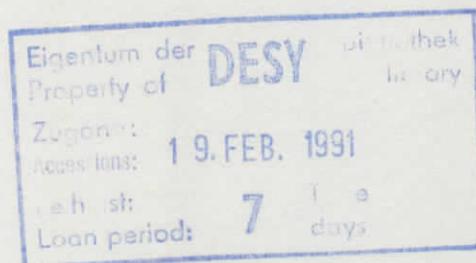


Interner Bericht
DESY F31-91-01
Januar 1991

Beobachtungen einer neuen $\eta\pi^0\pi^0$ -Resonanz bei 1900 MeV/c² in Zwei-Photon-Reaktionen

von

Karl-Heinz Karch



DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

**"Die Verantwortung für den Inhalt dieses
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser"**

Interner Bericht
DESY F31-91-01
Januar 1991

Beobachtung einer neuen $\eta\pi^0\pi^0$ – Resonanz bei $1900 \text{ MeV}/c^2$ in Zwei-Photon-Reaktionen

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Karl-Heinz Karch
aus Schweinfurt

Hamburg
1991

Gutachter der Dissertation : Prof. Dr. J.K. Bienlein
Prof. Dr. U. Strohbusch

Gutachter der Disputation : Prof. Dr. J.K. Bienlein
Prof. Dr. E. Lohrmann

Datum der Disputation : 22. Januar 1991

Sprecher des Fachbereichs
Physik und Vorsitzender
des Promotionsausschusses : Prof. Dr. H.J. Wendker

Abstract

The reaction $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \eta\pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^- 6\gamma$ has been analyzed using the full data sample taken with the Crystal Ball detector at the DORIS-II storage ring at DESY. $\eta\pi^0\pi^0$ events are observed from threshold to about 2.5 GeV/c². The $\eta\pi^0\pi^0$ invariant mass spectrum is dominated by the η' . From the number of observed events we determine the product of the radiative width and the branching ratio to $\eta\pi^0\pi^0$ $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')BR(\eta' \rightarrow 6\gamma) = (0.353 \pm 0.022 \pm 0.033)$ keV. Using the branching ratio from [1] the radiative width $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')$ is determined to be $(4.53 \pm 0.28 \pm 0.51)$ keV.

Near 1900 MeV/c² we observe a second enhancement in the cross section, which we attribute to the two-photon production and decay of a new resonance $X(1900)$. The invariant mass distribution of the $\eta\pi^0$ subsystems, exhibits evidence for the $a_2(1320)\pi^-$, $a_0(980)\pi^-$ and $f_0(1400)\eta$ isobar decays. This and the decay angular distributions agree with the expectation for the $J^{PC} = 2^{-+} \eta_2$ meson, which is predicted by the quark model. For this J^P assignment, the resonance parameters are: $M(X) = (1876 \pm 35 \pm 50)$ MeV/c², $\Gamma_{tot}(X) = (228 \pm 90 \pm 34)$ MeV and $\Gamma_{\gamma\gamma}(X)BR(X \rightarrow \eta\pi\pi) = (0.9 \pm 0.2 \pm 0.3)$ keV.

Zusammenfassung

Die Reaktion $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \eta\pi^0\pi^0 \rightarrow e^+e^- 6\gamma$ wurde mit Hilfe des Crystal Ball-Detektors am Speicherring DORIS-II bei DESY untersucht. Das $\eta\pi^0\pi^0$ Massenspektrum wird von der kinematischen Schwelle bis zu invarianten Massen von 2.5 GeV/c² beobachtet. Die dominante Struktur in diesem Spektrum ist das η' . Aus der Anzahl der beobachteten Ereignisse wird das Produkt von Partialbreite für den Zerfall in zwei Photonen und Verzweigungsverhältnis nach $\eta\pi^0\pi^0$ zu $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')BR(\eta' \rightarrow 6\gamma) = (0.353 \pm 0.022 \pm 0.033)$ keV bestimmt. Unter Verwendung des Verzweigungsverhältnisses aus [1] ergibt sich die Partialbreite für den Zerfall in zwei Photonen zu $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (4.53 \pm 0.28 \pm 0.51)$ keV.

Im Massenbereich um 1900 MeV/c² wurde eine weitere Erhöhung des Wirkungsquerschnitts beobachtet, die der Zwei-Photon-Produktion einer bisher unbekanntenen Resonanz $X(1900)$ zugeordnet wird. Die Verteilung der invarianten Masse der $\eta\pi^0$ -Subsysteme, zeigt Anzeichen für Isobarenzerfälle über $a_2(1320)\pi^-$, $a_0(980)\pi^-$ und $f_0(1400)\eta$. Diese, und die Verteilung der Zerfallswinkel, sind verträglich mit den erwarteten Eigenschaften des im Quarkmodell vorhergesagten $J^{PC} = 2^{-+} \eta_2$ -Meson. Unter der Annahme, daß die Spin-Parität $J^{PC} = 2^{-+}$ ist, wurden folgende Resonanzparameter für diesen Zustand bestimmt: $M(X) = (1876 \pm 35 \pm 50)$ MeV/c², $\Gamma_{tot}(X) = (228 \pm 90 \pm 34)$ MeV und $\Gamma_{\gamma\gamma}(X)BR(X \rightarrow \eta\pi\pi) = (0.9 \pm 0.2 \pm 0.3)$ keV.

Inhaltsverzeichnis

Abstract	i
Inhaltsverzeichnis	ii
Abbildungsverzeichnis	iv
Tabellenverzeichnis	vi
1 Einleitung	1
2 Theoretische Grundlagen	5
2.1 Kinematik der $\gamma\gamma$ -Reaktion	5
2.2 Die Weizsäcker-Williams-Näherung	7
2.3 Die exakte Berechnung des Wirkungsquerschnittes	8
2.4 Mesonen-Modelle	10
2.5 Exklusive Erzeugung von Resonanzen in Zwei-Photon-Reaktionen	19
2.6 Winkelverteilungen und Isobaren-Modell	23
2.7 Vergleich: $\gamma\gamma \rightarrow X$ und $J/\psi \rightarrow \gamma X$	25
2.8 Zusammenfassung: Bestimmung von $\sigma_{\gamma\gamma}$ und $\Gamma_{\gamma\gamma}$	27
3 Experimenteller Aufbau	30
3.1 Der Speicherring DORIS-II	30
3.2 Der Crystal Ball-Detektor	32
3.3 Das Datenauslesesystem	38
3.4 Die Datenaufbereitung	42
4 Beschreibung der Datenselektion	47
4.1 Ereignisselektion	47
4.2 Monte Carlo-Simulation	61

5 Auswertung und Ergebnisse	67
5.1 Auswertung des η' -Signals	67
5.2 Auswertung des Spektrums oberhalb des η'	77
5.3 Suche nach Sechs-Photon-Endzuständen aus anderen Reaktionen	92
6 Zusammenfassung	95
A Berechnung der Isobaren-Modell-Amplituden	97
B Methoden der Anpassungsrechnung	99
Danksagung	102
Die Crystal Ball Kollaboration	103
Literaturverzeichnis	104

Abbildungsverzeichnis

1.1	Reaktionen an e^+e^- -Speicherringen	2
2.1	Feynman-Diagramm des Zwei-Photon-Prozesses	6
2.2	Die Kopplung zweier Photonen an ein Meson	14
2.3	Massenaufspaltung der Mesonen	16
2.4	Resonanzerzeugung in radiativen Zerfällen	26
2.5	Normierter Wirkungsquerschnitt $\bar{\sigma}$	29
3.1	Der Speicherring DORIS-II und die Injektionswege	32
3.2	Der Crystal Ball-Detektor	33
3.3	Das Kalorimeter	34
3.4	Ein Kristall	36
3.5	Der Innendetektor	37
3.6	Schemazeichnung der Auslöseelektronik	41
3.7	Definition der Energiesumme E_{13}	45
4.1	Invariantes Massenspektrum und p_t^2 -Spektrum nach den ersten beiden Selektionsstufen	50
4.2	Verteilung der Größe P_{charge}	52
4.3	Invariantes $\gamma\gamma$ -Massenspektrum	53
4.4	Verteilung der Größen $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$	56
4.5	Korrelationsdiagramm für $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ vs. $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$	58
4.6	Invariantes Massenspektrum und p_t^2 -Spektrum nach allen Selektionsstufen	59
4.7	Akzeptanz als Funktion der invarianten $\eta\pi^0\pi^0$ -Masse	64
4.8	Auflösungsfunktion der invarianten $\eta\pi^0\pi^0$ -Masse	66
5.1	Invariantes $\eta\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum im Bereich der η' -Resonanz	68
5.2	p_t^2 -Verteilung für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz	70
5.3	$\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ -Verteilung für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz	71
5.4	Polarwinkelverteilungen für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz	74
5.5	$M(\eta\pi^0)$ und $M(\pi^0\pi^0)$ Spektren für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz	76

5.6	$M(\pi^0\pi^0)$ Spektrum für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz	77
5.7	p_t^2 -Verteilungen für drei Massenintervalle	78
5.8	$M_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen für drei Massenintervalle	79
5.9	Dalitzplot $M_{\pi^0\pi^0}^2$ vs. $M_{\eta\pi^0}^2$	80
5.10	$M(\eta\pi^0)$ und $M(\pi^0\pi^0)$ Spektren für Ereignisse mit $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$	81
5.11	Winkelverteilungen für Ereignisse mit $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$	82
5.12	Invariantes $\eta\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum	85
5.13	Topologischer Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ (CELLO)	89
5.14	Ideogramm zum Vergleich der Ergebnisse aus den CELLO- und Crystal Ball-Analysen	90
5.15	$M_{\pi^0\gamma}$ -Verteilung für Ereignisse mit $W_{\gamma\gamma} > 1100 \text{ MeV}/c^2$	93

Tabellenverzeichnis

2.1	Quantenzahlen der leichtesten Quarks	11
2.2	Quantenzahlen der $q\bar{q}$ -Mesonen	12
2.3	Quantenzahlen der Hybrid-Mesonen	17
2.4	Zusammenhang zwischen Helizitätsamplituden und Formfaktoren	21
2.5	W -Abhängigkeit der $\gamma\gamma$ -Partialbreiten	23
4.1	Anpassungsrechnung an das $\gamma\gamma$ -Massenspektrum	53
4.2	Zusammenfassung der Selektionsschnitte	60
5.1	Anpassungsrechnung im Bereich der η' -Resonanz	68
5.2	χ^2 -Test für die Winkelverteilungen beim Zerfall $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$	74
5.3	χ^2 -Test für die Winkelverteilungen im Bereich $1600 \text{ MeV}/c^2 \leq W_{\gamma\gamma} \leq 2200 \text{ MeV}/c^2$	83
5.4	Ergebnisse der Anpassungsrechnung an das Massenspektrum	86

Kapitel 1

Einleitung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die experimentelle Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$. Der Endzustand wird durch sechs Photonen gebildet, die aus dem Zerfall der drei Mesonen stammen. Diese Zwei-Photon-Reaktion, die Wechselwirkung von Licht mit Licht, ist ein reiner Quanteneffekt. In der klassischen Elektrodynamik [2] genügen die elektromagnetischen Wellen dem Superpositionsprinzip und können sich folglich ungestört durchdringen - Frequenz, Polarisierung und Ausbreitungsrichtung beider Wellen behalten ihre ursprünglichen Werte bei. Die quantenmechanische Formulierung der Elektrodynamik (QED) zeigte erstmals, daß die Linearität nur im klassischen Grenzfall ($\hbar \rightarrow \infty$) gültig ist. Photonen, die Quanten des elektromagnetischen Feldes, können über den Austausch virtueller Teilchen-Antiteilchen-Paare, die entgegengesetzt gleiche Ladungen tragen, miteinander wechselwirken. Die Heisenberg'sche Unschärferelation erlaubt solche kurzzeitigen Quantenfluktuationen.

Der Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung von Licht an Licht, über den Austausch eines virtuellen Elektron-Positron-Paares, wurde erstmals 1935 von Euler und Kockel [3] berechnet. Für sichtbares Licht ist der berechnete Wert verschwindend klein und nicht beobachtbar, steigt aber mit zunehmender Photonenenergie rasch an. Zum experimentellen Nachweis braucht man Photonenstrahlen hoher Energie und hoher Intensität, die mit optischen Methoden nicht realisierbar sind.

Die Beobachtung von Zwei-Photon-Reaktionen war erstmals, möglich nachdem Elektron-Positron-Speicherringe in Betrieb genommen worden waren. Diese Maschinen wurden gebaut, um die e^+e^- -Vernichtungsreaktionen (siehe Abbildung 1.1a)) zu untersuchen. Bei dieser Klasse von Reaktionen wird ein Endzustand, dessen Masse der Schwerpunktenenergie entspricht und der die Quantenzahlen des Photons ($J^{PC} = 1^{--}$) trägt, durch den Austausch eines zeitartig-virtuellen Photons ($q^2 > 0$) erzeugt. Zwei-Photon-Reaktionen sind möglich, wenn die einlaufenden Elektronen und Positronen sich nicht vernichten, sondern nur streuen. Beide Leptonen können ein raumartig-virtuelles Photon ($q^2 < 0$) abstrahlen,

die dann miteinander wechselwirken (vgl. Abbildung 1.1b)). Die Wechselwirkungen sind als Reaktionen der die Leptonen begleitenden elektromagnetischen Felder zu verstehen; in der QED läßt sich das Feld eines geladenen, hochrelativistischen Teilchens durch einen Fluß von Photonen beschreiben, die sich annähernd parallel zum Teilchen bewegen. Die Abstrahlung ist im Rahmen der QED gut verstanden, folglich kann man sie vom eigentlich interessanten Anteil der Wechselwirkung, der inelastischen Reaktion, abseparieren. Der überwiegende Anteil der virtuellen Photonen hat einen sehr kleinen Vierer-Impuls, sie werden als quasi-reelle Photonen bezeichnet. Die Leptonenstrahlen in einem Speicherring stellen also gleichzeitig auch eine Quelle intensiver, hochenergetischer, quasi-reeller Photonen dar.

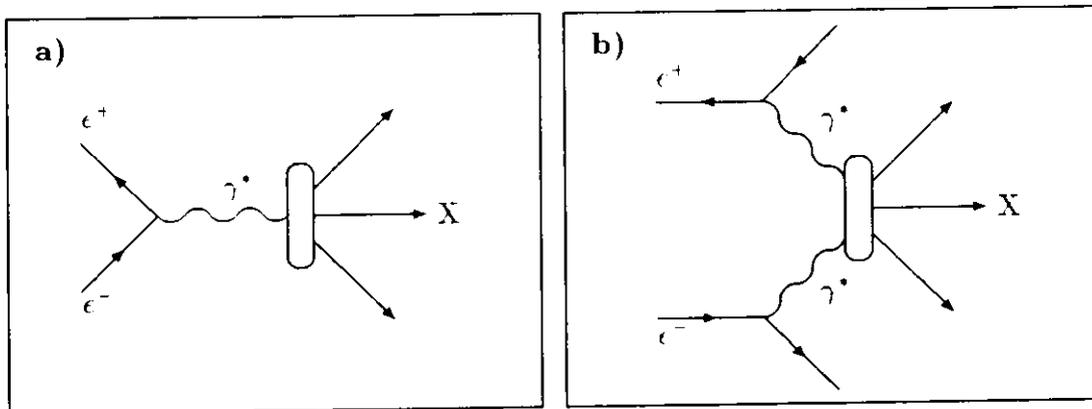


Abbildung 1.1: Reaktionen an e^+e^- -Speicherringen:
a) Vernichtungsreaktion, b) Zwei-Photon-Reaktion

Die Gesamtreaktion einer Zwei-Photon-Wechselwirkung ist:

$$e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^-X. \quad (1.1)$$

Mit γ^* werden im folgenden virtuelle Photonen bezeichnet. Die durch die Reaktion in Gleichung (1.1) erreichbaren Endzustände sind durch eine Reihe von Erhaltungssätzen eingeschränkt. Die Ladungskonjugations-Parität C muß positiv sein und der Isospin (der starken Wechselwirkung) kann nur die Eigenwerte 0, 1 oder 2 annehmen. Weiterhin müssen alle ladungsähnlichen Quantenzahlen, wie z.B. die elektrische Ladung, die Strangeness und die Baryonen-Zahl, null sein. Im Falle der Wechselwirkung zweier quasi-reeller Photonen ($q^2 \approx 0$) können alle Zustände mit geradem Spin erreicht werden ($J^P = 0^\pm, 2^\pm, \text{etc.}$); der Wert $J = 1$ ist aufgrund des Yang-Landau Theorems [4] ausgeschlossen, und von den verbleibenden Zuständen mit ungeradem Spin sind nur jene mit positiver Parität erreichbar. Ist eines der beteiligten Photonen deutlich virtuell, so sind auch Zustände mit Spin 1 erzeugbar.

Die Zwei-Photon-Reaktionen sind Prozesse zweiter Ordnung in der elektromagnetischen Kopplungskonstanten $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c) \approx 1/137$, deshalb ist ihr Wirkungsquerschnitt um α^2 gegenüber der Annihilationsreaktion unterdrückt. Daß der Wirkungsquerschnitt für Zwei-Photon-Reaktionen an e^+e^- -Speicherringen größer ist als für Ein-Photon-Reaktionen, ist ein Effekt der sehr unterschiedlichen invarianten Massen der virtuellen Photonen. Der Photon-Propagator ist proportional zu $1/\tilde{q}^2$, was zu einer weit stärkeren Unterdrückung der Annihilationsreaktion ($\tilde{q}^2 = s = 4E_{Strahl}^2$) führt.

Die bisher an verschiedenen e^+e^- -Speicherringen durchgeführten Untersuchungen von Zwei-Photon-Reaktionen umfaßten verschiedene Felder:

- Tests der QED ($\propto \alpha^3$ und α^4) durch die Messung der Lepton-Paar-Produktion. Sehr gute Übereinstimmung mit theoretischen Berechnungen wurden hierbei festgestellt [5,6].
- Tests der Theorie der starken Wechselwirkung, Quantenchromodynamik (QCD), durch die Messung der nicht-resonanten Hadron-Paar-Produktion und der Jet-Produktion bei hohen Transversalimpulsen sowie durch die Messung der hadronischen Strukturfunktion des Photons [7].
- Die gemessene Zwei-Photon-Partialbreite des π^0 -Meson ist in sehr guter Übereinstimmung mit der Theorie [8], und somit, neben dem R -Wert, ein Indiz für die Existenz von drei Farbladungen in der starken Wechselwirkung.
- Test des Vektor-Dominanz-Modells (VDM) durch die Messung des totalen hadronischen Wirkungsquerschnitts [7].
- Die Untersuchung exklusiver, nicht-resonanter Endzustände wie $\pi\pi$ oder $\rho\rho$ [9].
- Mesonen-Spektroskopie: Die innere Struktur von Hadronen, d.h. ihr Aufbau durch ladungstragende Konstituenten, kann durch die Anregung von schon bekannten $C = +1$ -Resonanzen und durch die Suche nach neuen Zuständen studiert werden [10,11].

Ein Thema aus dem letzten Punkt der obigen Aufzählung wird in dieser Arbeit vorgestellt. Das deutlichste Signal, das im $\eta\pi^0\pi^0$ -Endzustand gefunden wurde, stammt aus der Erzeugung und dem darauf folgenden Zerfall des η' Mesons. Aus der Anzahl der gefundenen Resonanzzerfälle kann das Produkt aus der Partialbreite des η' Mesons nach zwei Photonen und dem Verzweigungsverhältnis nach $\eta\pi^0\pi^0$ berechnet werden. Weitere mesonische Resonanzen mit Massen zwischen 1.2 und 1.5 GeV/c^2 , die nach $\eta\pi\pi$ zerfallen, sind aus Pion-Proton-Reaktionen bekannt. Ihre Produktion in Zwei-Photon-Reaktionen konnte in dieser Arbeit nicht nachgewiesen werden, jedoch wurde erstmals Evidenz für die Produktion eines bisher unbekanntes Zustands $X(1900)$, mit einer Masse von fast 1900 MeV/c^2 , gefunden.

Inhaltsübersicht

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in sechs Kapitel und zwei Anhänge. Auf diese Einleitung folgend, werden in Kapitel 2 die theoretischen Grundlagen der Zwei-Photon-Physik diskutiert. Kapitel 3 beschreibt den Aufbau des Speicherrings DORIS-II, des Crystal Ball-Detektors und der dazugehörigen Elektronik, die Datennahme und die Datenaufbereitung. Die Analyse der aufgezeichneten Daten und die Selektion der Ereignisse wird in Kapitel 4 präsentiert. Die Akzeptanzbestimmung durch die Monte Carlo-Simulation wird erläutert. In Kapitel 5 wird die Auswertung der gemessenen Spektren beschrieben und die Parameter der gefundenen Signale bestimmt. Vergleiche mit anderen Experimenten werden angestellt. Das letzte Kapitel präsentiert nochmals eine Zusammenfassung der Ergebnisse.

Im Anhang A wird die Berechnung der für die Auswertung benötigten Winkelverteilungen bereitgestellt. Anhang B beschreibt die in der Auswertung verwendeten Methoden der Anpassungsrechnung.

In dieser Arbeit werden einige englische Fachausdrücke und auch einige Abkürzungen verwendet, die es erlauben, einen Sachverhalt kurz und präzise darzustellen. Bei ihrer ersten Verwendung werden sie erläutert.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel wird eine Einführung in die Thematik der Zwei-Photon-Physik und der Mesonen-Spektroskopie gegeben. Die zur Auswertung und Interpretation der durchgeführten Analyse nötigen Grundlagen werden bereitgestellt. Im ersten Abschnitt wird die Kinematik der $\gamma\gamma$ -Reaktion beschrieben. Dann folgt eine Diskussion einiger qualitativer Eigenschaften dieser Reaktion im Rahmen der Weizsäcker-Williams-Näherung. Der dritte Abschnitt beinhaltet den Formalismus zur Berechnung des Zwei-Photon-Wirkungsquerschnitts. Mögliche Modelle für den Aufbau von Mesonen aus Quarks und/oder Gluonen werden im darauf folgenden Abschnitt beschrieben. Im fünften Abschnitt wird die exklusive Erzeugung von Resonanzen durch Zwei-Photon-Reaktionen betrachtet. Im sechsten Abschnitt werden beim Zerfall eines Teilchens auftretende Winkelverteilungen untersucht und das Isobaren-Modell diskutiert, das zur Beschreibung der Winkelverteilungen beim Zerfall eines Mesons in mehr als zwei Teilchen verwendet wird. Abschließend wird im letzten Abschnitt versucht, den Zusammenhang zwischen der Resonanz-Produktion in Zwei-Photon-Reaktionen und bei radiativen Zerfällen des J/ψ -Mesons darzulegen und zu zeigen, was an zusätzlichen Erkenntnissen aus dem Vergleich dieser Reaktionen gewonnen werden kann.

2.1 Kinematik der $\gamma\gamma$ -Reaktion

Die Erzeugung eines Endzustandes X durch die Wechselwirkung zweier quasireeller Photonen γ^* ist in Abbildung 2.1 graphisch dargestellt. Anhand dieses Bildes werden die wichtigsten kinematischen Größen eingeführt. Alle verwendeten Vierer-Vektoren sind zur Unterscheidung von den ebenfalls verwendeten Dreier-Vektoren mit einer Tilde ($\tilde{}$) gekennzeichnet. Es wird hier das "natürliche Einheitensystem" mit $\hbar = c = 1$ verwendet. Die Metrik wird so festgelegt, daß das Quadrat eines Vierer-Vektors $\tilde{t} = (t_0, \vec{t})$ durch $\tilde{t}^2 = (t_0^2 - \vec{t}^2)$ gegeben ist.

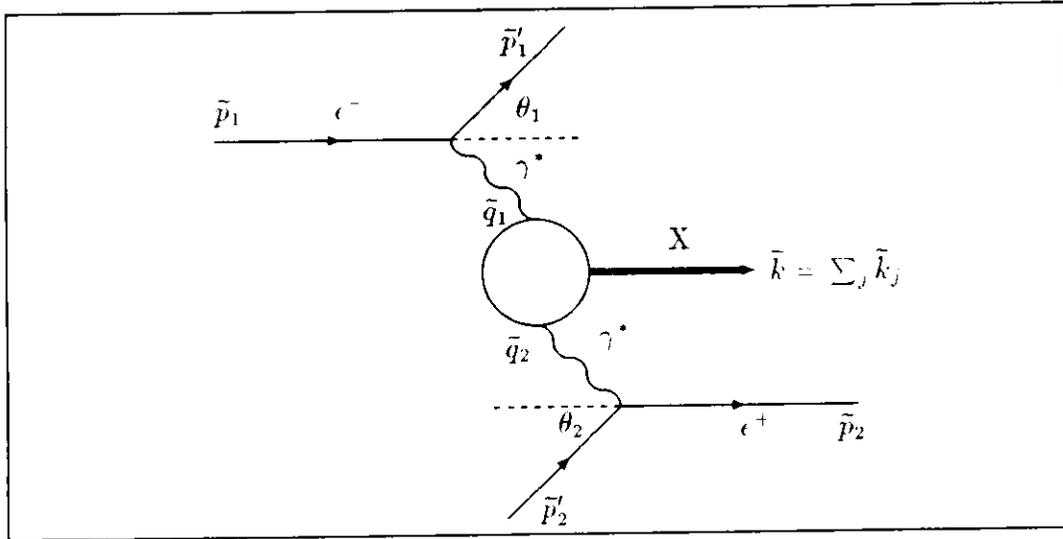


Abbildung 2.1: Feynman-Diagramm des Zwei-Photon-Prozesses

Die Vierer-Impulse der einlaufenden Leptonen sind $\vec{p}_i = (E_i, \vec{p}_i)$, die der gestreuten Leptonen $\vec{p}'_i = (E'_i, \vec{p}'_i)$. Es gilt $E_i = E_{\text{Strahl}}$. Falls beide gestreuten Leptonen im Experiment nicht nachgewiesen werden, spricht man von einem *no-tag*-Experiment; werden eines oder beide nachgewiesen, so werden die entsprechenden Ereignistypen *single-tag* oder *double-tag* genannt. Die Vierer-Impulse der quasireellen Photonen sind $\vec{q}_i = (\omega_i, \vec{q}_i)$. Ihre Beträge sind mit den Lepton-Impulsen durch

$$\begin{aligned} \vec{q}_i^2 &= (\vec{p}_i - \vec{p}'_i)^2 \\ &= 2 \cdot m_e^2 - 2(E_i E'_i - \vec{p}_i \cdot \vec{p}'_i) \\ &\approx -2E_i E'_i (1 - \cos \theta_i) \quad (\text{für } E_i \gg m_e) \end{aligned} \quad (2.1)$$

verknüpft. Nur durch die Vermessung der gestreuten Leptonen läßt sich die Kinematik des Prozesses exakt festlegen. Im folgenden Abschnitt wird allerdings gezeigt, daß in der großen Mehrzahl aller Ereignisse die Leptonen nur in kleine Winkel θ_i relativ zu ihrer ursprünglichen Richtung gestreut werden. Die negativen Impulsquadrate entsprechen "imaginären Massen". üblicherweise benutzt man aber die positiven Größen $Q_i^2 = -\vec{q}_i^2$. Die Summe von \vec{q}_1 und \vec{q}_2 legt den Vierer-Impuls \vec{k} des Endzustandes X fest:

$$\begin{aligned} \vec{k} &= \sum \vec{k}_j \\ &= \vec{q}_1 + \vec{q}_2 \\ &= (\vec{p}_1 - \vec{p}'_1) + (\vec{p}_2 - \vec{p}'_2). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Energie- und Impuls-Erhaltung am $e\bar{e}\gamma$ -Vertex und die endliche Masse des Elektrons m_e führen dazu, daß die Photonen den Grenzfall $Q_i^2 = 0$ nicht erreichen können, der minimale

Wert ist

$$Q_{i,min}^2 = \frac{m_e^2 \omega_i^2}{E_{Strahl}(E_{Strahl} - \omega_i)}. \quad (2.3)$$

Die invariante Masse von X ist gegeben durch die Beziehung:

$$\begin{aligned} W_{\gamma\gamma}^2 &= \bar{k}^2 \\ &= 4\omega_1\omega_2 - 2E_1'E_2'(1 + \cos\vartheta_{12}) \\ &\approx 4\omega_1\omega_2 \quad (\text{für } \vartheta_{12} \approx \pi). \end{aligned} \quad (2.4)$$

ϑ_{12} ist der Winkel zwischen den beiden gestreuten Leptonen. Die Größe $s = (\bar{p}_1 + \bar{p}_2)^2 = (\bar{p}'_1 + \bar{p}'_2 + \bar{k})^2 = 4E_{Strahl}^2$ ist das Quadrat der totalen Schwerpunktenenergie.

Der Zustand X befindet sich nur dann in Ruhe, wenn beide Photonen die gleiche Energie hatten, im allgemeinen bewegt er sich relativ zum Laborsystem. Die Komponente der Bewegung parallel zur ursprünglichen Strahlrichtung ist dominant, sie wird durch die longitudinale Rapidität y beschrieben:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E_X + |p_X^{\parallel}|}{E_X - |p_X^{\parallel}|}. \quad (2.5)$$

E_X ist die Energie von X im Laborsystem, p_X^{\parallel} die Komponente des Impulses entlang der Strahlrichtung. Die Verteilung in der Größe y hängt von der invarianten Masse $W_{\gamma\gamma}$ ab: bei einem festen Wert von $W_{\gamma\gamma}$ ist sie fast flach zwischen den Grenzwerten $\pm y_{max} = \pm \ln(W_{\gamma\gamma}/2E)$ [12]. Gleichung (2.5) impliziert, daß eine Einschränkung des geometrischen Akzeptanzbereiches sich auch auf die kinematischen Größen auswirkt.

2.2 Die Weizsäcker-Williams-Näherung

Einige wesentliche Eigenschaften von $\gamma\gamma$ Reaktionen an e^+e^- - Speicherringen lassen sich anhand von Näherungsrechnungen erkennen. Die wichtigste Methode ist hierbei die Weizsäcker-Williams-Näherung oder "Equivalent Photon Approximation" (EPA) [13]. Sie wurde 1933/34 entwickelt, um die Wechselwirkungen relativistischer, geladener Teilchen zu beschreiben. Sie nutzt die Ähnlichkeit zwischen den Feldern von relativistischen Teilchen und von Strahlungsimpulsen. Der Wirkungsquerschnitt für die Reaktion in Gleichung (1.1) wird in zwei, von einander unabhängige Photonenflüsse, die die Strahlungsfelder der Leptonen darstellen, und die eigentliche $\gamma\gamma$ -Wechselwirkung separiert:

$$d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-X) = dn_1 dn_2 \sigma(\gamma\gamma \rightarrow X). \quad (2.6)$$

Die beiden Photonenflüsse dn_i haben ein bremsstrahlungsähnliches Spektrum [14]:

$$dn_i = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \left[\left(1 - \frac{\omega_i}{E_i} + \frac{\omega_i^2}{2E_i^2}\right) - \left(1 - \frac{\omega_i}{E_i}\right) \cdot \frac{m_e^2 \omega_i^2}{E_i(E_i - \omega_i)Q_i^2} \right] \cdot \frac{d\omega_i}{\omega_i} \cdot \frac{dQ_i^2}{Q_i^2} \quad (2.7)$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß der Photonenfluß bei kleinen Energien ω_i und bei kleinen Impulsüberträgen Q_i^2 stark anwächst. Da $W_{\gamma\gamma} \approx \sqrt{4\omega_1\omega_2}$ ist werden bevorzugt Systeme mit kleiner invarianter Masse $W_{\gamma\gamma}$ erzeugt. Aus dem Verlauf des Photonenflusses als Funktion von ω und Q^2 und aus Gleichung (2.1) erkennt man, daß die Leptonen hauptsächlich in kleine Winkel θ_i gestreut werden. Dies hat zur Folge daß der erzeugte Zustand X ebenfalls nur einen kleinen Transversalimpuls p_t relativ zur Strahlachse hat.

Die Integration des Produkts der beiden Photonenflüsse über $d\omega_i$ und dQ_i^2 , unter der Bedingung $W_{\gamma\gamma} = \sqrt{4\omega_1\omega_2}$, liefert die Zwei-Photon-Luminositätsfunktion:

$$\frac{dL_{\gamma\gamma}^{EPA}}{dW_{\gamma\gamma}} = \left(\frac{2\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{W_{\gamma\gamma}} \ln^2\left(\frac{E_{Strahl}}{m_e}\right) f(z). \quad (2.8)$$

Die Größe $z = (W_{\gamma\gamma}/2E_{Strahl})^2$ ist das Quadrat der skalierten Schwerpunktenergie und $f(z)$ ist Low's Funktion [8]:

$$f(z) = (2 + z^2)^2 \ln(1/z) - (1 - z^2)(3 + z^2). \quad (2.9)$$

Aus Gleichung (2.8) erkennt man den logarithmischen Anstieg des Zwei-Photon-Flusses mit der Strahlenergie, d.h. bei höherer Strahlenergie sind Zustände mit höherer Masse leichter zu erzeugen. Die EPA-Näherung für die Luminositätsfunktion beschreibt die Massenabhängigkeit recht gut, überschätzt jedoch den wahren Fluß um 20 - 30 % [15].

2.3 Die exakte Berechnung des Wirkungsquerschnittes

Die Darstellung folgt hier im wesentlichen den Referenzen [14,16,17], auf die für eine ausführlichere Diskussion verwiesen wird. Der Prozeß $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma^*\gamma^* \rightarrow e^+e^- X$ wird durch die Amplitude

$$S = [\bar{u}(\vec{p}'_1, s'_1) \gamma_\mu u(\vec{p}_1, s_1)] \cdot \frac{\epsilon}{q'_1} \cdot T^{\mu\nu} \cdot \frac{\epsilon}{q_2} \cdot [v(\vec{p}'_2, s'_2) \gamma_\nu v(\vec{p}_2, s_2)] \quad (2.10)$$

beschrieben. $u(\vec{p}, s)$ und $v(\vec{p}, s)$ sind die Dirac-Spinoren für das Positron und das Elektron mit Impuls \vec{p} und Spin-Projektion $s = \pm 1/2$. $T^{\mu\nu}$ ist der Tensor für die Reaktion $\gamma^*\gamma^* \rightarrow X$. Gleichung (2.10) läßt sich durch Anwendung der Feynman-Regeln auf Abbildung 2.1 herleiten (vgl. [18]). Den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^- X)$ erhält man, indem man das Betragsquadrat der Amplitude bildet, dieses über alle möglichen Spineinstellungen im Anfangszustand mittelt und über alle möglichen Spineinstellungen im Endzustand summiert:

$$d\sigma = \sum_{\text{Spinus}} |S|^2 \cdot \frac{(2\pi)^4 \cdot \delta^4(\vec{q}_1 - \vec{q}_2 - \vec{k})}{4 \cdot \sqrt{(\vec{p}_1\vec{p}_2)^2 - m_e^4}} \cdot \frac{d^3\vec{p}'_1}{(2\pi)^3 \cdot 2E'_1} \cdot \frac{d^3\vec{p}'_2}{(2\pi)^3 \cdot 2E'_2} \cdot dLips(X). \quad (2.11)$$

$dLips(X)$ ist das Lorentz-invariante Phasenraumvolumenelement des Endzustandes

$$dLips(X) = \prod_j \frac{d^3 \vec{k}_j}{(2\pi)^3 2E_j}. \quad (2.12)$$

Nach Einführung der Photon-Dichtematrizen $\rho_i^{\mu\nu} = (1/\tilde{q}_i^2) j_i^\mu j_i^\nu$ und Integration über den Phasenraum des Endzustandes:

$$W^{\mu'\nu'\mu\nu} = \frac{1}{2} \int T^{\mu'\nu'*} T^{\mu\nu} (2\pi)^4 \delta^4(\tilde{q}_1 + \tilde{q}_2 - \tilde{k}) dLips(X) \quad (2.13)$$

kann der differentielle Wirkungsquerschnitt als

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{16\pi^4} \cdot \frac{1}{\tilde{q}_1^2 \tilde{q}_2^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\tilde{p}_1 \tilde{p}_2)^2 - m_e^4}} \cdot \rho_{\mu\mu'}^1 \cdot \rho_{\nu\nu'}^2 \cdot W^{\mu'\nu'\mu\nu} \cdot \frac{d^3 \vec{p}_1'}{E_1'} \cdot \frac{d^3 \vec{p}_2'}{E_2'} \quad (2.14)$$

mit $\alpha = e^2/4\pi$ geschrieben werden.

Der hadronische Tensor $W^{\mu'\nu'\mu\nu}$ in Gleichung (2.14) hat $4^4 = 256$ Komponenten. Durch Anwendung von Lorentz-, Eich- und Zeit-Umkehr-Invarianz lassen sich alle Komponenten bis auf acht eliminieren [19]. Die physikalische Bedeutung der einzelnen Komponenten ist nach einer Transformation von den Lorentz-Indizes ($\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$) in die Helizitätsbasis der Photonen (Indizes: $a, b = \pm 1, 0$ für zwei transversale (T) und eine longitudinale (L) Polarisationen) leichter erschließbar. Die Helizität eines Teilchens ist die Projektion seines Spins auf seine Bewegungsrichtung [20].

$$\begin{aligned} T_{ab} &= T_{\mu\nu} \varepsilon_{1,a}^\mu \varepsilon_{2,b}^\nu \\ \text{bzw. } W_{a'b'ab} &= \varepsilon_{1,a'}^{\mu'*} \varepsilon_{2,b'}^{\nu'*} W^{\mu'\nu'\mu\nu} \varepsilon_{1,a}^\mu \varepsilon_{2,b}^\nu \end{aligned} \quad (2.15)$$

$\tilde{\varepsilon}_{i,(a,b)}$ sind die Polarisationsvektoren der Photonen. Die verbleibenden acht Komponenten des hadronischen Tensors, nach Zusammenfassung der transversalen Polarisationszustände, sind nun:

$$\begin{aligned} W_{TT} &= \frac{1}{2}(W_{++,+} + W_{+,-,+}) = 2\sqrt{X} \sigma_{TT} \\ W_{TL} &= W_{+0,+} = 2\sqrt{X} \sigma_{TL} \\ W_{LT} &= W_{0+,0+} = 2\sqrt{X} \sigma_{LT} \\ W_{LL} &= W_{00,00} = 2\sqrt{X} \sigma_{LL} \\ W_{TT}^r &= W_{+,+,-} = 2\sqrt{X} \tau_{TT} \\ W_{TL}^r &= \frac{1}{2}(W_{+,+,0} + W_{0+,-0}) = 2\sqrt{X} \tau_{TL} \\ W_{TT}^a &= \frac{1}{2}(W_{++,+} - W_{+,-,+}) = 2\sqrt{X} \tau_{TT}^a \\ W_{TL}^a &= \frac{1}{2}(W_{+,+,0} - W_{0+,-0}) = 2\sqrt{X} \tau_{TL}^a \end{aligned} \quad (2.16)$$

Hier ist $X = (\tilde{q}_1 \tilde{q}_2)^2 - \tilde{q}_1^2 \tilde{q}_2^2 \approx W_{\gamma\gamma}^2/4$ die Verallgemeinerung des Möllerschen Flußfaktors. Die Größen σ_{ik} ($i, k = T, L$) in Gleichung (2.16) sind die Wirkungsquerschnitte für die Kollision von transversalen oder longitudinalen Photonen, τ_{ik} und τ_{ik}^a sind Interferenzterme.

In der Helizitätsbasis kann nun der differentielle Wirkungsquerschnitt aus Gleichung (2.14) ebenfalls angegeben werden:

$$\begin{aligned}
d\sigma = & \frac{\alpha^2}{16\pi^4} \cdot \frac{1}{\bar{q}_1^2 \bar{q}_2^2} \cdot \sqrt{\frac{(\bar{q}_1 \bar{q}_2)^2 - \bar{q}_1^2 \bar{q}_2^2}{(\bar{p}_1 \bar{p}_2)^2 - m_c^4}} \cdot \left[4\rho_1^{++} \rho_2^{++} \sigma_{TT} \right. \\
& + 2|\rho_1^{+-} \rho_2^{-}| \tau_{TT} \cos 2\bar{\varphi} + 2\rho_1^{++} \rho_2^{00} \sigma_{TL} + 2\rho_1^{00} \rho_2^{+-} \sigma_{LT} \\
& \left. + \rho_1^{00} \rho_2^{00} \sigma_{LL} - 8|\rho_1^{+0} \rho_2^{+0}| \tau_{TL} \cos \bar{\varphi} + A\tau_{TT}^a + B\tau_{TL}^a \right] \cdot \frac{d^3 \bar{p}_1'}{E_1'} \cdot \frac{d^3 \bar{p}_2'}{E_2'}. \quad (2.17)
\end{aligned}$$

Der Winkel $\bar{\varphi}$ ist der Azimut zwischen den Streuebeneen der Leptonen, die ρ_i^{ab} sind die Photonen-Dichtematrizen in der Helizitätsbasis - sie sind jeweils von den an beiden $e\gamma$ - Vertices auftretenden Impulsen abhängig. Die Größen A und B sind nur für polarisierte Leptonstrahlen von 0 verschieden; da in diesem Experiment die Impulse der Leptonen im Endzustand nicht gemessen, also implizit über den Winkel $\bar{\varphi}$ integriert wurde, verschwinden alle Terme, die proportional zu τ_{ik} und τ_{ik}^a sind.

Weiterhin sind alle Beiträge, die mindestens ein longitudinales Photon beinhalten, proportional zu \bar{q}_i^2 - sie verschwinden also im Falle quasireeller Photonen. Als Folge bleibt von den acht Termen in Gleichung (2.18) nur einer endlich:

$$d\sigma = \frac{\alpha^2}{16\pi^4} \cdot \frac{1}{\bar{q}_1^2 \bar{q}_2^2} \cdot \sqrt{\frac{(\bar{q}_1 \bar{q}_2)^2 - \bar{q}_1^2 \bar{q}_2^2}{(\bar{p}_1 \bar{p}_2)^2 - m_c^4}} \cdot 4\rho_1^{++} \rho_2^{++} \sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}^2, \bar{q}_1^2, \bar{q}_2^2) \cdot \frac{d^3 \bar{p}_1'}{E_1'} \cdot \frac{d^3 \bar{p}_2'}{E_2'}. \quad (2.18)$$

Zur Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes $\sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^- X)$ muß ein Ansatz für $\sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma}^2, \bar{q}_1^2, \bar{q}_2^2)$, d.h. für die Erzeugung von X aus zwei quasireellen Photonen, gemacht werden. Dies geschieht im übernächsten Abschnitt, nachdem im nächsten versucht wird, den inneren Aufbau mesonischer Resonanzen zu erklären.

2.4 Mesonen-Modelle

Die Struktur der Theorie der starken Wechselwirkung (QCD) zwischen Quarks und Anti-quarks wird, ausgehend von den drei "Farbladungen" der Quarks, durch die Forderung der Eichinvarianz der Theorie gegenüber der Gruppe $SU(3)_c$ festgelegt. Diese nicht-abelsche Gruppe bedingt die Existenz von acht masselosen, farbtragenden Eichfeldern, den Gluonen, die die "Farbkraft" übertragen. Eine fundamentale Eigenschaft der Farbkraft ist, daß ihre Stärke mit zunehmendem Abstand zwischen ihren Quellen zunimmt - die Kopplungskonstante α_s wächst bei großen Abständen stark an. Diese Eigenschaft führt zum Farbeinschluß oder *confinement*, d.h. nur farbneutrale Zustände, nicht aber farbtragende Teilchen, können frei existieren.

Das Massenspektrum der möglichen Zustände ist aus der QCD (noch) nicht direkt berechenbar. Das Anwachsen von α_s macht eine Störungsreihenentwicklung unmöglich.

deshalb werden phänomenologische Modelle eingeführt, um die Eigenschaften der Hadronen zu berechnen. Im einfachsten Modell, dem statischen Quark-Modell (siehe z.B. [21,22]) sind Mesonen gebundene Zustände aus einem Quark und einem Antiquark ($q\bar{q}$), während Baryonen aus drei Quarks gebildet werden (qqq). Die nicht-abelsche Struktur der QCD bedingt die Möglichkeit weiterer gebundener Zustände wie Gluonium (gg , aus zwei Gluonen bestehend), Hybriden (qqg) und Vier-Quark-Zuständen ($qqq\bar{q}$). Die Unterscheidung dieser Zustände, im Vergleich zu $q\bar{q}$ -Mesonen, ist historisch, nicht aber physikalisch aus der QCD motiviert [23]. Einzig die Gluonia sind in der QCD eindeutig, durch die Abwesenheit von Quarks, definierbar.

Das Quark-Modell der Hadronen

Das Quark-Modell der Hadronen begründet sich auf den von M. Gell-Mann und G. Zweig [24] im Jahre 1964 gefundenen Symmetrieeigenschaften der damals bekannten Hadronen; es wurde beobachtet, daß Teilchen ohne *strangeness* (z.B. Pionen) im Prinzip die gleichen Eigenschaften haben wie Teilchen mit *strangeness* (z.B. Kaonen). Dies wurde erklärt durch die Hypothese eines Triplets von Fermionen (Spin $s = 1/2$), den Quark-Typen oder -Flavours (u, d, s) und des entsprechenden Triplets von Antiquarks ($\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$). Die Triplets sind Darstellungen der Gruppe $SU(3)_f$, die Symmetrieeigenschaften sind eine Folge der Invarianz bei Transformationen aus dieser Gruppe. Die Quantenzahlen der (leichtesten) Quarks sind in Tabelle 2.1 aufgelistet.

Tabelle 2.1: Quantenzahlen der leichtesten Quarks

Quark-Flavour	elektrische Ladung Q	Isospin z -Komponente I_z	Strangeness
down - (d)	$-\frac{1}{3}\epsilon$	$-\frac{1}{2}$	0
up - (u)	$+\frac{2}{3}\epsilon$	$+\frac{1}{2}$	0
strange - (s)	$-\frac{1}{3}\epsilon$	0	-1

Mesonen sind Quark-Antiquark-Bindungszustände ($q_i\bar{q}_j$, $i, j = u, d, s$) und treten als Mitglieder von Nonetts auf, die durch die Gruppe $SU(3)_f$ ineinander transformiert werden. Eng verbunden mit der Einführung der $SU(3)_f$ Symmetrie ist das Konzept ihrer Brechung; sie ist keine exakte Symmetrie, und die beobachteten Unterschiede in den Eigenschaften der Mitglieder eines Nonetts ist die Folge der Symmetriebrechung. Die einzelnen Nonetts werden durch die unterschiedlichen Werte von Gesamtdrehimpuls J , Parität P und Ladungskonjugations-Quantenzahl C (der neutralen Mitglieder) gekennzeichnet. Es gilt (L ist der relative Bahndrehimpuls):

$$\vec{S} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2; \quad |\vec{S}| = 0 \text{ oder } 1$$

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \vec{L} + \vec{S} \\ P &= (-1)^{L+1} \\ C &= (-1)^{L+S}\end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die möglichen Quantenzahlen der Mesonen, die in Tabelle 2.2 angegeben sind, ableiten.

Tabelle 2.2: Quantenzahlen der $q\bar{q}$ -Mesonen

Bahndrehimpuls	Spin	J^{PC}	spektroskopische Notation $n^{2S+1}L_J$
$L = 0$	$S = 0$	0^{-+}	n^1S_0
	$S = 1$	1^{-+}	n^3S_1
$L = 1$	$S = 0$	1^{+-}	n^1P_1
	$S = 1$	0^{++}	n^3P_0
		1^{++}	n^3P_1
		2^{++}	n^3P_2
$L = 2$	$S = 0$	2^{-+}	n^1D_2
	$S = 1$	1^{-+}	n^3D_1
		2^{-+}	n^3D_2
		3^{-+}	n^3D_3
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.

Im Quark-Modell sind Mesonen mit einer elektrischen Ladung, die größer ist als die Ladung des Elektrons, oder mit einer Strangeness-Quantenzahl, die größer als eins ist, nicht möglich; solche Zustände bezeichnet man als "Exoten der ersten Art" [25]. Zustände mit den Quantenzahlen $J^{PC} = 0^{-+}, 0^{+-}, 1^{-+}, 2^{-+}, 3^{-+}$ usw. sind in diesem Modell ebenfalls nicht möglich; sie werden "Exoten der zweiten Art" genannt. "Exoten der dritten Art" oder "Krypto-Exoten" werden Mesonen genannt, die keine exotischen Quantenzahlen haben, aber nicht aus einem reinen $q\bar{q}$ -Zustand bestehen. Kein "exotisches" Meson wurde bisher eindeutig indentifiziert. Die Entdeckung eines solchen würde sofort auf Phänomene außerhalb des Quark-Modells hinweisen. Mesonen, bei denen $P = (-1)^J$ ist, werden als Mesonen mit "natürlicher Spin-Parität" bezeichnet, solche, bei denen $P = -(-1)^J$ ist, jedoch als Mesonen mit "unnatürlicher Spin-Parität".

Die Quark-Wellenfunktionen der neutralen Mesonen ($Q = \text{Strangeness} = 0$) im leicht-

testen Nonett, den Pseudoskalaren ($J^{PC} = 0^{-+}$), sind:

$$\begin{aligned}\pi^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(d\bar{d} - u\bar{u}) \\ \eta_8 &= \frac{1}{\sqrt{6}}(d\bar{d} + u\bar{u} - 2s\bar{s}) \\ \eta_1 &= \frac{1}{\sqrt{3}}(d\bar{d} + u\bar{u} + s\bar{s})\end{aligned}\quad (2.19)$$

Die beiden ersten Zustände in Gleichung (2.19), der Isevektor ($I = 1$) π^0 und der Isoskalar ($I = 0$) η_8 , gehören zum gleichen $SU(3)_{fl}$ -Oktett, der symmetrische Isoskalar η_1 ist ein Singulett-Zustand. $SU(3)_{fl}$ ist keine exakte Symmetrie, da das s -Quark eine deutlich größere Masse als das u - und das d -Quark hat. (Die massenabhängige Verletzung der Isospin-Symmetrie $SU(2)$ ist wesentlich schwächer da die Massen von u - und d -Massen fast gleich sind [26].) Es ist zu erwarten, daß die physikalischen isoskalaren Zustände η und η' Mischungen aus den $SU(3)_{fl}$ -Oktett und -Singulett-Zuständen sind. Um dies zu parametrisieren, führt man eine Mischungsmatrix ein (vgl. z.B. [27,28]):

$$\begin{pmatrix} \eta' \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \vartheta & \cos \vartheta \\ \cos \vartheta & -\sin \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_8 \\ \eta_1 \end{pmatrix}. \quad (2.20)$$

Mischungen mit weiteren Zuständen, die die gleichen Quantenzahlen tragen ($I = 0, J^{PC} = 0^{-+}$), sind ebenfalls möglich [29], werden hier aber nicht berücksichtigt. Im Falle der "idealen Mischung" ($\tan \vartheta = 1/\sqrt{2}$, $\vartheta \approx 35.3^\circ$) sind die *strange* und die *non-strange* Quarks entmischt, d.h. ein isoskalarer Zustand ist rein $s\bar{s}$, der andere ist $1/\sqrt{2}(d\bar{d} + u\bar{u})$. Eine Bestimmung des Mischungswinkels ϑ ist möglich aus dem Vergleich der Massen, der Zerfallsbreiten oder der $\gamma\gamma$ -Kopplungen der Nonett-Zustände. Die Diagonalisierung der Gell-Mann-Okubo-Massenmatrix liefert (vgl. [1])

$$\tan^2 \vartheta = \frac{4m_K^2 - m_\pi^2 - 3m_\eta^2}{3m_{\eta'}^2 - 4m_K^2 - m_\pi^2} \quad (2.21)$$

$$\tan \vartheta = \frac{4/3 m_K^2 - 1/3 m_\pi^2 - m_\eta^2}{M_{18}^2}. \quad (2.22)$$

Mit den Standardmassen der Mesonen ergibt sich ein Wert von $\vartheta \approx -10^\circ$. Dieser Wert liegt nahe bei dem Wert für die "perfekte Mischung", $\tan \vartheta = (1 - \sqrt{2})/(1 + \sqrt{2})$, $\vartheta = -9.7^\circ$, bei dem beide Isoskalare jeweils gleichgroße Anteile von *strange*- und nicht-*strange*-Quarks haben. Unter Berücksichtigung der $SU(3)_{fl}$ -Brechung durch Korrekturterme erster Ordnung in der chiralen Störungstheorie, die unterschiedliche Wellenfunktionen von π^0 und η_8 erzeugt, erhält man $\vartheta \approx -20^\circ$ [30], während eine Beschreibung der Symmetriebrechung als Effekt der unterschiedlichen Massen der Quark-Konstituenten einen weniger negativen Wert von $\vartheta = -14^\circ \pm 2^\circ$ [31] liefert.

In Abbildung 2.2 ist dargestellt wie im Quark-Modell die Kopplung zweier Photonen über eine Schleife geladener Quark-Konstituenten abläuft. Im Rahmen von Strom-Algebra-

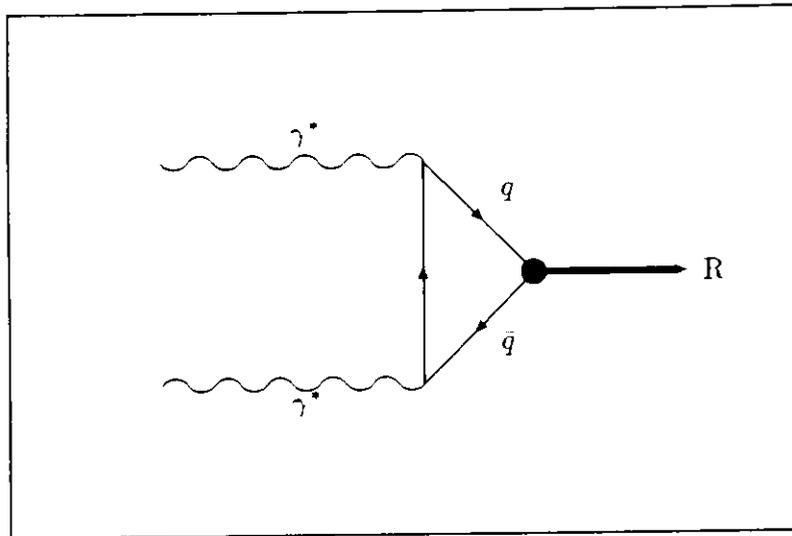


Abbildung 2.2: Die Kopplung zweier Photonen an ein Mesons

Modellen haben Bell, Jackiw und Adler [32] diese Kopplung für die pseudoskalaren Mesonen berechnet. Die Kopplung zweier Photonen an ein Quarkpaar ist proportional zum Quadrat ihrer Ladung, die Kopplung der Quarkschleife an einen gebunden Mesonen-Zustand ist proportional zur Wellenfunktion der Quarks am Ursprung. Für Zustände mit Drehimpuls $L > 0$ verschwindet die Wellenfunktion am Ursprung, die Kopplung der Quarkschleife an den Meson-Zustand ist dann proportional zu Ableitungen der Wellenfunktion [33]:

$$\begin{aligned}
 \langle q\bar{q}|\gamma\gamma\rangle &\propto \epsilon_q^2 \psi_q(0) & L=0, \text{ S-Welle} \\
 \langle q\bar{q}|\gamma\gamma\rangle &\propto \epsilon_q^2 \psi'_q(0) & L=1, \text{ P-Welle} \\
 \langle q\bar{q}|\gamma\gamma\rangle &\propto \epsilon_q^2 \psi''_q(0) & L=2, \text{ D-Welle.}
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

$\psi(0)$, $\psi'(0)$ und $\psi''(0)$ sind die Quark-Wellenfunktion am Ursprung und ihre erste und zweite räumliche Ableitung. Für ein aus verschiedenen Quarks aufgebautes Meson M , $|M\rangle = \sum_q c_q |q\bar{q}\rangle$, ist also die Übergangsamplitude

$$g_{M\gamma\gamma} = \langle M|\gamma\gamma\rangle \propto \sum_q c_q \epsilon_q^2 := \epsilon_q^2 \rangle_M \tag{2.24}$$

proportional zur mittleren quadratischen Quarkladung $\epsilon_q^2 \rangle_M$. Aus den Gleichungen (2.20) und (2.24) kann man ersehen daß, unabhängig vom Mischungswinkel, die Summe der Quadrate der mittleren quadratischen Quarkladungen der beiden Isoskalaren immer dreimal so groß ist wie der entsprechende Wert des Isovektors. Falls die Quark-Wellenfunktionen sich nicht allzu stark unterscheiden, sollte das Gleiche auch für die $\gamma\gamma$ -Kopplungen der Mesonen gelten.

Aus Gleichung (2.24) sind Rückschlüsse auf den Mischungswinkel in einem Nonett

möglich, indem man die $\gamma\gamma$ -Kopplungen der neutralen Mesonen vergleicht:

$$\frac{g_{\eta\gamma\gamma}^2}{g_{\pi^0\gamma\gamma}^2} = \frac{1}{3} \left(r_1 \cos \vartheta - \sqrt{8} r_2 \sin \vartheta \right)^2 \quad (2.25)$$

$$\frac{g_{\eta'\gamma\gamma}^2}{g_{\pi^0\gamma\gamma}^2} = \frac{1}{3} \left(r_1 \sin \vartheta + \sqrt{8} r_2 \cos \vartheta \right)^2. \quad (2.26)$$

Der Faktor r_1 ist das Verhältnis der Proportionalitätskonstanten für das π^0 und das η_8 in Gleichung (2.23), r_2 das entsprechende Verhältnis für π^0 und das η_1 . Im Falle exakter $SU(3)_{fl}$ -Symmetrie wäre $g_{\eta_8\gamma\gamma}^2 = (1/3)g_{\pi^0\gamma\gamma}^2$ und $r_1 = 1$, während r_2 durch Symmetrieüberlegungen nicht fixierbar ist; bei $r_1 = r_2 = 1$ spricht man von Nonett-Symmetrie, was aber auch ideale Mischung impliziert [34].

Potential-Modelle

Die Massen der Mesonen, ihre Wellenfunktionen und weitere Eigenschaften lassen sich nicht allein aus Symmetriebetrachtungen herleiten. Um dies zu ermöglichen, werden sogenannte Potential-Modelle angewendet. Hierbei betrachtet man Mesonen, wie im vorigen Abschnitt als $q\bar{q}$ -Zustände, die sich in einem Potential bewegen, das ihre Wechselwirkung beschreibt. Die gewählten Potentiale sind an der QCD orientiert (vgl. [35]). Ein typisches Potential ist das "Coulomb-plus-Linear"-Modell, in dem ein Coulomb-Anteil ($\propto \alpha_s/r$) den Ein-Gluon-Austausch bei kleinen Abständen r und ein mit dem Abstand anwachsender Term das "confinement" beschreibt.

In Abbildung 2.3 sind die Massenaufspaltungen zwischen den 1^1D_2 , den 1^3P_2 , den 1^3S_1 und den 1^1S_0 -Zuständen für die unterschiedlichen Kombinationen von Quark-Flavours, also für unterschiedliche Massen, dargestellt. Die Aufspaltung $1^3P_2 - 1^3S_1$ ist eine Drehimpuls-Anregung, entsprechend der Lyman- α -Linie, während die Aufspaltung $1^3S_1 - 1^1S_0$ eine relativistische "Hyperfeinaufspaltung" ist, in Analogie zur 21 cm-Linie von Wasserstoff.

Die zunehmende Bedeutung der relativistischen Effekte mit abnehmender Quarkmasse ist also evident und muß in Potential-Modellen berücksichtigt werden, um sinnvolle Ergebnisse zu erhalten. Dies geschieht durch die Einführung einer Impulsabhängigkeit in die Wechselwirkung der Quarks und durch eine Verschmierung der Wechselwirkungen über ein endliches "Volumen der Quarks". Der Hamilton-Operator der Wechselwirkung wird noch mit Termen für die "Farb-Hyperfein-Aufspaltung" und für die Spin-Bahn-Kopplung ergänzt. Man gelangt so vom "naiven nicht-relativistischen Quark-Modell" zu einem Modell das das Mesonenspektrum realistischer beschreibt [37].

Die wohl ausführlichsten Berechnungen in diesem Modell sind in Referenz [36] zusammengestellt. Mit einer geringen Anzahl von Parametern gelingt es den Autoren, das Spektrum der bekannten Mesonen, vom π bis zum Υ , zu beschreiben. Eine große Anzahl

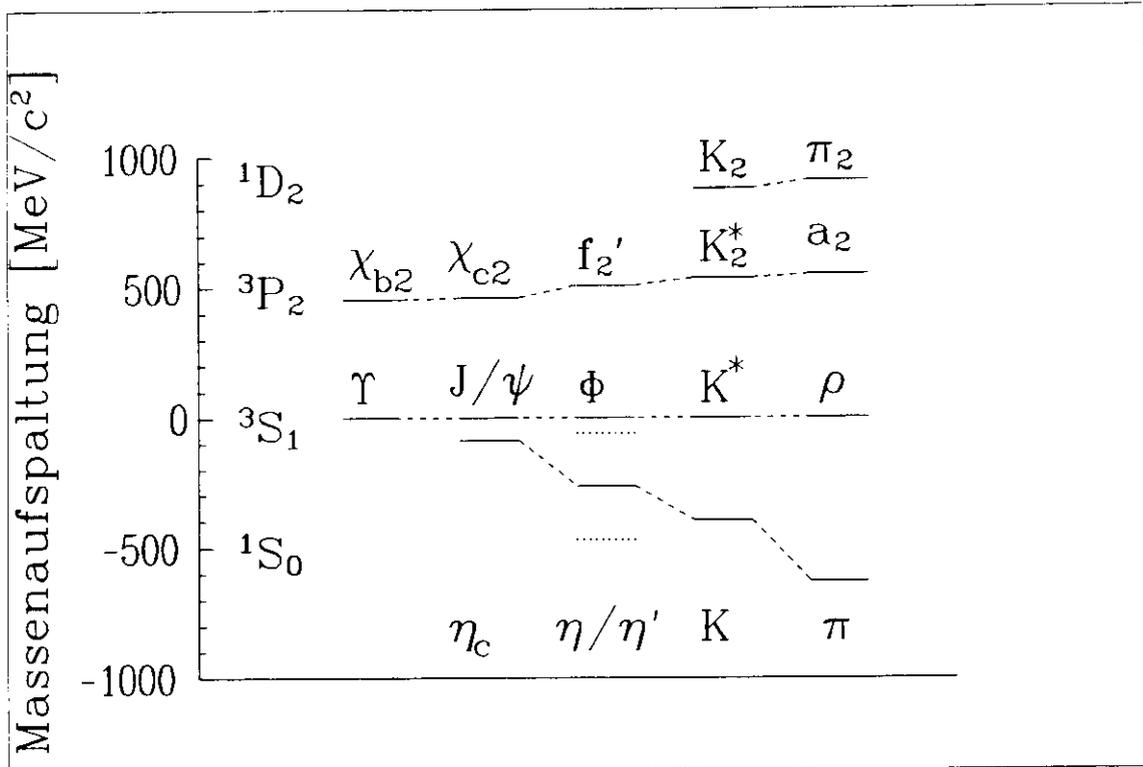


Abbildung 2.3: Massenaufspaltung der $b\bar{b}$, $c\bar{c}$, $s\bar{s}$, $u\bar{s}$ und $u\bar{d}$ Mesonen, nach Ref. [36], Massenwerte aus [1].

der bekannten Mesonen lassen sich in dieses Spektrum einordnen, und es werden weitere Zustände vorhergesagt. Von Bedeutung für die vorliegende Analyse sind radiale Anregungen der $I = 0$ -Pseudoskalare (bei etwa $1450 \text{ MeV}/c^2$ und $1630 \text{ MeV}/c^2$), die nach $\eta\pi\pi$ zerfallen können, sowie die noch nicht beobachteten $I = 0$ -Pseudotensormesonen η_2 und η'_2 ($J^{PC} = 2^{-+}$), bei etwa $1700 \text{ MeV}/c^2$ und $1900 \text{ MeV}/c^2$, die über den Zwischenzustand $a_2(1320)\pi$ [38] ebenfalls nach $\eta\pi\pi$ zerfallen sollten. Die Autoren geben an, daß ihre Berechnungen der Mesonmassen einen systematischen Fehler von etwa 25 MeV und die der Zerfallsamplituden einen Fehler von 25 % haben können.

Hybrid-Mesonen

Die Hybrid-Mesonen sind Zustände, die möglich sind, wenn in Erweiterung des Quark-Modells, gluonische Freiheitsgrade in Mesonen berücksichtigt werden. Die drei Konstituenten dieser Mesonen sind dann ein $q\bar{q}$ -Paar im Farb-Oktett-Zustand und ein Valenz-Gluon. Das Massenspektrum der Hybride wurde in zwei unterschiedlichen Modellen, dem Bag-Modell [39,40] und dem Flux-Tube-Modell [42], untersucht. Ausführliche Übersichten über die Phänomenologie der Hybrid-Mesonen sind in [43,44] zu finden.

Im Bag-Modell [45] betrachtet man Hadronen als aus Quarks und/oder Gluonen aufgebaut, die in einem Volumen – dem *bag* – eingeschlossen sind unter der Randbedingung, daß kein Farbfluß durch die Oberfläche des Volumens stattfindet. Gluonen treten in diesem Modell in zwei Eigenmoden auf, als transversal-elektrische (g_{TE} , $J^{PC} = 1^{+-}$) und als transversal-magnetische (g_{TM} , $J^{PC} = 1^{-}$) Gluonen. Die energetisch niedrigsten Eigenmoden der Quarks sind $s_{1/2}$, $p_{1/2}$ und $p_{3/2}$ -Zustände. In erster Näherung wird die Masse des Hybrids aus der Summe der Konstituenten-Energien und der Energie des *bags* bestimmt. Die Hybride treten als Nonetts auf, deren Mitglieder sich durch die sie aufbauenden Quark-Flavours unterscheiden. Die Quantenzahlen der Hybride, die sich aus den niedrigsten Zuständen bilden lassen, sind in Tabelle 2.3 angegeben.

Tabelle 2.3: Quantenzahlen der Hybrid-Mesonen

	$q\bar{q}(0^{-+})\ ^1S_0$	$q\bar{q}(1^{--})\ ^3S_1$
$g_{TE}(1^{+-})$	1^{-}	$(0, 1, 2)^{-+}$
$g_{TM}(1^{-})$	1^{+-}	$(0, 1, 2)^{++}$

Die Berechnung der absoluten Massenskala der Hybride ist nur unter Annahmen über die (nichtberechneten) Selbstenergien der Gluonen möglich. Die Anordnung der vier leichtesten Nonetts ist:

$$0^{-+}(1200) < 1^{-+}(1410) < 1^{--}(1640) < 2^{-+}(1790).$$

Es ist jeweils die Masse der Isovektoren in MeV angegeben. Die Isoskalare sind um 20 – 100 MeV gegenüber den Isovektoren verschoben. Die Massen können sich in Abhängigkeit von den Gluonselfstenergien um ± 200 MeV verschieben. Die Hybride mit positiver Parität werden bei Massen erwartet, die jeweils etwa 500 MeV/c² höher liegen. Mischung ist zu erwarten, falls Hybride und $q\bar{q}$ -Zustände mit gleichen Quantenzahlen nahe beieinander liegen. Dies erschwert die Identifizierung der Hybride.

Das Flux-Tube-Modell basiert auf der Beobachtung, daß bei der Untersuchung der QCD auf einem diskreten Raum-Zeit-Gitter [46] mit großem Gitterabstand die Zustände niedrigster Energie aus Quarks und Antiquarks bestehen, die durch chromoelektrische Flußschläuche (*flux tubes*) verbunden werden. Die Farbfelder werden durch diese *flux tubes* beschrieben, nicht durch Gluonen. Konventionelle Mesonen bestehen in diesem Modell aus einem $q\bar{q}$ -Paar und einer Flußschlauch-Konfiguration im Grundzustand. Quark und Antiquark bewegen sich im effektiven Potential, das durch die Konfiguration der Flußschläuche bedingt ist. Zwei unterschiedliche Arten von Hybrid-Mesonen sind hier möglich: Vibrations-Hybride, die höher angeregten Moden der Flußschlauch-Konfiguration entsprechen, sowie Topologie-Hybriden, die komplexere Konfigurationen der *flux tubes* haben. Auf jeder Topologie baut sich ein ganzes Spektrum von Vibrations-Hybriden auf,

in Analogie zu den Vibrationsbanden in Molekülspektren. Die niedrigsten Vibrations-Hybride sind ein $q\bar{q}$ -Paar, dem ein "Phonon" mit einem Drehimpuls von ± 1 hinzugefügt wurde. Es werden acht Nonetts dieser Hybride mit den Quantenzahlen

$$J^{PC} = (0, 1, 2)^{-+}, (0, 1, 2)^{+-}, 1^{++} \quad \text{und} \quad 1^{--}$$

erwartet, die nahezu massenentartet sind, $M \approx (1.9 \pm 0.1) \text{ GeV}$. Die erste Serie topologischer Hybride wird erst oberhalb von 2.3 GeV erwartet.

Sowohl das Bag-Modell als auch das Flux-Tube-Modell sagen ein umfangreiches Spektrum von Hybrid-Mesonen im Bereich zwischen 1 und 2 GeV voraus, das auch Zustände mit Quantenzahlen enthält, die in $\gamma\gamma$ -Kollisionen erzeugbar sind. Es bleibt zu untersuchen, ob diese Zustände sich im Endzustand $\eta\pi\pi$, mit dem sich diese Analyse befaßt, manifestieren können.

Der dominante Zerfall von Hybrid-Mesonen verläuft im Bag-Modell über die Erzeugung eines Farb-Oktetts- $q\bar{q}$ -Paares aus einem Valenz-Gluon. Eines der Quarks muß sich in einem P -Wellen-Zustand befinden. Die beiden Farb-Oktetts können nach einem Farb-Rearrangement in zwei $q\bar{q}$ -Singulets zerfallen, von denen das eine ein S -Wellen-Meson und das andere ein P -Wellen-Meson ist. Das Flux-Tube-Modell macht ganz ähnliche Vorhersagen über die Zerfälle [47]. Beim Zerbrechen eines Flußschlauches wird ebenfalls ein $q\bar{q}$ -Paar in einer P -Welle erzeugt. Beiden Modellen ist also gemein, daß die "gluonische" Anregung ihren Drehimpuls nicht als relativen Bahndrehimpuls auf den Endzustand übertragen kann; ein direkter Zerfall in Paare leichter Mesonen, der phasenraum-begünstigt wäre, ist deshalb nicht möglich. Es sind Hybrid-Zerfälle nach Paaren wie ηf_0 , ηf_2 , πa_0 oder πa_2 zu erwarten, die dann im $\eta\pi\pi$ Endzustand erscheinen können.

Gluonium

Gluonium-Zustände bestehen nur aus Gluonen, sie haben keine Quark-Konstituenten. Sie können aus zwei oder drei Valenz-Gluonen aufgebaut sein, und sind isoskalare Flavour-Singulets mit ganzzahligem Spin (Yang'sche Regel). Es wurde versucht, das Massenspektrum der Gluonia im Bag-Modell [34], im Flux-Tube-Modell [42] und in der Gitter-Eichtheorie [41] zu berechnen. Man findet, daß ihre Anordnung

$$m(0^{++}) < m(0^{-+}) < m(2^{++}) < m(2^{-+})$$

sein soll [44], aber die absolute Massenskala ist sehr unsicher und überdeckt einen sehr weiten Bereich, z.B. von 600 bis 1400 MeV für den skalaren Gluonium-Zustand. Die Gluonia werden somit in einem Massenbereich angesiedelt, in dem auch konventionelle Mesonen liegen. Wie im Fall der Hybride kann die Mischung von Gluonia und konventionellen Mesonen die Interpretation experimentell gefundener Spektren sehr erschweren.

Es bleibt zu bemerken, daß Gluonia in Zwei-Photon-Reaktionen nicht direkt erzeugt werden können, da sie keine elektrisch geladenen Konstituenten besitzen. Nur über die Erzeugung eines primären $q\bar{q}$ -Paares, das dann in mehrere Gluonen annihiliert, kann ein Gluonium-Zustand angeregt werden. Im Vergleich zu $q\bar{q}$ -Mesonen ist eine Unterdrückung dieser Anregung um $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ zu erwarten.

Vier-Quark-Zustände

Wie schon erwähnt sind aus der QCD auch gebundene Vier-Quark-Zustände zu erwarten. Diese wurden zuerst im Bag-Modell [48], später auch im Rahmen von Potential-Modellen [49], untersucht. Im Bag-Modell wird ein Nonett von kryptoexotischen 0^{++} Mesonen bei relativ kleinen Massen vorhergesagt. Jeder Zustand enthält hierbei ein zusätzliches, verborgenes $q\bar{q}$ -Paar. Die Zerfallsbreiten sollten sehr groß sein, da diese Zustände direkt in zwei Mesonen auseinanderfallen können. Nur Zustände, die unterhalb der Zerfallsschwelle liegen, können relativ stabil sein, so z.B. die $\delta/a_0(980)$ und $S^*/f_0(975)$ Mesonen, die beide unterhalb der $K\bar{K}$ -Schwelle liegen. Analog sind weitere Zustände zu erwarten.

Im Quark-Modell kann man die Vier-Quark-Zustände als Molekül-Zustände aus zwei Mesonen betrachten, die ähnlich wie Moleküle durch die Van der Waals-Kraft, durch eine Rest-Farbkraft aneinander gebunden werden. Es wurde gezeigt, daß die erwarteten Eigenschaften dieser $K\bar{K}$ -Moleküle mit Isospin $I = 0$ oder 1 mit denen der δ - und S^* -Resonanzen gut verträglich sind. Die Masse dieser Mesonen findet in diesem Bild eine fast "natürliche" Erklärung. Außerdem sind keine weiteren gebundenen $K\bar{K}$ -Zustände zu erwarten.

Beide Modelle liefern Vorhersagen für die $\gamma\gamma$ -Kopplung von Vier-Quark-Zuständen, die wesentlich kleiner sind als die von $q\bar{q}$ -Mesonen [50], und die mit den experimentellen Werten verträglich sind. Die Interpretation von δ und S^* als $K\bar{K}$ -Moleküle ist hilfreich in der Erklärung des Spektrums der skalaren Mesonen. Es sind vier Skalare bekannt, im Quark-Modell werden aber nur zwei erwartet (siehe Diskussion in [51]).

2.5 Exklusive Erzeugung von Resonanzen in Zwei-Photon-Reaktionen

Im folgenden soll nun der Wirkungsquerschnitt σ_{TT} für die Erzeugung von mesonischen Resonanzen durch zwei quasireelle Photonen hergeleitet werden. Die Amplitude T_{ab} in Gleichung (2.15) besteht aus der Erzeugungsamplitude M_{ab} , dem Propagator der Resonanz

R und der Zerfallsamplitude $D_X^{J_z}$ für den beobachteten Endzustand:

$$T_{ab} = M_{ab} \frac{\delta_{a-b}^{J_z}}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} D_X^{J_z}. \quad (2.27)$$

Im Falle quasireeller Photonen sind nur die Kombinationen mit $a' = a$, $b' = b$, $a, b = \{+, -\}$ zu beachten (vgl. Gleichung (2.16)). Der hadronische Tensor ist somit:

$$W_{abab} = \frac{1}{2} \int \left| M_{ab}^{J_z=a-b} \frac{1}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} D_X^{J_z} \right|^2 dLips(X). \quad (2.28)$$

Die Drehimpuls-Erhaltung verlangt daß die Gesamthelizität $\lambda = a - b$ des Zwei-Photon-Systems gleich der z -Komponente J_z des Gesamtspins (Polarisationszustand) der Resonanz R ist. Das Integral über den Phasenraum des Endzustandes X kann durch die Partialbreite der Resonanz für den Zerfall nach X ersetzt werden [52]:

$$\Gamma_X = \Gamma_{tot} BR(R \rightarrow X) = \frac{1}{2m_R} \int |D_X^{J_z}|^2 dLips(X). \quad (2.29)$$

Durch Einsetzen erhält man den hadronischen Tensor

$$W_{abab} = |M_{ab}^{J_z}|^2 \cdot \frac{m_R \Gamma_X}{(W^2 - m_R^2)^2 + (m_R \Gamma_{tot})^2}. \quad (2.30)$$

Für breite Resonanzen genügt es nicht, die Partialbreite als Konstante zu betrachten, der mit W größer werdende Phasenraum ist zu berücksichtigen. Eine mögliche Parametrisierung der Massenabhängigkeit der Breite für einen Zwei-Teilchen-Zerfall ist in [52] gegeben:

$$\Gamma(W) = \Gamma(m_R) \frac{m_R}{W} \left(\frac{|q^*(W)|}{|q^*(m_R)|} \right)^{2L+1} \frac{B_L(|q^*(m_R)|r)}{B_L(|q^*(W)|r)}. \quad (2.31)$$

q^* ist der Impuls eines der beiden Teilchen im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz. Die $B_L(|q^*|r)$ sind phänomenologische Dämpfungsfaktoren [53], die die Divergenz von $\Gamma(W)$ verhindern, $r \approx 1$ fm ist der Wechselwirkungsradius. L ist der relative Drehimpuls der Endzustandsteilchen. Der Wirkungsquerschnitt für die Kollision zweier quasireeller Photonen ergibt sich nun aus Gleichung (2.16) zu

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \frac{m_R \Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + (m_R \Gamma_{tot}(W))^2} \left[|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2 \right]. \quad (2.32)$$

In Referenz [17] wird der Zusammenhang zwischen den Helizitätsamplituden M_{ab} und den $\gamma\gamma$ -Kopplungen von verschiedenen J^{PC} -Resonanzen hergeleitet. Die Helizitätsamplituden werden hierbei in einen experimentell zu bestimmenden Formfaktor $F_{ab\lambda}(\vec{q}_1^2, \vec{q}_2^2)$ und "Born-Terme" faktorisiert. Ein Born-Term enthält die geringstmögliche Anzahl von Vierer-Impulsen der am $\gamma\gamma R$ -Vertex beteiligten Teilchen, die mit der allgemeinsten Drehimpuls-Abhängigkeit der Wechselwirkung verträglich ist und die die Forderung nach Eichinvarianz,

Drehimpulserhaltung, Paritätserhaltung und Bose-Symmetrie erfüllt [52]. Die Formfaktoren hängen im Modell von [17] nur von den Impulsen \tilde{q}_i der Photonen ab, nicht aber von der invarianten Masse W . Sie sind so normiert, daß sich für den Fall $\tilde{q}_1^2 = \tilde{q}_2^2 = 0$ die Zwei-Photon-Kopplung $g_{R\gamma\gamma}$ ergibt:

$$F_{ab\lambda}^2(0,0) = g_{R\gamma\gamma}^2 \propto \Gamma_{\gamma\gamma}.$$

Aus dem Verlauf der Formfaktoren mit \tilde{q}_i^2 kann die Ausdehnung des Wechselwirkungsradius erschlossen werden. Im Vektor-Dominanz-Modell wird der Verlauf von $F_{ab\lambda}$ durch einen Vektormeson-Pol

$$F_{ab\lambda}(\tilde{q}_1^2, \tilde{q}_2^2) = F_{ab\lambda}(0,0) \frac{1}{1 - (\tilde{q}_1^2/m_V^2)} \frac{1}{1 - (\tilde{q}_2^2/m_V^2)} \quad (2.33)$$

beschrieben. Für Mesonen, die überwiegend aus u - oder d -Quarks bestehen, ist ein ρ -Pol ($m_\rho = 768$ MeV) die natürliche Wahl, für Mesonen mit dominantem s -Quark-Anteil ist ein ϕ -Pol ($m_\phi = 1019$ MeV) besser geeignet. Ein ähnlicher Verlauf des Formfaktors folgt auch aus einer QCD-Rechnung von Brodsky und Lepage [54], bei der zwischen $Q^2 = 0$ und $Q^2 = \infty$ durch einen Monopolfaktor intrapoliert wird:

$$F_{ab\lambda}(\tilde{q}_1^2, \tilde{q}_2^2) = F_{ab\lambda}(0,0) \frac{1}{1 - (\tilde{q}_1^2/(2\pi f_\pi)^2)} \frac{1}{1 - (\tilde{q}_2^2/(2\pi f_\pi)^2)}; \quad (2.34)$$

$f_\pi = 131.69$ MeV ist die Pion-Zerfallskonstante. Folglich entspricht $2\pi f_\pi = 827$ MeV. Unter der Annahme, daß sich die Zerfallskonstanten der leichten pseudoskalaren Mesonen nicht sehr stark unterscheiden, kann ein Verlauf wie in (2.34) auch für η und η' erwartet werden.

Die für diese Analyse wichtigen Helizitätsamplituden sind in Tabelle 2.4 nochmals zusammengestellt.

Tabelle 2.4: Zusammenhang zwischen Helizitätsamplituden und Formfaktoren, nach [17]. Die Indizes der Formfaktoren $F_{ab\lambda}$ kennzeichnen die Transversalität der Photonen und die Gesamthelizität.

J^P	Gesamthelizität $\lambda = a - b $	
	0	2
0^+	$M_{++} = M_{--} = F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = 0$
2^+	$M_{++} = M_{--} = \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{X}{W^2} F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = F_{TT2}$
0^-	$M_{++} = M_{--} = \sqrt{X} F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = 0$
2^-	$M_{++} = M_{--} = -\frac{4}{\sqrt{6}} \sqrt{X} F_{TT0}$	$M_{+-} = M_{-+} = 2(\tilde{q}_2^2 - \tilde{q}_1^2) \sqrt{X} F_{TT2}$

In Analogie zu Gleichung (2.29) kann man eine Partialbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_i}$ für die einzelnen Polarisationszustände der Resonanz einführen, die den Zerfall in zwei Photonen beschreibt:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_i} = \frac{1}{2m_R} \int \sum_{a-b=J_i} |M_{ab}|^2 dLips(\gamma\gamma). \quad (2.35)$$

Der Phasenraum für zwei virtuelle Photonen

$$dLips(\gamma^*\gamma^*) = \frac{1}{64\pi^2} d\Omega \quad (2.36)$$

ist wegen der Ununterscheidbarkeit der Photonen nur halb so groß wie üblicherweise. Die Zerfallsbreite der Resonanz in zwei reelle Photonen, bei ihrer nominalen Masse, wird als der Mittelwert über die einzelnen Polarisationszustände definiert:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma} &= \frac{1}{2J+1} \sum_{J_i} \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_i} \\ &= \frac{1}{2J+1} \frac{1}{2m_R} \int \sum_{a-b=J_i} |M_{ab}|^2 dLips(\gamma\gamma) \\ &= \frac{1}{16\pi(2J+1)m_R} \left[|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2 \right] \\ &= \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Durch Einsetzen von Gleichung (2.37) in Gleichung (2.32), unter Benutzung der Näherung $X \approx W^4/4$, erhält man einen allgemeinen Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow X)$ der Streuung zweier quasireeller Photonen über die Resonanz R in den Endzustand X :

$$\sigma_{TT} = 8\pi(2J+1) \left(\frac{m_R}{W} \right)^2 \frac{\Gamma_X(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + (m_R\Gamma_{tot})^2} \left[\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} \right]. \quad (2.38)$$

$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}$ und $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}$ sind die W -abhängigen Zwei-Photon-Partialbreiten der Resonanz R für die beiden möglichen Helizitätszustände $\lambda = 0$ und 2 .

Durch Gleichsetzen der Ausdrücke für $|M_{ab}|^2$ in Gleichung (2.37) und in Tabelle 2.4, unter Berücksichtigung von $\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_i} \equiv \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_i}(m_R) \propto F_{TT\lambda}^2$, ist damit die W -Abhängigkeit der $\gamma\gamma$ -Partialbreiten bekannt, wie in Tabelle 2.5 aufgezählt. Mit Hilfe dieser Tabelle kann aus Gleichung (2.38) der Zwei-Photon-Wirkungsquerschnitt für alle betrachteten Kanäle berechnet werden.

Nur für die Tensor-Mesonen sind die Partialbreiten für beide Polarisationszustände von Null verschieden. In diesem Falle ist die Bestimmung der $\gamma\gamma$ -Partialbreite nur durch die Trennung der $(\lambda = 0)$ - und $(\lambda = 2)$ -Anteile in einer Partial-Wellen-Analyse möglich. Die W -Abhängigkeit der $(\lambda = 0)$ -Partialbreite von Pseudoskalar-, Tensor- und Pseudotensor-Mesonen bedarf eines Kommentars: In Tabelle 2.5 sind diese Partialbreiten proportional zur vierten Potenz der invarianten Masse W . Im Falle von Resonanzen mit großer totaler Zerfallsbreite führt dieses Verhalten zu einem Anwachsen des Wirkungsquerschnitts.

Tabelle 2.5: W -Abhängigkeit der $\gamma\gamma$ -Partialbreiten für verschiedene J^P . $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(J_z)}$ ist die Partialbreite bei der nominalen Resonanzmasse; der Index (J_z) kennzeichnet den Polarisationszustand bzw. die Gesamthelizität.

J^P	Polarisationszustand J_z	
	0	2
	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}(W)$	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(W)$
0^+	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}$	0
2^+	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} \left(\frac{W}{M}\right)^4$	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}$
0^-	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} \left(\frac{W}{M}\right)^4$	0
2^-	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} \left(\frac{W}{M}\right)^4$	≈ 0

das die Unitarität verletzen würde [55]. Dieses unphysikalische Verhalten kann dadurch "kuriert" werden, daß man Formfaktoren $F_{T\lambda}$ verwendet, die explizit von der invarianten Masse abhängig sind und somit den Anstieg des Wirkungsquerschnitts dämpfen.

2.6 Winkelverteilungen und Isobaren-Modell

Die beim Zerfall eines Teilchens auftretenden Winkelverteilungen sind für die Analyse von erheblicher Bedeutung. Da – wie später gezeigt wird – die experimentelle Akzeptanz eine Funktion der Winkel der Teilchen im Endzustand ist, ist es wichtig, diese Verteilungen korrekt zu simulieren. Die Amplitude $D_X^{J_z}$ in Gleichung (2.29), für den Zerfall $R \rightarrow X$, kann in einen von $W_{\gamma\gamma}$ und in einen von den Richtungen der beteiligten Teilchen abhängigen Anteil zerlegt werden.

Zwei-Teilchen-Zerfälle

Für den allgemeinsten Fall des Zerfalls einer Resonanz mit Gesamtspin J im Polarisationszustand $J_z = M$ in zwei Teilchen ergibt sich:

$$D_M(W, \theta\phi) = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} e^{i\phi(M-\lambda)} \cdot d_{M\lambda}^J(\theta) \cdot \tilde{D}(W). \quad (2.39)$$

Die d_{MM}^J sind in [52] definiert. $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ist die Differenz der Helizitäten der beiden Teilchen im Endzustand, θ und ϕ sind die Winkel eines der beiden Teilchen im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz. Für den Zerfall in zwei spinlose Teilchen gilt, unter Verwendung von $d_{M0}^J = \sqrt{4\pi/(2J+1)} \exp(-iM\phi) Y_J^M(\theta, \phi)$,

$$D_M(W, \theta\phi) = \tilde{D}(W) \cdot Y_J^M(\theta, \phi). \quad (2.40)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega = d^2\sigma/d\cos\theta d\phi$ ist somit proportional zu den Kugelflächenfunktionen Y_J^M .

Eine andere Möglichkeit zur Berechnung von D_M besteht in der Faktorisierung der Zerfallsamplitude in Formfaktoren und Born-Term-Tensoren, auch Zemach-Tensoren genannt [56]. Die Tensoren werden, wie schon weiter oben geschildert, aus den Impulsen der am Zerfall beteiligten Teilchen konstruiert. Eine Tabelle der Born-Terme für Meson-Zerfälle ist in Referenz [17] zu finden.

Zerfälle in mehr als zwei Teilchen

Der Zerfall einer Resonanz in mehr als zwei Teilchen läßt sich am einfachsten im Zusammenhang mit den Kettenzerfällen diskutieren. Ein Kettenzerfall ist ein Stufenprozeß, bei dem nicht alle Endzustandsteilchen im ersten Schritt entstehen. Die Mehrzahl der in [1] tabellierten Zerfälle von Mesonen in mehr als zwei Teilchen verläuft über solche Kettenzerfälle. Ein Beispiel für einen Drei-Teilchen-Zerfall ist:

$$\begin{aligned} R &\rightarrow F_1 + F_2 + F_3 \\ &= \\ R &\rightarrow I + F_1 \\ I &\rightarrow F_2 + F_3, \end{aligned}$$

d.h. die Resonanz R zerfällt in die Zwischenresonanz I , auch "Isobar" genannt, und das Teilchen F_1 ; im zweiten Schritt zerfällt dann I nach F_2 und F_3 .

Die Zerfallsamplitude $D_M(R \rightarrow F_1 F_2 F_3)$ kann dann wie folgt zerlegt werden:

$$D_M(R \rightarrow F_1 F_2 F_3) = \sum_{J_z(I)} D(R \rightarrow I F_1) \frac{1}{\vec{p}_I^2 - m_I^2 + im_I \Gamma_I} D'(I \rightarrow F_2 F_3). \quad (2.41)$$

Die drei Terme in (2.41) sind die Zerfallsamplitude für den ersten Zerfall $R \rightarrow I F_1$, der Breit-Wigner-Propagator und die Zerfallsamplitude des Isobaren. Es muß hierbei über alle möglichen Polarisationszustände J_z des Isobaren summiert werden. Die beiden Zerfallsamplituden können nun wieder wie in Gleichung(2.39) in eine Winkelfunktion und einen $W_{\gamma\gamma}$ -abhängigen Teil zerlegt oder durch Born-Terme ausgedrückt werden.

Im Spin-Bahndrehimpuls-Kopplungsschema kann man den winkelabhängigen Teil der Zerfallsamplitude durch Produkte der Drehimpuls-Eigenfunktionen $Y_J^M \equiv |J, M\rangle$ ausdrücken [57]. Diese Funktionen beschreiben die Emission der Teilchen im ersten und zweiten Schritt; die Winkel der Teilchen sind jeweils im Ruhesystem des zerfallenden Teilchens (R im ersten Schritt, I im zweitem) definiert. Mit den Annahmen, daß im Zerfall die Parität erhalten bleibt, $(P)_R = (P)_I \cdot (P)_{F_1} \cdot (-1)^L$, und daß der Übergang mit dem

niedrigsten Drehimpuls L zwischen I und F_1 dominiert, ergeben sich die winkelabhängigen Terme der Amplituden für die hier interessanten Zerfälle:

$$\begin{array}{llll}
 0^- & \rightarrow & 0^+ 0^- & L = 0 \\
 0^- & \rightarrow & 2^+ 0 & L = 2 \\
 2^+ (\lambda = 0) & \rightarrow & 0^+ 0^- & \text{verboten} \\
 2^+ (\lambda = 0) & \rightarrow & 2^+ 0^- & L = 1 \\
 2^+ (\lambda = 2) & \rightarrow & 0^+ 0^- & \text{verboten} \\
 2^+ (\lambda = 2) & \rightarrow & 2^- 0^- & L = 1 \\
 2^- (\lambda = 0) & \rightarrow & 0^+ 0^- & L = 2 \\
 2^- (\lambda = 0) & \rightarrow & 2^+ 0^- & L = 0
 \end{array} \tag{2.42}$$

$$D(R \rightarrow IF_1)D'(I \rightarrow F_2F_3) \propto \sum_{m_2} \mathcal{C}(JMj_1m_1j_2m_2) \langle j_1, m_1 \pm L; j_2, m_2 \mp L | I \rangle.$$

Die Summation über die Polarisationszustände von I wird ersetzt durch die Summation über m_2 unter der Bedingung $M = m_1 + m_2$. Hierbei treten die Clebsch-Gordon-Koeffizienten $\mathcal{C}(JMj_1m_1j_2m_2)$ auf, die aus Tabellen (z.B. in [1]) entnommen werden können.

Um das Produkt der beiden Zerfallsamplituden $D(R \rightarrow IF_1)D'(I \rightarrow F_2F_3)$ zu erhalten, müssen die einzelnen Terme, die nach (2.42) die Produkte der Winkelfunktionen sind, vor der Summation noch mit den entsprechenden kinematischen Termen ($\propto \sqrt{|q^*|^{2L+1}} \cdot B_L$) für die beiden Zerfallsschritte multipliziert werden. Gegebenfalls ist noch eine Symmetrierung der Amplitude zur Erhaltung der Bose-Symmetrie durchzuführen.

Sind unterschiedliche Kettenzerfälle in den gleichen Endzustand möglich, so ist noch zu berücksichtigen, daß die Amplituden für die einzelnen Prozesse miteinander interferieren können. Folglich sind die einzelnen Amplituden kohärent zu addieren. Die mögliche Interferenz verschiedener Zerfallsmoden zum gleichen Endzustand macht die Auswertung kompliziert; im Rahmen der in dieser Analyse angesammelten Statistik ist ihre Berücksichtigung nicht möglich.

2.7 Vergleich: Mesonen-Produktion in der Photon-Photon-Streuung und in radiativen Zerfällen des J/ψ

Die Untersuchung der Erzeugung neutraler Mesonen durch zwei quasi-reelle Photonen an e^+e^- -Speicherringen ist in einem relativ großen Bereich von Massen, vom π^0 bis zum $\eta_c(2980)$, und in einer Vielzahl von J^P -Zuständen möglich. Da Photonen an die elektrische Ladung koppeln, erwartet man, daß Zustände, die Quark-Konstituenten enthalten,

häufiger erzeugt werden als solche die nur aus Gluonen bestehen. Ein Gluonium kann nur über einen Zwischenzustand, eine Quarkschleife, an zwei Photonen koppeln. Seine Zerfallsbreite nach zwei Photonen sollte deshalb (um α_s^2) gegenüber normalen Mesonen unterdrückt sein.

Das Gebiet der Mesonen-Spektroskopie in der Zwei-Photon-Streuung wird ergänzt durch die Untersuchung der Resonanzzeugung in radiativen Zerfällen des $J/\psi(3097)$. Eine bildliche Darstellung für diese Zerfälle ist in Abbildung 2.4 gegeben. Das c -Quark und das \bar{c} -Antiquark im J/ψ annihilieren in ein Photon und zwei intermediäre Gluonen. Aus den Gluonen entsteht dann ein Meson, das ein Zwei-Quark-Zustand oder auch ein Gluonium-Zustand sein kann. Die Kopplung einer Resonanz an die zwei Gluonen ist der Zwei-Photon-Erzeugung analog; in beiden Fällen erfolgt ein Übergang zwischen zwei masselosen Eichbosonen in ein Meson. In Abhängigkeit von der Photonenenergie variiert die invariante Masse des Zwei-Gluon-Systems ebenfalls über einen weiten Bereich, so daß eine Vielzahl von Resonanzen in diesen Zerfällen angeregt werden kann und auch beobachtet wurde [58,59]. Die Erzeugung von Gluonia, relativ zu $q\bar{q}$ -Mesonen, ist in dieser Reaktion nicht unterdrückt [60].

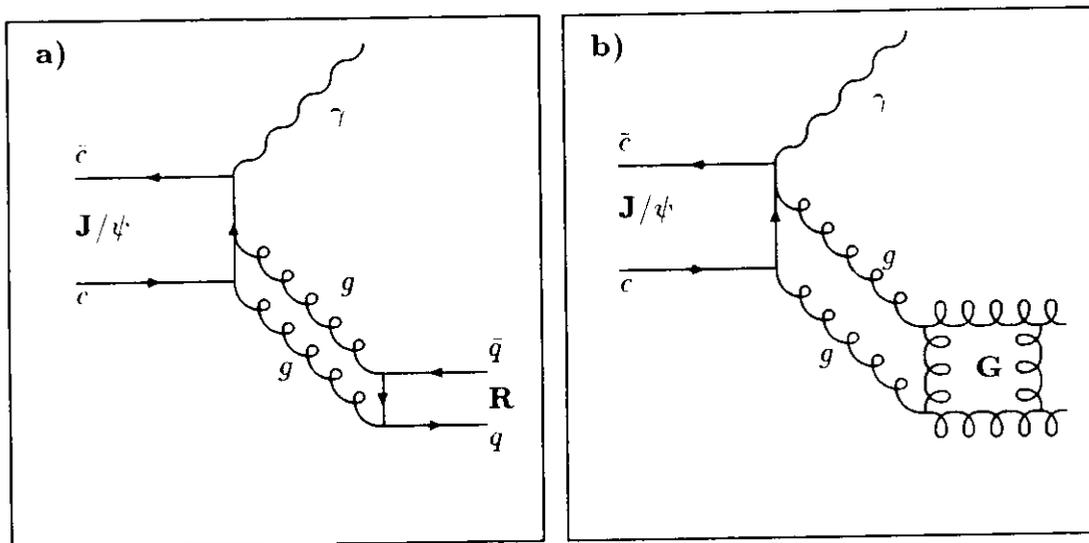


Abbildung 2.4: Resonanzzeugung in radiativen Zerfällen: a) $q\bar{q}$ Meson, b) Gluonium

Ein Vergleich der Produktionsraten einer Resonanz in Zwei-Photon-Reaktionen und in radiativen J/ψ -Zerfällen kann Hinweise auf die Natur der Konstituenten dieser Resonanz liefern. Relativ häufige Erzeugung in radiativen J/ψ -Zerfällen und Abwesenheit in der Zwei-Photon-Streuung wäre ein Indiz für die Gluonium-Natur einer Resonanz. Die am häufigsten genannten Kandidaten hierfür sind das $\iota/\eta(1440)$ und das $\Theta/f_2(1720)$. Chanowitz [34] hat vorgeschlagen, das Verhältnis der Zerfallsbreite $\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma X)$ zur Zerfallsbreite $\Gamma(X \rightarrow \gamma\gamma)$, für den unterschiedlichen Phasenraum korrigiert, als quantitatives

Maß für den Gluonium-Gehalt einer Resonanz X zu verwenden. Dieses Verhältnis wird *Stickiness* S_X genannt.

$$S_X = N \cdot \frac{\Gamma(J/\psi \rightarrow \gamma X)}{\Gamma(X \rightarrow \gamma\gamma)} \cdot \left(\frac{m_X}{k_{J/\psi \rightarrow \gamma X}^*} \right)^{2L+1} \quad (2.43)$$

N ist eine Normierungskonstante, L ist der Drehimpuls im $\gamma\gamma$ - beziehungsweise im gg -System, m_X die Masse der Resonanz und $k_{J/\psi \rightarrow \gamma X}^*$ der Impuls des Photons beim Zerfall $J/\psi \rightarrow \gamma X$. Für pseudoskalare Resonanzen $J^P(X) = 0^-$ ist $L = 1$, und für Tensor-Resonanzen $J^P(X) = 2^+$ ist $L = 0$.

Die absolute Normierung N ist nicht von maßgeblicher Bedeutung, wenn man Resonanzen mit gleichem J^P vergleicht; die *Stickiness* von Gluonium-Kandidaten kann auf bekannte $q\bar{q}$ -Zustände bezogen werden. Ein relativ großer Wert von S_X ist ein Hinweis auf einen hohen Gluonium-Anteil, aber für sich allein noch kein hinreichendes Kriterium zur Identifikation von Gluonia. Die $\gamma\gamma$ -Kopplung konventioneller $q\bar{q}$ -Mesonen kann durch Singulett-Oktett-Mischung sehr klein werden oder sogar verschwinden ($\vartheta = 19.47^\circ$), was zu einer unendlichen *Stickiness* führt. Andererseits gibt es theoretische Modelle in denen die leichtesten Gluonia durchaus mit denen von $q\bar{q}$ -Mesonen vergleichbare Zwei-Photon-Kopplungen haben [61].

Eine andere Beschränkung für die Anwendung der *Stickiness* liegt in der Erhaltung des Isospins in Prozessen, die durch die starke Kraft vermittelt werden. Die beiden Gluonen im radiativen J/ψ -Zerfall befinden sich in einem Isospin-Singulett-Zustand ($I = 0$), folglich können nur isoskalare Resonanzen aus ihnen entstehen. Die Beobachtung des Zerfalls $J/\psi \rightarrow \gamma\pi^0$ erklärt man dadurch, daß das π^0 in einem Zerfall $J/\psi \rightarrow 3g$ entsteht und das Photon von einem der Quarks im Endzustand abgestrahlt wird. Dieser Prozeß ist gegenüber dem vorher geschilderten unterdrückt, Isovektoren können nicht einfach mit den Isoskalaren im gleichen J^P -Multipllett verglichen werden.

2.8 Zusammenfassung: Bestimmung von $\sigma_{\gamma\gamma}$ und $\Gamma_{\gamma\gamma}$

Es soll hier zusammengefaßt werden, wie aus einem experimentell gefundenem Massenspektrum $dN/dW_{\gamma\gamma}$ der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ und die radiative Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ bestimmt werden können. Die in einem Intervall $dW_{\gamma\gamma}$ gefundene Anzahl von Ereignissen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow X$ ist das Produkt von e^+e^- -Luminosität L_{ee} , differentiellem Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dW_{\gamma\gamma}$, Verzweigungsverhältnis BR des erzeugten Zustands in den beobachteten Endzustand X und der Detektor- und Analyseakzeptanz $\epsilon(W_{\gamma\gamma})$:

$$\left. \frac{dN_X}{dW_{\gamma\gamma}} \right|_{\text{gefunden}} = L_{ee} \frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow X}}{dW_{\gamma\gamma}} BR \epsilon(W_{\gamma\gamma}). \quad (2.44)$$

Nach einer Integration über die Impulse der Leptonen im Endzustand kann Gleichung (2.18) umgeformt werden in

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow X} = \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} dW_{\gamma\gamma}. \quad (2.45)$$

$dL_{\gamma\gamma}/dW_{\gamma\gamma}$ ist die Zwei-Photon-Luminositätsfunktion oder -Fluß. Aus (2.44) wird somit

$$\left. \frac{dN_X}{dW_{\gamma\gamma}} \right|_{\text{gefunden}} = L_{e\bar{e}} \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} BR\epsilon(W_{\gamma\gamma}). \quad (2.46)$$

Durch Umkehrung von (2.46) kann der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ aus dem gefundenen Spektrum bestimmt werden:

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} = \frac{\left. \frac{dN_X}{dW_{\gamma\gamma}} \right|_{\text{gefunden}}}{L_{e\bar{e}} \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} BR\epsilon(W_{\gamma\gamma})}. \quad (2.47)$$

Unter der Annahme, daß nur transversal polarisierte Photonen zum Wirkungsquerschnitt beitragen ($\sigma_{\gamma\gamma} \equiv \sigma_{TT}$), können aus dem gemessenen Wirkungsquerschnitt (2.47) durch Anpassung von Gleichung (2.38) die Parameter der im Spektrum beobachteten Resonanzen bestimmt werden.

Im Falle einer schmalen Resonanz X , deren natürliche Breite deutlich geringer als die Detektorauflösung ist, braucht die $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit von Fluß und Akzeptanz nicht ausgewertet zu werden ($W_{\gamma\gamma} \equiv m_X$). Der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ wird approximiert durch

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X} \approx 8\pi(2J+1) \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}}{m_X} \delta(m_x^2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2)^2). \quad (2.48)$$

Er ist somit gemäß

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow X} = 8\pi(2J+1) \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}}{m_X} \int \delta(m_x^2 - (\bar{q}_1 + \bar{q}_2)^2) F^2(\bar{q}_1^2, \bar{q}_2^2) \frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} d^4\bar{q}_1 d^4\bar{q}_2 \quad (2.49)$$

direkt proportional zur radiativen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(X)$. Die Integration des Wirkungsquerschnitts in (2.49) ist ohne Näherungen analytisch nicht möglich: sie wird numerisch im Zusammenhang mit der Monte Carlo-Simulation durchgeführt (siehe Abschnitt 4.2). Hierzu wird der normierte Wirkungsquerschnitt $\bar{\sigma}$ eingeführt:

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_{e^+e^- \rightarrow X}}{\Gamma_{\gamma\gamma}}. \quad (2.50)$$

Der Verlauf dieser Größe als Funktion der Resonanzmasse ist in Abbildung 2.5 dargestellt.

Die radiative Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(X)$ kann nun direkt aus der Anzahl der gefundenen Ereignisse N_X bestimmt werden:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{N_X \left|_{\text{gefunden}}}{L_{e\bar{e}} \bar{\sigma} BR\epsilon(W_{\gamma\gamma})}. \quad (2.51)$$

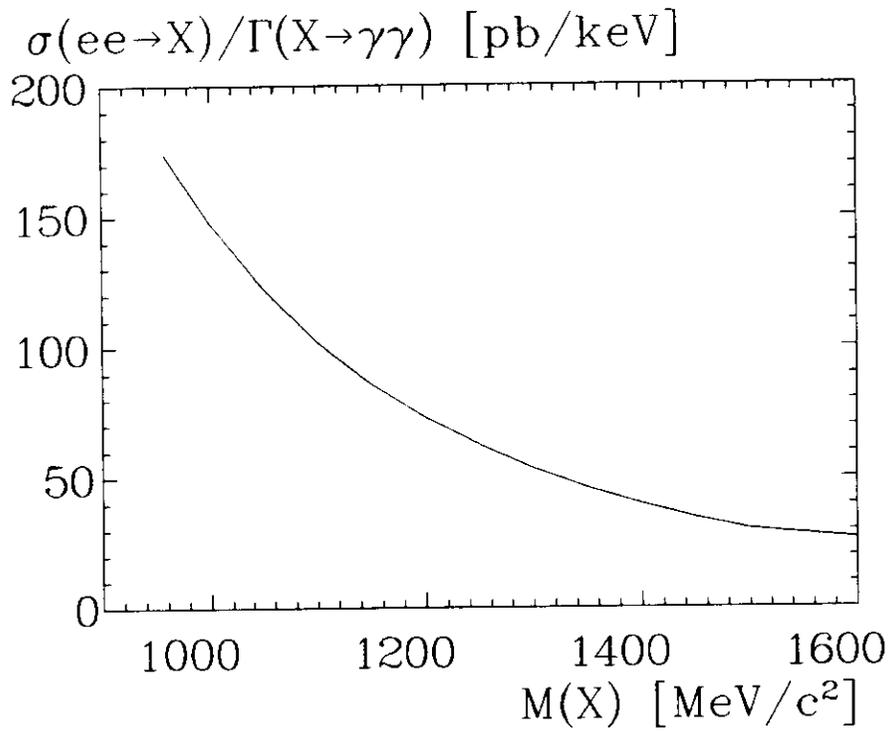


Abbildung 2.5: Normierter Wirkungsquerschnitt $\bar{\sigma} = \sigma_{e^+e^- \rightarrow X} / \Gamma_{\gamma\gamma}$ für schmale pseudo-skalare Resonanzen als Funktion der Resonanzmasse. Die Werte wurden durch Monte Carlo-Integration ermittelt.

Kapitel 3

Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel werden der Speicherring DORIS-II, die Komponenten des Crystal Ball-Detektors, das Datenauslesesystem und die standardisierte Aufbereitung der aufgezeichneten Daten beschrieben.

Der Crystal Ball-Detektor ist in Stanford, Kalifornien, entworfen und gebaut worden. Er wurde zunächst am Speicherring SPEAR, im Stanford Linear Accelerator Center (SLAC), zur Spektroskopie der Mesonen der J/ψ -Familie verwendet. Nach der erfolgreichen Beendigung dieses Programmes brachte man ihn im Jahre 1982 zum Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) nach Hamburg, um eine Meßprogramm zur Spektroskopie der Υ -Mesonen durchzuführen. In der hier beschriebenen Konfiguration betrieb man den Detektor bis einschließlich 1986 am Speicherring DORIS-II. Im Jahre 1987 erfolgte der Rücktransport nach Stanford.

3.1 Der Speicherring DORIS-II

Der Speicherring DORIS-II ist der verbesserte Nachfolger der ursprünglichen DOPPELRIING-Speicheranlage; er kann höhere Schwerpunktennergien erreichen (maximal 11.2 GeV) und größere Ereignisraten liefern als der 1974 gebaute Vorgänger. Das Verbesserungsprogramm wurde durchgeführt, um Experimente im Bereich der Υ -Resonanzen zu ermöglichen. DORIS-II wurde im Jahre 1982 in Betrieb genommen.

Der schematische Aufbau des Speicherrings und seiner Injektionswege ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Elektronen werden in einem Linearbeschleuniger (LINAC-I) erzeugt, im Synchrotron DESY auf ihre endgültige Energie von etwa 5 GeV beschleunigt und dann in den Speicherring überführt. Zur Erzeugung der Positronen wird ein Elektronenstrahl beschleunigt und auf ein Konvertertarget gerichtet. In diesem Target werden durch Bremsstrahlung hochenergetische Photonen erzeugt, die wiederum durch Paarbildung Elektronen und Positronen erzeugen. Die Positronen werden durch ein Magnetsystem gesammelt

und weiter beschleunigt. Dies alles erfolgt im LINAC-II. An seinem Ende befindet sich ein kleiner Speicherring, der Positronen-Intensitäts-Akkumulator PIA. In ihm werden die Positronen gesammelt um dann in das Synchrotron überführt zu werden. Die weitere Beschleunigung erfolgt wie bei den Elektronen.

Der Speicherring hat einen Umfang von 288 m. Die beiden Wechselwirkungszone befinden sich in den langen Geraden. In der südlichen Wechselwirkungszone ist der ARGUS-Detektor installiert, in der nördlichen war der Crystal Ball-Detektor eingebaut. Jeweils ein Bündel (*bunch*) Elektronen bzw. Positronen mit je $10^{11} - 10^{12}$ Teilchen laufen in entgegengesetzter Richtung im Speicherring um. Die Bündel haben eine Gauß-förmige Dichteverteilung; ihre Ausdehnung längs der Strahlrichtung (σ_z) ist etwa 17 mm, in vertikaler Richtung (σ_y) ca. 0.1 mm und in horizontaler Richtung (σ_x) ca. 1 mm. Sie durchdringen sich in den Wechselwirkungszone etwa eine Million mal pro Sekunde. Die Teilchenbündel laufen in einem Hochvakuumsystem (Druck ca. $10^{-8} - 10^{-9}$ mbar) und werden durch ein System von Ablenk- und Fokussierungsmagneten geführt. Direkt vor und hinter den Wechselwirkungspunkten befinden sich starke Fokussierungsmagnete (Mini- β -Quadrupole), die einen besonders kleinen Strahlquerschnitt ermöglichen. Der Energieverlust durch Synchrotronstrahlung wird durch Hochfrequenz-Hohlraumresonatoren in den geraden Wegstrecken wieder ausgeglichen. Die Energieunschärfe der Strahlen ist etwa 5 MeV. Der maximale Strom nach der Injektion ist etwa 50 mA pro Bündel. Innerhalb von ein bis zwei Stunden fällt er auf etwa 20 mA ab; der Speicherring wird dann "nachgefüllt".

Die Ereignisrate dN/dt für eine bestimmte Reaktion bei einem Speicherring-Experiment ist gegeben durch:

$$\frac{dN}{dt} = L \cdot \sigma, \quad (3.1)$$

wobei σ der die Reaktion beschreibende Wirkungsquerschnitt und L eine Maschinenkenngröße, die Luminosität, ist. L ist mit den Strahlparametern verknüpft:

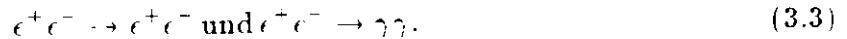
$$L = \frac{n_- n_+ B \nu}{F} \quad (3.2)$$

mit:

- n_-, n_+ : Anzahl der Teilchen in den Bündeln
- B : Anzahl der Bündel pro Strahl
- ν : Umlauffrequenz der Bündel
- F : Querschnittsfläche eines Bündels .

Da eine genügend genaue Messung dieser Parameter nicht möglich ist, bestimmt man die Luminosität durch Umkehrung von Gleichung (3.1). Hierzu mißt man die Ereignisrate

eines Prozesses, dessen Wirkungsquerschnitt genau bekannt ist. An Elektron-Positron-Speicherringen verwendet man folgende Reaktionen:



Die Wirkungsquerschnitte sind mit der Theorie der Quantenelektrodynamik (QED) sehr genau berechenbar. Die für DORIS-II typischen Luminositäten liegen in der Größenordnung von $10^{-31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, d.h. pro Tag wurde eine "integrierte Luminosität" $\mathcal{L} = \int L dt$ von 500 bis 1000 nb^{-1} erreicht ($1 \text{ nb} = 10^{-33} \text{ cm}^2$).

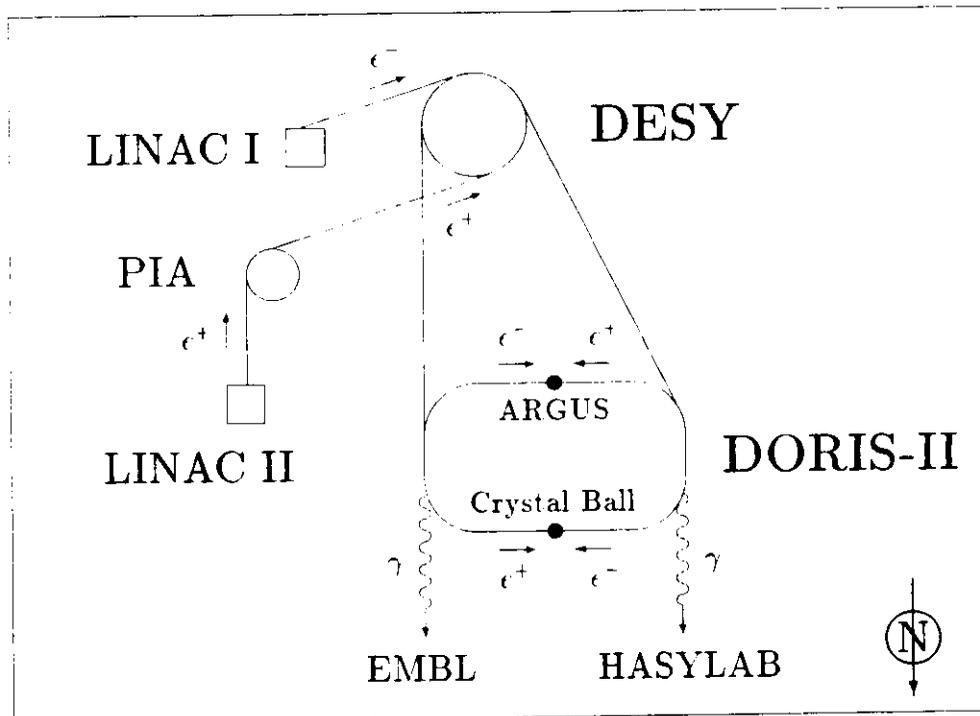


Abbildung 3.1: Der Speicherring DORIS-II und die Injektionswege

3.2 Der Crystal Ball-Detektor

Der Crystal Ball-Detektor ist ein kompakter Detektor ohne Magnetfeld; seine Stärke ist die Identifikation und präzise Energiemessung von elektromagnetisch schauernden Teilchen in einem sehr weiten Energiebereich von wenigen MeV bis zu einigen GeV. Wie jeder Detektor in einem Hochenergiephysikexperiment ist auch der Crystal Ball-Detektor eine Kombination verschiedener Komponenten. Die einzelnen Detektorkomponenten sind in Abbildung 3.2 ersichtlich und werden im folgenden genauer beschrieben. Unterschiedliche Nachweisprinzipien werden verwendet, um die größtmögliche Menge an Informationen über die untersuchten Reaktionen aufzuzeichnen.

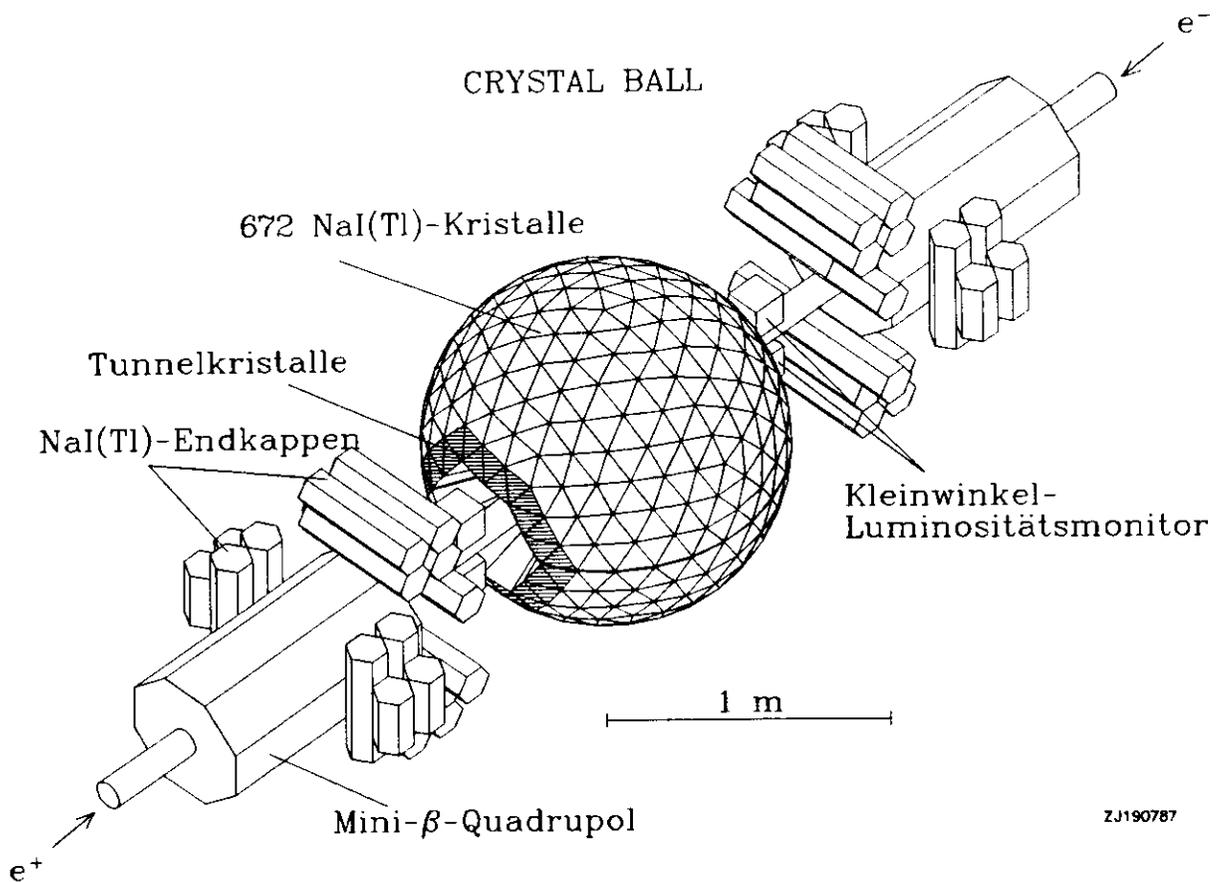


Abbildung 3.2: Der Crystal Ball-Detektor und seine wichtigsten Komponenten

Der Energiedetektor

Der Energiedetektor besteht aus dem Kalorimeter (Abbildung 3.3) und den Endkappen. Das Kalorimeter ist aus 672 Thallium-dotierten Natrium-Jodid-Kristallen (NaJ(TL)) aufgebaut. Sein Gewicht ist etwa 4.3 Tonnen. Die einzelnen Kristalle (siehe Abbildung 3.4) haben die Form von Pyramidenstümpfen; ihre Grundflächen sind gleichseitige Dreiecke. Sie sind radial zum Wechselwirkungspunkt hin angeordnet, wobei die Innenseite 25.6 cm vom Wechselwirkungspunkt entfernt ist. Jeder Kristall ist 40.6 cm lang, dies entspricht 16 Strahlungslängen oder einer nuklearen Wechselwirkungslänge.

Der Aufbau des Kalorimeters folgt der Geometrie eines Ikosaeders. Jedes der 20 gleichseitigen Dreiecke (*major triangles*) ist in vier kleinere gleichseitige Dreiecke (*minor triangles*) unterteilt. Diese bestehen aus jeweils neun Kristallen. An zwei gegenüberliegenden Stellen sind jeweils 24 Kristalle ausgelassen, um den Durchtritt des Vakuumrohrs zu ermöglichen. Die an den Öffnungen mit einer Kante oder einer Seitenfläche angrenzenden Kristalle werden Tunnel-Kristalle genannt. Das Kalorimeter deckt 93 % des gesamten

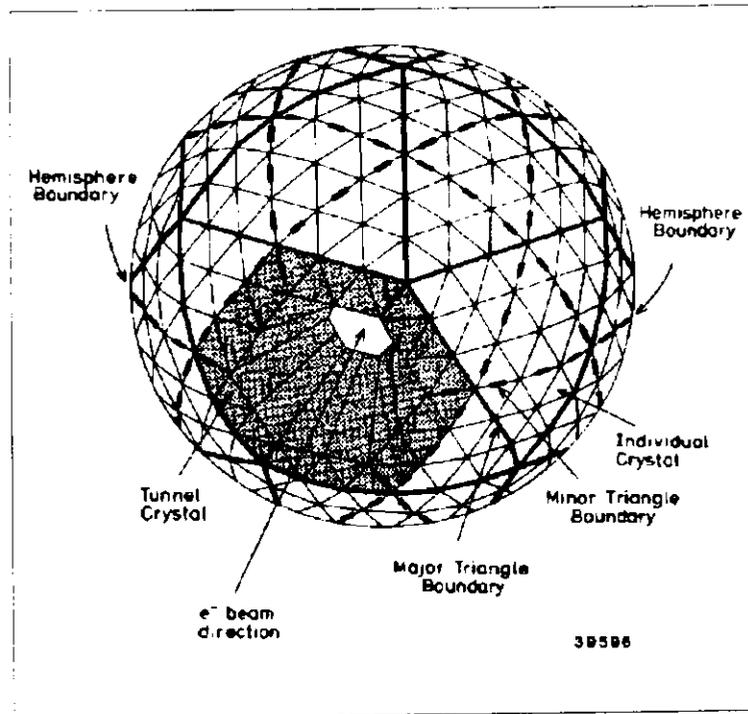


Abbildung 3.3: Das Kalorimeter und seine Unterteilung

Raumwinkels von 4π ab. Das verwendete kartesische Koordinatensystem hat seinen Ursprung im Wechselwirkungspunkt, die z -Achse weist in die Richtung des einlaufenden Positronenstrahls, die x -Achse zur Mitte des Speicherrings und die y -Achse senkrecht nach oben. Im ebenfalls verwendeten sphärischen Koordinatensystem ist Θ der Polarwinkel und ϕ der Azimutwinkel.

Natrium-Jodid ist stark hygroskopisch. Das Kalorimeter war deshalb in der horizontalen Ebene in zwei Hemisphären unterteilt, die jeweils von einer evakuierten Metallhülle umgeben waren. Die beiden Hemisphären wurden mittels einer Hydraulik bei den Injektionen auseinandergedfahren, um die Strahlenbelastung der Kristalle zu minimieren. Zusätzlich konnte ein bewegliches Bleischild in die so geschaffene Öffnung hineinbewegt werden, da übermäßige Strahlenbelastung die Lichtdurchlässigkeit der Kristalle vermindert.

Die Kristalle dienen gleichzeitig als Absorptions- und Szintillationsmedium. Die Energie ionisierender oder schauernder Teilchen wird ganz oder teilweise absorbiert und in Szintillationslicht verwandelt. Am hinteren Ende eines jeden Kristalls befindet sich ein kreisförmiges Glasfenster in der Metallhülle. Durch dieses kann das Licht austreten und in einen Sekundärelektronenvervielfacher (Photomultiplier) gelangen. Die im Sekundärelektronenvervielfacher erzeugte Ladungsmenge ist proportional zur gesammelten Lichtmenge und somit proportional zu der im Kristall deponierten Energie.

Das Kalorimeter des Crystal Ball-Detektors ermöglicht eine relative Energieauflösung

von

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(2.7 \pm 0.2)\%}{\sqrt[4]{E/\text{GeV}}} \quad (3.4)$$

für elektromagnetisch schauernde Teilchen, d.h. für Elektronen, Positronen und Photonen. Die Segmentierung des Kalorimeters führt zu einer Granularität von etwa 6° (Winkelabstand der Mittelpunkte zweier Nachbarkristalle). Die Richtungen von schauernden Teilchen lassen sich jedoch genauer bestimmen, wenn man ihre laterale Energieverteilung berücksichtigt. Die so zu erreichten Winkelauflösungen sind:

$$\sigma(\Theta) = 1^\circ - 3^\circ, \quad \sigma(\phi) = \frac{\sigma(\Theta)}{\sin \Theta}. \quad (3.5)$$

Um eine möglichst hermetische Umschließung des Wechselwirkungspunktes zu erreichen, wurden hinter den beiden Öffnungen für das Strahlrohr jeweils 20 hexagonale NaJ(Tl)-Kristalle installiert. Diese Endkappenkristalle erweitern die Raumwinkelabdeckung auf 98 % von 4π . Die Kristalle mußten jedoch senkrecht zur Strahlrichtung montiert werden – somit ist die Dicke des durchquerten Materials von der Flugrichtung abhängig (6 – 12 Strahlungslängen). Die Energie- und Richtungsauflösung ist deshalb schlecht und nicht mit den Werten des Kalorimeters zu vergleichen. In der vorliegenden Analyse wurden die Endkappen nur als Vetoähler verwendet.

Der gesamte Energiedetektor war in einem klimatisierten Trockenhaus eingebaut. Die Lichtausbeute von NaJ(Tl) ist stark temperaturabhängig, deshalb wurde die Umgebungstemperatur auf den konstanten Wert von $(20 \pm 0.2)^\circ\text{C}$ gehalten. Zur weiteren Vermeidung von Schäden durch die Luftfeuchtigkeit wurde der Taupunkt der Luft auf unter -40°C gehalten.

Der Innendetektor

Der Innendetektor dient zur Unterscheidung von neutralen und geladenen Teilchen sowie zur Bestimmung der Richtung geladener Teilchen. Da der Crystal Ball kein Magnetfeld besaß, konnte der Impuls geladener Teilchen, durch Messung der Bahnkrümmung, nicht bestimmt werden. Der Innendetektor war zwischen dem Strahlrohr und dem Kalorimeter eingebaut.

Während der Jahre 1982 bis 1986 waren drei unterschiedliche Konfigurationen des Innendetektors in Betrieb. Die ersten beiden Konfigurationen bestanden aus drei zylinderförmigen Doppellagen von Driftröhren. Sie wurden zuerst mit einem Gemisch von Argon, Isobutan, Methylal und Freon ("magic gas") und später mit einem Gemisch von Argon, CO_2 und Methan betrieben.

Abbildung 3.5 zeigt die letzte Konfiguration, wie sie ab März 1984 in Betrieb war. Sie bestand aus vier Doppellagen von Driftröhren und wurde ebenfalls mit einem Gemisch

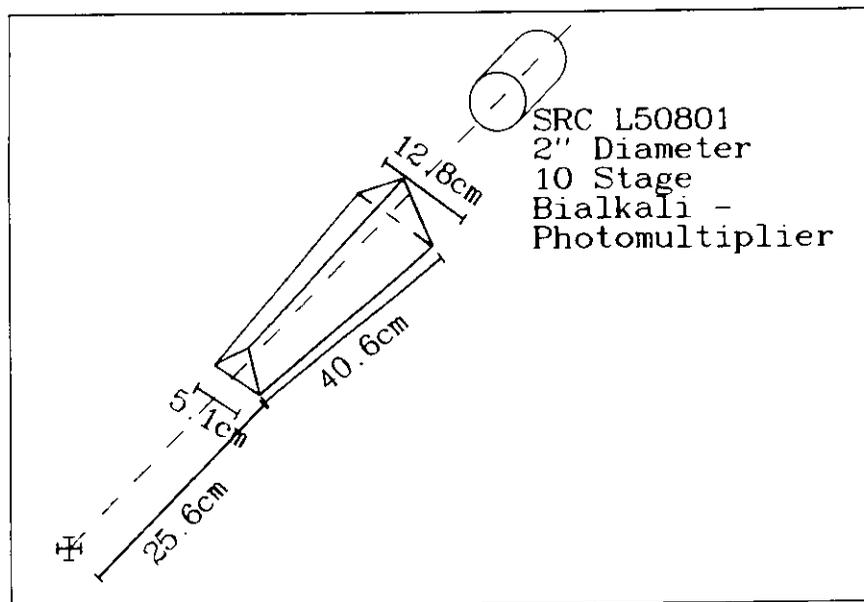


Abbildung 3.4: Ein Kristall

von Argon, CO_2 und Methan durchspült. Die innerste Lage deckte 98 %, die äußerste 78 % des vollen Raumwinkels ab. Die einzelnen Röhren bestanden aus Aluminium, hatten einen Durchmesser von etwa 5 mm und eine Wandstärke von 0,18 mm. Die Wände dienten als Kathoden; sie wurden auf ein Potential von etwa -1800 Volt gelegt. Entlang der Achse jeder Röhre war ein Edelstahl-Signaldraht als Anode gespannt. Typische Gasverstärkungsfaktoren von etwa 10^4 wurden erreicht, d.h. der Innendetektor wurde im Proportionalmodus betrieben.

Die Signale wurden an beiden Enden der Signaldrähte auf ladungsempfindliche Vorverstärker geleitet. Das Verhältnis der Differenz dieser beiden Signale zu ihrer Summe erlaubt die Rekonstruktion der Position des ursprünglichen Teilchens entlang des Drahtes. Auflösungen zwischen 0,6 cm und 1,5 cm waren damit erreichbar. Information über den radialen Abstand eines Treffers in den Röhren von der Strahlachse und über den Azimut der Teilchenflugbahn ergab sich aus der Position der getroffenen Röhre, die entsprechende Auflösung war $0,6^\circ$ (äußerste Lage) bis $1,4^\circ$ (innerste Lage).

Die Flugzeitähler

Die Flugzeitähler dienen zur Unterscheidung von Teilchen, die aus der Wechselwirkung von Elektronen und Positronen stammen, und solchen, die der kosmischen Höhenstrahlung zuzuordnen sind. Hierzu waren 96 große, rechteckige Plastiksintillatorzähler auf dem Dach und an den Seitenwänden des Trockenhauses angebracht. An jedem dieser Zähler war an den beiden Stirnseiten jeweils ein Sekundärelektronenvervielfacher angebracht, der das er-

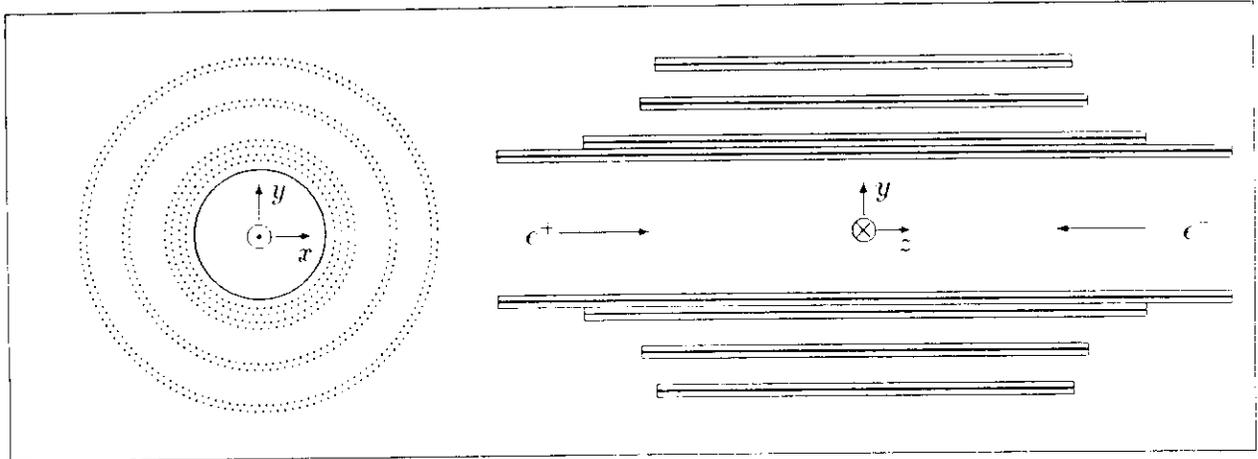


Abbildung 3.5: Der Innendetektor

zeugte Licht in Stromimpulse umwandelte. Die Pulshöhen und die zeitliche Information dieser Signale, relativ zum nominalen Zeitpunkt der Durchquerung der Teilchenbündel im Wechselwirkungspunkt, dem *bunch cross*, wurden verwendet, um Ereignisse zu verwerfen, die zeitlich nicht mit einer möglichen e^+e^- -Wechselwirkung korreliert waren. Die Flugzeitähler deckten etwa die Hälfte des Raumwinkels oberhalb des Detektors ab, und die Auswertung ihrer Daten führte zu einer Reduzierung der Höhenstrahlungsereignisse um etwa 80 %.

Ein zweites Flugzeitsystem basierte auf der Auswertung der zeitlichen Information der Energiedepositionen im Kalorimeter. Hierzu wurden 24 Time-to-Digital-Converter (TDCs) verwendet. Ihr Startsignal wurde vom Hochfrequenzbeschleunigungssystem des Speicherrings abgeleitet. Das Stoppsignal wurde gesetzt, wenn eine Energiedeposition eine bestimmte Diskriminatorschwelle überschritt. Zwei der TDCs wurden verwendet, um die Summe aller Energiedepositionen im Kalorimeter zu vermessen, zwei weitere wurden für die Summen in den beiden Hemisphären verwendet, und die restlichen zwanzig waren den einzelnen "major triangles" (Summe über je 36 Kristalle) zugeordnet.

Informationen aus dem Flugzeitählersystem wurden für die vorliegende Analyse nicht verwendet.

Der Luminositätsmonitor

Eine schnelle Messung der Luminosität, d.h. während der Datennahme, ermöglicht die Überwachung der Leistung des Speicherrings und nötigenfalls auch schnelle Korrekturen. Hierzu vermisst man die Reaktionsrate der Bhabha-Streuung (vgl. Gleichung (3.3) bei kleinen Streuwinkeln ($\Theta = 6^\circ$ - 13°)).

Die Messung geschah mit dem Luminositätsmonitor. Dieser bestand aus vier identi-

schen Teleskoparmen. Die Teleskoparme waren jeweils unterhalb und oberhalb des Strahlrohres auf beiden Seiten des Kalorimeters montiert. Jeder Arm wurde aus zwei raumwinkeldefinierenden Plastikszintillationszählern und einem Blei-Szintillator-Sandwich-Schauerzähler aufgebaut. Jeder Zähler wurde mit einem Sekundärelektronenvervielfacher ausgestattet. Geeignete Koinzidenzbedingungen zwischen gegenüberliegenden Armen dienten zur Definition der Luminositätsereignisse.

Die absolute Kalibration, d.h. der Faktor, der zur Umrechnung der beobachteten Ereignisrate in die Luminosität nötig ist, war relativ unsicher. Folglich wird für die vorliegende Analyse nicht die oben beschriebene Luminosität verwendet, sondern jene, die aus im Kalorimeter nachgewiesenen Bhabha-Ereignissen bestimmt wurde. Die "Grosswinkel-Luminosität" L_{cc} hat einen wesentlich kleineren systematischen Fehler von etwa 3 % [62].

Das Flashersystem

Zur Überwachung der Linearität und zeitlichen Stabilität der Sekundärelektronenvervielfacher und der nachfolgenden Elektronik wurden zwei Lichtpulsersysteme verwendet. Xenon-Blitzlampen (Flasher) mit einem System von Filtern zur Abschwächung konnten Lichtpulse mit einstellbarer Amplitude erzeugen, deren zeitlicher Verlauf einem NaJ-Lichtsignal ähnlich ist. Jeweils eine Lampe war jeder Hemisphäre zugeordnet, und die Lichtsignale wurden über Glasfasern in die Sekundärelektronenvervielfacher eingespeist. Das zweite System bestand aus Lumineszenzdiolen (LEDs), die in die Vervielfacher integriert waren. Beide Systeme wurden während der Datennahme mit einer Frequenz von 0.1 Hz betrieben. Die durch die Lichtblitze erzeugten Signale durchliefen den weiter unten beschriebenen Signalweg. Die Korrelation des registrierten "Energieäquivalents" mit der gewählten Abschwächung ermöglichte Linearitätstests.

3.3 Das Datenauslesesystem

Die Signale der einzelnen Detektorkomponenten wurden über abgeschirmte Kabel in den Crystal Ball-Kontrollraum geführt. Die Signalströme wurden auf Kondensatoren integriert und dann sequentiell digitalisiert. Die mit einer Rate von einigen tausend pro Sekunde auflaufenden Ereignisse stammten zumeist aus Untergrundprozessen, z.B. aus Wechselwirkungen der Strahlen mit Restgasatomen oder mit der Wand des Strahlrohres. Die Digitalisierung und Auslese eines einzelnen Ereignisses dauerte etwa 40 - 50 ms. Während dieses Zeitraums war das Datennahmesystem unempfindlich für weitere Ereignisse. Folglich mußte eine frühzeitige Auswahl von physikalisch interessanten Ereignissen erfolgen, um die Totzeit zu minimieren. Im folgenden wird zuerst die Signalverarbeitung und dann

die auf ihr basierende Auslöse- oder Triggerelektronik sowie der Experimenterechner beschrieben.

Die Signalverarbeitung

Die elektrischen Signale der jeweils neun Sekundärelektronenvervielfacher eines "minor triangle" wurden zu einem Integrier-Modul geführt. Insgesamt 88 dieser Module wurden zur Verarbeitung der Kristall-Informationen verwendet (80 für das Kalorimeter, 8 für die Endkappen). Zur Erhöhung des dynamischen Bereichs wurde jedes Signal auf zwei parallele RC-Glieder gelegt. Am ersten RC-Glied, dem Niederenergie-Kanal, wurde das Signal um den Faktor 10 verstärkt, und der Kanal deckte den Energiebereich von 0 bis etwa 330 MeV ab. Am zweiten RC-Glied, dem Hochenergie-Kanal, wurde das Signal um die Hälfte abgeschwächt und dieser Kanal deckte den Bereich von 0 bis 6500 MeV ab. Das Signal wurde in jedem Kanal auf einem Kondensator über einen Zeitraum von 250 ns integriert. Es wurde außerdem die Summe aller neun Eingänge gebildet und auf einem schnellen Ausgang gelegt; dieses Summensignal diente zur schnellen Entscheidungsbildung in der Auslöseelektronik. Falls eine positive Entscheidung getroffen wurde, d.h. daß das Ereignis ausgelesen werden sollte, wurde ein Halte-Impuls ausgelöst, der die Eingänge der Kondensatoren abkoppelte; somit konnte keine weitere Aufladung durch nachfolgende Ereignisse erfolgen.

Auf den Halte-Impuls folgend, begann der Auslesezyklus. Ein Adressen-Multiplexer mit Datenspeicher steuerte analoge Multiplexer in den einzelnen Integrier-Modulen so an, daß die einzelnen Kanäle nacheinander mit einem 13-Bit-ADC (Analog-Digital-Converter) verbunden wurden. Die Digitalisierung in 13 Bit erlaubte eine Auflösung von 0.04 MeV im Niederenergie-Kanal bzw. 0.7 MeV im Hochenergie-Kanal. Der digitale Wert wurde im Datenbuffer des Adressen-Multiplexers zwischengespeichert. Nach der Abarbeitung aller Kanäle konnte der Datenbuffer in den Speicher des Experimenterechners kopiert werden.

Die Verarbeitung der Driftröhren-Signale erfolgte nach dem gleichen Prinzip. Die 88 Intrierer-Module hatten 16 Kanäle für die Ausgangssignale der Vorverstärker an der $+z$ - und $-z$ -Seite von jeweils acht Drähten. Dort wurden die Signale auf Kondensatoren aufintegriert, die durch den Halte-Impuls abgekoppelt wurden, und die Digitalisierung erfolgte durch ein zweites System von Adressen-Multiplexer, Datenbuffer und 13-Bit-ADC. Die Summensignale der acht Drähte in einem Modul wurden ebenfalls auf Diskriminatoren gelegt, die bei Überschreiten einer einstellbaren Schwelle ein Veto-Signal generieren konnten.

Die Signale der übrigen Detektorkomponenten wurden nach Beendigung der Auslese des Kristall- bzw. Driftröhrensystems digitalisiert und zum Experimenterechner übertragen.

Die Auslöseelektronik

Die Aufgabe der Auslöse- oder Triggerelektronik war es, die Entscheidung zu treffen, ob ein in den Integrier-Modulen aufgelaufenes Ereignis interessant war und somit ausgelesen werden sollte oder ob es als ein mit wesentlich höherer Rate auftretendes Untergrundeignis zu verwerfen war. Die Entscheidung mußte schnell erfolgen, denn schon nach etwa $1 \mu\text{s}$ konnte das nächste Ereignis eintreffen: um sinnvolle Meßwerte zu erhalten, mußten aufeinander folgende Ereignisse zeitlich von einander trennbar sein.

Die nötigen Entscheidungsgrundlagen lieferten die schnell verfügbaren Summensignale der Integrier-Module. Die Entscheidungskriterien waren die von den zu untersuchenden Prozessen zu erwartenden Energiedepositionen im Kalorimeter und ihre räumliche Verteilung; eine Beschränkung auf total neutrale Endzustände war unter Benutzung der Driftröhrensignale möglich. Diese Kriterien wurden im Laufe des Experimentes mehrfach geändert und dem Meßprogramm angepaßt. Das für diese Analyse verwendete Kriterium war eines der wenigen das während der gesamten Datennahmeperiode unverändert gültig war: der sogenannte **NIM TOPO Trigger**. Deshalb wird auch nur dieses spezielle Kriterium genauer beschrieben.

Die 80 Summensignale der Integrier-Module wurden auf weitere Summierer gelegt: einen Summierer, der die Gesamtsumme für das Kalorimeter bildete, jeweils einen Summierer für die beiden Hemisphären und einen weiteren, an den die an den Tunnel grenzenden "minor triangles" angelegt waren. Die einzelnen Summensignale wurden an Diskriminatoren geleitet. Wurde die einstellbare Schwelle eines Diskriminators überschritten, so generierte dieser ein Ausgangssignal. Die Verknüpfung aller Ausgangssignale konnte den Halte-Impuls erzeugen, falls dies innerhalb eines bestimmten Zeitfensters um einen "bunch cross" erfolgte und falls der Experimenterechner zur Datennahme bereit war. Das Zeitfenster diente der Anreicherung von Ereignissen aus der Strahl-Strahl-Wechselwirkung relativ zu Höhenstrahlungs-Ereignissen. Ein Schema der Elektronik ist in Abbildung 3.6 dargestellt.

Der **NIM TOPO Trigger** verlangte die Erfüllung folgender Bedingungen:

1. Die Energiesumme im Kalorimeter mußte größer als 780 MeV sein.
2. Die Energiesumme in jeder Hemisphäre mußte größer als 180 MeV sein.
3. Die Energiesumme in den Tunnelkristallen mußte kleiner als 30 MeV sein.

Die erste Bedingung verwarf einen sehr großen Anteil von Untergrundeignissen bei kleinen Energien. Die zweite Bedingung selektierte Ereignisse mit relativ niedrigem Gesamttransversalimpuls - typisch für Zwei-Photon-Reaktionen. Die dritte Bedingung verwarf ebenfalls sehr effizient Ereignisse, die aus Strahl-Restgas- oder Strahl-Wand-Wechselwirkungen stammten; leider verwarf sie auch einen nicht unerheblichen Anteil guter

Zwei-Photon-Ereignisse, die in der "Vorwärtsrichtung" nachgewiesen wurden. Insgesamt erwiesen sich diese Bedingungen als hinreichend effizient für die untersuchte Reaktion; etwa 70 % aller erzeugten Ereignisse im empfindlichen Bereich des Detektors erfüllten sie.

Ein Trigger, der ebenfalls von Bedeutung für die Analyse ist, war der **DBM Trigger**. DBM steht für DORIS Bunch Marker und ist ein vom Hochfrequenzsystem des Speicherrings abgeleitetes Zeitsignal, welches das Durchqueren der Teilchenbündel im Wechselwirkungspunkt markiert. Die Zeitmarke wurde benutzt, um bei jedem zehnmillionsten Durchgang der Teilchenbündel den gesamten Detektor auszulesen, unabhängig von den Impulshöhen in den einzelnen Kanälen. Diese Menge zufälliger Ereignisse beschreibt den zeitlich veränderlichen, mit den Strahlen korrelierten, Untergrund aus Nicht- e^+e^- -Reaktionen. Die einzelnen Ereignisse wurden in Monte Carlo-Simulation zur Akzeptanzbestimmung verwendet; jeweils ein DBM-Ereignis wurde auf jedes Monte Carlo-"Ereignis" montiert, um den Maschinenuntergrund und seinen Einfluß auf die Selektion zu simulieren.

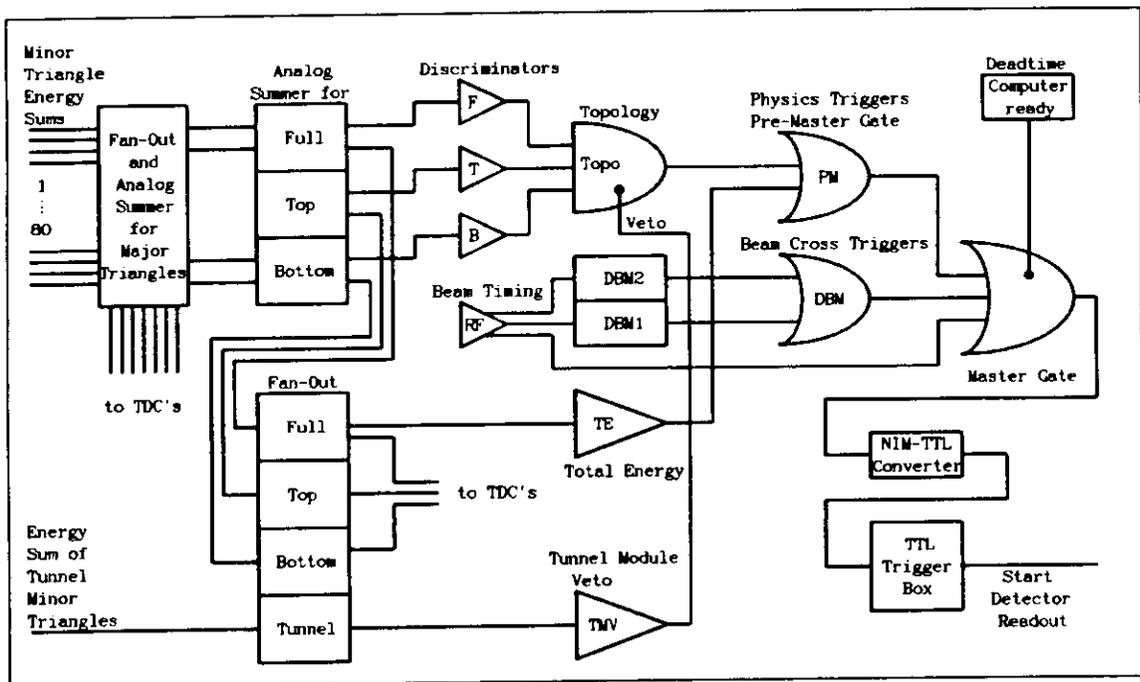


Abbildung 3.6: Schemazeichnung der Auslöseelektronik

Der Experimenterechner

Der Experimenterechner war ein Computer vom Typ PDP 11/t55 mit 256 kByte Hauptspeicher, mehreren Plattenlaufwerken mit insgesamt 300 MByte Kapazität und zwei Magnetbandeinheiten. Seine Aufgabe während der Datennahme war die Aufzeichnung der digitalisierten Signale und die Überwachung des Experimentes. Hierzu waren mehrere

Prozesse installiert und aktiv.

Das von der Auslöseelektronik generierte Halte-Signal wurde auch an den Computer geleitet und löste in ihm den Transferprozeß aus, der die digitalen Signale aus der Datennahmeelektronik in den Speicher des Computers kopierte. Diese wurden dort in ein Ereignis-Format zusammengestellt und komprimiert, d.h. nur solche Signale, die oberhalb der jeweiligen Kanalgrundlinie (*pedestal*) lagen (bei den Kristallen entsprach dies etwa 0.3 MeV), wurden abgespeichert. Zu Test- und Kalibrationszwecken wurde jedes 128te Ereignis unkomprimiert abgespeichert. Den Ereignissen wurden verschiedene Informationen, wie Datum, Uhrzeit, Strahlenergie usw., beigefügt. Die aufgenommenen Ereignisse wurden über eine Standleitung zum DESY-Großrechner übertragen, dort auf einer Magnetplatte abgelegt und etwa zweimal pro Tag auf Magnetband kopiert.

Die beim Experimenterechner auflaufende Datenrate betrug etwa 4 - 5 Ereignisse pro Sekunde. Bei der oben angegebenen Dauer eines einzelnen Auslesezyklus von etwa 50 ms konnte die relative Totzeit des Experimentes im Bereich von 20 % gehalten werden.

Etwa 10 - 20 % aller aufgezeichneten Ereignisse durchliefen eine vorläufige Analyse auf dem Experimenterechner. Die Ergebnisse wurden zusammen mit den Überwachungsergebnissen verschiedener Sensoren (Hochspannung, Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Druck, ...) am Ende jedes Datennahmezyklus von etwa einer Stunde in Tabellenform und graphisch protokolliert. Diese Protokolle und die Darstellung aufgenommener Ereignisse auf Bildschirmen erlaubten eine relativ schnelle Kontrolle des Zustands des Experimentes.

3.4 Die Datenaufbereitung

Die auf den erwähnten Magnetbändern aufgezeichneten Ereignisse sind Rohdaten. Einer eingehenden Analyse wurden sie erst zugänglich, nachdem sie in physikalisch sinnvolle Größen wie Kristallenergien, Spurparameter und Zeitdifferenzen umgewandelt worden waren. Hierzu wurden die Kalibrationskonstanten der einzelnen Detektorkanäle benötigt.

Die Kalibration des Detektors

Für jeden Kristall des Energiedetektors wurde ein Satz von vier Kalibrationskonstanten ermittelt. Diese stellen den Zusammenhang zwischen den aufgezeichneten ADC-Werten des Sekundärelektronenvervielfacher-Signals und der deponierten Energie her. Man bestimmte jeweils die Kanalgrundlinie im Niederenergie- und im Hochenergie-Kanal sowie die Steigung in beiden Kanälen. Der Quotient der beiden Steigungen hängt nur von den verwendeten elektronischen Bauteilen ab und zeichnet sich somit durch eine hohe Langzeitstabilität aus. Als Kalibrationskonstanten wurden somit die beiden Kanalgrundlinien, die Steigung im Niederenergie-Kanal und der Quotient der Steigungen gewählt.

Die Kalibration des Energiedetektors wurde bei drei verschiedenen Energien durchgeführt. Am niedrigsten Energiepunkt wurden radioaktive Präparate eingesetzt. Es wurde die 662 keV-Linie der Zerfallskette $^{137}\text{Cs} \rightarrow ^{137}\text{Ba}^* + \beta^- + \bar{\nu}_e$, $^{137}\text{Ba}^* \rightarrow ^{137}\text{Ba} + \gamma(662 \text{ keV})$ verwendet. Der zweite Energiepunkt wurde mit Photonen der Energie 6.13 MeV vermessen. Die Photonen wurden in der Kernreaktion $^{19}\text{F} + p \rightarrow ^{20}\text{Ne}^* \rightarrow ^{16}\text{O}^* + \alpha$, $^{16}\text{O}^* \rightarrow ^{16}\text{O} + \gamma(6.131 \text{ MeV})$ erzeugt. Hierzu wurden Protonen mit einem Van de Graaff-Generator auf 340 keV beschleunigt und auf ein fluorhaltiges Target gerichtet. Der dritte Kalibrationspunkt wurde aus Bhabha-Ereignissen ermittelt, die während der normalen Datennahme aufgezeichnet wurden. Diese Ereignisse zeichnen sich dadurch aus, daß sie aus genau zwei elektromagnetischen Schauern mit der bekannten Strahlenergie bestehen.

Die ersten beiden Kalibrationspunkte lieferten die Startwerte für eine iterative Prozedur. Die endgültigen Kalibrationskonstanten wurden durch die Bhabha-Ereignisse gewonnen. Ein Satz von Kalibrationskonstanten war für jeweils etwa zwei Wochen gültig. Dieser Zeitraum war vorgegeben durch die Zeit, die nötig war, um die für die Kalibration benötigten ca. hunderttausend Bhabha-Ereignisse aufzuzeichnen.

Die Kalibration der Driftröhren erfolgte ebenfalls unter Verwendung von Bhabha-Ereignissen. Die aus den Energiedepositionen im Kalorimeter bestimmten Richtungen wurden für die ϕ -Kalibration und für die z -Kalibration verwendet. Die Grundlinie jedes Kanals war eine weitere Kalibrationskonstante. Um eine zeitlich stabile Akzeptanz zu erhalten, wurde für jede Datennahmeperiode ein unterer Schnittwert für die Pulshöhe bestimmt. Nur Treffer, die eine Pulshöhe oberhalb dieses Schwellenwertes erzeugten, wurden in der Analyse verwendet.

Die Kanäle des Flugzeitsystems wurden mit Elektronen aus Bhabha-Ereignissen und mit Müonen kalibriert. Die Verteilungen der TDC-Werte für die einzelnen "major triangles" wurden so verschoben, daß sie um 0.0 ns zentriert waren. Die Kalibration der Plastikszintillationszähler wurde mit Höhenstrahlungsereignissen durchgeführt. Diese wurden selektiert, wobei verlangt wurde, daß der TDC-Wert des entsprechenden "major triangles" von einem Anihilations-Ereignis stammen konnte.

Die Kalibrationskonstanten aus den einzelnen Prozeduren wurden in einer gemeinsamen Datenbasis zusammengestellt und dienten als Eingabeparameter für die Standardanalyse.

Die Standardanalyse

Die aufgezeichneten Ereignisse wurden einer standardisierten Auswertung unterzogen. Prinzipiell wäre es möglich gewesen, allein mit den ADC-Werten und den Kalibrationskonstanten Physikanalysen durchzuführen, doch hätte man hierbei stets die physikalisch interessanten Größen neu berechnen müssen. Die gemessenen Pulshöhen wurden in Energiedepositionen und Spurparameter umgerechnet, und die Ereignisse verschiedenen Klassen zuge-

ordnet. Die Klassifikation erfolgte entweder nach der bei der Datennahme getroffenen und registrierten Trigger-Entscheidung oder aufgrund von Informationen, die erst im Verlauf der Auswertung miteinander in Verknüpfung gebracht werden konnten. Beispiele für diese Klassen sind multihadronische Ereignisse, Zwei-Photon-induzierte Ereignisse und Bhabha-Streuungs-Ereignisse. Nur wenn ein Ereignis im Laufe der Auswertung mindestens einer dieser Klassen zugeordnet werden konnte, wurde es den weiteren Auswertungsschritten zugeführt. Die einzelnen Schritte der Datenaufbereitung sind im folgenden kurz skizziert.

1. ENERGY:

In diesem ersten Schritt wurden die Kristallenergien aus den Pulshöhen und den Eichkonstanten bestimmt.

2. CONREG:

Hier begann die Suche nach Teilchenspuren im Kalorimeter. Es wurden zusammenhängende Gebiete (connected regions) von Kristallen gesucht, in denen jeder Kristall mehr als 10 MeV deponierte Energie aufwies. Die Kristalle mußten jeweils eine gemeinsame Seitenfläche oder eine gemeinsame Ecke haben.

3. BUMPS:

In den zusammenhängenden Gebieten wurde nach lokalen Energiemaxima (BUMPS) gesucht. Zuerst wurde der Kristall mit der höchsten Energie in einem zusammenhängenden Gebiet als BUMP markiert. Mit Hilfe einer empirischen Formel, die die Entwicklung von Schauern beschreibt, wurde versucht, die Energiedeposition in seinen Nachbarn als Schauerfluktuationen dieses BUMPs zu erklären. Unter den Kristallen, die diese Bedingungen nicht erfüllten, wurde dann jener mit der größten Energiedeposition als BUMP markiert. Die Suche wurde so lange fortgesetzt, bis alle Kristalle in einem Gebiet entweder als ein BUMP oder als zu einem BUMP gehörig markiert werden konnten. Die einzelnen BUMPs dienten im weiteren als Teilchen-Kandidaten.

4. CHGTKS:

In diesem Auswertungsschritt wurde nach Spuren im Innendetektor gesucht. Zunächst wurden die Pulshöhen mit den Kalibrationskonstanten in die Punkt-Koordinaten der Treffer im Innendetektor umgerechnet. Zwei unterschiedliche Methoden wurden angewendet: Falls drei oder mehr Punkte auf einer Geraden lagen, so wurden diese als eine Spur markiert. Zeigte diese Spur in die Richtung eines BUMP-Kristalls, so wurde dieser als geladen markiert. Alle übriggebliebenen, noch nicht verwendeten Meßpunkte im Innendetektor wurden anschließend untersucht. Hierbei wurde eine Verbindungslinie von jedem BUMP-Kristall zum Ursprung gezogen. Lagen nun

mindestens ein Punkt (beim 6-lagigen Aufbau) oder mindestens zwei Punkte (beim 8-lagigen Aufbau) nahe bei dieser Geraden, so wurde der BUMP ebenfalls als geladen markiert.

5. ESORT:

In diesem Schritt wurden die Teilchenrichtungen und Energien für die einzelnen BUMPs genauer berechnet. Die Teilchenenergie eines Schauers wurde aus der Summe der Energie im BUMP und seinen zwölf nächsten Nachbarn berechnet. Die Summe wird E_{13} genannt, siehe Abbildung 3.7. E_{13} wurde für den außerhalb der Gruppe von dreizehn Kristallen deponierten Anteil der Energie (2.25 %) nach oben korrigiert. Eine weitere Korrektur für die nicht nachgewiesene Energie, die im Material zwischen den Kristallen verlorengegangen war, wurde ebenfalls angebracht. Diese Korrektur ist abhängig vom Eintrittsort des Teilchens im BUMP-Kristall und beträgt bis zu 5.5 %. Weiterhin wurde alternativ die Richtung der Schauer durch den Vergleich der gemessenen Energieverteilung mit der aus Monte Carlo-Ereignissen erwarteten Verteilung genauer als die Granularität bestimmt.

6. TFANAL:

In diesem letzten Schritt wurde die Information aus den Flugzeitzählersystem ausgewertet. Es wurden die Positionen der Treffer in den Zählern und die Flugzeitdifferenz zwischen dem "bunch cross" und dem Auftreffen eines Teilchens auf einem der Zähler berechnet.

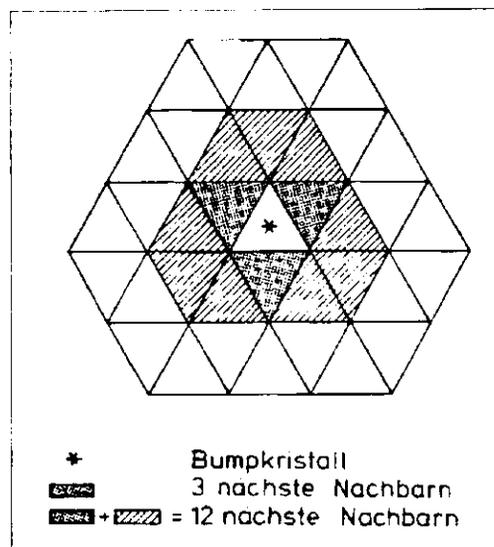


Abbildung 3.7: Definition der Energiesumme E_{13}

Die in den fünf beschriebenen Analyseschritten berechneten Größen wurden zusammen mit den ADC-Werten auf die sogenannten Produktions-Bänder kopiert. Bestimmte

Ereignisklassen wurden ausgewählt und auf dedizierten Datensätzen abgespeichert. Diese Datensätze konnten dann den unterschiedlichen Physikanalysen unterzogen werden.

Kapitel 4

Beschreibung der Datenselektion

Im ersten Abschnitt dieses Kapitels wird beschrieben, wie aus der Gesamtheit der mit dem Detektor aufgezeichneten Ereignisse jene ausgewählt werden, die aus der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0 \rightarrow 6\gamma$ stammen, und das gefundene $\eta\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum präsentiert. Darauf folgend wird im zweiten Abschnitt erläutert, wie mit Hilfe von Monte Carlo-Methoden die Akzeptanz des Detektors und der Analyseprozedur für diese Reaktion bestimmt wird.

4.1 Ereignisselektion

Die Ereignisselektion wurde in drei Stufen durchgeführt. Es handelte sich hierbei um eine *no-tag*-Analyse, d.h. die gestreuten Leptonen wurden im Detektor nicht nachgewiesen und vermessen. Die erste Stufe war die Auswahl von Kandidaten für Zwei-Photon-Reaktionen. Danach wurden aus dieser Datenmenge jene Ereignisse ausgewählt, die genau sechs Photonen-Kandidaten und keine weiteren Teilchen enthalten. In der letzten Stufe wurden aus der Menge der Sechs-Photon-Ereignisse diejenigen selektiert, bei denen sich die Photonen so zu drei Paaren kombinieren ließen, daß ein Paar einem η und zwei Paare je einem π^0 entsprachen. Bei möglichst jedem Schritt der Selektion wird angegeben, zu welcher Reduktion der Datenmenge er führte, um seine Bedeutung zu zeigen. Eine genauere Bestimmung der Akzeptanz wird im nachfolgenden Abschnitt geliefert.

Vorselektion von $\gamma\gamma$ -produzierten Ereignissen

Im vorhergehenden Kapitel wurde erwähnt, daß im Rahmen der Standardanalyse eine Klassifikation der Ereignisse stattfindet. Die Klassifikation der Kandidaten für Zwei-Photon-produzierte Ereignisse erfolgte nach dem **ENERGY**-Schritt anhand der invarianten Masse des Ereignisses und des Betrags seines Transveralimpulses, bezogen auf die e^+e^- -Strahlachse. Da dies der erste Schritt der Analyse war und noch keine Teilchen-

Hypothesen gestellt wurden, waren die benötigten Größen allein aus den Energiedepositionen im Kalorimeter zu bestimmen. Es wurde angenommen, daß in jedem Kristall, in dem Energie nachgewiesen wurde, ein Photon mit der entsprechenden Energie absorbiert wurde. Diesen hypothetischen Photonen wurden Vierer-Impulse zugewiesen, deren Betrag durch die nachgewiesene Energie bestimmt wurde und deren Richtung durch die Richtung vom nominalen Vertex zum Mittelpunkt des Kristalls gegeben wurde. Der Vierer-Impuls des gesamten Ereignisses ergab sich aus der Summe über alle hypothetischen Photonen, also:

$$M = \sqrt{E^2 - (\vec{p})^2} = \sqrt{(\sum_i E)^2 - (\sum_i \vec{p})^2}$$

und

$$|p_t| = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{(\sum_i p_x)^2 + (\sum_i p_y)^2}.$$

Die auf diese Weise berechneten Größen M und $|p_t|$ sind, im Vergleich zu den aus den Vierer-Impulsen der nachgewiesenen Teilchen berechneten, weniger genau bestimmt, d.h. die Auflösungsfunktion ist sehr breit. Trotzdem boten diese Größen eine Handhabe zur schnellen Vorselektion von Ereignissen, die in Zwei-Photon-Reaktionen erzeugt wurden.

Zur Klassifikation eines Ereignisses als Kandidat für die Zwei-Photon-Produktion wurde die Erfüllung der folgenden drei Kriterien verlangt:

1. Das Ereignis mußte mindestens zwei BUMPS aufweisen.
2. $M > 5 \text{ GeV}/c^2$, zur Unterdrückung von Annihilationsereignissen.
3. $|p_t| > 200 \text{ MeV}/c$, zur Unterdrückung von Ereignissen aus Strahl-Restgas- und Strahl-Wand-Reaktionen, für die die Verteilung des Quadrats des Transversal-Impulses flach ist.

Diese Kriterien wurden erfüllt von etwas mehr als 30 Millionen der aufgenommenen Ereignisse, aus einer integrierten Luminosität $L_{\text{int}} = (255 \pm 8) \text{ pb}^{-1}$. Die Vorselektion hat für die hier untersuchten Ereignisse eine hohe Akzeptanz, nahezu 100 % aller exklusiv rekonstruierten $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse erfüllten diese drei Kriterien. Der größte Teil der dieser Klasse zugeordneten Ereignisse sind jedoch immer noch Ereignisse aus Strahl-Restgas- und Strahl-Wand-Kollisionen.

Selektion von Sechs-Photon-Ereignissen

Im zweiten Schritt der Ereignisselektion wurden diejenigen Ereignisse ausgewählt, welche genau sechs Energiedepositionen im Kalorimeter enthielten, die als Photonen-Kandidaten in der weiteren Selektion verwendbar waren. Es wurde die Erfüllung folgender Kriterien verlangt:

1. Das Ereignis mußte genau sechs BUMPs aufweisen.
2. Keiner der BUMP-Kristalle durfte ein Tunnel- oder Endkappen-Kristall sein.
Dieser Schnitt entsprach etwa dem Kriterium $|\cos\theta| < 0.86$. Er stellte sicher, daß die einzelnen Photon-Kandidaten sich im sicheren Akzeptanzbereich des Energiedetektors befanden, also eine zuverlässige Energiemessung zuließen. Außerdem war sichergestellt, daß die Photon-Kandidaten sich im Akzeptanzbereich der inneren sechs Lagen des Innendetektors befanden, so daß dieser zur Unterscheidung von geladenen und ungeladenen Teilchenspuren verwendet werden konnte.
Diese ersten beiden Kriterien wurden von etwa 170000 Ereignissen erfüllt.

3. Das Ereignis mußte die Bedingungen des **NTOPO**-Triggers erfüllt haben. Um von Schwankungen der Diskriminatorschwellen unabhängig zu werden und um die Akzeptanz aus der Monte Carlo-Simulation bestimmen zu können, wurden die entsprechenden Triggerschwellen höher als in der Datennahme-Elektronik gesetzt:

$$\begin{aligned} E_{Ball} &= 800 \text{ MeV}/c^2, \\ E_{Top} &= 200 \text{ MeV}/c^2, \\ E_{Bottom} &= 200 \text{ MeV}/c^2, \\ E_{Tunnel} &= 25 \text{ MeV}/c^2. \end{aligned}$$

Die Trigger-Kriterien hatten eine Akzeptanz zwischen 78 % im Bereich des η' -Mesons und 65 % bei Massen von etwa 2500 MeV/c².

4. Der Transversalimpuls des Ereignisses, aus den Vierer-Impulsen der Photon-Kandidaten bestimmt, durfte nicht größer als 100 MeV/c sein.
Ereignisse, die dieses Kriterium nicht erfüllten, wurden später zur Bestimmung des nach der Selektion verbliebenen Untergrundbeitrages verwendet.
5. Höchstens eine der sechs Energiedepositionen durfte als geladen markiert sein. Der hierfür verwendete Algorithmus wird nachfolgend beschrieben.

Diese fünf Auswahlkriterien wurden von 1220 Ereignissen erfüllt. In Abbildung 4.1a) und b) ist jeweils das invariante Sechs-Teilchen-Massenspektrum und das p_T^2 Spektrum der selektierten Ereignisse dargestellt.

Die verwendeten Teilchenenergien und Teilchenrichtungen sind nicht einfach die in der Standardanalyse bestimmten Energien und Richtungen. In einer früheren Analyse [63] wurde festgestellt, daß die vom Kalorimeter gelieferten Ausgangssignale nicht exakt linear von der Energie des Schauers abhängen. Die Energiesumme (E_{13}) in den dreizehn Kristallen wurde durch eine empirische Funktion für diesen Effekt korrigiert. Die Korrekturfunktion war:

$$F(E_{13}) = \frac{1}{1 + 0.0137 \ln(E_{13}/E_{Strahl})}. \quad (4.1)$$

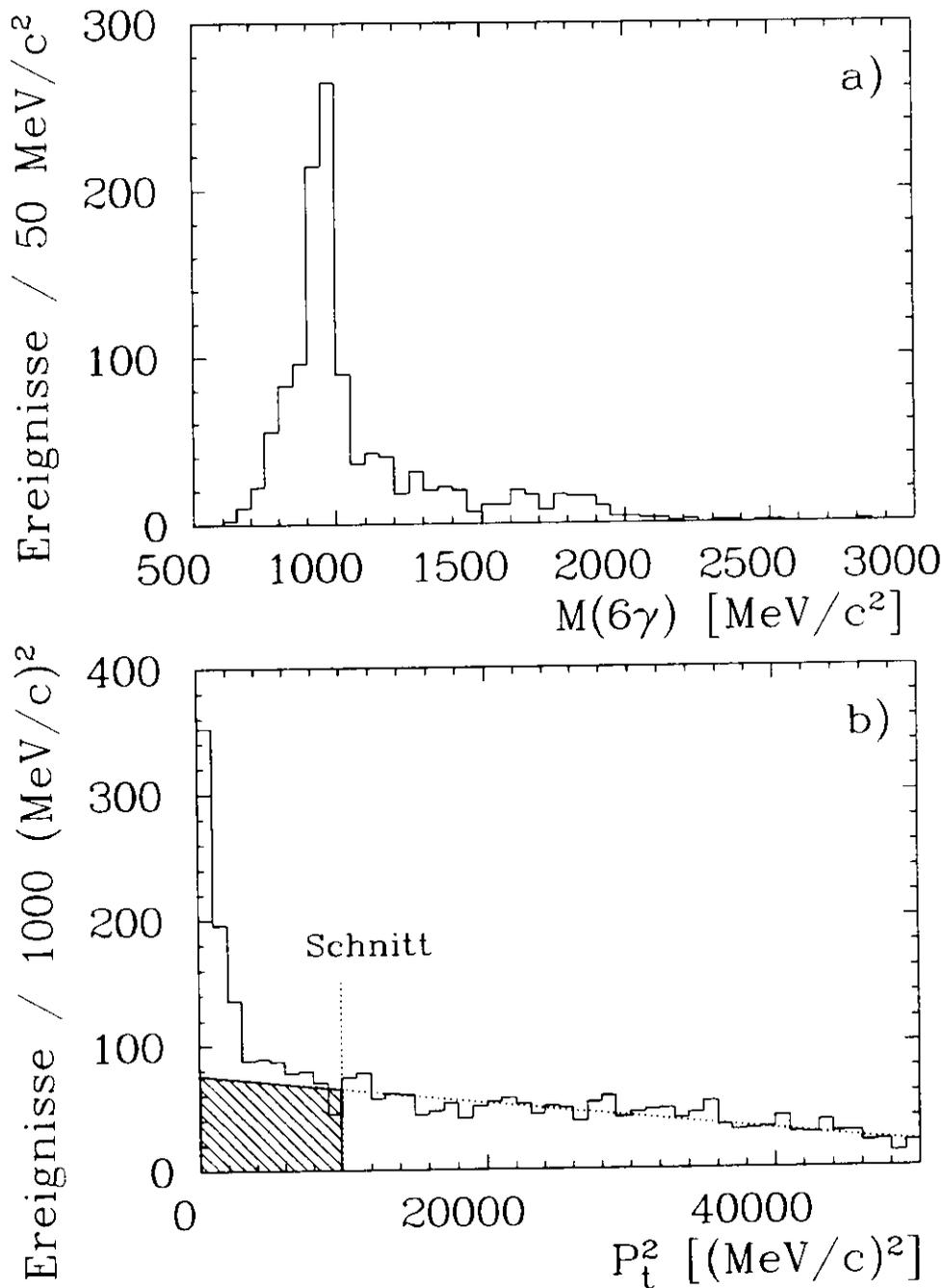


Abbildung 4.1: Invariantes Massenspektrum und p_t^2 -Spektrum nach den ersten beiden Selektionsstufen: a) Massenspektrum, b) p_t^2 -Spektrum.

Das Histogramm in b) ist die gemessene Verteilung, die gestrichelte Linie ist eine Geradenanpassung für den Bereich von 10000 (MeV/c)^2 bis 50000 (MeV/c)^2 und die gestreifte Fläche ihre Extrapolation in den Signalbereich $p_t^2 < 10000 \text{ (MeV/c)}^2$.

Der Wert der Korrektur beträgt etwa 5 % bei einer Photonenenergie von 100 MeV.

Die vom BUMP-Algorithmus gelieferte Richtungsinformation hat eine diskrete Struktur. Diese Richtungsmessung wurde mit Hilfe der Routine *SHOWER* verbessert. Die Richtung des Schauermaximums, durch eine energiegewichtete Schwerpunktbestimmung ermittelt, wurde als Teilchenrichtung verwendet. Diese Methode erzielte die in (3.5) zitierte energieabhängige Winkelauflösung zwischen 2° und 3° , die für Photonen wie folgt parametrisiert wurde [64,65]:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta(E) &= \sigma_0 - \sigma_1 e^{-(E/E_0)} \\ \text{mit: } \sigma_0 &= (35.4 \pm 0.6) \text{ mrad} \\ \sigma_1 &= (28.1 \pm 1.0) \text{ mrad} \\ E_0 &= (133 \pm 11) \text{ MeV} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Auswertung der Information des Innendetektors geschah nicht über die im CHGTKS-Schritt der Standardanalyse bestimmten Spurparameter. Die dort verwendeten Algorithmen gehen von der Annahme aus, daß geladene Spuren vom nominellen Vertex stammen. Für Ereignisse, die aus Strahl-Restgas- oder Strahl-Wand-Kollisionen herrühren, ist dies nicht unbedingt der Fall. Diese Ereignisse sind aber der Hauptuntergrund für die vorliegende Analyse, sie werden wie $\gamma\gamma$ -Ereignisse bevorzugt bei kleinen invarianten Massen und in Vorwärtsrichtung produziert und können geladene Teilchen enthalten, wohingegen gute Sechs-Photon-Ereignisse keine geladenen Spuren enthalten sollten.

Eine Spur die von der Strahlachse, aber nicht unbedingt vom nominellen Vertex stammt, erzeugt Treffer im Innendetektor, die alle den gleichen Azimut ϕ haben; falls die Spur den Energiedetektor erreicht, wird dort ein ähnlicher Wert ϕ_{BUMP} registriert. Es wird nun jedem BUMP eine Wahrscheinlichkeit P_{charge} dafür zugeordnet, daß er von einer geladenen Spur stammt. Für jeden BUMP und jeden Treffer i im Innendetektor werden [66]

$$\chi_i^2 = \frac{(\phi_{Treffer} - \phi_{BUMP})^2}{(\Delta\phi_{Treffer})^2 + (\Delta\phi_{BUMP})^2}$$

und das entsprechende Vertrauensintervall CL_i (für einen Freiheitsgrad) aus der χ^2 -Verteilung berechnet [67]. Die Wahrscheinlichkeit P_{charge} , daß ein BUMP geladen ist, wird zu

$$P_{charge} = 1 - \prod_{Treffer} (1 - CL_i)$$

definiert. Um zu vermeiden, daß ein einzelner zufälliger Treffer eine Energiedeposition als geladen markiert, wird der Treffer mit dem größten Vertrauensintervall CL_{max} nicht im obigen Produkt berücksichtigt. In dieser Analyse wurde eine Energiedeposition dann als geladen markiert, wenn P_{charge} größer als 0.02 war.

In Abbildung 4.2 ist die Verteilung der Größe P_{charge} für einen Teil der vorselektierten Daten dargestellt. Um ein vernünftiges Verhältnis von Signal zu Untergrund zu erhalten,

wurde in der Selektion eine als geladen markierte Spur zugelassen. Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon vor Erreichen des Kalorimeters konvertiert und Treffer im Innendetektor erzeugt, ist etwa 5 %. Aus der Binomialverteilung ergibt sich eine Wahrscheinlichkeit von etwa 92 %, daß weniger als zwei von sechs Photonen in einem Ereignis konvertieren. Der verwendete Schnitt, der maximal ein als geladen markiertes Teilchen erlaubt, hat eine Akzeptanz von etwa 75 %. Der Unterschied von 17 % ist auf zufällige, mit den e^+ und e^- -Strahlen zusammenhängende Energiedepositionen im Innendetektor zurückzuführen.

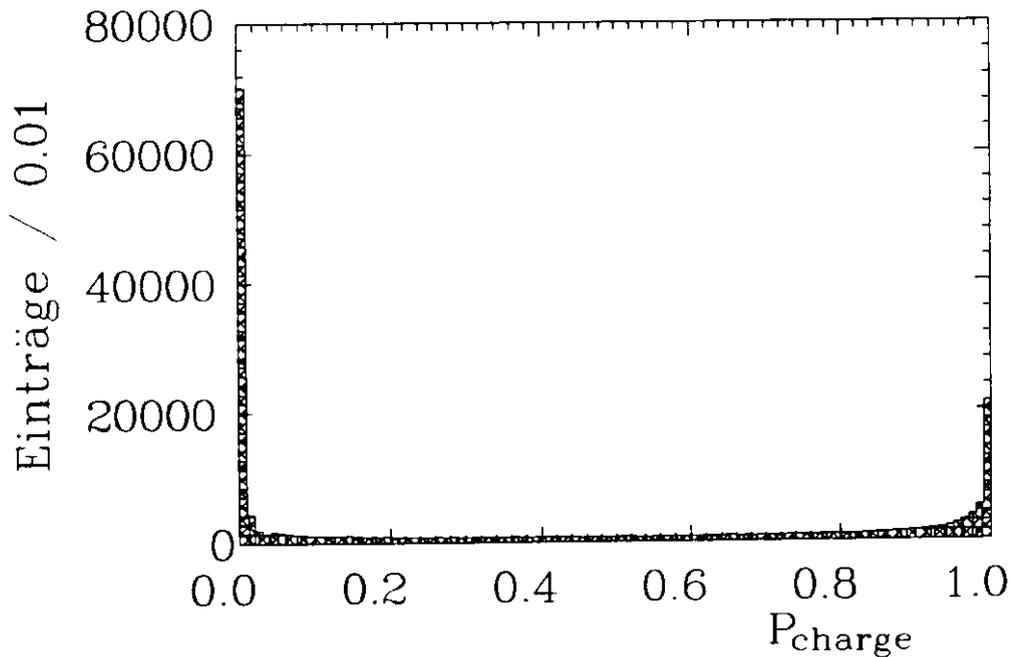


Abbildung 4.2: Verteilung der Größe P_{charge} für BUMPs aus einem Teil der gesamten Datenmenge. BUMPs mit $P_{charge} > 0.02$ werden als geladen markiert.

Das Sechs-Photon-Massenspektrum in Abbildung 4.1a) zeigt eine deutliche Überhöhung unterhalb von $1 \text{ GeV}/c^2$, wo das η' -Meson erwartet wird. Die p_t^2 -Verteilung dieser Ereignisse in Abbildung 4.1b) ist bei kleinen Werten deutlich überhöht; dies ist ein Indiz dafür, daß ein Teil der selektierten Ereignisse aus Zwei-Photon-Reaktionen stammt. Unter der Annahme, daß alle Einträge oberhalb von $10000 \text{ (MeV}/c)^2$ von Ereignissen aus Untergrundprozessen herrühren, wurde der Verlauf der p_t^2 -Verteilung in diesem Bereich durch eine Gerade approximiert. Die Extrapolation dieser Geraden in den Signalebereich ordnet etwa 750 der 1220 gefundenen Ereignisse dem "Untergrund" zu (gestrichelter Anteil des Histogramms in Abb. 4.1b)).

Um die Identität der selektierten Ereignisse zu überprüfen, wurde das invariante Zwei-Photon-Massenspektrum $m_{\gamma\gamma}$ aller möglichen Kombinationen untersucht. In jedem Ereignis

nis mit sechs Photonen können 15 unterschiedliche Paare von Photonen gebildet werden. Die invariante $\gamma\gamma$ -Massenverteilung aller Kombinationen der 1220 vorselektierten Ereignisse ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Deutliche Signale bei den nominellen Massen des π^0 -Mesons und des η -Mesons sind sichtbar, sie sitzen jedoch auf einem relativ hohen kombinatorischen Untergrund. Eine Anpassung von zwei Gauß-Funktionen mit variablem Zentralwert, Breite und Amplitude für die Signale und einem polynomischen Untergrund an dieses Spektrum lieferte die in Tabelle 4.1 dargestellten Ergebnisse:

Tabelle 4.1: Anpassungsrechnung an das $\gamma\gamma$ -Massenspektrum in Abbildung 4.3 – zur Bestimmung der Anzahl der gefundenen π^0 - und η -Mesonen.

	π^0	η
Einträge	1480 \pm 75	380 \pm 35
Masse [MeV/c ²]	135.5 \pm 0.6	548.8 \pm 1.7
Breite [MeV/c ²]	10.8 \pm 0.5	17.2 \pm 1.9

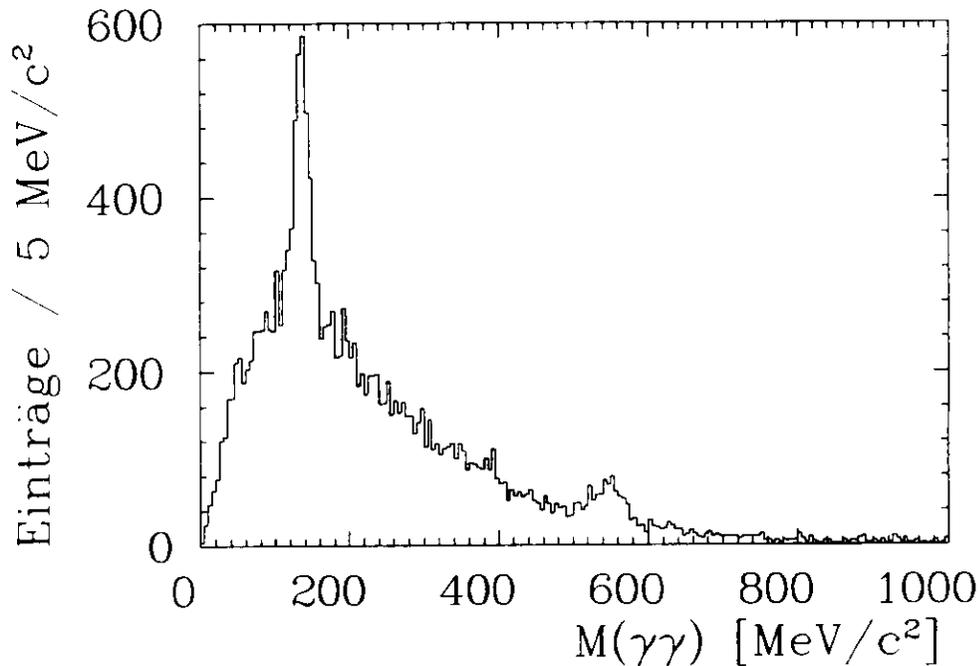


Abbildung 4.3: Invariantes $\gamma\gamma$ -Massenspektrum nach der Vorselektion (15 Einträge pro Ereignis)

In einem erheblichen Anteil der vorselektierten Ereignisse lassen sich also η - und π^0 -Mesonen über ihren Zerfall nach zwei Photonen nachweisen. Eine Überhöhung im Bereich von 958 MeV/c², der Masse des η' -Mesons, das ebenfalls nach zwei Photonen

zerfallen kann, ist nicht nachweisbar. Die eigentliche $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisdefinition, d.h. ein Ereignis muß ein η und zwei π^0 in Koinzidenz haben, ist der letzte Schritt der Selektion.

Selektion von $\eta\pi^0\pi^0$ -Endzuständen

Es gibt 15 Möglichkeiten, die sechs Photonen eines Ereignisses zu unterschiedlichen Paaren zu kombinieren, und genauso viele "Konfigurationen", in denen die sechs Photonen zu drei unterschiedlichen Paaren angeordnet sind. Nur eine der 15 möglichen Konfigurationen entspricht der "richtigen" Kombination der sechs Photonen, nämlich der, bei der die invariante Masse eines Paares nahe bei der Masse des η -Mesons und die der anderen Paare nahe bei der Masse des π^0 liegt.

In einer früheren Crystal Ball-Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ [68] wurde, ausgehend von einer zu Abbildung 4.3 analogen Massenverteilung, zuerst gefordert, daß ein Ereignis einen η -Kandidaten enthält ($m_{\gamma\gamma} = m_\eta \pm 60 \text{ MeV}/c^2$), und dann das Korrelationsdiagramm der invarianten Massen von Paaren der verbliebenen vier Photonen untersucht. In diesem Korrelationsdiagramm war eine deutliche Anhäufung der Ereignisse um den (m_{π^0}, m_{π^0}) -Punkt sichtbar. Als Schnitt zur $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisdefinition wurde dann verlangt, daß ein Ereignis mindestens einen Eintrag innerhalb eines Radius von $35 \text{ MeV}/c^2$ um den (m_{π^0}, m_{π^0}) -Punkt hatte. Ereignisse, die diese beiden Kriterien erfüllten, wurden einem kinematischen Anpassungsprogramm unterworfen, das die nominellen Massen von π^0 und η als Zwangsbedingungen verwendete und die Photonenenergien und -richtungen variierte. Die $\eta\pi^0\pi^0$ - und $3\pi^0$ -Hypothesen wurden getestet. Die Hypothese, die das größte Vertrauensintervall lieferte, wurde akzeptiert und Ereignisse, bei denen die $\eta\pi^0\pi^0$ -Hypothese mit einem Vertrauensintervall größer als 1 % erfüllt war, wurden für die weitere Auswertung selektiert. Durch diese Anpassungsrechnung wurde eine deutlich verbesserte Massenauflösung ($\sigma_{m_{\gamma\gamma}} = 8 \text{ MeV}/c^2$ im Bereich des η') erzielt.

Eine kinematische Anpassungsrechnung funktioniert nur dann zuverlässig, wenn die Auflösungsfunktionen der gemessenen Größen, die bei der Anpassung variiert werden, die Form einer Gauß-Kurve haben [69]. Dies war für die Energiemessung im Crystal Ball-Detektor nicht gegeben, statt dessen zeigte die Auflösungsfunktion der Energie einen deutlichen "Schwanz" auf der niederenergetischen Seite (vgl. Anhang A in Referenz [62]). Dieser Schwanz rührte von Schauern her, bei denen ein Teil der Energie durch die Rückseite des Kalorimetersleckte; er wird bei höheren Energien immer deutlicher. Deshalb wurden wesentlich häufiger, als bei einer Gauß-förmigen Auflösung erwartet, kleinere Energien gemessen. Da eine der Voraussetzungen für die Anpassungsmethode nicht gewährleistet war, konnte von der korrekten Konvergenz des Algorithmus nicht ausgegangen werden. Dieser Effekt gewann mit wachsender Energie an Bedeutung und führte dazu, daß in der erwähnten Analyse die Akzeptanz bei höheren invarianten Massen kleiner war als in der

hier vorgestellten.

Die drei Photonenpaare einer Konfiguration können nach der Größe ihrer invarianten Masse geordnet werden: $m_{\gamma\gamma}^{high}$ ist der größte der drei Werte, $m_{\gamma\gamma}^{med}$ der mittlere und $m_{\gamma\gamma}^{low}$ der kleinste. Diese drei Größen spannen einen dreidimensionalen Raum auf, jede Konfiguration ist eindeutig einem Punkt in diesem Raum zuzuordnen. Zur Definition der $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse wird nun nicht nacheinander erst in einer Projektion auf einer der Achsen und dann in einer Projektion auf eine Fläche in diesem Raum geschnitten, sondern ein Schnitt in der dreidimensionalen Verteilung der Punkte angebracht. Der Vorzug dieser Methode ist leicht ersichtlich: Ereignisse, die sechs Photonen aus den Zerfällen eines η - und zweier π^0 -Mesonen beinhalten, haben eine Konfiguration, deren Eintrag im dreidimensionalen Raum der invarianten Massen nahe beim $(m_\eta, m_{\pi^0}, m_{\pi^0})$ -Punkt liegt; die restlichen vierzehn Einträge, die von den falschen Kombinationen stammen, sind über den kinematisch erlaubten Teil des Raumes verteilt. Bei einer Projektion werden "Signal"-Punkte und "Untergrund"-Punkte, die unterhalb oder oberhalb der "Signalregion" liegen, in die gleiche Region abgebildet, es verschlechtert sich immer das Signal-zu-Untergrund-Verhältnis.

Die einzelnen Konfigurationen werden nun überprüft, ob sie mit der $\eta\pi^0\pi^0$ - oder mit der $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Hypothese besser verträglich sind. Hierzu werden die Größen $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ berechnet:

$$\chi^2(\eta\pi^0\pi^0) = \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{high} - m(\eta)}{\sigma_m^{high}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{med} - m(\pi^0)}{\sigma_m^{med}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{low} - m(\pi^0)}{\sigma_m^{low}} \right)^2 \quad (4.3)$$

und

$$\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0) = \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{high} - m(\pi^0)}{\sigma_m^{high}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{med} - m(\pi^0)}{\sigma_m^{med}} \right)^2 + \left(\frac{m_{\gamma\gamma}^{low} - m(\pi^0)}{\sigma_m^{low}} \right)^2. \quad (4.4)$$

Die Mesonenmassen $m(\eta)$ und $m(\pi^0)$ sind aus [1] entnommen. Die Massenauflösung σ_m wird für jedes Photonen-Paar neu berechnet [65]:

$$\sigma_m = \frac{m_{\gamma\gamma}}{2} \cdot \sqrt{\left(\frac{\sigma_E(E_i)}{E_i} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_E(E_k)}{E_k} \right)^2 + \left(\frac{\sigma(\cos \alpha_{ik}(E_i, E_k, \theta_i, \theta_k, \varphi_i, \varphi_k))}{1 - \cos \alpha_{ik}} \right)^2}. \quad (4.5)$$

In Gleichung (4.5) werden die Energieauflösung $\sigma_E(E_i)$ aus Gleichung (3.4) und die Winkelauflösungen σ_θ aus (4.2) und σ_ϕ aus (3.5) verwendet. Die Auflösungsfunktion für den Kosinus des Öffnungswinkels α_{ik} zweier Photonen ergibt sich also zu

$$\sigma(\cos \alpha_{ik}) = \sqrt{K_1^2 \sigma_\theta^2(E_i) + K_2^2 \sigma_\theta^2(E_j) + K_3^2 [\sigma_\phi^2(E_i) + \sigma_\phi^2(E_j)]}. \quad (4.6)$$

Die Faktoren K_1, K_2 und K_3 lassen sich aus den Richtungs-Kosinus der Photonen i und k berechnen.

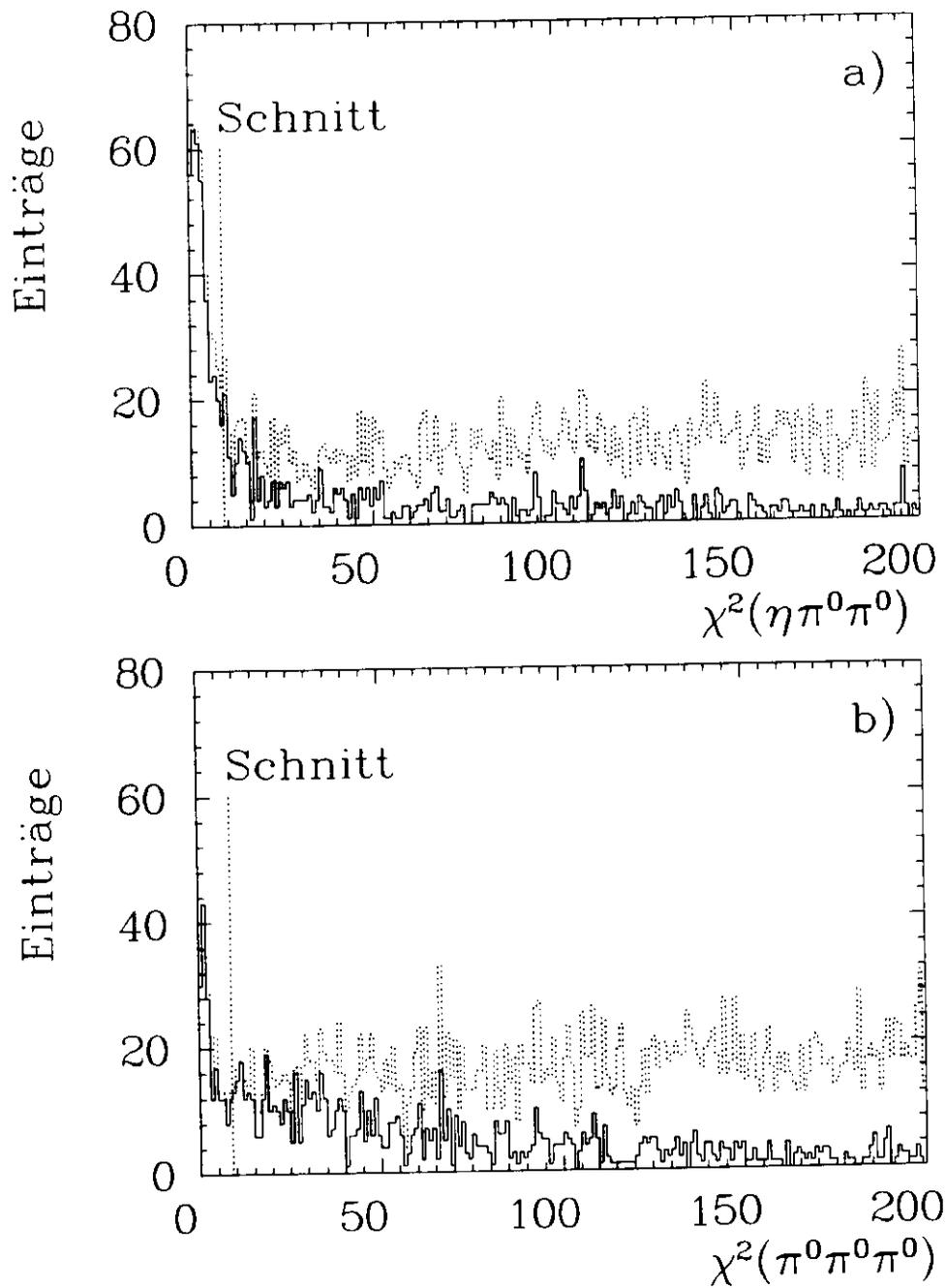


Abbildung 4.4: Verteilung der Größen a) $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und b) $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$.

Das gestrichelte Histogramm hat jeweils 15 Einträge pro Ereignis, das durchgezogene Histogramm ist die Verteilung der Minimalwerte χ^2_{\min} . Ein Teil der Einträge liegt außerhalb des dargestellten Bereiches. Um ein Ereignis zu akzeptieren, muß es mindestens einen Eintrag links von der vertikalen Linie in a) haben und darf keinen Eintrag links von der vertikalen Linie in b) haben.

$\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ sind ein Maß für den relativen Abstand, bezogen auf die Auflösung des Experiments, einer Konfiguration vom $(m_\eta, m_{\pi^0}, m_{\pi^0})$ - beziehungsweise vom $(m_{\pi^0}, m_{\pi^0}, m_{\pi^0})$ -Punkt. Die Verteilung von $\chi_{min}^2(\eta\pi^0\pi^0)$ der vorselektierten Ereignisse ist in Abbildung 4.4a), die von $\chi_{min}^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ in Abbildung 4.4b) dargestellt.

Die abschließende Ereignisdefinition bestand aus zwei Schnitten:

1. Um ein Ereignis als von der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ stammend anzuerkennen, wurde verlangt, daß mindestens eine der 15 Konfigurationen die $\eta\pi^0\pi^0$ -Hypothese erfüllte

$$\chi_{min}^2(\eta\pi^0\pi^0) < 9.$$

2. Zur Unterdrückung einer möglichen Kontamination des Signals durch Ereignisse vom Typ $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ wurde gefordert, daß keine der 15 Konfigurationen mit der $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Hypothese verträglich war

$$\chi_{min}^2(\pi^0\pi^0\pi^0) > 9.$$

Falls ein Ereignis zwei Konfigurationen mit $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0) < 9$ hatte, wurde diejenige mit dem kleineren Wert in der weiteren Analyse verwendet (es wurden keine Ereignisse mit mehr als zwei Konfigurationen $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0) < 9$ gefunden).

Würde man in der Berechnung von $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ in Gleichung (4.3) und (4.4) konstante Werte für die $\gamma\gamma$ -Massenauflösung einsetzen, so entsprächen die oben beschriebenen Schnitte dem Herausschneiden einer Kugel ($\sigma_m^{high} = \sigma_m^{med} = \sigma_m^{low}$) oder eines Rotationsellipsoids ($\sigma_m^{high} \neq \sigma_m^{med} \neq \sigma_m^{low}$). Die Auflösungsfunktion für die invariante $\gamma\gamma$ -Masse variiert jedoch für die beobachteten Zerfälle $\pi^0, \eta \rightarrow \gamma\gamma$ zwischen 8 MeV und 25 MeV, d.h. die Auflösung verschlechtert sich mit wachsender Energie. Die Verwendung eines zu kleinen Wertes für σ_m würde zu viele Ereignisse verwerfen, wohingegen ein zu großer Wert die Kontamination des selektierten Datensatzes erhöhen würde. Mit der hier verwendeten Methode der Berechnung der Massenauflösung wurde versucht, das Optimum zwischen den widerstrebenden Bedingungen von möglichst hoher Effizienz und möglichst geringer Kontamination zu erreichen.

Aus beiden Verteilungen in Abbildung 4.4 wird deutlich, daß wesentlich mehr $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse als Ereignisse mit $3\pi^0$ gefunden wurden. Das $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Signal sitzt auf einem höheren Untergrund als das $\eta\pi^0\pi^0$ -Signal. In Abbildung 4.5 ist ein Korrelationsdiagramm der Größen $\chi_{min}^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und $\chi_{min}^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ zu sehen. Die akzeptierten Ereignisse liegen links von der vertikalen und oberhalb der horizontalen Linie. Von den 1220 vorselektierten Ereignissen lassen sich 317 als $\eta\pi^0\pi^0$ - und 137 als $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Ereignisse eindeutig identifizieren. 37 Ereignisse liegen im Überlappbereich unten links in Abbildung 4.5 (ein wesentlicher Anteil der Ereignisse liegt außerhalb des dargestellten Bereiches). Die restlichen etwa 720

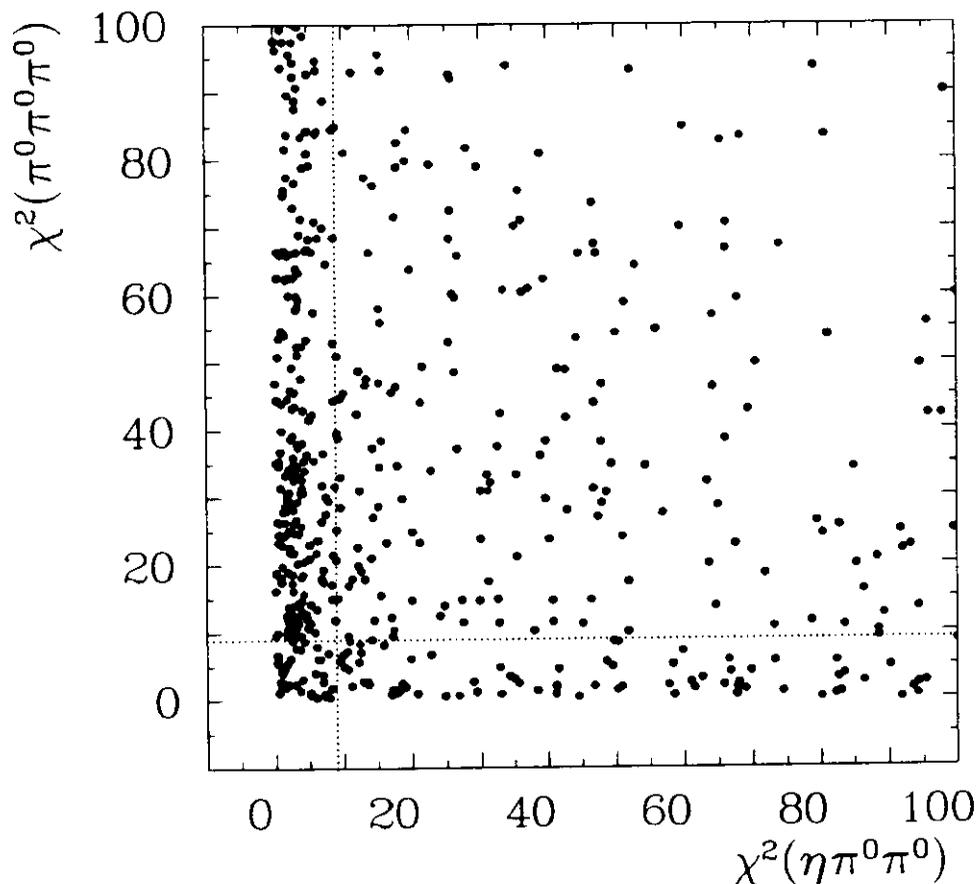


Abbildung 4.5: Korrelationsdiagramm für $\chi_{min}^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$ vs. $\chi_{min}^2(\eta\pi^0\pi^0)$. Die akzeptierten Ereignisse liegen links von der vertikalen Linie und oberhalb der horizontalen Linie.

Ereignisse sind durch die p_t^2 -Verteilung zu erklären. Die aus der Anzahl der identifizierten $\eta\pi^0\pi^0$ - und $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Ereignisse zu berechnende Zahl von Zerfällen $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ und $\eta \rightarrow \gamma\gamma$ stimmt außerdem recht gut mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Werten überein.

Die Verteilung der invarianten Massen der selektierten $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse wird in Abbildung 4.6a) präsentiert, das entsprechende p_t^2 -Spektrum in 4.6b). Im Vergleich zu Abbildung 4.1b) ist die deutliche Reduktion von Ereignissen im Bereich von hohen p_t^2 -Werten offensichtlich. Etwa 270 Ereignisse liegen im Bereich der η' -Resonanz und der Rest oberhalb. Die kinematische Schwelle für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ liegt bei $818 \text{ MeV}/c^2$. Eine genauere Untersuchung der Identität der Ereignisse in diesem Spektrum wird in den nachfolgenden Abschnitten vorgestellt. In Tabelle 4.2 sind die von den einzelnen Schritten der Selektionsprozedur ausgewählten Ereignisse nochmals zusammengefaßt.

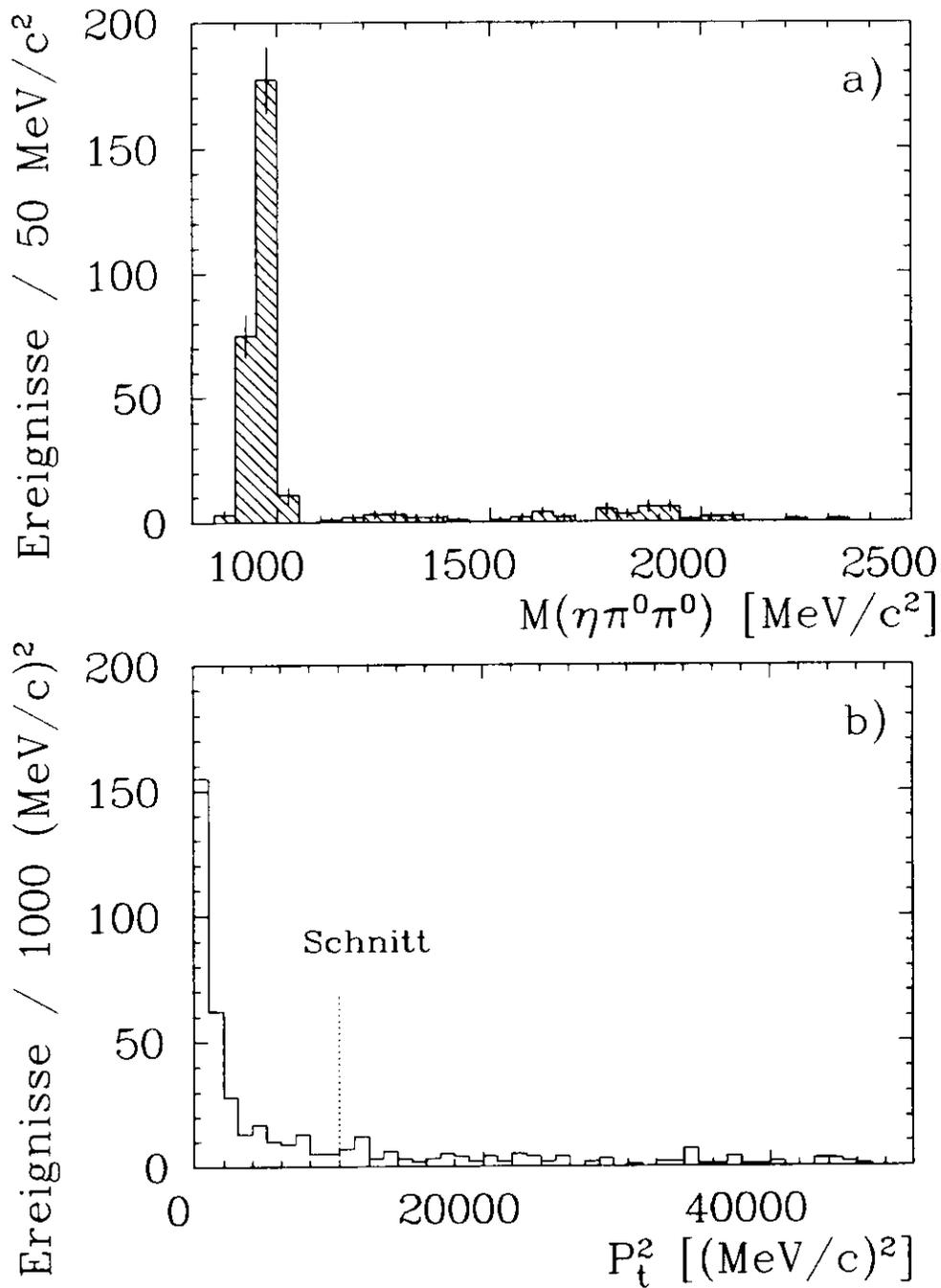


Abbildung 4.6: Invariantes Massenspektrum und p_t^2 -Spektrum nach allen Selektionsstufen: a) Massenspektrum (Signalbereich $p_t^2 < 10000$ (MeV/c)²), b) p_t^2 -Spektrum.

Tabelle 4.2: Zusammenfassung: Reduktion der Daten durch die Selektionsschritte

Luminosität	$(255 \pm 8) \text{ pb}^{-1}$
$\gamma\gamma$ -Klassifikation	$3.02 \cdot 10^7$ Ereignisse
Ereignisse mit 6 BUMPs	$1.71 \cdot 10^5$ Ereignisse
Trigger-Kriterium	63311 Ereignisse
$p_t > 100 \text{ MeV}/c$	16521 Ereignisse
≥ 2 geladene BUMPs	1220 Ereignisse
$\eta\pi^+\pi^0$ -Ereignisse	317 Ereignisse

Die Auswertung der Spektren in Abbildung 4.6 wird im nachfolgenden Kapitel 5 beschrieben.

4.2 Monte Carlo-Simulation

Um aus der gemessenen Massenverteilung die wahre, produzierte Verteilung (Gleichung (2.47)) zu bestimmen, muß die Akzeptanz des Detektors und der Analyseprozedur bekannt sein. Die Akzeptanz setzt sich zusammen aus der rein geometrischen Akzeptanz des Detektors und aus dem Ansprechverhalten seiner einzelnen Komponenten, insgesamt ist sie ein hochkomplexes Faltungsintegral, das analytisch nicht berechenbar ist. Die Akzeptanz wird deshalb durch Monte Carlo-Methoden [70] in einem dreistufigen Prozeß bestimmt. Es werden Pseudo-Ereignisse generiert, die dem untersuchten Ereignistyp entsprechen, dann wird das Ansprechverhalten des Detektors simuliert und abschließend werden diese Pseudo-Ereignisse, wie die Daten, der Selektionsprozedur unterzogen.

Das Prinzip der Monte Carlo-Methoden besteht darin, daß Pseudo-Zufallszahlen, wie sie auf einem Computer zur Verfügung stehen, dazu benutzt werden, eine Funktion vieler Variabler numerisch zu integrieren. Das Gesetz der Großen Zahl besagt, daß, wenn eine Funktion F bei einer großen Zahl n von zufällig und gleichförmig im Intervall (a, b) verteilten Punkten x , ausgewertet wird, die durch die Anzahl der Punkte geteilte Summe der Funktionswerte gegen das durch die Intervalllänge geteilte bestimmte Integral konvergiert:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F(x_i) \right) = \frac{1}{b-a} \int_a^b F(x) dx. \quad (4.7)$$

Der Zentrale Grenzwertsatz der mathematischen Statistik besagt, daß die numerische Näherung I_n für ein Integral

$$I_n = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n F(x_i) \quad (4.8)$$

für große, aber endliche, n um den wahren Wert I_0 normalverteilt ist mit der Standardabweichung

$$\sigma_I = \sqrt{\frac{V(F)}{n}}. \quad (4.9)$$

$V(F)$ ist die Varianz der Funktion F auf dem Intervall (a, b) . Gleichung (4.9) zeigt, daß durch Erhöhen der Statistik das Integral beliebig genau bestimmt werden kann.

STEP1 – Erzeugung der Vierervektoren

In diesem Schritt wurden etwa 450000 Ereignisse erzeugt, die im Typ der untersuchten Reaktion entsprechen. Die Verteilung der kinematischen Variablen wurde entsprechend dem differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{e^+e^- \rightarrow X}$ in Gleichung (2.47) generiert, wobei nur transversal polarisierte Photonen berücksichtigt wurden. Um Ereignisse im Bereich des ganzen beobachteten Massenbereichs zu generieren, wird ein von W_γ unabhängiger

Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ angenommen. Die Verteilung der invarianten Masse der Ereignisse entspricht dann dem Verlauf des Zwei-Photon-Flusses. Der Übergang des erzeugten Zwei-Photon-Systems nach $X = \eta\pi^0\pi^0$ wurde als Drei-Teilchen-Phasenraum-Zerfall mit einem konstanten Matrixelement simuliert. Diese Methode beschreibt den Zerfall eines pseudoskalaren Teilchens nach $\eta\pi^0\pi^0$, wobei die Verteilungen der Polarwinkel θ_i^* der Mesonen, im Ruhesystem des Teilchens, alle flach sind. Der Einfluß eines Resonanzpoles und unterschiedlicher Spin-Paritäten J^P , sowohl auf die Erzeugungs- wie auf die Zerfallsamplitude, sowie von unterschiedlichen Formfaktoren wurde an späterer Stelle durch die Gewichtung der Ereignisse berücksichtigt.

Zur Bestimmung der Größe $\bar{\sigma}_{\eta'}$ (vgl. Gleichung (2.50)) wurden etwa 100000 Ereignisse vom Typ $\gamma\gamma \rightarrow \eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ mit Hilfe eines Programms von Vermaseren [71] generiert. Bei der Integration des Wirkungsquerschnitts wurde der Formfaktor von Brodsky und Lepage [54], wie in Gleichung (2.34) beschrieben, verwendet, der den in *single-tag*-Experimenten gemessenen Verlauf recht gut beschreibt (siehe z.B. [72]). Das Ergebnis ist

$$\bar{\sigma}_{\eta'} = (173.9 \pm 0.003) \text{ pb/keV.}$$

Die unphysikalische Annahme eines von Q^2 unabhängigen Wirkungsquerschnittes liefert einen deutlich größeren Wert $\bar{\sigma}_{\eta'} = (236.7 \pm 0.003) \text{ pb/keV.}$

STEP2 – Simulation des Detektors

Ausgehend von den generierten Vierer-Impulsen wurde das Ansprechverhalten des Detektors simuliert. Da in dieser Analyse Endzustände untersucht wurden, die nur aus Photonen, also elektromagnetisch schauernden Teilchen, bestehen, wurde zur Simulation ihrer Wechselwirkungen mit dem Detektor das Programm-Paket EGS - Version 3 [73] verwendet. Als Eingabeparameter wurden die Geometrie des Detektors, d.h. seine Unterteilung in die Komponenten in digitalisierter Form [74] und die Vierer-Impulse der generierten Ereignisse benötigt. Die Routinen in diesem Paket verfolgten alle Teilchen auf ihrem Weg durch das Kalorimeter, wobei sie ihre Wechselwirkungen mit dem Detektormaterial simulierten. Die Energiedepositionen aus den bekannten Wirkungsquerschnitten berechnet.

Die Summe der simulierten Energiedepositionen für ein Teilchen war etwa 3 % geringer als dessen tatsächliche Energie. Dies rührte her vom Hinauslecken von Energie aus dem hinteren Ende der Kristalle. Bei den Daten wurde dieser Effekt durch die Kalibrationsprozedur automatisch korrigiert. Außerdem war die Breite der simulierten Energieverteilung etwas schmaler als die in den Daten gefundene, was seine Ursache in der Nicht-Simulation der Sekundärelektronenvervielfacher und der Elektronik hatte. Die simulierte Energieverteilung wurde für diese beiden Effekte korrigiert [75].

Das Verhalten des Innendetektors wurde nicht durch EGS, sondern durch ein eigenständiges Programm simuliert [76]. Hierbei wurde die Konversionswahrscheinlichkeit von Photonen in ein e^+e^- -Paar als Funktion der Energie und der Dicke des durchquerten Materials berechnet und dann die Pulshöhe in den Driftröhren simuliert. Die Verteilung der Pulshöhen wurde aus den Daten, für etwa 200 unterschiedliche Perioden, bestimmt, um so verlässlich das zeitlich sehr variable Verhalten des Innendetektors zu simulieren.

STEP3 – Analyse der simulierten Ereignisse

In der letzten Stufe der Simulation wurden die berechneten Energiedepositionen im Kalorimeter und die simulierten Pulshöhen im Innendetektor in dasselbe Format wie die Daten-Ereignisse transformiert. Hierbei wurde jedem Ereignis ein DBM-Ereignis überlagert, um mit dem Strahl korrelierte Untergrundprozesse, die nicht simuliert wurden, zu berücksichtigen. Die Ereignisse wurden dann der Standardanalyse unterzogen, wobei alle simulierten Ereignisse auf den Ausgabedatensatz geschrieben wurden, unabhängig davon ob sie einer bestimmten Klasse zuzuordnen waren. Der erzeugte Monte Carlo-Datensatz wurde in der gleichen Weise wie die Daten analysiert, jedoch mit der Ausnahme, daß die in (4.1) angegebene Korrektur für die Nichtlinearität des Kalorimeters nicht verwendet wurde.

Bestimmung der Akzeptanz

Die Akzeptanz dieser Analyse setzt sich zusammen aus der rein geometrischen Akzeptanz des Detektors, der Akzeptanz der Trigger-Bedingung und der Akzeptanz der einzelnen Selektionsschritte, die angewendet wurden, um die $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse möglichst deutlich und untergrundfrei zu präparieren. Die Gesamtakzeptanz ϵ ist das Verhältnis der Zahl der nach der Selektion akzeptierten zur Gesamtzahl der generierten Monte Carlo-Ereignisse:

$$\epsilon = \frac{N_{akz.}^{MC}}{N_{gen.}^{MC}}. \quad (4.10)$$

Der statistische Fehler an ϵ ist

$$\sigma_\epsilon = \sqrt{\frac{\epsilon(1-\epsilon)}{N_{gen.}^{MC}}}. \quad (4.11)$$

Im Bereich der η' -Resonanz wurde aus den ca. 100000 generierten Ereignissen die Akzeptanz zu

$$\epsilon(\eta') = (1.70 \pm 0.04)\% \quad (4.12)$$

ermittelt.

Im Massenbereich oberhalb des η' wurde die Akzeptanz aus dem Monte Carlo-Datensatz, der mit einer kontinuierlichen Massenverteilung generiert wurde, bestimmt. Hierzu wurden

die Massenspektren der generierten und der akzeptierten Ereignisse als Histogramme von $50 \text{ MeV}/c^2$ Intervallbreite berechnet und die Akzeptanz in jedem Intervall nach (4.10) als Quotient der Spektren bestimmt. Dem Akzeptanzspektrum wurde ein Polynom angepasst, um bei der späteren Verwendung keine störenden Effekte durch die diskrete Intervalleinteilung zu bekommen. Die durchgezogene Linie in Abbildung 4.7 ist die Akzeptanz für die Erzeugung pseudoskalarer Zustände, die entsprechend dem Drei-Teilchen-Phasenraum nach $\eta\pi^+\pi^-$ zerfallen. Sie steigt von 1.7% bei $820 \text{ MeV}/c^2$ an, bis sie ihr Maximum von etwa 2.3% bei $1600 \text{ MeV}/c^2$ erreicht und fällt dann wieder ab. Der statistische Fehler an jedem einzelnen Punkt des Akzeptanzspektrums ist etwa 0.1%.

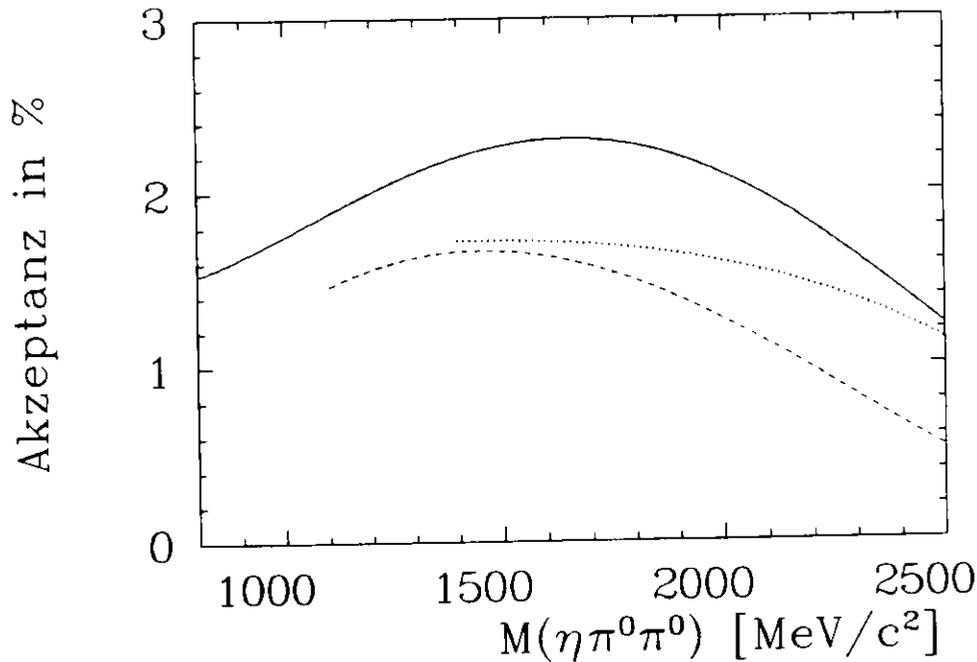


Abbildung 4.7: Akzeptanz als Funktion der invarianten $\eta\pi^+\pi^-$ -Masse.

Die durchgezogene Linie ist die Akzeptanz für $J^P = 0^-$ und Zerfall nach dem Drei-Teilchen-Phasenraum-Modell, die gepunktete Linie für 2^- und Zerfall über den $a_2(1300)\pi^-$ -Zwischenzustand und die gestrichelte Linie für 2^- und Zerfall über $a_0(980)\pi^-$. Der statistische Fehler an den einzelnen Punkten der Kurven ist etwa 0.1%.

Die Akzeptanz hängt jedoch nicht nur von der invarianten Masse des erzeugten $\eta\pi^+\pi^-$ -Zustands ab, sondern auch von dessen anderen kinematischen Variablen. Von Bedeutung sind hierbei die Verteilungen der Polarwinkel θ_i^* der erzeugten Mesonen im Ruhesystem des erzeugten Zustands. Falls eine Resonanz mit $J^P \neq 0^-$ erzeugt würde, oder falls beim Zerfall Teilchen mit Spin $\neq 0$ entstehen würden, so wären die entsprechenden Winkelverteilungen nicht flach (vgl. Gleichung (2.42) und Anhang A). Da der in der Analyse zugelassene Winkelbereich auf $\cos\theta < 0.86$ beschränkt wurde, ist zu erwarten, daß solche Zerfälle eine

vom pseudoskalaren Fall unterschiedliche Akzeptanz haben werden.

Um die Gesamtheit aller möglichen Kombinationen von Spin-Parität ($J^P = 0^+, 0^-, 2^+, 2^-$), Gesamthelizität ($\lambda = 0, 2$) und auftretenden Isobaren ($f_0(975), f_0(1400), f_2(1270), a_0(980), a_2(1320)$), im folgenden "Modelle" genannt, untersuchen zu können, wurden nicht neue Monte Carlo-Datensätze generiert, sondern der zuvor beschriebene Datensatz verwendet. Für jedes mögliche Modell (J^P, λ , Isobar) kann jedem generierten Ereignis ein Gewicht zugeordnet werden, das proportional zum Quadrat des Produkts T_{Modell} von Erzeugungsamplitude, Zerfallsamplitude und Propagator der erzeugten Resonanz ist:

$$T_{Modell} = M_{ab} \frac{1}{m_R^2 - W_{\gamma\gamma}^2 - im_R \Gamma_{tot}(W_{\gamma\gamma})} D. \quad (4.13)$$

M_{ab} ist die Erzeugungsamplitude für $\gamma\gamma \rightarrow R$ (siehe Tabelle 2.4), a und b sind die Helizitäten der Photonen. λ ist die Gesamthelizität und D ist die Zerfallsamplitude. Die Modellamplitude T_{Modell} wird aus den Vierer-Vektoren der simulierten Teilchen berechnet.

Die Bestimmung der Akzeptanz für die unterschiedlichen Modelle erfolgt analog zur oben beschriebenen Prozedur. Zuerst wird das Massenspektrum der generierten Ereignisse berechnet, wobei für jedes Ereignis nicht der Wert "1", sondern das Gewicht $|T_{Modell}|^2$ histogrammiert wird; dann wird das entsprechende "gewichtete" Spektrum der akzeptierten Ereignisse erzeugt. Die Akzeptanz ist der Quotient

$$\epsilon_{Modell}(W) = \frac{\sum |T_{ab}|_{akz.}^2(W)}{\sum |T_{ab}|_{gen.}^2(W)}. \quad (4.14)$$

Die Akzeptanzen für zwei der möglichen Modelle, $J^P = 2^-, m_R = 1870 \text{ MeV}/c^2, \Gamma_{tot} = 250 \text{ MeV}$ und Zerfall über $a_0(980)\pi$ oder $a_2(1320)\pi$, sind in Abbildung 4.7 ebenfalls dargestellt. Beide sind niedriger als die Akzeptanz für einen 0^- Phasenraumzerfall, was durch die Maxima der auftretenden Winkelverteilungen in Vorwärtsrichtung und die unterschiedlichen Lorentz-Boosts verursacht wird. Einen ähnlichen Verlauf der Akzeptanz für analoge Modelle hat man bei einer Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2(1670) \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$ gefunden [77, 78]. Die in (4.13) definierten Modellamplituden wurden nicht nur zur Bestimmung der Akzeptanz verwendet, sondern auch zum Vergleich von Verteilungen verschiedener Variablen, die aus den Daten und den unterschiedlichen Modellen gewonnen wurden.

Bestimmung der Massenauflösung

Bevor die Parameter von Resonanzen aus dem gefunden Massenspektrum bestimmt werden können, muß außer der Akzeptanz auch die Massenauflösung $\sigma(M)$ des Detektors und der Analyse bekannt sein. Die endliche Auflösung bewirkt eine Verbreiterung der natürlichen Resonanzkurve, und für diesen Effekt muß eine Korrektur erfolgen. Die Massenauflösung

wurde aus dem weiter oben beschriebenen Monte Carlo-Datensatz bestimmt. Hierzu wurde für jedes von der Analyseprozedur akzeptierte MC-Ereignis die Differenz zwischen der generierten invarianten Masse und der rekonstruierten invarianten Masse berechnet. Um genügend Statistik ansammeln zu können, wurde der Quotient dieser Differenz und der generierten Masse in $100 \text{ MeV}/c^2$ breiten Masseintervallen histogrammiert und dann der Mittelwert und die Breite der Verteilung in jedem Intervall bestimmt.

Ein von Null verschiedener Mittelwert bedeutet eine systematische Verschiebung der Massenskala; es wurde keine signifikante Verschiebung gefunden. Die Breite der Verteilung in jedem Intervall gibt die relative Massenauflösung $\sigma(M)/M$ wieder, aus der die absolute Auflösung als Funktion der invarianten Masse berechnet werden kann, wie sie in Abbildung 4.8 dargestellt ist. Sie zeigt einen annähernd linearen Verlauf mit der invarianten Masse. Die Anpassung einer Geraden an die dargestellte Verteilung lieferte

$$\sigma(M_{\eta\pi^0\pi^0}) = 8.9 \text{ MeV}/c^2 + 0.0149 \cdot M_{\eta\pi^0\pi^0}. \quad (4.15)$$

Dies entspricht einer Auflösung von $24 \text{ MeV}/c^2$ im Bereich des η' und etwa $50 \text{ MeV}/c^2$ bei einer Masse von $2.5 \text{ GeV}/c^2$.

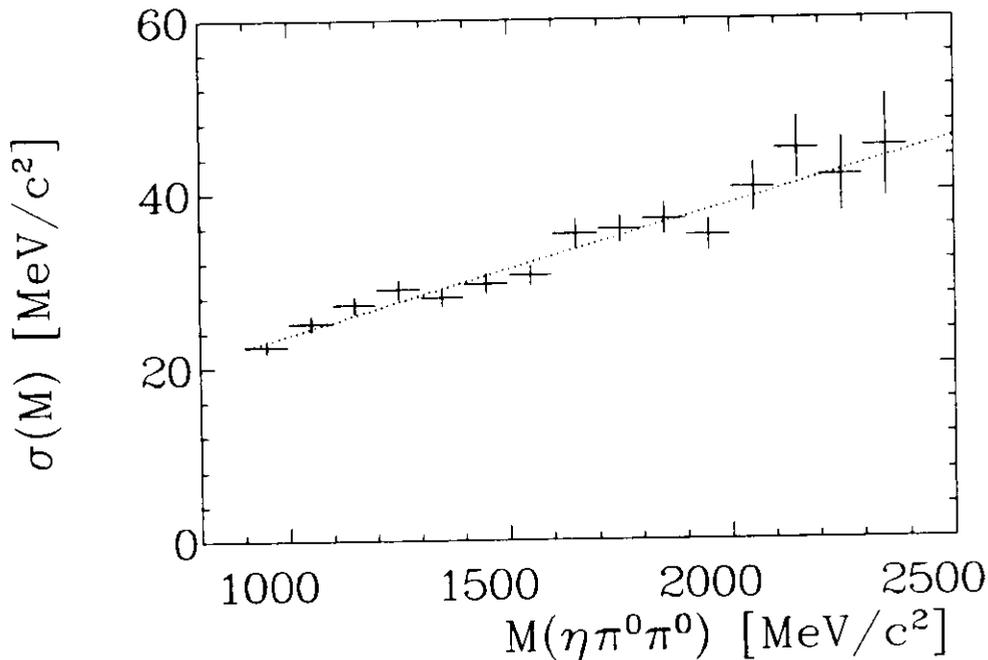


Abbildung 4.8: Auflösungsfunktion der invarianten $\eta\pi^0\pi^0$ -Masse.

Die Kreuze sind die gemessenen Werte und die Linie ist die Anpassung einer Geraden.

Kapitel 5

Auswertung und Ergebnisse

Kapitel 4 erläuterte, wie Ereignisse vom Typ $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ selektiert wurden. In diesem Kapitel wird nun ihre physikalische Auswertung beschrieben. Aus dem gefundenen Massenspektrum kann durch Akzeptanzkorrektur das produzierte Massenspektrum bestimmt und nach Strukturen untersucht werden. Der erste Abschnitt befaßt sich mit der Auswertung des Massenbereichs des η' -Mesons. Die Anzahl der gefundenen $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ -Zerfälle wird bestimmt, mögliche Untergrundprozesse werden untersucht und die radiative Breite des η' wird berechnet. Außerdem werden die Winkelverteilungen und invarianten Massenverteilungen beim Zerfall des η' untersucht.

Im folgenden zweiten Abschnitt wird die Auswertung des Massenbereichs zwischen $1500 \text{ MeV}/c^2$ und $2200 \text{ MeV}/c^2$ geschildert. Hier werden der Dalitzplot und die Winkel- und Massenverteilungen inspiziert. Anschließend werden die Parameter einer möglichen $\eta\pi^0\pi^0$ -Resonanz mit Anpassungsrechnungen an das produzierte Spektrum in diesem Massenbereich bestimmt.

Im letzten Abschnitt wird die Suche nach anderen Zwischenzuständen X in der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow 6\gamma$ beschrieben.

5.1 Auswertung des η' -Signals

In Abbildung 4.6a) war bereits deutlich zu erkennen, daß die Mehrzahl der gefundenen $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz zu sehen ist. Zur besseren Verdeutlichung ist der entsprechende Ausschnitt des Massenspektrums nochmals in Abbildung 5.1, mit deutlich kleinerer Intervallbreite, wiedergegeben. Ein skaliertes Monte Carlo-Spektrum ist ebenfalls dargestellt. Dem Datenspektrum wurde eine Gauß-Funktion, die auf einem polynomischen Untergrund sitzt, zur Beschreibung des nicht-resonanten Anteils des Spektrums, mit Hilfe der Maximum-Likelihood-Methode angepaßt. Amplitude, Zentralwert und Breite der Gauß-Funktion, sowie die Amplituden des Polynoms, wurden in der An-

passungsrechnung als freie Parameter benutzt.

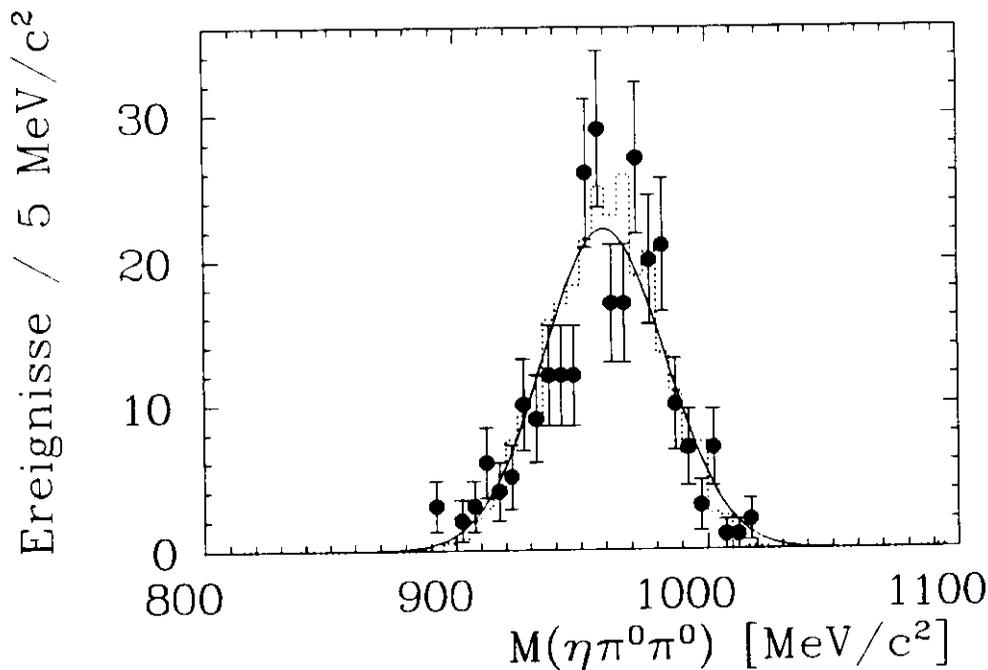


Abbildung 5.1: Invariantes $\eta\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum im Bereich der η' -Resonanz. Punkte mit Fehlerbalken stellen das Datenspektrum dar, die Linie ist das Ergebnis einer Anpassungsrechnung, und das Histogramm ist die Monte Carlo-Erwartung.

Die Anpassungsrechnung ergab, daß ein Untergrundbeitrag nicht nötig ist, deshalb wurde sie erneut ohne die Untergrundfunktion durchgeführt. Das Ergebnis ist in Tabelle 5.1 zusammengestellt.

Tabelle 5.1: Ergebnis der Anpassung einer Gauß-Funktion an das Massenspektrum im Bereich der η' -Resonanz

Parameter	Wert
$N_{\eta'}$	266 ± 16
Masse	$959.5 \pm 1.5 \text{ MeV}/c^2$
Breite	$23.9 \pm 1.1 \text{ MeV}/c^2$
χ^2/N_f	$34.7/28$

Der gefundene Massenwert ist in guter Übereinstimmung mit dem Weltmittelwert [1] von $m(\eta') = (957.50 \pm 0.24) \text{ MeV}/c^2$. Die Breite des η' -Signals entspricht der Massenauflösung, wie in Gleichung (4.15) parametrisiert.

Abschätzung des Untergrunds

Es ist möglich, daß das invariante $\eta\pi^0\pi^0$ Massenspektrum durch Ereignisse kontaminiert ist, die nicht von der exklusiven Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ stammen. Dieser Beitrag muß bestimmt werden, bevor aus der gefundenen Anzahl von η' -Mesonen die radiative Breite berechnet werden kann. Mehrere Beiträge sind hier zu beachten:

1. Die inklusive Produktion von η' -Mesonen, z.B. in der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow X \rightarrow \eta' + Y,$$

oder in inelastischen Reaktionen der Elektronen mit Restgasatomen, wobei der Teil Y des Endzustands im Detektor nicht nachgewiesen wird. Ereignisse aus dieser Reaktion finden sich als resonanter Beitrag im invarianten Massenspektrum im Bereich des η' wider.

2. Die inklusive Produktion von $\eta\pi^0\pi^0$ -Endzuständen, z.B. in der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow \eta\eta,$$

wobei ein η nach zwei Photonen zerfällt, das andere nach 3 π^0 , und eines der drei Pionen nicht nachgewiesen wird. Dieser Typ von Ereignissen würde als ein Kontinuum im invarianten Massenspektrum auftreten.

3. Fehlidentifizierte Ereignisse aus der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0(X)$$

würden ebenfalls als Kontinuum auftreten.

Für keinen der Beiträge ist ein großer Wirkungsquerschnitt bekannt, so daß eine zuverlässige Bestimmung des Untergrundbeitrags aus Simulationsrechnungen nicht möglich ist. Außerdem ist schon aus Abbildung 5.1 bzw. aus der Anpassungsrechnung an das Spektrum klar geworden, daß kein großer nicht-resonanter Beitrag zum Spektrum vorhanden ist.

Eine Bestimmung des nicht-exklusiven Anteils am Spektrum ist auf statistischer Basis aus der Verteilung des Gesamttransversalimpulses p_t^2 und ihrem Vergleich mit der Monte Carlo-Vorhersage möglich. Exklusiv rekonstruierte Ereignisse aus Zwei-Photon-Reaktionen haben eine p_t^2 -Verteilung, die bei Null ihr Maximum hat, während für nur teilweise rekonstruierte Ereignisse eine flache Verteilung erwartet wird. Abbildung 5.2 verdeutlicht die angewendete Methode. Das Histogramm ist die p_t^2 -Verteilung aller Ereignisse im Bereich von 800 MeV/c² bis 1100 MeV/c², die alle Selektionskriterien erfüllten, außer

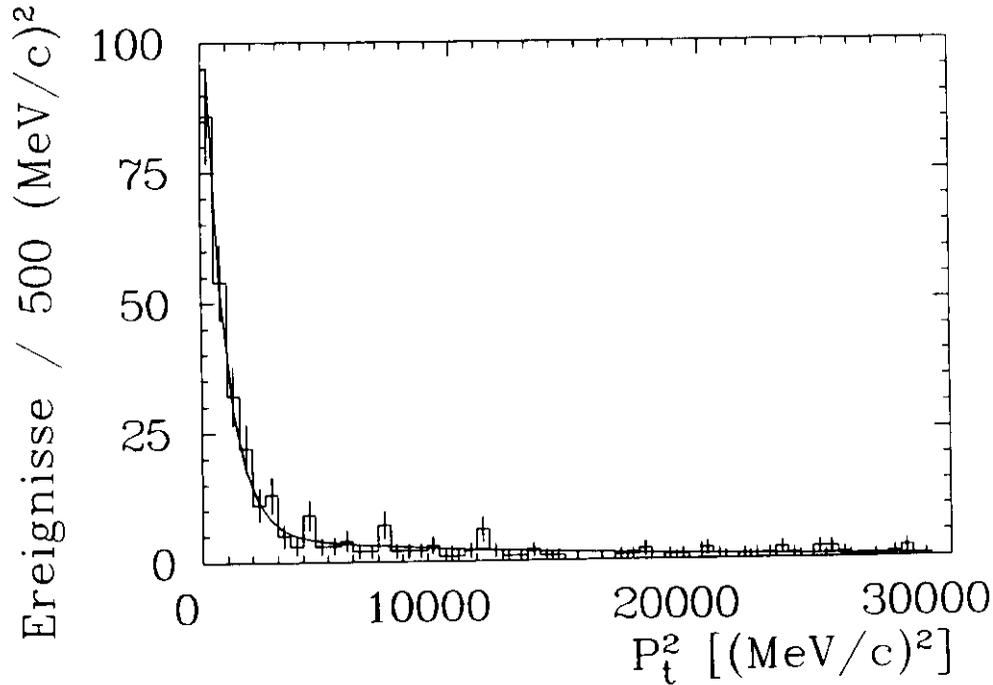


Abbildung 5.2: p_t^2 -Verteilung für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz. Das Histogramm ist das Datenspektrum, die Linie ist das skalierte Ergebnis einer Anpassungsrechnung an die Monte Carlo-Verteilung.

dem einen $p_t < 100$ MeV/c. Die entsprechende Verteilung des Monte Carlo-Datensatzes wurde als Summe zweier Exponentialfunktionen parametrisiert

$$MC(x) = A_1 \exp(-x/\lambda_1) + A_2 \exp(-x/\lambda_2).$$

Zur Beschreibung der Daten wurde die Summe aus einem Untergrundterm und der mit einem Skalenfaktor S multiplizierten Monte Carlo-Erwartung an die Verteilung angepaßt

$$Daten(x) = B_1 + B_2 x + S \cdot MC(x).$$

Bei der Anpassung ergaben sich für die Parameter des Untergrundanteils nur insignifikante Werte; folglich gibt es keine Evidenz für einen nicht-exklusiven Beitrag zum Massenspektrum. Das Resultat der Anpassungsrechnung ist als durchgezogene Linie in Abbildung 5.2 dargestellt.

Als letzter Test zur Abschätzung einer möglichen Kontamination der selektierten Ereignisse wurde die $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ -Verteilung der Daten mit der bei der Monte Carlo-Simulation gewonnenen verglichen, siehe Abbildung 5.3. Die Verteilung der Daten zeigt bei Werten $\chi^2 > 10$ einige Einträge mehr als die Monte Carlo-Verteilung. Approximiert man den Verlauf beider Kurven mit einer Konstanten und extrapoliert die Differenz in den Signalbereich, so findet man, daß in diesem Bereich etwa (5 ± 2) Untergrundereignisse liegen.

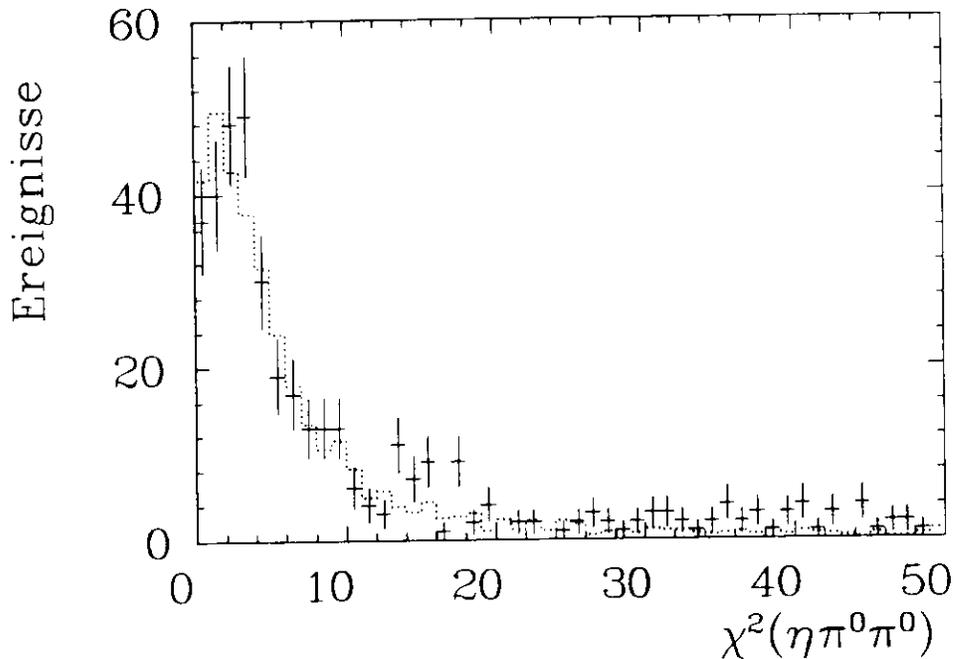


Abbildung 5.3: $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ -Verteilung für Ereignisse im Bereich der η' Resonanz. Die Kreuze sind das Datenspektrum, das Histogramm ist die Monte Carlo-Verteilung.

Bestimmung von $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')$

Im vorhergehenden Abschnitt wurde gezeigt, daß im Massenbereich der η' Resonanz kein signifikanter Untergrund festgestellt werden konnte. Nach (2.51) läßt sich somit aus der Anzahl der beobachteten η' -Mesonen das Produkt von radiativer Breite und Verzweigungsverhältnis nach sechs Photonen zu

$$\begin{aligned}
 \Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')BR(\eta' \rightarrow 6\gamma) &= \frac{N}{L_{e^+e^-}\sigma\epsilon} \\
 &= \frac{(266 \pm 16)}{255 \text{ pb}^{-1} 174 \text{ pb/keV} 0.017} \\
 &= (0.353 \pm 0.022 \pm 0.033) \text{ keV}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

bestimmen. Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch. Das Verzweigungsverhältnis $BR(\eta' \rightarrow 6\gamma)$ ist das Produkt $BR(\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0) BR(\eta \rightarrow \gamma\gamma) BR^2(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma)$ und berechnet sich mit den Werten aus [1] zu

$$BR(\eta' \rightarrow 6\gamma) = (0.078 \pm 0.005). \tag{5.2}$$

Durch Einsetzen von (5.2) in (5.1) kann nun die radiative Breite zu

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (4.53 \pm 0.28 \pm 0.51) \text{ keV} \tag{5.3}$$

bestimmt werden, wobei der erste Fehler der statistische und der zweite der systematische ist.

Der statistische Fehler in (5.3) ergibt sich aus der statistischen Unsicherheit der Anzahl der gefundenen η' . Bei der Bestimmung des systematischen Fehlers wurden die folgenden Einzelbeiträge quadratisch addiert:

1. Der systematische Fehler an der integrierten Luminosität $L_{e^+e^-}$: 3%
2. Der statistische Fehler des normierten Wirkungsquerschnittes $\tilde{\sigma}$: 0.2%
3. Der statistische Fehler an der Akzeptanz ϵ : 2.3%
4. Systematische Änderungen von $(\tilde{\sigma}\epsilon)$ bei der Wahl unterschiedlicher Formfaktoren: 3%
5. Systematische Unsicherheiten der Monte Carlo-Simulation: 7%
6. Systematische Änderungen vom $\Gamma_{\gamma\gamma}BR$ bei Variation der Selektionskriterien: 4%
7. Der Fehler am Verzweigungsverhältnis $BR(\eta' \rightarrow 6\gamma)$: 6.4%

Diese einzelnen Beiträge ergeben somit einen systematischen Fehler von 9.3% an $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')$ $BR(\eta' \rightarrow 6\gamma)$ und von 11.3% an $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')$.

Vergleich mit anderen Experimenten

Die Formation des η' -Mesons in Zwei-Photon-Reaktionen wurde in einer Vielzahl von Analysen in den Endzuständen $\rho\gamma$, $\gamma\gamma$, $\eta\pi^+\pi^-$ und $\eta\pi^0\pi^0$ nachgewiesen. In der "Review of Particle Properties", Ausgabe 1990 [1], werden die totale Breite des η' zu (208 ± 21) keV und das Verzweigungsverhältnis nach zwei Photonen zu (2.16 ± 0.17) % angegeben. Dieses Verzweigungsverhältnis wurde aus einer gleichzeitigen Anpassung von sieben Verzweigungsverhältnissen und der totalen Breite bestimmt. Damit kann die radiative Breite zu

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (4.49 \pm 0.57) \text{ keV}$$

berechnet werden. Unter Berücksichtigung auch der neuesten Messungen [72,79,80] ergibt sich der Weltmittelwert zu

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (4.27 \pm 0.17) \text{ keV}.$$

Mit dem Crystal Ball-Detektor wurden schon zwei Messungen dieser Größe durchgeführt. In der Analyse $\gamma\gamma \rightarrow \eta' \rightarrow \gamma\gamma$ [81] ergab sich für die radiative Breite

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (4.8 \pm 0.5 \pm 0.5) \text{ keV}.$$

Eine Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^0$ mit einer Teilmenge der hier vorgestellten Daten [68] lieferte

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')BR(\eta' \rightarrow 6\gamma) = (0.39 \pm 0.03 \pm 0.04) \text{ keV}$$

und

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (5.1 \pm 0.4 \pm 0.6) \text{ keV.}$$

Der in dieser Analyse bestimmte Wert ist innerhalb der Fehler mit den früheren Ergebnissen verträglich, ist allerdings von dem zuletzt genannten statistisch nicht unabhängig.

Peters [72] hat darauf aufmerksam gemacht, daß die Mittelwerte von $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')$, die in den Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \rho\gamma$ und $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ gemessen wurden, deutlich kleiner sind als die entsprechenden Werte, die in den Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ und $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ gefunden wurden. Falls die einzelnen Experimente ihre Akzeptanzkorrekturen richtig durchgeführt haben, verbleiben als Erklärungsmöglichkeit für die deutlich unterschiedlichen Ergebnisse nur die Verzweungsverhältnisse in die einzelnen Endzustände.

Die Bestimmung der Verzweungsverhältnisse $BR(\eta' \rightarrow \gamma\gamma)$ und $BR(\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^0)$ wird durch eine einzelne Messung mit hoher Statistik [82] dominiert. Es wäre möglich, daß zu kleine Werte für diese Verzweungsverhältnisse gemessen wurden, was aber ohne ein neues Experiment von hoher Qualität und Quantität nicht zu entscheiden ist. Ein Indiz das diese Vermutung unterstützt, sei hier angeführt. Falls der starke Isospin im Zerfall $\eta' \rightarrow \eta\pi\pi$ eine erhaltene Quantenzahl ist, so erwartet man für das Verhältnis der Verzweungsverhältnisse

$$\frac{BR(\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-)}{BR(\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0)} = 2 \frac{\int dLips(\eta\pi^+\pi^-)}{\int dLips(\eta\pi^0\pi^0)} = 1.766.$$

Danach sollte $BR(\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0) = (25.0 \pm 0.9) \%$ sein, der in [1] angegebene Wert ist jedoch nur $(20.5 \pm 1.3) \%$. Setzt man nun diesen, bei Isospinerhaltung geforderten Wert in (5.1) ein, so ergibt sich eine deutlich geringere radiative Breite

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (3.71 \pm 0.23 \pm 0.42) \text{ keV,}$$

die in exzellenter Übereinstimmung mit den Messungen im $\rho\gamma$ -Endzustand ist.

Untersuchung der Winkelverteilung im Zerfall $\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^0$

Spin und Parität einer Resonanz sind am deutlichsten aus den beim Zerfall auftretenden Winkelverteilungen zu bestimmen. Mit den Annahmen, daß das η' ein pseudoskalares Meson ist und daß der Zerfall nach $\eta\pi^0\pi^0$ ein Drei-Teilchen-Phasenraum-Zerfall ohne Zwischenresonanzen ist, ist zu erwarten, daß alle Winkelverteilungen flach sind. In Abbildung 5.4 sind die Polarwinkelverteilungen des η , der beiden π^0 und der Normalen zur

Zerfallsebene [83], zusammen mit den entsprechenden Monte Carlo-Erwartungen, ohne Akzeptanzkorrektur, dargestellt. Der Polarwinkel Θ^* ist der Winkel zwischen der Richtung eines Teilchens und der Richtung des Positronenstrahls, ausgewertet im Ruhesystem der zerfallenden Resonanz. Aufgrund des kleinen Transversalimpulses der selektierten Ereignisse ist die Flugrichtung der Teilchenbündel im Anfangszustand eine gute Näherung für die Richtung der quasi-reellen Photonen.

Aus der Abbildung ist zu entnehmen, daß die Verteilung der Daten recht gut durch das Monte Carlo beschrieben wird, d.h. die beobachteten Verteilungen die Zuordnung $J^P = 0^-$ unterstützen. Die Güte der Beschreibung, berechnet mittels des χ^2 -Tests, ist in Tabelle 5.2 zusammengefaßt.

Tabelle 5.2: χ^2 -Test für die Winkelverteilungen beim Zerfall $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$

Verteilung	χ^2	Freiheitsgrade N_f	Vertrauensintervall
$ \cos \Theta^* (\eta)$	9.9	9	35.6%
$ \cos \Theta^* (\pi^0)$	9.0	9	43.4%
$ \cos \Theta^* (\text{Normale})$	5.5	9	78.5%
alle 3 Verteilungen	24.5	29	70.3%

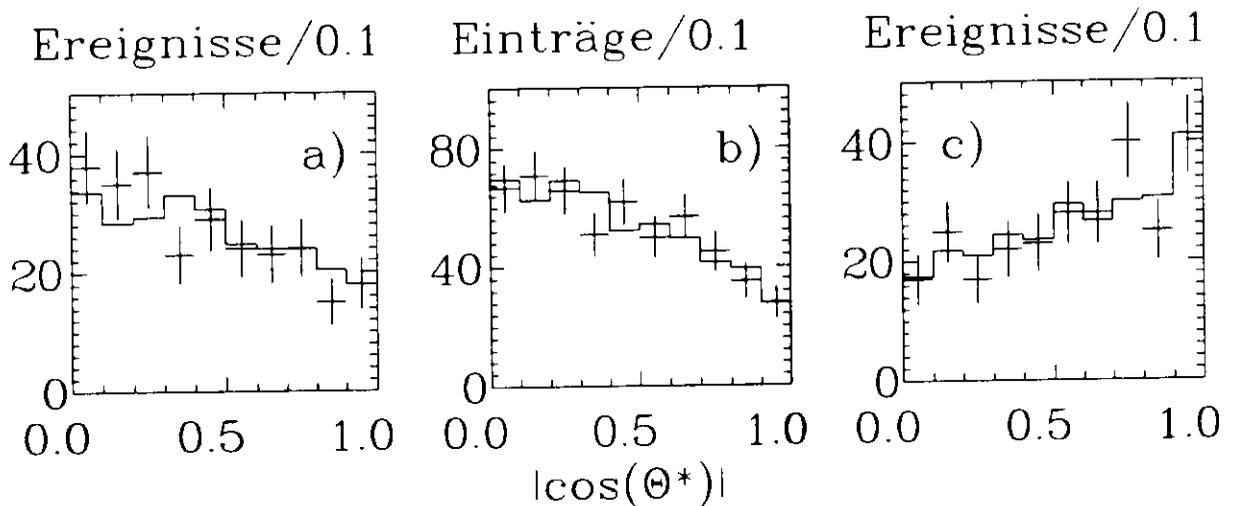


Abbildung 5.4: Polarwinkelverteilungen für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz, im Ruhesystem des η' . a) für das η -Meson, b) für die Pionen (2 Einträge pro Ereignis) und c) für die Normale auf der Zerfallsebene. Kreuze stellen die Datenpunkte dar, das Histogramm ist die Monte Carlo-Erwartung.

Untersuchung der Verteilung von $M_{\eta\pi^0}$ und $M_{\pi^0\pi^0}$

Die Verteilung der invarianten Masse von Zwei-Teilchen-Subsystemen im Drei-Teilchen-Zerfall kann durch das Auftreten von Zwischenresonanzen oder anderen dynamischen Effekten, wie Endzustandswechselwirkungen, beeinflusst werden. Beim Zerfall eines pseudoskalaren Mesons der Masse M in drei spinlose Teilchen, mit den Massen m_1, m_2, m_3 ergibt sich unter der Annahme eines konstanten Zerfalls-Matrixelements folgende Verteilung für die invariante Masse m_{12} eines Zwei-Teilchen-Subsystems [84]:

$$\frac{dN}{dm_{12}} = \frac{\pi^2}{2M^2 m_{12}} \sqrt{\left| \begin{array}{cc} [m_{12}^2 - (m_1 + m_2)^2] & \cdot [m_{12}^2 - (m_1 - m_2)^2] \\ [M^2 - (m_3 + m_{12})^2] & \cdot [M^2 - (m_3 - m_{12})^2] \end{array} \right|} \quad (5.4)$$

Die Verteilungen von $M_{\eta\pi^0}$ und $M_{\pi^0\pi^0}$ sind in Abbildung 5.5a) und b) als Punkte mit Fehlerbalken dargestellt. Die Akzeptanz hängt im untersuchten Bereich nicht von $M_{\eta\pi^0}$ oder $M_{\pi^0\pi^0}$ ab. Die theoretische Kurve nach (5.4), skaliert auf die Anzahl der beobachteten η' -Zerfälle, kann die Daten nur im Zentralbereich beschreiben; um das gesamte beobachtete Spektrum beschreiben zu können, muß (5.4) mit der Auflösungsfunktion ($\sigma_M = 25 \text{ MeV}/c^2$) gefaltet werden. Das Ergebnis der Faltung ist als gepunktete Linie dargestellt; sie liefert in beiden Spektren eine gute Beschreibung der Daten.

In einer Analyse der Reaktion $\pi^- p \rightarrow \eta' n$ mit dem GAMS-2000 Experiment [85] wurde nach möglichen Anisotropien im Zerfall $\eta' \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ gesucht. Um Abweichungen der Verteilung der invarianten Masse von (5.4) zu beschreiben, wurde das lineare Matrixelement [86]

$$|\mathcal{M}|^2 = A(|1 + \alpha y|^2 + cx^2) \quad (5.5)$$

eingeführt. Die Dalitzplot-Variablen $x = \frac{\sqrt{3}}{Q}(T_1 - T_2)$ und $y = (2 + \frac{m_\eta}{m_{\pi^0}}) \frac{T_\eta}{Q} - 1$ sind leicht aus den invarianten Massen $M_{\eta\pi^0}$ und $M_{\pi^0\pi^0}$ zu berechnen. T_i sind die kinetischen Energien der Teilchen im Ruhesystem des η' , Q ist die beim Zerfall frei werdende Energie.

Ein von Null verschiedener Wert für α in (5.5) führt zu einer Modifikation der Verteilung von $M_{\pi^0\pi^0}$, ein endlicher Wert des Parameters c modifiziert die $M_{\eta\pi^0}$ -Verteilung. Aus etwa 6000 beobachteten η' -Zerfällen bestimmte die GAMS-Gruppe folgende Werte:

$$\begin{aligned} \Re\epsilon(\alpha) &= -0.058 \pm 0.013 \\ \Im\epsilon(\alpha) &= 0.00 \pm 0.13 \\ c &= 0.00 \pm 0.03 \end{aligned} \quad (5.6)$$

Diese Werte führen zu einer geringfügigen Modifikation der Zwei-Pion-Massenverteilung.

In Abbildung 5.6 sind nochmals die $M_{\pi^0\pi^0}$ -Verteilung aus den Daten sowie die Vorhersagen nach (5.4) und (5.5), jeweils vor und nach der Simulation der Massenauflösung, dargestellt. Es wurden die in (5.6) zitierten Werte verwendet. Die Daten werden durch

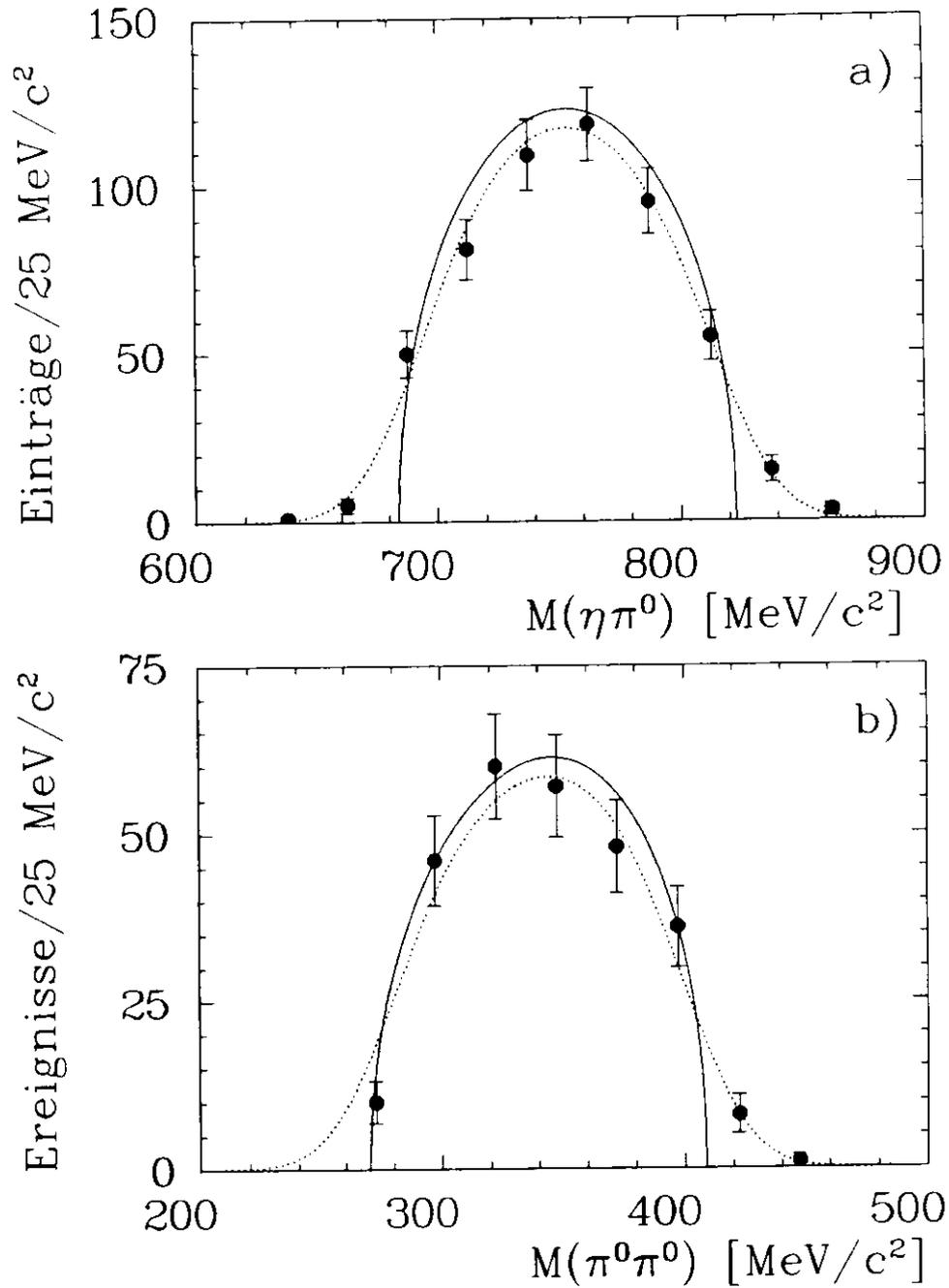


Abbildung 5.5: Invariante Massenspektren a) $M(\eta\pi^0)$ und b) $M(\pi^0\pi^0)$ für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz. Punkte mit Fehlerbalken stellen das Datenspektrum dar, die durchgezogene Linie ist die theoretische Erwartung für ein konstantes Zerfalls-Matrixelement (ohne Einfluß der Detektorauflösung) und die durchbrochene Linie stellt den Einfluß der Auflösung ($\sigma_M = 25 \text{ MeV}/c^2$) dar.

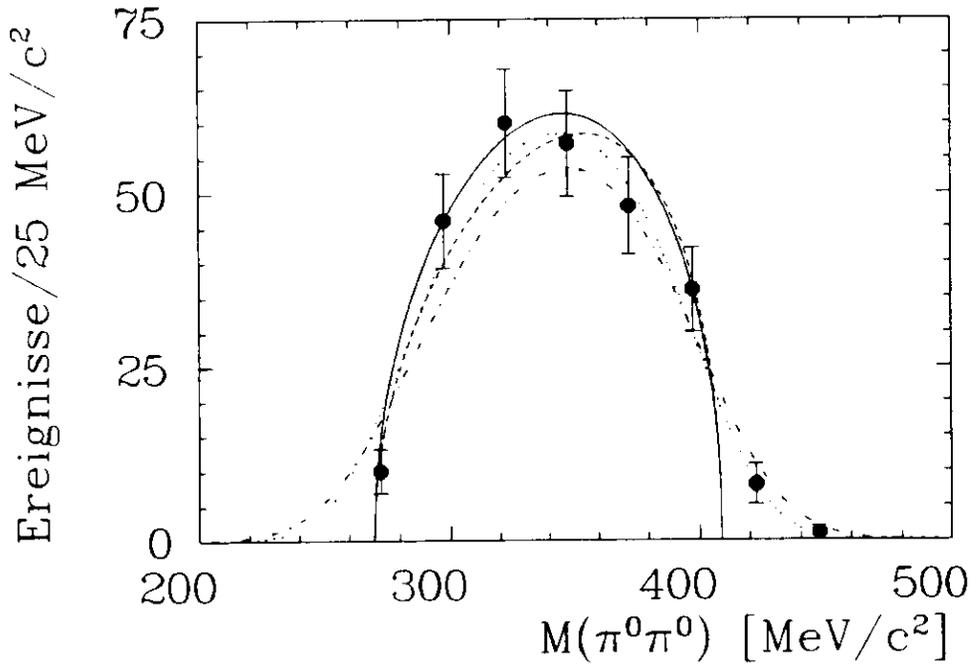


Abbildung 5.6: Invariantes Massenspektrum $M(\pi^0\pi^0)$ für Ereignisse im Bereich der η' -Resonanz. Punkte mit Fehlerbalken stellen das Datenspektrum dar, die durchgezogene Linie ist die theoretische Erwartung für ein konstantes Zerfalls-Matrixelement, die durchbrochene Linie die Erwartung für ein lineares Matrixelement (siehe Text) und die gepunktete Linie sowie die durchbrochen-gepunktete Linie sind die entsprechenden Verteilungen nach Berücksichtigung der Auflösung ($\sigma_M = 25 \text{ MeV}/c^2$).

die Vorhersage mit dem linearen Matrixelement etwas besser beschrieben, aber die geringe Statistik erlaubt keine verbesserte Bestimmung der Parameter a und c .

5.2 Auswertung des Spektrums oberhalb des η'

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt der Massenbereich unterhalb von $1100 \text{ MeV}/c^2$ ausgewertet wurde, der die Mehrheit der Ereignisse in Abbildung 4.6a) beinhaltet, befaßt sich dieser Abschnitt mit dem verbliebenen Rest des $W_{\gamma\gamma}$ -Spektrums. Hierzu werden zuerst die Verteilungen des Gesamttransversalimpulsquadrates p_T^2 und der Zwei-Photon-Masse $M_{\gamma\gamma}$ untersucht. Diese Verteilungen liefern Evidenz dafür, daß im $W_{\gamma\gamma}$ -Bereich von $1600 \text{ MeV}/c^2$ bis $2200 \text{ MeV}/c^2$ die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ beobachtet wurde. Es werden der Dalitzplot, die Winkelverteilungen und die Verteilungen der invarianten Massen $M_{\eta\pi^0}$ und $M_{\pi^0\pi^0}$ untersucht und anschließend mittels einer Anpassungsrechnung die Parameter einer möglichen $\eta\pi^0\pi^0$ -Resonanz bestimmt.

p_t^2 - und $M_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen

Abbildung 5.7 zeigt die p_t^2 -Verteilung für drei Intervalle von $W_{\gamma\gamma}$ oberhalb der η' -Resonanz. Die aus den selektierten Ereignissen gewonnenen Verteilungen werden zusammen mit den entsprechenden Monte Carlo-Verteilungen präsentiert. Wie schon weiter oben beschrieben und in Abbildung 5.2 dargestellt, haben exklusive Ereignisse aus $\gamma\gamma$ -Reaktionen eine p_t^2 -Verteilung, die bei kleinen Werten deutlich überhöht ist. Nicht-exklusive Ereignisse oder Ereignisse aus anderen Prozessen haben im Gegensatz dazu eine flache p_t^2 -Verteilung. In 5.7a), dem Bereich $1100 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 1600 \text{ MeV}/c^2$, sind die Datenpunkte flach verteilt; sie stammen nicht aus der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$. In 5.7b), $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$, ist eine Überhöhung bei kleinem p_t^2 zu sehen; es besteht eine recht gute Übereinstimmung zwischen den Daten und der Monte Carlo-Erwartung. Die Ereignisse in diesem Bereich kommen hauptsächlich aus der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$, mit einem Untergrundbeitrag von etwa 5–7 Ereignissen im Signalebereich $p_t < 100 \text{ MeV}/c$. Die wenigen Einträge in 5.7c), $2200 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 3000 \text{ MeV}/c^2$, erlauben keine eindeutige Zuweisung.

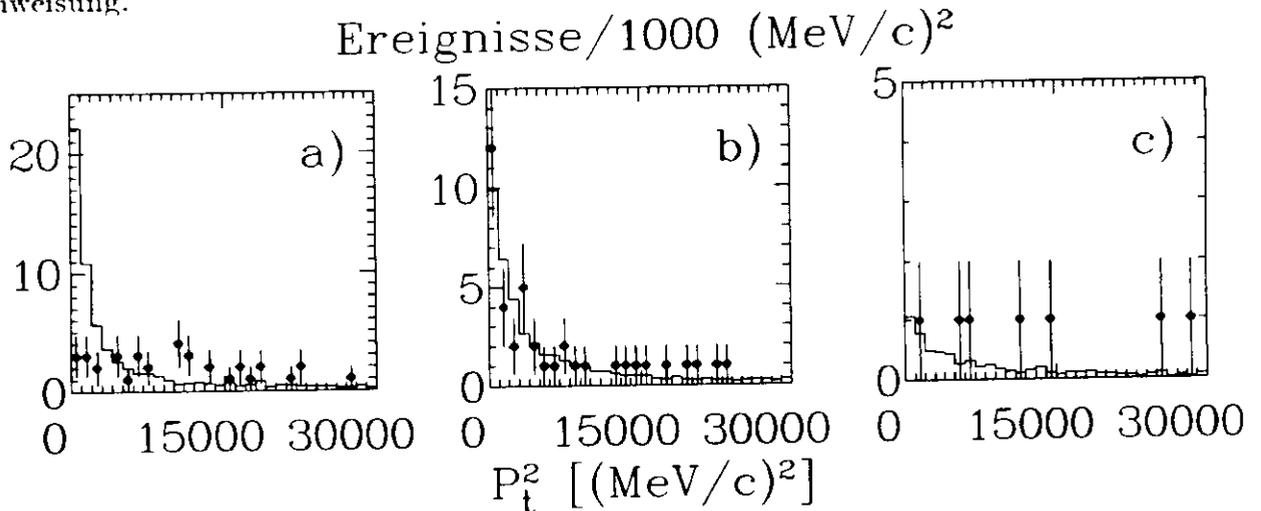


Abbildung 5.7: p_t^2 -Verteilungen für drei Massenintervalle, a) $1100 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 1600 \text{ MeV}/c^2$, b) $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$ und c) $2200 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 3000 \text{ MeV}/c^2$. Punkte mit Fehlerbalken sind die Daten, das Histogramm ist die Monte Carlo-Erwartung.

Um die Natur der Ereignisse, die oberhalb des η' liegen, genauer aufzuklären, wurde ein weiterer Test durchgeführt. Hierzu wurde die in Kapitel 4 beschriebene Selektionsprozedur verändert. Alle Schnitte, außer den beiden auf $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ und $\chi^2(\pi^0\pi^0\pi^0)$, wurden angewendet. Zur Ereignisdefinition wurde verlangt, daß vier der sechs Photonen sich zu zwei Paaren anordnen lassen, die mit der $\pi^0\pi^0$ -Hypothese verträglich sind: $\chi^2(\pi^0\pi^0) < 9$. $\chi^2(\pi^0\pi^0)$ wurde analog zu Gleichung (4.4) berechnet. Für alle Konfigurationen in ei-

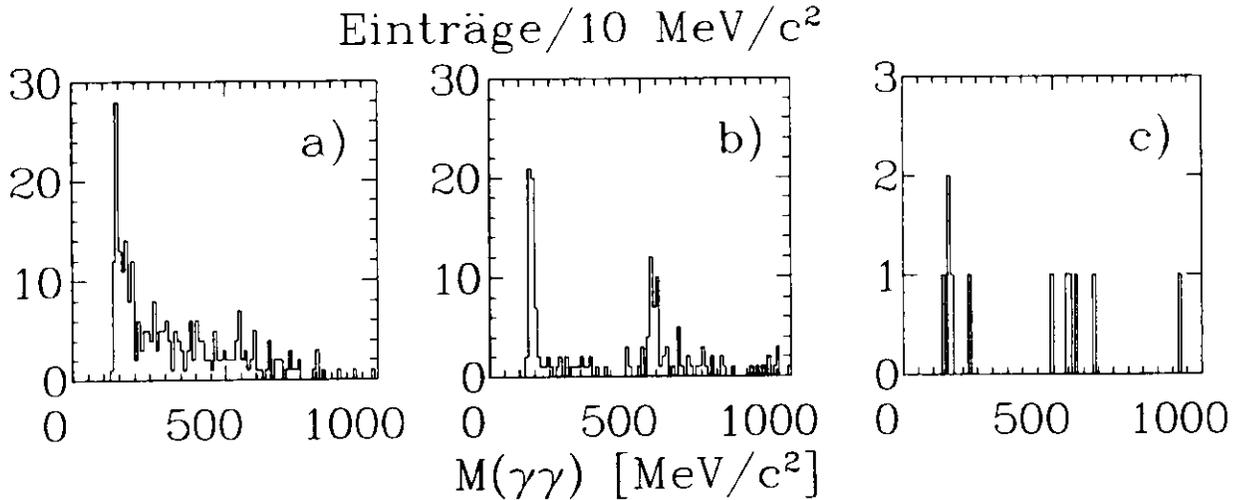


Abbildung 5.8: $M_{\gamma\gamma}$ -Verteilungen für drei Massenintervalle. Es sind bis zu drei Einträge pro Ereignis möglich. a) $1100 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 1600 \text{ MeV}/c^2$, b) $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$ und c) $2200 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 3000 \text{ MeV}/c^2$.

nem Ereignis, die dieses Kriterium erfüllten, wurde dann die invariante Masse $M_{\gamma\gamma}$ des verbliebenen Paares von Photonen histogrammiert. Das Ergebnis dieser Prozedur ist in Abbildung 5.8a-c) für die drei Intervalle wie in Abbildung 5.7 dargestellt.

Im Bereich $1100 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 1600 \text{ MeV}/c^2$ in 5.8a) ist ein deutliches π^0 -Signal zu sehen, aber kein signifikantes η -Signal. Hieraus ist zu schließen, daß die entsprechenden Einträge in Abbildung 4.6a) mehrheitlich keine $\eta\pi^+\pi^-$ -Ereignisse sind. In 5.8b), dem zweiten Intervall mit $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$, sind deutliche π^0 - und η -Signale, auf einem relativ kleinen kombinatorischen Untergrund, erkennbar. In diesen Ereignissen wird also ein η -Meson in Koinzidenz mit zwei π^0 beobachtet. Das deutlich höhere π^0 -Signal ist Evidenz für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2(1670) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ [77]. Allerdings ist zu beachten, daß jedes $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Ereignis drei Einträge bei im π^0 -Bereich liefert; die 50 Einträge entsprechen also nur 15 beobachteten $\pi^0\pi^0\pi^0$ -Ereignissen. Selbst im letzten Intervall, $2200 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 3000 \text{ MeV}/c^2$ in 5.8c), ist die Mehrzahl der Einträge nahe bei den nominalen π^0 - oder η -Massen.

Zusammenfassend lassen sich aus der Untersuchung der Abbildungen 5.7a-c) und 5.8a-c) folgende Schlüsse über das beobachtete Massenspektrum in 4.6a) ziehen:

- Im Bereich $1100 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 1600 \text{ MeV}/c^2$ stammt die Mehrzahl der Ereignisse nicht aus der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$.
- Die Überhöhung im Massenbereich $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$ stammt aus der Zwei-Photon-Produktion von $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignissen. Der Anteil von nicht-exklusiven, oder fehlidentifizierten Ereignissen ist 15 - 20%.
- Etwa die Hälfte der Ereignisse oberhalb von $2200 \text{ MeV}/c^2$ sind $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse.

Dalitzplot, $M_{\eta\pi^0}$ -, $M_{\pi^0\pi^0}$ - und Winkelverteilungen

Der Dalitzplot für die Ereignisse im Bereich $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$ wird in Abbildung 5.9 gezeigt. Es wurden jeweils die beiden möglichen Kombinationen für jedes Ereignis eingetragen. Bei den Massenquadraten der bekannten $\eta\pi$ - und $\pi\pi$ -Resonanzen sind Linien eingezeichnet. Klare Bandstrukturen, die zur Identifikation von Isobaren nötig wären, sind wegen der geringen Anzahl von Ereignissen und dem großen zugänglichen Phasenraumvolumen nicht sichtbar. Jedoch scheint im Bereich des $\delta/a_0(980)$ und des $a_2(1320)$ eine etwas höhere Dichte von Einträgen vorzuliegen.

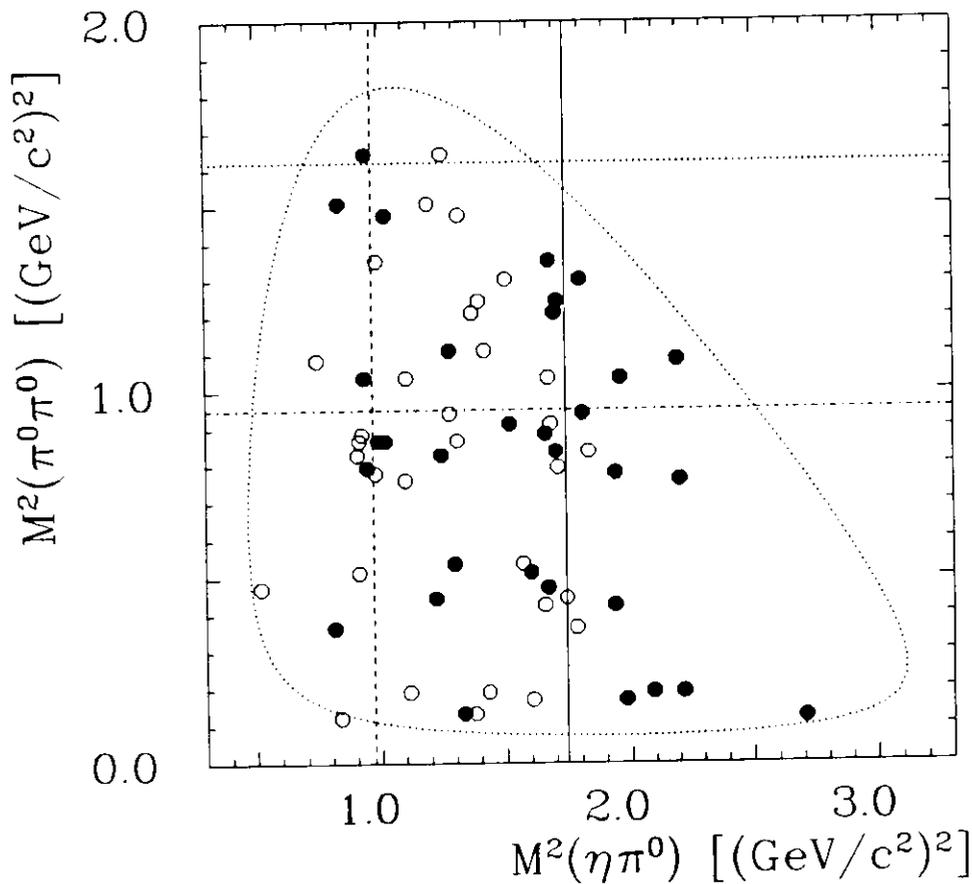


Abbildung 5.9: Dalitzplot $M_{\pi^0\pi^0}^2$ vs. $M_{\eta\pi^0}^2$ für Ereignisse mit $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$ mit zwei Einträgen pro Ereignis. Die horizontalen und vertikalen Linien kennzeichnen die Orte möglicher Isobaren, die gepunktete Linie markiert die Grenze des Dalitzplots für $W_{\gamma\gamma} = 1.9 \text{ GeV}/c^2$.

Diese Beobachtung verdeutlicht sich, wenn die Einträge im Dalitzplot auf die (linearen) Massenachsen projiziert werden. In Abbildung 5.10a) wurde dies für $M(\eta\pi^0)$ und in 5.10b)

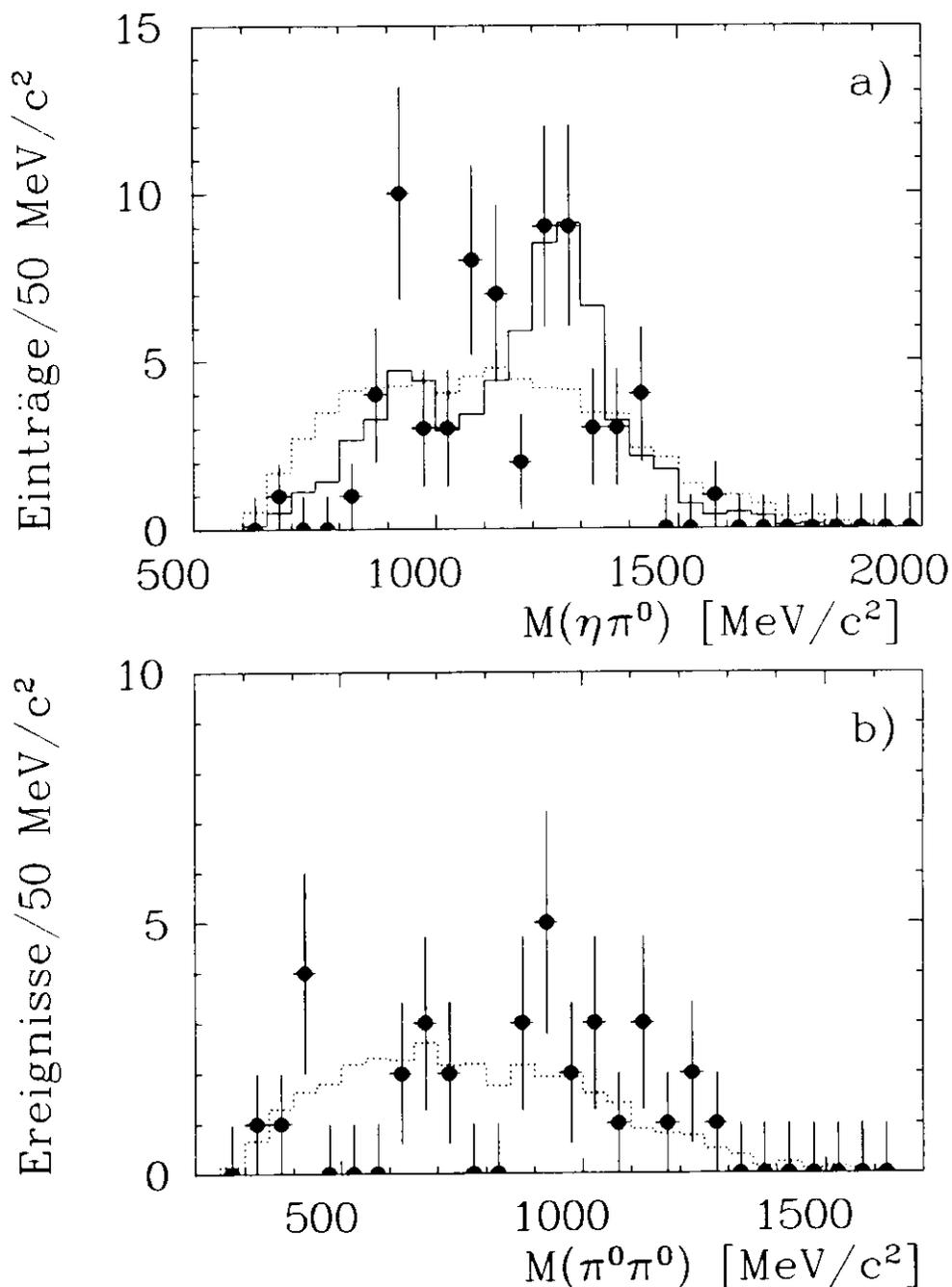


Abbildung 5.10: Invariante Massenspektren a) $M(\eta\pi^0)$ und b) $M(\pi^0\pi^0)$ für Ereignisse mit $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$. Punkte mit Fehlerbalken stellen das Datenspektrum dar, das durchgezogene Histogramm ist das Ergebnis der besten Anpassung (Fit) und das gepunktete Histogramm ist die Erwartung für den Drei-Teilchen-Phasenraum-Zerfall.

für $M(\pi^+\pi^-)$ durchgeführt. Die $M(\eta\pi^0)$ -Verteilung der Daten wird zusammen mit zwei Monte Carlo-Histogrammen gezeigt. Das gepunktete Histogramm zeigt die Erwartung für $J^P = 0^-$ und Zerfall nach dem Drei-Teilchen-Phasenraummodell. In den Bereichen von 900 - 1000 MeV/c^2 und 1200 - 1400 MeV/c^2 gibt es in den Daten mehr Einträge als nach dem Modell zu erwarten sind, während oberhalb von 1500 MeV/c^2 die Daten weniger Einträge zeigen. Das durchgezogene Histogramm ist das Ergebnis einer Anpassung an die Daten. Hierbei wurde $J^P = 2^-$ angenommen und als Zerfallsmodi $\delta/a_0(980)\pi$ und $a_2(1320)\pi$ zugelassen. Als Ergebnis wurden dem $\delta/a_0(980)\pi$ Zerfall $(30 \pm 20)\%$ und dem $a_2(1320)\pi$ -Zerfall $(70 \pm 20)\%$ der Einträge zugeordnet. Im Vergleich zu diesem Ergebnis führt das Phasenraummodell zu einem Anwachsen des Logarithmus der Likelihood von $\Delta(\ln L) = 7.6$, was 3.8 Standardabweichungen entspricht [67].

Die $M(\pi^+\pi^-)$ -Verteilung der Daten in 5.10b) zeigt keine so deutlichen Abweichungen vom Phasenraummodell (Histogramm). Es gibt keine Evidenz für $S^*/f_0(975)$ oder $f_2(1270)$ Isobaren. Das $f_0(1400)$ würde sich aufgrund seiner hohen Masse und großen Breite (200 - 400 MeV) nicht als deutliche Überhöhung zeigen.

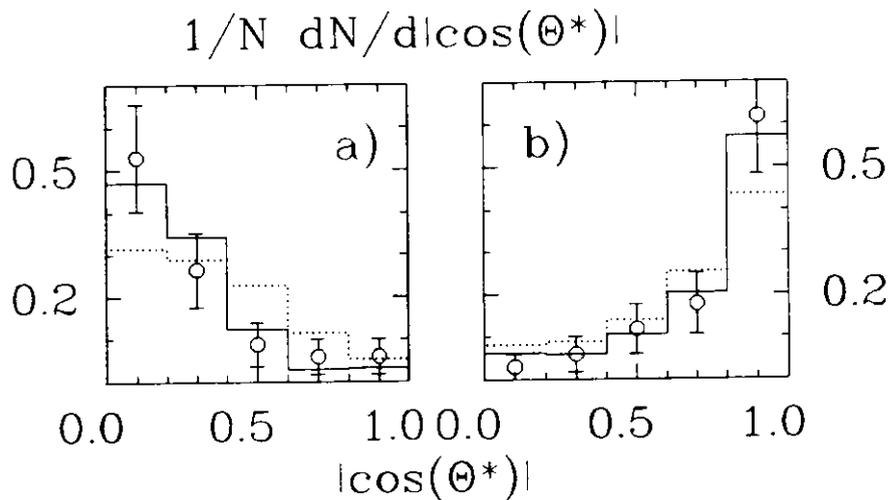


Abbildung 5.11: Winkelverteilungen im $\gamma\gamma$ -Ruhsystem, für Ereignisse im Massenbereich von 1600 MeV/c^2 bis 2200 MeV/c^2 . Die Verteilungen sind auf die gleiche Fläche normiert. a) Polarwinkelverteilung des η -Meson und b) Polarwinkelverteilung der Normalen zur Zerfallsebene. Kreise mit Fehlerbalken sind die Daten, das gepunktete Histogramm ist die Erwartung für $J^P = 0^-$ und Zerfall nach dem Drei-Teilchen-Phasenraummodell und das durchgezogene Histogramm für $J^P = 2^-$ und Zerfall über $a_2(1320)\pi$.

Die Polarwinkelverteilungen des η -Mesons und des Normalenvektors der Zerfallsebene, für Ereignisse im Massenbereich von 1600 bis 2200 MeV/c^2 werden in Abbildung 5.11a) und b) gezeigt. Zum Vergleich sind ebenfalls zwei Monte Carlo-Histogramme dargestellt.

Die Ergebnisse von χ^2 -Tests aller möglichen Modelle sind in Tabelle 5.3 zusammengefaßt.

Tabelle 5.3: χ^2 -Test für die Winkelverteilungen im Bereich $1600 \text{ MeV}/c^2 < W_{\gamma\gamma} < 2200 \text{ MeV}/c^2$. $\Theta^*(\eta)$ ist der Winkel zwischen η und der Strahlachse und $\Theta^*(\text{Normale})$ der Winkel zwischen dem Normalenvektor auf der Zerfallsebene und der Strahlachse, jeweils im $\gamma\gamma$ -Ruhesystem. DoF = Anzahl der Freiheitsgrade, CL = Vertrauensintervall, $\delta = a_0(980)$, $S^* = f_0(975)$, $f_0 = f_0(1400)$. Bester Fit: 70% $a_2\pi + 30\% \delta\pi$. Parameter aus der Untersuchung der $M(\eta\pi^0)$ -Verteilung.

J^{PC}	λ	Isobar	$ \cos \Theta^*(\eta) $		$ \cos \Theta^*(\text{Normale}) $		Total	
			$\chi^2(4 \text{ DoF})$	CL %	$\chi^2(4 \text{ DoF})$	CL %	$\chi^2(8 \text{ DoF})$	CL %
0^{++}	0	Phasenraum	4.7	31.8	4.5	34.8	9.2	32.8
0^{--}	0	$\delta\pi$	11.6	2.1	5.4	25.0	16.9	3.1
0^{--}	0	$S^*\eta$	9.2	5.6	6.4	16.7	15.6	4.8
0^{--}	0	$f_0\eta$	7.5	11.2	5.3	25.4	12.8	11.8
0^{--}	0	$a_2\pi$	4.6	32.9	3.0	54.8	7.7	46.6
0^{--}	0	$f_2\eta$	7.2	12.5	7.0	13.8	14.2	7.8
2^{++}	0	$a_2\pi$	22.1	0.02	12.4	1.4	34.5	0.0
2^{++}	0	$f_2\eta$	2.5	65.3	13.1	1.0	15.6	4.8
2^{++}	2	$a_2\pi$	8.7	7.0	22.2	0.02	30.9	0.01
2^{++}	2	$f_2\eta$	54.9	0.0	39.5	0.0	94.4	0.0
2^{--}	0	$\delta\pi$	5.6	23.5	3.5	47.7	9.1	33.7
2^{--}	0	$S^*\eta$	2.0	73.4	8.3	8.1	10.3	24.2
2^{--}	0	$f_0\eta$	1.7	79.4	4.1	39.5	5.8	67.4
2^{--}	0	$a_2\pi$	2.8	58.4	0.6	96.6	3.4	90.5
2^{--}	0	$f_2\eta$	16.5	0.2	7.6	10.9	24.1	0.2
2^{--}	0	bester Fit	0.8	94.2	1.2	88.5	2.0	98.3

In einem letzten Test der möglichen Modelle für die Zuordnung von J^P und den Isobaren wurden für jedes selektierte Ereignis die Modellamplituden T'_{Modell} (siehe Gleichung 4.13)) berechnet und zusammen mit den entsprechenden Monte Carlo-Verteilungen in einer Maximum-Likelihood-Anpassung verwendet um das Modell zu finden, das die Daten am besten beschreibt. Es wurden nur die einzelnen Amplituden betrachtet, Kohärenz zwischen den verschiedenen Isobaren bei gleichem J^P und Interferenzen zwischen verschiedenen J^P wurden nicht berücksichtigt, da dadurch eine große Anzahl von freien Parametern bei der Anpassung nötig wäre. Interferenzen zwischen Amplituden mit positiver und negativer Parität oder zwischen Amplituden mit unterschiedlichen Helizitäten sind nicht möglich, jedoch ist Interferenz zwischen 0^- und 2^- möglich.

Die Isobaren, die die Daten am besten beschreiben, sind $a_2(1320)\pi$ und $\delta/a_0(980)\pi$, wie schon bei der Untersuchung der $M(\eta\pi^0)$ -Verteilung festgestellt, sowie auch $f_0(1400)\eta$. Alle Amplituden mit positiver Parität konnten keine gute Beschreibung der Daten liefern. Eine klare Unterscheidung zwischen $J^P = 0^-$ und $J^P = 2^-$ ist im Rahmen der geringen Statistik nicht möglich, die Modelle liefern ähnlich gute Likelihood-Werte, die aber deutlich höher sind als bei den Modellen mit $J^P = 2^+$.

Bestimmung der Resonanzparameter

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt wurde, daß die Einträge im Massenbereich von $1600 \text{ MeV}/c^2$ bis $2200 \text{ MeV}/c^2$ tatsächlich von $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignissen aus der Zwei-Photon-Produktion stammen, wird nun versucht, aus diesem Spektrum die Parameter einer möglichen $\eta\pi^0\pi^0$ -Resonanz zu bestimmen. Die Tatsache, daß im Bereich von $1100 \text{ MeV}/c^2$ bis $1600 \text{ MeV}/c^2$ nur sehr wenige Ereignisse aus der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ gefunden wurden, macht die Hypothese, daß diese Ereignisse, weit oberhalb der kinematischen Schwelle, aus einem Kontinuumsprozeß stammen, wenig wahrscheinlich. Der Verlauf der Akzeptanz in Abbildung 4.7 zeigt keine abrupten Schwankungen, die die beobachteten Ereignisse als Artefakte der Analyse erklären könnten.

Aus diesen Beobachtungen ist zu schließen, daß die Ereignisse von der Formation einer oder mehrerer Resonanzen, mit den Quantenzahlen $I^G(J^{PC}) = 0, 2^+(0, 2^-)$, herrühren. Zum zweifelsfreien Nachweis einer Resonanz wäre der Beweis des resonanzartigen Verlaufs der Streuphase in einer Partialwellenanalyse [87] notwendig; dieser Beweis kann jedoch wegen der geringen Anzahl von Ereignissen hier nicht erbracht werden.

Um dennoch eine qualitative Auswertung des beobachteten Spektrums zu ermöglichen, wurde eine Maximum-Likelihood-Anpassungsrechnung an die gemessene differentielle Massenverteilung zwischen $1100 \text{ MeV}/c^2$ und $2600 \text{ MeV}/c^2$, ohne sie vorher in ein Histogramm zu verwandeln, mit folgender Funktion durchgeführt:

$$\frac{dN}{dW_{\gamma\gamma}} = L_{\text{stat}} \left[\frac{dL_{\gamma\gamma}}{dW_{\gamma\gamma}} \sigma(W_{\gamma\gamma}) \epsilon(W_{\gamma\gamma}) + \frac{dN}{dW_{\gamma\gamma}} \right]_{\text{Untergrund}} \quad (5.7)$$

Zur Beschreibung des Wirkungsquerschnitts wurde angenommen, daß er sich aus nur einer Resonanz und einem Untergrundanteil zusammensetzt. Für $\sigma(W_{\gamma\gamma})$ wurde eine relativistische Breit-Wigner-Funktion angesetzt

$$\sigma(W_{\gamma\gamma}) = 8\pi(2J+1) \left(\frac{m_r}{W_{\gamma\gamma}} \right)^2 \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(W_{\gamma\gamma})\Gamma_{\text{tot}}(W_{\gamma\gamma})BR}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_R^2)^2 + (m_R\Gamma_{\text{tot}}(W_{\gamma\gamma}))^2}, \quad (5.8)$$

in die masseabhängige Breiten [17,53] eingeführt wurden, und die mit der experimentellen Massenaufösung gefaltet wurde. BR ist das Verzweungsverhältnis nach $\eta\pi\pi$, wobei

ein Faktor 3 (für Isospin 0) verwendet wurde, um vom beobachteten Zustand $\eta\pi^0\pi^0$ auf $\eta\pi\pi$ schließen zu können. $dN/W_{\gamma\gamma}|_{\text{Untergrund}}$ ist eine Funktion zur Beschreibung des Untergrunds. Sie wurde als quadratische Funktion so angesetzt, daß sie die Mehrzahl der Einträge zwischen $1100 \text{ MeV}/c^2$ und $1600 \text{ MeV}/c^2$ erklärt und oberhalb von $2600 \text{ MeV}/c^2$ verschwindet. In der Anpassungsrechnung wurden $\Gamma_{\gamma\gamma}, \Gamma_{\text{tot}}, m_R$ und die Amplitude der Untergrundfunktion als freie Parameter variiert. Das Ergebnis der Anpassungsrechnung ist in Abbildung 5.12 dargestellt.

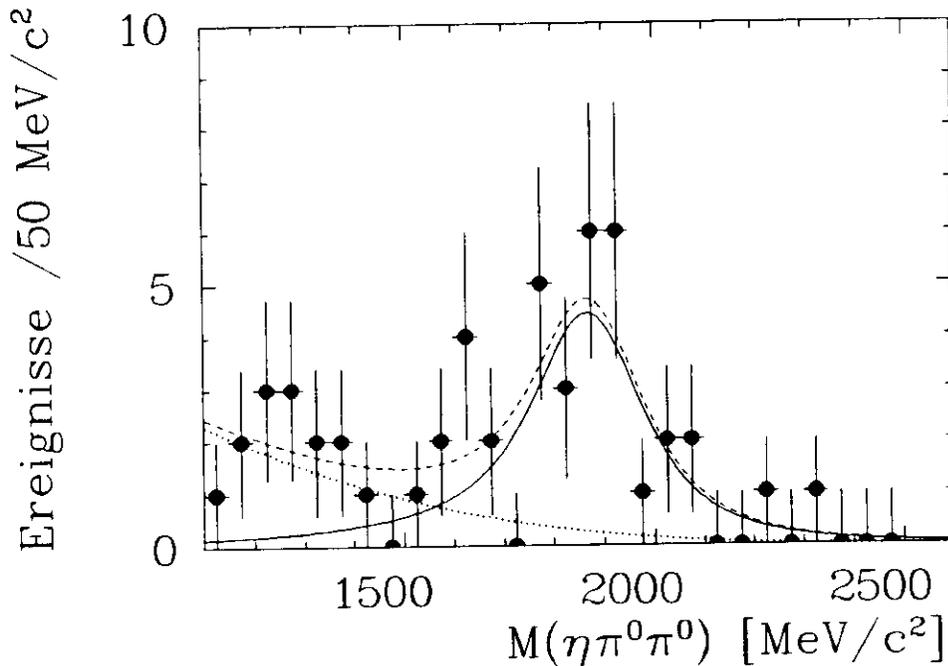


Abbildung 5.12: Invariantes $\eta\pi^0\pi^0$ -Massenspektrum zwischen $1100 \text{ MeV}/c^2$ und $2600 \text{ MeV}/c^2$. Punkte mit Fehlerbalken stellen das Datenspektrum dar, die durchgezogene Linie ist die Breit-Wigner-Kurve, die gepunktete Linie ist der Untergrundbeitrag und die gestrichelte Linie ist das Ergebnis der Anpassungsrechnung.

Da die Akzeptanz $\epsilon(W_{\gamma\gamma})$ stark von J^P und den auftretenden Isobaren abhängt, wurden Anpassungen für drei verschiedene Modelle durchgeführt, deren Ergebnisse in Tabelle 5.4 aufgeführt sind. Ebenso wurde überprüft wie gut sich das Spektrum ohne einen Resonanzanteil beschreiben läßt. Die Anpassungen mit Resonanz sind deutlich besser, die Differenz $2\Delta(\ln L) = 33.3$ bevorzugt die Resonanzhypothese mit über fünf Standardabweichungen. Im Signalebereich von $1500 \text{ MeV}/c^2$ bis $2200 \text{ MeV}/c^2$ werden etwa sechs der 34 Ereignisse durch den Untergrundanteil erklärt. Eine Extrapolation der Untergrundfunktion zu kleineren Massen hin ordnet etwa acht Ereignisse im Bereich des η' dem Untergrund zu, was in guter Übereinstimmung mit der p_t^2 - und $\chi^2(\eta\pi^0\pi^0)$ -Verteilung ist. Falls bei der Anpassung kein Untergrundbeitrag angesetzt wird, sind deutlich größere Werte für $\Gamma_{\gamma\gamma BR}$

Tabelle 5.4: Ergebnisse der Anpassungsrechnung an das Massenspektrum. J^P und "Isobar" kennzeichnen die verwendete Akzeptanz. Es wurden drei unterschiedliche Resonanzmodelle getestet. In den letzten drei Zeilen sind die Ergebnisse für Anpassungen ohne Resonanz angegeben, bei denen alleine eine quadratische, kubische oder konstante Untergrundfunktion konstanter Untergrund angenommen wurden. Die angegebenen Fehler sind statistisch.

J^P	Isobar	$\Gamma_{\gamma\gamma}BR$ [keV]	Γ_{tot} [MeV]	m_R [MeV/ c^2]	Untergrund Ereignisse	$-2 \ln L$
0^-	Phasenraum	3.5 ± 0.8	222 ± 85	1874 ± 33	21 ± 4	711.28
2^-	$a_2\pi$	0.91 ± 0.14	232 ± 55	1873 ± 22	21 ± 5	711.33
2^-	$a_0\pi$	1.10 ± 0.17	229 ± 56	1883 ± 33	20 ± 4	711.27
	quadrat. Untergrund	—	—	—	51 ± 7	744.64
	kubischer Untergrund	—	—	—	50 ± 7	762.90
	konst. Untergrund	—	—	—	49 ± 7	744.88

und Γ_{tot} die Folge.

Aus Tabelle 5.4 und weiteren Anpassungen, bei denen die Grenzen des untersuchten Intervalls und die Parametrisierung des Untergrunds variiert wurden, ergeben sich nun, unter den Annahmen, daß die Spin-Parität 2^- ist und der Zerfall über $a_2\pi$ erfolgt, folgende Parameter für die Resonanz $X(1900)$:

$$\begin{aligned}
 M(X) &= (1876 \pm 35 \pm 45) \text{ MeV}/c^2 \\
 \Gamma_{tot}(X) &= (228 \pm 90 \pm 34) \text{ MeV} \\
 \Gamma_{\gamma\gamma}(X) \cdot BR(\eta\pi\pi) &= (0.9 \pm 0.2 \pm 0.3) \text{ keV}
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Der systematische Fehler von 36% an $\Gamma_{\gamma\gamma}BR$ ergibt sich aus folgenden Beiträgen, die quadratisch addiert wurden:

- 30% Variation von $\Gamma_{\gamma\gamma}BR$ bei Verwendung der unterschiedlichen Akzeptanzen. Dieser große Fehler spiegelt die Unkenntnis von J^P und des Zerfallsmechanismus wider.
- Die Verwendung von verschiedenen Untergrundparametrisierungen führt zu einer Variation von $\Gamma_{\gamma\gamma}BR$ von $\pm 12\%$.
- Der Fehler von 5% an der Akzeptanz beinhaltet den statistischen Fehler der Simulation und systematische Unsicherheiten der Simulation.
- Die systematische Unsicherheit der integrierten Luminosität trägt 3% bei.

Der systematische Fehler an Γ_{tot} (15%) setzt sich zusammen aus einem Beitrag von 11% für die Untergrundsubtraktion, 9% für die Modellabhängigkeit und 5% für die systematische

Unsicherheit der Akzeptanz. Der relativ kleine Fehler von 2.7% an der Resonanzmasse wird dominiert durch die 2% Unsicherheit der absoluten Energiekalibration.

Untersuchung möglicher Untergrund-Prozesse

Zur Abschätzung des Untergrunds aus der Strahl-Restgas-Wechselwirkung wurden Daten, bei denen nur ein Strahl in DORIS-II gespeichert wurde oder bei denen die beiden Strahlen nicht zur Kollision gebracht wurden, genauso wie die Daten mit kollidierendem Strahl analysiert. Die hierfür untersuchte Datenmenge entspricht einem Luminositäts-Äquivalent von $(6 \pm 0.6) \text{ pb}^{-1}$ [66]. Nachdem diese Daten die komplette Selektionsprozedur durchlaufen hatten, blieb kein einziges Ereignis übrig. Diese Nichtbeobachtung entspricht in der Poisson-Statistik einer Obergrenze von 2.3 Ereignissen bei 90% Vertrauensintervall oder aber höchstens 98 Ereignissen, wenn auf die gesamte Luminosität skaliert wird. Über die Massenverteilung dieser "nicht-beobachteten Ereignisse" kann hier natürlich keine Aussage gemacht werden; bei der Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^c\pi^c$ [64] wurde jedoch gezeigt, daß Ereignisse aus Strahl-Restgas-Reaktionen nur bei kleinen invariante n Massen auftreten. Deshalb ist es nicht wahrscheinlich, daß viele Ereignisse aus dieser Reaktion beobachtet wurden.

Eine mögliche Kontamination des Spektrums durch die inklusive Produktion von $\eta\pi^0\pi^0$ -Zuständen konnte nicht abgeschätzt werden, da hierfür keine Reaktion bekannt ist. Bei der inklusiven Produktion von 6γ -Zuständen können jedoch zwei mögliche Reaktionen benannt werden:

1. Die $\gamma\gamma$ -Formation des $a_2(1320)$:

$$\begin{aligned} \gamma\gamma &\rightarrow a_2(1320) \rightarrow \eta\pi^c \\ &\eta \rightarrow 3\pi^c, \end{aligned}$$

wobei jeweils ein Photon von zwei unterschiedlichen π^c nicht nachgewiesen wird.

2. Die $\gamma\gamma$ -Formation des $X(1900)$:

$$\begin{aligned} \gamma\gamma &\rightarrow X(1900) \rightarrow \eta\pi^0\pi^0 \\ &\eta \rightarrow 3\pi^0, \end{aligned}$$

wobei vier von zehn Photonen nicht nachgewiesen werden.

Für beide Reaktionen wurden Monte Carlo-Simulationen durchgeführt. Bei der Simulation der a_2 -Formation wurden die Parameter aus [1] verwendet. Es werden (2.5 ± 0.3) Ereignisse als Beitrag zum beobachteten Massenspektrum erwartet, die im Bereich zwischen $1100 \text{ MeV}/c^2$ und $1500 \text{ MeV}/c^2$ liegen. Dieser Beitrag kann noch etwas größer sein,

da "unter" dem $a_2(1320)$ auch noch ein $\eta\pi^0$ -Kontinuum oder eine breite skalare Resonanz vermutet wird [88,89].

Um den Einfluß der zweiten Reaktion zu bestimmen wurden bei der Simulation die weiter oben gefundenen Parameter eingesetzt. Wegen der Unsicherheit an $\Gamma_{\gamma\gamma}BR(\eta\pi\pi)$ hat die damit gewonnene Abschätzung jedoch einen relativ großen Fehler: Es werden etwa (3 ± 1.5) Ereignisse im Bereich zwischen $1100 \text{ MeV}/c^2$ und $1800 \text{ MeV}/c^2$ erwartet.

Der Untergrund aus fehlidentifizierten $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2(1670) \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ Ereignissen ist vernachlässigbar, da sie sehr effektiv unterdrückt werden können. Die Simulation dieser Reaktion mit den von der Crystal Ball-Gruppe gemessenen Parametern [77] ergab einen Beitrag von maximal 0.7 Ereignissen. Zusammenfassend bleibt zu vermerken, daß der aus der p_i^2 -Verteilung bestimmte Untergrundbeitrag zum Massenspektrum nicht allein durch Kontaminationen erklärt werden kann, die von bekannten Reaktionen herrühren.

Vergleich mit anderen $\gamma\gamma$ -Experimenten

Bei der früheren Crystal Ball-Analyse der hier untersuchten Reaktion wurden obere Grenzen für $\Gamma_{\gamma\gamma}BR(\eta\pi\pi)$ von nicht beobachteten Resonanzen oberhalb des η' bestimmt. Als Folge der abnehmenden Akzeptanz verschlechtern sich die Grenzen mit anwachsender Masse. Darüber hinaus zeigen allerdings im Bereich zwischen $1700 \text{ MeV}/c^2$ und $2100 \text{ MeV}/c^2$ die entsprechenden Kurven einen interessanten Verlauf: Ein signifikanter Anstieg und darauffolgender Abfall sind deutlich erkennbar! Die obere Grenze für eine 200 MeV breite 0^- -Resonanz hat ihren Maximalwert $\Gamma_{\gamma\gamma}BR(\eta\pi\pi) \cdot 7 \text{ keV}$ bei etwa $1900 \text{ MeV}/c^2$. Dieser Grenzwert liegt oberhalb des nun ermittelten Signals.

In einer Analyse der CELLO-Kollaboration [90] wurde die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ mit einer Datenmenge von 86 pb^{-1} bei einer Strahlenergie von 17.5 GeV untersucht. Hierbei wurden die η -Mesonen sowohl aus $\gamma\gamma$ als auch aus $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Zerfällen rekonstruiert. Im $M_{\pi^+\pi^-}$ und im $M_{\pi^+\pi^-\pi^0}$ Spektrum sind deutliche η -Signale zu erkennen. Etwa $25 \pi^+\pi^-\pi^0$ - und $15 2\pi^+2\pi^-\pi^0$ -Ereignisse wurden gefunden, alle im Bereich von $1600 \text{ MeV}/c^2$ bis $2600 \text{ MeV}/c^2$.

Der topologische Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$, d.h. das gefundene Spektrum wurde mit der Akzeptanz für einen Phasenraumzerfall korrigiert, zeigt in Abbildung 5.13 eine resonanzartige Struktur bei etwa $1900 \text{ MeV}/c^2$. Die Anpassung einer einzelnen Resonanz lieferte die folgenden, vorläufigen Ergebnisse:

$$\begin{aligned} M(X) &= (1850 \pm 50) \text{ MeV}/c^2 \\ \Gamma_{tot}(X) &= (380 \pm 50) \text{ MeV} \\ (2J+1) \cdot \Gamma_{\gamma\gamma}(X) \cdot BR(\eta\pi\pi) &= (15 \pm 5) \text{ keV} \end{aligned} \quad (5.10)$$

Die Akzeptanz der CELLO-Analyse steigt im Bereich des Signals deutlich an, was aus den

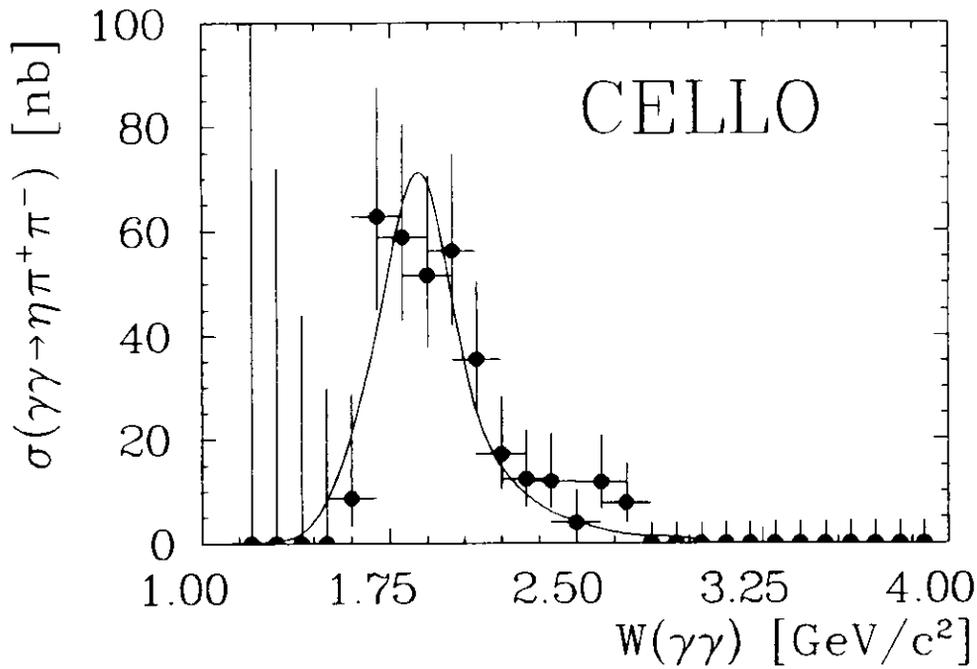


Abbildung 5.13: Topologischer Wirkungsquerschnitt für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ (CELLO), aus [90]. Punkte mit Fehlerbalken sind die Daten, die durchgezogene Linie ist das Ergebnis einer Resonanz-Anpassung.

großen Fehlern an den Meßwerten zu erkennen ist. Deshalb war es nicht möglich, in der Anpassung einen Untergrundbeitrag zu berücksichtigen. Die Untersuchung der möglichen Spin-Paritäten und Isobaren konnte, wie in der hier vorgestellten Analyse, keine eindeutige Zuordnung liefern. Es wird Evidenz für die $a_2(1320)$, $f_2(1270)$, $f_0(1400)$ und $a_0(980)$ Isobaren berichtet. Die beste Beschreibung der Daten liefert das $0^-(f_0(1400)\eta)$ -Modell, gefolgt von $2^-(a_2(1320)\pi)$, falls das Spektrum aus einer einzelnen Resonanz besteht. Spaltet man das Spektrum bei $1850 \text{ MeV}/c^2$ in zwei Bereiche auf, so wird $2^-(a_2(1320)\pi)$ im unteren Massenbereich und $0^-(f_0(1400)\eta)$ im oberen Massenbereich bevorzugt.

Der von CELLO bestimmte Massenwert ist mit dem in dieser Analyse gefundenen gut verträglich, jedoch zeigen sich größere Unstimmigkeiten beim Vergleich der totalen Breiten. $(380 \pm 50) \text{ MeV}$ gegenüber $(228 \pm 96) \text{ MeV}$, und den Werten für $(2J+1)\Gamma_{\gamma\gamma}BR = (15 \pm 5) \text{ keV}$ bei CELLO und $(3.5 \pm 1.4) \text{ keV}$ bei Crystal Ball. Die größeren Werte bei CELLO können zum Teil durch die Vernachlässigung des Untergrundbeitrages verursacht sein.

Aus (5.8) ist zu sehen, daß der maximale Wirkungsquerschnitt bei der nominalen Masse der Resonanz proportional zum Quotienten von Partialbreite und totaler Breite ist:

$$\sigma(m_R) \propto \frac{(2J+1)\Gamma_{\gamma\gamma}BR}{m_R\Gamma_{tot}}$$

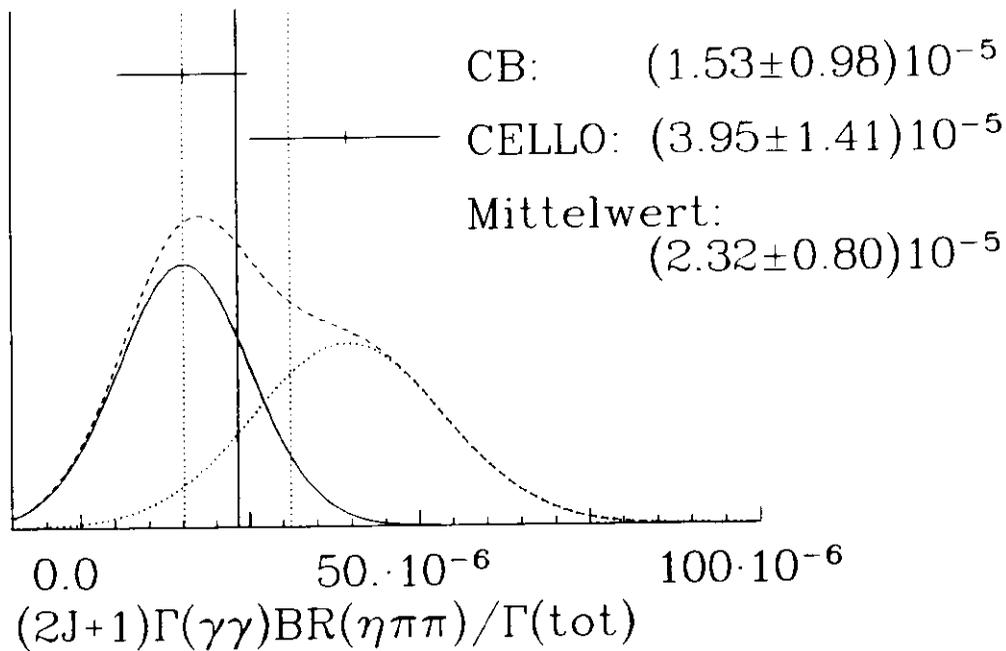


Abbildung 5.14: Ideogramm zum Vergleich der Ergebnisse aus den CELLO- und Crystal Ball-Analysen. Die Kreuze sind die gemessenen Werte und Fehler für den Quotienten $(2J + 1)\Gamma_{\gamma\gamma}BR(\eta\pi\pi)/\Gamma_{\text{tot}}$. Die vertikalen Linien markieren den Mittelwert und seine $\pm 1\sigma$ -Bereiche. Die durchgezogene Kurve ist eine normierte Gauß-Funktion für das Crystal Ball-Ergebnis, die gepunktete für das CELLO-Resultat und die gestrichelte Kurve ist deren Summe.

Es ist leicht ersichtlich, daß bei gegebenem Wirkungsquerschnitt eine größere totale Breite als Ergebnis einer Anpassung auch einen größeren Wert für die Partialbreite zur Folge hat. Es ist zu erwarten, daß sich systematische Effekte aus den unterschiedlichen Anpassungen bei Bildung des Quotienten zumindest teilweise aufheben. Deshalb werden nun die Werte für den Quotienten, mit Hilfe des Ideogramms in Abbildung 5.14, verglichen. Die einzelnen Messwerte werden nach dem Rezept von [1] als normierte Gauß-Funktion mit Mittelwert x_i , Breite δx_i und Gewicht $1/\delta x_i$ dargestellt und aufsummiert. Als Breite wurde der kombinierte statistische und systematische Fehler an jedem Meßwert verwendet. Beide Messungen überlappen innerhalb vom maximal 1.5 Standardabweichungen mit dem Mittelwert, was den Schluß erlaubt, daß beide Experimente den gleichen Wirkungsquerschnitt $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi\pi$ beobachteten.

An dieser Stelle sei bemerkt, daß bei der Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\omega(783) \rightarrow 2\pi^+2\pi^-\pi^0$, die vom ARGUS-Experiment am DORIS-II-Speicherring [91] und vom JADE-Experiment am PETRA-Speicherring [92] durchgeführt wurden, deutliche Anzeichen für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$ gefunden wurden. Neben dem dominanten ω Signal in der

$\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse wurde auch ein η -Signal beobachtet. Die Selektion von $\eta\pi^+\pi^-$ -Ereignissen aus diesen Fünf-Pion-Datensätzen wurde von den beiden Experimenten bisher noch nicht vorgestellt.

Vergleich mit Ergebnissen aus anderen Produktions-Reaktionen

In der Reaktion $J/\psi \rightarrow \gamma\eta\pi\pi$ wurde vom Crystal Ball-Experiment am SPEAR-Speicherring [93] eine große Überhöhung von Ereignissen bei invarianten $\eta\pi^0\pi^0$ - und $\eta\pi^+\pi^-$ -Massen zwischen $1600 \text{ MeV}/c^2$ und $2000 \text{ MeV}/c^2$ gefunden. Die Verteilung dieser Ereignisse steht in deutlichem Widerspruch zur Erwartung nach dem Phasenraummodell, eine oder mehrere Resonanzen sind notwendig um das Spektrum zu erklären. Die Anpassung einer einzelnen Resonanz liefert die Masse $m_R = (1770 \pm 45) \text{ MeV}/c^2$ und totale Breite $\Gamma_{tot} = (520 \pm 110) \text{ MeV}$. Das Produkt-Verzweigungsverhältnis wurde zu $BR(J/\psi \rightarrow \gamma X(1770))BR(X(1770) \rightarrow \eta\pi\pi) = (6.5 \pm 0.3 \pm 0.8)10^{-3}$ bestimmt. Leider wurde diese Analyse nicht weiterverfolgt; es kann keine Aussage über J^P oder mögliche Isobaren gemacht werden.

Auch das MARK-III-Experiment am SPEAR hat die Produktion von $\eta\pi\pi$ in radiativen J/ψ -Zerfällen untersucht [94]. In jener Analyse wurde ebenfalls eine deutliche Überhöhung im hier interessierenden Massenbereich vorgefunden, aber es wurde noch keine weitere Untersuchung durchgeführt. Es wäre sehr interessant die bei niedrigeren Massen schon sehr aufschlußreichen Partialwellenanalysen in diesem Massenbereich anzuwenden [95,96].

Die Untersuchung der Reaktion $K^-p \rightarrow \Lambda\eta\pi^+\pi^-$, von der LASS-Spektrometergruppe [97] bei einem Kaon-Impuls von $11 \text{ GeV}/c$ durchgeführt, zeigt als einzige deutliche Resonanz das η' . Zwischen $1600 \text{ MeV}/c^2$ und $2200 \text{ MeV}/c^2$ wurden keine Anzeichen für weitere Strukturen beobachtet.

Diskussion der Ergebnisse für das $X(1900)$

Die hier vorgestellte Untersuchung des $\eta\pi^0\pi^0$ -Massenspektrums oberhalb des η' ist in qualitativer Übereinstimmung mit den Ergebnissen des CELLO-Experiments. Es wurde gezeigt, daß $J^P = 2^-$ eine gute Beschreibung der Daten liefert. Die invariante Massenverteilung der $\eta\pi^0$ -Subsysteme und die beim Zerfall auftretenden Winkelverteilungen werden durch die Zwischenzustände $a_2(1320)\pi^-$, $a_0(980)\pi^-$ und $f_0(1400)\eta^-$ besser beschrieben als durch einen Drei-Teilchen-Phasenraum-Zerfall.

Die Gesamtheit dieser Beobachtungen ist gut verträglich mit den Eigenschaften, die für das im Quark-Modell geforderte, aber bisher unbekanntes η_2 -Meson [36,38] erwartet werden.

Für der Zerfallskanal $X \rightarrow a_2\pi$ ist ein Signal im Vier-Pion-Endzustand zu erwarten, da das a_2 dominant nach $\rho\pi$ zerfällt ($BR = (70.1 \pm 2.7)\%$). Dieser Endzustand wird durch die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \rho^+\rho^0$ beherrscht [89,98], für die ein großer Wirkungsquerschnitt bei positiver Parität gemessen wurde. Erste Anzeichen für ein resonantes Signal mit negativer Parität in diesem Kanal wurden von der CELLO-Kollaboration vorgestellt [99].

Unter der Annahme, daß nur eine Resonanz $X(1900)$ beobachtet wurde, wird nun versucht, ihre Zwei-Photon-Partialbreite zu bestimmen. Falls die Zwischenzustände $a_2\pi$ und $a_0\pi$ den Kanal $\eta\pi\pi$ sättigen, kann aus den gemessenen Anteilen von $a_2\pi$ und $a_0\pi$ und den Verzweigungsverhältnissen $BR(a_2 \rightarrow \eta\pi) = (14.5 \pm 1.2)\%$ und $BR(a_0 \rightarrow \eta\pi) \approx (70 \pm 10)\%$ das Verzweigungsverhältnis $BR(X(1900) \rightarrow \eta\pi\pi) \leq 19\%$ abgeschätzt werden. Das Gleichheitszeichen gilt, falls $a_2\pi$ und $a_0\pi$ die einzigen Zerfallsmodi des $X(1900)$ sind. Mit dieser Zahl kann aus (5.9) eine untere Grenze für die Zwei-Photon-Partialbreite berechnet werden

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(X(1900)) \geq 4.7 \text{ keV}. \quad (5.11)$$

Falls die neutralen Mitglieder des 2^{-+} -Nonetts ideal gemischt sind, wird für das isoskalare Meson, das aus u - und d -Quarks besteht, d.h. dem η_2 , eine Zwei-Photon-Partialbreite von $\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta_2) = 25/9\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi_2) \approx 4 \text{ keV}$ erwartet, die mit dem hier bestimmten Wert verträglich ist.

Die Möglichkeit der Anregung eines $q\bar{q}g$ -Hybridmesons kann nicht ausgeschlossen werden, jedoch ist für Hybride keine große $\gamma\gamma$ -Partialbreite zu erwarten [100].

5.3 Suche nach Sechs-Photon-Endzuständen aus anderen Reaktionen

Exklusive Sechs-Photon-Endzustände können nicht nur durch die Produktion von $\pi^0\pi^0\pi^0$ - und $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignissen erzeugt werden. Weitere Möglichkeiten sind die Produktion von $X = \eta\eta\pi^0, \eta\eta\eta, \eta'\pi^0\pi^0, \eta'\eta\eta$ usw. Es ist zu beachten, daß diese Ereignisse eine höhere kinematische Schwelle haben als die zuvor genannten und deshalb wegen des abfallenden Zwei-Photon-Flusses weniger häufig produziert würden. Außerdem sind alle diese Ereignisse im Sechs-Photon-Endzustand wegen der Verzweigungsverhältnisse $BR(\eta \rightarrow \gamma\gamma) = (38.9 \pm 0.5)\%$ und $BR(\eta' \rightarrow \gamma\gamma) = (2.16 \pm 0.17)\%$ gegenüber den ersten beiden Reaktionen unterdrückt. In Kapitel 4 wurde schon gezeigt, daß die beobachtete Anzahl von Sechs-Photon-Ereignissen (ohne Ereignisdefinition) recht gut aus der Summe von $\pi^0\pi^0\pi^0$ - und $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignissen und einem nicht-exklusiven Untergrund (entsprechend der p_i^2 -Verteilung) erklärt werden kann.

In Abbildung 5.8b) und c) sind einige wenige Einträge bei $\gamma\gamma$ -Massen von etwa $950 \text{ MeV}/c^2$ zu sehen. Diese könnten ein Hinweis auf $\eta'\pi^0\pi^0$ -Ereignisse sein. Um nach Er-

eignissen zu suchen, die nicht aus den Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0, \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$, sondern aus anderen Zwischenzuständen $X \rightarrow 6\gamma$ stammen, wurden $\chi^2(X)$ -Funktionen wie in den Gleichungen (4.3) und (4.4) definiert. Zur Auswahl der Ereignisse vom Typ X wurde verlangt, daß mindestens eine Konfiguration im Ereignis die Hypothese X erfüllt ($\chi_{min}^2(X) < 9$), und daß keine der Konfigurationen mit der $\pi^+\pi^-\pi^0$ - oder der $\eta\pi^+\pi^-$ -Hypothese verträglich ist ($\chi_{min}^2(\pi^+\pi^-\pi^0, \eta\pi^+\pi^-) > 9$). Es wurden alle möglichen Drei-Meson-Kombinationen $X = (M_1, M_2, M_3)$, $M_i = \pi^0, \eta, \eta'$ untersucht, jedoch ohne auch nur ein eindeutiges Ereignis zu finden. In den verschiedenen $\chi_{min}^2(X)$ -Verteilungen konnten keine klaren Überhöhungen bei kleinen Werten nachgewiesen werden.

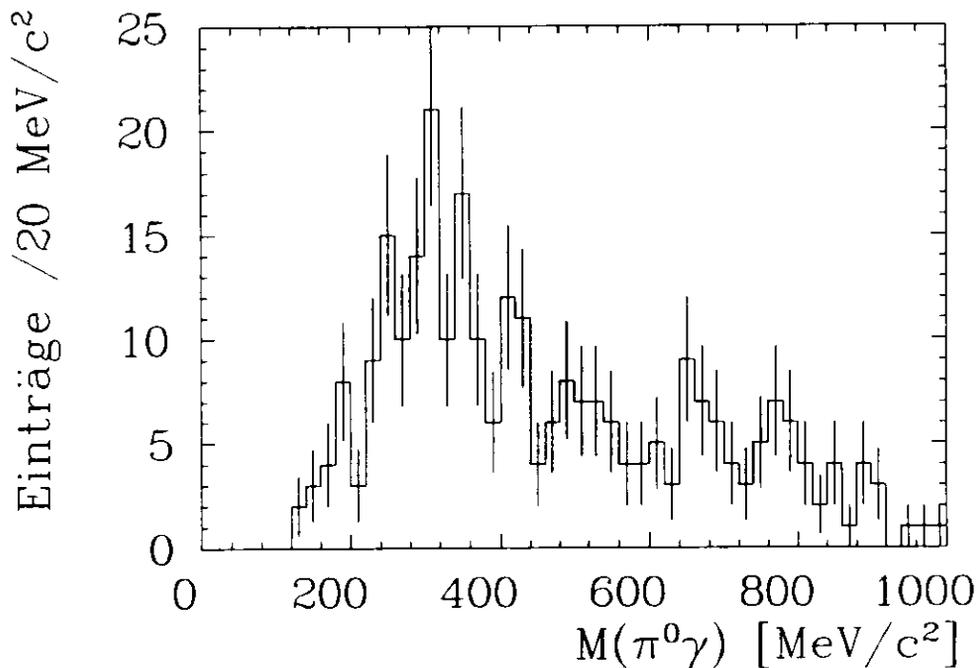


Abbildung 5.15: $M_{\pi^0\gamma}$ -Verteilung für Ereignisse mit $W_{\gamma\gamma} > 1100 \text{ MeV}/c^2$. Es wurde verlangt, daß jedes Ereignis zwei π^0 enthält und kein $\pi^0\pi^0\pi^0$ - oder $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignis ist. Bis zu 20 Einträge pro Ereignis sind möglich.

Eine weitere Quelle für Sechs-Photon-Ereignisse ist die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \omega\omega$, die vom ARGUS-Experiment am DORIS-II-Speicherring erstmals beobachtet wurde [101]. Die einzige Nachweismöglichkeit für das $\omega(783)$ -Meson im Crystal Ball-Detektor ist sein Zerfall nach $\pi^0\gamma$ mit dem Verzweigungsverhältnis $BR(\omega \rightarrow \pi^0\gamma) = (8.5 \pm 0.5)\%$. Das ω -Meson erscheint als eine Resonanz in der $\pi^0\gamma$ -Masse. Aus dem in [101] veröffentlichten Wirkungsquerschnitt wurde die Anzahl der erzeugten Ereignisse vom Typ $\gamma\gamma \rightarrow \omega\omega \rightarrow 6\gamma$ auf (15 ± 5) abgeschätzt. Unter der Annahme, daß die Akzeptanz für den Nachweis dieser Reaktion sich nicht zu sehr von der Akzeptanz für $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0$ unterscheidet ($\epsilon \approx 1 - 3\%$) kann gezeigt werden, daß weniger als ein rekonstruiertes Ereignis zu erwarten ist.

Um zu prüfen, ob diese Reaktion dennoch nachgewiesen werden kann, wurden alle Ereignisse mit Massen oberhalb der des η' untersucht. Für die Ereignisse, die zwei π^0 enthielt und keine $\pi^0\pi^0\pi^0$ - oder $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse waren, wurde die Massenverteilung aller möglichen (bis zu 20) $\pi^0\gamma$ Kombinationen produziert, siehe Abbildung 5.15. Es gibt keine deutliche Anhäufung bei der Masse des $\omega(783)$, d.h. die Produktion von ω -Mesonen konnte wie erwartet nicht nachgewiesen werden.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde die Produktion von Sechs-Photon-Endzuständen in $\gamma\gamma$ -Reaktionen, speziell $\gamma\gamma \rightarrow \eta\pi^0\pi^0 \rightarrow 6\gamma$, untersucht. Die dominante Struktur im beobachteten Massenspektrum ist das η' , es wurden aber auch Ereignisse bei höheren Massen gefunden.

- Aus der Anzahl der gefundenen $\eta\pi^0\pi^0$ -Ereignisse wurde

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta')BR(\eta' \rightarrow 6\gamma) = (0.353 \pm 0.022 \pm 0.033) \text{ keV}$$

bzw. die radiative Breite des η' Mesons zu

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\eta') = (4.53 \pm 0.28 \pm 0.51) \text{ keV}$$

bestimmt. Dieser Wert stimmt innerhalb der Fehler recht gut mit dem Weltmittelwert überein.

- Im Massenbereich oberhalb des η' bis etwa $1500 \text{ MeV}/c^2$ wurde keine Evidenz für die Anregung weiterer Resonanzen gefunden.
- Zwischen $1600 \text{ MeV}/c^2$ und $2200 \text{ MeV}/c^2$ wurden Ereignisse gefunden, die eindeutig aus $\gamma\gamma$ -Kollisionen stammen.
- Diese Ereignisse sind ein Hinweis auf mindestens eine, bisher unbekannte Resonanz $X(1900)$. Zwischen den Spin-Parität-Zuordnungen $J^P = 0^-$ und 2^- kann nicht klar unterschieden werden, jedoch ist 2^+ wenig wahrscheinlich.
- Es wurden Hinweise dafür gefunden, daß der Zerfall über $a_2(1320)\pi^-$, $a_0(980)\pi^-$ und $f_0(1400)\eta$ -Zwischenzustände erfolgt.

- Unter der Annahme, daß nur eine isoskalare Resonanz mit $J^P = 2^-$ existiert, die dominant über $a_2\pi$ zerfällt, wurden die Resonanzparameter

$$\begin{aligned} M(X) &= (1876 \pm 35 \pm 45) \text{ MeV}/c^2 \\ \Gamma_{tot}(X) &= (228 \pm 90 \pm 34) \text{ MeV} \\ \Gamma_{\gamma\gamma}(X) \cdot BR(\eta\pi\pi) &= (0.9 \pm 0.2 \pm 0.3) \text{ keV} \end{aligned}$$

ermittelt. Die radiative Breite ist kleiner als früher bestimmte obere Grenzen.

- Die hier bestimmten Parameter und Zerfallseigenschaften des $X(1900)$ sind verträglich mit denen, die für das bisher noch nicht entdeckte η_2^- -Meson, dem isoskalaren Partner des $\pi_2(1670)$, erwartet werden.
- Das gesamte exklusive Sechs-Photon-Massenspektrum kann durch die Zwischenzustände $\pi^0\pi^0\pi^0$ und $\eta\pi^0\pi^0$ erklärt werden.
- Die Suche nach anderen Zwischenzuständen in der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow 6\gamma$, wie z.B. $\eta'\pi^0\pi^0$, $\eta\eta\pi^0$ oder auch $\omega\omega$, verlief ohne positives Ergebnis.

Anhang A

Berechnung der Isobaren-Modell-Amplituden

Die in Gleichung (4.13) eingeführten Amplituden für die verschiedenen Modelle werden hier berechnet. Sie beschreiben die Erzeugung einer Resonanz durch zwei quasi-reelle Photonen und ihren Drei-Körper-Zerfall, der über Zwischenresonanzen (Isobaren) stattfindet. In Gleichung (2.42) wurden die prinzipiell möglichen Isobaren-Zerfälle für unterschiedliche J^P -Zuordnungen hergeleitet.

Für die Berechnung der Amplituden werden folgende Definitionen wiederholt:

1. Die Erzeugung der Resonanz und ihre Propagation werden durch die Amplitude A beschrieben, wobei gilt:

$$|A|^2 = 8\pi(2J + 1) \left(\frac{m_r}{W_{\gamma\gamma}} \right)^2 \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}(W_{\gamma\gamma})\Gamma_{tot}(W_{\gamma\gamma})}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_R^2)^2 + (m_r\Gamma_{tot}(W_{\gamma\gamma}))^2}.$$

2. Die $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit der Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ ist für die unterschiedlichen Zustände (J^P, λ) in Tabelle 2.5 aufgeführt.
3. Die $W_{\gamma\gamma}$ -Abhängigkeit der totalen Breite, mit den entsprechenden Dämpfungsfaktoren, wurde in Gleichung (2.31) definiert.

Die volle Amplitude $T_{Modell} = A \cdot D$ setzt sich aus der Amplitude A und der Zerfallsamplitude D zusammen. Für die Zerfallskette $R \rightarrow IF_3, I \rightarrow F_1F_2$ sind die Winkel $\Theta_I, \phi_I, \Theta_3, \phi_3$ im Ruhesystem von R und $\Theta_1, \phi_1, \Theta_2, \phi_2$ im Ruhesystem von F_1 und F_2 definiert. Y_L^M sind die Kugelflächenfunktionen. Bei den nun folgenden Ampiltuden D beschreibt die erste Y_L^M -Funktion den Zerfall $R \rightarrow IF_3$ und die zweite den Zerfall des Isobaren. m_{12} ist die invariante Masse des Systems (F_1, F_2) .

Für den Zerfall $0^- \rightarrow 0^+0^-$ gibt es nur eine Möglichkeit zur Kombination der Drehimpulse:

$$D = Y_0^0(\Theta_3, \Phi_3) \frac{\sqrt{\Gamma_{tot}(m_{12})}}{m_{12}^2 - m_J^2 + im_J \Gamma_{tot}(m_{12})} Y_0^0(\Theta_1, \Phi_1)$$

Für $0^- \rightarrow 2^+0^-$ gibt es fünf Möglichkeiten zur Kombination der Drehmomente:

$$D = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[Y_2^2(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^{-2}(\Theta_1, \Phi_1) - Y_2^1(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^{-1}(\Theta_1, \Phi_1) \right. \\ \left. + Y_2^0(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^0(\Theta_1, \Phi_1) - Y_2^{-1}(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^1(\Theta_1, \Phi_1) \right. \\ \left. + Y_2^{-2}(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^2(\Theta_1, \Phi_1) \right] \frac{\sqrt{\Gamma_{tot}(m_{12})}}{m_{12}^2 - m_J^2 + im_J \Gamma_{tot}(m_{12})}$$

Für $J^P = 2^+$ gibt es nur die Möglichkeit des Zerfalls $2^- \rightarrow 2^+0^-$, jedoch sind hier die beiden Gesamthelizitäten $\lambda = 0, 2$ zu unterscheiden.

a) $\lambda = 0$, hier gibt es zwei mögliche Kombinationen:

$$D = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[Y_1^{-1}(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^1(\Theta_1, \Phi_1) - Y_1^1(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^{-1}(\Theta_1, \Phi_1) \right] \frac{\sqrt{\Gamma_{tot}(m_{12})}}{m_{12}^2 - m_J^2 + im_J \Gamma_{tot}(m_{12})}$$

b) $\lambda = 2$ hat ebenfalls zwei Möglichkeiten:

$$D = \frac{1}{\sqrt{3}} \left[\sqrt{2} Y_1^0(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^2(\Theta_1, \Phi_1) - Y_1^2(\Theta_3, \Phi_3) Y_2^0(\Theta_1, \Phi_1) \right] \frac{\sqrt{\Gamma_{tot}(m_{12})}}{m_{12}^2 - m_J^2 + im_J \Gamma_{tot}(m_{12})}$$

Der Zerfall $2^- \rightarrow 0^+0^-$ hat nur eine mögliche Kombination der Drehimpulse,

$$D = Y_2^0(\Theta_3, \Phi_3) \frac{\sqrt{\Gamma_{tot}(m_{12})}}{m_{12}^2 - m_J^2 + im_J \Gamma_{tot}(m_{12})} Y_0^0(\Theta_1, \Phi_1)$$

wie auch $2^- \rightarrow 2^+0^-$:

$$D = Y_0^0(\Theta_3, \Phi_3) \frac{\sqrt{\Gamma_{tot}(m_{12})}}{m_{12}^2 - m_J^2 + im_J \Gamma_{tot}(m_{12})} Y_2^0(\Theta_1, \Phi_1).$$

Die oben berechneten Amplituden müssen noch "Bose-symmetrisiert", d.h. um analoge Terme ergänzt werden, die sich aus der Permutation identischer Bosonen (π^+) ergeben.

Anhang B

Methoden der Anpassungsrechnung

In dieser Analyse wurden verschiedene Anpassungsrechnungen durchgeführt. Sie dienen dazu, gemessene Verteilungen mit theoretischen oder phänomenologischen Modellen zu vergleichen und die Parameter der Modelle aus den Daten zu bestimmen. Die hier vorgestellten Methoden sind ausführlich in den Referenzen [67,102] beschrieben.

Die Likelihood-Funktion

Die Maximum-Likelihood-Methode ist die beste Methode zur Bestimmung der Werte von unbekanntem Parametern. Es ist hierbei nicht nötig, eine gemessene Verteilung in ein Histogramm mit fester Intervallbreite zu verwandeln; deshalb kann diese Methode recht gut bei Verteilungen mit geringer Dichte angewendet werden. Ein Satz von Meßwerten $\{x_i\}, i = 1 \dots n$ wird direkt mit der theoretisch erwarteten Wahrscheinlichkeitsdichte $y(x, \bar{\lambda})$ verglichen, die durch den Parametersatz $\bar{\lambda}$ beschrieben wird. $y(x_j, \bar{\lambda})$ ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Meßwert x_j aus der Verteilung y stammt. Die Likelihood L ist nun die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Gesamtheit der Meßwerte aus der Verteilung $y(\bar{\lambda})$ stammt:

$$L = \prod_{i=1}^n y(x_i, \bar{\lambda}).$$

Auf Grund von statistischen Fluktuationen, die der Poisson-Statistik folgen, wird die experimentelle Verteilung niemals genau der theoretischen Erwartung entsprechen, selbst wenn der wahre Parametersatz $\bar{\lambda}_{\text{wahr}}$ bekannt ist, jedoch ist in diesem Fall die Likelihood L maximal. Eine analytische Bestimmung des Maximalwerts als Funktion von $\bar{\lambda}$ ist nur in ganz wenigen Fällen möglich, deshalb wird das Maximum mit numerischen Methoden gesucht, bei denen die Parameter solange variiert werden, bis der optimale Satz gefunden wird. Die Maximierung von L wird meist durch die Minimierung von $-\ln(L)$ ersetzt, da

dies numerisch einfacher und stabiler ist,

$$-\ln(L) = \sum_{i=1}^n y(x_i, \vec{\lambda}).$$

Der Ort des Minimums von $-\ln(L_0)$ wird durch die optimalen Parameter $\vec{\lambda}^0 = \lambda_1^0 \dots \lambda_k^0$ beschrieben. Der statistische Fehler $\delta\lambda_i$ an jedem einzelnen Parameter kann ebenfalls aus der Likelihood-Funktion berechnet werden. Eine Methode benutzt hierzu die zweite Ableitung von $\ln(L)$ nach dem Parameter λ_i am Ort des Minimums:

$$(\delta\lambda_i)^2 = \left| \frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial \lambda_i^2} \right|^{-1}.$$

Man kann aber auch das Intervall in λ_i suchen, in dem $-\ln(L)$, ausgehend vom Minimalwert, um $1/2$ anwächst. Dieses Intervall beinhaltet mit 68% Wahrscheinlichkeit den wahren Wert des Parameters, ist aber im allgemeinsten Fall nicht symmetrisch um λ_i^0 .

Die Maximum-Likelihood-Methode kann auch zur Auswertung und Parameterbestimmung von Häufigkeitsverteilungen, also Histogrammen, verwendet werden. Hierzu wird die in einem Intervall gemessene Anzahl von Einträgen $N_i(x_i)$ mit dem theoretischen Wert $y(x_i)$ verglichen.

Die Maximum-Likelihood-Methode hat den Nachteil, daß sie keine Größe liefert, aus der die Güte der Anpassung absolut bestimmbar ist. Nur aus dem Vergleich der Maximalwerte, die bei der Anpassung verschiedener Hypothesen gewonnen werden, kann mit dem Likelihood-Ratio-Test auf die relative Güte einer Hypothese geschlossen werden. Alternativ kann nach Durchführung der Anpassung ein χ^2 -Test durchgeführt werden, um die Güte der Anpassung zu bestimmen.

Die Methode der kleinsten Quadrate

Die Methode der kleinsten Quadrate kann nur auf Häufigkeitsverteilungen angewendet werden, eine Einteilung der Meßwerte in diskrete Intervalle ist notwendig. Die Intervalle sind so zu wählen, daß genügend viele Einträge in ihnen liegen, um von einer Normalverteilung der Meßwerte ausgehen zu können (praktisch heißt dies $N(x_i) > 5$). Zur Bestimmung der Parameter wird die χ^2 -Funktion, die Summe der Quadrate der auf die experimentellen Fehler normierten Differenzen zwischen beobachteter Verteilung $N(x_i)$ und erwarteter Verteilung $y(\vec{\lambda})$, minimiert:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{N(x_i) - y_i}{\sigma_i} \right)^2.$$

Der Ort des Minimums von χ^2 wird wiederum durch den optimalen Parametersatz λ^0 beschrieben. Die Fehler an den Parametern können aus

$$(\delta\lambda_i)^2 = \frac{1}{2} \frac{|\partial^2 \chi^2|^{-1}}{|\partial \lambda_i^2|}$$

bestimmt werden. Aus dem Minimalwert von χ^2 kann man direkt die Güte der Anpassung erschließen. Im Falle von normalverteilten Fehlern σ_i an den Meßwerten sind die Maximum-Likelihood-Methode und die Methode der kleinsten Quadrate äquivalent.

Numerische Suche von Minima

Es existiert eine Vielzahl von Programmpaketen, mit der diese Minimierung durchgeführt werden kann. In dieser Analyse wurden drei unterschiedliche Programmpakete verwendet: MINUIT [103,104,105], VALLEY [106] und MLFITA [107].

In diesen Programmen wird das Minimum iterativ, durch Variation der freien Parameter, gesucht. Hierzu müssen Startwerte für die Parameter und (Anfangs-)Schrittweiten für die Suche angegeben und die zu minimierende Funktion definiert werden. Die Suche wird solange fortgesetzt, bis Konvergenz festgestellt wird, d.h. die Variation des Funktionswertes nach Durchführung eines weiteren Schrittes kleiner ist als ein zuvor festgelegter Minimalwert ϵ . Die Richtung des nächsten Schrittes und seine Schrittweite kann nach verschiedenen Kriterien berechnet werden. Bei der Gradienten-Methode erfolgt der nächste Schritt jeweils in Richtung des Gradienten der Funktion, d.h. in die Richtung, die, ausgehend vom Startpunkt, die größte Steigung hat. Sie führt zu sicherer, aber langsamer Konvergenz. Bei der Newton-Methode wird die Funktion nach der Schrittweite differenziert und die Richtung durch Gleichsetzung dieser Ableitung mit Null bestimmt. Die Konvergenz der Newton-Methode ist nur gesichert, falls gute Startwerte gewählt wurden. Im allgemeinen wird eine Kombination beider Methoden verwendet.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die mir bei der Entstehung und Fertigstellung dieser Arbeit geholfen haben. Diese Arbeit wurde nur durch die gemeinsame Anstrengung aller Mitglieder der Crystal Ball-Kollaboration möglich.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof.Dr. Johann K. Bienlein, der mich zu dieser Arbeit anregte und sie betreute. Dr. Bogdan Muryn, Dr. Helmut Marsiske und Dr. Detlef Sievers halfen mir bei der Einarbeitung in das Gebiet der Zwei-Photon-Physik und standen mir bei Problemen und Fragen hilfreich zur Seite. Dr. Wolfgang Koch, Dr. Kay Königsmann, Dr. Jörg Schütte, Dr. Walter Maschmann, Dipl.Phys. Reinhard Lekebusch und Dipl.Phys. Michael Kobel haben mir in vielen Diskussionen dabei geholfen, Einblick zu gewinnen in die Details des Experiments, aber auch in Bereiche der Physik jenseits der vorgestellten Analyse.

Dr. Michael Feindt und Dr. Jan Hendrik Peters von der CELLO-Kollaboration gewährten mir Einblick in ihre Analysen und halfen mir, in vielen Diskussionen einen tieferen Einblick in die Zwei-Photon-Physik zu gewinnen.

Ich danke dem DESY-Direktorium für die finanzielle Unterstützung, die es mir erlaubte, diese Arbeit durchzuführen, und den Besuch von Konferenzen und Schulen ermöglichte.

Die Crystal Ball Kollaboration

D. Antreasyan⁹, H.W. Bartels⁵, D. Besset¹¹, Ch. Bieler⁸, J.K. Bienlein⁵, A. Bizzeti⁷,
E.D. Bloom¹², I. Brock³, K. Brockmüller⁵, R. Cabenda¹¹, A. Cartacci⁷, M. Cavalli-Sforza²,
R. Clare¹², A. Compagnucci⁷, G. Conforto⁷, S. Cooper^{12,a}, R. Cowan¹¹, D. Coyne², A. Engler³,
K. Fairfield¹², G. Folger⁶, A. Fridman^{12,b}, J. Gaiser¹², D. Gelphman¹², G. Glaser⁶, G. Godfrey¹²,
K. Graaf⁸, F.H. Heimlich⁷, F.H. Heinsius⁸, R. Hofstadter¹², J. Irion⁹, Z. Jakubowski⁵,
H. Janssen¹⁰, K.H. Karch⁵, S. Keh¹³, T. Kiel⁸, H. Kilian¹³, I. Kirkbride¹², T. Kloiber⁵,
M. Kobel⁶, W. Koch⁵, A.C. König¹⁰, K. Königsmann^{13,c}, R.W. Kraemer³, S. Krüger⁸, G. Landi⁷,
R. Lee¹², S. Leffler¹², R. Lekebusch⁸, A.M. Litke¹², W. Lockman¹², S. Lowe¹², B. Lurz⁶,
D. Marlow³, H. Marsiske^{5,12}, W. Maschmann⁵, P. McBride⁹, F. Messing³, W.J. Metzger¹⁰,
H. Meyer⁵, B. Monteleoni⁷, B. Muryn^{4,d}, R. Nernst⁸, B. Niczyporuk¹², G. Nowak⁴, C. Peck¹,
P.G. Pelfer⁷, B. Pollock¹², F.C. Porter¹, D. Prindle³, P. Ratoff¹, M. Reidenbach¹⁰, B. Renger³,
C. Rippich³, M. Scheer¹³, P. Schmitt¹³, J. Schotanus¹⁰, J. Schütte⁶, A. Schwarz¹², D. Sievers⁸,
T. Skwarnicki⁵, V. Stock⁸, K. Strauch⁹, U. Strohbusch⁸, J. Tompkins¹², H.J. Trost⁵,
B. van Uiter¹², R.T. Van de Walle¹⁰, H. Vogel³, A. Voigt⁵, U. Volland⁶, K. Wachs⁵, K. Wacker¹²,
W. Walk¹⁰, H. Wegener⁶, D. A. Williams^{9,2}, P. Zschorsch⁵

¹ *California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA*

² *University of California at Santa Cruz, Santa Cruz, CA 95064, USA*

³ *Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA 15213, USA*

⁴ *Cracow Institute of Nuclear Physics, PL-30055 Cracow, Poland*

⁵ *Deutsches Elektronen Synchrotron DESY, D-2000 Hamburg, Germany*

⁶ *Universität Erlangen-Nürnberg, D-8520 Erlangen, Germany*

⁷ *INFN and University of Firenze, I-50125 Firenze, Italy*

⁸ *Universität Hamburg, I. Institut für Experimentalphysik, D-2000 Hamburg, Germany*

⁹ *Harvard University, Cambridge, MA 02138, USA*

¹⁰ *University of Nijmegen and NIKHEF¹, NL-6525 ED Nijmegen, The Netherlands*

¹¹ *Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA*

¹² *Department of Physics, HEPL, and Stanford Linear Accelerator Center,
Stanford University, Stanford, CA 94309, USA*

¹³ *Universität Würzburg, D-8700 Würzburg, Germany*

Literaturverzeichnis

- [1] J.J. Hernández *et al.*, (Particle Data Group), Physics Letters **B239** (1990) 1.
- [2] J.D. Jackson, "*Klassische Elektrodynamik*", (de Gruyter; Berlin und New York 1981).
- [3] H. Euler und B. Kockel. Naturwissenschaften **23** (1935) 246.
- [4] C.N. Yang, Physical Review **77** (1950) 242;
L.D. Landau, Sov. Phys. Doklady **60** (1948) 207.
- [5] S.L. Wu, Physics Reports **107** (1984) 59.
- [6] B. Naroska, Physics Reports **148** (1987) 67.
- [7] H. Kolanoski und P. Zerwas, in "*High Energy Electron-Positron Physics*", A. Ali und P. Soeding (Hrsg.), (World Scientific, Sigapur 1988), S. 635.
- [8] F. Low, Physical Review **120** (1960) 582.
- [9] A. Levy, in "*International Conference on High Energy Physics*", München, August 1988, (Springer; Berlin, Heidelberg 1989) S. 655.
- [10] R.N. Cahn, in "*Procs. 1989 Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies*", Stanford, CA, August 1989, (World Scientific; Singapur 1990), S. 60.
- [11] S. Cooper, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **38** (1988) 705.
- [12] J.H. Field. Interner Bericht LPNHE 84/04, LPNHE Paris, 1984
- [13] E.J. Williams, Proc. Roy. Soc. London **A139** (1933) 163;
C.F. von Weizsäcker, Zeitschrift für Physik **88** (1934) 612.
- [14] V.M. Budnev *et al.*, Physics Reports **15** (1975) 181.
- [15] J.H. Field, Nuclear Physics **B168** (1980) 477,
und Erratum in Nuclear Physics **B176** (1980) 545.

- [16] G. Bonneau, M. Gourdin und F. Martin, Nuclear Physics **B54** (1973) 573.
- [17] M. Poppe, Int. Journ. Mod. Phys. **A1** (1986) 545.
- [18] J.D. Bjorken und S.D. Drell "*Relativistische Quantenfeldtheorie*", (B.I.-Wissenschaftsverlag; Mannheim, Wien, Zürich 1967).
- [19] G. Köpp, T.F. Walsh und P. Zerwas, Nuclear Physics **B70** (1974) 461.
- [20] M. Jacob und G.C. Wick, Annals of Physics **7** (1959) 404.
- [21] D.H. Perkins, "*Introduction to High Energy Physics*", (Addison-Wesley; Reading 1982).
- [22] F. Halzen und A.D. Martin, "*Quarks and Leptons*", (Wiley; New York 1984).
- [23] R.L. Jaffe, K. Johnson und Z. Ryzak, Annals of Physics **168** (1986) 344.
- [24] M. Gell-Mann, Physics Letters **8** (1964) 214;
G. Zweig, Preprints CERN 8419/TH.412 und CERN 8182/TH.401 (1964); unveröffentlicht.
- [25] F.E. Close, in "*Workshop on Glueballs, Hybrids and Exotic Hadrons*", BNL, Upton, NY, August 1988, (AIP Conference Proceedings 185; New York 1989), S. 421.
- [26] S. Godfrey und N. Isgur, Physical Review **D34** (1986) 899.
- [27] F.J. Gilman und R. Kauffman, Physical Review **D36** (1987) 2761.
- [28] V.P. Efrosinin und D.A. Zaikin, Il Nuovo Cimento **101A** (1989) 695.
- [29] J.L. Rosner, in "*XII International Symposium on Lepton and Photon Interactions*", Kyoto, August 1985, (Kyoto 1986), S. 448;
J.L. Rosner, Physical Review **D27** (1983) 1101.
- [30] J.F. Donoghue, B.R. Holstein und Y.-C.R. Lin, Physical Review Letters **55** (1985) 2766.
- [31] A. Bramon und M.D. Scadron, Physics Letters **B234** (1990) 346.
- [32] J.S. Bell und R. Jackiw, Il Nuovo Cimento **LXA** (1969) 47;
S.L. Adler, Physical Review **177** (1969) 2426.
- [33] J.D. Anderson, M.H. Austern und R.N. Cahn, Preprint LBL-29059, Mai 1990

- [34] M.S. Chanowitz, in “*VIth International Workshop on Photon-Photon Collisions*”, Granlibakken, Lake Tahoe, September 1984. (World Scientific, Singapur 1985), S. 95.
- [35] F.E. Close, “*An Introduction to Quarks and Partons*”, (Academic Press; London und New York 1979).
- [36] S. Godfrey und N. Isgur, *Physical Review* **D32** (1985) 189.
- [37] S. Capstick *et al.*, *Physics Letters* **B175** (1986) 457.
- [38] R. Kokoski und N. Isgur, *Physical Review* **D35** (1987) 907.
- [39] M.S. Chanowitz und S. Sharpe, *Nuclear Physics* **B222** (1983) 211.
- [40] T. Barnes, F. Close und F. de Viron, *Nuclear Physics* **B224** (1983) 241.
- [41] C. Michael, in “*Procs. Symp. Lattice Field Theory*”, Capri (1989), *Nuclear Physics B Procs. Suppl.* **17** (1990) 59.
- [42] N. Isgur und J. Paton, *Physics Letters* **124B** (1983) 247;
Physical Review **D31** (1985) 2910.
- [43] T.H. Burnett und S.R. Sharpe, Preprint DOE-ER-40423-04 P90, März 1990, zur Veröffentlichung eingereicht bei *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*.
- [44] F.E. Close, *Reports on Progress in Physics* **51** (1988) 833.
- [45] A. Codos *et al.*, *Physical Review* **11D** (1974) 2599; *Physical Review* **9D** (1974) 3471.
- [46] M. Creutz, “*Quarks, Gluons and Lattices*”, (Cambridge Univ. Press; Cambridge 1983).
- [47] N. Isgur, R. Kokoski und J. Paton, *Physical Review Letters* **54** (1985) 869.
- [48] R.L. Jaffe und K. Johnson, *Physics Letters* **60B** (1976) 201.
- [49] J. Weinstein und N. Isgur, *Physical Review* **D41** (1990) 2236;
Physical Review **D27** (1983) 588; *Physical Review Letters* **48** (1982) 588.
- [50] T. Barnes, *Physics Letters* **165B** (1985) 434.
- [51] J. Weinstein, in “*HADRON '89*”, Ajaccio, Korsika, September 1989, (Edition Frontières; Gif-Sur-Yvette 1989), S. 233.
- [52] H. Pilkuhn, in *Landolt-Börnstein, Neue Serie, Bd.6*, H. Schopper (Hrsgb.), (Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg und New York 1972) S. 1.

- [53] J.M. Blatt und V. Weisskopf, "*Theoretical Nuclear Physics*", (Wiley; New York 1952).
- [54] S.J. Brodsky und G.P. Lepage, *Physical Review* **D24** (1981) 1808.
- [55] M. Feindt, Dissertation Universität Hamburg 1988,
Interner Bericht DESY-F14-88-02, Dezember 1988, unveröffentlicht.
- [56] Ch. Zemach, *Il Nuovo Cimento* **32** (1964) 1605; *Physical Review* **133B** (1964) 1201;
Physical Review **140B** (1965) 97; *Physical Review* **140B** (1965) 107.
- [57] W. Koch, in "*Analysis of Scattering and Decay*", M. Nicolíć (Hrsg.), (Gordon and Breach; New York, London und Paris 1968), S. 229.
- [58] L. Koepke und N. Wermes, *Physics Reports* **174** (1989) 67.
- [59] D.G. Hitlin und W.H. Toki, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38** (1988) 497.
- [60] A. Seiden, H.F.-W. Sadrozinski und H.E. Haber, *Physical Review* **D38** (1988) 824.
- [61] S. Narison, *Zeitschrift für Physik* **26C** (1984) 290;
V. Novikov *et al.*, *Nuclear Physics* **B165** (1980) 55.
- [62] K. Wachs, Dissertation Universität Hamburg (1988),
Interner Bericht DESY-F31-88-01, Februar 1988, unveröffentlicht.
- [63] D.M. Gelpman, Dissertation Stanford University (1985), Interner Bericht SLAC-286,
September 1985, unveröffentlicht.
- [64] H. Marsiske, Dissertation Universität Hamburg (1988),
Interner Bericht DESY-F31-88-02, Juli 1988, unveröffentlicht.
- [65] D. Sievers, Dissertation Universität Hamburg (1989),
Interner Bericht DESY-F31-89-04, Dezember 1989, unveröffentlicht.
- [66] D.A. Williams, Dissertation Harvard University (1987), unveröffentlicht.
- [67] W.T. Eadie *et al.*, "*Statistical Methods in Experimental Physics*", (North-Holland, Amsterdam 1971)
- [68] D. Antreasyan *et al.*, (Crystal Ball Collaboration), *Physical Review* **D36** (1988) 2633.
- [69] J.P. Berge, F.T. Solmitz und H.D. Taft, *Rev. Scient. Instr.* **32**(1961) 538;
F.T. Solmitz, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **14** (1964) 375.
- [70] F. James, *Reports on Progress in Physics* **43** (1980) 1145.

- [71] J.A.M. Vermaseren, Nuclear Physics **B229** (1983) 347.
- [72] J.H. Peters, Dissertation Universität Hamburg (1990),
Interner Bericht DESY-FCE-90-01, August 1990, unveröffentlicht.
- [73] R. Ford und W. Nelson, Interner Bericht SLAC-210, (1978), unveröffentlicht.
- [74] Z. Jakubowski und M. Kobel, Nucl. Instr. Methods **A297** (1990) 60.
- [75] R.A. Lee, Dissertation Stanford University (1985),
Interner Bericht SLAC-282, Mai 1985, unveröffentlicht.
- [76] M. Kobel, Dissertation Universität Erlangen-Nürnberg (1991), in Vorbereitung.
- [77] D. Antreasyan *et al.*, (Crystal Ball Collaboration),
Zeitschrift für Physik **C48** (1990) 561.
- [78] H.-J. Behrend *et al.*, (CELLO Collaboration), Zeitschrift für Physik **C46** (1990) 583.
- [79] S.E. Baru *et al.*, (MD-1 Collaboration), Zeitschrift für Physik **C48** (1990) 581.
- [80] H.J. Behrend *et al.*, (CELLO Collaboration), Preprint DESY 90-110, September 1990.
- [81] D.A. Williams *et al.*, (Crystal Ball Collaboration), Physical Review **D38** (1988) 1365.
- [82] D. Alde *et al.*, (GAMS Collaboration), Zeitschrift für Physik **C36** (1987) 603.
- [83] S.M. Berman und M. Jacob Physical Review **4B** (1965) 1023.
- [84] P. Nyborg und O. Skjeggstad, in "*Kinematics of Multiparticle Systems*", M. Nicolić (Hrsg.), (Gordon and Breach; New York, London und Paris 1968), S. 33.
- [85] D. Alde *et al.*, (GAMS Collaboration), Physics Letters **B177** (1986) 115.
- [86] G.R. Kalbfleisch, Physical Review **D10** (1974) 916.
- [87] P. Waloschek, in "*Analysis of Scattering and Decay*", M. Nicolić (Hrsg.), (Gordon and Breach; New York, London und Paris 1968), S. 37.
- [88] D. Antreasyan *et al.*, (Crystal Ball Collaboration), Physical Review **D33** (1986) 1847.
- [89] M. Feindt und J. Harjes, Vorträge bei "*Rheinfels '90 Workshop on Hadron Mass Spectrum*", St. Goar, 3.- 6. September 1990, Preprint DESY 90-146, November 1990.
- [90] H.J. Behrend *et al.*, (CELLO Collaboration), Contributed paper, "*25th International Conference on High Energy Physics*", Singapur, 1990

- [91] H. Albrecht *et al.*, (ARGUS Collaboration), Physics Letters **B199** (1987) 577.
- [92] A. Wegner *et al.*, (JADE Collaboration), Zeitschrift für Physik **C48** (1990) 393.
- [93] C. Edwards *et al.*, (Crystal Ball Collaboration), Physical Review Letters **51** (1983) 859.
- [94] J.J. Becker, Dissertation University of Illinois, Urbana-Champaign (1984), unveröffentlicht.
- [95] M. Burchell und C.A. Heusch, in "*HADRON '89*", Ajaccio, Korsika, September 1989, (Edition Frontieres; Gif-Sur-Yvette 1989), S. 61.
- [96] M. Burchell und W. Lockman, Vorträge bei "*Rheinfels '90 Workshop on Hadron Mass Spectrum*", St. Goar, 3.– 6. September 1990, Preprint SLAC-PUB-5378, November 1990.
- [97] T.L. Bienz, Dissertation Stanford University (1990), Interner Bericht SLAC-369, Juli 1990, unveröffentlicht;
T.L. Bienz, Vortrag bei "*Rheinfels '90 Workshop on Hadron Mass Spectrum*", St. Goar, 3.– 6. September 1990;
D. Aston *et al.*, (LASS Collaboration), Preprint SLAC-PUB-5269, November 1990.
- [98] H. Albrecht *et al.*, (ARGUS Collaboration), Preprint DESY 90-034, April 1990.
- [99] M. Feindt, in "*HADRON '89*", Ajaccio, Korsika, September 1989, (Edition Frontieres; Gif-Sur-Yvette 1989), S. 133.
- [100] M.S. Chanowitz, persönliche Mitteilung.
- [101] H. Albrecht *et al.*, (ARGUS Collaboration), Physics Letters **B198** (1987) 579.
- [102] L. Lyons, "*Statistics for nuclear and particle physicists*", (Cambridge University Press, Cambridge 1986).
- [103] F. James und M. Roos, CERNLIB Programmbeschreibung D506, April 1989
- [104] F. James und M. Roos, Comp. Phys. Comm. **10** (1975) 343.
- [105] F. James, Comp. Phys. Comm. **20** (1980) 29.
- [106] V. Blobel, "VALLEY – A Program to find Minima of Functions", Programmbeschreibung, Hamburg, September 1982, unveröffentlicht.
- [107] V. Blobel, "MLFIT – A Program to find Maxima of Likelihood Functions", Programmbeschreibung, Hamburg, September 1982, unveröffentlicht.

