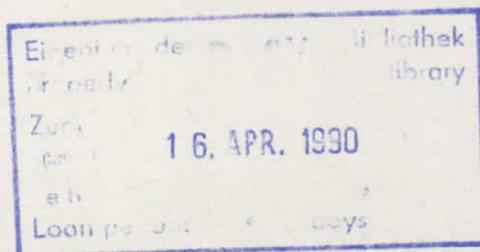


Interner Bericht  
DESY F22-90-01  
März 1990

**Untersuchung von Resonanzproduktion  
in den Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$   
mit dem JADE-Detektor**

von

T. Oest



DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

“Die Verantwortung für den Inhalt dieses  
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser“

**Untersuchung von Resonanzproduktion  
in den Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$   
mit dem JADE-Detektor**

Experimentelle Diplomarbeit von  
Thorsten Oest

II. Institut für Experimentalphysik  
Universität Hamburg  
1988

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>3</b>
2.1	Einleitung	3
2.2	Der differentielle Wirkungsquerschnitt	3
2.2.1	Die allgemeine Form des Wirkungsquerschnitts	4
2.2.2	Der Resonanzanteil des Wirkungsquerschnitts	7
2.3	Produzierbare Resonanzen in den Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$	9
2.4	Das Quarkmodell der Mesonen	10
2.5	Vorhersagen aus dem Quarkmodell	13
<b>3</b>	<b>Beschreibung des Experiments</b>	<b>15</b>
3.1	Der Speicherring PETRA	15
3.2	Der JADE-Detektor	16
3.2.1	Der Innendetektor	16
3.2.2	Die Flugzeitzähler	16
3.2.3	Der Myonendetektor	19
3.2.4	Der Vorwärtsdetektor	19
3.2.5	Das Bleiglas-Kalorimeter	19
3.2.6	Radiale Materialverteilung	20
3.3	Das Triggersystem	21
3.4	Datennahme	22
<b>4</b>	<b>Datenanalyse</b>	<b>23</b>
4.1	Offline-Datenanalyse	23
4.1.1	Spurenrekonstruktion	23
4.1.2	Suche nach Bleiglasclustern	23
4.1.3	Bestimmung der Bleiglasenergien	23
4.2	Selektion von Ereignissen mit 4 Photonen	24
4.2.1	Vorselektion von Ereignissen mit 4 Photonen	24
4.2.2	Endselektion von Ereignissen mit 4 Photonen	25
4.3	Selektion der $\pi^0\pi^0$ -Ereignisse	28
4.4	Selektion der $\pi^0\eta$ -Ereignisse	30
<b>5</b>	<b>Die Simulationsrechnung</b>	<b>33</b>
5.1	Die Erzeugung von Ereignissen	33
5.2	Die Detektorsimulation	33

5.3	Die Winkelverteilung . . . . .	34
5.4	Vergleich der Daten mit der Simulationsrechnung . . . . .	34
5.5	Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten . . . . .	36
<b>6</b>	<b>Ergebnisse und Diskussion</b> . . . . .	<b>41</b>
6.1	Die Helizitätsamplitude des $f_2(1270)$ . . . . .	41
6.2	Bestimmung der $\gamma\gamma$ -Breiten . . . . .	43
6.3	Die systematischen Fehler . . . . .	47
6.3.1	Der Untergrund . . . . .	47
6.3.2	Systematischer Fehler der Simulationsrechnung . . . . .	47
6.3.3	Fehler in der Luminositätsbestimmung . . . . .	47
6.3.4	Die Triggersimulation . . . . .	48
6.3.5	Die Vorselektion . . . . .	48
6.3.6	Schnitte . . . . .	48
6.3.7	Untergrund durch die $\pi_2(1680)$ Resonanz . . . . .	48
6.3.8	Fehler der Integration . . . . .	49
6.3.9	Vernachlässigung longitudinaler Photonen . . . . .	49
6.3.10	$q^2$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma}$ . . . . .	49
6.3.11	Unsicherheit durch das VDM . . . . .	49
6.4	Die Breit-Wigner-Parametrisierung . . . . .	51
6.5	Diskussion der Ergebnisse aus der Resonanzproduktion . . . . .	52
6.5.1	Vergleich mit anderen Experimenten . . . . .	52
6.5.2	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	52
6.6	Der hochenergetische $\pi^0\pi^0$ -Bereich . . . . .	58
<b>A</b>	<b>Bezeichnungen</b> . . . . .	<b>62</b>
<b>B</b>	<b>Die Breit-Wigner Parametrisierung</b> . . . . .	<b>64</b>
<b>C</b>	<b>Wirkungsquerschnitte</b> . . . . .	<b>68</b>

# Kapitel 1

## Einleitung

Das Standardmodell der elektro-schwachen und starken Wechselwirkung erlaubt die Beschreibung eines weiten Bereichs der experimentellen Ergebnisse der Elementarteilchenphysik. Quantitative Vorhersagen werden hauptsächlich durch Störungsrechnungen gewonnen. Dies ist bei der elektrischen und schwachen Wechselwirkung für alle Energiebereiche wegen der kleinen Kopplungskonstanten, die als Entwicklungsparameter dient, möglich. Die starke Kopplungskonstante wächst für kleine Energien, so daß die Störungsrechnung nicht konvergiert. Daraus resultieren Schwierigkeiten bei der Beschreibung niederenergetischer stark-wechselwirkender Systeme. Insbesondere ist bisher keine befriedigende Vorhersage des Massenspektrums aus der QCD gelungen. Genauere Rechnungen in einer diskreten Raum-Zeit (Gitterrechnungen) werden hierzu erst in den 90'er Jahren erwartet. Bis dahin wird man, falls nicht neue Rechenmethoden entwickelt werden, auf die Beschreibung durch einfache Modelle beschränkt sein, wie es das nichtrelativistische Quarkmodell darstellt, in das sich die meisten bekannten Hadronen einordnen lassen.

Zur experimentellen Untersuchung von Resonanzen wünscht man sich möglichst einfache Erzeugungsprozesse. Kopplungen mit den für die Wechselwirkung verantwortlichen Eichbosonen sind z.B. in  $J/\psi$ -Zerfällen und an Speicherringen durch Photonkopplung möglich (Abbildung 1.1). Dabei wird die Struktur der Resonanz im Falle der Gluonkopplung auf ihre Farbladung  $z$  oder bei der Photonkopplung auf ihre elektrische Ladung untersucht.

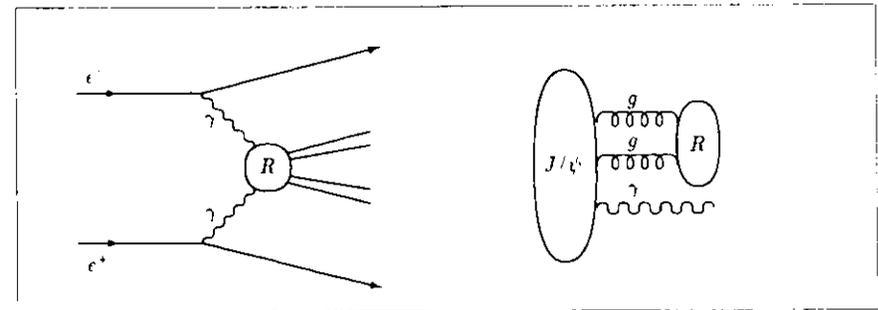
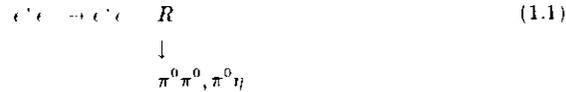


Abbildung 1.1: Die Erzeugung von Resonanzen in Zwei-Photonen-Prozessen und  $J/\psi$ -Zerfällen.

Der einfachste Prozeß der Erzeugung von Resonanzen durch elektro-magnetische Wechselwirkung ist in der Annihilation ( $e^+e^- \rightarrow \gamma \rightarrow R$ ) gegeben. Dabei sind die Quantenzahlen der Resonanz auf die des Photons beschränkt ( $J^{PC} = 1^{--}$ ). Zustände mit positiver C-Parität können durch zwei Photonen gebildet werden. Nach dem Yang'schen Theorem sind für diese Zustände beliebige ganzzahlige Gesamtdrehimpulse außer  $J=1$  möglich (sind die Photonen virtuell, ist auch  $J=1$  erlaubt).

Die Streuung zweier Photonen bezeichnet man als Zwei-Photon-Physik, welche an Speicherringen untersucht werden kann. Dabei werden die Photonen von den beschleunigten Teilchen abgestrahlt. In dieser Arbeit werden die Reaktionen



untersucht. Das Experiment wurden am Speicherring PETRA mit dem JADE Detektor bei einer mittleren Strahlenergie von 18 GeV durchgeführt.

Die virtuellen Photonen werden bei der Zwei-Photon-Erzeugung, wie bei der Bremsstrahlung, vorzugsweise in Vorwärtsrichtung abgestrahlt und haben deshalb kleine invariante Massen. Dies bedeutet auch, daß die Elektronen und Positronen nur schwach abgelenkt werden und meistens nicht nachgewiesen werden können (no tag). Ereignisse, bei denen die gestreuten Teilchen gemessen werden (tagged events) und die virtuelle Photonen höherer Massen enthalten, werden in dieser Arbeit nicht untersucht. Diese Beschränkung vereinfacht auch die theoretische Beschreibung der Photonabstrahlung, da der Anteil longitudinaler Photonen bei annähernder Masselosigkeit vernachlässigt werden kann.

Bestimmt werden in dieser Arbeit die  $\gamma\gamma$ -Zerfallsbreiten der Tensormesonen  $f_2(1270)$  und  $a_2(1320)$ . Die Breiten lassen sich aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten berechnen, da das Matrixelement für die Erzeugung einer Resonanz aus zwei Photonen gleich dem Matrixelement für den umgekehrten Fall der Zerstrahlung ist. Die Kenntnis der  $\gamma\gamma$ -Breiten erlaubt den Vergleich mit Modellrechnungen und die Bestimmung des Mischungswinkels für das Tensoronett. Als weitere Resonanzen sind in den Reaktionen (1.1) das  $f_0(975)$  und das  $a_0(980)$  erzeugbar. Für das  $a_0(980)$  wird die  $\gamma\gamma$ -Breite und für das  $f_0(975)$  eine obere Grenze der  $\gamma\gamma$ -Breite bestimmt. Im Gegensatz zu den Tensormesonen sind diese skalaren Resonanzen weniger gut verstanden. Insbesondere gibt es Schwierigkeiten bei der Einordnung in das Quarkmodell der Mesonen, auf die bei der Diskussion der Ergebnisse eingegangen wird.

Für nichtresonante  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung bei hohen invarianten Massen bestehen QCD-Rechnungen, die bisher nicht überprüft werden konnten. Mit dem JADE-Detektor konnte erstmals eine Messung der  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung bei invarianten Massen zwischen 2 und 3.5 GeV/ $c^2$  durchgeführt werden. Außerdem wurde eine obere Grenze der  $\gamma\gamma$ -Breite für die Spin 4 Resonanz  $f_4(2030)$  bestimmt.

## Kapitel 2

# Theoretische Grundlagen

### 2.1 Einleitung

Mit dem Bau erster Elektron-Positron-Speicherringe Ende der sechziger Jahre standen Quellen für Photonen zur Verfügung, die die Untersuchung von Photon-Photon-Streuung erlaubten.<sup>1</sup> Zur theoretischen Beschreibung der Prozesse erschienen daraufhin eine Reihe von Arbeiten. Ausgangspunkt zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts der Zwei-Photon Reaktion  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- X$  ist das Feynmandiagramm in Abbildung 2.1. Die Abstrahlung der virtuellen Photonen kann exakt aus der QED berechnet werden (Abschnitt 2.2.1), während die Erzeugung des Endzustandes aus den zwei Photonen für die verschiedenen Fälle (Leptonpaarerzeugung, Resonanzerzeugung, ...) getrennt behandelt werden muß. Die hier relevante Resonanzerzeugung wird in Abschnitt 2.2.2 betrachtet.

An die Diskussion der Eigenschaften, der in den Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$  erzeugbaren Resonanzen, in Abschnitt 2.3 schließt sich ein Kapitel über das Quarkmodell und dessen Vorhersagen bezüglich der  $\gamma\gamma$ -Breiten an.

### 2.2 Der differentielle Wirkungsquerschnitt

Der differentielle Wirkungsquerschnitt berechnet sich aus dem Übergangsmatrixelement  $M$  und dem Lorentz-invarianten-Phasenraum<sup>2</sup>  $dLips = \frac{d^3p'_1 d^3p'_2}{(2\pi)^6 4p'_1 p'_2} \prod_i \frac{d^3k_i}{(2\pi)^3 2k_i}$ :

$$d\sigma = \frac{1}{2} \frac{1}{w(s, m_i^2)} (2\pi)^4 \delta^4(p'_1 + p'_2 + \sum_i k_i - p_1 - p_2) |M|^2 dLips \quad (2.1)$$

Der Flußfaktor enthält die invariante Masse  $\sqrt{s}$  des einlaufenden Elektrons und Positrons und deren Ruhemasse:  $w(s, m_i^2) = \sqrt{s^2 - 4 s m_i^2}$ . Im folgenden wird nur das dominante Feynman-

<sup>1</sup>Der Wirkungsquerschnitt bei niederenergetischen Photonen ist zu gering für Streuexperimente.

<sup>2</sup>In allen Formeln werden, da allgemein üblich, natürliche Einheiten ( $c = \hbar = 1$ ) verwendet. Zahlenwerte sind in SI-Einheiten angegeben. Zur Erklärung der Bezeichnungen siehe auch Anhang A.

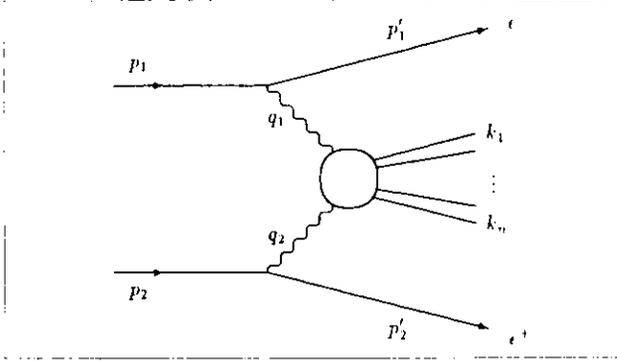


Abbildung 2.1: Resonanzproduktion in einer Zwei-Photonen-Reaktion

diagramm (Abbildung 2.1) betrachtet. Beiträge anderer Diagramme werden vernachlässigt, da diese in höherer Ordnung von  $\alpha$  sind.

## 2.2.1 Die allgemeine Form des Wirkungsquerschnitts

Die Photonabstrahlung kann im Matrixelement explizit angegeben werden:

$$M = u \gamma^\mu u \frac{e^2}{q_1^2 q_2^2} \bar{v} \gamma^\nu v T_{\mu\nu} \quad (2.2)$$

Die Wechselwirkung der virtuellen Photonen mit dem Endzustand ist weiterhin als unbekannter Tensor  $T_{\mu\nu}$  angegeben. Die Spinoren  $u$  und  $v$  sind sowohl impuls- als auch spinabhängig. Für nichtpolarisierte Elektron- und Positronstrahlen ist über die Spins zu mitteln, was auf Photon-Dichte-Matrizen  $\rho^{ab}$  im Matrixelement führt:

$$M^2 = \frac{e^4}{q_1^2 q_2^2} \rho_1^{\mu\nu} \rho_2^{\alpha\beta} T_{\mu\nu}^* T_{\alpha\beta} \quad (2.3)$$

$$\rho_i^{ab} = \frac{1}{2q_i^2} Sp \left\{ (\not{p}_i + m_i) \gamma^a (\not{p}_i - m_i) \gamma^b \right\}$$

Auch ohne genaue Kenntnisse über den Prozeß  $\gamma\gamma \rightarrow R$  kann der Wirkungsquerschnitt weiter vereinfacht werden. Hierzu integriert man (2.1) über  $dLips_X = \prod_i d^3k_i / ((2\pi)^3 2k_i^0)$  und betrachtet den Tensor  $W_{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{1}{2} \int T_{\mu\nu}^* T_{\alpha\beta} \delta^4(q_1 + q_2 - \sum k_i) dLips_X$ . Dies ist ein 4er Tensor der 4. Stufe mit  $4^4 = 256$  Elementen und beschreibt den Übergang  $\gamma\gamma \rightarrow R$ . Betrachtet man den entsprechenden Prozeß als eine Vorwärtsstreuung  $\gamma R \rightarrow \gamma R$  (crossing symmetry), lassen sich Invarianzen und Erhaltungssätze direkt anwenden (Lorentzinvarianz, Paritätserhaltung, Zeitumkehrbarkeit, Bose-Statistik, Hermitizität des Stromes), und man sieht, daß der Tensor für nichtpolarisierte Strahlen eine Linearkombination aus sechs reellen Größen ist [5].

Diese können zu  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitten  $\sigma_{ab}$  und Interferenztermen  $\tau_{ab}$  kombiniert werden ( $a, b = T, L$  für transversale und longitudinale Polarisation):

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{16\pi^4} \frac{(q_1 q_2)^2}{q_1^2 q_2^2} \frac{q_1^2 q_2^2}{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} \left[ 4 \rho_1^+ \rho_2^+ \sigma_{TT} + 2 |\rho_1^- \rho_2^-| \tau_{TT} \cos 2\tilde{\varphi} + 2 \rho_1^+ \rho_2^{00} \sigma_{TL} + 2 \rho_1^{00} \rho_2^- \sigma_{LT} + \rho_1^{00} \rho_2^{00} \sigma_{LL} - 8 |\rho_1^0 \rho_2^0| \tau_{TL} \cos \tilde{\varphi} \right] \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{E_1' E_2'} \quad (2.4)$$

$\tilde{\varphi}$  ist der Winkel zwischen dem gestreuten Elektron und Positron in der Ebene senkrecht zur Strahlachse. Zur Definition der Matrizen  $\rho^{ab}, \tau_{ab}$  ... siehe Ref. [4]. Der Faktor  $1/q_1^2 q_2^2$  aus dem Photonpropagator bewirkt, daß der Hauptbeitrag des Wirkungsquerschnitts aus der Streuung quasi-reeller Photonen ( $q_i^2 \approx 0$ ) herrührt, sofern der Übergang  $\gamma\gamma \rightarrow R$  für reelle Photonen erlaubt ist. Für no-tag-events, bei denen  $q_i^2$  klein ist, können in (2.4) alle Beiträge longitudinaler Photonen vernachlässigt werden, da für  $q_1^2, q_2^2 \rightarrow 0$  in niedrigster Ordnung gilt [4]:

$$\begin{aligned} \sigma_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2) &\rightarrow \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) & \tau_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2) &\rightarrow \tau_{\gamma\gamma}(W^2) \\ \sigma_{TL} &\propto q_2^2 & \sigma_{LT} &\propto q_1^2 & \sigma_{LL} &\propto q_1^2 q_2^2 & \tau_{TL} &\propto \sqrt{q_1^2 q_2^2} \end{aligned}$$

$W$  bezeichnet die invariante Masse des erzeugten Systems. Der Term proportional zu  $\tau_{TT}$  ist bei Mittelung über  $\tilde{\varphi}$  (die Strahlen sind nicht polarisiert) klein gegenüber dem Term proportional zu  $\sigma_{TT}$  [4], so daß:

$$d\sigma = \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d^3 p_1' d^3 p_2'} \sigma_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2) d^3 p_1' d^3 p_2' \quad (2.5)$$

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{d^3 p_1' d^3 p_2'} = \frac{\alpha^2}{4\pi^4 E_1' E_2' q_1^2 q_2^2} \sqrt{\frac{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \rho_1^+ \rho_2^+ \left[ 2 \rho_1^+ \rho_2^+ \frac{(2p_1 q_1 - q_1 q_2)^2}{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2} + 1 + 4 \frac{m_1^2}{q_1^2} \right]$$

$L_{\gamma\gamma}$  wird als  $\gamma\gamma$ -Luminositätsfunktion bezeichnet. Die Fehler der vorgenommenen Näherungen sind bei Resonanzzeugung kleiner als  $|q_i|^2/m_i^2$  für  $W \gtrsim m_\rho$  [4].

Ein qualitatives Bild der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow R$  für quasi-reelle Photonen liefert die Weizsäcker-Williams Näherung (Equivalent Photon Approximation) [7], die 1934 von Weizsäcker und Williams unabhängig voneinander entwickelt wurde. Hierbei nutzt man die Tatsache aus, daß die Felder relativistischer Teilchen aufgrund der Feld-Dilatation dem Wellenfeld elektromagnetischer Strahlung ähneln. Man vernachlässigt Interferenzen und nimmt an, daß die Wirkungen des einlaufenden Elektrons und Positrons zwei unabhängigen Strahlungsimpulsen entsprechen. Die Luminositätsfunktion faktorisiert dann:

$$dL_{\gamma\gamma} = \frac{d^2 n_1}{d\omega_1 d q_1^2} \frac{d^2 n_2}{d\omega_2 d q_2^2} d\omega_1 d\omega_2 d q_1^2 d q_2^2$$

$\omega_i$  ist die Energie der Photonen mit der von der Strahlenergie  $E_b$  abhängigen Spektralverteilung [4]:

$$\frac{d^2 n_i}{d\omega_i d q_i^2} = \frac{\alpha}{\pi \omega_i q_i^2} \left( \left(1 - \frac{\omega_i}{E_b} + \frac{\omega_i^2}{2E_b^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{\omega_i}{E_b}\right) \frac{q_i^2 \min(\dots)}{q_i^2} \right)$$

$dL(\gamma\gamma)/dW$  in  $(\text{GeV}/c^2)^{-1}$

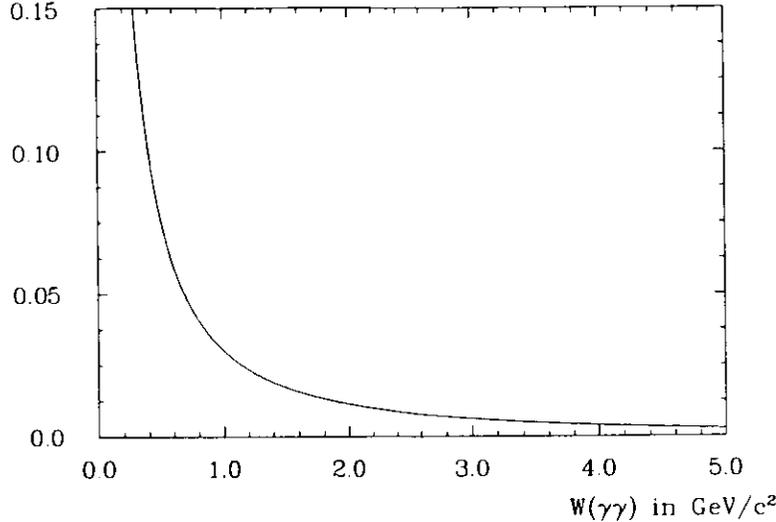


Abbildung 2.2: Die differentielle Luminositätsfunktion  $dL_{\gamma\gamma}/dW$  für eine Strahlenergie von 17.5 GeV.

Die Abhängigkeit der Luminositätsfunktion von der invarianten Masse erhält man durch Integration des führenden Terms[6]:

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW} = 4 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{W} \left(\ln \frac{2E_b}{m_e}\right)^2 f(W/2E_b) \quad (2.6)$$

$f(x) = (2+x^2)^2 \ln(1+x) (1-x^2)(3+x^2)$  ist die Low-Funktion, benannt nach F.Low, der 1960 mit der Weizsäcker-Williams Näherung den totalen Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung einer schmalen Resonanz der Masse  $M_R$  mit Spin  $J$  und  $\gamma\gamma$ -Breite  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  berechnete[8]:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^- R) \approx 16\alpha^2 \left(\ln \frac{E_b}{m_e}\right)^2 (2J+1) f(M_R/2E_b) \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}}{M_R^2}$$

Gleichung (2.6) gibt die Abnahme der differentiellen Luminositätsfunktion mit der Masse der Resonanz an (siehe auch Abbildung 2.2). Durch den schnellen Abfall wird der Wirkungsquerschnitt bei höheren Massen stark gedämpft.

## 2.2.2 Der Resonanzanteil des Wirkungsquerschnitts

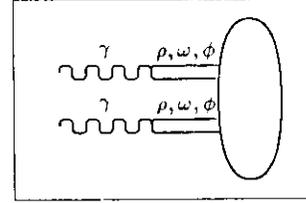


Abbildung 2.3: Kopplung zweier Photonen an einen hadronischen Zustand im Vektor Dominanz Modell.

In der Hamilton-Funktion wird die Kopplung eines elektro-magnetischen Feldes an einen hadronischen Strom durch einen Summanden  $\epsilon A_\nu j_{em}^\nu(\text{hadr.})$  beschrieben. Der hadronische Strom ist nicht explizit bekannt, kann jedoch im Rahmen des Vektor Dominanz Modells (VDM) angenähert werden. Hierbei nimmt man an, daß sich das Photon in virtuelle Vektormesonen mit den Quantenzahlen des Photons umwandelt und dann mit dem Hadron wechselwirkt (Abbildung 2.3). Dies bedeutet, daß der Strom die Felder der Vektormesonen  $\rho, \omega, \phi$  enthält [9]:

$$j_{em}^\nu(\text{hadr.})(x) \approx -\frac{m_\rho^2}{f_\rho} \rho^\nu(x) - \frac{m_\omega^2}{f_\omega} \omega^\nu(x) - \frac{m_\phi^2}{f_\phi} \phi^\nu(x)$$

Mit diesem Strom liefert das Vektor Dominanz Modell im einfachsten Fall, nur mit Berücksichtigung des  $\rho$ -Feldes, eine Faktorisierung der  $q^2$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts<sup>3</sup>[10]:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(W^2, q_1^2, q_2^2) \approx F^2(q_1^2) F^2(q_2^2) \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) \quad (2.7)$$

$$F(q_i^2) = \frac{1}{1 - q_i^2/m_\rho^2}$$

Die Resonanzzeugung  $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow X_1 X_2$  mit Zerfall in zwei langlebige Teilchen  $X_1$  und  $X_2$  kann durch eine Breit-Wigner-Funktion parametrisiert werden[4]:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = 8\pi (2J+1) \frac{\Gamma \Gamma_{\gamma\gamma}}{(M^2 - W^2)^2 + \Gamma^2 M^2} \quad (2.8)$$

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{16\pi(2J+1)M_R} \sum_{\text{Helizität}} |M(\gamma\gamma \rightarrow R)|^2$$

Besitzen die Teilchen einen relativen Drehimpuls  $l$ , ist der Zerfall der Resonanz winkelabhängig. Bei Zerfallsteilchen ohne Spin ( $\pi^0, \eta$ ), ergibt sich die Winkelverteilung aus den Kugelfunktionen:

$$\frac{d^2\sigma_{\gamma\gamma}}{d\phi^* d\cos\theta^*} \propto G(\phi^*, \cos\theta^*) = \left| \sum_l a_l Y_l^{l,2} \right|^2 \quad (2.9)$$

$l$  und  $l_z$  bezeichnen den Drehimpuls und dessen Komponente entlang der Symmetrieachse (Photonrichtung).  $\phi^*$  und  $\theta^*$  sind die Winkel zwischen einem Teilchen  $X_i$  und der Symmetrieachse. Beide Größen beziehen sich auf das Ruhesystem der Resonanz. Wegen Helizitätserhaltung kann  $l_z$  nur die Werte 0 oder 2 annehmen (bei Beiträgen longitudinaler Photonen ist auch Helizität 1 möglich). Die Kugelfunktionen ergeben sich aus den reellwertigen Legendreschen Funktionen  $P_l^{j_z}$  mit reellen Vorfaktoren:  $Y_l^{j_z} \propto a_l^{j_z} P_l^{j_z}(\cos\theta^*) \exp(ij_z\phi^*)$ .

<sup>3</sup>Eine ausführliche Analyse für die  $f_2(1270)$ -Resonanz findet sich bei Achasov und Karnakov[13].

Aus dieser Darstellung sieht man, daß es keine Interferenz zwischen Helizität 0 und 2 bei Mittelung über  $\phi^*$  gibt <sup>4</sup>:  $|a Y_J^0 + b Y_J^2|^2 = |a Y_J^0|^2 + |b Y_J^2|^2$ .

Für breite Resonanzen genügt (2.8) nicht zur Beschreibung der Daten. Aus halbempirischen Betrachtungen gelangt man zu einer energieabhängigen totalen Breite [9,11]:

$$\Gamma = \Gamma_0 \left( \frac{|\vec{k}^*|}{|k_0^*|} \right)^{2J+1} \frac{D_J(x_0)}{D_J(x)}$$

mit dem Schwellen-Faktor  $(|\vec{k}^*|/|k_0^*|)^{2J+1}$  und dem Spin-Barrier-Faktor  $D(x_0)/D(x)$  [9]. Hierbei ist  $k_0^*$  der Impuls eines Zerfallsteilchens bei der nominellen Masse  $M_R$  der Resonanz in dessen Ruhesystem, während  $k^*$  bei der invarianten Masse  $W$  zu nehmen ist. Der Spin-Barrier-Faktor entspringt einem Modell für Streuung an einem konstanten Potential mit Radius  $r$  [2].  $x$  bzw.  $x_0$  sind definiert als  $x = r \cdot k^*$  und  $x_0 = r \cdot |k_0^*|$ . Der Anstieg des Schwellen-Faktors läßt sich aus kinematischen Faktoren der Matrixelemente unter Berücksichtigung eines Phasenraumpfaktors verstehen (Anhang B). Die explizite Form von  $D_J(x)$  hängt von den Hankel-Funktionen ab [14]:

J	$D_J(x) \propto x^{2J+2} (h^{(1)}(x))^2$
0	1
1	$x^2 + 1$
2	$x^4 + 3x^2 + 9$
3	$x^6 - 6x^4 + 33x^2 - 256$
4	$x^8 + 10x^6 + 135x^4 + 1575x^2 + 105^2$

Die in dieser Arbeit gemessenen  $\gamma\gamma$ -Breiten sind definiert durch die Gleichungen (2.5), (2.7) und (2.8). Integriert man (2.5) über den Phasenraum und berücksichtigt die Zerfallswahrscheinlichkeit für die Resonanz erhält man einen linearen Zusammenhang zwischen  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  und  $\sigma$  <sup>5</sup>:

$$\int d\sigma = 8\pi (2J+1) \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot BR_{(R \rightarrow 4\gamma)} \int \underbrace{d^3p'_1 d^3p'_2 \frac{dL_{\gamma\gamma}}{d^3p'_1 d^3p'_2} F(q_1^2) F(q_2^2)}_{\propto I} \frac{\Gamma}{(M_R^2 - W^2)^2 + \Gamma^2 M_R^2}$$

$$\sigma = 8\pi (2J+1) \cdot BR_{(R \rightarrow 4\gamma)} \cdot I \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \quad (2.10)$$

Setzt man für  $\sigma = N/(\epsilon \cdot L \cdot I)$ , wobei  $L_{e^+e^-}$  die integrierte Luminosität,  $\epsilon$  die Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors und  $N$  die Anzahl der der Resonanz zugeordneten Ereignisse ist, ergibt sich:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{8\pi (2J+1)} \frac{N}{L \cdot I \cdot \epsilon \cdot BR_{(R \rightarrow 4\gamma)}} \quad (2.11)$$

Ist die Nachweiswahrscheinlichkeit in verschiedenen Zeitperioden unterschiedlich, so ist  $\epsilon \cdot L \cdot I$  durch  $\sum \epsilon_i L_i I_i$  zu ersetzen. Das Integral  $I$ , variiert bei verschiedenen Strahlenergien.

<sup>4</sup>Ein Interferenzterm zwischen Helizität 0 und 2 würde beim Wirkungsquerschnitt (2.4) im Interferenzterm  $\sigma_{TT}$  stehen. Deshalb ist bei den hier betrachteten Reaktionen der Term  $\sigma_{TT}$  exakt Null.

<sup>5</sup>Im weiteren soll  $\sigma_{\gamma\gamma}$  immer den Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow X_1 X_2 \rightarrow \gamma\gamma\gamma$  und  $\sigma$  für die gesamte Reaktion  $e^+e^- \rightarrow e^+e^- R \rightarrow e^+e^- \gamma\gamma\gamma$  bezeichnen.

## 2.3 Produzierbare Resonanzen in den Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$

Resonanzen sind klassifiziert nach ihren Quantenzahlen. Neben den Quantenzahlen Spin  $J$  mit einer Komponente  $J_z$  und Parität  $P$  aus den räumlichen Symmetrien, sind dies die inneren Quantenzahlen elektrische Ladung  $Q$ , Ladungskonjugation  $C$ , Baryonenzahl  $B$ , und als weiteres die Flavourquantenzahlen Isospin  $I$  mit  $I_z$ , Strangeness  $S$  (oder Hyperladung  $Y$ ), Charme, Bottom und Top. Da hier keine Prozesse der schwachen Wechselwirkung betrachtet werden, sind alle diese Quantenzahlen bis auf den Gesamtisospin erhalten. Für die exklusive Resonanzproduktion in der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$  sind die Quantenzahlen der Resonanz  $R$  eingeschränkt:

- $\gamma\gamma \rightarrow R$ 
  - elektrische Ladung:  $Q = 0$
  - Ladungskonjugation  $C_R = C_\gamma^2 = (-1)^2 = +1$
  - Baryonenzahl = Charme = Strangeness = Bottom = Top = 0
  - aus der Forderung nach Rotationssymmetrie und Paritätserhaltung (Yang'sche Theorem [15]):  
 $J^P = 0^\pm, 2^\pm, 3^+, 4^\pm, 5^+, \dots$
- $R \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta$ 
  - Parität:  $P = (-1)^J \cdot P_{\pi^0, \eta}^2 = (-1)^J$
  - Isospinbetrachtung für Zerfälle durch starke Wechselwirkungen:

$$R \rightarrow \pi^0\pi^0 \quad I_{\text{isospin}} = |I_1, I_{1z}\rangle \cdot |I_2, I_{2z}\rangle \Rightarrow |1, 0\rangle \cdot |1, 0\rangle = \sqrt{2/3} |2, 0\rangle + \sqrt{1/3} |0, 0\rangle$$

$$R \rightarrow \pi^0\eta \quad |I_{\text{isospin}} = |I_1, I_{1z}\rangle \cdot |I_2, I_{2z}\rangle \Rightarrow |1, 0\rangle \cdot |0, 0\rangle = |1, 0$$

Zusammenfassend ist die Produktion von Resonanzen mit den folgenden Quantenzahlen möglich:

$$\begin{aligned} \text{Flavourquantenzahlen} &= \mathbf{0} \\ \mathbf{Q} &= \mathbf{0}, \quad \mathbf{C} = \mathbf{+1} \\ \mathbf{J^{PC}} &= \mathbf{0^{++}}, \mathbf{2^{++}}, \mathbf{4^{++}}, \dots \\ \gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0 & \quad \mathbf{I} = \mathbf{0}, \mathbf{2} \\ \gamma\gamma \rightarrow \pi^0\eta & \quad \mathbf{I} = \mathbf{1} \end{aligned}$$

## 2.4 Das Quarkmodell der Mesonen

Nahezu alle Resonanzen können als gebundene Zustände aus Quarks verstanden werden (Tabelle 2.2). Bei der exklusiven Resonanzproduktion in  $2\gamma$ -Reaktionen werden Quark-Antiquark-Zustände erzeugt. Da die Luminositätsfunktion (Abbildung 2.2) schnell mit  $W$  abfällt, ist der Wirkungsquerschnitt für die Erzeugung von Mesonen aus schweren Quarks mit Charme oder Bottom klein. Die Flavourwellenfunktionen der leichten Mesonen lassen sich mit reellen  $3 \times 3$ -Matrizen darstellen:

$$|Meson\rangle_{flavour} = (|\bar{u}\ \cdot, |\bar{d}\ \cdot, |s\ \cdot\rangle) V \begin{pmatrix} |u\ \cdot \\ |d\ \cdot \\ |s\ \cdot \end{pmatrix}$$

Berücksichtigt man Massenunterschiede zwischen den Quarks nicht ( $m_u \approx m_d \approx 350 \text{ MeV}/c^2$ ,  $m_s \approx 550 \text{ MeV}/c^2$ ), besteht eine  $SU(3)_{flavour}$ -Symmetrie. Dann lassen sich Zustandstransformationen von einem Mesonenzustand in einen anderen mittels  $SU(3)$ -Darstellungen durchführen. Darstellungen der  $SU(3)$  auf dem Raum der  $3 \times 3$ -Matrizen sind:

- 1 die triviale Darstellung  $\rightarrow$  1 Zustand
- $\lambda_8$  die Fundamentaldarstellung  $\rightarrow$  8 Zustände

$\lambda_a$  sind die acht Gell-Mann-Matrizen. Aus dem Singulett-Zustand  $f_1$  ergeben sich die Wellenfunktionen der Oktett-Zustände durch Transformationen (Tabelle 2.1). Die Kombinationen der Gell-Mann-Matrizen bilden die Auf- und Absteigeoperatoren[16].

Die Zustände  $f_1$  und  $f_8$  besitzen gleiche Quantenzahlen und können deshalb miteinander mischen. Der Mischungswinkel  $\Theta_T$  ist über die physikalischen Zustände  $f_2$  und  $f_2'$  definiert<sup>6</sup>:

$$\begin{aligned} f_2 &= f_1 \cos \Theta_T + f_8 \sin \Theta_T \\ f_2' &= -f_1 \sin \Theta_T + f_8 \cos \Theta_T \end{aligned}$$

oder für die erzeugenden Matrizen:

$$V_J = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \cos \Theta_T + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \Theta_T & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta_T + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \Theta_T & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Theta_T - \sqrt{2} \sin \Theta_T \end{pmatrix}$$

$$V_{J'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \Theta_T - \sin \Theta_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \Theta_T - \sin \Theta_T & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \cos \Theta_T - \sin \Theta_T \end{pmatrix}$$

Unter einer idealen Mischung versteht man den Fall, wenn das  $f_2'$  ein reiner  $s\bar{s}$ -Zustand ist. Dies ist für  $\cos \Theta_T - \sqrt{2} \sin \Theta_T = 0$  gegeben. Der ideale Mischungswinkel ist demnach  $\Theta_{ideal} = \arctan \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 35^\circ$ .

<sup>6</sup>Beim  $f_2$  und  $f_2'$  steht der Index für  $J = 2$

$f_1$	$V = V_1 = 1/\sqrt{3}$	$\rightarrow$	$( u\bar{u}\rangle +  d\bar{d}\rangle +  s\bar{s}\rangle)/\sqrt{3}$
$f_8$	$V = 1/\sqrt{6} \lambda_8 V_1$	$\rightarrow$	$( u\bar{u}\rangle +  d\bar{d}\rangle - 2 s\bar{s}\rangle)/\sqrt{6}$
$f_2^0$	$V = i/\sqrt{2} \lambda_3 V_1$	$\rightarrow$	$( u\bar{u}\rangle -  d\bar{d}\rangle)/\sqrt{2}$
$a_2^+$	$V = \frac{1}{2} (\lambda_1 - i\lambda_2) V_1$	$\rightarrow$	$ ud\rangle$
$a_2^-$	$V = \frac{1}{2} (\lambda_1 + i\lambda_2) V_1$	$\rightarrow$	$ du\rangle$
$K_2^{*+}$	$V = \frac{1}{2} (\lambda_4 - i\lambda_5) V_1$	$\rightarrow$	$ us\rangle$
$K_2^{*-}$	$V = \frac{1}{2} (\lambda_4 + i\lambda_5) V_1$	$\rightarrow$	$ su\rangle$
$K_2^{*0}$	$V = \frac{1}{2} (\lambda_6 - i\lambda_7) V_1$	$\rightarrow$	$ d\bar{s}\rangle$
$\bar{K}_2^{*0}$	$V = \frac{1}{2} (\lambda_6 + i\lambda_7) V_1$	$\rightarrow$	$ s\bar{d}\rangle$

Tabelle 2.1: Die Flavourwellenfunktionen für das  $2^{++}$ -Nonett.

$J^{PC}$	$^{2S+1}L_J$	$u\bar{u}, d\bar{d}, u\bar{d}$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$	$s\bar{u}, s\bar{d}$
		$I = 1$	$I = 0$	$I = \frac{1}{2}$
$0^-$	$^1S_0$	$\pi$	$\eta, \eta'$	$K$
$1^{--}$	$^3S_1$	$\rho$	$\phi, \omega$	$K^*(892)$
$1^{+-}$	$^1P_1$	$b_1(1235)$	$h_1(1190)$	$K_{1B}$
$0^{++}$	$^3P_0$	$a_0(980)$	$f_0(975), f_0(1300)$	$K_0^*(1350)$
$1^{++}$	$^3P_1$	$a_1(1270)$	$f_1(1285), f_1(1420)$	$K_{1A}$
$2^{++}$	$^3P_2$	$a_2(1320)$	$f_2(1270), f_2'(1525)$	$K_2^*(1430)$
$2^{-+}$	$^1D_2$	$\pi_2(1680)$	?	?
$1^-$	$^3D_1$	?	?	?
$2^-$	$^3D_2$	?	?	$K_2(1770)$
$3^-$	$^3D_3$	$\rho_3(1690)$	$\omega_3(1670)$	$K_3^*(1780)$

Tabelle 2.2: Die Einordnung beobachteter Resonanzen in das Quarkmodell (nach [1]).

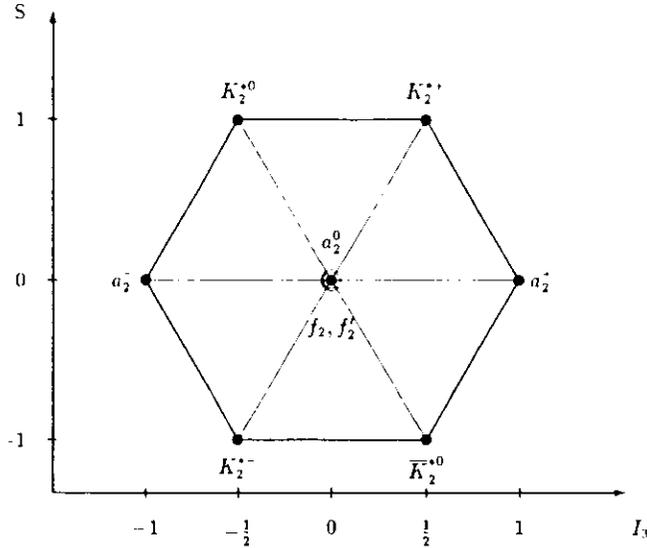


Abbildung 2.4: Isospin und Strangeness des  $2^{++}$ -Nonetts.

Bei der Betrachtung von Quarkinhalten ist es anschaulicher, statt des Oktett-Singulett-Mischungswinkels, einen Quark-Mischungswinkel  $\phi_T$  einzuführen:

$$V_f = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \phi_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \phi_T & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi_T \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$V_{f'} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \phi_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \phi_T & 0 \\ 0 & 0 & -\sin \phi_T \end{pmatrix}$$

Der Zusammenhang zwischen dem Oktett-Singulett- und dem Flavour-Mischungswinkel ist gegeben durch ( $\phi_{ideal} = \pi/2$ ):

$$\Theta_T - \Theta_{ideal} = \phi_T - \phi_{ideal}$$

Die QCD sagt, da Gluonen Farbladung tragen, gebundene Gluonen-Zustände voraus. Ein Kandidat für solche Zustände ist unter den  $2^{++}$ -Resonanzen das  $f_2(1720)$ . Die eindeutige Klassifizierung von Resonanzen als Gluonen-Zustände ist unter anderem deshalb schwierig, weil diese mit Quarkzuständen gleicher Quantenzahlen (Ladung und Isospin = 0) mischen können. So wurde von mehreren Autoren [17] untersucht, ob die Resonanzen  $f_2(1270)$ ,  $f_2'(1525)$  und  $f_2(1720)$  aus einer Mischung von zwei Quark- und einem Gluonenzustand bestehen, mit dem Ergebnis, daß eine eventuelle Gluoniumbeimischung beim  $f_2(1270)$  und  $a_2(1320)$  klein ist ( $\lesssim 15\%$ ).

## 2.5 Vorhersagen aus dem Quarkmodell

Im Rahmen des Quarkmodells können die  $\gamma\gamma$ -Breiten für Mesonen angegeben werden. Der Mesonenzustand wird beschrieben durch die Impulswellenfunktion der beiden Quarks. Analog zum Positronium-Zerfall ist die  $\gamma\gamma$ -Breite abhängig von dieser Wellenfunktion und der Feynman-Amplitude [18]:

$$\Gamma_{q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma} = \left| \int d^3\vec{p} \Phi(\vec{p}) A_F \right|^2$$

Die Amplitude wird in erster Näherung aus den einfachsten Graphen, den Baum-Graphen (Abbildung 2.5), berechnet. Da die Kopplung der Photonen proportional zur Ladung der

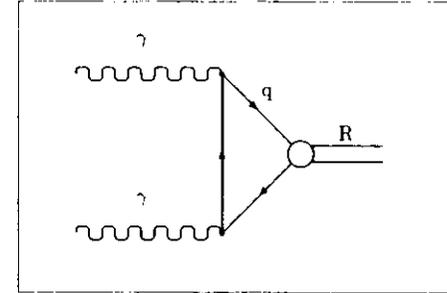


Abbildung 2.5: Kopplung zweier Photonen an ein Meson im Quarkmodell.

Quarks ist, ist das Matrixelement proportional zum Quadrat der Quarkladung  $Q$ . Die Wellenfunktion ist modellabhängig und bestimmt sich aus dem gewählten Hamilton-Operator, in den auch das Potential eingeht, das verschiedene Terme enthält (linearer Confinement-Term, Coulomb-Wechselwirkung, Hyperfein-Wechselwirkungen...). Für leichte Mesonen erwartet man qualitativ richtige Aussagen nur unter der Berücksichtigung relativistischer Effekte, da die Massen der Quarks viel kleiner als die des Gesamtsystems sind. Ein recht erfolgreiches relativistisches Modell ist das von Godfrey, Isgur und Hayne [19], bei dem von einem relativistischen Hamilton-Operator ausgegangen wird. Die sich ergebende  $\gamma\gamma$ -Breite für einen  $q\bar{q}$ -Zustand zeigt in diesem Modell eine  $M_R^3$ -Abhängigkeit für das  $2^{++}$ -Nonett.

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = K_q Q_q^4 M_R^3$$

$K_q$  ist abhängig von den Parametern des Modells, dem Flavourzustand und der Impulswellenfunktion. Im nichtrelativistischen Quarkmodell ist die Zerfallsrate eines  $0^{++}$ -Zustandes bei gleicher Raum- und Flavourwellenfunktion um einen Spin-Faktor  $15/4$  größer:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(0^{++} \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{15}{4} \left( \frac{M_{0^{++}}}{M_{2^{++}}} \right)^n \Gamma_{\gamma\gamma}(2^{++} \rightarrow \gamma\gamma) \quad (2.13)$$

$n$  ist dabei abhängig von der gewählten Potentialform und ist 3 für ein Coulomb- und  $-1/3$  für ein lineares Potential [20]. Nimmt man an, daß  $K \equiv K_u = K_d$  wegen gleicher Massen der  $u$ - und  $d$ -Quarks und läßt man für  $s$ -Quarks (höhere Masse) einen Korrekturfaktor  $a_{ss}$  zu, hängt die  $\gamma\gamma$ -Breite von drei Parametern  $K$ ,  $a_{ss}$  und  $\phi_T$  ab ( $a_{uu} \equiv a_{dd} \equiv 1$ ) [18]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(R \rightarrow \gamma\gamma) = K M_R^3 \left| \sum_{q,u,d,s} a_{q\bar{q}} \cdot R Q^2 |q\bar{q}\rangle \right|^2 \quad (2.14)$$

Die Werte  $\Gamma_{\gamma\gamma} = R Q^2 |q\bar{q}|$  kann man direkt aus Gleichung (2.12) ablesen ( $Q_d = Q_s = e/3$ ,  $Q_u = 2/3 \cdot e$ ).

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2^0) = K M_{a_2^0}^3 \frac{9}{2 \cdot 81}$$

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = K M_{f_2}^3 \frac{1}{81} \left( \frac{5}{\sqrt{2}} \sin \phi_T + a_{ss} \cos \phi_T \right)^2$$

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2') = K M_{f_2'}^3 \frac{1}{81} \left( \frac{5}{\sqrt{2}} \cos \phi_T + a_{ss} \sin \phi_T \right)^2$$

Dies ist eine Vorhersage für reine  $q\bar{q}$ -Zustände ohne Beimischung von Gluonium. In diesem Fall können die Parameter  $\phi$ ,  $a_{ss}$  und  $K$  aus den gemessenen  $\gamma\gamma$ -Breiten bestimmt werden.

Mit

$$\Re_{AB} = \frac{M_B^3 \Gamma(A \rightarrow \gamma\gamma)}{M_A^3 \Gamma(B \rightarrow \gamma\gamma)}$$

erhält man:

$$\tan \phi_T = \frac{\pm 5 \sqrt{\Re_{f_2 f_2'}} + \sqrt{2} a_{ss}}{\pm \sqrt{2} \Re_{f_2 f_2'} a_{ss}} \quad a_{ss}^2 = \frac{9}{2} \left( \Re_{f_2 a_2^0} + \Re_{f_2 a_2^0} - \frac{25}{9} \right) \quad (2.15)$$

Mit der Formel (2.15) wird später (Abschnitt 6.5) der Mischungswinkel bestimmt. Allein aus den  $\gamma\gamma$ -Breiten läßt sich nicht sagen, welche Lösung (2.15) dem Mischungswinkel entspricht. Hierzu muß man andere Verfahren zu Hilfe nehmen (Massenformeln).

Gewöhnlich wird die Kopplung an die Resonanzen  $f_2$ ,  $f_2'$  und  $a_2$  nicht durch die Kopplungskonstanten  $a_{su}$ ,  $a_{sd}$  und  $a_{ss}$ , sondern durch die Kopplungen an die Zustände  $f_1$ ,  $f_8$  und  $a_2$  beschrieben. Um den Mischungswinkel zu bestimmen, werden dann die Kopplungskonstanten für das  $f_1$  und  $a_2$  gleichgesetzt (statt  $a_{su} = a_{sd}$ ). Wegen des  $s\bar{s}$ -Anteils im  $f_1$ -Zustand scheint dies weniger zwingend als die Annahme  $a_{su} = a_{sd}$ .

## Kapitel 3

# Beschreibung des Experiments

### 3.1 Der Speicherring PETRA

Nach zweijähriger Bauzeit wurde im Sommer 1978 der Elektron-Positron-Speicherring PETRA in Betrieb genommen. Mit 2.3 km Umfang und einer maximalen Strahlenergie von 23.4 GeV besaß er die höchste Strahlenergie unter den Elektron-Positron-Speicherringen. Die mittlere Luminosität betrug  $10^{31} \text{cm}^{-2} \text{sec}^{-1}$ . Je zwei gleichzeitig unlaufende Elektronen- und Positronenstrahlpakete erlaubten die gleichzeitige Nutzung von vier Wechschlungszonen. Seit Ende 1986 wird PETRA zur Vorbeschleunigung und Einspeisung von Elektronen und Protonen in den neuen Elektron-Proton-Speicherring HERA umgebaut.

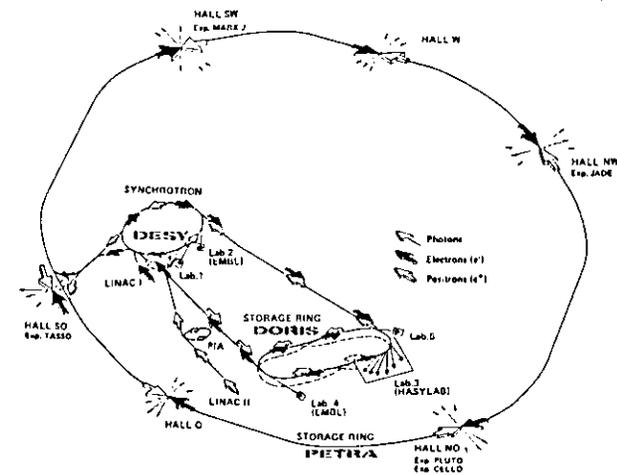


Abbildung 3.1: Der PETRA-Speicherring.

### 3.2 Der JADE-Detektor

Mit dem JADE-Detektor [21] wurden seit Februar 1979 Daten am PETRA-Speicherring genommen. JADE ist konstruiert als ein magnetischer  $4\pi$  Detektor zum Nachweis geladener und neutraler Teilchen aus  $e^+e^-$ -Experimenten. Das zentrale Stück des Detektors ist der "Innendetektor", eine zylindrische Driftkammer zur Messung geladener Teilchen (Nr.5 in Abbildung 3.2). Neutrale Teilchen werden durch Schauerentwicklung in Bleiglaszählern nachgewiesen (Nr.8). Zwischen dem Bleiglas und dem Innendetektor liegt die Magnetspule. Sie erzeugt ein magnetisches Feld von 0.48 Tesla im Innenbereich. Der Detektor wird nach außen abgeschlossen vom Myonen-Filter (Nr.10). 1984/85 wurde der Detektor um eine z- und eine Vertexkammer erweitert (Nr.1, 16).

#### 3.2.1 Der Innendetektor

Der Innendetektor [22] besteht aus einer Jetkammer, mit der der Impuls und der Ionisationsverlust geladener Teilchen gemessen werden kann. Der Detektor hat einen Durchmesser von 1.5 m und eine Länge von 2.4 m. Er ist in drei Ringe untergliedert (Abbildung 3.3), deren beiden innersten je 24 und der äußere 48 Segmente enthalten. Parallel zur Strahlachse sind in jedem Segment 16 Signaldrähte aufgespannt. Die Gasfüllung aus 88.7 % Argon, 8.5% Methan und 2.8% Isobutan steht unter einem Druck von 4 bar.

Gemessen wird für jeden Signaldraht die Zeit und die Ladungsmenge an jedem Drahtende. Aus der Driftzeit kann der Ionisationspunkt in der  $(r, \varphi)$ -Ebene auf  $170 \mu\text{m}$  genau bestimmt werden. Durch den Einbau einer verbesserten Ausleselektronik (Flash ADC's) konnte 1986 eine Auflösung von  $110 \mu\text{m}$  erreicht werden [23]. Der Quotient der Ladungsmengen an den Drahtenden gibt Auskunft über die z-Koordinate mit einer Ungenauigkeit von 1.6 cm, so daß eine 3-dimensionale Spur rekonstruiert werden kann. Aufgrund der Bahnkrümmung im Magnetfeld kann aus der gemessenen Spur der Transversalimpuls berechnet werden. Der Fehler beträgt  $\sigma_p/p \approx 2\% \cdot p \text{ (GeV/c)}^{-1}$  für Impulse größer als  $2 \text{ GeV/c}$  und  $\sigma_p \approx 4\% \cdot p$  für kleinere Impulse. Die gesamte deponierte Ladung an beiden Drahtenden erlaubt die Bestimmung des Energieverlustes des Teilchens pro Wegstrecke. Hier beträgt der Fehler  $\sigma_{dE/dx} \approx 6\% \text{ (} dE/dx \text{)}$ . Die Meßwerte werden mit den bekannten Ionisationsverlusten (Bethe-Bloch-Formel) für Elektronen, Pionen, Kaonen und Protonen zur Teilchenidentifizierung verglichen.

Für Impulse kleiner als  $45 \text{ MeV/c}$  erreichen Elektronen die äußere Tankwand nicht mehr. Die untere Nachweisgrenze für Elektronen liegt bei etwa  $30 \text{ MeV/c}$ . Spuren kleineren Impulses werden durch die Software nicht mehr als Spuren erkannt.

#### 3.2.2 Die Flugzeitähler

Direkt an den Innendetektor anschließend sind 42 Szintillationszähler angebracht. Sie überdecken den Polarwinkelbereich  $|\cos \theta| < 0.87$  ( $\theta$  ist der Winkel zur Strahlachse) und dienen zum Nachweis geladener Teilchen. Durch die Zeitauflösung von  $300\text{-}400 \text{ psec}$  können kosmische Myonen erkannt werden, die auf gegenüberliegenden Seiten des Detektors je einen Flugzeitähler mit einer zeitlichen Verzögerung von etwa  $6 \text{ nsec}$  setzen. Weiter finden die Flugzeitähler Verwendung zur Erkennung von Spurtopologien im Triggersystem (siehe Abschnitt 3.3) und zur Teilchenidentifizierung bei niedrigen Impulsen.

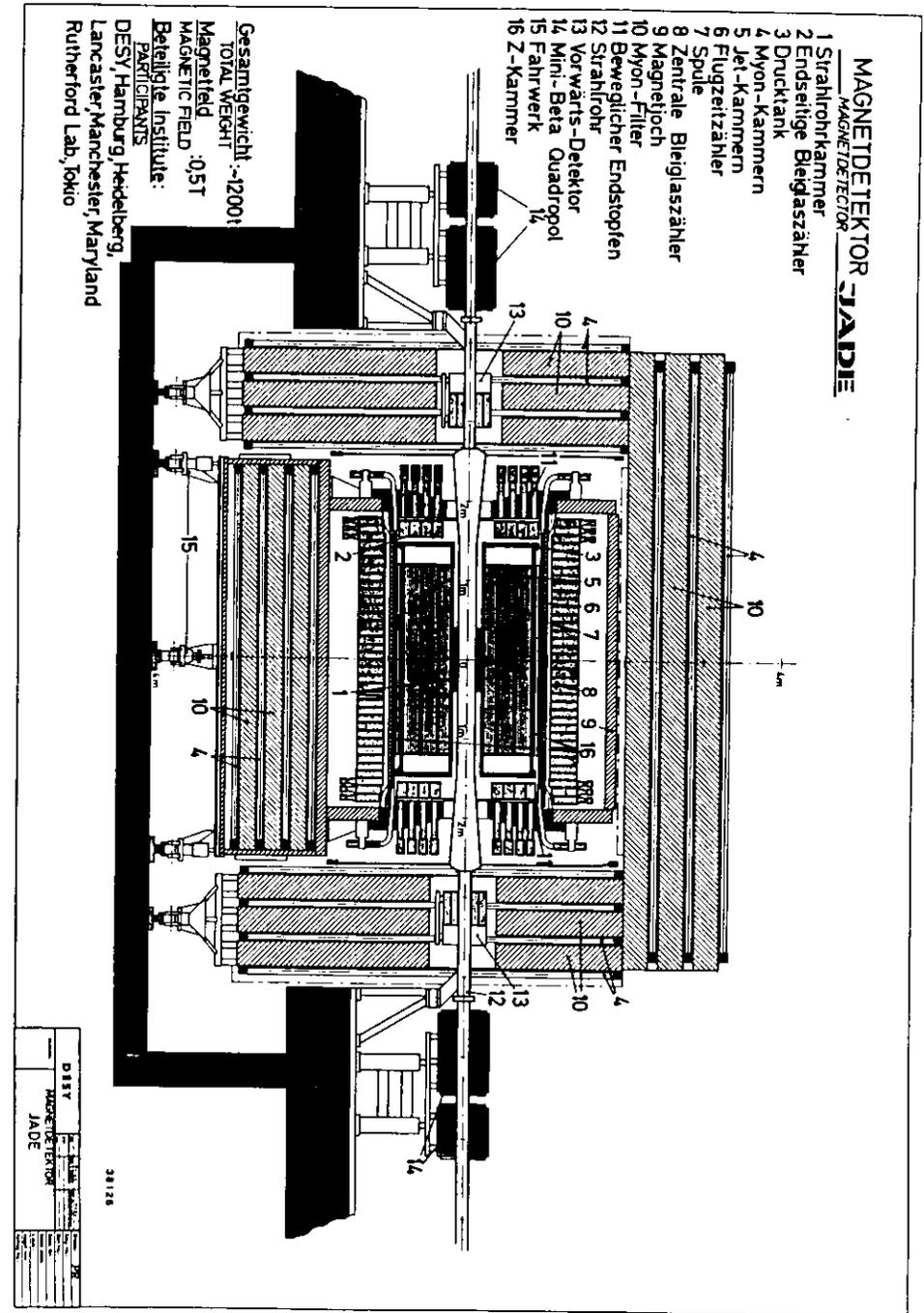


Abbildung 3.2: Der JADE-Detektor.

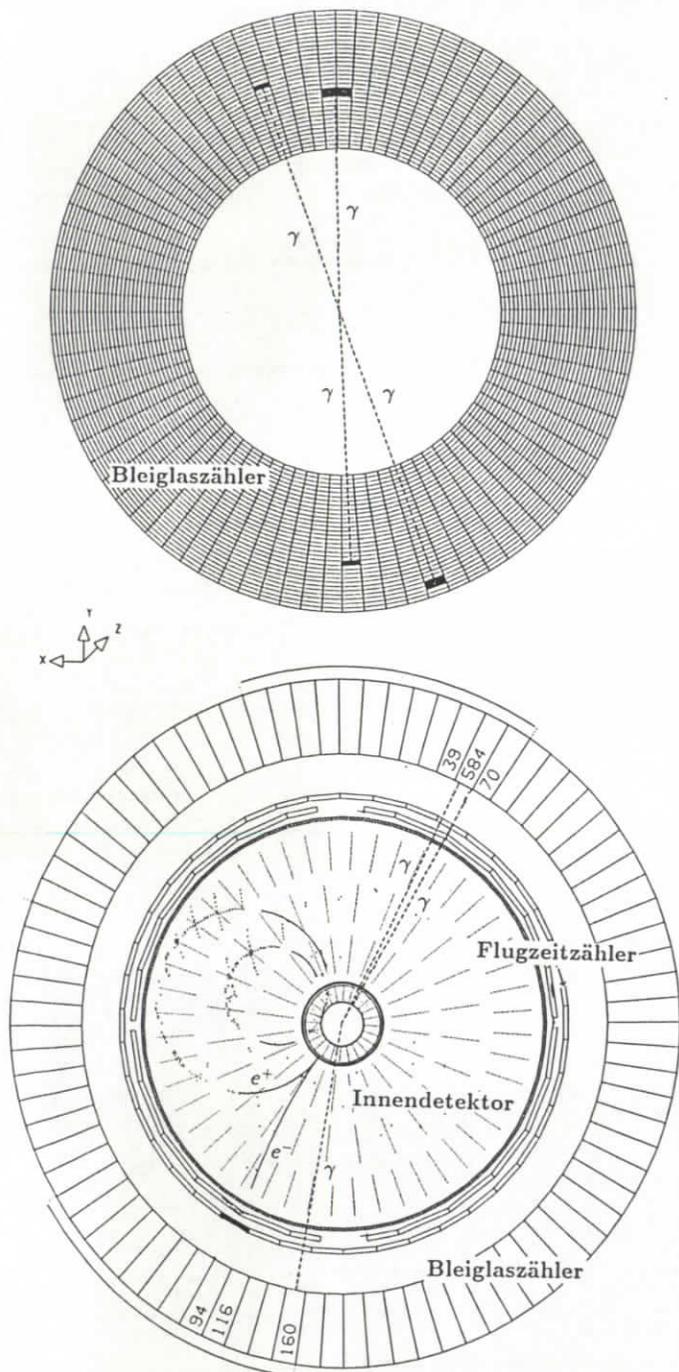


Abbildung 3.3:  $4\gamma$ -Ereignisse. Oben ist perspektivisch eine Ansicht des Zentralteils der Bleiglaszähler entlang des Strahlrohres gegeben. Das untere Bild zeigt zusätzlich den Innendetektor und die Flugzeitzähler.

### 3.2.3 Der Myonendetektor

Der Myonendetektor[24] besteht aus 7 Segmenten, die kastenförmig den inneren Detektorteil einschließen (Nr.4, 10). Hadronen werden durch vier Lagen aus Absorptionsmaterial abgeschirmt, zwischen denen die Driftkammern liegen. Sie decken 92 % des totalen Raumwinkels ab.

### 3.2.4 Der Vorwärtsdetektor

Zur Messung gestreuer Elektronen und Positronen besitzt JADE zwei Vorwärtsdetektoren aus Bleiglas, deren Begrenzungen bei  $\vartheta = 35$  mrad und  $\vartheta = 75$  mrad liegen (Nr.13, ab 1983 Szintillationszähler mit zwischengelagerten Bleischichten). Die hiernüt nachgewiesenen Bhabha-Ereignisse wurden zur schnellen Bestimmung der integrierten Luminosität verwendet, während bei Zwei-Photon-Ereignissen ein im Vorwärtszähler gemessenes Elektron oder Positron hohen  $q^2$ -Übertrag anzeigt (tagged events).

### 3.2.5 Das Bleiglas-Kalorimeter

In den Bleiglas-Zählern (Nr.8 und Nr.2) erzeugen geladene und ungeladene Teilchen elektromagnetische Schauer, deren Čerenkov-Strahlung von Photomultipliern gemessen wird. Der zylindrische Zentralteil (Nr.8) des Bleiglas-Detektors besteht aus 2520 einzelnen Blöcken mit einer Tiefe von 300 mm entsprechend 12.5 Strahlungslängen, die in 84 Reihen zu je 30 Blöcken angeordnet sind (Abbildung 3.3). Der keilförmige Schliff ermöglicht den zylindrischen Aufbau, wobei die Blöcke durch 1 mm dicke Aluminium- und Kunststoffolien lichtdicht voneinander getrennt sind. Die untere Seite der Blöcke, die 1.1 m von der Strahlachse entfernt sind, haben ein Ausmaß von 80.8 mm in  $\varphi$  und 103.2 mm in  $z$ -Richtung. Aus der Gesamtlänge von 3392 mm des Zentralteils ergibt sich eine Polarwinkelüberdeckung von  $|\cos\vartheta| < 0.84$ . Der größte Teil des verbleibenden Raumwinkels wird durch die Endkappen-Zähler (Nr.2) bedeckt ( $0.89 < |\cos\vartheta| < 0.97$ ). Sie bestehen aus je 96 quaderförmigen Blöcken desselben Bleiglastyps (SF5) mit einer Tiefe von 226 mm, entsprechend 9.5 Strahlungslängen. Der Abstand der Endkappen zum Wechselwirkungspunkt beträgt 1514 mm in  $z$ -Richtung.

1983 wurden die mittleren 6 Ringe des Zentralteils durch Blöcke des Typs SF6 ersetzt. Diese besitzen die gleichen Maße wie die SF5 Blöcke, jedoch mit 18.1 Strahlungslängen.

An den äußeren Flächen der Zähler sind ca. 6 cm lange Lichtleiter aufgeklebt, die an den Photomultipliern enden. Das Ausgangssignal wird zum einen direkt an die Triggerlogik geführt, als auch durch Analog-Digital-Wandler integriert. Die Ausleseschwelle pro Block lag bei ca. 28 MeV vor 1983 und bei 35 MeV ab 1983.

Die Energieauflösung für Energien zwischen 7 und 17 GeV wurde aus Bhabha-Ereignissen zu  $\sigma_e/E \approx 4\%/\sqrt{E(\text{in GeV})} + 1.5\%$  bestimmt. Die Winkelaufösung ergibt sich aus einer Simulationsrechnung zu  $\sigma_\varphi \approx \sigma_\theta \approx 25$  mrad und ist in Übereinstimmung mit der Erwartung aufgrund der Segmentierung. Für niedrige Photonenergien wurde die Energieauflösung mittels Fehlerfortpflanzung aus der gemessenen  $\pi^0$ -Breite berechnet. Abbildung 3.4 zeigt das  $\pi^0$ -Signal für verschiedene mittlere  $\gamma$ -Energien. Durch die so bestimmten Werte<sup>1</sup> wurde ein

<sup>1</sup>In die Berechnung gehen die bereits bestimmten Winkelfehler ein. Außerdem wurde für die ersten beiden Energiebereiche die Näherung  $\sigma(E_{\gamma_1}) \approx \sigma(E_{\gamma_2}) \approx \sigma((E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})/2)$  durchgeführt.

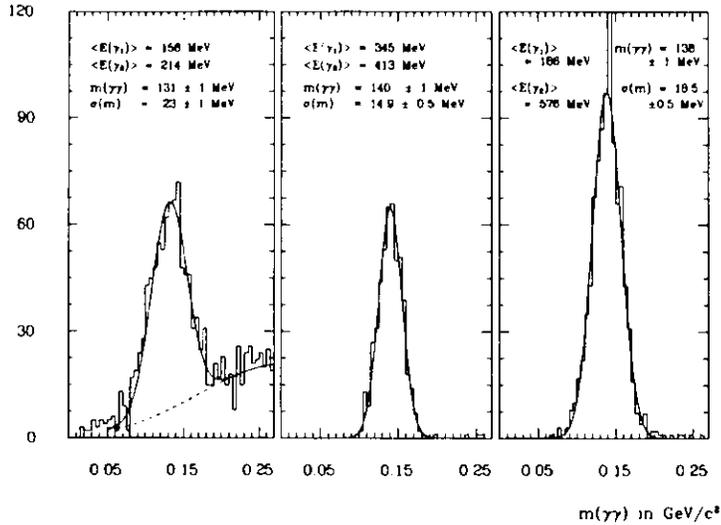


Abbildung 3.4: Bestimmung der Energieauflösung aus dem gemessenen  $\pi^0$ -Signal für verschiedenen Photonenergien.

Polynom 2. Grades gelegt:  $\sigma_E/E \approx (1.2 \cdot E^2/G\epsilon V^2 - 1.3 \cdot E/G\epsilon V + 0.4)$ , für Energien zwischen 100 und 600 MeV. Der Formel entsprechen Werte  $\sigma_E/E$  zwischen 15% und 25%.

### 3.2.6 Radiale Materialverteilung

Ein Photon besitzt beim Durchgang durch den Innendetektor eine Konversionswahrscheinlichkeit von ca. 12%. Tabelle 3.1 zeigt die radiale Materialverteilung zwischen dem Strahlrohr und dem Bleiglas-Zentralteil.

Komponente	Dicke in Strahlungslängen
Strahlrohr (vor 1984)	0.0337 (0.0503)
Verteikammer (vor 1984; Szintillationszähler)	0.0228 (0.0236)
Innere Tankwand	0.0787
Stützen und Gas des Innendetektors	0.0648
Material von der äußeren Tankwand bis zu den Flugzeitählern (ab 1984; mit z-Kammer)	0.2225 (0.2848)
Flugzeitzähler	0.0476
Magnetspule und Hitzeschild	0.7562

Tabelle 3.1: Radiale Materialverteilung.

## 3.3 Das Triggersystem

Alle 4  $\mu\text{sec}$  treffen die Elektron- und Positronstrahlen im Wechselwirkungspunkt aufeinander. Die Totzeit für das Auslesen der gesamten Information eines Ereignisses liegt im Bereich von Bruchteilen einer Sekunde. Jedes Auslesen von Untergrundeignissen bedeutet einen Luminositätsverlust, weshalb eine effiziente und schnelle Triggerlogik notwendig ist, die nur Ereignisse mit bestimmten physikalisch interessanten Topologien akzeptiert und die Auslesefrequenz auf einige Hz senkt.

Die bei JADE verwendete Triggerlogik besteht aus drei Stufen T1, T2 und T3, die zeitlich aufeinanderfolgend durchlaufen werden. In jeder Stufe kann ein Ereignis verworfen, akzeptiert oder an die folgende Stufe weitergegeben werden.

Die Triggerstufe T1 verwendet die nach ca. 350 nsec vorliegenden Informationen aus dem Bleiglas kalorimeter und den Flugzeitählern. Dafür werden die Signale aus den 2712 Bleiglasblöcken zu verschiedenen Summen integriert. Für Annihilationsprozesse ist die Summe aller Zähler, sowie die Summen der Zähler des Zentralteils und die jeder Endkappe von Bedeutung. Für diese Arbeit von Interesse sind die "Septanten"-Summen. Zu 7 Septanten werden jeweils 12 nebeneinanderliegende Reihen des Zentralteils zusammengefaßt (Abbildung 3.3). Die Triggerschwelle für einen Septanten liegt bei etwa 150 MeV deponierter Energie.

Die zweite Triggerstufe T2 kann auf die nach ca. 2.5  $\mu\text{sec}$  vorliegenden Informationen aus dem Innendetektor zugreifen. Es wird eine Spur angenommen, wenn in benachbarten Kammern verschiedener Ringe des Innendetektors eine Mindestanzahl von Signaldrähten angesprochen haben.

Die Information aus dem Myonenfilter für die dritte Triggerstufe T3 liegt nach ca. 4  $\mu\text{sec}$  vor, so daß bei Weitergabe an diese Stufe eine Totzeit von mindestens einer Strahlkollision besteht.

Um niederenergetische Endzustände aus Zwei-Photon-Prozessen nachweisen zu können, sind spezielle Trigger notwendig. Zu diesem Zweck wurden unter anderem die in Tabelle 3.2 erklärten "Septanten"-Trigger bei JADE eingeführt. Die in dieser Arbeit untersuchten Ereignisse, wurden von diesen Triggern akzeptiert. Die Motivation für die Triggerbedingungen liegt im kleinen Gesamttransversalimpuls des Zwei-Photon-Systems begründet. Gehen die abgestrahlten Photonen in zwei Teilchen ( $\pi^0\pi^0, \pi^0\eta$ ) über, so ist deren Transversalimpuls annähernd entgegengesetzt und Energie wird demgemäß in gegenüberliegenden Seiten des Bleiglasses deponiert. Ereignisse mit konvertierten Photonen können vom T2-Trigger akzeptiert werden, wenn die Spuren ausreichende Energie zum Erreichen der Flugzeitzähler besitzen.

Trigger	Periode	Bedingungen
T1	1982 - 1986	mindestens 2 gegenüberliegende Septanten; kein Flugzeitzähler
T2	1985 und 1986	mindestens 2 gegenüberliegende Septanten; 1 bis 5 Flugzeitzähler; mindestens eine Spur

Tabelle 3.2: Erklärung der verwendeten Trigger.

## 3.4 Datennahme

Alle akzeptierten Ereignisse werden einem Online-Rechner (NORD 10) zugeführt, auf dessen Speicher ein NORD 50-Rechner zugreifen kann, von dem eine erste Ereignisanalyse vorgenommen wird. Hier werden Ereignisse mit folgenden Eigenschaften verworfen :

- Zur Unterdrückung von Untergrund durch kosmische Myonen: genau zwei gegenüberliegende Flugzeitähler mit  $\Delta t \approx 4$  nsec; zusätzlich genau zwei Spuren, deren z-Vertex  $\approx 200$  mm ist.
- Spurecheck:  
Eine genauere Spurenanalyse wird vorgenommen. Ist die Zahl der gefundenen Spuren kleiner als die der Triggerlogik, wird das Ereignis verworfen.

Jedes zwanzigste als Untergrund erachtete Ereignis wird markiert und nicht verworfen, so daß der Verlust an physikalisch interessanten Ereignissen bei der späteren Analyse abgeschätzt werden kann. Vom Online-Rechner gelangen die Daten zum Rechenzentrum, wo sie auf Magnetbändern gespeichert werden.

## Kapitel 4

# Datenanalyse

Die Datenanalyse ist in mehrere Schritte untergliedert. Die Rohdaten bestehen aus den Signalen der Bleiglaszähler, der Innendetektordröhte, des Myonenfilters usw. . In der Offline-Analyse werden aus diesen Daten deponierte Energien im Bleiglas, Spuren im Innendetektor, Ionisationsverluste etc. berechnet. Die sich anschließenden sogenannten REDUC1- und REDUC2-Stufen dienen einer ersten Untergrundreduktion. Danach stehen die Daten für die individuelle Analyse zur Verfügung.

### 4.1 Offline-Datenanalyse

#### 4.1.1 Spurenrekonstruktion

Bei der Spurensuche im Innendetektor werden zunächst aus den gemessenen Punkten kurze Spurstücke gebildet, die dann zu Spuren innerhalb einer Kammer und schließlich zu Spuren im Innendetektor zusammengesetzt werden. An die Punkte wird abschließend eine Parabel bzw. ein Kreis (für Impulse unter 500 MeV/c) angepaßt[25].

#### 4.1.2 Suche nach Bleiglasclustern

Benachbarte Blöcke mit einer gemeinsamen Seite, in denen Energie deponiert ist, werden zu Clustern zusammengefaßt. Bei der Clustersuche wird vom energiereichsten Block ausgegangen und nach benachbarten Blöcken mit Energie gesehen. Steigt die Energie bei der Suche wieder an, wird der Cluster nicht um den betreffenden Block erweitert. Damit ist es möglich, sich überschneidende Schauer zu trennen.

Führt die Verlängerung einer Spur durch einen Cluster, wird dieser als ihr zugehörig angesehen. Alle Cluster, die keiner Spur zugeordnet sind, gelten als Photonkandidaten.

#### 4.1.3 Bestimmung der Bleiglasenergien

Aus den digitalen Auslesesignalen zu jedem Bleiglaszähler werden durch Multiplikation mit Kalibrationskonstanten die Energien bestimmt, die auf die Lichtleiter am Ende der Bleiglasblöcke treffen. Die Kalibrationskonstanten wurden vor Einbau für jeden Block mit einem

6 GeV Elektronenstrahl gemessen. Für den Zentralteil des Bleiglasses wurden Korrekturen zu diesen Kalibrationskonstanten aus Bhabha-Ereignissen bestimmt. Nach der Kalibration werden die in den Blöcken deponierten Energien und schließlich die Clusterenergien berechnet. Dabei werden Korrekturen für die folgenden Effekte vorgenommen:

- Winkelabhängige Nachweiswahrscheinlichkeit der Photomultiplier.
- Energieverlust aus der unvollständigen Abdeckung der Blockenden durch die runden Lichtleiter.
- Auftreffpunkt des Teilchens auf der Blockoberfläche.
- Energieverlust durch die Ausleseschwelle der einzelnen Blöcke.
- Energieverlust im Material vor dem Bleiglas.

## 4.2 Selektion von Ereignissen mit 4 Photonen

In dieser Arbeit wurden Daten aus den Jahren 1982, '85 und '86 untersucht (die 1983 und '84 bei erhöhter Strahlenergie genommenen Daten enthalten mehr Untergrund). Die REDUC1 und REDUC2 Selektion passierten für diese Jahre ca. 3 Millionen Ereignisse. Aus diesen wurden zunächst in zwei Schritten  $4\gamma$ -Ereignisse und dann  $\pi^0\pi^0$ - und  $\pi^0\eta$ -Ereignisse selektiert.

Jahr	$E_{beam}$ in GeV	Luminosität in $(pb)^{-1}$	
		Trigger T1	Trigger T2
1982	17.3	$34.0 \pm 0.2$	-
1985, '86	18.3	$115.1 \pm 0.3$	$114.4 \pm 0.3$

### 4.2.1 Vorselektion von Ereignissen mit 4 Photonen

Es wurden Ereignisse selektiert, die genau vier Photonen ohne gute Spuren enthalten. Als Photon wurde gezählt:

- eine Konversion.  
Konversionen bestehen aus im Innendetektor nachgewiesenen  $e^+e^-$ -Paaren, die gemeinsamen Ursprungspunkt haben, der nicht in der Wechselwirkungszone liegt.
- ein Bleiglascluster ohne zugehörige Spur im Innendetektor.  
Für Einblockcluster müssen zusätzlich folgende Bedingungen erfüllt sein:
  - in einer Endkappe des Bleiglasdetektors:  $E_{\gamma,deponiert} > 45$  MeV.  
Mit deponierter Energie ist die Energie gemeint, die sich nach der Kalibration ohne Korrekturen ergibt (siehe Abschnitt 4.1.3).

- im Zentralteil des Detektors:  $E_{\gamma} > 50$  MeV.  
Bei der Betrachtung der Ansprechwahrscheinlichkeit der einzelnen Blöcke fällt auf, daß einige erhöhte Raten aufweisen. Dies liegt an elektronischen Störungen in den Analog-Digital-Wandlern. Für verschiedene Zeitperioden existieren bei JADE Listen dieser Blöcke. Einblockcluster, die aus einem dieser Blöcke bestehen, werden in dieser Analyse nur als Photon gedeutet, falls sie allein in einem Septant liegen, der gesetzt ist (die Septanten werden durch das Eingangssignal der Analog-Digital-Wandler gesetzt).

Eine gute Spur muß die folgenden Kriterien erfüllen:

- mindestens acht gemessene Punkte müssen ihr zugeordnet sein.
- der Transversalimpuls ist größer als  $30$  MeV/c.
- die Verlängerung der Spur geht durch einen Zylinder (Radius =  $40$  mm, Länge =  $400$  mm) um den Wechselwirkungspunkt.

Insgesamt passierten 74,662 Ereignisse die 4-Photon-Vorselektion.

### 4.2.2 Endselektion von Ereignissen mit 4 Photonen

Die vorselektierten Daten enthalten noch einen hohen Anteil an Untergrund. Dies sind zum größten Teil Ereignisse aus Strahl-Gas- und Strahl-Wand-Wechselwirkungen oder Ereignisse mit kosmischen Myonen. Strahl-Gas- und Strahl-Wand-Ereignisse haben wegen des hohen Longitudinalimpulses vorzugsweise deponierte Energie in den Endkappen. Deshalb wurden für nichtkonvertierte Photonen gefordert, daß  $|\cos\vartheta| < 0.8$  sein muß. Für konvertierte Photonen ist ein entsprechender Winkelschnitt nicht notwendig, da man in Abbildung 4.1 erkennt, daß die Photonen vom  $e^+e^-$ -Wechselwirkungspunkt kommen. Dargestellt ist in der Abbildung die z-Koordinate der zur Strahlachse verlängerten Spuren der Konversionen. In der Verteilung wurde bei  $\pm 150$  mm geschnitten. Die meisten hierbei verworfenen Ereignisse erfüllen die späteren Selektionskriterien nicht, so daß man davon ausgehen kann, daß Untergrundereignisse im Bereich um  $0$  mm bei den späteren Schnitten auch verworfen werden.

Einzelne kosmische Myonen können beim Ein- und Austreten aus dem Detektor je zwei benachbarte Cluster im Bleiglas erzeugen. Die Spuren werden meist nicht erkannt, da das Spurerkennungsprogramm auf Erkennen von Spuren, die aus dem Wechselwirkungspunkt stammen, optimiert ist. Flugzeitähler müssen nicht gesetzt sein, weil sich die Auslesegerate des Bleiglasses und des Flugzeitählers nicht vollständig überschneiden. Zur Reduktion dieses Untergrundes wird verlangt, daß bei Ereignissen, die benachbarte Cluster besitzen, nicht alle Photonen aus einem  $\Delta\varphi$ -Bereich kleiner als  $120^\circ$  stammen.

Die verbleibenden Ereignisse wurden mit Hilfe von Grafikprogrammen am Bildschirm betrachtet und auf weiteren Untergrund untersucht. Dabei wurden Ereignisse verworfen, die von kosmischen Myonen stammen, jedoch die bisherige Selektion passierten und Ereignisse, die von elektrischen Störungen herrühren und bei denen gleiche Blockgruppen gesetzt sind. Abbildung 4.2 zeigt die verworfenen Ereignisse. Aufgetragen ist die Masse zweier Photonen gegen die Masse der beiden anderen Photonen. Im  $\pi^0\pi^0$ - und  $\pi^0\eta$ -Bereich sind keine Korrelationen festzustellen.

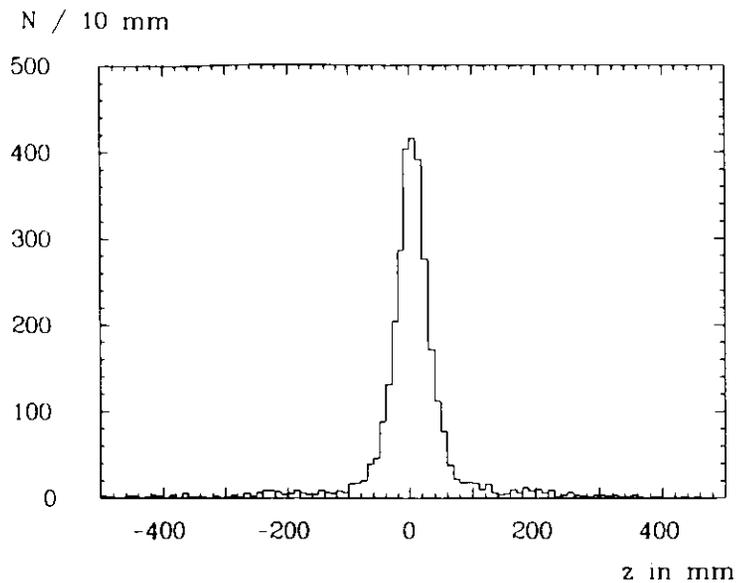


Abbildung 4.1: Vertexverteilung der Konversionsspuren.  $z$  ist entlang der Strahlachse gemessen.

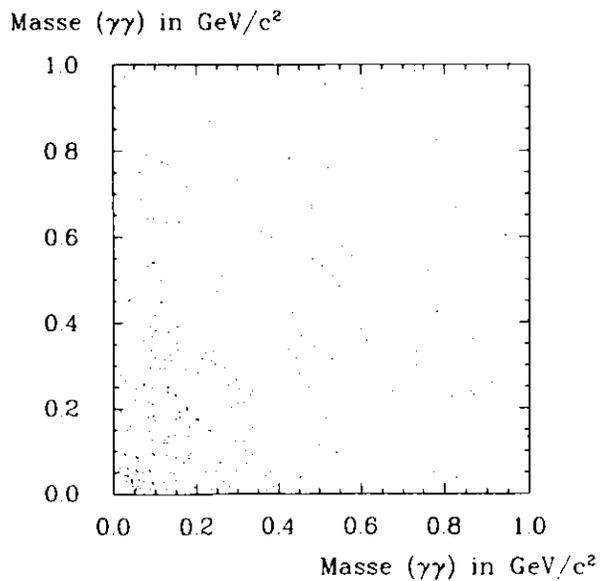


Abbildung 4.2: Verworfenere Ereignisse. 6 Einträge pro Ereignis.

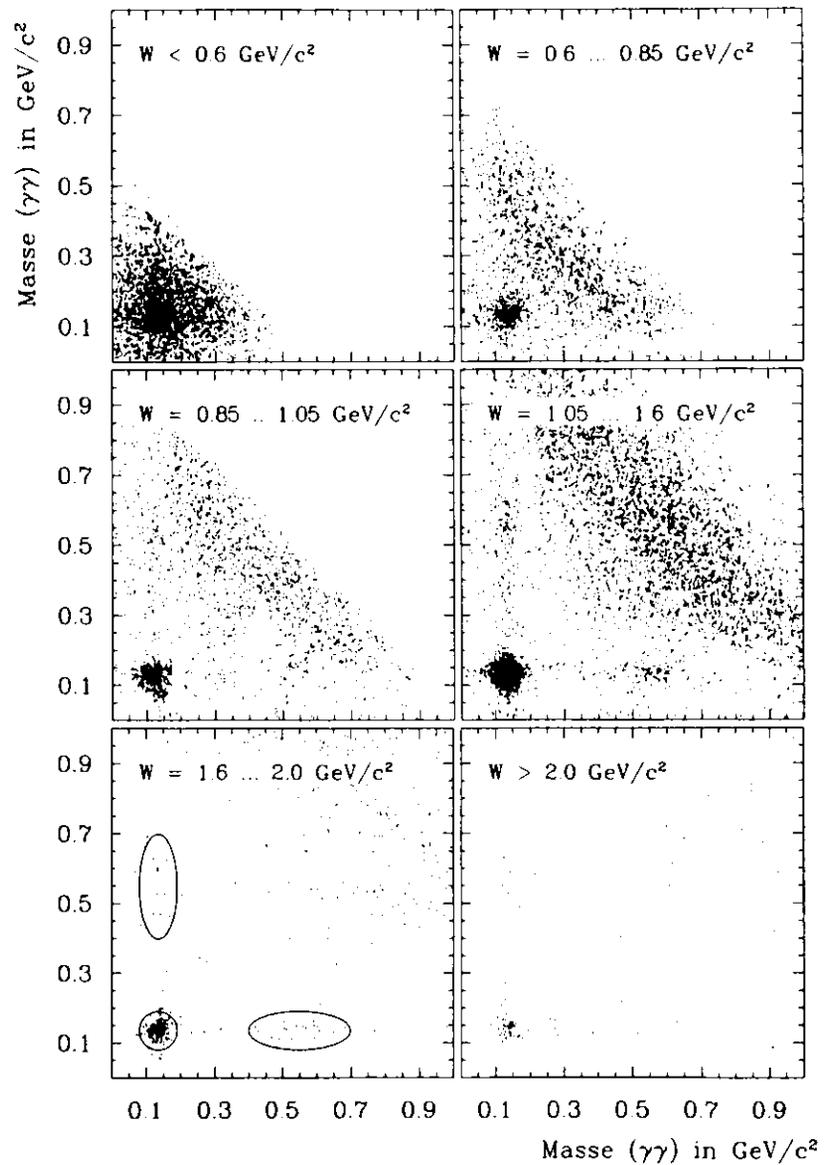


Abbildung 4.3: Masse  $\gamma\gamma$  gegen Masse  $\gamma\gamma$  bei verschiedenen invarianten Massen (3 Einträge pro Ereignis). Die Reflexion des  $\pi^0\pi^0$ -Signals zeigt sich als breites Band, das mit der invarianten Masse wandert. Unten links sind die verwendeten Massenschnitte dargestellt.

### 4.3 Selektion der $\pi^0\pi^0$ -Ereignisse

Abbildung 4.3 zeigt Korrelationsplots der selektierten 4 $\gamma$ -Ereignisse. Deutlich ist eine Anhäufung im  $\pi^0\pi^0$ -Massenbereich zu erkennen.

$\pi^0\pi^0$ -Ereignisse wurden mit folgenden Kriterien selektiert:

- Es wurde ein kreisförmiger Massenschnitt durchgeführt (Abbildung 4.3):

$$\min_{4\gamma \text{ Kombinationen}} \sqrt{(m_{\pi^0} - m_{\gamma_1\gamma_2})^2 + (m_{\pi^0} - m_{\gamma_3\gamma_4})^2} < 55 \text{ MeV}/c^2$$

- Die Photonen wurden zu Paaren geordnet und zu jeder Kombination ein  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$  berechnet:

$$\chi^2_{\pi^0\pi^0} = \frac{(m_{\pi^0} - m_{\gamma_1\gamma_2})^2}{\sigma_{m_{\gamma_1\gamma_2}}^2} + \frac{(m_{\pi^0} - m_{\gamma_3\gamma_4})^2}{\sigma_{m_{\gamma_3\gamma_4}}^2} \quad (4.1)$$

Die Fehler  $\sigma_{m_{\gamma_i\gamma_j}}$  wurden für jede Kombination aus den Energie- und Winkelauflösungen bestimmt. Für die Kombination mit minimalem  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$  wurde angenommen, daß die Paare jeweils die Zerfallsphotonen eines  $\pi^0$ 's sind. Für diese Photonpaare wurde eine kinematische Anpassung durchgeführt, die die Masse auf die  $\pi^0$ -Masse zwingt. Verwendet wurden dabei die oben angegebenen Fehler für die Energien und Richtungen.

- Schnitt im Acoplanaritätswinkel  $\varphi_a$ :  
 $\varphi_a$  ist der Winkel zwischen den beiden  $\pi^0$ 's in der  $(r, \varphi)$  Ebene. Da der Transversalimpuls bei Zwei-Photon-Ereignissen klein ist, muß auch  $\varphi_a$  klein sein. Abbildung 4.4 zeigt einen Vergleich zwischen  $\pi^0\pi^0$ -Ereignissen und einer Simulationsrechnung. Geschnitten wurde bei  $\cos \varphi_a < -0.9$ .
- Für den Transversalimpuls wurde verlangt:  $p_t < 250 \text{ MeV}/c$ .  
 Dieser Schnitt richtet sich gegen Untergrund und verringert gleichzeitig den Beitrag von Ereignissen mit hohem  $q^2$ -Übertrag (Abbildung 4.5).

Tabelle 4.1 zeigt die Reduktionsraten. Im Histogramm der invarianten Masse der beiden  $\pi^0$ 's (Abbildung 4.6) ist die  $f_2(1270)$ -Resonanz zu erkennen mit einer kleinen Schulter im  $f_0(975)$ -Massenbereich. Bei höheren Massen befindet sich keine Struktur. Die Bestimmung der  $\gamma\gamma$ -Breiten wird in Kapitel 6 vorgenommen. Der niederenergetische Massenbereich wird in dieser Arbeit nicht behandelt.

Ereignisse / 0.02

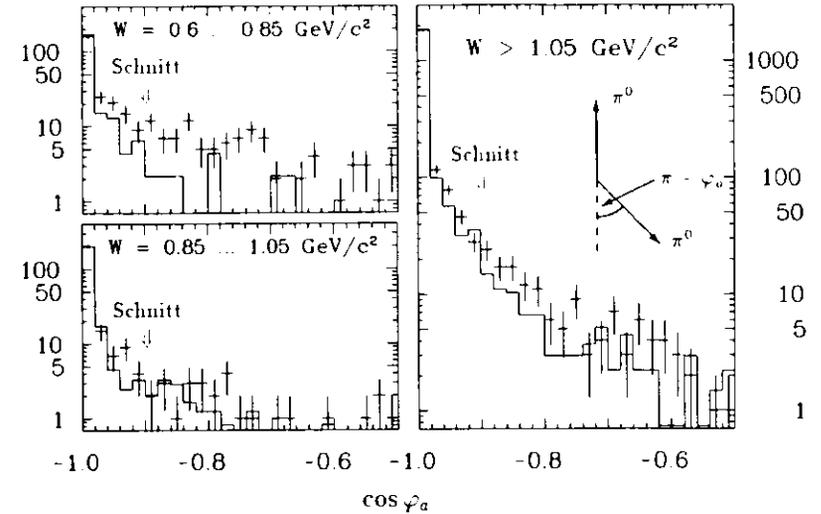


Abbildung 4.4:  $\cos \varphi_a$ -Vergleich der Daten (Kreuze) mit der Simulation (durchgezogen). Normiert wurde auf die ersten beiden Bins.

Ereignisse / 0.004  $(\text{GeV}/c)^2$

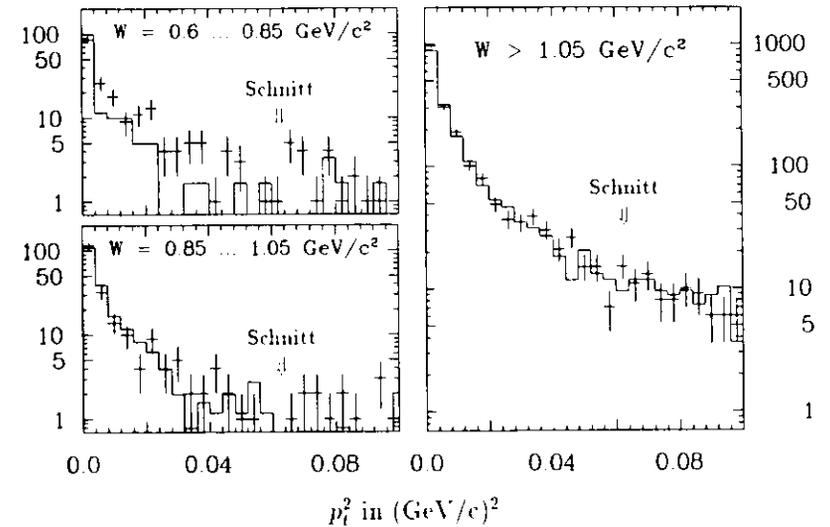


Abbildung 4.5:  $p_t^2$ -Vergleich von Daten (Kreuze) und Simulation (durchgezogen) nach dem Acoplanaritätsschnitt. Normiert wurde auf die ersten beiden Bins.

Ereignisse / (30 MeV/c<sup>2</sup>)

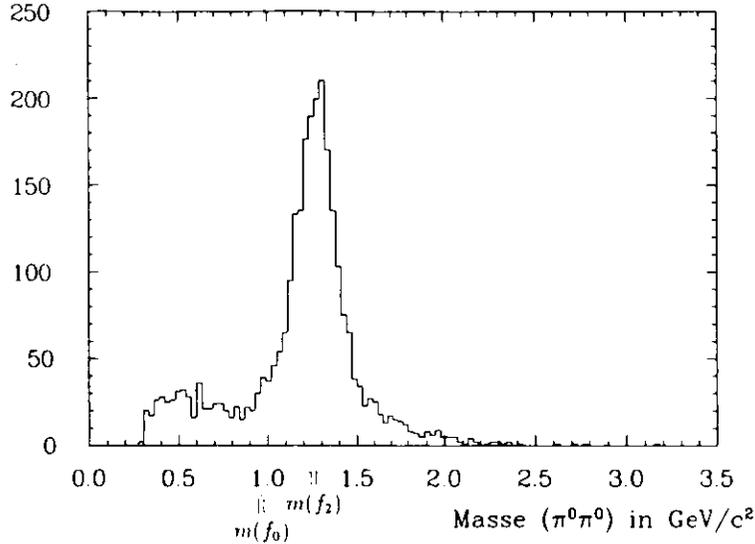


Abbildung 4.6: Invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse.

#### 4.4 Selektion der $\pi^0\eta$ -Ereignisse

Die zweidimensionalen Verteilungen (Abbildung 4.3) zeigen bei höheren invarianten Massen eine weitere Korrelation bei der  $\pi^0\eta$ -Masse. Die Selektion dieser Ereignisse umfaßt, ausgehend von den selektierten  $4\gamma$ -Ereignissen, folgende Schritte:

- Es muß eine  $4\gamma$ -Kombination geben mit:

$$\sqrt{\frac{(m_{\pi^0} - m_{\gamma_1\gamma_2})^2}{(55 \text{ MeV}/c^2)^2} + \frac{(m_{\eta} - m_{\gamma_3\gamma_4})^2}{(150 \text{ MeV}/c^2)^2}} < 1$$

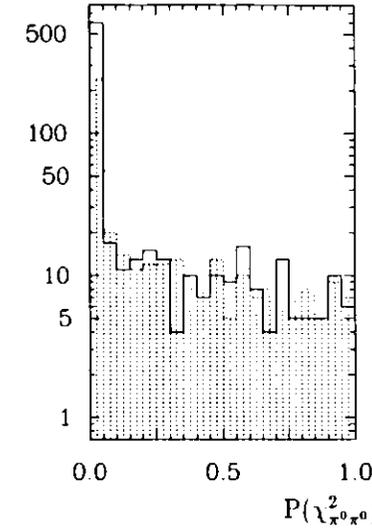
Der Massenschnitt ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

- Berechnet wurden  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$ -Werte.  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$  ist definiert durch Gleichung (4.1). Wie bei der  $\pi^0\pi^0$ -Selektion wird die  $4\gamma$ -Kombination mit minimalem  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$  bestimmt. Abbildung 4.7 zeigt die diesen  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$ -Werten entsprechenden Wahrscheinlichkeiten, daß das Ereignis ein  $\pi^0\pi^0$ -Ereignis ist, für den obigen Massenbereich, einen Kontrollbereich, der um den  $\pi^0\eta$ -Massenbereich liegt, und für eine Simulationsrechnung des  $a_0(980)$ . Für  $\pi^0\pi^0$ -Ereignisse erwartet man einen flachen Verlauf. Um solche Ereignisse zu unterdrücken wurde gefordert, daß die  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$  zugeordnete Wahrscheinlichkeit  $< 0.2\%$  ist.

- Analog zu  $\chi^2_{\pi^0\pi^0}$  wird  $\chi^2_{\pi^0\eta}$  definiert:

$$\chi^2_{\pi^0\eta} = \frac{(m_{\pi^0} - m_{\gamma_1\gamma_2})^2}{\sigma_{m_{\gamma_1\gamma_2}}^2} + \frac{(m_{\eta} - m_{\gamma_3\gamma_4})^2}{\sigma_{m_{\gamma_3\gamma_4}}^2}$$

Ereignisse / 0.05



Ereignisse / 0.001

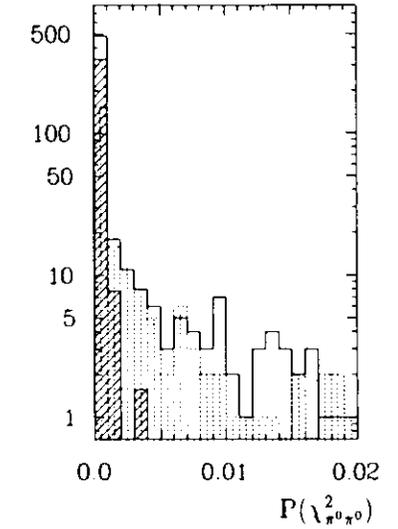


Abbildung 4.7: Wahrscheinlichkeit für die  $\pi^0\pi^0$ -Hypothese im  $\pi^0\eta$ -Bereich (durchgezogen), einem Kontrollbereich (gepunktet) und für eine Simulation von  $a_0(980)$ -Ereignissen (schraffiert).

Für die  $4\gamma$ -Kombination mit minimalem  $\chi^2_{\pi^0\eta}$  wurden kinematische Anpassungen an die  $\pi^0$ - bzw.  $\eta$ -Masse durchgeführt.

- $\cos \varphi_a \approx -0.8$ . Der Schnitt wurde hier etwas schwächer gewählt, da er in der Nähe der unteren Massengrenze ( $m_{\pi^0} + m_{\eta}$ ) härter wirkt.
- $p_t < 250 \text{ MeV}/c$ .

Die Reduktionsraten sind der Tabelle 4.1 zu entnehmen. In der Massenverteilung (Abbildung 4.8) sind zwei Resonanzen bei der  $a_2(1320)$ - und der  $a_0(980)$ -Masse zu erkennen.

	$\pi^0\pi^0$ -Selektion	$\pi^0\eta$ -Selektion
nach REDUC2	2,948,713	
nach $4\gamma$ -Vorselektion	74,662	
nach $4\gamma$ -Endselektion	5,722	
Massenschnitt	3,815	755
$\chi^2$ -Schnitt		501
$\cos \varphi_a$ -Schnitt	3,049	343
$p_t$ -Schnitt	2,764	291

Tabelle 4.1: Reduktionsraten der Analyse.

## Kapitel 5

### Die Simulationsrechnung

Zur Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeit des Detektors wurden Ereignisse in Form von Vierer-Impulsvektoren produziert. Ein Detektorsimulationsprogramm erzeugt für diese Ereignisse Datenbanken, die denen experimenteller Daten entsprechen. Auf die so simulierten Ereignisse kann die gleiche Analyse wie auf die experimentellen Daten angewendet werden.

#### 5.1 Die Erzeugung von Ereignissen

Für alle untersuchten Resonanzen wurden jeweils getrennt Ereignisse generiert. Ausgangspunkt ist der differentielle Wirkungsquerschnitt (Gleichungen 2.5, 2.7, 2.8). Die Erzeugung der Impuls-Vierervektoren geschieht in zwei Schritten:

- Resonanzproduktion  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-R$   
Bei der Resonanzproduktion gibt es 6 kinematische Freiheitsgrade  $\{3 \cdot 4$  (auslaufende Teilchen)  $- 4$  (Energie-Impuls-Erhaltung)  $- 2$  (Masse des Elektrons und Positrons)}. Die Vierervektoren werden unter Benutzung eines Programms von Kawabata [26] erzeugt. Dabei wird der 6-dimensionale Zustandsraum in Quader unterteilt, deren Größe umgekehrt proportional zum Wirkungsquerschnitt gewählt wird. Für diese Quader wird der integrierte Wirkungsquerschnitt berechnet und auf einem Datenträger gespeichert. Dann können mit wenig Zeitaufwand Ereignisse generiert werden, indem man aus jedem Quader gleichviele Ereignisse betrachtet und von diesen entsprechend des zugeordneten Wirkungsquerschnitts Ereignisse auswählt.  
Bei dieser Prozedur wird auch das Integral I (Gleichung 2.10) bestimmt.
- Zerfall der Resonanz  $R \rightarrow \pi^0\pi^0, \pi^0\eta \rightarrow 4\gamma$   
Hier wird das Programm SAGE von Friedman [27] benutzt, das einen Phasenraumzerfall erzeugt. Die Winkelverteilung  $d\sigma_{\gamma\gamma}/d\cos\theta^* \propto G(\cos\theta^*)$  ist dabei nicht berücksichtigt.

#### 5.2 Die Detektorsimulation

Für die erzeugten Vierervektoren des Endzustandes wird das Verhalten der entsprechenden Teilchen im Detektor simuliert. Die Entwicklung eines Schauers im Bleiglas beruht auf einer

Ereignisse / (60 MeV/c<sup>2</sup>)

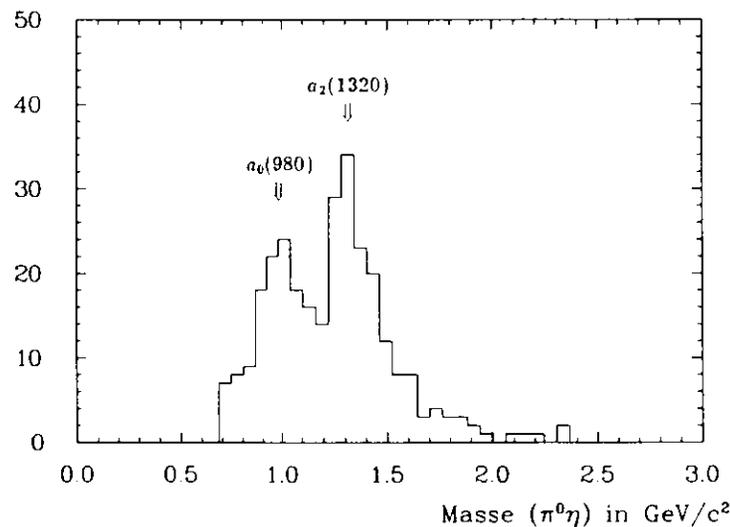


Abbildung 4.8: Invariante  $\pi^0\eta$ -Masse.

vollständigen Schauersimulation mit den Schauerverteilungen nach Messel und Crawford 28]. Bei der Trigger simulation werden Septanten in Abhängigkeit der deponierten Energie gesetzt. Hierfür wurden Wahrscheinlichkeitsverteilungen für das Ansprechen der Septanten benutzt, die bestimmt wurden aus Ereignissen, die unabhängig von den Septantentriggern akzeptiert wurden [29].

### 5.3 Die Winkelverteilung

Wie bereits oben erwähnt wurde die Winkelverteilung  $d\sigma_{\gamma\gamma}/d\cos\theta^* \propto G(\cos\theta^*)$  bei der Simulation bisher nicht berücksichtigt. Dadurch ist es möglich, nachdem die simulierten Ereignisse alle Analyseschritte durchlaufen haben, verschiedene Winkelverteilungen durch Gewichtung zu erzeugen. Abbildung 5.1 zeigt die verschiedenen Verteilungen für Spin 2 und 4. Bei den gewählten Schnitten können Ereignisse bis  $|\cos\theta^*| \approx 0.8$  beobachtet werden, so daß die Nachweiswahrscheinlichkeit stark vom Helizitätszustand abhängt.

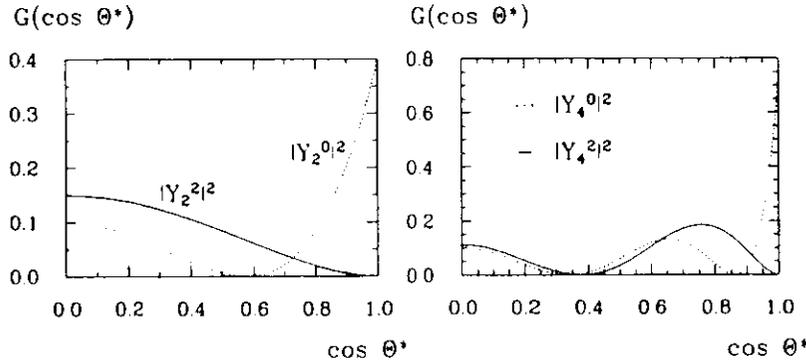


Abbildung 5.1: Winkelverteilungen für Spin 2 (links) und Spin 4 (rechts).

Simulierte Ereignisse mit bestimmter Winkelverteilung werden wie folgt erzeugt. Berechnet wird zunächst für jedes Ereignis des Gesamt samples die  $\cos\theta^*$ - und die entsprechenden  $G(\cos\theta^*)$ -Werte. Dann wird für jedes Ereignis eine Zufallszahl zwischen 0 und  $\max\{G(\cos\theta^*)\}$  erzeugt. Ein Ereignis wird dem gesuchten Sample zugeordnet, wenn die Zufallszahl kleiner als der Wert  $G(\cos\theta^*)$  ist. Da diese Überprüfung für alle Ereignisse unabhängig voneinander ist, kann sie an beliebiger Stelle in der Analyse vorgenommen werden.

### 5.4 Vergleich der Daten mit der Simulationsrechnung

Um die Qualität der Simulationsrechnung zu überprüfen, wurden verschiedene Verteilungen mit den Daten verglichen.

Abbildung 5.2 zeigt das  $\pi^0$ - und  $\eta$ -Signal. Links wurden Daten im Massenbereich von 1.1 - 1.5  $\text{GeV}/c^2$  mit der Simulationsrechnung für das  $f_2(1270)$  verglichen. Rechts sind Ereignisse

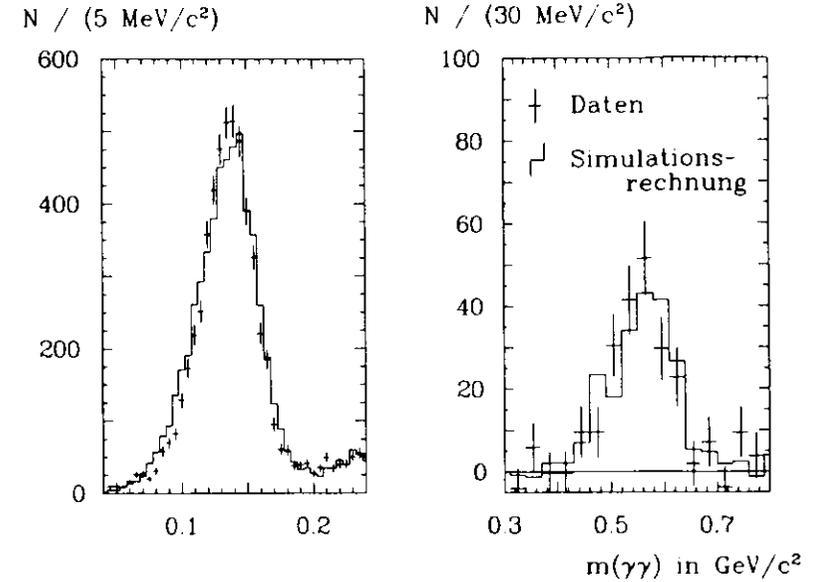


Abbildung 5.2: Invariante  $\gamma\gamma$ -Masse. Vergleich des  $\pi^0$ - und  $\eta$ -Signals.

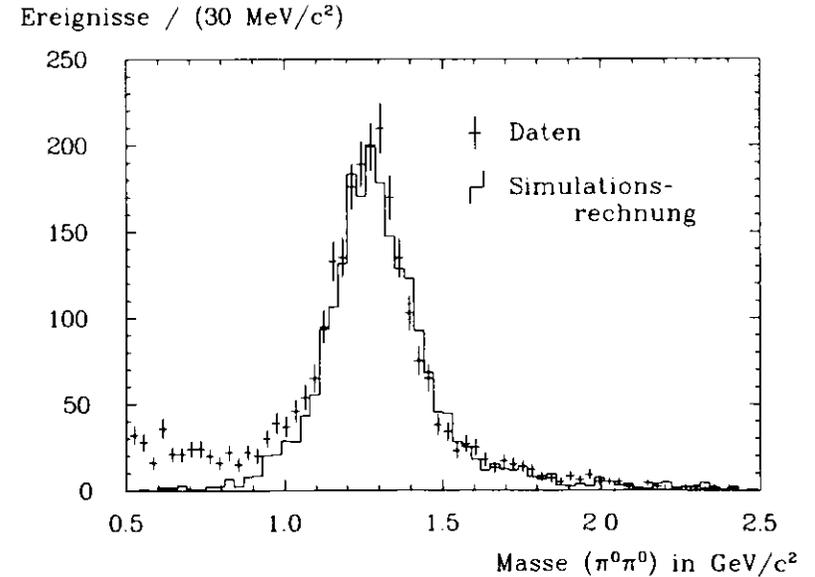


Abbildung 5.3: Invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse der Daten und der Simulationsrechnung für das  $f_2(1270)$ .

mit Gesamtmassen über  $700 \text{ MeV}/c^2$  dargestellt; die Simulationsrechnung besteht hier aus einer Mischung aus  $a_2(1320)$ - und  $a_0(980)$ -Ereignissen. Der Untergrund wurde subtrahiert.

Die Übereinstimmung in der  $\pi^0\pi^0$ -Massenverteilung für das  $f_2(1270)$  (Abbildung 5.3) zeigt, daß die einfache Breit-Wigner-Parametrisierung (Gleichung 2.8) gerechtfertigt ist. Zu weiterem Vergleich der Simulation mit den Daten eignet sich wegen der hohen Statistik und geringen Untergrundrate am besten der Bereich der  $f_2(1270)$ -Resonanz ( $W \sim 1.1 \dots 1.5 \text{ GeV}/c^2$ ). Angenommen wurde eine 100%ige Helizität 2 Erzeugung (Begründung siehe Abschnitt 6.1).

Die  $\cos\varphi_a$ - und  $p_t$ -Verteilungen wurden bereits in Abschnitt 4 gezeigt. In Abbildung 5.4 sind die Photonenergien und darunter die in den Septanten deponierten Energien, welche bei der Triggersimulation Verwendung finden, dargestellt. Alle kinematischen Größen zeigen eine gute Übereinstimmung zwischen Daten und der Simulation.

Abweichungen treten bei der Blockmultiplizität der Bleiglascluster auf, die in der Simulation höher als in den Daten ist (Abbildung 5.6). Es ist notwendig, mögliche Einflüsse dieser Abweichungen auf die Nachweiswahrscheinlichkeit zu berücksichtigen. Bei der Vorselektion wurden Einblockcluster nicht berücksichtigt, wenn der Block öfter elektronische Störungen aufweist (Abschnitt 4.2.1). Es kommt vor, daß ein Ereignis verworfen wird, weil ein Photon einen Einblockcluster verursacht hat, der als elektronische Störung gedeutet wird. Da die Wahrscheinlichkeit für Einblockphotonen in der Simulation höher als in den Daten ist, werden in der Simulation auch mehr solche Ereignisse verworfen. Dies wird korrigiert. Angenommen wird, daß dieser Verlust die Blockmultiplizitätsverteilung nicht wesentlich ändert. Dann ist die Zahl der Einblockphotonen in der Simulation um 23 % höher als in den Daten. Ein Einblockcluster wird in der Simulation nun nur mit 77 % Wahrscheinlichkeit nach den obigen Kriterien als Photon verworfen. Ändert man die Wahrscheinlichkeit auf 72 bzw. 82%, so ändert sich die Nachweiswahrscheinlichkeit relativ um  $\pm 0.6\%$ . Dies geht in den systematischen Fehler ein.

## 5.5 Bestimmung der Nachweiswahrscheinlichkeiten

Für fünf Resonanzen wurden Ereignisse generiert. Dabei wurden die Massen und totalen Zerfallsbreiten der Particle Data Group verwendet (siehe Anhang A)[1]. Der Potentialradius im Spin-Barrier-Faktor wurde auf  $1 \text{ fm}$  gesetzt.

Bei der Berechnung der Nachweiswahrscheinlichkeiten ist zu bedenken, daß die Zahl der generierten Ereignisse wegen der Helizitätsgewichtung mit

$$\frac{\max\{G(\cos\theta^*)\}}{\int d\cos\theta^* G(\cos\theta^*)} \begin{cases} 18,5 & (\text{Spin } 2, \text{ Helizität } 2) \\ 3645/1568 & (\text{Spin } 4, \text{ Helizität } 2) \end{cases} \quad (5.1)$$

zu multiplizieren ist. Des weiteren sind Effekte zu berücksichtigen, die in der Simulationsrechnung nicht enthalten sind:

- Flugzeitzähler können auch durch Synchrotronstrahlung gesetzt werden. Dies ist in der Simulationsrechnung nicht enthalten. Dadurch kann die Triggerbedingung für den T1-Trigger verletzt werden. Untersucht wurde der Effekt bei JADE mit Bhabha-Ereignissen, bei denen die Elektronen oder Positronen im Vorwärtsdetektor nachgewiesen wurden, und mit Ereignissen, die von einem Zufalls-Trigger akzeptiert wurden. Die Korrekturfaktoren mit systematischen Fehlern, die sich bei der Bestimmung aus den beiden Ereignisklassen ergeben, sind für 1982 :  $0.83 \pm 0.005$  und für 1986 :  $0.913 \pm 0.005$

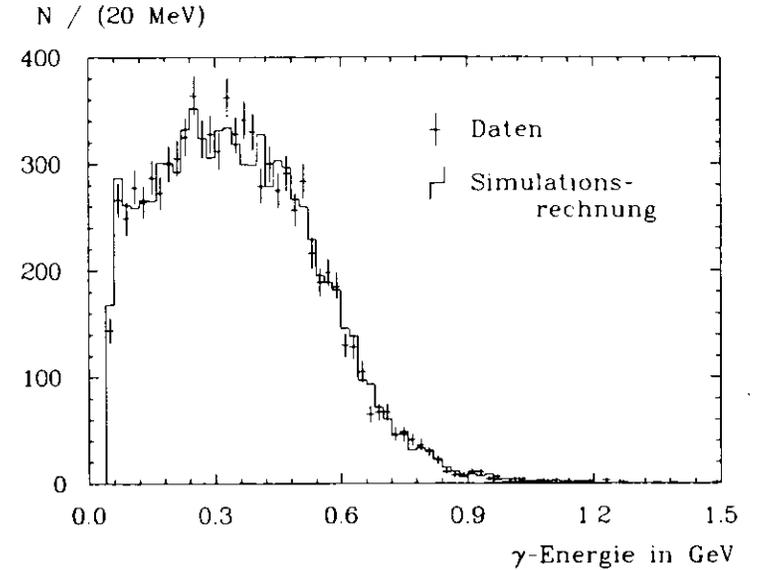


Abbildung 5.4: Photonenergie.

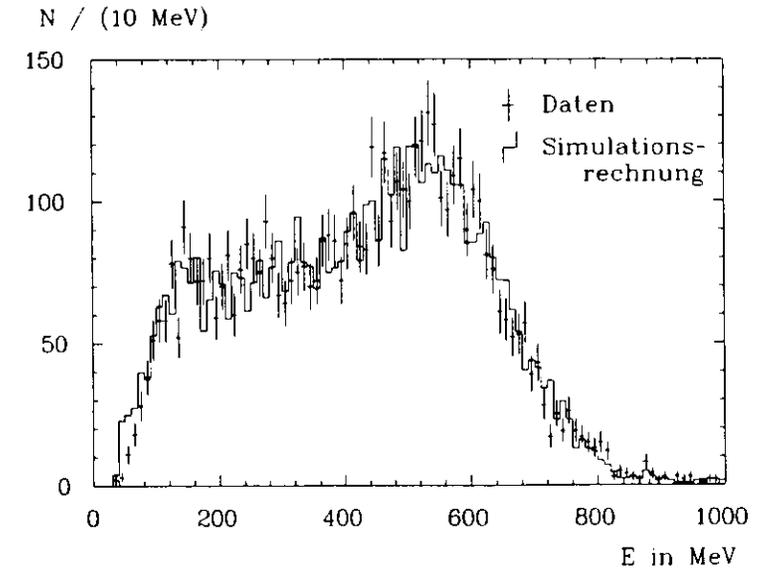


Abbildung 5.5: Deponierte Energie in gesetzten Septanten.

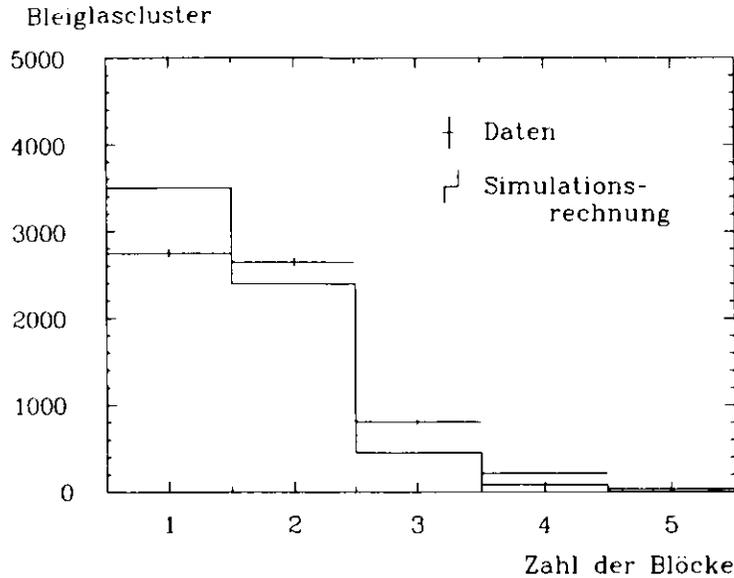


Abbildung 5.6: Blockmultiplizität der Bleiglascluster.

• Akzeptanz des Bleiglases :

Das Bleiglas des Zentralteils überdeckt wegen der Ummantelung der Blöcke nur 98.2 % des vollen Winkels  $\varphi$ . In der Simulationsrechnung sind diese Lücken nicht enthalten. Um Effekte wie Konversionen hinter den Flugzeitzählern oder Verringerung des Freiraums durch Druckverformung zu berücksichtigen, wurde eine 1%ige Wahrscheinlichkeit mit einem systematischen Fehler von 0.5% für die fehlende Akzeptanz angenommen. Dies führt zu den Korrekturfaktoren:

$$\begin{aligned} \text{T1 (4 Photonen)} & (0.99)^4 \approx 0.96 \pm 0.02 \\ \text{T2 (\approx 2-3 Photonen)} & (0.99)^{2.5} \approx 0.97 \pm 0.02 \end{aligned}$$

• Online-Selektion:

Unter den selektierten  $\pi^0\pi^0$ -Ereignissen wurde im Massenbereich des  $f_2(1270)$  ein Ereignis gefunden, das bei der Onlineselektion als Untergrund gekennzeichnet wurde und etwa 20 verworfenen Ereignissen entspricht (Abschnitt 3.4). Umgerechnet auf die Gesamtzahl der  $f_2$  Ereignisse ergibt dies einen Verlust von ca. 1%.

Damit erhält man für die Korrekturfaktoren:

	Trigger T1	Trigger T2
1982	$0.79 \pm 0.02$	-
1985, 1986	$0.87 \pm 0.02$	$0.96 \pm 0.02$

Die korrigierten Nachweiswahrscheinlichkeiten sind der Tabelle 5.1 zu entnehmen. Für die Resonanzen mit Spin 2 und 4 sind die Werte für Helizität 2 angegeben (zur Begründung siehe Abschnitt 6.1).

$\pi^0\pi^0$ -Ereignisse	$f_0(975)$		$f_2(1270)$ (Helizität 2)		$f_4(2030)$ (Helizität 2)	
	1982	1985,'86	1982	1985,'86	1982	1985,'86
generierte Ereignisse	14027	25269	43374	151937	2907	5583
Ereignisse nach $\pi^0\pi^0$ -Analyse	T1 $147 \pm 12$	T1 $228 \pm 15$	T1 $508 \pm 23$	T1 $1744 \pm 42$	T1 $11 \pm 3$	T1 $40 \pm 6$
	T2 -	T2 $85 \pm 9$	T2 -	T2 $766 \pm 28$	T2 -	T2 $13 \pm 4$
Nachweiswahrscheinlichkeit	T1 $0.83 \pm 0.07$	T1 $0.79 \pm 0.05$	T1 $1.66 \pm 0.07$	T1 $1.87 \pm 0.04$	T1 $0.70 \pm 0.21$	T1 $1.45 \pm 0.23$
	T2 -	T2 $0.32 \pm 0.04$	T2 -	T2 $0.91 \pm 0.03$	T2 -	T2 $0.52 \pm 0.14$

$\pi^0\eta$ -Ereignisse	$a_0(980)$		$a_2(1320)$ (Helizität 2)	
	1982	1985,'86	1982	1985,'86
generierte Ereignisse	8000	14981	8376	16000
Ereignisse nach $\pi^0\eta$ -Analyse	T1 $36 \pm 6$	T1 $116 \pm 11$	T1 $40 \pm 6$	T1 $129 \pm 11$
	T2 -	T2 $37 \pm 6$	T2 -	T2 $63 \pm 8$
Nachweiswahrscheinlichkeit	T1 $0.36 \pm 0.06$	T1 $0.67 \pm 0.06$	T1 $0.71 \pm 0.11$	T1 $1.31 \pm 0.11$
	T2 -	T2 $0.24 \pm 0.04$	T2 -	T2 $0.71 \pm 0.09$

Tabelle 5.1: Nachweiswahrscheinlichkeiten.

Da Resonanzen bei verschiedenen Massen simuliert wurden, kann man eine massenabhängige Nachweiswahrscheinlichkeit bestimmen, die für die Anpassung der Breit-Wigner-Funktion an die Daten verwendet wird. Wichtig ist dies für die  $f_2$ -Resonanz, die mit hoher Statistik untersucht wird. Die massenabhängige Nachweiswahrscheinlichkeit für den  $\pi^0\pi^0$ -Kanal ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Zur Berechnung wurden auch Simulationsrechnungen im niederenergetischen Bereich benutzt. Für den  $\pi^0\eta$ -Kanal wurde einfach eine lineare Abhängigkeit angenommen, deren Parameter sich aus der Simulationsrechnung für das  $a_2$  und  $a_0$  (mit  $W(\cos\theta^*) = 1$ ) bestimmen:  $\sum \epsilon L \cdot (pb) = -0.4 + 1.6 \cdot W / (\text{GeV}/c^2)$ .

# Kapitel 6

## Ergebnisse und Diskussion

### 6.1 Die Helizitätsamplitude des $f_2(1270)$

Für die  $f_2(1270)$ -Resonanz wurde von verschiedenen Experimenten eine Helizitätsbestimmung aus der Winkelverteilung der Pionen durchgeführt [30]. Nach theoretischen Überlegungen wird erwartet, daß die  $f_2(1270)$  und  $a_2(1320)$  Resonanzen hauptsächlich mit Helizität 2 erzeugt werden:

- Im nichtrelativistischen Quarkmodell koppelt ein  $^3P_2$ -Zustand nicht an zwei Photonen mit Helizität 0 [31].
- Auch Rechnungen mit "finite energy sum rules" ergeben die Dominanz des Helizität 2 Anteils [32].
- Nach den Clebsch-Gordan Koeffizienten addieren sich zwei Spin 1 Teilchen bei Gesamthelizität 0 zu 1/6 und bei Helizität 2 immer zu Gesamtspin 2 (bei Drehimpuls 0). Deshalb hat man, auch wenn die Matrixelemente für den Zerfall der Resonanz in zwei Photonen unabhängig von der Helizität ist, eine Unterdrückung von Helizität 0 [33].

Da die Impulse der virtuellen Photonen nicht bekannt sind, kann nicht direkt der Winkel  $\theta^*$  zwischen der Photonrichtung und der Pionenrichtung im Schwerpunktsystem der  $f_2(1270)$ -Resonanz betrachtet werden. Sinnvoll ist es, den Winkel  $\vartheta^*$  zwischen der Strahlachse und einem Pion im Ruhesystem der Resonanz zu wählen, da die virtuellen Photonen bevorzugt in Vorwärtsrichtung abgestrahlt werden. Abbildung 6.1 zeigt diese Winkelverteilung für den Bereich von 1.1 bis 1.5  $\text{GeV}/c^2$  in der  $\pi^0\pi^0$ -Massenverteilung (Abbildung 4.6). Es ist zu erkennen, daß die Daten gut mit Helizität 2 Erzeugung vereinbar sind.

Die Winkelverteilung der Daten wird verglichen mit einer Mischung aus Spin 0 und Spin 2 mit den Helizitäten 0 oder 2 :

$$G(\vartheta^*, \cos \theta^*) = a' Y_2^2 + b' Y_2^0 + c' Y_0^0 \quad (6.1)$$

Der Spin 0 Anteil kann aus nichtresonanter  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung, oder auch aus Resonanzproduktion des  $f_0(1300)$ , das in  $\pi^0\pi^0$  zerfällt, stammen. Das  $f_0(1300)$  hat eine Masse von etwa 1.3  $\text{GeV}/c^2$  und eine totale Breite zwischen 150 und 400 MeV [1], so daß diese Resonanz durchaus unter dem  $f_2(1270)$  liegen kann, ohne daß man sie in der Massenverteilung sieht.

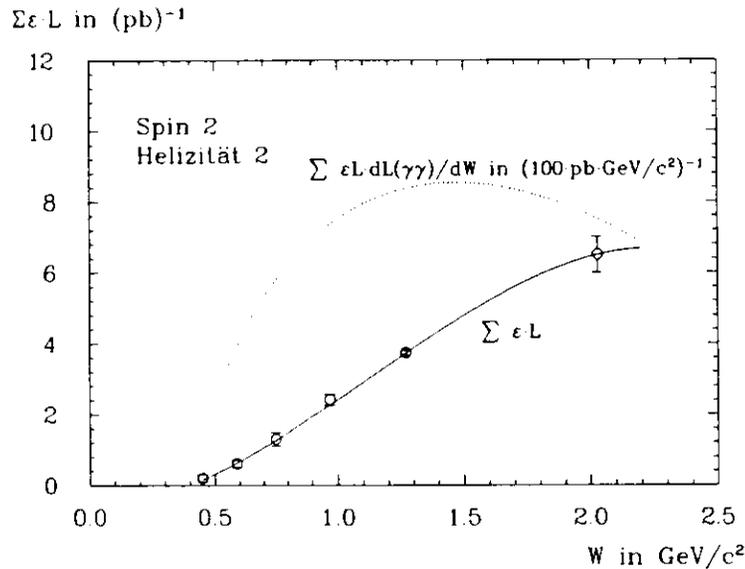


Abbildung 5.7: Massenabhängige Nachweiswahrscheinlichkeit für das  $f_2(1270)$ .

Ereignisse (normiert) / 0.1

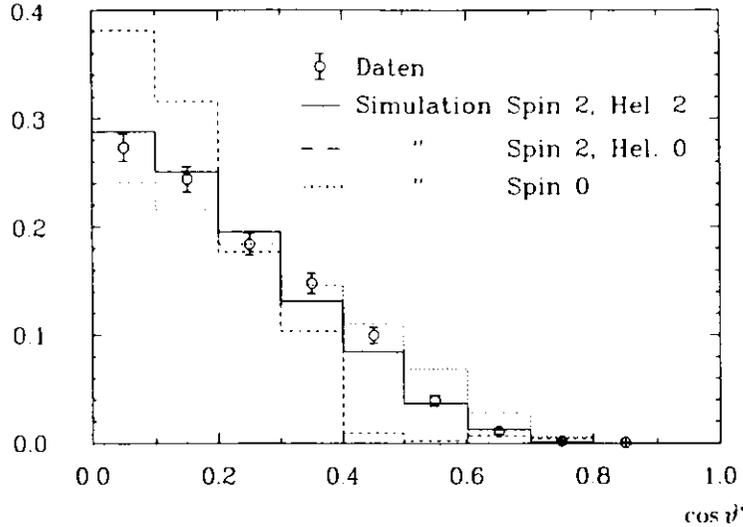


Abbildung 6.1: Winkelverteilung der Pionen im  $f_2(1270)$ -Massenbereich ( $1.1 - 1.5 \text{ GeV}/c^2$ ).

Wie bereits erwähnt interferieren Helizität 0 und 2 nicht miteinander. Dann läßt sich  $G(\cos \theta^*)$  nach Mittelung über  $\phi^*$  in Abhängigkeit von drei reellen Parametern  $a, b, c$  und einer relativen Phase  $\delta$  zwischen  $b'$  und  $c'$  schreiben:

$$G(\cos \theta^*) = a^2 |Y_2^{2,2}|^2 + b^2 |Y_2^{0,2}|^2 + c^2 |Y_0^{0,2}|^2 + 2 b c Y_2^0 Y_0^0 \cos \delta \quad (6.2)$$

Simuliert wurden Ereignisse mit Winkelverteilungen proportional zu  $|Y_2^2|^2$ ,  $|Y_2^0|^2$  und  $|Y_0^0|^2$ , deren  $\cos \theta^*$ -Verteilungen ebenfalls in Abbildung 6.1 dargestellt sind und mit  $N^{2,2}$ ,  $N^{2,0}$  und  $N^{0,0}$  bezeichnet werden. Für die Anpassungsrechnung werden diese Verteilungen entsprechend Gleichung (5.1) normiert. Nach Gleichung (6.2) sollen die Daten  $D_i$  beschrieben werden durch:

$$F_i(a, b, c, \delta) = a^2 N_i^{2,2} + b^2 N_i^{2,0} + c^2 N_i^{0,0} + 2 \text{Sign}_i b c \sqrt{N_i^{2,0} N_i^{0,0}} \cos \delta$$

Der Index  $i$  bezieht sich auf die Bins.  $\text{Sign}_i$  gibt das Vorzeichen der Spin 2, Helizität 0 Komponente ( $\propto Y_2^0$ ) an, da dieses in der Winkelverteilung  $N_i^{2,0}$  nicht enthalten ist. Zur Bestimmung der Parameter wird ein  $\chi^2$  minimiert:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(D_i - F_i)^2}{\sigma_{(D_i - F_i)}^2}$$

Die Verteilungen  $N^{2,2}$  und  $N^{2,0}$  wurden durch Gewichtungen aus der Verteilung  $N^{0,0}$  gewonnen (Abschnitt 5.3), weshalb ihre Fehler nicht unabhängig voneinander sind. Nach Umformung von  $F_i$

$$F_i(a, b, c, \delta) = \left( a^2 \frac{N_i^{2,2}}{N_i^{0,0}} + b^2 \frac{N_i^{2,0}}{N_i^{0,0}} + c^2 + 2 \text{Sign}_i b c \cos \delta \sqrt{\frac{N_i^{2,0}}{N_i^{0,0}}} \right) N_i^{0,0}$$

erhält man den Fehler als:

$$\sigma_{(D_i - F_i)}^2 = \sigma_{D_i}^2 + \left( \frac{F_i}{N_i^{0,0}} \right)^2 \sigma_{N_i^{0,0}}^2 + \left( a^2 N_i^{0,0} \right)^2 \sigma_{(N_i^{2,2}, N_i^{0,0})}^2 + \left( b^2 N_i^{0,0} \cdot \text{Sign}_i b c \cos \delta \sqrt{\frac{N_i^{2,0}}{N_i^{0,0}}} \right)^2 \sigma_{(N_i^{2,0}, N_i^{0,0})}^2$$

Die Fehler  $\sigma_{D_i}$  und  $\sigma_{N_i^{0,0}}$  sind einfach gleich  $\sqrt{D_i}$  bzw.  $\sqrt{N_i^{0,0}}$ . Die Fehler, die aus der Gewichtung der Spin 2 Verteilungen entstehen, müssen, da  $N_i^{2,0}/N_i^{0,0}$  bzw.  $N_i^{2,2}/N_i^{0,0}$  auch Werte gegen 1 annehmen, als Fehler einer Binominalverteilung angesetzt werden:  $\sigma_n^2 = n(1-n)/(N_i^{0,0})$ , mit  $n = N_i^{2,2}/N_i^{0,0}$  oder  $n = N_i^{2,0}/N_i^{0,0}$ .

Aus den Daten können jedoch nicht alle vier Parameter bestimmt werden, da es einen Zusammenhang zwischen den Kugelfunktionen gibt:

$$\sqrt{6} \cdot |Y_2^2| = |Y_2^0| \cdot \sqrt{5} \cdot Y_0^0 \quad (6.3)$$

So ist es z.B. immer möglich durch geeignete Wahl von  $b, c$  und  $\delta$  in Gleichung (6.2),  $a$  zum Verschwinden zu bringen. Deshalb wurde die Anpassungsrechnung unter der Hypothese verschiedener Spin 0 Anteile durchgeführt (siehe Tabelle 6.1). Bei Messungen anderer Experimente wurde die Interferenz bisher vernachlässigt, so daß eine Bestimmung der Amplituden möglich ist. Ohne eine theoretische Begründung ist die Vernachlässigung jedoch nicht gerechtfertigt.

Spin 0 Anteil	Spin 2 Helizität 0	Spin 2 Helizität 2	$\cos \delta$	Spin 2, Hel. 0 / Spin 2	$\chi^2 / \text{Zahl der Freiheitsgrade}$
0%	$0.0 \pm \begin{smallmatrix} 2.6 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	$64.0 \pm 2.1$	-	< 8% (95% CL)	6.7 / 6
10%	$0.0 \pm \begin{smallmatrix} 4.0 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	$60.6 \pm 3.3$	-	< 13% (95% CL)	5.6 / 5
20%	$0.0 \pm \begin{smallmatrix} 4.1 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	$54.4 \pm \begin{smallmatrix} 3.5 \\ 3.9 \end{smallmatrix}$	-	< 15% (95% CL)	5.3 / 5
30%	$0.6 \pm \begin{smallmatrix} 3.9 \\ 0.6 \end{smallmatrix}$	$47.3 \pm \begin{smallmatrix} 3.5 \\ 3.7 \end{smallmatrix}$	$-1 \pm \begin{smallmatrix} 1.0 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	< 17% (95% CL)	5.2 / 5
40%	$1.4 \pm \begin{smallmatrix} 3.9 \\ 1.1 \end{smallmatrix}$	$39.9 \pm \begin{smallmatrix} 3.3 \\ 3.5 \end{smallmatrix}$	$-1 \pm \begin{smallmatrix} 0.5 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	< 21% (95% CL)	5.1 / 5
50%	$2.2 \pm \begin{smallmatrix} 3.8 \\ 1.4 \end{smallmatrix}$	$32.4 \pm \begin{smallmatrix} 3.1 \\ 3.3 \end{smallmatrix}$	$-1 \pm \begin{smallmatrix} 0.5 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	< 27% (95% CL)	5.0 / 5
60%	$3.1 \pm \begin{smallmatrix} 3.8 \\ 1.6 \end{smallmatrix}$	$24.8 \pm \begin{smallmatrix} 2.8 \\ 3.4 \end{smallmatrix}$	$-1 \pm \begin{smallmatrix} 0.4 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	< 35% (95% CL)	5.0 / 5
70%	$4.1 \pm \begin{smallmatrix} 3.8 \\ 1.7 \end{smallmatrix}$	$17.0 \pm \begin{smallmatrix} 2.5 \\ 3.5 \end{smallmatrix}$	$-1 \pm \begin{smallmatrix} 0.3 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	< 49% (95% CL)	4.9 / 5
80%	$5.0 \pm \begin{smallmatrix} 3.8 \\ 1.8 \end{smallmatrix}$	$9.1 \pm \begin{smallmatrix} 2.3 \\ 3.5 \end{smallmatrix}$	$-1 \pm \begin{smallmatrix} 0.3 \\ 0.0 \end{smallmatrix}$	< 74% (95% CL)	4.9 / 5

Tabelle 6.1: Bestimmung der Helizitätsamplitude des  $f_2(1270)$ .

## 6.2 Bestimmung der $\gamma\gamma$ -Breiten

Die Massenverteilungen, aus denen die  $\gamma\gamma$ -Breiten bestimmt werden, sind noch einmal in Abbildung 6.2 und 6.3 dargestellt. Zur Berechnung der Breiten ist die Zahl der Ereignisse für jede Resonanz festzustellen. Für eine Resonanz ist die Massenabhängigkeit der Ereignisse pro  $\Delta W$  gegeben durch (siehe Abschnitt 1):

$$\frac{dN}{dW} = \left[ \sum_i \{ \epsilon_i(W) L_i \} \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW} \sigma_{\gamma\gamma} \right] \text{ Faltung mit der Massenauflösung } \sigma_W$$

Die Summe geht hier wieder über die verschiedenen Triggerperioden. An die Daten angepaßt wurden als  $\sigma_s$  zwei Breit-Wigner Funktionen für Spin 0 bzw. 2. Als Untergrund wurde eine mit einer Geraden multiplizierte Gaußfunktion gewählt:  $(a + b \cdot W) \exp\{- (W - c)^2 / (2 \cdot d^2)\}$ . Andere Formen des Untergrundes (z.B. Polynom 3. Grades) passen sich den Daten weniger gut an. Die Massenaufösung wurde bestimmt, indem die gleiche Funktion an die Massenverteilungen der Simulationsrechnungen angepaßt wurde. Dabei wurden jeweils die totalen Breiten der Resonanzen auf den Werten festgehalten, die bei der Produktion der Ereignisse verwendet wurden. Aus den verschiedenen Resonanzen erhält man die Massenaufösung:

$$\begin{aligned} \pi^0\pi^0 &: \sigma_W/W \approx 5\% \\ \pi^0\eta &: \sigma_W/W \approx 5.5\% / W^2 (W \text{ in } \text{GeV}/c^2) \end{aligned}$$

Bei den  $\pi^0\pi^0$ -Ereignissen wurde die Masse und die Breite des  $f_0(975)$  auf die Werte, die von der Particle Data Group angegeben werden, festgelegt. Dies wurde wegen der geringen Statistik ebenfalls für das  $a_0(980)$  und  $a_2(1320)$  getan. Aus den Anpassungen erhält man (Abbildung 6.2, 6.3):

$f_2(1270)$ : $M_{f_2} = 1264 \pm 4$ MeV/ $c^2$	$f_0(975)$ : $M_{f_0} = 975$ MeV/ $c^2$ fest
: $\Gamma = 178 \pm 8$ MeV	: $\Gamma = 33$ MeV fest
: $N = 2177 \pm 47$	: $N = 60 \pm 8$
$a_2(1320)$ : $M_{a_2} = 1318$ MeV/ $c^2$ fest	$a_0(980)$ : $M_{a_0} = 983$ MeV/ $c^2$ fest
: $\Gamma = 110$ MeV fest	: $\Gamma = 54$ MeV fest
: $N = 85 \pm 9$	: $N = 44 \pm 7$

Oberhalb der  $f_2(1270)$ -Resonanz ist die  $\pi^0\pi^0$ -Massenverteilung strukturlos. Um eine obere Grenze für die  $f_4(2030)$ -Resonanz zu bestimmen, wurde angenommen, daß das  $f_4(2030)$  mit Helizität 2 erzeugt wird. Eine Anpassung der Winkelverteilung der Daten an die Winkelverteilungen der Simulationsrechnung für das  $f_2$  (mit Helizität 2) und die  $f_4$ -Resonanz im Massenbereich 1.82 - 2.22 GeV/ $c^2$  ergibt 15 ± 12%  $f_4$  Beitrag (Abbildung 6.4). In der Simulationsrechnung liegen 72% der  $f_4(2030)$ -Ereignisse in diesem Massenbereich (der Fehler durch die Unsicherheit in der Masse und totalen Breite ist gegen den Fehler der Anpassung vernachlässigbar). Aus den 60 beobachteten Ereignissen mit  $W = 1.83..2.23$  GeV/ $c^2$  ergibt sich eine Anzahl von 13 ± 4 (statistisch)  $f_4$ -Ereignissen. Der systematische Fehler aus der Anpassung ist 0.12, 0.15 ≈ 80%.

Ereignisse / (30 MeV/ $c^2$ )

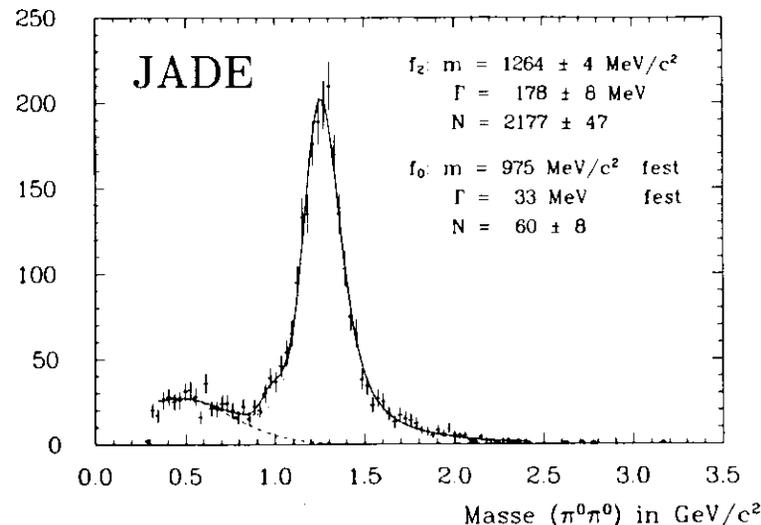


Abbildung 6.2: Invariante  $\pi^0\pi^0$ -Masse. Gestrichelt ist der Untergrundanteil dargestellt. Die gepunktete Kurve enthält keinen  $f_0(975)$ -Beitrag.

Ereignisse / (60 MeV/ $c^2$ )

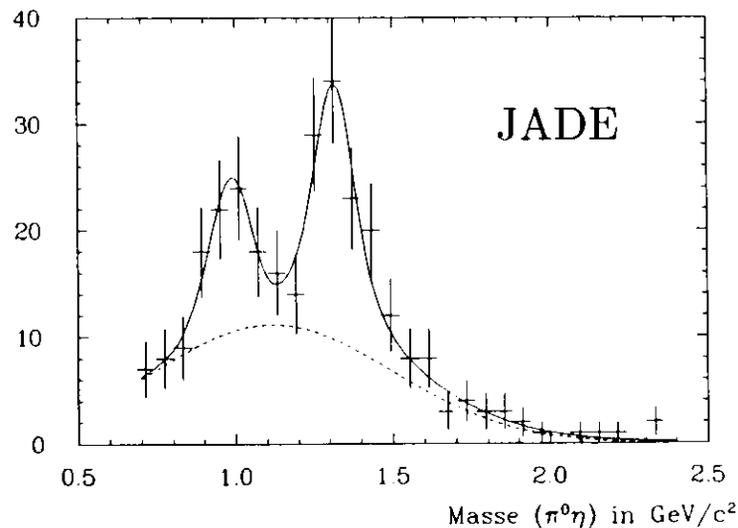


Abbildung 6.3: Invariante  $\pi^0\eta$ -Masse. Die gestrichelte Kurve zeigt den Untergrundanteil.

Ereignisse (normiert) / 0.1

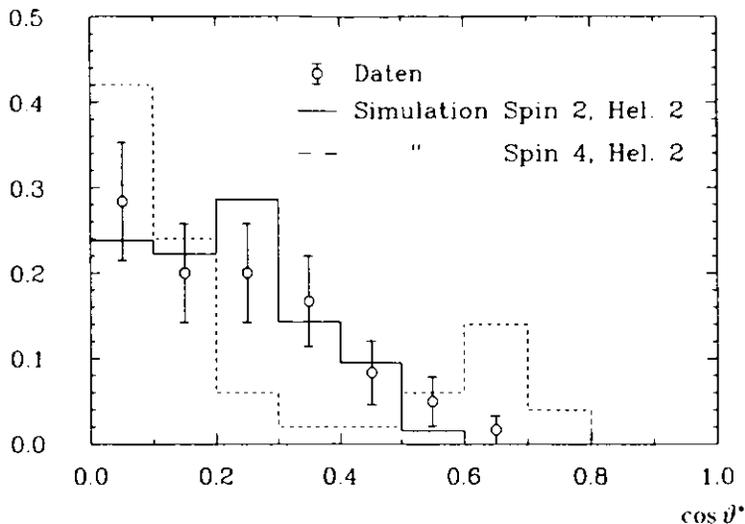


Abbildung 6.4: Winkelverteilung im Massenbereich des  $f_4(2030)$ .

Mit den obigen Nachweiswahrscheinlichkeiten erhält man die folgenden  $\gamma\gamma$ -Breiten:

	$f_0(975)$	$f_2(1270)$	$f_4(2030)$
N	$(60 \pm 8)$	$2177 \pm 47$	$(13 \pm 4)$
I in pb/keV ( $E_b = 17.3$ GeV)	$14.15 \pm 0.02$	$5.128 \pm 0.004$	$0.980 \pm 0.001$
I in pb/keV ( $E_b = 18.3$ GeV)	$14.60 \pm 0.02$	$5.304 \pm 0.004$	$0.999 \pm 0.001$
$\sum \epsilon, L, I$ , in $(\text{keV})^{-1}$	$22.6 \pm 0.6$	$19.83 \pm 0.16$	$2.51 \pm 0.10$
BR( $R \rightarrow \pi^0 \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ ) in %	$25.4 \pm 0.98$	$27.4 \pm 0.39$	$5.7 \pm 0.7$
$\Gamma_{\gamma\gamma}$ , in keV	$(0.42 \pm 0.06)$	$3.19 \pm 0.09$	$(0.41 \pm 0.13)$

	$a_0(980)$	$a_2(1320)$
N	$44 \pm 7$	$85 \pm 9$
I in pb/keV ( $E_b = 17.3$ GeV)	$13.06 \pm 0.01$	$4.513 \pm 0.004$
I in pb/keV ( $E_b = 18.3$ GeV)	$13.98 \pm 0.01$	$4.673 \pm 0.004$
$\sum \epsilon, L, I$ , in $(\text{keV})^{-1}$	$16.2 \pm 0.4$	$11.9 \pm 0.2$
BR( $R \rightarrow \pi^0 \eta \rightarrow \gamma\gamma\gamma\gamma$ ) in %	unbekannt	$5.6 \pm 0.46$
$\Gamma_{\gamma\gamma}$ , in keV	$0.28 \pm 0.04$	$1.01 \pm 0.14$
	BR( $a_0 \rightarrow \pi^0 \eta$ )	

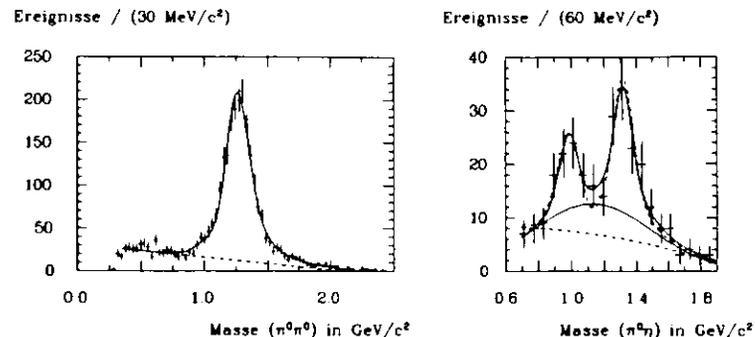


Abbildung 6.5: Variation des Untergrundes.

## 6.3 Die systematischen Fehler

### 6.3.1 Der Untergrund

Um die Fehler in der Untergrundsubtraktion abzuschätzen, wurde die Form des Untergrundes variiert (Abbildung 6.5). Die Zahl der Ereignisse, die den verschiedenen Resonanzen zugeordnet werden, ändert sich dabei um die in Tabelle 6.1 angegebenen Prozentzahlen.

Zu bemerken ist, daß sich im Fall des erhöhten Untergrundes im  $f_2(1270)$ -Bereich eine totale Breite von  $151 \pm 10$  MeV für das  $f_2(1270)$  ergibt.

### 6.3.2 Systematischer Fehler der Simulationsrechnung

Hier können Fehler auftreten durch falsche Simulation der Konversionswahrscheinlichkeit oder der Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon einen Flugzeitzähler setzt. Dieses wurde durch einen Vergleich der T1- und T2-Ereignisse untersucht. Für beide Trigger wurden die  $\gamma\gamma$ -Breiten des  $f_2(1270)$  getrennt berechnet:

$$T1 : \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = 3.22 \pm 0.10$$

$$T2 : \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = 3.11 \pm 0.14$$

Der Fehler wurde als nicht größer als 5 % abgeschätzt.

### 6.3.3 Fehler in der Luminositätsbestimmung

Zur Messung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts bei JADE wurden umfangreiche Untersuchungen zum Fehler der Luminositätsbestimmung vorgenommen[34]. Der Fehler beträgt etwa 3%.

### 6.3.4 Die Triggersimulation

Hier ist als wichtigstes Element die Septantensimulation zu betrachten. Um systematische Effekte zu untersuchen, wurden die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für das Ausprechen eines Septanten 15 % nach unten bzw. nach oben verschoben. Dies führt zu Abweichungen in der Nachweiswahrscheinlichkeit von 3% für das  $f_0, a_0$  und 1% für das  $f_2, a_2$  und  $f_4$ .

### 6.3.5 Die Vorselektion

Aufgrund von Bremsstrahlung oder dadurch, daß ein durch elektronische Störung gesetzter Bleiglasblock als Photon gedeutet wird, kann ein  $4\gamma$ -Ereignis in die Klasse der  $5\gamma$ -Ereignisse fallen. Um diesen Effekt zu untersuchen, wurden  $5\gamma$ -Ereignisse betrachtet und das niederenergetischste Photon vernachlässigt. In den Daten sieht man nach der  $\pi^0\pi^0$ -Selektion ca. 100  $f_2$ -Ereignisse. Aus der Simulationsrechnung für das  $f_2(1270)$  wurden ebenfalls Ereignisse mit 5 Photokandidaten selektiert und anschließend das Photon mit der niedrigsten Energie vernachlässigt. Daraus berechnet sich die Zahl der erwarteten Ereignisse zu  $121 \pm 12$ . Der systematische Fehler wurde deshalb als die Differenz der gesehenen und erwarteten  $5\gamma$ -Ereignisse, dividiert durch die Gesamtzahl der  $4\gamma$ -Ereignisse, angenommen:  $|100 - 121|/2177 \approx 1\%$

### 6.3.6 Schnitte

Um systematische Effekte der Wahl der Schnitte zu untersuchen, wurden die Schnitte für die Selektion verändert:

	harte Schnitte		weiche Schnitte	
$\pi^0\pi^0$ -Selektion	$p_t < 150\text{MeV}/c$	$\cos\varphi_a > -0.95$	$p_t < 350\text{MeV}/c$	$\cos\varphi_a > -0.80$
$\pi^0\eta$ -Selektion	$p_t < 150\text{MeV}/c$	$\cos\varphi_a > -0.90$	$p_t < 350\text{MeV}/c$	$\cos\varphi_a > -0.70$

Die mittlere Abweichung wurde als systematischer Fehler gewählt und ist der Tabelle zu entnehmen. Für die Resonanzen mit hohem Untergrund geht hier auch noch der Fehler der Untergrundsubtraktion ein.

### 6.3.7 Untergrund durch die $\pi_2(1680)$ Resonanz

Die  $\pi_2(1680)$ -Resonanz zerfällt zu 53% in  $\pi^0$  und  $f_2(1270)$ . Erste Messungen der  $\gamma\gamma$ -Breite dieser Resonanz von Crystal Ball ergeben einen Wert von ca. 1.4 keV[3]. Wird das  $\pi^0$  beim Zerfall  $\pi_2 \rightarrow f_2(1270)\pi^0$  im Detektor nicht beobachtet, kann dieses einen Untergrund für die Messung der  $\gamma\gamma$ -Breite des  $f_2(1270)$  bedeuten.

Deshalb wurde eine Simulationsrechnung für das  $\pi_2(1680)$  untersucht. Der Einfachheit halber wurde ein einfacher Phasenraumzerfall ohne Winkelabhängigkeiten angenommen und Interferenzen zwischen den  $\pi^0$ 's vernachlässigt. Bei einer  $\gamma\gamma$ -Breite von 1.4 keV erwartet man nach der Simulationsrechnung 12 Ereignisse, die als  $f_2(1270)$ -Ereignisse erscheinen. Gegenüber dem Fehler in der Untergrundsubtraktion ist dieses zu vernachlässigen.

### 6.3.8 Fehler der Integration

Bei der Integration nach Gleichung (2.10) wurde in die Breit-Wigner-Funktion die von der Particle Data Group angegebenen Massen und totalen Breiten eingesetzt. Ändert man diese Werte um deren Fehler, erhält man die in Tabelle 6.1 angegebenen Abweichungen.

### 6.3.9 Vernachlässigung longitudinaler Photonen

In der Luminositätsfunktion werden longitudinale Photonen vernachlässigt. Der relative Fehler hierfür ist in der Größenordnung von  $|q^2|/m_\rho^2$  für  $W_\pm m_\rho$  [4]. Der Mittelwert aus der Simulationsrechnung ergibt  $\langle |q^2| \rangle \approx 0.003 (\text{GeV}/c)^2$ . Der systematische Fehler ist dann ungefähr 0.5%.

### 6.3.10 $q^2$ -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma}$

Poppe gibt eine  $q^2$ -Abhängigkeit für den Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{\gamma\gamma}$  an[35]. Beim Übergang  $\sigma_{\gamma\gamma}(q^2) \rightarrow \sigma_{\gamma\gamma}(q^2 = 0)$  wird die folgende Näherung gemacht:

$$\begin{aligned} J^{FC} = 0^{++} &: \frac{W^2}{2\sqrt{X}} \approx 1 + \frac{q_1^2 + q_2^2}{W^2} \rightarrow 1 \\ J^{FC} = 2^{++} &: \frac{W^2}{2\sqrt{X}} \approx 1 + \frac{q_1^2 + q_2^2}{W^2} \rightarrow 1 \\ J^{FC} = 4^{++} &: \left(\frac{2\sqrt{X}}{W^2}\right)^3 \approx 1 - 3\frac{q_1^2 + q_2^2}{W^2} \rightarrow 1 \end{aligned}$$

$X$  ist der Møller'sche Flußfaktor:  $X = (q_1 q_2)^2 - q_3^2 q_4^2$ . Setzt man den mittleren Wert für  $|q^2|$  in die vernachlässigten Terme ein, ergibt sich ein systematischer Fehler von etwa 0.5 %.

### 6.3.11 Unsicherheit durch das VDM

Der Faktor in Gleichung (2.7) aus dem Vektor Dominanz Modell ist für kleine  $q^2$  ungefähr  $1 + 4 \cdot (q^2/m_\rho^2)$ . Damit kann der Fehler durch Unsicherheiten der Beschreibung mit dem Vektor Dominanz Modell nach oben abgeschätzt werden zu 1.5%.

	$f_0(975)$	$f_2(1274)$	$f_4(2030)$	$a_0(980)$	$a_2(1320)$
Korrekturfaktoren	$\pm 2\%$				
Elektr. Störungen	$\pm 0.6\%$				
Untergrundsubtraktion	$\pm 10\%$	$\pm 2\%$	$\pm 80\%$	$\pm 30\%$	$\pm 20\%$
Simulationsrechnung	$\pm 5\%$				
Luminositätsbestimmung	$\pm 3\%$				
Triggersimulation	$\pm 3\%$	$\pm 1\%$	$\pm 1\%$	$\pm 3\%$	$\pm 1\%$
Vorselektion	$\pm 1\%$				
Schnitte	$\pm 14\%$	$\pm 2\%$	—	$\pm 14\%$	$\pm 8\%$
Integration	$\pm 0.1\%$	$\pm 0.8\%$	$\pm 0.6\%$	$\pm 0.8\%$	$\pm 0.7\%$
Longit. Photonen	$\pm 0.5\%$				
$\sigma_{\gamma\gamma}(q^2) \rightarrow \sigma_{\gamma\gamma}(q^2 \rightarrow 0)$	$\pm 0.5\%$				
VDM	$\pm 1.5\%$				
Gesamtfehler	$\pm 43\%$	$\pm 7\%$	$\pm 80\%$	$\pm 34\%$	$\pm 22\%$

Tabelle 6.2: Die systematischen Fehler. Die Addition wurde quadratisch vorgenommen.

Damit erhält man für die Breiten:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) &= 3.19 \pm 0.09 \pm_{0.38}^{0.22} \text{ keV} \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) &= 1.01 \pm 0.14 \pm 0.22 \text{ keV} \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(a_0) &= 0.28 \pm 0.04 \pm 0.10 \text{ keV} / BR(a_0 \rightarrow \pi^0\eta) \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) &= (0.42 \pm 0.06 \pm_{0.16}^{0.08} \text{ keV}) \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(f_4) &= (0.41 \pm 0.13 \pm 0.33 \text{ keV}) \end{aligned}$$

Und als obere Grenzen:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma}(f_0) &< 0.6 \text{ keV mit } 95\% \text{ CL} \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(f_4) &< 1.1 \text{ keV mit } 95\% \text{ CL} \end{aligned}$$

## 6.4 Die Breit-Wigner-Parametrisierung

Die hohe Statistik des  $f_2$ -Signals und der geringe Untergrund legen es nahe, die Breit-Wigner-Parametrisierung genauer zu untersuchen. Um eine Dämpfung der Breit-Wigner-Funktion bei hohen Massen zu erreichen, wurden zwei Korrekturmöglichkeiten vorgeschlagen. Dies ist der bereits erwähnte Spin-Barrier-Faktor oder ein Faktor  $(W/M_R)^n$ , der in den Propagator der Resonanz eingeht (Anhang B).

Es wurden folgende Parametrisierungen untersucht (Anhang B: Helizität 2 angenommen; zur Definition von  $\Gamma(W)$  siehe Abschnitt 2.2.2):

$$\sigma_{\gamma\gamma} = 8\pi (2J+1) \left(\frac{M_R}{W}\right)^3 \frac{\Gamma(W) \Gamma_{\gamma\gamma}}{(W_{\gamma\gamma}^2 - M_R^2)^2 + M_R^2 \Gamma^2(W)}$$

Dabei wurden verschiedene Ersetzungen gemacht:

$$\begin{aligned} (i) \quad & (W^2 - M_R^2)^2 \rightarrow (W^2 - M_R^2)^2 (M/W)^n \\ (ii) \quad & \Gamma_{\gamma\gamma} \rightarrow \Gamma_{\gamma\gamma} (W/M)^n \end{aligned}$$

Der Spin-Barrier-Faktor hat ähnliche Effekte wie das Einsetzen des Faktors  $(W/M_R)^n$  zur Folge, weshalb bei der Anpassung einer dieser Parameter festgehalten werden muß, um Konvergenz zu erreichen. Alle Anpassungen haben etwa gleiches  $\chi^2$  und unterscheiden sich kaum von der Form in Abbildung 6.2. Die in Tabelle 6.3 angegebenen Fehler sind nur statistischer Natur. Die systematischen Fehler dürften noch größer sein. Zwei Tatsachen fallen ins Auge:

- Die Werte für die totale Breite und Masse variieren bei den verschiedenen Parametrisierungen um etwa 15 MeV (bzw. MeV/c<sup>2</sup>).
- Wird der Spin-Barrier Faktor auf 1 gesetzt ( $n=0$ ), so wird auch der Faktor  $(W/M_R)^n$  zu 1.

Strenge Aussagen können nicht gemacht werden, da nicht bekannt ist, ob ein Untergrund unter der  $f_2(1270)$ -Resonanz liegt.

	Potentialradius in fm	n	$M_{f_2}$ in MeV/c <sup>2</sup>	$\Gamma_{f_2}$ in MeV	$\chi^2$ bei 29 Freiheitsgraden	
(i)	1.50	fest	$-3.4 \pm 0.4$	$1274 \pm 5$	$189 \pm 13$	23.9
(i)	1.00	fest	$-3.1 \pm 0.4$	$1274 \pm 5$	$191 \pm 13$	24.0
(i)	0.75	fest	$-2.7 \pm 0.4$	$1275 \pm 5$	$193 \pm 14$	24.4
(i)	0.50	fest	$-1.9 \pm 0.4$	$1279 \pm 5$	$200 \pm 15$	24.9
(i)	0.00	fest	$-0.6 \pm 0.7$	$1286 \pm 7$	$216 \pm 19$	25.8
(ii)	1.50	fest	$-3.3 \pm 0.4$	$1256 \pm 5$	$181 \pm 12$	23.8
(ii)	1.00	fest	$-3.1 \pm 0.4$	$1258 \pm 5$	$180 \pm 12$	24.0
(ii)	0.75	fest	$-2.7 \pm 0.4$	$1260 \pm 5$	$180 \pm 12$	24.4
(ii)	0.50	fest	$-1.7 \pm 0.4$	$1265 \pm 5$	$183 \pm 13$	24.8
(ii)	0.00	fest	$0.2 \pm 0.3$	$1280 \pm 6$	$199 \pm 16$	24.0

Tabelle 6.3: Verschiedene Breit-Wigner Parametrisierungen der  $f_2(1270)$  Resonanz.

## 6.5 Diskussion der Ergebnisse aus der Resonanzproduktion

In diesem Abschnitt werden die gewonnenen Ergebnisse mit denen anderer Experimente verglichen und einer Diskussion unterworfen.

### 6.5.1 Vergleich mit anderen Experimenten

Tabelle 6.4 zeigt eine Zusammenfassung der gemessenen  $\gamma\gamma$ -Breiten für die Resonanzen  $f_2(1270)$ ,  $a_2(1320)$ ,  $f_0(975)$ ,  $a_0(980)$  und  $f_4(2030)$ . Alle angeführten Werte gelten für 100%ige Helizität 2 Produktion. Dies wird gerechtfertigt durch die theoretischen Argumente (Abschnitt 6.1), denen die experimentellen Untersuchungen nicht widersprechen.

Außer JADE hat nur Crystal Ball die Messungen in den neutralen Kanälen  $\pi^0\pi^0$  und  $\pi^0\eta$  durchgeführt. Abbildung 6.4 zeigt einen Vergleich der Massenspektren. Dabei ist zu beachten, daß in den JADE Spektren die Ereigniszahlen dargestellt sind, also ohne Korrekturen für die Nachweiswahrscheinlichkeit oder die Luminositätsfunktion. Der Unterschied zwischen der älteren und neuen JADE Messung der  $\gamma\gamma$ -Breite des  $f_2(1270)$  erklärt sich aus einer verbesserten Simulation der Photonen.

Bei der Messung von  $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$  im  $\pi^+\pi^0$ -Kanal ergeben sich Schwierigkeiten durch die Untergrundsubtraktion direkter  $\pi^+\pi^0$ -Erzeugung (Abbildung 6.7). Beobachtet wurde dabei eine Verschiebung der  $f_2$ -Masse um etwa  $40 \text{ MeV}/c^2$  nach unten. Dies kann erklärt werden durch Interferenzen mit dem Born-Term der direkten Erzeugung [36]. Das Modell von Mennessier [37] berücksichtigt zusätzlich final state interactions der Form  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^0 \rightarrow R \rightarrow \pi^+\pi^0$ , wobei auch Resonanzen beitragen können, die nicht direkt an zwei Photonen koppeln.

Die Probleme mit dem Untergrund sind im  $\pi^0\pi^0$ -Kanal wesentlich geringer, da der Born-Term hier verschwindet. Dementsprechend sind die systematischen Fehler geringer.

Auch für das  $a_2(1320)$  ist die Untersuchung des geladenen Zerfallskanals  $a_2 \rightarrow \rho^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  schwieriger, wegen des komplizierteren Matrixelementes (Interferenz zwischen  $\rho^+\pi^-$  und  $\rho^0\pi^+$ , Winkelverteilung des Drei-Körper-Endzustandes).

### 6.5.2 Diskussion der Ergebnisse

#### Tensor-Mesonen

Für die Tensor-Mesonen wurde eine Reihe von Messungen der  $\gamma\gamma$ -Breiten durchgeführt. In der  $f_2$ -Breite ist noch die Zerfallswahrscheinlichkeit  $f_2(1270) \rightarrow K\bar{K}$  enthalten, die nicht genau bekannt ist. Man weiß aber, daß dieser Zerfallskanal dominiert [1]. Nimmt man deshalb als Schätzung  $BR(f_2 \rightarrow K\bar{K}) \approx 1$ , so kann man den Mischungswinkel berechnen<sup>1</sup>:

$$\Theta_2 = 15^\circ \pm 2^\circ \quad a_{22} = 1.85 \pm 0.45$$

Nicht berücksichtigt sind gemeinsame systematische Fehler. In erster Linie ist hier die Unsicherheit in der Helizitätsamplitude zu nennen. Dieser Fehler ist aus den Messungen jedoch schwer abzuschätzen, sollte aber größer als der statistische Fehler sein. Die zweite Lösung der

<sup>1</sup>Der Unterschied des hier berechneten Wertes zu dem z.B. in [33] berechneten ist begründet in unterschiedlichen Annahmen für die Kopplungskonstanten (Abschnitt 2.5)

Meson	Zerfallskanal	$\Gamma_{\gamma\gamma}$ in keV	Experiment
$f_2(1270)$ [38]	$\pi^+\pi^-$	$2.3 \pm 0.5 \pm 0.35$	PLUTO
	$\pi^+\pi^-$	$3.6 \pm 0.3 \pm 0.5$	MARK II (SPEAR)
	$\pi^+\pi^-$	$3.2 \pm 0.2 \pm 0.6$	TASSO
	$\pi^0\pi^0$	$2.7 \pm 0.2 \pm 0.6$	Crystal Ball (SPEAR)
	$\pi^+\pi^-$	$2.5 \pm 0.1 \pm 0.5$	CELLO
	$\pi^0\pi^0$	$2.3 \pm 0.2 \pm 0.5$	JADE*
	$\pi^+\pi^-$	$2.70 \pm 0.05 \pm 0.2$	DELCO
	$\pi^+\pi^-$	$2.52 \pm 0.13 \pm 0.36$	MARK II
	$\pi^+\pi^-$	$2.85 \pm 0.25 \pm 0.5$	PLUTO
	$\pi^+\pi^-$	$3.2 \pm 0.1 \pm 0.4$	TPC/2 $\gamma$
	$\pi^+\pi^-$	$2.81 \pm 0.07 \pm 0.30$	DELCO*
	$\pi^0\pi^0$	$3.26 \pm 0.16 \pm 0.46$	Crystal Ball*
	$\pi^+\pi^-$	$3.21 \pm 0.09 \pm 0.40$	Mark II*
	$\pi^0\pi^0$	$3.19 \pm 0.09 \pm 0.38$	JADE* (diese Messung)
	Mittel	$2.95 \pm 0.13$	Mittel
$a_2(1320)$ [39]	$\pi^0\eta$	$0.77 \pm 0.18 \pm 0.27$	Crystal Ball (SPEAR)
	$\rho\pi$	$0.81 \pm 0.19 \pm 0.42$	CELLO
	$\rho\pi$	$0.84 \pm 0.07 \pm 0.15$	JADE*
	$\rho\pi$	$1.06 \pm 0.18 \pm 0.19$	PLUTO
	$\pi^0\eta$	$1.14 \pm 0.20 \pm 0.26$	Crystal Ball(DORIS)
	$\rho\pi$	$0.90 \pm 0.27 \pm 0.16$	TASSO
	$\rho\pi$	$0.97 \pm 0.10 \pm 0.22$	TPC/2 $\gamma$ *
	$\rho\pi$	$1.05 \pm 0.24 \pm 0.23$	MD-1*
	$\pi^0\eta$	$1.01 \pm 0.14 \pm 0.22$	JADE* (diese Messung)
		Mittel	$0.94 \pm 0.09$
$f_2'(1525)$ [40] $\times BR(f_2' \rightarrow K\bar{K})$	$K\bar{K}$	$0.11 \pm 0.02 \pm 0.04$	TASSO
	$K\bar{K}$	$0.12 \pm 0.07 \pm 0.04$	TPC/2 $\gamma$
	$K\bar{K}$	$0.07 \pm 0.015 \pm 0.035$	DELCO
	$K\bar{K}$	$0.11 \pm 0.02 \pm 0.02$	CELLO*
	$K\bar{K}$	$0.10 \pm 0.04 \pm 0.03$	PLUTO
	$K\bar{K}$	$0.092 \pm 0.020 \pm 0.023$	ARGUS
	Mittel	$0.096 \pm 0.017$	Mittel
$a_0(980)$ $\times BR(a_0 \rightarrow \pi^0\eta)$	$\pi^0\eta$	$0.19 \pm 0.07 \pm 0.16$	Crystal Ball [2]
	$\pi^0\eta$	$0.28 \pm 0.04 \pm 0.10$	JADE* (diese Messung)
	Mittel	$0.24 \pm 0.08$	Mittel
$f_0(975)$	$\pi^+\pi^-$	$0.24 \pm 0.06 \pm 0.15$	Mark II [3]
	$\pi^0\pi^0$	$0.31 \pm 0.14 \pm 0.11$	Crystal Ball [3]
	$\pi^0\pi^0$	$0.6$ (95% CL)	JADE* (diese Messung)
	Mittel	$0.27 \pm 0.12$	Mittel
$f_4(2030)$ [41]	$\pi^0\pi^0$	$1.1$ (95% CL)	JADE*
	$K\bar{K}$	$0.29/BR(f_4 \rightarrow K\bar{K})$ (95% CL)	TASSO
	$\pi^0\pi^0$	$1.1$ (95% CL)	JADE* (diese Messung)

Tabelle 6.4: Zusammenfassung der Messungen von  $\gamma\gamma$ -Breiten. Mit \* sind nicht veröffentlichte Ergebnisse gekennzeichnet. Sind obere und untere Fehler angegeben, wurde bei der Mittelung (gewichtetes Mittel [1]) der größere gewählt. Nicht enthalten im Mittel sind die älteren JADE und DELCO Ergebnisse für das  $f_2(1270)$ , da sie in den neuen Messungen enthalten sind.

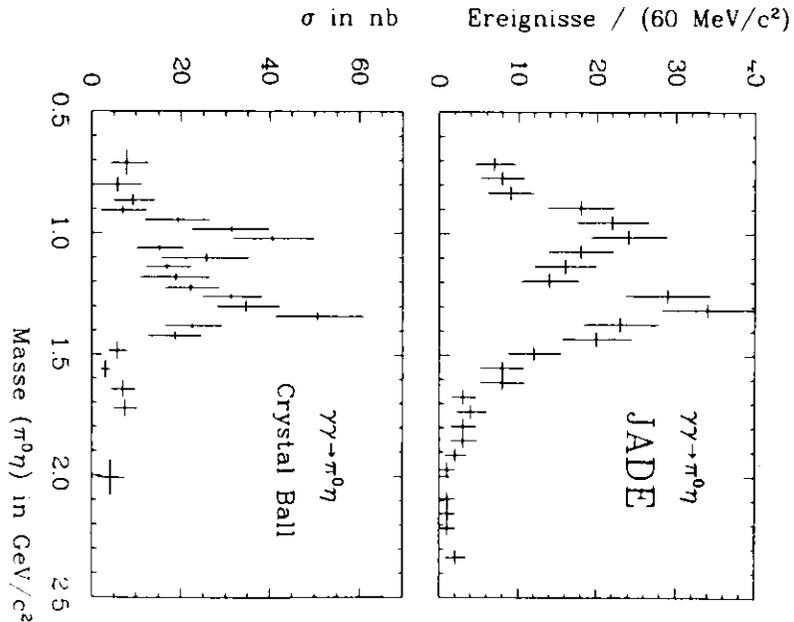
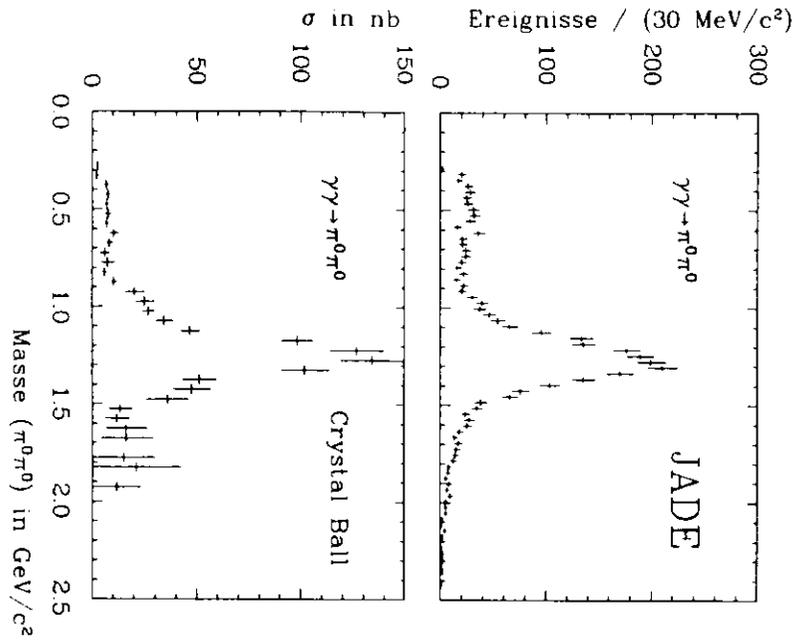


Abbildung 6.6: Vergleich der Crystal Ball und der JADE Messung. Man beachte, daß die Crystal Ball Verteilungen Wirkungsquerschnitte und die JADE Verteilungen Ereigniszahlen angeben.

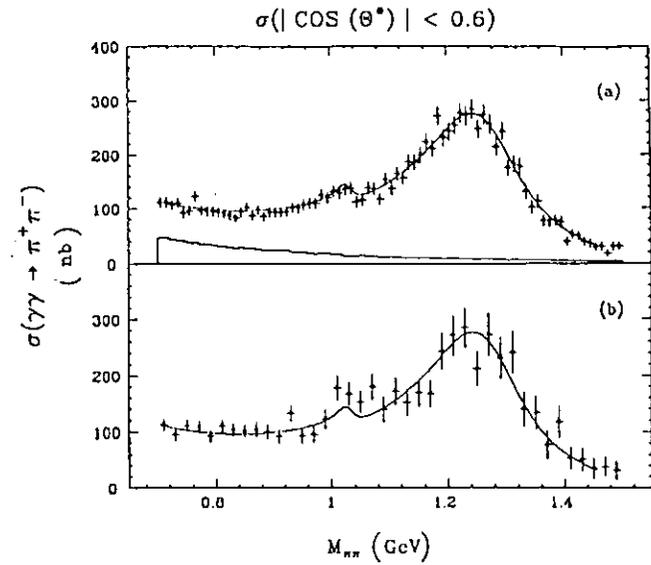


Abbildung 6.7: Wirkungsquerschnitt für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  mit einem (a) und zwei (b) identifizierten Pionen (MARK II [42]). Das Histogramm zeigt den abgezogenen Untergrundbeitrag.

Gleichung (2.15) ergibt für  $\Theta_T$  einen kleineren Wert ( $0^\circ$ ), der noch weiter von den Ergebnissen der Massenformeln ( $\Theta_T \approx 28^\circ$  [1]) entfernt ist. Nicht den Erwartungen entspricht auch der Wert für  $a_{ss}$ , der kleiner als 1 sein sollte, denn die s-Quarks haben wegen der höheren Masse geringere kinetische Energie als u- und d-Quarks, was einer schwächeren Krümmung der Raumwellenfunktion entspricht. Da im Quarkmodell die  $\gamma\gamma$ -Breite der Tensormesonen mit der Krümmung der Wellenfunktion am Nullpunkt fällt ( $\Gamma_{\gamma\gamma} \propto |\psi'(0)|^2$ ), sollte  $a_{ss} < a_{uu,dd} \equiv 1$  sein. In die Bestimmung von  $a_{ss}$  geht im wesentlichen das Verhältnis  $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)/\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2)$  (Gleichung 2.15) ein, so daß man aus dem Quarkmodell schließen würde, daß dieses Verhältnis zu groß ist. Setzt man  $a_{ss}$  gleich 1, erhält man aus den  $\gamma\gamma$ -Breiten des  $f_2$  und  $f'_2$ :  $\Theta_T = 27^\circ \pm 1^\circ$ , in guter Übereinstimmung mit dem Ergebnis der Gell-Mann-Okubo Massenformel.

Die theoretischen Vorhersagen für die  $\gamma\gamma$ -Breiten der Tensormesonen variiert stark zwischen den einzelnen Modellen. Für das  $f_2(1270)$  gehen sie von ungefähr 1 bis 20 keV und für das  $a_2(1320)$  von 0.3 bis 8 keV (siehe die Zusammenstellung bei Poppe[35]). Das in Abschnitt zwei erwähnte Modell von Godfrey und Isgur sagt als Breiten  $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = 3.6$  keV und  $\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) = 1.4$  keV voraus [19].

### Skalare Resonanzen

Für die skalaren Resonanzen  $a_0(980)$  und  $f_0(975)$  sind unter anderem die folgenden Eigenschaften bekannt[1]:

- $m_{a_0} \approx m_{f_0} \approx 980$  MeV/ $c^2$
- Das  $f_0(975)$  zerfällt mit 22% Wahrscheinlichkeit in  $K\bar{K}$ .
- $\Gamma_{total}(a_0) = 54 \pm 7$  MeV  
 $\Gamma_{total}(f_0) = 33 \pm 6$  MeV.

Will man die Zustände im Quarkmodell beschreiben, tauchen Widersprüche auf:

- Das  $a_0$  hat Isospin 1 und besteht deshalb aus u- und d-Quarks. Da die Masse des  $a_0$  fast genau mit der des  $f_0$  übereinstimmt, sollte auch das  $f_0$  nur aus u- und d-Quarks bestehen, was einer idealen Mischung des Nonetts entspricht. Dies steht jedoch im Widerspruch zur großen Zerfallswahrscheinlichkeit des  $f_0$  in  $K\bar{K}$ .
- $qq$ -Modelle ergeben für das  $a_0(980)$  und  $f_0(975)$  Werte  $\Gamma_{tot} \approx 225$  MeV, die deutlich über den gemessenen liegen

Aus diesem Grund ist die Messung der  $\gamma\gamma$ -Breiten, die Aufschluß über den Quark- und Gluoninhalt geben können, von Interesse. Die Crystal Ball und JADE Messungen ergeben für das  $a_0(980)$  einen Mittelwert:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0) BR(a_0 \rightarrow \pi^0\eta) = 0.24 \pm 0.08 \text{ keV}$$

Aus dem Zerfall des  $\eta(1440)$  in  $K\bar{K}$  und  $\pi^0\eta$ , wobei im  $\pi^0\eta$ -Kanal das  $a_0(980)$  beobachtet wird, schließt man auf  $BR(a_0(980) \rightarrow \pi^0\eta) \approx 1$  [1,18]. Dann ist die gemessene  $\gamma\gamma$ -Breite viel kleiner, als es das Quarkmodell voraussagt. Dies ist ebenfalls für das  $f_0(975)$  der Fall.

Theoretische Vorhersagen	$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0)$ in keV	$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0)$ in keV	
$qq$ -Modelle	1.5 - 9	5 - 25	nach Gleichung (2.13), $n=3$
	2.5 - 3.8	6.9 - 10.6	[43]
	4.8	13.3	[44]
	1.1	3.0	[18]
	1.5	4.5	[18]
	0.75	-	[45]
$K\bar{K}$ -Modell	0.6	0.6	[46]
$qq\bar{q}\bar{q}$ (Bag-Modell)	0.27	0.27	[47]
Experiment	$0.24 \pm 0.08$ / $BR(a_0 \rightarrow \pi^0\eta)$	$0.27 \pm 0.12$	siehe Tabelle 6.4

Tabelle 6.5: Theoretische Vorhersagen für die  $\gamma\gamma$ -Breite des  $a_0(980)$  und  $f_0(975)$  (nach [17]).

Von verschiedenen Autoren wurde vorgeschlagen, die skalaren Resonanzen  $f_0(975)$  und  $a_0(980)$  als Vier-Quark-Zustände zu beschreiben:

- Achasov, Devyanin und Shestakov führten Rechnungen mit dem MIT-Bag-Modell durch [47]. Dabei benutzten sie das  $qq\bar{q}\bar{q}$ -Modell von Jaffe and Low[48] mit den folgenden Quarkinhalten für die Resonanzen:

$$|f_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|s\bar{s}\rangle + (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) / \sqrt{2})$$

$$|a_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|s\bar{s}\rangle - (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle) / \sqrt{2})$$

Dieses Modell erklärt die annähernd gleichen Massen des  $a_0$  und des  $f_0$  und wegen des  $ss$ -Anteils auch die hohe Zerfallsrate des  $f_0$  in  $K\bar{K}$ . Für beide Resonanzen geben Achasov, Devyanin und Shestakov  $\gamma\gamma$ -Breiten von etwa 0.3 keV an.

- Im Modell von Weinstein und Isgur [49] werden die skalaren Zustände als  $K\bar{K}$ -Moleküle beschrieben. Dadurch erklären sich sofort die Massen. Barnes berechnete in diesem Modell eine  $\gamma\gamma$ -Breite von 0.6 keV für das  $f_0(975)$  und das  $a_0(980)$  [46]. Für eine Diskussion dieser Modelle siehe [46,50].

Sind das  $f_0(975)$  und  $a_0(980)$  nicht die gesuchten  $qq$ -Zustände, muß man nach anderen Kandidaten Ausschau halten, die zusammen mit dem  $f_0(1300)$  und  $K_0^*(1350)$  das  $0^{++}$ -Nonet bilden. Diese könnten das  $f_0(1720)$  und das  $a_0(1300)$  sein, deren Existenz aber nicht gesichert ist[20].

Die Bestimmung einer oberen Grenze für die  $\gamma\gamma$ -Breite des  $f_0(1300)$  ist schwierig wegen der Probleme bei der Trennung von der  $f_2(1270)$  Resonanz. Denn bereits ein kleiner Spin 2, Helizität 0 Anteil kann einen hohen Spin 0 Anteil "verbergen" (Verhältnis 1:5). So kann bei einem Verhältnis von z.B. 1:6 zwischen Helizität 0 und Helizität 2 des  $f_2(1270)$  die  $\gamma\gamma$ -Breite des  $f_0(1300)$  durchaus um 6 keV liegen, ohne daß man es in der Winkelverteilung erkennen kann (bei einer totalen Breite von 150 MeV des  $f_0(1300)$ ). Entsprechend sinkt dann die  $\gamma\gamma$ -Breite für das  $f_2(1270)$ . Deshalb ist es wichtig, die totale Breite des  $f_0(1300)$  genauer zu bestimmen, um  $\gamma\gamma$ -Breiten von einigen keV wirklich ausschließen zu können.

## 6.6 Der hochenergetische $\pi^0\pi^0$ -Bereich

Mit dem JADE-Detektor können neutrale Pionen bis zu einer Energie von ca.  $2 \text{ GeV}/c^2$  aufgelöst werden. Dies erlaubt die Untersuchung von  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung bis zu einer invarianten Masse von etwa  $4 \text{ GeV}/c^2$ . Bei Massen größer als  $2 \text{ GeV}/c^2$  können verschiedene Prozesse zum Wirkungsquerschnitt beitragen:

- **Resonanzbeiträge**

Dies kann ein Beitrag vom  $f_2(1270)$ , als auch Produktion anderer breiter Resonanzen sein. Wie bereits gezeigt, ist der Beitrag der  $f_4$ -Resonanz klein. Das Quarkmodell von Godfrey und Isgur sagt eine  $2^+$ -Resonanz bei etwa  $2 \text{ GeV}/c^2$  voraus, die bisher jedoch noch nicht beobachtet wurde. Da sie auch durch die Winkelverteilung nicht vom  $f_2(1270)$  zu trennen ist, wäre es interessant, wenn ein theoretisches Verhältnis (wie Gleichung (2.13)) zwischen den  $\gamma\gamma$ -Breiten des  $f_4(2030)$  und dieser Resonanz berechnet wäre (beide Resonanzen haben im Quarkmodell gleichen Drehimpuls).

- **Direkte  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung**

Brodsky und Lepage haben die Erzeugung von Mesonenpaaren unter großem Winkel und hohen Energien untersucht [51]. Sie kommen zu dem Ergebnis, daß das Matrixelement faktorisiert in einen harten Anteil, der durch die QCD bestimmt wird und in einen weichen Anteil, in den die Wellenfunktion der erzeugten Mesonen eingeht. Der berechnete Wirkungsquerschnitt fällt wie  $W^{-6}$  ab (QCD-Anteil) bei einer Winkelverteilung, die von der Mesonen-Wellenfunktion abhängt. Gerade für die  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung variiert diese Verteilung stark, so daß man aus ihr auf die Wellenfunktion schließen könnte (Abbildung 6.8).

Um Wirkungsquerschnitte zu berechnen wurden Ereignisse generiert, die einer  $W^{-6}$ -Abhängigkeit gehorchen und gleichmäßig über den Raumwinkel verteilt sind. Aus diesen wurden für verschiedene Massenbereiche die Nachweiswahrscheinlichkeit bestimmt und die Summe  $\sum \epsilon LI$  berechnet. I ergibt sich hier aus einer Näherung in der Gleichung (2.5):

$$\int_{W_1}^{W_2} d\sigma \cdot \int_{W_1}^{W_2} dW \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW} \sigma_{\gamma\gamma}(W) \approx \sigma_{\gamma\gamma} \int_{W_1}^{W_2} dW \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW} \quad (6.4)$$

Der  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt berechnet sich analog zu Gleichung (2.11) aus der beobachteten Teilchenzahl (ein Untergrundabzug ist wegen des sauberen Signals (Abbildung 4.3) vernachlässigbar):

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{N}{\sum \epsilon_i L_i \cdot I \cdot BR(\pi^0\pi^0 \rightarrow 4\gamma)}$$

Hier wurde I für die mittlere Strahlenergie (18 GeV) berechnet. Der Fehler hieraus ist klein gegenüber den anderen Fehlern. Nicht zu vernachlässigen ist der Fehler der Näherung (6.4). Dieser ergibt sich aus der Änderung der Luminositätsfunktion im betrachteten Massenintervall:

$$\text{Fehler} \approx \left| \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW}(W_1) - \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW}(W_2) \right| / \left( \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW}(W_1) + \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW}(W_2) \right)$$

$W^6 \cdot d\sigma/d(\cos \Theta^*)$  in nb  $(\text{GeV}/c^2)^6$

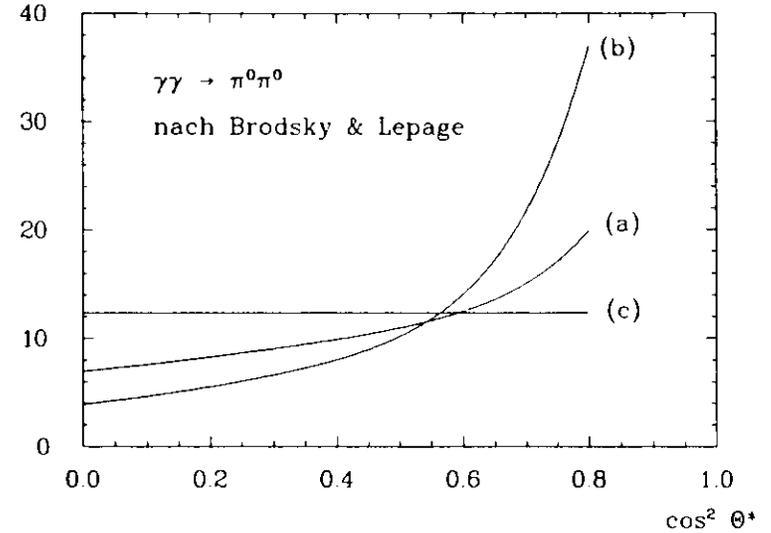


Abbildung 6.8:  $d\sigma_{\gamma\gamma}/d\cos\theta^*$  für  $\pi^0\pi^0$ -Erzeugung bei hohen invarianten Massen für verschiedenen  $\pi^0$ -Wellenfunktionen nach Brodsky und Lepage<sup>2</sup> (siehe [51]).

Die weiteren Fehler sind (Abschnitt 6.3):

Untergrundbeitrag	: ± 3 %
Korrekturfaktoren	: ± 2 %
elektr. Störungen	: ± 0.6 %
Simulationsrechnung	: ± 5 %
Luminositätsbestimmung	: ± 3 %
Triggersimulation	: ± 1 %
Vorselektion	: ± 1 %
Schnitte	: ± 2 %
longitudinale Photonen	: ± 0.5 %
VDM	: ± 1.5 %
Summe	: ± 7.5 %

Der maximale Untergrundbeitrag wurde bestimmt, indem ein Kontrollbereich (mit gleicher Fläche) um den  $\pi^0\pi^0$ -Bereich betrachtet wurde. In dem Kontrollbereich liegt ein Ereignis mit einer invarianten Masse über  $2 \text{ GeV}/c^2$ . Der Fehler durch Untergrundbeitrag wurde abschätzt zu  $1/(\text{Zahl der } \pi^0\pi^0\text{-Ereignisse}) = 1/35 \approx 3\%$ . Die berechneten Wirkungsquerschnitte sind in Anhang C zusammengestellt.

Interessant ist der Vergleich mit Messungen von  $\pi^+\pi^-$ -Erzeugung. Zu diesem Zweck wurden Wirkungsquerschnitte für den Winkelbereich  $|\cos\theta^*| < 0.3$  bestimmt (Anhang C). Für diesen Bereich sollten die Vorhersagen von Brodsky und Lepage Gültigkeit besitzen.

<sup>2</sup>Benutzt wurde für diese Darstellung  $d\Omega = W^2 \cdot 2 \cdot d\cos\theta^*$ .

$\sigma$  in nb

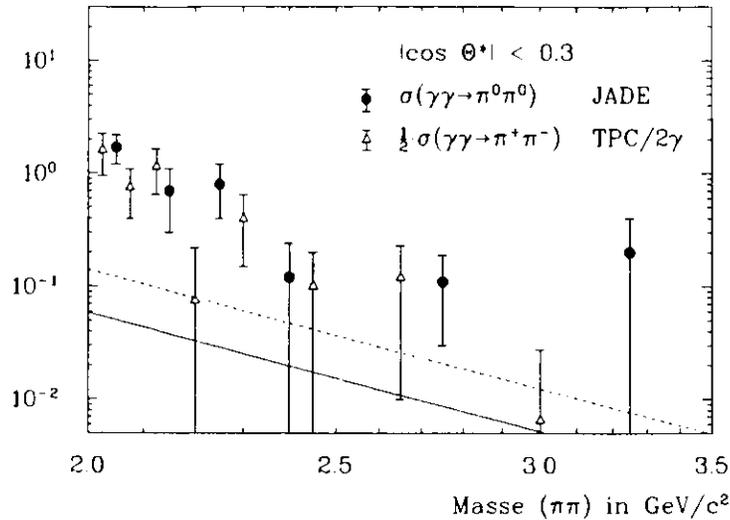


Abbildung 6.9:  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0}$  im Vergleich mit  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}$  [52] und den Vorhersagen von Brodsky und Lepage (gestrichelt für  $\frac{1}{2}\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}$  und durchgezogen für  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0}$ , Kurve (c) in Abbildung 6.8).

Abbildung 6.9 zeigt einen Vergleich zwischen den  $\pi^0\pi^0$ - und  $\pi^+\pi^-$ -Wirkungsquerschnitten. Man erkennt, daß die Wirkungsquerschnitte gerade um einen Faktor 2 differieren. Dies legt die Vermutung nahe, daß es sich noch um Effekte handelt, in denen die Pionen nicht direkt an die Photonen koppeln (z.B. Resonanzzerzeugung). Die Winkelverteilung ist wegen der geringen Statistik sowohl mit Spin 0, als auch mit Spin 2, Helizität 2 verträglich.

## Zusammenfassung

Mit dem JADE-Detektor wurden die Zwei-Photon Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ ,  $\pi^0\eta \rightarrow \gamma\gamma$  untersucht. Die Messung mit einer integrierten Luminosität von  $150 (\text{pb})^{-1}$  wurde bei einer mittleren Strahlenergie von 18 GeV durchgeführt.

Beobachtet wurden die Tensormesonen  $f_2(1270)$  und  $a_2(1320)$ , sowie die skalare Resonanz  $a_0(980)$ . Für das  $f_0(975)$  und das  $f_4(2030)$  wurden obere Grenzen der  $\gamma\gamma$ -Breiten bestimmt. Nachfolgend sind die Ergebnisse der Messung angegeben (bei den Resonanzen mit Spin 2 und 4 wurde 100 % Helizität 2 Erzeugung angenommen):

$\Gamma_{\gamma\gamma}^{\lambda=2}(f_2)$	$= 3.19 \pm 0.09 \pm_{0.38}^{0.22}$	keV
$\Gamma_{\gamma\gamma}^{\lambda=2}(a_2)$	$= 1.01 \pm 0.14 \pm 0.22$	keV
$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_0)$	$= 0.28 \pm 0.04 \pm 0.10$	keV / $BR(a_0 \rightarrow \pi^0\eta)$
$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_0)$	$< 0.6$	keV (95% CL)
$\Gamma_{\gamma\gamma}^{\lambda=2}(f_4)$	$< 1.1$	keV (95% CL)

Die Winkelverteilung der Pionen aus dem Zerfall des  $f_2(1270)$  ist gut vereinbar mit vollständiger Helizität 2 Produktion. Die Helizitätsamplitude konnte wegen des Einflusses von Interferenzeffekten nur in Abhängigkeit eines möglichen Spin 0 Untergrundes angegeben werden.

Zum ersten Mal konnten mit dem JADE-Detektor Wirkungsquerschnitte für den Prozeß  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  bei invarianten Massen zwischen 2 und 3.5  $\text{GeV}/c^2$  bestimmt werden. Die gemessenen Werte liegen um eine Größenordnung über QCD-Rechnungen von Brodsky und Lepage. Der Vergleich mit gemessenen Wirkungsquerschnitten für  $\pi^+\pi^-$ -Erzeugung legt die Vermutung nahe, daß der Wirkungsquerschnitt noch durch Ausläufer des  $f_2(1270)$  geprägt ist.

# Anhang A

## Bezeichnungen

$E_b$	Strahlenergie
$p_{1,(2)} = (E_{1,(2)}, \vec{p}_{1,(2)})$	Energie-Impulsvektor des einlaufenden Elektrons (Positrons)
$p'_{1,(2)} = (E'_{1,(2)}, \vec{p}'_{1,(2)})$	Energie-Impulsvektor des auslaufenden Elektrons (Positrons)
$q_i = (\omega_i, \vec{q}_i)$	Energie-Impulsvektor der virtuellen Photonen
$P = (E, \vec{P}) = q_1 + q_2$	Energie-Impulsvektor des erzeugten Systems (Resonanz)
$W = \sqrt{P^2}$	Invariante Masse des erzeugten Systems
$k_i = (k_i^0, \vec{k}_i)$	Energie-Impulsvektor der Zerfallsteilchen der Resonanz ( $\pi^0, \eta$ ); $m_i^2 \equiv k_i^2$
$\phi^*, \theta^*$	Winkel zwischen einem Teilchen und der Photonrichtung im Ruhesystem der Resonanz
$\varphi, \vartheta$	Winkel zwischen den Zerfallsteilchen und der Strahlachse
$L_{\gamma\gamma}$	Zwei-Photon-Luminositätsfunktion
$L$	Integrierte Luminosität

Alle Größen ohne "\*" beziehen sich auf das Laborsystem, eine Größe mit einem "\*" auf das Ruhesystem der Resonanz.

Metrik:  $g^{\mu\nu} \equiv \text{diag}(1, -1, -1, -1)$

### Kugelfunktionen:

$$\begin{aligned}
 Y_0^0 &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} & Y_2^2 &= \sqrt{\frac{15}{32\pi}} \sin^2\theta e^{2i\phi} \\
 Y_2^0 &= \sqrt{\frac{5}{16\pi}} (3\cos^2\theta - 1) & Y_4^2 &= \frac{3}{4}\sqrt{\frac{5}{32\pi}} \sin^2\theta (7\cos^2\theta - 1) e^{2i\phi} \\
 Y_4^0 &= \frac{3}{8}\sqrt{\frac{7}{4\pi}} (35\cos^4\theta - 30\cos^2\theta + 1) & &
 \end{aligned}$$

Meson	$J^{PC}$	Masse in MeV/c <sup>2</sup>	totale Breite in MeV	Zerfallskanal	Zerfallsrate (%)
$f_0(975)$	$0^{++}$	$975 \pm 4$	$33 \pm 6$	$\pi\pi$	$78 \pm 3$
				$K\bar{K}$	$22 \pm 3$
$a_0(980)$	$0^{++}$	$983 \pm 2$	$54 \pm 7$	$\pi\eta$	beobachtet
				$K\bar{K}$	beobachtet
$f_2(1270)$	$2^{++}$	$1274 \pm 5$	$176 \pm 20$	$\pi\pi$	$84.3 \pm 1.2$
				$2\pi^+\pi^-$	$2.9 \pm 0.4$
				$K\bar{K}$	$2.9 \pm 0.2$
				$\eta\eta$	$0.31 \pm 0.08$
				$\gamma\gamma$	$0.0015 \pm 0.0002$
$f_0(1300)$	$0^{++}$	$\sim 1300$	$150 - 400$	$2\pi^0\pi^+\pi^-$	beobachtet
				$\pi\pi$	$\sim 90$
				$K\bar{K}$	$\sim 10$
$a_2(1320)$	$2^{++}$	$1318 \pm 5$	$110 \pm 5$	$\eta\eta$	beobachtet
				$\rho\pi$	$70.1 \pm 2.2$
				$\eta\pi$	$14.5 \pm 1.2$
				$\omega\pi\pi$	$10.6 \pm 2.5$
				$K\bar{K}$	$4.9 \pm 0.8$
				$\pi\gamma$	$0.27 \pm 0.06$
$f_4(2030)$	$4^{++}$	$2026 \pm 12$	$200 \pm 13$	$\gamma\gamma$	$0.0008 \pm 0.0001$
				$\eta'\pi$	$\sim 2(C/L = 97\%)$
				$\pi\pi$	$17 \pm 2$
				$K\bar{K}$	$0.7 \pm 0.2$
				$\eta\eta$	$0.22 \pm 0.10$

Tabelle A.1: Eigenschaften einiger Resonanzen (nach [1]).

## Anhang B

### Die Breit-Wigner Parametrisierung

Hier soll die Breit-Wigner-Funktion für die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \pi^0\pi^0, (\pi^0\eta)$  aus dem Propagator  $P$  der Resonanz ( $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ ) abgeleitet werden. Wie in Kapitel 2 dargelegt, besteht der Wirkungsquerschnitt aus einem Helizität 0 und einem Helizität 2 Anteil[35]:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \sigma_{TT}(W, q_1^2 \rightarrow 0, q_2^2 \rightarrow 0) = \frac{1}{2W^2} (W_{-+,\dots} + W_{+-,\dots}) \quad (\text{B.1})$$

Mit dem Propagator läßt sich  $W_{ab,ab}$  darstellen als:

$$W_{ab,ab} = \frac{1}{2} \int dLips_{X_1, X_2} |M_{ab}(\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow X_1 X_2)|^2 \\ + \frac{1}{2} \int dLips_{X_1, X_2} |M_{ab}(\gamma\gamma \rightarrow R) \cdot P \cdot M_{J_i=a, b}(R \rightarrow X_1 X_2)|^2$$

Setzt man dieses in B.1, erhält man:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{4W^2} \sum_{a+b=J} |M_{ab}(\gamma\gamma \rightarrow R)|^2 \int dLips_{X_1, X_2} |P \cdot M(R \rightarrow X_1 X_2)|^2$$

Für Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow R$  zeigt das Matrixelement nach Poppe[35] die folgende Abhängigkeit von der invarianten Masse ( $J^P = 0^+, 2^+, 4^+, \dots$ ):

$$M(\gamma\gamma \rightarrow R) \propto (W/M_R)^{J-|J_z|}$$

Berücksichtigt man dies, und verwendet die Zerfallsbreite einer Resonanz in zwei reelle Photonen  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 16\pi(2J+1)M_R \sum_{a,b} \dots |M_{ab}(\gamma\gamma \rightarrow R)|^2$ , erhält man:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = 16\pi(2J+1) \frac{M_R}{2W^2} \left(\frac{W}{M_R}\right)^{2(J-|J_z|)} \Gamma_{\gamma\gamma} \frac{1}{2} \int dLips_{X_1, X_2} |M(R \rightarrow X_1 X_2)P|^2$$

Daraus folgt:

$$\sigma_{\gamma\gamma} = 8\pi(2J+1) \frac{M_R}{W} \left(\frac{W}{M_R}\right)^{2(J-|J_z|)} \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma'_R(W) \cdot BR_{(R \rightarrow X_1 X_2)} \cdot |P|^2$$

$$\text{mit} \quad \Gamma'_R(W) \equiv \frac{1}{2W} \sum_{final} \int dLips_{final} |M(R \rightarrow final)|^2$$

Man kann  $\Gamma'_R(W)$  auf die totale Zerfallsbreite der Resonanz beziehen:

$$\Gamma_R \equiv \Gamma_R(M_R) = \frac{1}{2M_R} \sum_{final} \int dLips_{final} |M(R \rightarrow final)|^2$$

Zu berücksichtigen ist die Massenabhängigkeit des Phasenraums  $dLips_{X_1, X_2}(W) = \frac{1}{8\pi^2} \frac{|\vec{k}^*| d\Omega}{W}$ :

$$\Gamma'_R(W) \equiv \frac{M_R}{W} \Gamma_R(W) = \frac{M_R}{W} \frac{|\vec{k}^*|}{|\vec{k}_0^*|} \frac{|M(W)|}{|M(M_R)|} \Gamma_R$$

Dabei ist  $\vec{k}^*$  bzw.  $\vec{k}_0^*$  der Impuls eines auslaufenden Teilchens im Schwerpunktsystem bei der invarianten Masse  $W$  bzw.  $M_R$ . Der Faktor zwischen  $\Gamma'_R(W)$  und  $\Gamma_R(W)$  wurde nur gewählt, um die gleichen Bezeichnungen wie in Abschnitt 2 zu erhalten.

Das Matrixelement kann als Produkt aus dem Polarisationsensor  $E_{J_i^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J}}$  und einem invarianten Tensor  $T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J}$  dargestellt werden. Für die folgenden Rechnungen wird das Ruhesystem der Resonanz gewählt.

#### • Der Polarisationsensor

Der Polarisationsensor läßt sich als eine Linearkombination aus den Polarisationsvektoren  $\epsilon_a, \epsilon_{-a}$  und  $\epsilon_0$  schreiben<sup>1</sup>

$$E_{J_i^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J}} = \sum c_i \epsilon_a^{\alpha_1} \epsilon_b^{\alpha_2} \dots \quad \text{mit } a + b + \dots = J_z$$

und ist orthonormal, symmetrisch und spurlos[35]:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & E_{(J_i=A)}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots} E_{\alpha_1 \alpha_2 \dots}^* (J_i=B) = (-1)^J \delta_{AB} && \text{orthonormal} \\ \text{(ii)} \quad & E_{J_i^{\alpha_1 \dots \alpha_m \dots}} = E_{J_i^{\alpha_m \dots \alpha_1}} && \text{symmetrisch} \\ \text{(iii)} \quad & E_{J_i^{\alpha_1 \dots \alpha_m \dots}} g_{\alpha_i \alpha_m} = 0 && \text{spurlos} \end{aligned}$$

Um die Symmetrie zu erfüllen, wird ein Tensor  $\tilde{E}$  definiert:

$$\tilde{E}_{J,m,n} = \begin{cases} \sum_i \epsilon_i^{\alpha_1(i)} \epsilon_i^{\alpha_2(i)} \dots \epsilon_i^{\alpha_m(i)} \epsilon_i^{\alpha_{m+1}} \dots \epsilon_i^{\alpha_{m+n}} \epsilon_0^{\alpha_{m+n+1}} \dots \epsilon_0^{\alpha_{(J)}} \\ 0 & \text{falls } m+n > J, n < 0 \text{ oder } m < 0 \end{cases}$$

Die Summe geht über alle Permutationen  $\{1, 2, 3, \dots, J\}$  ohne Wiederholung. Dieser Tensor ist symmetrisch und orthogonal:

$$\tilde{E}_{J,m,n} \tilde{E}_{J,m',n'}^* = \delta_{mm'} \delta_{nn'} \frac{(-1)^J J!}{m! n! (J-m-n)!}$$

<sup>1</sup>Im Ruhesystem der Resonanz sei  $\epsilon_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -i, 0)$ ,  $\epsilon_{-a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, +1, -i, 0)$  und  $\epsilon_0 = (0, 0, 0, 1)$ .

Nun läßt sich der allgemeine Polarisations-Tensor hinschreiben ( $J_z$  sei hier positiv):

$$E_{J_i}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} = \sqrt{2^J} \frac{(J - J_z)! (J + J_z)!}{(2J)!} \sum_{m=0}^{(J+J_z)/2} 2^{-m} \tilde{E}_{J, m+J_z, m}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} \quad (\text{B.2})$$

Der Faktor  $2^{-m}$  in der Summe gewährleistet, daß der Tensor spurlos ist, denn:

$$\begin{aligned} g_{\alpha_1 \alpha_2} \sum_m 2^{-m} \tilde{E}_{J, m+J_z, m}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} &= \sum_m 2^{-m} \left\{ \underbrace{\epsilon_{\alpha_1 \alpha_2}}_{=0} \tilde{E}_{J-2, m+J_z-2, m}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} + \underbrace{\epsilon_{\alpha_1 \alpha_2}}_{=0} \tilde{E}_{J-2, m+J_z, m-2}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} \right. \\ &\quad \left. + \underbrace{(\epsilon_{\alpha_1 \alpha_2} + \epsilon_{\alpha_2 \alpha_1})}_{=2} \tilde{E}_{J-2, m-1+J_z, m-1}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} + \underbrace{\epsilon_0 \epsilon_0}_{=-1} \tilde{E}_{J-2, m+J_z, m}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} \right\} \\ &= \sum_m 2^{-m} (2 \tilde{E}_{J-2, m-1+J_z, m-1}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} - \tilde{E}_{J-2, m+J_z, m}^{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Die Normierung des Polarisations-Tensors erhält man bei Beachtung der Orthogonalität der Tensoren  $\tilde{E}$ :

$$\begin{aligned} \left( \sum_m 2^{-m} \tilde{E}_{J, m+J_z, m} \right) \left( \sum_{m'} 2^{-m'} \tilde{E}_{J, m'+J_z, m'} \right) &= \sum_{m=0}^{J+J_z} 2^{-2m} \frac{(-1)^J J!}{(m+J_z)! m! (J-2m+J_z)!} \\ &= (-1)^J 2^{J+J_z} \frac{(2J)!}{(J+J_z)! (J-J_z)!} \end{aligned}$$

Die letzte Umformung gewinnt man unter Benutzung der Formeln 2.1(14) und 1.2(11) aus 53.

Damit erfüllt der Tensor (B.2) die geforderten Eigenschaften.

### • Der Tensor T

Dieser Tensor ergibt sich bei Berücksichtigung der Paritätserhaltung als [35]:

$$T_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_J} = (k_2^* - k_1^*)_{\alpha_1} (k_2^* + k_1^*)_{\alpha_2} \dots (k_2^* - k_1^*)_{\alpha_J} F_J(W^2)$$

$F_J(W^2)$  ist ein Formfaktor und enthält den Spin-Barrier-Faktor:  $F^2 \propto D^{-1}(x)$ . Zur Definition von  $D(x)$  siehe Abschnitt 2.2.2.

Das Produkt dieser Tensoren ergibt das Matrixelement<sup>2</sup>:

$$\begin{aligned} M &= (\vec{k}^*)^J \sum_{m=0}^{J+J_z} (-1)^{J+J_z-m} 2^{-J_z-2m} \sqrt{2^{2J}} \frac{J!}{(J_z+m)! m! (J-J_z-2m)!} \\ &\quad \sqrt{\frac{(J-J_z)! (J+J_z)!}{(2J)!}} (\sin \theta^*)^{2m+J_z} (\cos \theta^*)^{J-2m+J_z} e^{iJ\phi^*} F_J(W^2) \\ &= (-1)^J (\vec{k}^*)^J \sqrt{2^{2J}} \frac{J!}{\sqrt{(2J-1)!}} \sqrt{4\pi} Y_J^J(\phi^*, \cos \theta^*) F_J(W^2) \end{aligned}$$

Damit erhält man:

$$\frac{|M(W)|^2}{|M(M_R)|^2} \propto \frac{|\vec{k}^*|^{2J} D_J(x_0)}{|\vec{k}_0^*|^{2J} D_J(x)}$$

<sup>2</sup>Verwendet wurde die Formel 3.2(24) aus [53].

Folgt man Fang *et al.* [54] und verwendet den aus der QCD Störungsrechnung berechneten Propagator  $(W^2 - M_R^2 - iW\Gamma_R(W))^{-1}$ , kann der resultierende Wirkungsquerschnitt angegeben werden.

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma\gamma} &= 8\pi (2J+1) \left( \frac{M_R}{W} \right)^{3-2(J+J_z)} \frac{\Gamma_R(W) \Gamma_{\gamma\gamma}}{(W^2 - M_R^2)^2 + M_R^2 \Gamma_R^2(W)} BR_{(R \rightarrow X_1 X_2)} \\ &\quad \text{mit } \Gamma_R(W) = \begin{pmatrix} \vec{k}^* \\ \vec{k}_0^* \end{pmatrix}^{2J+1} \begin{pmatrix} D_J(x_0) \\ D_J(x) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Der Propagator gilt jedoch nur für  $W \approx M_R$ . Um massenabhängige Effekte zu berücksichtigen, kann man Faktoren, die für  $W \rightarrow M_R$  gegen 1 gehen, in die Breit-Wigner Funktion einsetzen [54]:

$$\text{oder } \frac{(W^2 - M_R^2)^2}{\sigma_{\gamma\gamma}} \rightarrow \frac{(W^2 - M_R^2)^2}{\sigma_{\gamma\gamma}} \frac{(M/W)^n}{(W/M)^n}$$

# Anhang C

## Wirkungsquerschnitte

$W/(GeV/c^2) =$	2 - 2.1	2.1 - 2.2	2.2 - 2.3	2.3 - 2.5	2.5 - 3.0	3.0 - 3.5
<b>Simulationsrechnung</b>						
Ereignisse produziert 1982	304	225	145	185	183	64
'85,'86	950	639	455	537	523	163
Ereignisse nach 1982 T1	14	10	4	5	6	2
der Selektion '85,'86 T1	33	23	18	13	13	2
'85,'86 T2	16	7	4	11	12	0
$\sum \epsilon_i L_i$ in $(pb)^{-1}$	6.57	6.00	5.67	5.40	5.89	2.07
	$\pm 0.22$	$\pm 0.30$	$\pm 0.41$	$\pm 0.34$	$\pm 0.35$	$\pm 1.01$
$I \cdot 10^{-3}$	0.960	0.896	0.838	1.523	3.103	2.388
	$\pm 0.001$	$\pm 0.003$				
<b>Daten</b>						
$N$ ( $\cos^2\theta^* = 0.3$ )	11	4	4	1	2	1
$\sigma_{\gamma\gamma}$ in nb	1.7	0.7	0.8	0.12	0.11	0.20
	$\pm 0.5$	$\pm 0.4$	$\pm 0.4$	$\pm 0.12$	$\pm 0.08$	$\pm 0.22$
<b>Systematische Fehler</b>						
nach Abschnitt 6.6 (in %)	$\pm 7.5$					
Integration (in %)	$\pm 3.5$	$\pm 3.5$	$\pm 3.2$	$\pm 6.2$	$\pm 15.6$	$\pm 12$
Summe (in %)	$\pm 8.3$	$\pm 8.3$	$\pm 8.2$	$\pm 9.7$	$\pm 17$	$\pm 14$

Tabelle C.1: Berechnung der Wirkungsquerschnitte für  $|\cos\theta^*| = 0.3$ . Der obere Teil der Tabelle gibt die Ergebnisse der Simulationsrechnung wieder. Unten sind die berechneten Wirkungsquerschnitte angegeben.

$W/(GeV/c^2) =$	2	2.1	2.2	2.2	2.3	2.3	2.4	2.4	2.5	2.5	3.0	3.0	3.5
<b>Simulationsrechnung</b>													
Ereignisse produziert 1982	1044		758		487		357		297		603		200
'85,'86	3148		2200		1468		1119		749		1743		504
Ereignisse nach 1982 T1	22		17		7		6		4		13		4
der Selektion '85,'86 T1	41		37		24		13		7		21		6
(Spin 0) '85,'86 T2	25		10		10		7		8		14		1
Ereignisse nach 1982 T1	17		14		3		2		4		10		3
der Selektion '85,'86 T1	33		31		22		10		6		17		5
(Spin 2, Hel.2) '85,'86 T2	17		9		8		7		5		10		0
$\sum \epsilon_i L_i$ in $(pb)^{-1}$	2.74		2.79		2.77		2.30		2.47		2.67		1.93
(Spin 0)	$\pm 0.06$		$\pm 0.09$		$\pm 0.12$		$\pm 0.16$		$\pm 0.22$		$\pm 0.10$		$\pm 0.33$
$\sum \epsilon_i L_i$ in $(pb)^{-1}$	3.90		4.42		4.25		3.24		3.56		3.85		2.60
(Spin 2, Hel.2)	$\pm 0.13$		$\pm 0.18$		$\pm 0.25$		$\pm 0.31$		$\pm 0.43$		$\pm 0.21$		$\pm 0.62$
$I \cdot 10^{-3}$	0.960		0.896		0.838		0.786		0.738		3.103		2.388
	$\pm 0.001$		$\pm 0.001$		$\pm 0.001$		$\pm 0.001$		$\pm 0.001$		$\pm 0.004$		$\pm 0.003$
<b>Daten</b>													
$N$	15		7		5		3		1		3		1
$\sigma_{\gamma\gamma}$ in nb	5.7		2.8		2.2		1.7		0.55		0.36		0.22
Spin 0	$\pm 1.5$		$\pm 1.1$		$\pm 1.0$		$\pm 1.0$		$\pm 0.55$		$\pm 0.21$		$\pm 0.22$
$\sigma_{\gamma\gamma}$ in nb	4.0		1.8		1.4		1.2		0.38		0.25		0.16
Spin 2, Hel. 2	$\pm 1.0$		$\pm 0.7$		$\pm 0.6$		$\pm 0.7$		$\pm 0.38$		$\pm 0.15$		$\pm 0.16$
<b>Systematische Fehler</b>													
nach Abschnitt 6.6 (in %)	$\pm 6.7$		$\pm 7.5$										
Integration (in %)	$\pm 3.5$		$\pm 3.5$		$\pm 3.2$		$\pm 3.2$		$\pm 3.0$		$\pm 15.6$		$\pm 12$
Summe (in %)	$\pm 8.3$		$\pm 8.3$		$\pm 8.2$		$\pm 8.2$		$\pm 8.1$		$\pm 17$		$\pm 14$

Tabelle C.2: Wirkungsquerschnitte unter der Annahme von Spin 2, Helizität 2 bzw. Spin 0.

# Literaturverzeichnis

- [1] Particle Data Group; Phys.Lett **170B** (1986).
- [2] D. Antreasyan *et al.*; Phys.Rev. **D33** (1986) 1847.
- [3] G. Gidal; Proc. VIIIth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh 1988, Preprint LBL-25532.
- [4] V.M. Budnev, I.F. Ginzburg, G.V. Meledin and V.G. Serbo; Phys.Rep **15** (1975) 181.
- [5] G. Köpp, T. Walsh, P. Zerwas; Nucl. Phys. **B70** (1974) 461.
- [6] J. Field; Nucl. Phys. **B108** (1980) 477, Erratum Nucl Phys. **B176** (1980) 545.
- [7] C.F. von Weizsäcker; Z. Phys. (1934) 612  
E. Williams; Kgl. Danske Vidensk. Selskab. Mat.-Fiz. Med. No.13 (1935).
- [8] F. Low; Phys.Rev. **120** (1960) 582.
- [9] H. Pilkuhn; Properties and Production Spectra of Elementary Particles ..., Landolt and Börnstein eds., Neue Serie I/6, (1972).
- [10] M. Gell-Mann, F. Zachariasen; Phys.Rev. **124** (1961) 953.
- [11] J.D. Jackson; Nuovo Cim. **34** (1964) 1644.
- [12] J.M. Blatt, V.F. Weisskopf; Theoretical Nuclear Physics, John Wiley (1952).
- [13] N.N. Arhasov, V.A. Karnakov, Novosibirsk, TF 14-147 (1985).
- [14] F. von Hippel, C. Quigg; Phys. Rev. **D5** (1972) 624.
- [15] L.F. Landau; Dokl. Akad. Nauk USSR **60** (1948) 207.  
C.N. Yang; Phys. Rev. **77** (1950) 242.
- [16] P. Becher, M. Böhm, H. Joos; Eichtheorien, Teubner (1983).
- [17] J.L. Rosner; Phys. Rev. **D24** (1981) 1347.  
J.L. Rosner, S.F. Tuan; Phys. Rev. **D27** (1983) 1544.  
A. Bramon, R. Casas, J. Casulleras, F. Cornet; Z. Phys. **C28** (1985) 573.  
F. Caruzo, E. Predazzi; Z. Phys. **C33** (1987) 569.
- [18] T. Barnes; Proc. VIIth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Paris 1986.
- [19] S. Godfrey, N. Isgur; Phys. Rev. **D32** (1985) 189.  
C. Hayne, N. Isgur; Phys. Rev. **D25** (1982) 1944.
- [20] M.S. Chanowitz; Proc. VIIIth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh 1988, Preprint LBL-25433.
- [21] R. Felst *et al.*; Proposal for a Compact Magnetic Detector at PETRA, PETRA proposals, PRC No. 76/16.
- [22] J. Heintze; Nucl. Inst. Meth. **190** (1982) 293.
- [23] W. Farr, R.D. Heuer, A. Wagner; Readout of Drift Chambers with a 100 MHz Flash ADC System, IEEE NS-30 1 (1983) 95.
- [24] J. Allison *et al.*; Nucl. Inst. Meth. **A238** (1985) 230.
- [25] J. Olsson *et al.*; Nucl. Inst. Meth. **176** (1980) 403.
- [26] S. Kawabata; Programmbeschreibung (1982), unpubliziert.  
J.H. Field; Proc. IVth Intern. Colloq. on Photon-Photon Interactions, Paris 1981.
- [27] J. Friedman; Programmbeschreibung (1972), unpubliziert.
- [28] H. Messel, D.F. Crawford;  
Electron-Photon Shower Distribution Function, Pergamon Press (1970).  
A. Sato; Master's Thesis, Universität Tokyo (1978), unpubliziert.
- [29] JADE Coll., W. Bartel *et al.*; Phys.Lett. **160B** (1985) 337.
- [30] S. Cooper; Preprint MIT-LNS-169 (1988).
- [31] A.I. Alekseyev; Sov. Phys. (JETP) **34(7)** (1958) 826.  
M. Krammer, H. Krasemann; Phys. Lett. **73B** (1978) 58.  
M. Krammer; Phys. Lett. **74B** (1978) 361.
- [32] B. Schremp-Otto, F. Schremp, T. Walsh; Phys. Lett. **36B** (1971) 463.  
P. Grassberger, R. Kögerler; Nucl. Phys. **B106**(1976)451.
- [33] H. Kolanoski, P. Zerwas; DESY 87-175.
- [34] JADE Coll., W. Bartel *et al.*; Phys. Lett. **129** (1983) 145.
- [35] M. Poppe; Intl. J. Mod. Phys. **1** (1986) 545, DESY 86-014.
- [36] S.J. Brodsky, T. Kinoshita, H. Terazawa;  
Phys. Rev. Lett. **25** (1970) 972, Phys. Rev. **D4** (1971) 1532.
- [37] G. Mennessier; Z. Phys. **C16**(1983)241.
- [38] PLUTO Coll., Ch. Berger *et al.*; Phys. Lett. **94B** (1980) 254.  
Mark II Coll., A. Roussarie *et al.*; Phys. Lett. **105B** (1981) 304.  
TASSO Coll., R. Brandelik *et al.*; Z. Phys. **C10** (1981) 117.  
Crystal Ball Coll., C. Edwards *et al.*; Phys. Lett. **110B** (1982) 82.  
CELLO Coll., H.J. Behrend *et al.*; Z. Phys. **C23** (1984) 223.  
JADE Coll., J. Olsson; Proc. Vth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen (1983).  
DELCO Coll., A. Courau *et al.*; Phys. Lett. **147B** (1984) 227.  
Mark II Coll., J.R. Smith *et al.*; Phys. Rev. **D30** (1984) 851.  
PLUTO Coll., Ch. Berger *et al.*; Z. Phys. **C28** (1984) 199.  
TPC/2 $\gamma$  Coll., H. Aihara *et al.*; Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 404.  
R.P. Johnson (DELCO); Ph.D.Thesis, SLAC-294 (1986).  
G. Gidal; Proc. VIIIth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh 1988, Preprint LBL-25532.
- [39] Crystal Ball Coll., C. Edwards *et al.*; Phys. Lett. **110B** (1982) 82.  
CELLO Coll., H.J. Behrend *et al.*; Phys. Lett. **114B** (1982) 378.  
JADE Coll., J. Olsson; Proc. Vth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen (1983).

- PLUTO Coll., Ch. Berger *et al.*: Phys. Lett. **140B** (1984) 427.  
 Crystal Ball Coll., D. Antreasyan *et al.*: Phys. Rev. **D33** (1986) 1847.  
 TASSO Coll., M. Althoff *et al.*: Z. Phys. **C31** (1986) 537.  
 TPC/2γ Coll., A. Eisner *et al.*: Proc. Intern. Europhysics Conf. on High Energy Physics, Cppasala (1987).  
 MD-1 Coll., A.E. Blinov *et al.*, Novosibirsk, Preprint 87-92 (1987).  
 [40] TASSO Coll., M. Althoff *et al.*: Z. Phys. **C29** (1985) 189.  
 TPC/2γ, H. Ahara *et al.*: Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 404  
 R.P. Johnson (DELCO); Ph.D Thesis, SLAC-284 (1986).  
 J. Olsson: Proc. Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions, Hamburg (1987)  
 PLUTO Coll., Ch. Berger *et al.*: DESY 87-104.  
 [41] JADE Coll., J. Olsson: Proc. Vth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen (1983).  
 TASSO Coll., M. Althoff *et al.*: Z. Phys. **C29** (1985) 189.  
 [42] MARK II Coll., J. Boyer: contributed paper to VIIIth Intern. Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh 1988, Preprint LBL-25065.  
 [43] S.B. Berger, B.T. Feld: Phys. Rev. **D8** (1973) 3875.  
 [44] V.M. Budnev, A.E. Kaloshin: Phys. Lett. **66B** (1979) 351.  
 [45] C.A. Dominguez, N. Paver: Z. Phys. **C39** (1988) 39.  
 [46] T. Barnes: Phys. Lett. **165B** (1985) 434.  
 [47] N.N. Achasov, S.A. Deyanin, G.N. Shrestakov: Z. Phys. **C16** (1982) 55.  
 [48] R. Jaffe: Phys. Rev. **D15** (1977) 267.  
 R. Jaffe, F. Low: Phys. Rev. **D19** (1979) 2105.  
 [49] J. Weinstein, N. Isgur: Phys. Rev. Lett. **48** (1982) 659. Phys. Rev. **D27** (1983) 588  
 [50] N.N. Achasov, G.N. Shrestakov: Novosibirsk (1987), TPh-25(155).  
 [51] S.J. Brodsky, G.F. Lepage: Phys. Rev. **D24**(1981)1808  
 [52] TPC/2γ Coll., H. Ahara *et al.*: Phys. Rev. Lett. **57** (1986) 404.  
 [53] A. Erdelyi, W. Magnus, F. Oberhettinger, F.G. Tricomi: Bateman Manuscript Project, Higher Transcendental Functions, Volume I, McGraw-Hill (1953)  
 [54] Z.Y. Fang, G. Lopez Castro, J. Pestieau: Preprint UCL-IPPT-87-07 (1987).

## Danksagungen

Herrn Prof. Dr. G. Heinzlmann danke ich für die Betreuung dieser Arbeit. Viel zu verdanken habe ich Herrn Dr. J. Olsson, der immer mit fachlichem Rat zur Verfügung stand und ohne den die Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen wäre. Allen JADE-Mitgliedern danke ich für die gute Zusammenarbeit während meiner Diplomarbeit.

Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen Eltern, die mir das Studium ermöglicht haben.

Ich versichere, die Arbeit selbständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln durchgeführt zu haben.

Hamburg, den 25.10.1988