Interner Bericht
DESY F33-72/2
Februar 1972

MONTE-CARLO-SIMULATION ELEKTROMAGNETISCHER KASKADEN IN ALUMINIUM UND BLEIGLAS

von

Klaus-Peter Marten

INHALTSVERZEICHNIS

EINLEITUNG

In der Hochenergiephysik stellt die elektromagnetische Kaskade einen wichtigen Prozess zur Energiebestimmung von Photonen und Elektronen dar. Die räumliche Verteilung der Sekundärphotonen und -elektronen, ihre Energie- und Winkelverteilungen in den verschiedenen Materialien können dafür ausgenutzt werden. Analytische Rechnungen sind wegen mathematischer Schwierigkeiten nur zum Teil erfolgreich gewesen. Messungen sind sehr aufwendig und schwierig durchführbar. Mit der Entwicklung der Großrechner hat sich ein statistisches Verfahren, die Monte-Carlo-Methode, als sehr erfolgreich erwiesen. Umfangreiche Rechnungen für hohe und niedrige Primärenergien liegen besonders für Blei vor, deren Resultate ausgezeichnet mit den Messungen übereinstimmen. Im Bereich niedriger Ordnungszahlen sind Rechnungen wie Messungen insbesondere für hohe Primärenergien spärlicher vorhanden. In dieser Arbeit werden im ersten Teil Rechnungen für Aluminium bei hohen Primärenergien vorgelegt und mit Rechnungen und Messungen, soweit vorhanden, verglichen. Im zweiten Teil wird die Anwendung elektromagnetischer Schauer in einem Experiment studiert. Die Gruppen F33 und F35 beim DESY untersuchten die Comptonstreuung am Wasserstoffkern (15). In dieser Arbeit wurde versucht, den Nachweis des gestreuten Gammaquants durch die Meßapparatur zu simulieren. Hierbei interessierte vor allem ein besonderer Aspekt der Schauerentwicklung:
der kleine Anteil rückwärtsfliegender Teilchen einer Kaskade und sein Einfluß auf Meßgeräte vor den Schauerzählern, insbesondere den Antizählern. Weitere Kaskadenrechnungen dienten zur Prüfung der Ortsauflösung des verwendeten Hodoskops.

1. Elektron-Photon-Kaskade

Unter einer elektromagnetischen Kaskade oder einem Schauer wird folgendes verstanden:
Dringt ein hochenergetisches Elektron oder Photon in Materie ein, so wird aus dem einen Primärteilchen durch die Strahlungsprozesse Bremsstrahlung und Paarerzeugung eine Vielzahl von Elektronen und Photonen erzeugt, deren mittlere Energie mit steigender Anzahl rasch abnimmt.
Im Bereich niedriger Energien wird die Zahl der Teilchen noch durch die Möllerstreuung der Elektronen und den Comptoneffekt der Photonen vermehrt. Die Elektronen verlieren beim Durchgang durch Materie Energie durch Ionisation und Anregung von Atomen, wobei der Energieverlust mit abnehmender Elektronenenergie ansteigt. Das hat zur Folge, daß niederenergetische Elektronen sehr schnell absorbiert werden und für die Erzeugung neuer Teilchen ausfallen.
Die Teilchenzahl wächst an bis zu einem Maximum, wo die Erzeugung durch Strahlungsprozesse und der Ausfall durch Ionisationsverluste im Gleichgewicht liegen. Ein Elektron hat seine kritische Energie erreicht, sobald seine Energie seinem Ionisationsverlust pro Stahlungslänge entspricht.
Wenn diese Energie unterschritten wird, überwiegt die Absorption die Erzeugung und der Schauer läuft aus.
Für die räumliche Ausweitung der Kaskade ist in erster Linie die Vielfachstreuung der Elektronen maßgebend, die im Bereich niedriger Energien sehr groß ist.
Um das Schauerverhalten in verschiedenen Materialien vergleichen zu können, bezieht man alle Angaben auf die 'Strahlungslänge X_0', nach der per definitionem die Primärenergie eines Elektrons auf 1/e abgesunken ist.
Die Stahlungsprozesse und kritischen Energien sind für Elemente hoher und niedriger Ordnungszahl nicht gleich.

Die kritischen Energien betragen für verschiedene Elemente:

Pb	6,8	MeV
Cu	17,0	MeV
Al	36,5	MeV
C	68,0	MeV

1.1. Monte-Carlo-Methode

Jedes Teilchen wird vom Monte-Carlo-Programm jeweils eine konstante Strecke transportiert. Danach werden die Wirkungsquerschnitte aller beteiligten Prozesse für diese Strecke als Funktion der Energie berechnet. Mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators wird eine Zahl ausgewählt (gewürfelt), die entscheidet, ob ein Prozess stattfindet oder nicht. Durch zwei weitere Zufallszahlen wird dann entschieden, welcher Prozess stattfindet und wie die Energie zwischen Primär- und Sekundärteilchen verteilt wird.
Ein Teilchen gilt als absorbiert, sobald seine Energie eine bestimmte Schwelle, die Abschneideenergie, unterschreitet.
Mittelt man die Ergebnisse einer Vielzahl auf diese Weise gerechneter Schauer, so erhält man ein mit den Messungen gut übereinstimmendes Bild der Kaskadenentwicklung.
Ausführliche Darstellungen über die Arbeitsweise von Monte-Carlo-Schauerprogrammen geben die Arbeiten von H.H. Nagel (1) und Crawford & Messel (8), eine knappe Beschreibung gibt Kapitel (3.1.3) dieser Arbeit.

1.2 Problemstellung

H.H. Nagel (1) entwickelte 1964 ein Monte-Carlo-Programm, mit dem er Kaskaden in Blei für Primärenergien bis 1 GeV rechnete. Dieses Programm wurde von U. Völkel (2) für Primärenergien bis 6 GeV erweitert. Es ist nur für Rechnungen in Blei verwendbar, da sämtliche Formeln, wegen schneller Rechenzeit, durch Polynome approximiert wurden. Eine Aufgabe dieser Arbeit war es, das Programm so zu erweitern und umzugestalten, daß folgende Forderungen erfüllt werden:

a) Kaskadenrechnung für leichte Elemente bei hohen Primärenergien

b) Berechnung einer Anordnung verschiedener hintereinander geschichteter Materialien unterschiedlicher Dicke

c) Möglichkeiten, geometrische Formen (Zählerflächen) zu berücksichtigen

1.3. Physikalische Grundlagen des Programms

Es werden die folgenden physikalischen Prozesse berücksichtigt:

1) Bremsstrahlung der Elektronen
2) Elektron-Elektron-Streuung mit Energieüberträgen größer als $2mc^2$
3) Vielfachstreuung der Elektronen
4) Energieverlust der Elektronen durch Ionisation
5) Paarerzeugung der Photonen
6) Comptonstreuung der Photonen

Der Photoeffekt wurde vernachlässigt, da er in leichten Elementen erst in einem Energiebereich unter oder um die Abschneideenergie für Photonen eine Rolle spielt. Nähere Einzelheiten über die berücksichtigten Prozesse finden sich bei Nagel (1).

Die Wirkungsquerschnitte wie sie von Nagel-Völkel benutzt wurden, sind analytisch nicht integrierbar, so daß bei expliziter Darstellung aufwendige Rechenzeiten zu erwarten wären. Für leichte Elemente und hohe Energien werden daher die Formeln für volle Abschirmung verwendet:

Bremsstrahlung (12) :

$$\frac{d\sigma}{dk} = 4\alpha r_0^2 (Z+1) Z \cdot \frac{1}{k} \left\{ \left[1 + \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 - \frac{2}{3}\frac{E}{E_0} \right] \ln\left(183 \cdot Z^{-1/3}\right) + \frac{1}{9}\frac{E}{E_0} \right\}$$

Bedingungen für volle Abschirmung:

$$\gamma = \frac{100\,k}{E_0 E Z^{1/3}} \approx 0 \quad , \quad E_0 \gg 137 Z^{-1/3}$$

für Bornsche Näherung:

$$\frac{2\pi Z}{137\beta_0} \ll 1 \quad , \quad \frac{2\pi Z}{137\beta} \ll 1$$

Es bedeuten:

α	Feinstrukturkonstante
k	Energie des Photons
E_0	Primärenergie des Elektrons
E	Energie des Sekundärelektrons

$$\beta_0 = \frac{v_0}{c} \quad , \quad \beta = \frac{v}{c}$$

Paarerzeugung nach (3) :

$$\frac{d\sigma_{E_+}}{dE_+} = 4\alpha r_0^2 Z(Z+1) \left\{ \left[\frac{E_+^2 + E_-^2 + \frac{2}{3}E_+E_-}{(E_+ + E_-)^3} \right] \ln\left(183 Z^{-1/3}\right) - \frac{1}{9}\frac{E_+E_-}{(E_+ + E_-)^3} \right\}$$

Bedingung für volle Abschirmung:

$$\frac{2E_+E_-}{k\,\mu} \gg 137 Z^{-1/3}$$

Da die kritischen Energien für leichte Elemente sehr viel größer sind als für schwere, verlieren niederenergetische Elektronen in ersteren sehr schnell ihre Energie durch Ionisation und entfernen sich nur wenig vom Ort, wo sie die kritische Energie unterschritten haben. Dadurch bleibt der Fehler bei Verwendung der Querschnitte für volle Abschirmung im niedrigen Energiebereich klein. Für Energien unterhalb von 150 MeV wurden die Wirkungsquerschnitte für volle Abschirmung durch Korrekturfaktoren an die exakten Wirkungsquerschnitte angeglichen.
Die Abschneideenergie der Elektronen liegt bei 1,5 MeV, die der Photonen bei 0,25 MeV. Elektronen und Positronen werden gleich behandelt.
Die Strahlungslänge wird berechnet nach Knasel (5) :

$$X_0 = \frac{137\, A\, (1 + 1{,}4 \cdot 10^{-5} \cdot Z^2)}{4 r_0^2 N_0 \varrho Z (Z+\xi) \ln (183\, Z^{-1/3})}$$

$$\xi = \frac{\ln (1440\, Z^{-2/3})}{\ln (183\, Z^{-1/3})}$$

Dabei bedeutet:

A	Atomgewicht
Z	Ordnungszahl
r_o	klassischer Elektronenradius
N_o	Losschmidtsche Zahl
ϱ	Dichte

Für Blei errechnet sich eine Strahlungslänge von

$$X_{o,Pb} = 0.565 \text{ cm}$$

für Aluminium von

$$X_{o,Al} = 8.908 \text{ cm} \quad .$$

2. Kaskadenrechnungen für Aluminium bei Primärenergien von 1 GeV und 6 GeV

Monte-Carlo-Rechnungen für leichte Elemente und Primärenergien größer-gleich 1 GeV gibt es nur für Aluminium und Luft. Veröffentlicht wurden nur Elektronenverteilungen, Photonenverteilungen fehlen bisher. Die vorhandenen Messungen geben keine Teilchenverteilungen, sondern Angaben über die räumliche Aufteilung der absorbierten Energie des Schauers.
Zur einfacheren Beschreibung behandelt man die Longitudinal- und Radialentwicklung eines Schauers getrennt.

2.1 Longitudinalverteilung, Teilchenzahlen, Maximumtiefe

Die Impulsrichtung des Primärteilchens bezeichnet man als Schauerachse. Zur räumlichen Beschreibung der Schauerentwicklung legt man die positive Z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems in die Schauerachse. Um die beiden anderen Achsen wird Rotationssymmetrie angenommen. Die Verteilung der Elektronen und Photonen wird durch die Funktionen

$\pi(E_0, E, t, r, \vartheta)$ bzw. $\gamma(E_0, E, t, r, \vartheta)$

wiedergegeben, wobei die Parameter folgende Bedeutung haben:

E_0	Primärenergie des Elektrons
E	Abschneideenergie
t	Schauertiefe in Strahlungslängen
r	radialer Abstand von der Schauerachse in Strahlungslängen
ϑ	Winkel zur Schauerachse

Dabei bedeutet $\pi(E_0,E,t,r,\vartheta)2\pi r dr\, dE\, d(\cos\vartheta)$ die Anzahl der Elektronen mit einer Energie $E+dE$ in der Tiefe $Z=tX_0$, einem Abstand $r+dr$ von der Schauerachse und einem Winkel $\vartheta+d\vartheta$ zwischen Teilchenimpuls und Schauerachse.

Die Funktion

$$\overline{\Pi}(E_0,E,t) = \int_{E}^{E_0} dE' \int_0^{\infty} 2r\,dr \int_0^1 d(\cos\vartheta) \quad \Pi(E_0,E',t,r,\vartheta)$$

gibt die Anzahl der Elektronen mit einer Energie größer als E an, die bei einer Primärenergie von E_0 in einer Tiefe $z = tX_0$ unter einem Winkel $\vartheta \leq 90^\circ$ zu finden sind. Entsprechend gilt $\overline{\Gamma}(E_0,E,t)$ für Photonen.
Die Figuren(1,2,3)zeigen die Ergebnisse zweier Rechnungen mit dem vorher genannten Programm für Primärenergien von 1 GeV und 6 GeV. In den Abbildungen sind $\overline{\Pi}$ und $\overline{\Gamma}$ gegen die Tiefe t in Strahlungslängen aufgetragen.
Zu einem ersten Vergleich kann man die analytische Schauertheorie (Approximation B) heranziehen. Diese berücksichtigt folgende Prozesse :

Bremsstrahlung
Paarerzeugung) volle Abschirmung
Ionisationsverlust

und gibt Vorhersagen über die maximale Elektronenzahl, sowie über die Tiefe des Elektronen- und Photonenmaximums. Die maximale Elektronenzahl errechnet sich nach der Theorie (4) aus :

$$\Phi(E_0,E,t_{max}) = \frac{0.137}{\sqrt{y - 1.33}} \cdot \frac{E_0}{E + \bar{\varepsilon}}$$

wobei gilt $\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{2.3}$ mit ε als kritischer Energie

und $$y = \ln \frac{E_0}{E + \bar{\varepsilon}}$$

Nach der Theorie sind bei Abschneideenergien oberhalb von 100 MeV brauchbare Ergebnisse zu erwarten. Die Rechnung bestätigt dieses, die Abweichungen liegen nur um 5%. Für niedrigere Abschneideenergien wird der Fehler größer, bei E = 1,5 MeV liegt die Zahl um 15% über dem Wert der Monte-Carlo-Rechnung. Immerhin gibt die Formel noch die richtige Größenordnung wieder.

2.1.1 Vergleich mit Rechnungen von Butcher & Messel

Die bisher einzigen Monte-Carlo-Schauerrechnungen für Aluminium mit Primärenergien im GeV-Bereich wurden 1960 von Butcher & Messel (9) veröffentlicht. Ihre Rechnungen umfassen Primärenergien von einigen hundert MeV bis einigen GeV mit Abschneideenergien von 5 MeV bis in den GeV-Bereich. Die Veröffentlichung umfaßt nur integrale Elektronenverteilungen, die für Photonen wurden für später angekündigt. Diese Ergebnisse sind bisher nicht erschienen.
In dieser Rechnung werden folgende Effekte berücksichtigt:

Bremsstrahlung
Paarerzeugung
Comptoneffekt
Ionisationsverlust
Vielfachstreuung

Die kritische Energie wird mit 52 MeV angegeben, während die entsprechende Angabe für die hier vorgelegte Arbeit 36,5 MeV lautet.
Verglichen wurden die Rechnungen für eine Primärenergie von 1 GeV und Abschneideenergien von 5 MeV, 50 MeV und 200 MeV. Es zeigt sich, daß die von Butcher & Messel angegebenen mittleren Elektronenzahlen in allen Tiefen niedriger liegen. Die Abweichungen vor dem Maximum sind gering, um das Maximum erheblich und steigen mit wachsender Tiefe weiter an. Dieses Verhalten kann durch die hohen Ionisationsverluste, 52 MeV pro Strahlungslänge, erklärt werden. Vor dem Schauermaximum sind überwiegend Elektronen höherer Energie vorhanden, so daß die Teilchenzahlen von zu hohen Ionisationsverlusten noch nicht wesentlich beeinflußt werden. Dagegen handelt es sich im Schauermaximum und in größeren Tiefen um fast ausschließlich

niederenergetische Elektronen, die um so schneller gebremst werden, desto höher die Ionisationsverluste liegen. Daher läuft der Schauer schneller aus und erklärt die steigenden Abweichungen mit zunehmender Tiefe.

1970 veröffentlichten Crawford & Messel (8) Monte-Carlo-Rechnungen für Blei, Kupfer und Luft bis 1 GeV Primärenergie. Dabei berechneten sie kritische Energien auch für einige andere Elemente und geben jetzt für Aluminium 34 MeV.

2.1.2 Vergleich mit experimentellen Daten

Folgende Messungen sind bekannt

Carol Jo Crannell et al.	(6)	E_o =	1 GeV
Bathow, Freytag et al.	(7)	E_o =	6 GeV

Diese Ergebnisse geben die pro Strahlungslänge absorbierte Energie in Prozenten der Primärenergie als Funktion der Tiefe in Strahlungslängen an.
Im Monte-Carlo-Programm werden die Angaben über den Energieverlust durch Ionisation und Ausscheiden der Teilchen im Zylinderring in der Tiefe t + dt und im radialen Abstand r + dr festgehalten. Die Abbildungen (4,5) zeigen als ausgezogene Kurve die Meßergebnisse und als Histogramm die Monte-Carlo-Werte. Danach befinden sich Rechnung und Messung in Übereinstimmung.

2.2 Radial- und Winkelverteilung

Die Radialverteilung der Elektronen in der Tiefe t wird durch die Funktion

$$\Pi(E_0,t,r) = \int_{1.5}^{E_0} dE \int_0^1 d(\cos\vartheta) \cdot \pi(E_0,E,t,r,\vartheta)$$

wiedergegeben.

Für Photonen gilt

$$\Gamma(E_0,t,r) = \int_{0.25}^{E_0} dE \int_0^1 d(\cos\vartheta) \cdot \gamma(E_0,E,t,r,\vartheta)$$

.

$\pi(E_0,t,r)\cdot 2r\,dr$ bzw. $\gamma(E_0,t,r)2r\,dr$ gibt die Zahl der Elektronen bzw. Photonen in der Tiefe $z=tX_0$ im Abstand r und r+dr von der Schauerachse an unter Winkeln $\vartheta \leq 90^{\circ}$. Das Kreisringelement hat die Größe 2rdr. Der Faktor π wurde in die Funktion π bzw. γ einbezogen. Die Abbildungen (6,7) zeigen die radiale Ausbreitung des Schauers mit der Tiefe t als Parameter, wobei Π bzw. Γ die Anzahl der Elektronen bzw. Photonen pro Flächeneinheit im jeweiligen Kreisringelement angeben.

Analog gilt für die Winkelverteilung der Elektronen in der Tiefe t die Funktion

$$\Pi(E_0,t,\vartheta) = \frac{1}{|\cos\vartheta|} \cdot \int_{1.5}^{E_0} dE \int_0^{\infty} 2r\,dr \cdot \pi(E_0,E,t,r,\vartheta)$$

bzw. für Photonen

$$\Gamma(E_0,t,\vartheta) = \frac{1}{|\cos\vartheta|} \cdot \int_{0.25}^{E_0} dE \int_0^{\infty} 2r\,dr \cdot \gamma(E_0,E,t,r,\vartheta)$$

Der Faktor $|\cos\vartheta|^{-1}$ berücksichtigt, daß die Wahrscheinlichkeit für ein Teilchen der Impulsrichtung $\cos\vartheta$, die Ebene $z = tX_0$ zu durchsetzen, proportional zu $|\cos\vartheta|$ ist. Die Abbildungen (10,11) zeigen die Winkelverteilungen für einige Tiefen t.

2.3 Spektrale Verteilung

Nach K. Ott (4) gilt für die Energiespektren eine Ähnlichkeitsregel, die folgendes aussagt:

> 'Mißt man die Schauertiefe in Einheiten der Maximumstiefe, so ist die Form des Spektrums in erster Näherung unabhängig von der Primärenergie.'

Approximiert man aus den integralen Verteilungen Abbildungen (2,2a,3,3a) die Maximumstiefen zu:

$$t_{max(\pi)} \approx 2 \ X_0 \qquad t_{max(\Gamma)} \approx 3 \ X_0 \qquad E_0 = 1 \ GeV$$

$$t_{max(\pi)} \approx 4 \ X_0 \qquad t_{max(\Gamma)} \approx 5 \ X_0 \qquad E_0 = 6 \ GeV$$

und rechnet mit den Energieverteilungen für Elektronen und Photonen von

$$\overline{\Pi}(E_0, E, t) = \int_0^1 d(\cos \vartheta) \int_0^\infty 2r\,dr \cdot \pi(E_0, E, t, r, \vartheta)$$

$$\Gamma(E_0, E, t) = \int_0^1 d(\cos \vartheta) \int_0^\infty 2r\,dr \cdot \gamma(E_0, E, t, r, \vartheta)$$

so erhält man durch Normierung auf ein Teilchen in Vorwärtsrichtung die relativen Energieverteilungen:

$$W_e(E_0, E, t) = \overline{\Pi}(E_0, E, t) \,/\, \overline{\Pi}(E_0, 1.5, t)$$

$$W_\gamma(E_0, E, t) = \Gamma(E_0, E, t) \,/\, \Gamma(E_0, 0.25, t)$$

Die Abbildungen (8,9) zeigen die Verteilungen

$W_e(E_0, E, \tau)$ für festes $\tau = \lambda \cdot t_{max(\pi)}$ bzw.

$W_\gamma(E_0, E, \tau)$ für festes $\tau = \lambda \cdot t_{max(\Gamma)}$.

Die Kurven bestätigen die Ähnlichkeitsregel auch für Aluminium. Die Abbildungen (12,13) zeigen Spektren für einige t.

Alle Ergebnisse wurden erhalten aus Rechnungen von

1000 Schauern für 1 GeV Primärelektronen
500 Schauern für 6 GeV Primärelektronen.

Diese Resultate unterscheiden sich kaum von einer Teilauswertung von nur

750 Schauern für 1 GeV Primärelektronen
300 Schauern für 6 GeV Primärelektronen.

Danach kann die Statistik als ausreichend betrachtet werden.

3. Simulation einer Nachweisapparatur für gestreute Gammaquanten

3.1 Rückstreuung weicher Photonen aus Bleiglasschauern

3.1.1 Problemstellung

Während in den Kapiteln 1 und 2 die Kaskadenbildung in einem leichten Element ganz allgemein untersucht wurde, behandelt das folgende Kapitel die Anwendung elektromagnetischer Kaskaden für ganz spezielle Zwecke in einem Experiment. Die Gruppen F33 und F35 untersuchten gemeinsam die Comptonstreuung am Proton (15).
Dabei wurde das Rückstoßproton durch ein Funkenkammerteleskop nachgewiesen, währen zum Nachweis des gestreuten Gammaquants folgende Anordnung verwendet wurde (Abb. 14):

> Reinigungsmagnet, zwei Antizähler in ODER-Schaltung (nicht im Trigger), eine 1.8 Strahlungslängen dicke Bleiplatte konvertiert das Photon in einen Schauer, der Richtungsnachweis der Teilchen erfolgt durch ein Hodoskop aus zwei Ebenen mit Szintillationszählern, die Energiebestimmung besorgen neun Bleiglaszähler in 3 x 3 - Matrixanordnung.

Während der Auswertung der Daten stellte sich heraus, daß bei einem Teil der Compton-Ereignisse die Antizähler geladene Teilchen registriert hatten. Dieser Effekt konnte durch Konversion des gestreuten Photons in Luft und in den Antizählern selbst zum Teil erklärt werden. Es blieb aber ein nicht vernachlässigbarer Rest. Man vermutete, daß aus den Cerenkovzählern zurückgestreute weiche Photonen diesen Effekt verursacht haben könnten. Daraus ergab sich die Aufgabe, festzustellen, wieviele weiche Photonen zurückgestreut wurden und ob davon ein nennenswerter Teil in die Antizähler gelangte. Mit einer erweiterten Version des vorgenannten Monte-Carlo-Programms wurde der Nachweisarm simuliert und versucht, Aufschluß über die Größe dieses Effektes zu bekommen.

3.1.2 Näherung für Bleiglas

Für die Monte-Carlo-Rechnung wurde die ganze Anordnung vom ersten Antizähler bis zum Ende der Cerenkov-Matrix als ein Block, bestehend aus verschiedenen Schichten, angesehen. Jedes Nachweisgerät, sowie die Räume zwischen den einzelnen Apparaten, erhielten eine Schichtnummer. die Geometrie der einzelnen Zähler (Höhe, Breite) wurde ebenfalls berücksichtigt.
Die beiden Antizähler, sowie die Zähler der beiden Hodoskopebenen, bestanden aus **Szintillationsmaterial**
Für die Rechnung wurde die vereinfachende Annahme gemacht, daß nur am C-Atom Prozesse stattfinden.
Die Zähler der Cerenkov-Matrix bestanden aus Bleiglas, einem gemischten Material aus (10) :

Gewichtsanteil	
55 %	PbO
40 %	SiO
5 %	Na_2O , K_2O

Da das Programm nur Kaskaden in homogenen Schichten rechnen kann, wurde der Bleiglasblock aufgeteilt gedacht in drei homogene Abschnitte aus Pb, Si, O_2 .
Der gleichgroße Na-, K-Anteil, deren Mittelwerte über Ordnungszahl und Atomgewicht etwa dem Si entsprechen, wurden zum Si geschlagen. So errechneten sich folgende Gewichtsanteile der restlichen drei Komponenten:

51 %	Pb
26,3 %	O_2
22,7 %	Si .

Während der Rechnung transportiert das Programm

jedes Teilchen mit einer festen Schrittweite von 10^{-2} bzw. 10^{-3} Strahlungslängen, danach wird abgefragt, ob in diesem Intervall ein Prozess stattfand.
Um die Elementemischung des Bleiglases näherungsweise zu erfassen, mußten die homogenen Blöcke in Schrittweiten aufgeteilt werden, und diese dann entsprechend ihrem Anteil am Bleiglas gemischt werden.
Das Programm ging so vor, daß es vor jedem Transport entschied, mit welcher Komponente beim nächsten Schritt zu rechnen sei. Die Entscheidung erfolgte durch Würfeln über die anteiligen Srahlungslängen der einzelnen Komponenten. Hierfür mußten die anteiligen Strahlungslängen aus den Gewichtsanteilen errechnet werden:

Material		Pb	Si	O_2
Strahlungslänge (g/cm^2)	X_o	6,4	21,6	33,9
Gewichtsanteil (%)	G	51	22,7	26,3

$$\frac{G_{Pb}}{X_{o\,Pb}} + \frac{G_{Si}}{X_{o\,Si}} + \frac{G_{O_2}}{X_{o\,O_2}} = C \quad [\%/\,g/cm^2]$$

normiert

$$\frac{G_{Pb}}{C X_{o\,Pb}} + \frac{G_{Si}}{C X_{o\,Si}} + \frac{G_{O_2}}{C X_{o\,O_2}} = 1$$

Die Wahrscheinlichkeiten, mit denen eine Schicht von Pb, Si oder O_2 angetroffen wurden, verhielten sich wie:

0,816 : 0,106 : 0,078

Die Länge eines Cerenkovzählers von 28 cm im obigen Verhältnis aufgeteilt und durch die jeweilige Strahlungslänge dividiert, ergibt

Pb	9,24 X_o
Si	1,2 X_o
O_2	0,886 X_o
Summe	11,32 X_o

H. Luther gibt in seiner Arbeit (10) die Strahlungslänge für Bleiglas mit X_o = 2,47 cm an und errechnet für eine Zählerlänge 11,3 X_o.

3.1.3 Arbeitsweise des Monte-Carlo-Programms

Das hier benutzte Programm ist in der Lage, Kaskaden in

leichten, homogenen Elementen

einer Kombination verschiedener leichter, homogener Elemente

gemischtem Material näherungsweise

zu berechnen und dabei geometrische Parameter wie Höhe, Breite, Radius zu berücksichtigen.
Es besteht aus zweit Teilen

a) dem bereits erwähnten Programm zur Berechnung leichter Elemente

b) dem von U.Völkel (2) entwickelten Programm zur Berechnung von Kaskaden in Blei.

Die Wirkungsquerschnitte und Reaktionswahrscheinlichkeiten sind in a) explizit angegeben und für verschiedene leichte Elemente benutzbar, während b) diese durch Polynome approximiert enthält und die Benutzung auf Blei beschränkt.
Durch eine Kennzahl kann man festlegen, ob man nur einen von beiden Teilen oder beide gleichzeitig benutzen will, wie im Falle des Bleiglases.

Einlese

Folgende Daten werden benötigt:

1) Primärenergie (Gesamtenergie)
Primärteilchen: Elektron oder Photon
Zahl der zu rechnenden Schauer
Anfangszufallszahl

2) für alle Schichten in der Reihenfolge ihrer Anordnung:
Schichtdicke in cm
Atomgewicht
Ordnungszahl
Dichte in g/cm^3
einige Konstanten für das Unterprogramm zur Berechnung des Ionisationsverlustes und der Vielfachstreuung

3) Geometrische Grenzen der Schichten
   Höhe, Breite, Radius

4) Abschneideenergie für Elektronen
   und Photonen

3) kann weggelassen werden, falls es nicht benötigt wird, 4) liegt normalerweise bei 1,5 MeV für Elektronen und 0,25 MeV für Photonen, kann aber nach belieben heraufgesetzt werden, aber nur mit Einschränkung herabgesetzt werden. (siehe Kapitel 3.1.3)
Das Einleseprogramm legt für jede Schicht eine Nummer fest, berechnet eine Reihe von Parametern für jede Schicht, vor allem die Strahlungslänge.
Es ist Speicherplatz für zwanzig Schichten vorgesehen.

Programmablauf

Das Primärteilchen startet in Schichtnr. 1, indem es um 10^{-2} Strahlungslängen transportiert wird:

$$X(I) = X(I) + U(I) * 0.01$$
$$Y(I) = Y(I) + V(I) * 0.01$$
$$Z(I) = Z(I) + W(I) * 0.01$$

X,Y,Z sind Ortskoordinaten, Z-Achse ist die Teilchenrichtung bei senkrechtem Einschuß. U,V,W stehen für die Richtungskosinus, I bedeutet die Nummer des Teilchens. Bei senkrechtem Einschuß lauten die Anfangswerte:

$$X(I)=Y(I)=Z(I)=U(I)=V(I)=0, \quad W(I)=1 \quad .$$

Schräger Einschuß ist möglich durch andere Richtungskosinus.

Nach jedem Transport geschieht folgendes:

1) der energieabhängige Ionisationsverlust wird berechnet und von der Elektronenenergie abgezogen, ferner müssen bei Elektronen wegen ihrer Vielfachstreuung neue Richtungskosinus festgelegt werden.

2) es wird abgefragt, ob in der zurückgelegten Strecke eine Reaktion stattfand. Die Reaktionswahrscheinlichkeit errechnet sich zu

$$W = 1 - e^{-\sigma \Delta t} \qquad \begin{aligned} \Delta t &= 10^{-2} X_0 \\ \sigma &= \sigma_{Brems} + \sigma_{Møller} \text{ f. El} \\ \sigma &= \sigma_{Paar} + \sigma_{Phot.} \text{ f. Photonen} \end{aligned}$$

Anschließend wird eine Zufallszahl $0<ZU<1$ gewürfelt und mit der berechneten Wahrscheinlichkeit verglichen. Wenn $ZU \leq W$, fand eine Reaktion statt, und es mußte entschieden werden, welche es war.

Dazu wird der Quotient von

z.B. $$Q = \frac{\sigma_{Brems}}{\sigma_{Brems} + \sigma_{Möller}}$$

berechnet und mit einer weiteren Zufallszahl verglichen. Wenn ZU $\leq$ Q, fand Bremsstrahlung statt, andernfalls Möllerstreuung.
Die Festlegung der neuen Impulsrichtungen und die Bestimmung der Energieaufteilung wird in speziellen Unterprogrammen vorgenommen, die bei H.H.Nagel (1) ausführlich beschrieben werden.
Jedes neu erzeugte Teilchen erhält eine laufende Nummer, getrennt für Elektronen und Photonen.

3) es wird abgefragt, ob das Teilchen eine Schichtgrenze überschritten hat. Dabei kann es sich um die Grenze in Vorwärts- oder in Rückwärtsrichtung handeln. Ist eine neue Schicht erreicht, werden die Radialkomponenten auf die neue Strahlungslänge umgerechnet.
4) falls weitere geometrische Grenzen vorgegeben sind, erfolgt eine Kontrolle, ob sich das Teilchen noch innerhalb dieser befindet. Sofern das nicht der Fall ist, wird die Verfolgung des Teilchens abgebrochen.

Nach einer Reaktion wird stets das Teilchen mit der niedrigeren Energie weiterverfolgt, während die Daten des anderen gespeichert werden. Das verfolgte Teilchen erzeugt auf seinem Wege weitere Teilchen, bei denen ebenso verfahren wird, bis schließlich ein Teilchen seine Abschneideenergie unterschreitet und damit aus der Rechnung verschwindet. Danach sucht das Programm das zuletzt erzeugte Teilchen, ermittelt dessen Schichtnummer mit zugehörigen Daten und rechnet wie vorher weiter.

Fand keine Reaktion statt, so wird für Elektronen nur der Ionisationsverlust abgezogen und die Vielfachstreuung errechnet, während die Photonen unbeeinflußt weiterbefördert werden.
Elektronen unterhalb einer Energie von 5 MeV werden gesondert behandelt:
um die in diesem Energiebereich besonders große Vielfachstreuung besser zu erfassen, erfolgt der Transport nur in Schrittweiten von 10^{-3} Strahlungslängen, während Elektronen oberhalb von 5 MeV Energie stets in 10^{-2} Strahlungslängen befördert werden.

<u>Näherung für zusammengesetzte Stoffe</u>

Außer in homogenen Schichten kann auch näherungsweise die Schauerentwicklung in zusammengesetzten Materialien berechnet werden. Die Näherung besteht darin, daß sehr dünne homogene Schichten gerechnet werden, diese aber im Verhältnis der einzelnen Komponenten des Materials gemischt werden. Das zu untersuchende Material muß dazu in seine Komponenten zerlegt werden, und der Anteil jeder Komponente in Strahlungslängen berechnet werden. Vor jedem Transport entscheidet ein Würfelprogramm dann, welches Element als nächstes vorliegt. Dazu müssen dem Einleseprogramm die Nummern der zu mischenden Schichten mitgeteilt werden, sowie einem Würfelprogramm das Verhältnis der Anzahl von Strahlungslängen der einzelnen Komponenten.

<u>Datenerfassung</u>

Zur späteren Rekonstruktion und Auswertung der Kaskade werden vom Programm in bestimmten Abständen folgende Daten eines jeden Teilchens auf Band gespeichert:

Ortskoordinaten	(X,Y,Z)
Richtungskosinus	(U,V,W)
Energie	(E 0 für Photonen E 0 für Elektronen)
Schichtnummer	

In folgenden Fällen werden diese Daten gespeichert:

- jede halbe Strahlungslänge (in Z-Richtung)
- beim Eintritt in eine andere Schicht
- beim Überschreiten seitlicher geometrischer Grenzen

Ferner wird die durch Ionisation und Unterschreiten der Abschneideenergie ausscheidende Energie in einem räumlichen Blockdiagramm gespeichert. Durch Summierung über diese Energien und der aus der Anordnung herausfliegender Teilchen ergibt sich die Primärenergie.

Auswertung

Zur Ermittlung der Kaskadenentwicklung steht ein Standardprogramm zur Verfügung, das folgende Analyse vornimmt.

a) integrale Verteilungen der Teilchenzahlen, getrennt für Elektronen und Photonen bis zu Tiefen von vierzig Strahlungslängen

b) radiale Verteilungen bis zu einem Radius von zwanzig Strahlungslängen

c) Winkelverteilung

d) Energiespektren

e) Blockdiagramme für Energieverluste

Dieser Analyse liegen die Daten zu Grunde, die vom Programm jede halbe Strahlungslänge gespeichert werden. Für speziellere Untersuchungen in einzelnen Schichten steht ein weiteres Programm zur Verfügung.

Grenzen des Programms

Zentrale Größen der Schauertheorie sind die Abschneideenergien für Elektronen und Photonen. Je niedriger diese liegen, desto genauer spiegelt die Rechnung die tatsächlichen Verhältnisse wieder. Eine weitere wichtige Größe ist die Schrittweite mit der die Teilchen transportiert werden. Je kleiner diese ist, desto besser approximiert die Rechnung die verwickelten Bahnen der Elektronen im niedrigen Energiebereich. Beide Größen können in diesem Programm nicht beliebig nach unten verändert werden.
Die für die Vielfachstreuung benutzte Theorie von Moliere schreibt vor, daß die Schrittweite so groß sein muß, daß

a) Vielfachstreuung gewährleistet ist, ausgedrückt durch den Parameter B

b) der mittlere Streuwinkel θ nicht größer als 20° sein darf .

B ist eine Funktion der Schichtdicke und der Eigenschaften der betreffenden Schicht. In Abbildung (15) wird gezeigt, wie die Parameter B und die Schrittweite t und die Abschneideenergie für Elektronen begrenzen. Man erkennt, daß in Blei bei einer Schrittweite von 10^{-2} Strahlungslängen E = 5 MeV als Abschneideenergie eine untere Grenze darstellt bzw. E = 1 MeV bei 10^{-3} Strahlungslängen. Dagegen kann die Schrittweite in leichten Elementen weiter herabgesetzt werden.
Gegen sehr niedrige Schrittweiten setzt die stark ansteigende Rechenzeit ebenfalls eine Grenze.
Untersucht man sehr dünne Schichten, so kann bei ungünstiger Wahl der Schrittweite eine größere Dicke als beabsichtigt berechnet werden. Die Hodoskop- und Antizähler der vorher beschriebenen Anordnung besitzen folgen Dicken:

$$X = 0.024 \quad X_o$$

$$X = 0.015 \quad X_o$$

bei einer Schrittweite von 10^{-2} Strahlungslängen würde das Programm Dicken von 0.03 bzw. 0.02 X_o berechnen. Daher muß hier eine Weite von 10^{-3} gewählt werden.

3.1.4 Darstellung des Gammaarms im Programm

Schichtnr.	Material/Zähler	Schichtdicke (in Strahlungslängen)	Schrittweite
1	1.Antizähler	0.024 X_o	10^{-3}
2	Vakuum	7.5 cm	
3	2.Antizähler	0.024 X_o	10^{-3}
4	Vakuum	55.23 cm	
5	Pb-Konverter	1.8 X_o	10^{-2}
6	Vakuum	0.325 cm	
7	1.Hodoskopebene	0.015 X_o	10^{-3}
8	Vakuum	0.61 cm	
9	2.Hodoskopebene	0.015 X_o	10^{-3}
10	Vakuum	19.935 cm	
11 12 13	O_2 Pb Si Cerenkov	11.3	10^{-2} bzw. 10^{-3}

Wegen der geringen Dichte wurde statt Luft Vakuum eingesetzt. Die Schichtnummern 11 bis 13 wurden in der beschriebenen Weise gemischt.

3.1.5 Auswertung und Ergebnisse

Zur Untersuchung aus der Cerenkov-Matrix rückgestreuter Teilchen (s. 3.1.1 Problemstellung) wurden 200 Schauer gerechnet, wobei die Primärenergie des Photons 5 GeV betrug. Die Abbildungen (16,17,18) zeigen die Energiespektren rücklaufender Gammaquanten in 5.5 Strahlungslängen Tiefe der Cerenkov-Matrix, beim Austritt aus dem Zählerblock, aus dem Bleikonverter und beim Eintritt in die Antzizähler. Dabei sinkt die Zahl der Photonen beim Rücklauf durch Absorption stark ab, außerdem fliegt ein Teil nach Austritt aus den Bleiglaszählern an den anderen Nachweisgeräten vorbei.

mittl. Zahl rücklaufender Photonen pro Schauer	mittlere Energie	Ort
9.54	0.94 MeV	5.5 X_0 in Cerenkov
2.81	1.21 MeV	aus Cerenkov
0.755	1.17 MeV	aus Pb-Konverter

Die Rechnung zeigt, daß die Antizähler im Mittel von 0.185 Photonen getroffen werden. Dabei wurde ein zentraler Einschuß des Primärteilchens in die Apparatur angenommen. Die Reaktionswahrscheinlichkeit für beide Zähler ergibt sich nach $W = 1 - e^{-\sigma x}$ $\qquad x = 2\,\mathrm{cm}$

$$\sigma = \sigma^{\mathrm{Compton}}_{\mathrm{total}} = 2\pi r_0^2 N Z \left\{ \frac{1+K}{K} \left[\frac{2K(1+K)}{1+2K} - \ln(1+2K) \right] + \frac{1}{2K} \ln(1+2K) - \frac{1+3K}{(1+2K)^2} \right\}$$

Der Photoeffekt wurde vernachlässigt, da er in leichten Elementen erst unterhalb der Photonenabschneideenergie merklich in Erscheinung tritt. Aus obigen Formeln errechnet sich, daß die Antizähler in (5.4 ± 0.88) % aller gerechneten Schauer eine Reaktion zeigen. Dabei sind, wie der totale Comptonquerschnitt zeigt, Impulsüberträge von p=0 bis $p = p_{max}$ berücksichtigt worden. Da die Zähler aber eine

Energieschwelle besaßen, unterhalb derer Teilchen nicht angezeigt wurden, verringert sich der berechnete Prozentsatz als Funktion dieser Schwelle. Da diese nicht bekannt ist, wurde der Einfluß verschiedener Schwellen auf die Zahl der registrierten Ereignisse untersucht.
Aus dem Spektrum der in die Antzizähler eintretenden Photonen wurde eine Energie gewürfelt und angenommen, ein Gammaquant dieser Energie habe einen Comptoneffekt verursacht. Danach wurde um die Energieaufteilung zwischen Photon und gestoßenem Elektron gewürfelt. Lag die Elektronenenergie oberhalb einer bestimmten Schwelle, so wurde das Elektron als vom Antizähler gezählt betrachtet. Insgesamt wurden zehn Schwellen untersucht, wobei jedesmal 2000 Ereignisse gewürfelt wurden. Die mittlere Zahl der registrierten Quanten als Funktion der Schwellenenergie zeigt die Abbildung (19). Das Würfelprogramm zur Energieaufteilung wurde dem Monte-Carlo-Programm entnommen.
Bei diesem Ergebnis sind nur Photonen mit einer Energie über 0.25 MeV berücksichtigt worden. Aus der Form des Spektrums in Abbildung (17) kann man schließen, daß auch Photonen mit Energien unterhalb von 0.25 MeV aus der Pb-Platte heraustreten müssen. Um eine Abschätzung über ihre Anzahl vorzunehmen, wurde das Spektrum linear extrapoliert (gestrichelte Linie) unter der Annahme, daß die Teilchenzahl im selben Maße fällt wie in den beiden letzten Bins. Auffällig ist, daß dieses Spektrum im Gegensatz zu den beiden anderen (abb.16,17) zu niedrigen Energien abfällt. Man kann annehmen, daß die Zahl der weichen Photonen in den Bleiglaszählern durch Bremsstrahlung der Elektronen ständig vermehrt wird, während dieses für die Bleiplatte in Rückwärtsrichtung nicht zutrifft, da keine Elektronen mit ausreichender Energie vorhanden sind. Die Extrapolation ergibt, daß aus der Bleiplatte im Mittel 0.075 Photonen zusätzlich herausfliegen, deren mittlere Energie bei 0.15 MeV liegt. In diesem Energiebereich werden die Photonen allerdings nicht mehr so stark vorwärts gestreut wie bei höheren Energien.

Abschätzung zweier extremer Fälle:

a) die Teilchen besitzen nach Austritt aus der Bleiplatte keine Vorzugsrichtung :

   wegen des kleinen Raumwinkels, den die Zähler einnehmen, kann man die Photonen unter 0.25 MeV vernachlässigen

b) der Prozentsatz von Teilchen, der die Antizähler trifft, ist ebenso groß wie bei den Teilchen über 0.25 MeV Energie, nämlich 24.5 % :

   das ergäbe 0.019 Teilchen mit einer mittleren Energie von 0.15 MeV bei einer Reaktionswahrscheinlichkeit von 51 % in den Antizählern; damit würde sich das Ergebnis für Schwelle 0 von 5.4 % auf 6.3% erhöhen.

3.2. Bestimmung der Ortsauflösung des verwendeten Hodoskops

3.2.1 Problemstellung

Im Compton-Experiment wird der Streuwinkel des am Wasserstoffkern gestreuten Gammaquants durch ein Hodoskop gemessen. Dieses besteht aus zwei Ebenen:

1. Ebene	5o Szintillationszähler von 8 mm Breite und 6.4 mm Dicke horizontal übereinander geschichtet zur Messung der Y-Koordinate
2. Ebene	31 Szintillationszähler von 12 mm Breite und 6.4 mm Dicke vertikal nebeneinanderstehend zur Messung der X-Koordinate

Beide Ebenen stehen 6.1 mm auseinander, vor der 1. Ebene im Abstand von 3.25 mm befindet sich eine Bleiplatte von 10 mm Dicke. Das Primärphoton erzeugt in der Bleiplatte einen Schauer, durch den ein oder mehrere Zähler jeder Hodoskopebene ansprechen, in Abhängigkeit von der Aufweitung der Kaskade. Das Ansprechen eines oder mehrerer nebeneinanderstehender Zähler wird als Clusterbildung bezeichnet.
Im Experiment traten Clusterbreiten zwischen einem und sechs Zählern auf. Im Mittel ergab sich für beide Ebenen eine Breite von 2.25 Zählern. Ein von L. Criegee entwickeltes Programm ermittelt den breitesten Cluster und aus dessen Schwerpunkt den Durchstoßpunkt des gestreuten Photons.
Nach einer Rechnung von G. Franke ergibt sich eine Ortsauflösung von

(5 ± 1) mm für die 1.Ebene
(7 ± 1) mm für die 2.Ebene .

Es wurde versucht, mit dem vorher beschriebenen Programm die Clusterbildung zu simulieren und die Ortsauflösung zu bestimmen.

3.2.2 Darstellung der Apparatur im Programm

Das Monte-Carlo-Programm berechnete die Kaskadenbildung von 5 GeV - Photonen in einer Apparatur folgender Aufstellung:

Schichtnr.	Material	Dicke mm	Fläche mm^2	Bedeutung
1	Szintillator	10	400x400	1. Antizähler
2	Vakuum	75		
3	Szintillator	10	400x400	2. Antizähler
4	Vakuum	552,3		
5	Blei	10	225x225	Konverter
6	Vakuum	3,25		
7	Szintillator	6,4	215x2o7	1. Hodoskopebene
8	Vakuum	6,1		
9	Szintillator	6,4	215x2o7	2. Hodoskopebene

Die Schwelle der Hodoskopzähler lag im Experiment bei 0,5 MeV (14). Aus diesem Grunde wurde die Abschneideenergie für Elektronen auf 1.022 MeV Gesamtenergie und die Schrittweite auf $5*10^{-4}$ Strahlungslängen herabgesetzt. Das Programm rechnete Kaskaden, bei denen das Primärteilchen genau in die Mittelachse der ganzen Meßanordnung eintrat, also X=Y=0, Impulsrichtung in positiver Z-Achse. Das hatte zur Folge, daß der Schauerkern die erste Ebene stets an der Nahtstelle zwischen zwei Zählern traf und selbst extrem schmale Kaskaden eine Clusterbreite von zwei Zählern erzeugten, während bei Auftreffen in der Mittellinie eines Zählers nur dieser eine zum Ansprechen gebracht worden wäre. Da der Einschuß auf die Mittelachse auch im Experiment nur einen Ausnahmefall darstellte, wurde folgende Näherung angewandt: alle Kaskaden wurden zunächst für Mittelachseneinschuß gerechnet, danach wurden alle Schauer in den Hodoskopebenen um bestimmte Beträge verschoben. Die Größe dieser Verschiebung wurde für jeden Fall gewürfelt.

3.2.3 Auswertung und Ergebnisse

Mit einem Analyseprogramm wurde abgefragt, welche Teilchen aus den Rückflächen der Zähler jeder Ebene heraustraten. War es ein Elektron, so wurde angenommen, der Zähler habe angesprochen. Mit dem Programm von L. Criegee wurde wie bei der experimentellen Analyse der Durchstoßpunkt des Photons bestimmt und dann mit dem wahren Durchstoßpunkt verglichen:

$$\Delta x = \begin{array}{c}\text{wahrer Durch-}\\ \text{stoßpunkt}\end{array} - \begin{array}{c}\text{rekonstruierter}\\ \text{Durchstoßpunkt}\end{array}$$

Das Ergebnis zeigen die Abbildungen (20,21) für beide Ebenen. Durch Berechnung der mittleren quadratischen Abweichungen ergeben sich folgende Ortsauflösungen:

1. Ebene	(5.2 ± 0.2) mm
2. Ebene	(5.9 ± 0.22) mm ,

die mit den experimentellen Werten in Übereinstimmung liegen.

ZUSAMMENFASSUNG

Im ersten Teil dieser Arbeit werden die Ergebnisse von Schauerrechnungen in Aluminium beschrieben. Primärteilchen sind Elektronen mit Energien von 1 GeV und 6 GeV. Getrennt für Elektronen und Photonen werden integrale Teilchenzahlen, Radial- und Winkelverteilungen sowie Energiespektren gezeigt. Maximale Teilchenzahlen und Maximumtiefen werden mit Vorhersagen der 'Analytischen Schauertheorie Approximation B' verglichen. Die Ähnlichkeitsregel für Energiespektren konnte bestätigt werden. Ein Vergleich der integralen Elektronenzahlen für Schauer von 1 GeV Primärenergie mit Rechnungen von J.C. Butcher & H. Messel zeigt erhebliche Abweichungen. Die Diskrepanz wird auf eine zu hohe kritische Energie in den Rechnungen der beiden oben genannten Autoren zurückgeführt. Dagegen zeigt ein Vergleich mit Messungen von C.J.Crannell et al. für 1 GeV Primärenergie und G. Bathow für 6 GeV Primärenergie sehr gute Übereinstimmung.

Im zweiten Teil wird die Simulation einer Nachweisapparatur für gestreute Gammaquanten beschrieben, die in einem Experiment zur Comptonstreuung am Proton verwendet wurde. Untersucht werden zwei Effekte:

1) Das Ansprechen der vor der Apparatur aufgestellten Antizähler auf rückgestreute Quanten. Dazu wurde die Schauerentwicklung in Bleiglas ausführlich untersucht.
2) Die Ortsauflösung des verwendeten Szintillationszählerhodoskops.

Es ergab sich eine gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment.

LITERATURVERZEICHNIS

1	H.H. Nagel	Dissertation Bonn, 1964 Z. f. Physik 186, 319 (1965)
2	U. Völkel	DESY 65/6 (1965) DESY 67/16 (1967)
3	W. Heitler	Quantum Theory of Radiation Oxford, 3rd Ed.
4	W. Heisenberg	Kosmische Strahlung, 1953 Springer K. Ott, Seite 259
5	T. Knasel	DESY 69/8 (1968)
6	G. Bathow, E.Freytag, K. Tesch, R.Kajikawa, M. Köbberling	DESY 69/39 (1969)
7	C.J. Crannell, H. Crannell, R.R. Whitney, H.D. Zeman	HEPL-588, November 1968
8	D.F. Crawford & H. Messel	Electron-Photon Shower Distribution Function Pergamon Press 1970
9	J.C. Butcher & H. Messel	Nuclear Physics 20, 15 (1960)
10	H. Luther	Diplomarbeit Hamburg, 1970
11	G. Franke	Dissertation Hamburg, 1972 Int. Bericht DESY F33-72-1
12	H.W. Koch & J.W. Motz	Review of Modern Physics 31, 920 (1959)
13	R. Kotthaus	Dissertation Hamburg, 1972 Int. Bericht DESY F35-72-1
14	R. Kotthaus	persönliche Mitteilungen
15	G.Buschhorn,L.Criegee,G.Franke,P.Heide, R.Kotthaus,G.Poelz,U.Timm,G.Vogel, K.Wegener,H.Werner,W.Zimmermann	Phys. Lett. 37B, 2o7,211 (1971)

ERLÄUTERUNGEN ZU DEN ABBILDUNGEN

Abb. 1 Integrale Elektronenverteilungen $\Pi(E_0, E, t)$

E_o	= 1 GeV	Primärenergie
E		Abschneideenergie
t		Schauertiefe in Strahlungslängen

Abb. 2 Integrale Elektronenverteilungen $\Pi(E_0, E, t)$

E_o = 6 GeV sonst wie Abb. 1

Abb 3 Integrale Photonenspektren $\Gamma(E_0, E, t)$

E_o	= 1 GeV	Primärenergie
E		Abschneideenergie
t		Schauertiefe in Strahlungslängen

Abb. 3a Integrale Photonenspektren $\Gamma(E_0, E, t)$

E_o = 6 GeV sonst wie Abb. 3

Abb. 4 Vergleich gemessener (7) mit gerechneten Werten

$\frac{100}{E_o} * \frac{\Delta E}{X_o}$ pro Strahlungslänge absorb. Energie in Prozenten der Primärenergie E_o = 1 GeV

Abb. 5 gemessene Werte (6), E_o = 6 GeV, sonst wie Abb. 4

Abb. 6 Diff. Radialverteilung $\Pi(E_0, E=1.5\,MeV, r, t)$ gibt die Zahl der Elektronen pro Flächeneinheit des jeweiligen Kreisringelementes an mit Energien E > 1.5 MeV in verschiedenen Tiefen t. E_o = 1 GeV

Abb. 6a Diff. Radialverteilung $\Pi(E_0, E=1.5\,MeV, r, t)$ für E_o = 6 GeV, sonst wie Abb. 6

Abb. 7 Diff. Radialverteilung $\Gamma(E_0, E=0.25\,MeV, r, t)$ gibt die Zahl der Photonen pro Flächeneinheit des jeweiligen Kreisringelementes an mit Energien E > 0.25 MeV in verschiedenen Tiefen t. E_o = 1 GeV

Abb. 7a Diff. Radialverteilung $\Gamma(E_0, E=0.25\,MeV, r, t)$ für E_o = 6 GeV, sonst wie Abb. 7

Abb.	8	Integrale Energieverteilung für Elektronen $W_e(E_0, E, \tau)$ (normiert auf ein Teilchen in Vorwärtsrichtung) in der Maximumtiefe, wobei $E_0 = 1$ GeV $\tau = t_{max} = 2\ X_0$ $E_0 = 6$ GeV $\tau = t_{max} = 4\ X_0$ Man erkennt, daß die Form des Spektrums in erster Näherung unabhängig von der Primärenergie ist.
Abb.	8a	Schauertiefe τ = 2*Maximumtiefe, sonst wie Abb.8
Abb.	9	Integrale Energieverteilung für Photonen $W_\gamma(E_0, E, \tau)$ (normiert auf ein Teilchen in Vorwärtsrichtung) in der Maximumtiefe, wobei $E_0 = 1$ GeV $\tau = t_{max} = 2\ X_0$ $E_0 = 6$ GeV $\tau = t_{max} = 4\ X_0$
Abb.	9a	Schauertiefe τ = 2*Maximumtiefe, sonst wie Abb.9
Abb.	10	Winkelverteilung der Elektronen $\Pi(E_0, E, \vartheta)$ gibt die Zahl der Elektronen pro Raumwinkelelement $d\Omega$ bei einem Winkel ϑ in der Tiefe t an.mit Energien $E > 1.5$ MeV. $E_0 = 1$ GeV
Abb.	10a	$E_0 = 6$ GeV, sonst wie Abb. 10
Abb.	11	Winkelverteilung der Photonen $\Gamma(E_0, E, \vartheta)$ gibt die Teilchenzahl pro Raumwinkelelement $d\Omega$ bei einem Winkel ϑ in verschiedenen Tiefen t mit Energien $E > 0.25$ MeV. $E_0 = 1$ GeV
Abb.	11a	$E_0 = 6$ GeV, sonst wie Abb. 11
Abb.	12	Energiespektren der Elektronen $\pi(E_0, E, t)$ zeigen die Teilchenzahlen mit Energien $\geq$ E in verschiedenen Tiefen **t**. $E_0 = 1$ GeV
Abb.	12a	$E_0 = 6$ GeV, sonst wie Abb. 12
Abb.	13	Energiespektren der Photonen $\Gamma(E_0, E, t)$ zeigen die Teilchenzahlen mit Energien $\geq$ E in verschiedenen Tiefen t. $E_0 = 1$ GeV
Abb.	13a	$E_0 = 6$ GeV., sonst wie Abb. 13
Abb.	14	Experimenteller Aufbau zur Messung der Comptonstreuung am H_2.

Abb. 15 Zur Vielfachstreuung nach der Theorie von Moliere

Ordinate : Kinetische Energie des Elektrons
Abzisse : Schrittweite in Strahlungslängen(g/cm^2)
ParameterB aus Moliere-Theorie enthält Dicke und Eigenschaften des Materials
Parameter θ bedeutet : mittlerer Streuwinkel
Durch $B < 4.5$ und $\theta > 20^{\circ}$ werden die Abschneideenergie und die Schrittweite nach unten begrenzt, unterschiedlich für leichte und schwere Elemente.

Abb. 16 Energiespektrum rückwärtslaufender Photonen in der Cerenkov-Matrix in 5.5 X_0 Tiefe. Energie des Primärphotons:5 GeV.

Abb. 17 oben Energiespektrum rückwärtslaufender Photonen bei Austritt aus der Cerenkov-Matrix

unten Spektrum bei Austritt aus Pb-Platte

Abb. 18 Spektrum bei Eintritt in die Antizähler

Abb. 19 Bei 200 gerechneten Schauern wurden die Antzizähler in (5.4 ± 0.88) % aller Fälle durch rückwärtslaufende Photonen getroffen. Die Abb. zeigt den Einfluß der Schwellenenergie der Antizähler auf obiges Ergebnis.

Abb. 20 Ortsauflösung der 2. Ebene des Hodoskops

x_{rek}	aus Clusterbreite rekonstruierter Durchstoßpunkt
x_{in}	wahrer Durchstoßpunkt
Δx	Abweichung vom wahren Durchstoßpunkt
N	Anzahl der Elektronen in Hodoskopzählern

Binbreite : 1 mm

Abb. 21 Ortsauflösung der 1. Ebene des Hodoskops
Bezeichnungen wie in Abb. 20

Herrn Professor Lohrmann, Herrn Criegee und Herrn Timm bin ich für ihre Förderung und Unterstützung bei der Abfassung dieser Arbeit zu Dank verpflichtet.

Den Herren R. Kotthaus, G. Franke und K.P. Schüler danke ich herzlich für ihre unermüdliche Bereitschaft zur Diskussion aller Probleme in angenehmer, kameradschaftlicher Atmosphäre.

Das DESY-Rechenzentrum hat mir in großzügiger Weise beträchtliche Rechenzeiten zur Verfügung gestellt.

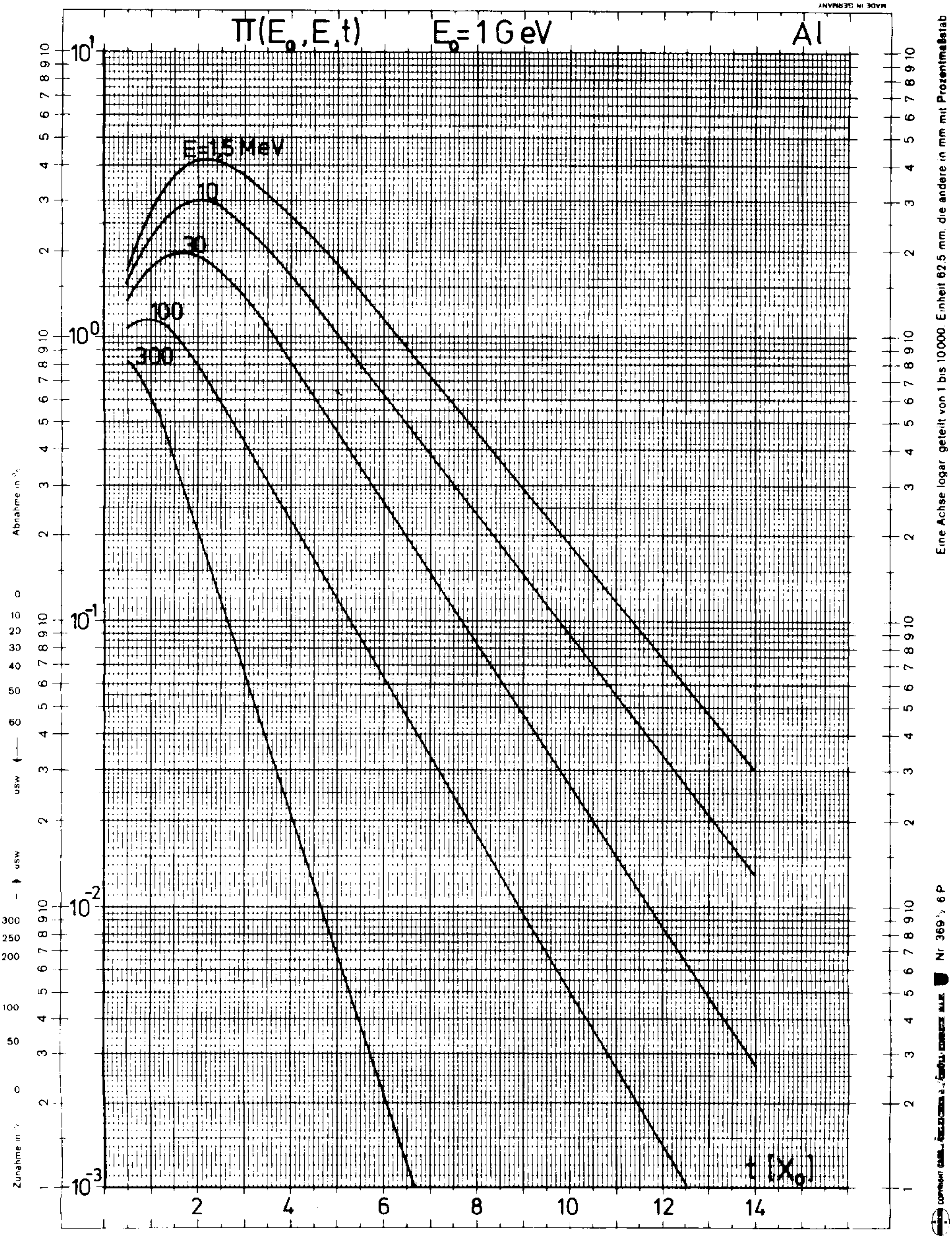
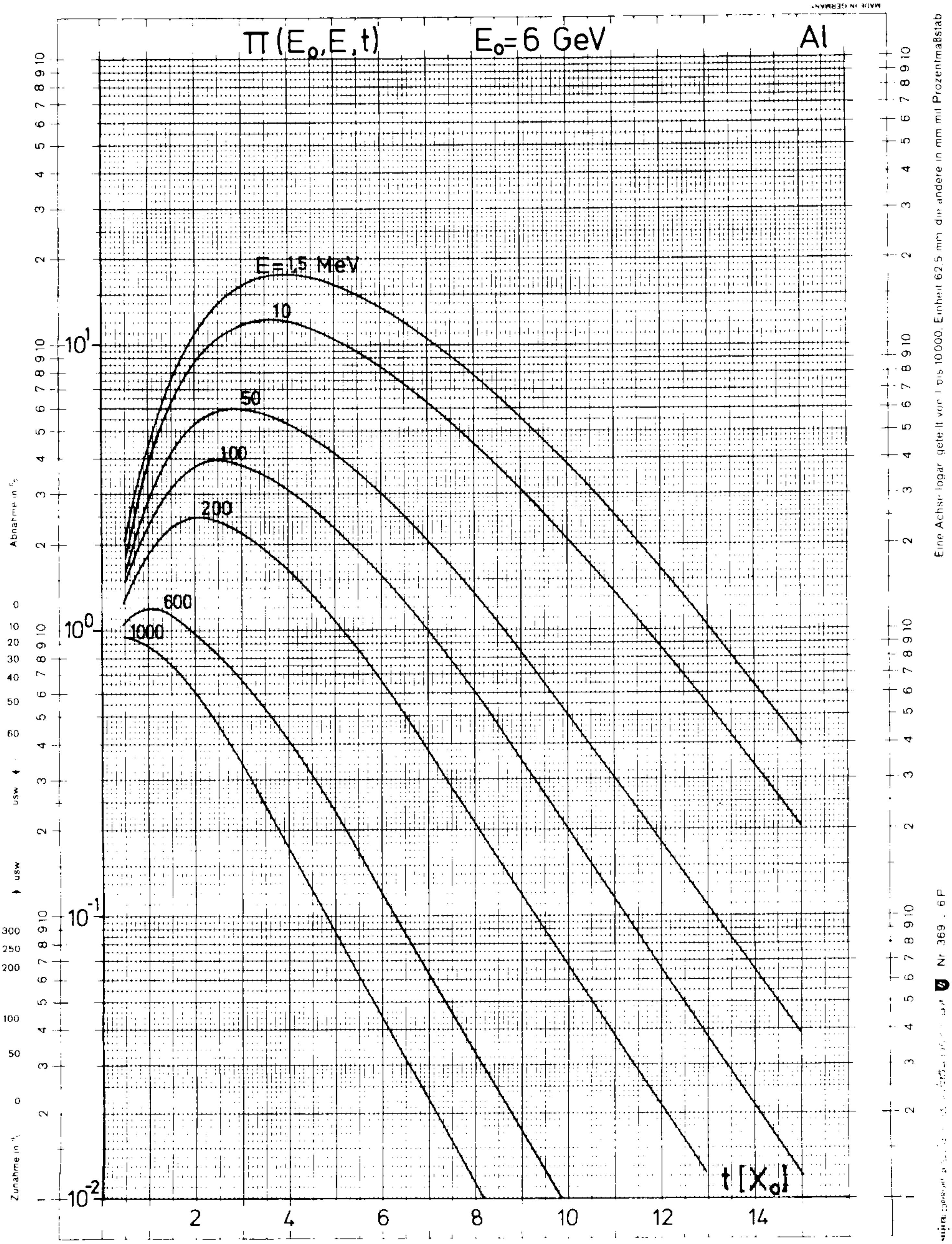
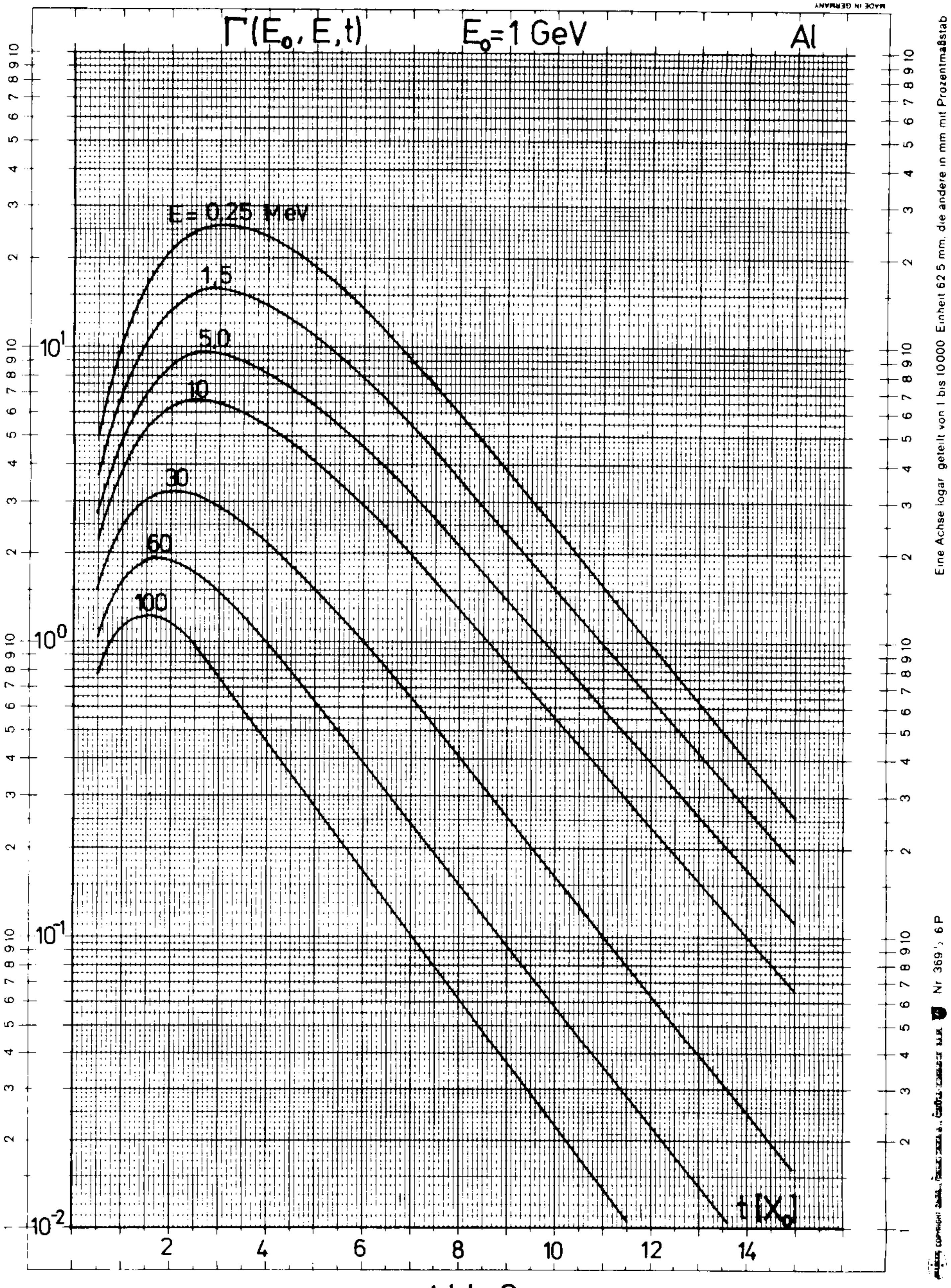


Abb.1



$\Pi(E_0, E, t)$
$E_0 = 6$ GeV
Al
E = 1,5 MeV
10
50
100
200
600
1000
10^1
10^0
10^{-1}
10^{-2}
2
4
6
8
10
12
14
t [X_0]

Abb.2



Γ(E₀, E, t)
E_0=1 GeV
Al
E = 0.25 MeV
1,5
5,0
10
30
60
100
10^1
10^0
10^{-1}
10^{-2}
2
4
6
8
10
12
14
t [X_0]

Abb. 3

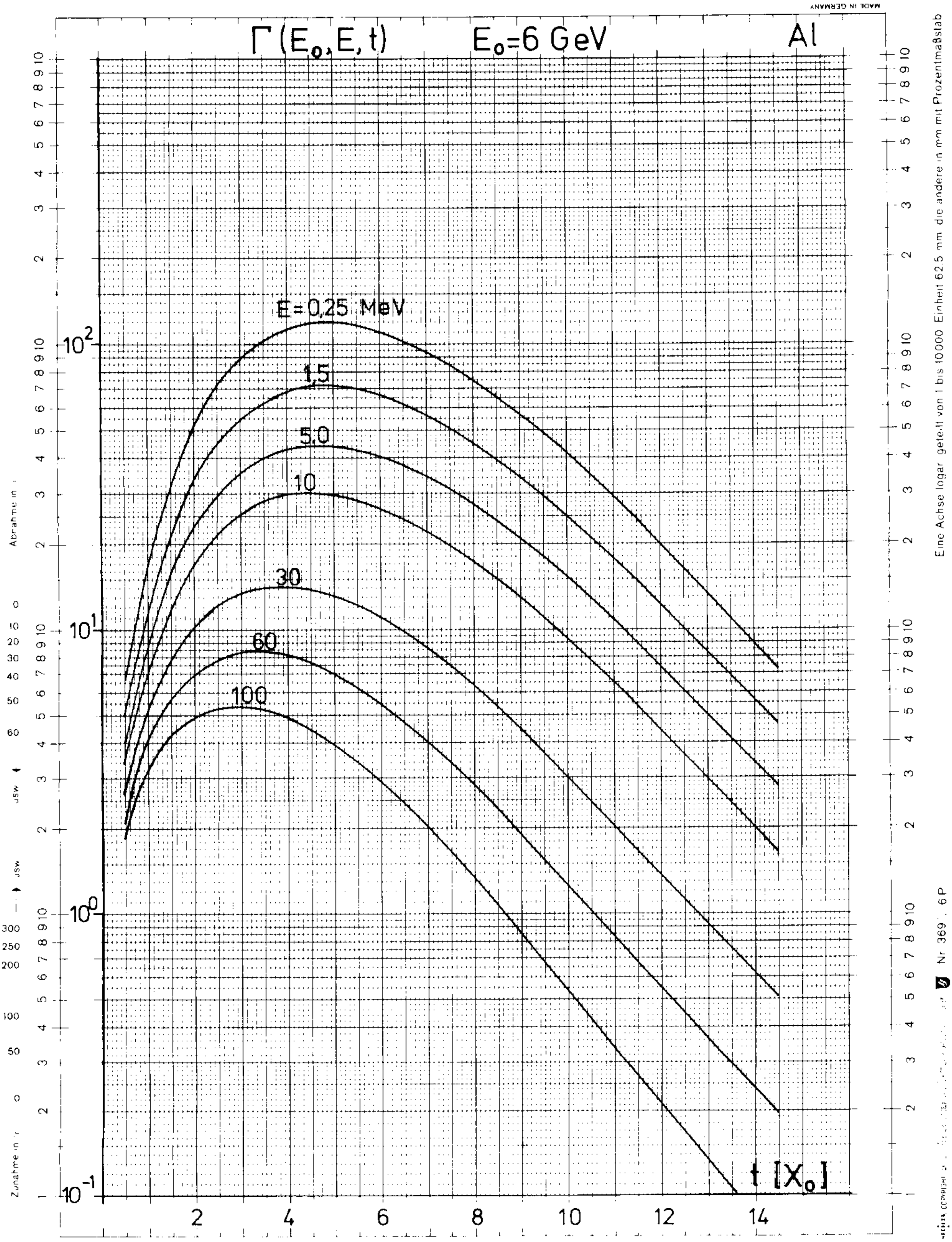
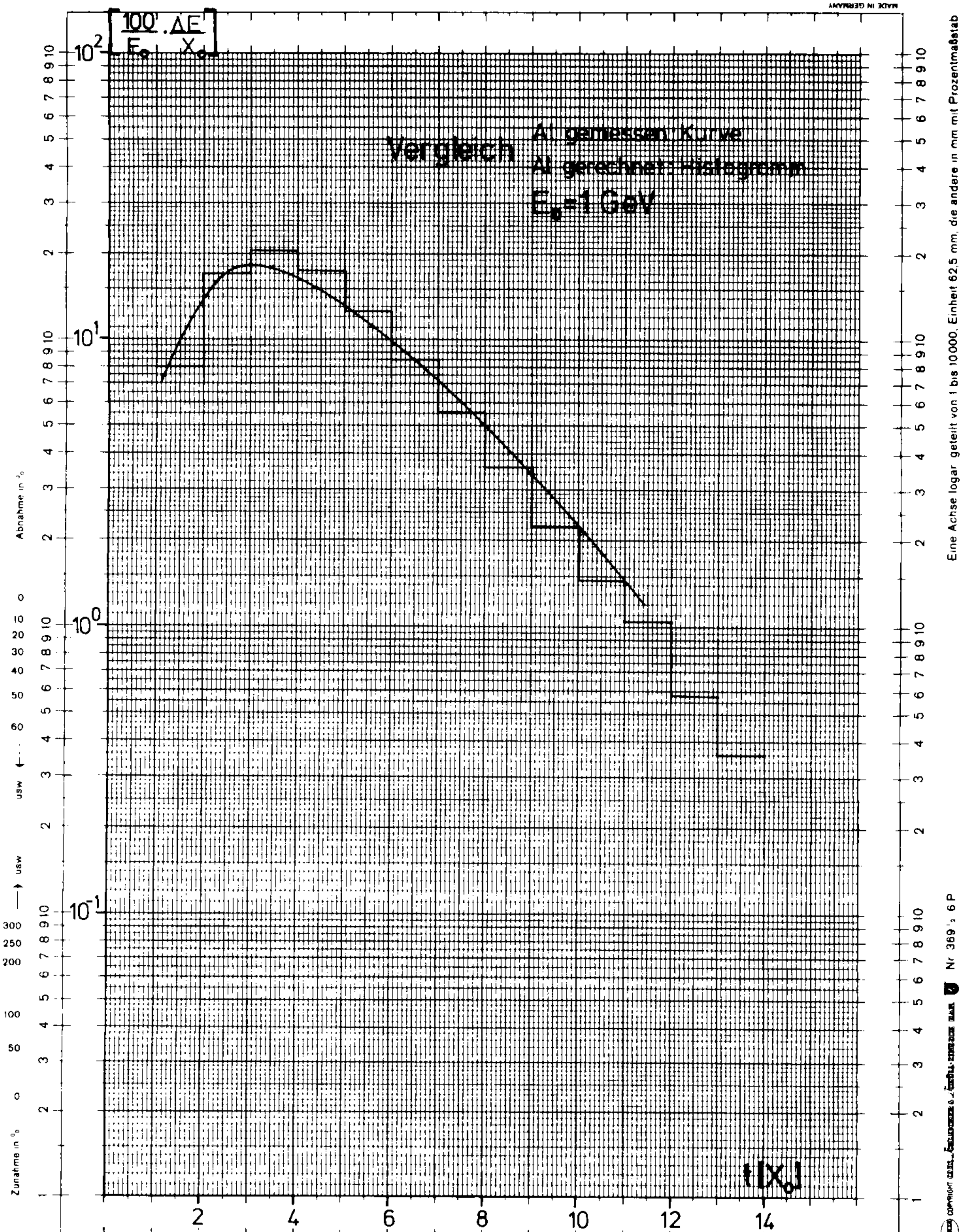


Abb. 3a



[100 · ΔE / E₀ · X₀]
Vergleich
Al gemessen: Kurve
Al gerechnet: Histogramm
E₀=1 GeV
t[X₀]
2
4
6
8
10
12
14
10²
10¹
10⁰
10⁻¹
Abnahme in %
Zunahme in %
Eine Achse logar. geteilt von 1 bis 10000, Einheit 62,5 mm, die andere in mm mit Prozentmaßstab
Nr 369½ 6 P
MADE IN GERMANY

Abb. 4

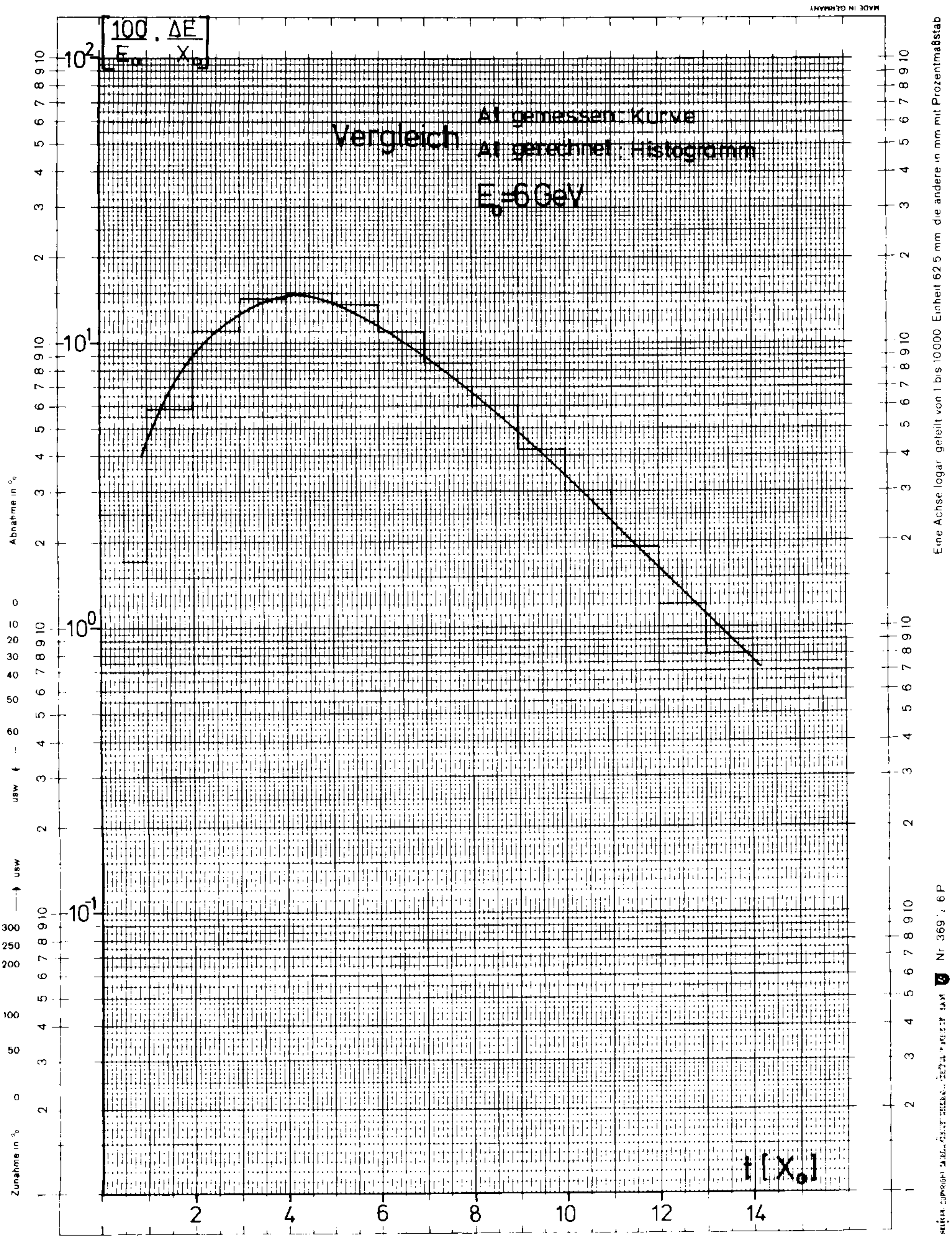
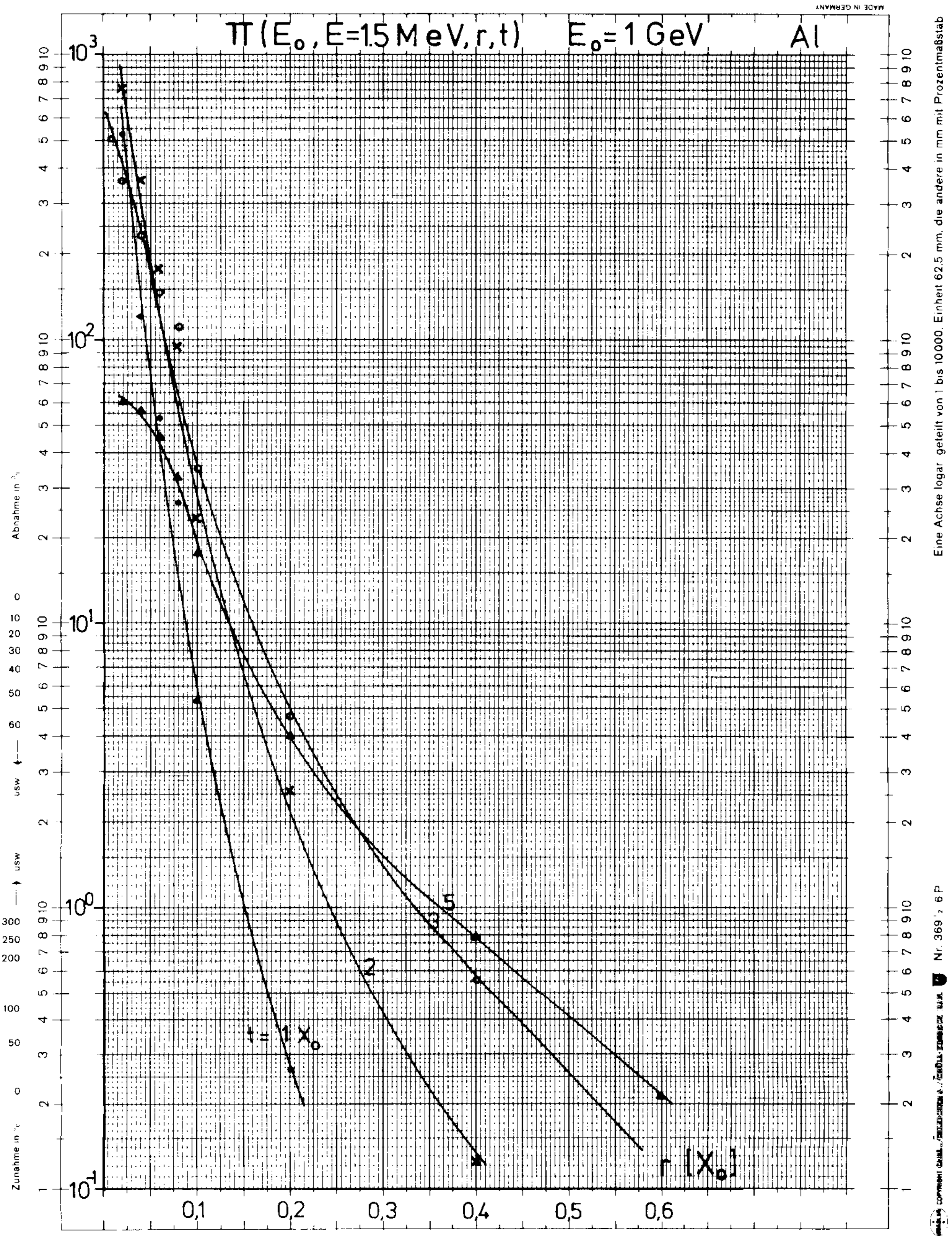
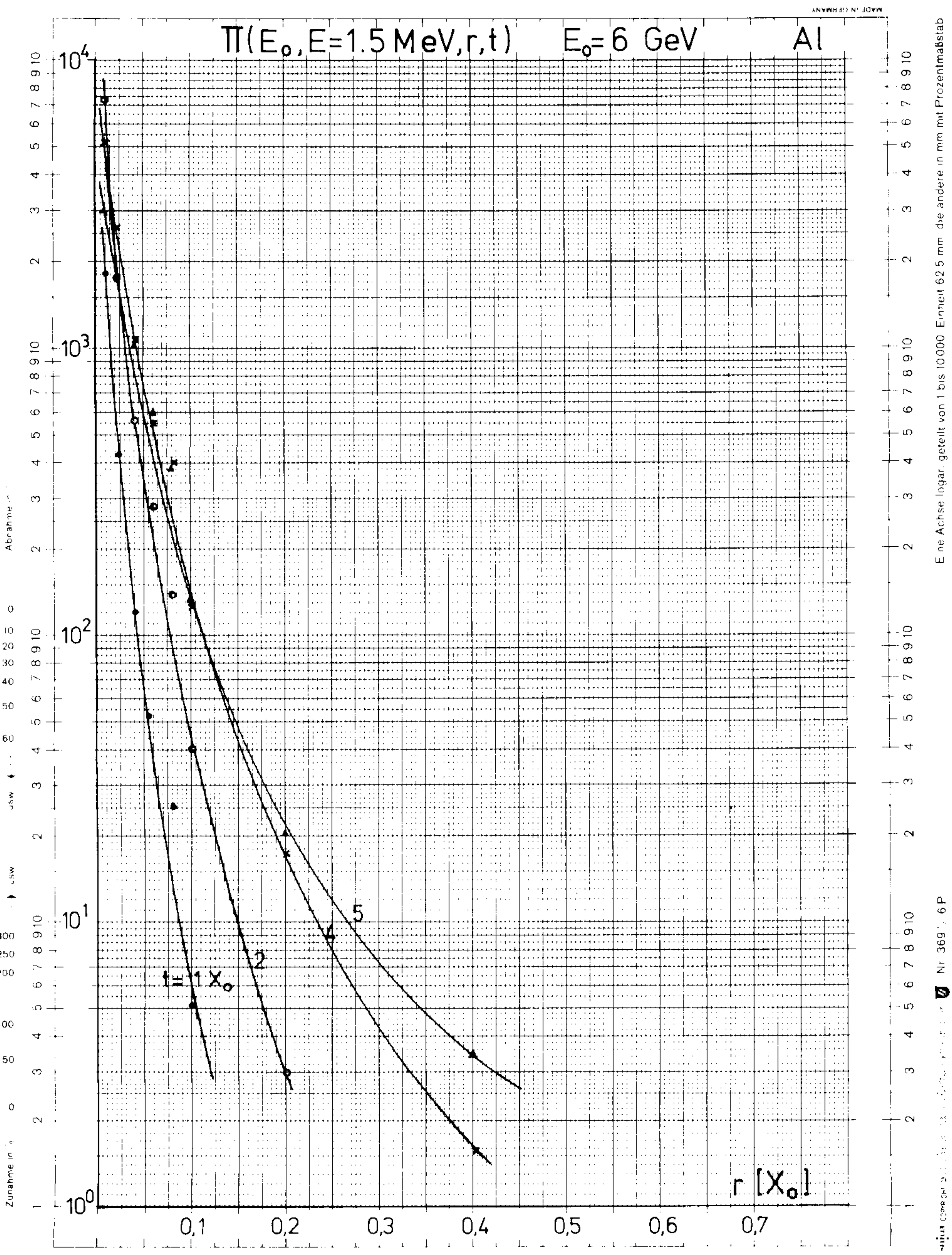

$\left[\frac{100}{E_o} \cdot \frac{\Delta E}{X_o}\right]$
Vergleich
Al gemessen: Kurve
Al gerechnet: Histogramm
$E_o = 6\,GeV$
$t\,[X_o]$
10^2
10^1
10^0
10^{-1}
2
4
6
8
10
12
14

Abb. 5



π(E₀, E=1.5 MeV, r, t)   E₀= 1 GeV   Al
t = 1 X₀
2
3
5
r [X₀]
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
Eine Achse logar. geteilt von 1 bis 10000. Einheit 62,5 mm, die andere in mm mit Prozentmaßstab
Nr. 369½ 6P
MADE IN GERMANY
Abnahme in %
Zunahme in %

Abb. 6



$\Pi(E_0, E=1.5\,MeV, r, t)$
$E_0=6$ GeV
Al
$t=1X_0$
2
4
5
$r\,[X_0]$
10^0
10^1
10^2
10^3
10^4
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7

Abb. 6a

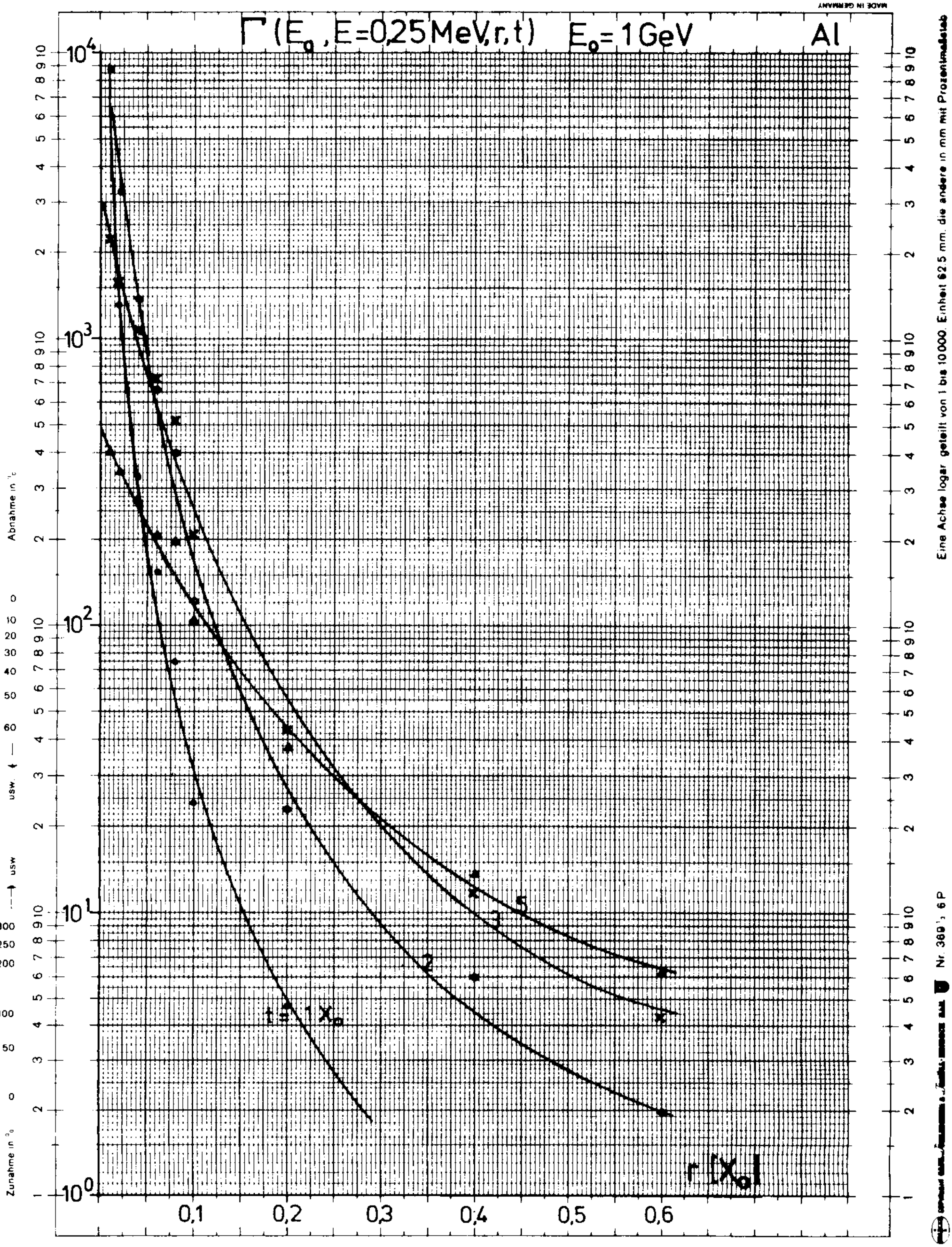


Abb. 7

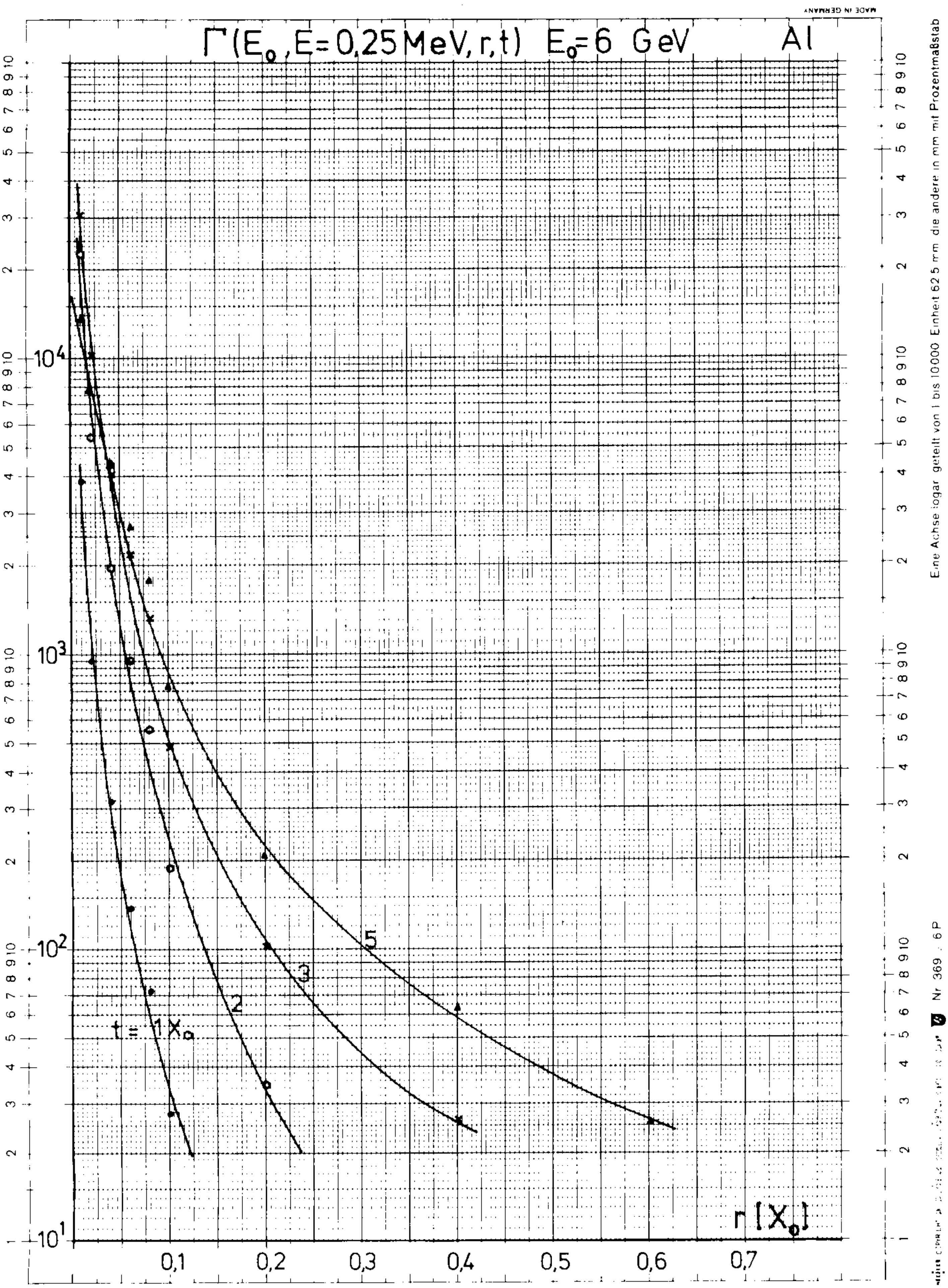

Γ(E₀ , E = 0,25 MeV, r, t) E₀ = 6 GeV
Al
t = 1 X₀
2
3
5
r [X₀]
0,1
0,2
0,3
0,4
0,5
0,6
0,7
10¹
10²
10³
10⁴

Abb. 7a

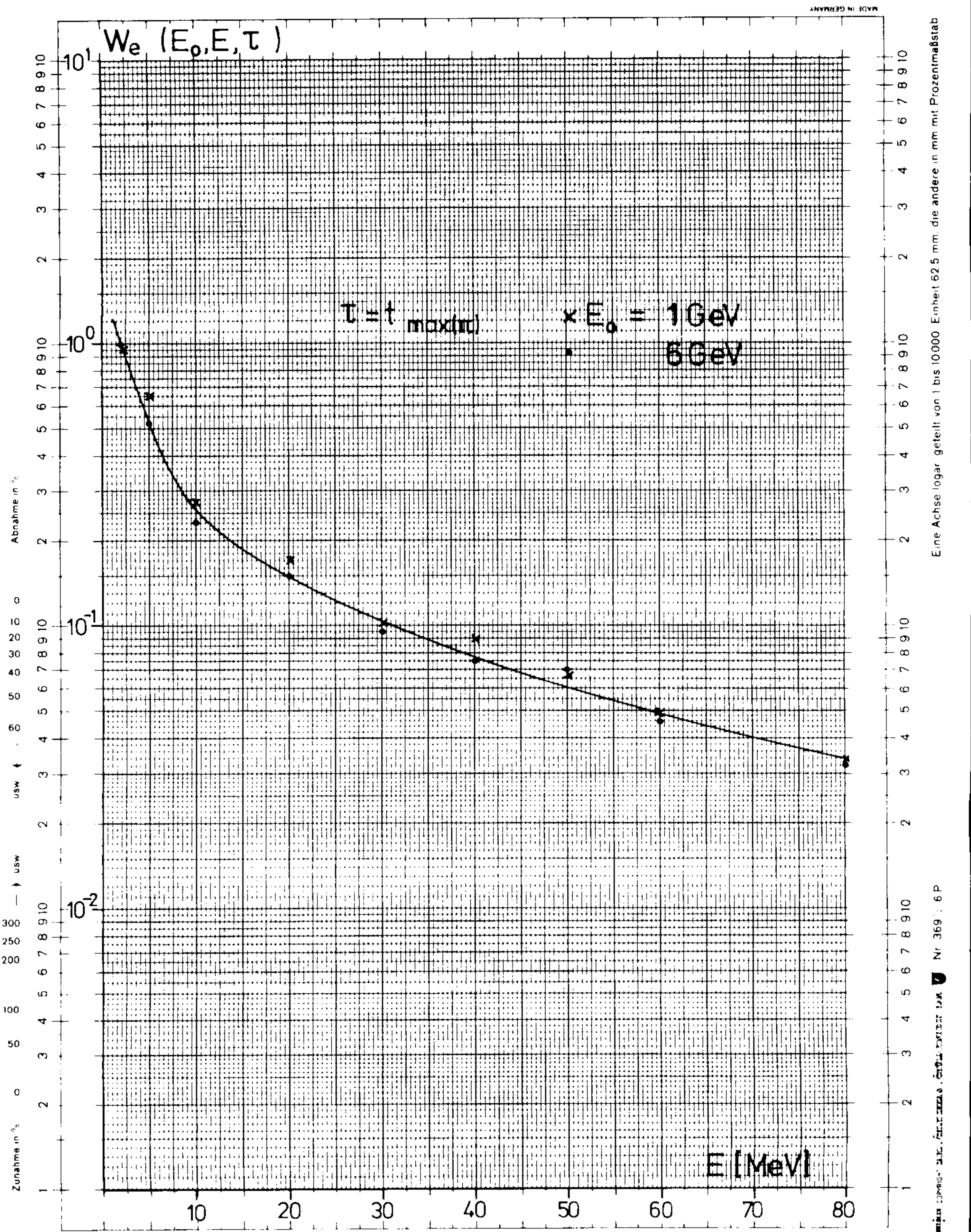


Abb.8

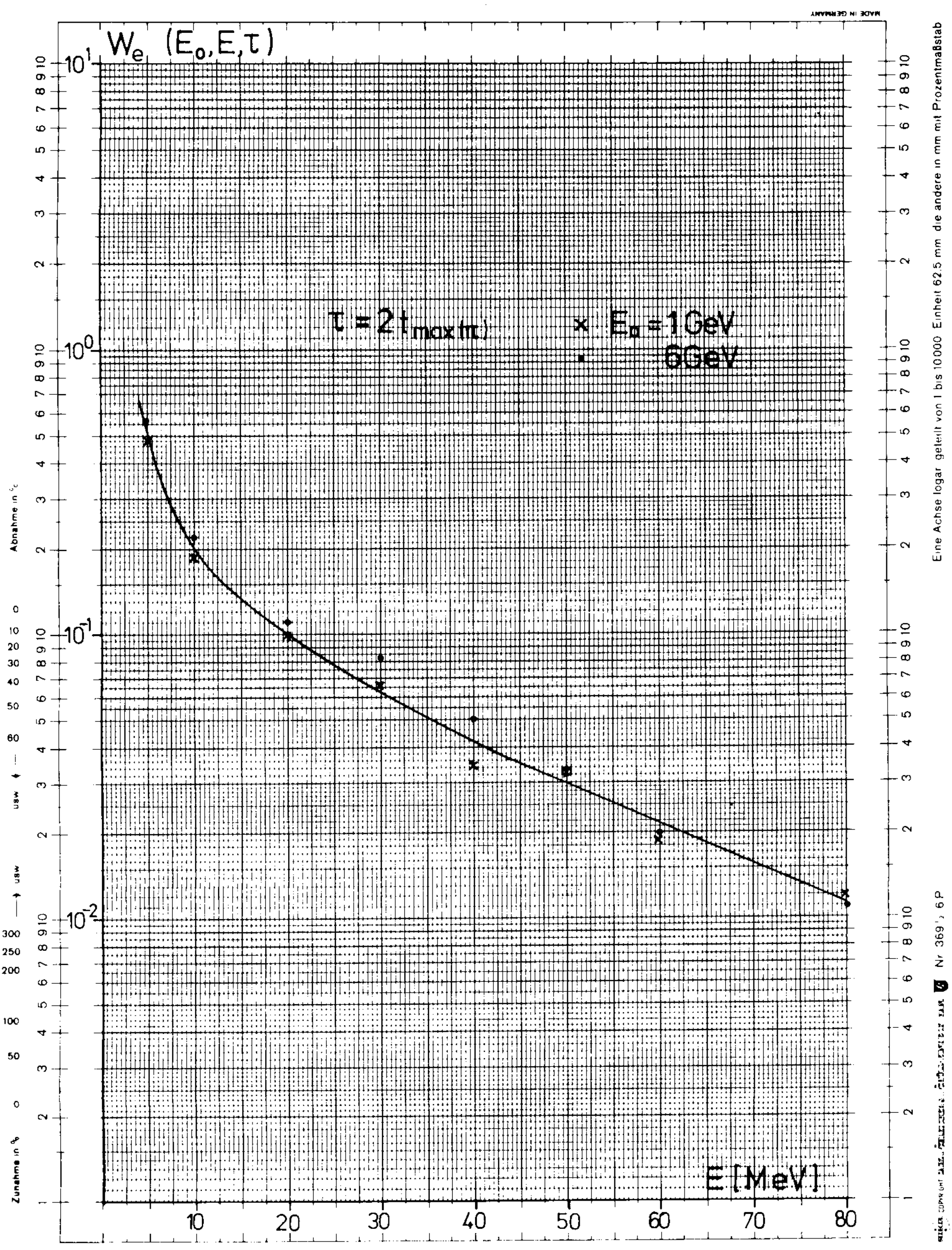
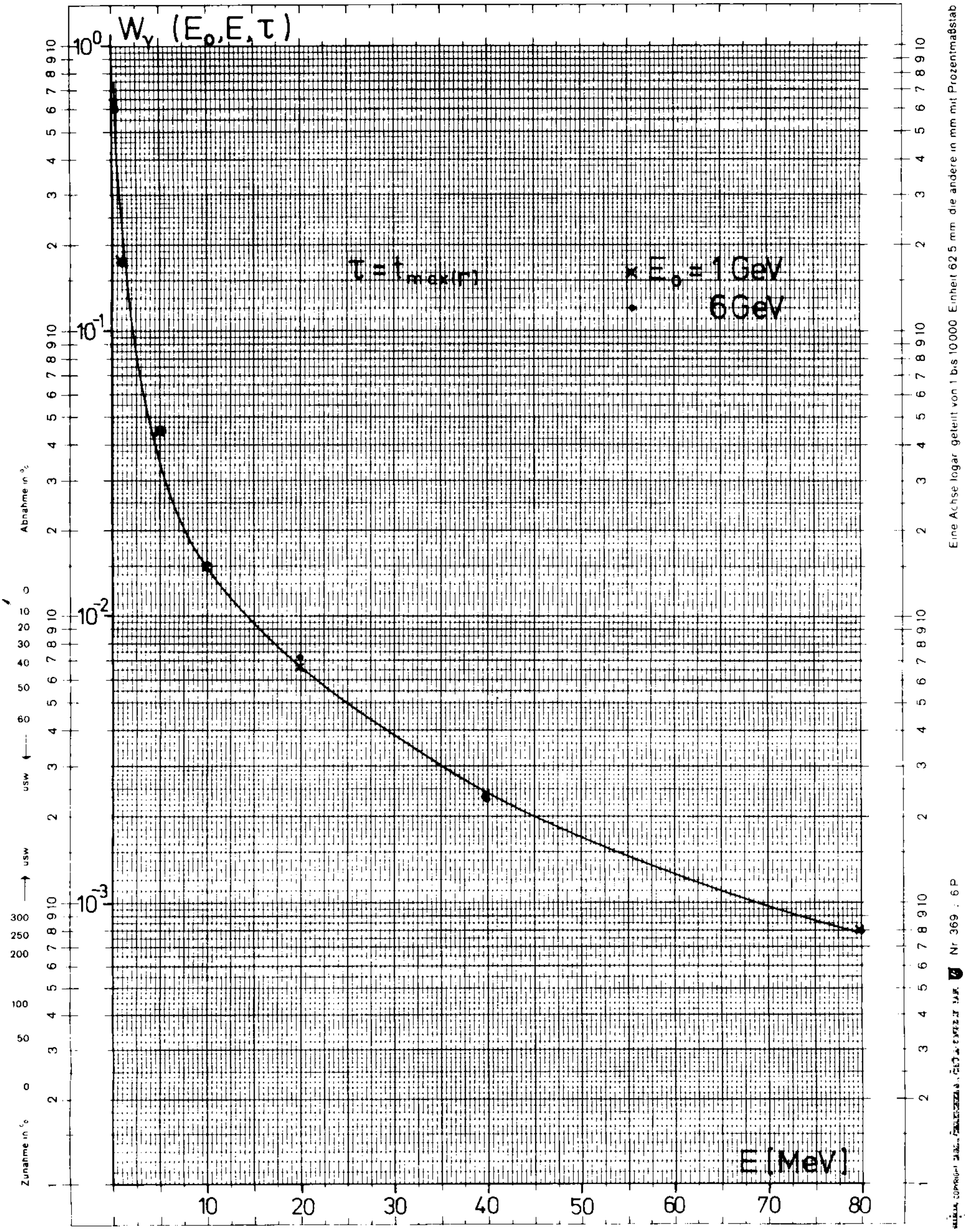


Abb. 8a



$W_\gamma\ (E_0, E, \tau)$
$\tau = t_{max(\Gamma)}$
× E_0 = 1 GeV
• 6 GeV
E [MeV]
10
20
30
40
50
60
70
80
10^0
10^{-1}
10^{-2}
10^{-3}

Abb. 9

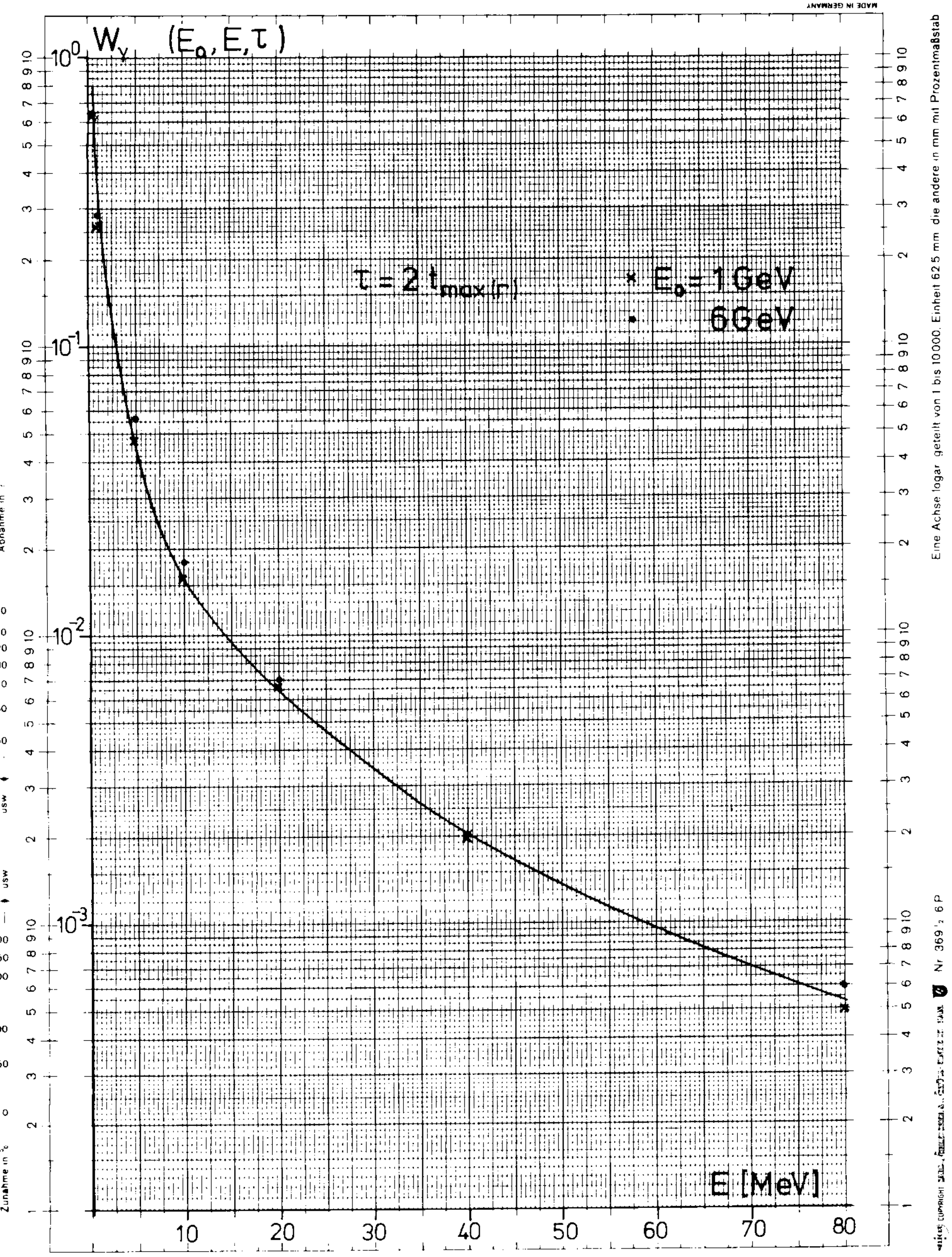


Abb. 9a

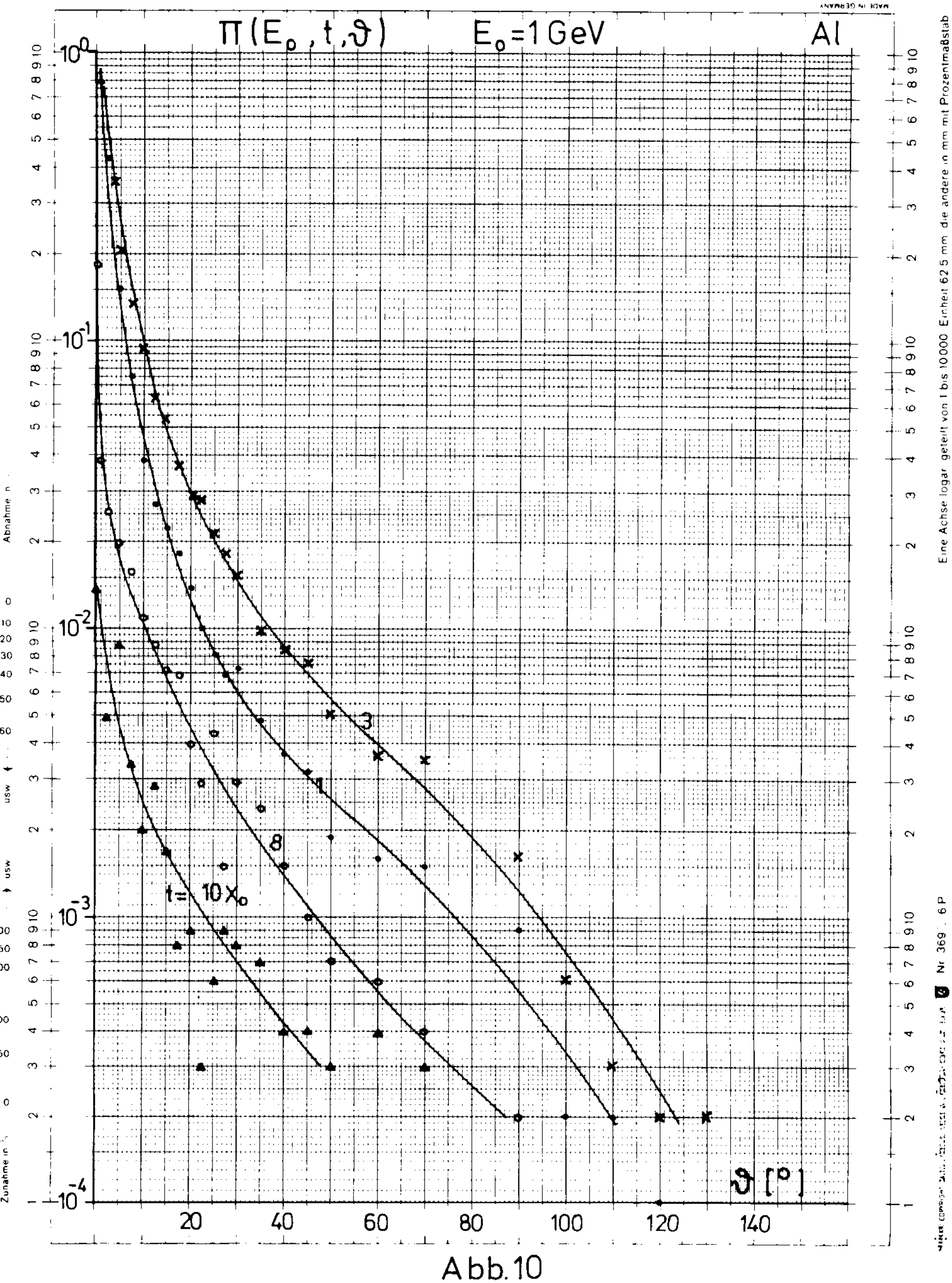


Abb.10

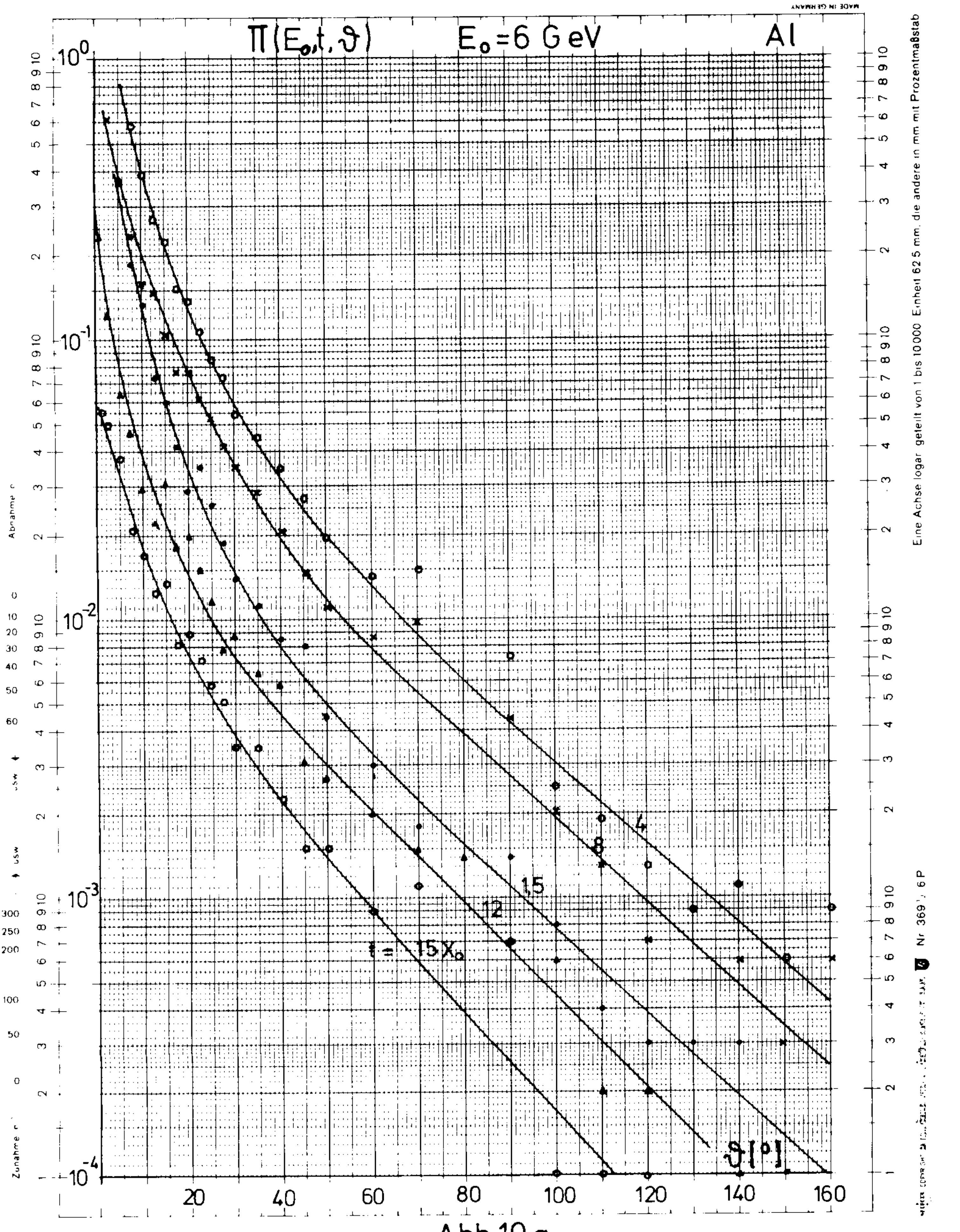


Abb.10 a

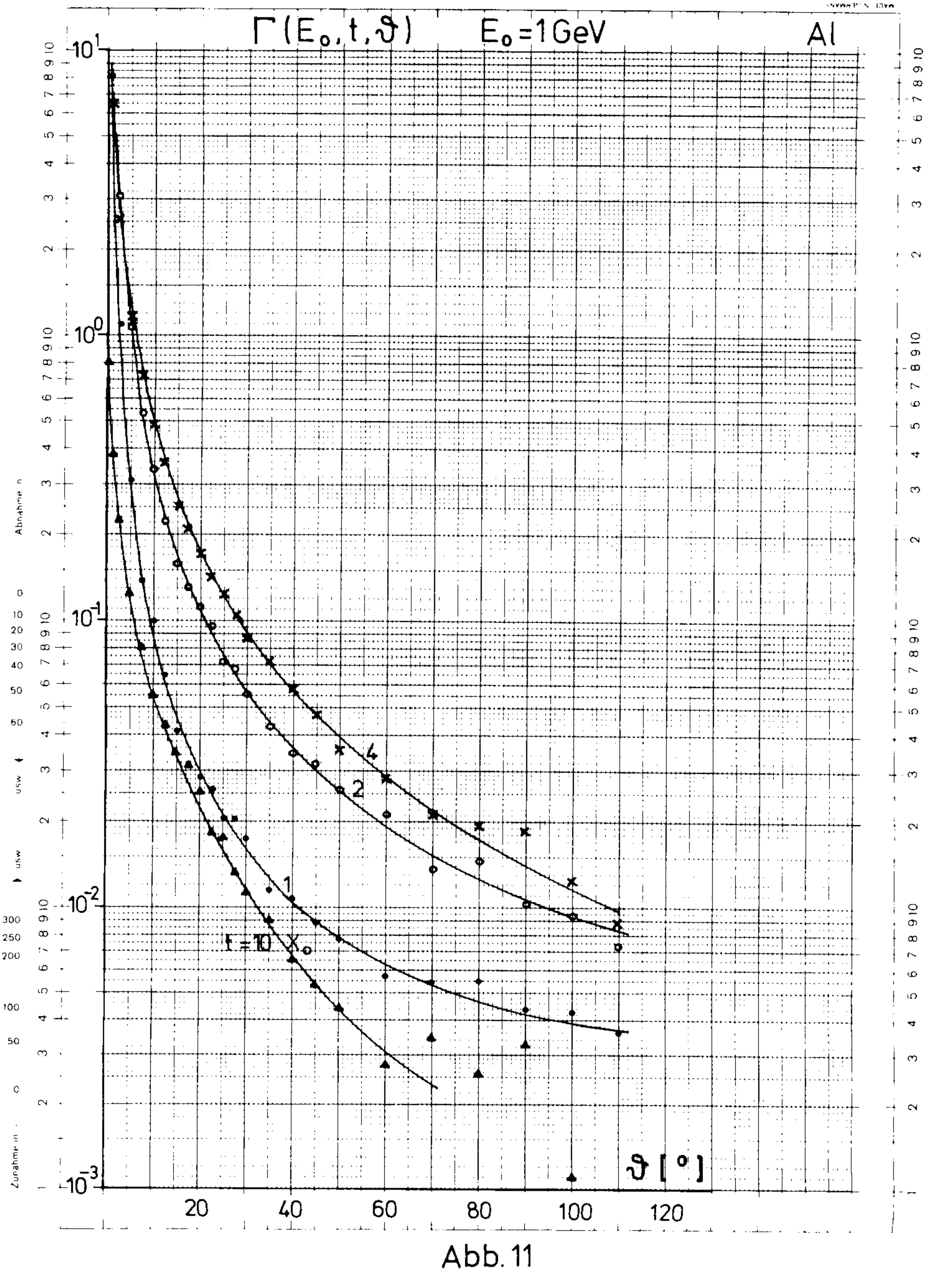


Abb. 11

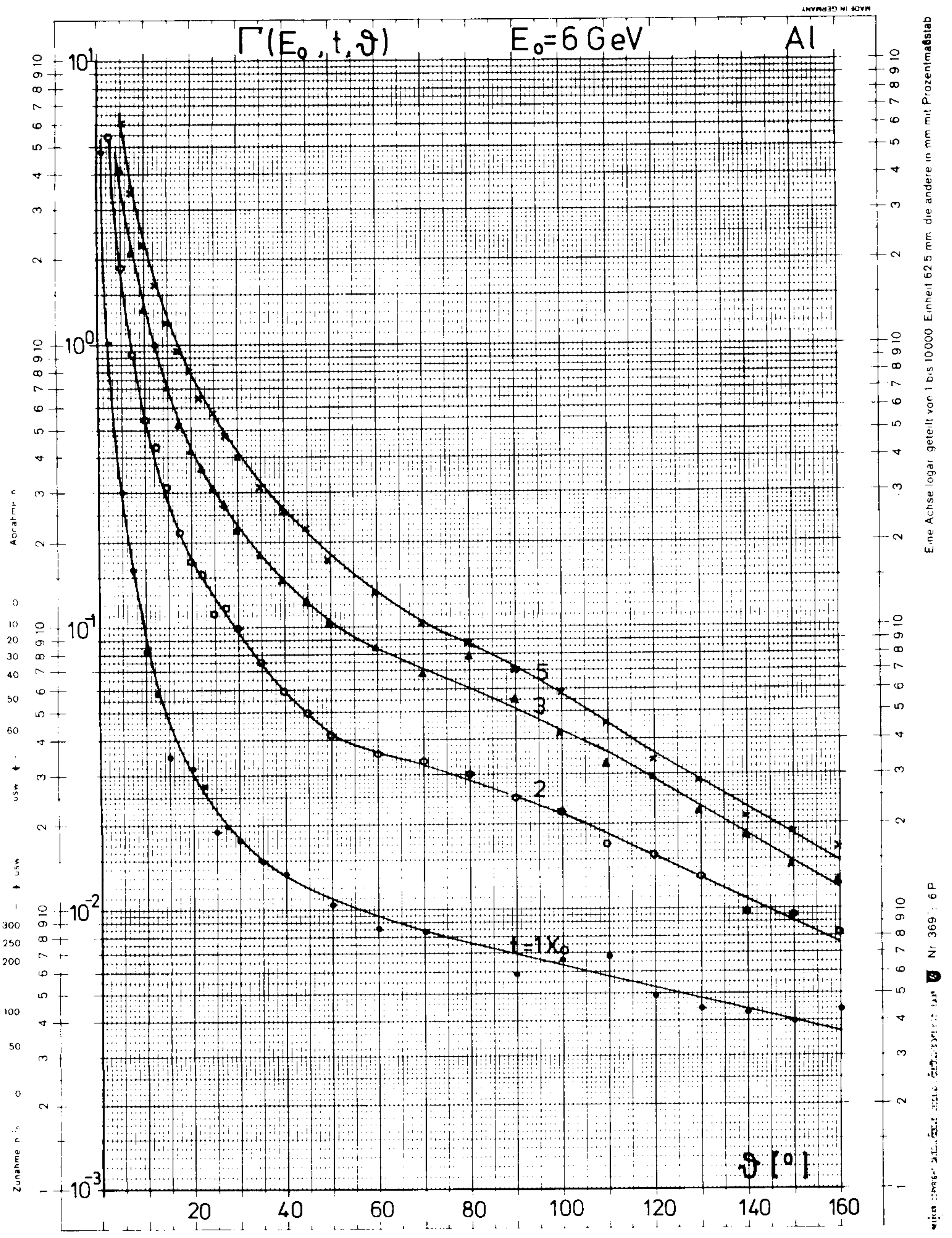


Abb.11a

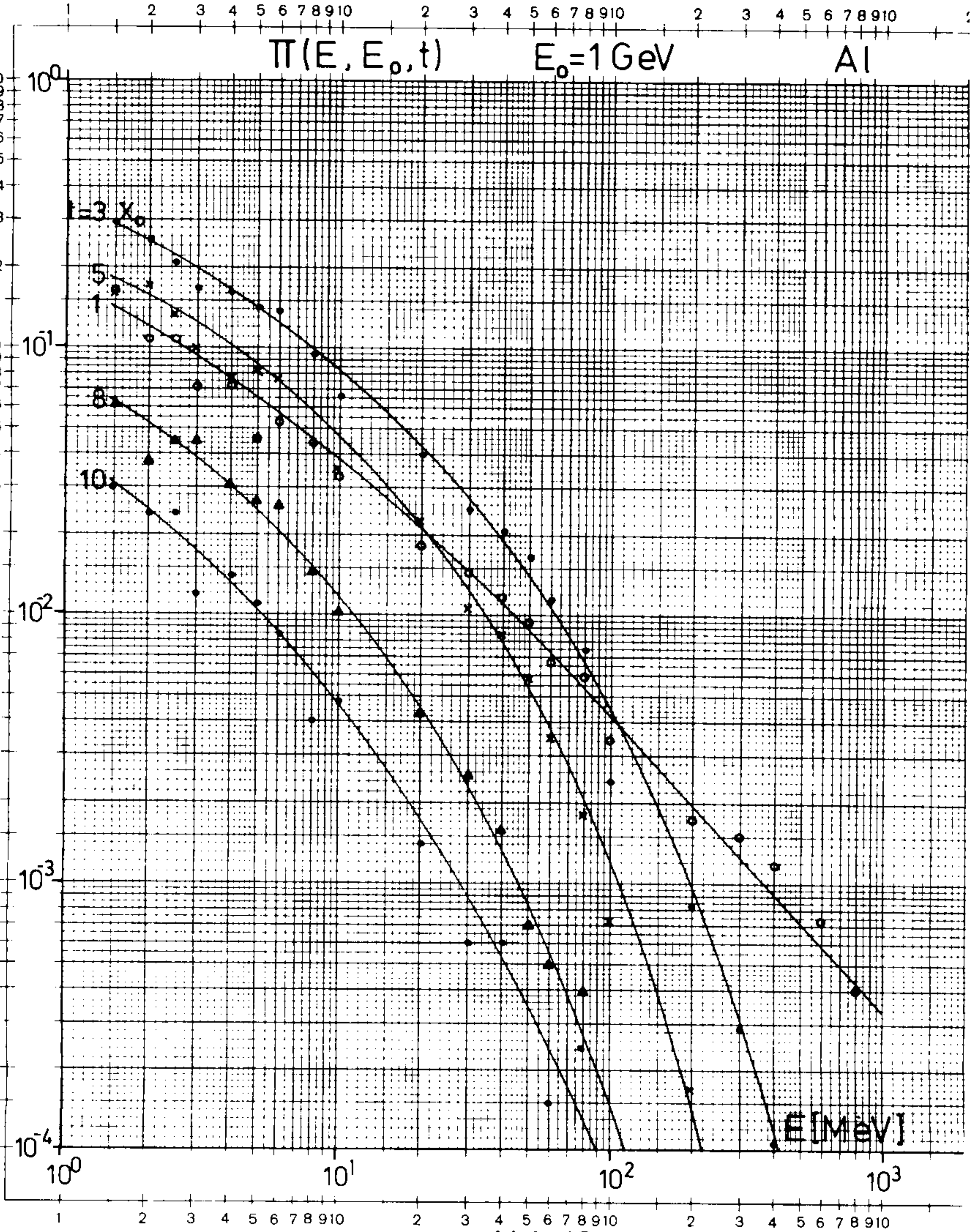


Abb.12

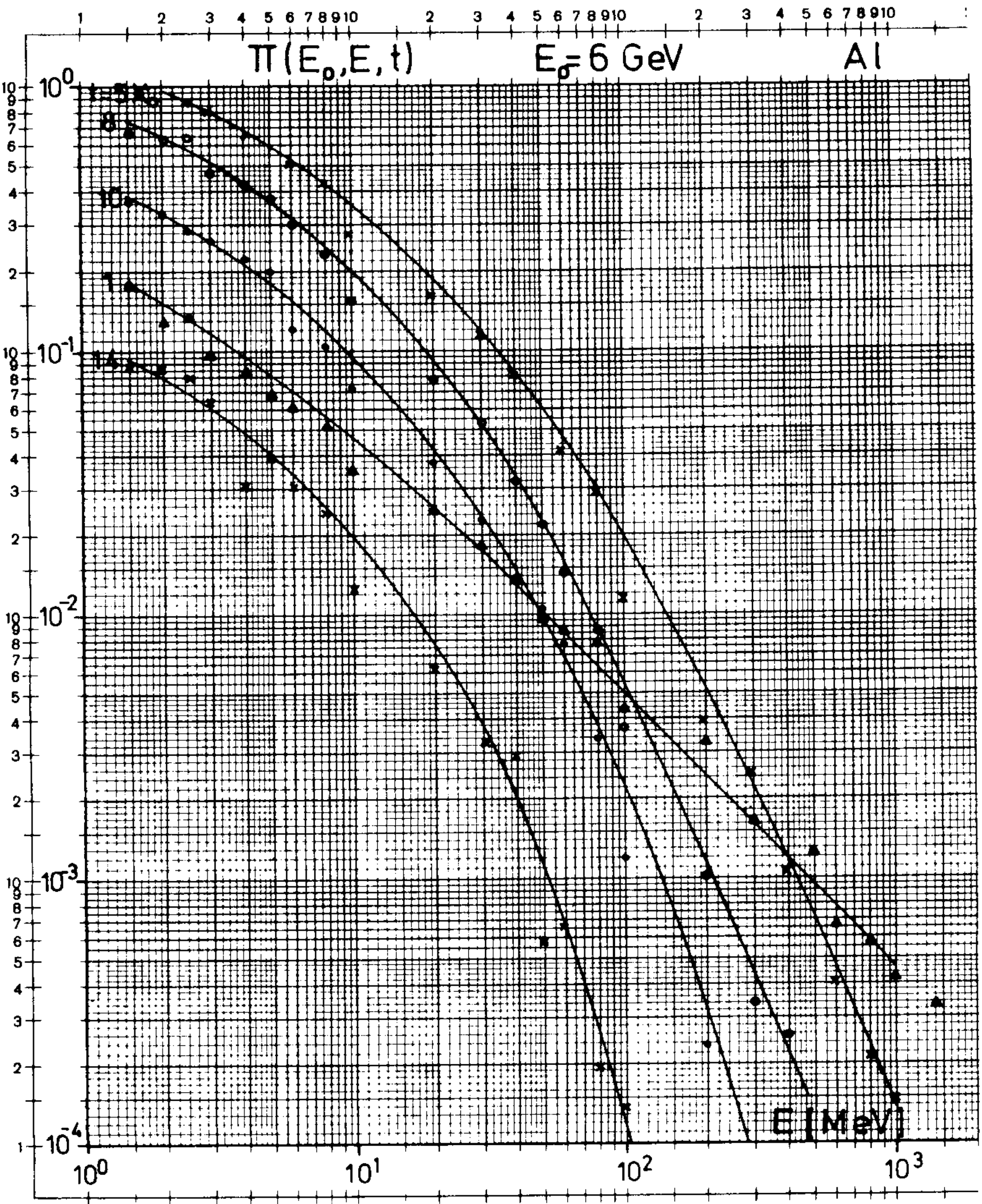


Abb. 12 a

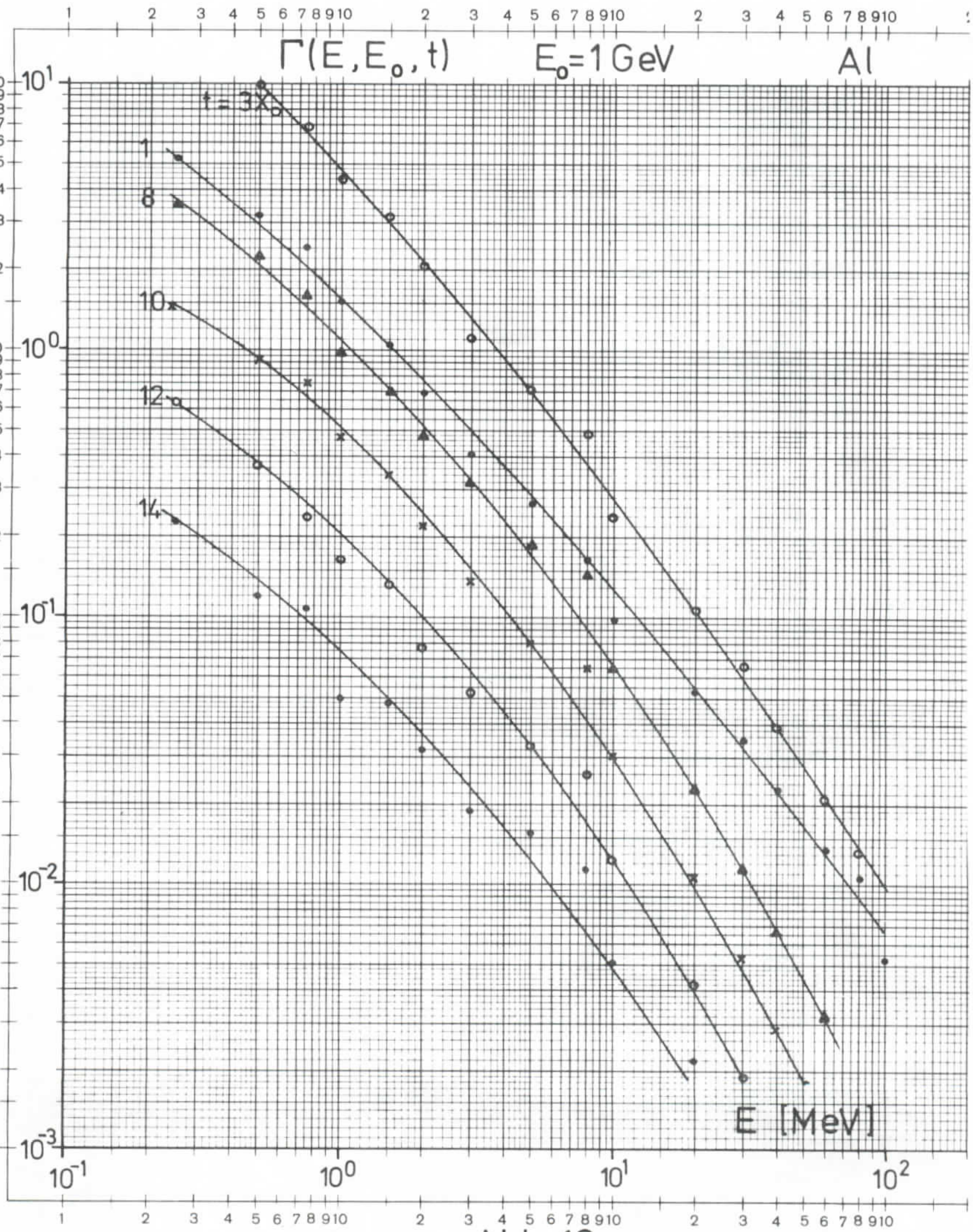


Abb. 13

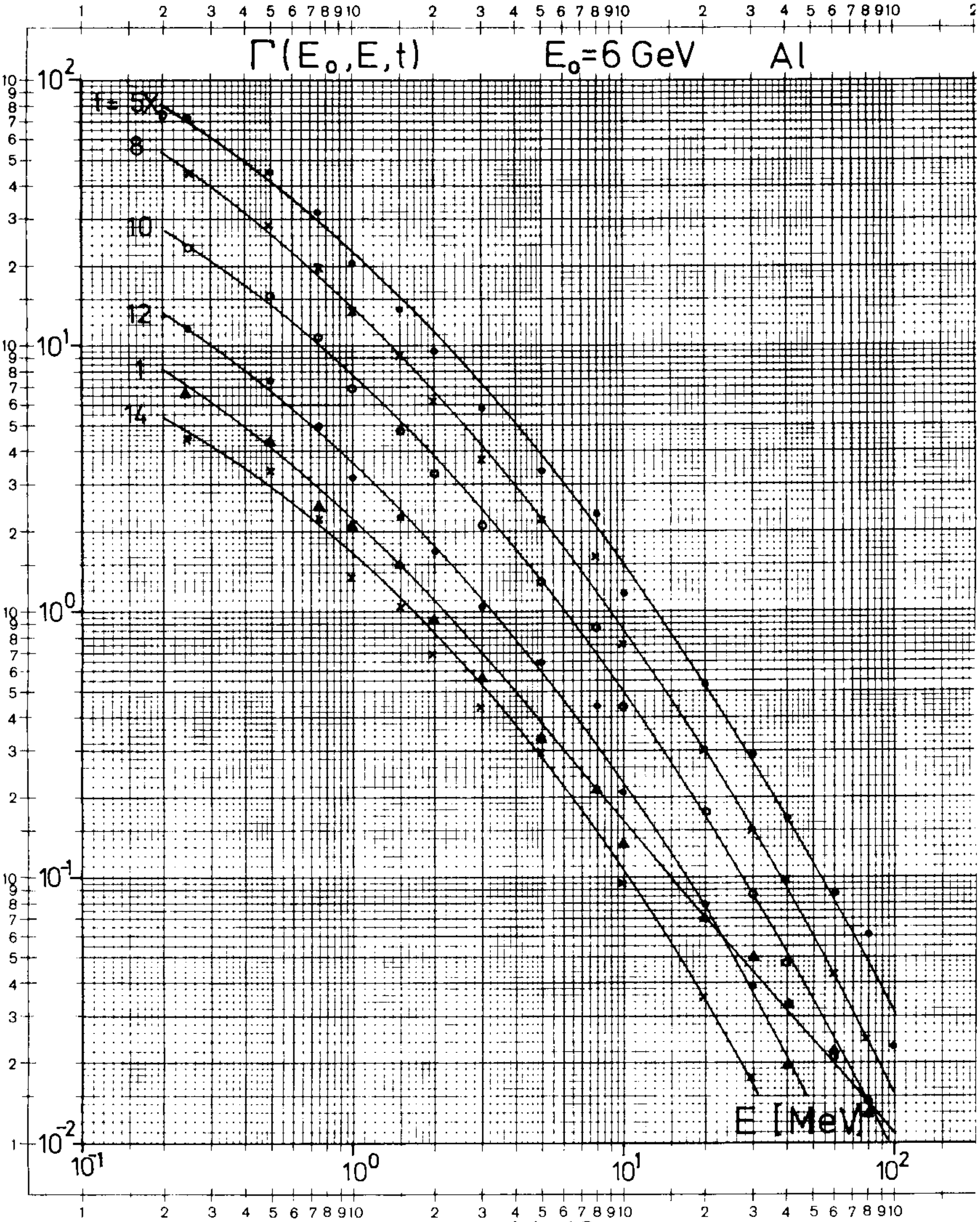


Abb. 13a

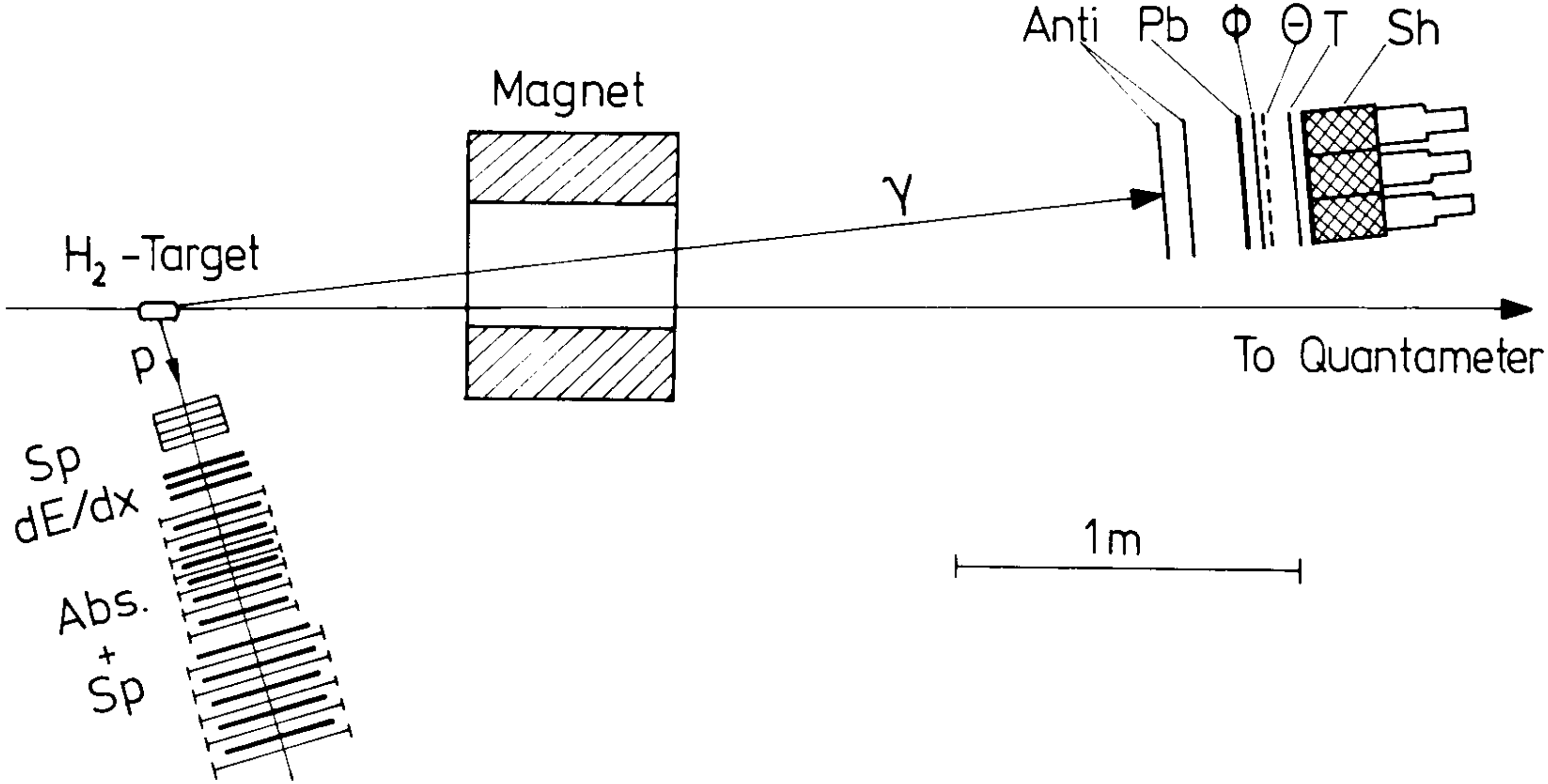
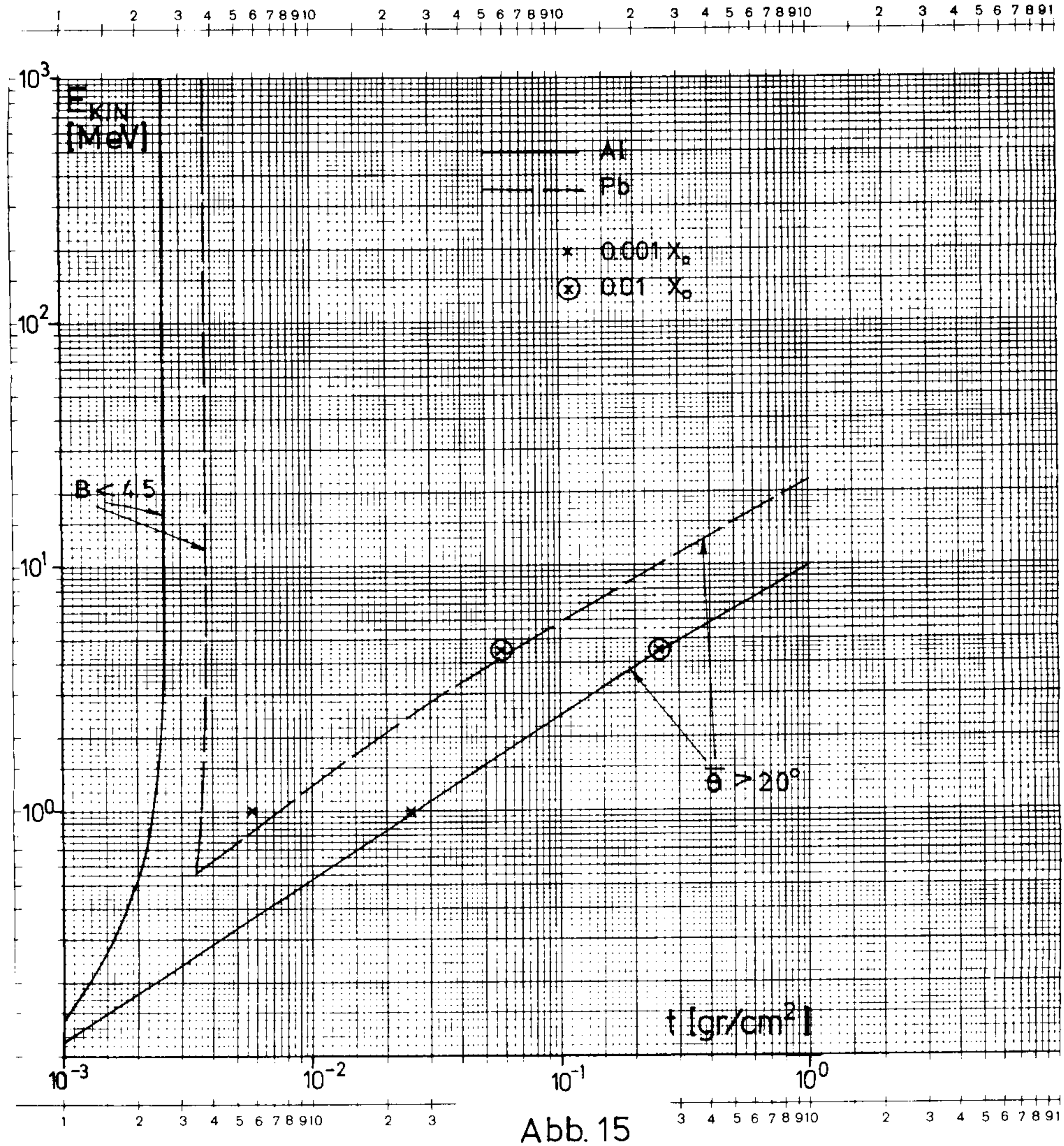

Anti
Pb
Φ
Θ
T
Sh
Magnet
γ
H_2 -Target
To Quantameter
p
Sp
dE/dx
Abs.
+
Sp
1m

Abb.14



E_{KIN} [MeV]
Al
Pb
0.001 X_o
0.01 X_o
$B < 4.5$
$\theta > 20°$
t [gr/cm²]
10^3
10^2
10^1
10^0
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^0

Abb. 15

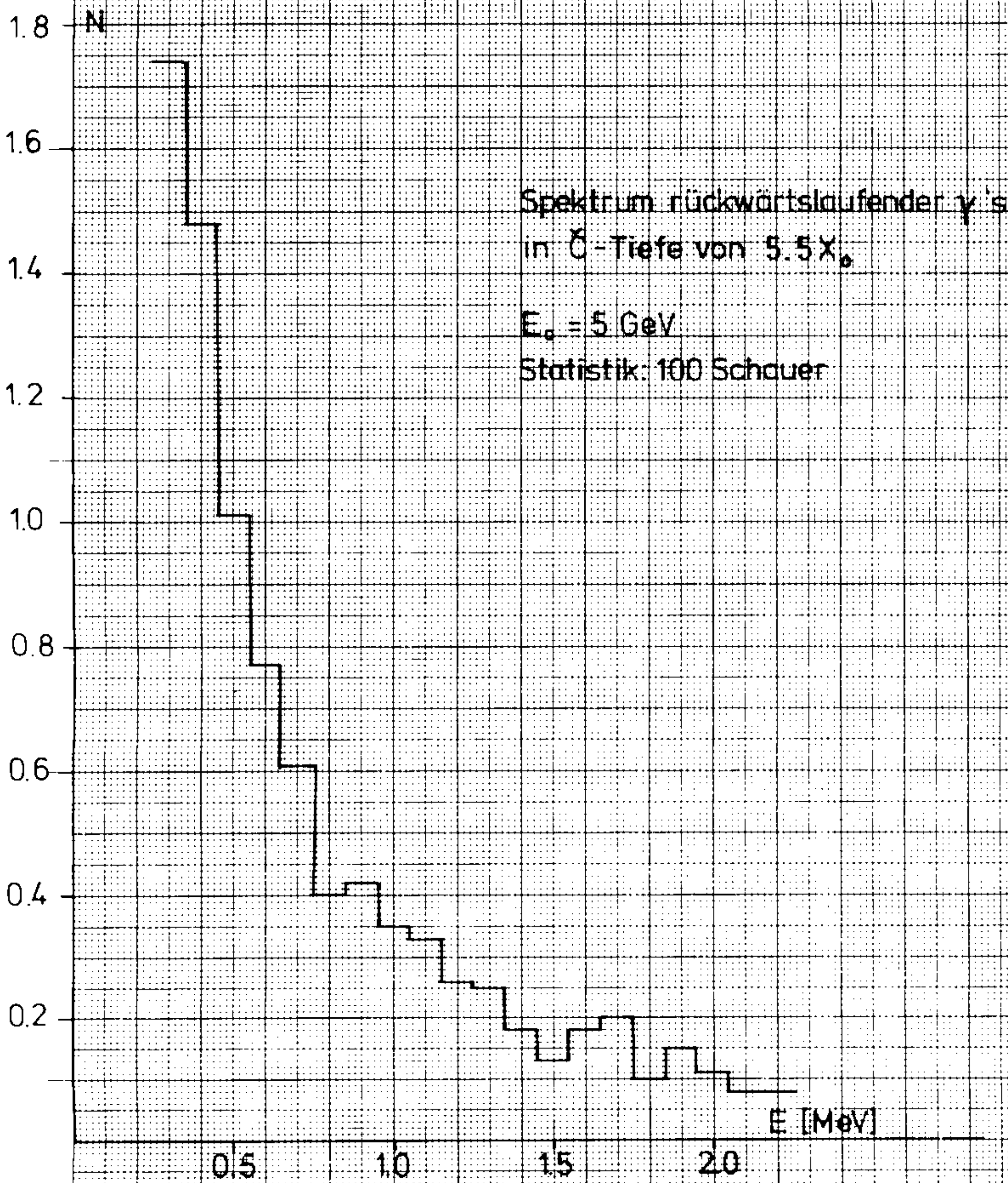
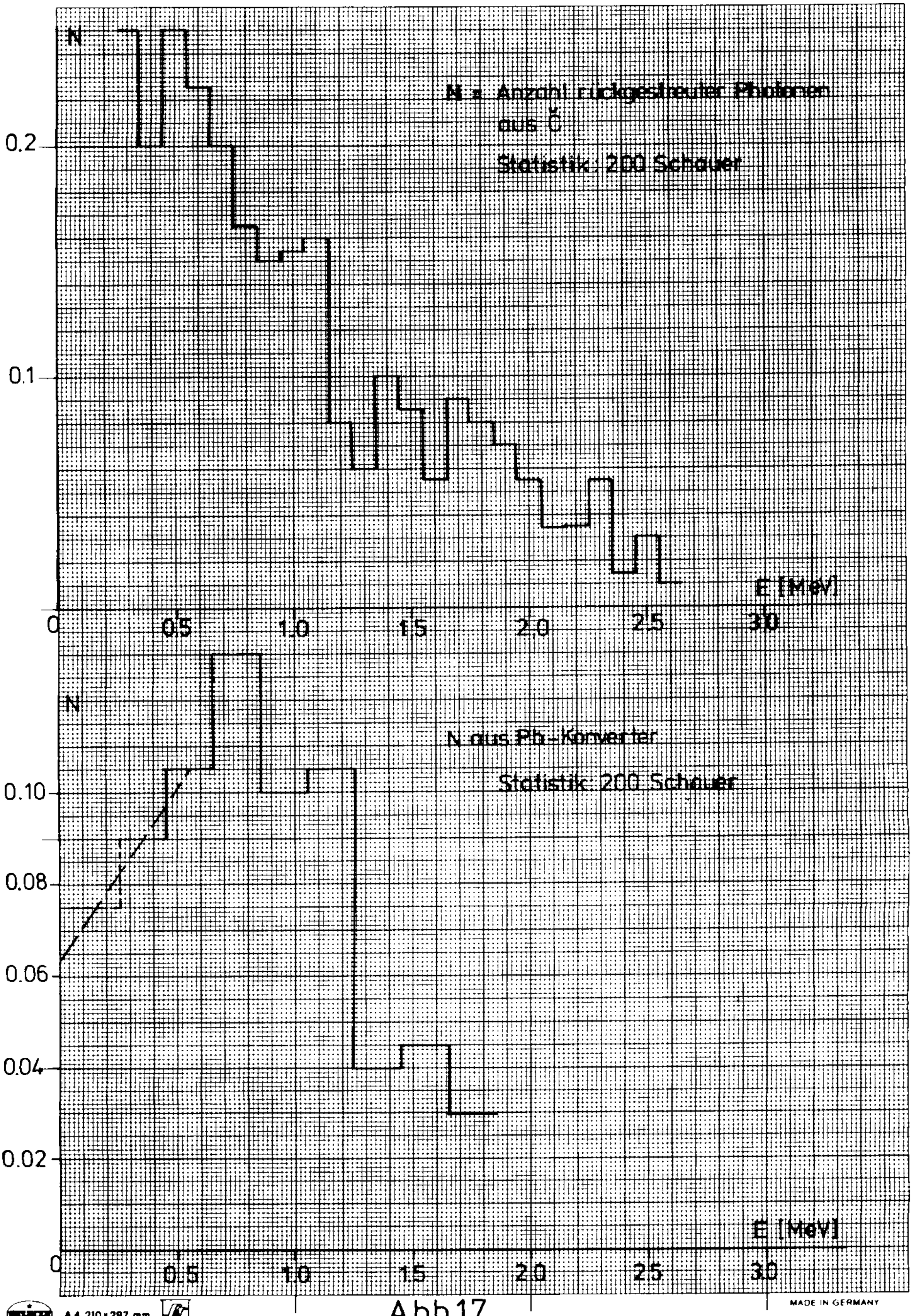

N
1.8
1.6
1.4
1.2
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
Spektrum rückwärtslaufender γ's
in Č-Tiefe von 5.5 X₀
E₀ = 5 GeV
Statistik: 100 Schauer
E [MeV]
0.5
1.0
1.5
2.0

Abb. 16



N
N = Anzahl rückgestreuter Photonen aus Č
Statistik: 200 Schauer
0.2
0.1
E [MeV]
0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
N
N aus Pb-Konverter
Statistik: 200 Schauer
0.10
0.08
0.06
0.04
0.02
E [MeV]
0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0

Abb.17

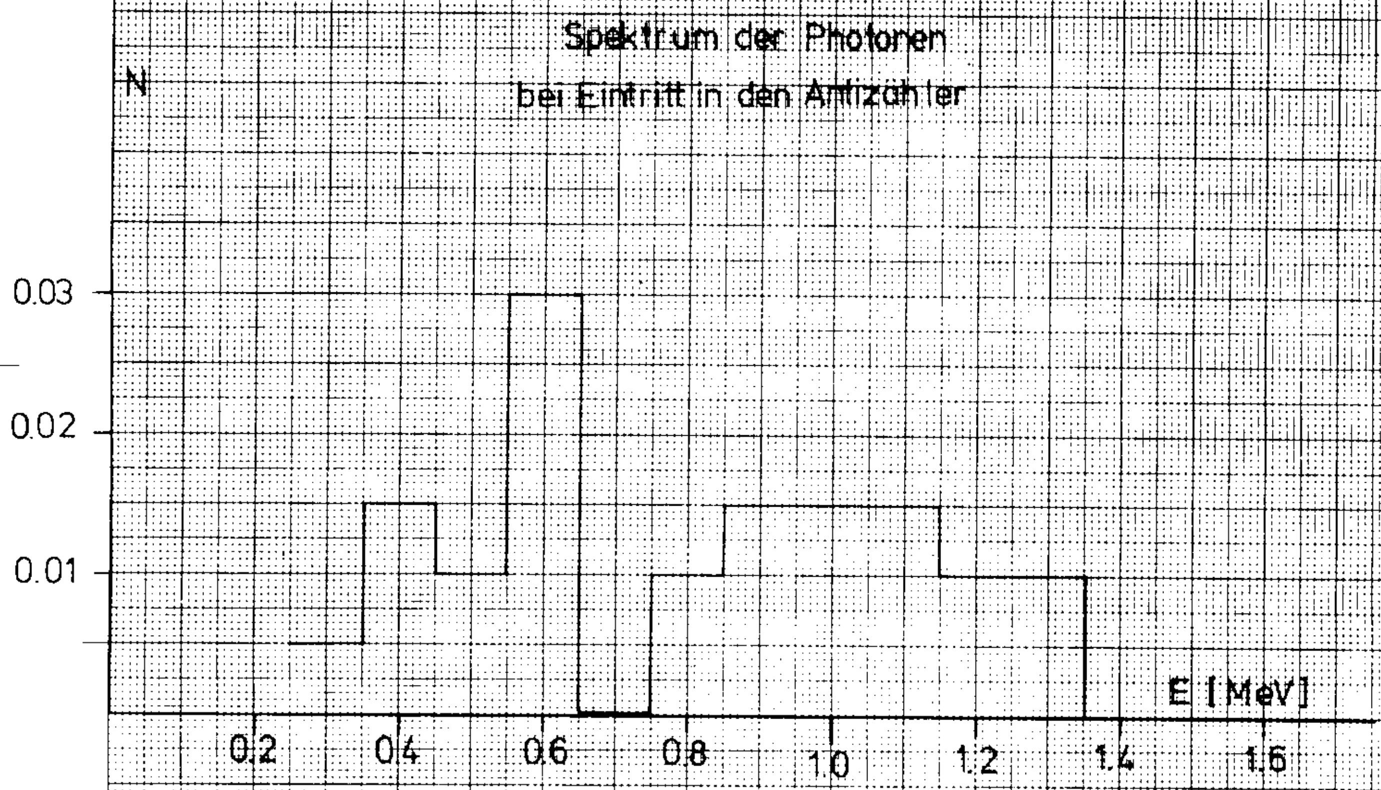

Spektrum der Photonen
bei Eintritt in den Antizähler
N
0.03
0.02
0.01
E [MeV]
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
1.2
1.4
1.6

Abb. 18

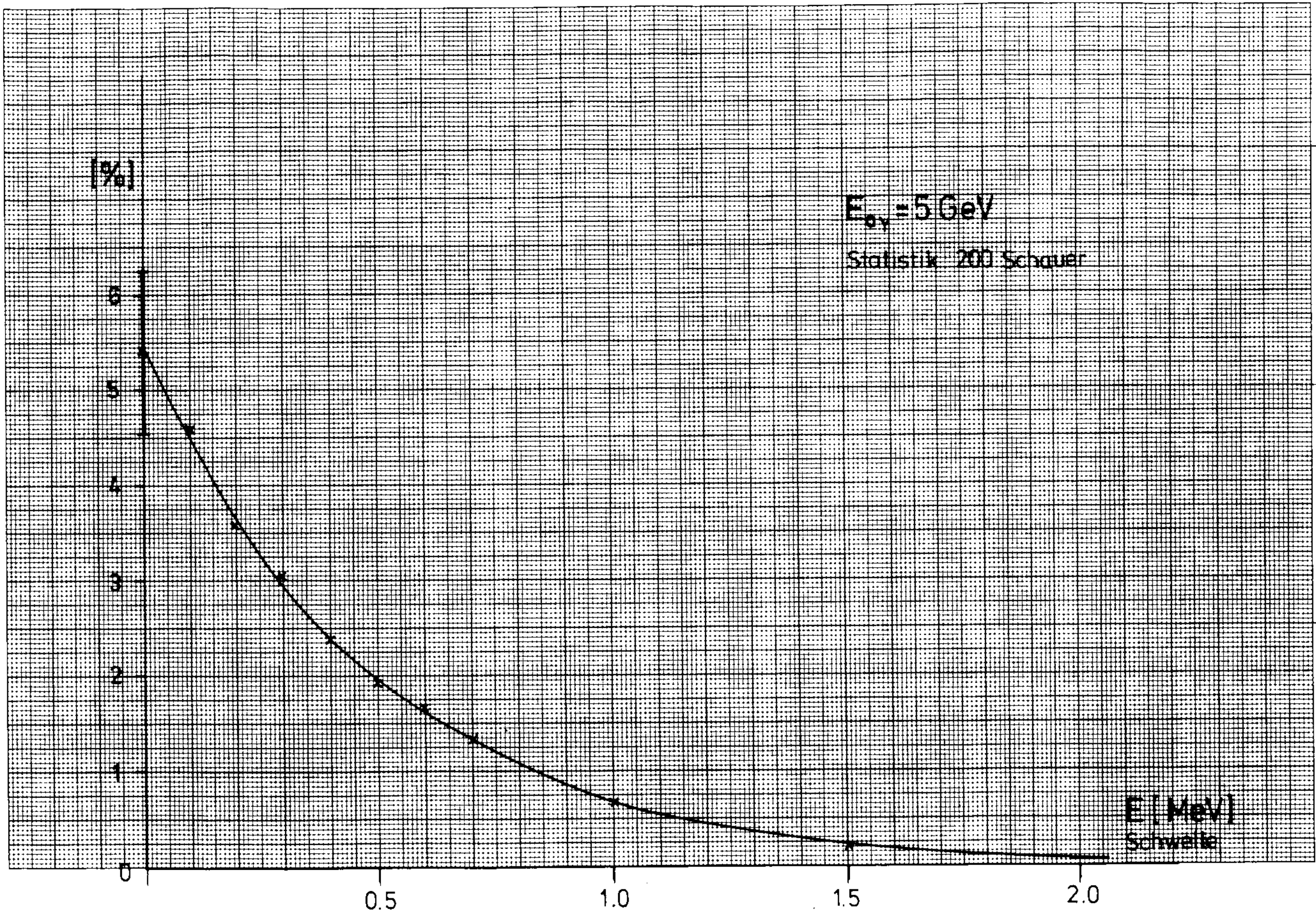

[%]
$E_{0\gamma}$ = 5 GeV
Statistik 200 Schauer
0
1
2
3
4
5
6
0.5
1.0
1.5
2.0
E [MeV]
Schwelle

Abb. 19

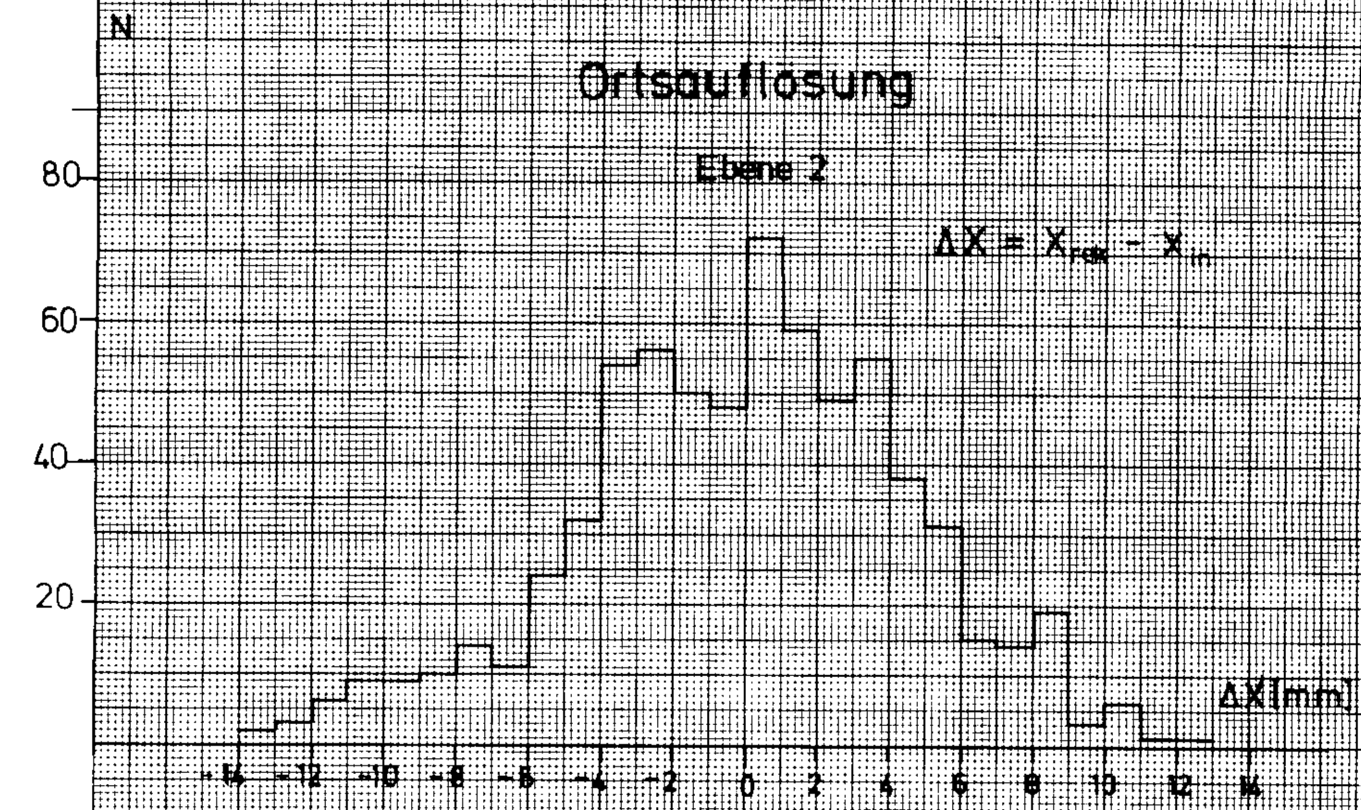

N
Ortsauflosung
Ebene 2
ΔX = X_rek - X_in
80
60
40
20
ΔX[mm]
-14 -12 -10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10 12 14

Abb. 20

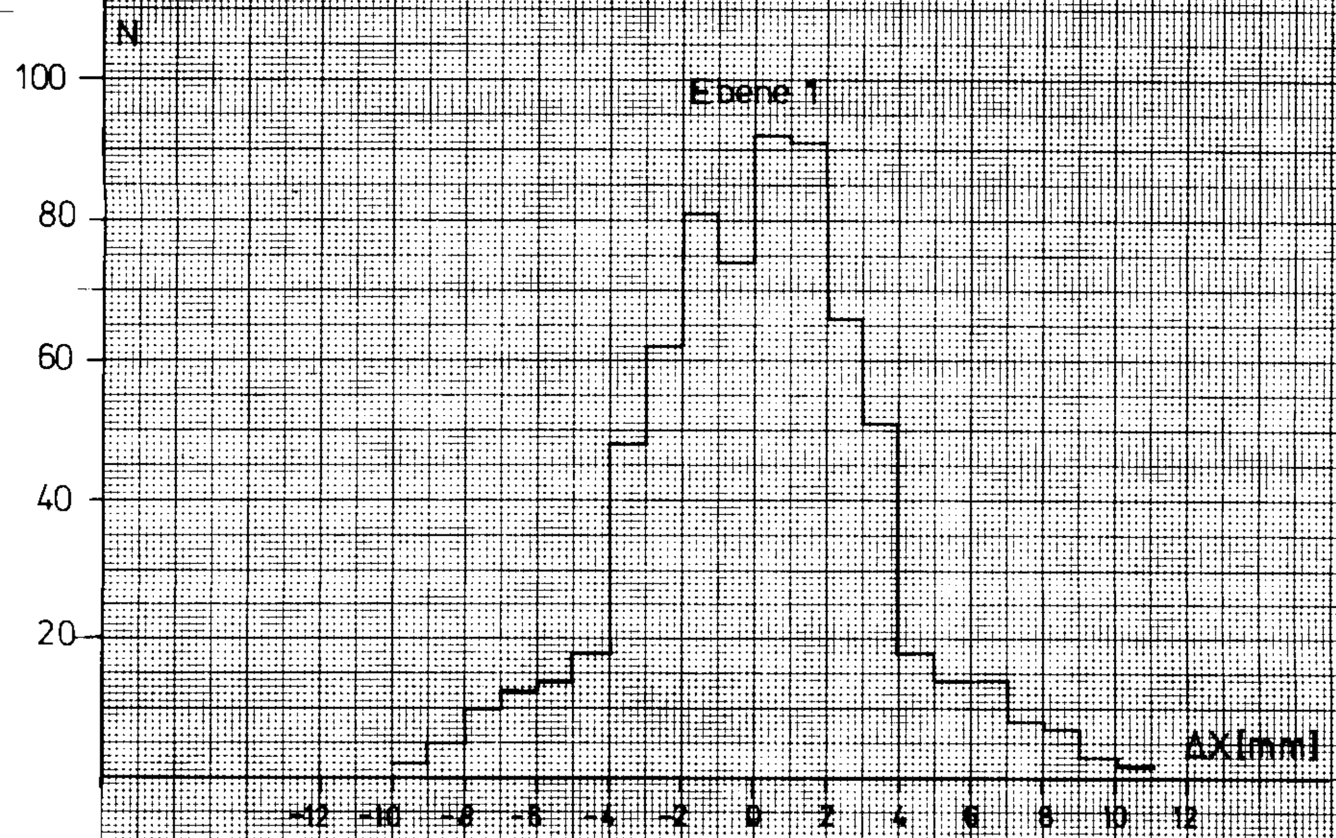

N
100
Ebene 1
80
60
40
20
ΔX[mm]
-12 -10 -8 -6 -4 -2 0 2 4 6 8 10 12

Abb. 21