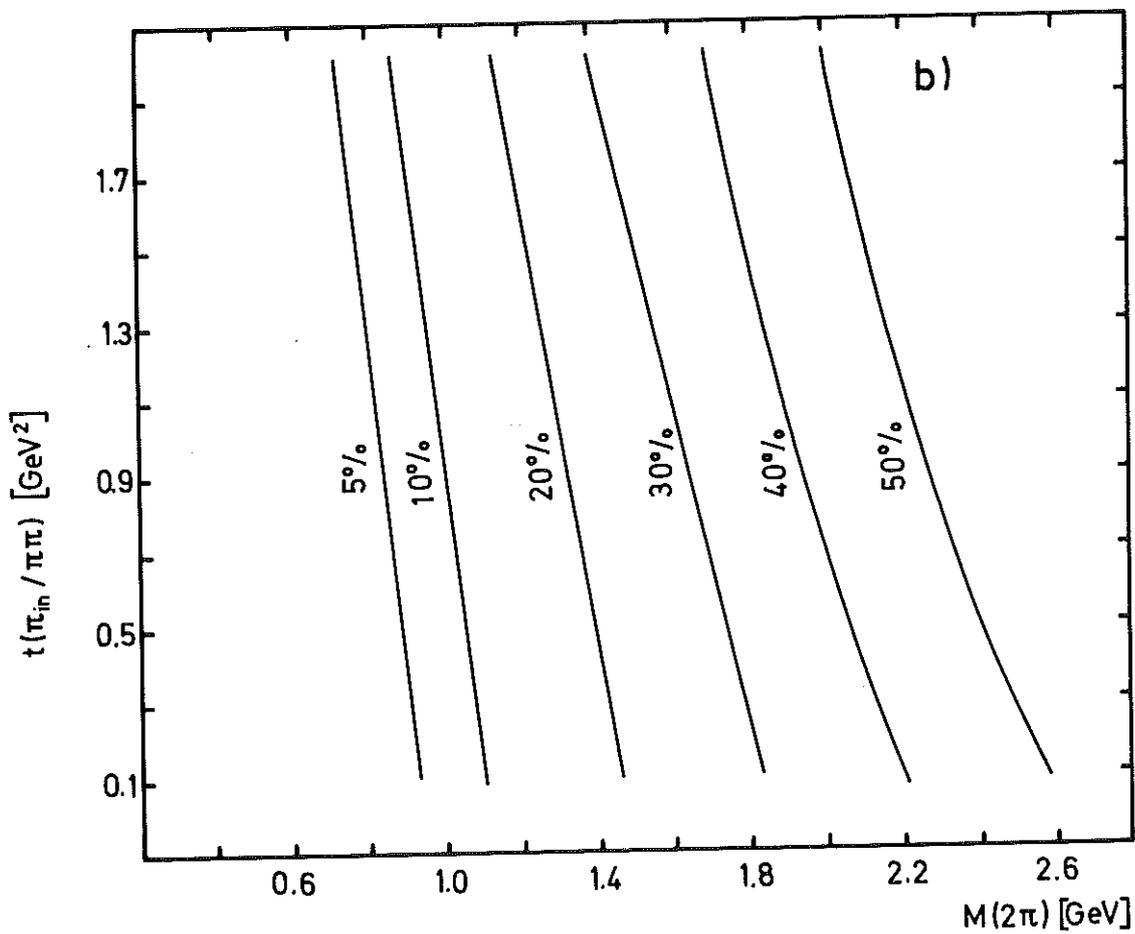
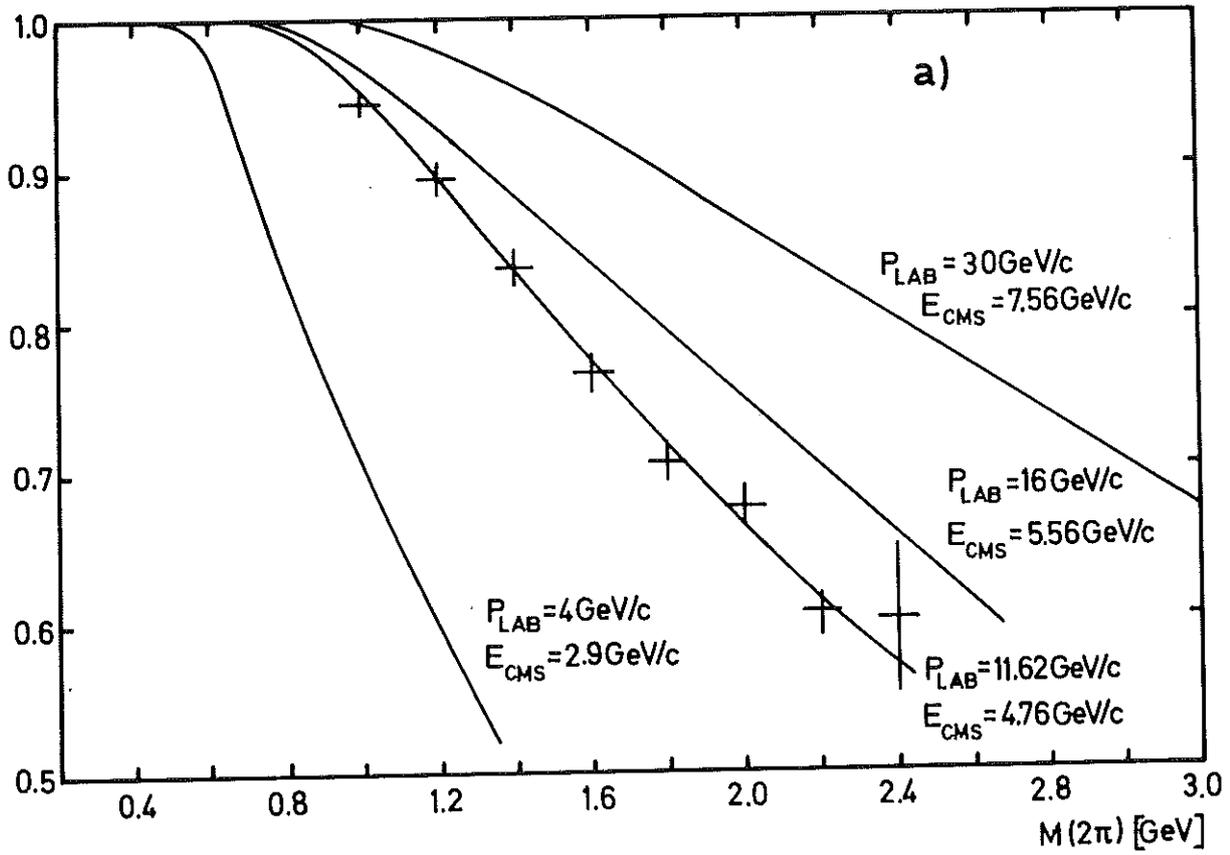


Abb.39

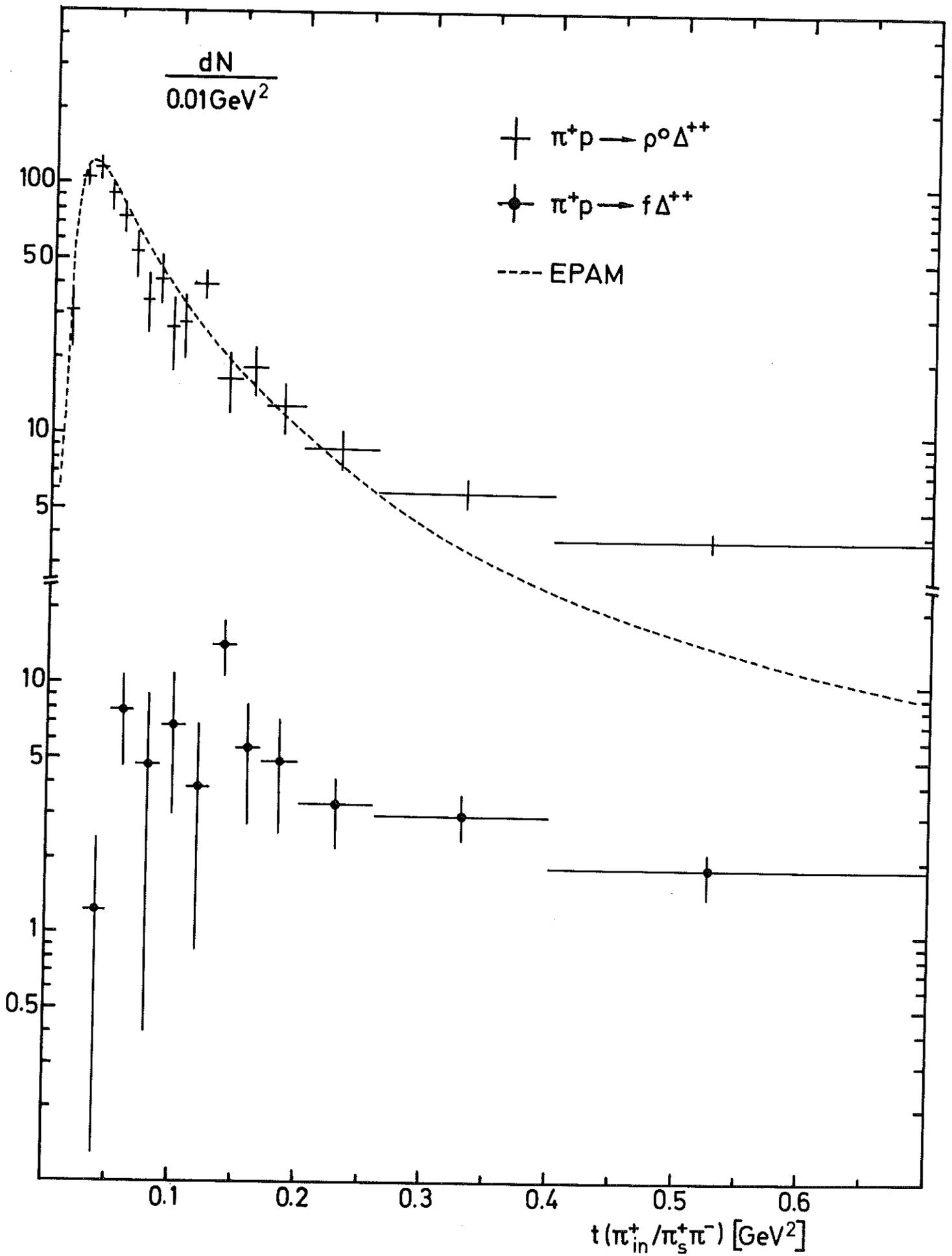
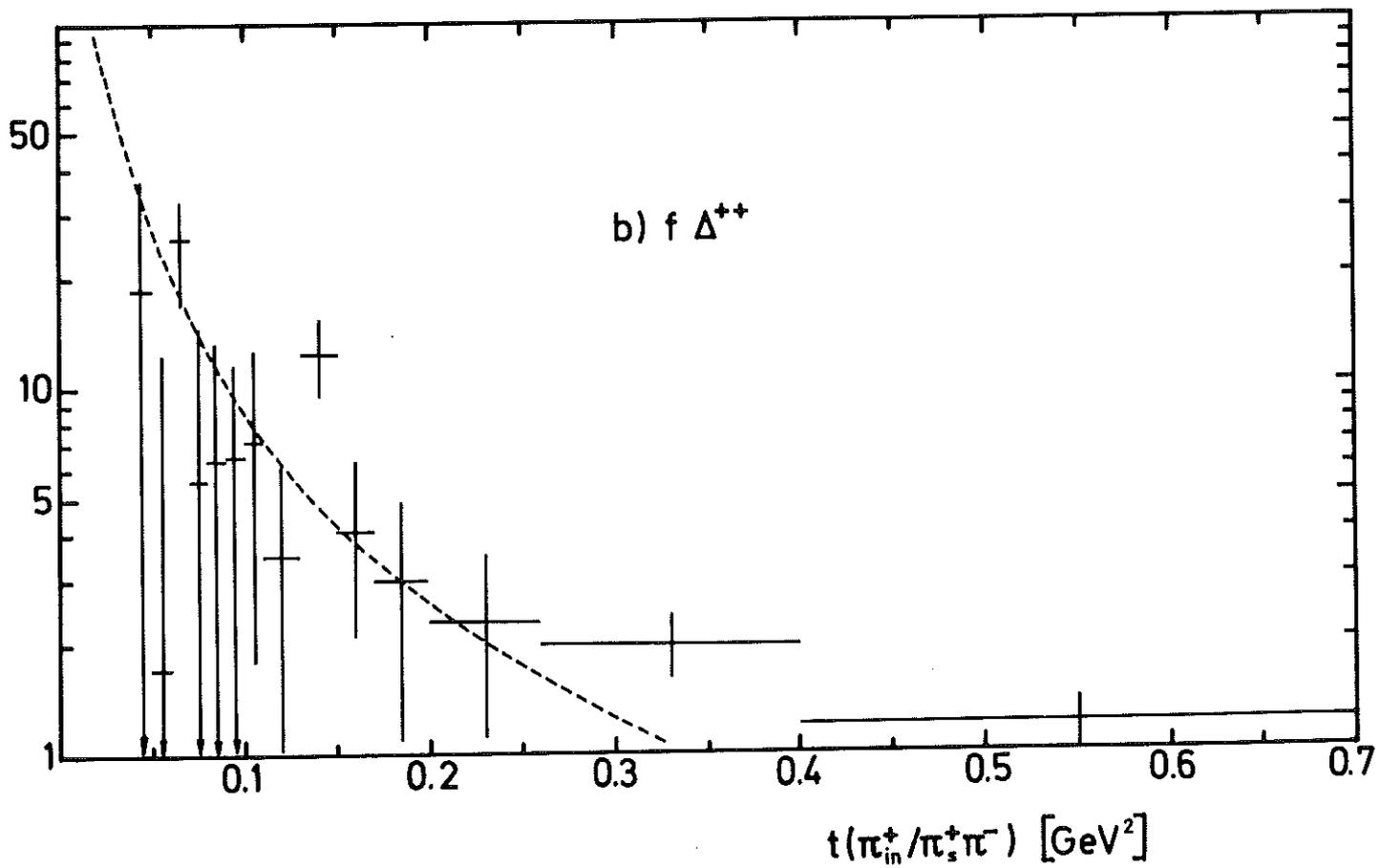
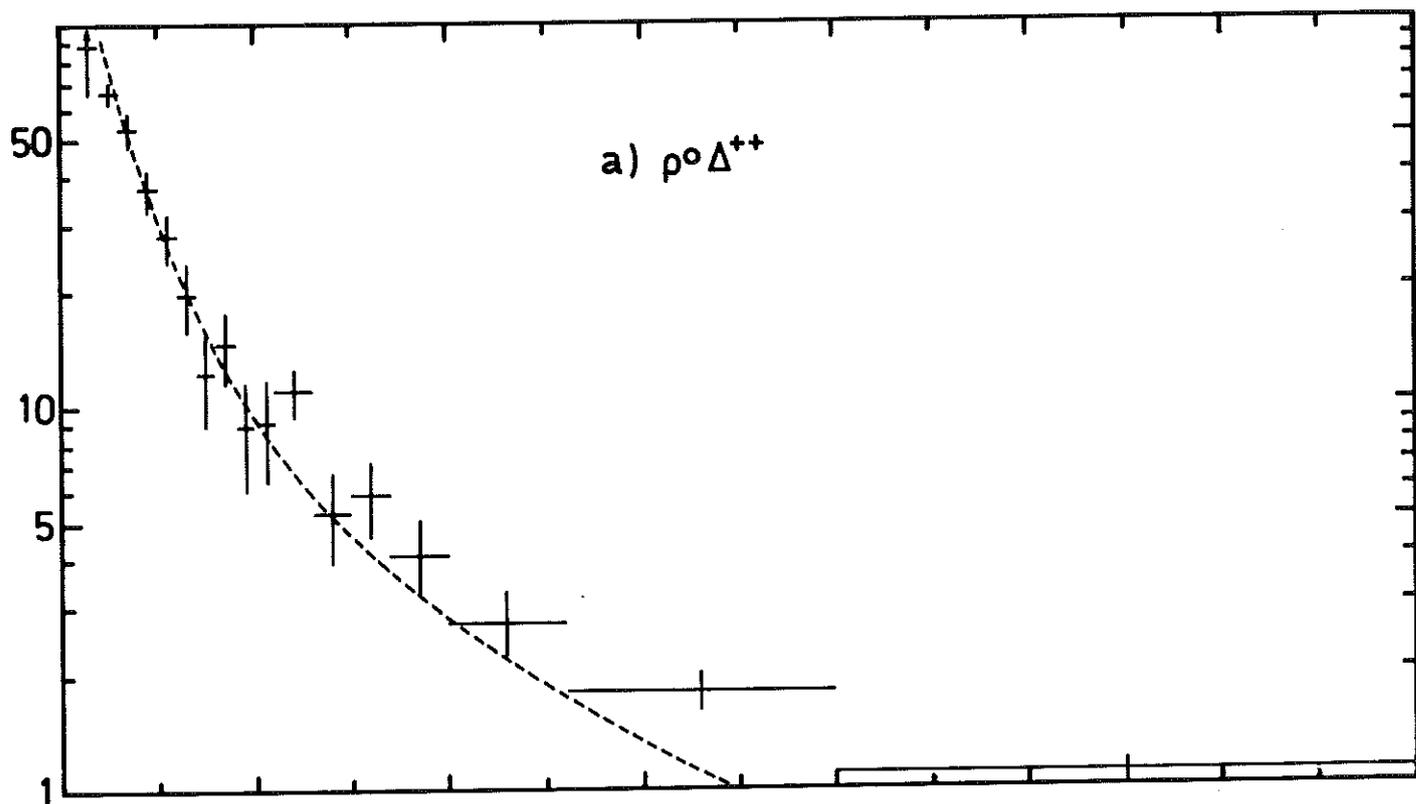


Abb.4.1



$t(\pi_{in}^+/\pi_s^+\pi^-)$ [GeV²]

Abb.4.2

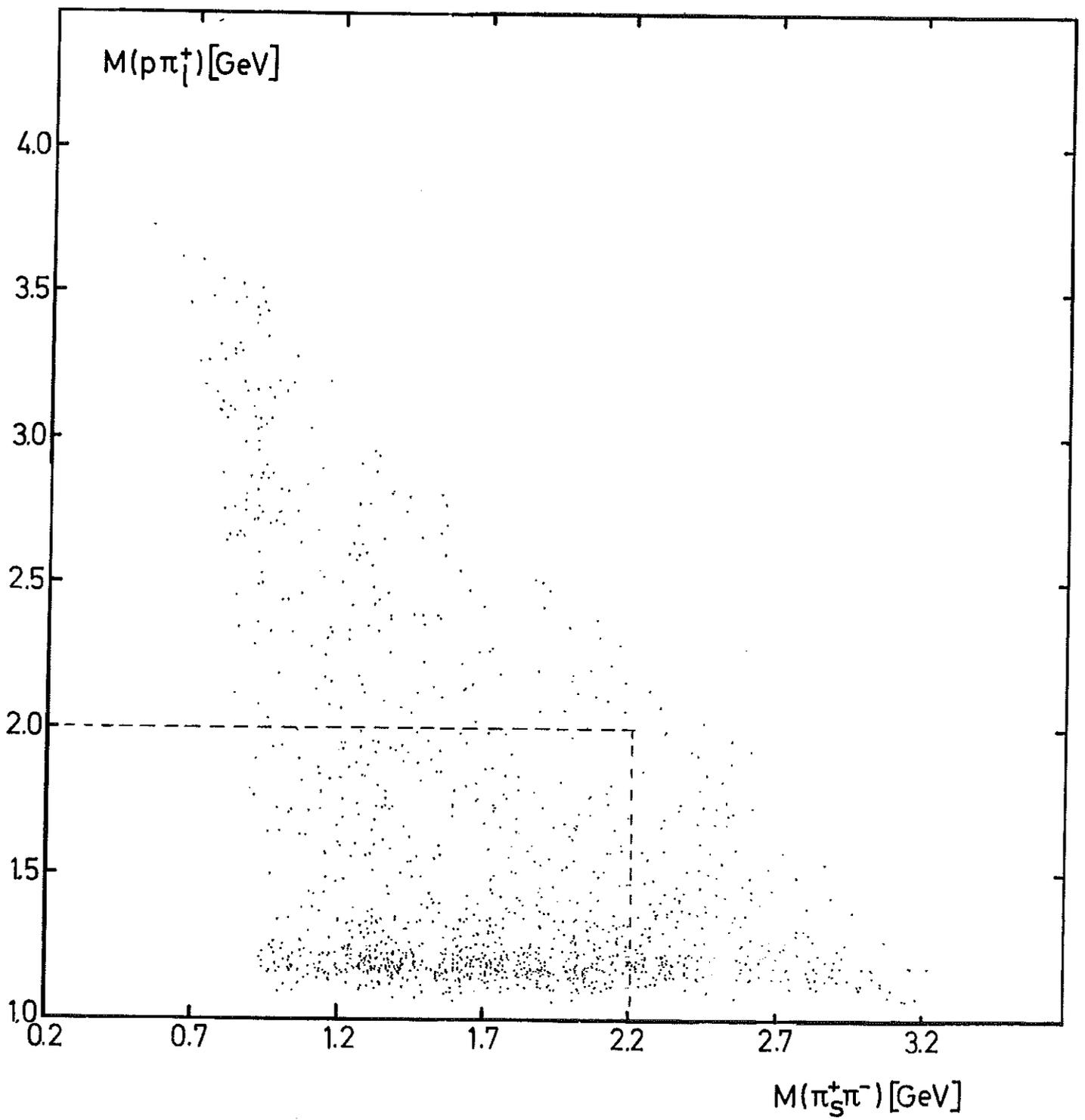


Abb.4.3

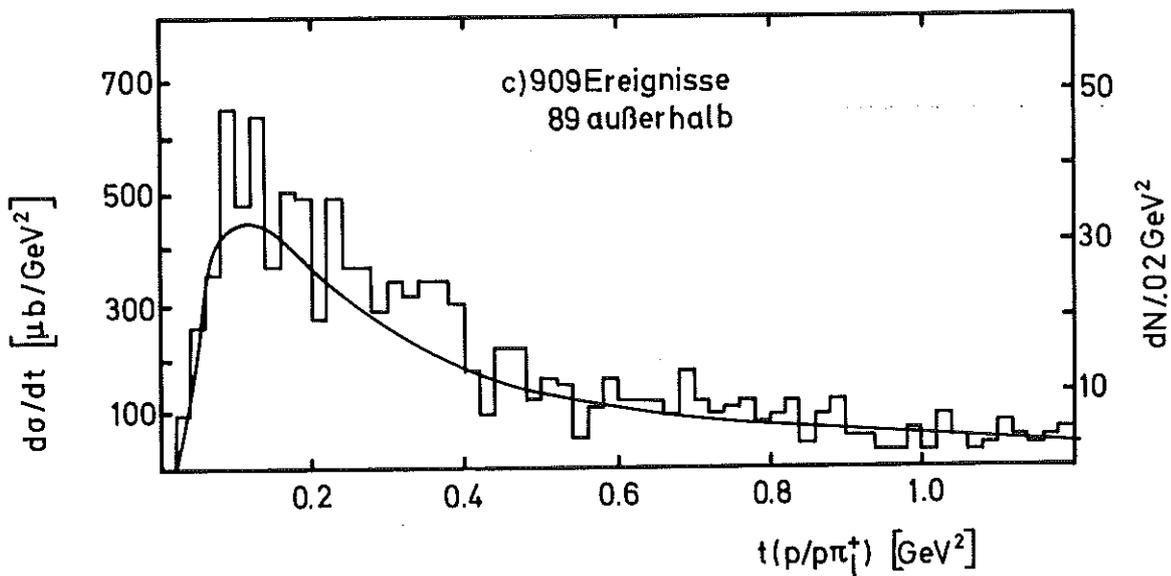
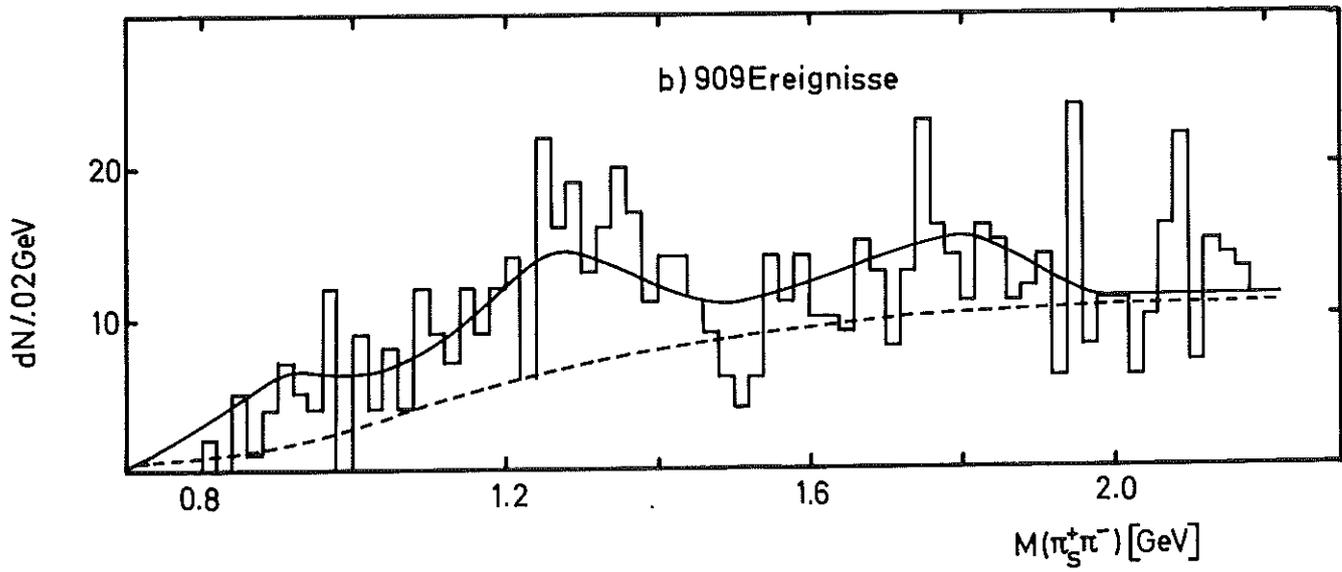
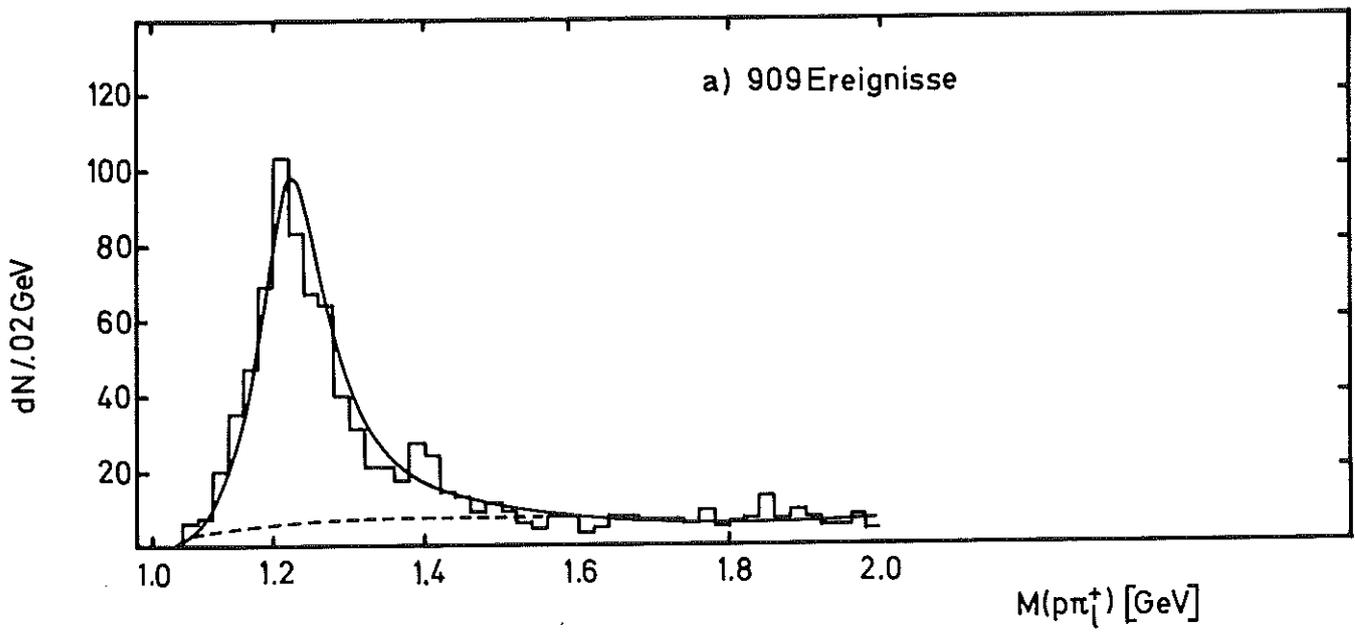


Abb.4.4

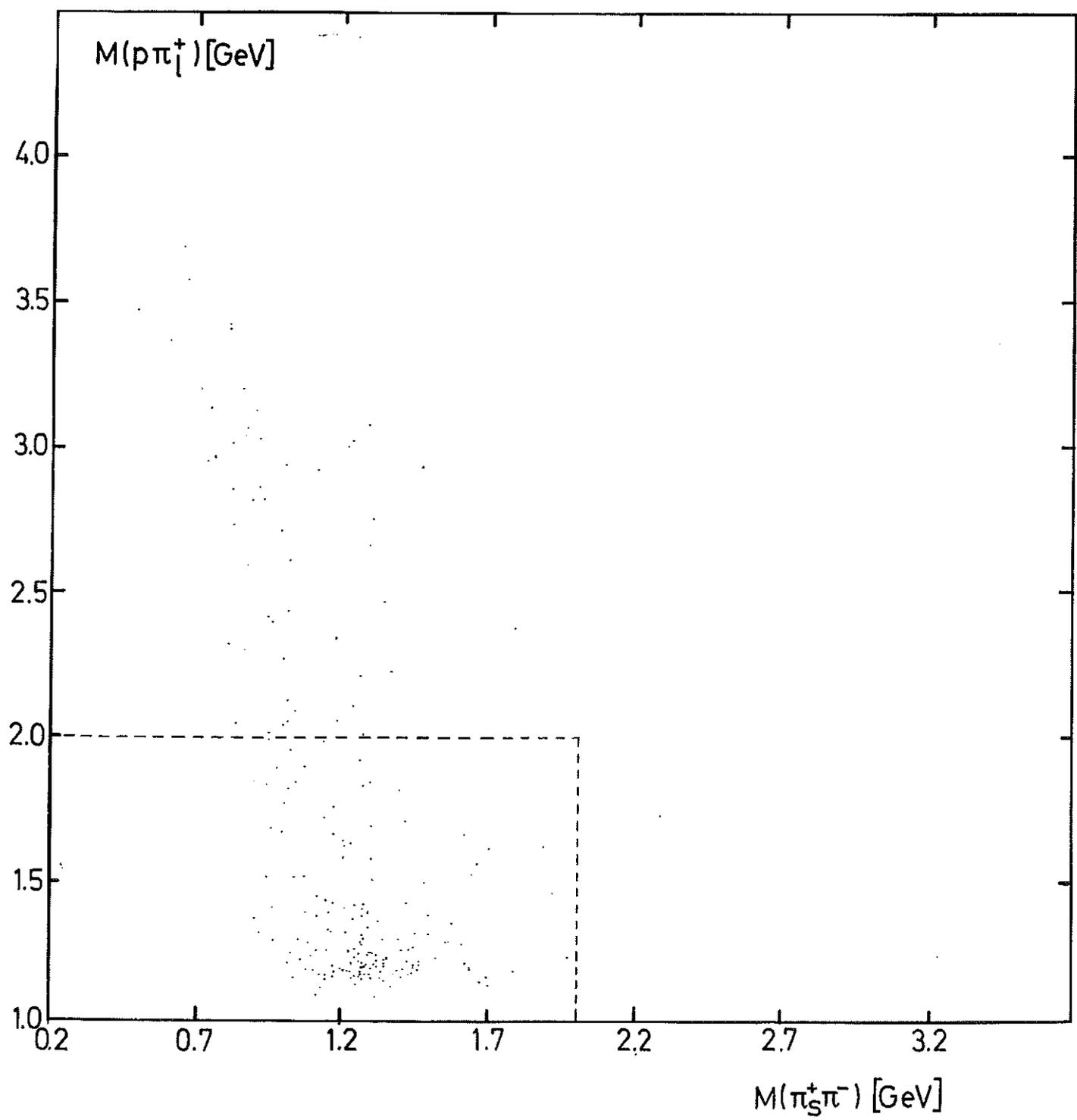


Abb.4.5

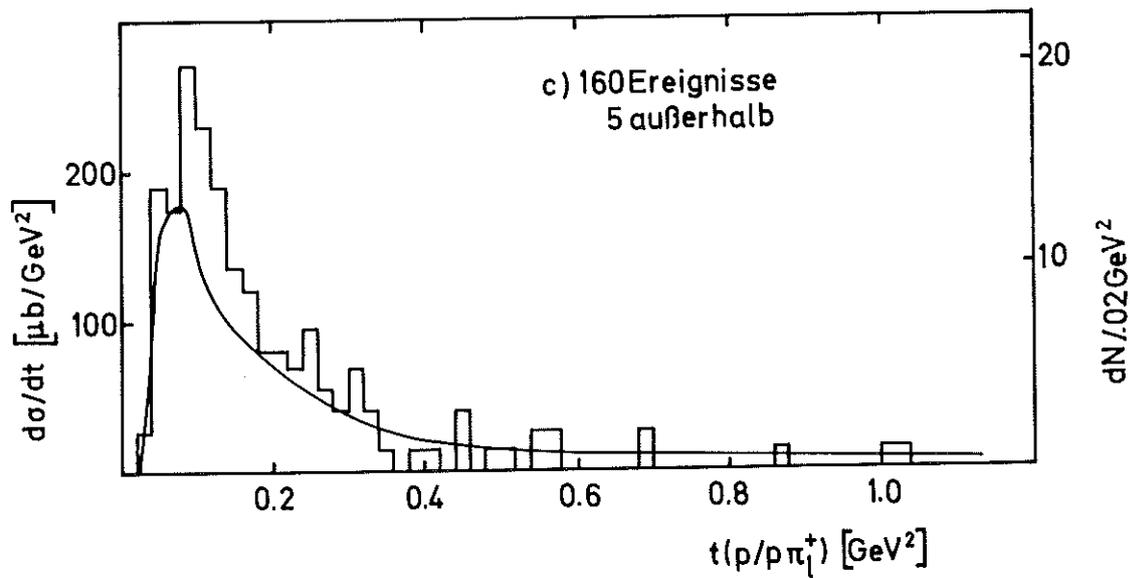
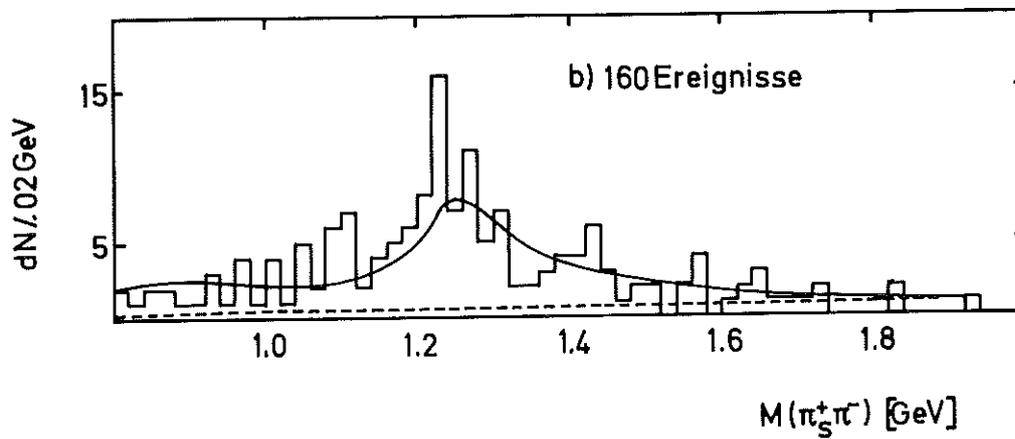
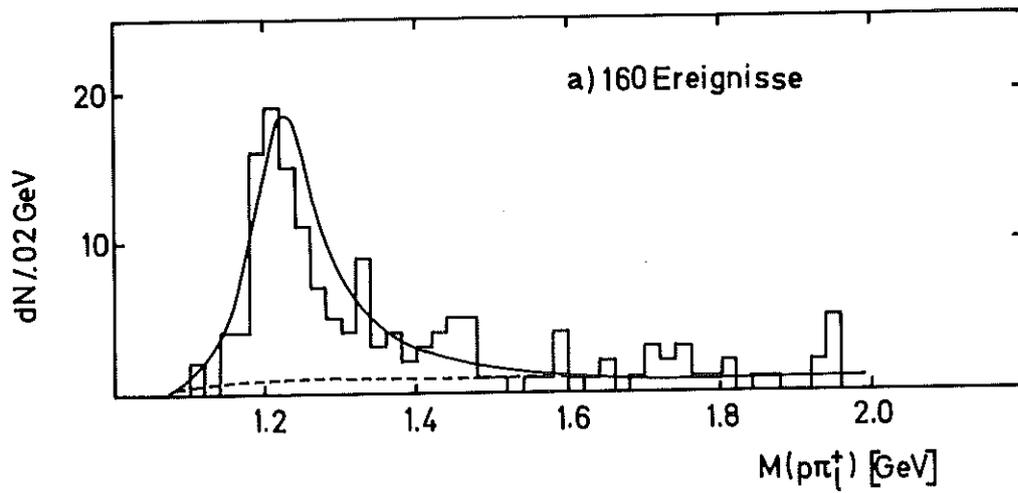


Abb.4.6

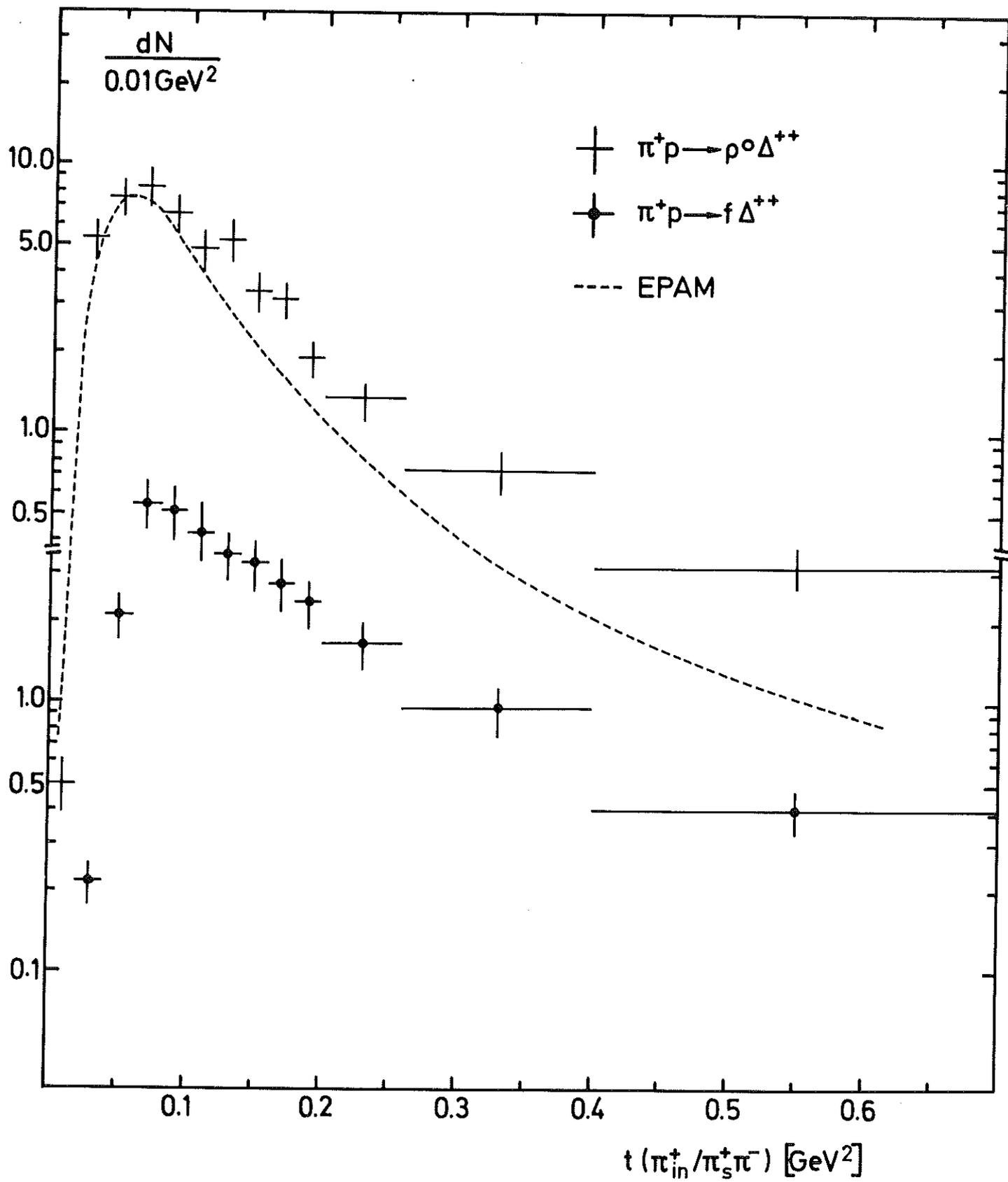


Abb.4.7

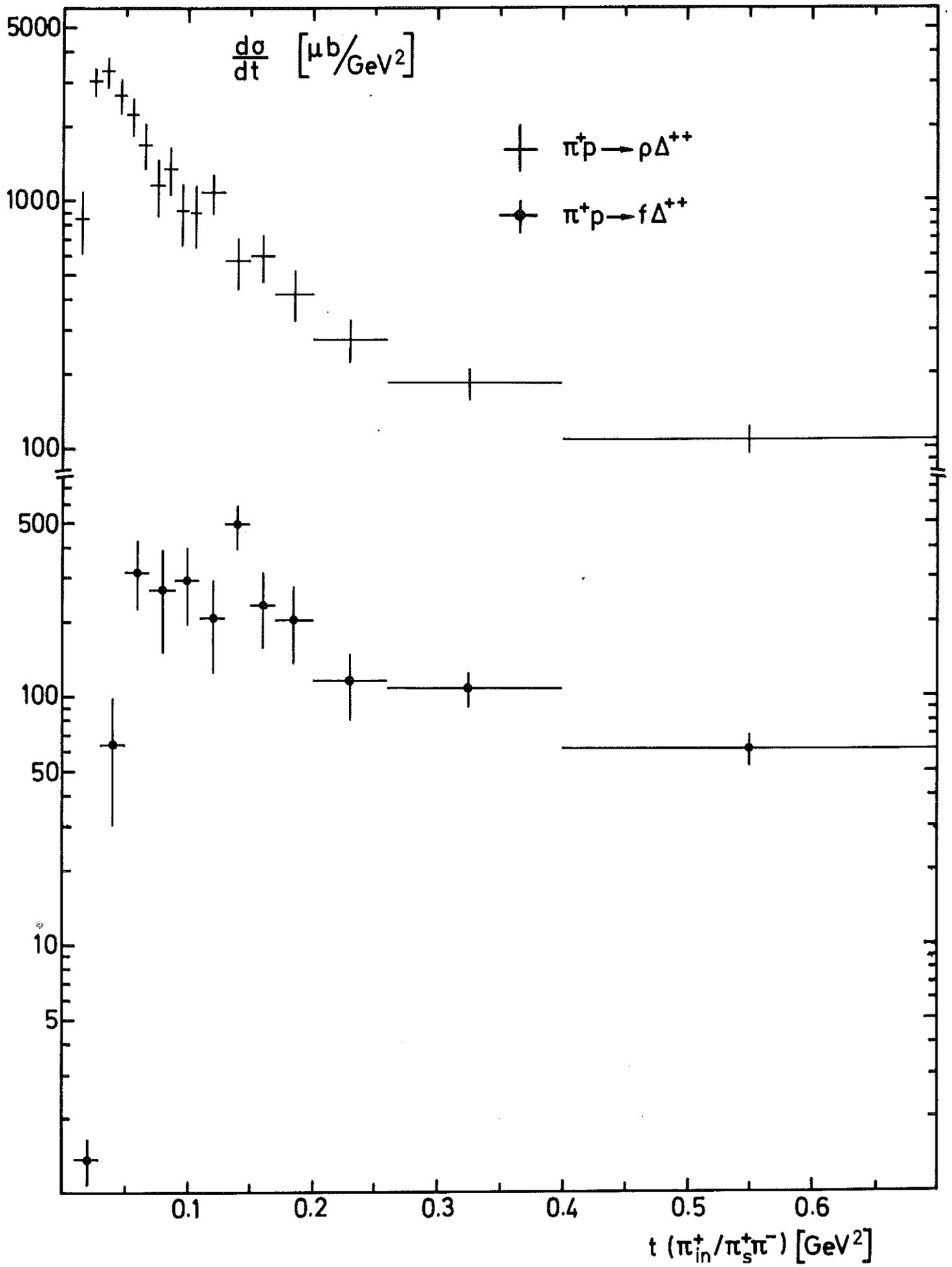


Abb.4.8

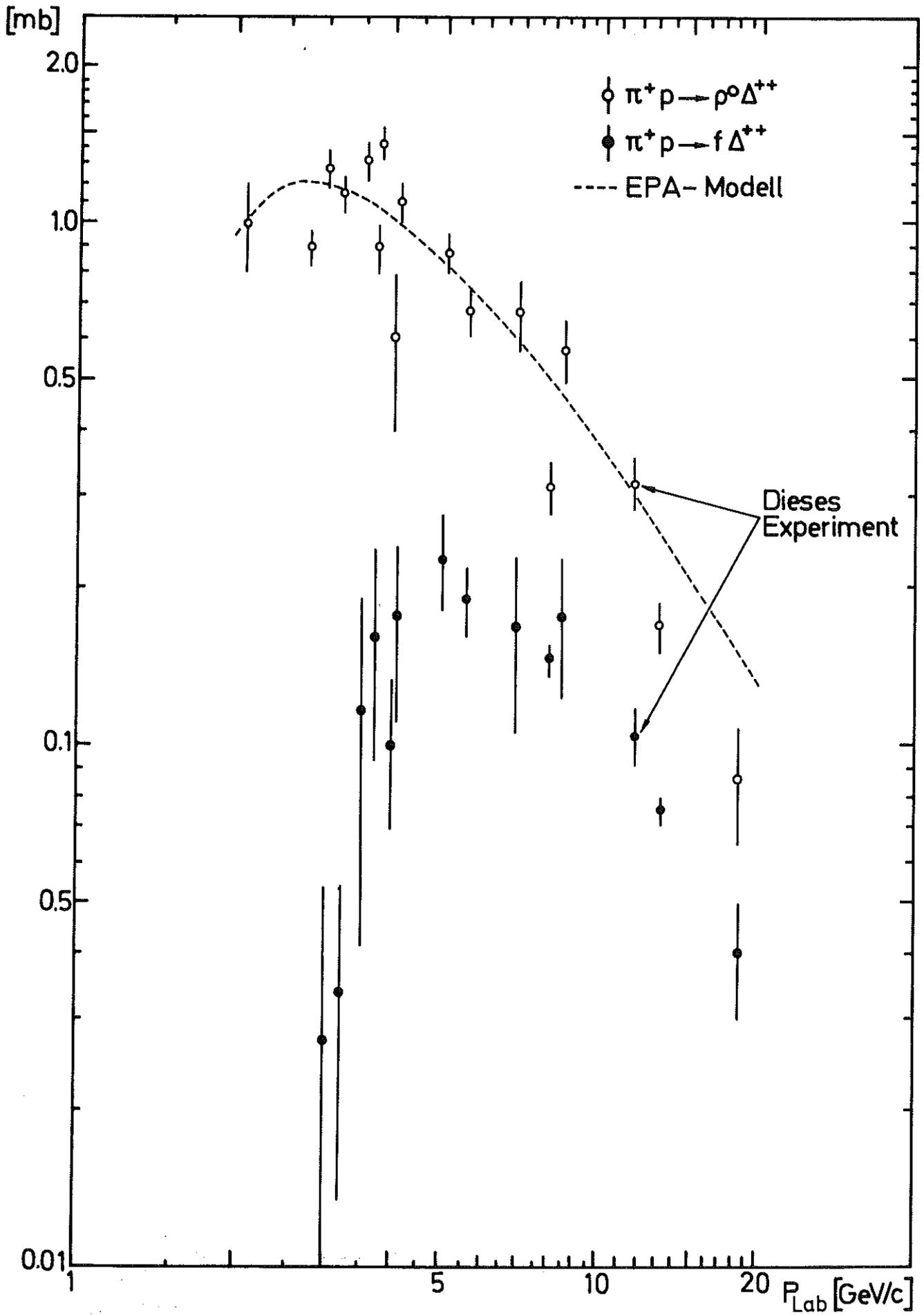


Abb.4.9

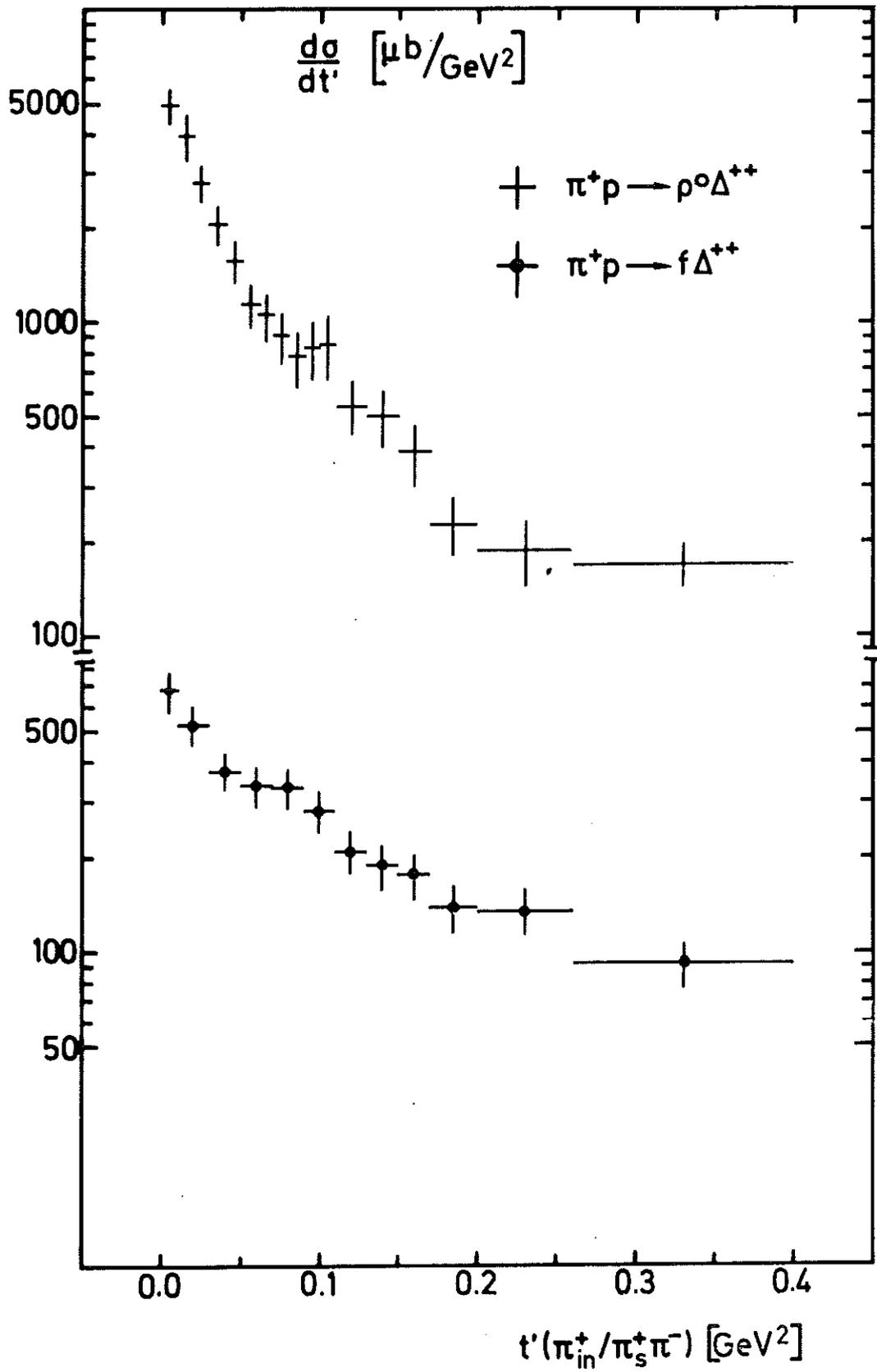


Abb.4.10

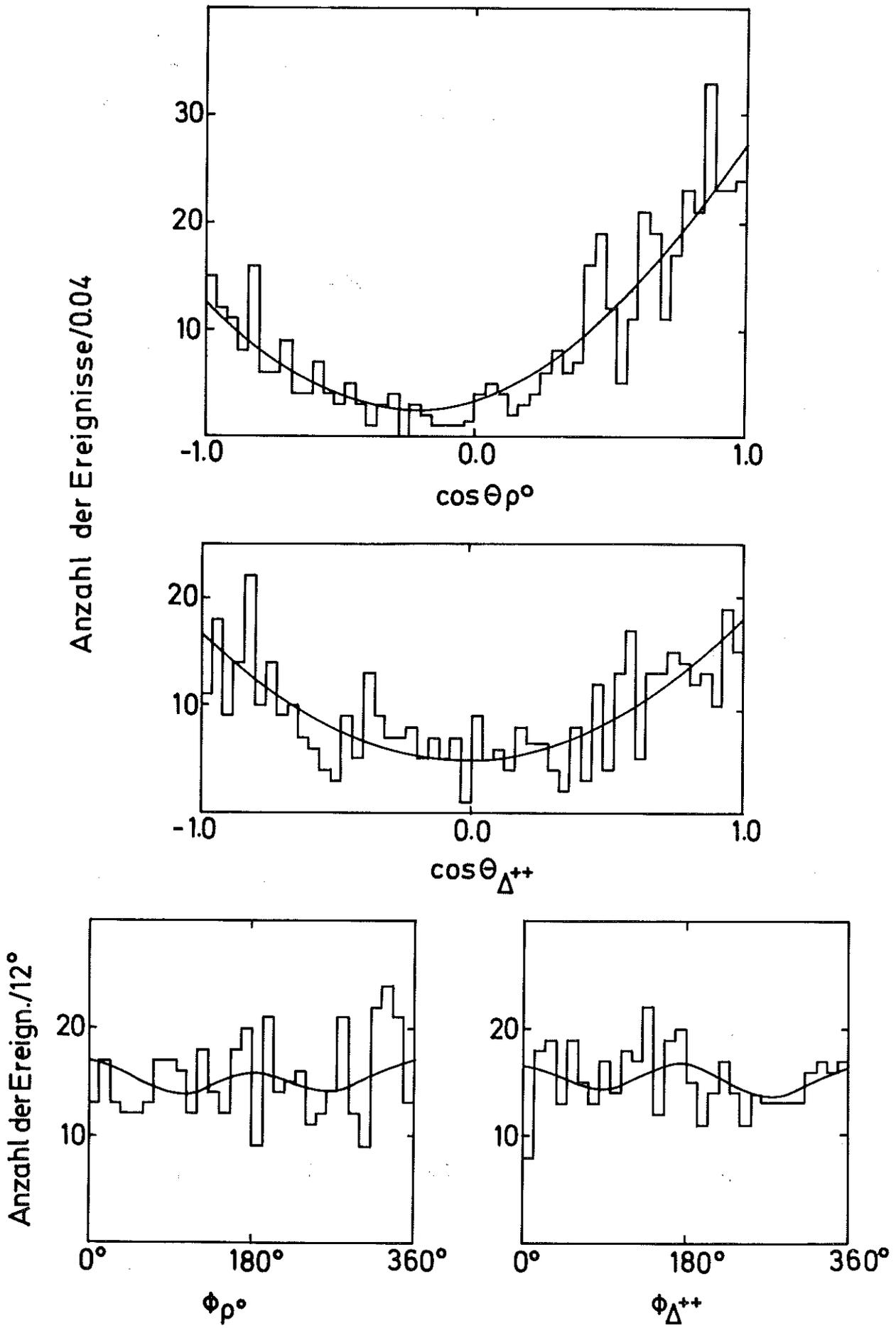


Abb.5.1

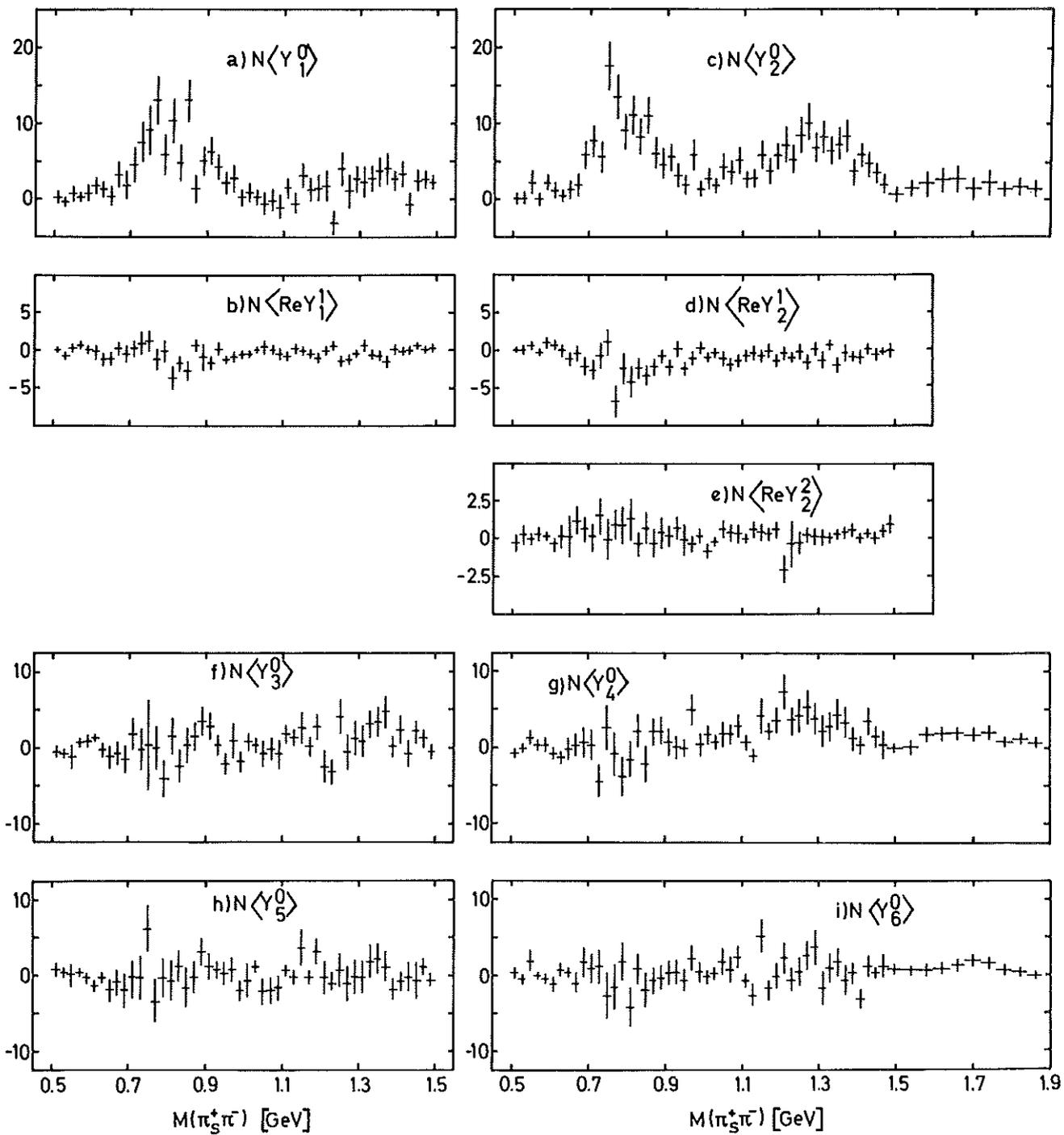
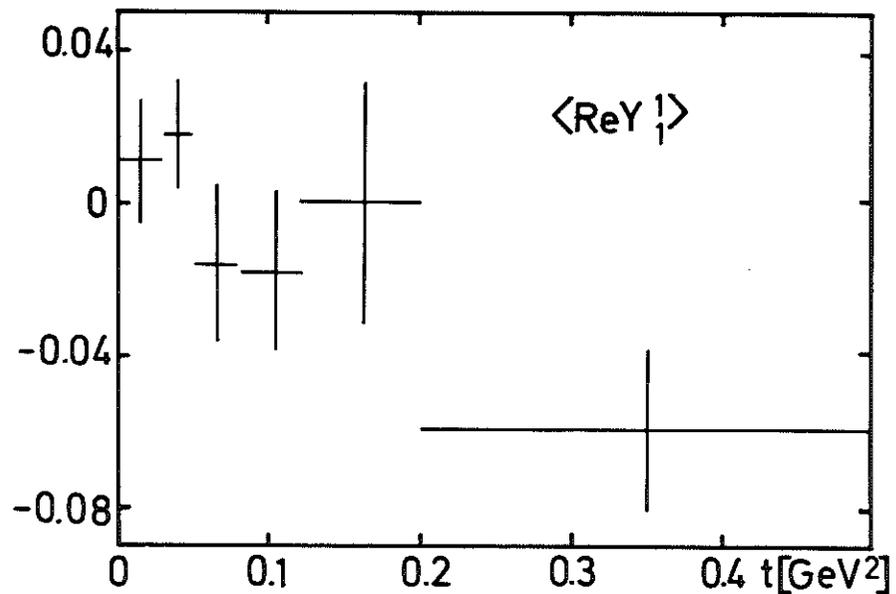
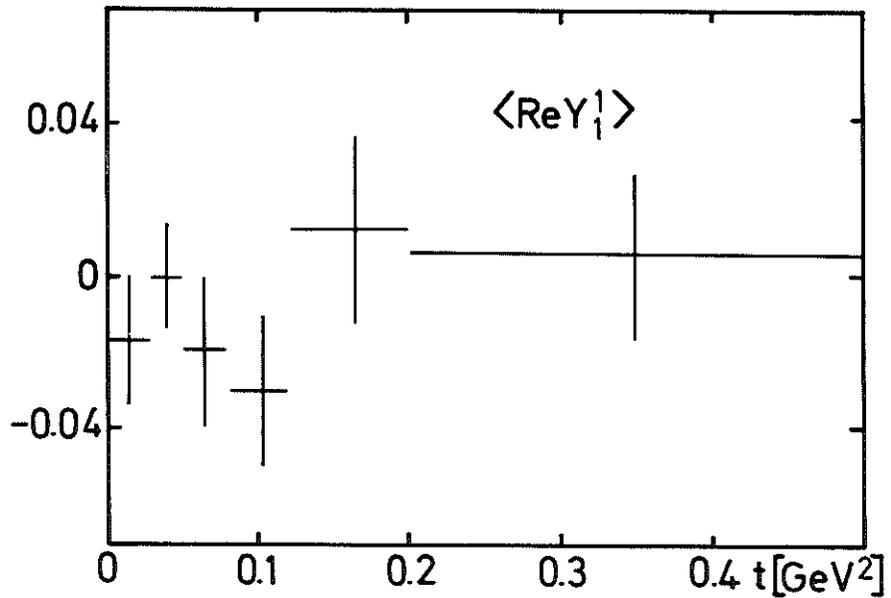
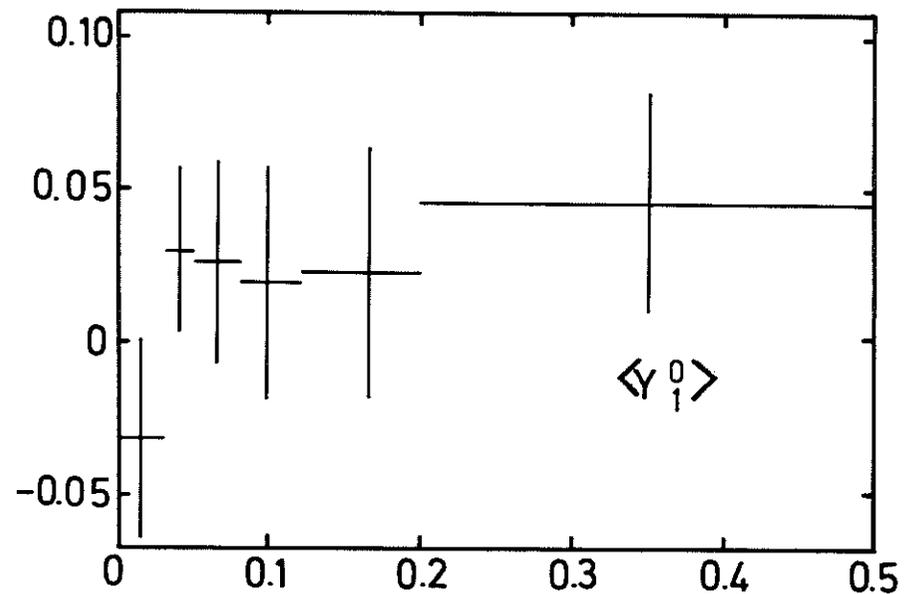
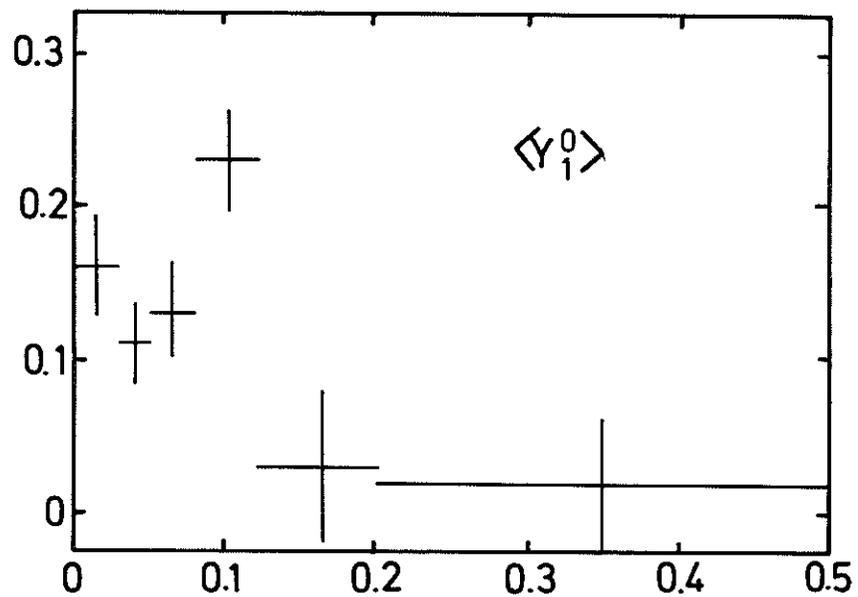
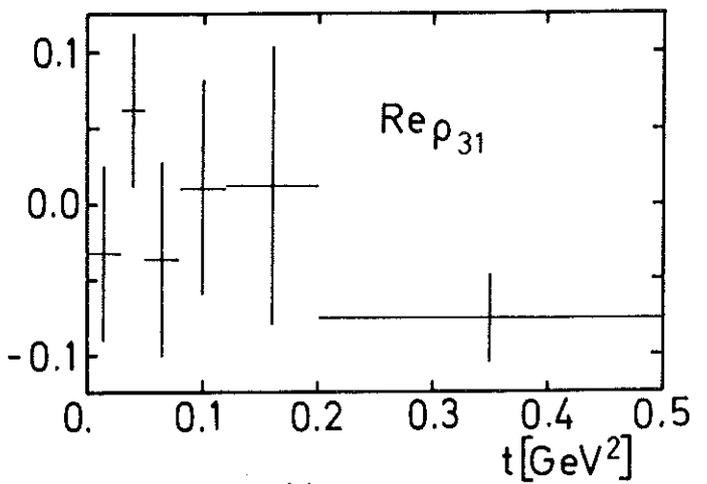
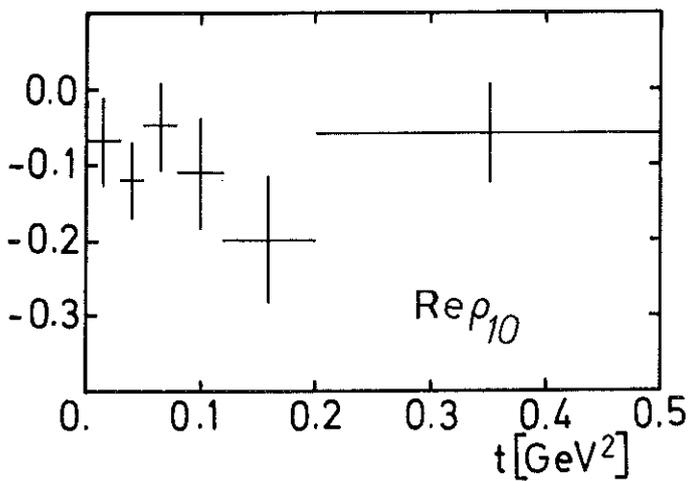
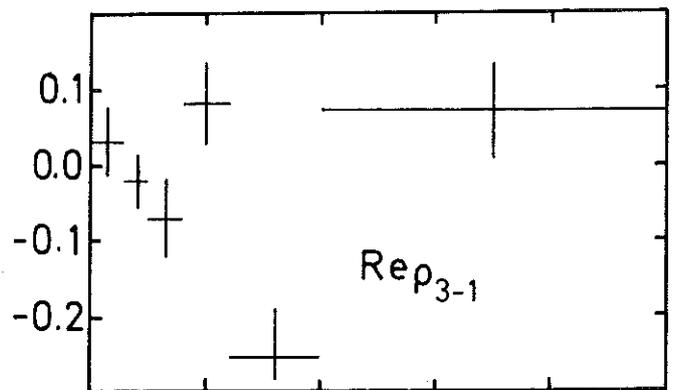
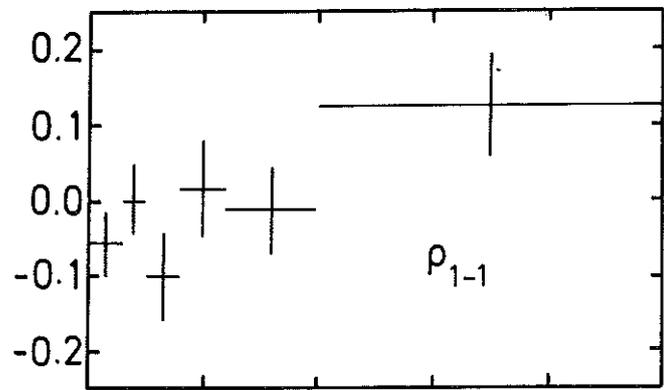
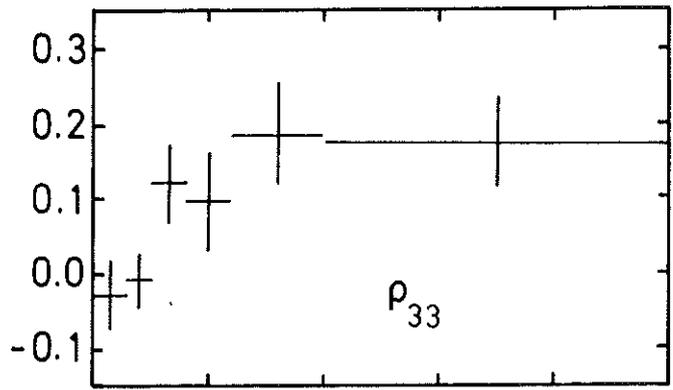
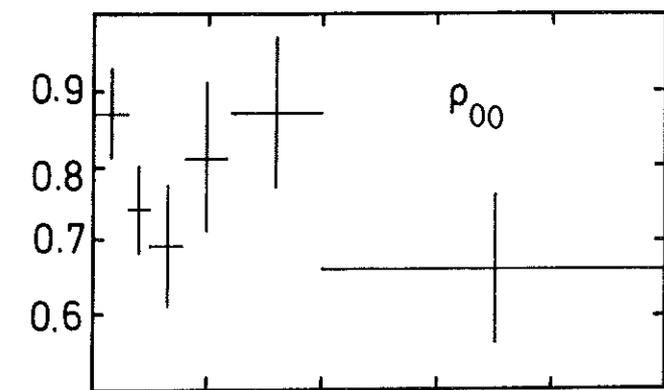


Abb.5.2



a) ρ^0 Vertex

b) Δ^{++} Vertex



a) ρ^0 Vertex

b) Δ^{++} Vertex

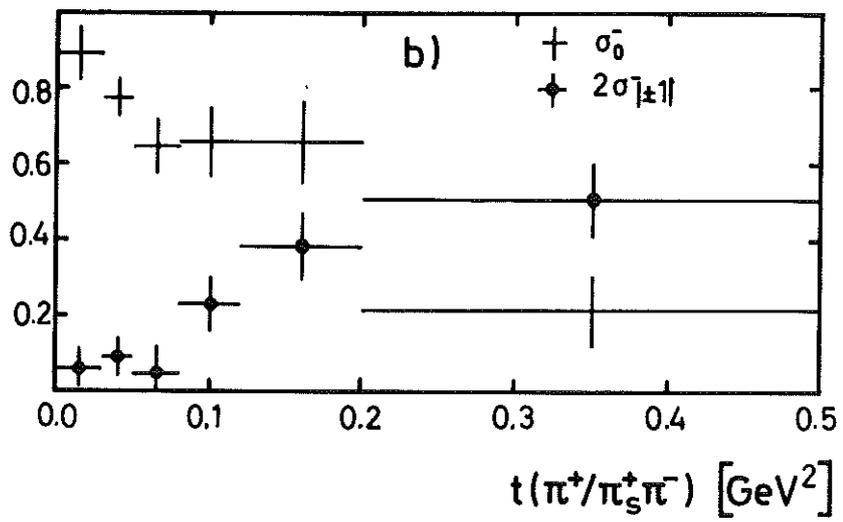
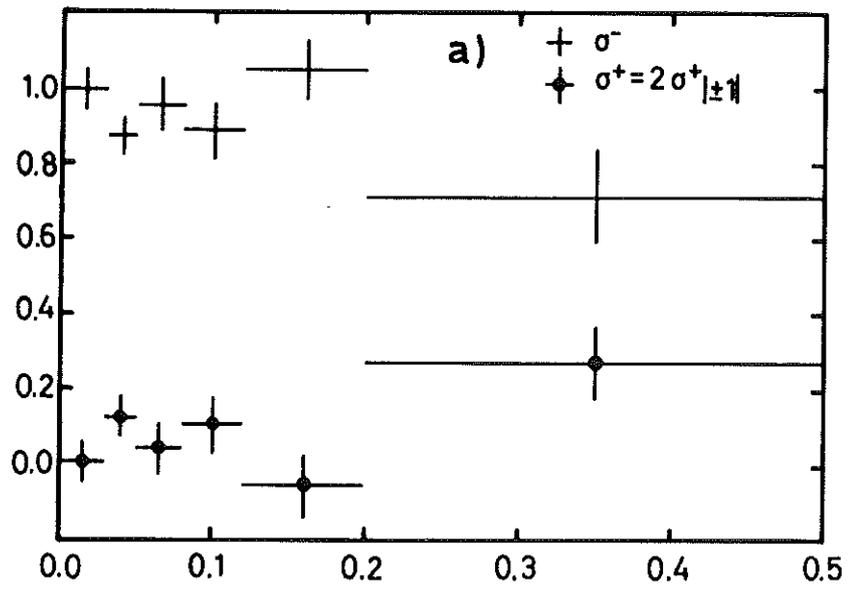


Abb.55

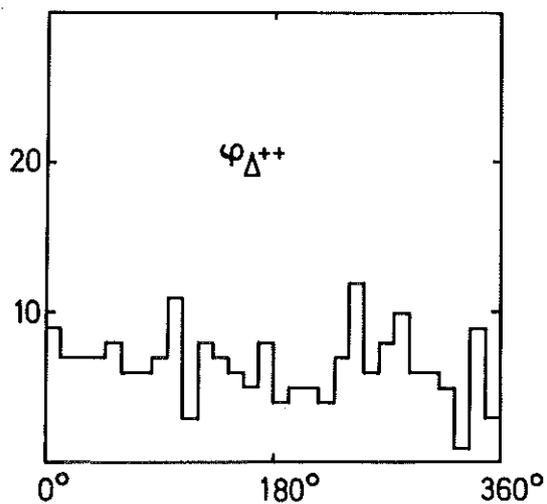
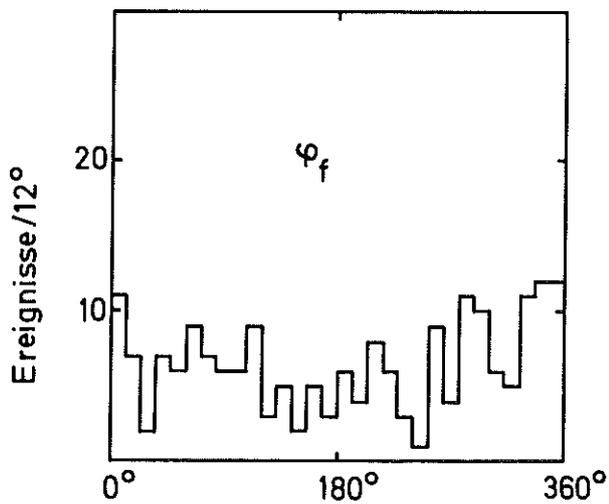
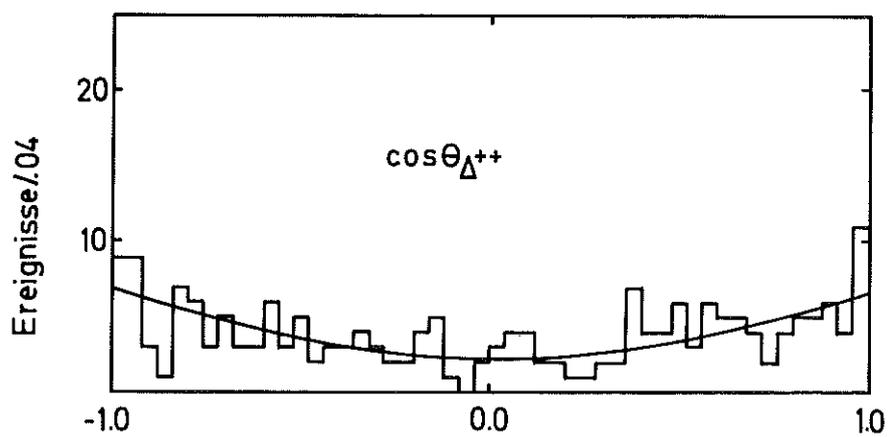
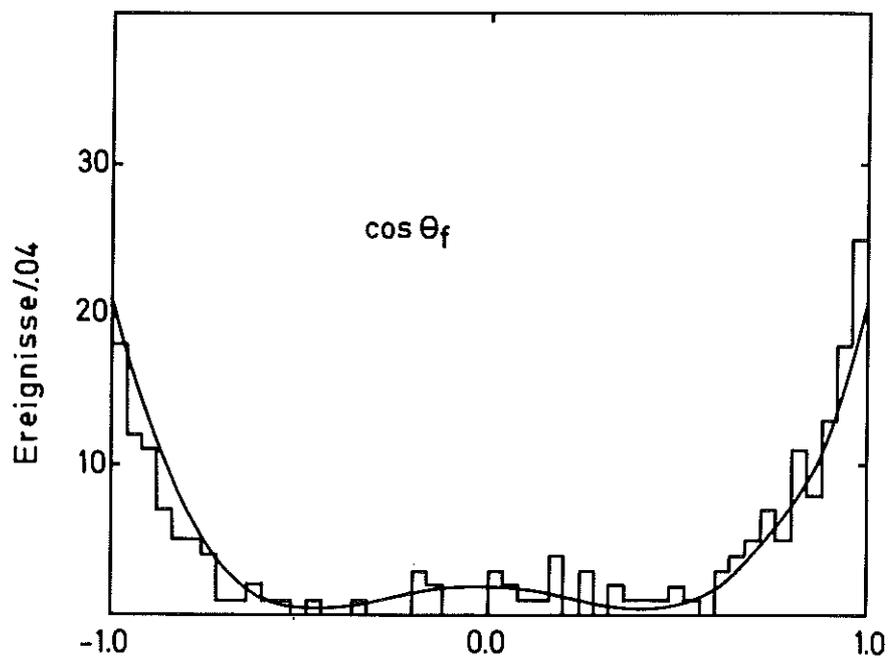
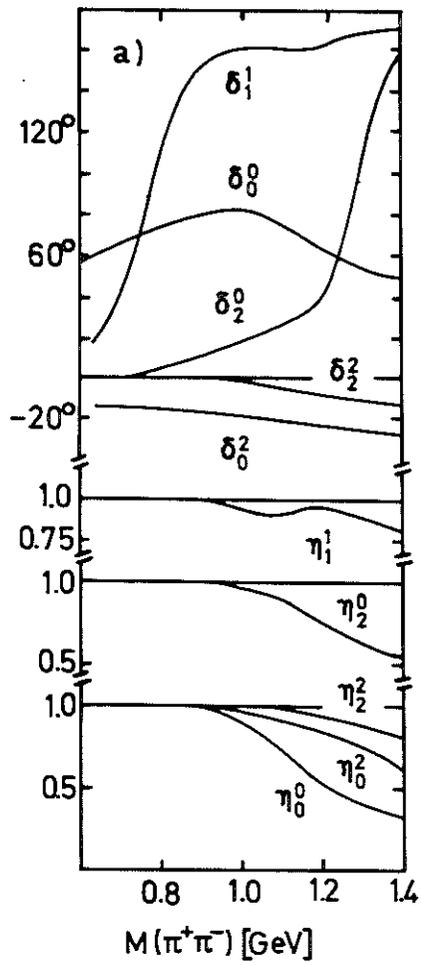
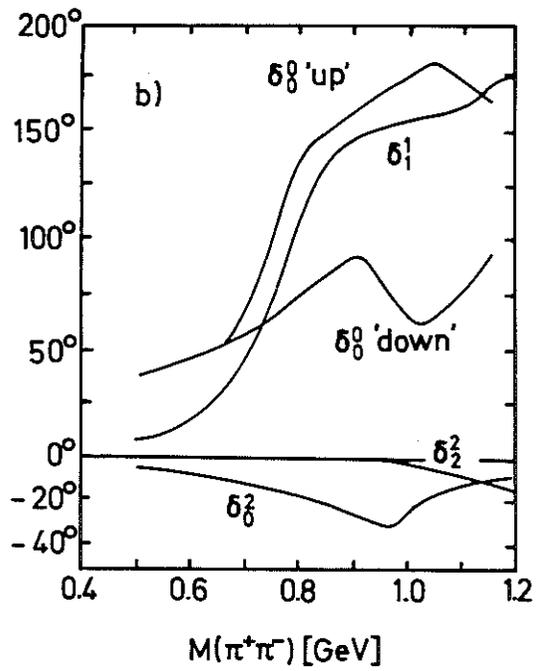


Abb.5.6



a)



b)

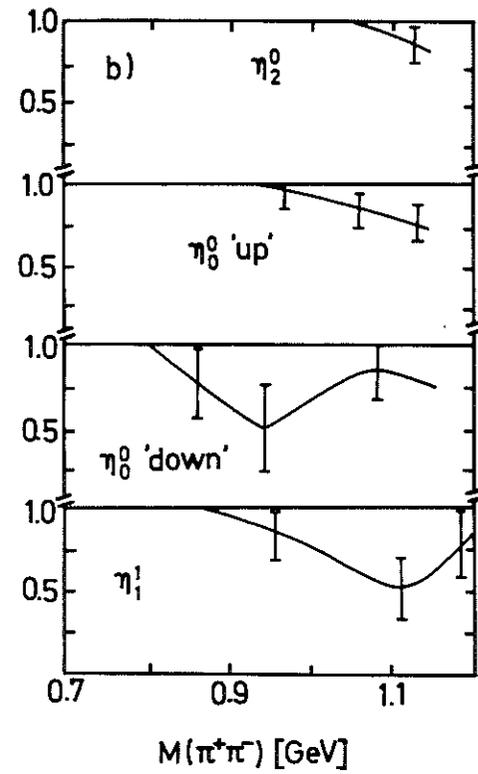


Abb.5.7

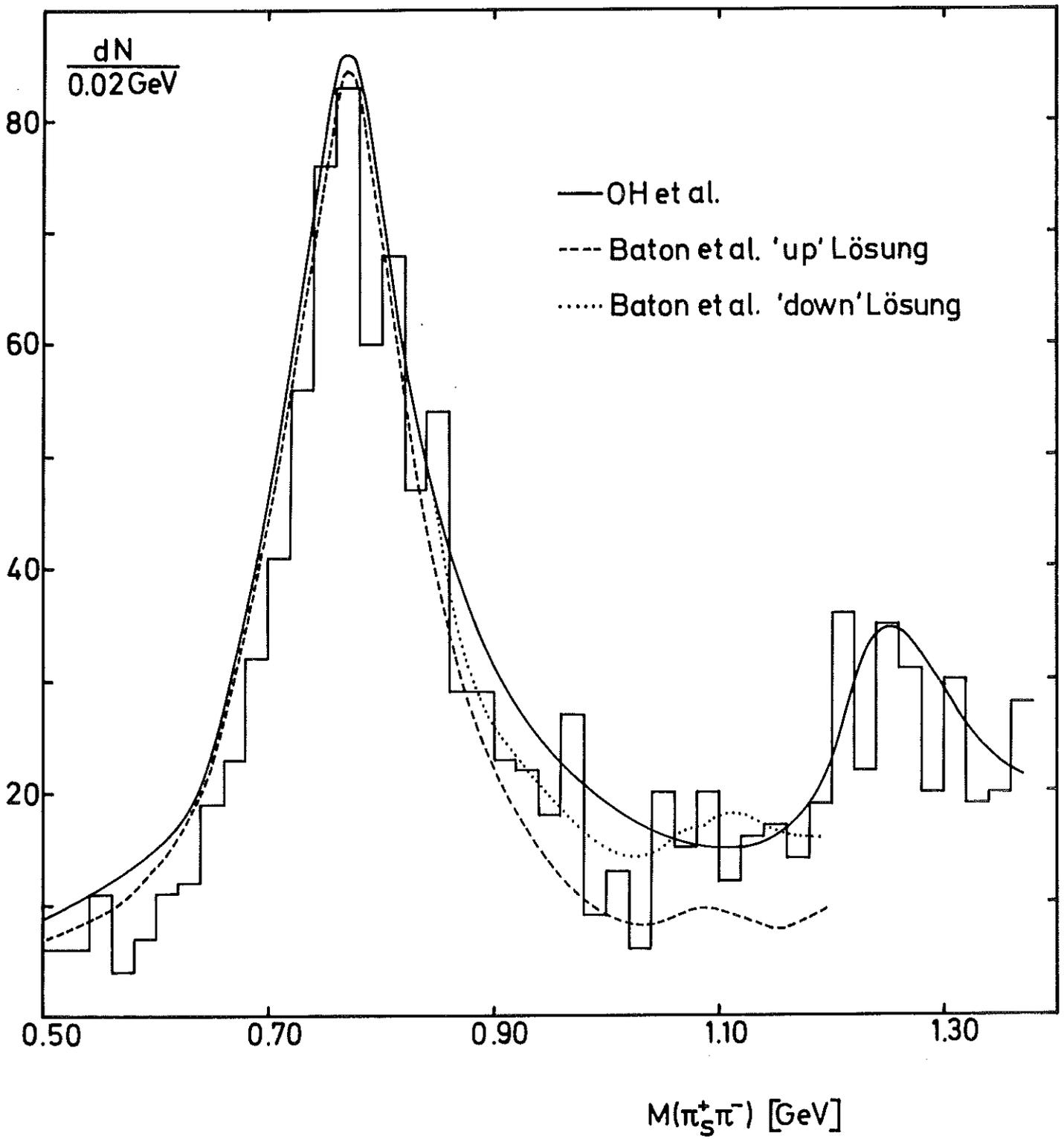


Abb.5.8

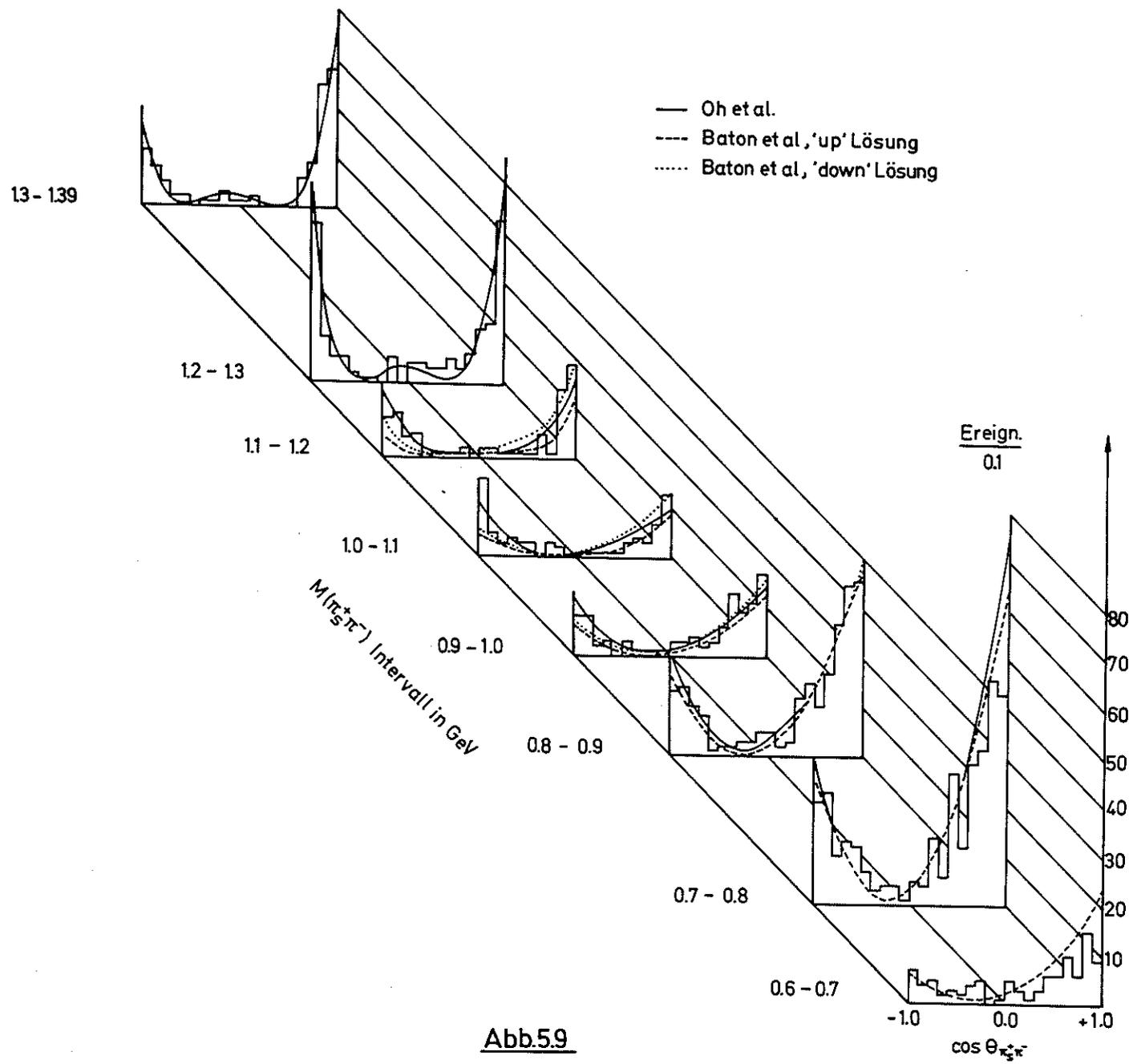


Abb.59

