

Interner Bericht  
DESY F33-70/1  
Januar 1970

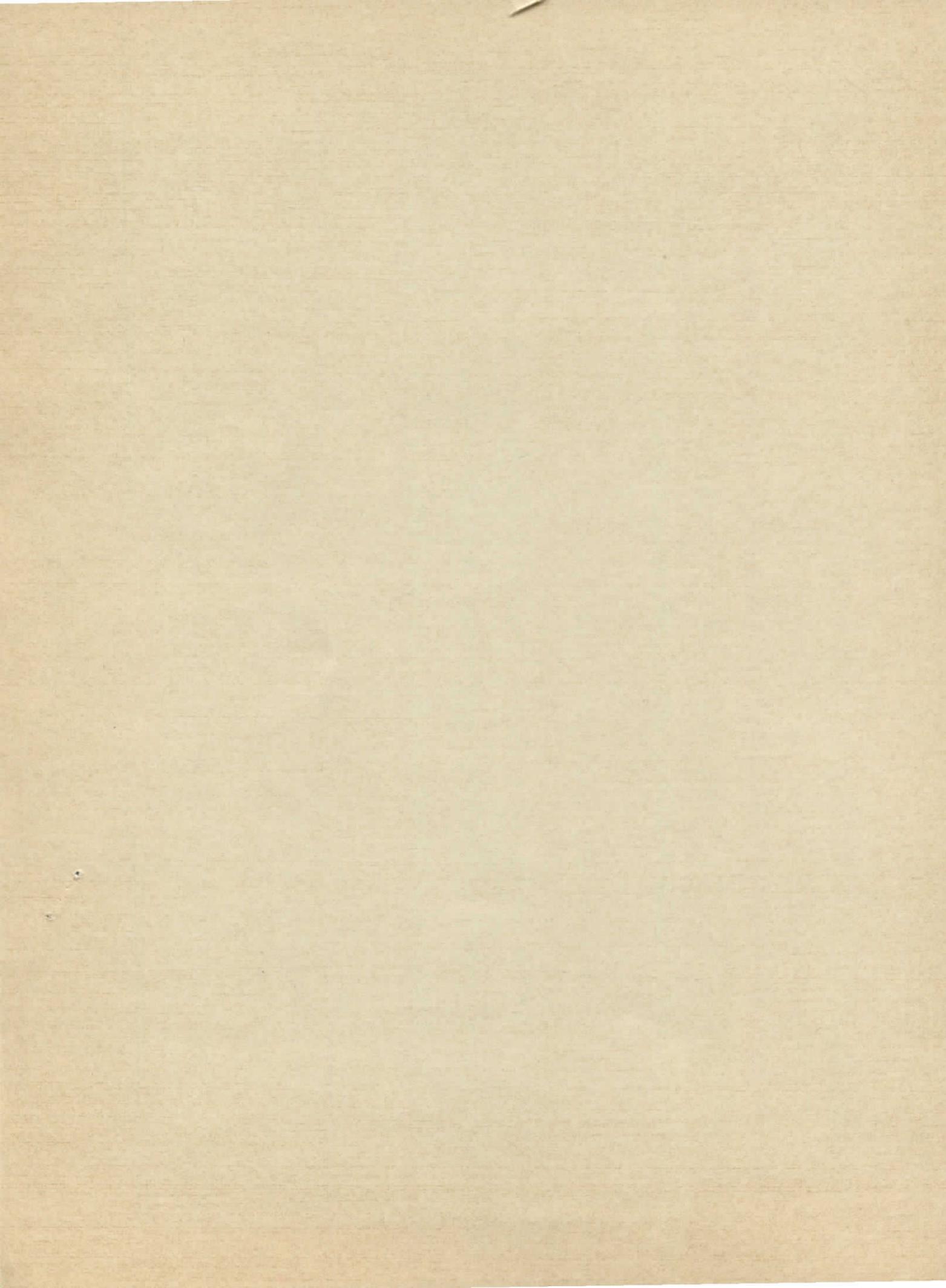
DESY-Bibliothek  
13. FEB. 1970

Berechnung Kohärenter Photonenspektren  
im GeV-Bereich

von

Horst D. Talarek

Experimentelle physikalische Diplomarbeit  
der Mathematisch Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität Hamburg



Berechnung Kohärenter Photonenspektren  
im GeV-Bereich

Experimentelle physikalische Diplomarbeit  
der Mathematisch Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität Hamburg

vorgelegt von  
Horst D. Talarek  
Hamburg 1969



Zusammenfassung

\*\*\*\*\*

Photoproduktionsexperimente mit kohärenter, polarisierter Bremsstrahlung erfordern die Messung des Spektrums. Das Spektrum des Polarisationsgrades kann man aus dem gemessenen Intensitätsspektrum errechnen. Ziel dieser Arbeit ist es, dazu ein Fortranprogramm zu erstellen. Das Programm berechnet die Intensität und paßt sie unter Berücksichtigung experimenteller Voraussetzungen an das gemessene Intensitätsspektrum an. Mit den so ermittelten experimentellen Parametern läßt sich dann das Polarisationspektrum zuordnen.

Inhalt  
=====

	Seite
<u>Zusammenfassung</u>	1
1 <u>Einleitung</u>	5
2 <u>Zur Theorie der kohärenten Bremsstrahlung</u>	7
2.1    Kinematik	7
2.2    Braggsche Bedingung	13
2.3    Formeln zur Intensität und Polarisierung	14
2.4    Algorithmus der Spektren	19
3 <u>Experimentelle Gegebenheiten und der Einfluß auf das Spektrum</u>	24
4 <u>Berechnung der Photonenspektren mit Berücksichtigung experimenteller Gegebenheiten</u>	27
4.1    Dicker Kristall, starke Kollimation	27
4.1.1   Mittelung der Intensitätsspektren	28
4.1.1.1  Einfluß des Kollimators auf die Winkel- verteilung	30
4.1.1.2  Mittelung über die Einfallswinkel und der Zusammenhang mit der Orientierung des Kristalls	32
4.1.2   Mittelung der Polarisierung	34
4.1.3   Anpassung der berechneten Spektren	35
4.1.3.1  Genauigkeit der numerischen Berechnung	36
4.1.3.2  Kriterien der Anpassung	40
4.1.3.3  Aussagen über den Polarisationsgrad	44
4.1.4   Eine optimale Orientierung des Kristalls	49
4.2    Dünnere Kristall, starke Kollimation	53
4.2.1   Einfluß der Kollimation	54

	Seite
4.2.1.1 Inkohärenter Anteil	54
4.2.1.2 Kohärenter Anteil	56
4.2.2.1 Algorithmus der Mozley-de Wire-Spektren	57
4.2.3 Mittelung der Spektren	58
4.2.4 Anpassung der Spektren	62

Anhang

1. Flußdiagramm	64
2. Statement Liste	65
Verzeichnis der Abbildungen	4
Literatur	63

Verzeichnis der Abbildungen

=====

	Seite
Abb. 1 Kinematik	9
Abb. 2 Exzentrizität des Bremsstrahlkegels	12
Abb. 3 Orientierung der Elektronenrichtung	15
Abb. 4 Lage der Bezugsebenen der Polarisation	19
Abb. 5 Die Ebene des reziproken Gitters	21
Abb. 6 Vergleich: ideales - gemitteltes Spektrum	25
Abb. 7 Ausblenden durch den Kollimator (Schema)	29
Abb. 8 Verformung der Winkelverteilung	31
Abb. 9 $\Theta_H$ - und $\Theta_V$ - Ebene	32
Abb. 10 a - Anteil	38
Abb. 11 b - Anteil	39
Abb. 12 Anpassung mit einem kleinen $\Theta_e$ , Ref.(C2)	41
Abb. 13 Anpassung mit einem großen $\Theta_e$ , Ref.(C2)	42
Abb. 14 Der interessante Bereich des Spektrums	44
Abb. 15 Die Polarisation zur Abbildung 12	45
Abb. 16 Variation der Bezugsebene I	47
Abb. 17 Variation der Bezugsebene II	48
Abb. 18 Beziehung der Orientierungen	50
Abb. 19 Hexagonales Schema	50
Abb. 20 Quadratisches Schema	50
Abb. 21 Vergleich: Intensität 'alt - neu'	51
Abb. 22 Vergleich: Polarisation 'alt - neu'	52
Abb. 23 Reduktionsfaktor $f' = f'(\beta_e, \beta_k)$	55
Abb. 24 Kantenabschnitte $x_1 = x_1(x_d, \beta_k)$	56
Abb. 25 Folge der Kanten und Abschnitte	57
Abb. 26 Effektive Kollimation	59
Abb. 27 Anpassung eines kollimierten Spektrums I,(C3)	60
Abb. 28 Anpassung eines kollimierten Spektrums II,(")	61

1 Einleitung  
=====

Bremsstrahlung hoher Energie, die an einem amorphen Target erzeugt wird, zeigt eine fast gleichmäßige Verteilung der Intensität über der Photonenenergie. Erzeugt man die Bremsstrahlung an Einkristallen, so tritt eine charakteristische Kantenstruktur auf, die empfindlich von der Orientierung des Kristalls abhängt und die man als Kohärenzeffekt deutet. Außerdem beobachtet man eine lineare Polarisation der Photonen im Bereich der Kanten.

An der Erzeugung kohärenter Bremsstrahlung an Diamantkristallen wurde bei DESY von der Gruppe F33 zum ersten Male im Jahre 1965 gearbeitet. Man konnte sich dabei auf die Berechnungen von H. Überall (Ü1) und experimentelle und theoretische Ergebnisse von Diambrini et al. (B1)stützen. Es wurde eine Orientierung des Kristalls gefunden, bei der die Intensität im wesentlichen durch Reflexion an einer einzigen Netzebenen-schar des Kristalls bestimmt wird (Einpunktspektren). Der Polarisationsgrad ist dann besonders hoch. Damit erlangt diese Strahlung für Photoproduktionsexperimente besondere Bedeutung. Neben der Intensität wurde auch die spektrale Verteilung des zugehörigen Polarisationsgrades gemessen und mit theoretischen Voraussagen verglichen (C1). Die Übereinstimmung innerhalb der Meßfehler berechtigt zu der Schlußweise, daß die Intensitätsmessung ausreicht, um das Spektrum der Polarisation durch Rechnung zu bestimmen.

Das im folgenden zu besprechende Fortranprogramm sollte zwei Forderungen entsprechen:

- 1.) Intensitäts- und Polarisationspektren sollten erheblich schneller als in früheren Programmen zu diesem Zweck errechnet werden. Dazu sollte die Parametereingabe leicht zu handhaben sein, um die theoretische Intensität an die Meßpunkte anpassen zu können.

2.) Es sollte den Fall sehr dünner Kristalle einschließen  
(Mozley-Effekt).

Für die Anwendung ist es wichtig, zu wissen, wie genau das  
hier beschriebene Verfahren der Polarisationsgradbestimmung  
durch Intensitätsmessungen ist. Eine Abschätzung dazu ist  
im Abschnitt 4.1.3.3 gegeben.

Im Abschnitt 4.1.4 wird eine Orientierung des Kristalls ange-  
geben, die erlaubt, durch nur kleine Winkeländerungen des  
Kristalls die Polarisationsrichtung um  $90^\circ$  zu drehen.

## 2 Zur Theorie der kohärenten Bremsstrahlung =====

Die Theorie soll hier nur soweit erörtert werden, als sie zum Verständnis des Programmaufbaus notwendig ist. Die Aussagen stützen sich auf frühere DESY-Berichte (T1) und (L2). Bedeutsam für das Entstehen kohärenter Bremsstrahlung ist das Zusammenspiel der Kinematik des Einzelprozesses mit der regelmäßigen Struktur des Kristallgitters.

### 2.1 Kinematik

Es wird zunächst die Kinematik erläutert, um den von H. Überall geprägten Begriff des 'pancakes' einzuführen. Für den Bremsstrahlprozeß:

$$e + N \rightarrow e' + N + k$$

gelten die folgenden Beziehungen aus Impuls- und Energie-  
satz:

$$\vec{p}_0 = \vec{q} + \vec{p} + \vec{k}$$

$$E_0 = E + k \quad (1)$$

wobei die vom Kern aufgenommene Energie vernachlässigt wird.

$\vec{p}_0$  = Impuls des einlaufenden Elektrons

$\vec{q}$  = Impulsübertrag auf den Kern

$\vec{p}$  = Impuls des auslaufenden Elektrons

$\vec{k}$  = Impuls des Photons

$E_0$  = Energie des einlaufenden Elektrons

$E$  = Energie des auslaufenden Elektrons

$k$  = Energie des Photons

Im folgenden werden alle physikalischen Größen in Einheiten angegeben, die durch die Festsetzung  $m_e = c = \hbar = 1$  gegeben sind. Energie, Masse und Impuls werden dann in Einheiten der

Ruheenergie des Elektrons gemessen. Gleichzeitig ist damit entsprechend der Beziehung  $\lambda_0 = \frac{h}{m_e c} = 3.86 \cdot 10^{-3} \text{ \AA}$  die Längeneinheit festgesetzt.

Jedem Quant der Energie  $k$  entspricht ein Mindestrückstoßimpuls  $|\vec{q}| > 0$ . Das sieht man folgendermaßen ein:

$$|\vec{q}| = |\vec{p}_0 - (\vec{p} + \vec{k})| = |\vec{p}_0| - |\vec{p} + \vec{k}|$$


---


$$|\vec{p} + \vec{k}| = |\vec{p}| + |\vec{k}|$$

Daher gilt:

$$\text{Min} |\vec{q}| = |\vec{p}_0| - |\vec{p} + \vec{k}|$$

$$\text{Max} |\vec{p} + \vec{k}| = |\vec{p}| + |\vec{k}|$$


---


$$\text{Min} |\vec{q}| = |\vec{p}_0| - |\vec{p}| - |\vec{k}|$$

und mit  $\delta = \text{Min} |\vec{q}|$  folgt:

$$\delta = p_0 - p - k \quad (\text{Minimalimpuls})$$

Der Minimalimpuls wird übertragen, wenn alle Impulse in Vorwärtsrichtung weisen; damit ist auch die Transversalkomponente von  $\vec{q}$ , in bezug auf  $\vec{p}_0$ ,  $q_t = 0$ .

$\delta$  ist für jedes  $k > 0$  von Null verschieden, denn in der Näherung  $p_0 = E_0 - \frac{1}{2E_0}$ ,  $p = E - \frac{1}{2E}$  folgt für:

$$\delta = E_0 - \frac{1}{2E_0} - E + \frac{1}{2E} - E_0 + E = \frac{1}{2} \frac{E_0 - E}{E_0 E} = \frac{1}{2} \frac{k}{E_0 (E_0 - k)} > 0$$

Führt man die relative Quantenenergie  $x = k/E_0$  ein, so erhält man:

$$\delta(x) = \frac{1}{2E_0} \frac{x}{1-x} \quad (2)$$

Jedem Quant der Energie  $x$  aus dem Intervall  $0 < x < 1$  ist nach (2) ein Minimalimpuls zugeordnet.

Im folgenden wird die Abhängigkeit der Gammaenergie  $x$  für einen beliebigen Impulsübertrag dargestellt. Dies geschieht

unter dem Gesichtspunkt, die für die Betrachtung nicht interessanten Impuls- und Winkelgrößen des auslaufenden Elektrons zu eliminieren. Aus der Impulsgleichung (1) gewinnt man durch skalare Multiplikation mit  $\vec{p}, \vec{p}_0, \vec{k} + \vec{q}$  einen Satz skalarer Gleichungen:

$$\vec{p}\vec{p}_0 = \vec{p}^2 + \vec{p}(\vec{q} + \vec{k}) \quad \text{I.}$$

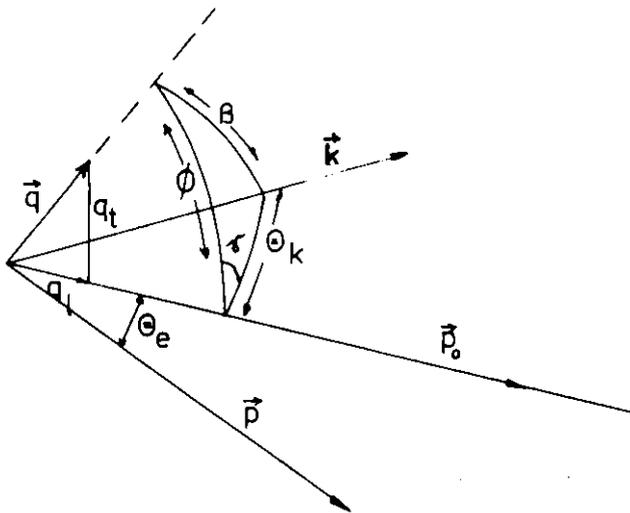
$$\underline{\vec{p}_0^2 = \vec{p}\vec{p}_0 + \vec{p}_0(\vec{q} + \vec{k})} \quad \text{II.}$$

$$\vec{p}_0^2 - \vec{p}^2 - \vec{p}_0(\vec{k} + \vec{q}) = \vec{p}(\vec{k} + \vec{q}) \quad \text{I. + II.}$$

$$\underline{\vec{p}_0(\vec{k} + \vec{q}) = \vec{p}(\vec{k} + \vec{q}) + (\vec{k} + \vec{q})^2} \quad \text{III.}$$

$$\vec{p}_0^2 - \vec{p}^2 - 2\vec{p}_0(\vec{k} + \vec{q}) = -(\vec{k} + \vec{q})^2 \quad \text{I. + II. - III.}$$

Mit der Gleichung  $E^2 = p^2 + 1$  und (1) sowie den Bezeichnungen entsprechend der Abb. 1



$$\vec{q}_1 = \vec{q} \parallel \vec{p}_0$$

$$\vec{q}_t = \vec{q} \perp \vec{p}_0$$

Abb. 1: Kinematik

folgt zunächst:

$$E_0^2 - E^2 - k^2 - q^2 - 2kq\cos\beta = 2p_0(k\cos\theta_k + q\cos\phi)$$

Mit dem Seitenkosinussatz  $\cos\beta = \cos\theta_k \cos\phi + \sin\theta_k \sin\phi \cos\gamma$  folgt schließlich:

$$x = \frac{p_0 q_1 - q^2/2}{E_0^2 + E_0 q_1 \cos\theta_k + E_0 q_t \sin\theta_k \cos\gamma - p_0 E_0 \cos\theta_k} \quad (3)$$

In der Näherung kleiner Rückstoßimpulse  $|\vec{q}| \ll 1$ , d.h.  $\vec{p}_0 \vec{q}_1 \gg q^2/2$  geht (3) für den Fall minimalen Impulsübertrags  $q_t = 0$ ,  $\theta_k = 0$  in Gleichung (2) über.

In der Gleichung (3) sei  $\vec{q}$  und  $\vec{p}_0$  fest, dann führt die Extremumsaufgabe, welches  $\theta_k$  macht  $x$  maximal, zu der Bedingung

$$\tan\theta_k = - \frac{q_t}{p_0 - q_1} \cos\gamma \quad (3a)$$

Für kleine Winkel der Größenordnung  $\theta_k = \frac{q_t}{p_0 - q_1} > 0$  findet man durch Einsetzen der Beziehung (3a) in Gleichung (3), daß  $x$  maximal wird für

$$\tan\theta_k = \theta_k = \frac{q_t}{p_0 - q_1} ; \cos\gamma = -1 \quad (3b)$$

Der pancake ist ein Gebiet im Impulsraum, das den Bereich der Rückstöße  $\vec{q}$  festlegt, die in einem Bremsprozeß Quanten der Energie  $x$  zu erzeugen vermögen. Zur Festlegung des pancake's wird die Menge  $(q_1, q_t)$  für eine feste Quantenenergie betrachtet, die unter Winkeln entsprechend der Beziehung (3b) emittiert wird. Dies schließt insbesondere auch den Fall minimalen Impulsübertrags  $q_t, \theta_k = 0$  ein, weil dann die Beziehung (3a) identisch erfüllt ist.

In der Näherung  $\sin\theta_k \approx \theta_k$  und  $\cos\theta_k \approx 1 - \theta_k^2/2$ , sowie  $q_1^2 \ll q_t^2$  folgt aus Gleichung (3):

$$q_1 = \delta + \frac{q_t^2}{2E_0(1-x)} + \frac{q_t x \theta_k \cos\gamma + x \theta_k^2 p_0/2}{(1-x)} \quad (4a)$$

Durch Einsetzen der Winkel nach (3b) ( $\theta_k = q_t / (p_o - q_1) \approx q_t / E_o$ ) ergibt sich:

$$q_1 = \delta \left( 1 + q_t^2 \left( \frac{1-x}{x} \right) \right) \quad (4)$$

Gleichung (4) stellt ein in Richtung von  $\vec{p}_o$  geöffnetes Paraboloid im Impulsraum dar. Es repräsentiert die untere Grenze eines Bereiches wegen  $q_1 \approx \delta$ ; eine Begrenzung dieses Bereiches zu höherem  $q_1$  ist durch die bloße Kinematik nicht gegeben. Bremsquanten, die unter Winkeln  $\theta_k > \theta_n = 1/E_o$  ( $\theta_n$  natürlicher Öffnungswinkel) emittiert werden, sind sehr selten. Für  $\theta_k = 1/E_o$  erhält man Werte für den Rückstoß, die Größenordnungen deutlich machen:

Aus Gleichung (3b) folgt  $q_t = E_o \theta_k = 1$

Aus Gleichung (4) folgt  $q_1 = 2\delta$

Mit dem Zahlenbeispiel  $E_o = 6 \text{ GeV}$ ,  $x = 0.5$  folgt nach (2):

$\delta = 4.2 \cdot 10^{-5}$  (untere longit. Grenze)

$2\delta = 8.5 \cdot 10^{-5}$  (obere longit. Grenze im Sinne einer Größenordnung)

Anhand von (4) und obiger Größenordnungen erkennt man, daß der pancake eine extrem dünne Scheibe im Impulsraum ist, deren untere Grenze für  $x \rightarrow 1$  und (oder)  $q_t^2 \ll 1$  zu einer Ebene entartet.

Im Hinblick auf die später zu behandelnde Monochromatisierung der kohärenten Bremsstrahlung soll hier bereits die dazu notwendige Kinematik behandelt werden.

Betrachtet man Gleichung (3) für feste Werte  $\vec{p}_o, \vec{q}$ , so läßt sie sich in der Näherung kleiner Winkel ( $\sin \theta_k \approx \theta_k$ ,  $\cos \theta_k \approx 1 - \theta_k^2/2$ ) mit Einführung der Größen  $\xi = \theta_k \cos \gamma$ ,  $\eta = \theta_k \sin \gamma$  wie folgt schreiben:

$$\left( \xi + \frac{q_t}{p_o - q_1} \right)^2 + \eta^2 = \frac{q_t^2}{(p_o - q_1)^2} + 2 \left( 1 - \frac{E_o^2 x - (p_o q_1 - q^2/2)}{(p_o - q_1) x E_o} \right)$$

In dieser Schreibweise, der analytischen Darstellung eines Kreises, wird deutlich: für feste Werte  $\vec{p}_0, \vec{q}$  und  $x$  liegen alle Quanten  $x$  auf einem Kegel, der exzentrisch zur Elektro-  
nenrichtung  $\vec{p}_0$  liegt.

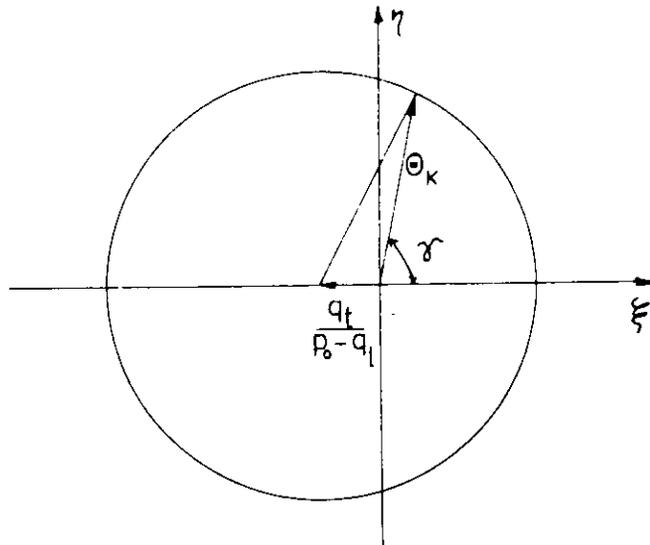


Abb. 2: Exzentrizität des Bremsstrahlkegels

Für die kohärente Bremsstrahlung ist signifikant, daß der interessante Teil des Spektrums Bremsprozessen zugeordnet wird, bei denen  $q_t$  etwa um zwei Größenordnungen kleiner ist als der natürliche Öffnungswinkel  $\theta_n = 1/E_0$  bzw.  $\beta_n = \theta_n E_0 = 1$ :  $q_t \ll \beta_n = 1$ . Dies bedeutet, daß die Exzentrizität (Abb. 2) klein wird und die Abhängigkeit von dem Azimutwinkel in Gleichung (3) vernachlässigt werden kann. Für feste Rückstöße  $q$  ist in dieser Näherung die Gammaenergie  $x$  allein eine Funktion von  $\theta_k$ . Es ist gezeigt worden, daß die Gammaenergie  $x$  bei festem Rückstoß einen Maximalwert  $x_d$  annimmt, wenn  $\theta_k$  sehr klein wird ( $\theta_k = q_t / (p_0 - q_1)$ ,  $\cos \gamma = -1$ ). Die Gammaenergie  $x$  zu einem festen Rückstoß als Funktion von  $\theta_k$  hat eine obere Schranke  $x_d$ , die in Übereinstimmung mit Gleichung (2) durch

$$x \leq x_d = \frac{2E_0 q_1}{1 + 2E_0 q_1} \quad (2a)$$

gegeben ist. Die Abhängigkeit  $x = x(\theta_k)$  findet man in der hier betrachteten Näherung aus Gleichung (3):

$$x = \frac{p_0 q_1}{E_0^2 - E_0(1 - \theta_k^2/2)(p_0 - q_1)}$$

Mit der Gleichung (2a) folgt ( $\mathcal{E}_k = \theta_k E_0$ ):

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{x_d} + \mathcal{E}_k^2 \left( \frac{1 - x_d}{x_d} \right) \Rightarrow x = x_d \left( \frac{1}{1 + \mathcal{E}_k^2 (1 - x_d)} \right) \quad (5)$$

Man entnimmt dieser Formel, daß zu jedem  $\mathcal{E}_k > 0$  ( $0 < x_d < 1$ ) ein  $x(\mathcal{E}_k, x_d) = x_1 < x_d$  gehört, das die kleinste Energie angibt, die durch die Festsetzung einer oberen Grenze  $\theta_k$  kinematisch möglich ist. Im Experiment ist die obere Grenze für  $\theta_k$  durch den Kollimationswinkel gegeben.

## 2.2 Braggsche Bedingung

Aus der Theorie der Beugung von Röntgenstrahlen an Kristallen kann die Betrachtungsweise der Impulsaustauschvorgänge im reziproken Gitter übernommen werden.

Die Achsen des reziproken Gitters sind durch die Basisvektoren  $\vec{b}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) gekennzeichnet, die über  $\vec{b}_i = \frac{2\pi}{a} \vec{a}_i$  (im Falle eines kubischen Kristalls) mit den Basisvektoren  $\vec{a}_i$  oder einer Linearkombination der Basisvektoren des Raumgitters verknüpft sind. Ein beliebiger Vektor im reziproken Gitter, gekennzeichnet durch das Tripel  $(h_1, h_2, h_3)$ , schreibt sich

$$\vec{g} = \frac{2\pi}{a} (h_1, h_2, h_3) ; h_i \text{ ganzzahlig}$$

Mit der Konvention, daß das Tripel  $(h_1, h_2, h_3)$  keinen gemeinsamen Teiler mehr hat, bezeichnet man die  $h_i$  als Milleßsche Indizes. Sie kennzeichnen eine Ebenschar im Raumgitter.

Die Braggsche Gleichung

$$\vec{k}_0 - \vec{k} = \vec{g},$$

$\vec{k}_0, \vec{k}$  Wellenvektor der ein- und auslaufenden Welle  $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ , besagt, daß mit dem Gitter nur Impulse ausgetauscht werden, die gleich einem reziproken Gittervektor sind.

In formaler Analogie zur Braggschen Gleichung läßt sich der Impulsaustausch für den Bremsstrahlprozess nach Gleichung (1) schreiben:

$$\vec{p}_0 - (\vec{p} + \vec{k}) = \vec{q} = \vec{g} \quad (6)$$

Überall (U1) hat gezeigt, daß diese Analogie zulässig ist. Die regelmäßige Struktur des Kristallgitters erzeugt ein periodisches Potential, das die Beiträge zum Wirkungsquerschnitt auf Rückstoßimpulse beschränkt, die der Gleichung (6) genügen.

### 2.3 Formeln zur Intensität und Polarisation

Der Berechnung von Intensität und Polarisationsgrad kohärenter Bremsspektren wurden die von G. Lutz und U. Timm (L1) angegebenen Formeln zugrunde gelegt, die von Barbiellini et al. erarbeitet wurden (B1 und B2). Diese Formeln gelten für die Näherung, bei der  $\vec{p}_0$  nahezu parallel einer Achse im reziproken Gitter ist (Abb. 3). Für eine Orientierung nach Abb. 3 bedeutet der Fall  $0 < \theta_0 \ll 1$ , daß der pancake fast parallel zur  $b_2$ - $b_3$ -Ebene liegt und reziproke Gitterpunkte dieser Ebene im Bereich des pancake's liegen. Aus den Betrachtungen über Größenordnungen im Abschnitt 2.1 folgert man, daß Gitterpunkte mit  $g_1 \neq 0$  bei dieser Orientierung sehr große Longitudinalimpulsüberträge aufnehmen. Da bei der Bremsstrahlung kleine longitudinale Impulsüberträge extrem bevorzugt sind, kann man sich auf den Impulsaustausch in der  $b_2$ - $b_3$ -Ebene beschränken. Man erhält eine Beziehung zwischen den vom Gitter aufgenommenen

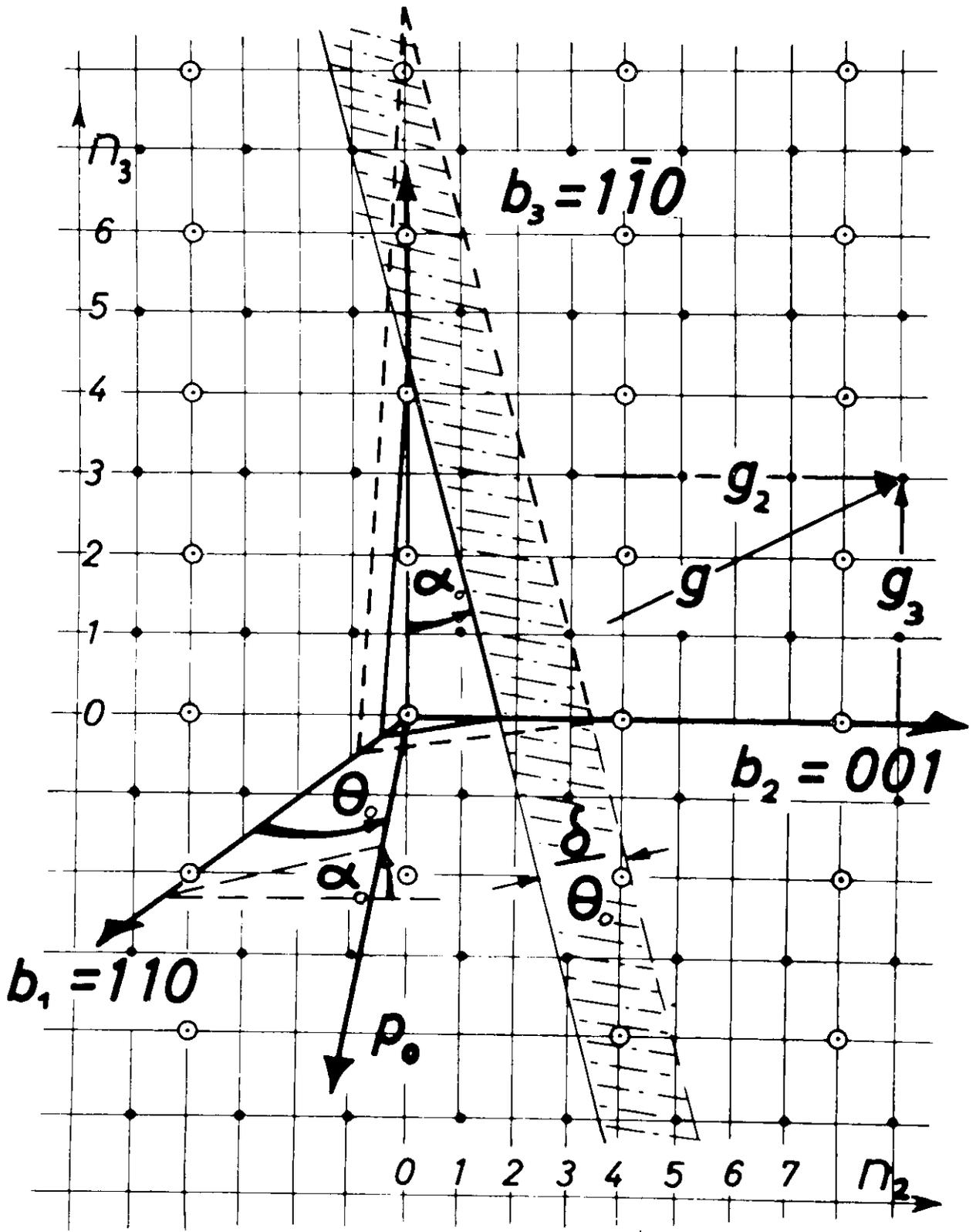


Abb. 3 : Orientierung der Elektronenrichtung

Impulsen und der Orientierung des Kristalls, wenn man den Einheitsvektor  $\vec{n}_0$  in Richtung  $\vec{p}_0$  und den Gittervektor  $\vec{g}$ , die den Winkel  $\phi$  (Abb. 1) einschließen, betrachtet. Mit den Bezeichnungen der Abb. 3 gilt:

$$\cos\phi = \frac{1}{g} \begin{vmatrix} 0 \\ g_2 \\ g_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\theta_0 \\ \sin\theta_0 \cos\alpha_0 \\ \sin\theta_0 \sin\alpha_0 \end{vmatrix} = \frac{\theta_0}{g} g_\alpha$$

wenn nur stets  $\theta_0 \ll 1$ ; mit  $g_\alpha = g_2 \cos\alpha_0 + g_3 \sin\alpha_0$ . Für die Projektion  $g_1$  des Gittervektors  $\vec{g}$  auf  $\vec{p}_0$  und auf die dazu senkrechte Richtung folgt:

$$g_1 = g \cos\phi = g \frac{\theta_0}{g} g_\alpha = \theta_0 g_\alpha$$

$$g_t = \sqrt{g^2 - \theta_0^2 g_\alpha^2} = g$$

Zusammen mit den Gleichungen (4) und (5) lautet die Bedingung für den Impulsaustausch zu einer Energie  $x$  der Bremsquanten:

$$g_t = q_t = q$$

$$\theta_0 g_\alpha = g_1 = q_1 = \delta(x) \quad (7a)$$

Für die auf  $\sigma_0$  normierte Intensität pro Atom ergibt sich:

$$I(x, E_0, \theta_0, \alpha_0) = \frac{x}{N\sigma_0} \frac{d\sigma}{dx}$$

$$= [1+(1-x)^2] [\psi_1(\delta, \theta_0, \alpha_0) + \psi_1^i(\delta)] - \frac{2}{3}(1-x) \cdot [\psi_2(\delta, \theta_0, \alpha_0) + \psi_2^i(\delta)] \quad (7)$$

Mit $\psi_1^i = 18.2$	}	für C;	= 16.6	}	für Si; gilt für $\delta = 0$ , nur schwach abhängig von $\delta$ .
$\psi_2^i = 17.4$			= 15.53		

$$\psi_1(\delta, \theta_0, \alpha_0) = \frac{N_0}{N} \cdot \frac{(2\pi)^2}{a^3} 4 \delta \sum_{g_\alpha \geq \frac{\delta}{\theta_0}} |S|^2 e^{-Ag^2} c(g^2) g^2 \frac{1}{\theta_0^2 g_\alpha}$$

$$\psi_2(\delta, \theta_0, \alpha_0) = \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{a^3} 24 \delta^2 \sum_{g_\alpha \geq \frac{\delta}{\theta_0}} |S|^2 e^{-Ag^2} c(g^2) g^2 \frac{(\theta_0 g_\alpha - \delta)}{\theta_0^4 g_\alpha}$$

Für die Polarisation bezogen auf eine Ebene  $\pi$  folgt:

$$P_\pi = \frac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel} = \frac{2(1-x)\psi_3^\pi(\delta, \theta_0, \alpha_0, \beta_0)}{I(\delta, E_0, \theta_0, \alpha_0)} \quad (8)$$

$$\psi_3^\pi = - \frac{N_0}{N} \frac{(2\pi)^2}{a^3} 4 \delta^3 \sum_{g_\alpha \geq \frac{\delta}{\theta_0}} |S|^2 e^{-Ag^2} c(g^2) g^2 \frac{1}{\theta_0^4 g_\alpha} \cdot$$

$$\left[ \frac{g_2^2 - g_3^2}{g^2} \cos(2\beta_0) + \frac{2g_2 g_3}{g^2} \sin(2\beta_0) \right]$$

Die Summation ist in diesen Formeln für Intensität und Polarisationsgrad entsprechend der Beziehung (7a) vorzunehmen.

$$\delta_0 = Z^2 \left( \frac{e^2}{hc} \right) \left( \frac{e^2}{mc^2} \right) = Z^2 \cdot 5.78 \cdot 10^{-28} \text{ cm}$$

$N$  = Anzahl der Atome im Kristall

$N_0$  = Anzahl der Elementarzellen im Kristall

$\frac{N}{N_0} = 8$ , Konfigurationszahl für C und Si

$Z$  = Kernladungszahl

$a$  = Gitterkonstante

$$g^2 = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 (h_1^2, h_2^2, h_3^2), \quad h_i = \text{Miller'sche Indizes}$$

$C(g^2)$  = Abschirmfunktion

$$C(g^2) = \frac{1}{g} \left[ 1 - \frac{1}{g} \left( \sum_{i=1}^L a_i \exp(-b_i g^2) + c \right) \right]^2. \quad \text{Die Konstanten}$$

$a_i, b_i, c$  findet man bei G. Lutz und U. Timm (L3).

$$g_\alpha = g_2 \cos \alpha_0 + g_3 \sin \alpha_0; \quad g_\alpha = g_3 \cos \alpha_0 - g_2 \sin \alpha_0$$

$$g_2 = \frac{2\pi}{a} n_2; \quad g_3 = \frac{2\pi}{a} \sqrt{2} n_3 \quad \text{für } \vec{p}_0 \parallel [110]\text{-Richtung}$$

$$g_2 = \frac{2\pi}{a} \sqrt{2} n_2; \quad g_3 = \frac{2\pi}{a} \sqrt{2} n_3 \quad \text{für } \vec{p}_0 \parallel [001]\text{-Richtung} \quad (8a)$$

$A$  = Temperaturkoeffizient

$\alpha_0, \theta_0$  = Winkel der Kristallorientierung

$S$  = Strukturfaktor

$$S = \left[ 1 + e^{-i\frac{\pi}{2}(h_1+h_2+h_3)} \right] \left[ 1 + e^{i\pi(h_2+h_3)} + e^{i\pi(h_1+h_3)} + e^{i\pi(h_1+h_2)} \right]$$

$|S|^2$  kann als Funktion des Tripels  $h_1, h_2, h_3$  die Werte 0, 32, 64 annehmen.

$\beta_0$  = Winkel zwischen der Bezugsebene  $\pi$  und der Ebene  $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$

Um die Beziehung zwischen der Bezugsebene  $\pi$  für den Polarisationsgrad und den Winkeln der Orientierung aufzuzeigen, wurde auf die Berechnungen von G. Diambrini Palazzi (D1) zurückgegriffen. Dort findet man eine Formel für den Polarisationsgrad bezogen auf die Einfallsebene  $(\vec{b}_1, \vec{p}_0) \perp \pi$ , die mit der Ebene  $(\vec{b}_1, \vec{b}_2)$  den Winkel  $\alpha_0$  einschließt. Für das zu erstellende Fortranprogramm sollte die Bezugsebene der Polarisation zur freien Verfügung sein.

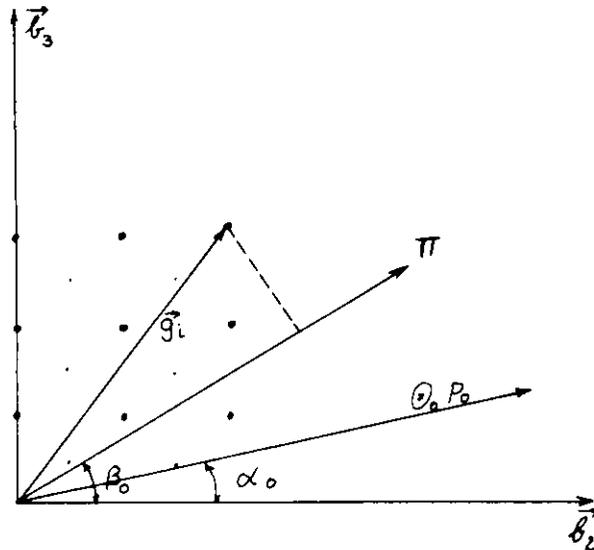


Abb. 4: Lage der Bezugsebene der Polarisierung zu den Kristallachsen

#### 2.4 Algorithmus der Spektren

Man erwartet bei der Berechnung von Spektren, die über mehrere Parameter zu mitteln sind, extrem lange Rechenzeiten. Deshalb sind die Formeln (7) und (8) für Intensität und Polarisierung so umzuformen, daß der Rechengang ökonomisch organisiert werden kann. Die Problematik der Rechenzeit wird deutlich, wenn man beachtet, daß zu jedem Funktionswert  $I = I(x)$  aus der Menge der Gittervektoren (im reziproken Gitter) jene auszuwählen sind, die innerhalb der durch  $x$  bestimmten pancake region liegen, über die dann zu summieren ist. Da die Anzahl der Gittervektoren, die bei der Berechnung berücksichtigt werden (Abschnitt 4.1.3.1), in der Größenordnung  $1.5 \cdot 10^2$  liegt, gilt es, diese Prozedur der Selektion und Summation zu optimieren. Alle Gittervektoren  $\vec{g}_i$ , die der Bedingung

$$q_1 = \theta_0 g_{\alpha} \approx \delta(x)$$

genügen, leisten einen Beitrag zur Intensität  $I(x)$ . Diese Bedingung überträgt sich anhand der Gleichungen (2a) und (2)

auf die Quantenenergie in der Form

$$x \leq x_d \quad . \quad (9)$$

Gleichung (9) besagt, daß alle Kanten  $x_d$ , die oberhalb der betrachteten Energie  $x$  liegen, bei der Summation der Intensitätsbeiträge an der Stelle  $x$  berücksichtigt werden müssen,

Bei fester Energie und festen Parametern der Orientierung hängen die Kanten  $x_d$  nur von den reziproken Gittervektoren ab. Um die Menge der zu summierenden Gittervektoren schnell festlegen zu können, liegt es nahe, die Menge der  $x_d$  der Größe nach zu ordnen. Man erreicht dadurch, daß die Summation in (7) und (8) über eine geordnete Menge ausgeführt werden kann. Die Funktion  $x_d = x_d(g_\alpha)$  ist eine monoton steigende Funktion der  $g_\alpha$  (vgl. 2a und 7a), damit ist eine Ordnung der  $g_\alpha$  im gleichen Sinne gegeben. Entsprechend dieser Reihenfolge sind auch die Größen  $g_{2,3}$  und  $g^2$  zu ordnen.

Es ist leicht, sich anhand der Beziehung (9) die Entstehung der für kohärente Bremsstrahlung typischen Kantenstruktur klar zu machen. Einem Fortschreiten von kleinem  $x$  zu größeren  $x$  entspricht eine Verschiebung der unteren Grenze der pancake region in Richtung  $p_o \cdot \theta_o$  (Abb. 5), dadurch fallen ein oder mehrere Punkte aus dem Gebiet des pancake's heraus und tragen nicht mehr zur Intensität bei. Dieser Beitrag ist für Punkte nahe dem Ursprung im reziproken Gitter sehr groß, und entsprechend groß ist auch der Intensitätssprung beim Überschreiten dieser Punkte.

Die von  $g^2$  abhängigen Größen werden mit dem Strukturfaktor zusammengefaßt:

$$G(g^2) = \frac{(2\pi)^2}{a^3} \cdot |S|^2 \exp(-Ag^2) \epsilon^2 C(g^2) \quad (10)$$

Mit der Größe

$$q_d = \frac{1 - x_d}{x_d} = \frac{1}{2E_o g_\alpha \theta_o} \quad \text{folgt nach (7)}$$

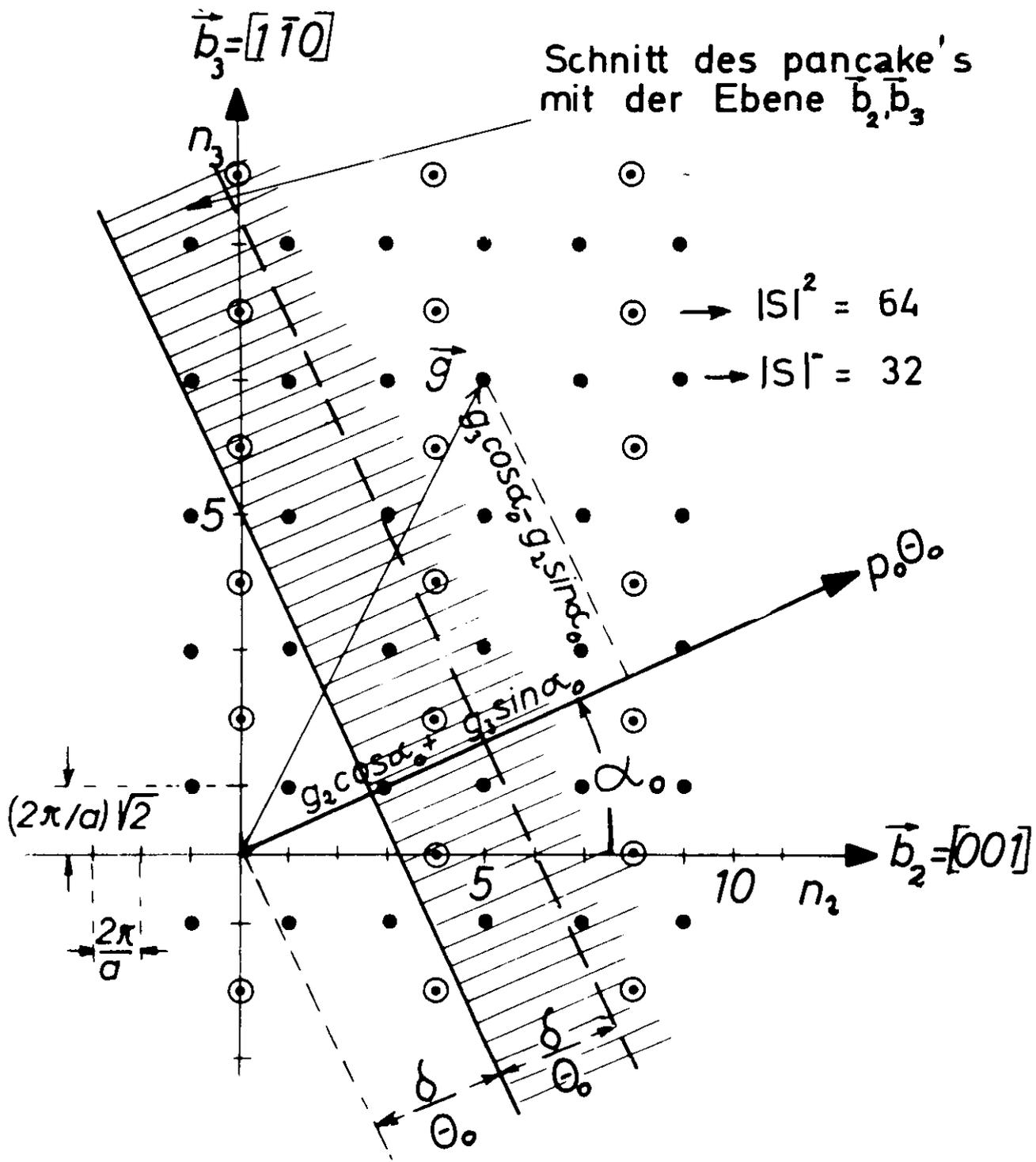


Abb. 5: Die Ebene des reziproken Gitters

$$\psi_1 = E_0 \left( \frac{x}{1-x} \right) \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^2$$

$$\psi_2 = 6E_0 \left( \frac{x}{1-x} \right)^2 \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^3 - 6E_0 \left( \frac{x}{1-x} \right)^3 \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^4$$

Durch Aufspalten in einen inkohärenten Anteil  $I^i$  und kohärenten Anteil  $I^c$  ergibt sich schließlich die folgende Form für das Rechenprogramm:

$$I(x) = I^i + I^c \quad (11)$$

$$I^i = [1 + (1-x)^2] \psi_1^i - \frac{2}{3}(1-x) \psi_2^i$$

$$I^c = E_0 (A - B + C)$$

$$A = \left( \frac{x}{1-x} + x(1-x) \right) \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^2$$

$$B = 4 \frac{x^2}{1-x} \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^3$$

$$C = 4 \frac{x^3}{(1-x)^2} \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^4$$

$$P_{\pi} = - \frac{2E_0}{I} \frac{x^3}{(1-x)^2} \sum_{x \leq x_{d_i}} G(\varepsilon_i^2) q_{d_i}^4 \frac{1}{\varepsilon} \left[ (\varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2) \cos(2\theta_0) + 2\varepsilon_2 \varepsilon_3 \sin(2\theta_0) \right] \quad (12)$$

Außer dem Ordnungsprinzip ist für eine kurze Rechenzeit von Bedeutung, daß die  $x$ -abhängigen Teile vor die Summation gezogen werden können. Dies bedeutet, daß die Berechnung der Intensität für eine Folge diskreter Werte wegen der geringen Dichte der Kanten  $x_d$  im Großteil des Spektrums nur jeweils beim Überschreiten der Diskontinuitäten mit einer Summation nach Gleichung (11) und (12) verbunden ist.

Außerdem wurde die Anzahl der Rechenoperationen dadurch reduziert, daß die Rechnung jeweils bei großem  $x$  ( $= 0.99$ ) beginnt und zu kleinem  $x$  zurückschreitet. Dadurch vermeidet man die beim Fortschreiten in umgekehrter Richtung notwendigen Subtraktionen.

Die Rechenzeit zur Berechnung von  $I(x_i)$  und  $P(x_i)$  für 99 Werte  $i = 1$  bis 99 beträgt nach Berücksichtigung aller diskutierten Punkte ca. 260 msec, bei Summation über etwa 150 reziproke Gitterpunkte.

Der Programmfluß ist durch mehrere Unterprogramme gegliedert. Das Function subprogramm 'SCREEN' errechnet eine modifizierte Abschirmfunktion  $C(\sigma^2) \sigma^2$ . Das Integral  $\int I(x, \theta_0, \alpha_0) dx$  wird numerisch errechnet; im Unterprogramm 'KANTEN' werden dazu die Unstetigkeitsstellen  $x_d$  und die Größen  $\hat{I}(x_d)$  und  $\check{I}(x_d)$  errechnet. (Das numerische Integral liefert nur für Einpunktspektren sinnvolle Werte). Das Unterprogramm 'VERTEI' wird im Abschnitt 4.1.1.2 besprochen.

Die Veränderungen im Mozley-de Wire-Programm betreffen die Logik der Hauptschleife und das Fehlen der Integration. Einzelheiten entnimmt man dem Flußdiagramm und der statement-Liste im Anhang.

3. Experimentelle Gegebenheiten und der Einfluß auf das  
=====

Spektrum  
=====

Der Vergleich gemessener Spektren mit nach Abschnitt 2 berechneten 'idealen Spektren' (siehe Abb. 6) zeigt, daß die gemessenen Unstetigkeitsstellen (peaks) niedriger sind und insgesamt eine Verschmierung der Struktur des Spektrums auftritt. Ursache dafür sind wegen  $I(x) = I(x, \theta_0, \alpha_0, E_0)$  alle experimentellen Voraussetzungen, die Einfluß auf die Winkel der Orientierung und auf die Energie nehmen:

- a.) Primärdivergenz der Elektronen  $\theta_p$
- b.) Vielfachstreuung im Target  $\theta_v$
- c.) Vibration des Targets
- d.) Mosaikstruktur des Kristalls
- e.) Energieschwankungen

Das Zusammenwirken dieser Effekte kann im Experiment nicht getrennt beobachtet werden. Jedoch geben Betrachtungen über Größenordnungen der Einflüsse einen Hinweis, welche der Effekte von überwiegendem Einfluß sind.

ad a.) Messungen zur Primärdivergenz der Elektronen in der DESY-Maschine sind für die betrachtete Situation eines Targets innerhalb des Beschleunigungsrings nur im Zusammenhang mit der Vielfachstreuung möglich. Die Voraussetzungen ändern sich im Falle eines externen Elektronenstrahls.

ad b.) Der mittlere Vielfachstreuungswinkel ist eine Funktion der Energie und der Targetdicke.

$$\theta_v = \frac{21}{E_0} \sqrt{\frac{t_0}{2}} \text{ mrad; } E_0 \text{ in [GeV], } t_0 \text{ in [rad.1]}$$

ad c.) und d.) Die Mosaikstruktur der bisher zu Messungen benutzten Silizium- und Diamantkristallen konnte in ihrem Einfluß

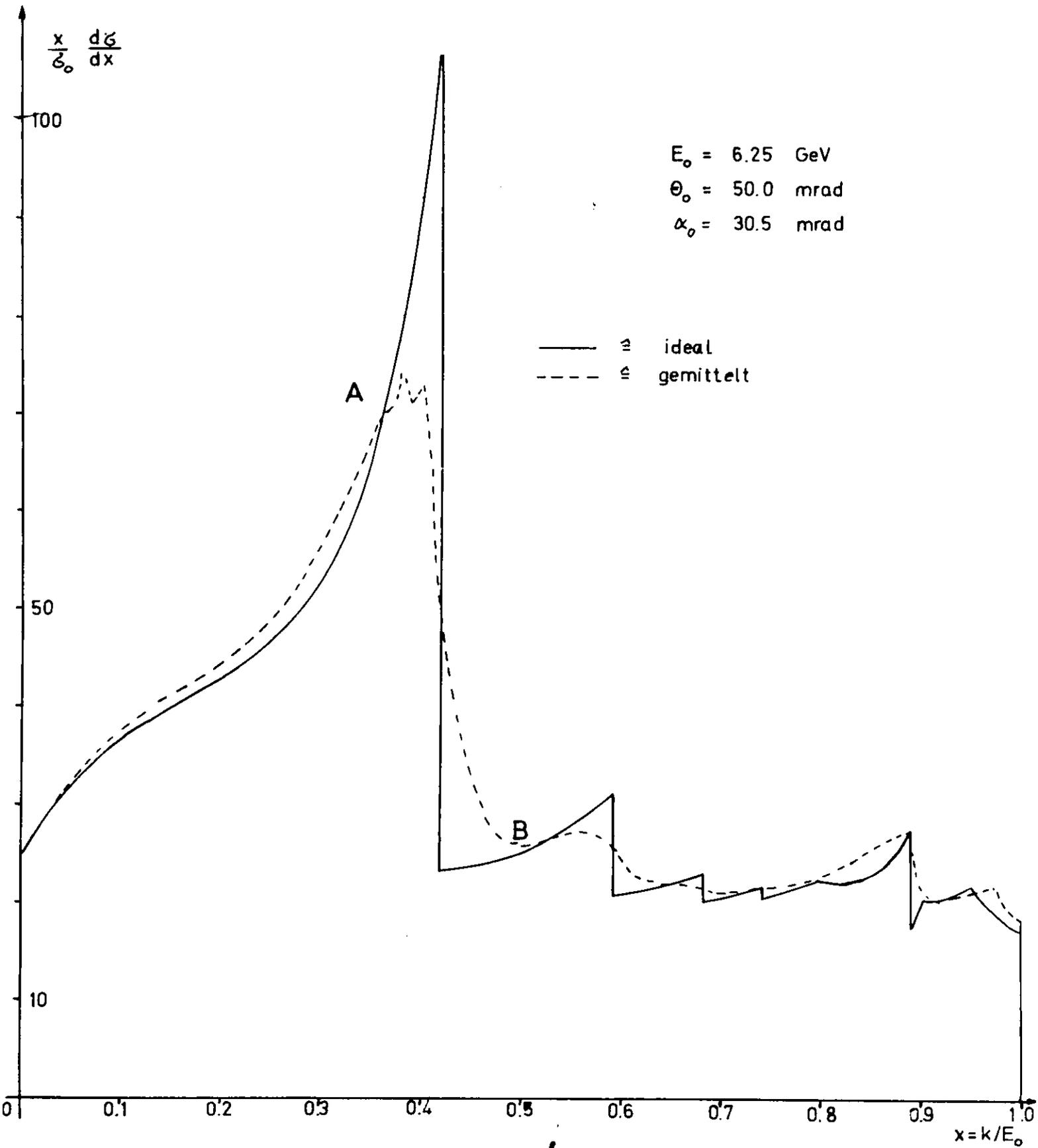


Abb. 6 : Vergleich: ideales — gemittelttes Spektrum

als klein vernachlässigt werden. Ebenso kann man bei sorgfältiger Wahl der Kristallhalterung im Ring-Goniometer den Einfluß der Vibration des Targets vernachlässigbar klein halten.

ad e.) Schwankungen der Energie  $E_0$  der Elektronen sind von der Größenordnung

$$\frac{\Delta E_0}{E_0} \leq 0.01 \approx 1 \%$$

4. Berechnung der Photonenspektren unter Berücksichtigung  
=====  
experimenteller Gegebenheiten  
=====

4.1 Dicker Kristall, starke Kollimation

Von den erwähnten Effekten beeinflussen Vibration und Mosaikstruktur des Kristalls die Verschmierung des experimentellen Spektrums nur sehr wenig. Dagegen tragen Primärdivergenz und Vielfachstreuung wesentlich zur Verschmierung der Spektren bei. Die Primärdivergenz ist eine Eigenschaft des Synchrotrons. Sie kann für interne Targets nur in gewissen Grenzen mittels einer Blendenvorrichtung (Scraper) beeinflusst werden.

Der mittlere Winkel der Vielfachstreuung wird durch Targetdicke und Energie der Elektronen bestimmt.

Im Koordinatensystem des Kristalls, der in einer festen Orientierung zu einer Sollrichtung  $\vec{p}_0$  der Elektronen ausgerichtet ist, bedeutet die durch Vielfachstreuung und (oder) Primärdivergenz geänderte Einfallrichtung der Elektronen eine Streuung der Orientierungswinkel  $\theta_0$  und  $\alpha_0$ . In bezug auf den Bremsprozeß in einem Kristall definierter Orientierung sind die beiden Winkeldivergenzen erzeugenden Prozesse gleichberechtigt und nicht zu trennen. Macht man die Annahme, daß die beiden Winkelverteilungen gaußverteilt sind und daß die Winkel  $\theta_{v_i}$  und  $\theta_{p_i}$  eines Einzelereignisses sich additiv zu einem

$$\theta_{e_i} = \theta_{v_i} + \theta_{p_i}$$

zusammensetzen, so folgt aus der Falterung wiederum eine Gaußverteilung mit der Divergenz

$$\theta_e^2 = \theta_v^2 + \theta_p^2$$

Messungen der Winkelverteilung eines Gammastrahls - erzeugt an einem inneren Target - zeigten nun, daß für Targetstärken mit  $t_0 = 0,1$  Strahlungslängen die Divergenz  $\theta_e$  unabhängig von der Targetdicke ist und nur von der Energie abhängig ist. Das

Verhalten wird etwa durch folgende empirische Formel beschrieben (R1):

$$\theta_e^2 = \frac{14}{E_0^2} + 0.30 \text{ [mrad}^2\text{]}; \quad E_0 = \text{[GeV]} \quad (13)$$

Daß die Targetdicke in Gleichung (13) nicht eingeht, ist auf 'Mehrfachdurchgänge' der Elektronen zurückzuführen.

Für 6 GeV Elektronen ergibt sich eine mittlere Divergenz nach (13) von

$$\theta_e = 0.83 \text{ mrad} .$$

Da der natürliche Öffnungswinkel des Bremsstrahlungskegels  $\theta_n = \frac{1}{E} = 0.085 \text{ mrad} \ll \theta_e$  ist, bestimmt die Elektronendivergenz die Größe des Öffnungswinkels des unter Berücksichtigung aller Einfallrichtungen auftretenden Gesamtstrahlungskegels.

#### 4.1.1 Mittelung der Intensitätsspektren

Kohärente Bremsspektren sind in einem besonderen Maße empfindlich gegenüber Winkeldivergenzen der einfallenden Elektronen. Kohärenz kann nur beobachtet werden, wenn die Winkeldivergenz klein bleibt. Man erreicht dies durch Kollimation des  $\gamma$ -Strahls.

Wenn man beachtet, daß den Gammaenergien  $x = x_d$  nahe den für kohärente Bremsspektren charakteristischen Diskontinuitäten (Kanten) Quanten entsprechen, die unter extrem kleinen Winkeln  $\theta_k = q_t / (p_0 - q_1) = 10^{-2} - 10^{-3} \text{ mrad}$  emittiert werden (vgl. Abschnitt 2.1), so kann man in guter Näherung die Richtung des einfallenden Elektrons mit der Richtung der Bremsquanten identifizieren. In dieser Näherung bedeutet die Kollimation ein Ausblenden von Elektronenrichtungen, deren Divergenz in der Größenordnung des Kollimationswinkels liegt. Für einen Abstand Target - Kollimator von 10 m und eine Kollimator-

Öffnung von 2 x 2 mm unter Berücksichtigung der Targetspotausdehnung (etwa 1 x 1 mm) erhält man einen Kollimatorwinkel von  $\theta_{\text{koll}} = 0.15 \text{ mrad}$  (Abb. 5).  
 Man charakterisiert diese Verhältnisse durch die Beziehung:

$$\theta_{\text{koll}}^2 \ll \theta_e^2 \quad (14)$$

Man kann zeigen (L2), daß im Grenzfall  $\theta_{\text{koll}} \rightarrow 0$  und  $\theta_e \rightarrow \infty$  die Form des Bremsspektrums sich dem 'idealen Spektrum' nähert und daß im obigen gemäßigten Fall (14) durch eine Integration über die Elektronenwinkelverteilung, begrenzt durch den Raumwinkelbereich des Kollimators, der Einfluß der Winkeldivergenz und der Kollimation berücksichtigt werden kann.

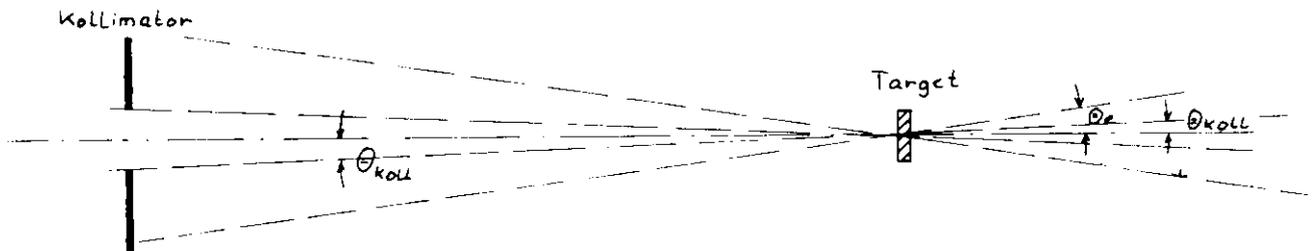


Abb. 7: Ausblenden durch den Kollimator (Schema)

Die Verschmierung der gemessenen Spektren gegenüber dem 'idealen Spektrum' als Folge der erörterten Einflüsse kann man als 'Wandern' der Kanten erklären. Für die relative Änderung  $\frac{\Delta x}{x_d}$  der Kanten  $x_d = x_d(\theta_o, \alpha_o, E_o)$  nach Gleichung (9) folgt:

$$\frac{\Delta x}{x_d} = (1 - x_d) \left[ \left( \frac{\Delta \theta_o}{\theta_o} + \frac{g'_\alpha}{g_\alpha} \Delta \alpha \right) + \frac{E_o}{E_o} \right] \quad (15)$$

Um die Größenordnungen deutlich zu machen, seien folgende typischen Werte gewählt:

$$\left. \begin{array}{l} E_o = 6.25 \text{ GeV} \\ \theta_o = 50 \text{ mrad} \\ \alpha_o = 31 \text{ mrad} \end{array} \right\} \Rightarrow x_d = 0.42 ; \quad \begin{array}{l} \Delta \theta_o = 0.15 \text{ mrad} \\ \Delta \alpha_o = 2.8 \text{ mrad} \\ \frac{\Delta E_o}{E_o} = 0.01 \end{array}$$

Betrachtet wird der Hauptpeak eines Einpunktspektrums, dem der Punkt (0,2) zugeordnet werden soll, d.h.  $\frac{\epsilon'_a}{\epsilon_a} = \frac{1}{31} \cdot 10^{+3}$

$$\frac{\Delta x}{x_d} = 0.58 ((0.3 + 9.0) + 1.0) 10^{-2} \approx 6.0 \%$$

Man folgert aus dieser Betrachtung, daß die Winkelabweichungen von der Sollrichtung  $\vec{p}_0$  respektive  $\theta_0$  und  $\alpha_0$  den wesentlichen Beitrag zu dieser Verschmierung leisten. Eine Mittelungsrechnung, die die experimentellen Verhältnisse simuliert, muß deshalb eine Verteilung der Winkel berücksichtigen.

#### 4.1.1.1 Einfluß der Kollimation auf die Winkelverteilung

Die Relation von mittlerer Elektronendivergenz und Kollimationswinkel (Gleichung (14)) - sowie die Annahme, daß die Elektronenwinkelverteilung durch eine Gaußverteilung wiedergegeben werden kann - läßt zunächst darauf schließen, daß für die Mittelung über die Einfallswinkel eine Gleichverteilung der Winkel in einem Bereich der Größe  $\theta_{koll}$  die Verhältnisse gut wiedergibt. Das ist aber nur für relativ große Kollimatoröffnungen  $\theta_{koll} > \theta_n = \frac{1}{E_0}$  richtig. Tatsächlich sind jedoch im Experiment  $\theta_{koll}$  und  $\theta_n$  von vergleichbarer Größenordnung, so daß durch das Ausblenden des Gammastrahls die Elektronenrichtungen  $\theta_e$  nur innerhalb eines Intervalls der Größenordnung  $\theta_n$  festgelegt sind.

Außerdem führt die Targetspotausdehnung zu einer 'Verschmierung der Kanten', deren Einfluß auf die Winkelverteilung am größten wird, wenn Targetspot und Kollimatoröffnung von gleicher Größe sind. Der zweidimensionalen Darstellung der Abb.88 entnimmt man alles Wesentliche.

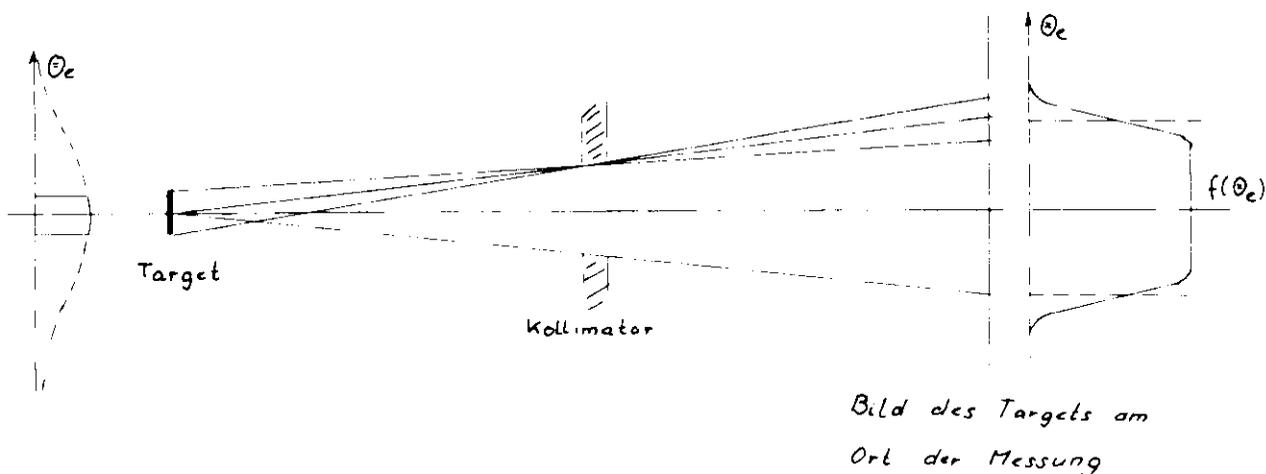


Abb. 8: Verformung der Winkelverteilung

Dabei ist die Annahme gemacht worden, daß die Intensität der Strahlung am Target vom Ort unabhängig ist; des weiteren, daß alle Richtungen der Strahlung (innerhalb des interessierenden Bereiches) gleichwahrscheinlich sind. Der Nettoeffekt einer endlichen Targetspotausdehnung und einer Kollimation ist die Veränderung der Winkelverteilung der Bremsstrahlung. Unter dem Aspekt einer Mittelungsrechnung bedeutet dies, daß es gerechtfertigt ist, für die zu berücksichtigende Verteilung der Elektronenrichtungen eine ähnliche Verformung anzunehmen. Da man sich bei diesen Überlegungen nicht auf Messungen der Winkelverteilung der Bremsstrahlung hinter dem Kollimator stützen kann, nimmt man ebenfalls eine Gaußverteilung der Winkel an, mit einer mittleren Divergenz, die dem Kollimationswinkel in etwa entspricht.

4.1.1.2 Mittelung über die Einfallswinkel und der Zusammenhang mit der Orientierung des Kristalls

Die Orientierung des Kristalls zur Elektronenrichtung wird mit einem Goniometer vorgenommen. Der Kristall ist im Goniometer um zwei senkrecht zueinander stehende Achsen drehbar angeordnet. Für eine Orientierung des Kristalls nach Abbildung 3 fallen  $\vec{p}_0$  und die (110)-Achse des Kristalls nahezu zusammen, dann kann die horizontale Drehachse mit der (001)-Achse und die vertikale Drehachse des Goniometers mit der (110)-Achse des Kristalls angenähert in Übereinstimmung gebracht werden.

Die Verteilung der Elektronenrichtung sei rotationssymmetrisch zur Richtung  $\vec{p}_0$ . Wenn man in Abbildung 3 den Einheitsvektor  $\vec{p}_0/p_0$  in die  $b_2$ - $b_3$ -Ebene projiziert, so ergibt sich ein Bild entsprechend der Abbildung 9. Da für die betrachteten Fälle stets  $\theta_0 \ll 1$  ist, kann in guter Näherung  $\sin\theta_0 \approx \theta_0$  gesetzt werden.

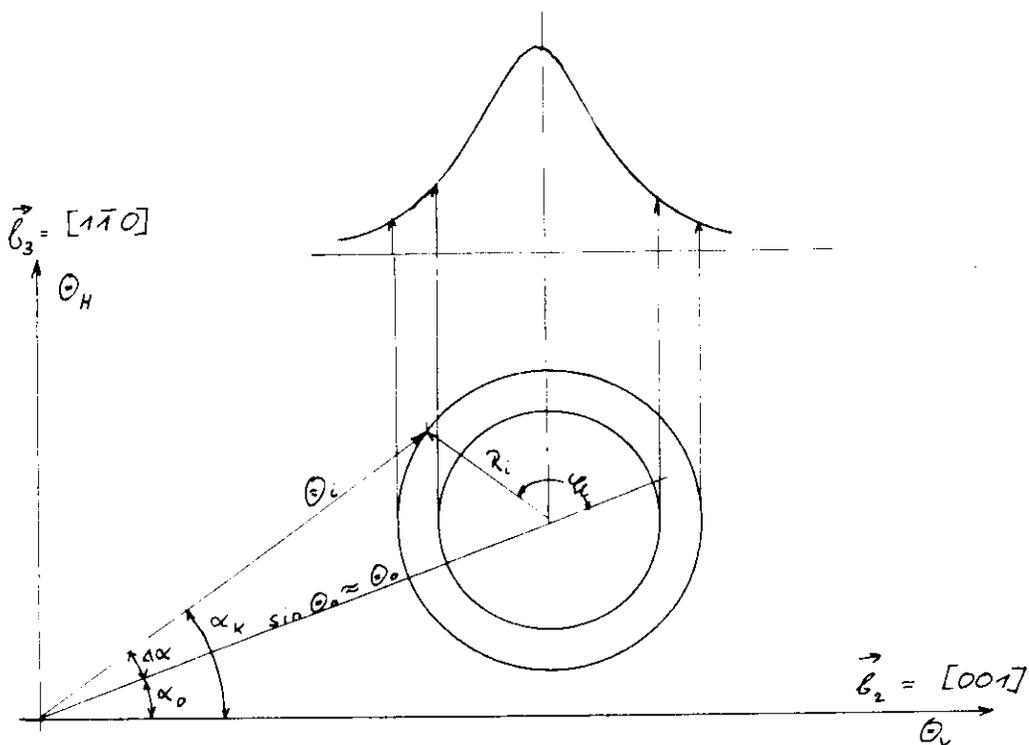


Abb. 9:  $\theta_H$  und  $\theta_V$  - Ebene

Für einen beliebigen Punkt der Ebene, der bezüglich  $\alpha_0$  und  $\theta_0$  durch  $R_i$  und  $\varphi_1$  gekennzeichnet ist, folgt dann geschrieben in den Polarkoordinaten  $\alpha$  und  $\theta$ :

$$\theta_i = \sqrt{\theta_0^2 + R_i^2 + 2\theta_0 R_i \cos(\varphi_1)}$$

$$\alpha_k = \alpha_0 + \Delta\alpha = \alpha_0 + \text{signum}(\sin(\varphi_1)) \arccos\left(\frac{\theta_0 + R_i \cos \varphi_1}{\theta_i}\right)$$

Über den Koordinaten  $R_i, \varphi_1$  wird eine Gaußverteilung angenommen und zur Mittelung eine Schar von Spektren für diskrete Werte der Verteilung berechnet.

Die Menge der Wertpaare  $(\theta_i, \alpha_k)$  wird im Subprogramm 'VERTEI' errechnet. Mit der Festsetzung der Schrittweite:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{12} \quad \text{und den} \quad \varphi_1 = \Delta\varphi(L-1); \quad L=1,12$$

$$\Delta R = \frac{2\bar{R}}{2N+1} \quad \text{Laufgrößen} \quad R_i = \Delta R(N+1-I); \quad I=1, N+1$$

( $\bar{R}$  = Parameter, der den Laufbereich in R begrenzt)

werden für  $N = 7 \quad 85$  Wertpaare  $(\theta_i, \alpha_k) \leftrightarrow (R_i, \varphi_1)$  erzeugt.

Die Beschränkung auf diskrete Wertpaare ist sicherlich erlaubt, weil die komplizierte Form der Funktion  $I(x, \alpha, \theta)$  eine Mittelwertbildung in geschlossener Form nicht nahelegt und weil die Winkelverteilung nicht bekannt ist.

Macht man die Annahme, daß die Elektronenrichtungen rotations-symmetrisch gaußverteilt sind, so genügt es wegen dieser Symmetrie, eine eindimensionale Verteilung in R zu betrachten; d.h. die Gewichte der Wertpaare  $(R_i, \varphi_1)$  ergeben sich zu:

$$\text{Weight}(L) = w_1 = \text{konst.} = \frac{1}{12}$$

$$\text{Weight}(I) = w_i = \exp(-2(i-1) \cdot \text{konst.} / (2N+1)); \quad i=1, N+1$$

Mit einer Normierung nach  $w_i = \frac{w_i}{\sum w_i}$  folgt schließlich für

die gemittelte Intensität:

$$\bar{I} = I(R_{N+1})v_{N+1} + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{12} I(R_{i,l}) \frac{1}{12} w_i \quad (16)$$

#### 4.1.2 Mittelung der Polarisation

Die Polarisation bezogen auf eine Ebene  $\pi$  ist definiert als

$$P = \frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp} + I_{\parallel}}, \text{ wobei } I_{\perp} \text{ und } I_{\parallel} \text{ die Intensitäten}$$

mit einer Polarisation senkrecht und parallel zur Ebene  $\pi$  bedeuten. Für die gemittelte Polarisation, d.h. für die Polarisation bezüglich  $\pi$ , die man mißt, wenn die Intensitätsgrößen  $\bar{I}_{\perp}$  und  $\bar{I}_{\parallel}$  selbst gemittelte Größen sind, hat man zu schreiben:

$$P_{\pi} = \frac{\bar{I}_{\perp} - \bar{I}_{\parallel}}{\bar{I}_{\perp} + \bar{I}_{\parallel}} \quad (17)$$

Gemäß dieser Gleichung hat man den Einfluß der Mittelung auf die Polarisation vollständig erfaßt, wenn man den Einfluß auf die Intensität kennt. In diesem Sinne gelten alle Überlegungen des Abschnittes 4.1.1 (mit der Abkürzung  $I_{i,l} = I(R_{i,l})$ ) folgt:

$$\bar{P}_{\pi} = \frac{(I_{\perp} - I_{\parallel})_{N+1} v_{N+1} + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{12} (I_{\perp} - I_{\parallel})_{i,l} \frac{1}{12} w_i}{\bar{I}} \quad (18)$$

$$\bar{P}_{\pi i,l} = \frac{(I_{\perp} - I_{\parallel})_{i,l}}{I_{i,l}} \Rightarrow P_{i,l} I_{i,l} = (I_{\perp} - I_{\parallel})_{i,l} \quad (19)$$

Durch Einsetzen von (19) in (18) folgt:

$$\bar{P} = \frac{I_{N+1} P_{N+1} w_{N+1} + \sum_{i=1}^N \sum_{l=1}^{12} \frac{1}{12} I_{i,l} P_{i,l} w_i}{\bar{I}} \quad (20)$$

Nach dieser Formel wird im Programm die gemittelte Polarisation berechnet.

#### 4.1.3 Anpassung der berechneten Spektren

Mit dem in dieser Arbeit dargelegten Programm können Spektren mit Parametersätzen aus folgenden Intervallen berechnet werden:

$I(x)$ ,  $P(x)$  für  $\theta < x < 1$ ;  $E_0$  im GeV-Bereich

$$0 \leq \alpha_0 \leq 2\pi; \quad 0 \leq \beta_0 \leq 2\pi$$

$$0 < \theta_0 \leq 100 \text{ mrad}$$

Man unterscheidet:

##### a.) Einpunktspektren

Sie zeichnen sich durch einen hohen Polarisationsgrad aus (etwa 60 bis 70 %). Für sie gilt:

$$\alpha_0 = n \cdot \pi/2 + \Delta\alpha, \quad n = 0, 1, 2, 3$$

$$\theta_0 = 50 \text{ mrad}; \quad \Delta\alpha \text{ um } 30 \text{ mrad}$$

##### b.) Mehrpunktspektren

Sie sind charakterisiert durch die Festsetzung:

$$\alpha_0 = n \cdot \pi/2, \quad n = 0, 1, 2, 3$$

$$\theta_0 = 5 \text{ mrad}$$

#### 4.1.3.1 Genauigkeit der numerischen Berechnung

Die im Abschnitt 2.3 aufgeführte Gleichung (7) zur Berechnung der Intensität enthält die Anweisung, über alle Gitterpunkte des reziproken Gitters zu summieren. Für eine numerische Berechnung der Intensität wird eine endliche Anzahl der Gitterpunkte berücksichtigt, deshalb soll das Konvergenzverhalten von Gleichung (11) diskutiert werden. Bricht man die Summation gemäß den Gleichungen (11) nach N Schritten ab, so ist der Fehler der Intensität  $I(x)$  gegeben durch:

$$\Delta I(x) = \sum_{\substack{x \neq x_{di} \\ i=N+1}}^{\infty} C(g_i^2) \left[ \frac{q_i^2 x}{1-x} \left[ 1 + (1-x)^{2-4q_i x} \left( 1 - \frac{q_i^2 x}{1-x} \right) \right] \right]$$

Wenn man sich vergegenwärtigt, daß der in Klammern [ ] aufgeführte Teil für jedes  $0 < x < 1, 0 < x_d < 1$  endlich ist und sich die Summation sinnvoll auf die Betragsquadrate  $g_i^2$  der Gittervektoren ausdehnt, so wird deutlich, daß das Verhalten der Summanden für  $N \rightarrow \infty$  durch das Grenzverhalten von Exponentialfunktionen

$$\lim_{g_i^2 \rightarrow \infty} C(g_i^2) = \text{konst.} \cdot \lim_{g_i^2 \rightarrow \infty} e^{-A g_i^2} C(g_i^2) g_i^2 \rightarrow 0$$

beschrieben wird. Mit  $g_i^2 = \left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 (n_2^2 + n_3^2)$  überträgt sich die Konvergenz auf den Algorithmus nach Gleichung (11) in der Weise, daß für eine vorgegebene Genauigkeitsschranke ein endlicher Bereich  $n_2$  und  $n_3$  im reziproken Gitter berücksichtigt werden muß.

Tatsächlich ist die Konvergenz außerordentlich gut, schon wenige Punkte genügen (etwa 20), um die Struktur des Spektrums zu erfassen. Die Güte der Konvergenz zeigt, daß kleine Impulsüberträge in der Bremsstrahlung extrem bevorzugt sind.

Der Beitrag eines einzelnen reziproken Gitterpunktes zur kohärenten Intensität wird nach Gleichung (11) durch zwei Abhängigkeiten bestimmt, die sich getrennt darstellen lassen. Für  $x = x_d$  wird der Intensitätsbeitrag am größten, deshalb soll der Intensitätsbeitrag  $I_i^c$  für diesen Fall diskutiert werden.

$$I_i^c = E_0 \left[ \frac{(2\pi)^2}{a^3} |S|^2 e^{-Ag_i^2} g_i^2 c(g_i^2) \right] \cdot \left[ \frac{1-x_{d_i}}{x_{d_i}} (1 + (1-x_{d_i})^2) \right]$$

a b

- a.) Abhängigkeit vom Betrag  $|\vec{g}|$  ; unabhängig von der Orientierung
- b.) Abhängigkeit von Betrag und Richtung von  $\vec{g}$  ; orientierungsabhängig

Der a-Anteil ist rotationssymmetrisch in bezug auf den Ursprung der  $n_2$ - $n_3$ -Ebene und fällt mit steigendem  $g^2$  sehr schnell ab (Abb. 10). Es sei nun  $g^2 = \text{konst.}$  gewählt, dann wird das Verhalten von  $I_i^c$  in Abhängigkeit von  $g$  durch den b-Anteil, d.h. wegen Gleichung (2a)  $x_d = x_d(q_1)$  mit  $q_1 = \theta_0 g_\alpha$  durch die Größe  $g_\alpha$  bestimmt. Ist  $g_\alpha$  klein (Abb. 5), das entspricht reziproken Gitterpunkten nahezu senkrecht zu  $\vec{p}_0$  mit Intensitätsbeiträgen im niederenergetischen Bereich, so kann der b-Anteil große Werte annehmen (Abb. 11). Liegt der Gitterpunkt  $\vec{g}$  parallel zu  $\vec{p}_0$ , dann nimmt der b-Anteil seinen kleinsten Wert an. Aus diesem Verhalten schließt man für die Produktfunktion  $I_i^c$ , daß für  $n_2$  und  $n_3$  unterschiedliche Intervalle festgesetzt werden müssen, um gleiche numerische Schranken für die Beiträge  $I_i^c$  zu gewährleisten. Dieser Weg ist nicht beschränkt worden. Es hat Vorteile, das Programm unabhängig von einer speziellen Wahl des Winkels  $\alpha_0$  zu belassen, deshalb wurde die Unsymmetrie des b-Anteils vernachlässigt. Alle Punkte, für die der a-Anteil bezogen auf den Punkt (0,2) größer als ein Prozent ist, werden berücksichtigt (Abb. 10). Da die Einheiten in  $n_2$ - und  $n_3$ -Richtung um den Faktor  $\sqrt{2}$  verschieden sind, ergibt sich für die Intervalle:

$$-17 \leq n_2 \leq +17 \quad ; \quad -12 \leq n_3 \leq +12$$

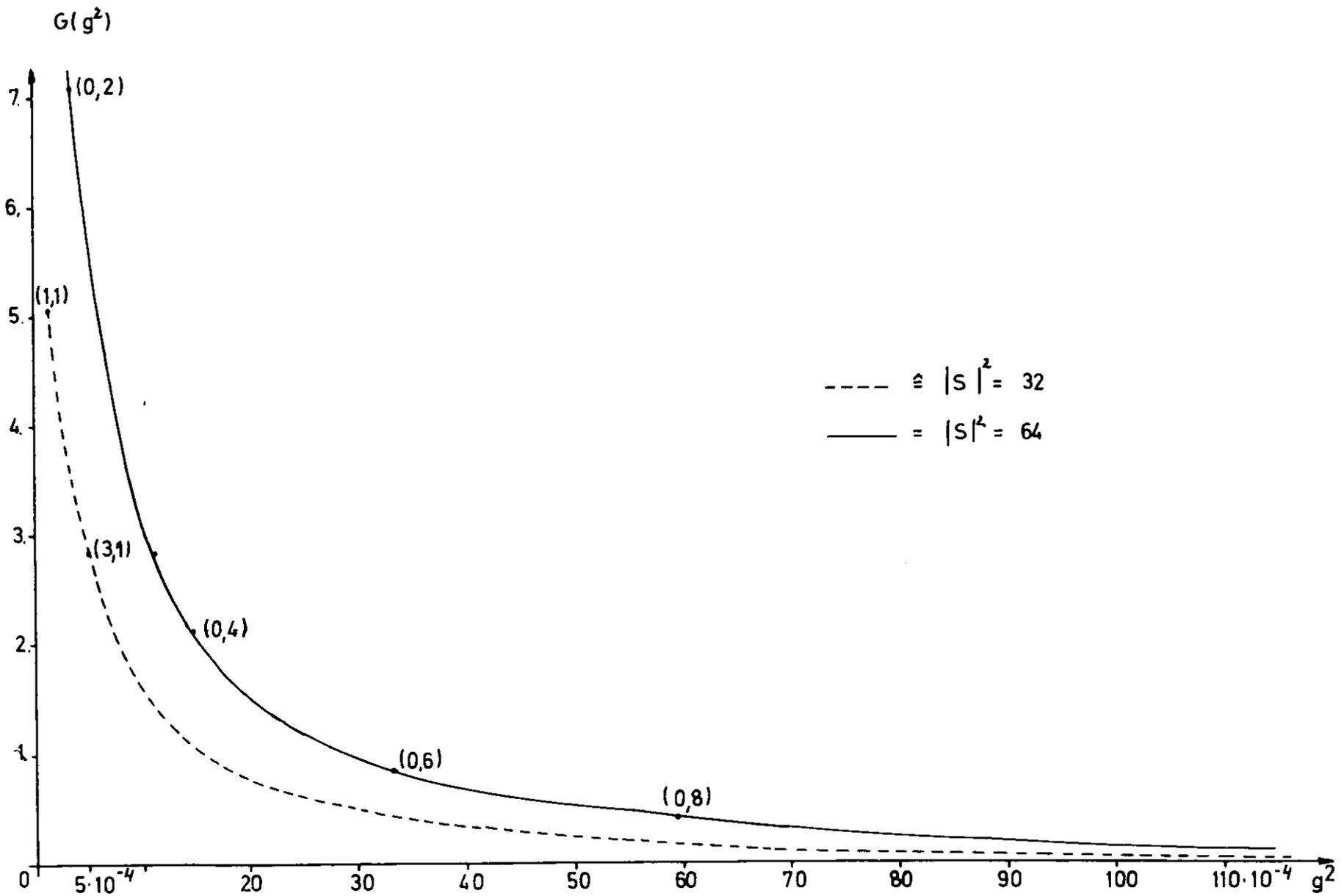


Abb. 10:  $\alpha$  - Anteil

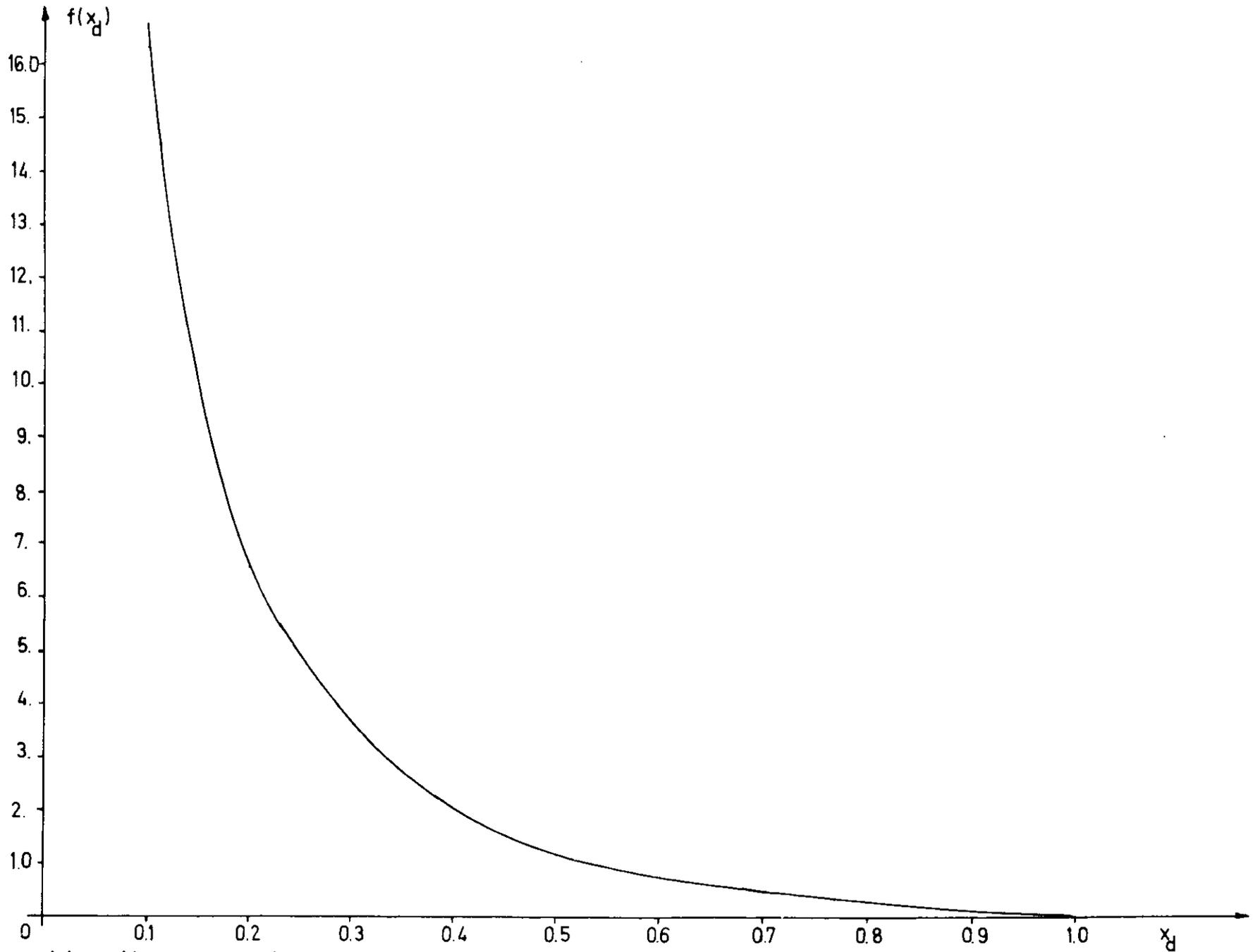


Abb. 11: b - Anteil

Durch dieses Vorgehen wird gewährleistet, daß  $I = I(x)$  für alle  $x$  aus  $x_d(0,2) \leq x \leq 0.9$  mit einer relativen Genauigkeit der Größenordnung Promille berechnet wird. Im hochenergetischen Bereich des Spektrums  $x = 0.9$  wird der Einfluß von vernachlässigten Gitterpunkten mit großem  $g_\alpha$  merklich. Die Fehler der Intensität sind in der Größenordnung Prozent.

Die Intensität für  $x \leq 0.15 \leq x_d(0,2)$  kann mit Fehlern von mehreren Prozent behaftet sein, die durch vernachlässigte Beiträge  $I_i^C$  von Punkten mit kleinem  $g_\alpha$  zustandekommen. Die Mittelung wirkt aber in der Weise, daß der Fehler unter einem Prozent bleibt.

Zu bemerken ist, daß die Größenordnung der Fehler in der Intensität durch Variation des  $n_2$ - $n_3$ -Bereiches und der Orientierung im Sinne einer "ungünstigen Konstellation" abgeschätzt wurde.

Die Berechnung der Kanten  $x_d$  erfolgt im Programm mittels Gleichung (2a), sie gilt für  $q_t \ll 1$ . Der Fehler in  $x_d$  liegt für  $q_t \approx 1$  in der Größenordnung Prozent. Reziproke Gitterpunkte, die große Transversalimpulse aufnehmen, liegen entsprechend weit vom Ursprung des reziproken Gitters. Der Intensitätsbeitrag  $I_i^C$  ist klein, so daß dieser Fehler außerhalb der Betrachtung bleibt.

#### 4.1.3.2 Kriterien der Anpassung

Anpassung der berechneten Spektren an die gemessenen Spektren bedeutet die Normierung der Meßpunkte (Paarspektrometerzählrate) auf die theoretische Intensität und die Festlegung des Parameters  $\theta_e$  in einer Weise, daß der Intensitätsverlauf sich in dem Energiebereich  $0.1 \leq x \leq 0.9$  den Meßpunkten anpaßt. Man beschränkt sich auf dieses Intervall, weil aus den im vorigen Abschnitt diskutierten Gründen nicht alle Energiebereiche in gleicher Weise für die Anpassung geeignet sind.

Zur Berechnung der Spektren werden die Parameter  $E_0$ ,  $\theta_0$ ,  $\alpha_0$  benötigt.  $E_0$  kann aus der hochenergetischen Kante des Bremspektrums ermittelt werden oder als Parameter der Synchrotron-

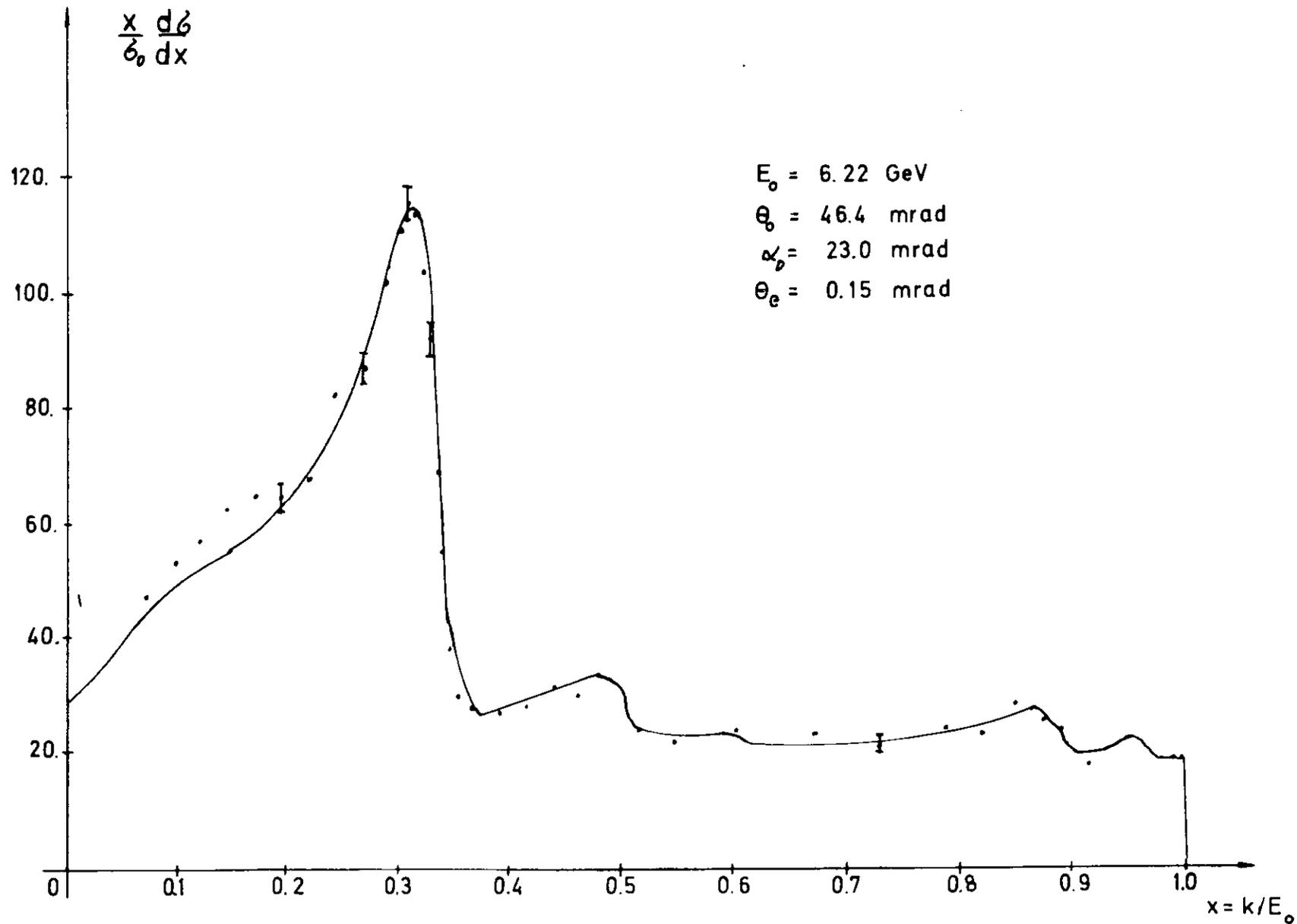


Abb. 12 : Anpassung mit einem kleinem  $\theta_e$

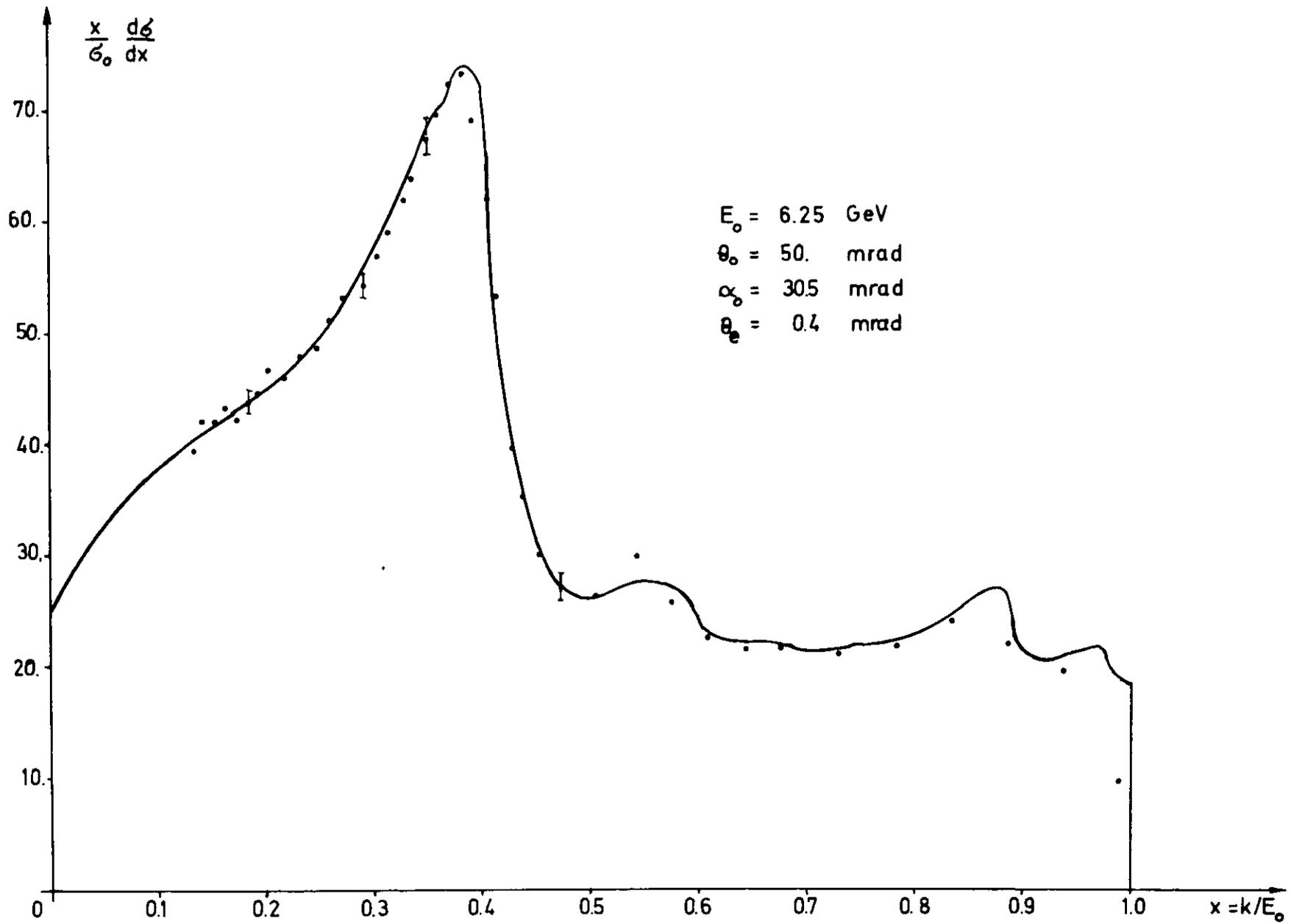


Abb. 13 : Anpassung mit einem großem  $\theta_e$

einstellung übernommen werden. Die Parameter der Orientierung können bei Einpunktspektren aus dem Abfall der Kante zum Punkt (0,2) ermittelt werden.  $x_d(0,2)$  wird graphisch ermittelt. Der mittlere relative Fehler der Kante  $x_d$  wird durch die Anzahl der Meßpunkte auf der Kante bestimmt. Für etwa 4 bis 8 Meßpunkte bewegt sich der Fehler im Intervall  $1\% \approx \Delta x_d/x_d \approx 0.5\%$ .

Mit  $g_d(0,2) = g_3 \sin \alpha_0$  folgt für die Abhängigkeit der Orientierungswinkel von  $x_d$ :

$$\theta_0 \sin \alpha_0 = \frac{1}{2g_3 E_0} \left( \frac{x_d}{1 - x_d} \right)$$

$\theta_0$  gewinnt man aus der Goniometereinstellung in Verbindung mit der Prozedur der Kristallorientierung (L1). Für Einpunktspektren muß man  $\theta_0 = 50$  mrad wählen, und da der Fehler der Bestimmung von  $\theta_0$  nach dieser Methode etwa 0.1 mrad beträgt, ist der relative Fehler 0.2 %. Auf diese Weise gelingt es, dem gemessenen Spektrum innerhalb der Fehlergrenzen eindeutig einen Parametersatz  $E_0, \theta_0, \alpha_0$  zuzuordnen.

Die Verschmierung der Struktur in gemessenen Spektren gegenüber theoretischen Spektren ist in bezug auf die Reduzierung der Höhe des Hauptpeaks besonders augenfällig.

Mit dem Verhältnis von Hauptpeak Intensität im Punkt A und Intensität im Punkt B (Abb. 6) hat man ein Maß für die Winkeldivergenzen, die zur Erzeugung des Spektrums beigetragen haben. Für kleine Winkeldivergenzen wird man eine große Überhöhung

$U = \frac{I_A}{I_B}$  vorfinden und vice versa. Aus den geometrischen Verhältnissen (Kollimatoröffnung und Targetfleckausdehnung)

folgt, wie im Abschnitt 4.1.1 dargelegt, eine Größe für  $\theta_e$ . Man erreicht durch folgerichtige Variation von  $\theta_e$  eine Anpassung der Spektren. Dies gelingt, wie die Abb. 12 und 13 zeigen, für große und kleine Werte von  $\theta_e$  zufriedenstellend. Es zeigt sich, daß  $\theta_e$  gelegentlich zur Anpassung Werte annimmt, die sich nicht mehr durch die geometrischen Verhältnisse rechtfertigen lassen (z. B.  $\theta_e = 0.4$  in Abb. 13; hier liegt  $\theta_e$  um einen Faktor 2 über dem geometrischen Wert). Man

interpretiert jetzt  $\theta_e$  als einen Parameter der Mittelung, der numerisch alle Effekte ähnlicher Wirkung berücksichtigt. Dies ist sinnvoll, da man die Targetfleckausdehnung nicht mißt und der Einfluß einer Mosaikstruktur nur abgeschätzt werden kann. In diesem Sinne kann der Parameter  $\theta_e$  nicht mit der physikalischen Größe  $\theta_e$ , die ein Maß für die Elektronendivergenz und die Vielfachstreuung ist, gleichgesetzt werden.

Der hochenergetische Teil des Spektrums, etwa  $x \geq 0.7$ , ist von den Einflüssen der Winkeldivergenz nur sehr wenig berührt; er eignet sich deshalb zur Normierung der Meßpunkte (Paarspektrometerzählraten) auf die theoretische Intensität. Der Einfluß des Auflösungsvermögen des Paarspektrometers  $\Delta p/p=1.5\%$  kann im ganzen Bereich des Spektrums vernachlässigt werden.

#### 4.1.3.3 Aussagen über den Polarisationsgrad

Ziel der Anpassung und der Mittelungsrechnung ist es, Aussagen über den Polarisationsgrad zu machen. Programmtechnisch wird dies dadurch erreicht, daß alle Operationen der Mittelungsrechnung gemäß der Gleichung (17) auf die Mittelung der Größen  $I_{\parallel}$  und  $I_{\perp}$  ausgedehnt werden. Die Wirkung einer Mittelung auf das 'ideale Polarisationspektrum' ist mit der auf das Intensitätsspektrum zu vergleichen (Abb. 15). Der für Photoproduktionsexperimente interessante Bereich des Spektrums liegt im Rücken des Hauptpeaks (Abb. 14). Innerhalb dieses Energieintervalls  $x_1 = x = x_2$  soll der Polarisationsgrad bestimmt werden.

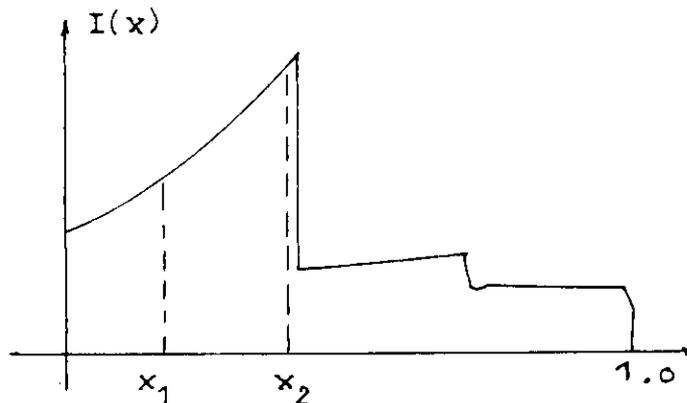


Abb. 14: Der interessante Bereich des Spektrums

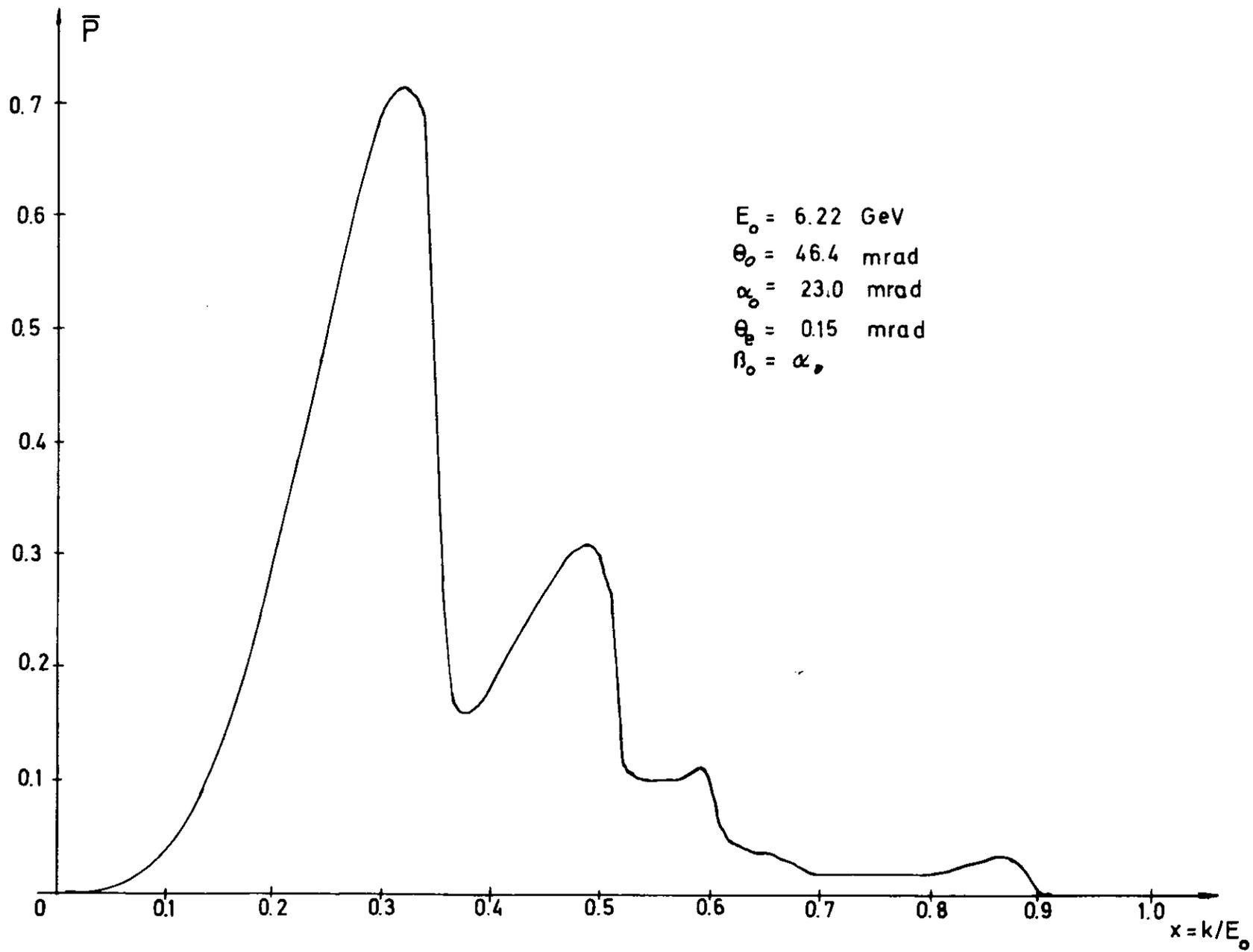


Abb. 15 : Polarisationspektrum zu Abbildung 12

Es soll untersucht werden, welchen Einfluß das Verfahren der Anpassung auf die Bestimmung des Polarisationsgrades im Intervall  $[x_1, x_2]$  hat. Macht man für den mittleren Fehler der gemittelten Polarisation  $\Delta\bar{P}$  ( $\bar{P}(E_0, \theta_0, \alpha_0, \theta_e)$ ) den Ansatz:

$$\Delta\bar{P} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{P}}{\partial\alpha_0}\right)^2 \cdot \Delta\alpha_0^2 + \left(\frac{\partial\bar{P}}{\partial\theta_0}\right)^2 \cdot \Delta\theta_0^2 + \left(\frac{\partial\bar{P}}{\partial E_0}\right)^2 \cdot \Delta E_0^2 + \left(\frac{\partial\bar{P}}{\partial\theta_e}\right)^2 \cdot \Delta\theta_e^2}$$

so reduziert sich die Fragestellung auf die numerische Auswertung dieser Formel. Die Differentialquotienten wurden mittels des Programms für den speziellen Wertesatz  $E_0 = 6.25$  GeV,  $\theta_0 = 50.0$  mrad,  $\alpha_0 = 30.5$  mrad,  $\theta_e = 0.17$  mrad berechnet.

$\bar{P}$  wird dabei an der Stelle  $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$  betrachtet. Es zeigt sich, daß die Variation der gemittelten Polarisation  $\bar{P}(x)$  mit  $\theta_e$  und  $\theta_0$  vernachlässigt werden kann gegen die starke Abhängigkeit von dem Winkel  $\alpha_0$  und der Energie  $E_0$ .  $\Delta E_0/E_0$  ist apparativ gegeben. Der Fehler  $\Delta\alpha_0/\alpha_0$  hängt stark von der Genauigkeit ab, mit der  $x_d(0,2)$  bestimmt wird. Für die gewählten Parameter ergab sich folgende Korrespondenz:

$$0.005 \leq \frac{\Delta x_d}{x_d} \leq 0.01 \quad 0.013 \leq \frac{\Delta\alpha_0}{\alpha_0} \leq 0.02$$

In dem interessanten Bereich  $0.25 \leq x \leq 0.4$  sind Aussagen über den Polarisationsgrad nach dem beschriebenen Verfahren mit einem mittleren absoluten Fehler von

$$\Delta\bar{P} = \pm (0.015 \text{ bis } 0.022) \quad \text{behaftet,}$$

wobei der Fehler in dem Energiebereich der Mitte des steil abfallenden Rückens am größten ist.

Für die Anwendung in Photoproduktionsexperimenten ist die Abhängigkeit des Polarisationspektrums von der Bezugsebene gegeben durch den Winkel  $\beta_0$  von Interesse. Für Einpunktspektren gilt nahezu exakt

$$\bar{P}(x) = \bar{P}_0 \cos(2\beta_0)$$

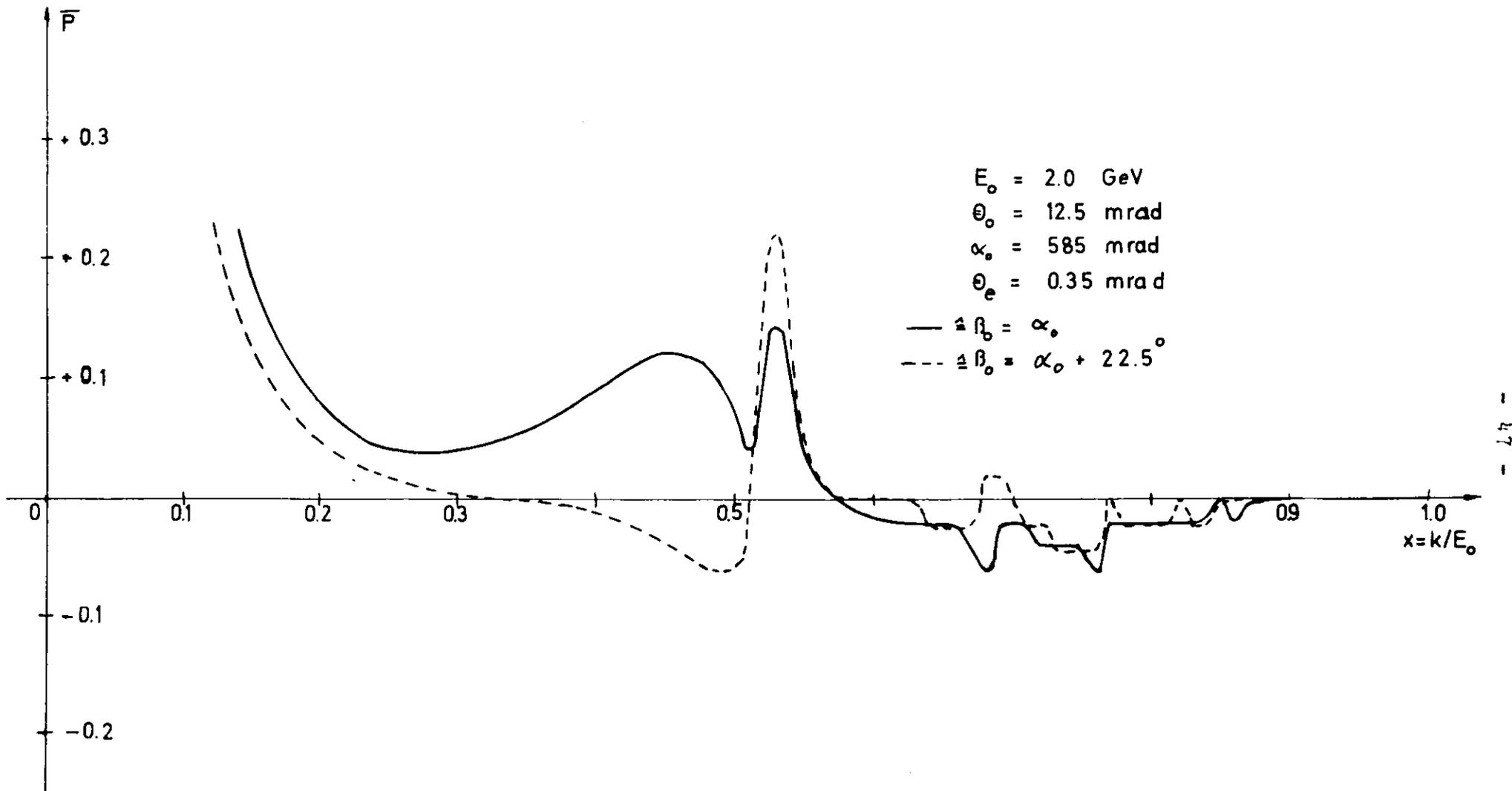


Abb. 16: Variation der Bezugsebene I

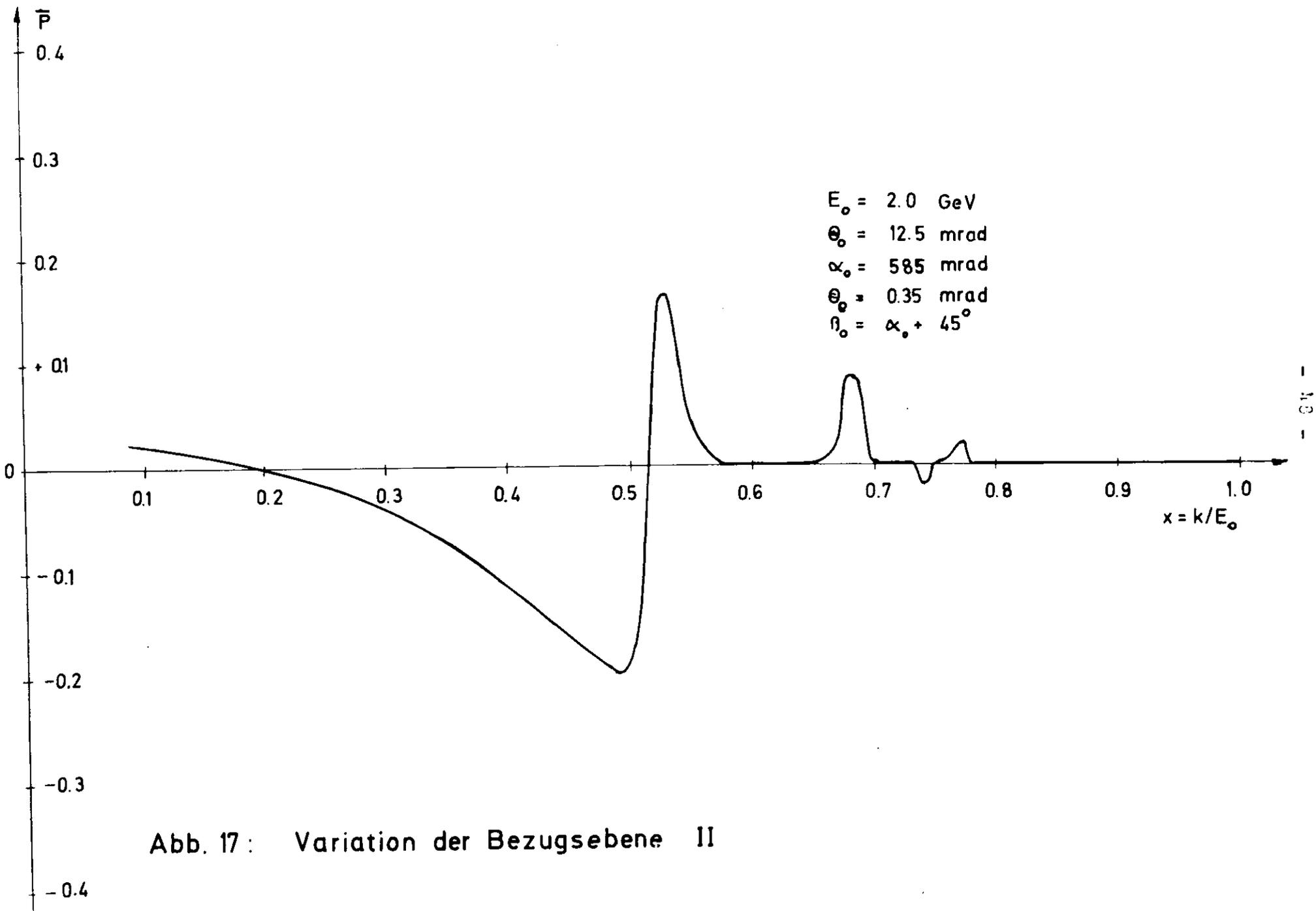


Abb. 17: Variation der Bezugsebene II

für alle  $x \leq 0.8$  und jedes  $\beta_0$ . Diese Eigenart des Polarisationspektrums ist einzusehen, wenn man berücksichtigt, daß etwa bis  $x = 0.8$  das Spektrum aus Beiträgen von Punkten des Typs  $(0,2)$ ,  $(0,4)$ ... gebildet wird. Diese Punkte definieren aber stets die gleiche Rückstoßebene.

Aus Gründen der Symmetrie verhalten sich Mehrpunktspektren ( $\alpha = 0$ ) ebenso (vgl.  $\psi_3^\pi$  in Gleichung 8).

Um die Abhängigkeit des Polarisationspektrums von der Bezugsebene deutlich zu machen, sind in Abb. 16 und Abb. 17 Spektren mit einer geeigneten Orientierung berechnet worden.

#### 4.1.4 Eine optimale Orientierung des Kristalls

Bisher wurde der Kristall so orientiert, daß  $\vec{p}_0$  und die  $[110]$ -Richtung fast parallel sind. Eine Orientierung mit  $p_0 \parallel [001]$ -Richtung bietet gleichwertige Spektren, dazu aber einen experimentellen Vorteil. Die Beziehung dieser Orientierungen zueinander wird an Abb. 18 deutlich. In dieser Orientierung ist das hexagonale Schema des reziproken Gitters in ein quadratisches übergegangen (Abb. 18 und Abb. 20). Weiterhin sind alle Punkte mit dem Strukturfaktor  $|S|^2 = 32$  verschwunden. Es ist bequem, die bereits eingeführte Bezeichnungsweise  $n_2$ - $n_3$ -Ebene beizubehalten, jetzt ist die  $n_2$ -Achse mit der  $[110]$ -Achse und die  $n_3$ -Achse mit der  $[1\bar{1}0]$ -Achse zu identifizieren oder mit den entsprechenden negativen Richtungen der Achsen. Das Fortfallen gewisser Punkte, insbesondere der Punkte  $(1,+1)$  und  $(1,-1)$ , hat zur Folge, daß unter sonst gleichen Parametern die neue Orientierung einen etwas höheren Polarisationsgrad liefert, weil destruktive Beiträge ausbleiben. Die Polarisation an der Kante  $(0,2)$  nimmt um etwa  $0.01 \approx 1\%$  zu. Parallel damit geht wegen der geringeren Zahl (Dichte) reziproker Gitterpunkte die Intensität etwas zurück. Man kann beide Änderungen der Größenordnung nach als klein ansehen.

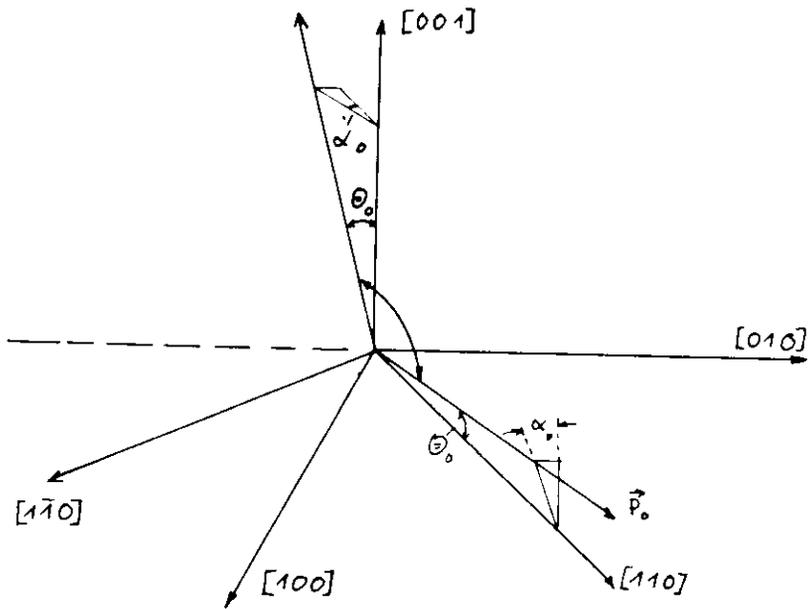


Abb. 18: Beziehung der Orientierungen

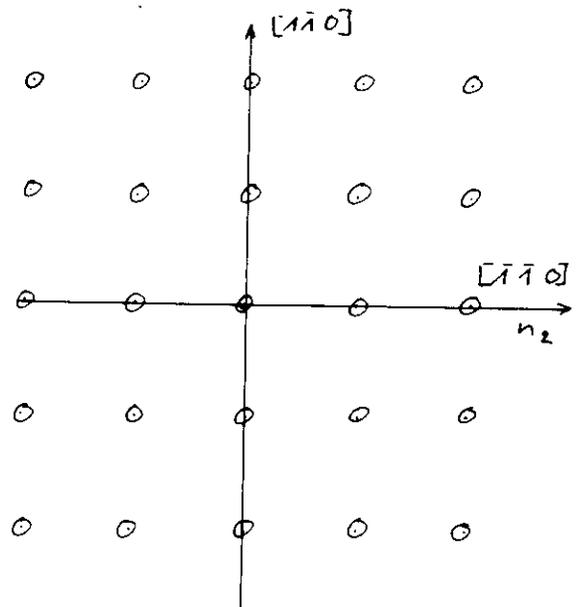
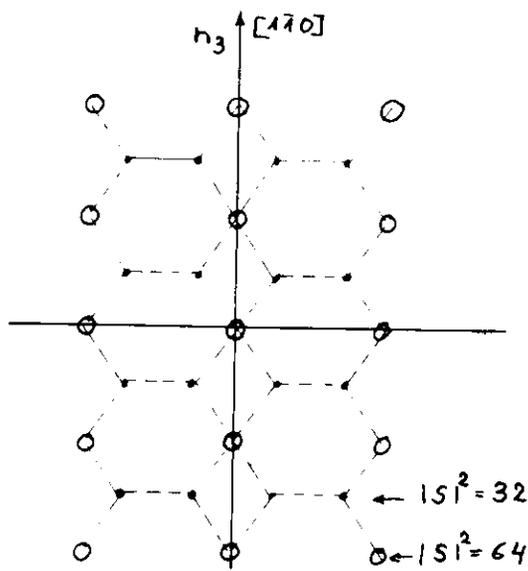


Abb. 19: Hexagonales Schema

Abb. 20: Quadratisches Schema

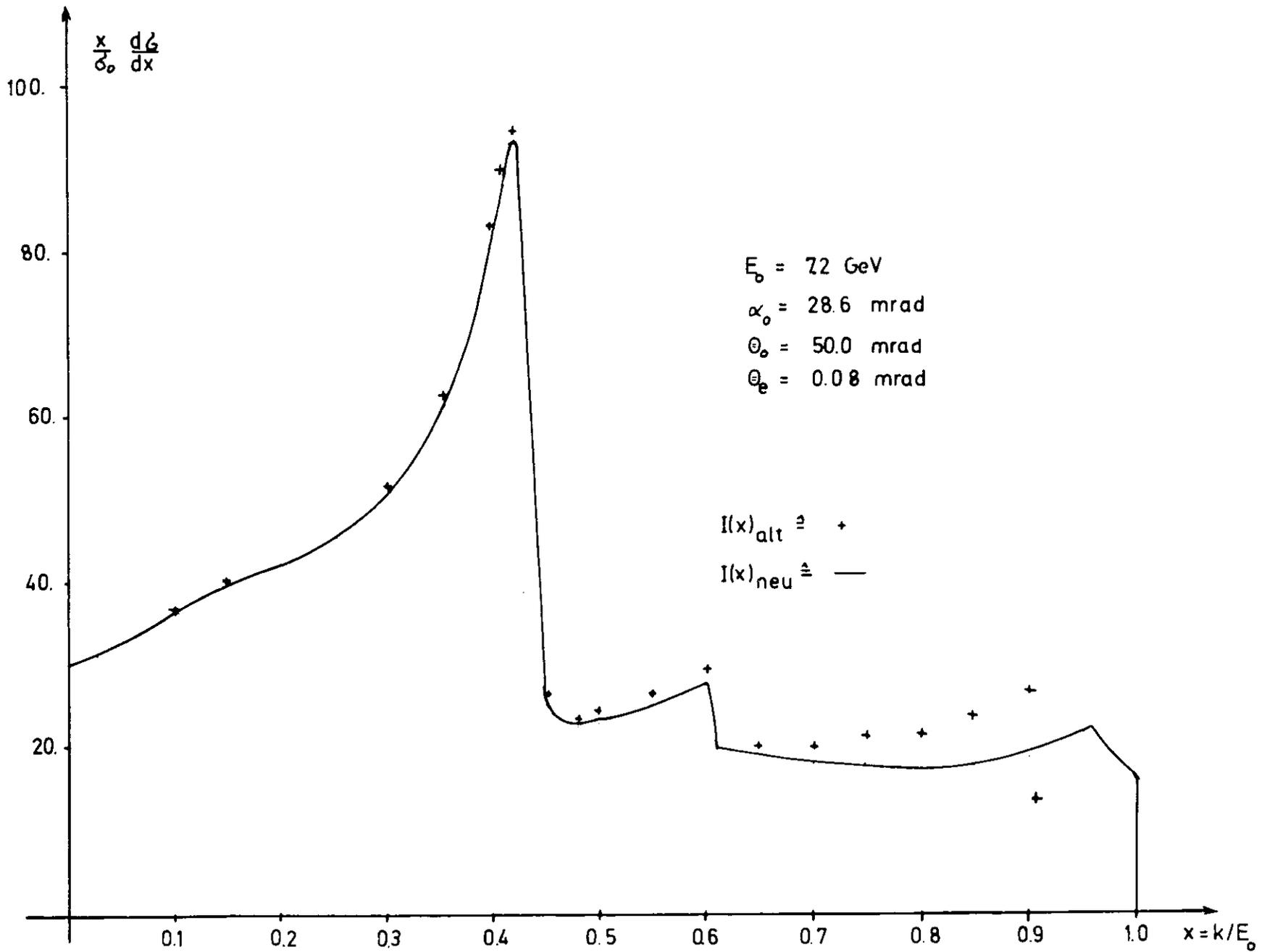


Abb. 21: Vergleich Intensität 'alt - neu'

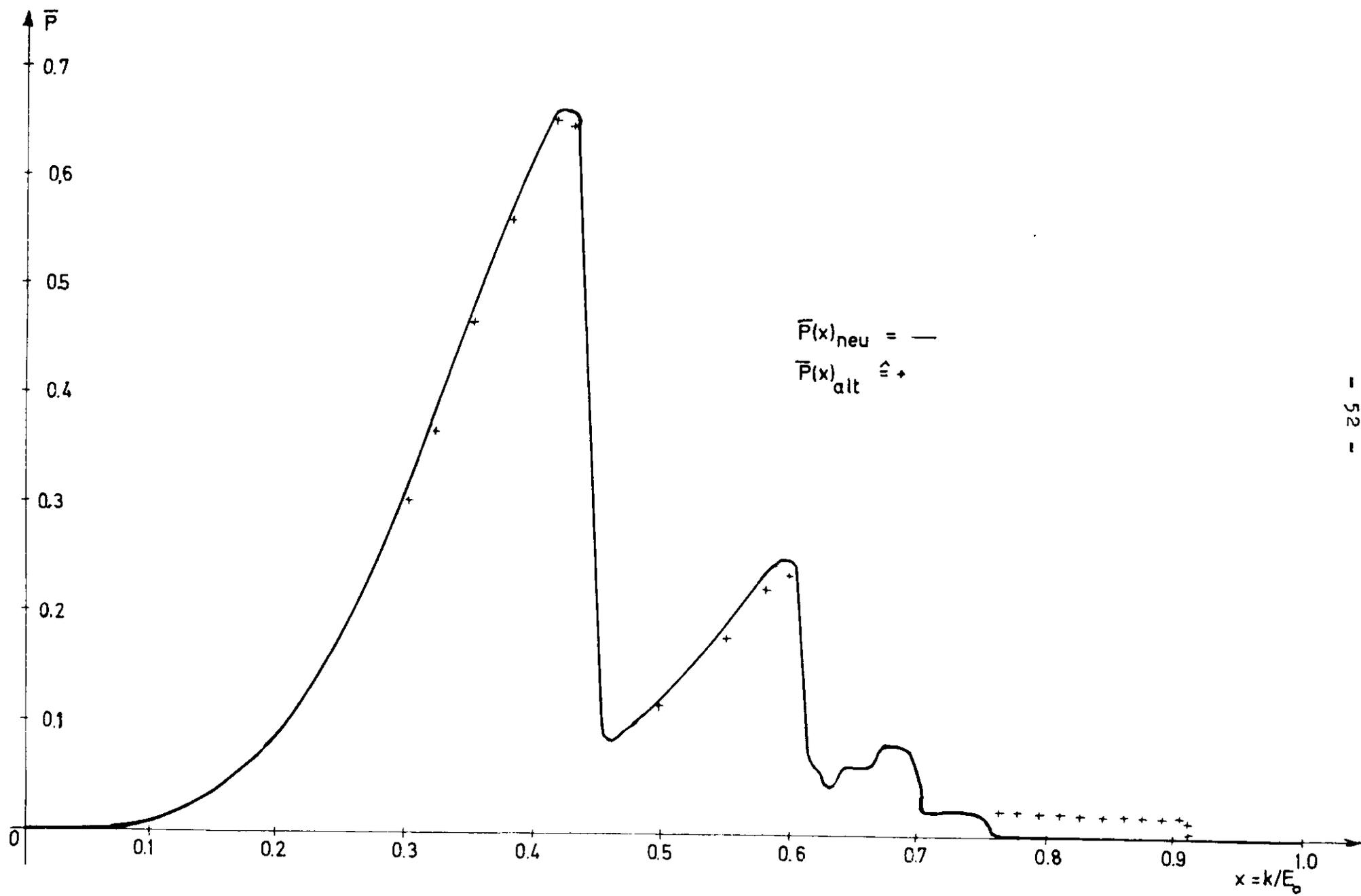


Abb. 22: Vergleich Polarisation 'alt - neu'

Bedeutsam aber ist der Vorteil, daß man mittels kleiner Winkeländerungen in der  $\theta_{\text{H}}$ - und  $\theta_{\text{V}}$ -Ebene (Goniometereinstellung) eine Änderung von  $\theta'_0 = \theta_0$  und  $\alpha'_0 = \alpha_0 - 90^\circ$  herbeiführen kann, die eine Umkehr des Polarisationsgrades zur Folge hat. Bei der bisherigen Orientierung waren dazu stets zwei Kristalle notwendig, weil die  $n_2$ - und  $n_3$ -Achse nicht von gleicher Periodizität waren. In der neuen Orientierung können jeweils die Punkte (0,2) und (2,0) zur Erzeugung der Spektren benutzt werden. Man erwartet einen weiteren experimentellen Vorteil dadurch, daß die zu beiden Polarisationsrichtungen gehörigen Intensitätsspektren an der gleichen Stelle des Kristalls erzeugt werden. Unterschiede aus der Individualität von Kristallen und Einflüsse durch den Targetwechsel fallen auf diese Weise fort. Es bedurfte nur minimaler Änderung innerhalb des Programms, um Spektren dieser Orientierung zu berechnen. Abb. 21 und 22 zeigen die Unterschiede der beiden Orientierungen.

#### 4.2 Dünner Kristall, starke Kollimation

R.F. Mozley und J. de Wire haben darauf hingewiesen (M1), daß aufgrund der besonderen Winkelverteilung der kohärenten Bremsstrahlung durch Kollimation eine Monochromatisierung der Spektren erreicht werden kann. Offensichtlich kann solch ein Effekt nur dann beobachtet werden, wenn die Elektronendivergenz klein bleibt und durch die Divergenz die Winkelverteilung nicht wesentlich verändert wird. Eine obere Grenze für  $\theta_e$  ist durch  $\theta_{\text{koll}}$  gegeben. Um  $\theta_e$  möglichst klein zu halten, sind bei DESY Experimente zu diesem Effekt mit dünnen Siliziumkristallen (Reduktion der Vielfachstreuung) und mit einer Scapervorrichtung (Reduktion der Primärdivergenz der Elektronen) unternommen worden.

#### 4.2.1 Einfluß der Kollimation

Die Kollimation wirkt wegen der unterschiedlichen Winkelverteilung auf den inkohärenten und kohärenten Teil des Spektrums in getrennter Weise.

##### 4.2.1.1 Inkohärenter Anteil

Eine eingehende Diskussion des Einflusses der Kollimation findet sich bei H. Sadrozinski (S1). Hier soll nur im Hinblick auf Vollständigkeit das Ergebnis wiedergegeben werden:

Man gelangt durch Betrachtung zweier Grenzfälle

- a.) Kristall unendlich dünn,  $\theta_e = 0$ ,  $\theta_{koll} = \text{endlich}$ ,  
dem entspricht Reduktion der Intensität um einen Faktor  $f$ :

$$I_{koll}^i = f \cdot I^i ; f = \frac{\mathcal{R}_k^2}{1 + \mathcal{R}_k^2} , \mathcal{R}_k = \frac{\theta_{koll}}{\theta_\gamma} , \theta_\gamma = \frac{1}{E_0}$$

- b.) Kristall unendlich dünn,  $\theta_{koll} = 0$ ,  $\theta_e = \text{endlich}$ .  
Reduktion der Intensität um einen Faktor  $f$ :

$$I_{koll}^i = f \cdot I^i ; f = \frac{\mathcal{R}_e^2}{1 + \mathcal{R}_e^2} , \mathcal{R}_e = \frac{\theta_e}{\theta_\gamma}$$

Im Experiment erwartet man eine Abhängigkeit der Reduktion von den Winkeln  $\theta_e$  und  $\theta_{koll}$  gemäß der Gleichung:

$$f'(\mathcal{R}_k, \mathcal{R}_e) = f(\mathcal{R}_k) + f(\mathcal{R}_e) - f(\mathcal{R}_k)f(\mathcal{R}_e) \quad (21)$$

Der Verlauf von Gleichung (21) ist in Abb. 23 wiedergegeben. Eine wesentliche Reduktion des inkohärenten Anteils erreicht man, wenn  $\mathcal{R}_e, \mathcal{R}_k \ll 1$  werden.

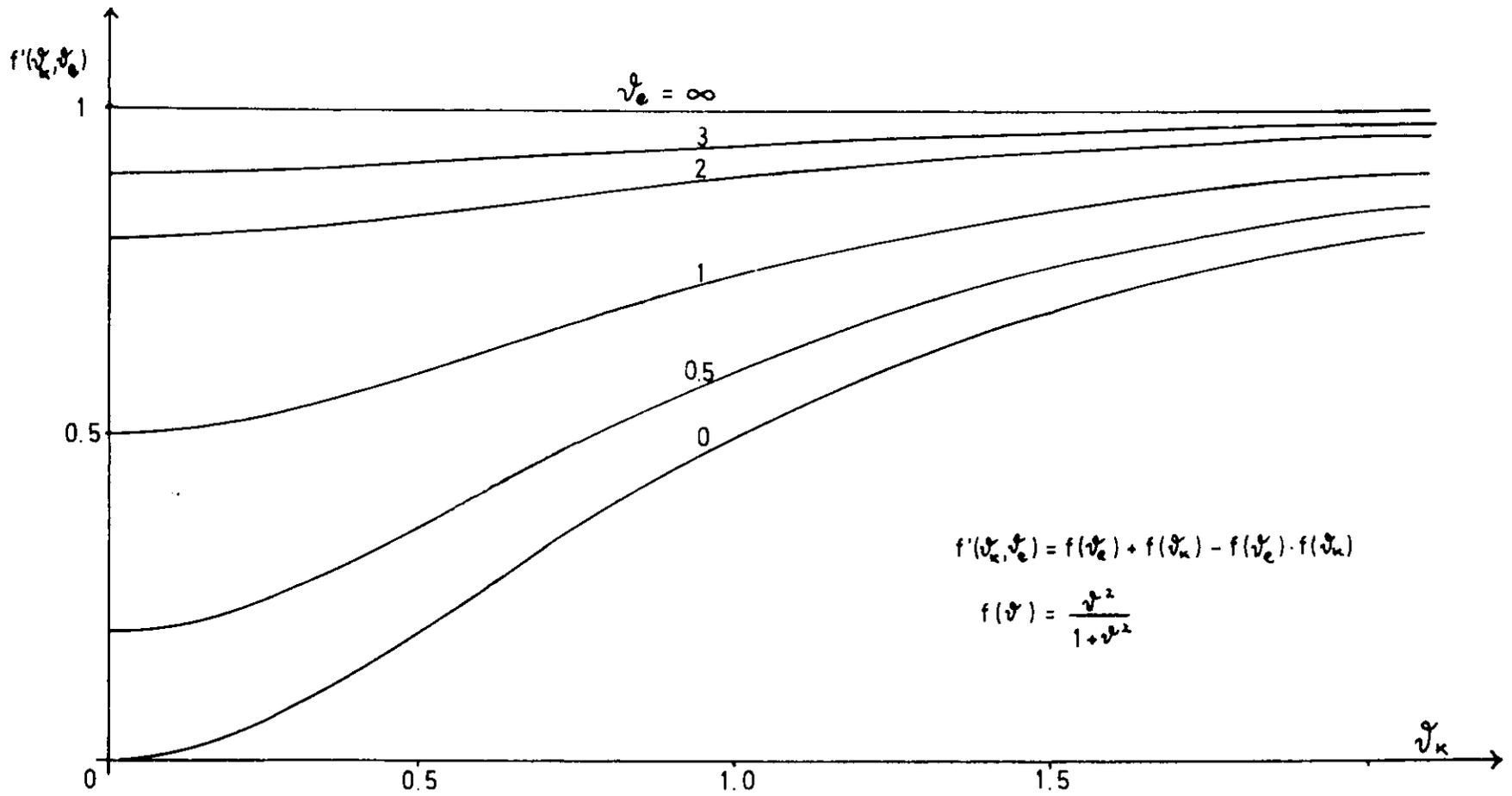


Abb.23: Reduktionsfaktor  $f'(v_k, v_e)$  als Funktion des rel.Kollimationswinkels  $v_k$

4.2.1.2 Kohärenter Anteil

Zur Darstellung des von Mozley und de Wires aufgezeigten Verfahrens zur Monochromatisierung wird noch einmal auf die in Abschnitt 2.1 behandelte Kinematik des Bremsprozesses zurückgegriffen, weil die Monochromatisierung ein kinematischer Effekt ist. Nach Gleichung (5) wird durch einen vorgegebenen Kollimationswinkel  $\vartheta_k = \vartheta_{\text{koll}} E_0$  zu jeder Kante  $x_d$  eine Abschneideenergie  $x_1$  festgelegt, bis zu welcher Bremsquanten bei festem  $x_d$ , d.h. festes  $q$ , erzeugt werden können.

$$x_1 = x_d \left( \frac{1}{1 + \vartheta_k^2 (1 - x_d)} \right) \quad (5)$$

Im Gegensatz zum unkollimierten Spektrum, bei dem Beiträge eines reziproken Gitterpunktes zur Intensität jeweils bis zu Energien  $x \rightarrow 0$  möglich sind. Die Abschneideenergie ist für kleine Rückstöße  $q_t \ll 1$  durch Gleichung (5) gegeben. Für große  $q_t \approx 1$  wird der Einfluß des Azimutwinkels merklich und  $x_1$  variiert innerhalb eines kleinen Intervalles.

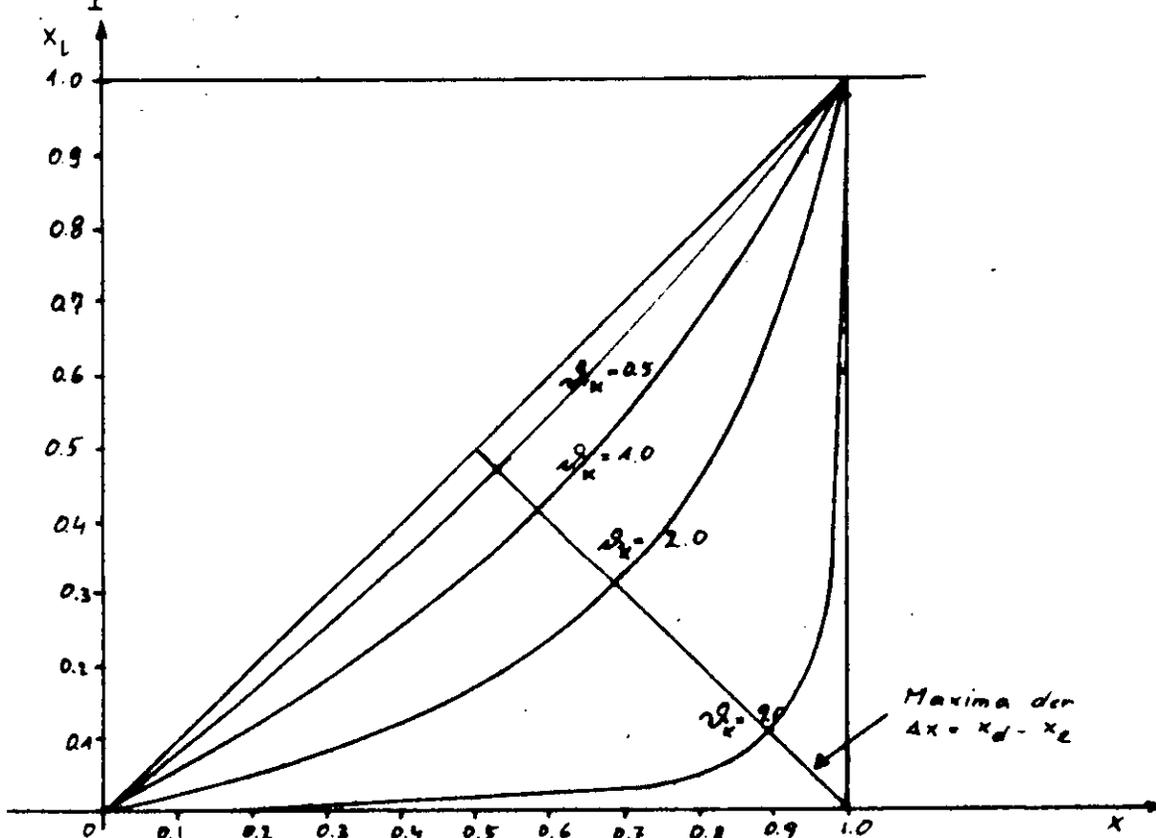


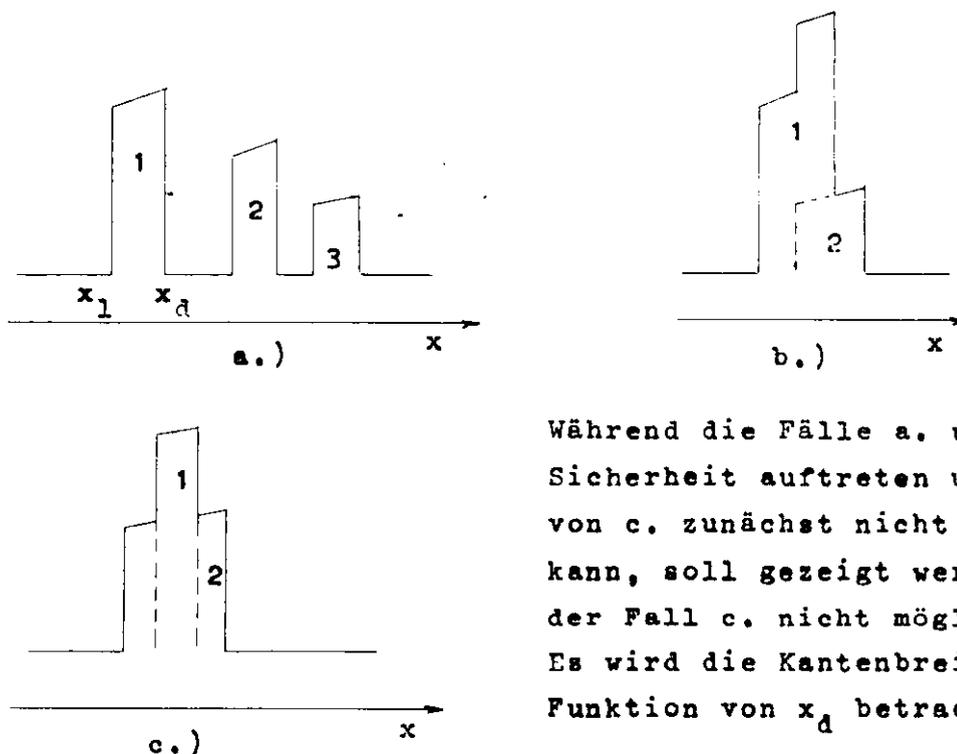
Abb. 24: Kantenabschnitte  $x_1 = x_1(x_d, \vartheta_k)$

4.2.2.1 Algorithmus der Mozley-de Wire-Spektren

Gegenüber den Spektren mit großer Elektronendivergenz kann man erwarten, daß durch die Kollimation folgendes erreicht wird:

- a.) Reduzierung des inkohärenten Untergrundes
- b.) Abschneiden des niederenergetischen Teils einer jeden Kante

Programmetechnisch ist die Berücksichtigung von a. trivial. Dazu ist lediglich Gleichung (21) ins Programm aufzunehmen. Zu b. ist jedoch ein Algorithmus auszuführen, der die Folge der Kanten und Abschnitte in der richtigen Weise berücksichtigt. Dazu ist zu untersuchen, welche Möglichkeiten des Aufeinanderfolgens von Kanten und Abschnitten gegeben sind:



Während die Fälle a. und b. mit Sicherheit auftreten und man dies von c. zunächst nicht ausschließen kann, soll gezeigt werden, daß der Fall c. nicht möglich ist. Es wird die Kantenbreite  $\Delta x$  als Funktion von  $x_d$  betrachtet:

$$\Delta x = x_d - x_1$$

Abb. 25: Folge der Kanten und Abschnitte

$$\Delta x = x_d \left( 1 - \frac{1}{1 + \mathcal{R}_k^2 (1 - x_d)} \right) \tag{22}$$

Der Gleichung (22) entnimmt man unmittelbar, daß für jedes endliche  $\mathcal{R}_k > 0$  und  $(0 < x_d < 1)$   $x$  in keinem Intervall stärker ansteigt als mit der Steigerung  $\frac{d\Delta x}{dx_d} < 1$ . Damit kann der Fall c. ausgeschlossen werden.

Die Berechnung der Intensität erfolgt im wesentlichen nach den im Abschnitt 2.4 dargelegten Überlegungen, jedoch werden die Spektren wegen der hinzugetretenen Besonderheit der  $x_1$  von kleinen  $x$  zu großen  $x$  hin berechnet. Dabei ist die Logik so ausgelegt, daß die Fälle a. und b. erfaßt werden.

#### 4.2.3 Mittelung der Spektren

Der Effekt der Kollimation auf die Form des Spektrums läßt sich auf die Abhängigkeit von  $\theta_k$  des im Winkel differentiellen Wirkungsquerschnittes zurückführen. Zur Berechnung der Intensität und Polarisation unter dem Einfluß der Kollimation müßte auf die Gleichung des Wirkungsquerschnittes vor der Integration über den Photonenwinkel zurückgegriffen werden. Das Ergebnis eines solchen Vorgehens ist jedoch mit der Gleichung (7) identisch, wenn man berücksichtigt, daß dies wegen der im Abschnitt 2.1 diskutierten Zusammenhänge lediglich zu einer Änderung der Summationsgrenzen führt.

Für eine Mittelungsrechnung aber kann das für große Elektromendivergenzen gültige Verfahren, gekennzeichnet durch die Beziehung  $\theta_e^2 \ll \theta_k^2$ , nicht angewandt werden. Der Grund dafür ist, daß für jede nicht mit der Sollbahn identische Richtung die Kollimatoröffnung nicht mehr zentrisch getroffen wird. Für diese Richtung erscheint die Kollimatoröffnung verkleinert, da die signifikanten Intensitätsbeiträge auf nur wenig exzentrischen Kegeln (kleine Rückstöße) liegen und ebenso auch kleinen Winkeln  $\mathcal{R}'_k$  entsprechen. Tatsächlich können diese Verhältnisse exakt nur mit einem im Azimut- und Photonenwinkel differentiellen Wirkungsquerschnitt und einer Integration über

den Raumwinkel des Kollimators erfaßt werden.

Um diese Veränderung des effektiven Kollimationswinkels zu simulieren, wurde für Elektronenrichtungen, die um einen Winkel RAD von der Sollrichtung abweichen, ein Spektrum mit einem effektiven Kollimationswinkel

$$\mathcal{R}'_k = \mathcal{R}_k - \frac{\text{RAD}}{2} \quad \text{zur Mittelung benutzt.}$$

Diese Festsetzung ist willkürlich. In Abb. 27 und 28 sind Spektren mit übereinstimmenden Parametern mit und ohne die Korrektur des Kollimationswinkels gerechnet worden. Der Vergleich der beiden Abbildungen zeigt, daß man mit diesem Vorgehen bereits das Wesentliche berücksichtigt hat.

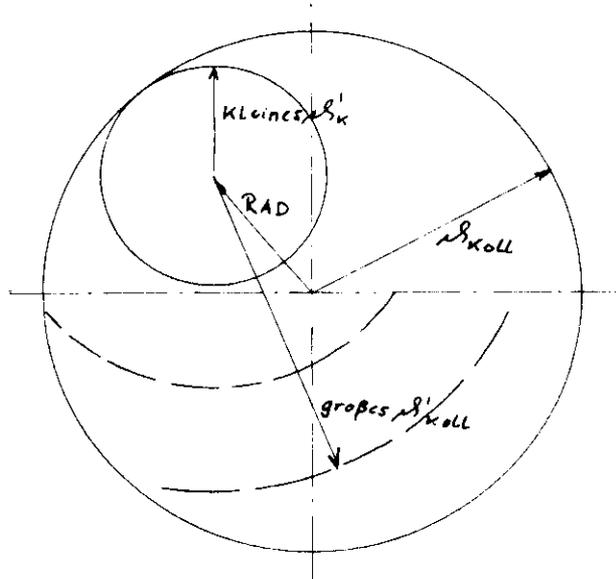


Abb. 26: Effektive Kollimation

Unberücksichtigt bleibt bei dieser Methode die Ausdehnung des Targetflecks, die ebenfalls eine Korrektur des geometrischen Kollimationswinkels erfordert, man kann diese Korrektur nur qualitativ durch eine Vergrößerung von  $\mathcal{R}_k$  berücksichtigen.

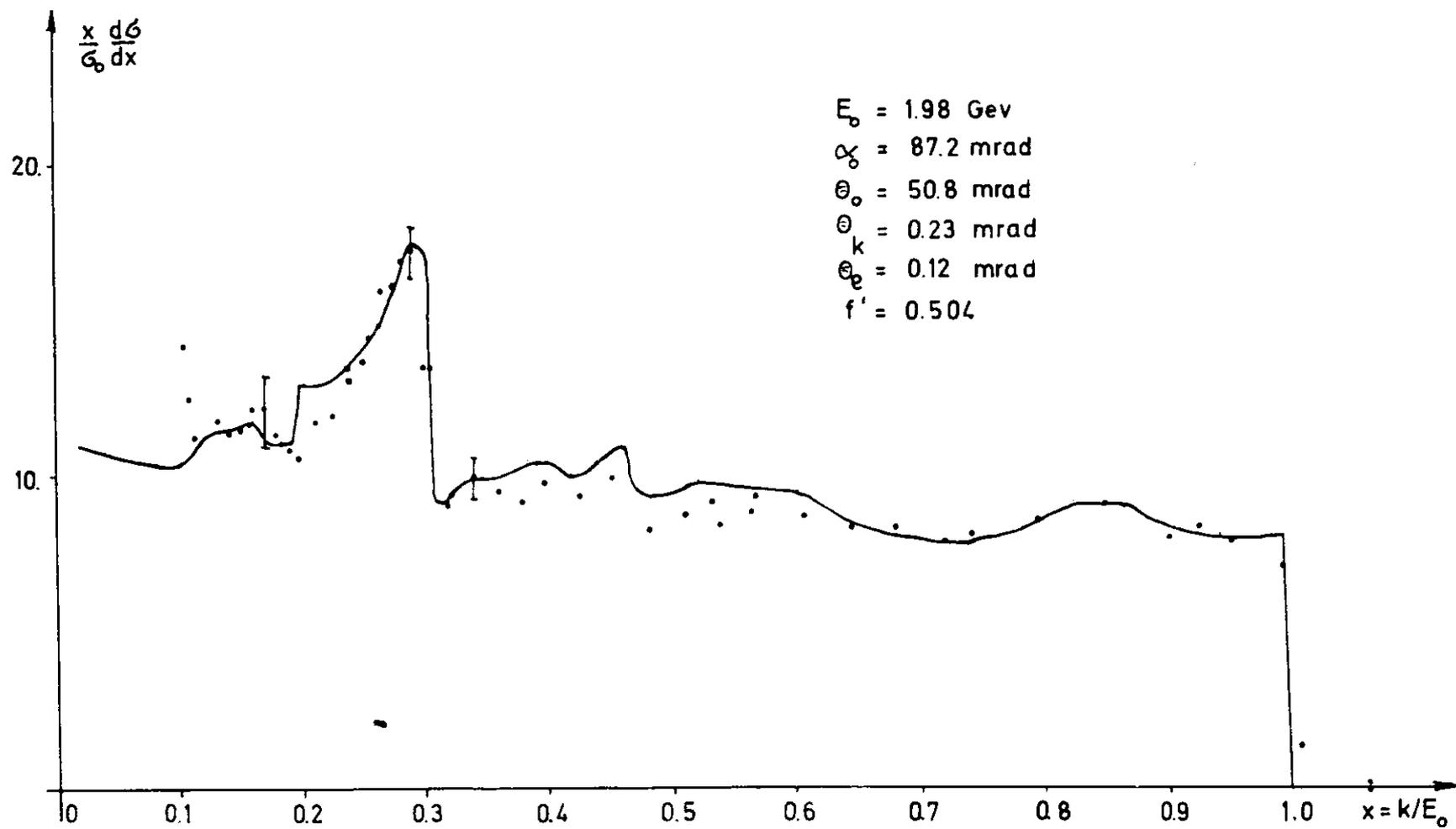


Abb. 27.: Anpassung eines kollimierten Spektrums I

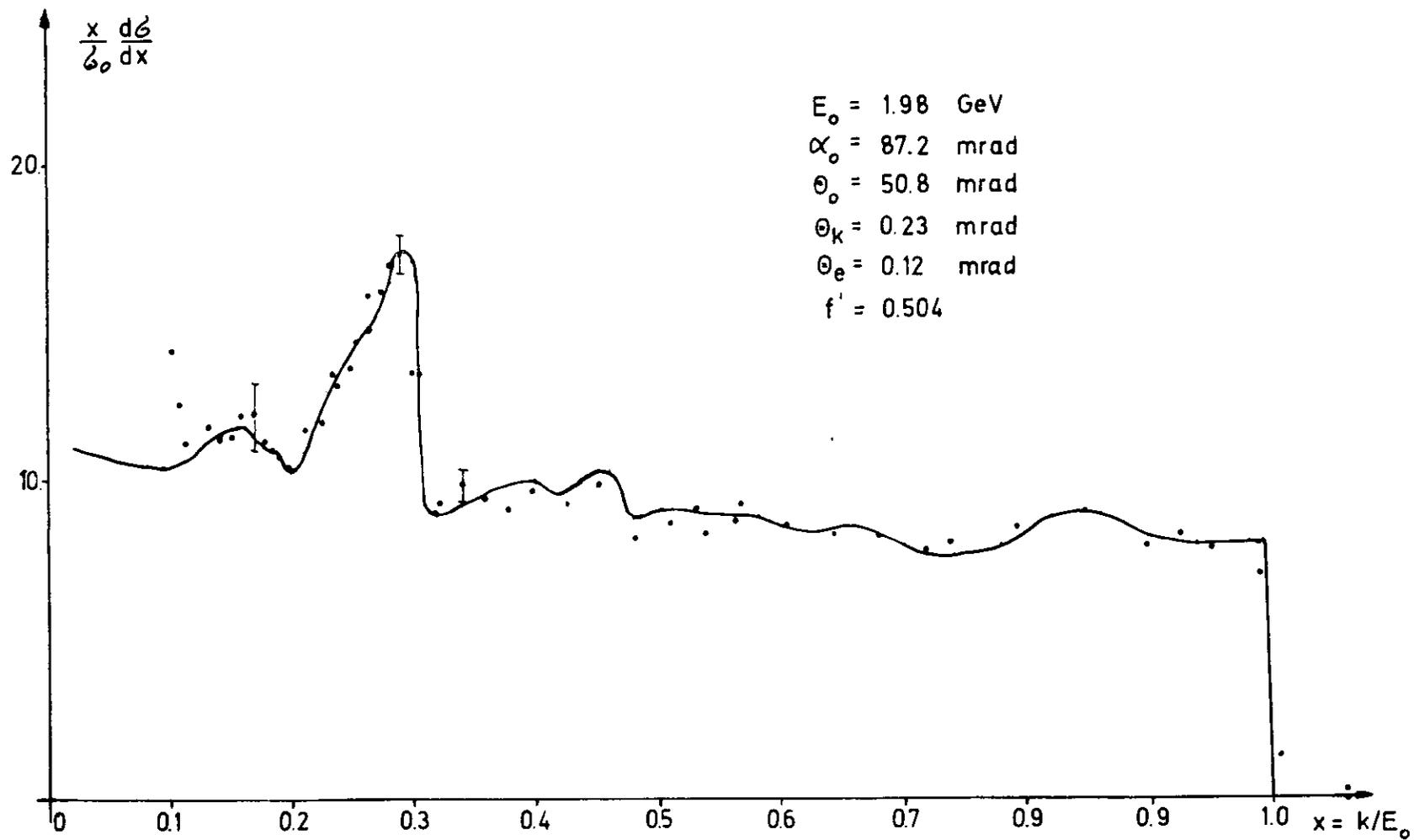


Abb. 28: Anpassung eines kollimierten Spektrums II

#### 4.2.4 Anpassung der Spektren

Die Ermittlung der Parameter  $E_0, \theta_0, \alpha_0$  erfolgt nach der im Abschnitt 4.1.3 beschriebenen Methode. Aus dem Abschnitt der Hauptkante und der Breite des Streifens  $\Delta x(0,2)$  nach Gleichung (24) ermittelt man  $\mathcal{R}_k$ . Aus der Überhöhung des kollimierten Spektrums und des unkollimierten ermittelt man  $f'$ . Man entnimmt der Abb. 23 mit diesem  $f'$  und  $\mathcal{R}_k$ -Wert das entsprechende  $\mathcal{R}_e$ . Innerhalb kleiner Grenzen findet man die Anpassungsparameter. Wegen der mutuellen Abhängigkeit der Parameter ist das ein 'rekursives Verfahren'.

Das Programm zur Berechnung der Mozley-de Wire-Spektren konnte nur auf das in Abb. 28 angeführte Beispiel angewandt werden. Weitere Messungen, die es gestattet hätten, systematisch nach Zusammenhängen zwischen Mittelungsparametern und physikalischen Größen  $\mathcal{R}_e$  und  $\mathcal{R}_k$  zu suchen, lagen nicht vor.

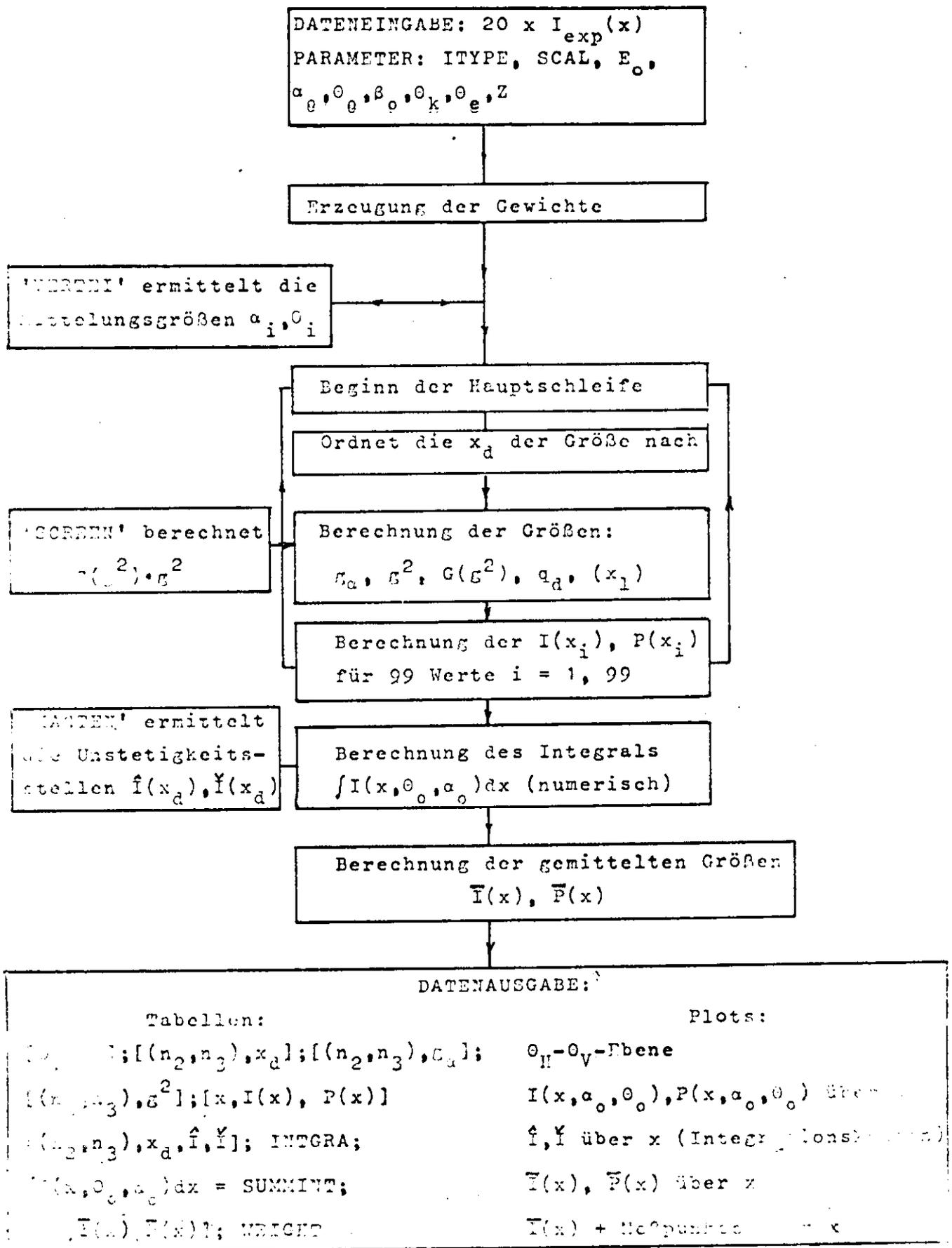
Literatur

\*\*\*\*\*

- (B1) G. Barbiellini et al.: Phys. Rev. Lett. 8, 454 (1962)
- (B2) G. Bologna et al.: Nuovo Cimento XXVIII, 435 (1963)
- (C1) L. Criegee et al.: Phys. Rev. Lett. 16, 1031 (1963)
- (C2) L. Criegee et al.: Physics Lett. Vol. 28B, 4 (1968)
- (C3) L. Criegee et al.: Physics Lett. Vol. 28B, 2 (1968)
- (D1) G. Diambri Palazzi: Review of Mod. Phys., Vol. 40, 3  
(1968)
- (L1) G. Lutz, U. Timm: DESY 66/15 (1966), Hamburg
- (L2) G. Lutz: DESY 67/23 (1967), Hamburg
- (L3) G. Lutz, U. Timm: Zeitschrift für Naturforschung  
21a, 1976 (1966), Tübingen
- (M1) R.A. Mozley, J. de Wire: Nuovo Cimento 27, 1281 (1963)
- (R1) E. Raquet, U. Timm: DESY 68/24 (1968), Hamburg
- (S1) F. Sadrozinski: Interner Bericht DESY F33-68/3 (1969)  
Hamburg
- (T1) U. Timm: DESY 64/9 (1964), Hamburg
- (U1) H. Überall: Phys. Rev. 103, 1055 (1956)

Anhang  
=====

1.) FLUSSDIAGRAMM



LEVEL 16 ( 1 JULY 68)

OS/360 FORTRAN H

DATE 69.107/13.01.35

```
COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINESNT=50,SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,NOID,NOXREF
ISN 0002 SUBROUTINE VERTEI (THO,ALO,DEL,N,ELD,IQ)
ISN 0003 DIMENSION ELD(12,26,3),IQ(50),X(12),Y(12)
ISN 0004 N1=N+1
ISN 0005 N3=2*N+1
ISN 0006 N4=4*N1
ISN 0007 DO 1 I=1,N1
ISN 0008 RAD=(N1-I)*(DEL*2)/N3
ISN 0009 J=0
ISN 0010 ISIGN=+1
ISN 0011 DO 2 L=1,12
ISN 0012 PHI=1.5707963*(L-1)/3
ISN 0013 CFI=COS(PHI)
ISN 0014 IF(PHI.GT.3.1416) ISIGN=-1
ISN 0016 TH=SQRT(THO**2+RAD**2+2*THO*RAD*CFI)
ISN 0017 AL=ISIGN*ARCOS((THO+RAD*CFI)/TH)
ISN 0018 J=J+1
ISN 0019 FLO(J,I,1)=TH
ISN 0020 AL2 = (AL+ALJ)
ISN 0021 ELD(J,I,2) = AL2
ISN 0022 X(J)=TH*COS(AL2)
ISN 0023 Y(J)=TH*SIN(AL2)
ISN 0024 IF (RAD.EQ.0.0) GOTO 4
ISN 0026 2 CONTINUE
ISN 0027 4 IQ(I)=J
ISN 0028 ELD(I,I,3)=RAD
ISN 0029 CALL CURV(2,X,Y,J,'+')
ISN 0030 WRITE(6,101)(ELD(M,I,1),ELD(M,I,2),M=1,J)
ISN 0031 1 CONTINUE
ISN 0032 WRITE(6,100) (IQ(K),K=1,N1)
ISN 0033 CALL CURV (-1,'THETAH UND THETAH EBENE IN MILLIRAD.',10)
ISN 0034 100 FORMAT ('0','IQ(I)='1310)
ISN 0035 101 FORMAT ('0',2(6X,6HTHETA=,E13.7,6X,6HALPHA=,E13.7))
ISN 0036 RETURN
ISN 0037 END
```

\*\*\*\*\* END OF COMPILATION \*\*\*\*\*

LE FL 16 ( 1 JULY 68)

OS/360 FORTRAN H

DATE 69.100/15.35.36

```
COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,GPT=02,LINECNT=60,SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,NOID,NOXREF
ISA 0002      FUNCTION SCREEN(Z,G)
ISA 0003      IF(Z.EQ.6.0) GOTO 1C
ISA 0005      SCREEN = (1.0-(1.0/7))*(6.0755*EXP(-0.0999E04*G)+3.2815*
              1EXP(-1.2409E04*G)+2.1670*EXP(-0.030E04*G)+1.3197*
              2EXP(-3.6064E04*G)+1.1533)**2
ISA 0006      RETURN
ISA 0007      1C SCREEN=(1.0-(1.0/7))*(1.0359*EXP(-1.0528E04*G)+1.8119*
              1EXP(-0.4678E04*G)+1.5805*EXP(-0.0239E04*G)+0.5426*
              2EXP(-2.7116E04*G)+0.2283)**2
ISA 0008      RETURN
ISA 0009      END
```

\*\*\*\*\* END OF COMPIATION \*\*\*\*\*

LEVEL 16 ( 1 JULY 68)

OS/360 FORTRAN H

DATE 69.107/13.04.03

```
COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,NOID,NOXREF
ISN 0002 SUBROUTINE KANTEN (X,Y,XDN,GVONGQ,QD,M,M3,M4,EC,XI1,XI2)
ISN 0003 REAL*4 ICOH
ISN 0004 DIMENSION X(M4),Y(M4),XDN(M,3),GVONGQ(M),QD(M)
ISN 0005 N = 1
ISN 0006 DO 1 K = 2,M3
ISN 0007 DO 2 I = N,M
ISN 0008 IF(X(K)-XDN(I,1)) 3,3,2
ISN 0009 2 N = I
ISN 0010 GOTO 4
ISN 0011 2 CONTINUE
ISN 0012 Y(K) = (1.0+(1.0-X(K))**2) *XI1 -0.666667*(1.0-X(K))*XI2
ISN 0013 GOTO 1
ISN 0014 4 SIGMA = C.C
ISN 0015 DO 5 J =N,M
ISN 0016 5 SIGMA =SIGMA+GVONGQ(J)*QD(J)**2*(X(K)/(1.0-X(K)))*(1.0+(1.0-X(K)
1)**2-4.0*QD(J)*X(K)*(1.0-QD(J)*(X(K)/(1.0-X(K))))
ISN 0017 ICOH = EO*SIGMA
ISN 0018 Y(K) = (1.0+(1.0-X(K))**2)*XI1 -0.666667*(1.0-X(K))*XI2
ISN 0019 Y(K) = ICOH+Y(K)
ISN 0020 1 CONTINUE
ISN 0021 IF (M4.EQ.(2*M+2)) GOTO 6
ISN 0023 RETURN
ISN 0024 6 Y(1) = 2.0*XI1-C.666667*XI2
ISN 0025 Y(M4) = XI1
ISN 0026 RETURN
ISN 0027 END
```

\*\*\*\*\* END OF COMPIATION \*\*\*\*\*

```

      COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,NOID,NOXREF
ISN 0002      DIMENSION XDN(175,3),ZW(3),X(100),QD(175),GVONGQ(175),GQUAD(175)
ISN 0003      DIMENSION XINZW(11),YINZW(11),WEIGHT(51),XFAKE(3)
ISN 0004      DIMENSION ARIMIT(99,101),ARPMIT(99,101)
ISN 0005      REAL*4 IBS(99),ALPHA(175),POL(99),XINT(175),YINT(175),INTGRA(50)
ISN 0006      REAL*4 ICDH,IMIT(99,12),PMIT(99,12),IGEMIT(100),PGEMIT(99)
ISN 0007      DIMENSION ELEDIS(12,26,2),IQ(26),DATA(20),DIFF(99)
ISN 0008      DO 200 MIX=1,3
ISN 0009      READ(5,124) ITYPE ,THE TAE,THETAK,ALPHAO,BETAQ,THETAQ,EO,Z,SCAL
ISN 0010      124 FORMAT(11,2F5.2,2F7.2,3F5.2,F7.4)
ISN 0011      IF(EO.EQ.0.0) GO TO 200
ISN 0013      READ(5,122) (DATA(K),K=1,20)
ISN 0014      122 FORMAT(20F4.0)
ISN 0015      WRITE(6,127) (DATA(K),K=1,20)
ISN 0016      127 FORMAT('1',///' ',20F5.0)
ISN 0017      ALPHAO=ALPHAO/1000.0
ISN 0018      BETAQ=BETAQ/1000.0
ISN 0019      CUBE=COS(2*BETAQ)
ISN 0020      SIBE=SIN(2*BETAQ)
ISN 0021      IF(THETAQ.GT.THETAK) THETAQ=THETAK
C
ISN 0023      ERZEUGUNG DER GEWICHTE
ISN 0024      UND=0.0
ISN 0025      N=7
ISN 0026      N3=2*N+1
ISN 0027      LIM = N+1
ISN 0028      F=1.0
ISN 0029      F=3*F/.414
ISN 0030      CELTH=F*THETAQ
ISN 0031      Q=F/N3
ISN 0032      WEIGHT(N+1)=1.0 *UND
ISN 0033      DO 1 K=1,N
ISN 0034      WEIGHT(N-K+1)=EXP(-(2.0*K*Q)**2)+UND
ISN 0035      1 WEIGHT(N+K+1)=WEIGHT(N-K+1)
ISN 0036      SUMM=C.0
ISN 0037      DO 5 I=1,N3
ISN 0038      5 SUMM= SUMM+WEIGHT(I)
ISN 0039      DO 6 L=1,N3
ISN 0040      6 WEIGHT(L)=WEIGHT(L)/SUMM
C
ISN 0041      IF (Z.EQ.0.0) GO TO 7
ISN 0043      AGROSS = 264.65555
ISN 0044      AKLEIN = 1406.
ISN 0045      XI1 = 16.5559
ISN 0046      XI2 = 15.530
ISN 0047      GO TO 8
ISN 0048      7 AGROSS=126.C
ISN 0049      AKLEIN=0.922E+03
ISN 0050      XI1=18.2
ISN 0051      XI2=17.4
C
ISN 0052      8 DO 32 I = 1,99
ISN 0053      IGEMIT(I)=0.0
ISN 0054      32 PGEMIT(I)=0.0
ISN 0055      DO 37 K=1,N3
ISN 0056      DO 37 L=1,99
ISN 0057      ARIMIT(L,K)=0.0

```

```

ISN 0058      37 ARPHIT(L,K)=0.0
C
C      BEGINN DER HAUPTSCHLEIFE
ISN 0059      CALL VERTEI (THETAO,ALPHA0,DELTHA,ELEDIS,IQ)
ISN 0060      DO 39 KIM=1,LIM
ISN 0061      INC=IQ(KIM)
ISN 0062      IF(INC.EQ.0) GOTO 39
ISN 0064      DO 33 IMI = 1,IND
ISN 0065      THETA = ELEDIS(IMI,KIM,1)
ISN 0066      ALPHA = ELEDIS(IMI,KIM,2)
ISN 0067      M = 0
C      ORDNET DIE XD DER GROESSE NACH
ISN 0068      DO 2 K1=1,25
ISN 0069      K=K1-13
ISN 0070      DO 3 J1=1,35
ISN 0071      J=J1-18
ISN 0072      IF (((1.0+COS(3.14159*J))*COS(3.14159*K))*(1.0+COS(1.57080*J)))
1.EQ.0.0) GOTO3
ISN 0074      M=M+1
ISN 0075      GALPHA(M)=6.28319*(J*COS(ALPHA)+1.414*K*SIN(ALPHA))/AKLEIN
ISN 0076      IF(GALPHA(M).EQ.C.0) GOTO4
ISN 0078      I=M
ISN 0079      XDN(M,1) = 1.0/(1.0+0.2555003/(THETA*EO*GALPHA(M)))
ISN 0080      XDN(M,2) = J
ISN 0081      XDN(M,3) = K
ISN 0082      IF((XDN(M,1).LE. 0.0).OR.(XDN(M,1).GT. 1.0)) GO TO 4
ISN 0084      N=1
ISN 0085      9 IF(XCN(I,1)-XDN(N,1)) 1C,11,12
ISN 0086      12 IF(N.EQ.(I-1)) GOTO3
ISN 0088      N=N+1
ISN 0089      GOTO 9
ISN 0090      11 IF(I.EQ.1) GOTO3
ISN 0092      10 DO 13 IM=1,3
ISN 0093      13 ZW(IM)=XDN(I,IM)
ISN 0094      14 DO 15 KZW=1,3
ISN 0095      15 XDN(I,KZW)=XDN(I-1,KZW)
ISN 0096      I=I-1
ISN 0097      IF (I.NE.N) GOTO14
ISN 0099      DO 16 IM=1,3
ISN 0100      16 XDN(N,IM)=ZW(IM)
ISN 0101      GOTO 3
ISN 0102      4 M=M-1
ISN 0103      3 CONTINUE
ISN 0104      2 CONTINUE
C      BERECHNUNG DER GROESSEN NACH DEM ORDNUNGSPRINZIP DER XD
ISN 0105      DU 17 I=1,M
ISN 0106      GALPHA(I)=6.28319*(XDN(I,2)*COS(ALPHA)+1.414*XDN(I,3)*SIN(ALPHA))/
1 AKLEIN
ISN 0107      QC(I)=(1.0-XDN(I,1))/XDN(I,1)
ISN 0108      GQUAC(I)=39.47847*(XDN(I,2)**2+2.0*XDN(I,3)**2)/AKLEIN**2
ISN 0109      G2=GQUAC(I)
ISN 0110      17 GVONGQ(I)={0.1236102E+C7/(AKLEIN**3 * G2)}*(1.0+COS(XDN(I,2)*
1 1.57080))*(1.0+COS(3.14159*XDN(I,2))*COS(3.14159*XDN(I,3)))*
2EXP(-AGROSS*G2)*SCREEN(Z,G2)
C      BERECHNUNG DER I(X) UND P(X)
ISN 0111      KV=M
ISN 0112      N=M
ISN 0113      M1=M+1

```

```

ISN 0114      IV=1
ISN 0115      SIA=0.0
ISN 0116      SIB=0.0
ISN 0117      SIC=C.0
ISN 0118      SIP=0.0
ISN 0119      CO 20 KC=1.99
ISN 0120      K=100-KC
ISN 0121      X(K)=K*0.01
ISN 0122      DO 18 IC=IV,M
ISN 0123      I=M1-IC
ISN 0124      IF(X(K)-XDN(I,1)) 18,18,19
ISN 0125      18 N=I
ISN 0126      19 IF((XDN(M,1).LT.X(K)).OR.(N.EQ.(KV+1))) GO TO 21
ISN 0128      DO 22 IB=N,KV
ISN 0129      S1=GVONGQ(IB)*QC(IB)**2
ISN 0130      S2=S1*QC(IB)
ISN 0131      S3=S2*QC(IB)
ISN 0132      SP=S3*39.47847*({XDN(IB,2)**2-2.0*XDN(IB,3)**2)*COBE+2.828*
                1 XDN(IB,2)*XDN(IB,3) *SIBE1/(GQUAD(IB)*AKLEIN**2)
                SIA=SIA+S1
ISN 0133      SIB=SIB+S2
ISN 0134      SIC=SIC+S3
ISN 0135      22 SIP=SIP+SP
ISN 0136      KV=N-1
ISN 0137      IV=M1-N
ISN 0138      21 XC=1.0-X(K)
ISN 0139      A=(X(K)/XC+X(K)*XC)*SIA
ISN 0140      B=(4.0*X(K)**2)/XC*SIB
ISN 0141      C=(4.0*X(K)**3)/(XC**2)*SIC
ISN 0142      ICOH=EO*(A-B+C)
ISN 0143      IBS(K)=(1.0+XC**2)*XI1-C.666667*XC*XI2
ISN 0144      IBS(K)=IBS(K)+ICOH
ISN 0145      POL(K)=-2.0*EO*X(K)**3/(XC**2*IBS(K))*SIP
ISN 0146      IMIT(K,IMI)=IBS(K)
ISN 0147      PMIT(K,IMI)=POL(K)
ISN 0148      20 CONTINUE
ISN 0149

C
C      ITYPE ENTSCHEIDET, OB DIE STANDARD DATEN AUSGESCHRIEBEN WERDEN
ISN 0150      IF (KIM.NE.LIM) GO TO 33
ISN 0152      IF (ITYPE.NE.1) GO TO 33
ISN 0154      WRITE(6,102)EO,ALPHA,THE TAO,THE TAE,THE TAK
ISN 0155      102 FORMAT('1',16#PARAMETER      EO=F5.3,10X,7#ALPHA=E10.4,10X,7#THE TAE
                1=F6.3,4#MRAD,10X, /32X,7#THE TAE=F6.3,4#MRAD,10X,7#THE TAK=F6.3,
                24#MRAD)
                WRITE(6,110)
ISN 0156      110 FORMAT('0',4(4H N2,2X,2HN3,6X,3HXD=,15X))
ISN 0157      WRITE(6,100) (XDN(I,2),XDN(I,3),XDN(I,1),I=1,M)
ISN 0158      100 FORMAT ('0',4(2F4.0,E16.6,8X))
ISN 0159      WRITE(6,120)
ISN 0160      120 FORMAT('1',4(4H N2,2X,2HN3,6X,7#GALPHA=,11X))
ISN 0161      WRITE (6,100) (XDN(I,2),XDN(I,3),GALPHA(I),I=1,M)
ISN 0162      CALL CURV (2,X,IBS,99,'*')
ISN 0163      CALL CURV (-1,'UEBERALL SPEKTRUM',4)
ISN 0164      WRITE(6,109) EO,ALPHA,THE TAO,THE TAE,THE TAK
ISN 0165      109 FORMAT('0',16#PARAMETER      EO=F5.3,10X,7#ALPHA=E10.4,10X,7#THE TAE
                1=F6.3,4#MRAD,10X, /32X,7#THE TAE=F6.3,4#MRAD,10X,7#THE TAK=F6.3,
                24#MRAD)
ISN 0166      CALL CURV (2,X,POL,99,'*')
ISN 0167

```

```

ISN 0168      CALL CURV (-1,'POLARISATION',3)
ISN 0169      WRITE(6,109) EO,ALPHA0,THE TAO,THE TAE,THETAK
ISN 0170      WRITE(6,111)
ISN 0171      111 FORMAT('1',3(4H N2,2X,2HN3,6X,6HGQUAD=,10X,7HGVONGQ=,3X))
ISN 0172      WRITE(6,101) (XDN(I,2),XDN(I,3),GQUAD(I),GVONGQ(I),I=1,M)
ISN 0173      101 FORMAT ('0',3(2F4.0,2E16.6))
ISN 0174      WRITE(6,112)
ISN 0175      112 FORMAT('1',3(3H X=,7X,5HI(X)=,11X,5HP(X)=,11X))
ISN 0176      WRITE (6,103) (X(K),IBS(K),POL(K),K=1,99)
ISN 0177      103 FORMAT ('0',3(F4.2,2E16.6,6X))

C
C      INTEGRATION (NUMERISCH)
ISN 0178      M2=2*M
ISN 0179      M1 = M2-1
ISN 0180      M3 = M2+1
ISN 0181      M4 = M2+2
ISN 0182      CU 23 L=2,M2,2
ISN 0183      XINT(L)=XDN(L/2,1)
ISN 0184      23 XINT(L+1)=XINT(L)+C.CCCCC2
ISN 0185      CALL KANTEN (XINT,YINT,XDN,GVONGQ,QD,M,M3,M4,EC,XI1,XI2)
ISN 0186      WRITE(6,114)
ISN 0187      114 FORMAT('1',2(4H N2,2X,2HN3,4X,3HXD=,11X,7HI-HIGH=,7X,10HXD+2*E-06
ISN 0188      I=,4X,6HI-LOW=,4X))
ISN 0189      WRITE (6,104) (XDN(I,2),XDN(I,3), XINT(2*I),YINT(2*I),
ISN 0190      I XINT(2*I+1),YINT(2*I+1),I=1,M)
ISN 0191      104 FORMAT('0',2(2F4.0,4E14.6))
ISN 0192      IZ=0.0
ISN 0193      CU 24 I=2,M2,2
ISN 0194      IF((YINT(I)-YINT(I+1)).LT.0.5) GOTO 24
ISN 0195      IZ = IZ+2
ISN 0196      XINT(IZ)=XINT(I)
ISN 0197      XINT(IZ+1) = XINT(I+1)
ISN 0198      YINT(IZ) = YINT(I)
ISN 0199      YINT(IZ+1) = YINT(I+1)
ISN 0200      24 CONTINUE
ISN 0201      MIZ = IZ+2
ISN 0202      XINT(MIZ) = 1.0
ISN 0203      XINT(1) = 0.0
ISN 0204      YINT(MIZ) = YINT(M4)
ISN 0205      WRITE(6,115)
ISN 0206      115 FORMAT('0',///'          FUER DIE INTEGRATION WURDEN FOLGENDE KANTEN
ISN 0207      1BERUECKSICHTIGT',//6X,3HXD=,21X,6HI-LOW=,18X,3HXD=,21X,7HI-HIGH=)
ISN 0208      WRITE (6,105) (XINT(I),YINT(I),I=1,MIZ)
ISN 0209      105 FORMAT('0',4(E16.6,8X))
ISN 0210      CALL CURV (2,XINT,YINT,MIZ,'+')
ISN 0211      CALL CURV(-1,'INTEGRATIONSKANTEN ',5)
ISN 0212      WRITE(6,109) EO,ALPHA0,THE TAO,THE TAE,THETAK
ISN 0213      DO 25 K=2,MIZ,2
ISN 0214      IF (XINT(K)-0.6) 26,26,27
ISN 0215      26 STEP=(XINT(K)-XINT(K-1))/10.0
ISN 0216      IDIV=10
ISN 0217      GOTO 28
ISN 0218      27 STEP=(XINT(K)-XINT(K-1))/2.0
ISN 0219      IDIV=2
ISN 0220      28 XINZW(I)=XINT(K-1)
ISN 0221      DO 29 I=2, IDIV
ISN 0222      29 XINZW(I)=XINZW(I-1)+STEP
ISN 0223      CALL KANTEN (XINZW,YINZW,XDN,GVONGQ,QD,M,IDIV,IDIV+1,EO,XI1,XI2)

```

```

ISN 0222      ICIV1=ICIV+1
ISN 0223      YINZW(1)=YINT(K-1)
ISN 0224      YINZW(IDIV1)=YINT(K)
ISN 0225      ZWINT1=0.0
ISN 0226      ZWINT2=0.0
ISN 0227      DO 30 J=2,ICIV1,2
ISN 0228      ZWINT1=ZWINT1+YINZW(J)*4.C
ISN 0229      30 ZWINT2=ZWINT2+YINZW(J+1)*2.C
ISN 0230      25 INTGRA(K-1)=(STEP/3.0)*(ZWINT1+ZWINT2-YINZW(IDIV1)+YINZW(1))
ISN 0231      SUMINT=0.0
ISN 0232      DO 31 N=2,MIZ,2
ISN 0233      31 SUMINT=SUMINT+INTGRA(N-1)
ISN 0234      WRITE(6,106) (INTGRA(K-1),K=2,MIZ,2)
ISN 0235      106 FORMAT ('1',4(7HINTGRA=E12.6,8X))
ISN 0236      WRITE(6,107) SUMINT
ISN 0237      107 FORMAT ('0',40X,7HSUMINT=E12.6)
ISN 0238      33 CONTINUE
C
ISN 0239      C BERECHNUNG DER GEMITTELTEN I(X) UND P(X)
ISN 0241      IF((IND.EQ.1).AND.(KIM.EQ.LIM)) GOTO 38
ISN 0242      WEIGHT(KIM)=WEIGHT(KIM)*2.0
ISN 0243      DO 34 K=1,99
ISN 0244      DO 34 I=1,IND
ISN 0245      IMIT(K,I)=IMIT(K,I)/I2.C
ISN 0246      ARIMIT(K,KIM)=ARIMIT(K,KIM)+IMIT(K,I)
ISN 0247      ARPMIT(K,KIM)=ARPMIT(K,KIM)+PMIT(K,I)*IMIT(K,I)
ISN 0248      34 CONTINUE
ISN 0249      GO TO 39
ISN 0250      38 DO 41 K=1,99
ISN 0251      ARIMIT(K,KIM)=IMIT(K,1)
ISN 0252      41 ARPMIT(K,KIM)=PMIT(K,1)*IMIT(K,1)
ISN 0253      35 CONTINUE
C
ISN 0254      DO 40 K=1,99
ISN 0255      DO 36 I=1,LIM
ISN 0256      IGEMIT(K)=IGEMIT(K)+ARIMIT(K,I)*WEIGHT(I)
ISN 0257      36 PGEMIT(K)=PGEMIT(K)+ARPMIT(K,I)*WEIGHT(I)
ISN 0258      40 PGEMIT(K)=PGEMIT(K)/IGEMIT(K)
C
ISN 0259      PLOTET SPEKTREN; VERGLEICH MIT MESSDATEN
ISN 0260      X(100)=0.0
ISN 0261      IGEMIT(100)=0.0
ISN 0262      WRITE(6,123)
ISN 0263      123 FORMAT ('1',3(3H )=,7X,7HIGEMIT=,9X,7HPGEMIT=,9X))
ISN 0264      WRITE(6,103) (X(I),IGEMIT(I),PGEMIT(I),I=1,99)
ISN 0265      CALL CURV(2,X,IGEMIT,100,'+')
ISN 0266      CALL CURV(-1,'GEMITTELTES UEBERALLSPEKTRUM',7)
ISN 0267      WRITE(6,109) EO,ALPHA0,THE TAO,THE TAE,THE T&K
ISN 0268      DO 201 KL=1,3
ISN 0269      ZW(KL)=-0.1+(KL-1)*0.45
ISN 0270      201 XFAKE(KL)=0.1+(KL-1)*0.45
ISN 0271      CALL CURV(2,XFAKE,ZW,3,'+')
ISN 0272      CALL CURV(1,XFAKE,ZW,3)
ISN 0273      CALL CURV(2,X,PGEMIT,99,'+')
ISN 0274      CALL CURV(-1,'GEMITTELTE POLARISATION ',6)
ISN 0275      WRITE(6,109) EO,ALPHA0,THE TAO,THE TAE,THE T&K
ISN 0276      DO 43 LP=1,99
ISN 0277      43 DIFF(LP)=0.0
ISN 0278      DO 42 L=1,20
ISN 0279      K=4*L+8

```

```
ISN 0278      42 DIFF(K)=SCAL*DATA(L)
ISN 0279      CALL CURV(2,X,IGEMIT,100,'+')
ISN 0280      CALL CURV(2,X,DIFF,99,'C')
ISN 0281      CALL CURV (-1,'SPEKTRUM MIT MESSPUNKTEN',6)
ISN 0282      WRITE(6,112) EO,ALPHA0,THE TAO,THETA E,THETA K,SCAL
ISN 0283      112 FORMAT('0',16HPARAMETER      EO=F5.3,10X,7HALPHA0=E10.4,10X,7THETA0
                1=F6.3,4HMRAD,10X, /32X,7THETA E=F6.3,4HMRAD,10X,7THETA K=F6.3,
                24HMRAD,10X,5HSCAL=E10.4)
ISN 0284      WRITE (6,108) (WEIGHT (I),I=1,N3)
ISN 0285      108 FORMAT ('1',3(8HWEIGHT =,E16.6,8X))
ISN 0286      200 CONTINUE
ISN 0287      STOP
ISN 0288      END
```

\*\*\*\*\* END OF COMPI LATION \*\*\*\*\*

LEVEL 16 ( 1 JULY 68)

OS/360 FORTRAN H

DATE 69.107/13.04.00

```
COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,DPT=02,LINECNT=60,SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LOAD,NOMAP,NOEDIT,NOID,NOXREF
ISA 0002 SUBROUTINE VERTE1 (THO,ALD,DEL,N,ELO,IQ)
ISA 0003 DIMENSION ELC(12,26,2),IQ(26),X(12),Y(12)
ISA 0004 N1=N+1
ISA 0005 N3=2*N+1
ISA 0006 N4=4*N1
ISA 0007 DO 1 I=1,N1
ISA 0008 RAD=(N1-I)*(DEL*2)/N3
ISA 0009 J=0
ISA 0010 ISIGN=+1
ISA 0011 DO 2 L=1,12
ISA 0012 PHI=1.5707963*(L-1)/3
ISA 0013 CPI=COS(PHI)
ISA 0014 IF(PHI.GT.3.1416) ISIGN=-1
ISA 0016 TH=SQRT(THO**2+RAD**2+2*THO*RAD*CPI)
ISA 0017 AL=ISIGN*ARCOS((THO+RAD*CPI)/TH)
ISA 0018 J=J+1
ISA 0019 ELC(J,1,1)=TH
ISA 0020 AL2 = (AL+ALD)
ISA 0021 ELC(J,1,2) = AL2
ISA 0022 X(J)=TH*COS(AL2)
ISA 0023 Y(J)=TH*SIN(AL2)
ISA 0024 IF (RAD.EQ.C.0) GOTO 4
ISA 0026 2 CONTINUE
ISA 0027 4 IQ(I)=J
ISA 0028 IF(J.EQ.0) GO TO 1
ISA 0030 CALL CURV(2,X,Y,J,'+')
ISA 0031 WRITE(6,101)(ELO(M,I,1),ELO(M,I,2),M=1,J)
ISA 0032 1 CONTINUE
ISA 0033 WRITE(6,100) (IQ(K),K=1,N1)
ISA 0034 CALL CURV (-1,THETA,UND THETA,EBENE IN MILLIRAD,'10)
ISA 0035 100 FORMAT ('0',10(I1='1315)
ISA 0036 101 FORMAT ('0',2(6X,6HTHETA=,E13.7,6X,6HALPHA=,E13.7))
ISA 0037 102 FORMAT ('0',4E18.7)
ISA 0038 RETURN
ISA 0039 END
```

\*\*\*\*\* END OF COMPILATION \*\*\*\*\*

```

      COMPILER OPTIONS - NAME= MAIN,OPT=02,LINECNT=60,SOURCE,EBCDIC,NOLIST,NODECK,LJAD,NOMAP,NODETIT,NOID,NOXREF
ISN 0002      DIMENSION XDN(175,3),ZN(3),X(100),QD(175),GVONGQ(175),GQUAD(175)
ISN 0003      DIMENSION ARIMIT(99,101), ARPMIT(99,101),WEIGHT(51)
ISN 0004      REAL*4 IBS(99), GALPHA(175),PDL(99)
ISN 0005      REAL*4 ICDH,IMIT(99,12),PMIT(99,12),IGEMIT(100),PGEMIT(100)
ISN 0006      DIMENSION ELEDIS(12,26,3),IQ(25)
ISN 0007      DIMENSION XL(175),DATA(20),DIFF(99)
ISN 0008      DJ 200 MIX=1,3
ISN 0009      READ(5,124) ITYPE ,THETA,THETAK,ALPHA0,SCAL,THETA0,EO,Z
ISN 0010      124 FORMAT(I1,2F5.2,2F7.4,3F5.2)
ISN 0011      IF(EQ,EO,0.0) GO TO 200
ISN 0013      ALPHA0=ALPHA0/1000.0
ISN 0014      READ(5,122) (DATA(K),K=1,20)
ISN 0015      122 FORMAT(20F4.0)
ISN 0016      WRITE(6,127) (DATA(K),K=1,20)
ISN 0017      127 FORMAT('1',///' ',20F5.0)
ISN 0018      IF(DATA(1).EQ.0.) GO TO 200
ISN 0020      THK=THETAK*EO/0.511
ISN 0021      THE=THETA*EO/0.511
ISN 0022      FK=THK**2/(1+THK**2)
ISN 0023      FE=THE**2/(1+THE**2)
ISN 0024      F=FE+FK-FE*FK
ISN 0025      DELTH=3.0*THETA/SQRT(2.0)
      C
      ERZEUGUNG DER GEWICHTE
ISN 0026      N=7
ISN 0027      N3=2*N+1
ISN 0028      LIM = N+1
ISN 0029      FQ=1.0
ISN 0030      FJ=FQ*3/1.414
ISN 0031      DELTH=FQ*THETA
ISN 0032      Q=FQ/N3
ISN 0033      WEIGHT(N+1)=1.0
ISN 0034      DO 1 K=1,N
ISN 0035      WEIGHT(N-K+1)=EXP(-(2.0*K*Q)**2)
ISN 0036      1 WEIGHT(N+K+1)=WEIGHT(N-K+1)
ISN 0037      SUMM=0.0
ISN 0038      DO 5 I=1,N3
ISN 0039      5 SUMM= SUMM+WEIGHT(I)
ISN 0040      DO 6 L=1,N3
ISN 0041      6 WEIGHT(L)=WEIGHT(L)/SUMM
      C
ISN 0042      IF (Z.EQ.6.0) GO TO 7
ISN 0044      AGROSS = 264.69995
ISN 0045      AKLEIN = 1406.
ISN 0046      XI1 = 16.5999
ISN 0047      XI2 = 15.530
ISN 0048      GO TO 8
ISN 0049      7 AGROSS=126.0
ISN 0050      AKLEIN=0.922E+03
ISN 0051      XI1=18.2
ISN 0052      XI2=17.4
      C
ISN 0053      8 DO 32 I = 1,99
ISN 0054      DIFF(I)=0.0
ISN 0055      IGEMIT(I)=0.0
ISN 0056      32 PGEMIT(I)=0.0
ISN 0057      DO 37 K=1,N3

```

```

ISN 0058      DJ 37 L=1,99
ISN 0059      ARIMIT(L,K)=0.0
ISN 0060      37 ARPMIT(L,K)=0.0
C            BEGINN DER HAUPTSCHLEIFF
ISN 0061      CALL VERTEI (THETA,ALPHA,DELTH,N,ELEDIS,IQ)
ISN 0062      DO 39 KIM=1,LIM
ISN 0063      IND=IQ(KIM)
ISN 0064      IF(IND.EQ.0) GOTU 39
ISN 0066      RAD=ELLEDIS(I,KIM,3)*FO/1.022
ISN 0067      DO 33 IMI = 1,IND
ISN 0068      THETA = ELEDIS(IMI,KIM,1)
ISN 0069      ALPHA = ELEDIS(IMI,KIM,2)
ISN 0070      M = 0
C            ORDNFT DIE XD DER GROESSE NACH
ISN 0071      DO 2 KI=1,25
ISN 0072      K=KI-13
ISN 0073      DO 3 JI=1,35
ISN 0074      J=JI-18
ISN 0075      IF ((1.0+COS(3.14159*K))*COS(3.14159*K))*(1.0+COS(1.57080*J)))
1.EQ.0.0) GOTU3
M=M+1
ISN 0077      GALPHA(M)=6.28319*(J*COS(ALPHA)+1.414*K*SIN(ALPHA))/AKLEIN
ISN 0078      IF(GALPHA(M).EQ.0.0) GOTU4
ISN 0079      I=M
ISN 0082      XDN(M,1) = 1.0/(1.0+0.2555003/(THETA*EU*GALPHA(M)))
ISN 0083      XDN(M,2) = J
ISN 0084      XDN(M,3) = K
ISN 0085      IF((XDN(M,1).LE.0.0).OR.(XDN(M,1).GT.1.0)) GO TO 4
ISN 0087      N=N+1
ISN 0088      9 IF(XDN(I,1)-XDN(N,1)) 10,11,12
ISN 0089      12 IF(N.EQ.(I-1)) GOTU3
ISN 0091      N=N+1
ISN 0092      GOTU 9
ISN 0093      11 IF(I.EQ.1) GOTU3
ISN 0095      10 DO 13 IM=1,3
ISN 0096      13 ZH(IM)=XDN(I,IM)
ISN 0097      14 DO 15 KZW=1,3
ISN 0098      15 XDN(I,KZW)=XDN(I-1,KZW)
ISN 0099      I=I-1
ISN 0100      IF (I.NE.N) GOTU14
ISN 0102      DO 16 IM=1,3
ISN 0103      16 XDN(N,IM)=ZH(IM)
ISN 0104      GOTU 3
ISN 0105      4 M=M-1
ISN 0106      3 CONTINUE
ISN 0107      2 CONTINUE
C            BERECHNUNG DER GROESSEN NACH DEM ORDNUNGSPRINZIP DER XD
ISN 0108      U=THK - RAD
ISN 0109      DO 17 I=1,M
ISN 0110      XL(I)=XDN(I,1)/(1.0+U**2*(1.0-XDN(I,1)))
ISN 0111      XD(I)=(1.0-XDN(I,1))/XDN(I,1)
ISN 0112      ALPHA(I)=6.28319*(XDN(I,2)*COS(ALPHA)+1.414*XDN(I,3)*SIN(ALPHA))/
1 AKLEIN
GQUAD(I)=39.47847*(XDN(I,2)**2+2.0*XDN(I,3)**2)/AKLEIN**2
GZ=GQUAD(I)
ISN 0113      17 GVDNG(I)=(0.1236102E+07/(AKLEIN**3 * GZ))*((1.0+COS(XDN(I,2)*
1 1.57080))*(1.0+COS(3.14159*XDN(I,2))*COS(3.14159*XDN(I,3))))*
2 EXP(-AGROSS*GZ)*SCREEN(2,GZ)

```

```

C      BERECHNUNG DER I(X) UND P(X)
ISN 0116      MF=1
ISN 0117      NF=1
ISN 0118      MJ=0
ISN 0119      MU=1
ISN 0120      MUT=0
ISN 0121      MOT=0
ISN 0122      DJ 21 K=1,99
ISN 0123      X(K)=0,01*K
ISN 0124      IF(MF.GT.M) GO TO 18
ISN 0126      DO 22 J=MF,M
ISN 0127      IF(XL(J).GT.X(K)) GO TO 19
ISN 0129      MO=J
ISN 0130      22 CONTINUE
ISN 0131      19 IF(MO.EQ.0) GO TO 29
ISN 0133      MF=MU+1
ISN 0134      18 DO 23 I=NF,M
ISN 0135      IF(XDN(I,1).GT.X(K)) GO TO 31
ISN 0137      MU=I+1
ISN 0138      23 CONTINUE
ISN 0139      31 NF=MU
ISN 0140      IF((MU.GT.MU).OR.(MU.GT.M)) GO TO 29
ISN 0142      IF((MU.EQ.MUT).AND.(MO.EQ.MOT)) GO TO 30
ISN 0144      SIA=0.0
ISN 0145      SIB=0.0
ISN 0146      SIC=0.0
ISN 0147      SIP=0.0
ISN 0148      MUT=MU
ISN 0149      MOT=MO
ISN 0150      DJ 24 IC=MU,MU
ISN 0151      S1=GVONGQ(IC)*QD(IC)**2
ISN 0152      S2=S1*QD(IC)
ISN 0153      S3=S2*QD(IC)
ISN 0154      SP=S3*(2.0*GALPHA(IC)**2/GQUAD(IC)-1.0)
ISN 0155      SIA=SIA+S1
ISN 0156      SIB=SIB+S2
ISN 0157      SIC=SIC+S3
ISN 0158      24 SIP=SIP+SP
ISN 0159      30 XC=1.0-X(K)
ISN 0160      A=(X(K)/XC+X(K)*XC)*SIA
ISN 0161      B=(4.0*X(K)**2)/XC*SIB
ISN 0162      C=(4.0*X(K)**3)/(XC**2)*SIC
ISN 0163      ICDH=EU*(A-B+C)
ISN 0164      GO TO 28
ISN 0165      29 XC=1.0-X(K)
ISN 0166      POL(K)=0.0
ISN 0167      IBS(K)=(1.0+XC**2)*XI1-0.666667*XC*X12)*F
ISN 0168      GO TO 27
ISN 0169      28 IBS(K)=(1.0+XC**2)*XI1-0.666667*XC*X12)*F
ISN 0170      IBS(K)=IBS(K)+ICDH
ISN 0171      POL(K)=-2.0*EO*X(K)**3/(XC**2*IBS(K))*SIP
ISN 0172      27 IMIT(K,IMI)=IBS(K)
ISN 0173      PMIT(K,IMI)=POL(K)
ISN 0174      21 CONTINUE

C
C      ITYPE ENTSCHEIDET, OB DIE STANDARD DATEN AUSGESCHRIEBEN WERDEN
ISN 0175      IF (KIM.NE.LIM) GO TO 33
ISN 0177      IF (ITYPE.NE.1) GOTO 33

```

```

ISN 0179      WRITE(6,102) EO,ALPHA,THE TA,THETA E,THETA K
ISN 0180      102 FORMAT('1',16HPARAMETER      EO=F5.3,10X,7HALPHA0=E10.4,10X,7HTHETA0
              1=F6.3,4HMRAD,10X,7/32X,7HTHETA F=F6.3,4HMRAD,10X,7HTHETA K=F6.3,
              24HMRAD)
ISN 0181      WRITE(6,110)
ISN 0182      110 FORMAT('0',4(4H N2,2X,2HN3,6X,3HX0=,15X))
ISN 0183      WRITE(6,100) (XDN(I,2),XDN(I,3),XDN(I,1),I=1,M)
ISN 0184      100 FORMAT ('0',4(2F4.0,E16.6,8X))
ISN 0185      WRITE(6,120)
ISN 0186      120 FORMAT('1',4(4H N2,2X,2HN3,6X,7HGALPHA=,11X))
ISN 0187      WRITE(6,100) (XDN(I,2),XDN(I,3),GALPHA(I),I=1,M)
ISN 0188      WRITE(6,121)
ISN 0189      121 FORMAT('1',4(4H N2,2X,2HN3,6X,7HXL(I)=,11X))
ISN 0190      WRITE(6,100) (XDN(I,2),XDN(I,3),XL(I),I=1,M)
ISN 0191      WRITE(6,113)
ISN 0192      113 FORMAT('1',3(3H X=,7X,5HI(X)=,11X,5HP(X)=,11X))
ISN 0193      WRITE(6,103) (X(K),IBS(K),POL(K),K=1,99)
ISN 0194      103 FORMAT ('0',3(F4.2,2E16.6,6X))
ISN 0195      CALL CURV (2,X,IBS,99,'*')
ISN 0196      CALL CURV (-1,'UEBERALLSPEKTRUM',4)
ISN 0197      CALL CURV (2,X,POL,99,'*')
ISN 0198      CALL CURV (-1,'POLARISATION',3)
ISN 0199      WRITE(6,109) EO,ALPHA0,THE TAO,THETA E,THETA K
ISN 0200      109 FORMAT('0',16HPARAMETER      EO=F5.3,10X,7HALPHA0=E10.4,10X,7HTHETA0
              1=F6.3,4HMRAD,10X,7/32X,7HTHETA E=F6.3,4HMRAD,10X,7HTHETA K=F6.3,
              24HMRAD)
ISN 0201      WRITE(6,109) EO,ALPHA0,THE TAO,THETA E,THETA K
ISN 0202      WRITE(6,111)
ISN 0203      111 FORMAT('1',3(4H N2,2X,2HN3,6X,6HGQUAD=,10X,7HGUVNGQ=,3X))
ISN 0204      WRITE(6,101) (XDN(I,2),XDN(I,3),GQUAD(I),GVONGQ(I),I=1,M)
ISN 0205      101 FORMAT ('0',3(2F4.0,2E16.6))
ISN 0206      33 CONTINUE
C
ISN 0207      BERECHNUNG DER GEMITTELTEN I(X) UND P(X)
ISN 0209      IF((IND.EQ.1).AND.(KIM.EQ.LIM)) GO TO 38
ISN 0210      WEIGHT(KIM)=WEIGHT(KIM)*2.0
ISN 0211      DO 34 K=1,99
ISN 0212      DO 34 I=1,IND
ISN 0213      IMIT(K,I)=IMIT(K,I)/12.0
ISN 0214      ARIMIT(K,KIM)=ARIMIT(K,KIM)+IMIT(K,I)
ISN 0215      ARPMIT (K,KIM)=ARPMIT(K,KIM)+PMIT(K,I)*IMIT(K,I)
ISN 0216      34 CONTINUE
ISN 0217      GO TO 39
ISN 0218      38 DO 41 K=1,99
ISN 0219      ARIMIT(K,KIM)=IMIT(K,1)
ISN 0220      41 ARPMIT(K,KIM)=PMIT(K,1)*IMIT(K,1)
ISN 0221      39 CONTINUE
C
ISN 0222      DO 40 K=1,99
ISN 0223      DO 36 I=1,LIM
ISN 0224      IGEMIT(K)=IGEMIT(K)+ARIMIT(K,I)*WEIGHT(I)
ISN 0225      36 PGEMIT(K)=PGEMIT(K)+ARPMIT(K,I)*WEIGHT(I)
ISN 0226      40 PGEMIT(K)=PGEMIT(K)/IGEMIT(K)
C
ISN 0227      PLJTTET SPEKTREN; VERGLEICH MIT MESSDATEN
ISN 0228      WRITE(6,123)
ISN 0229      123 FORMAT('1',3(3H X=,7X,7HIGEMIT=,9X,7HPGEMIT=,9X))
ISN 0230      WRITE(6,103) (X(I),IGEMIT(I),PGEMIT(I),I=1,99)
ISN 0231      PGEMIT(100)=0.0
ISN 0232      IGEMIT(100)=0.0

```

```

ISN 0231      X(100)=0.0
ISN 0232      CALL CURV(2,X,IGEMIT,100,'+')
ISN 0233      CALL CURV(-1,'GEMITTELTES UEBERALLSPEKTRUM',7)
ISN 0234      CALL CURV(2,X,PGEMIT,100,'+')
ISN 0235      CALL CURV(-1,'GEMITTELTE POLARISATION ',6)
ISN 0236      WRITE(6,107) EO,ALPHA0,THE TAE,THE F,THETA0,THETAK,THK,SCAL
ISN 0237      107 FORMAT('0',16HPARAMETER   EO=F5.3, 7X,7HALPHA0=E10.4, 7X,7THETA0E
                1=F6.3,4HMRAD,7X,4HTHE=E10.3,7X,5H   F=E10.3,/29X,7THETA0=F6.3,
                2,4HMRAD,7X,7THETAK=F6.3,4HMRAD,7X,4HTHK=E10.3,7X,5HSCAL=E10.3)
                DB 42 L=1,20
ISN 0238      K=4*L+8
ISN 0239      42 DIFF(K)=SCAL*DATA(L)
ISN 0240      CALL CURV(2,X,IGEMIT,100,'+')
ISN 0241      CALL CURV(2,X,DIFF,0,'0')
ISN 0242      CALL CURV(-1,'SPEKTRUM MIT MESSPUNKTEN',5)
ISN 0243      WRITE(6,107) EO,ALPHA0,THE TAE,THE F,THETA0,THETAK,THK,SCAL
ISN 0244      WRITE(6,108) (HEIGHT(I),I=1,N3)
ISN 0245      108 FORMAT('0',3(8HHEIGHT =,E16.6,8X))
ISN 0246      200 CONTINUE
ISN 0247      STOP
ISN 0248      END
ISN 0249

```

\*\*\*\*\* END OF COMPILATION \*\*\*\*\*

