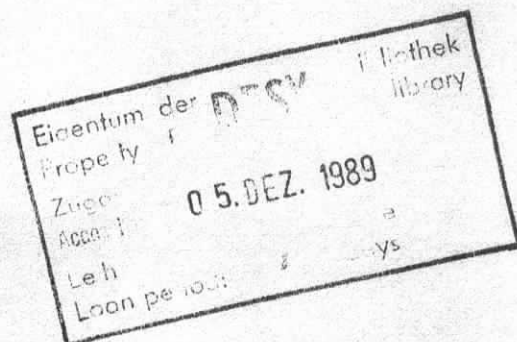


Interner Bericht  
DESY FCE-89-03  
November 1989

**Experimentelle Untersuchung der  
Zwei-Photon-Erzeugung der Mesonresonanzen  
 $a_2(1320)$  und  $\pi_2(1670)$   
mit dem Detektor CELLO**

von

J. H. Köhne



DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

“Die Verantwortung für den Inhalt dieses  
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser”

Experimentelle Untersuchung der  
Zwei-Photon-Erzeugung der Mesonresonanzen  
 $a_2(1320)$  und  $\pi_2(1670)$   
mit dem Detektor CELLO

Diplomarbeit

Vorgelegt von:  
Jobst Heinrich Köhne  
aus Meschede in Westfalen

Hamburg  
1989

## Kurzfassung

Die Zwei-Photon-Reaktion  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-\pi^0$  wird mit Hilfe des Detektors CELLO am  $e^+e^-$ -Speicherring PETRA untersucht. Die Datenmenge umfaßt eine integrierte Luminosität von  $86 \text{ pb}^{-1}$ , die 1986 bei einer Strahlenergie von  $17.5 \text{ GeV}$  aufgezeichnet wurde. Es werden nur *notag*-Ereignisse analysiert. Der Wirkungsquerschnitt wird dominiert durch die  $\gamma\gamma$ -Produktion des Tensormesons  $a_2(1320)$ , dessen Zwei-Photon-Breite zu  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.00 \pm 0.07(\text{stat.}) \pm 0.19(\text{syst.}) \text{ keV}$  bestimmt wird. Eine Analyse der Zerfallswinkelkorrelationen ergibt ausschließlich Helizität-2-Erzeugung. Der Helizität-0-Anteil ist kleiner als 5.8% (95%c.l.). Zum ersten Mal in dieser Reaktion wird die Anregung des Pseudotensormesons  $\pi_2(1670)$  nachgewiesen, damit ist die Beobachtung der Crystal Ball Kollaboration im Endzustand  $3\pi^0$  bestätigt. Unter Vernachlässigung von Interferenzeffekten zwischen verschiedenen Zerfallsmoden wird die Zwei-Photon-Breite des  $\pi_2$  zu  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.3 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 0.3(\text{syst.}) \text{ keV}$  bestimmt. Die Analyse zeigt jedoch, daß Interferenzeffekte von großer Bedeutung sind. Destruktive Interferenz zwischen  $\rho\pi$ - und  $f_2\pi^0$ -Zerfallsamplitude kann ausgeschlossen werden. Im Falle konstruktiver Interferenz ergibt sich:  $\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi_2(1670)) = 0.8 \pm 0.2(\text{stat.}) \pm 0.2(\text{syst.}) \text{ keV}$ .

## Abstract

The reaction  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-\pi^0$  in the no tag mode has been measured with the CELLO detector at the  $e^+e^-$  storage ring PETRA with an integrated luminosity of  $86 \text{ pb}^{-1}$  at  $17.5 \text{ GeV}$  beam energy. The cross section is dominated by exclusive production of the tensor meson  $a_2(1320)$ , whose radiative width is determined to be  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.00 \pm 0.07(\text{stat.}) \pm 0.19(\text{syst.}) \text{ keV}$ . An angular correlation analysis results in pure helicity 2 production, we set an upper limit on the helicity 0 contribution of 5.8% (at 95%c.l.). For the first time, excitation of the pseudotensor meson  $\pi_2(1670)$  is observed in this particular reaction, confirming the Crystal Ball result in the  $3\pi^0$  decay mode. Neglecting interference among different decay modes, the  $\pi_2$  radiative width is determined to be  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.3 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 0.3(\text{syst.}) \text{ keV}$ . However, interference effects are shown to be important. Destructive  $f_2\pi^0$ - $\rho\pi$  interference can be ruled out. In the case of constructive interference the result changes to  $\Gamma_{\gamma\gamma} = 0.8 \pm 0.2(\text{stat.}) \pm 0.2(\text{syst.}) \text{ keV}$ .

*Es gibt eine Theorie, die besagt, wenn jemals irgendwer genau rausfindet, wozu das Universum da ist und warum es da ist, dann verschwindet es auf der Stelle und wird durch etwas noch Bizzareres und Unbegreiflicheres ersetzt.*

*Es gibt eine andere Theorie, nach der das schon passiert ist.*

D.Adams

für meine Nichte Maria Katharina

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>9</b>
1.1	Photon-Photon Kollisionen . . . . .	9
1.2	$\gamma\gamma$ - Wechselwirkungen an $e^+e^-$ - Speicherringen . . . . .	10
1.3	Elektromagnetische Erzeugung von Hadronen . . . . .	11
1.4	Ziel und Prinzip dieser Analyse . . . . .	11
1.5	Inhaltsübersicht . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>14</b>
2.1	Qualitative Eigenschaften der $\gamma\gamma$ -Resonanzproduktion . . . . .	14
2.2	Das Tensormeson $a_2(1320)$ . . . . .	16
2.3	Das Pseudotensormeson $\pi_2(1670)$ . . . . .	17
2.4	Einführung in die Kinematik . . . . .	18
2.5	Der Zwei-Photon-Wirkungsquerschnitt . . . . .	19
2.6	Der Hadronische Tensor für die Resonanzanregung . . . . .	21
2.7	Die Zwei-Photon-Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ . . . . .	22
2.8	Die Erzeugungsamplitude . . . . .	23
2.9	Die Zerfallsamplitude . . . . .	26
2.10	Interferenzen zwischen den Amplituden . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Das CELLO-Experiment</b>	<b>33</b>
3.1	DESY und PETRA . . . . .	33
3.2	Der CELLO-Detektor . . . . .	33
3.3	Überblick über die Detektorkomponenten . . . . .	35
3.4	Die Trigger . . . . .	38
3.5	Datennahme und Ereignisrekonstruktion . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Monte-Carlo Ereignissimulation</b>	<b>40</b>
4.1	Die Monte-Carlo-Methode . . . . .	40
4.2	Prinzip der Simulation . . . . .	41
4.3	Die quantitative Auswertung mit Hilfe der MC-Ereignisse . . . . .	41
4.3.1	Die Gewichtungsmethode . . . . .	42
4.3.2	Integration des $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts . . . . .	42
4.3.3	Die Normierung der Zerfallsmatrixelemente . . . . .	43
4.3.4	Die Erzeugung der Vierervektoren . . . . .	44
4.4	Ergebnisse der Detektorsimulation . . . . .	45

<b>5</b>	<b>Rekonstruktion des Endzustands <math>\pi^+\pi^-\pi^0</math></b>	<b>49</b>
5.1	Datenselektion . . . . .	49
5.2	Kinematische Schnitte für beide Ereignistypen . . . . .	51
5.3	Rekonstruktion des $\pi^0$ aus zwei Photonen . . . . .	52
5.4	Rekonstruktion des $\pi^0$ aus einem Photon . . . . .	55
<b>6</b>	<b>Analyse der Reaktion <math>\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320)</math></b>	<b>60</b>
6.1	Ausnutzung der Anregung der $\rho$ -Zwischenresonanz . . . . .	60
6.2	Experimentelle Unterscheidung der Helizitätsamplituden . . . . .	62
6.3	Maximum-Likelihood-Fit an die Eulerwinkel . . . . .	67
6.4	Systematische Fehler . . . . .	70
6.5	Vergleich mit anderen Messungen . . . . .	70
<b>7</b>	<b>Analyse der Reaktion <math>\gamma\gamma \rightarrow \pi_2(1670)</math></b>	<b>72</b>
7.1	Anreicherung des Zerfallskanals $\pi_2(1670) \rightarrow f_2\pi^0$ . . . . .	72
7.2	Auswertung des $f_2$ -Signals im $\pi^+\pi^-$ -Spektrum . . . . .	75
7.3	Bestimmung von Masse, Breite und Zwei-Photon-Breite des $\pi_2$ . . . . .	78
7.4	Untersuchung der $f_2$ - $\rho^\pm$ -Interferenzen beim $\pi_2$ -Zerfall . . . . .	80
7.5	Systematische Fehler . . . . .	83
7.6	Vergleich mit anderen Messungen . . . . .	83
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>86</b>



# Abbildungsverzeichnis

1.1	Licht-Licht-Streuung über eine Materie-Antimaterie-Schleife . . . . .	9
1.2	Ein-Photon- bzw. Zwei-Photon-Reaktion im $e^+e^-$ -Streuexperiment . . . . .	10
2.1	Das (u,d,s)-Tensormeson-Nonett . . . . .	17
2.2	Zur Bezeichnung der kinematischen Variablen . . . . .	19
2.3	Dalitzplots bei $\rho\rho$ -Interferenz . . . . .	30
2.4	Graphische Darstellung der $a_2 \rightarrow \rho\pi$ -Zerfallsamplituden . . . . .	31
3.1	Der CELLO Detektor. . . . .	34
3.2	Aufschnitt des Innendetektors. . . . .	37
4.1	Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen bei konstantem Matrixelement und Phasenraumgewicht. . . . .	45
4.2	Detektorakzeptanz in Abhängigkeit von $W$ . . . . .	46
4.3	Invariante Masse von generierten zu rekonstruierten MC-Ereignissen . . . . .	47
5.1	Ein vollständig rekonstruiertes $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignis im CELLO Detektor	50
5.2	$\pi^0$ -Zerfälle unter verschiedenen Winkeln im Ruhe- und im Laborsystem. . . . .	53
5.3	Spektrum der invarianten Massen der Photonen ( $\pi^0$ ) . . . . .	54
5.4	Spektrum der invarianten $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen a) $2\gamma$ -Daten b) $1\gamma$ -Daten. . . . .	56
5.5	Der Winkel $\varphi(\rho^0, \gamma)$ , Erläuterungen im Text, Daten: Histogramm, MC: schraffiert. . . . .	57
5.6	MC-Studie zur Rekonstruktion der $\pi^0$ -Flugrichtung aus nur einem Photon . . . . .	59
6.1	Spektrum der inv. Massen $m(\pi^\pm\pi^0)$ nach $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Selektion . . . . .	61
6.2	Dalitzplots nach $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Selektion . . . . .	63
6.3	Spektrum der inv. Massen $m(\pi^+\pi^-\pi^0)$ nach $a_2$ -Selektion . . . . .	64
6.4	Korrelation zwischen Eulerwinkeln . . . . .	66
6.5	Log-Likelihood-Funktion in Abh. des Helizität-2-Anteils . . . . .	68
6.6	Wahrscheinlichkeitsdichte in Abh. des Helizität 2 -Anteils, kombiniert aus beiden Datensätzen. . . . .	69
6.7	Vergleich der Experimente: Helizität-2-Anteil . . . . .	71
7.1	Polarwinkel zwischen $\pi^+$ und $\gamma\gamma$ -Achse im $f_2$ -Ruhesystem . . . . .	73
7.2	Gemessene Korrelation von inv. Masse $m(\pi^+\pi^-)$ und Eulerwinkel $ \cos(\beta) $ , beide Datenselektionen kombiniert. . . . .	75
7.3	MC-Erwartung für die Korrelation von inv. Masse $m(\pi^+\pi^-)$ und Eulerwinkel $ \cos(\beta) $ . . . . .	76
7.4	Spektrum der inv. Massen $m(\pi^+\pi^-)$ nach $\pi_2$ -Selektion . . . . .	77

7.5	$W$ -Abhängigkeit der Anzahl der $f_2$ -Ereignisse aus Fits an die $m(\pi^+\pi^-)$ -Spektren . . . . .	79
7.6	Graphen der drei möglichen $\pi_2$ -Zerfallsamplituden. . . . .	81
7.7	MC-Erwartung für die inv. Massen $m(\pi^+\pi^-)$ nach $\pi_2$ -Selektion . . . . .	82
7.8	Korrelation der inv. Massen $m(\pi^\pm\pi^0)$ gegen $m(\pi^+\pi^-)$ nach $\pi_2$ -Selektion . . . . .	84
7.9	Wirkungsquerschnitt für eine $\pi_2$ -Erzeugungsamplitude $M_{++}$ ohne $W$ -Dämpfung . . . . .	85

# Tabellenverzeichnis

2.1	In $\gamma\gamma$ -Reaktionen zugängliche $J^P$ - Eigenzustände. . . . .	15
2.2	Die Tensormesonen der leichten Quarks. . . . .	16
3.1	Aufbau des CELLO - Innendetektors. . . . .	36
3.2	Triggerbedingungen . . . . .	39
4.1	Zur Integration des $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts . . . . .	43
4.2	Normierung der Zerfallsmatrixelemente . . . . .	44
4.3	Vorselektion auf Vierervektorebene . . . . .	46
6.1	Resultate der Fits $a_2$ -Selektion. . . . .	67
6.2	Vergleich der $a_2$ -Messungen. . . . .	71
7.1	Resultate der kleinste- Quadrate- Fits nach $\pi_2$ -Selektion. . . . .	81

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Photon-Photon Kollisionen

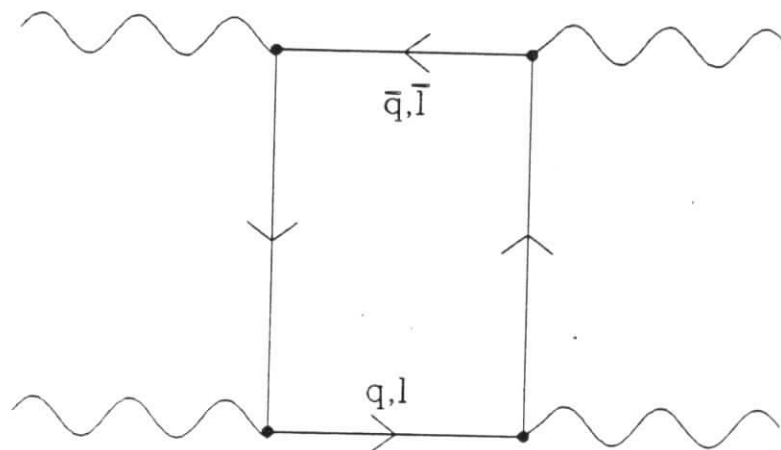


Abbildung 1.1: Licht-Licht-Streuung über eine Materie-Antimaterie-Schleife

Die Untersuchung der Folgen eines Zusammenpralls zweier Lichtstrahlen wäre von einem Physiker des 19. Jahrhunderts wohl als albernes Vorhaben zurückgewiesen worden, denn im Rahmen der klassischen Maxwell'schen Theorie des Elektromagnetismus gilt für die Felder und Wellen, die selbst keine Ladung tragen, das Prinzip der ungestörten Überlagerung, was eine Wechselwirkung zwischen ihnen ausschließt. Erst innerhalb der relativistischen Quantenelektrodynamik (QED) wird z.B. die elastische Streuung von Licht an Licht verständlich.

Natürlich sind auch hier die Photonen ungeladen, die Wechselwirkung verläuft über die Bildung einer virtuellen Materie-Antimaterie-Schleife aus Quarks oder Leptonen, die wieder in zwei Photonen zerstrahlt. Der zugehörige Feynmangraph ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Der Wirkungsquerschnitt für diese Reaktion ist für sichtbare Photonen so klein, daß sie nicht beobachtet werden kann.

Die inelastische Zwei-Photon-Streuung verläuft genau wie die elastische mit dem einzigen Unterschied, daß die Materie-Antimaterie-Schleife nicht wieder zerstrahlt, sondern als Lepton-Antilepton-Paar (z.B.  $\mu^+ \mu^-$ ) bzw. Quark-Antiquark-Paar, das dann über die starke Wechselwirkung zur Bildung von Hadronen Anlaß gibt, den Endzustand bildet.

## 1.2 $\gamma\gamma$ - Wechselwirkungen an $e^+e^-$ - Speicherringen

Eine Methode, inelastische Reaktionen hochenergetischer Photonen zu beobachten, ist das  $e^+e^-$ -Streuexperiment an einem  $e^+e^-$ -Speicherring wie PETRA in Hamburg. Hier tritt die Zwei-Photon-Reaktion als Teilprozeß der Reaktion  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$  auf. Die meisten

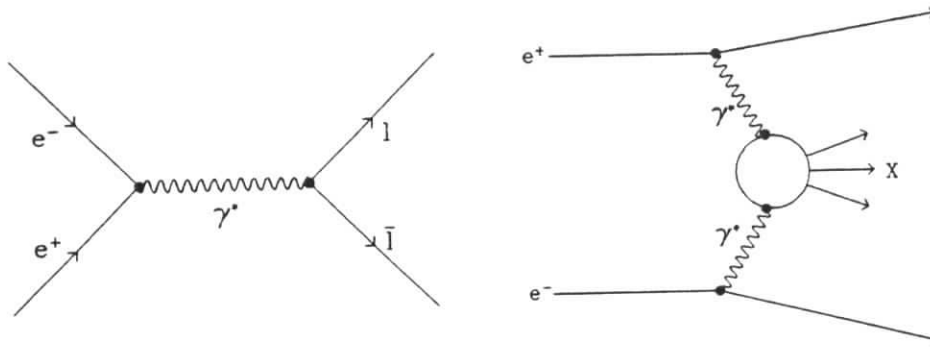


Abbildung 1.2: Ein-Photon- bzw. Zwei-Photon-Reaktion im  $e^+e^-$ -Streuexperiment

Speicherringexperimente, wie auch CELLO, sind hauptsächlich konzipiert worden, um Anihilationsreaktionen zu beobachten, der Feynmangraph dieser Reaktion ist in Abb. 1.2 dargestellt. Bei diesem Reaktionstyp steht die gesamte Energie der beiden Leptonstrahlen zur Erzeugung neuer Hadronen zur Verfügung. Im Gegensatz dazu wird in Zwei-Photon-Reaktionen nur ein Teil der Strahlenergie auf den Endzustand übertragen, die Strahlleptonen setzen nach der Wechselwirkung, bei der sie abgelenkt und gebremst werden, ihren Weg fort. Dies legt die Ereignistopologie von  $\gamma\gamma$ -Ereignissen fest.

Da die Abstrahlung der Photonen in Vorwärtsrichtung bei weitem der wahrscheinlichste Fall ist, wird in der Regel keines der gestreuten Leptonen so stark abgelenkt, daß es im Detektor sichtbar wird. Dann verbleiben beide nach der Reaktion im Strahlrohr und nur der Endzustand ist im Detektor sichtbar. Reaktionen dieses Typs nennt man *notag*- oder *antitag*-Reaktionen (engl.: tag = markieren). Wesentlich seltener strahlt dagegen eines der kollidierenden Teilchen ein hochvirtuelles Photon ab; dabei wird es so stark gestreut, daß es im Vorwärtsbereich des Detektors nachgewiesen wird. Hier spricht man von einer einfach markierten (*single-tag*) Zwei-Photon-Reaktion. Noch seltener kommt es zu doppelt markierten Ereignissen (*double-tag*). Die Ereignishäufigkeiten *double-tag* : *single-tag* : *notag* stehen grob im Verhältnis 1 : 10 : 100. In dieser Analyse werden nur *notag*-Daten untersucht.

Ein weiteres Merkmal von Zwei-Photon-Reaktionen ist die geringe Multiplizität der Ereignisse, deren Gesamtenergie erheblich niedriger liegt als die Schwerpunktsenergie der Leptonen und darüber hinaus über einen weiten Bereich schwankt, weil die Energie-Impuls-Überträge beider Photonen unabhängig voneinander sind. Dies ist auch der Grund dafür, daß sich das Ruhesystem der beiden Photonen im Laborsystem in der Regel entlang der Strahlachse bewegt. Bei der Analyse von Zwei-Photon-Ereignissen kann man also nicht wie

bei Ein-Photon- Annihilationsereignissen erwarten, daß die Gesamtenergie aller nachgewiesenen Teilchen gleich der doppelten Strahlenergie ist und die Summe der Impulse im Ereignis null ergibt. Bei der Beschränkung auf quasireelle Photonen im *notag*-Modus gilt allerdings das Merkmal einer Balance der Transversalimpulse für die erzeugten Teilchen.

Die besonderen Charakteristika von  $\gamma\gamma$ -Reaktionen (niedrige Gesamtenergie, kleine Spurimpulse, geringe Energiedeposition von Endzustandsphotonen im Kalorimeter etc.) bringen für CELLO wie für die meisten anderen Detektoren an  $e^+e^-$ -Speicherringen eine Ereignisrekonstruktion nahe an den Auslegungsgrenzen des Geräts mit sich. Um dieser Situation gerecht zu werden, wurde von der Hamburger CELLO-Gruppe, in der diese Arbeit entstand, ein spezielles Programmpaket "VIOLA" entwickelt, das Grundlage für die in dieser Arbeit vorgestellte Analyse ist.

### 1.3 Elektromagnetische Erzeugung von Hadronen

Die vorliegende Analyse liefert einen Beitrag zur Spektroskopie leichter Mesonen. Die inelastische Zwei-Photon-Streuung bietet die Möglichkeit, total ungeladene Mesonresonanzen mit positiver Ladungskonjugation auf elektromagnetischem Wege zu erzeugen. Dieser Prozeß zeichnet sich gegenüber der hadronischen Erzeugung dadurch aus, daß der Anfangszustand in der QED exakt berechenbar ist, ohne auf phänomenologische Konzepte (z.B. Strukturfunktionen, Fragmentationsmodelle usw.) angewiesen zu sein.

Die elektromagnetische Wechselwirkung von Hadronen ist eine wichtige Informationsquelle über ihren inneren Aufbau. Die Photonen koppeln an die Ladung der Quarks im nach außen neutralen Meson. Dadurch sind sie in der Lage, die Ladungsverteilung im Inneren zu erkunden, und können dabei wegen ihrer Polarisationszustände auch Auskunft über die Spinkonstellationen der Konstituenten geben. Deshalb liefert die Messung der Kopplungsstärke eines Mesons an zwei Photonen einen wichtigen Beitrag zum Verständnis des Mesonaufbaus.

### 1.4 Ziel und Prinzip dieser Analyse

In dieser Arbeit wird die partielle Zerfallsbreite  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  der Spin 2 - Mesonen  $a_2(1320)$  und  $\pi_2(1670)$  in zwei reelle Photonen aus der Erzeugungsrate im Zwei-Photon-Stoß am  $e^+e^-$ -Speicherring gemessen. Die Spin-Ausrichtung des  $a_2(1320)$  bezüglich der durch die kollidierenden Photonen definierten Achse kann aus Winkelkorrelationen der Zerfallsprodukte bestimmt werden.

Es werden Ereignisse des Typs  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-\pi^0$  analysiert, da beide Resonanzen in den Endzustand  $\pi^+\pi^-\pi^0$  zerfallen. Grundsätzlich wird dabei folgendermaßen vorgegangen: Zur Messung des totalen  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts wie auch zur Bestimmung der dem differentiellen Wirkungsquerschnitt folgenden Winkelkorrelationen wird die Anzahl  $N^{OBS}$  eines bestimmten Ereignistyps bestimmt, der einem ganzen Katalog  $\mathcal{K}$  von Anforderungen genügen muß, um sicherzustellen, daß es sich tatsächlich um die fragliche Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  über  $a_2$ - bzw.  $\pi_2$ - Anregung handelt. Diese  $N^{OBS}$  beobachteten Ereignisse

hängen mit dem zu messenden integrierten Wirkungsquerschnitt  $\sigma$  zusammen:

$$N^{OBS} = L_{INT}^{DATA} \cdot \sigma(e^+e^- \rightarrow e^+e^-R) \cdot B(R \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0) \cdot DA(\mathcal{K}) \quad (1.1)$$

$L$  ist hier die integrierte Luminosität der untersuchten Datenmenge, sie wird ebenfalls aus Zählraten bestimmt. Die dimensionslose Größe  $DA(\mathcal{K})$  gibt die Akzeptanz für Ereignisse an, die dem Katalog  $\mathcal{K}$  genügen. Darin sind die Verluste durch reine Detektorakzeptanz und die Selektionskriterien in  $\mathcal{K}$  zugleich berücksichtigt.  $DA$  wird mit Hilfe einer Computersimulation der gesamten Reaktion von der  $\gamma\gamma$ -Kollision bis zur kompletten Rekonstruktion des Endzustands mit den verschiedenen Komponenten des Detektors bestimmt. Bei großen Mengen simulierter Ereignisse kann man  $DA$  einfach als Nachweiswahrscheinlichkeit für  $\mathcal{K}$ -Ereignisse interpretieren. In dieser Analyse liegt  $DA$  typisch bei Werten um 0.1%. Die Produktion der Monte-Carlo -Ereignisse wird in Kap.4 beschrieben.

## 1.5 Inhaltsübersicht

Diese Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut: Im Anschluß an diese kurze Einführung in die Thematik folgt zunächst in Kapitel 2 ein Überblick über die Zwei- Photon- Erzeugung von Mesonresonanzen. Hier werden auch die beiden untersuchten Teilchen  $a_2(1320)$  und  $\pi_2(1670)$  vorgestellt. Es schließen sich die Beschreibung des exakten Formalismus für die  $\gamma\gamma$ -Erzeugung von Spin-2- Mesonen und für die hadronischen Zerfälle dieser Teilchen in den in dieser Analyse untersuchten Endzustand der drei leichtesten Mesonen  $\pi^+\pi^-\pi^0$  an. Am Ende des Theorie- Kapitels werden noch kurz die Phänomene behandelt, die sich durch quantenmechanische Interferenzen zwischen verschiedenen Wahrscheinlichkeitsamplituden ergeben; sie werden in der später folgenden Analyse eine herausragende Rolle spielen.

Nach dem Theorie- Teil werden in Kapitel 3 die wichtigsten Fakten über das CELLO- Experiment sowie die experimentellen Prozeduren zur Gewinnung der Daten, die aus dem Jahre 1986 stammen, dokumentiert.

Alle theoretischen Vorgaben und Modelle, die anhand der Daten geprüft werden sollen, müssen zunächst in eine Form gegossen werden, die Vorhersagen über experimentell zugängliche Observablen erlaubt. Dies geschieht in Form von detaillierten Computersimulationen des gesamten physikalischen Vorgangs. Prinzip und Methode dieser Simulation werden in Kapitel 4 erläutert.

Eine wichtige Voraussetzung für die Extraktion der physikalischen Information aus den aufgezeichneten Ereignissen am Elektron- Positron- Speicherring besteht darin, sich genau zu vergewissern, daß man tatsächlich mit Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  arbeitet. Wie dieser Reaktionstyp aus der riesigen Datenmenge, die CELLO 1986 geliefert hat, ausgesiebt wird, ist in Kapitel 5 beschrieben.

Die eigentliche Analyse des physikalischen Vorgangs auf der Ebene der Elementarprozeße folgt in den Kapiteln 6 und 7. In beiden Fällen ist die Zwei- Photon- Breite des behandelten Mesons bestimmt. Diese Messungen sind beide abhängig von weiteren Parametern, die im Rahmen der bisherigen Theorie nicht *a priori* festliegen.

Die  $\gamma\gamma$ -Breite des  $a_2$  ist zusammengesetzt aus zwei voneinander unabhängigen Anteilen, die durch verschiedene Polarisationsmoden der beteiligten Photonen zustande kommen.

Deshalb ist es notwendig, die relative Stärke der beiden Anteile gleichzeitig mitzubestimmen. Dies gelingt durch das Studium von Winkelkorrelationen bei den Zerfallsprodukten des  $a_2$ .

Die Beobachtung der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , über die in dieser Arbeit zum ersten Mal berichtet wird, gelingt durch den Nachweis der Anregung des Tensormesons  $f_2(1270)$  in der Zerfallskette  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Die Bestimmung der  $\gamma\gamma$ -Breite des  $\pi_2$  ist komplizierter als die des  $a_2$ , da hier Interferenzeffekte verschiedener Zerfallsmöglichkeiten des  $\pi_2$  in den  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustand zusätzliche Modellannahmen erfordern. Es werden drei verschiedene Modelle getestet und die Zwei-Photon-Breite, die sich mit ihnen ergibt, bestimmt. Die beste Beschreibung der Messungen wird durch eine Anpassungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate ermittelt. Sie liefert die  $\pi_2$ -Parameter Masse, Breite und Zwei-Photon-Breite.

Im letzten Kapitel findet der Leser eine Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse und Schlußfolgerungen aus dieser Analyse.



# Kapitel 2

## Theoretische Grundlagen

### 2.1 Qualitative Eigenschaften der $\gamma\gamma$ -Resonanzproduktion

#### Der $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt

Die  $\gamma\gamma$ -Produktion einer Mesonresonanz im  $e^+e^-$ -Experiment kann als zweistufiger Vorgang angesehen werden: a) die Emission je eines Photons von den beiden entgegenkommenden Leptonen und b) die inelastische  $\gamma\gamma$ -Reaktion mit dem Meson als Endprodukt. Werden beide Teilprozesse als unabhängig voneinander betrachtet, dann faktorisiert der Gesamtwirkungsquerschnitt in zwei Terme: einen Photon-Fluß-Faktor und den eigentlichen  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt. Die Erzeugung eines Mesons aus zwei (reellen) Photonen ist der zeitlich umgekehrte Prozeß zum Zerfall des Mesons in zwei Photonen. Beide Vorgänge werden daher durch die gleiche quantenmechanische Übergangsamplitude beschrieben. Es folgt also:

$$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow R) \propto \Gamma_{\gamma\gamma}^R \quad (2.1)$$

Der exakte Zusammenhang wird in Kap.2.7 angegeben. Die Energieverteilung der Photonen kann als ein Bremsstrahlungsspektrum angesehen werden [1]. Auf diese Weise gelangte Low [2] schon 1960 zu einer Formel, die den  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt mit der Strahlungsbreite einer schmalen Resonanz (des  $\pi^0$ ) verknüpfte.

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X} = 4\alpha^2 \left( \ln \left( \frac{E_{beam}}{m_e} \right) \right)^2 \cdot f \left( \frac{m_R^2}{4E_{beam}^2} \right) \cdot (2J+1) \frac{\frac{1}{2}\Gamma_{\gamma\gamma}}{m_R^3} \quad (2.2)$$

Hier bedeuten:  $\alpha$  = elektromagnetische Kopplungskonstante,  $E_{beam}$  = Strahlenergie,  $m_e$  = Masse des Elektrons,  $m_R$  = Masse der Mesonresonanz mit Spin  $J$ , und:

$$f(x) = \left[ \left(1 + \frac{x}{2}\right)^2 \ln \frac{1}{x} - (1-x)(3+x) \right] \quad (2.3)$$

Aus dieser Formel sind drei wichtige Eigenschaften ersichtlich:

- Der  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt ist proportional zur Zwei-Photon-Breite  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ .
- Die Erzeugung von Mesonen hoher Masse ist unterdrückt ( $\propto \frac{1}{m_R^3}$ ).

- Der Zwei-Photon-Wirkungsquerschnitt steigt logarithmisch mit der Strahlenergie.

In dieser Näherung unberücksichtigt sind Effekte der Polarisationsmoden der Photonen (reelle Photonen haben zwei transversale Polarisationszustände, virtuelle zusätzlich noch einen longitudinalen) und der Spinstellungen der erzeugten Resonanz. Weiterhin ist die Verknüpfung der Zwei-Photon-Breite mit dem  $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt komplizierter, wenn virtuelle Photonen in die Betrachtung mit einbezogen werden. Eine vollständige Beschreibung folgt.

### Welche Resonanzen können erzeugt werden?

Der Zwei-Photon-Anfangszustand besitzt eine Reihe von Eigenschaften, die die Menge der zugänglichen Mesonen stark einschränken. Eine Zusammenstellung dieser Auswahlregeln ist in [3] zu finden. Die wichtigsten Forderungen an den erzeugten Zustand sind:

- Positive Ladungskonjugation  $C = +1$
- Totale Neutralität (gemeint ist: alle additiven Quantenzahlen müssen null sein, dazu gehören elektrische Ladung, Strangeness, Bottomnes, Charme, Baryonenzahl etc.).

Die zugänglichen  $J^P$  - Eigenzustände folgen aus den sog. Yangschen Theoremen [4], die abgeleitet werden aus:

- Erhaltung der Ladungskonjugation
- Eichinvarianz
- Lorentzinvarianz
- Vertauschbarkeit identischer Teilchen (Bose-Symmetrie)
- Paritätserhaltung

Für den Grenzfall reeller Photonen (d.h. den *notag*-Fall) ergeben sich für die beiden möglichen Einstellungen der Photonpolarisationen weitere Einschränkungen (siehe dazu [5]). Eine Zusammenstellung der Spin- Parität- Eigenzustände, die an zwei Photonen koppeln können, ist in Tabelle 2.1 zu finden.

Allgemein(Yang)	$0^\pm, 2^\pm, 3^+, 4^\pm, 5^+, 6^\pm, 7^+ \dots$
<i>notag</i> Helizität 0	$0^\pm, 2^\pm, 4^\pm, \dots$
<i>notag</i> Helizität 2	$2^+, 3^+, 4^+, \dots$

Tabelle 2.1: In  $\gamma\gamma$ -Reaktionen zugängliche  $J^P$  - Eigenzustände.

## 2.2 Das Tensormeson $a_2(1320)$

Bei einer Masse von 1318 MeV befindet sich eine Mesonresonanz mit einer totalen Breite  $\Gamma = 110$  MeV. Dieses Teilchen, das zunächst  $A_2(1300)$  genannt wurde, hat einen Eigen Drehimpuls von  $2\hbar$  und besitzt positive Parität und Ladungskonjugation ( $J^{PC} = 2^{++}$ ). Das  $a_2$  wurde in vielen Messungen beobachtet. Folgende Verzweigungsverhältnisse wurden bestimmt [6]:

$a_2$ -Zerfall in	Verzweigungsverhältnis
$\rho\pi$	$(70.1 \pm 2.7) \cdot 10^{-2}$
$\eta\pi$	$(14.5 \pm 1.2) \cdot 10^{-2}$
$\omega\pi\pi$	$(10.6 \pm 3.2) \cdot 10^{-2}$
$K\bar{K}$	$(4.9 \pm 0.8) \cdot 10^{-2}$
$\eta'(958)\pi$	$< 2 \cdot 10^{-2}$
$\pi^+\pi^-\pi^0$	
$\pi^+\pi^-\pi^-$	$< 8 \cdot 10^{-2}$
$\pi^\pm\gamma$	$(2.7 \pm 0.6) \cdot 10^{-3}$
$\gamma\gamma$	$(8.2 \pm 1.0) \cdot 10^{-6}$

Die heutige Namensgebung folgt den spektroskopischen Bezeichnungen des Quarkmodells, in dem Isovektorzustände mit ungeraden Bahndrehimpulsquantenzahlen und parallelen Quarkspins mit  $a_J$  ( $J$ =Gesamtspin) bezeichnet werden. Die  $2^{++}$ -Mesonen der leichten Quarks (u,d,s) bilden ein SU(3)-Nonett und heißen Tensormesonen. Die beiden Isoskalare  $f_2$  und  $f'_2$  sind Gemische aus dem SU(3)-Oktett-Zustand  $f_8$  und dem SU(3)-Singlett  $f_1$ :

$$f_8 = \frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})$$

$$f_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})$$

Das Tensormeson-Nonett ist nahezu ideal gemischt, d.h. das  $f'_2$  besteht fast nur aus  $s\bar{s}$ .

Für die Zwei-Photon-Breite des  $a_2(1320)$  liegen schon mehrere Messungen vor [8,9,10,11,12,13,14]. Der Mittelwert der veröffentlichten Messungen beträgt<sup>1</sup>[14]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 0.95 \pm 0.12 \text{ keV} \quad (2.4)$$

<sup>1</sup>Unter der Annahme 100% Helizität 2-Erzeugung; Fehler quadratisch addiert;

Meson	Quarkinhalt	Anmerkung
$a_2(1320)$	$u\bar{d}, d\bar{u}, \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} - d\bar{d})$	Isovektor
$K_2^*(1430)$	$s\bar{u}, s\bar{d}, \bar{s}u, \bar{s}d$	Isodoublets
$f_2(1270)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$	Isoskalare
$f'_2(1515)$	$s\bar{s}$	

Tabelle 2.2: Die Tensormesonen der leichten Quarks.

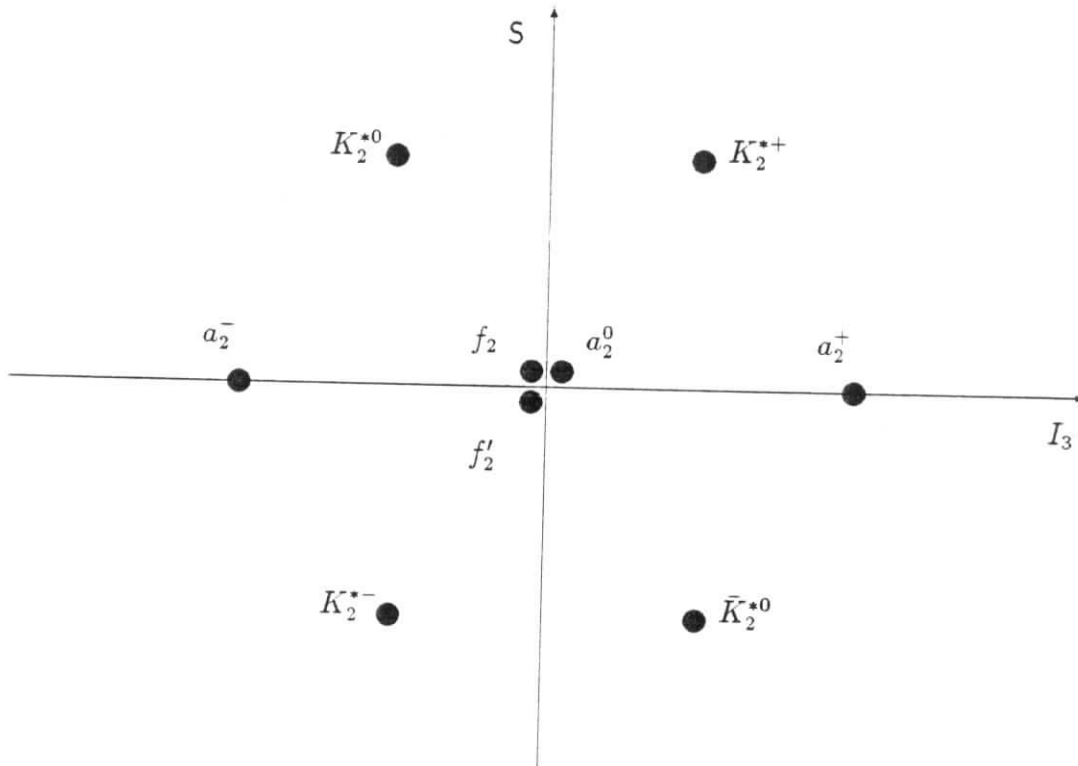


Abbildung 2.1: Das (u,d,s)-Tensormeson-Nonett

Ein Vergleich der  $\gamma\gamma$ -Kopplungen der Tensormesonen untereinander liefert wertvolle Hinweise über die elektrische Ladungsverteilung im Meson. Mit der Annahme von idealer Oktett-Singlett-Mischung und Nonettsymmetrie kommt man zur Vorhersage für die relative Stärke der  $\gamma\gamma$ -Kopplungen der Tensormesonen [7]:

$$g^2(a_2) : g^2(f_2) : g^2(f'_2) = 9 : 25 : 2 \quad (2.5)$$

Unter Nonettsymmetrie versteht man die Tatsache, daß die Quark-Wellenfunktionen für Oktett- und Singlettzustände gleich sind.

### 2.3 Das Pseudotensormeson $\pi_2(1670)$

Das  $\pi_2(1670)$  wurde 1965 entdeckt [15] und erhielt zunächst die Bezeichnung  $A_3(1680)$ . Seitdem wurde in verschiedenen Pion-Nukleon-Streuexperimenten bei der Drei-Pion-Erzeugung eine Überhöhung im  $f_2\pi$ -Massenspektrum im Bereich von 1680 MeV beobachtet. Aber erst 1978 konnte in Hochstatistik -Partialwellen -Analysen der Reaktion

$$\pi^- N \rightarrow \pi^\pm \pi^- \pi^+ N \quad (2.6)$$

zweifelsfrei das Resonanzverhalten der Amplitude mit  $J^P, L, M = 2^-, S, 0$  für  $f_2\pi$ -Produktion belegt werden [15]. Folgende Verzweigungsverhältnisse der einzelnen Zerfallsmoden wurden beobachtet:

$\pi_2$ -Zerfall in	Verzweigungsverhältnis (%)
$\rho\pi$	$53 \pm 5$
$f_2(1270)\pi$	$34 \pm 6$
$(\pi\pi\pi)_{S\text{-Welle}}$	$9 \pm 5$
$K^*\bar{K} + \bar{K}^*K$	$4 \pm 1.4$
$\eta\pi$	$< 10$
$5\pi$	$< 10$

Das Ergebnis aller Messungen [6] liefert für die Resonanzmasse 1665 MeV bei einer totalen Breite  $\Gamma$  von  $250 \pm 20$  MeV. Das  $\pi_2$  hat einen Gesamtdrehimpuls  $J$  von  $2\hbar$  bei unnatürlicher Parität und positiver Ladungskonjugation ( $J^{PC} = 2^{-+}$ ). Dies ermöglicht im Quarkmodell eine Interpretation als zweite Orbitalanregung ( $L = 2$ ) des gebundenen Quark-Antiquarksystems. Isovektorzustände mit antiparalleler Quarkspinausrichtung bekommen in dem heute üblichen Schema für die Namensgebung von Mesonen [6] die Bezeichnung  $\pi_J$ . Die Zwei-Photon-Anregung des zweiten in dieser Analyse untersuchten Zustands ist erst 1988 von der Crystal-Ball-Kollaboration [16] in der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow \pi_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$$

beobachtet worden. Dabei wurde erstmals der neutrale Zustand des Isotriplets  $\pi_2$  nachgewiesen. In dieser Arbeit wird erstmalig der geladene Endzustand in der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow \pi_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$$

für die Bestimmung der Strahlungsbreite ausgewertet. In dieser Reaktion kommt es zu Interferenzen zwischen den verschiedenen möglichen Zerfallsamplituden (über  $f_2(1270)$  oder über  $\rho(770)$ ), die beim Zerfall der geladenen  $\pi_2^\pm$  anders auftreten und in der Reaktion  $\pi_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$  überhaupt nicht vorkommen, da ein  $\pi_2^0$  Zerfall in  $\rho^0$  und  $\pi^0$  wegen Isospin-Erhaltung verboten ist. Von den übrigen Mitgliedern des  $2^-$ -Nonetts sind bisher nur die Strangeness enthaltenden Zustände  $K_2(1770)$  gefunden worden. Hinweise auf die Isoskalare (hypothetische  $\eta_2$  bzw.  $\eta_2'$ ), die in  $\gamma\gamma$ -Reaktionen zugänglich wären, fehlen bis heute.

## 2.4 Einführung in die Kinematik

In Abb.2.2 ist die Zwei-Photon-Reaktion schematisch dargestellt. Die beiden einlaufenden Leptonen werden durch ihre Vierervektoren  $p_1 = (E_1, \vec{p}_1)$  und  $p_2 = (E_2, \vec{p}_2)$  beschrieben. Die gestrichelten Größen beschreiben die auslaufenden Positronen bzw. Elektronen:

$$p_1' = (E_1', \vec{p}_1') \quad \text{und} \quad p_2' = (E_2', \vec{p}_2').$$

Jedes Lepton emittiert ein raumartiges Photon und überträgt so Energie und Impuls auf den hadronischen Endzustand  $X$ . Da die Energie- Impulsüberträge durch die beiden virtuellen Photonen nicht gleich sind, befindet sich der erzeugte hadronische Endzustand im Laborsystem in Bewegung (im Gegensatz zur Situation bei der Ein-Photon-Vernichtungsreaktion der

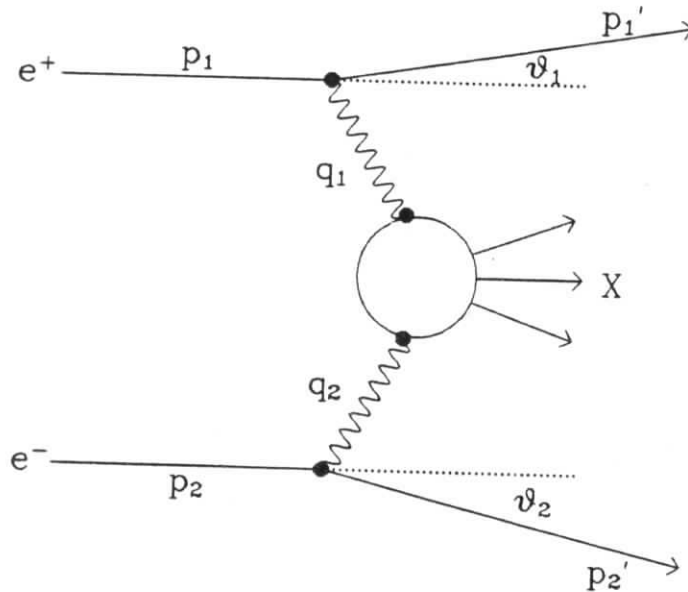


Abbildung 2.2: Zur Bezeichnung der kinematischen Variablen

Leptonen). Die invariante Masse des hadronischen Reaktionsprodukts der beiden Photonen wird mit  $W$  bezeichnet:  $W^2 = (q_1 + q_2)^2$ .

Die Leptonen setzen, nachdem sie einen Teil von Energie und Impuls verloren haben, ihren Flug in eine andere Richtung fort. Die Winkel zwischen ein- und auslaufenden Leptonen  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  sind wie die Viererimpulsüberträge  $q_1$  und  $q_2$  unabhängig voneinander. Es wird eingeführt:  $Q_i^2 \equiv -q_i^2$ . Es gilt die Einsteinsche Summenkonvention.

## 2.5 Der Zwei-Photon-Wirkungsquerschnitt

Der in Abbildung 2.2 dargestellte Prozeß läßt sich entsprechend der Feynmanregeln für die Wechselwirkung von Photonen mit Leptonen berechnen. Für die Beschreibung des Übergangs der beiden Photonen mit Viererimpuls  $q_i$  und Helizität  $\xi_i$  in einen beliebigen hadronischen Zustand  $X$

$$\gamma(q_1, \xi_1) + \gamma(q_2, \xi_2) \rightarrow X$$

wird das Matricelement  $A^{\alpha\beta}$  eingeführt. Damit ist die Amplitude für den Gesamtprozeß :

$$S = -e^2 \{ \bar{u}(p_1', s_1') \gamma^\mu u(p_1, s_1) \} \frac{g_{\mu\alpha}}{q_1^2} A^{\alpha\beta} \frac{g_{\beta\nu}}{q_2^2} \{ \bar{v}(p_2', s_2') \gamma^\nu v(p_2, s_2) \} \quad (2.7)$$

Mit dieser Amplitude läßt sich der  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt für alle möglichen Endzustände  $X$  in der üblichen Form angeben:

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - k)}{\text{einlaufender } e^+e^- \text{-Fluß}} \cdot |S|^2 dLips(X) \cdot dLips(e^+e^-) \quad (2.8)$$

Mit  $dLips(X)$  wird das lorentzinvariante Phasenraumelement des Endzustands  $X$  und mit  $dLips(e^+e^-)$  das der gestreuten Leptonen bezeichnet:

$$dLips(X) = \prod_j \frac{d^3k_j}{2E_j(2\pi)^3} \quad (2.9)$$

$$dLips(e^+e^-) = \frac{d^3p'_1 d^3p'_2}{4E'_1 E'_2 (2\pi)^6} \quad (2.10)$$

Die beim Ausmultiplizieren von  $|S|^2$  auftretenden Quadrate der leptonischen Übergangsströme  $j_i^\mu$ , die die  $ee\gamma$ - Vertices beschreiben, werden als Photon -Dichte -Matrizen definiert:

$$\rho_i^{\mu\mu'} = \frac{1}{q_i^2} j_i^\mu \bar{j}_i^{\mu'} \quad (2.11)$$

Es folgt für den differentiellen  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt :

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X} = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \rho_1^{\mu\mu'} \rho_2^{\nu\nu'} A_{\mu'\nu'}^* A_{\mu\nu} \quad (2.12)$$

$$\cdot \frac{(2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - k)}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \cdot dLips(X) dLips(e^+e^-) \quad (2.13)$$

Nach Integration über  $dLips(X)$  erhält man den Wirkungsquerschnitt differentiell nur in den Variablen der gestreuten Leptonen. Er enthält dann den *hadronischen Tensor*

$$W^{\mu'\nu',\mu\nu} = \frac{1}{2} \int A^{*\mu'\nu'} A^{\mu\nu} (2\pi)^4 \cdot \delta^4(q_1 + q_2 - k) dLips(X) , \quad (2.14)$$

der von der inelastischen Reaktion der beiden virtuellen Photonen bis zum Erreichen des Endzustands (hier:  $\pi^+\pi^-\pi^0$ ) die gesamten hadronischen Wechselwirkungen umfaßt. Der hadronische Tensor wird mit den Photon-Dichte-Matrizen kontrahiert; in der Summation tragen 256 Summanden zum Wirkungsquerschnitt bei. Ein wesentlich kürzeres Ergebnis, das eine einleuchtende physikalische Interpretation der Summanden erlaubt, ergibt sich, wenn man einen Basiswechsel in die Helizitätsbasis der beteiligten  $\gamma$ -Quanten vornimmt. In dieser Basis genügen drei Indizes  $a, b = (+ - 0)$  für die drei möglichen Spinprojektionen des virtuellen Photons bezüglich einer Quantisierungsachse (der Ausbreitungsrichtung), die als transversale Polarisation  $T$  ( $a, b = +- für rechts- bzw. linksdrehend) und longitudinale Polarisation  $L$  ( $a, b = 0$ ) bekannt sind. Der Übergang in die Helizitätsbasis ist definiert durch:$

$$A_{ab} = A_{\mu\nu} \varepsilon_{1a}^\mu \varepsilon_{2b}^\nu \quad (2.15)$$

und damit

$$W^{ab,a'b'} = \frac{1}{2} \int A^{*a'b'} A^{ab} \cdot \delta^4(q_1 + q_2 - k) dLips(X) \quad (2.16)$$

Die  $\varepsilon_{ia}^\mu$  sind die Polarisationsvektoren der Photonen, sie sind in Kapitel 2.9 explizit angegeben.

Unter Ausnutzung von Zeitumkehr-, Lorentz- und Eichinvarianz, und nachdem die beiden transversalen Polarisationszustände  $+, -$  zusammenfassend mit  $T$  bezeichnet wurden, erhält man acht unabhängige Komponenten des hadronischen Tensors:

$$\begin{aligned}
W_{TT} &= \frac{1}{2}(W_{++,++} + W_{+,-,+}) = 2\sqrt{X}\sigma_{TT} \\
W_{TL} &= W_{+0,+0} = 2\sqrt{X}\sigma_{TL} \\
W_{LT} &= W_{0+,0+} = 2\sqrt{X}\sigma_{LT} \\
W_{LL} &= W_{00,00} = 2\sqrt{X}\sigma_{LL} \\
W_{TT}^\tau &= W_{+,-,-} = 2\sqrt{X}\tau_{TT} \\
W_{TL}^\tau &= \frac{1}{2}(W_{++,00} + W_{0+,-0}) = 2\sqrt{X}\tau_{TL} \\
W_{TT}^a &= \frac{1}{2}(W_{++,++} - W_{+,-,+}) = 2\sqrt{X}\tau_{TT}^a \\
W_{TL}^a &= \frac{1}{2}(W_{++,00} - W_{0+,-0}) = 2\sqrt{X}\tau_{TL}^a
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$X$  bezeichnet hier den Möllerschen Flußfaktor:

$$\begin{aligned}
X &= (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2 \\
&= W^2 \cdot k_\gamma^{*2}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Im Fall reeller Photonen ist der Photonimpuls  $k^*$  im  $\gamma\gamma$ -Schwerpunktssystem gerade die Hälfte der Gesamtenergie  $W$ , weil die  $\gamma$ -Quanten keine Ruhemasse haben. Der vollständige, nach den Helizitätszuständen der beteiligten Photonen entwickelte, und über  $dLips(X)$  integrierte differentielle Wirkungsquerschnitt lautet:

$$\begin{aligned}
d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X} &= \frac{\alpha^2}{32\pi^4 Q_1^2 Q_2^2 E_{beam}^2} \sqrt{X} \cdot \\
&\cdot (4\rho_1^{++}\rho_2^{++}\sigma_{TT} + 2|\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}|\tau_{TT} \cos 2\bar{\varphi} + 2\rho_1^{++}\rho_2^{00}\sigma_{TL} \\
&+ 2\rho_1^{00}\rho_2^{++}\sigma_{LT} + \rho_1^{00}\rho_2^{00}\sigma_{LL} - 8|\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}|\tau_{TL} \cos \bar{\varphi} \\
&+ C_{TT} \cdot \tau_{TT}^a + C_{TL} \cdot \tau_{TL}^a) \cdot \frac{d^3 p'_1}{E'_1} \frac{d^3 p'_2}{E'_2}
\end{aligned} \tag{2.19}$$

Diese Beziehung wird oft als die Budnev-Formel [21] bezeichnet.

Die  $\sigma_{ij}$  ( $i, j = L, T$ ) sind die Wirkungsquerschnitte für den  $\gamma\gamma$ -Subprozeß, aufgegliedert nach transversalem bzw. longitudinalem Polarisationszustand des ersten und des zweiten Photons. Die  $\tau_{ij}$  sind Interferenzterme, die dann wichtig werden, wenn der Azimutwinkel  $\bar{\varphi}$  zwischen den Leptonstrebeneben gemessen wird. Die  $\tau^a$ -Terme sind nur von null verschieden, wenn die  $e^+e^-$ -Strahlen polarisiert sind (dies war bei PETRA nicht der Fall). In dieser Analyse werden nur *notag*-Daten ausgewertet, bei denen die Impulsüberträge der einzelnen Photonen klein sind. Dann können die Photonen als quasi-reell angesehen werden, was zur Folge hat, daß alle Terme mit dem Index  $L$  für longitudinale Polarisation, die bei reellen Photonen nicht möglich ist, wegfallen. Da im *antitag*-Fall keine Information über die Ebenen der gestreuten Leptonen verfügbar ist, können die Interferenzterme  $\tau$  vernachlässigt werden. Für die Beschreibung von *notag*-Reaktionen ist also nur der  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{TT}$  transversal polarisierter  $\gamma$ -Quanten wichtig. Er wird in den folgenden Abschnitten erläutert.

## 2.6 Der Hadronische Tensor für die Resonanzanregung

Der  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt für den *notag*-Fall

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \cdot (W_{++,++} + W_{+,-,+}) \tag{2.20}$$



enthält je einen hadronischen Tensor für Resonanzproduktion (und Zerfall) aus zwei transversal polarisierten Photonen, deren Gesamthelizität ( $= J_Z$ ) null bzw. zwei ergibt. Die Bestimmung der relativen Helizitätsanteile an der  $a_2$ -Produktion ist eines der Vorhaben dieser Untersuchung. Die Wahrscheinlichkeitsamplitude für Erzeugung und Zerfall einer einzelnen Mesonresonanz R lautet:

$$A_{ab} = \underbrace{M_{ab}}_{\text{Erzeugungsamplitude}} \cdot \underbrace{\delta_{a-b}^{J_z} \delta_{J_f}^{J_R}}_{\text{Drehimpulserhaltung}} \cdot \underbrace{\frac{1}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R}}_{\text{Propagatorterm (Breit-Wigner)}} \cdot \underbrace{D_{R \rightarrow f}^{J_z}}_{\text{Zerfallsamplitude}} \quad (2.21)$$

Der hadronische Tensor ergibt sich zu:

$$W_{abab} = \frac{1}{2} \int \left| \frac{M_{ab}^{J_z=a-b} \cdot D^{J_z}}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} \right|^2 dLips(X) \quad (2.22)$$

Da die Erzeugungsamplitude nicht von den Endzustandsvariablen abhängig ist, gilt:

$$W_{abab} = \frac{1}{2} |M_{ab}|^2 \cdot \int \left| \frac{D^{J_z}}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} \right|^2 dLips(X) \quad (2.23)$$

und weil die Kopplungsstärke unabhängig von der Spinausrichtung  $J_Z$  ist, kann man beide ( $J_Z = 0, \pm 2$ ) zusammenfassen.

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \cdot \frac{1}{2} (|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2) \cdot \int \left| \frac{D}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} \right|^2 dLips(X) \quad (2.24)$$

## 2.7 Die Zwei-Photon-Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$

Der Zerfall eines Mesons mit Spin  $J$  und Magnetquantenzahl  $J_Z$  in zwei reelle Photonen wird gemäß der goldenen Regel (siehe z.B. [17]) beschrieben:

$$d\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z} = \frac{1}{2m_R} \sum_{a,b} \delta_{a-b}^{J_Z} |M_{ab}|^2 dLIPS(\gamma\gamma) \quad (2.25)$$

Die Summation ist über alle Polarisationsmoden der freien Photonen ( $a, b = +, -$ ) auszuführen. Der Zwei-Teilchen-Phasenraum ist [6]:

$$dLips(x_1 x_2) = \frac{1}{(4\pi)^2} \cdot \frac{k^*}{W} d\Omega \quad (2.26)$$

Da zwei reelle  $\gamma$ -Quanten ununterscheidbare Teilchen ohne Ruhemasse sind, folgt:

$$\begin{aligned} dLips(\gamma\gamma) &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(4\pi)^2} \cdot \frac{k^*}{W} d\Omega \\ &= \frac{1}{64\pi^2} d\Omega \end{aligned} \quad (2.27)$$

Die Breite für einen Polarisationszustand  $J_Z$  erhält man durch Integration über den Phasenraum:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z} = \frac{1}{2m_R} \cdot \frac{1}{16\pi} \cdot \sum_{a,b} \delta_{a-b}^{J_Z} |M_{ab}|^2 \quad (2.28)$$

Die totale  $\gamma\gamma$ -Breite ergibt sich durch Mittelung über alle Spinstellungen:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{32\pi(2J+1) \cdot m_R} \sum_{a,b=+,-} |M_{ab}|^2. \quad (2.29)$$

Da  $J_Z = \pm 1$ -Zustände nicht an zwei freie Photonen koppeln:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=+1} = \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=-1} = 0, \quad (2.30)$$

tragen im Fall  $J = 2$  nur die partiellen Breiten

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=0} &= \frac{1}{32\pi m_R} \cdot (|M_{++}|^2 + |M_{--}|^2) \\ \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=+2} &= \frac{1}{32\pi m_R} \cdot |M_{+-}|^2 \\ \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=-2} &= \frac{1}{32\pi m_R} \cdot |M_{-+}|^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

zur Mittelung bei. Wegen  $|M_{++}|^2 = |M_{--}|^2$  und  $|M_{+-}|^2 = |M_{-+}|^2$  faßt man die Summanden bei der Spinmittelung in zwei Terme entsprechend den Helizitäten 0 und  $\pm 2$  zusammen:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} \quad (2.32)$$

mit

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} = \frac{1}{5} \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=0} = \frac{1}{80\pi m_R} \cdot |M_{++}|^2 \quad (2.33)$$

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} = \frac{1}{5} (\Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=+2} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{J_Z=-2}) = \frac{1}{80\pi m_R} \cdot |M_{+-}|^2 \quad (2.34)$$

Ein Vergleich mit Gleichung 2.24 liefert für den  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt für Spin-2-Resonanzproduktion im Grenzfall reeller  $\gamma$ -Quanten:

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \cdot 40\pi m_R \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \int \left| \frac{D}{W^2 - m_R^2 + im\Gamma_R} \right|^2 dLips(X) \quad (2.35)$$

## 2.8 Die Erzeugungsamplitude

Die Kopplung von Hadronen an die elektromagnetische Kraft wird durch Matrixelemente, deren Form durch Ausnutzung von Symmetrieprinzipien und die Regeln der QED festliegt, und die Angabe einer Kopplungsstärke beschrieben. Da bisher keine leicht handhabbare, quantitativ aussagekräftige Theorie der inneren Struktur der Hadronen zur Verfügung steht, kann die Kopplung nicht aus ersten Prinzipien abgeleitet werden, sondern wird als freier (d.h. nur experimentell zugänglicher) Parameter, als sog. Formfaktor eingeführt.

### Die Formfaktoren nach Poppe

In der Formfaktordefinition von Poppe [5] sind die Erzeugungsamplituden nach Helizitätszuständen der beteiligten  $\gamma$ -Quanten entwickelt und können daher innerhalb des Budnev et al.-Formalismus benutzt werden. Sie lauten für die  $\gamma\gamma$ -Kopplung an  $J^P = 2^+$ -Zustände:

$$\begin{aligned}
 M_{++} &= F_{TT0}(Q_1^2, Q_2^2) \cdot \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{X}{W^2} \\
 M_{+-} &= F_{TT2}(Q_1^2, Q_2^2) \\
 M_{0+} &= \left( F_{TL}(Q_1^2, Q_2^2) - (Q_1^2 - Q_2^2) F'_{TL}(Q_1^2, Q_2^2) \right) \cdot (-\sqrt{2}) \frac{\sqrt{Q_1^2} X}{q_1 q_2 W} \\
 M_{00} &= F_{LL}(Q_1^2, Q_2^2) \cdot \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{\sqrt{Q_1^2 Q_2^2} X}{q_1 q_2 W^2}
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Im Fall der  $J^P = 2^-$ -Zustände sind sie:

$$\begin{aligned}
 M_{++} &= F_{TT0}(Q_1^2, Q_2^2) \cdot \left( -\frac{4}{\sqrt{6}} \sqrt{X} \right) \\
 M_{+-} &= F_{TT2}(Q_1^2, Q_2^2) \cdot 2(Q_2^2 - Q_1^2) \cdot \sqrt{X} \\
 M_{0+} &= \left( F_{TL}(Q_1^2, Q_2^2) - (Q_1^2 - Q_2^2) F'_{TL}(Q_1^2, Q_2^2) \right) \cdot (-\sqrt{2}) \frac{\sqrt{Q_1^2} \sqrt{X}}{q_1 q_2 W} \\
 M_{00} &= 0
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

Die übrigen Terme können mit den folgenden Regeln für die verschiedenen  $J^P$ -Zustände gebildet werden. Für Zustände natürlicher Parität ( $J^P = 0^+, 1^-, 2^+ \dots$ ) gilt:

$$M_{a,b} = M_{-a,-b} \tag{2.38}$$

Bei unnatürlicher Parität ( $J^P = 0^-, 1^+, 2^- \dots$ ) hat man:

$$M_{a,b} = -M_{-a,-b} \tag{2.39}$$

Für alle  $J^P$  gilt die Vertauschungsregel:

$$M_{ab} = (-1)^{J-a+b} M_{ba} \quad \text{mit } Q_1^2 \leftrightarrow Q_2^2 \tag{2.40}$$

Die Formfaktoren  $F$  sind Funktionen der Viererimpulsüberträge der Photonen, eine mögliche Abhängigkeit vom dritten Lorentzskalar  $W$  wird nicht berücksichtigt. Feindt hat darauf hingewiesen [18], daß die Annahme eines in  $W$  konstanten Formfaktors  $F_{TT0}$  bei der Licht-an-Licht-Streuung  $\gamma\gamma \rightarrow T \rightarrow \gamma\gamma$  über ein Tensormeson für die Helizität-0-Amplitude zur Unitaritätsverletzung im Grenzfall  $W \rightarrow \infty$  führt. In einem rein phänomenologischen Ansatz [18] wird daher eine  $W$ -Abhängigkeit der entsprechenden Formfaktoren eingeführt:

$$F(W, Q_1^2, Q_2^2) = F(m, Q_1^2, Q_2^2) \cdot \sqrt{\frac{1 + aM^4}{1 + aW^4}} \tag{2.41}$$

Dies hat zur Folge, daß das Verhalten der Amplitude im  $W$ -Bereich bei der Resonanz unverändert bleibt ( $\propto W^2$ ), aber der  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt bei  $W$ -Werten weit oberhalb der Resonanz gegen einen konstanten Wert geht.

Die Analyse einer *notag*-Reaktion basiert auf der Annahme quasi-reeller Photonen (d.h.:  $Q_1^2 \rightarrow 0, Q_2^2 \rightarrow 0$ ). Die Abstrahlung freier  $\gamma$ -Quanten von freien Elektronen, also der Zerfall  $e \rightarrow e\gamma$ , ist aber wegen Viererimpulserhaltung verboten, so daß die Photonen nie wirklich auf der Massenschale liegen können. Deshalb ist es nötig, ein Modell für die  $Q^2$ -Abhängigkeit einzuführen. Die Vektordominanz-Modelle (VDM) gehen von der Annahme aus, daß die hadronischen Reaktionen der virtuellen  $\gamma$ -Quanten über einen zweistufigen Prozeß verlaufen: Zunächst fluktuiert das Photon in ein Meson, das dann die eigentliche hadronische Reaktion dominiert. Damit die Fluktuation möglich wird, müssen die Quantenzahlen von Photon und Meson übereinstimmen. Daher kommen nur die Vektormesonen mit  $J^{PC} = 1^{--}$  in Frage (z.B.  $\rho(770), \omega(780), \varphi(1020)$ ). Der VDM-Ansatz führt zu folgender Relation zwischen den Amplituden für einen  $\gamma\gamma$ -Stoß und einen hadronischen Übergang zweier Vektormesonen [5].

$$M(\gamma\gamma \rightarrow X) = \sum_{i,j} \left( \frac{e^2}{f_i f_j} \right) \cdot \frac{m_{v_i}}{m_{v_i}^2 - q_i^2} \cdot \frac{m_{v_j}}{m_{v_j}^2 - q_j^2} \cdot M(v_i v_j \rightarrow X) \quad (2.42)$$

Die Summation erstreckt sich über alle Vektormesonen  $v_i$ . Der Faktor  $\frac{e}{f}$  ist die Kopplungsstärke des Photons an das Vektormeson. Die Annahme, daß hauptsächlich die leichten  $\rho^0(770)$ -Mesonen beitragen, führt zu folgender VDM-Parametrisierung des Formfaktors:

$$F(Q_1^2, Q_2^2) = F(0, 0) \cdot f(Q_1^2, Q_2^2) \quad (2.43)$$

mit

$$f(Q_1^2, Q_2^2) = \frac{1}{(1 + Q_1^2/m_\rho^2)(1 + Q_2^2/m_\rho^2)} \quad (2.44)$$

Der  $\rho$ -Pol-Formfaktor steht in Einklang mit Messungen der  $Q^2$ -Abhängigkeit der  $\gamma\gamma$ -Kopplung in *single tag*-Analysen z.B. [19,20]

### $\gamma\gamma$ -Erzeugung von $2^+$ - und $2^-$ -Resonanzen

Für den *notag*-Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{TT}$  tragen die Matrixelemente mit longitudinal polarisierten Photonen nicht bei; die vollständige Erzeugungsamplitude unter Berücksichtigung der  $Q^2$ - und  $W$ - Abhängigkeit der Formfaktoren für ein Tensormeson lautet:

$$\begin{aligned} (|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2) &= \frac{2}{3} W^4 F_{TT0}^2(m_R, 0, 0) \cdot \frac{1 + am_R^4}{1 + aW^4} \cdot f^2(Q_1^2, Q_2^2) \\ &+ F_{TT2}^2(m_R, 0, 0) \cdot f^2(Q_1^2, Q_2^2) \end{aligned} \quad (2.45)$$

Da der Helizität-2-Anteil bei der  $\gamma\gamma$ -Anregung von  $2^-$ -Zuständen proportional zu  $(q_1^2 - q_2^2)$  ist, verschwinden im Grenzfall  $q^2 \rightarrow 0$  nicht nur alle Beiträge longitudinal polarisierter Photonen, sondern auch  $M_{+-}$  geht gegen null, so daß gilt:

$$\begin{aligned} (|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2) &= |M_{++}|^2 \\ &= \frac{2}{3} W^4 F_{TT0}^2(m_R, 0, 0) \cdot \frac{1 + am_R^4}{1 + aW^4} \cdot f^2(Q_1^2, Q_2^2) \end{aligned} \quad (2.46)$$

## 2.9 Die Zerfallsamplitude

### Zweikörperzerfälle von Mesonen

Viele Mesonzerfälle in Drei-Teilchen-Endzustände verlaufen über einen zweistufigen Zerfallsvorgang über eine Zwischenresonanz  $R$  mit Spin und Parität  $J_R^P$  (z.B. über ein  $\rho(770)$ ):

$$I \rightarrow R + F, R \rightarrow F_1 + F_2 \quad (2.47)$$

Da bisher die Berechnung der Matrixelemente für starke Hadronzerfälle innerhalb der Theorie der Quarks (Quantenchromodynamik QCD) nicht möglich ist, beschreibt man solche Übergänge i.A. mit Hilfe von Tensoren, die aus möglichst einfachen Operatoren für die Vierervektoren  $P^\mu$  der beteiligten Teilchen bestehen, die mit einer Kopplungsstärke  $g$  multipliziert werden. Sie müssen dabei Lorentzinvarianz, Paritäts- und Drehimpulserhaltung und evtl. Bosesymmetrie am hadronischen Zerfallsvertex gewährleisten.

$$g \cdot D(J^P \rightarrow J_1^P J_2^P) = g \cdot E^{\alpha_1 \dots} T_{\alpha_1 \dots \beta_1 \dots \gamma_1 \dots} E_1^{*\beta_1 \dots} E_2^{*\gamma_1 \dots} \quad (2.48)$$

Das Ausgangsteilchen und die beiden Zerfallsprodukte werden durch Polarisationsensoren (Spin 0  $\rightarrow$  Skalar, Spin 1  $\rightarrow$  Vektor, Spin 2  $\rightarrow$  Tensor) dargestellt. Das vollständige Matrixelement erhält man, indem man die Polarisationsensoren  $E, E_1, E_2$  mit dem kovarianten Übergangstensor  $T$  für die Übergänge  $J^P \rightarrow J_1^P J_2^P$  kontrahiert. Polarisations- und Übergangstensoren für verschiedene Spin-Parität-Kombinationen sind bei Poppe [5], Anhang D, tabelliert. Die Stärke der Kopplung wird auch hier wie bei der Photon-Hadron-Wechselwirkung als Formfaktor (hier  $g$ ) angegeben. In vielen Fällen gibt es nur einen eindeutig definierten Tensor, so daß eine Kopplungskonstante  $g$  die Größe der Amplitude festlegt. Manchmal sind jedoch mehrere Tensoren erlaubt, dann wird der ausgewählt, der dem niedrigsten übertragenen Bahndrehimpuls entspricht.  $g$  kann bestimmt werden aus Messungen der totalen Breite  $\Gamma_R$  des Mesons und des Verzweigungsverhältnisses  $B(R \rightarrow \text{final})$  in den beobachteten Endzustand (engl.: final=End-), denn es gilt:

$$\Gamma_R \cdot B(R \rightarrow \text{final}) = \frac{1}{2m_R} \int |g \cdot D(J^P \rightarrow J_1^P J_2^P)|^2 dLips(\text{final}) \quad (2.49)$$

### Kettenzerfälle über Zwischenresonanzen

Die Beschreibung eines Dreikörperzerfalls als Folge von Zweikörperzerfällen, bei denen zunächst eine Zwischenresonanz  $R$  gebildet wird, liefert für die zugehörige partielle Zerfallsbreite (für je eine Spinanstellung von  $I$ ):

$$\Gamma_I \cdot B(I \rightarrow FF_1F_2) = \frac{1}{2m_I} \int \left| \sum_{J_z(R)} \frac{D_{J_z(R)}^{J_z(I)}(I \rightarrow RF) \cdot D_{J_z(R)}^{J_z(R)}(R \rightarrow F_1F_2)}{P_R^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} \right|^2 dLips(FF_1F_2) \quad (2.50)$$

Glücklicherweise läßt sich die in Gl.2.50 enthaltene Summation

$$\sum_{J_R} \dots E_{J_z(R)}^{\beta_1 \beta_2} \cdot E_{J_z(R)}^{*\gamma_1 \gamma_2} \dots \quad (2.51)$$

über das Produkt der die Zwischenresonanz beschreibenden Polarisationsensoren für alle möglichen Spinstellungen als kovarianter Tensor ausdrücken. Für ( $J = 1$ ) gilt:

$$s^{\beta\gamma} \equiv -g^{\beta\gamma} + \frac{P_R^\beta P_R^\gamma}{P_R^2} \quad (2.52)$$

Für fünf Spinstellungen ( $J = 2$ ):

$$\frac{1}{2} \left( s^{\beta_1\gamma_1} s^{\beta_2\gamma_2} + s^{\beta_1\gamma_2} s^{\beta_2\gamma_1} \right) - \frac{1}{3} s^{\beta_1\beta_2} s^{\gamma_1\gamma_2} \quad (2.53)$$

Diese Summationstensoren  $s$  werden an Stelle der Summation eingeschoben.

### Impuls- und energieabhängige Zerfallsbreiten

Bei relativ langlebigen Mesonresonanzen mit einer kleinen Gesamtbreite  $\Gamma_R$  finden die Zerfälle fast alle bei derselben Energie  $W \approx m_R$  statt, deshalb kann eine Variation des Zerfallsmatrixelements mit  $W$  und also mit dem Impuls  $k^*$  der Zerfallsprodukte im Schwerpunktsystem vernachlässigt werden. Bei breiten Resonanzen (über ca. 50 MeV) hingegen machen sich der mit  $W$  größer werdende Zerfallsphasenraum und die  $W$ -Abhängigkeit der Übergangstensoren  $T$  bemerkbar, und man kann die energieabhängige Breite eines Zerfalls in zwei stabile Teilchen angeben:

$$\Gamma(W) = \Gamma_0 \cdot \left( \left| \frac{k^*(W)}{k^*(m_R)} \right| \right)^{2L+1} \cdot \frac{m_R}{W} \quad (2.54)$$

$\Gamma_0$  steht hier für die nominelle Breite, die als für  $W = m_R$  gültig angesehen wird, und  $L$  gibt den beim Zerfall auf die Endprodukte übertragenen relativen Bahndrehimpuls an.

Während diese  $W$ -Abhängigkeit sich rein formal innerhalb des bisherigen Rahmens der Darstellung von Spin-Paritätserhaltung an einem einzigen punktförmigen Vertex ergibt, können darüber hinausgehende Abweichungen davon als Ausdruck der Impulsabhängigkeit der physikalischen Kopplungsstärke am hadronischen Vertex, die die endliche Ausdehnung der Mesonen widerspiegeln, verstanden werden. In einem nichtrelativistischen Ansatz von Blatt und Weisskopf [22], der von einem konstanten homogenen Kugelpotential der hadronischen Wechselwirkung ausgeht, werden impulsabhängige Formfaktoren hergeleitet. Sie sorgen für eine Dämpfung der Wirkungsquerschnitte bei hohen Energien. Ihre Form hängt vom beim Zerfall übertragenen Drehimpuls  $L$  ab:

$$\begin{aligned} f_{bw}^2(L=0) &\propto \xi \\ f_{bw}^2(L=1) &\propto \frac{\xi}{k^{*2}} \frac{(k^*r)^2}{1 + (k^*r)^2} \\ f_{bw}^2(L=2) &\propto \frac{\xi}{k^{*4}} \frac{(k^*r)^4}{9 + 3(k^*r)^2 + (k^*r)^4} \end{aligned} \quad (2.55)$$

Der Faktor  $\xi$  ist  $\frac{m_R^2}{W^2}$ , falls die Zerfallsamplitude den total antisymmetrischen Tensor  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  enthält und sonst gleich 1.

### Vollständige Beschreibung des Zerfalls $a_2 \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Das Zerfallsmatrixelement für den Zerfall  $a_2$  ( $J^P = 2^+$ ) in  $\rho$  ( $J^P = 1^-$ ) und  $\pi$  ( $J^P = 0^-$ ) lautet:

$$D^{Jz}(a_2 \rightarrow \rho\pi) = \mathcal{E}_{Jz(a_2)}^{\beta_1\beta_2} \cdot \varepsilon_{\mu\nu\alpha_1\beta_1} P^\mu(a_2) P^\nu(\rho) (P(\pi) - P(\rho))_{\beta_2} \cdot \varepsilon_{Jz(\rho)}^{\alpha_1} \quad (2.56)$$

Der total antisymmetrische Tensor  $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$  wird hier mit  $\varepsilon_{1234} = +1$  eingeführt. Der Zerfall  $\rho^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0$  wird beschrieben durch:

$$\varepsilon_{Jz(\rho)}^\alpha \cdot (P(\pi^\pm) - P(\pi^0))_\alpha \quad (2.57)$$

Die verschiedenen Polarisationszustände des Vektormesons  $\rho$  werden mittels der Polarisationsvektoren im Ruhesystem (vergl.[23]) angegeben:

$$\varepsilon_{Jz=+1}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \varepsilon_{Jz=0}^\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \varepsilon_{Jz=-1}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

Die Polarisationsensoren zur Beschreibung der Spinzustände  $J = 2$  lassen sich aus diesen konstruieren.

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{Jz=\pm 2}^{\mu\nu} &= \varepsilon_\mu(\pm 1)\varepsilon_\nu(\pm 1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & i & 0 \\ 0 & i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \mathcal{E}_{Jz=\pm 1}^{\mu\nu} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\varepsilon_\mu(\pm 1)\varepsilon_\nu(0) + \varepsilon_\mu(0)\varepsilon_\nu(\pm 1)) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & -1 & -i & 0 \end{pmatrix} \\ \mathcal{E}_{Jz=0}^{\mu\nu} &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2\varepsilon_\mu(0)\varepsilon_\nu(0) + \varepsilon_\mu(1)\varepsilon_\nu(-1) + \varepsilon_\mu(-1)\varepsilon_\nu(1)) = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Die Gesamtamplitude für den Kettenzerfall lautet nach Summation über die möglichen Spinstellungen des  $\rho$ :

$$D^{Jz} = \mathcal{E}_{Jz}^{\beta_1\beta_2} \cdot \varepsilon_{\mu\nu\alpha_1\beta_1} P^\mu(a_2) P^\nu(\rho) (P(\pi) - P(\rho))_{\beta_2} \cdot \frac{(P(\pi^+) - P(\pi^0))^{\alpha_1}}{P^2(\rho) - m_\rho^2 + im_\rho\Gamma_\rho} \quad (2.60)$$

hier ist die folgende Beziehung benutzt worden:

$$s^{\alpha_1\alpha_2} \cdot (P_1 - P_2)_{\alpha_2} \simeq (P_1 - P_2)^{\alpha_1} \quad (2.61)$$

Sie gilt exakt, wenn die Ruhemassen  $m_1$  und  $m_2$  gleich sind. Der Massenunterschied zwischen  $\pi^\pm$  und  $\pi^0$  wird hier also als vernachlässigbar klein angesehen.

### Vollständige Beschreibung des Zerfalls $\pi_2 \rightarrow \rho\pi \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Die Helizitätsamplitude für den Übergang  $\pi_2 \rightarrow \rho\pi$  lautet:

$$D^{J_z}(a_2 \rightarrow \rho^+\pi^-) = \mathcal{E}_{J_z(a_2)}^{\beta_1\beta_2} \cdot A_{\beta_1\gamma}(\pi_2, \rho^+) \left( p(\pi^-) - p(\rho^+) \right)_{\beta_2} \varepsilon_{J_z(\rho)}^{*\gamma} \quad (2.62)$$

Die Größe  $A$  kennzeichnet den folgenden "Helizitäts-Vernichtungs-Tensor":

$$A_{\alpha\beta}(P_i, P_j) \equiv g_{\alpha\beta} - \frac{P_{i\alpha}P_{j\beta}}{P_i P_j - \sqrt{P_i^2 P_j^2}} \quad (2.63)$$

Der Zerfall des  $\rho$  wird wie oben beschrieben. Die Gesamtamplitude für den Kettenzerfall lautet schließlich:

$$D^{J_z} = \mathcal{E}_{J_z}^{\beta_1\beta_2} \cdot A_{\beta_1\gamma}(\pi_2, \rho^+) \left( P(\pi^-) - P(\rho^+) \right)_{\beta_2} \cdot \left( P(\pi^+) - P(\pi^0) \right)^\gamma \quad (2.64)$$

### Vollständige Beschreibung des Zerfalls $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

Die Amplitude für die erste Stufe in diesem Kettenzerfall  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0$ , unter Vernachlässigung von  $L = 2$ -Anteilen, ist (das  $f_2$  hat  $J^P = 2^+$ ):

$$D^{J_z} = \mathcal{E}_{J_z}^{\beta_1\beta_2} \cdot A_{\beta_1\gamma_1}(\pi_2, f_2) \cdot A_{\beta_2\gamma_2}(\pi_2, f_2) \cdot \mathcal{E}_{J_z(f_2)}^{*\gamma_1\gamma_2} \quad (2.65)$$

Der  $2^+ \rightarrow 0^-0^-$ -Zerfall des  $f_2(1270)$  in zwei Pionen folgt dem Matrixelement:

$$D^{J_z} = \mathcal{E}_{J_z}^{\alpha_1\alpha_2} \cdot \left( P(\pi^+) - P(\pi^-) \right)_{\alpha_1} \cdot \left( P(\pi^+) - P(\pi^-) \right)_{\alpha_2} \quad (2.66)$$

Die Gesamtamplitude inklusive Summation über die fünf möglichen Spinstellungen des  $f_2$  lautet :

$$\begin{aligned} D^{J_z} &= \mathcal{E}_{J_z}^{\beta_1\beta_2} \cdot A_{\beta_1\gamma_1}(\pi_2, f_2) \cdot A_{\beta_2\gamma_2}(\pi_2, f_2) \cdot \\ &\left[ \frac{1}{2} \left( s^{\beta_1\gamma_1} s^{\beta_2\gamma_2} + s^{\beta_1\gamma_2} s^{\beta_2\gamma_1} \right) - \frac{1}{3} s^{\beta_1\beta_2} s^{\gamma_1\gamma_2} \right] \cdot \\ &\left( P(\pi^+) - P(\pi^-) \right)_{\alpha_1} \cdot \left( P(\pi^+) - P(\pi^-) \right)_{\alpha_2} \end{aligned} \quad (2.67)$$

dies läßt sich vereinfachen zu (siehe Gleichung 2.61):

$$D^{J_z} = \mathcal{E}_{J_z}^{\beta_1\beta_2} \cdot A_{\beta_1\gamma_1}(\pi_2, f_2) \cdot A_{\beta_2\gamma_2}(\pi_2, f_2) \cdot \left[ \left( P(\pi^+) - P(\pi^-) \right)^{\gamma_1} \cdot \left( P(\pi^+) - P(\pi^-) \right)^{\gamma_2} + \frac{1}{3} s^{\gamma_1\gamma_2} \cdot m_\Delta^2 \right] \quad (2.68)$$

mit:

$$m_\Delta^2 = \left( p(\pi^+) - p(\pi^-) \right)_\alpha \left( p(\pi^+) - p(\pi^-) \right)^\alpha \quad (2.69)$$



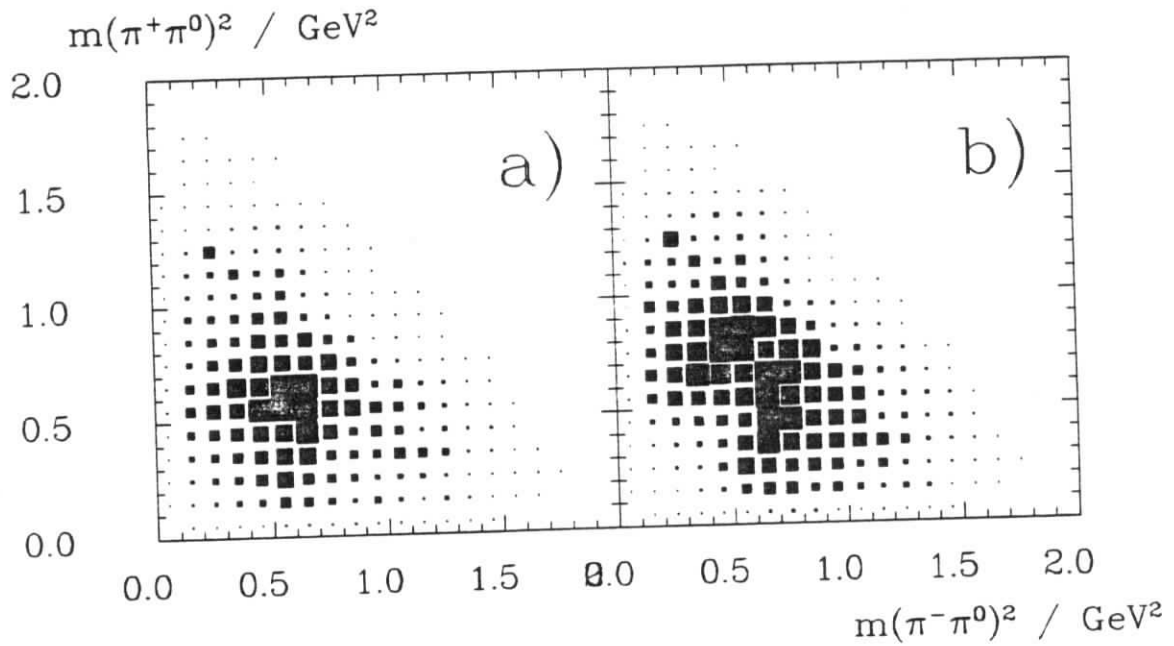


Abbildung 2.3: Dalitzplots bei  $\rho^+\rho^-$ -Interferenz: a) konstruktiv (richtiges Vorzeichen) b) falsches Vorzeichen zwischen den Amplituden.

## 2.10 Interferenzen zwischen den Amplituden

### $a_2$ - $\pi_2$ -Interferenz ?

Da die Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow a_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  und  $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  beide denselben Anfangszustand mit demselben Endzustand verbinden, stellt sich die Frage, ob die beiden Erzeugungsamplituden für  $a_2$ - bzw.  $\pi_2$ -Anregung getrennt voneinander betrachtet werden können, oder ob ein Interferenzeffekt, so wie er z.B. bei der  $\gamma\gamma$ -Erzeugung des Systems  $K\bar{K}$  zwischen den Tensormesonen  $a_2$  und  $f_2$  vorliegt, zu erwarten ist. Hier ist nur die Amplitude für Helizität 0 interessant (s.o.), dann gilt: Der Einfluß der Interferenzterme bei der Addition der Amplituden für die Erzeugung eines Tensormesons und eines Pseudotensormesons ist null, da mit Gleichung 2.38 folgt [23]:

$$\begin{aligned} M_{++}(a_2 + \pi_2) &= M_{++}(a_2) + M_{++}(\pi_2) \\ M_{--}(a_2 + \pi_2) &= M_{++}(a_2) - M_{++}(\pi_2) \end{aligned} \quad (2.70)$$

damit ergibt sich:

$$\begin{aligned} |M_{++}|^2 + |M_{--}|^2 &= \\ &= |M_{++}(a_2)|^2 + |M_{++}(\pi_2)|^2 + M_{++}^*(a_2)M_{++}(\pi_2) + M_{++}(a_2)M_{++}^*(\pi_2) + \\ &+ |M_{++}(a_2)|^2 + |M_{++}(\pi_2)|^2 - M_{++}^*(a_2)M_{++}(\pi_2) - M_{++}(a_2)M_{++}^*(\pi_2) \\ &= 2(|M_{++}(a_2)|^2 + |M_{++}(\pi_2)|^2) \end{aligned} \quad (2.71)$$

Für Helizität 2 gilt kein so einfaches Argument, da +, - und -, + zu verschiedenen Zerfallsamplituden führen. Man kann also im hier untersuchten Fall beide Mesonen völlig

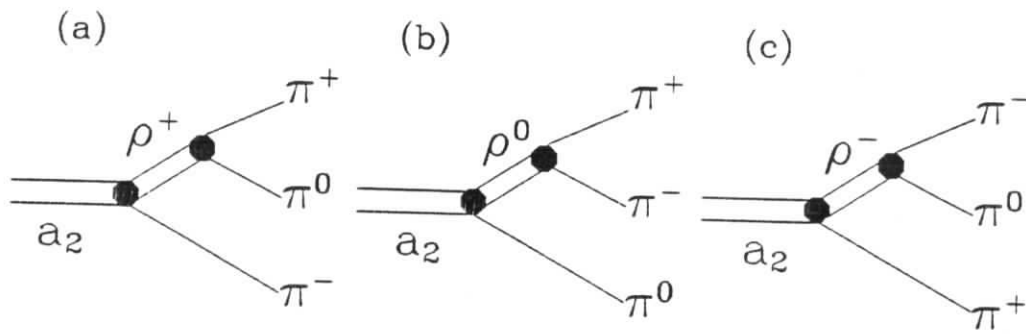


Abbildung 2.4: Graphische Darstellung der  $a_2 \rightarrow \rho\pi$ -Zerfallsamplituden; der Zerfall b) ist wegen Isospinerhaltung verboten.

getrennt behandeln und die einzelnen  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitte einfach addieren, um das Ereignisspektrum in der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  zu beschreiben.

### Der $\rho^+ - \rho^-$ -"Doppelspalt"

Sowohl beim Zerfall des  $a_2$  als auch beim  $\pi_2$ -Zerfall kommt in den Zerfallsmoden die Zwischenresonanz  $\rho(770)$  vor. Die beiden Zerfälle über ein  $\rho$  in den Endzustand  $\pi^+\pi^-\pi^0$  können sowohl über ein  $\rho^+$  wie über ein  $\rho^-$  verlaufen. Der Zerfall eines Isovektors in  $\rho^0$  ( $I, I_3 = (1, 0)$ ) und  $\pi^0$  ( $I, I_3 = (0, 0)$ ) ist keine mögliche Isospindekomposition. In Abbildung 2.4 sind die Amplituden graphisch dargestellt. Da den geladenen Pionen im Endzustand nicht anzusehen ist, ob sie aus dem  $\rho$ -Zerfall stammen, müssen beide Kombinationen ( $\pi^+\pi^0$ ) und ( $\pi^-\pi^0$ ), die ein  $\rho$  bilden können, in Betracht gezogen werden. Die Zerfallsamplituden müssen für beide Konstellationen berechnet und anschließend kohärent addiert werden. Das Vorzeichen zwischen  $\rho^+\pi^-$ - und  $\rho^-\pi^+$ -Amplitude liegt dabei durch Bosesymmetrie und die Clebsch-Gordan-Koeffizienten der Isospinzerlegung eines Isovektors in  $\rho\pi$  fest und ist negativ (Die Herleitung steht in [23]). Dies führt zu einer konstruktiven Interferenz beider Amplituden auf dem Dalitzplot<sup>2</sup>, d.h. die Wahrscheinlichkeit für Kombinationen der invarianten Massen  $m_{\pi^+\pi^0}$  und  $m_{\pi^-\pi^0}$ , bei denen *beide* ein  $\rho$  ergeben, ist am größten. Es ist also nicht möglich, das  $\pi^0$  genau einem der beiden geladenen Partner zuzuordnen. Diese Situation erinnert an Interferenz von Licht am Doppelspalt, dort kann ein einzelnes Photon nicht genau einem der beiden Spalte zugeordnet werden. Die Abbildung 2.3 zeigt die Dalitzplots einer Mc-Simulation mit korrekter  $\rho\rho$ -Interferenz (a) und mit falsch gewähltem Vorzeichen zwischen den Zerfallsamplituden.

<sup>2</sup>Ein Dalitzplot ist bei Dreikörperzerfällen das Korrelationsdiagramm  $m_{1,2}^2$  gegen  $m_{2,3}^2$ .

### Interferenz der verschiedenen $\pi_2$ -Zerfälle

Die Zuordnung des  $f_2(1270)$  zu den beiden geladenen Pionen im Zerfall  $\pi_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  ist eindeutig, da der Isoskalar  $f_2$  nicht als geladenes Teilchen vorkommt (im Ggs. zum  $\rho$ ). Allerdings ist die quantenmechanische Mischung der beiden Zerfallsamplituden für einen  $\rho\pi$ -Zerfall und einen  $f_2\pi^0$ -Zerfall beim  $\pi_2$  in Betracht zu ziehen. Zusätzliche Schwierigkeiten liegen darin begründet, daß hier die relative Phase zwischen den Wahrscheinlichkeitsamplituden nicht aus ersten Prinzipien bestimmbar ist, sondern nur im Experiment gemessen werden kann. Die Festlegung der Phase zwischen  $\rho\pi$ - und  $f_2\pi^0$ -Zerfall hat drastische Konsequenzen für die Messung der  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitte und damit für die Bestimmung der Zwei-Photon-Breite des  $\pi_2(1670)$ .

## Kapitel 3

### Das CELLO-Experiment

#### 3.1 DESY und PETRA

Das Deutsche Elektronen-Synchrotron DESY in Hamburg wurde 1959 als nationales Forschungslabor für Hochenergiephysik gegründet. Heute zählt es weltweit zu den wenigen Instituten, die über große Teilchenbeschleuniger inklusive der Infrastruktur für Großforschung (Rechenzentrum, Werkstätten etc.) verfügen, die zur Durchführung von Experimenten der Teilchenphysik nötig sind. Die Positronen-Elektronen-Tandem-Ring-Anlage PETRA, ein  $e^+e^-$ -Speicherring von 2.3 km Umfang mit einer maximalen Schwerpunktsenergie von 46 GeV, ging 1978 als damals größter Beschleuniger seiner Art in Betrieb und lieferte bis 1986 experimentelle Daten von  $e^+e^-$ -Kollisionen [24]. Dazu waren an vier Wechselwirkungsstellen insgesamt fünf große Detektoren aufgebaut (PLUTO/CELLO, TASSO, MARK J und JADE). Während des Jahres 1986 wurde der Beschleuniger bei einer Strahlenergie von 17.5 GeV betrieben, da bei dieser Energie - anders als bei der maximal möglichen von 23 GeV - eine möglichst hohe Luminosität (d.h. Ereignisrate pro Wirkungsquerschnitt) erzielt werden konnte. Nachdem PETRA acht Jahre lang Daten geliefert hatte, wurde die Anlage im Oktober 1986 abgeschaltet. Seither wird sie für ihre Aufgabe als Vorbeschleuniger für die Hadron-Elektron-Ring-Anlage HERA, einen Elektron-Proton-Doppelspeicherring von 6.3 km Umfang mit Strahlenergien von 30 GeV (Elektronen) bzw. 820 GeV (Protonen), der in den neunziger Jahren in Hamburg Daten liefern wird, umgerüstet.

#### 3.2 Der CELLO-Detektor

Der Detektor CELLO wurde 1976 von einer französisch-deutschen Gruppe als Vielzweck-Nachweisgerät für das  $e^+e^-$ -Speicherringexperiment konzipiert und war in der Zeit vom März 1980 bis Oktober 1986 in der Halle Nord-West am PETRA-Speicherring installiert. Die in dieser Arbeit untersuchte Datenmenge wurde in der letzten Betriebsphase von PETRA im Jahre 1986 aufgezeichnet, die für CELLO eine integrierte Luminosität von  $86 \text{ pb}^{-1}$  erbrachte. CELLO ist ein Meßgerät, das für die Beobachtung von  $e^+e^-$ -Stößen am Speicherring mit ihrer typischen Charakteristika entworfen wurde. Zu diesen gehört eine kleine Ereignisrate der physikalisch interessanten Ereignistypen und damit verbunden die 'Kostbarkeit' eines jeden Ereignisses, das deshalb möglichst vollständig im gesamten Raumwinkelbereich nachweisbar

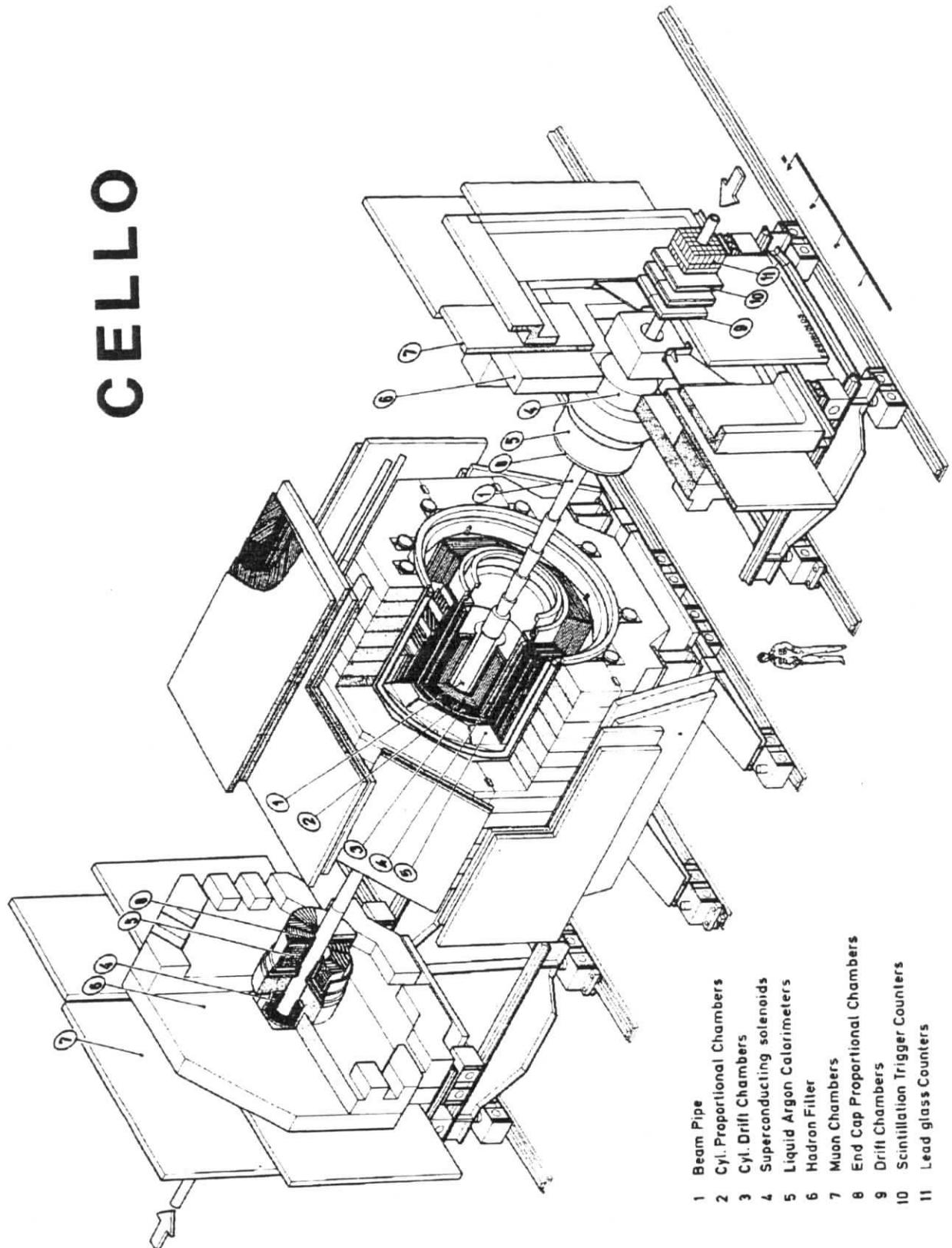


Abbildung 3.1: Der CELLO Detektor.

sein soll. Ein weiteres Merkmal der  $e^+e^-$ -Physik ist die breite Palette der möglichen Reaktionen, die von multihadronischen Vernichtungsreaktionen mit sehr hohen Teilchendichten im Detektor bis zu den Zwei-Photon-Ereignissen reicht, die durch wenige Spuren bei relativ niedrigen Impulsen gekennzeichnet sind. Die Aufgabe eines  $e^+e^-$ -Experiments ist es, bei all diesen Ereignissen geladene und neutrale Teilchen in allen Raumwinkelbereichen nachzuweisen und dabei ihre Flugrichtung, ihren Impuls und ihre Energie möglichst genau zu messen. Zusätzlich wird eine genaue Identifikation der Teilchen angestrebt.

### 3.3 Überblick über die Detektorkomponenten

Eine schematische Darstellung des CELLO-Detektors ist in Abbildung 3.1 zu sehen. Eine ausführlichere Beschreibung des Detektoraufbaus ist in [25] und [26] zu finden. Hier wird lediglich ein kurzer Überblick geboten. Dem Weg der Teilchen vom Wechselwirkungspunkt nach außen folgend findet man die einzelnen Teile des Detektors vor:

- **Strahlrohr.** Das Aluminiumvakuumrohr des PETRA-Ringes hat im Inneren des Detektors einen Radius von 7.8 cm und eine Dicke von  $0.01 X_0$  Strahlungslängen<sup>1</sup> ( $X_0$ ).
- **Strahlrohrkammern.** Direkt außen auf dem Strahlrohr befinden sich zwei dichtgepackte Lagen von Driftrohren von 1 m Länge, die eine präzise Vertexrekonstruktion ermöglichen. Sie werden mit einem Argon-Äthan Gemisch im Verhältnis 1:1 unter Atmosphärendruck betrieben. Ihre Gesamtdicke ist  $0.01 X_0$ .
- **Innendetektor.** Der Innendetektor besteht aus einer alternierenden Folge koaxialer zylindrischer Drift- und Proportionalkammern von 2.2 m Länge, die bis zu einem Außenradius von 0.7 m Spuren geladener Teilchen verfolgen (vergleiche Bild 3.2). Die sieben Driftkammern liefern Informationen über die Spurparameter in der  $r\phi$ -Projektion. In dieser Ebene fliegen die Teilchen wegen des Magnetfelds (s.u.) auf Kreisbahnen, deren Krümmungsradius zum Transversalimpuls proportional ist. Die Gasfüllung ist genauso wie in den Vertexkammern. Die fünf Proportionalkammern dienen vornehmlich dazu, die Spurparameter in  $rz$ -Projektion zu messen, so daß eine dreidimensionale Spurrekonstruktion möglich ist. Die  $z$ -Komponente wird dabei durch die Kathodenstreifen der Proportionalkammern, die unter einem Winkel von  $90^\circ$  bzw.  $30^\circ$  zur Strahlachse verlaufen, gemessen. Eine Auflistung der Kammern des Innendetektors ist in Tabelle 3.1 zu finden. Die Bestimmung der  $r\phi$ -Koordinaten ist ebenfalls mit Hilfe der Proportionalkammern möglich, aber da hier nicht die Zeit zwischen dem Durchgang der Strahlpakete und dem Eintreffen der Ladungswolke auf dem Anodendraht (Driftzeit) gemessen wird, liegt die Ortsauflösung allein durch die Abstände der Drähte fest und ist viermal schlechter als bei den Driftkammern, wo sie  $200\mu\text{m}$  beträgt. Der Innendetektor deckt 91% des gesamten Raumwinkels ab, wenn man

<sup>1</sup>Die Strahlungslänge  $X_0$  ist die Größe, mit der der exponentielle Abfall der Energie durch Bremsstrahlung eines Elektronenstrahls beim Durchgang durch ein Medium skaliert.  $X_0$  markiert die Eindringtiefe, nach der die Energie im Mittel auf  $e^{-1} \approx 37\%$  der Anfangsenergie abgefallen ist.

Kammer- nummer	Kammer- Typ	Radius [cm]	Zahl der Signaldrähte	Abstand der Drähte [mm]	# Kathoden	
					90°	30°
1	Driftrohr	10.90	128	5.35	—	—
2	Driftrohr	11.37	128	5.54	—	—
3	Prop.K.	17.0	512	2.09	252	256
4	Prop.K.	21.0	512	2.58	228	256
5	Driftk.	25.5	104	15.41	—	—
6	Driftk.	30.4	128	14.92	—	—
7	Prop.K.	35.7	1024	2.19	366	512
8	Driftk.	40.2	168	15.03	—	—
9	Driftk.	45.1	192	14.76	—	—
10	Driftk.	50.0	208	15.10	—	—
11	Prop.K.	55.3	1536	2.26	420	768
12	Driftk.	59.8	256	14.68	—	—
13	Driftk.	64.7	256	15.88	—	—
14	Prop.K.	70.0	1536	2.86	494	768

Tabelle 3.1: Aufbau des CELLO - Innendetektors.

fordert, daß mindestens acht Kammern für eine Spurrekonstruktion getroffen werden müssen. Die Gesamtstrahlungslänge beträgt  $0.02 X_0$ .

- **Solenoidspule.** Eine Besonderheit der CELLO- Konstruktion ist die sehr dünne ( $0.5X_0$ ), supraleitende Spule, die zur Messung der Transversalimpulse im Innendetektor ein Magnetfeld von 1.32 T Stärke erzeugt. Die Genauigkeit der Messung des Transversalimpulses wird mit

$$\frac{\sigma_{p_T}}{p_T} = 2\% \cdot p_T \quad (3.1)$$

angegeben ( $p_T$  in GeV/c), die mit Hilfe eines Vertexfits noch verbessert wird.

- **Barrel-Kalorimeter.** Der Zentralteil des Blei- Flüssigargon- Kalorimeters (engl. barrel=Faß) besteht aus 16 identischen Modulen einer Tiefe von  $20 X_0$ , die im Abstand von 106.7 cm von der Strahlachse montiert sind und 86% des gesamten Raumwinkels abdecken. Das CELLO- Kalorimeter arbeitet nach dem *sampling*- Prinzip, d.h. es besteht aus fein segmentierten Lagen aus Bleiplatten (Kathoden) und Bleistreifen (Anoden), in denen die Schauerbildung erfolgt, die von dem Ionisationsmedium Argon durchströmt werden. Die Bleistreifen verlaufen in drei verschiedenen Richtungen bzgl. der Strahlachse, so daß eine dreidimensionale Rekonstruktion des Schauerprofils möglich ist. Auf diese Weise mißt das Kalorimeter nicht nur die Energie der aufschau- ernden Teilchen, sondern ist in der Lage, auch die Flugrichtung zu bestimmen. Die Information des Kalorimeters ist so detailliert, daß die verschiedenen Schauerformen, die von Elektronen, Müonen oder Pionen hervorgerufen werden, unterschieden werden können [27]. Der Fehler der Energiemessung wird mit

$$\frac{\sigma_E}{E} = 5\% + \frac{10\%}{\sqrt{E}} \quad (3.2)$$

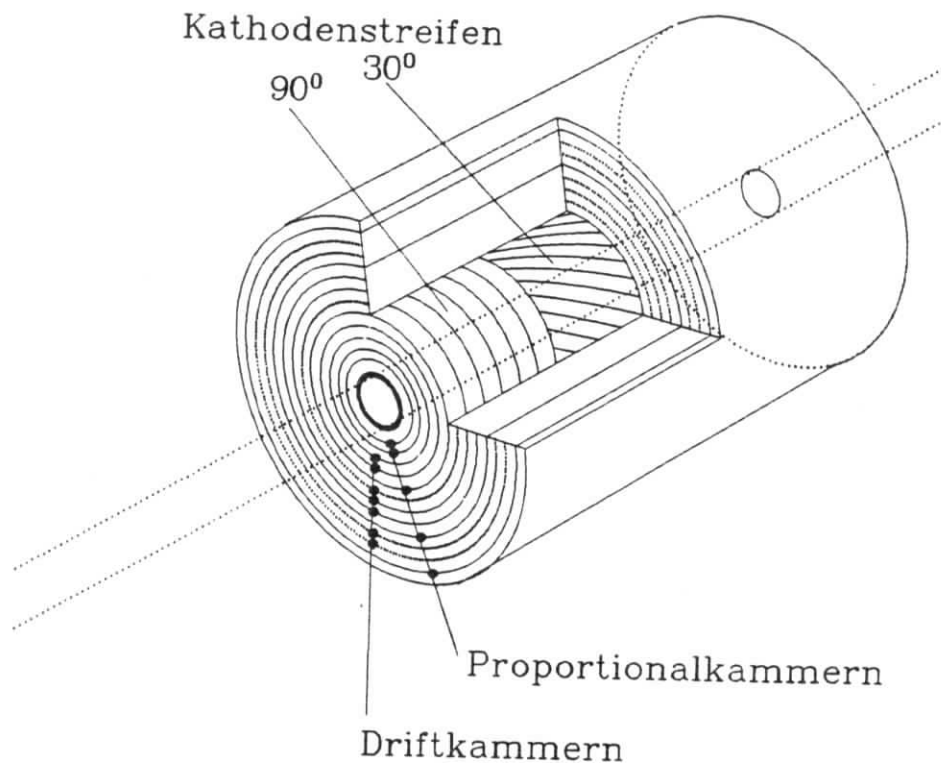


Abbildung 3.2: Aufschnitt des Innendetektors.

angegeben ( $E$  in GeV)[27].

- **Eisenabschirmung.** Ein etwa 80 cm dickes Rückflußloch für den magnetischen Fluß der Solenoidspule dient zugleich als Hadronabsorber, der hadronische Schauer mit großer Wahrscheinlichkeit vollständig abschirmt ( $5-8$  Absorptionslängen<sup>2</sup>  $\lambda_0$ ).
- **Müonkammern.** Minimalionisierende Müonen mit Impulsen  $> 1.2$  GeV/c durchdringen das Eisen und werden in großflächigen Proportionalkammern, die 90% von  $4\pi$  überdecken, nachgewiesen. Da in Zwei-Photon-Ereignissen selten Spuren mit so großen Impulsen vorkommen, spielen die Müonkammern für diese Analyse keine Rolle.

Im Vorwärtsbereich des Detektors sind weiterhin folgende Komponenten zu finden. Die Akzeptanz in diesem Winkelbereich ist besonders für  $\gamma\gamma$ -Ereignisse wichtig, weil hier die gestreuten Leptonen bis hinab zu kleinen Winkeln zur Strahlachse nachgewiesen werden sollen (*tagging*).

- **Endkappen-Kalorimeter.** Ergänzend zum zentralen Barrel-Kalorimeter sind vier halbringförmige weitere Blei- Flüssigargon- Module um das Strahlrohr herum montiert.

<sup>2</sup>Die Absorptionslänge  $\lambda_0$  ist die Größe, mit der die exponentiell abfallende Wahrscheinlichkeit skaliert, daß ein Hadron beim Eindringen in ein Medium keine inelastische Wechselwirkung erleidet.  $\lambda_0$  gibt die Dicke eines Hadronabsorbers an, der im Mittel nur  $e^{-1} \approx 37\%$  der eindringenden Teilchen ungestört passieren läßt.



Die Streifen hier sind abwechselnd vertikal, horizontal, radial und ringförmig angeordnet. Das Endkappen-Kalorimeter überdeckt den Polarwinkelbereich zur Strahlrichtung bis hinab zu  $150 \text{ mrad}$ . Seine gesamte Strahlungslänge beträgt  $21 X_0$ .

- **Endkappen-Proportionalkammern.** Zwei gekreuzte Lagen Proportionalkammern, die vor dem Endkappen-Kalorimeter plaziert sind, verbessern die Rekonstruktion für stark vorwärts gerichtete Spuren.
- **Hole-Tagger.** 1982 wurden zusätzliche Szintillationszähler installiert, um eine Akzeptanzlücke für neutrale Teilchen zwischen Zentral- und Endkappen-Kalorimeter zu schließen (engl. hole-tagger  $\approx$  Lücken-Melder).
- **Vorwärtskalorimeter.** In einer Entfernung von  $2.65 \text{ m}$  vom Wechselwirkungspunkt befindet sich ein Bleiglaskalorimeter, das den Polarwinkelbereich  $45\text{-}110 \text{ mrad}$  überdeckt. Es wird als Luminositätsmonitor für Bhabba-Ereignisse während der Datennahme benutzt. Außerdem dient es zum Triggern und zur Messung der Masse der virtuellen Photonen bei  $\gamma\gamma$ -Ereignissen (*single tag* oder *double tag*).

### 3.4 Die Trigger

Die Teilchen in PETRA fliegen mit praktisch Lichtgeschwindigkeit. Daher kommt es bei zwei Teilchenpaketen pro Richtung alle  $3.8 \mu\text{s}$  zu einer Begegnung zweier Pakete am Wechselwirkungspunkt des Detektors. Da die Wirkungsquerschnitte für die physikalisch interessanten Ereignisse sehr klein sind, kommen Untergrundreaktionen (Strahl- Restgas- Reaktionen, Strahl- Strahlrohr- Reaktionen oder Ereignisse der kosmischen Höhenstrahlung) bei weitem häufiger vor. Es ist deshalb ein System erforderlich, das in etwa  $2 \mu\text{s}$  entscheidet, ob das gerade registrierte Ereignis als Untergrund verworfen oder aufgezeichnet wird. Dieses sog. Triggersystem verwendet schnell zugängliche Informationen aus dem Innendetektor, dem Blei- Argon- Kalorimeter und den Vorwärtskalorimetern und kombiniert durch logische Verknüpfung daraus insgesamt 16 Triggerbedingungen. Die Ereignisse dieser Analyse wurden mit reinen Spurtriggern erkannt. Die Spurtrigger arbeiten mit einem schnellen Spurerkennungsalgorithmus, der Spuren in  $r\phi$ - und  $rz$ - Projektion erkennt. Dazu werden die Muster der Signale in den Kammern des Innendetektors mit vorfabrizierten Masken verglichen, die die Muster für alle möglichen Spuren, die vom Wechselwirkungspunkt kommen und einen Transversalimpuls  $p_T > 650 \text{ MeV}$  aufweisen ( $r\phi_H$ ), auf RAM-Speichern bereit halten. Ein zweiter Satz Masken enthält alle Spuren mit  $p_T > 250 \text{ MeV}$  ( $r\phi_L$ ). Trigger 15, der keine Forderung an den Öffnungswinkel der Spuren stellt, enthält zur Unterdrückung von Untergrundereignissen mit sehr vielen niederenergetischen Spuren die Zusatzbedingung, daß weniger als 16 Kathodenstreifensignale in den beiden inneren Proportionalkammern auftreten und weniger als 50 Drähte in den Strahlrohrkammern getroffen wurden (siehe Tabelle 3.2).

Trigger	Bedingung	Öffnungswinkel	Zusatzbedingung
5	$r\phi_H(2) * rz(1)$	$> 135^\circ$	-
15	$r\phi_H(2) * rz(1)$	-	Kathoden Veto Strahlkammer Veto
16	$r\phi_L(2) * rz(1)$	$> 45^\circ (135^\circ)$	-

Tabelle 3.2: Triggerbedingungen: Das Symbol \* bedeutet ein logisches UND; der Öffnungswinkel bezieht sich auf die Spuren in der  $r\phi$ -Projektion.

### 3.5 Datennahme und Ereignisrekonstruktion

Auf die Entscheidung des Triggersystems hin wird der Detektor von einem *online*-Rechner PDP 11/45 ausgelesen (typisch einige hundert bis einige tausend 16 Bit-Datenworte). Über eine Standleitung werden die Daten von der PDP zum DESY IBM- Rechenzentrum transferiert, wo sie auf Magnetbänder gespeichert werden (sog. *dump-tapes*).

Besonders für  $\gamma\gamma$ -Ereignisse ist es wichtig, daß die Triggerbedingungen nicht zu hart sind, damit eine ausreichende Nachweiswahrscheinlichkeit erzielt wird. Daher kommt es häufig dazu, daß das Triggersystem auch bei Untergrundereignissen anspricht. Um solche Ereignisse auszusortieren, analysiert ein Filterprogramm die Ereignisse und versucht durch differenziertere Rekonstruktionsalgorithmen die Triggerentscheidung zu verifizieren; in der Meßperiode von 1986 wurden 12.2 % der getriggerten Ereignisse angenommen.

Die Rohdaten, die das Filterprogramm akzeptiert hat, werden von einem Programmpaket zur Ereignisrekonstruktion (OFFRAM) prozessiert, es umfaßt eine dreidimensionale Spurrekonstruktion inklusive eines Vertexfits. Es werden die Informationen aller Detektorkomponenten miteinander verbunden, dies enthält die Extrapolation der Spuren in das Kalorimeter. Schauer, die nicht zu irgendwelchen Spuren passen, werden als Photonen eingestuft. Ferner werden die getroffenen Müonkammern mit Spuren und Schauern in Beziehung gesetzt. Die von OFFRAM analysierten Ereignisse bilden die Grundlage für alle weiteren Analyseprogramme, wie z.B. VIOLA in dieser Arbeit.

## Kapitel 4

# Monte-Carlo Ereignissimulation

Ein Nachweisgerät der Hochenergiephysik wie CELLO ist ein hochkomplexes Vielzweckwerkzeug mit mehreren tausend Einzelkomponenten. Das gesamte Wechselspiel von Eigenschaften der physikalischen Reaktion, der verschiedenen Detektorteile und der Rekonstruktions- und Analyseprogramme (Triggerentscheidungen, Spur- und Schauerrekonstruktion etc.) auf analytischem Wege zu durchdringen, um die Wahrscheinlichkeit einer vollständigen (oder teilweisen) Rekonstruktion eines Ereignisses auszurechnen, ist eine unlösbar schwierige Aufgabe. Deshalb zergliedert man das Problem in Einzelschritte, die nacheinander mit Hilfe des Computers simuliert werden. Qualität und Genauigkeit der Detektorsimulation sind für das Verständnis der Daten die entscheidende Größe und bilden überhaupt erst die Grundlage für die Erforschung der beobachteten physikalischen Reaktionen.

### 4.1 Die Monte-Carlo-Methode

Die praktische Durchführung einer Ereignissimulation erfolgt mit Hilfe von Monte-Carlo Methoden. Darunter versteht man alle Rechenverfahren, die von Zufallszahlen Gebrauch machen. Solche (Pseudo-) Zufallszahlen werden mit Hilfe von verschiedenen Algorithmen für moderne Rechenanlagen generiert und sind für den Programmierer mit simplen Befehlen abrufbar.

Zufallszahlen werden überall da eingesetzt, wo stochastische Methoden benutzt werden. Dies geschieht hier bereits auf der untersten Stufe der Simulation, weil die Quantentheorie eine stochastische Theorie ist, die komplizierte hochdimensionale Wahrscheinlichkeitsverteilungen (differentielle Wirkungsquerschnitte) liefert. Weiterhin werden stochastische Methoden benutzt, wenn komplexe Vorgänge beschrieben werden sollen, deren Ablauf im einzelnen zu berechnen zu aufwendig oder aus Mangel an Information gar nicht möglich ist (z.B. das Ansprechverhalten jedes einzelnen Drahtes der Driftkammer).

Ein besonders wichtiges Anwendungsfeld für Zufallsvariablen ist die numerische Integration. Jedes bestimmte Integral kann durch eine Riemannsche Summe angenähert werden. Wenn man das Integrationsvolumen  $V$  gleichmäßig mit  $n$  Stützstellen  $\vec{u} = (u_1, \dots, u_k)$ , an denen die zu integrierende Funktion  $f(\vec{u})$  bekannt ist, ausfüllt, gilt für große  $n$ :

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n f(\vec{u}_i) \rightarrow \frac{1}{V} \cdot \int_V f(\vec{u}) d^k u \quad (4.1)$$

Dieses *Gesetz der großen Zahlen* läßt sich auch so formulieren: Der beste Schätzwert für den Wert eines Integrales ergibt sich aus dem Produkt des Integrationsvolumens mit dem besten Schätzwert für den Mittelwert der Funktion im Integrationsbereich.

## 4.2 Prinzip der Simulation

Anfangspunkt für die Herstellung simulierter Ereignisse ist eine möglichst exakte Erfassung der Reaktion in theoretischen Überlegungen. Diese münden in ein Programm ein, das die Berechnung der Wirkungsquerschnitte erlaubt und Sätze von Vierervektoren der Endzustandsteilchen mit Häufigkeitsverteilungen erzeugt, die den Wirkungsquerschnitten folgen. Diese Vierervektoren sind die Ausgangsdaten für das CELLO Detektorsimulationsprogramm [25][29], das a) alle Wechselwirkungen der Teilchen mit dem Detektor Schritt für Schritt verfolgt und b) den gesamten Ausleseproß der Meßelektronik nachahmt (unter Berücksichtigung verschiedener Kalibrationen, toter Kanäle etc.).

Die simulierten Ereignisse bekommen die gleiche Datenstruktur wie die wirklich gemessenen, so daß sie alle nachfolgenden Rekonstruktions- und Analyseprogramme genauso durchlaufen können. Eine Analyse arbeitet daher immer mit einem Satz gemessener Ereignisse ("Daten") und einem oder mehreren Sätzen von Monte-Carlo-Ereignissen ("MC").

## 4.3 Die quantitative Auswertung mit Hilfe der MC-Ereignisse

Die Anregung eines Mesons zeigt sich in der Regel<sup>1</sup> als resonanzartiger Anstieg und Abfall des Wirkungsquerschnitts um einen zentralen Wert der invarianten Masse des erzeugten Endzustands. Der Anstieg ist umso rasanter, je kleiner die Breite  $\Gamma_R$  der Resonanz ist. Experimentell kann man Wirkungsquerschnitte nicht direkt messen, da sie Wahrscheinlichkeitsdichten sind. Die korrespondierende experimentell bestimmbare Größe ist die relative Häufigkeit von Ereignissen des fraglichen Endzustands (hier  $\pi^+\pi^-\pi^0$ ). D.h. im Experiment erwartet man, daß bei sehr vielen Ereignissen die relative Häufigkeit für invariante Massen im Bereich der Resonanzmasse genau dem Verlauf des Wirkungsquerschnitts folgt. Dazu ordnet man jedes Ereignis gemäß seiner invarianten Masse in ein Histogramm und sucht nach resonanzartigen Maxima (sog. *peaks*, engl. Spitze, Gipfel).

Leider kann man diese experimentell erhaltenen Häufigkeitsverteilungen nicht direkt mit dem Wirkungsquerschnitt, wie er aus der Theorie erwartet wird, vergleichen. Die Ursache dafür liegt darin, daß das Experiment keine 1:1 Abbildung der physikalisch produzierten Häufigkeitsverteilung liefert, sondern die Akzeptanz über verschiedene Regionen des Endzustandsphasenraums erheblich schwankt, mit dem Ergebnis, daß nur ein unvollständiges und durch endliche Auflösung oft auch verzerrtes Spektrum nachgewiesen wird. Alle diese Detektoreffekte sind jedoch bei den simulierten Ereignissen mit berücksichtigt, so daß die Spektren der MC-Ereignisse ein Bild von der theoretischen Erwartung, gefaltet mit den experimentellen Bedingungen liefern.

<sup>1</sup>Es gibt auch Reaktionen, in denen die Amplituden für die Anregung von zwei verschiedenen Mesonen destruktiv miteinander interferieren, dann fehlt der typische Anstieg im Wirkungsquerschnitt.

Die Messung eines Wirkungsquerschnitts oder die Bestimmung von Quantenzahlen erfolgt daher immer über einen Vergleich der Daten mit den MC-Ereignissen. Um die Zwei-Photon- Breite einer Resonanz zu bestimmen, wird durch geeignete kinematische Schnitte ein Satz von Ereignissen definiert, der - möglichst frei von Untergrund - nur Reaktionen  $\gamma\gamma \rightarrow R \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  enthält. Die Anzahl  $N^{OBS}$  der Ereignisse in einem Massenbereich um die Resonanzmasse wird dann verglichen mit der Anzahl  $N^{MC}$  der MC-Ereignisse, die nach der gleichen Prozedur innerhalb dieses Massenintervalls liegen.

### 4.3.1 Die Gewichtungsmethode

In dieser Analyse werden die MC-Ereignisse zunächst mit einem einfachen Ansatz für den  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt generiert. Die Verteilungen, die den oben beschriebenen Erzeugungs- und Zerfallsamplituden entsprechen, werden dann gewonnen, indem jedem MC-Ereignis, seiner Lage im Endzustandsphasenraum entsprechend, ein Gewicht zugeordnet wird. Die quantitative Auswertung erfolgt über einen Vergleich von  $N^{OBS}$  mit der Summe der Gewichte der  $N^{MC}$  MC-Ereignisse. Die Ereignisse werden mit dem Budnev-Wirkungsquerschnitt erzeugt. Für die Kopplung der Photonen an die Resonanz und den Zerfall in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  wurde ein in  $W$  konstantes Matrixelement angesetzt, dessen  $Q^2$ -Abhängigkeit mit dem  $\rho$ -Pol-Formfaktor parametrisiert wurde. Das Ergebnis ist ein Satz von Ereignissen, der den  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Phasenraum gleichmäßig ausfüllt (diskretisiert), dabei ist der Fluß der virtuellen Photonen gemäß der QED exakt berücksichtigt.

Das Gewicht eines einzelnen MC-Ereignisses ist danach einfach das Quadrat der Amplitude  $A$  (Gl.2.21) für Erzeugung und Zerfall einer Resonanz  $R$  für diesen Punkt des Endzustandsphasenraums.

$$w \propto |M|^2 \cdot \left| \frac{D}{W^2 + m_R^2 + im_R\Gamma_R} \right|^2 \quad (4.2)$$

Die Normierung der Gewichte wird so gewählt, daß sie für die vier untersuchten Amplituden ( $a_2$  Helizität 0 und 2,  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi$  und  $\pi_2 \rightarrow \rho\pi$ ) jeweils mit der Zwei-Photon- Breite  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  skalieren.

$$w = \Gamma_{\gamma\gamma}[keV] \cdot w_{Norm} \quad (4.3)$$

Die  $\gamma\gamma$ -Breite ergibt sich dann bei  $N^{OBS}$  beobachteten Ereignissen :

$$\Gamma_{\gamma\gamma}[keV] = \frac{L^{MC}}{L^{DATA}} \cdot \frac{N^{OBS}}{\sum_i w_{Norm}} \quad (4.4)$$

$L^{MC}$  bezeichnet die integrierte MC-Luminosität, sie ergibt sich nach Integration des  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts aus der Anzahl der generierten MC-Ereignisse.

### 4.3.2 Integration des $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts

Der Zusammenhang zwischen  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt und  $\gamma\gamma$ -Breite ist aus den Gleichungen 2.19 und 2.35 ersichtlich. Um die quantitativ korrekte Relation zwischen  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  und der beobachteten Anzahl von Ereignissen des Typs  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-R$  zu erhalten, muß der

Variable	Erläuterung	Integrationsbereich
$W$	inv. $\gamma\gamma$ -Masse	$0.7 - 3.0 \text{ GeV}$
$\vartheta_1$	polarer Streuwinkel (Positron)	$0 - 200 \text{ mrad}$
$\vartheta_2$	polarer Streuwinkel (Elektron)	$0 - 200 \text{ mrad}$
$\phi_- = \phi_1 - \phi_2$	Azimutwinkel zw. Leptonstrebeneben	$0 - 2\pi$
$\phi_+ = \phi_1 + \phi_2$	zweiter Azimutwinkel	$0 - 2\pi$

Tabelle 4.1: Zur Integration des  $e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitts

$e^+e^-$ -Wirkungsquerschnitt über den Endzustandsphasenraum der Leptonvariablen integriert werden. Dazu wurde das Programmpaket *MOTTE* [31] verwendet. Es arbeitet mit einer Monte-Carlo-Integration nach der *importance-sampling*-Methode (siehe dazu z.B. [30]). Die Integration von Gleichung 2.19 wird nach einer Koordinatentransformation in den für den *notag*-Fall ausgelegten Grenzen ausgeführt. Die Integrationsvariablen<sup>2</sup> mit ihren Grenzen stehen in Tabelle 4.1. Das Integral wurde für eine Strahlenergie von 17.5 GeV mit folgendem  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt ausgeführt:

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \cdot f^2(Q_1^2, Q_2^2) \cdot \int |A|^2 \cdot dLips(\pi^+\pi^-\pi^0), \quad (4.5)$$

der zunächst mit  $|A|^2 = 1$  angesetzt wurde. Der Faktor  $f^2$  ist der  $\rho$ -Pol-Formfaktor (Gleichung 2.44), der die  $Q^2$ -Abhängigkeit der  $\gamma\gamma$ -Kopplung parametrisiert. Das Resultat lautet:

$$\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-R} = (1.05911 \pm 0.0007) \cdot 10^{-6} \text{ GeV}^{-2} \quad (4.6)$$

Das Programmpaket *MOTTE* erzeugt gleichzeitig ein fünfdimensionales Gitter mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt, das für eine MC-Erzeugung von Vierervektoren genutzt wird.

### 4.3.3 Die Normierung der Zerfallsmatrixelemente

Bei der Normierung der Gewichte  $w$  ist das Verzweigungsverhältnis des Zerfallskanals in den beobachteten Endzustand zu beachten. Ausgehend von den PDG-Werten [6] wurde von Relation 2.49 Gebrauch gemacht. Die Zerfallsamplituden wurden über  $dLips(\pi^+\pi^-\pi^0)$  bei  $W = m_R$  (nominell lt. PDG<sup>3</sup>) mit Hilfe eines Monte-Carlo-Verfahrens integriert. Als Resultat erhält man einen Wert für die partielle Zerfallsbreite  $\Gamma_{\pi^+\pi^-\pi^0}$  für die jeweilige Zerfallsamplitude  $D$ , die durch Vergleich mit den gemessenen PDG-Werten richtig normiert wird.

$$D \rightarrow g_{Norm} \cdot D \quad (4.7)$$

Die Normierungskonstante  $g_{Norm}$  enthält dann alle den einzelnen Zerfallsvertices zugeordneten hadronischen Kopplungskonstanten sowie die Effekte, die durch Interferenzen zwischen verschiedenen Zerfallsamplituden hervorgerufen werden. In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse

<sup>2</sup>Da der Wirkungsquerschnitt nur vom Azimutwinkel zwischen den Leptonstrebeneben abhängt, entspricht die Integration über  $\phi_+$  einer Multiplikation mit  $2\pi$ .

<sup>3</sup>Particle Data Group [6]

Integral	Wert[keV]	$\Gamma_R \cdot B$	$g_{Norm}$
$\frac{1}{2m_R} \int  D_{a_2}((\pi^+\pi^0)_\rho \pi^-) - D_{a_2}(\pi^+(\pi^0\pi^-)_\rho) ^2 dLips$	24.26	77.11	56.37
$\frac{1}{2m_R} \int  D_{a_2}((\pi^+\pi^0)_\rho \pi^-) ^2 +  D_{a_2}(\pi^+(\pi^0\pi^-)_\rho) ^2 dLips$	20.42	77.11	61.45
$\frac{1}{2m_R} \int  D_{\pi_2}((\pi^+\pi^0)_\rho \pi^-) - D_{\pi_2}(\pi^+(\pi^0\pi^-)_\rho) ^2 dLips$	349.00	85	15.61
$\frac{1}{2m_R} \int  D_{\pi_2}((\pi^+\pi^-)_{f_2} \pi^0) ^2 dLips$	112.98	76	25.93
$\frac{1}{2m_R} \int  D_{\pi_2}(\pi_1^0(\pi_2^0\pi_3^0)_{f_2}) + D_{\pi_2}(\pi_2^0(\pi_3^0\pi_1^0)_{f_2}) + D_{\pi_2}(\pi_3^0(\pi_1^0\pi_2^0)_{f_2}) ^2 dLips$	116.35	38	18.07

Tabelle 4.2: Normierung der Zerfallsmatrixelemente; die Angabe  $\Gamma_R \cdot B$  ist in MeV,  $g_{Norm}$  ist dimensionslos.

der Integration und die sich ergebenden Werte für  $g_{Norm}$  zusammengestellt. Bei dem Zerfall  $f_2 \rightarrow \pi\pi$  muß das Verzweigungsverhältnis (86%) noch mit einem Faktor  $\frac{2}{3}$  multipliziert werden, weil in diesem Experiment nur die Zerfälle in geladene Pionen gemessen werden.

Um die Bedeutung des  $\rho^+\rho^-$ -Interferenzeffektes quantitativ deutlich zu machen, wurde die Integration im Fall des  $a_2$  auch für eine inkohärente Addition der beiden  $\rho$ -Zerfallsamplituden durchgeführt. Das Ergebnis weicht um mehr als 20% vom korrekten Wert ab. Ein weiteres interessantes Ergebnis liefert die Untersuchung der Reaktion  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0 \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ ; hier sind gleich drei verschiedene Kombinationen zweier  $\pi^0$  zu einem  $f_2$  möglich. Da über diese Reaktion bereits vorläufige Resultate vorgestellt wurden [16], ist eine Abschätzung der Interferenzeffekte aufschlußreich. Unter der Annahme gleicher Kopplungsstärke für  $f_2 \rightarrow \pi^+\pi^-$  und  $f_2 \rightarrow \pi^0\pi^0$  (Isospinvarianz der starken Wechselwirkung) ergibt sich bei kohärenter Addition der Amplituden eine nur um 3% größere partielle Zerfallsbreite als bei der einzelnen  $f_2 \rightarrow \pi^+\pi^-$ -Amplitude (Der  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Phasenraum ist dreimal so groß wie der drei gleicher Pionen). Die Ursache für die kleine Bedeutung der Interferenzeffekte in diesem Fall liegt in der Tatsache, daß die Überlappregionen der drei  $f_2$ -Bänder auf dem Dalitzplot bei  $W = m_{\pi_2}$  außerhalb des kinematisch erlaubten Bereichs liegen.

#### 4.3.4 Die Erzeugung der Vierervektoren

Die Erzeugung der Vierervektoren als Ausgangsdaten für das Detektorsimulationsprogramm verläuft in zwei Schritten:

- Erzeugung eines  $\gamma\gamma$ -Systems gemäß der von *MOTTE* angelegten Wirkungsquerschnitt-Verteilung.
- Zerfall dieses Systems in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  und  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , durchgeführt mit dem Programmpaket *SAGE* [32], gemäß dem Phasenraumgewicht  $dLips(\pi^+\pi^-\pi^0)$  bzw.  $dLips(\gamma\gamma)$ .

Abbildung 4.1 zeigt das  $W$ -Spektrum der erzeugten Vierervektoren; da sie mit einem konstanten Matrixelement  $A$  generiert wurden (Gl. 4.5), ist der Wirkungsquerschnitt hier nur vom mit  $W$  größer werdenden Zerfallsphasenraum und dem bremstrahlungsähnlichen mit  $W$  stark abfallenden Photonfluß abhängig.

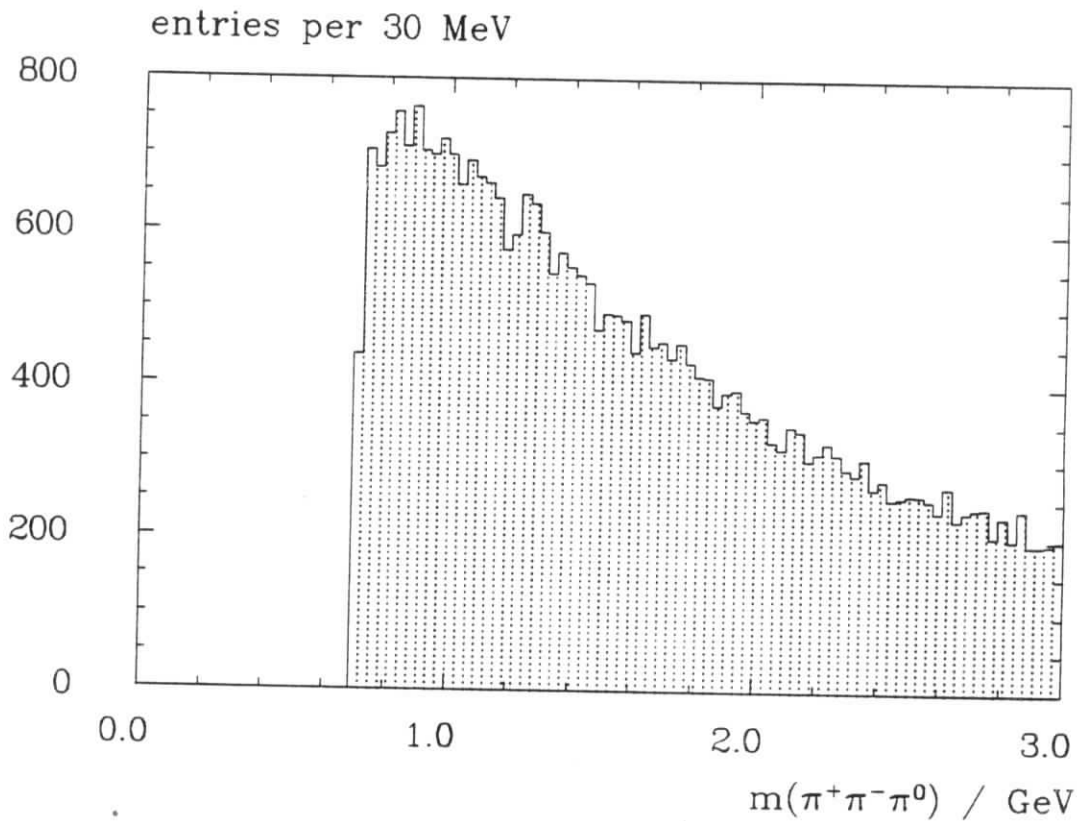


Abbildung 4.1: Spektrum der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen bei konstantem Matrixelement und Phasenraumgewicht.

1 683 268 solcher Vierervektoreignisse wurden für diese Analyse erzeugt. Dies entspricht mit Gleichung 4.6 einer integrierten MC-Luminosität von  $4081.7 \text{ pb}^{-1}$ . Dieser Wert ist für alle Gewichtungen der Ereignisse gleich, da die integrierte Luminosität das *Verhältnis* von generierten Ereignissen zum Wirkungsquerschnitt angibt. Der stärkere Beitrag eines gewichteten Volumenelements  $dLips$  zum Wirkungsquerschnitt wird gerade kompensiert durch das stärkere Gewicht des MC-Ereignisses, das in dieser Phasenraumzelle liegt. Das Ziel bei dieser großen MC-Statistik ist es, den für den Detektor zugänglichen Bereich des Endzustandsphasenraums möglichst dicht mit MC-Ereignissen auszufüllen, so daß jedes Ereignis ein möglichst kleines Volumenelement  $dLips(\pi^+\pi^-\pi^0)$  repräsentiert.

Bevor die Ereignisse vom Detektorsimulator prozessiert werden, wird noch eine Vorauswahl getroffen, um Ereignisse, deren Rekonstruktion unmöglich ist, vor der sehr viel Rechenzeit beanspruchenden Simulation auszusondern. Die Kriterien der Vorselektion sind in Tabelle 4.3 aufgelistet, nur 39.99% aller erzeugten Vierervektoreignisse passieren diese Schritte.

## 4.4 Ergebnisse der Detektorsimulation

Nach der Detektorsimulation durchlaufen die MC-Ereignisse noch zwei wichtige Simulationsschritte. Aus den simulierten Ladungsdepositionen kann das Muster der Signale des Innen-



## Detektor-Akzeptanz

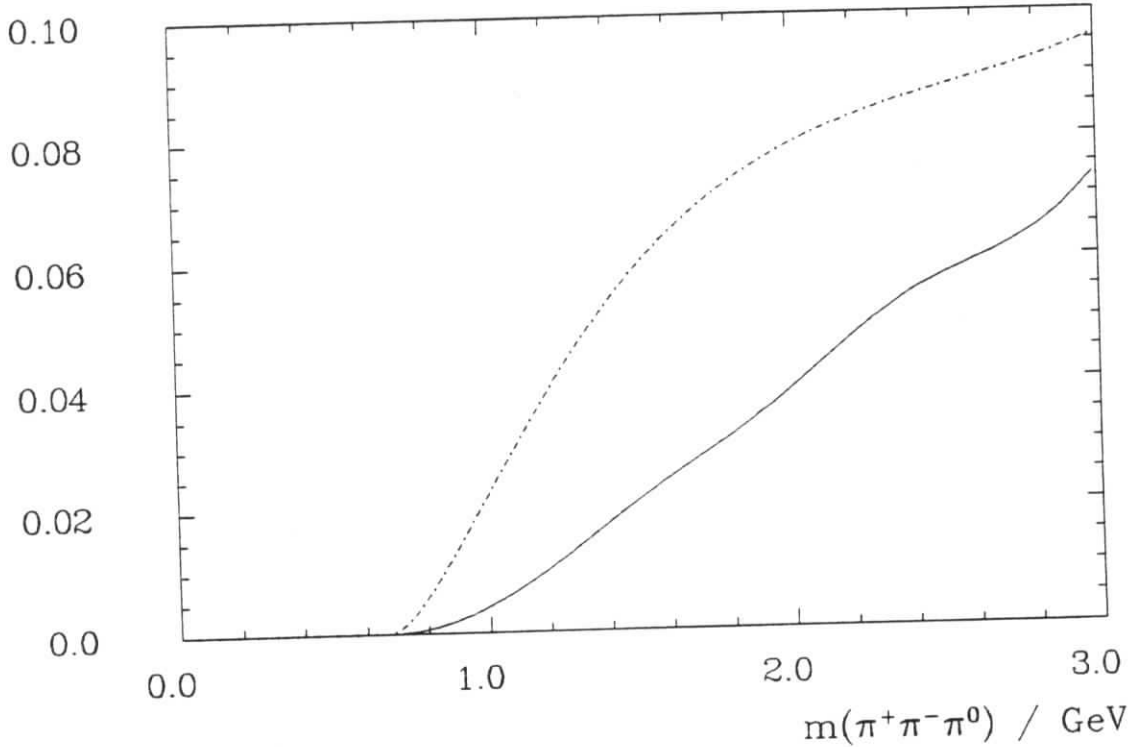


Abbildung 4.2: Verhältnis von generierten zu rekonstruierten MC-Ereignissen vollständig (durchgezogene Linie) bzw. teilweise rekonstruiert (siehe Text).

detektors zur Nachahmung der Spurtrigger gewonnen werden. Anschließend wird auch das Filterprogramm (s. Kap. 3) für die MC-Rekonstruktion benutzt. Letztlich bleiben, nachdem die MC-Daten einer Analyse mit VIOLA unterzogen wurden, 29066 vollständig rekonstruierte  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignisse und 71751 Ereignisse, bei denen nur eines der beiden  $\pi^0$ -Photonen rekonstruiert wurde, übrig. Die Rekonstruktionswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der invarianten Masse des  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Systems ist für beide Datensätze in Abbildung 4.2 dargestellt, sie kann als reine Detektorakzeptanz (ohne kinematische Schnitte) interpretiert werden. Die Massenauflösung wird im Korrelationsdiagramm 4.3 sichtbar, dort ist die rekonstruierte  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Masse gegen die generierte Masse aufgetragen. Die Massenauflösung im Fall eines vollständig rekonstruierten Endzustands kann durch einen Fit der Photonenergien an die  $\pi^0$ -

Selektionskriterium	Erläuterung
$ \cos(\theta_{\pi^+})  > 0.95$	Polarwinkel ( $\pi^+$ ) zum Strahl
$ \cos(\theta_{\pi^-})  > 0.95$	Polarwinkel ( $\pi^-$ ) zum Strahl
$ \cos(\theta_{\gamma_1})  > 0.98$ und $ \cos(\theta_{\gamma_2})  > 0.98$	Polarwinkel (Photonen aus $\pi^0$ ) zum Strahl
$p_T^2(\pi^+) < 0.01 \text{ GeV}^2$	Transversalimpuls des $\pi^+$
$p_T^2(\pi^-) < 0.01 \text{ GeV}^2$	Transversalimpuls des $\pi^-$

Tabelle 4.3: Vorselektion auf Vierervektorebene: Bei Erfüllung auch nur eines der Kriterien wird das MC-Ereignis verworfen.

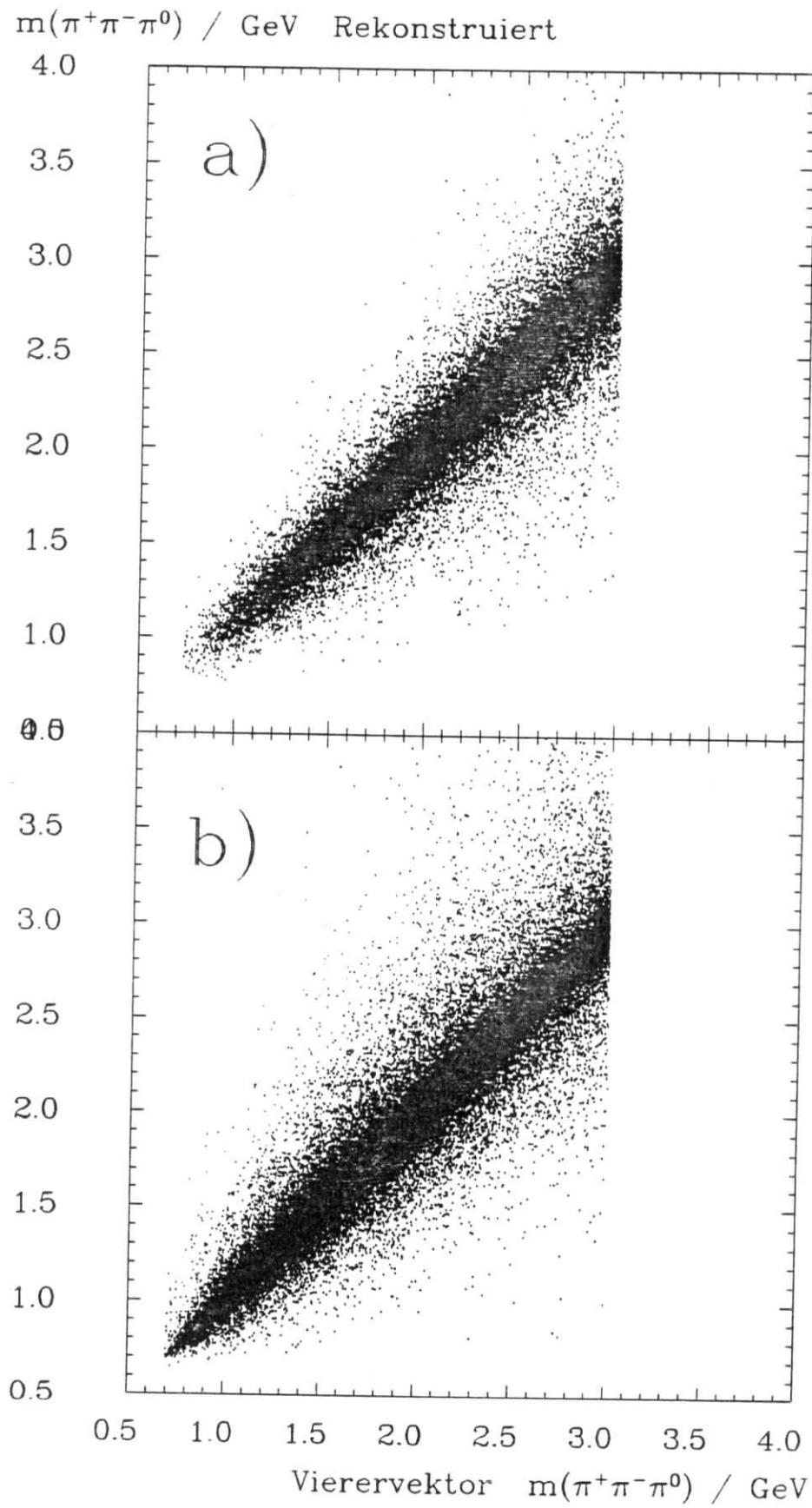


Abbildung 4.3: Invariante Masse von generierten zu rekonstruierten MC-Ereignissen: a) vollständiges  $\pi^0$  b) nur ein Photon aus  $\pi^0$ -Zerfall.

Hypothese noch verbessert werden. Dies wird im nächsten Kapitel beschrieben.

## Kapitel 5

### Rekonstruktion des Endzustands $\pi^+\pi^-\pi^0$

In diesem Kapitel werden die Selektion der Daten und die kinematischen Schnitte beschrieben, die dazu dienen, den  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustand in einer *notag*-Zwei-Photon-Reaktion möglichst untergrundfrei zu isolieren.

#### 5.1 Datenselektion

Nachdem die Datenrekonstruktion in OFFRAM vollzogen ist, werden die Ereignisse zunächst nach sehr weichen Kriterien sortiert. Alle physikalisch interessanten Ereignisse werden auf die sog. SELECT-Bänder [33] geschrieben. Die für *notag*-Zwei-Photon-Ereignisse relevanten Kriterien sind:

- $\geq 2$  Spuren
- $\geq 1$  positive und  $\geq 1$  negative Spur
- $\leq 50$  Signale in den Strahlrohrkammern (typisch für Strahlrohrwandereignisse)

Die SELECT-Bänder enthalten ca.  $3.5 \cdot 10^6$  Ereignisse [25]. Bevor die Daten den VIOLA-Prozessor durchlaufen, wird noch eine weitere Auswahl getroffen, die geladene Endzustände geringer Multiplizität (2–8 Spuren, Gesamtladung null oder  $\pm 1$ ) fordert. Die  $1.3 \cdot 10^6$  Ereignisse, die diese Bedingungen erfüllen, werden auf sog. SELGGEX-Bänder [25] geschrieben.

Für diese Analyse wird nach dem Endzustand  $\pi^+\pi^-\pi^0$  gesucht. Das bedeutet: Da das  $\pi^0$  sofort (die Flugstrecke bis zum Zerfall ist kleiner als ein  $\mu m$ ) in zwei Photonen zerfällt, werden Ereignisse selektiert, die zwei entgegengesetzt geladene Spuren und zwei neutrale Schauer, d.h. Schauer, die keiner Spur im Innendetektor zugeordnet werden können, aufweisen.

Da sich die  $\pi^0$ -Mesonen beim Zerfall schnell bewegen, haben die beiden Photonen im Laborsystem oft sehr unterschiedliche Energien, was dazu führt, daß nur eines der beiden hochenergetisch genug ist, um nachgewiesen zu werden. Außerdem kommt es natürlich dazu, daß eines der Photonen in Richtung einer Akzeptanzlücke (z.B. in das Strahlrohr) emittiert wird. Daher erwartet man eine große Zahl  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignissen, die nur unvollständig rekonstruiert werden und nur eines der  $\pi^0$ -Photonen enthalten. Deshalb wird ein zweiter

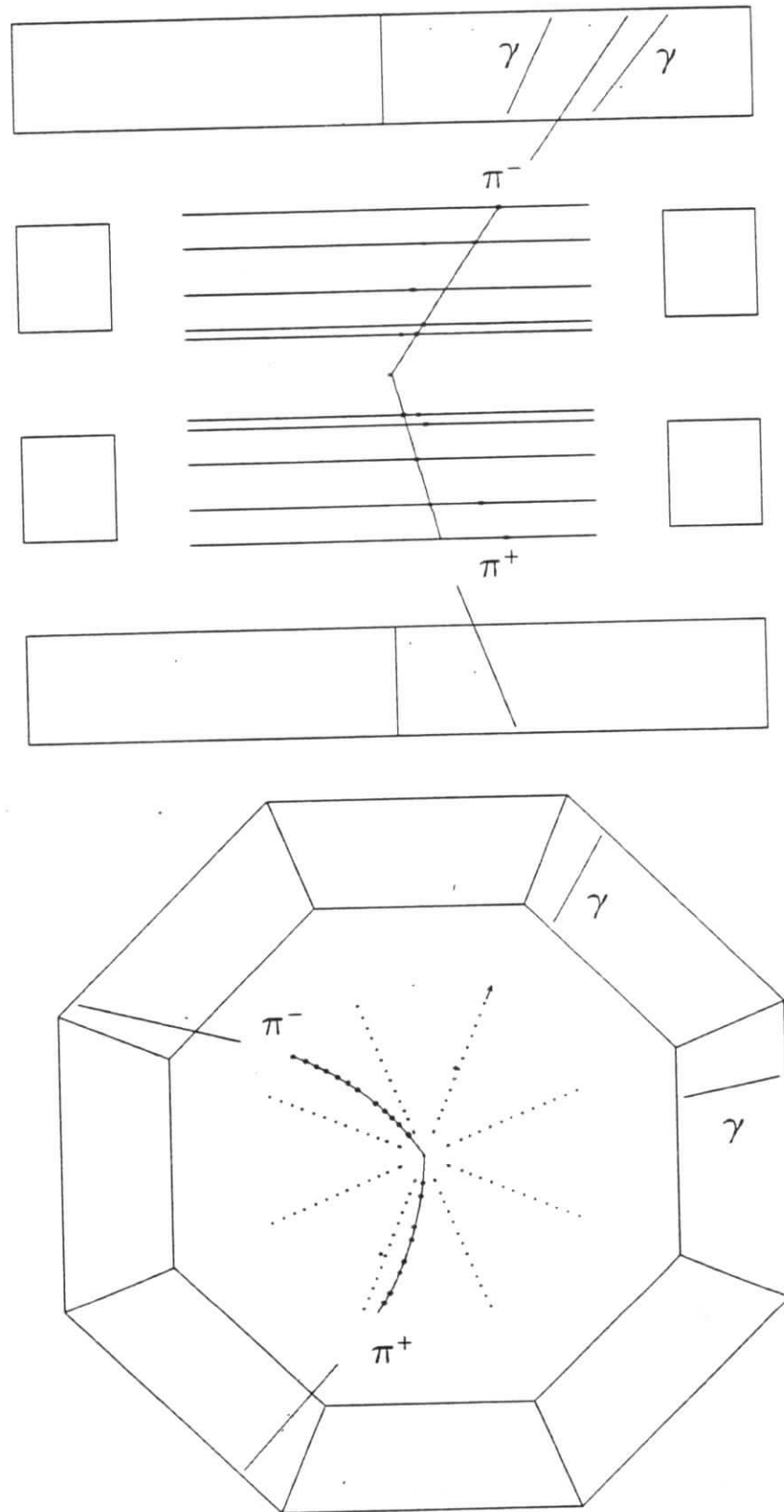


Abbildung 5.1: Ein vollständig rekonstruiertes  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignis im CELLO Detektor; oben:  $rz$ -, unten:  $r\phi$ -Projektion.

Satz von Ereignissen selektiert, in denen zwei Spuren und nur ein neutraler Schauer gemessen wurden.

Zusätzlich wurde bei beiden Selektionen die Bedingung gestellt, daß keine Schauer in den Vorwärtskalorimetern (nicht mehr als 1 GeV deponierte Energie) gemessen wurden. Sie soll gewährleisten, daß nur Zwei-Photon-Ereignisse mit kleinen Leptonstreuwinkeln akzeptiert werden (*anti-tagging*). Ferner wurden nur Ereignisse weiter verwendet, bei denen die im Kapitel 3.4 beschriebenen Spurtrigger ausgelöst waren. Die beiden Datensätze, die im folgenden mit  $2\gamma$ -Datensatz bzw.  $1\gamma$ -Datensatz bezeichnet werden, enthalten auf dieser Selektionsstufe 7975 bzw. 18993 Ereignisse. Abbildung 5.1 zeigt ein  $2\gamma$ -Ereignis, mit einer invarianten Masse von  $1.386 \text{ GeV}$ . In der  $rz$ -Projektion ist die Bewegung des  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Systems entlang der  $z$ -Achse deutlich zu erkennen.

## 5.2 Kinematische Schnitte für beide Ereignistypen

Um zu gewährleisten, daß nur Ereignisse akzeptiert werden, bei denen die Näherungen und Grenzfallbetrachtungen  $Q_1^2 \rightarrow 0, Q_2^2 \rightarrow 0$  für quasi reelle Photonen gültig sind, wird neben der *anti-tag*-Bedingung weiterhin gefordert, daß die Summe aller Transversalimpulse klein ist:

- $(\sum \vec{p}_T)^2 < 0.0225 (\text{GeV}/c)^2$

Da der Wirkungsquerschnitt für  $\gamma\gamma$ -Leptonpaarerzeugung ( $e^+e^-, \mu^+\mu^-$ ) den für die Erzeugung einzelner Resonanzen um Größenordnungen übersteigt, ist mit sehr vielen Untergrundereignissen zu rechnen, bei denen primär nur zwei geladene Teilchen erzeugt wurden. Die zusätzlich registrierten Photonen könnten entweder auf elektronisches Rauschen zurückzuführen sein, oder es handelt sich um Bremsstrahlungsphotonen, die von einem Elektron auf dem Weg durch den Innendetektor abgestrahlt wurden.

Eine Maßnahme, um diesen Untergrund zu unterdrücken, ist ein Algorithmus [34], der prüft, ob Photonen im Flüssigargon-Kalorimeter von Spuren im Innendetektor stammen können. Dazu wird an die Spur eine Schar von Tangenten angelegt und in das Kalorimeter extrapoliert. Befindet sich dort in einem Bereich, der in  $\phi$  und  $\theta$  um je  $3.2^\circ$  von der Tangentenrichtung abweichen darf, ein Photon, wird das Ereignis als Elektron mit Bremsstrahlungsphoton klassifiziert und verworfen.

In den meisten Fällen sollten solche versteckten Zweispurereignisse (auch  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ ) daran zu erkennen sein, daß die Transversalimpulse der Spuren balanciert sind, während bei echten Dreikörperzerfällen das  $\pi^0$  meistens einen Teil des Transversalimpulses übernimmt und die beiden Spuren in der  $r\phi$ -Projektion nicht genau in entgegengesetzte Richtungen zeigen. Deshalb wird verlangt, daß die geladenen Spuren einen Mindesttransversalimpuls für das  $\pi^0$  "übriglassen":

- $(\sum_{+-} \vec{p}_T)^2 > 0.03 (\text{GeV}/c)^2$

und der Öffnungswinkel zwischen ihnen in der  $r\phi$ -Projektion von  $180^\circ$  verschieden ist:

- $|\phi(\pi^+\pi^-)| < 3.05 \text{ rad}$

Da die Szintillationszähler, die den Polarwinkelbereich zwischen Endkappen- und Zentralteil des Flüssigargon- Kalorimeters überdecken, keine exakte Energiemessung der detektierten Photonen ermöglichen, werden Ereignisse, deren Photonen mit dieser Detektorkomponente nachgewiesen wurden, von der weiteren Analyse ausgeschlossen.

- Nur Photonen im Flüssigargon- Kalorimeter werden akzeptiert.

Die Impulsmessung geladener Teilchen erfolgt über die Bestimmung des Krümmungsradius der Spur in der  $r\phi$ - Ebene. Sie ist umso präziser, je mehr Kammern in radialer Richtung passiert werden. Die longitudinale Impulskomponente wird anschließend aus der Steigung  $m$  der Spur in  $rz$ -Projektion bestimmt:

$$p_L = \frac{p_{\perp}}{m} \quad (5.1)$$

Daraus folgt, daß die Genauigkeit der Messung des Gesamtimpulses für Spuren mit kleiner werdender Steigung in  $r\phi$ -Projektion nachläßt. Noch wichtigere Gründe für die große Unsicherheit der Impulsmessung im Vorwärtsbereich sind jedoch die kleiner werdende Anzahl von getroffenen Kammern und die zunehmende Inhomogenität des Magnetfelds an den Enden des Zentraldetektors. Stark vorwärts gerichtete Spuren werden daher nicht akzeptiert:

- $|\cos(\theta_+)| < 0.90$  Polarwinkel der positiven Spur
- $|\cos(\theta_-)| < 0.90$  Polarwinkel der negativen Spur

Die weiteren Schritte in der  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Rekonstruktion beziehen sich alle auf den Nachweis des  $\pi^0$  und werden von daher in den beiden Datensätzen unterschiedlich behandelt.

### 5.3 Rekonstruktion des $\pi^0$ aus zwei Photonen

Die nun folgenden Analyseschritte zielen darauf ab, möglichst alle aus den Daten rekonstruierbaren  $\pi^0$ -Zerfälle zu erfassen und vom Untergrund zu separieren. Dabei ist man auf vergleichende Studien mit MC-Ereignissen angewiesen.

Die wichtigste Meßgröße ist hier die im Kalorimeter deponierte Energie der Photonen. Idealerweise werden Energie und Flugrichtung der beiden Zerfallsprodukte genau gemessen, dann sollte die invariante Masse  $m(\gamma\gamma)$  gleich der Ruhemasse des  $\pi^0$  sein. Außerdem sollte das rekonstruierte  $\pi^0$  gerade den Transversalimpuls des Gesamt ereignisses ausgleichen.

MC-Studien zeigen, daß die Bestimmung des Öffnungswinkels zwischen den beiden Photonen im Laborsystem für eine präzise Rekonstruktion des  $\pi^0$  von entscheidender Bedeutung ist. Im eigenen Ruhesystem zerfällt das leichteste Meson isotrop in zwei Photonen von 67.5 MeV. Nach einer Lorentztransformation ins Laborsystem verschiebt sich die Energie eines in Flugrichtung emittierten Photons nach oben, während ein rückwärts gerichtetes  $\gamma$ -Quant im Laborsystem als niederenergetisches Teilchen in Erscheinung tritt (Nachweiswahrscheinlichkeit für Photonen im Zentralteil des Kalorimeters: bei 140 MeV 50%, bei 20 MeV 4% [28]).

Die Nachweiswahrscheinlichkeit für *beide* Photonen ist am größten, wenn die Zerfallsphotonen genau senkrecht zur  $\pi^0$ -Flugrichtung emittiert werden. Im Laborsystem treten dann

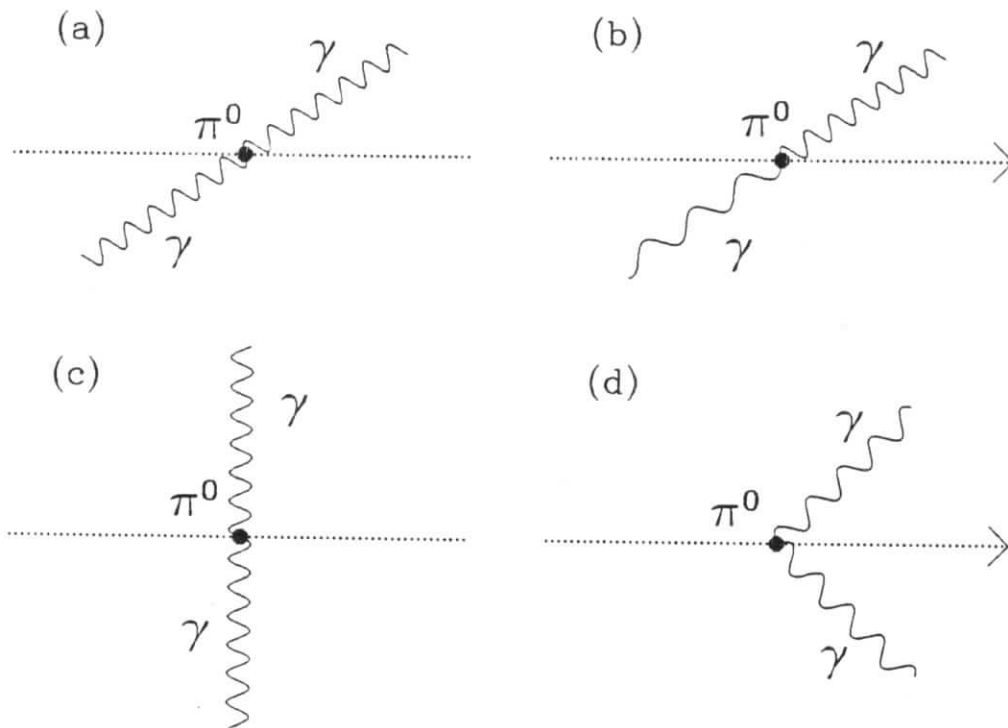


Abbildung 5.2:  $\pi^0$ -Zerfälle unter verschiedenen Winkeln im Ruhe- und im Laborsystem.

zwei gleiche Photonen unter einem Öffnungswinkel  $< 180^\circ$  auf, der umso kleiner ist, je größer der Impuls des  $\pi^0$  im Laborsystem ist. Die Skizze in Abbildung 5.2 soll die Situation bei verschiedenen Zerfallswinkeln der  $\pi^0$ -Photonen zur  $\pi^0$ -Flugrichtung veranschaulichen: a) zeigt einen Zerfall unter kleinem Winkel zur Flugrichtung, nach Transformation in das Laborsystem (b) ergibt sich eine asymmetrische Verteilung der Energie, so daß das rückwärtsgerichtete Photon nur selten gefunden wird. Von dieser Situation wird im nächsten Abschnitt berichtet. Die Bilder c) und d) zeigen den Fall senkrecht zur Flugrichtung emittierter Photonen; hier besteht eine größere Wahrscheinlichkeit beide  $\pi^0$ -Zerfallsprodukte nachzuweisen.

Vergleichende Studien an Daten und MC-Ereignissen zeigen, daß das Verhältnis von  $\pi^0$ -Signal zu Untergrund besonders ungünstig ist, wenn infolge eines zu großen Öffnungswinkels im Laborsystem eines der Photonen im Endkappenteil und das andere im Zentralteil des Kalorimeters liegt.

- Nur Paare von Endzustandspartikeln, die beide im Zentralteil oder beide im Endkappenteil des Flüssigargon-Kalorimeters liegen, werden akzeptiert.

Schließlich wird im  $\pi^0$ - Ruhesystem der Winkel  $\phi$  zwischen  $\pi^0$ - Flugrichtung und der Emissionsrichtung der Photonen bestimmt. Nur Ereignisse, die die Bedingung



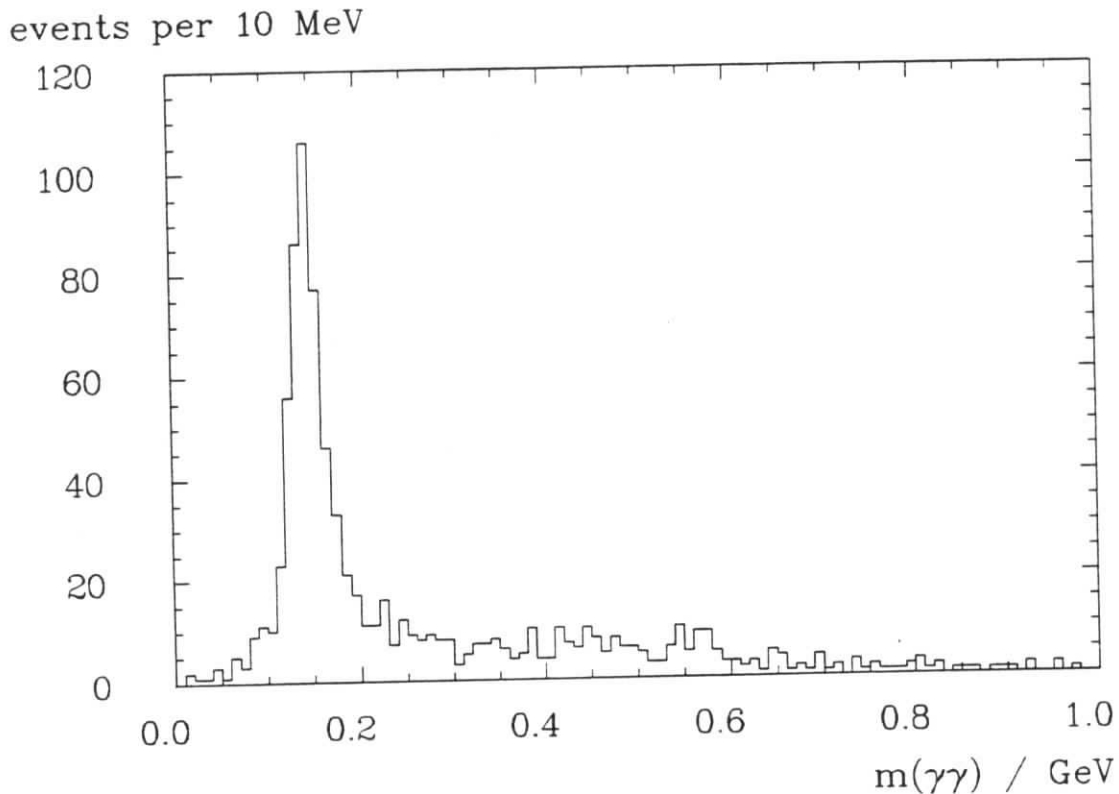


Abbildung 5.3: Spektrum der invarianten Massen der Endzustandsphtonen nach Schnitten und Fit (s. Text).

- $|\cos(\phi(\pi^0, \gamma))| < 0.6$

erfüllen, werden akzeptiert. Die starke Asymmetrie der Energie der Photonen im Laborsystem macht eine exakte Bestimmung der invarianten Masse der in Vorwärtsrichtung zerfallenden  $\pi^0$  unwahrscheinlich; dies wurde in vergleichenden Studien an MC- und Daten-Ereignissen ersichtlich.

Die verbleibenden Ereignisse werden als Kandidaten für echte Dreikörperzerfälle angesehen. In einem Parameterausgleich (Fit, engl. Anpassungsrechnung) nach der Methode der kleinsten Quadrate [35],[36] wird bei diesen Ereignissen versucht, die gemessenen Schauerenergien der Photonen im Rahmen der Meßgenauigkeit so zu variieren, daß der Gesamttransversalimpuls verschwindet.

- Nebenbedingung erster Fit:  $p_T = 0$   $\sigma_{p_T} = 30 \text{ MeV}$

Dabei wird für  $p_T$  eine Variationsbreite  $\sigma$  von 30 MeV zugelassen. Dies steht im Einklang mit den bei *anti-tagging* möglichen kleinen Leptonstreuwinkeln. Das Spektrum der invarianten Massen der beiden Photonen, wie es sich nach den bisher beschriebenen Schnitten und nach erfolgreicher Parameteranpassung (Fit- Wahrscheinlichkeit  $> 1\%$ ) an die Hypothese  $p_T = 0$  ergibt, ist in Abbildung 5.3 zu sehen.

In einem zweiten Durchgang des Fits werden die  $\pi^0$ - Kandidaten, deren invariante Masse der Photonen  $m(\gamma\gamma)$  die Bedingung

- $80 \text{ MeV} < m(\gamma\gamma) < 220 \text{ MeV}$

erfüllen, an die gleiche Hypothese mit der

- zusätzlichen Nebenbedingung  $m(\gamma\gamma) = m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}$

angepaßt.

Das Spektrum der invarianten Massen  $m(\pi^+\pi^-\pi^0)$  der vollständig rekonstruierten Ereignisse ist in Abbildung 5.4 zu sehen. Hier ist bereits im Bereich um 1320 MeV eine deutliche Überhöhung zu beobachten, die auf die Anregung des  $a_2(1320)$  schließen läßt. Bevor im nächsten Kapitel auf die weitere Untersuchung dieses Mesons eingegangen wird, folgt hier zunächst die weitere Behandlung des  $1\gamma$ -Datensatzes.

## 5.4 Rekonstruktion des $\pi^0$ aus einem Photon

Die Rekonstruktion des  $\pi^0$  aus nur einem Photon ist etwas ungenauer als in  $2\gamma$ -Daten, weil hier weniger Information zur Verfügung steht. Allerdings bieten die  $1\gamma$ -Daten ca. dreimal so große Datenmengen, was die statistische Aussagekraft erhöht und so für eine gewisse "Entschädigung" für die schlechtere Rekonstruktion sorgt.

Ausgehend von der Hypothese, daß das fehlende Photon nicht gefunden wird, weil es zu niederenergetisch ist, erwartet man, daß das nachgewiesene nur unter einem kleinen Winkel zur  $\pi^0$ -Flugrichtung in Vorwärtsrichtung emittiert wurde und deshalb im Laborsystem fast den gesamten Impuls des  $\pi^0$  übernommen hat. Folglich sollten Photonimpuls und Summe der Spurimpulse in  $r\phi$ -Projektion in beinahe entgegengesetzte Richtungen zeigen. Hier ist jedoch größere Sorgfalt geboten, da mit einem beträchtlichen Untergrund von Ereignissen der Reaktion



die über  $\gamma\gamma$ -Anregung des  $\eta'(958)$  verlaufen, zu rechnen ist. Bei diesem Reaktionstyp stammen die beiden geladenen Pionen aus dem Zerfall eines  $\rho^0$ , in das das primär erzeugte  $\eta'$  unter Aussendung eines Photons übergeht. D.h. Photonimpuls und Impuls des  $\rho^0 = (\pi^+\pi^-)$  sind in  $r\phi$ -Projektion genau gleich groß und entgegengesetzt. Bei unvollständig nachgewiesenen  $\pi^0$ -Zerfällen macht sich im Gegensatz dazu die fehlende Impulskomponente des zweiten Photons dadurch bemerkbar, daß sich der Winkel zwischen den Transversalimpulsen von Photon und der Summe der  $\pi^\pm$  um eine kleine Abweichung von  $180^\circ$  unterscheidet. Aus diesem Grund kann man die Ereignismenge mit echten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzuständen anreichern, wenn man die Bedingung stellt, daß dieser Winkel im Bereich

- $2.5 < \phi(\rho^0, \gamma) < 3.107 \text{ rad}$

liegt. In Abbildung 5.5 ist die Verteilung des Winkels zwischen den Transversalimpulsen des Photons und des  $\pi^+\pi^-$ -Systems der gemessenen  $1\gamma$ -Ereignisse dargestellt. Die schraffierte Fläche zeigt zum Vergleich die MC-Erwartung für  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustände, normiert auf gleiche Anzahl der Einträge. Die senkrechten Linien markieren die Schnittgrenzen.

Die Zuordnung des  $\pi^0$ - Vierervektors zu dem einzigen gemessenen Photon erfolgt in folgenden Schritten:

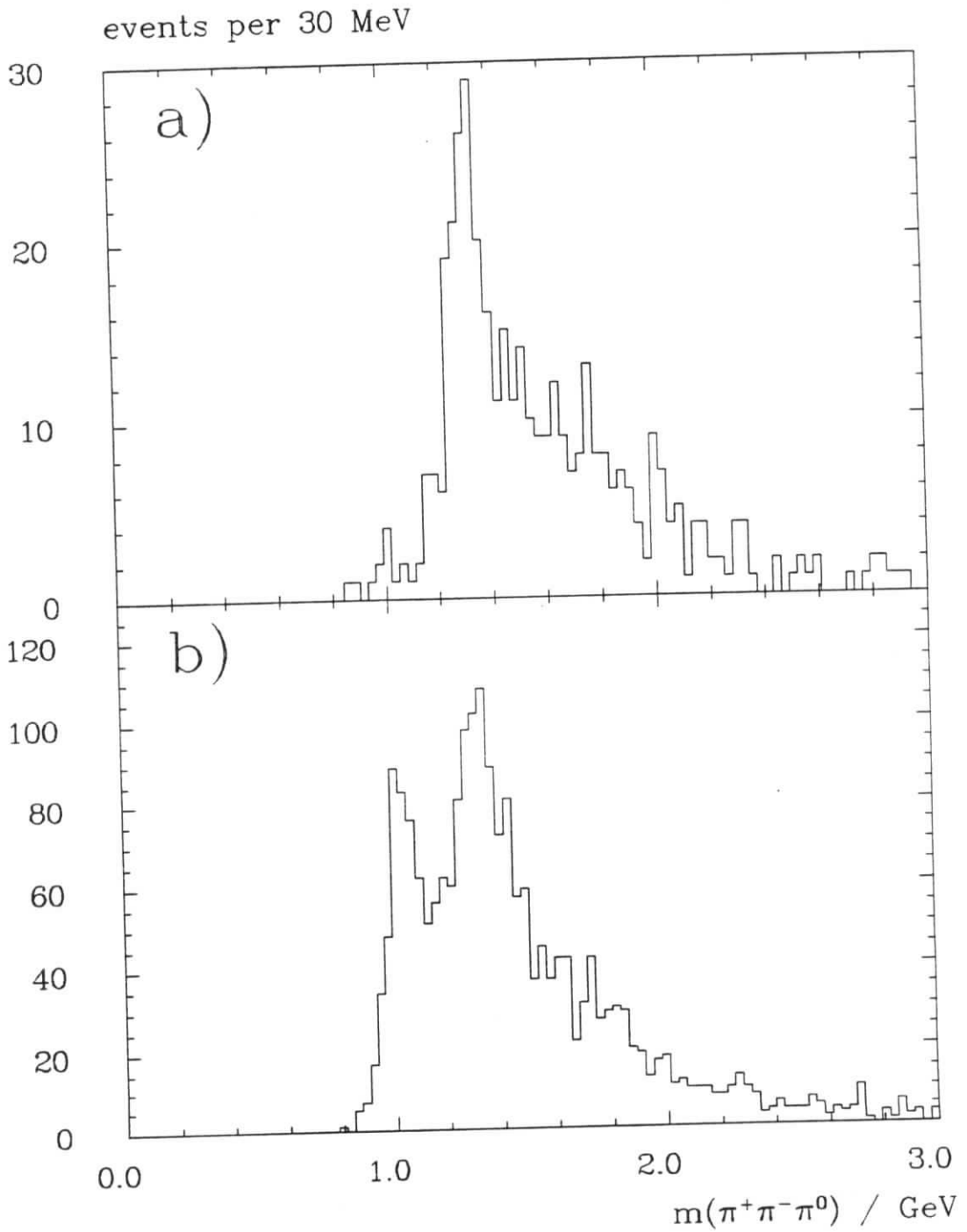


Abbildung 5.4: Spektrum der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen a) 2 $\gamma$ -Daten b) 1 $\gamma$ -Daten.

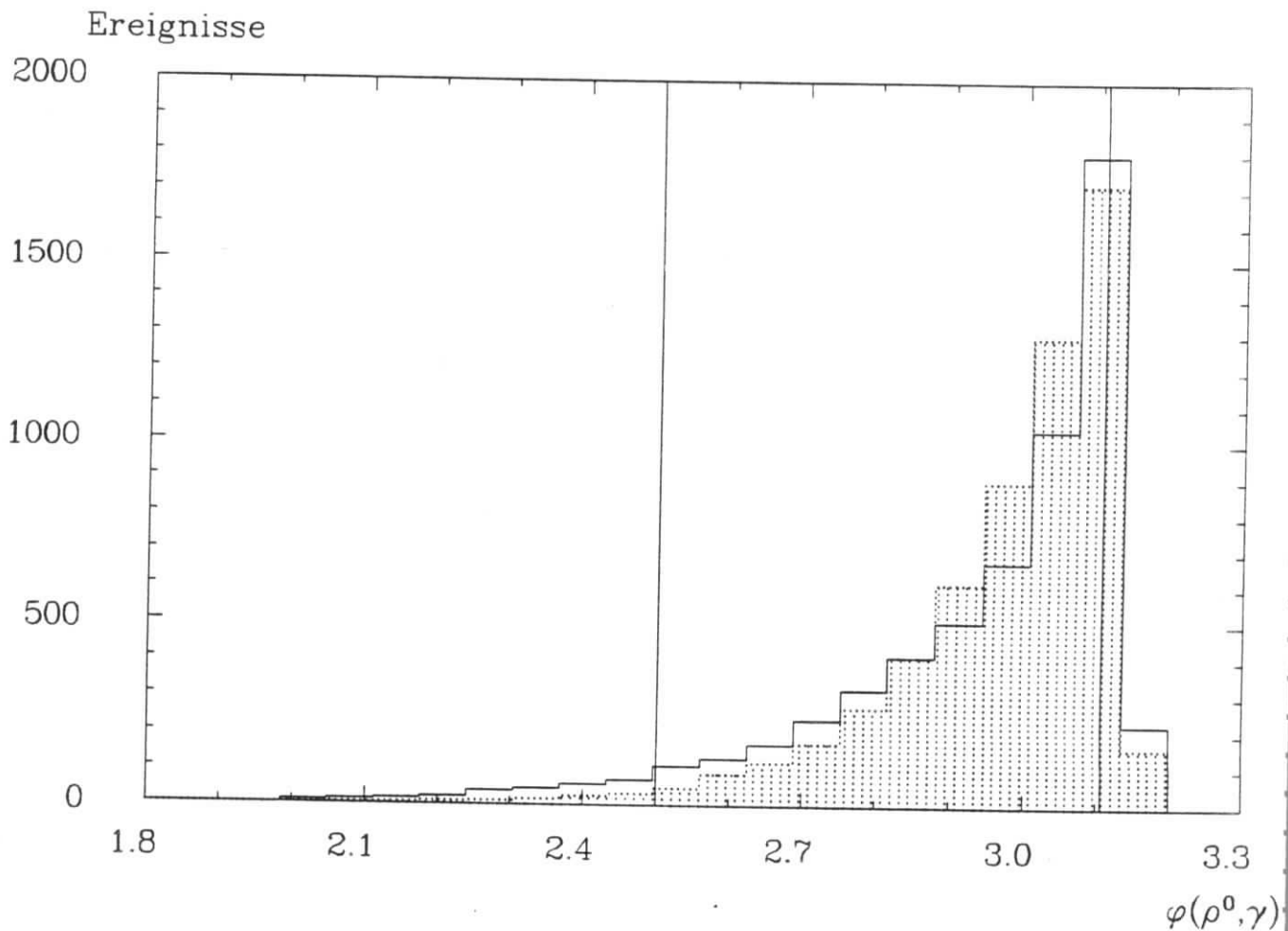


Abbildung 5.5: Der Winkel  $\varphi(\rho^0, \gamma)$ , Erläuterungen im Text, Daten: Histogramm, MC: schraffiert.

- Für die Flugrichtung wird einfach die des gemessenen Schauers genommen.
- Der Impuls des gemessenen Photons wird so skaliert, daß der Transversalimpuls vom Betrage her mit der Summe der transversalen Impulskomponenten der Spuren übereinstimmt. Dieses Verfahren minimiert den totalen Transversalimpuls und verbessert die Massenauflösung. Es hat sich in  $\eta'$ - Analysen bewährt [37].
- Schließlich wird die  $\pi^0$ - Masse quadratisch zur (skalierten) Photonenergie addiert, d.h. es wird substituiert:

$$(E_\gamma, 0, 0, E_\gamma) \rightarrow (\sqrt{E_\gamma^2 + m_{\pi^0}^2}, 0, 0, E_\gamma) \quad (5.3)$$

Dieses Verfahren liefert umso bessere Resultate, je höher die gemessene Schauerenergie liegt. In Abbildung 5.6 ist das Ergebnis einer MC-Studie zur Qualität dieser Methode gezeigt. Dort ist der Kosinus des Winkels  $\delta$  zwischen wahrer (Vierervektor- Ausgangsdaten)  $\pi^0$ - Flugrichtung im  $\gamma\gamma$ -Ruhesystem und der aus nur einem Photon rekonstruierten Flugrichtung gegen die gemessene Schauerenergie aufgetragen. Man sieht, daß falsche Richtungsinformation und niedrige Schauerenergie stark korreliert sind. Dies ist einer der Gründe für den

(eingezeichneten) folgenden Schnitt: Es wird verlangt, daß die gemessene Schauerenergie mindestens 150 MeV beträgt.

- Schauerenergie  $E_\gamma > 150$  MeV.

Dieser Schnitt dient jedoch vornehmlich dazu, Untergrundereignisse mit unsicher gemessenen Photonen auszuschließen.

Die  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massenspektren, die sich nach den in diesem Kapitel beschriebenen Analyseschritten ergeben, sind in Abbildung 5.4 zu sehen. Auch in den  $1\gamma$ -Daten (b) ist ein klares  $a_2(1320)$ -Signal zu beobachten. Links neben dem  $a_2$ -*peak* ist das noch verbleibende Signal des  $\eta'(958)$  deutlich zu erkennen. Im Massenbereich um 1670 MeV ist hier noch kein klarer Hinweis auf eine weitere Resonanz ( $\pi_2$ ) sichtbar, sie wird erst nach einigen zusätzlichen Schnitten evident, die den  $f_2$ - Zerfallskanal anreichern (Kapitel 7).

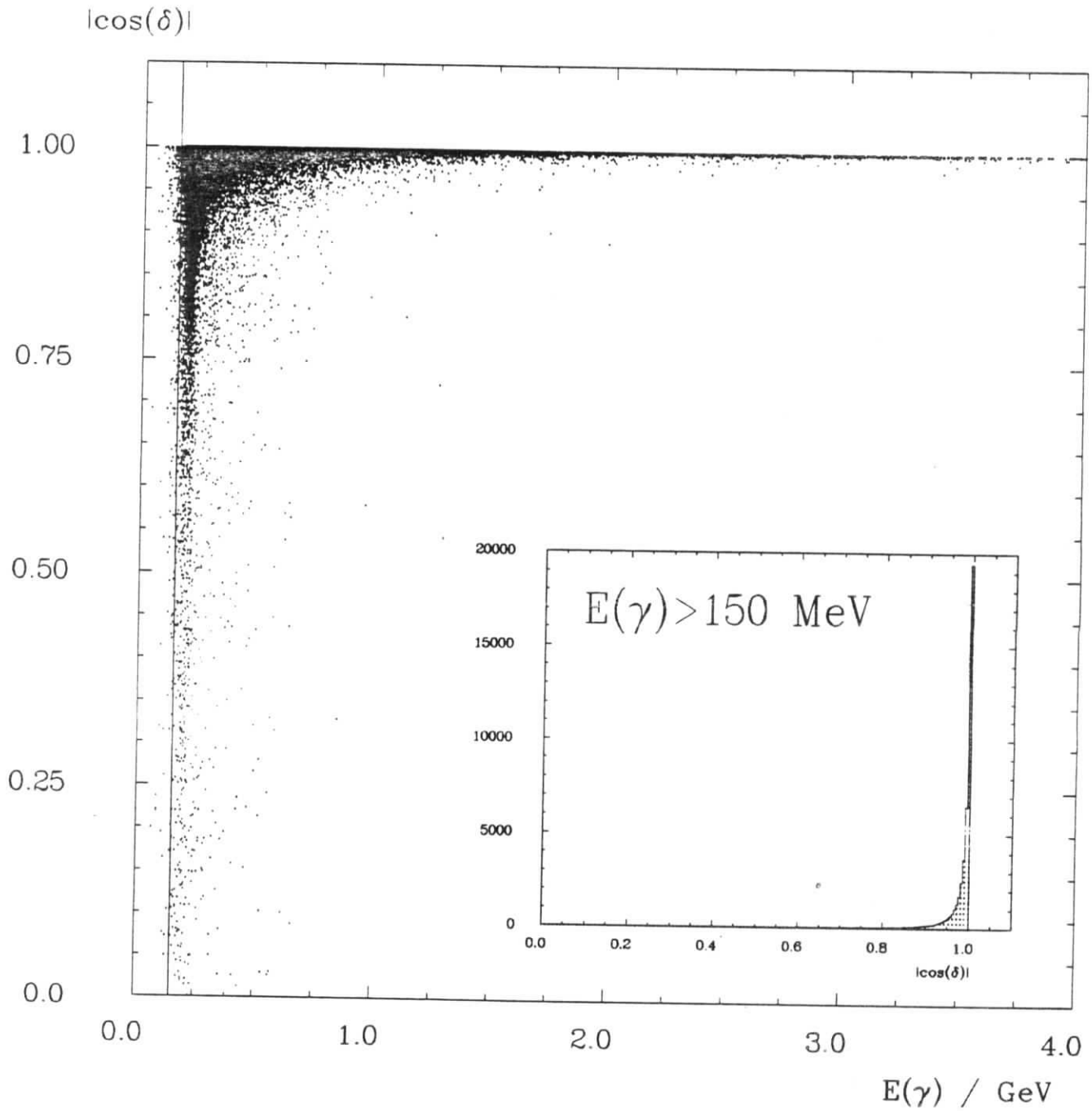


Abbildung 5.6: Der Kosinus des Winkels  $\delta$  zwischen generierter und rekonstruierter  $\pi^0$ -Flugrichtung gegen die gemessene Schauerenergie (MC-Studie).

## Kapitel 6

### Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320)$

Ausgangspunkt für die nun folgende Untersuchung des Mesons  $a_2(1320)$  ist der gemäß Kapitel 5 rekonstruierte  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustand. Das  $a_2$  zerfällt in diesen Endzustand ausschließlich über den Zerfallskanal  $a_2 \rightarrow \rho\pi$ .

#### 6.1 Ausnutzung der Anregung der $\rho$ -Zwischenresonanz

Die Bildung einer  $\rho$ -Resonanz im  $\pi^+\pi^0$ - oder  $\pi^-\pi^0$ -System während des  $a_2$ -Zerfalls wird in den Spektren der invarianten Massen der Kombinationen  $m(\pi^+\pi^0)_{\rho^+}$  und  $m(\pi^-\pi^0)_{\rho^-}$  sichtbar. In Abbildung 6.1 ist das Histogramm der invarianten Massen dieser Kombinationen gezeigt. Da es auf das Ladungsvorzeichen des  $\rho$  nicht ankommt, sind hier für je ein Ereignis beide Kombinationen eingetragen. Man erkennt, daß das  $\pi^\pm\pi^0$ -Spektrum klar von einem  $\rho(770)$ -Signal dominiert wird. Im  $1\gamma$ -Datensatz (b) ist die linke Flanke der Resonanz etwas flacher als im  $2\gamma$ -Datensatz. Dies ist auf noch verbliebenen Untergrund durch  $\eta'$ -Zerfälle zurückzuführen.

Da bei jedem Zerfall eines  $a_2$  in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  ein positives oder negatives  $\rho$  entsteht, werden im folgenden nur Ereignisse als  $a_2$ -Kandidaten angesehen, die wenigstens für eine Kombination von geladenem mit neutralem Pion mit der Hypothese einer  $\rho$ -Zwischenresonanz verträglich sind:

- entweder  $550 < m(\pi^+\pi^0) < 900 \text{ MeV}$
- oder  $550 < m(\pi^-\pi^0) < 900 \text{ MeV}$

Weitere Information über die Zerfalldynamik wird verfügbar, wenn nicht nur die einfache Häufigkeitsverteilung der invarianten Massen untersucht wird, die für die Zwischenresonanz in Frage kommen, sondern auch die Korrelation zwischen den beiden  $\rho$ -Kombinationen mit in die Betrachtung einbezogen werden.

Bedingt durch die quantenmechanische Überlagerung der beiden  $\rho$ -Zerfallsamplituden, die in Kapitel 2.10 bereits behandelt wurde, steigt der Wirkungsquerschnitt für Ereignisse, die auf dem Dalitzplot im Überlappbereich der beiden  $\rho$ -Bänder liegen, stark an. Dieses Interferenzphänomen kann direkt auf dem Dalitzplot der gemessenen Ereignisse in Abbildung 6.2 beobachtet werden. Im  $2\gamma$ -Datensatz sind neben der starken Population in der Interferenzregion auch schwach ausgeprägte  $\rho$ -Bänder ( $m(\rho)^2 = 0.59 \text{ GeV}^2$ ) zu erkennen; sie sind

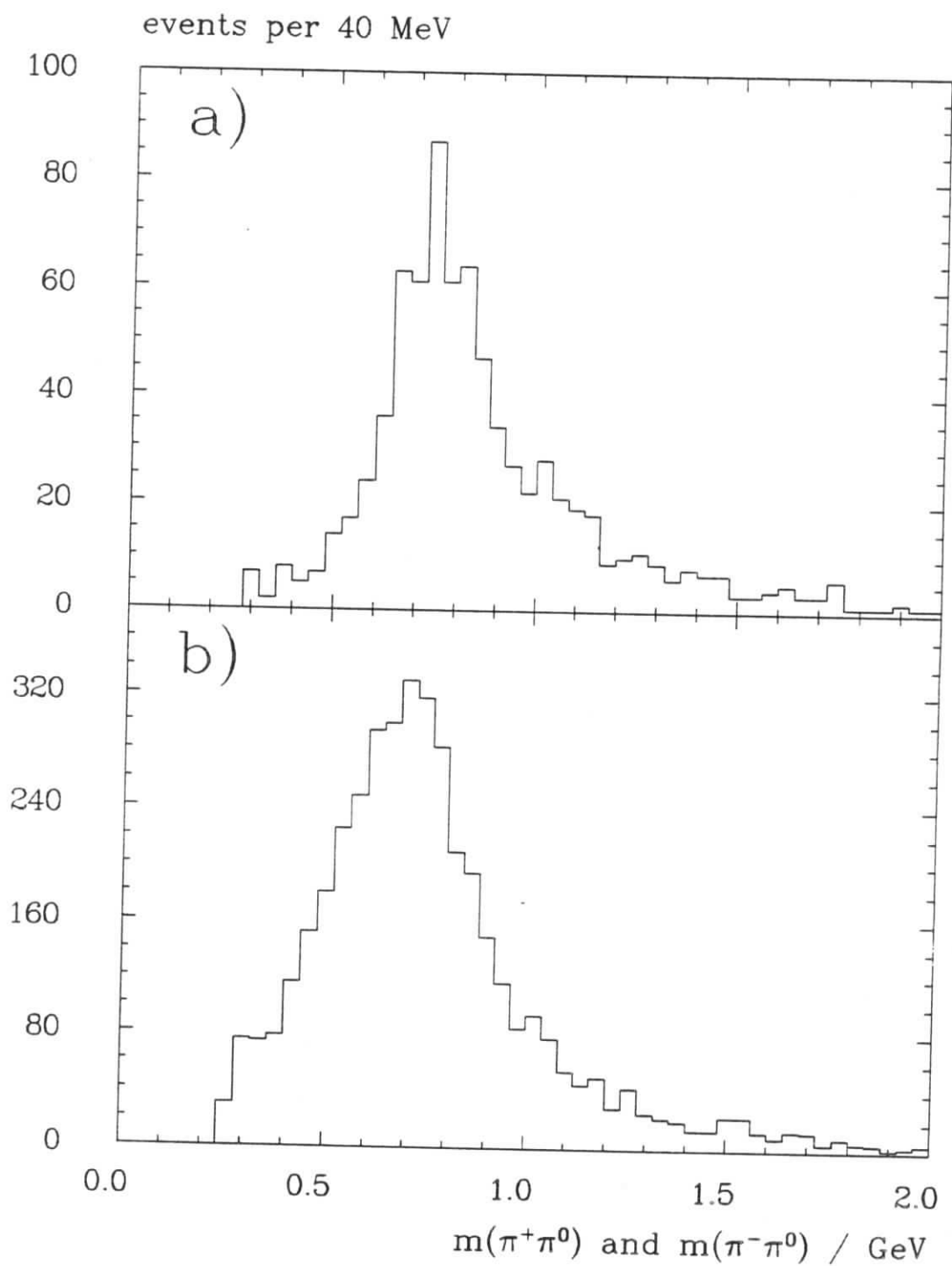


Abbildung 6.1: Spektrum der inv. Massen  $m(\pi^\pm\pi^0)$  nach  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Selektion a)  $2\gamma$ - b)  $1\gamma$ -Daten; zwei Einträge pro Ereignis.



im  $1\gamma$ -Datensatz nicht vom wesentlich größeren Untergrund zu trennen. Der  $1\gamma$ -Datensatz, der hier auch noch die  $\eta'$ -Ereignisse bei niedrigen  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen enthält, weist ein von oben links nach unten rechts verlaufendes  $\rho^0$ -Band auf. Es kreuzt die Winkelhalbierende zwischen dem Kreis, der den Bereich der  $\rho^+\rho^-$ -Interferenz umschließt, und dem Ursprung.

Da im Bereich der konstruktiven Interferenz das Verhältnis von  $a_2$ -Zerfällen zu Untergrund besonders groß ist, werden für die Bestimmung der Zwei-Photon-Breite nur Ereignisse aus diesem Bereich des Dalitzplots weiter untersucht.

Zur Definition des Überlappgebiets der beiden  $\rho$ -Bänder wird folgende Schnittgröße eingeführt:

$$r_\rho \equiv \sqrt{((0.77)^2 - m(\pi^+\pi^0)^2)^2 + ((0.77)^2 - m(\pi^-\pi^0)^2)^2} [GeV^2] \quad (6.1)$$

Sie erlaubt es, Kreisflächen um den "Kreuzungspunkt" ( $m_\rho^2, m_\rho^2$ ) auszuwählen. Im weiteren werden nur Ereignisse verwendet, die sich innerhalb des in Abbildung 6.2 eingezeichneten Kreises mit dem folgenden Radius befinden:

- $r_\rho < 0.32 GeV^2$

Die Spektren der invarianten  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Massen, die sich nach diesen (beiden) zusätzlichen Schnitten in den  $\rho$ -Massen ergeben, sind in Abbildung 6.3 gezeigt. Die durchgezogene Linie im Histogramm der Daten zeigt die MC-Erwartung für das  $a_2$ , addiert zu einem Untergrund, der mit Hilfe eines in  $W$  konstanten  $\gamma\gamma$ -Erzeugungsmatrixelements mit Zerfallsphasenraumgewicht parametrisiert wurde. Dies sind MC-Ereignisse mit  $w = 1$  (vergl. Kapitel 4), die im folgenden mit "Phasenraummodell" bezeichnet werden. Die relativen Anteile von Signal und Untergrund sind die Ergebnisse des im übernächsten Abschnitt beschriebenen Fits der Daten an die MC-Erwartung für die beiden Erzeugungsmechanismen plus Untergrund.

Als  $a_2$ -Ereignisse werden für die folgende Untersuchung von Zerfallswinkelkorrelationen alle  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignisse definiert, die nach den in diesem Abschnitt beschriebenen Schnitten in folgendem Massenbereich liegen:

- $1.17 < m(\pi^+\pi^-\pi^0) < 1.49 GeV$

Auf diese Weise erhält man  $500 \pm 22$   $1\gamma$ - und  $124 \pm 11$   $2\gamma$ - $a_2$ - Kandidaten.

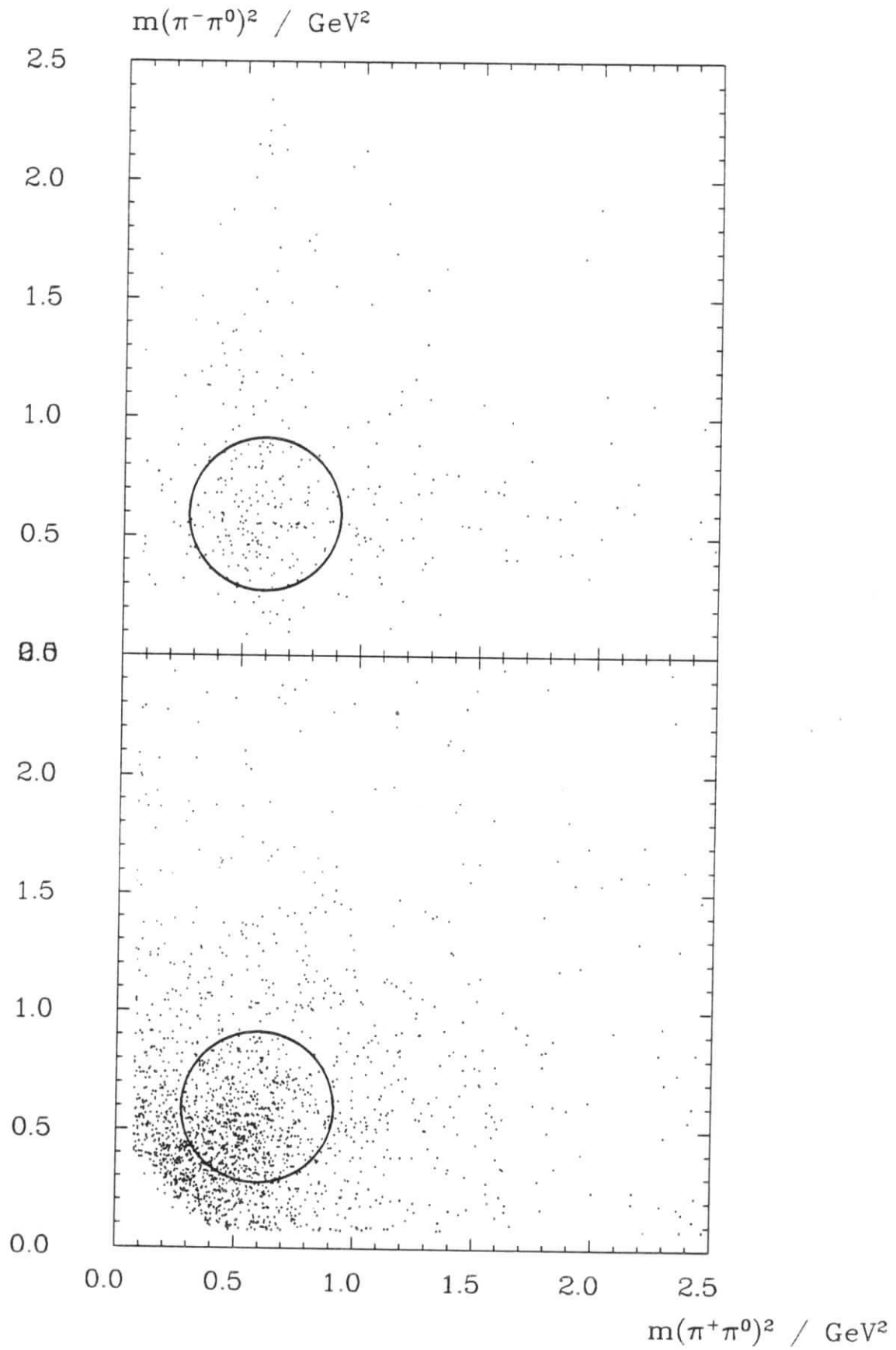
## 6.2 Experimentelle Unterscheidung der Helizitätsamplituden

Da für die Zwei-Photon-Breite des Tensormesons  $a_2$  zwei unabhängige Erzeugungsmatrixelemente für Helizität 0 und Helizität 2 beitragen, hängt die Bestimmung der totalen  $\gamma\gamma$ -Breite von deren relativen Anteil an der Gesamterzeugungsrate ab:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) = r^{(2)}\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} + (1 - r^{(2)})\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} \quad (6.2)$$

Zusätzlich zur Bestimmung der  $a_2$ -Ereignisrate in Zwei-Photon-Kollisionen benötigt man also eine experimentell zugängliche Meßgröße  $r^{(2)} = \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}/\Gamma_{\gamma\gamma}$ .

Die einzige Möglichkeit  $a_2$ -Mesonen, die mit Spinausrichtung entlang der  $\gamma\gamma$ -Achse ( $J_Z = \pm 2$ ) erzeugt wurden, von gleichen Teilchen mit Spinausrichtung senkrecht dazu

Abbildung 6.2: Dalitzplots nach  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Selektion: oben  $2\gamma$ -, unten  $1\gamma$ -Daten.

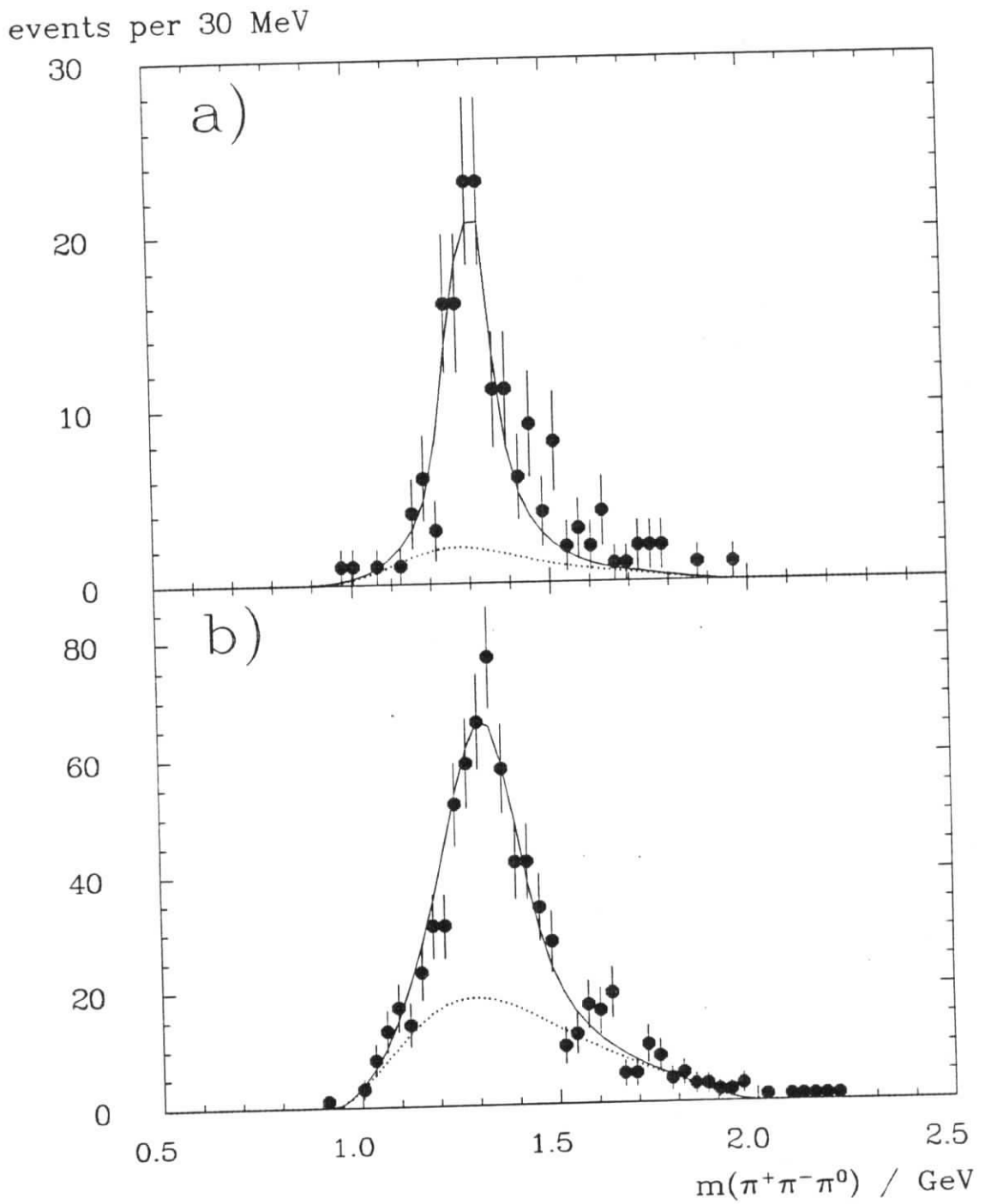


Abbildung 6.3: Spektrum der inv. Massen  $m(\pi^+\pi^-\pi^0)$  nach  $a_2$ -Selektion: a)  $2\gamma$ - b)  $1\gamma$ -Daten.

( $J_Z = 0$ ) zu unterscheiden, besteht darin, die unterschiedlichen Zerfallsmatrixelemente mit der daraus folgenden Wahrscheinlichkeitsverteilung im Phasenraum des Endzustands sichtbar zu machen. Der bei Dreikörperzerfällen zur Verfügung stehende Phasenraum hängt von fünf Variablen ab [6]:

$$dLips(R \rightarrow F_1 F_2 F_3) \propto dm_{12}^2 dm_{13}^2 d\alpha d\cos(\beta) d\gamma \quad (6.3)$$

Darin bedeuten  $m_{12}$  und  $m_{13}$  die invarianten Massen der Teilchenkombinationen (1 mit 2) bzw. (1 mit 3), die der dritten ist damit festgelegt. Da die Ruhemasse der Zerfallsprodukte bekannt ist, kann man aus  $m_{12}$  und  $m_{13}$  die Beträge aller drei Impulse berechnen; sie sind koplanar. Zur vollständigen Beschreibung eines Dreikörperzerfalls müssen also nur noch die Richtungen der Impulse beschrieben werden. Dazu dienen die drei Eulerwinkel ( $\alpha, \beta, \gamma$ ), die die Drehung vom Ruhesystem des Ausgangsteilchens in das Zerfallssystem beschreiben. Die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  legen die Lage der Normalen auf der Zerfallsebene fest. Der Winkel  $\gamma$  beschreibt die Drehungen in der Zerfallsebene um die Normale.

Da sich die Zerfallsmatrixelemente für die verschiedenen Helizitätsamplituden nur durch die *Richtung* des Drehimpulses des zerfallenden Zustands unterscheiden, sind Unterschiede bei der Verteilung im fünfdimensionalen Phasenraum nur bei den drei Eulerwinkeln zu erwarten.

Die Eulerwinkel werden folgendermaßen aus den Daten bestimmt: Das Ruhesystem des  $a_2$  ist das  $\gamma\gamma$ -Ruhesystem mit der  $z$ -Achse entlang der Ausbreitungsrichtung des vom Elektron abgestrahlten virtuellen Photons. Sie wird im *notag*-Fall gut durch die Strahlachse angenähert. Das  $\gamma\gamma$ -Ruhesystem bewegt sich im Laborsystem<sup>1</sup> fast immer nur in  $z$ -Richtung, deshalb stimmt nach einer Lorentztransformation die  $xy$ -Ebene im  $\gamma\gamma$ -Ruhesystem mit der  $r\phi$ -Ebene im Laborsystem nahezu überein.

- Der Winkel  $\alpha$  beschreibt die Drehung der Zerfallsnormalen um die  $\gamma\gamma$ -Achse. Er kann im *notag*-Ereignis nicht bestimmt werden, weil die Azimutwinkel der gestreuten Leptonen nicht beobachtet werden.
- Der Winkel  $\beta$  ist der Polarwinkel, den Normale und  $\gamma\gamma$ -Achse einschließen. Die Zerfallsnormale wird aus  $\vec{p}_{\pi^+} \times \vec{p}_{\pi^-}$  bestimmt.
- Der Winkel  $\gamma$  wird zwischen der Flugrichtung des  $\pi^0$  und der Projektion der  $+z$ -Richtung auf die Zerfallsebene gemessen.

In Abbildung 6.4 ist die zweidimensionale Häufigkeitsverteilung in der ( $|\gamma|, |\cos(\beta)|$ )-Ebene gezeigt. Bild a) ist die gemessene Verteilung aus den  $a_2$ -Ereignissen beider Daten-selektionen. Die Diagramme c) und d) zeigen MC-Erwartungen für Helizität 2 und 0 des zerfallenden Teilchens. Die Verteilung b) zeigt die Erwartung für das Phasenraummodell, das zur Untergrundparametrisierung dient.

Nur in dieser Ebene des fünfdimensionalen Phasenraums für den Dreikörperzerfall unterscheiden sich die beiden Helizitätsamplituden im *notag*-Experiment. Die Korrelation

<sup>1</sup>Für CELLO ist ein rechtshändiges Koordinatensystem definiert, dessen  $z$ -Achse mit der Flugrichtung der Elektronen übereinstimmt, und dessen  $x$ -Achse vom PETRA-Ringmittelpunkt nach außen zeigt.

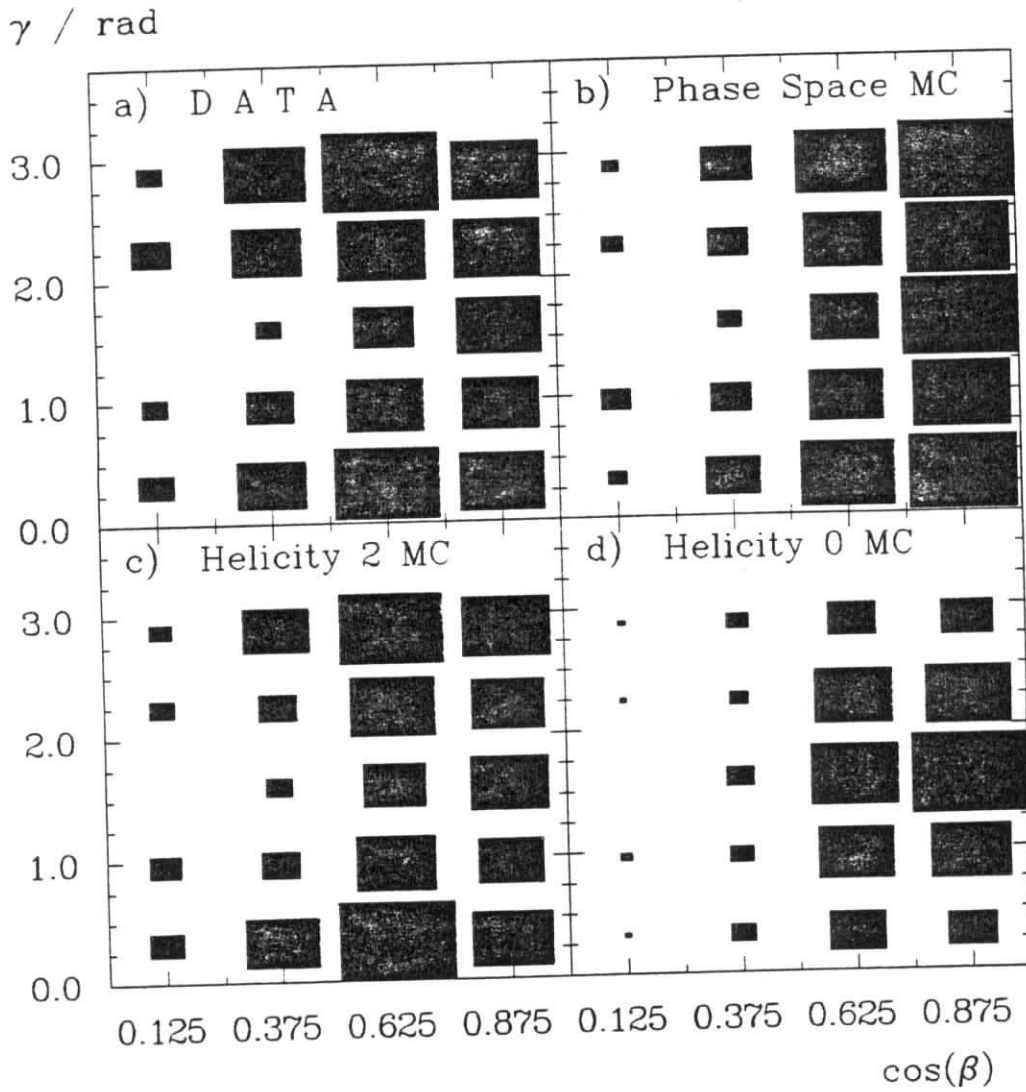


Abbildung 6.4: Korrelation zwischen Eulerwinkeln, die die Lage des Zerfallsystems im  $\gamma\gamma$ -Ruhe-system beschreiben, a) für Daten und MC-Erwartung: b) Phasenraummodell c) Helizität 2 d) Helizität 0.

$\Gamma_{\gamma\gamma}$ [keV]	$r^{(2)}$	$U$	freie Parameter	Datensatz
$0.99 \pm 0.08$	$1.059 \pm 0.056$	$184 \pm 22$	3	$1\gamma$
$1.05 \pm 0.15$	$1.058 \pm 0.060$	$19 \pm 10$	3	$2\gamma$
$0.99 \pm 0.09$	1.0	$177 \pm 21$	2	$1\gamma$
$1.00 \pm 0.14$	1.0	$18 \pm 9$	2	$2\gamma$
$0.26 \pm 0.06$	0.0	$315 \pm 18$	2	$1\gamma$
$0.23 \pm 0.06$	0.0	$53 \pm 8$	2	$2\gamma$

Tabelle 6.1: Resultate der Fits mit statistischen Fehlern nach  $a_2$ -Selektion.

der Wahrscheinlichkeitsverteilungen für  $|\gamma|$  und  $|\cos(\beta)|$  liefert daher in der hier untersuchten Reaktion die *maximal zugängliche Information* über die Anteile der beiden  $\gamma\gamma$ -Kopplungsmechanismen des  $a_2$ . Bisher veröffentlichte Analysen haben zur Bestimmung der Helizitätsanteile nur eindimensionale Verteilungen (die von  $\cos(\beta)$ ) untersucht.

### 6.3 Maximum-Likelihood-Fit an die Eulerwinkel

Die Verteilungen in Abbildung 6.4 zeigen bereits durch bloßen Augenschein, daß die MC-Erwartung für Helizität 2 die Daten besser beschreibt als die für Helizität 0. Für eine quantitative Auswertung wird ein Maximum-Likelihood-Fit [38] unter der Annahme durchgeführt, daß die Anzahl der Einträge in jedem der 20 Bins<sup>2</sup> gemäß der Poissonverteilung um den Erwartungswert schwanken. In der Parametervariation wird die folgende Hypothese an die Meßwerte angepaßt; in jedem Bin  $j$  soll gelten:

$$N_j^{OBS} = \Gamma_{\gamma\gamma} \left( r^{(2)} \cdot \sum_{i=1}^{N_j^{MC}} w_i^{(2)} + (1 - r^{(2)}) \cdot \sum_{i=1}^{N_j^{MC}} w_i^{(0)} \right) + U \cdot \frac{N_j^{MC}}{N_{total}^{MC}} \quad (6.4)$$

Es handelt sich also um einen Drei-Parameter-Fit mit 17 Freiheitsgraden. Die Variationsparameter sind die totale  $\gamma\gamma$ -Breite  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  [keV], der Anteil der Helizität-2-Amplitude  $r^{(2)}$  und die Gesamtanzahl von Untergrundereignissen  $U$ , parametrisiert mit der auf 1 normierten MC-Erwartung des Phasenraummodells. Die übrigen Bezeichnungen sind wie in Kapitel 4.

In Tabelle 6.1 sind die Resultate des Fits angegeben. Die Startwerte für den Untergrundparameter  $U$  wurden aus einer Abschätzung der Einträge im Massenbereich direkt neben dem  $a_2$ -Signal in Bild 6.3 gewonnen. In der Tabelle sind auch die Resultate des Fits für reine Helizität-0- bzw. 2- Erzeugung (nur zwei freie Parameter) aufgelistet. Bemerkenswert ist die niedrige  $\gamma\gamma$ -Breite bei reiner Helizität-0-Hypothese. Sie kommt dadurch zustande, daß die Akzeptanz für Helizität-0-Zerfälle größer ist, weil die Zerfallsnormale häufiger als bei Helizität 2 fast parallel zur Strahlachse steht ( $\cos(\beta) \approx \pm 1$ , vergl. Abbildung 6.4). Dies hat zur Folge, daß die Beträge der einzelnen Transversalimpulse im Detektor maximal werden, was die Spurfundungswahrscheinlichkeit vergrößert.

Die Resultate für  $r^{(2)}$  bei den Drei-Parameter-Fits zeigen, daß überhaupt kein Helizität-0-Anteil benötigt wird, um die Daten zu beschreiben. Das  $a_2$  wird also ausschließlich mit

<sup>2</sup>bin, engl. Kasten, Fach, gemeint sind Intervalle bzw. Raumgebiete bei ein- oder mehrdimensionalen Häufigkeitsverteilungen.

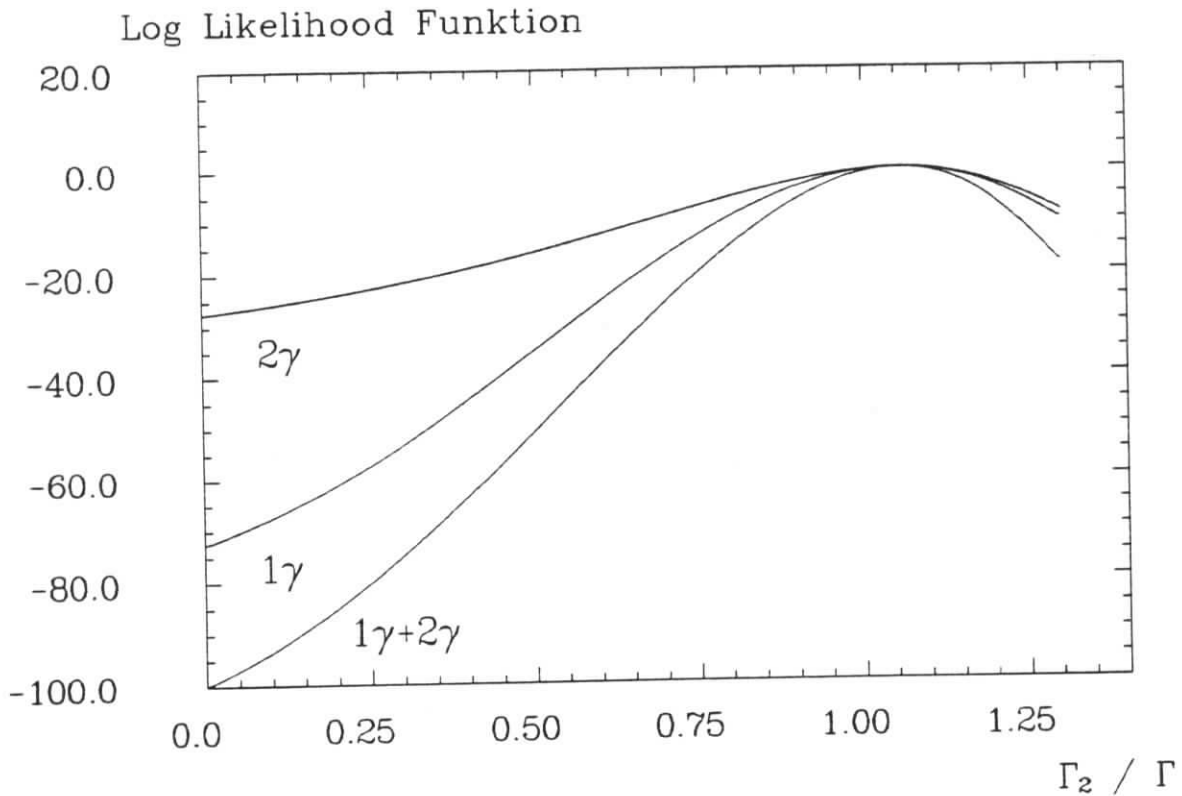


Abbildung 6.5: Log-Likelihood-Funktion in Abh. des Helizität-2-Anteils, nach Fit in  $1\gamma$ - und  $2\gamma$ -Daten sowie die Summe der Log-Likelihood-Funktionen.

Helizität 2 erzeugt:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) = \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}, \quad \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} = 0 \quad (6.5)$$

Der Wert für  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ , der sich aus der Mittelung der Ergebnisse in den beiden (völlig unabhängigen) Datensätzen für die MC-Erwartung bei Helizität 2 ergibt, ist also die gemessene totale Zwei- Photon- Breite des  $a_2$ :

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) = 1.00 \pm 0.07(\text{stat.}) \text{ keV} \quad (6.6)$$

Aus den Daten läßt sich eine obere Grenze für den Anteil der Helizität- 0- Amplitude herleiten. Zu diesem Zweck wurde das Maximum der Log- Likelihood- Funktion in Zwei- Parameter- Fits für Werte von  $r^{(2)}$  zwischen 0.0 und 1.3 bestimmt. Die Ergebnisse sind in Abbildung 6.5 zu sehen. Da nur der relative Wert der Log- Likelihood- Funktion in Bezug auf ihren Extremwert für die Bestimmung von Obergrenzen wichtig ist, wurde in Abbildung 6.5 jeweils der Maximalwert der Kurven subtrahiert, um alle drei Graphen ( $1\gamma$ - ,  $2\gamma$ - und die Summe aus beiden) gemeinsam darstellen zu können. Die  $r$ -Werte der Maximalstellen in  $1\gamma$ - und  $2\gamma$ -Daten weichen kaum voneinander ab (siehe dazu auch Tabelle 6.1). Der wahrscheinlichste Wert für  $r^{(2)}$  aus den kombinierten Daten liegt bei:

$$r^{(2)} = \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} = 1.059 \pm 0.050 \quad (6.7)$$

## Wahrscheinlichkeitsdichte

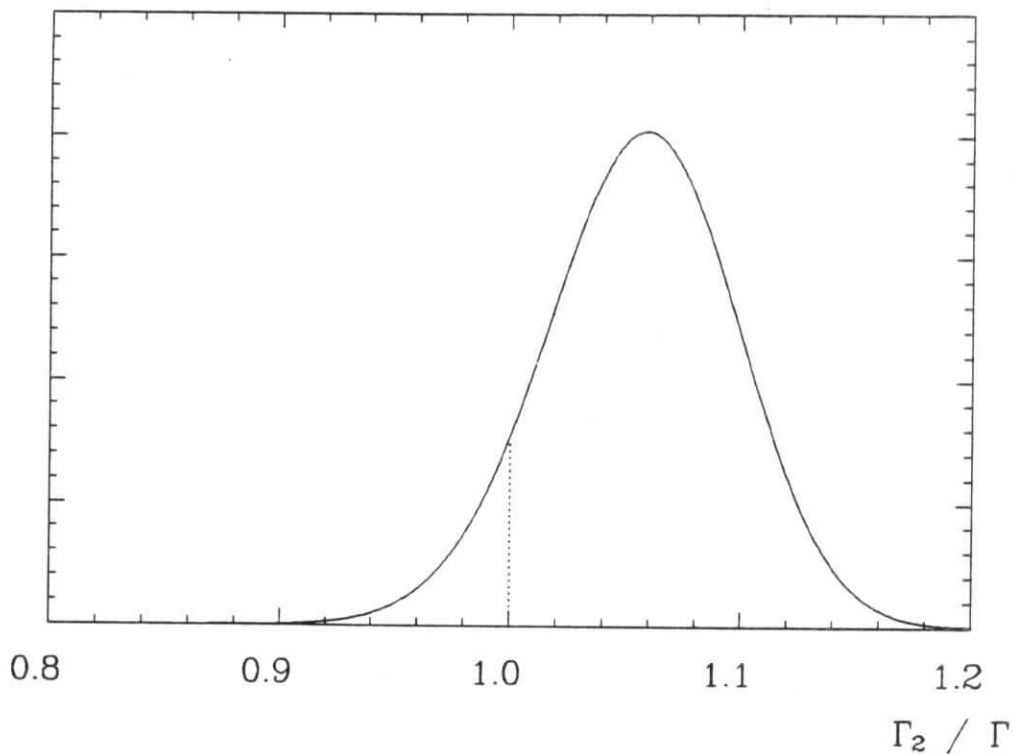


Abbildung 6.6: Wahrscheinlichkeitsdichte in Abh. des Helizität 2 -Anteils, kombiniert aus beiden Datensätzen.

Dieses Ergebnis liegt etwas über 100% und damit außerhalb des physikalischen Bereichs. Das Verfahren zur Bestimmung von Obergrenzen aus den Wahrscheinlichkeitskonturen der Fit-Resultate ist in diesem Fall nicht eindeutig festgelegt. In [6] wird folgende Prozedur vorgeschlagen: der Teil der Fläche unter dem Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichte ( $\exp(\log \text{likelihood})$ ), der innerhalb des physikalischen Bereichs liegt, wird neu auf 1 normiert. Die Abbildung 6.6 zeigt den Graphen der Wahrscheinlichkeitsdichte, die aus den Fits bestimmt wurde. Die obere Grenze für den Helizität-0- Anteil (95%*c.l.*<sup>3</sup>) markiert dabei den Wert für  $(1 - \tau^{(2)})$ , von dem aus links 5% der neu normierten Fläche liegen. Dieses Verfahren liefert:

$$\tau^{(0)} < 5.8\% \quad (95\%c.l.) \quad (6.8)$$

Ein konservativeres Verfahren interpretiert die Grenze des physikalischen Bereichs (100%) als eigentlichen Meßwert, behält aber die Fehlerbreite um den (unphysikalischen) Maximalwert der Likelihood- Funktion bei. Damit liegt die obere Grenze (95%*c.l.*) für den Helizität-0- Anteil  $1.96 \sigma$  von 1 entfernt. Mit Gleichung 6.7 ergibt sich der Wert:

$$\tau^{(0)} < 9.8\% \quad (95\%c.l.) \quad (6.9)$$

<sup>3</sup>c.l.=confidence level, engl. Vertrauensstufe, gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, daß der wahre Wert bei zufälligen Meßfehlern unterhalb der Grenze liegt.



## 6.4 Systematische Fehler

Die Abschätzung des systematischen Fehlers der Messung von  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  setzt sich zusammen aus: 3% Unsicherheit in der Bestimmung der integrierten Luminosität [39], Unsicherheiten bei der Triggersimulation (5%), bei der Untergrundabschätzung und Modellierung mit dem Phasenraummodell (5%) und bei der Modellbildung zur Erfassung der  $Q^2$ - und  $W$ -Abhängigkeit der Formfaktoren (5%).

Der dominierende systematische Fehler liegt jedoch in der ungenauen Bestimmung der Detektorakzeptanz d.h. der Photon- und Spurfindungseffizienz. Die gute Übereinstimmung der Resultate in  $1\gamma$ - und  $2\gamma$ -Datensatz legt nahe, daß die Auffindung von Photonen verläßlich simuliert wird. Das zeigen auch Vergleiche der Photonenergie- Spektren der Daten und der  $a_2$ -MC-Simulation in verschiedenen Detektorkomponenten [26]. Der Fehler in der Photonakzeptanz wird auf 8% geschätzt. Die Nachweiswahrscheinlichkeit für Hadronen ist schlechter abzuschätzen als die der Photonen; obwohl seit Januar 1989 eine verbesserte Version des Detektorsimulationsprogramms zugänglich war, traten im Verlauf der Analyse von reinen Zweispurereignissen neue Schwierigkeiten und Unsicherheiten zu Tage. Eine weitergehende Untersuchung dieser Probleme dauert zur Zeit noch an [40], so daß nur eine sehr konservative Fehlerabschätzung für die Spurfundungsakzeptanz gerechtfertigt ist (15%). Die systematischen Fehler werden quadratisch addiert und ergeben 19%. Das vollständige Ergebnis der Messung der  $\gamma\gamma$ -Breite lautet damit:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) = 1.00 \pm 0.07(stat.) \pm 0.19(syst.) \text{ keV} \quad (6.10)$$

## 6.5 Vergleich mit anderen Messungen

Alle bisherigen Messungen der  $\gamma\gamma$ -Breite des  $a_2(1320)$  liegen im Bereich um  $1 \text{ keV}$ . Tabelle 6.2 gibt eine Übersicht über alle veröffentlichten Resultate [8,9,10,11,12,13,14], die auch eine ältere CELLO- Messung aus dem Jahre 1983 enthält; dort waren nur  $2\gamma$ -Daten untersucht worden. Um Vergleiche anstellen zu können, repräsentieren die Werte in Tabelle 6.2 jeweils nur  $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}$ , obwohl einige der Analysen zur *besten* Beschreibung ihrer Daten auch einen nichtverschwindenden Beitrag von Helizität- 0- Erzeugung angenommen haben. Für die sichere Bestimmung der totalen  $\gamma\gamma$ -Breite des  $a_2$  und um einen Vergleich mit verschiedenen theoretischen Vorhersagen zu ermöglichen, ist die Bestimmung des Helizität- 2- Anteils aus den Daten in drei der Analysen vorgenommen worden. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 6.2 eingetragen.

Der Vergleich mit den Messwerten für  $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}$  liefert im Rahmen der Fehler eine gute Übereinstimmung der verschiedenen Experimente.

Der Beleg dafür, daß  $a_2(1320)$  in  $\gamma\gamma$ -Kollisionen ausschließlich über die Helizität- 2- Amplitude erzeugt wird, ist zum ersten Mal mit dieser Gewißheit erbracht worden. Alle Analysen beobachten übereinstimmend die Dominanz dieser Amplitude. Legt man eine Gauß-Verteilung der Fehler für  $r^{(2)}$  zugrunde, kann man alle verfügbaren Messungen kombinieren. Hier wurde die Methode, benutzt die in [43] ausführlich beschrieben ist. Das

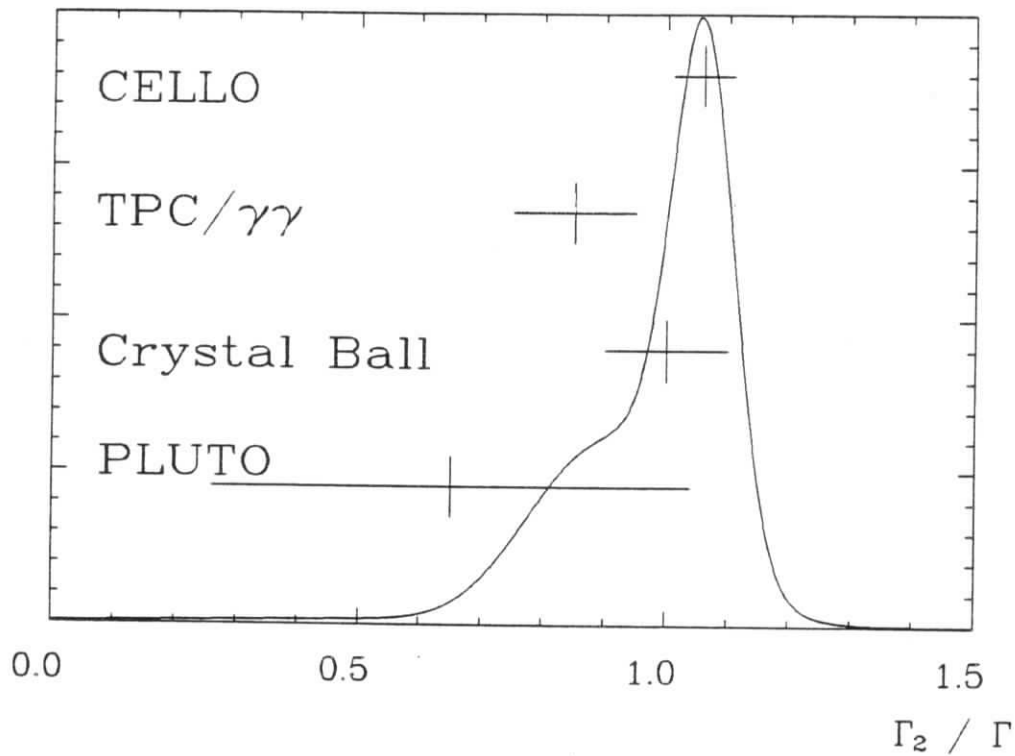


Abbildung 6.7: Vergleich der Experimente, gewichtetes Mittel, Ideogramm nach PDG-Methode.

$\Gamma_{\gamma\gamma}$ [keV]	$r^{(2)}$	Experiment
$0.77 \pm 0.18 \pm 0.27$	—	Crystal Ball (SPEAR)
$0.81 \pm 0.19 \pm 0.27$	—	CELLO 1983
$1.06 \pm 0.18 \pm 0.19$	$0.62 \pm 0.39$	PLUTO
$1.14 \pm 0.20 \pm 0.26$	$1.00 \pm 0.10$	Crystal Ball (DORIS)
$0.90 \pm 0.10 \pm 0.22$	—	TASSO
$0.97 \pm 0.10 \pm 0.22$	$0.85 \pm 0.10$	TPC/γγ
$1.00 \pm 0.07 \pm 0.19$	$1.059 \pm 0.050$	CELLO 1989

Tabelle 6.2: Vergleich der  $a_2$ -Messungen.

Ergebnis ist:

$$r_{\text{Mittel}}^{(2)} = 1.01 \pm 0.04 \quad (6.11)$$

Das Resultat, das sich aus den kombinierten Messungen ergibt, ist fast identisch mit dem CELLO- Ergebnis allein. Die niedrige Grenze für Helizität 0 (Gleichung 6.8) ermöglicht erstmalig die Unterscheidung verschiedener theoretischer Modelle für die Kopplung von zwei Photonen an ein Tensormeson [42].

## Kapitel 7

### Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2(1670)$

Ausgangspunkt für die hier folgende Analyse der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi_2(1670)$  ist wieder der nach Kapitel 5 rekonstruierte  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustand. Wie bereits erwähnt, ist im Gegensatz zum  $a_2$  die  $\gamma\gamma$ -Anregung von  $\pi_2(1670)$  in den Massenspektren in Abbildung 5.4 nicht als klares Signal zu erkennen. Auch die Anreicherung der Datensätze mit  $\rho^\pm$ - Zerfällen bringt das  $\pi_2$ , das - wie das  $a_2$  - auch über  $\rho\pi$  in den  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustand zerfallen soll [6], nicht deutlich zum Vorschein (vergl. Abbildung 6.3). Der Nachweis von  $\pi_2$ - Zerfällen in den beiden  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Datensätzen ist aber über die beim dominanten Zerfallsmodus ( $53 \pm 5\%$ ) auftretende Zwischenresonanz  $f_2(1270)$  möglich.

#### 7.1 Anreicherung des Zerfallskanals $\pi_2(1670) \rightarrow f_2\pi^0$

Der Übergang  $f_2 \rightarrow \pi^+\pi^-$  ist ein Zerfall ( $J^P$ )  $2^+ \rightarrow 0^-0^-$ . Wegen Drehimpulserhaltung bewegen sich die Zerfallsprodukte mit einem relativen Bahndrehimpuls von  $l = 2$ . Die Zerfallswinkelverteilung wird daher von der Kugelflächenfunktion  $Y_2^0(\vartheta, \phi)$  bestimmt:

$$|Y_2^0|^2 \propto (3\cos^2(\vartheta) - 1)^2 \quad (7.1)$$

$|Y|^2$  hängt vom Azimutwinkel  $\phi$  um die Quantisierungsachse ( $\gamma\gamma$ -Achse) nicht ab. Der Polarwinkel  $\vartheta$  zwischen Zerfallsrichtung (z.B. die des  $\pi^+$ ) und  $\gamma\gamma$ -Achse ( $\approx$  Strahlachse) ist aus den gemessenen Spurimpulsen nach Lorentztransformation vom Laborsystem über das  $\gamma\gamma$ -Ruhesystem in das  $f_2$ - Ruhesystem bestimmbar.

Der Winkel  $\vartheta$  eignet sich besonders gut,  $f_2$ -Zerfälle im beobachteten Spektrum anzureichern, weil  $|Y_2^0|^2$  bei  $\cos(\vartheta) = 1/\sqrt{3} = 0.58$  eine Nullstelle aufweist. Die Histogramme der im  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Spektrum gemessenen  $\vartheta$ - Verteilung sind in Abbildung 7.1 für beide Daten-selektionen dargestellt. Die schraffierten Flächen zeigen jeweils die MC-Erwartung für den Zerfall  $f_2 \rightarrow \pi^+\pi^-$ .

Der steile Anstieg von  $|Y_2^0|^2$  oberhalb der Nullstelle liegt in einem Bereich, in dem die Detektorakzeptanz auf null abfällt, so daß oberhalb von  $1/\sqrt{3}$  nicht viele  $f_2$ -Zerfälle erwartet werden. Der relative Anteil von  $\pi^+\pi^-$ -Zerfällen in einer  $Y_2^0$ -Welle wird daher durch folgenden Schnitt vergrößert:

- $|\cos(\vartheta)| < 0.45$

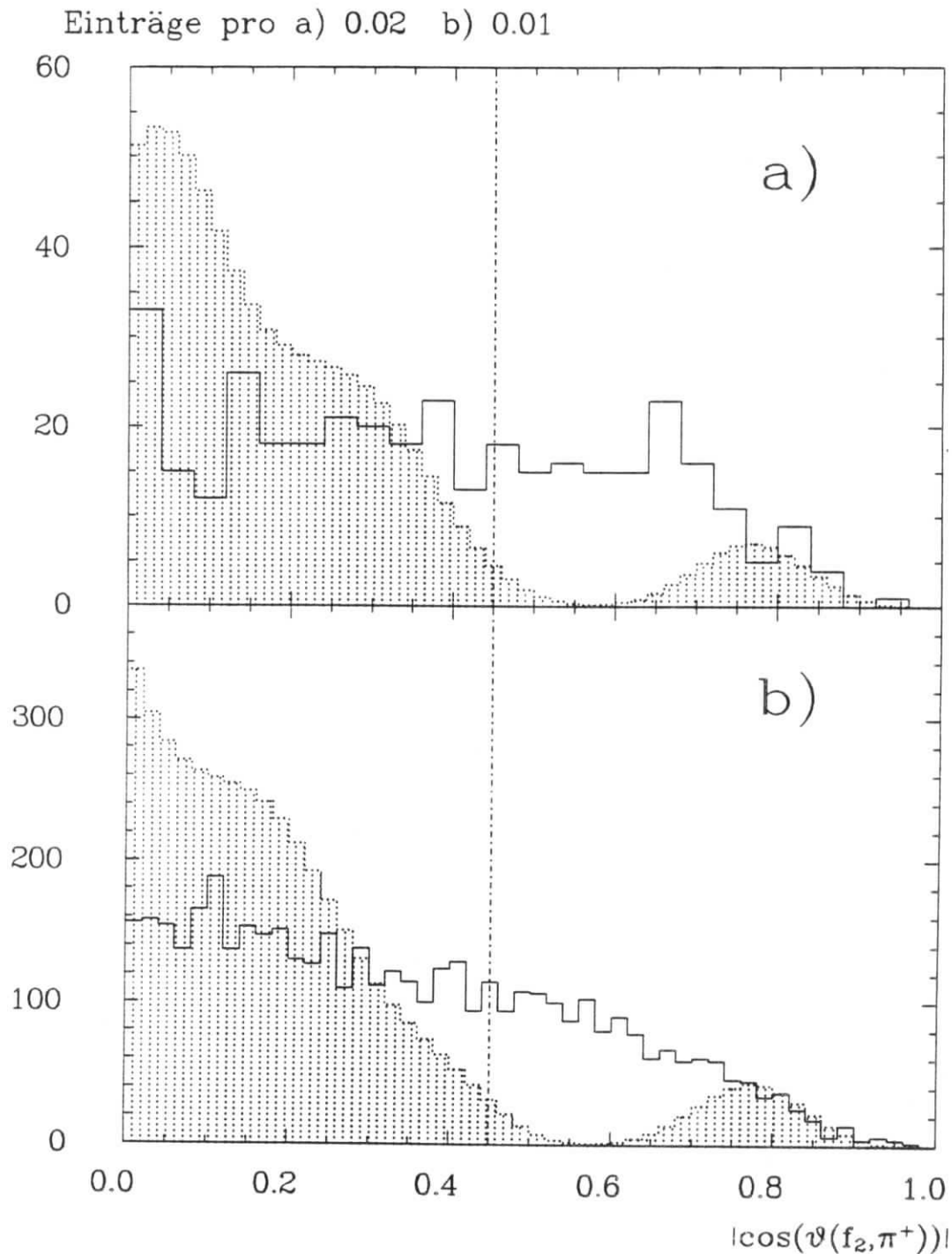


Abbildung 7.1: Polarwinkel zwischen  $\pi^+$  und  $\gamma\gamma$ -Achse im  $f_2$ -Ruhesystem; Histogramme: offen = Daten, schraffiert = MC, a)  $2\gamma$ -, b)  $1\gamma$ -Selektion; MC auf die Anzahl der Einträge in den Daten normiert.

Die strichpunktierte Linie in Abbildung 7.1 markiert diese Grenze.

Da jedes Matrixelement für den Dreikörperzerfall eine eigene charakteristische Verteilung im fünfdimensionalen Phasenraum erzeugt, werden die Korrelationen von  $m(\pi^+\pi^-)$  mit den übrigen Observablen von  $dLips(\pi^+\pi^-\pi^0)$  (Gleichung 6.3) untersucht. Hier und im folgenden werden nur Ereignisse betrachtet, die im für  $\pi_2$ -Anregung in Frage kommenden  $W$ -Bereich liegen:

- $1.45 < W < 2.05 \text{ GeV}$

Insgesamt erfüllen  $413 \pm 20$   $1\gamma$ - und  $75 \pm 9$   $2\gamma$ -Ereignisse diese Bedingungen.

Abbildung 7.2 zeigt die Korrelation von invarianter  $\pi^+\pi^-$ -Masse und dem Eulerwinkel  $|\cos(\beta)|$ , wie sie in beiden Datenselektionen kombiniert beobachtet wird. Im Bereich eines kleinen Polarwinkels  $\beta$  zwischen Zerfallsnormale und Strahlachse ist bei einer  $\pi^+\pi^-$ -Masse um  $1250 \text{ MeV}$  eine Anhäufung von Ereignissen zu sehen. Dieses " $f_2$ -Signal" wird daraufhin geprüft, ob es mit der Hypothese, es sei auf  $\pi_2$ -Zerfälle zurückzuführen, konsistent ist; dazu wird diese Korrelation für  $\pi_2$ -MC-Ereignisse erstellt.

Die Untersuchung zieht mehrere Modelle für das Zerfallsmatrixelement  $\pi_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  mit in Betracht. Die Ergebnisse dieser Vergleichsstudie sind in Abbildung 7.3 dargestellt. In Bild a) ist die MC-Erwartung für die Hypothese eines reinen  $f_2\pi^0$ -Zerfalls des  $\pi_2$  gezeigt, sie zeigt das  $f_2$ -Signal an gleicher Stelle wie in den Daten als zu größeren  $\cos(\beta)$ -Winkeln hin stärker werdendes Band. Das Diagramm b) zeigt zum Vergleich das Phasenraummodell: obschon durch den Schnitt in  $W$  in  $m(\pi^+\pi^-)$  auch ein gewisser Anstieg und Abfall in der relativen Häufigkeit festzustellen ist, läßt sich die Beobachtung des  $f_2$  in den Daten auf keinen Fall mit einem durch kinematische Schnitte in einem kontinuierlichen  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ -Spektrum hervorgerufenen Effekt einer "Pseudoresonanz" erklären. Das Maximum des Phasenraums ist dazu viel zu flach und liegt eindeutig bei zu niedrigen Massen.

Zur Untermauerung der These, daß es sich bei der Beobachtung um einen deutlichen Hinweis auf  $\pi_2$ -Erzeugung handelt, und zur ausreichenden Motivation des nächsten Schnittes sind in Abbildung 7.3 zusätzlich die MC-Erwartungen für Zerfallsmodelle gezeigt, die die  $\rho - f_2$ -Interferenzen berücksichtigen: c) zeigt die Korrelation bei kohärenter Addition der Amplituden ("konstruktive Interferenz") und d) die für kohärente Subtraktion ("destruktiv"). In beiden Fällen zeigt sich eine leicht von der Phasenraumerwartung unterscheidbare Anhäufung in dem auch in den Daten beobachteten Gebiet.

Die Quintessenz aus diesen MC-Betrachtungen ist, daß, gleichgültig ob nur der  $f_2\pi^0$ -Zerfallskanal oder Interferenzen zwischen  $\rho\pi^-$  und  $f_2\pi^0$ -Amplituden für den  $\pi_2$ -Zerfall zugrunde gelegt werden, in jedem Fall im beschriebenen Gebiet eine Anhäufung von  $\pi_2$ -Kandidaten zu erwarten ist. Daher ist der folgende Schnitt zur Vergrößerung des  $f_2$ -Anteils im  $\pi^+\pi^-$ -Spektrum auch zur Anreicherung mit  $\pi_2$ -Ereignissen geeignet. Es wird also verlangt:

- $|\cos(\beta)| > 0.7$

Das Spektrum der invarianten  $\pi^+\pi^-$ -Massen, das sich nach diesen Schnitten ergibt, zeigen die Histogramme in Abbildung 7.4. In beiden Spektren ist die Produktion von  $f_2(1270)$  evident. Die Linien markieren die MC-Erwartung für Phasenraum-Untergrund und  $\pi_2$  mit

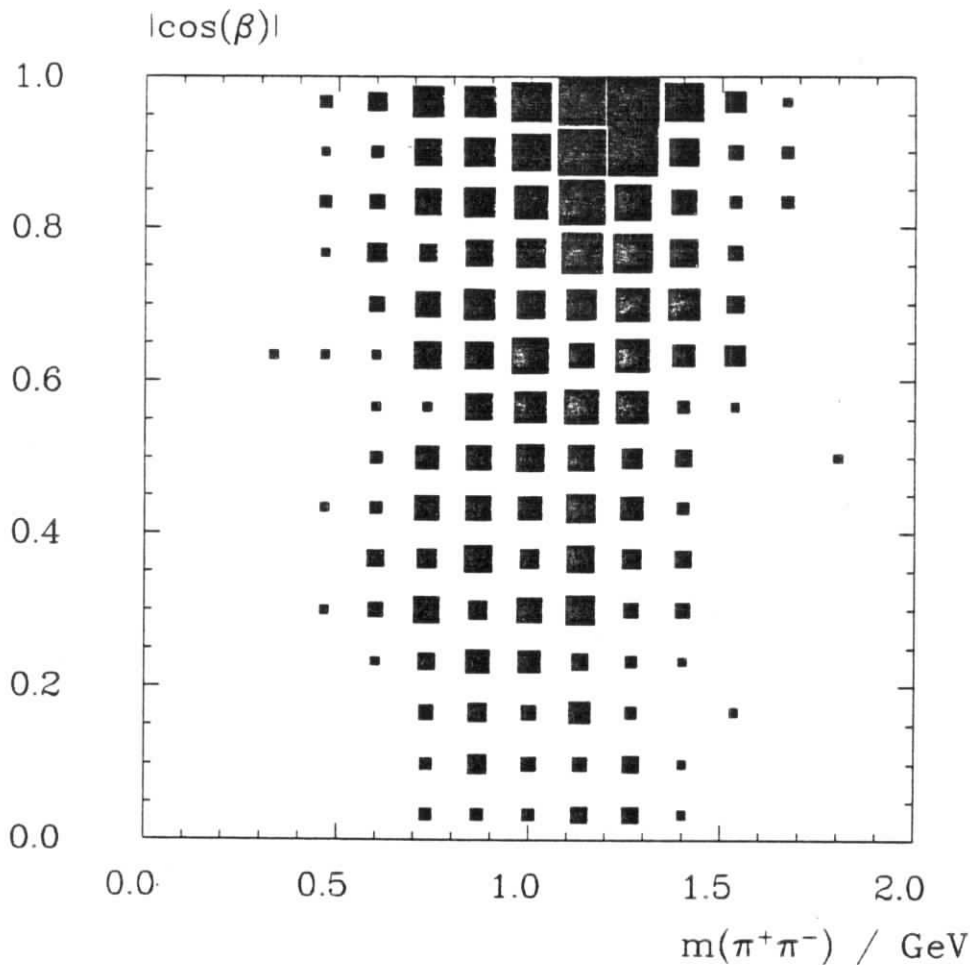


Abbildung 7.2: Gemessene Korrelation von inv. Masse  $m(\pi^+\pi^-)$  und Eulerwinkel  $|\cos(\beta)|$ , beide Datenselektionen kombiniert.

den beiden Interferenzmodellen konstruktiv (durchgezogen) und destruktiv (gestrichelt). Die schraffierte Fläche zeigt den nach den Ergebnissen in Kapitel 6 zu erwartenden  $a_2$ -Untergrund. Die Anpassung der MC-Erwartung an das Spektrum wird im nächsten Abschnitt beschrieben.

## 7.2 Auswertung des $f_2$ -Signals im $\pi^+\pi^-$ -Spektrum

Zur Untersuchung der  $W$ -Abhängigkeit der  $f_2$ -Produktion im  $\pi^+\pi^-$ -Massenspektrum werden im  $W$ -Bereich  $1.0 - 2.5 \text{ GeV}$  30 Histogramme des  $\pi^+\pi^-$ -Spektrums angelegt. Von diesen werden schrittweise je fünf benachbarte ( $\Delta W = 250 \text{ MeV}$ ) zusammengefaßt. In diesen Histogrammen werden dann Maximum-Likelihood-Fits an die Hypothese reiner  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0$ -Übergänge, addiert zu dem Untergrund des Phasenraummodells, durchgeführt. Dazu werden Summe der  $f_2$ -Gewichte und Phasenraumerwartung auf 1 normiert und der Anteil der beiden variiert. Da der Anteil des  $a_2$  am  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Spektrum als verstanden gelten kann, wird die absolute  $a_2$ -Erwartung gemäß des in Kapitel 6 bestimmten Wertes für  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  zur (variablen)

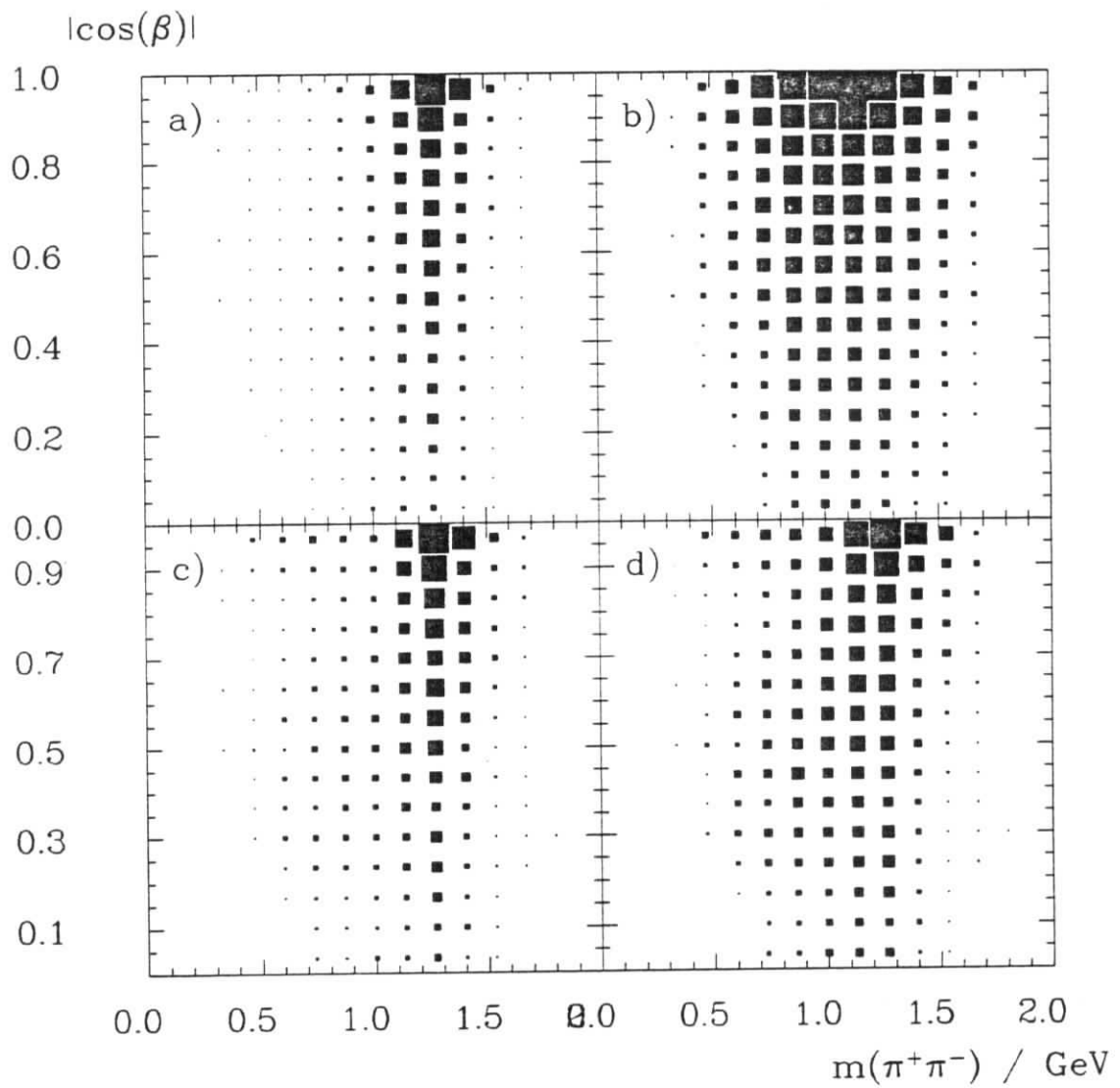


Abbildung 7.3: MC-Erwartung für die Korrelation von inv. Masse  $m(\pi^+\pi^-)$  und Eulerwinkel  $|\cos(\beta)|$ , verschiedene MC-Modelle: a)  $f_2$  inkohärent, b) Phasenraummodell, c) konstruktive  $\rho^\pm$ - $f_2$ -Interferenz, d) destruktive.

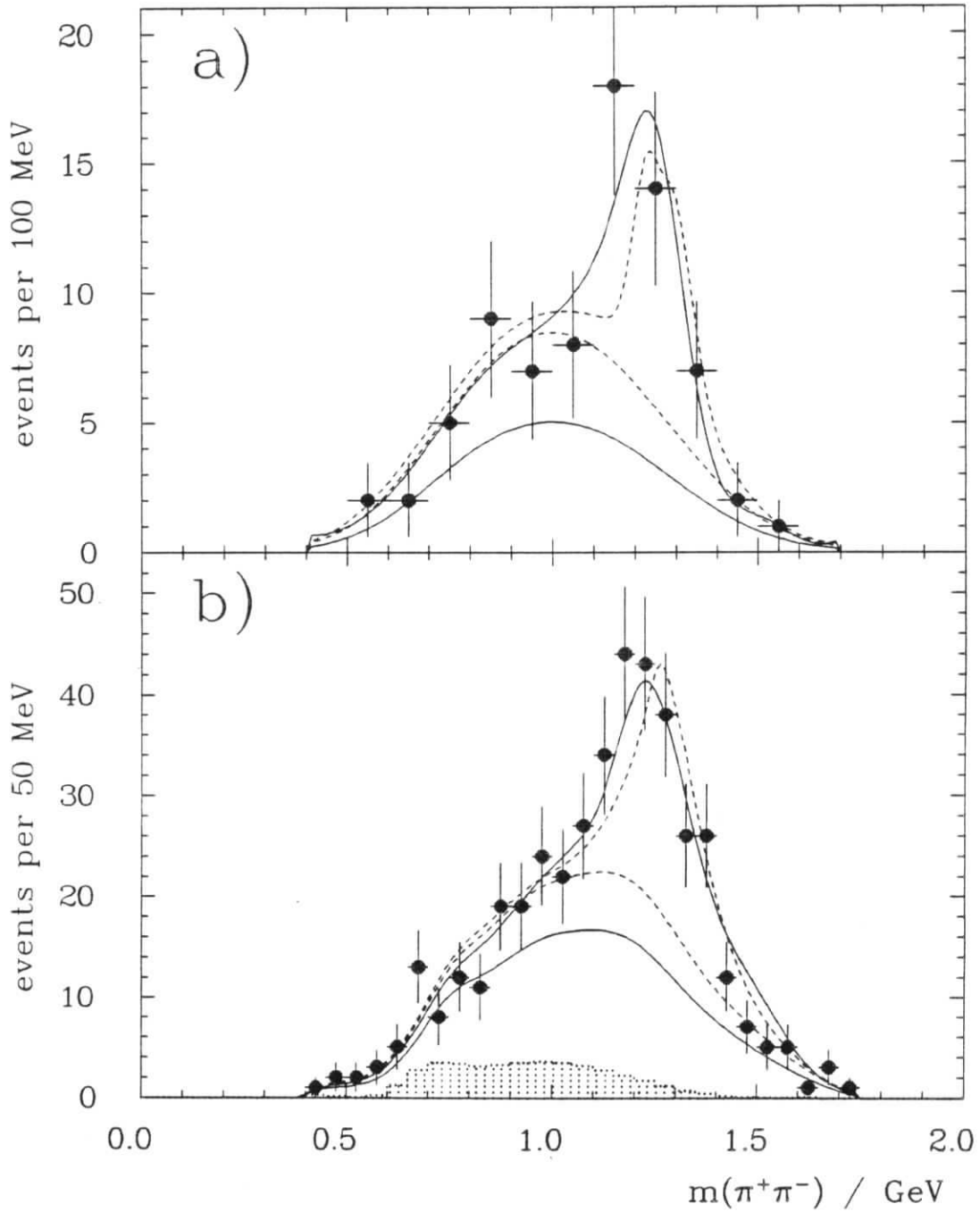


Abbildung 7.4: Spektrum der inv. Massen  $m(\pi^+\pi^-)$  nach  $\pi_2$ -Selektion: a)  $2\gamma$ - b)  $1\gamma$ -Daten. Die Linien bedeuten: durchgezogen = Signal und Untergrund bei konstruktiver  $\rho^\pm$ - $f_2$ -Interferenz, gestrichelt = destruktive; schraffierte Fläche:  $a_2$ -MC-Erwartung.



MC- Erwartung für  $f_2$  und Untergrund addiert. In jedem Bin  $j$  der  $\pi^+\pi^-$ -Histogramme werden also

$$N_j^{OBS} = r \cdot \frac{\sum_{i=1}^{N_j^{MC}} w_i(\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0)}{\sum_{i=1}^{N_{total}^{MC}} w_i(\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0)} + U \cdot \frac{N_j^{MC}}{N_{total}^{MC}} + N_{a_2}^{MC} \quad (7.2)$$

Ereignisse erwartet. Unter der Annahme, daß die Anzahl der Datenereignisse um diese Erwartung Poisson-verteilt ist, wird ein Maximum- Likelihood- Fit zur Bestimmung von  $r$  durchgeführt. Nach erfolgreicher Variation wird dann über

$$r \cdot N_{total}^{OBS} = N_{f_2} \quad (7.3)$$

die Anzahl der  $f_2$ -Kandidaten in dem jeweiligen Histogramm bestimmt. Nach dieser Methode wird auch das totale  $\pi^+\pi^-$ -Spektrum in Abbildung 7.5 ausgewertet. Interpretiert man die erhaltene Anzahl von  $f_2$ -Kandidaten als  $\pi_2$ -Zerfälle, kann die  $\gamma\gamma$ -Breite des  $\pi_2$  bestimmt werden. Das Resultat ist:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.3 \pm 0.3(stat.) \text{ keV} \quad (7.4)$$

Die Resultate der einzelnen Fits in den (überlappenden)  $250 \text{ MeV } W$ -Intervallen sind in Abbildung 7.5 dargestellt:

Bild a) zeigt die  $f_2$ -Erzeugungsrate, wenn die  $\pi^+\pi^-$ -Spektren als reine  $\pi_2 \rightarrow f_2$  -Zerfälle plus Untergrund interpretiert werden. Bilder b) und c) zeigen das  $W$ -Spektrum der  $f_2$ -Kandidaten unter der Annahme konstruktiver bzw. destruktiver Interferenz (s.u.). Die durchgezogenen Linien markieren die  $\pi_2$ -Erwartung nach der für Gleichung 7.4 beschriebenen Methode, die von den PDG-Werten für Masse und Breite des  $\pi_2$  ausgeht.

Die  $f_2$ -Erzeugungsrate im  $\pi^+\pi^-$ -Spektrum zeigt in  $W$  einen resonanzartigen Anstieg und Abfall, der im Rahmen der Fehler in guter Übereinstimmung mit der erwarteten  $\pi_2$ -Erzeugungsrate für Masse und Breite des  $\pi_2$ -Pols nach [6] steht. Dies ist der experimentelle Beleg für die Anregung des  $\pi_2$  in  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ -Ereignissen. Weitere Erläuterungen zu Abbildung 7.5 folgen im nächsten Abschnitt.

### 7.3 Bestimmung von Masse, Breite und Zwei- Photon- Breite des $\pi_2$

Die in Abbildung 7.5 gezeigte  $W$ -Abhängigkeit der  $f_2$ -Erzeugungsrate wird im folgenden als (untergrundfreie)  $W$ -Verteilung für exklusive Anregung des  $\pi_2(1670)$  interpretiert.

In einem Fit nach der Methode der kleinsten Quadrate wird diese Verteilung an die MC-Erwartung für  $\pi_2$ -Erzeugung angepaßt.

Wie anhand der durchgezogenen Linien in Abbildung 7.5 deutlich zu erkennen, beschreiben die nominellen Werte für Masse und Breite des  $\pi_2$  die Daten nur näherungsweise; die beobachtete Verteilung ist etwas breiter als nach [6] zu erwarten. Da Masse und Breite des  $\pi_2$  noch nicht sehr genau bekannt sind (vergleiche Kapitel 2.3), ist ihre Bestimmung aus den CELLO-Daten aufschlußreich. Dazu wird in einer kleinsten- Quadrate- Variation die optimale Anpassung der  $\pi_2$ -Pol- Parameter an die Daten vorgenommen.

Folgendes Verfahren, das alle Effekte der Detektorakzeptanz und -auflösung, des Photonflusses und der Einteilung der  $W$ - Intervalle exakt berücksichtigt, wurde dazu benutzt:

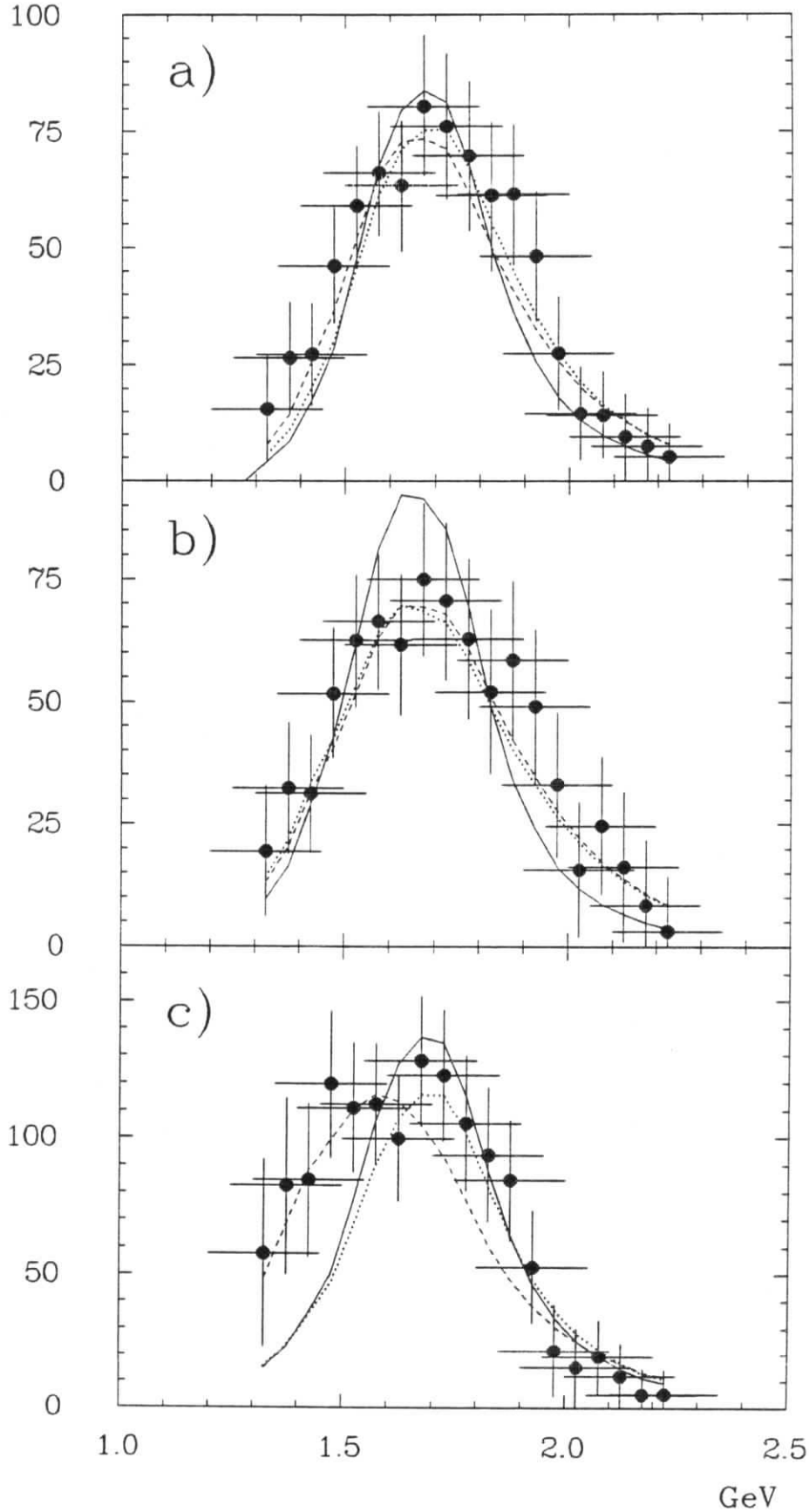
#  $\pi_2$  candidates / 250 MeV

Abbildung 7.5:  $W$ -Abhängigkeit der Anzahl der  $f_2$ -Kandidaten aus Fits; Hypothesen: a) inkohärente  $f_2$ -Amplitude, b) konstruktive  $\rho^\pm$ - $f_2$ -Interferenz, c) destruktive Interferenz; Linien: durchgezogen  $\pi_2$ -Pol lt. PDG, gepunktet: Breite variabel, gestrichelt: Breite und Masse variabel.

Zum Angleich an die gemessene Verteilung werden die Massen von MC-Ereignissen, die die beschriebenen Schnittkriterien erfüllen, im fraglichen Bereich  $1.3 - 2.5 \text{ GeV}$  zusammen mit dem ihrer Lage im Endzustandsphasenraum entsprechenden Gewicht  $|A^2|$  (vergl. Gleichung 4.2), das mit dem relativistischen Breit- Wigner- Propagator der nominellen Werte und einem Zerfallsmatrixelement berechnet wurde, auf einen schnell zugänglichen Datensatz geschrieben. In jedem Iterationsschritt wird anhand dieses Datensatzes ein neues Histogramm für die  $\pi_2$ -Erwartung gefüllt, bei dem die Gewichte der Ereignisse neu berechnet werden, indem sie zunächst durch den nominellen Breit- Wigner- Propagator  $BW = m\Gamma/((W^2 - m^2)^2 + m^2\Gamma^2)$  dividiert werden; anschließend wird mit dem Propagator der Werte des aktuellen Variations-schrittes multipliziert.

$$w_{\text{Variation}} = w \cdot \frac{BW(\text{Variation})}{BW(\text{nominell})} \quad (7.5)$$

Dieses neu berechnete Gewicht skaliert wieder mit dem dritten Variationsparameter  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ . Da mit überlappenden  $W$ -Intervallen gearbeitet wird, ist nur jedes fünfte Bin in Abbildung 7.5 statistisch unabhängig. Dies wurde explizit bei der Aufstellung der Fehlerkorrelationsmatrix für die Variationsparameter berücksichtigt [41]. Das Ergebnis dieses Algorithmus ist:

$$\begin{aligned} m &= 1.609 \pm 0.094 \text{ GeV} \\ \Gamma &= 0.482 \pm 0.230 \text{ GeV} \end{aligned} \quad (7.6)$$

Wegen der großen statistischen Fehler dieser Messung ist dieses Resultat weniger geeignet, die  $\pi_2$ -Pol -Parameter präziser zu erfassen, als zu demonstrieren, daß die Beobachtung konsistent mit  $\pi_2$ -Anregung ist. Weiterhin kann daraus ein Kriterium für die Übereinstimmung von Zerfallsmodell und Daten gewonnen werden (s.u.). Der bei diesem Fit gleichzeitig bestimmte Wert für die Zwei- Photon- Breite des  $\pi_2$  lautet:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.4 \pm 0.5 \text{ keV} \quad (7.7)$$

Die in Abbildung 7.5 eingezeichneten Linien demonstrieren die Resultate der Fits: die gepunktete Linie zeigt die MC-Erwartung, wenn zusätzlich zu  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  nur die Breite  $\Gamma$  der Resonanz variiert wird; die gestrichelte ergibt sich bei einer Variation aller drei Parameter ( $\Gamma_{\gamma\gamma}$ ,  $\Gamma$ ,  $m$ ).

## 7.4 Untersuchung der $f_2\rho^\pm$ -Interferenzen beim $\pi_2$ -Zerfall

Die bisherigen Ergebnisse sind alle unter der Hypothese gewonnen worden, daß beim  $\pi_2$ -Zerfall der dominante  $f_2$ -Kanal ( $B = 53 \pm 5\%$ ) isoliert, d.h. als inkohärenter Beitrag zum Wirkungsquerschnitt, betrachtet werden kann. Eine korrektere Modellbildung muß jedoch alle möglichen Übergangsamplituden  $\pi_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  quantenmechanisch überlagern. Abbildung 7.6 zeigt die Graphen der drei bisher beobachteten Zerfallsmoden des  $\pi_2$ . Neben den Zerfällen über die Zwischenresonanzen  $\rho^\pm$  ( $B = 34 \pm 6\%$ )(a) und  $f_2$  (b) wurde auch ein Anteil von  $\pi(\pi\pi)_{S\text{-Welle}}$  ( $B = 9 \pm 5\%$ ) beobachtet (c). In dieser Arbeit werden nur die beiden ersten Zwischenresonanzen berücksichtigt. Der Beitrag der S-Welle zum  $\pi_2 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$

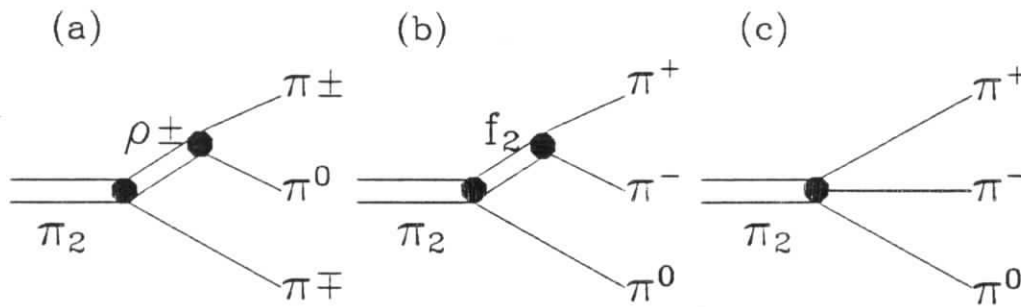


Abbildung 7.6: Graphen der drei möglichen  $\pi_2$ -Zerfallsamplituden.

$\Gamma_{\gamma\gamma}$ [keV]	$\Gamma$ [GeV]	$m$ [GeV]	freie Parameter	Hypothese
$0.8 \pm 0.3$	$0.54 \pm 0.30$	$1.684 \pm 0.083$	3	$\rho^\pm + f_2$
$2.4 \pm 0.8$	$0.40 \pm 0.15$	$1.495 \pm 0.083$	3	$\rho^\pm - f_2$
$1.4 \pm 0.5$	$0.48 \pm 0.23$	$1.610 \pm 0.094$	3	nur $f_2$
$0.8 \pm 0.3$	$0.57 \pm 0.30$	$1.665 \pm 0$	2	$\rho^\pm + f_2$
$1.5 \pm 0.4$	$0.32 \pm 0.12$	$1.665 \pm 0$	2	$\rho^\pm - f_2$
$1.3 \pm 0.3$	$0.42 \pm 0.17$	$1.665 \pm 0$	2	nur $f_2$

Tabelle 7.1: Resultate der kleinste- Quadrate- Fits nach  $\pi_2$ -Selektion.

-Spektrum wird wegen des kleinen Verzweigungsverhältnisses  $B$  und theoretischer Unsicherheiten bei der Modellbildung (welchen Propagator sollte man für die S-Welle annehmen?) vollständig vernachlässigt.

Die bisher beschriebene Analyse wird mit einem erweiterten Zerfallsmodell wiederholt, das  $\rho^\pm$ - $f_2$ -Interferenzen für relative Phasen von  $0^\circ$  und  $180^\circ$  zwischen den Amplituden umfaßt.

Abbildung 7.7 zeigt, daß je nach Zerfallshypothese bereits bei der Interpretation des  $\pi^+\pi^-$ -Spektrums signifikante Unterschiede auftreten: dort ist die MC-Erwartung für die  $\pi^+\pi^-$ -Massen für konstruktive (durchgezogene Linie) und destruktive (gepunktete) Interferenz, sowie die Annahme reiner  $\rho^\pm$ -Zerfälle (gestrichelte) und einer inkohärenten Addition von  $\rho^\pm$ - und  $f_2$ -Anteil (strich-punktete Linie) für gleiche Verzweigungsverhältnisse und gleiche MC-Luminosität dargestellt.

Die Ergebnisse des im vorigen Abschnitt beschriebenen Fits der MC-Erwartung an  $\pi^+\pi^-$ -Spektrums wie in Abbildung 7.4 (durchgezogene Linie: konstruktive Interferenz, gestrichelte: destruktive) zeigen, daß Form und Lage des " $f_2$ -Signals" sowie das Verhältnis von Signal und Untergrund (und damit  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ ) stark von dem Vorzeichen zwischen den Amplituden abhängen.

Die Analyse wird genauso durchgeführt, wie oben für die isolierte  $f_2$ -Amplitude erläutert. Die Resultate für die  $W$ -Abhängigkeit der  $\pi_2$ -Erzeugungsrate, die aus den  $\pi^+\pi^-$ -Spektrums folgen, sind in Abbildung 7.5 b) (konstruktiv,  $0^\circ$ ) und c) (destruktiv,  $180^\circ$ ) dargestellt. Die gepunkteten und gestrichelten Linien markieren die Ergebnisse der Anpassung der Parameter

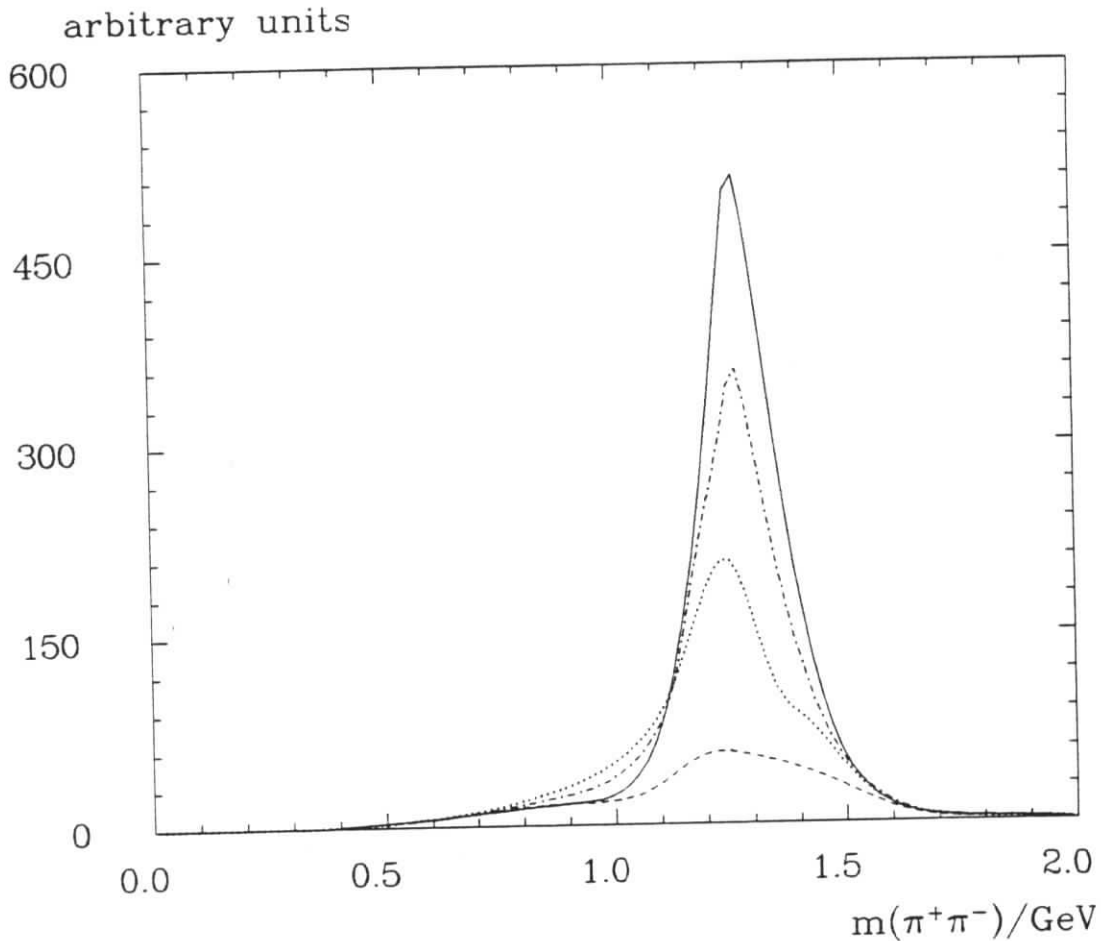


Abbildung 7.7: MC-Erwartung für die inv. Massen  $m(\pi^+\pi^-)$  nach  $\pi_2$ -Selektion bei verschiedenen Zerfallsmodellen, Erläuterungen im Text.

$(\Gamma_{\gamma\gamma}, \Gamma, m)$  bzw. nur  $(\Gamma_{\gamma\gamma}, \Gamma)$ . Die Fit-Resultate für verschiedene Zerfallsmodelle sowie verschiedene Variationsgrößen (nur  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ ,  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  und  $\Gamma$  und alle drei  $(\Gamma_{\gamma\gamma}, \Gamma, m)$ ) des  $\pi_2$  sind in Tabelle 7.1 aufgelistet. Bei der Betrachtung der angegebenen statistischen Fehler der Ergebnisse ist zu beachten, daß die Parameter nicht unabhängig voneinander bestimmt wurden. Insbesondere ist eine große positive Korrelation der Fehler der totalen Breite und der  $\gamma\gamma$ -Breite festzustellen.

Es ist bemerkenswert, wie stark das Resultat für  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  von den Modellannahmen abhängt. Auch die Ergebnisse für Masse und Breite schwanken über einen weiten Bereich. Um ein Präferenzkriterium für die Modellauswahl zu gewinnen, ist es unbedingt notwendig, nähere Information über die relative Phase zwischen den Amplituden zu gewinnen. Zu diesem Zweck wird eine zweite Korrelation zwischen Variablen des Endzustandsphasenraums ausgenutzt: Abbildung 7.8 zeigt die Häufigkeitsverteilungen in der Ebene  $(m(\rho^\pm\pi^0), m(\pi^+\pi^-))$ . Bild a) zeigt die in beiden Datenselektionen gemessene Verteilung, b) demonstriert die MC-Erwartung für reine  $f_2$ -Zerfälle und c) und d) die für konstruktive bzw. destruktive  $\rho^\pm$ - $f_2$ -Interferenz.

Ein Maximum- Likelihood- Fit an diese Verteilungen, der nach einer Methode arbeitet, die schon für die  $\pi^+\pi^-$ -Massenspektren erläutert wurde, favorisiert das Modell konstruktiver Interferenz vor einer inkohärenten  $f_2$ -Amplitude ( $\Delta \log L = 1.8$ ) und negativem Vorzeichen zwischen den Amplituden ( $\Delta \log L = 8.5$ ). Weiterhin spricht für eine kleine relative Phase die Tatsache, daß das Ergebnis der Parameteranpassung für die Masse des  $\pi_2$  (siehe Tabelle 7.1) bei destruktiver Interferenz sehr weit (über  $2\sigma$ ) vom nominellen Wert abweicht. Nicht zuletzt wird die  $W$ -Abhängigkeit der  $\pi_2$ -Erzeugung (Abbildung 7.5 a)) dann nicht so gut durch eine Resonanzkurve beschrieben.

## 7.5 Systematische Fehler

Die Unsicherheiten der Rekonstruktion des  $\pi^+\pi^-\pi^0$ -Endzustands, die unter 6.4 behandelt wurden, sind auch hier gültig. Die systematischen Fehler bei der Behandlung einer sehr breiten Resonanz sind allerdings als gravierender einzuschätzen als bei dem schmaleren  $a_2$ ; so beginnt beispielsweise der  $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt für  $\pi_2$ -Anregung mit einer Helizität- 0-Amplitude, deren starke  $W$ -Abhängigkeit nicht mit dem *ad hoc* eingeführten Dämpfungsterm (Gleichung 2.41) multipliziert wird, im  $W$ -Bereich oberhalb  $2.0 \text{ GeV}$  langsam zu divergieren, ohne zuvor wieder auf null abgefallen zu sein. In Bild 7.9 ist ein Vergleich der MC-Erwartung auf Vierervektorebene für ein nicht gedämpftes Erzeugungsmatrixelement  $M_{++}$  (offenes Histogramm) und das in dieser Analyse verwendete gezeigt.

Eine weitere Fehlerquelle liegt in der Normierung der Zerfallsmatrixelemente. Für die hier vorliegende Analyse werden die Zerfallsmoden für  $\rho^\pm$  und  $f_2$  *einzel*n auf die PDG-Werte normiert und anschließend zur Interferenz gebracht. Dieses Verfahren wirft Probleme auf, da, wie die  $\pi^+\pi^-$ -Massenspektren (Bild 7.7) zeigen, eine klare Zuordnung eines Ereignisses zu einem Zerfallskanal unmöglich ist. Zudem wurde bisher anhand der CELLO-Daten der Beitrag der  $\rho^\pm$ -Amplitude nicht quantitativ untersucht. Außerdem wird noch einmal darauf hingewiesen, daß auf die Betrachtung des S-Wellen- Anteils gänzlich verzichtet wurde.

Die systematische Unsicherheit der Bestimmung der Zwei- Photon- Breite, die durch fehlende Kenntnis der relativen Phase zwischen den betrachteten Zerfallsamplituden entsteht, geht nicht in die Abschätzung mit ein; hier wird auf Tabelle 7.1 verwiesen, aus der die Streuung der Werte hervorgeht. Zieht man alle anderen Punkte in Betracht, gelangt man zu einer Abschätzung von 25% systematischer Unsicherheit der Ergebnisse für  $\Gamma_{\gamma\gamma}$ . Das Resultat für die  $\gamma\gamma$ -Breite des  $\pi_2(1670)$  lautet daher bei inkohärenter Betrachtung des  $f_2$ -Zerfallsanteils:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.3 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 0.3(\text{syst.}) \text{ keV} \quad (7.8)$$

## 7.6 Vergleich mit anderen Messungen

Das  $\pi_2$  ist bisher erst ein einziges Mal in  $\gamma\gamma$ -Reaktionen beobachtet worden. Die Crystal-Ball- Kollaboration [16] veröffentlichte 1988 vorläufige Resultate einer Messung in der Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^0$ :

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 1.4 \pm 0.3(\text{stat.}) \text{ keV} \quad (7.9)$$

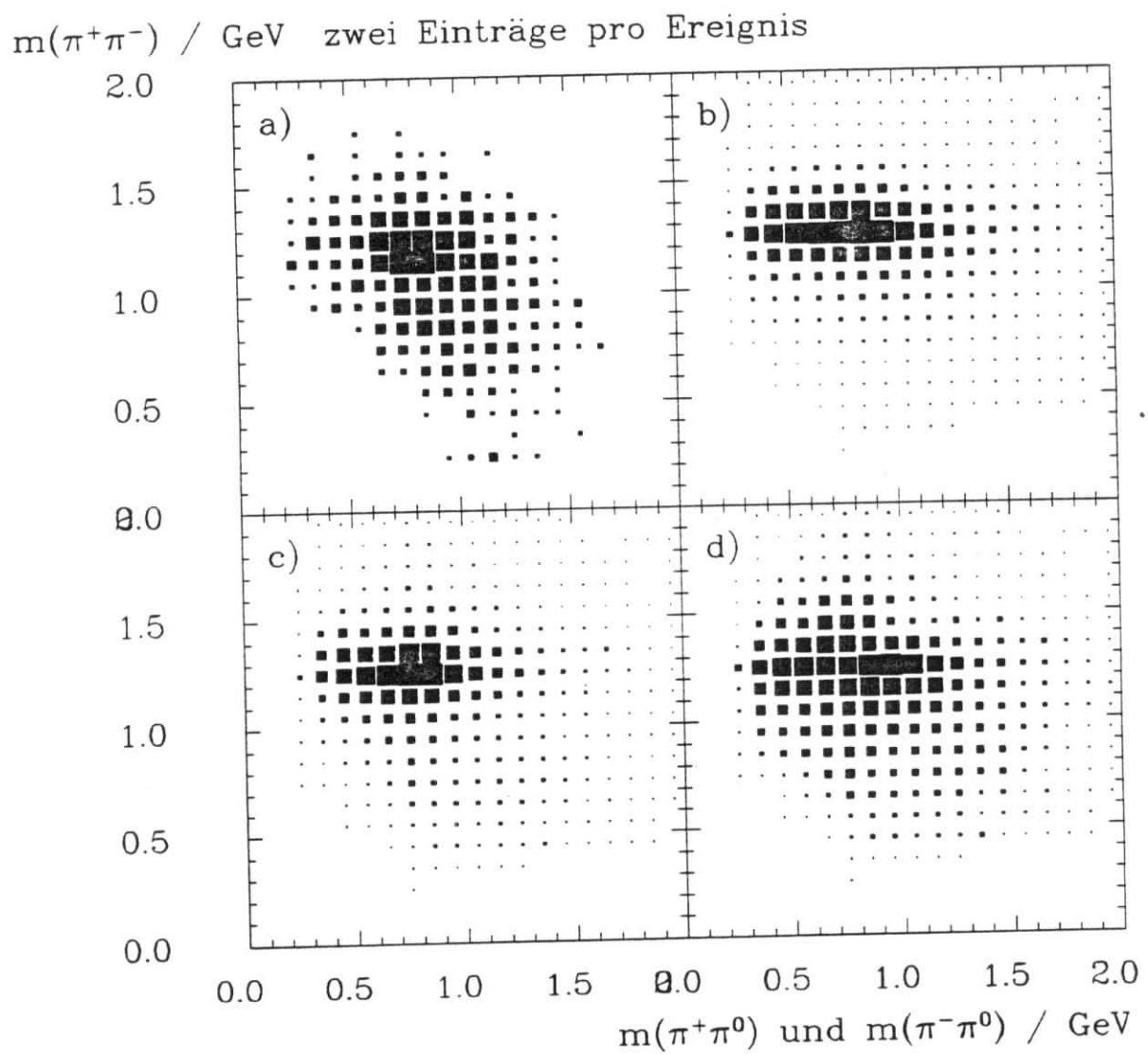


Abbildung 7.8: Korrelation der invarianten Massen  $m(\pi^\pm\pi^0)$  gegen  $m(\pi^+\pi^-)$  nach  $\pi_2$ -Selektion: a) Daten, b) MC  $f_2$  inkohärent, c) MC konstruktive  $\rho^\pm f_2$ -Interferenz, d) destruktive Interferenz.

## Wirkungsquerschnitt

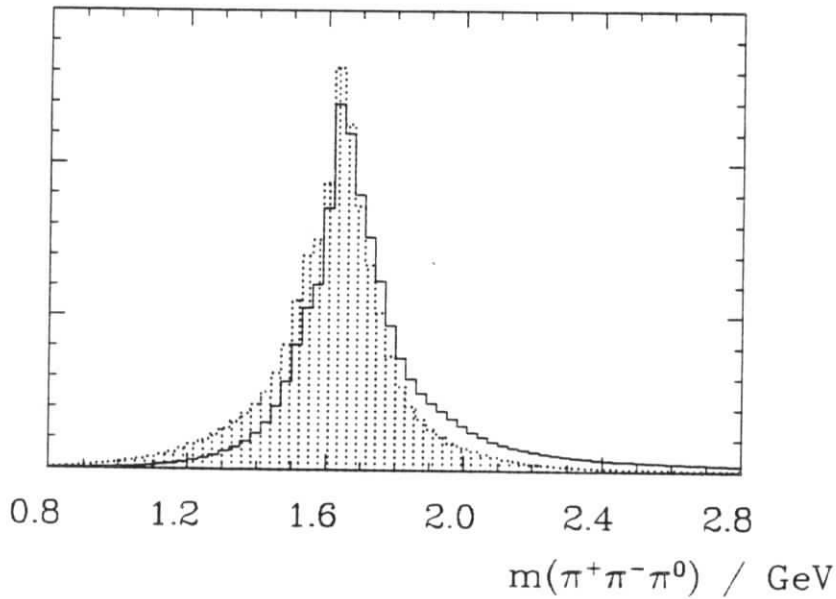


Abbildung 7.9: Wirkungsquerschnitt für eine  $\pi_2$ -Erzeugungsamplitude  $M_{++}$  ohne  $W$ -Dämpfung (offenes Histogramm) und mit Korrekturterm (schraffiert) auf Vierervektorebene.

Das Ergebnis der vorliegenden Untersuchung steht damit bei einfacher Interpretation des  $\pi^+\pi^-$ -Spektrums als inkohärentes  $f_2$ -Signal innerhalb der Fehler in guter Übereinstimmung.

Da jedoch gezeigt wurde, wie sehr sich bei dem hier untersuchten Zerfall in  $\pi^+\pi^-\pi^0$  Interferenzeffekte auf das Ergebnis für  $\Gamma_{\gamma\gamma}$  niederschlagen, kann ein aussagekräftiger Vergleich der Messungen erst erfolgen, wenn die relative Phase zwischen den Zerfallsamplituden genauer bekannt ist. Dieses Problem taucht bei der von Crystal Ball untersuchten Reaktion aus den in Kapitel 4.3.3 erläuterten Gründen nicht auf.



# Kapitel 8

## Zusammenfassung

In diese Arbeit wird die Reaktion  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$  analysiert. Dazu werden Ereignisse ausgewertet, die mit dem Detektor CELLO am Elektron- Positron- Speicherung PETRA in Hamburg im Jahre 1986 aufgezeichnet wurden. Sie umfassen eine integrierte Luminosität von  $86 \text{ pb}^{-1}$  bei einer Strahlenergie von  $17.5 \text{ GeV}$ .

Es werden zwei Datensätze mit Ereignissen bei kleinen Leptonstreuwinkeln (*notag*-Fall) parallel untersucht; der erste enthält beide der  $\pi^0$ -Endzustandsphotonen, bei dem zweiten wird das  $\pi^0$  über nur ein nachgewiesenes Photon rekonstruiert. Die Resultate in beiden Datensätze zeigen gute Übereinstimmung miteinander; sie werden für die Endresultate miteinander kombiniert.

Die Zwei- Photon- Anregung des Tensormesons  $a_2(1320)$  und des Pseudotensormesons  $\pi_2(1670)$  werden nachgewiesen.

Die Bestimmung der Strahlungsbreite des  $a_2$  hat ergeben:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(a_2) = 1.00 \pm 0.07(\text{stat.}) \pm 0.19(\text{syst.}) \text{ keV} \quad (8.1)$$

Der relative Beitrag der beiden bei Tensormesonen möglichen Helizitätsamplituden zur  $\gamma\gamma$ -Kopplung des  $a_2$  wurde aus Zerfallswinkelkorrelationen bestimmt. Das Ergebnis ist, daß  $a_2(1320)$  *ausschließlich* über die Helizität- 2- Amplitude erzeugt wird. Ein Maximum-Likelihood- Fit ergibt die obere Grenze für den Helizität-0 Beitrag:

$$\frac{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}}{\Gamma_{\gamma\gamma}} < 5.8\% \quad (95\% \text{ c.l.}) \quad (8.2)$$

Die Präzision dieser Messung erlaubt erstmalig die Unterscheidung verschiedener theoretischer Modelle für die  $\gamma\gamma$ -Kopplung des  $a_2$ .

Der Nachweis der  $\pi_2$ -Erzeugung gelingt über die Zerfallskette  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0$ . Unter Vernachlässigung von Interferenzen mit anderen Zerfallsmoden des  $\pi_2$  wird die Zwei- Photon- Breite des  $\pi_2$  bestimmt:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\pi_2) = 1.3 \pm 0.3(\text{stat.}) \pm 0.3(\text{syst.}) \text{ keV} \quad (8.3)$$

Masse und Breite des  $\pi_2$  werden bestimmt. Das Ergebnis ist:

$$\begin{aligned} m(\pi_2) &= 1.610 \pm 0.094(\text{stat.}) \text{ GeV} \\ \Gamma(\pi_2) &= 0.48 \pm 0.23(\text{stat.}) \text{ GeV} \end{aligned} \quad (8.4)$$

Das Studium von Interferenzeffekten zwischen den beiden Zerfallsamplituden  $\pi_2 \rightarrow f_2\pi^0$  und  $\pi_2 \rightarrow \rho\pi$  zeigt, daß das Resultat für die Zwei- Photon- Breite stark von der Phase zwischen den Amplituden abhängt. Bei kohärenter Addition (Subtraktion) ergeben sich die Extremwerte von  $0.8 \pm 0.3 \pm 0.2 \text{ keV}$  bzw.  $2.4 \pm 0.8 \pm 0.6 \text{ keV}$ .

Maximum- Likelihood- Fits zeigen, daß konstruktive Interferenz die Daten besser beschreibt als destruktive. Der Vergleich der Werte der Likelihood- Funktion nach Anpassung der Daten an die Hypothesen ergibt, daß eine relative Phase von  $180^\circ$  ausgeschlossen werden kann.

Für eine genauere Bestimmung der Phase sind weitere Studien notwendig. Die CELLO-Kollaboration plant, nach Abschluß dieser ergänzenden Untersuchungen die Resultate dieser Arbeit in der "Zeitschrift für Physik" zu veröffentlichen [42].

Ich versichere, daß ich die Arbeit unter Angabe aller verwendeten Quellen und Hilfsmittel selbstständig angefertigt habe.

Hamburg, den 16.6.1989

Jobst Heinrich Köhne

## Danksagung

Diese Arbeit ist in der Zeit von März 1988 bis Juni 1989 während eines Diplompraktikums am II.Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg, das auf dem Gelände des Deutschen Elektronen Synchrotrons residiert, entstanden.

Ich arbeitete in der Forschungsgruppe CELLO unter der Leitung von Herrn Prof. Dr.H.Spitzer, dem Erstgutachter dieser Arbeit. Ich bedanke mich für die vertrauensvolle Zusammenarbeit und seine Unterstützung, die mir u.a. die Teilnahme an drei wissenschaftlichen Tagungen in Lindau/Bodensee, Schloß Ringberg/Tegernsee und Bonn ermöglichte.

An dieser Stelle möchte ich auch allen Mitgliedern der CELLO-Kollaboration danken, die mich freundlich aufgenommen haben, und mir die ersten unsicheren Schritte auf wissenschaftlicher Bühne erleichtert haben. Dies gilt besonders für die Hamburger CELLO-Gruppe, in der ich mich sehr wohl gefühlt habe. Für die konstruktive Kritik an den Entwürfen für diese Arbeit bedanke ich mich besonders bei Dr.J.Ahme, J.H.Peters und Dr.M.Feindt. Viele der Bilder in dieser Arbeit verdanke ich O.Podobrin. Für viele interessante und ermutigende Gespräche möchte ich J.Harjes danken.

Einen sehr großen Anteil der Ideen und Methoden, die ich für diese Arbeit kennengelernt habe, sowie ein tieferes Verständnis für die Elementarteilchenphysik, verdanke ich meinem Lehrer und Betreuer Dr.M.Feindt.

Für ihre seelische Unterstützung und liebevolle Zuneigung bedanke ich mich bei meinen Eltern Christa und Reinhard Köhne, die mir nicht zuletzt ein langes Physikstudium frei von finanziellen Nöten ermöglicht haben.

## Literaturverzeichnis

- [1] C.F.v.Weizsäcker, Z.Phys.(1934),612  
E.Williams, Kgl. Danske Videnskap Selskap, Mat.-Fiz.Med. No.13(1935)
- [2] F.E.Low, Phys.Rev. 120 (1960),582
- [3] Ch.Berger und W.Wagner, Photon-Photon-Reactions, Physics Reports 146, No.1 & 2, February 1987
- [4] C.N.Yang, Phys.Rev.77 (1950), 242
- [5] M. Poppe, Int. Jour. of Mod. Phys. A1 (1986), 545
- [6] Review of Particle Properties, Particle Data Group, Phys.Let. 204B (1988)
- [7] H.Kolanoski, Two-Photon-Physics at  $e^+e^-$ -Storage Rings, Springer Tracts in Modern Physics 105, 1984
- [8] Crystal Ball Collaboration (at SPEAR), C. Edwards et al., Phys. Lett. 110 B (1982), 82
- [9] JADE Collaboration (preliminary), see J.E. Olsson, Procs. 5.th Int. Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen 1983, Springer
- [10] CELLO Collaboration, H.J.Behrend et al., Phys. Lett. 114 B (1982), 378 et Erratum, Phys. Lett. 125 B (1983), 518
- [11] PLUTO Collaboration, Ch.Berger et al., Phys. Lett. 149 B (1984), 427
- [12] Crystal Ball Collaboration (at DORIS), D. Antreasyan et al., Phys. Rev. D 33 (1986), 1847
- [13] TASSO Collaboration, M. Althoff et al., Z. Phys. C 31 (1986), 537
- [14] TPC/ $2\gamma$  Collaboration, H.Aihara et al., *A Measurement of  $a_2^0(1320)$  Formation in Photon-Photon Collisions*, Contributed paper to the 24. Int. Conf. on High Energy Physics, Munich 1988
- [15] Review of Particle Properties, Particle Data Group, Rev.Mod.Phys. Vol 56, No. 2, Part 2, April 1984

- [16] B.Muryn (Crystall Ball Coll.), VIIIth International Workshop on Photon- Photon- Collisions, Shoresh, Israel 1988
- [17] F.Halzen, A.D.Martin, Quarks and Leptons, John Wiley, New York 1984
- [18] M.Feindt, Dissertation, DESY F14-88-02, Hamburg 1988
- [19] PLUTO-Collaboration, Ch. Berger et al., Phys.Lett. **B142** (1984) 125
- [20] TPC/ $\gamma\gamma$  Collaboration, H. Aihara et al., Phys. Rev. **D35** (1987) 2650
- [21] V.M.Budnev, I.F.Ginzburg, G.V.Meledin, V.G.Serbo, Phys.Rep. 15 C (1975),181
- [22] J.M.Blatt, V.Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, John Wiley, New York, 1952  
H.Pilkuhn, in Landolt-Börnstein, New Ser. Vol 6, Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1972
- [23] M.Feindt, The Partial Wave Analysis Formalism for  $\gamma\gamma$ -Interactions in  $e^+e^-$ -Reactions, Hamburg in Vorbereitung
- [24] S.L. Wu, PETRA - The First Five Years, DESY 84-028, Hamburg 1984
- [25] J.Ahme, Dissertation, DESY FCE-89-01,Hamburg 1989
- [26] J.H.Peters, Dissertation, Hamburg in Vorbereitung
- [27] J.Harjes, Diplomarbeit, DESY F14-87-06, Hamburg 1987
- [28] M.Feindt, VIIIth International Workshop on Photon- Photon- Collisions, Shoresh, Israel 1988
- [29] K.Gamerding , Dissertation, Kernforschungszentrum Karlsruhe, KfK 4421, September 1988
- [30] F. James, *Monte Carlo Theory and Practice*, CERN DD/80/6, 1980
- [31] M. Feindt, *MOTTE0/1 - Monte Carlo Integration für  $\gamma\gamma$ - Reaktionen (Resonanzen und Kontinuum) ohne Näherungen* , Programmbeschreibung, unveröffentlicht.
- [32] J. Friedmann, *SAGE - A General System for Monte Carlo Generation with Preferred Phase Space Density Distributions* SLAC - Computation Group Technical Memo 145, 1972
- [33] M.Feindt, *DST Select Job 1986*, CELLO Note D042, unveröffentlicht
- [34] J.H.Peters, VIOLA-Modul REJECTEL, Programmbeschreibung, unveröffentlicht
- [35] V.Blobel, Vorlesungsmanuskript, DESY F14-81/01, Hamburg Juli 1981
- [36] Für die Fits nach der Methode der kleinsten Quadrate wurden die Routinen des *CONLES*- Pakets von V.Blobel benutzt.

- [37] A.Beck, Tel-Aviv, private Mitteilung
- [38] Für die Fits nach der Maximum-Likelihood-Methode wurden die Routinen des *MLFIT*-Pakets von V.Blobel benutzt.
- [39] W.d.Boer, M.Iacovacci, CELLO Note R02, unveröffentlicht  
S.Scholz, CELLO Note M185, unveröffentlicht
- [40] J.Harjes, Dissertation, Hamburg in Vorbereitung
- [41] M.Feindt, *FITMASS*, Programmbeschreibung, unveröffentlicht
- [42] CELLO Collaboration, M.Feindt, J.Köhne et al.,  $a_2(1320)$  and  $\pi_2(1670)$  Resonance Formation in the Reaction  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ , zur Veröffentlichung eingereicht
- [43] Review of Particle Properties, Particle Data Group, Phys.Let. 107B (1986)

