

Interner Bericht
DESY FCE-91-01
März 1991

Experimentelle Untersuchung der Reaktion
 $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$
mit dem Detektor CELLO

von

Jens Harjes

Eigentum der	DESY	Bibliothek
Property of		library
Zugang		
Accession	03. APR. 1991	
Leihfrist	7	Tage
Loan period		days

DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

**"Die Verantwortung für den Inhalt dieses
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser"**

Interner Bericht
DESY FCE-91-01
März 1991

Experimentelle Untersuchung der Reaktion
 $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$
mit dem Detektor CELLO

von

Jens Harjes

Experimentelle Untersuchung der Reaktion

$$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$$

mit dem Detektor CELLO

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

Vorgelegt von:
Dipl. Phys. Jens Harjes
aus Bremen

Hamburg
1991

Für Lennart

Kurzfassung

Diese Arbeit beschreibt eine experimentelle Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ im invarianten Massenbereich zwischen $0.75 \text{ GeV}/c^2$ und $2.0 \text{ GeV}/c^2$. Unterstützt durch eine speziell für kleine Impulse entwickelten Teilchenidentifikation wird der totale – und der differentielle Wirkungsquerschnitt bestimmt und sowohl graphisch als auch tabellarisch angegeben. Durch Anpassungsrechnungen wird die Güte einer Reihe von Modellen getestet. Gegenüber der Standard-Interpretation einer kohärenten Born-Term – Breit-Wigner Überlagerung erfüllen die vorgestellten und diskutierten elaborierteren Modelle die grundlegende Forderung nach Unitarität. Mit Hilfe einer modellunabhängigen – und einer modellabhängigen Partialwellen-Analyse wird versucht, einen möglichen skalaren Beitrag am totalen Wirkungsquerschnitt herauszufiltern. Das gefundene, resonanzartige Spektrum wird mit dem Resultat einer Partialwellen-Zerlegung des Wirkungsquerschnitts von MARK-II verglichen. Eine simultane Anpassung an den von Crystal Ball gemessenen Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ belegt den reinen Isospin-0 Charakter des skalaren Spektrums. Neben der Bestimmung der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ des Tensormesons $f_2(1270)$ wird das Spektrum oberhalb einer invarianten Masse von $1.5 \text{ GeV}/c^2$ mit der QCD-Vorhersage von Brodsky und Lepage verglichen. Mögliche Beiträge der Mesonen: $f'_2(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$ werden durch obere Grenzen ihrer partiellen Breiten angegeben.

Abstract

This thesis describes an experimental analysis of the reaction $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ with invariant masses in the range between $0.75 \text{ GeV}/c^2$ and $2.0 \text{ GeV}/c^2$. The total and differential cross-sections are obtained through a sophisticated particle-identification method developed especially for particles with small momenta. The results are displayed numerically, in tables, as well as graphically. The accuracy of several models is tested by χ^2 - fits to the data. In contrast to the standard analysis of the spectrum by coherent addition of Born-term – and Breit-Wigner amplitudes, the more elaborate analysis presented here also fulfills the basic requirement of unitarity. A model independent as well as a model dependent partial-wave-analysis is applied to select possible scalar contributions to the total cross-section. A resonance like spectrum is found and compared to the result of the same analysis applied to published MARK-II data. A simultaneous fit to the cross-section of the neutral decay mode $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$, measured by Crystal Ball, supports the pure isospin-0 - character of the scalar spectrum. In addition to the determination of the partial width $\Gamma_{\gamma\gamma}$ of the tensor meson $f_2(1270)$, the cross-section above an invariant mass of $1.5 \text{ GeV}/c^2$ is compared to the QCD-prediction of Brodsky and Lepage. Possible contributions of the mesons: $f'_2(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ and $f_2(1810)$ are obtained as 95% *c.l.* upper limits of their partial widths.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Einführung und Übersicht	1
1.2	Zielsetzung dieser Arbeit	2
1.3	Inhaltsübersicht	3
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Einleitung	4
2.2	$\gamma\gamma$ -Wechselwirkungen an e^+e^- -Speicherringen	5
2.2.1	Definition der kinematischen Variablen bei $\gamma\gamma$ - Wechselwirkungen	5
2.2.2	Qualitative Beschreibung von $\gamma\gamma$ - Wechselwirkungen an e^+e^- - Speicherringen	6
2.2.3	Der exakte Zusammenhang zwischen $d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X}$ und $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$	9
2.3	Beschreibung von Resonanzformationen in $\gamma\gamma$ - Reaktionen	12
2.3.1	Tensorielle Resonanzproduktion	15
2.3.2	Energieabhängigkeit der Zerfallsbreite einer Resonanz	18
2.3.3	Vollständige Beschreibung der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow 2^{++} \rightarrow \pi^+\pi^-$	19
2.3.4	Helizitäts-Abhängigkeit bei der Zwei-Photon - Tensormeson - Produktion	23
2.3.5	Skalare Resonanzproduktion	26
2.4	Kontinuum - Erwartungen für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	26
2.4.1	Die Ein-Pion-Austausch Born-Term - Amplituden	26
2.4.2	QCD - Kontinuum bei höheren Energien	29
2.5	Vorhersagen aus dem Quarkmodell der Mesonen	32
2.5.1	Das 2^{++} - Nonett	33
2.5.2	SU(3) Oktett-Singulett- Mischung	33
2.5.3	Strahlungszerfälle und Quarkstruktur	36
2.5.4	Verknüpfung mit experimentell zugänglichen Größen	38
2.5.5	Nichtrelativistische Relationen zwischen 0^{++} - und 2^{++} - Zwei-Photon - Kopplungen	40
2.5.6	$S^* \delta^0$ - Das Puzzle mit den Skalaren	41
3	Das Experiment	44
3.1	Einleitung	44
3.2	Der Speicherring PETRA	44
3.3	Der CELLO - Detektor	47
3.3.1	Der Innendetektor	49
3.3.2	Die Endkappen-Proportionalkammern	52
3.3.3	Der Magnet	52

3.3.4	Das Vorwärtskalorimeter	53
3.3.5	Das Flüssigargon - Blei - Sampling - Kalorimeter	54
3.3.6	Die Myonkammern	59
3.4	Aufnahme und Verarbeitung der Daten	60
4	Aufarbeitung der Daten, Rekonstruktion und Selektion der Ereignisse	65
4.1	Einleitung	65
4.2	VIOLA - eine Erweiterung der Standard-Rekonstruktions - Software bei CELLO	66
4.2.1	Offline Rekalibration der Kalorimeter-Module	69
4.2.2	Teilchenidentifikation im Kalorimeter bei kleinen Energien	71
4.3	Die $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ - Ereignisselektion	79
5	Simulationsrechnungen mit Monte-Carlo - Methoden	82
5.1	Einleitung	82
5.2	Neubestimmung der Auslöse-Effizienzen von Innendetektor-Signalen	83
5.3	Die Teilchenidentifikation in der Simulation	87
5.4	Simulation der Untergrundreaktionen	88
5.4.1	$e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$	88
5.4.2	$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$	89
5.4.3	$\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$	90
5.4.4	$\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$	91
5.4.5	$\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \pi^+\pi^-(\pi^0)$	93
5.5	Simulation der Signalreaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	93
5.6	Triggersimulation	95
5.7	Anwendung des Filterprogramms	96
6	Messung des Reaktions-Wirkungsquerschnittes	98
6.1	Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$	98
6.1.1	Bestimmung aus der gesamten Zweispurleselektion	98
6.1.2	... unter Ausnutzung der Teilchenidentifikation	102
6.1.3	... aus der disjunkten Datenmenge	102
6.1.4	... aus der gewichteten Mittelung	104
6.2	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $	105
6.3	Systematische Unsicherheiten	111
6.3.1	Korrektur systematischer Fehler	111
6.3.2	Abschätzung verbleibender systematischer Unsicherheiten	113
7	Theoretische Interpretation der Ergebnisse und Diskussion	117
7.1	Einleitung und historischer Überblick	117
7.2	Das einfache Interferenzmodell in der Diskussion	120
7.2.1	Problem der Breit-Wigner - Parametrisierung	122
7.2.2	Problem des Born-Term Kontinuums	124
7.3	Grundlagen elaborierter Modelle	128
7.3.1	Partialwellen - Zerlegung und Isospin-Aufteilung der Amplituden	128
7.3.2	Das Niederenergie - Theorem von Low	129
7.3.3	Unitarität - das Theorem von Watson	131
7.3.4	Die elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_J^I	133
7.4	Das Modell von Mennessier in der Diskussion	134

7.5	Das Modell von Lyth in der Diskussion	142
7.6	Das Modell von Morgan & Pennington in der Diskussion	145
7.6.1	CPT-Theorem, Analytizität und Dispersionsrelationen	145
7.6.2	Eine Lösung im elastischen s-Kanal – die Omnès Funktion	149
7.6.3	Anpassung des Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ von MARK-II und Crystal Ball	152
7.7	Partialwellen-Analyse des Spektrums	156
7.7.1	Ein grundsätzliches Ambiguitätsproblem bei der Partialwellen-Dekomposition	156
7.7.2	Unitäre S - D_0 - D_2 - Partialwellen-Analyse	157
7.7.3	Unitäre S - D_2 - Partialwellen-Analyse	158
7.7.4	Bestimmung der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ und Vergleichbarkeit mit anderen Experimenten	170
7.8	Das Spektrum im hochenergetischen $m_{\pi^+\pi^-}$ - Bereich	172
7.8.1	Vergleich zur Vorhersage von Brodsky & Lepage	172
7.8.2	Obere Grenzen für $f'_2(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$	174
8	Zusammenfassung	179
	Literaturverzeichnis	182
	Nachwort	188

Abbildungsverzeichnis

2.1	Feynman-Diagramm einer Zwei-Photon - Reaktion mit den kinematischen Variablen.	5
2.2	Rapiditäts-Verteilung des $\pi^+\pi^-$ - Systems der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	8
2.3	L=2 Blatt-Weisskopf - Formfaktor für verschiedengroße Radien des Wechselwirkungs-Potentials.	20
2.4	L=2 Lyth - Formfaktor für verschiedengroße effektive Reichweiten-Parameter.	20
2.5	Zerfallswinkel-Verteilungen eines Tensormesons bei Helizität-0 ($J_z = 0$) und 2 ($J_z = 2$)	24
2.6	Partialwellen-Zerlegungen des Born-Term - Wirkungsquerschnittes für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	29
2.7	(a) Feynman-Diagramm zur faktorisierten Struktur von $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ bei höheren Energien. (b) Feynman-Diagramm zum elektromagnetischen Formfaktor des Pions	30
2.8	(a) Partialwellen-Zerlegung der QCD-Vorhersage von Brodsky & Lepage für den Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$. (b) Differentielle Winkelverteilung nach Brodsky & Lepage für den Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	31
2.9	Isospinaufteilung und Strangeness im 2^{++} -Nonett.	34
2.10	Zwei-Photon - Kopplung über eine Konstituenten-Quark Schleife an eine Meson-Resonanz nach dem <i>current-algebra</i> -Modell.	36
2.11	Nonett-Symmetrie - Parameter r und Oktett-Singulett - Mischungswinkel Θ_T als Funktion der partiellen $f_2(1270)$ - Zwei-Photon - Breite	39
3.1	Der PETRA - e^+e^- - Speicherring mit den beteiligten Experimenten.	45
3.2	Der CELLO - Detektor.	48
3.3	Aufschnitt des CELLO - Innendetektors.	50
3.4	Anordnung der Zentral- und Endkappenmodule des CELLO - Kalorimeters um den Wechselwirkungspunkt.	54
3.5	Aufbau eines Kalorimetermoduls	55
3.6	Vorderansicht und Seitenansicht eines Zentral-Moduls des CELLO - Kalorimeters	56
3.7	Strahlungslängen (X_0) und Absorptionslängen (λ) der Materie der Detektor-Komponenten in radialer Richtung zum Strahlrohr.	60
4.1	Verteilung der Schauer-Gewichte in einer Art <i>Dalitz</i> -Dreieck für bekannte Teilchenschauer aus dem Normschauer-Katalog	75
4.2	Effizienz der Ereignis-Klassifizierung durch Teilchenidentifikation	77
4.3	Die Teilchenidentifikation im Test	78
4.4	$ \sum P_{\perp} ^2$ - Verteilung der Daten- und Monte-Carlo - Ereignisse	80
4.5	Invariantes Massenspektrum der Zwei-Spur - Datenselektion	80

4.6	Invariante Massenspektren der Zwei-Spur - Datenselektion mit unterschiedlichen Teilchenidentifikations-Kriterien	81
5.1	Rate toter Innendetektor-Kanäle während des Experiments	85
5.2	Schauer-Gewichte simulierter und gemessener Schauer im Vergleich	87
5.3	Feynman-Graphen der QED Untergrund-Reaktionen	88
5.4	Invariante Massenspektren der Reaktionen $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$ und $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$	90
5.5	Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt und Kontaminationsrate der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$	91
5.6	Kontaminationsspektren der Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \rho^0(\gamma)$ und $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp$	92
5.7	Monte-Carlo - Wirkungsquerschnitt für Pion-Paar - Produktion und nachträgliche Modellierung durch Ereignisgewichtung	95
6.1	Invariantes Massenspektrum von Daten und Untergrundereignissen	99
6.2	Untergrundbereinigtes Zwei-Pion - Massenspektrum im Winkelintervall $ \cos\vartheta^* < 0.6$	100
6.3	Invariantes Massenspektrum und MC-simulierte QED-Kontamination aus dem Winkelbereich $ \cos\vartheta^* < 0.6$ von teilchenidentifizierten Ereignissen mit $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee} \geq 4$	101
6.4	Zwei-Schauer - Auslöseeffizienz von Myon-, Elektron- und Pion-Paar - Ereignissen als Funktion der invarianten Masse	103
6.5	Invariantes Massenspektrum und MC-simulierte QED-Kontamination aus dem Winkelbereich $ \cos\vartheta^* < 0.6$ von Ereignissen mit weniger als zwei assoziierten Kalorimeterschauern	104
6.6	Totaler Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt im Winkelintervall $ \cos\vartheta^* < 0.6$.	105
6.7	Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ im Winkelbereich $ \cos\vartheta^* < 0.6$	106
6.8	Winkelverteilung von Daten- und Untergrundereignissen in ausgesuchten Massen-Intervallen	107
6.9	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ als Funktion der invarianten Masse.	108
6.10	$ \lambda_i $ -Rapiditäts - Korrelation bei Ereignissen mit $ \cos\vartheta^* < 0.2$	112
6.11	Entsprechend dem Transversalimpuls des Teilchens verwendete Korrekturfunktionen bei der Simulation der Einzelspur-Nachweiseffizienz	113
6.12	Relativer statistischer Fehler bei verschiedenen Selektionskriterien	114
6.13	Relative systematische Fehler durch die Unsicherheit der integrierten Speicherring-Luminosität und der Detektorsimulation	115
6.14	Relativer systematischer Gesamt-Fehler als Funktion der invarianten Zwei-Pion - Masse	116
7.1	Das einfache Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell im Winkelintervall $ \cos\vartheta^* < 0.6$	121
7.2	Formfaktor-Dämpfungen und Parametrisierungs-Unterschiede beim Interferenzmodell	124
7.3	Optimale Anpassung des einfachen Interferenzmodells an den gemessenen Wirkungsquerschnitt	125

7.4	Interferenzmodell mit Interferenztermdämpfung	126
7.5	Interferenzmodell mit Born-Term - Dämpfung	127
7.6	Mandelstam Variablen beim Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$	131
7.7	Die elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_J^I für $(I=0, J=0)$, $(I=0, J=2)$ und $(I=2, J=0)$	134
7.8	Unitarisierungs - Amplituden bei Mennessier	136
7.9	Mennessier-Modellvorhersagen für unterschiedliche direkte Zwei-Photon - Kopplungen an das $f_2(1270)$ - Tensormeson	139
7.10	Anpassung des Mennessier-Modells an den gemessenen Wirkungsquerschnitt	140
7.11	Mennessier-Wirkungsquerschnitt als Funktion der $f_2(1270)$ -Helizität	142
7.12	Anpassungsgüte des Mennessier-Modells als Funktion der $f_2(1270)$ -Helizität	143
7.13	Argand-Diagramm des einfachen Interferenzmodells mit Lyth-Unitarisierung	144
7.14	Lyth-Unitarisierungs-Phase als Funktion von $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$	145
7.15	$\sigma_{\gamma\gamma}$ des Lyth-unitarisierten Interferenzmodells	146
7.16	Die komplexe s - Ebene	147
7.17	Omnès-Funktion und unitarisierter Born-Term - Wirkungsquerschnitt im Mo- dell von Morgan und Pennington	150
7.18	Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ ($ \cos\vartheta^* < 0.6$) von MARK-II als Funktion der invarianten Masse	153
7.19	$I=0$ - Partialwellen-Dekomposition bei optimaler Anpassung des Modells von Morgan und Pennington an die Wirkungsquerschnitte von MARK-II und Cry- stal Ball	154
7.20	Positionen der Lösungen des Modells von Morgan und Pennington im projek- tiven $S - D_0 - D_2$ - Dreiecks-Diagramm	154
7.21	$\sigma_{\gamma\gamma}$ ($ \cos\vartheta^* < 0.6$) von CELLO und Lösung A des Modells von Morgan und Pennington	155
7.22	Ambiguität bei der Partialwellen-Dekomposition	157
7.23	Projektive $S - D_0 - D_2$ - Dreiecksdarstellung der Lösungen einer modellun- abhängigen Partialwellen-Analyse	159
7.24	Totale Wirkungsquerschnitte der S -, D_0 - und D_2 - Partialwellen bei modellun- abhängiger Analyse	160
7.25	Partialwellen-Wirkungsquerschnitte von CELLO und MARK-II bei einfacher Zerlegung in S - und D_2 -Wellen	161
7.26	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ von MARK-II als Funk- tion der invarianten Masse	162
7.27	Totaler $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ - Wirkungsquerschnitt von Crystal Ball und invariantes Massen-Spektrum von JADE	165
7.28	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ von Crystal Ball und JADE als Funktion der invarianten Masse	165
7.29	Einfache Partialwellen-Dekomposition der differentiellen Wirkungsquer- schnitte von Crystal Ball und JADE	166
7.30	Anpassung des <i>unitären Modells</i> an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ von CELLO	167
7.31	Totaler Wirkungsquerschnitt aus der Anpassung des unitären Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ von CELLO und MARK-II	168
7.32	Totale Wirkungsquerschnitte aus der Anpassung des unitären Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ von CELLO, MARK-II und Crystal Ball	170
7.33	$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ für $ \cos\vartheta^* < 0.6$ im Vergleich zur Born-Term - Vorhersage und QCD - Erwartung nach Brodsky & Lepage	173

7.34	Differentieller Wirkungsquerschnitt im Vergleich zur QCD - Erwartung nach Brodsky & Lepage	174
7.35	Erwartungen des totalen Wirkungsquerschnitts bei Berücksichtigung der Mesonen $f_2'(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$	176
7.36	Obere Grenzen von $\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot BR(\pi^+\pi^-)$ für Resonanzen mit $\Gamma_R = 100 \text{ MeV}$ und $\Gamma_R = 200 \text{ MeV}$ und Massen zwischen $1.5 \text{ GeV}/c^2$ und $2.0 \text{ GeV}/c^2$	178

Tabellenverzeichnis

2.1	Auswahlregeln	15
2.2	Eigenschaften einiger Tensormesonen	23
2.3	Kugelflächenfunktionen	23
2.4	Helizitätsmessungen an einigen Tensormesonen.	24
2.5	Klassifizierung bekannter Resonanzen durch das Quarkmodell	32
2.6	Die Flavour-Wellenfunktionen des 2^{++} -Nonetts	33
2.7	Quarkmodell-Vorhersagen für $\gamma\gamma$ - Kopplungen an Skalare	41
2.8	Theoretische und experimentelle Ergebnisse für $S^* \rightarrow \gamma\gamma$ und $\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma$	42
3.1	PETRA - Maschinenparameter (Stand 1986)	45
3.2	Aufbau des CELLO - Innendetektors.	50
3.3	Aufbau eines Kalorimeter - Moduls im Zentralteil des CELLO - Kalorimeters.	58
3.4	Zusammenfassung der Einzellagen zu Blocklagen.	59
5.1	Mittlerer Anteil toter Innendetektor-Kanäle nach dem ersten Drittel der Datennahme	86
5.2	Verifikation gemessener Triggerkonstellationen mit der Trigger-Simulation	96
5.3	Verifikation gemessener Triggerkonstellationen bei unabhängig getriggerten Ereignissen	97
6.1	Partialwellen - Zerlegung in Spin-0 - und Spin-2 - Wellen	109
6.2	Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $ der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ in verschiedenen Intervallen der invarianten Masse	110
7.1	Breit-Wigner - Parametrisierung und Formfaktor - Dämpfung bei den bislang durchgeführten Experimenten	123
7.2	Resultate der Anpassungsrechnung des Mennessier-Modells	141
7.3	Lösungen der Anpassungsrechnungen des Modells von Morgan und Pennington an die Daten von MARK-II und Crystal Ball	155
7.4	Übersicht über $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2}$ - Messungen verschiedener Experimente	171
7.5	Obere Grenzen von $\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot BR(\pi^+\pi^-)$ der Mesonen $f_2'(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$	177

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Einführung und Übersicht

Das Bestreben der modernen Elementarteilchen - Physik, in immer kleinere Dimensionen vorzudringen, um Aufschluß über die elementaren Bausteine dieser Welt und deren Bindungskräfte untereinander zu erzielen, wird heute unter anderem durch den Bau gigantischer Streuexperimente realisiert. Wie beim gewöhnlichen Sehen, bei dem das Auge den Nachweis an einem Objekt gestreuter Licht-Teilchen (Photonen) vornimmt und das Gehirn anschließend das Streuzentrum rekonstruiert, registrieren speziell entwickelte und hochempfindliche Detektoren die beim Aufeinandertreffen zweier Teilchen entstehenden Endzustandsprodukte, aus deren Energien und Impulsen mittels Computern eine Analyse des Streuprozesses erfolgt. Im Gegensatz zu Streuexperimenten an feststehenden Targets durchdringen sich in Speicherringen die Teilchenpakete in kontinuierlicher Weise in den vorgegebenen Wechselwirkungszonen, den Zentren der Detektoren. Neben den bereits gebauten oder geplanten Speicherringen für pp - (UNK Serpukhov, SSC Texas), $p\bar{p}$ - (TEVATRON Fermilab, PS/ISR/SPS CERN) und ep - (HERA DESY) Streuungen tragen und trugen vor allem e^+e^- - Speicherringe wie PEP und SPEAR am SLAC, TRISTAN am KEK, LEP am CERN und DORIS und PETRA am DESY entschieden zum heutigen Verständnis der Physik bei.

Die ursprüngliche Motivation zum Bau von e^+e^- - Speicherringen war, durch Prozesse der Teilchen-Antiteilchen - Vernichtung (Annihilation) den sich anschließenden Übergang reiner Energie in neue, massive Teilchen studieren zu können.

Zunächst wenig beachtet gewann im Laufe der Zeit zunehmend ein zweiter e^+e^- - Wechselwirkungs-Prozess an Aufmerksamkeit: die *Zwei-Photon - Streuung*. Es handelt sich dabei um die *inelastische Wechselwirkung* zweier Bremsstrahlungsphotonen, die zuvor anstelle der Annihilation von den einlaufenden Leptonen emittiert wurden. Nach den Gesetzen der klassischen Elektrodynamik ist die Wechselwirkung zweier Photonen nicht möglich. Treffen sie in einem Punkt aufeinander, so erlaubt das *Superpositions - Prinzip* lediglich die Addition ihrer Wellen - Amplituden. H.Euler [1] zeigte jedoch schon im Jahre 1935 durch quantenmechanische Berechnungen, daß die *elastische Streuung* zweier Photonen über Lepton-Schleifen auftreten kann und sie im sichtbaren Frequenz-Spektrum nur deshalb nicht beobachtbar ist, weil der Photon-Photon - Wirkungsquerschnitt hier außerordentlich klein ist.

Im Rahmen der Meson-Spektroskopie spielt die Zwei-Photon - Physik heute eine wichtige Rolle. Bei festgelegter Speicherringenergie steht ein zwar zu größeren Energien hin stark abfallendes, jedoch kontinuierliches Photonenspektrum zur Mesonproduktion zur Verfügung. Durch die Photonen im Anfangszustand finden zunächst rein elektromagnetische Wechselwir-

kungen statt. Bei kleinen Energien koppeln die Photonen an die Ladungen der Endzustandsmesonen als Ganzes. Mit zunehmender Energie steigt das Auflösungsvermögen der Photonen, so daß es beim Unterschreiten einer typischen Auflösungs-skala von $\simeq 0.3 \text{ fm}$ verstärkt zu einer Kopplung an die Quark-Substruktur der Mesonen kommt. Diese Kopplung kann bei bestimmten Energien auch zur Anregung von Resonanzen führen. Die durch eine partielle Zerfalls-Breite parametrisierte $\gamma\gamma$ -Kopplungskonstante einer Meson-Resonanz steht daher im engen Zusammenhang zum Flavour-Gehalt des Mesons. Im Rahmen des Quark-Modells existieren folglich Relationen zwischen den Zwei-Photon - Kopplungen der Mitglieder eines Meson-Nonets untereinander sowie zwischen den sich entsprechenden Mesonen aus Multiplets mit gleichen Bahndrehimpuls-Quantenzahlen L . Diese Relationen lassen sich mit Hilfe der Zwei-Photon - Physik testen und führen zu Aussagen über SU(3)-Mischungen und Symmetriebrechungen. Darüberhinaus unterstützt die Zwei-Photon - Physik aber auch die Suche nach Gluebällen. Gluebälle sind Resonanzen, die aufgrund des nichtabelschen Charakters der QCD existieren sollten und nur aus selbstwechselwirkenden Gluonen aufgebaut sind. Die notwendige Signatur dieser Teilchen ist eine verschwindende Zwei-Photon - Kopplung.

Unter der Vielzahl möglicher Endzustände stellt die Zwei-Photon - Produktion von Pion-Paaren den *einfachsten* Übergang in ein hadronisches System dar. Bis zur $K\bar{K}$ - Schwelle ist der Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ rein elastisch. Durch den Vergleich der Wirkungsquerschnitte für die Produktion geladener und ungeladener Pion-Paare wird auf ideale Weise die erwähnte Änderung des Kopplungscharakters sichtbar.

1.2 Zielsetzung dieser Arbeit

In dieser Arbeit wird speziell die Zwei-Photon - Produktion geladener Pion-Paare untersucht. Ein Schwerpunkt wird dabei die Bestimmung der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ des Tensormesons $f_2(1270)$ sein. Ihr Wert hängt entscheidend von der gewählten Modellierung ab. Modelle, die die Unitaritätsbedingung erfüllen, führen generell zu größeren Breiten, als nichtunitäre Modelle. Es werden daher im Rahmen dieser Arbeit mehrere Unitarisierungs - Ansätze vorgestellt und diskutiert. Bei der Beschreibung des Kontinuums durch Born-Term - Amplituden spielt die Breit-Wigner- Parametrisierung, aufgrund von Interferenzeffekten, eine große Rolle. Auf diese bislang nur wenig beachtete Problematik soll speziell eingegangen werden.

Das Hauptgewicht dieser Arbeit liegt hingegen bei einer Partialwellen - Zerlegung des differentiellen Wirkungsquerschnittes. Es soll gezeigt werden, daß ohne die sowohl von experimenteller - als auch von theoretischer Seite her gegebene Vernachlässigbarkeit von Helizität-0 - Partialwellen, aufgrund eines grundsätzlichen Ambiguitätsproblems, keine besonders aussagekräftige Zerlegung möglich ist. Werden diese Wellen stattdessen ausgeschaltet, so verschwinden die Ambiguitäten und die Spektren können auf mögliche Beiträge skalarer Resonanzen oder Kontinua hin untersucht werden. Die Ergebnisse einer einfachen, modellunabhängigen und einer modellabhängigen, unitären Partialwellen - Analyse sollen vorgestellt und diskutiert werden. Auf die aufgrund von Quarkmodell - Relationen erwarteten, großen Zwei-Photon - Kopplungen an Skalare wird in diesem Zusammenhang hingewiesen.

Abschließend soll das Spektrum im hochenergetischen Bereich mit einer QCD-Vorhersage von Brodsky und Lepage verglichen werden. Statt der Kopplung der Photonen an Spin-0 - Teilchen (Pionen) sollten bei höheren Energien, wie erwähnt, direkte Kopplungen an die Quarks (Spin- $\frac{1}{2}$ - Teilchen) stattfinden. Die hieraus resultierenden, völlig unterschiedlichen Winkelverteilungen des Zerfallssystems sollen diesbezüglich untersucht werden. Darüberhinaus sollen obere Grenzen für die Beiträge weiterer Tensormesonen und Skalare

ermittelt werden. Das kürzlich von der ASTERIX - Kollaboration gefundene $AX/f_2(1565)$ wird eines der Tensoren sein.

Ein weiterer Aspekt dieser Arbeit ist die Beschreibung der Software-Optimierung, die für diese und andere Analysen durchgeführt wurde. Der Schwerpunkt liegt dabei auf einer zuvor im Rahmen einer Diplomarbeit entwickelten Methode der Teilchenidentifikation in einem Flüssigargon-Blei - Sampling - Kalorimeter. Ergänzend soll hier eine geeignete Simulation dieser Methode vorgestellt werden.

1.3 Inhaltsübersicht

Zu Beginn der Arbeit werden die allgemeinen und für diese Analyse relevanten, theoretischen Grundlagen herausgearbeitet. Neben der Formulierung von Resonanzformationen bei Photon-Photon - Wechselwirkungen erfolgt die Beschreibung der zu erwartenden Kontinua. Mit dem Themen-Schwerpunkt: *das Problem mit den Skalaren* beenden der Abschnitt über die *Vorhersagen aus dem Quarkmodell der Mesonen* Kapitel 7. Die Beschreibung des CELLO - Experiments erfolgt anschließend in Kapitel 3. Neben dem Speicherring PETRA wird auch die Aufnahme und Verarbeitung der Daten vorgestellt. Das Programm-Paket VIOLA zur Software-Optimierung wird in dem dann folgenden Kapitel erläutert. Als ein Bestandteil dieses Paketes wird auf die Methode der Teilchenidentifikation eingegangen werden. Mit der $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ - Ereignis Selektion wird das Kapitel beendet. Das sich anschließende Kapitel informiert über Simulationsrechnungen mit Monte-Carlo(MC) - Methoden. Es enthält unter anderem die Realisierung der Teilchenidentifikation in der Simulation. Auf die Systematik der Triggersimulation wird am Ende eingegangen werden. In Kapitel 6 erfolgt anschließend die Bestimmung des Reaktions-Wirkungsquerschnittes. Hier wird sowohl der totale - als auch der differentielle Wirkungsquerschnitt ermittelt und neben einer graphischen Darstellung in tabellarischer Form angegeben. Mit einer Abschätzung systematischer Unsicherheiten wird dieses Kapitel beendet. Die eigentliche Analyse der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ wird in Kapitel 7 vorgenommen. Nach einem historischen Überblick wird zunächst die Standard-Interpretation mit dem einfachen Interferenzmodell erläutert. In diesem Zusammenhang erfolgt eine Diskussion über das Problem der Breit-Wigner - Parametrisierung. Anschließend werden die Grundlagen elaborierterer Modelle erarbeitet. Mit den Daten verglichen werden unter anderem die Vorhersagen der Modelle von Mennessier, von Lyth und von Morgan & Pennington. Mit der eigentlichen Partialwellen-Analyse des Spektrums wird das Kapitel fortgesetzt. An dieser Stelle wird das bereits erwähnte, grundsätzliche Ambiguitätsproblem erläutert. Die Bestimmung der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ sowie die Analyse des Spektrums im hochenergetischen $m_{\pi^+\pi^-}$ - Bereich schließen dieses Kapitel ab. In einer Zusammenfassung werden die wichtigsten Resultate erneut hervorgehoben.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

2.1 Einleitung

In diesem Kapitel erfolgt eine Zusammenstellung der allgemeinen theoretischen Grundlagen zur Beschreibung von Zwei-Photon - Reaktionen. Schon zu Beginn wird dabei der Schwerpunkt auf die $\gamma\gamma$ -Produktion am e^+e^- -Speicherring gelegt. Das Kapitel gliedert sich in vier Abschnitte, von denen der erste eine qualitative Beschreibung von $\gamma\gamma$ -Reaktionen vornimmt, die nachfolgend oft gebrauchten kinematischen Variablen definiert und den für die Messungen wichtigen Zusammenhang zwischen totalem $\gamma\gamma$ - und partiellem e^+e^- Wirkungsquerschnitt angibt. Der zweite Abschnitt entwickelt die für diese Arbeit relevanten Beziehungen und Formeln zur Resonanzformation in $\gamma\gamma$ -Reaktionen. Der Schwerpunkt liegt hier bei den Tensoren und den Skalaren. Auf die Problematik in Verbindung mit der Energieabhängigkeit der Zerfallsbreiten wird hier nur am Rande eingegangen. Tiefergehende Diskussionen erfolgen diesbezüglich später. Im dritten Abschnitt werden die Matrixelemente zur nichtresonanten Zwei-Photon - Produktion geladener Pion-Paare sowohl für den Niederenergie-Bereich (Born-Terme) als auch für höhere Energien (QCD-Amplituden nach Brodsky und Lepage) präsentiert. Die Zerlegung dieser Amplituden in *Partialwellen* wird vorgestellt und in einer Graphik gezeigt. Nicht eingegangen wird hier auf das Modifizieren der Amplituden aufgrund von *final-state* - Wechselwirkungen. Das ist das Thema einer späteren Diskussion. Der vierte und letzte Abschnitt dieses Kapitels soll die Verbindung zwischen den experimentellen Messungen und den theoretischen Erwartungen und Konsequenzen aus dem Quarkmodell der Mesonen herstellen. Es werden SU(3)-Kopplungskonstanten mit partiellen $\gamma\gamma$ -Zerfallsbreiten identifiziert und deren funktionale Bedeutung bezüglich SU(3) Oktett-Singulett-Mischung und Nonett-Symmetrie erläutert. Eine wichtige Relation zwischen den $\gamma\gamma$ -Breiten sich entsprechender Mesonzustände der 2^{++} - und 0^{++} -Nonetts wird angegeben und bei der abschließenden Diskussion über Skalare benutzt.

Viele Formeln und Bezeichnungen entsprechen der von Poppe [2] eingeführten und oft gebrauchten Standardisierung. Als Vorlage diente diesem Kapitel darüberhinaus u.a. das detaillierte Theoriekapitel aus der Arbeit von Feindt [3].

2.2 $\gamma\gamma$ -Wechselwirkungen an e^+e^- -Speicherringen

2.2.1 Definition der kinematischen Variablen bei $\gamma\gamma$ - Wechselwirkungen

Oberhalb von $\simeq 1.2 \text{ GeV}$ Strahlenergie verschwindet bei e^+e^- - Speicherringen die Dominanz des Reaktionsquerschnittes für e^+e^- - Vernichtung (Annihilation). Wichtig wird dann ein Prozeß, den man als $\gamma\gamma$ - Reaktion bezeichnet und dessen kinematischen Variablen jetzt anhand seines in Abb. 2.1 dargestellten Feynman-Diagramms erläutert werden sollen. Durch

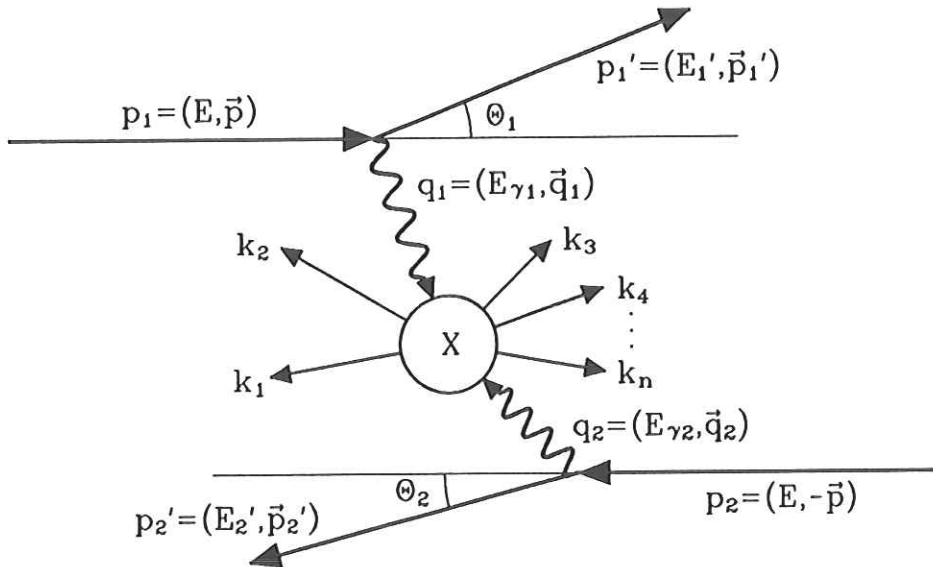


Abbildung 2.1: Feynman-Diagramm einer Zwei-Photon - Reaktion mit den kinematischen Variablen.

Abstrahlung jeweils eines raumartigen, virtuellen Bremsstrahlungs-Photons werden die einlaufenden Leptonen p_i um den Winkel θ_i zur Strahlachse gestreut und verlassen mit verminderten Energien E_i' den Ort der Wechselwirkung. Gelingt ihr Nachweis im Experiment (*tagging*), so können aus der bekannten Strahlenergie E_{beam} und den gemessenen Werten E_i' , θ_i und den Azimutwinkeln φ_i die Photon-Vierervektoren q_i vollständig festgelegt werden. Aus Viererimpuls-Erhaltung folgt für die Virtualität der Photonen eine nichtverschwindende² imaginäre "Masse" $m_i = \sqrt{q_i^2}$. Die Größe $Q_i^2 = -q_i^2$ definiert daher eine positiv definite Variable. Es gilt:

$$\begin{aligned}
 q_i &= p_i - p_i' = (E_{\gamma i}, \vec{q}_i) \quad (\text{im Laborsystem}) \\
 Q_i^2 &= 2E_{beam} E_i' \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{m_e}{E_{beam}}\right)^2} \cdot \cos \theta_i\right) \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

¹Die Buchstaben p, q, k ohne Vektorpfeil stehen immer für Viererimpulse p^μ, q^μ, k^μ mit den Komponenten $p^\mu = (E, \vec{p})$. Die Metrik wird durch $g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ festgelegt, so daß $p^2 = p_\mu p^\mu = p^\mu g_{\mu\nu} p^\nu =$

$p_0^2 - \vec{p}^2 = E^2 - \vec{p}^2 = +m^2$.

²Energie- und Impulserhaltung erzwingen eine Minimalvirtualität der Photonen von $Q_{min}^2 = m_e^2 E_\gamma^2 / (E_{beam} \cdot (E_{beam} - E_\gamma))$ und verhindern damit das Auftreten eines Pols im Wirkungsquerschnitt $e^+e^- \rightarrow e^+e^- X$.

$$\approx 2E_{beam} E'_i \cdot (1 - \cos \theta_i) \quad \left(\text{für } \frac{m_e}{E_i} \ll 1\right)$$

Das durch die nachfolgend stattfindende $\gamma\gamma$ - Wechselwirkung erzeugte Reaktionsprodukt X besitzt den Vierervektor k und die invariante Masse W . Diese Variablen ergeben sich durch:

$$\begin{aligned} k &= q_1 + q_2 \\ &= (p_1 - p'_1) + (p_2 - p'_2) \\ W &= W_{\gamma\gamma} = \sqrt{k^2} \\ W^2 &= 4E_{\gamma_1} E_{\gamma_2} - 2E'_1 E'_2 (1 - \cos \theta_1 \cos \theta_2 - \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos \varphi) + O\left(\frac{m_e}{E'_i}\right) \\ &\approx 4E_{\gamma_1} E_{\gamma_2} \quad \text{für kleine } \theta_i \end{aligned} \quad (2.2)$$

Für das Quadrat der totalen e^+e^- - Schwerpunktsenergie gilt der Zusammenhang:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p'_1 + p'_2 + k)^2 = 4E_{beam}^2. \quad (2.3)$$

Der eigentlich interessante und im Gegensatz zum "äußeren Graphen" im allgemeinen nicht durch reine QED - Vertices beschreibbare Subprozeß $\gamma\gamma \rightarrow X$ kann nur von den Lorentz-invarianten Variablen W , Q_1^2 und Q_2^2 abhängen. Aufgrund des Bremsstrahlungs-Charakters der Photonquellen wird der Grenzwert $Q_i^2 \rightarrow 0$, wie erwähnt, zwar nie exakt, jedoch in den meisten Fällen in sehr guter Näherung erreicht³. Der Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma^*\gamma^*}(W, Q_1^2, Q_2^2)$ geht dann über in den für reelle Photonquellen gültigen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}(W)$. Der Unterschied zwischen quasi-reellen und reellen $\gamma\gamma$ - Prozessen ist jedoch nicht immer zu vernachlässigen und führt teilweise zu grundsätzlichen Interpretationsproblemen. Als Beispiel dafür wird später noch genauer das Problem der durch Bose-Statistik vorgeschriebenen Halbierung des Zwei-Teilchen - Phasenraumes reeller und damit ununterscheidbarer Photonen erläutert werden.

Für den Fall virtueller Photonen folgt nicht, wie bei reellen (masselosen) Photonen aus der *Eichinvarianz der QED*, die reine Transversalität. Stattdessen vergrößert hier die longitudinale Polarisierbarkeit die Zahl der *Spineinstellungs-Möglichkeiten* bei der $\gamma^*\gamma^{(*)}$ - Wechselwirkung pro virtuellem Photon von zwei auf drei. Eine plausible und häufig benutzte Bezeichnungsweise für die Spineinstellungsmöglichkeit eines Photons wird durch die *Helizität*, d.h. die Spin-Projektion auf die Flugrichtung des Photons definiert. Mit $+ - (0)$ können damit die Helizitäten reeller und virtueller Photonen parametrisiert werden.

2.2.2 Qualitative Beschreibung von $\gamma\gamma$ - Wechselwirkungen an e^+e^- - Speicherringen

Der Charakteristik von Annihilations - Reaktionen (*Ein-Photon* - Wechselwirkungen) an e^+e^- - Speicherringen stehen die im folgenden beschriebenen Besonderheiten der in dieser Analyse wichtigen Zwei-Photon - Reaktionen gegenüber. Beim Annihilationsprozeß erzeugt das hochvirtuelle Photon einen Mehrteilchen-Endzustand, dessen invariante Masse mit der eingestrahnten Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 2 \cdot E_{beam}$ übereinstimmt und dessen C-Parität gleich der des Photons negativ ist. Für die Untersuchung von Resonanzen mit Annihilationsereignissen gilt daher zum Beispiel:

³Solche *quasi-reellen* Photonen werden im folgenden mit der Bezeichnung γ gemeint sein. *Virtuelle* Photonen werden durch γ^* gekennzeichnet.

- Es können nur $C = -1$ Resonanzen untersucht werden. Auch alle anderen in der QED erhaltene Quantenzahlen der Resonanz müssen mit denen des Photons übereinstimmen.
- Der untersuchbare Energiebereich (Massenbereich) wird durch die Speicherringenergie definiert. Als *Energie-Scan* wird in diesem Zusammenhang die Variation der Speicherringenergie bezeichnet.
- Als Konsequenz der Viererimpulserhaltung fällt das Schwerpunktsystem der Resonanz mit dem Laborsystem (Detektor) überein.

Völlig andere Eigenschaften liegen bei $\gamma\gamma$ -Reaktionen vor. Es sind diese:

positive Ladungskonjugation: Der Endzustand X hat jetzt die Quantenzahlen zweier Photonen und damit $C = +1$. Für die Resonanzspektroskopie sind daher $\gamma\gamma$ -Wechselwirkungen von besonderer Bedeutung. Als weitere Quantenzahlen des Endzustandes liegen fest: *elektrische Ladung, Baryonenzahl, Leptonenzahl, Strangeness und Charm*. Diese und andere additive Quantenzahlen müssen Null sein. Für den Spin und die Parität einer Resonanz folgt aus dem "Landau - Yang'schen Theorem" [4], daß insbesondere Resonanzen mit Spin 1 nicht aus zwei reellen Photonen produziert werden können. Weitere Auswahlregeln sind bei Poppe [2] zusammengestellt und werden in Abschnitt 2.3 behandelt.

Energiespektrum und Dominanz kleiner invarianter Massen: Da die Photonenergien nicht festgelegt sind, hat man, trotz fester Speicherringenergie, ein kontinuierliches $\gamma\gamma$ -Massenspektrum zur Teilchenproduktion zur Verfügung. Quantitativ kann dazu aus der schon 1934 von v. Weizsäcker und Williams [5] eingeführten und sehr erfolgreichen Photonen-Fluß Näherung "*Equivalent Photon Approximation*" der Zusammenhang:

$$\frac{d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X}}{dW} \approx \frac{1}{W} \ln\left(\frac{2E_{beam}}{W}\right) \cdot \sigma_{\gamma\gamma}(W) \quad (2.4)$$

abgeleitet werden⁴. Der vordere Term führt bei konstantem $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt zur Dominanz kleiner invarianter Massen und spiegelt damit den bremsstrahlungsartigen Charakter des Photonenflusses wider.

Bewegung des Endzustandssystems X im Laborsystem: Viererimpulserhaltung kann infolge der Variabilität der auslaufenden Leptonenergien den produzierten Endzustand X jetzt nicht mehr zum Stillstand im Laborsystem zwingen. Tatsächlich bewegt sich dieser hauptsächlich entlang der Strahlachse häufig mit derart großen Geschwindigkeiten, daß sogar in seinem Schwerpunktsystem (c.m.s) senkrecht emittierte Zerfallsprodukte nicht mehr zum Nachweis in den Detektor gelangen. Zur Quantifizierung dieser Endzustands-Bewegung definiert man die Rapidity y durch:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z} \quad (2.5)$$

mit E und p_z bezogen auf X. Ihr Betrag ist für einen festen Wert von W in guter Näherung gleichverteilt und nach oben durch:

$$|y| < y_{max} \quad \text{mit} \quad y_{max} = \ln \frac{2E_{beam}}{W} \quad (2.6)$$

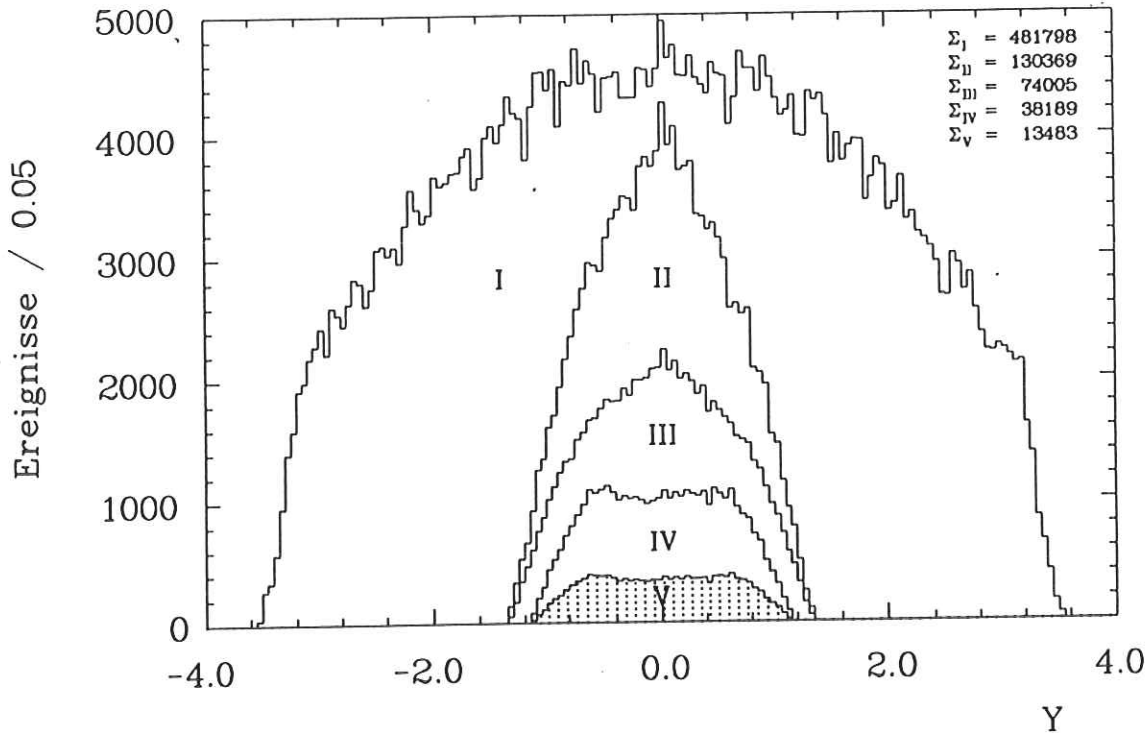


Abbildung 2.2: Rapidity-Verteilung des $\pi^+\pi^-$ - Systems aus der Monte-Carlo - Produktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ für den invarianten Massenbereich $1.0 \text{ GeV}/c^2 \leq W_{\gamma\gamma} \leq 1.5 \text{ GeV}/c^2$. I : auf Generatorebene, II : nach erster Vorselektion, III : nach Detektorsimulation und *Standard - Zwei-Spur - Selektion*, IV : nach verschärften Selektionskriterien, V : nach erfolgreicher Teilchen-Identifikation (Erläuterungen in Kapitel 5).

begrenzt [6]. Abbildung 2.2 zeigt die in dieser Analyse aktuellen Rapidityverteilungen der Produktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$, wie sie sich aus Simulationsrechnungen (siehe Kapitel 5) nach unterschiedlichen Selektionsstufen ergeben. Man erkennt durch Vergleich der Verteilungen I und III zum Beispiel, daß im invarianten Massenbereich $1.0 \text{ GeV}/c^2 \leq W_{\gamma\gamma} \leq 1.5 \text{ GeV}/c^2$ nur etwa ein Drittel des Rapiditybereiches durch den CELLO-Detektor erfaßt wird. Eine weitere Konsequenz der Bewegung des Endzustandssystems ist, daß im Gegensatz zu Annihilations-Reaktionen beim Studium von Winkelverteilungen der Zerfallsprodukte Zwei-Photon - produzierter Resonanzen stets in das $\gamma\gamma$ -Schwerpunktsystem Lorentz-transformiert werden muß. In das Laborsystem zurückgerechnete Winkelverteilungen sehen im allgemeinen völlig anders aus als die im Schwerpunktsystem und bevorzugen in der Regel eine Teilchenproduktion bei kleinen Winkeln.

Dominanz kleiner Lepton-Streuwinkel: Die in Abb. 2.1 eingezeichneten Lepton-Streuwinkel θ_i sind zur Veranschaulichung stark übertrieben dargestellt worden. Die typischen Streuwinkel sind wesentlich kleiner und spiegeln das bremsstrahlungsartige Verhalten am $ee'\gamma$ -Vertex wider [7,8]:

$$\frac{d\sigma}{d\theta_i} \propto \frac{1}{\theta_i} \quad \text{für} \quad \frac{m_e}{E'_i} \ll \theta_i \ll 1 \quad . \quad (2.7)$$

⁴Da in Abschnitt 2.2.3 der in dieser Analyse benutzte exakte Zusammenhang zwischen $d\sigma_{e+e^- \rightarrow e+e^- X}$ und $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$ eingeführt wird, soll auf die "EPA" nicht näher eingegangen werden.

Eine wesentliche Konsequenz hieraus ist, daß der experimentelle Nachweis der Streuleptonen (tagging) in den meisten Fällen nicht gelingt. Die Streuleptonen verbleiben entweder ganz im Strahlrohr oder verlassen dieses erst weit hinter dem Akzeptanzbereich des Detektors. Für solche *no-tag* bzw. *anti-tag* Ereignisse können die Photonvirtualitäten Q_i^2 deshalb nicht bestimmt, sondern nur nach oben abgegrenzt werden. Ein in diesem Experiment typischer Anteil der Ereignisse, für die die Messung eines Streuleptons (*single-tag*) im Vorwärtsbereich möglich wird, liegt bei ein paar Prozent. Bezogen darauf ist die Erwartung von *double tag* Ereignissen, Ereignissen also, bei denen beide Streuleptonen sichtbar werden, sogar noch eine Größenordnung kleiner.

Große Wirkungsquerschnitte: Schon bei einer Schwerpunktsenergie oberhalb einiger GeV ist bei e^+e^- -Speicherringen eine Zwei-Photon-Reaktion wahrscheinlicher, als der Prozeß der Annihilation. Der Effekt einer weiteren Ordnung in der elektromagnetischen Kopplung $\alpha \approx (\frac{1}{137})$ (s. Abb. 2.1) ist vernachlässigbar gegenüber der *Propagator-Unterdrückung* beim Annihilations-Prozeß. Bei der e^+e^- -Vernichtung ist die Virtualität des Photons hoch. Der Photonen-Propagator ($1/q^2$) führt damit zu einem mit $\sim 1/s$ abfallenden Wirkungsquerschnitt. Für die in der Regel recht kleinen Photonvirtualitäten Q_i beim Zwei-Photon-Prozeß sind demgegenüber die Photonenpropagatoren $1/(Q_1^2 Q_2^2)$ sehr groß und der Wirkungsquerschnitt steigt nach (2.4) sogar mit dem Logarithmus der Schwerpunktsenergie an.

Kleine experimentelle Akzeptanzen: Trotz des größeren Wirkungsquerschnittes für $\gamma\gamma$ -Reaktionen im Vergleich zu 1γ -Reaktionen sind bei $\sqrt{s} \simeq 35 GeV$ die im Detektor nachweisbaren Ereignisraten in etwa gleich: während die hohen Endzustands-Energien bei 1γ -Reaktionen in der Regel zu Akzeptanzen von 60–80% führen, betragen diese bei $\gamma\gamma$ -Reaktionen, je nach Selektionskriterien, typischerweise nur noch 0.1%–10%. Verantwortlich für derart kleine Akzeptanzen sind u.a. das häufige Verbleiben der gestreuten Leptonen im Strahlrohr, die niedrige Endzustandsenergie und die mit der Schwerpunktsbewegung des Endzustandes X verbundene Dominanz der Teilchenemission in den Vorwärts- und Rückwärtsbereich des Detektors.

2.2.3 Der exakte Zusammenhang zwischen $d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X}$ und $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$

Wie oben in Verbindung mit der "Equivalent Photon Approximation" bereits erwähnt, kann der Zusammenhang der Wirkungsquerschnitte des am Wechselwirkungspunkt tatsächlich stattfindenden Gesamtprozesses $e^+e^- \rightarrow e^+e^- X$ zum einen und des den Experimentatoren eigentlich interessierenden Teilprozesses $\gamma\gamma \rightarrow X$ zum anderen exakt angegeben werden. Nach dem üblichen Verfahren bestimmt man dazu zunächst die Gesamt-Amplitude der $\gamma\gamma$ -Reaktion aus Abb. 2.1. Ist $T_{\mu\nu}$ der Tensor für den zunächst nicht näher spezifizierten Teilprozeß:

$$\gamma(q_1, \xi_1) \gamma(q_2, \xi_2) \rightarrow X \quad (2.8)$$

(q_i = Photon-Viererimpuls, ξ_i = Photon-Helizität), so ergibt sich der Tensor des Gesamtprozesses durch Ankopplung von $T_{\mu\nu}$ über die Photonpropagatoren an die äußeren Lepton-Viererströme (siehe z.B. [9]):

$$T_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X} = [\bar{u}(p'_1, s'_1) \gamma^\mu u(p_1, s_1)] \cdot \frac{e}{q_1^2} \cdot T_{\mu\nu} \cdot \frac{e}{q_2^2} \cdot [\bar{v}(p'_2, s'_2) \gamma^\nu v(p_2, s_2)] \quad (2.9)$$

Hier sind $u(p, s)$ und $v(p, s)$ die Dirac-Spinoren für e^+ bzw. e^- mit Impuls p_i und Spinprojektion $s_i = \pm \frac{1}{2}$. Durch Quadrierung der Gesamtamplitude und Normierung auf die

einlaufenden Lepton-Flüsse erhält man nun zunächst den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X}$:

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X} = \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \rho_1^{\mu\mu'} \rho_2^{\nu\nu'} T_{\mu'\nu'}^* T_{\mu\nu} \cdot \frac{(2\pi)^4 \delta^4(q_1 + q_2 - k) dLIPS(X)}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_e^4}} \cdot \frac{d^3 p_1'}{(2\pi)^3 \cdot 2E_1'} \cdot \frac{d^3 p_2'}{(2\pi)^3 \cdot 2E_2'} \quad (2.10)$$

$dLIPS(X)$ steht für das Lorentz-invariante Phasenraumelement des Endzustands-Systems:

$$dLIPS(X) = \prod_j \frac{d^3 k_j}{2E_j (2\pi)^3} \quad (2.11)$$

und die Delta-Funktion mit dem Impuls $k = \sum_j k_j$ des Endzustandes als Argument sorgt am $\gamma\gamma X$ Vertex für Viererimpuls-Erhaltung. Die Photon-Dichte-Matrizen $\rho_i^{\mu\mu'}$ setzen sich aus den Lepton-Viererströmen und den Photonpropagatoren zusammen und beschreiben daher die $ee'\gamma$ -Vertices. Sie können in der QED exakt berechnet werden [2].

Da in (2.10) die Amplituden $T_{\mu\nu}$ nur von Phasenraum-Variablen des produzierten Systems X abhängen, bietet sich an, zunächst die Integration:

$$W_{\mu'\nu',\mu\nu} = \frac{1}{2} \int T_{\mu'\nu'} T_{\mu\nu} (2\pi)^4 \cdot \delta^4(q_1 + q_2 - k) dLIPS(X) \quad (2.12)$$

durchzuführen. Der so definierte Tensor $W^{\mu'\nu',\mu\nu}$ wird *hadronischer Tensor* genannt. Er besitzt $4^4 = 256$ Komponenten, von denen jedoch nur acht unabhängige Komponenten übrigbleiben, wenn man Lorentz-Invarianz, Zeitumkehr-Invarianz und Eichinvarianz fordert (siehe z.B. [8]). Zur Veranschaulichung und zur Vereinfachung weiterer Rechnungen nutzt man deshalb aus, daß die Tensorkontraktion: $\rho_1^{\mu\mu'} \rho_2^{\nu\nu'} T_{\mu'\nu'}^* T_{\mu\nu}$ in (2.10) eine Invariante ist und somit vom gewählten Bezugssystem nicht abhängt. Ein sich auf natürliche Weise anbietendes Bezugssystem wird durch die *Helizitätsbasis*:

$$\epsilon_{J_z=+1}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \epsilon_{J_z=0}^\mu = \frac{-i}{\sqrt{Q^2}} \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix}; \quad \epsilon_{J_z=-1}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

aufgespannt. Hier beschreiben die drei Basisvektoren die Helizitätseinstellungen: transversal-rechtszirkular (T), longitudinal (L), transversal-linkszirkular (T) eines sich in $+z$ -Richtung bewegenden Photons. Um Helizitätsindices von Lorentzindices unterscheiden zu können, stehen im folgenden die lateinischen Buchstaben a und b für die Spineinstellungen $J_z = +1, 0, -1$ der beiden Photonen. Die Projektion des Tensors $T_{\mu\nu}$ in die Helizitätsbasis erfolgt durch:

$$M_{ab} = T_{\mu\nu} \epsilon_{1a}^\mu \epsilon_{2b}^\nu \quad (2.14)$$

und definiert die Helizitäts-Matrixelemente M_{ab} . Die transformierten Photondichtematrizen ρ_i^{ab} können aus (vergl. z.B. [9,2]):

$$2\rho_1^{++} = 2\rho_1^{--} = \frac{1}{X} (2p_1 q_2 - q_1 q_2)^2 + 1 + \frac{4m_e}{q_1^2}$$

$$\begin{aligned}
\rho_1^{00} &= \frac{1}{X}(2p_1q_2 - q_1q_2)^2 - 1 \\
8|\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}|\cos(\tilde{\phi}) &= \frac{4}{X}(2p_1q_2 - q_1q_2)(2p_2q_1 - q_1q_2)C\frac{1}{\sqrt{q_1^2q_2^2}} \\
2|\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}|\cos(2\tilde{\phi}) &= \frac{C^2}{q_1^2q_2^2} - 2(\rho_1^{++} - 1)(\rho_2^{++} - 1) \\
|\rho_i^{+-}| &= \rho_i^{+-} - 1 \\
|\rho_2^{ab}(1,2)| &= |\rho_1^{ab}(2,1)|
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}
|\rho_i^{+-}| &= \rho_i^{+-} - 1 \\
|\rho_2^{ab}(1,2)| &= |\rho_1^{ab}(2,1)|
\end{aligned} \tag{2.16}$$

bestimmt werden, mit:

$$C = -(2p_1 - q_1)(2p_2 - q_2) + \frac{1}{X}(q_1q_2)(2p_1q_2 - q_1q_2)(2p_2q_1 - q_1q_2) \tag{2.17}$$

und der analytischen Fortsetzung des auf raumartig virtuelle Photonen generalisierten Møllerschen Flußfaktors:

$$\begin{aligned}
X &= (q_1q_2)^2 - q_1^2q_2^2 \\
&= \frac{1}{4}(W^2 + Q_1^2 + Q_2^2)^2 - Q_1^2Q_2^2 \\
&= W^2 \cdot k_\gamma^{*2}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Der Winkel $\tilde{\phi}$ ist der im $\gamma\gamma$ - Ruhesystem gemessene Azimutwinkel zwischen den beiden $ee'\gamma$ - Ebenen und k_γ^* ist der Impuls eines virtuellen Photons im $\gamma\gamma$ -Schwerpunktsystem. Für den hadronischen Tensor erhält man in der Helizitätsbasis:

$$W_{ab,a',b'} = \frac{1}{2} \int M_{a'b'}^* M_{ab} dLIPS(X) \tag{2.19}$$

Die acht nichtverschwindenden, unabhängigen Komponenten dieses Tensors ergeben sich durch Zusammenfassung der beiden transversalen Moden $+, -$ zu T (und entsprechende Umbenennung von 0 zu L) und lauten:

$$\begin{aligned}
W_{TT} &= \frac{1}{2}(W_{++,++} + W_{+-,+-}) = 2\sqrt{X}\sigma_{TT} \\
W_{TL} &= W_{+0,+0} = 2\sqrt{X}\sigma_{TL} \\
W_{LT} &= W_{0+,0+} = 2\sqrt{X}\sigma_{LT} \\
W_{LL} &= W_{00,00} = 2\sqrt{X}\sigma_{LL} \\
W_{TT}^\tau &= W_{+,-,-} = 2\sqrt{X}\tau_{TT} \\
W_{TL}^\tau &= \frac{1}{2}(W_{++,00} + W_{0+,-0}) = 2\sqrt{X}\tau_{TL} \\
W_{TT}^a &= \frac{1}{2}(W_{++,++} - W_{+-,+-}) = 2\sqrt{X}\tau_{TT}^a \\
W_{TL}^a &= \frac{1}{2}(W_{++,00} - W_{0+,-0}) = 2\sqrt{X}\tau_{TL}^a
\end{aligned} \tag{2.20}$$

In der rechten Spalte von (2.20) ist bereits der überraschend einfache Zusammenhang zwischen den dimensionslosen und Lorentz-invarianten Funktionen W_{ab} und den vier nur den $\gamma\gamma$ -Prozeß beschreibenden Wirkungsquerschnitten $\sigma_{TT}, \sigma_{TL}, \sigma_{LT}, \sigma_{LL}$ angegeben. Die vier weiteren durch (2.20) definierten Terme τ_{ab} sind Interferenzterme und verschwinden bei Integration über den in (2.15) definierten Winkel $\tilde{\phi}$. Die Funktionen W_{ab} und damit auch die Wirkungsquerschnitte σ und die Interferenzterme τ hängen nach Konstruktion nur von den im $\gamma\gamma$ -

System einzig möglichen Lorentz-invarianten W , Q_1^2 und Q_2^2 ab. Mit den bislang definierten Größen kann der gesuchte exakte Zusammenhang zwischen dem differentiellen Wirkungsquerschnitt für $e^+e^- \rightarrow e^+e^-X$ und den totalen Wirkungsquerschnitten für $\gamma\gamma \rightarrow X$ jetzt so geschrieben werden, wie er in der Helizitätsnotation zuerst von Budnev et al. veröffentlicht wurde [9]:

$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X} = \frac{\alpha^2}{32\pi^4 Q_1^2 Q_2^2} \frac{\sqrt{X}}{E_{beam}^2} \cdot \left(4\rho_1^{++}\rho_2^{++}\sigma_{TT} + 2|\rho_1^{+-}\rho_2^{+-}|\tau_{TT} \cos 2\tilde{\phi} + 2\rho_1^{++}\rho_2^{00}\sigma_{TL} + 2\rho_1^{00}\rho_2^{++}\sigma_{LT} + \rho_1^{00}\rho_2^{00}\sigma_{LL} - 8|\rho_1^{+0}\rho_2^{+0}|\tau_{TL} \cos \tilde{\phi} + A \cdot \tau_{TT}^a + B \cdot \tau_{TL}^a \right) \cdot \frac{d^3p'_1}{E'_1} \frac{d^3p'_2}{E'_2} \quad (2.21)$$

A und B sind Terme, die nur bei polarisierten Elektronen- und Positronenstrahlen beitragen (siehe z.B. [9]) und auch dann im größten Teil des Phasenraums vernachlässigbar klein sind. Da im *no-tag* Modus hauptsächlich nur die transversalen Photonen koppeln und eine Strahlpolarisierung beim PETRA - Speicherring nicht vorlag, reduziert sich für diese Analyse (2.21) zu:

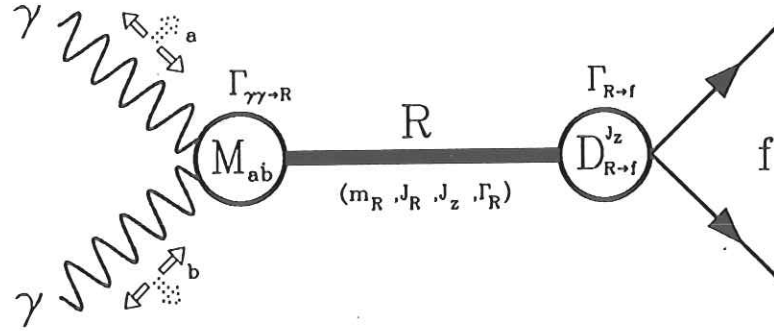
$$d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-X} = \frac{\alpha^2}{32\pi^4 Q_1^2 Q_2^2} \frac{\sqrt{X}}{E_{beam}^2} \cdot 4\rho_1^{++}\rho_2^{++}\sigma_{TT} \cdot \frac{d^3p'_1}{E'_1} \frac{d^3p'_2}{E'_2} \quad (2.22)$$

2.3 Beschreibung von Resonanzformationen in $\gamma\gamma$ - Reaktionen

Mit dem erarbeiteten Formalismus können wir nun die $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitte für Resonanzproduktion angeben⁵. Zunächst wird dazu der allen Resonanzen zugrunde liegende hadronische Tensor berechnet. Die hierbei auftretenden Erzeugungs- und Zerfalls-Amplituden werden über die *goldene Regel der Quantenmechanik* mit meßbaren Kopplungskonstanten verbunden. Anschließend werden die mit dem Begriff "Landau - Yang'sches Theorem" [4] bezeichneten Auswahlregeln aufgelistet und in den nachfolgenden Unterkapiteln die Wirkungsquerschnitte $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow R}$ für die Produktion von skalaren und tensoriellen Resonanzen explizit berechnet.

Die Zwei-Photon - Kopplung an eine Resonanz R hängt vor allem von den Quantenzahlen *Spin* und *Parität* der Resonanz ab. Diese, wie auch die C-Parität, werden im allgemeinen durch die Notation J^{PC} angegeben. Nach Abschnitt 2.2.2 können also nur J^{P+} - Resonanzen produziert werden. Das die Erzeugung und den Zerfall beschreibende Matrixelement setzt sich dann aus den Teilen des folgenden Feynman-Graphen zusammen:

⁵Wir halten uns dabei eng an die Bezeichnungsweise von Poppe [2], von dem die Formeln dieses Abschnitts weitgehend stammen. In seinem Übersichtsartikel ist darüberhinaus die Liste von $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitten, Matrixelementen und Formfaktor-Definitionen für alle J^P -Kombinationen vervollständigt.



$$A = \underbrace{\delta_{a-b}^{J_z} \delta_{J_f}^{J_R}}_{\text{Drehimpuls-erhaltung}} \cdot \underbrace{M_{ab}}_{\text{Erzeugungsamplitude}} \cdot \underbrace{\frac{1}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R}}_{\text{Propagatorterm (Breit-Wigner)}} \cdot \underbrace{D_{R \rightarrow f}^{J_z}}_{\text{Zerfallsamplitude}} \quad (2.23)$$

Am $\gamma\gamma R$ - Vertex beschreibt M_{ab} ⁶ die Erzeugung, am Rf - Vertex $D_{R \rightarrow f}^{J_z}$ den Zerfall und dazwischen die Breit-Wigner - Amplitude die Propagation der Resonanz. Der hadronische Tensor ergibt sich damit zu:

$$W_{ab,ab} = \frac{1}{2} \int \left| \frac{M_{ab}^{J_z=a-b} \cdot D^{J_z}}{W^2 - m_R^2 + im_R \Gamma_R} \right|^2 dLIPS(f) \quad (2.24)$$

Wir nutzen jetzt aus, daß der Betrag der Zerfallsamplitude $|D_{R \rightarrow f}^{J_z}|$ durch die *Goldene Regel der Quantenmechanik* (siehe z.B. [10]) mit der Zerfallsbreite der Resonanz in den beobachteten Endzustand verknüpft ist⁷:

$$\Gamma_f(W) \equiv \Gamma_R(W) \cdot BR(R \rightarrow f) = \frac{1}{2m_R} \int |D^{J_z}|^2 dLIPS(f) \quad (2.25)$$

In (2.24) eingesetzt, ergibt sich damit:

$$W_{ab,ab}(W, Q_1^2, Q_2^2) = \frac{1}{2} |M_{ab}|^2 \cdot \frac{2m_R \Gamma_f(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_R^2} \quad (2.26)$$

$BR(R \rightarrow f)$ ist das Verzweungsverhältnis der Resonanz in den Endzustand f . Auf die sich aus (2.25) und anderen dynamischen Faktoren ergebende Energieabhängigkeit der totalen Resonanzbreite wird in Abschnitt 2.3.2 speziell eingegangen werden.

Aus Zeitumkehr-Invarianz folgt, daß im Grenzfall $Q_1^2 = Q_2^2 = 0$ die oben definierte Erzeugungsamplitude M_{ab} ebenso den radiativen Zerfall $R \rightarrow \gamma\gamma$ beschreiben sollte. Wir können daher erneut mit der *Goldenen Regel* die im Prinzip meßbare partielle Zerfallsbreite für einen gegebenen Polarisationszustand λ mit dem Erzeugungsamplituden-Quadrat verknüpfen. Beim Zerfall einer Resonanz mit Spin J in zwei reelle Photonen sind im Ruhesystem die J_z - definierende *Quantisierungsachse* und die durch die Emissionsrichtung der Photonen definierte *$\gamma\gamma$ -Helizitätsachse* (bezüglich dieser Achse sind im folgenden λ - Indizes definiert) unterschiedlich. Man muß daher zunächst die Erzeugungsamplituden M_{ab} aus dem $\gamma\gamma$ - Helizitätssystem⁸

⁶Im Gegensatz zum Helizitäts-Matrixelement M_{ab} in (2.14) beschreibt die Amplitude M_{ab} hier nur die Resonanz-Erzeugung.

⁷Die integrierte Zerfallsbreite hängt nicht von der Spinorientierung J_z ab.

⁸Das $\gamma\gamma$ - Helizitätssystem ist das $\gamma\gamma$ - Schwerpunktsystem, in dem die z-Achse in Richtung der ein- bzw. auslaufenden Photonen orientiert ist.

in das Resonanzsystem umrechnen. Diese Transformation vermitteln die Kreisfunktionen $D_{J_z, \lambda}^J(\phi, \theta, -\phi)$ bei Rotation um die Euler-Winkel $(\alpha, \beta, \gamma) = (\phi, \theta, -\phi)$ bzw. die durch:

$$D_{J_z, \lambda}^J(\phi, \theta, -\phi) = e^{i\phi(J_z - \lambda)} d_{J_z, \lambda}^J(\theta) \quad (2.27)$$

definierten reduzierten d -Funktionen. Die transformierten Erzeugungsamplituden sind dann [11]:

$$M(\lambda_1 \lambda_2, J J_z)(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} D_{J_z, \lambda}^J(\phi, \theta, -\phi) M_{\lambda_1, \lambda_2} \quad (2.28)$$

mit $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ und M_{λ_1, λ_2} als dem M_{ab} entsprechenden Helizitäts-Matrix Element. Nach *Fermis goldener Regel* gilt nun:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^\lambda = \frac{1}{2m_R} \int \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{\lambda_1 - \lambda_2}^\lambda |M(\lambda_1 \lambda_2, J J_z)|^2 dLIPS(\gamma\gamma) \quad (2.29)$$

Aufgrund der für diese Definition geforderte Masselosigkeit der Photonen ist zum einen die hier auftretende Summation nur über die transversalen Moden ($\lambda_1, \lambda_2 = +, -$) durchzuführen und zum anderen der Zwei-Photonen - Phasenraum, bedingt durch den Bose-Charakter und die Ununterscheidbarkeit der Photonen, nur halb so groß wie üblich:

$$dLIPS(\gamma\gamma) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(4\pi)^2} \cdot \frac{k^*}{W} d\Omega \quad (2.30)$$

$$= \frac{1}{64\pi^2} d\Omega \quad (2.31)$$

mit $k^* = W/2$. Da M_{λ_1, λ_2} nicht von den Phasenraum - Integrationsvariablen ϕ und θ abhängt und die Integration über die Kreisfunktionen auf deren Normierung:

$$\int d\cos\theta d\phi |D_{J_z, \lambda}^J(\phi, \theta, -\phi)|^2 = \frac{4\pi}{2J+1} \quad (2.32)$$

führt, erhält man:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^\lambda = \frac{1}{32\pi m_R} \sum_{\lambda_1 \lambda_2} \delta_{\lambda_1 - \lambda_2}^\lambda |M_{\lambda_1, \lambda_2}|^2 \quad (2.33)$$

Durch Summation über die Polarisationen λ und Mittelung über die Spinprojektionen J_z wird die Gesamt-Breite der Resonanz definiert:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma} &= \frac{1}{(2J+1)} \sum_{\lambda=-J}^J \Gamma_{\gamma\gamma}^\lambda \\ &= \frac{1}{32\pi(2J+1)m_R} \sum_{\lambda_1, \lambda_2=+,-} |M_{\lambda_1, \lambda_2}|^2 \end{aligned} \quad (2.34)$$

Ob zum Beispiel in der in (2.34) auftretenden Summation bestimmte Helizitäts-Matrixelemente M_{λ_1, λ_2} zur Kopplung an eine Resonanz mit J^{PC} beitragen, hängt von *Auswahlregeln* ab⁹. Diese ergeben sich bei Forderung nach Eichinvarianz, Bose-Symmetrie, Lorentz-Invarianz und Paritätserhaltung. Für die vier Fälle:

$$\begin{array}{ll} \text{a} : & q_1^2, q_2^2 \neq 0 \\ \text{b} : & q_1^2 = 0, \quad q_2^2 \neq 0 \end{array} \quad \begin{array}{ll} \text{c} : & q_1^2 = q_2^2 \neq 0 \\ \text{d} : & q_1^2 = q_2^2 = 0 \end{array}$$

werden die Auswahlregeln in Tabelle 2.1 folgendermaßen angegeben:

⁹Einige dieser heute im allgemeinen als Landau-Yang'sche Auswahlregeln bezeichneten Gesetze wurden von Wheeler, Sakata, Tanikawa, Finkenstein, Steinberger und Wigner angegeben. Ihre Arbeiten werden in [4] zitiert.

- *untere Indizes* geben die Gültigkeits - Fälle an,
- die "0" steht für das Verschwinden eines Matrixelementes beim *Index-Fall*,
- innerhalb einer Zeile definieren die Zeichen " \oplus_b und \ominus_b " das relative Vorzeichen der beiden Matrixelemente M_{a0} .

Eine Konsequenz dieser Auswahlregeln ist das Verschwinden aller Helizitäts-Matrixelemente für die Erzeugung von Vektor- und Pseudovektor-Resonanzen aus reellen Photonen (Fall d):

$$\begin{aligned} \sigma_{\gamma\gamma}(1^+) &= \sigma_{\gamma\gamma}(1^-) = 0 \\ \sigma_{\gamma\gamma}(J^P = 3^-, 5^-, 7^-, \dots) &= 0 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Durch oben genannte Symmetrie-Forderungen wird ferner die Helizität einiger J^P - Zustände fixiert:

$$\begin{aligned} \lambda &= \pm 2 \quad \text{für } 3^+, 5^+, 7^+, \dots \\ &= 0 \quad \text{für } 2^-, 4^-, 6^-, \dots \end{aligned}$$

Helizität $\lambda = \pm 1$ ist darüberhinaus für Fall d immer verboten.

J^P	M_{--}	M_{-0}	M_{-+}	M_{0-}	M_{00}	M_{0+}	M_{+-}	M_{+0}	M_{++}
0^-		$\oplus_b 0_d$	0_{ad}	0_{abd}	0_{ad}	0_{abd}	0_{ad}	$\ominus_b 0_d$	
1^+	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$	0_{ad}	0_{bd}	0_{ad}	0_{bd}	0_{ad}	$\ominus_b 0_d$	0_{cd}
2^-		$\oplus_b 0_d$	0_{cd}	0_{bd}	0_{ad}	0_{bd}	0_{cd}	$\ominus_b 0_d$	
3^+	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$		0_{bd}	0_{ad}	0_{bd}		$\ominus_b 0_d$	0_{cd}
4^-		$\oplus_b 0_d$	0_{cd}	0_{bd}	0_{ad}	0_{bd}	0_{cd}	$\ominus_b 0_d$	
5^+	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$		0_{bd}	0_{ad}	0_{bd}		$\ominus_b 0_d$	0_{cd}
0^+		$\oplus_b 0_d$	0_{ad}	0_{abd}	0_d	0_{abd}	0_{ad}	$\oplus_b 0_d$	
1^-	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$	0_{acd}	0_{bd}	0_{cd}	0_{bd}	0_{acd}	$\oplus_b 0_d$	0_{cd}
2^+		$\oplus_b 0_d$		0_{bd}	0_d	0_{bd}		$\oplus_b 0_d$	
3^-	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$	0_{cd}	0_{bd}	0_{cd}	0_{bd}	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$	0_{cd}
4^+		$\oplus_b 0_d$		0_{bd}	0_d	0_{bd}		$\oplus_b 0_d$	
5^-	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$	0_{cd}	0_{bd}	0_{cd}	0_{bd}	0_{cd}	$\oplus_b 0_d$	0_{cd}

Tabelle 2.1: Auswahlregeln. Erklärungen im Text.

2.3.1 Tensorielle Resonanzproduktion

Die Erzeugungs-Matrixelemente M ergeben sich bei Resonanzproduktion generell aus dem Produkt der beteiligten Helizitäts-Tensoren ε und einem die Wechselwirkung beschreibenden Tensor T . Für die Produktion einer Tensor-Resonanz folgt daher in der Helizitätsbasis:

$$M_{ab} = \varepsilon_a^{\mu*} \varepsilon_b^{\nu*} T_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_\lambda^{\alpha\beta} \quad (2.36)$$

Zur Definition von ε_a^μ und ε_b^ν siehe Gleichung (2.13). Diese Formel ergibt sich ebenfalls aus (2.14) für den Fall, daß $T_{\mu\nu}$ durch die *Partialwellen-Zerlegung* $T_{\mu\nu\alpha\beta} \varepsilon_\lambda^{\alpha\beta}$ ersetzt wird. Mit *Partialwellen* seien in diesem Zusammenhang die Polarisationsensoren der Resonanz

gemeint. Nach den von Poppe [2] durchgeführten Rechnungen ergeben sich die folgenden Matrixelemente:

$$\begin{aligned}
 M_{++} &= F_{TT0}(Q_1^2, Q_2^2) \cdot \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{X}{W^2} \\
 M_{+-} &= F_{TT2}(Q_1^2, Q_2^2) \\
 M_{0+} &= \left(F_{TL}(Q_1^2, Q_2^2) - (Q_1^2 - Q_2^2) F'_{TL}(Q_1^2, Q_2^2) \right) \cdot (-\sqrt{2}) \frac{\sqrt{Q_1^2} X}{q_1 q_2 W} \\
 M_{00} &= F_{LL}(Q_1^2, Q_2^2) \cdot \frac{8}{\sqrt{6}} \frac{\sqrt{Q_1^2 Q_2^2} X}{q_1 q_2 W^2}
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

F_{TT0} und F_{TT2} sind Formfaktoren und beschreiben die Kopplung zweier transversaler Photonen zu einer Spin-2 - Resonanz mit Spinprojektion $J_z = 0$ (Helizität-0) bzw. $J_z = 2$ (Helizität-2). Der effektive Formfaktor $F_{TL}^{eff} = F_{TL} - (Q_1^2 - Q_2^2) F'_{TL}$ geht in die $J_z = \pm 1$ -Kopplung ein und trägt deshalb zum Wirkungsquerschnitt nur dann bei, wenn mindestens eines der Photonen stark virtuell ist und damit longitudinal polarisiert werden kann. Die Kopplung zweier longitudinal polarisierter Photonen zu $J_z = 0$ (nur im *double-tag*-Modus wichtig) beschreibt F_{LL} .

Für die transversalen Kopplungen benutzte Poppe in seinen Rechnungen die Tensoren:

$$\begin{aligned}
 T_{\mu\nu}^{\lambda=0} &= F_{TT0} G_{\mu\nu} (q_2 - q_1)_\alpha (q_2 - q_1)_\beta \varepsilon_\lambda^{\alpha\beta} \\
 T_{\mu\nu}^{\lambda=2} &= F_{TT2} G_{\mu\alpha} G_{\nu\beta} \varepsilon_\lambda^{\alpha\beta}
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

mit $G_{\mu\nu}$ als Projektions-Tensor für transversale Polarisation. Im $\gamma\gamma$ Helizitäts-System gilt:

$$G_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.39}$$

Nach Poppe sollten auf der rechten Seite von (2.38) die vor den Polarisations-Tensoren stehenden Terme nur bei den angegebenen Helizitäten einen Beitrag liefern. Er behauptet ferner, daß sich die Dynamik der Amplituden in niedrigster Ordnung für *konstante* Formfaktoren F_{TT0} und F_{TT2} ergeben. Poppe übersah jedoch, daß in seinem Ansatz selbst der dann strukturelose Tensor für Helizität-2: $T_{\mu\nu}^{\lambda=2}$ nichtverschwindende Beiträge von Helizität-0 enthält. Diese Beobachtung stammt von Feindt [12,13] und wurde durch Kontraktion von $T_{\mu\nu}^{\lambda=2}$ mit dem Helizitäts - Tensor $\varepsilon_0^{\alpha\beta}$ des Tensormesons erzielt. Feindt gibt stattdessen zunächst den allgemeinen Tensor an, den man im Fall der natürlichen Paritäts-Reihe (d.h. $P = (-1)^J$) aus fünf unabhängigen Amplituden konstruieren kann:

$$\begin{aligned}
 T_{\mu\nu\alpha\beta} &= \alpha \cdot g_{\alpha\mu} g_{\beta\nu} \\
 &+ \beta_1 \cdot g_{\alpha\mu} p_{1\beta} p_{2\nu} \\
 &+ \beta_2 \cdot g_{\beta\nu} p_{2\alpha} p_{1\mu} \\
 &+ \gamma \cdot p_{1\alpha} p_{2\beta} g_{\mu\nu} \\
 &+ \delta \cdot p_{1\alpha} p_{2\beta} p_{2\mu} p_{1\nu}
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

Durch Bose-Symmetrie und Eichinvarianz werden nun Relationen zwischen diesen Born-Termen eingeführt, die den obigen Ansatz auf nur noch zwei unabhängige Born-Terme reduzieren:

$$T_{\mu\nu\alpha\beta} = \alpha \left(g_{\alpha\mu} - \frac{p_{1\alpha}p_{2\mu}}{p_1p_2} \right) \cdot \left(g_{\beta\nu} - \frac{p_{1\nu}p_{2\beta}}{p_1p_2} \right) + \gamma' p_{1\alpha}p_{2\beta} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_{2\mu}p_{1\nu}}{p_1p_2} \right) \quad (2.41)$$

Aus diesem Ansatz konstruiert Feindt dann Linearkombinationen, die nur noch an einzelne Helizitätszustände koppeln:

$$T_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2)} = F_{TT2} \left(g_{\alpha\mu}g_{\beta\nu} - g_{\alpha\mu} \frac{p_{1\beta}p_{2\nu}}{p_1p_2} - g_{\beta\nu} \frac{p_{1\alpha}p_{2\mu}}{p_1p_2} - g_{\mu\nu} \frac{p_{1\alpha}p_{2\beta}}{p_1p_2} \right) \quad (2.42)$$

$$T_{\mu\nu\alpha\beta}^{(0)} = F_{TT0} \cdot \frac{p_{1\alpha}p_{2\beta}}{p_1p_2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_{2\mu}p_{1\nu}}{p_1p_2} \right) \quad (2.43)$$

Offensichtlich haben in (2.41) die beiden skalaren Funktionen α und γ' unterschiedliche Dimensionen. Dieses wäre nicht der Fall, wenn man α in $\alpha' \cdot p_1p_2$ umdefinieren würde. Eine solche Freiheit des Hinzufügens und Weglassens skalarer Funktionen durch Kompensation der Formfaktoren, führt nach Feindt dazu, daß die Angabe einer in niedrigster Ordnung gültigen Energieabhängigkeit der Helizitätsamplituden keinen Sinn macht. Schon die Formfaktoren α , β_1 , β_2 , γ und δ in (2.40) können nicht alle gleichzeitig konstant sein, sondern müssen durch dynamische Faktoren wie p_1p_2 oder $1/p_1p_2$ erweitert werden, um die Dimensionsunterschiede der durch Eichinvarianz-Forderung zum Beispiel zu verknüpfenden Terme auszugleichen.

Aufgrund dieser Überlegungen definieren wir jetzt (2.37) um und beschränken uns auf den Fall transversaler Photonen:

$$\begin{aligned} M_{++} &= F_{TT0}(Q_1^2, Q_2^2) \\ M_{+-} &= F_{TT2}(Q_1^2, Q_2^2) \end{aligned} \quad (2.44)$$

Ferner folgen aus Symmetrieüberlegungen für $J^P = 2^+$ -Zustände [2]:

$$\begin{aligned} M_{-+} &= M_{+-} \\ M_{--} &= M_{++} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Entsprechend Gleichung (2.34):

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \frac{1}{32\pi(2J+1)m_T} \sum_{\lambda_1, \lambda_2} |M_{\lambda_1\lambda_2}|^2 \quad (2.46)$$

erhalten wir die Zwei-Photon - Gesamt-Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ durch Summation über die partiellen Breiten der einzelnen $\gamma\gamma$ - Helizitätseinstellungen λ und Mittelung der Spinprojektion J_z des Tensormesons. Die partiellen Breiten sind:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}(\lambda = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}) = \frac{1}{32\pi m_T} \begin{pmatrix} |M_{+-}|^2 \\ 0 \\ |M_{++}|^2 + |M_{--}|^2 \\ 0 \\ |M_{-+}|^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{32\pi m_T} F_{TT2}^2 \\ 0 \\ \frac{1}{16\pi m_T} F_{TT0}^2 \\ 0 \\ \frac{1}{32\pi m_T} F_{TT2}^2 \end{pmatrix} \quad (2.47)$$

Da wir die Helizitätszustände $+2$ und -2 experimentell nicht unterscheiden können, fassen wir sie zu:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{|\lambda|=2} = \frac{1}{16\pi m_T} F_{TT2}^2 \quad (2.48)$$

zusammen. Nach vorgeschriebener Mittelung über die Spinprojektion des Tensormesons erhalten wir:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = \underbrace{\frac{1}{80\pi m_T} F_{TT2}^2}_{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}} + \underbrace{\frac{1}{80\pi m_T} F_{TT0}^2}_{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}} \quad (2.49)$$

$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}$ und $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}$ sind keine partielle Breiten (vergl. (2.47)), sondern parametrisieren im folgenden die Aufteilung der totalen Breite in die beiden Helizitätszustände 0 und 2. Da (2.47) und (2.49) leicht mißgedeutet werden können, wird noch einmal folgendes festgehalten: Der Zerfall in zwei reelle Photonen hängt nicht von der Resonanz-Polarisation¹⁰ J_z ab. Die Transversalität reeller Photonen verbietet im $\gamma\gamma$ - Endzustandssystem die Produktion von Helizitätszuständen mit $|\lambda| = |\lambda_1 - \lambda_2| = 1$. Die Aufteilung in Helizität-0 und Helizität-2 ($\lambda = 0, \pm 2$) kann unterschiedlich sein und wird im übrigen in dieser Analyse noch eine wichtige Rolle spielen.

2.3.2 Energieabhängigkeit der Zerfallsbreite einer Resonanz

In (2.25) wurde gezeigt, wie die Zerfallsamplitude $D_{R \rightarrow f}^{J_z}$ über die goldene Regel mit der meßbaren totalen Breite zusammenhängt. Bei schmalen Resonanzen ($\Gamma_R \ll m_R$) ist Γ_R in guter Näherung energieunabhängig und damit gleich der nominellen Resonanzbreite. Bei breiteren Resonanzen ist die Änderung des Phasenraumes $dLIPS(f)$ innerhalb des invarianten Resonanzmassen-Bereiches nicht mehr zu vernachlässigen. Zusätzlich hierzu steuern die Matrixelemente in (2.25) in der Regel dynamische Faktoren bei und die definierte Zerfallsbreite wird energieabhängig. Man definiert dann eine nominelle Resonanzbreite¹¹ durch:

$$\Gamma_R \equiv \Gamma_R(W = m_R) \quad (2.50)$$

Beim Zerfall der Resonanz in zwei stabile Teilchen mit Schwerpunktsimpuls \vec{k}^* und Bahndrehimpulsbetrag L ergibt sich für die energieabhängige Breite beispielsweise:

$$\Gamma_R(W) \simeq \Gamma_R \cdot \left(\frac{|\vec{k}^*(W)|}{|\vec{k}^*(m_R)|} \right)^{2L+1} \cdot \frac{m_R}{W} \cdot f^2(W) \quad (2.51)$$

Der hier auftretende Formfaktor $f^2(W)$ dient der Beschreibung des hadronischen Überganges $R \rightarrow X$ und trägt dabei der endlichen Ausdehnung des Hadrons Rechnung. Die funktionelle Form solcher Formfaktoren ist modellunabhängig nicht vorhersagbar und Meßdaten stehen so gut wie nicht zur Verfügung.

Während die Formfaktoren bei hohen Energien im wesentlichen einen dämpfenden Charakter haben sollen, um so ein evtl. auftretendes divergentes Verhalten von Resonanzbreiten und Wirkungsquerschnitten zu verhindern, dürfen sie bei kleinen Energien das Schwellenverhalten nicht ändern.

¹⁰bezüglich eines beliebig gewählten Bezugssystems

¹¹im folgenden durch das Fehlen des Arguments $\dots(W)$ angezeigt

Sehr häufig verwendete Formfaktor-Funktionen stammen von Blatt und Weisskopf [14]. In ihrem Ansatz beschreiben sie in nichtrelativistischer Weise den Hadronzerfall in einem konstanten Wechselwirkungspotential, dessen Ausdehnung im Femtometer-Bereich liegt. Sie geben für die niedrigsten Bahndrehimpuls-Zustände an:

$$L = 0 : f^2(W) \propto 1 \quad (2.52)$$

$$L = 1 : f^2(W) \propto (k^*R)^2/[1 + (k^*R)^2] \quad (2.53)$$

$$L = 2 : f^2(W) \propto (k^*R)^4/[9 + 3(k^*R)^2 + (k^*R)^4] \quad (2.54)$$

Normiert sind diese Formfaktoren immer so, daß sie für die nominelle Resonanzmasse gerade unwirksam werden, d.h. $f^2(m_R) = 1$. In Abbildung 2.3 ist für den Zerfall des Tensormesons $f_2(1270)$ in zwei Pionen der $L = 2$ - Formfaktor (2.54) nach Blatt-Weisskopf für verschiedene Wechselwirkungsradien R gezeigt. Ein von anderen Experimentatoren häufig benutzter Wert, der angeblich die Zerfallsformfaktoren gut beschreibt [3], liegt bei $R = 1 \text{ fm}$. Abschnitt 7.2.1 vorwegnehmend sei bereits an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß aufgrund des in Abb. 2.3 beobachtbaren starken Anstiegs des Formfaktors bei kleinen Energien, die Verwendung von Blatt-Weisskopf - Formfaktoren nicht unproblematisch ist. Während $f^2(W)$ bei Energien oberhalb der nominellen Masse tatsächlich dämpft, wird das Schwellenverhalten beim f_2 - Zerfall sicherlich stark verändert. Treten, wie bei dieser Analyse, zusätzlich Interferenzeffekte auf, so können Blatt-Weisskopf - Formfaktoren das Resonanz-Spektrum bei kleineren Energien stark verzerren.

Eine andere Formfaktor-Parametrisierung wurde von Lyth [16] vorgeschlagen. Er berechnete die führenden Terme einer Reihenentwicklung bezüglich einer effektiven Reichweite und erhielt für $L = 2$ - Übergänge (vergl. auch [85]):

$$f^2(W) = \left(\frac{s_0 + a}{s + a} \right)^2 \quad (2.55)$$

mit $s_0 = m_R^2$ und $a \simeq m_R^2$ ¹². Abbildung 2.4 zeigt, daß auch der durch (2.55) definierte Formfaktor von Lyth ein nicht ganz unproblematisches Verhalten bei kleineren Energien hat. Zwar ist der Anstieg im Vergleich zum Blatt-Weisskopf - Formfaktor hier nicht mehr ganz so stark ausgeprägt, in Verbindung mit Interferenztermen treten jedoch auch hier ungewollte Verzerrungen des Resonanz-Spektrums auf (siehe Abschnitt 7.2.1).

2.3.3 Vollständige Beschreibung der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow 2^{++} \rightarrow \pi^+\pi^-$

Es soll jetzt von den bisher allgemeinen Betrachtungen und Zusammenhängen bezüglich Resonanzformationen durch Zwei-Photon - Reaktionen übergeleitet werden zu dem in dieser Arbeit wesentlichen Prozeß der Tensormeson-Erzeugung mit anschließendem Zerfall in zwei geladene Pionen. Um diesen *Spezialfall* zu kennzeichnen, wird im folgenden der Index T (*Tensormeson*) anstelle von R (*Resonanz*) benutzt und statt f soll der Endzustand $\pi^+\pi^-$ explizit ausgeschrieben werden. Ziel dieses Abschnittes soll sein, den Wirkungsquerschnitt für $\gamma\gamma \rightarrow 2^{++} \rightarrow \pi^+\pi^-$ sowohl differentiell als auch total in geschlossener Form anzugeben. In Abschnitt 2.2.3 wurde der Zusammenhang zwischen den $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitten und dem hadronischen Tensor gezeigt. Für transversale Photonen folgt aus (2.20):

$$\sigma_{\gamma\gamma}(W) = \sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}}(W_{++} + W_{+-}) \quad (2.56)$$

¹²Für die Analyse des $f_2(1270)$ - Tensormesons wurde in [85] stattdessen $a = 0.5 \text{ GeV}^2$ genommen.

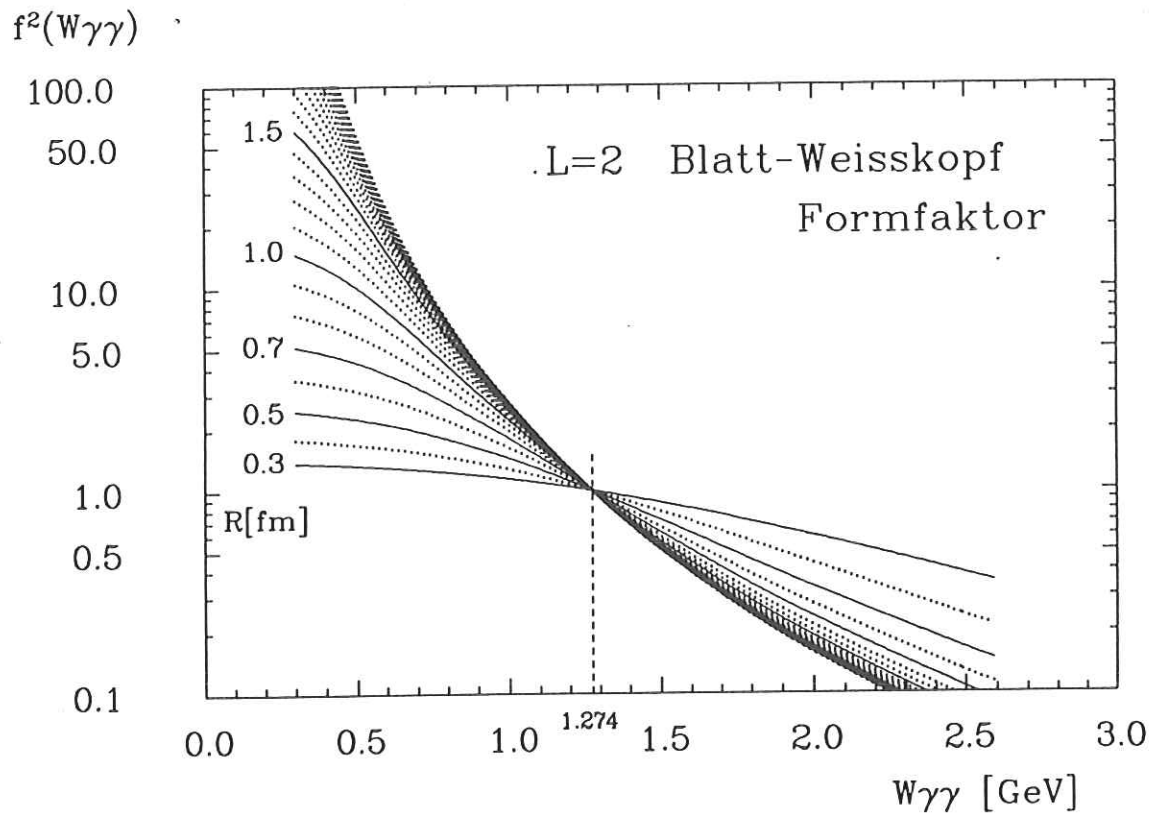


Abbildung 2.3: $L=2$ Blatt-Weisskopf - Formfaktor für verschiedene Radien des Wechselwirkungspotentials.

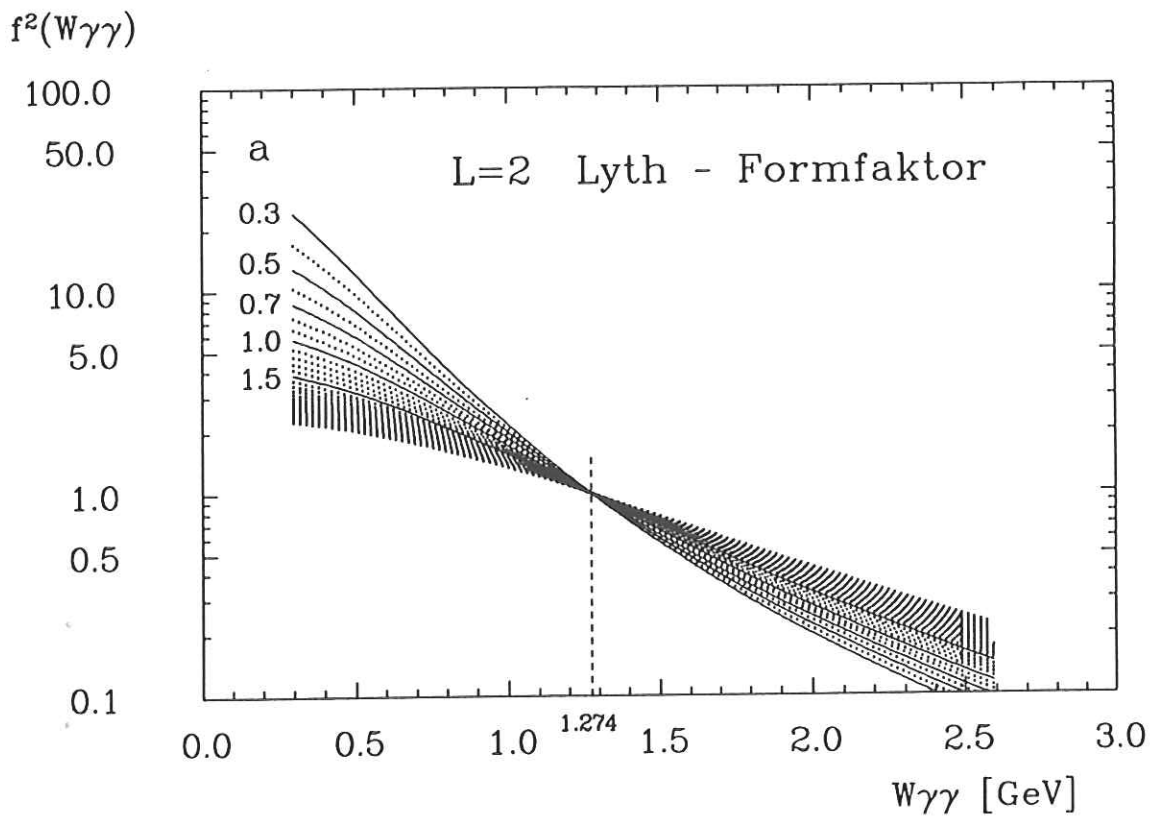


Abbildung 2.4: $L=2$ Lyth - Formfaktor für verschiedene effektive Reichweiten-Parameter.

Der hadronische Tensor setzt sich aus den Erzeugungs- und Zerfallsamplituden sowie dem Breit-Wigner - Propagator der Resonanz zusammen. Durch Anwendung der Goldenen Regel der Quantenmechanik zunächst auf die Zerfallsamplitude folgt nach (2.26):

$$\sigma_{\gamma\gamma}(W) = \frac{1}{4\sqrt{X}} \cdot (|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2) \cdot \frac{2m_T \Gamma_{\pi^+\pi^-}(W)}{(W^2 - m_T^2)^2 + m_T^2 \Gamma_T^2(W)} \quad (2.57)$$

Die erneute Anwendung der Goldenen Regel auf den zeitumgekehrten Prozeß des Resonanz-Zerfalls in zwei reelle Photonen ergibt nach (2.34) in Zusammenhang mit (2.45):

$$(|M_{++}|^2 + |M_{+-}|^2) = 16\pi(2J + 1)m_T \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \quad (2.58)$$

Berücksichtigt man noch: $\sqrt{X} = W^2/2$ für zwei reelle Photonen [siehe (2.18)], so folgt schließlich:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(W) = 8\pi(2J + 1) \cdot \left(\frac{m_T}{W}\right)^2 \cdot \frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{\pi^+\pi^-}(W)}{(W^2 - m_T^2)^2 + m_T^2 \Gamma_T^2(W)} \quad (2.59)$$

Für J würde jetzt noch der Tensor-Spin 2 eingesetzt werden. In dieser Form gilt (2.59) aber auch für andere Resonanz-Spins J und wird deshalb nicht weiter reduziert.

Sowohl für die Analyse von Winkelverteilungen als auch zur korrekten Akzeptanzbestimmung mit Hilfe von Monte-Carlo - Simulationen ist es wichtig, den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d\Omega$ zu kennen. Über den Lorentz-invarianten Phasenraum $LIPS(\pi^+\pi^-)$ kann deshalb nicht integriert und die goldene Regel angewendet werden. Stattdessen benötigt man einen expliziten Ausdruck für die Zerfallsamplitude $D_{T \rightarrow \pi^+\pi^-}^{J_i}$. Nach [2] kann der den Zerfall $2^+ \rightarrow 0^-0^-$ beschreibende Tensor wie folgt zusammengesetzt werden:

$$T_{\mu\nu} = f \cdot (p_1 - p_2)_\mu (p_1 - p_2)_\nu \quad (2.60)$$

(p_1 und p_2 sind die Viererimpulse der Pionen und f ist die Kopplungskonstante). Die gesuchte Zerfallsamplitude erhält man durch Kontraktion mit dem Polarisationstensor $\mathcal{E}^{\mu\nu}$ des Tensormesons:

$$D_{T \rightarrow \pi^+\pi^-}^{J_i} = F_{T\pi^+\pi^-} \cdot \mathcal{E}_{J_i}^{\mu\nu} \cdot (p_1 - p_2)_\mu (p_1 - p_2)_\nu \quad (2.61)$$

Die Kopplung $F_{T\pi^+\pi^-}$ hängt i.a. von der invarianten $\pi^+\pi^-$ - Masse ab und ist deshalb ein Formfaktor.

Den Polarisationstensor $\mathcal{E}^{\mu\nu}$ kann man auf einfachste Weise aus den Polarisationsvektoren eines Vektorteilchens (diese sind gleichbedeutend mit den Basisvektoren in (2.13)) konstruieren (siehe [2]). Im Schwerpunktsystem lauten sie explizit:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{J_i=\pm 2}^{\mu\nu} &= \varepsilon_\mu(\pm 1)\varepsilon_\nu(\pm 1) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \pm i & 0 \\ 0 & \pm i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \mathcal{E}_{J_i=\pm 1}^{\mu\nu} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\varepsilon_\mu(\pm 1)\varepsilon_\nu(0) + \varepsilon_\mu(0)\varepsilon_\nu(\pm 1)) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mp 1 \\ 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & \mp 1 & -i & 0 \end{pmatrix} \\ \mathcal{E}_{J_i=0}^{\mu\nu} &= \frac{1}{\sqrt{6}}(2\varepsilon_\mu(0)\varepsilon_\nu(0) + \varepsilon_\mu(1)\varepsilon_\nu(-1) + \varepsilon_\mu(-1)\varepsilon_\nu(1)) = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Sind θ und φ die Zerfallswinkel des positiv¹³ geladenen Pions im $\gamma\gamma$ - Helizitätssystem, so gilt:

$$p_1^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{k^{*2} + m_\pi^2} \\ k^* \sin \theta \cos \varphi \\ k^* \sin \theta \sin \varphi \\ k^* \cos \theta \end{pmatrix} ; p_2^\mu = \begin{pmatrix} \sqrt{k^{*2} + m_\pi^2} \\ -k^* \sin \theta \cos \varphi \\ -k^* \sin \theta \sin \varphi \\ -k^* \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.63)$$

Damit läßt sich:

$$(p_1 - p_2)_\mu = 2k^* \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

angeben und die Zerfallsamplituden in (2.61) können berechnet werden:

$$\begin{aligned} D_{T \rightarrow \pi^+ \pi^-}^{J_z = \pm 2} &= \mp 2 F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} \sin^2 \theta e^{\pm i 2 \varphi} = \mp \frac{8}{\sqrt{30}} F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} Y_{2,2}(\theta, \varphi) \\ D_{T \rightarrow \pi^+ \pi^-}^{J_z = \pm 1} &= \mp 4 F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i \varphi} = \mp \frac{8}{\sqrt{30}} F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} Y_{2,1}(\theta, \varphi) \\ D_{T \rightarrow \pi^+ \pi^-}^{J_z = 0} &= \frac{4}{\sqrt{6}} F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} (3 \cos^2 \theta - 1) = \frac{8}{\sqrt{30}} F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} Y_{2,0}(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (2.65)$$

Der von W abhängige Formfaktor $F_{T \pi^+ \pi^-}$ reduziert sich für $W = m_T$ zur Zerfallskonstanten $f_{T \pi^+ \pi^-}$. Diese hängt nach (2.25) folgendermaßen mit der partiellen, nominellen Breite $\Gamma_{\pi^+ \pi^-} = \Gamma_T(W = m_T) \cdot BR(T \rightarrow \pi^+ \pi^-)$ zusammen:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\pi^+ \pi^-} &= \frac{1}{32\pi^2} \int |D_{T \rightarrow \pi^+ \pi^-}^{J_z}|^2 \frac{k_s}{m_T^2} d\Omega \\ &= \frac{4}{15\pi} \cdot \frac{k_s^5}{m_T^2} \cdot f_{T \pi^+ \pi^-}^2 \end{aligned} \quad (2.66)$$

$[k_s \equiv k^*(W = m_T) = \sqrt{m_T^2 - 4m_\pi^2}/2]$. Die Zerfallskonstante kann also wieder durch Anwendung der Goldenen Regel aus experimentellen Meßgrößen ermittelt werden. Aus (2.66) folgt :

$$f_{T \pi^+ \pi^-} = \sqrt{\frac{15\pi}{4} \cdot \frac{m_T^2}{k_s^5} \cdot \Gamma_T \cdot BR(T \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \quad (2.67)$$

Um eine Energieabhängigkeit von $F_{T \pi^+ \pi^-}$ zu berücksichtigen, könnte die Zerfallskonstante $f_{T \pi^+ \pi^-}$ durch Blatt-Weisskopf - oder andere Formfaktoren erweitert werden. In Tabelle 2.2 sind die Eigenschaften einiger Tensormesonen [18] und die daraus folgenden Zerfallskonstanten zusammengestellt. Entsprechend (2.23) können wir jetzt den differentiellen Wirkungsquerschnitt für verschiedene Helizitäten angeben:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^{J_z}}{d\Omega} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2(4\pi)^2} \frac{k^*}{W}}_{\frac{dLIPS(\pi^+ \pi^-)}{d\Omega}} \cdot \underbrace{\sqrt{80\pi m_T \Gamma_{\gamma\gamma}}}_{\text{Erzeugungsamplitude}} \cdot \underbrace{\frac{1}{W^2 - m_T^2 + im_T \Gamma_T(W)}}_{\text{Propagatorterm (Breit-Wigner)}} \cdot \underbrace{\frac{8}{\sqrt{30}} F_{T \pi^+ \pi^-} k^{*2} Y_{2,J_z}}_{\text{Zerfallsamplitude}} \quad (2.68)$$

¹³das ist eine willkürliche Festlegung

Meson T	Masse m_T/GeV	Breite Γ_T/MeV	Verzweigungsverhältnis $\text{BR}(T \rightarrow \pi^+\pi^-)/\%$	Kopplungskonstante $f_{T\pi^+\pi^-}$
$f_2(1270)$	1.274 ± 5	185 ± 20	$85.1^{+2.3}_{-1.3} \cdot \sqrt{2/3}$	4.68
$f'_2(1525)$	1.525 ± 5	76 ± 10	$0.82 \pm 0.16 \cdot \sqrt{2/3}$	0.268
$f_2(1720)$	$1.713^{+1.9}_{-4.5}$	138^{+12}_{-9}	$3.9^{+0.2}_{-2.4} \cdot \sqrt{2/3}$	0.188

Tabelle 2.2: Eigenschaften einiger Tensormesonen

$Y_{J,J_z}(\theta, \varphi)$	0	1	2	4	(J)
0	1	$\sqrt{3} \cos \theta$	$\frac{\sqrt{5}}{2} \{3 \cos^2 \theta - 1\}$	$\frac{3}{8} \{35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3\}$	
1		$-\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta e^{i\varphi}$	$-\sqrt{\frac{15}{2}} \sin \theta \cos \theta e^{i\varphi}$	$-\frac{3}{8\sqrt{20}} \{140 \cos^3 \theta - 60 \cos \theta\} \sin \theta e^{i\varphi}$	
2			$\frac{\sqrt{30}}{4} \sin^2 \theta e^{2i\varphi}$	$\frac{15}{2\sqrt{40}} \{7 \cos^2 \theta - 1\} \sin^2 \theta e^{2i\varphi}$	
4				$\frac{105}{\sqrt{4480}} \sin^4 \theta e^{4i\varphi}$	
(J_z)					

Tabelle 2.3: Kugelflächenfunktionen

Dieser differentielle Wirkungsquerschnitt ergibt ausintegriert natürlich den in (2.59) angegebenen. In äquivalente Form umgeschrieben gilt auch:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^{J_z}}{d\Omega} = 2(2J + 1) \cdot \left(\frac{m_R}{W}\right)^2 \cdot \frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{\pi^+\pi^-}(W)}{(W^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_R^2(W)} \cdot |Y_{J,J_z}(\theta, \varphi)|^2 \quad (2.69)$$

Einige der hier auftretenden und bekannten Kugelflächenfunktionen können Tabelle 2.3 entnommen werden.

2.3.4 Helizitäts-Abhängigkeit bei der Zwei-Photon - Tensormeson - Produktion

Aus der Proportionalität zwischen dem totalen bzw. differentiellen $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt und der partiellen Zwei-Photon - Breite [siehe (2.59) und (2.69)] zum einen und der Proportionalität zwischen dem e^+e^- - Wirkungsquerschnitt und dem $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt zum anderen (siehe (2.22)) ergibt sich als wichtige Konsequenz, daß Zwei-Photon - Breiten experimentell über Ereignis-Zählraten bestimmt werden können. Für Tensormesonen setzt sich jedoch nach Gleichung (2.49) die Zwei-Photon - Breite aus einer Helizität-0 und einer Helizität-2 - Breite zusammen. Beide Anteile lassen sich im Prinzip in Zerfallswinkel-Analysen bestimmen. Ist der Nachweiskanal ein Zwei-Teilchen Zustand, so beschreibt im Schwerpunktssystem ein Winkel (hier der Polarwinkel θ) den Zerfall. Beim Drei-Teilchen-Zustand sind es bereits zwei Winkel. Abb. 2.5 verdeutlicht hierzu für den Zwei-Teilchen-Zerfall die Unterschiede in den Winkelverteilungen beider Helizitätsmöglichkeiten. Zusätzlich ist hier auch eine typische Detektor-Akzeptanz Verteilung eingezeichnet, wie sie beispielsweise beim CELLO - Detektor vorliegt. Nach Berücksichtigung dieser begrenzten Akzeptanz ergeben sich als Meßwartungen die gestrichelt eingezeichneten Verteilungen. Der entscheidende Unterschied beider Verteilungen bei großen Werten von $|\cos \theta|$ ist verschwunden und die Form der Kurven ähneln sich sehr. Helizitäts-Messungen sind aus diesem Grunde meist mit großen Unsicherheiten verbunden. Können sie gar nicht durchgeführt werden, so müssen zur Messung der partiellen Breite Helizitäts-Annahmen gemacht werden. Diese Annahmen sind

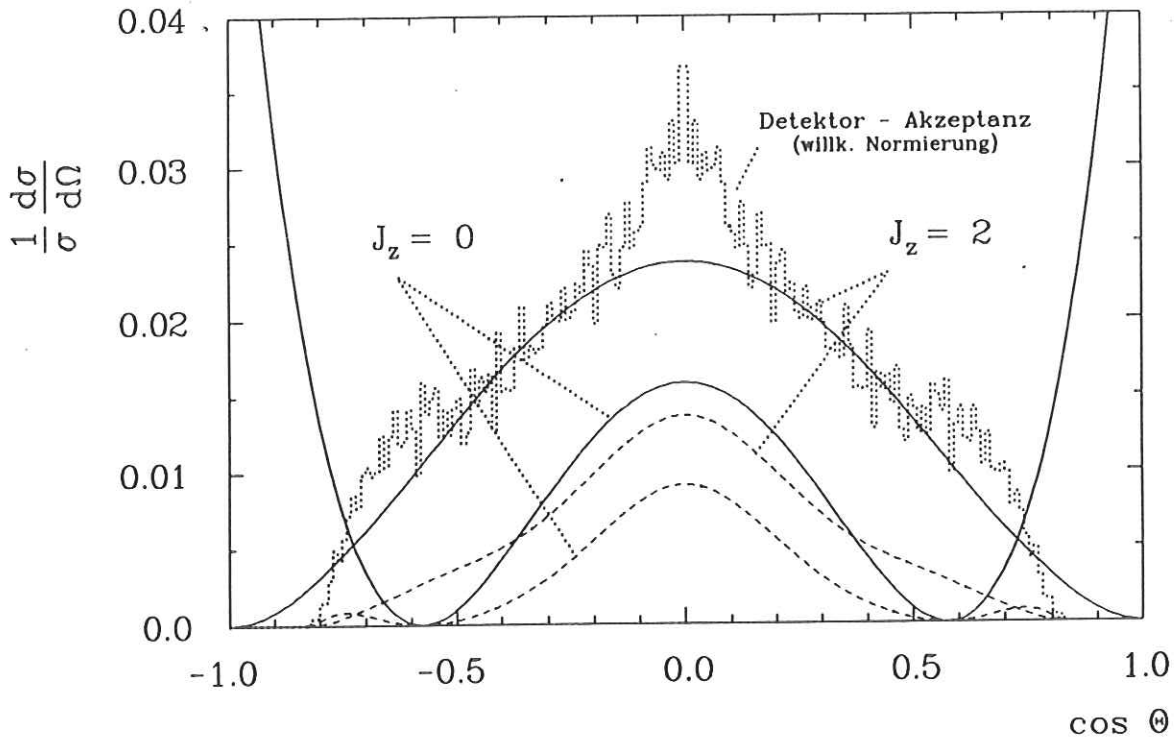


Abbildung 2.5: Zerfallswinkel-Verteilungen eines Tensormesons bei Helizität-0 ($J_z = 0$) und 2 ($J_z = 2$). Die gestrichelten Kurven sind die Winkelverteilungen, wie sie unter Berücksichtigung typischer Detektor-Akzeptanzen (hier für den CELLO-Detektor gezeigt) im Detektor gemessen würden.

Meson	Nachweiskanal	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} / \Gamma_{\gamma\gamma}$	Experiment	Referenz
$f_2(1270)$	$\rightarrow \pi^0\pi^0$	$89^{+48}_{-28}\%$	Crystal Ball	[89]
	$\rightarrow \pi^0\pi^0$	$> 82\%(90\%c.l.)$	Crystal Ball	[90]
	$\rightarrow \pi^0\pi^0$	$> 87\%(95\%c.l.)$	JADE	[91]
	$\rightarrow \pi^+\pi^-$	$> 95\%(90\%c.l.)$	MARK-II	[86]
	$\rightarrow \pi^+\pi^-$	$> 83\%(90\%c.l.)$	TASSO	[87]
	$\rightarrow \pi^+\pi^-$	$> 88\%(90\%c.l.)$	DELCO	[82]
$a_2(1320)$	$\rightarrow \eta\pi^0$	$81\% \pm 22\%$	Crystal Ball	[20]
	$\rightarrow \rho^\pm\pi^\mp$	$62\% \pm 39\%$	PLUTO	[21]
	$\rightarrow \rho^0\pi^0$	$> 91.8\%(95\%c.l.)$	CELLO	[24]
$f_2'(1525)$	$\rightarrow K_S^0 K_S^0$	$> 40\%(95\%c.l.)$	PLUTO	[3]

Tabelle 2.4: Helizitätsmessungen an einigen Tensormesononen.

notwendig, da die gestrichelten Kurven in Abb. 2.5 den starken Helizitäts-Einfluß auf die zu erwartende Ereigniszählrate verdeutlichen. In bislang durchgeführte Zerfallswinkel-Analysen wurde durchweg die Helizität-2 - Dominanz bei der $\gamma\gamma$ - Tensormeson-Produktion festgestellt. Tabelle 2.4 gibt hierzu einen Überblick. Während bei der Helizitäts-Bestimmung des $a_2(1320)$ - Tensors durch CELLO problemlos ein sehr hartes Limit angegeben werden konnte, verkompliziert das in Abschnitt 7.7.1 angegebene, grundsätzliche Ambiguitätsproblem die Messung der Helizität des $f_2(1270)$ - Tensors in entscheidender Weise. Von vielen Experimentatoren wurde diese prinzipielle Unsicherheit unterschätzt und die Möglichkeit des Vorhandenseins zusätzlicher skalarer Anteile am Gesamtwirkungsquerschnitt ignoriert. Das sehr harte Heli-

zitäts-Limit von MARK-II [86] resultiert beispielsweise aus der Tatsache, daß der untersuchte, differentielle Wirkungsquerschnitt im $f_2(1270)$ - Massenbereich (siehe Abbildung 7.26) ohne skalaren Untergrund die beste Anpassung an $a_{2,0} \cdot |Y_{2,0}|^2 + a_{2,2} \cdot |Y_{2,2}|^2$ im unphysikalischen Bereich $a_{2,0} < 0$ besitzt. Aufgrunddessen variiert das χ^2 der Anpassung an der Schwelle zum physikalischen Bereich so stark, daß sich das harte Limit ergibt. Hätte MARK-II hingegen korrekterweise auch skalare Anteile am Wirkungsquerschnitt berücksichtigt, so wäre das erzielte Limit sehr viel schwächer ausgefallen.

Insgesamt jedoch bestätigen alle bisher vorgenommenen Helizitäts- Messungen der Tensoren die Ergebnisse theoretischer Überlegungen und Berechnungen. Bei einer sehr einfachen Betrachtung geht man davon aus, daß zwei Photonen ein Tensormeson bevorzugt im kleinstmöglichen relativen Bahndrehimpuls-Zustand erzeugen und bei höheren Werten von L eine Spinbarriere wirksam wird. Im Helizitätssystem des Tensormesons ist bei entgegengesetzten Photonhelizitäten $J_z = 2$ und ohne beteiligtem Bahndrehimpuls wird reiner Spin 2 erzeugt. Sind hingegen die Photonhelizitäten gleich, so ist $J_z = 0$ und ohne weiteren Bahndrehimpuls kann und wird neben Spin 2 auch Spin 1 und Spin 0 erzeugt. Der Anteil von Spin 2 beträgt jetzt nur noch $1/6 = 16.67\%$. Die Clebsch-Gordan Zerlegung des Zwei-Photon - Zustandes drückt dies formal aus:

$$\begin{aligned} \text{Helizität-0: } & \begin{pmatrix} 1 \\ +1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \oplus \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \oplus \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{Helizität-2: } & \begin{pmatrix} 1 \\ +1 \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 \\ +1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.70)$$

Der Faktor $1/6$ erscheint auch in VDM-Flavour-SU(3)-Vorhersagen [2]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} = \frac{1}{6} \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} \quad (2.71)$$

Nach anderen, auf dem Quark-Modell beruhenden Modellen [25,54] verschwindet der Helizität-0 - Anteil für reelle Photonen sogar vollständig.

Grassberger und Kögerler [27] leiten die Helizität 2-Dominanz aus der von ihnen aufgestellten Summenregel:

$$\int_{m_\pi^2}^{\infty} \frac{ds}{s^4} \sum_{J \geq 2} (2J + 1) \left(J(J + 1) \text{Im} f_{J_i=0}^J(s) + (J^2 + J - 7) \text{Im} f_{J_i=2}^J(s) \right) = 0 \quad (2.72)$$

ab. Hier ist $f_{J_i}^J$ die Partialwellen-Amplitude aus der Zerlegung der Helizitätsamplitude $W_{ab,cd}$. Die Imaginärteile der Partialwellen-Amplituden sind aufgrund von Unitarität für alle Werte von s positiv definit. Die Summenregel (2.72) entstammt einer Dispersionsrelation für elastische $\gamma\gamma$ - Streuung bei festem t . An die Helizitätsamplituden muß daher ein, wenn auch sehr schwaches, Konvergenzkriterium ($\lim_{s \rightarrow \infty} |W_{ab,cd}| < s^2$) gestellt werden.

Unter der Annahme, daß sich der totale Wirkungsquerschnitt ausschließlich aus s-Kanal-Resonanzen zusammensetzt, folgt entsprechend der Freund-Harari-Dualität [28,29] die Ungleichung:

$$\sum_T \frac{\Gamma_{T\gamma\gamma}^{(2)}}{m_T^7} \geq 6 \sum_T \frac{\Gamma_{T\gamma\gamma}^{(0)}}{m_T^7} + \underbrace{\sum_{J=4,6,\dots} A^J}_{\text{positive Terme}} \quad (2.73)$$

Hieraus schließt man, daß die Helizität-2 - Breiten insgesamt viel grösser sein müssen als die mit Helizität-0. Die starke Dämpfung mit der Masse impliziert, daß hauptsächlich die leichten Tensormesonen diese Ungleichung bestimmen. Unter der Annahme irgendeiner Vertex-Symmetrie der $T\gamma\gamma$ - Amplitude (z.B. SU(3)), folgt die Dominanz von Helizität-2 auch für die Tensormesonen einzeln.

2.3.5 Skalare Resonanzproduktion

Bevor Abschnitt 2.3 beendet wird, soll an dieser Stelle noch kurz auf die Beschreibung der Produktion skalarer Resonanzen ($J^{PC} = 0^{++}$) durch zwei Photonen eingegangen werden. Die auch für $J = 0$ gültigen Formeln für den totalen (2.59) und den differentiellen (2.69) Wirkungsquerschnitt wurden oben für den Spezialfall der Tensormeson-Produktion hergeleitet. Für den Fall der Produktion skalarer Resonanzen durch zwei quasi-reelle Photonen erhält man statt (2.44) [2]:

$$M_{++} = F_{TT0}(Q_1^2, Q_2^2) \quad (2.74)$$

$$M_{+-} = 0 \quad (2.75)$$

Ein Unterschied ist demnach das Fehlen eines zweiten Formfaktors. Aus (2.47) folgt:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 1/(32\pi m_S) \cdot (|M_{++}|^2 + |M_{--}|^2) \quad (2.76)$$

$$= 1/(16\pi m_S) \cdot F_{TT0}^2 \quad (2.77)$$

Beim anschließenden hadronischen Zerfall des Skalars in beispielsweise zwei Pseudoskalar (wie $\pi^+\pi^-$) wird die Zerfalls-Amplitude durch eine Konstante beschrieben [2]:

$$D_{0^{++} \rightarrow 0^{-+} 0^{-+}} = f \quad (2.78)$$

Entsprechend (2.25) und (2.66) ergibt sich:

$$\Gamma_S(W) \cdot BR(S \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{1}{2m_S} \int f^2 \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{k^*}{W} d\Omega = \frac{1}{8\pi m_S} f^2 \frac{k^*}{W} \quad (2.79)$$

Nach (2.52) ist der von Blatt und Weisskopf [14] vorgeschlagene Formfaktor für diesen Übergang konstant. Aus (2.20) mit (2.26) erhalten wir für den $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{TT} = \frac{1}{4\sqrt{X}} \frac{1}{2} F_{TT0}^2 \cdot \frac{2m\Gamma_S(W) \cdot BR(S \rightarrow f)}{(W^2 - m_S^2)^2 + m_S^2\Gamma_S^2(W)} \quad (2.80)$$

und weiter vereinfacht:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(W) = \sigma_{TT} = 8\pi \cdot \left(\frac{m_T}{W}\right)^2 \cdot \frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_S(W) \cdot BR(S \rightarrow \pi^+\pi^-)}{(W^2 - m_S^2)^2 + m_S^2\Gamma_S^2(W)} \quad (2.81)$$

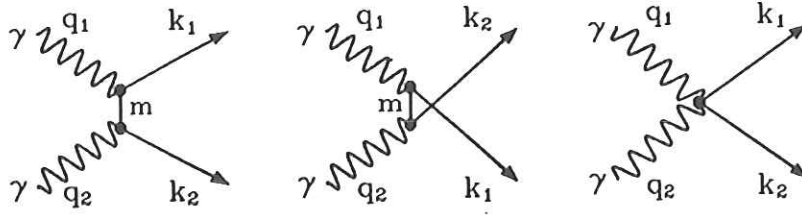
Wie behauptet ist diese Formel äquivalent zu (2.59).

2.4 Kontinuum - Erwartungen für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$

2.4.1 Die Ein-Pion-Austausch Born-Term - Amplituden

Amplituden, die einen Streu-Prozeß in niedrigster Ordnung beschreiben, werden allgemein als *Born-Terme* bezeichnet. Vernachlässigt man bei der Zwei-Photon - Produktion zweier

Spin-0 - Mesonen deren innere hadronische Struktur erlaubt somit einem Photon nur eine (punktförmige) Kopplung an die äußere Gesamtladung eines Mesons, so ergibt sich die Born-Term - Amplitude entsprechend nachfolgenden Feynman-Graphen:



$$T_{\mu\nu} = 4\pi\alpha \left\{ \frac{(2k_1 - q_1)_\mu (2k_2 - q_2)_\nu}{t - m^2} + \frac{(2k_2 - q_1)_\mu (2k_1 - q_2)_\nu}{u - m^2} + 2g_{\mu\nu} \right\} \quad (2.82)$$

Dabei sind t und u die bekannten Mandelstam Variablen: $s = (q_1 + q_2)^2$, $t = (q_1 - k_1)^2$ und $u = (q_1 - k_2)^2$. Im Falle der Pion-Paar - Erzeugung beschreiben die ersten beiden Feynman-Graphen den Ein-Pion-Austausch im s -Kanal und gleichbedeutend damit die Ein-Pion - Erzeugung, -Propagation und -Vernichtung im t - und u -Kanal. Der dritte Feynman-Graph ist ein sogenannter *Kontaktterm*. Er sorgt für Eichinvarianz der Gesamtamplitude und liefert einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag. Die Projektionen von $T_{\mu\nu}$ im Helizitäts-Basissystem (2.13) sind:

$$\begin{aligned} M_{++}^B &= 4\pi\alpha \left(\frac{\beta^2 W^2 \sin^2 \theta}{2(t - m_\pi^2)} + \frac{\beta^2 W^2 \sin^2 \theta}{2(u - m_\pi^2)} + 2 \right) \\ M_{+-}^B &= -2\pi\alpha e^{2i\varphi} \beta^2 \sin^2 \theta W^2 \left(\frac{1}{t - m_\pi^2} + \frac{1}{u - m_\pi^2} \right) \\ M_{00}^B &= 8\pi\alpha \sqrt{q_1^2 q_2^2} \left(\frac{q_1 q_2 - W^2 \beta^2 \cos^2 \theta}{(q_1 q_2)^2 - X \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \\ M_{+0}^B &= 4\sqrt{2}\alpha e^{i\varphi} W \sqrt{-q_2^2} \beta^2 \cos^2 \theta \left(\frac{q_1^2 + q_1 q_2}{(q_1 q_2)^2 - X \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \\ M_{0+}^B &= 4\sqrt{2}\alpha e^{-i\varphi} W \sqrt{-q_1^2} \beta^2 \cos^2 \theta \left(\frac{q_2^2 + q_1 q_2}{(q_1 q_2)^2 - X \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.83)$$

mit der Geschwindigkeit im Schwerpunktsystem $\beta = \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{W^2}}$ und entsprechend (2.63) festgelegten Winkeln θ und φ (Poppe [2] ist bei der Angabe der gleichen Helizitätsamplituden leider ein Schreibfehler unterlaufen. Sowohl Formel (2.2.2) als auch Formel (2.2.3) seiner Schrift sind nicht korrekt). Für den nachfolgend betrachteten Fall reeller Photonen gilt:

$$\begin{aligned} t &= m_\pi^2 - \frac{W^2}{2}(1 + \beta \cos \theta) \\ u &= m_\pi^2 - \frac{W^2}{2}(1 - \beta \cos \theta) \end{aligned} \quad (2.84)$$

und (2.83) vereinfacht sich zu:

$$\begin{aligned} M_{++}^B &= 8\pi\alpha \left(\frac{1 - \beta^2}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \\ M_{+-}^B &= 8\pi\alpha \left(\frac{\beta^2(1 - \cos^2 \theta)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \right) \end{aligned} \quad (2.85)$$

Nach (2.19) und (2.20) kann man hieraus den differentiellen Wirkungsquerschnitt konstruieren und erhält:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}(W, \cos \theta)}{d\Omega} = \frac{\alpha^2 \beta}{2W^2} \cdot \frac{(1 - \beta^2)^2 + \beta^4 \sin^4 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \quad (2.86)$$

Im t -Kanal liegt die Spinquantenzahl fest und ist gleich der des Pions, also $J = 0$. Im s -Kanal hat dies zur Folge, daß sich die Matrixelemente aus einer im Prinzip unendlichen Reihe von Partialwellen zusammensetzen. Wie gleich gezeigt wird, dominieren dabei glücklicherweise die niedrigsten Spin-Zustände. Während Partialwellen-Zerlegungen von Wirkungsquerschnitten (also Amplituden-Quadrate) in der Regel äußerst kompliziert sind, kann man auf Amplituden-Ebenen einfach die Orthonormalität der Kugelflächenfunktionen ausnutzen. Aufgrund von Rotationsinvarianz der Amplituden verschwinden alle Partialwellen mit $J = 1$ sowie $J_z \neq 0, \pm 2$. C- und G-Paritäts-Erhaltung in Zusammenhang mit Bose-Symmetrie erlauben darüberhinaus nur gerade Wellen¹⁴, so daß sich durch:

$$\begin{aligned} M_{++}^B &= r_{0,0} Y_{0,0} + r_{2,0} Y_{2,0} + \dots \\ M_{+-}^B &= r_{2,2} Y_{2,2} + r_{4,2} Y_{4,2} + \dots \end{aligned} \quad (2.87)$$

die Partialwellen-Zerlegung ergibt. Hier ist $r_{J,J_z} = \int Y_{J,J_z} M_{ab}^B \delta_{a-b}^{J_z} d\Omega$. Der Wirkungsquerschnitt einer Partialwelle ist:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(J, J_z) = \frac{\beta}{128\pi^2 W^2} |r_{J,J_z}|^2 \quad (2.88)$$

und die Zerlegung von (2.85) liefert:

$$\begin{aligned} r_{0,0} &= 4\pi\alpha\sqrt{4\pi} \frac{1 - \beta^2}{\beta} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) \\ r_{2,0} &= 4\pi\alpha\sqrt{5\pi} (1 - \beta^2) \left\{ \frac{3 - \beta^2}{\beta^3} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) - \frac{6}{\beta^2} \right\} \\ r_{2,2} &= 4\pi\alpha\sqrt{15\pi/2} \left\{ \frac{(1 - \beta^2)^2}{\beta^3} \ln \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right) + \frac{10}{3} - \frac{2}{\beta^2} \right\} \end{aligned} \quad (2.89)$$

In Abbildung 2.6 ist für die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ der Born-Term - Wirkungsquerschnitt und dessen Partialwellen - Komposition dargestellt. In der Nähe der kinematischen Schwelle ($W = 2m_\pi$) dominiert der S -Wellen - Anteil. Ab $W \simeq 0.5 \text{ GeV}$ wird dieser gegenüber der D -Welle mit Helizität-2 ($\equiv D_2$) vernachlässigbar. Die D -Welle mit Helizität-0 ($\equiv D_0$) ist im gesamten Energiebereich sehr klein. Wie man sieht, setzt sich der Wirkungsquerschnitt hauptsächlich aus diesen drei niedrigsten Wellen zusammen. Da die Beiträge höherer Wellen in dieser Analyse aber auch berücksichtigt werden sollen, definieren wir *Rest-Born - Amplituden* durch:

$$\begin{aligned} M_{++}^{RB} &= M_{++}^B - r_{0,0} Y_{0,0} - r_{2,0} Y_{2,0} \\ M_{+-}^{RB} &= M_{+-}^B - r_{2,2} Y_{2,2} \end{aligned} \quad (2.90)$$

Die hieraus resultierenden Wirkungsquerschnitte zeigt die innere Graphik von Abb. 2.6.

¹⁴Für Pion-Paar - Erzeugung aus $\gamma\gamma \rightarrow 0^-0^-$ gilt: die Parität ist $P = (-1)^L$; die C-Parität ist die des Photonsystems, also $C = +1$; die G-Parität $G = C \cdot (-1)^J$ zweier Pionen ist positiv, also $L=0,2,\dots$; durch Bose-Symmetrie muß: $\Psi_{\pi\pi} = \Psi_{I_{30}} \cdot \Psi_{Spin} = (-1)^{J+L}$ symmetrisch sein, woraus schließlich $L = 0, 2, 4, \dots$ folgt.

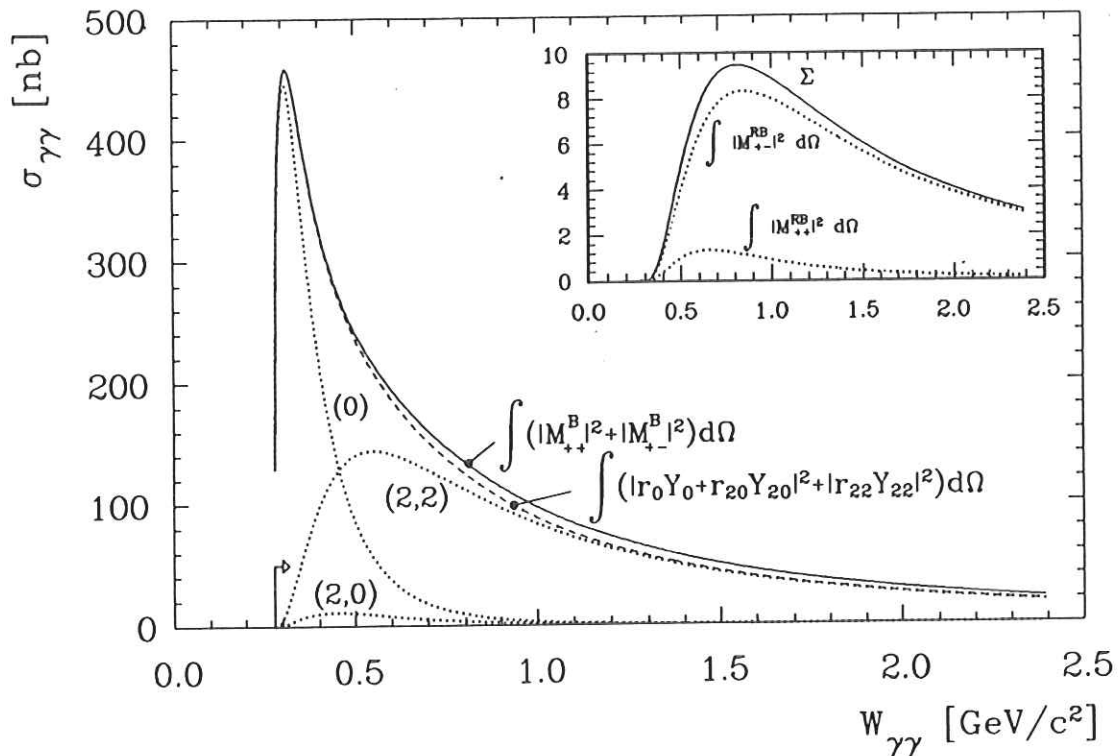


Abbildung 2.6: Partialwellen-Zerlegungen (J, J_z) des Born-Term - Wirkungsquerschnittes für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$. Die innere Graphik zeigt die Beiträge höherer Partialwellen ($J > 2$).

2.4.2 QCD - Kontinuum bei höheren Energien

Kleine Photonenergien bedeuten große Wellenlängen und damit geringe Fähigkeiten des Photons, die innere Ladungs-Struktur von beispielsweise Pionen aufzulösen. Die daher eher stattfindende *punktförmige* Kopplung an die Pion-Gesamtladung rechtfertigt die Beschreibung der Kontinuumproduktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ durch Born-Term - Amplituden im Niederenergie - Bereich. Nach einem in Abschnitt 7.3.2 zu behandelnden Nieder-Energie - Theorem von Low [30], muß sogar jeder vernünftige Ansatz von Kontinuum-Amplituden im Grenzfall $s \rightarrow 0$ in die Born-Term - Amplituden übergehen.

Bei höheren Energien hingegen beginnen die energiereicheren Photonen die innere Struktur der Pionen aufzulösen und koppeln statt an die Gesamtladung des Hadrons nunmehr an dessen geladene Partonen, also Quarks. Neben der rein elektromagnetischen Kopplung spielen jetzt auch Prozesse der starken Wechselwirkung eine Rolle. Von Brodsky und Lepage [33] wurden daher im Rahmen der Quanten-Chromodynamik (QCD) Kontinuums-Berechnungen durchgeführt, von denen die wesentlichen Aspekte jetzt nachvollzogen werden sollen. Wie in Abbildung [2.7(a)] angedeutet, kann man sich bei hohen Energien die Helizitäts-Amplitude des Prozesses $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ aus zwei Anteilen zusammengesetzt denken: (1) einer Parton-Verteilungsfunktion $\phi_\pi(x, Q)$ für jedes Pion als die Wahrscheinlichkeits-Amplitude für kollineare Valenz-Quarks mit den Anteilen x am Pionimpuls (die Kollinearität soll bis $k_\perp \simeq Q$ gelten); und (2) einer hadronischen Streuamplitude T_H zur Beschreibung der Streuung kollinear Partonenbündel zweier Pionen. Brodsky und Lepage geben daher für die Helizitätsamplituden an:

$$M_{ab}^{BL}(s, \theta_{c.m.}) = \int_0^1 dx dy \phi_\pi^*(x, Q_x) \phi_\pi^*(y, Q_y) \cdot T_{ab}(x, y; s, \theta_{c.m.}) \quad (2.91)$$

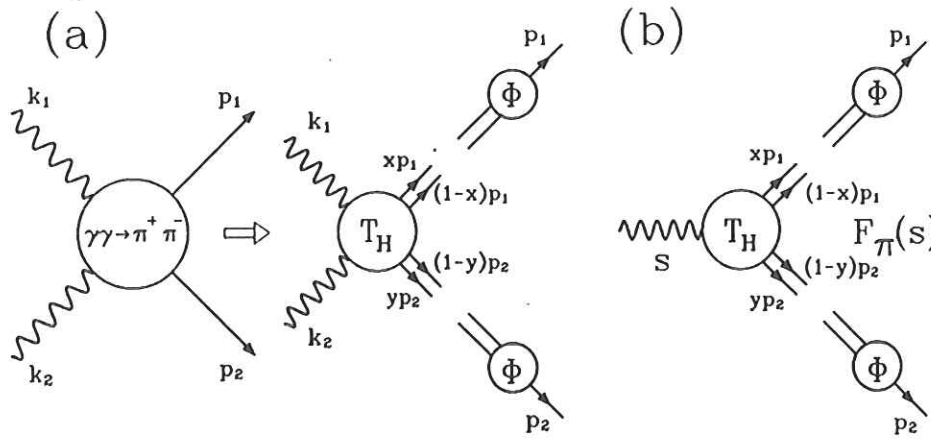


Abbildung 2.7: (a) Feynman-Diagramm zur faktorisierten Struktur von $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ bei höheren Energien. (b) Feynman-Diagramm zum elektromagnetischen Formfaktor des Pions.

mit $Q_x \simeq \min(x, 1-x)\sqrt{s}|\sin\theta_{c.m.}|$ und Q_y entsprechend. Aus mehr als 40 Feynman-Diagrammen setzt sich in niedrigster Ordnung in α_s die hadronischen Amplitude T_H zusammen. Als Ergebnis dieser sehr aufwendigen Berechnungen erhalten Brodsky und Lepage:

$$\left. \begin{aligned} T_{++} \\ T_{--} \end{aligned} \right\} = \frac{16\pi\alpha_s}{3s} \cdot \frac{32\pi\alpha}{x(1-x)y(1-y)} \cdot \left[\frac{(e_1 - e_2)^2 a}{1 - \cos^2 \theta_{c.m.}} \right]$$

$$\left. \begin{aligned} T_{+-} \\ T_{-+} \end{aligned} \right\} = \frac{16\pi\alpha_s}{3s} \cdot \frac{32\pi\alpha}{x(1-x)y(1-y)} \cdot \left[\frac{(e_1 - e_2)^2(1-a)}{1 - \cos^2 \theta_{c.m.}} + \frac{e_1 e_2 a [y(1-y) + x(1-x)]}{a^2 - b^2 \cos^2 \theta_{c.m.}} + \frac{(e_1^2 - e_2^2)(x-y)}{2} \right] \quad (2.92)$$

mit $a = (1-x)(1-y) + xy$ und $b = (1-x)(1-y) - xy$. Die Quarkladungen e_1 und e_2 tragen Vorzeichen, weshalb sich die Ladung des Pions beispielsweise aus $\pm(e_1 - e_2)$ ergibt. Ein wesentlicher und die weiteren Berechnungen stark vereinfachender Punkt ist nun, daß nach Einsetzen von (2.92) in Formel (2.91) Teile des Integranden zum elektromagnetischen Formfaktor des Pions äquivalent sind und deshalb durch ihn ersetzt werden können. Abbildung 2.7 veranschaulicht die Ähnlichkeit der relevanten Feynman-Graphen. Die Berechnung des Formfaktors in Abb. [2.7(b)] führt unter der Annahme $\phi_\pi(x, Q) = \phi_\pi(1-x, Q)$ zu:

$$F_\pi(s) = \frac{16\pi\alpha_s}{3s} \int_0^1 dx dy \frac{\phi_\pi^*(x, Q_x) \phi_\pi^*(y, Q_y)}{x(1-x)y(1-y)} \quad (2.93)$$

Nach der erwähnten Substitution vereinfachen sich die die Helizitätsamplituden wie folgt:

$$\left. \begin{aligned} M_{++}^{BL} \\ M_{--}^{BL} \end{aligned} \right\} = 16\pi\alpha F_\pi(s) \left[\frac{\langle (e_1 - e_2)^2 \rangle}{1 - \cos^2 \theta_{c.m.}} \right] \quad (2.94)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{+-}^{BL} \\ M_{-+}^{BL} \end{aligned} \right\} = 16\pi\alpha F_\pi(s) \left[\frac{\langle (e_1 - e_2)^2 \rangle}{1 - \cos^2 \theta_{c.m.}} + 2\langle e_1 e_2 \rangle g[\theta_{c.m.}; \phi_\pi] \right]$$

Im Falle geladener Pionen ist $\langle (e_1 - e_2)^2 \rangle = 1$ und $\langle e_1 e_2 \rangle = -2/9$. Für die in [33] definierte Funktion $g[\theta_{c.m.}; \phi_\pi]$ zeigen Brodsky und Lepage, daß die Wahl der Parametrisierung von ϕ_π

2.4. Kontinuum - Erwartungen für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$

einen nur sehr geringen Einfluß auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta_{c.m.}} = \frac{s}{2} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{32\pi s} \frac{1}{4} \sum_{ab} |M_{ab}^{BL}|^2 \quad (2.95)$$

hat. Mit der Näherung:

$$F_\pi(s) \simeq \frac{0.4 \text{ GeV}^2}{s} \quad (2.96)$$

folgen schließlich die in Abbildung 2.8 gezeigten Wirkungsquerschnitte. Die wesentlichen

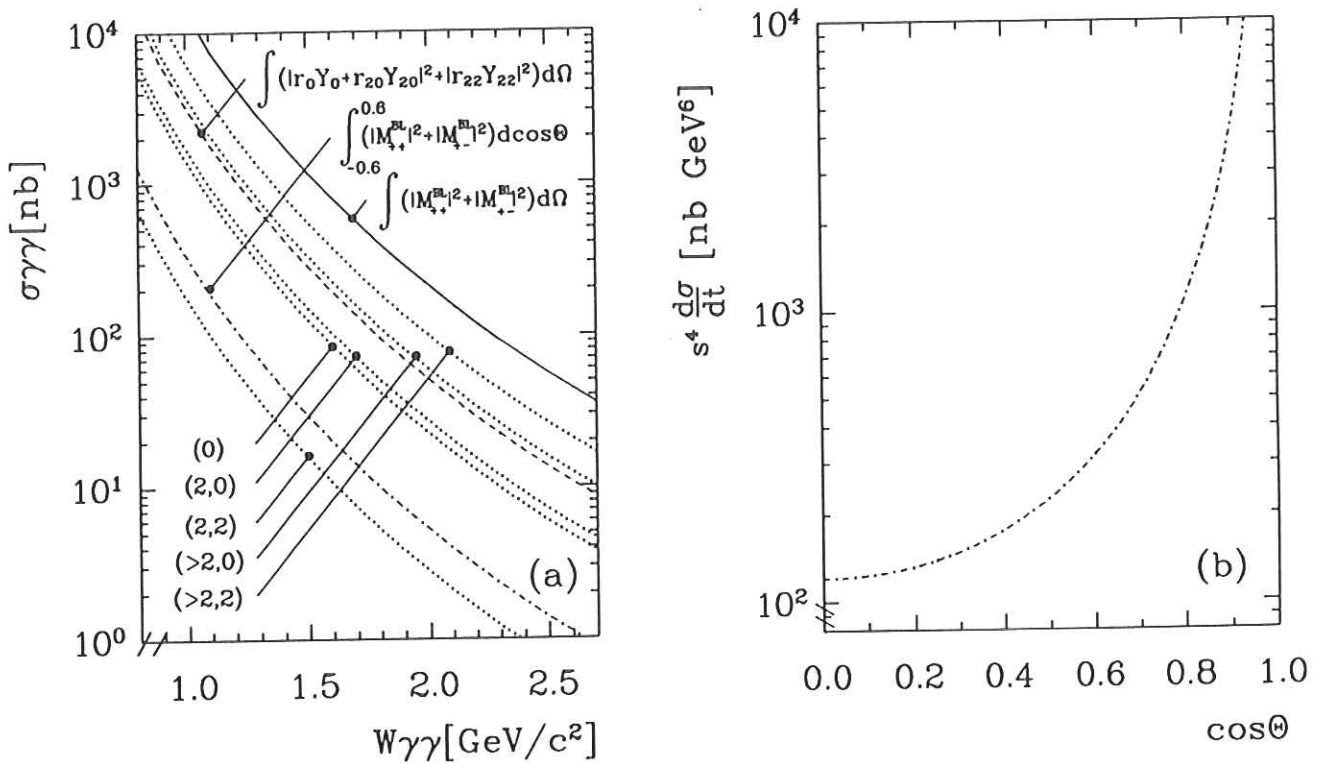


Abbildung 2.8: (a) Partialwellen-Zerlegung (J, J_z) der QCD-Vorhersage von Brodsky & Lepage für den Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$. Die Integrale stehen symbolisch für: (Oben) der Beitrag der niedrigsten Wellen, (Mitte) der totale Wirkungsquerschnitt im typischen Akzeptanzbereich, (Unten) der totale Wirkungsquerschnitt im vollen Akzeptanzbereich. (b) Differentielle Winkelverteilung nach Brodsky & Lepage für den Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$.

Merkmale dieser Wirkungsquerschnitte sind:

- der totale Wirkungsquerschnitt faktorisiert in der angegebenen Näherung in einen winkelabhängigen und einen energieabhängigen Term,
- der energieabhängige Term fällt mit steigender Schwerpunktsenergie sehr schnell ab ($\propto W^{-6}$),
- der winkelabhängige Term steigt für kleiner werdende Polarwinkel $\theta_{c.m.}$ sehr schnell an und spiegelt damit das zum Born-Term unterschiedliche Verhalten bei Photon-Kopplungen an Spin- $\frac{1}{2}$ -Partonen (Quarks) wider. Eine begrenzte Detektorakzeptanz bezüglich $\cos\theta$ [siehe Abb. 2.5] hat daher einen sehr großen Einfluß auf die Vorhersage,
- die Partialwellenzerlegung (und auch die Winkelverteilung) zeigt, daß sich der Wirkungsquerschnitt hauptsächlich aus Wellen mit großen Spins zusammensetzt.

2.5 Vorhersagen aus dem Quarkmodell der Mesonen

Nach dem Quarkmodell kann die in Tabelle 2.5 angegebene Standard-Klassifizierung vieler

J^{PC}	$^{2S+1}L_J$	$u\bar{u}, d\bar{d}, u\bar{d}$ $I = 1$	$u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$ $I = 0$	$s\bar{u}, s\bar{d}$ $I = \pm \frac{1}{2}$
0^{-+}	1S_0	π	η, η'	K
1^{--}	3S_1	ρ	ϕ, ω	$K^*(892)$
1^{+-}	1P_1	$b_1(1235)$	$h_1(1170)$	K_{1B}
0^{++}	3P_0	$a_0(980)$	$f_0(975), f_0(1400)$	$K_0^*(1430)$
1^{++}	3P_1	$a_1(1270)$	$f_1(1285), f_1(1420)$	K_{1A}
2^{++}	3P_2	$a_2(1320)$	$f_2(1270), f_2'(1525)$	$K_2^*(1430)$
2^{-+}	1D_2	$\pi_2(1670)$		
1^{--}	3D_1			
2^{--}	3D_2			$K_2(1770)$
3^{--}	3D_3	$\rho_3(1690)$	$\omega_3(1670)$	$K_3^*(1780)$

Tabelle 2.5: Klassifizierung bekannter Resonanzen durch das Quarkmodell (nach [18]).

der bekannten Mesonen in bestimmte Flavour-Kombinationen von Quark und Antiquark vorgenommen werden [18]. Kombinationen von und mit den im Vergleich zu $u d s$ sehr viel schwereren Quarks $c b (t)$ werden im folgenden nicht beachtet. In Zwei-Photon - Reaktionen ist die exklusive Produktion von Mesonen mit Charme oder Bottom, aufgrund ihrer großen Massen, sowieso unterdrückt. In allgemeinsten Form können die Flavour-Wellenfunktionen der leichten Mesonen aus dem Produkt:

$$|\text{Meson}\rangle_{\text{flavour}} = (|\bar{u}\rangle, |\bar{d}\rangle, |\bar{s}\rangle) V \begin{pmatrix} |u\rangle \\ |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

gebildet werden. Für V gibt man dazu eine entsprechende reelle 3×3 -Matrix vor. Unter der Annahme, daß die $SU(3)_{\text{flavour}}$ -Symmetrie nicht gebrochen ist, existieren Zustandstransformationen, die den Übergang von einer Mesonwellenfunktion in eine andere beschreiben. Diese Zustandstransformation vermitteln in der $SU(3)$ -Darstellung 3×3 -Matrizen, von denen die Einheits-Matrix die *triviale Darstellung* (ein Zustand) und die acht Gell-Mann Matrizen λ_a [18] die dreidimensionale *Fundamentaldarstellung* (acht Zustände) bedeuten. Ist f_1 der sich aus der trivialen Darstellung ($V \equiv 1/\sqrt{3}$) in (2.97) ergebende Singulett-Zustand, so erzeugen aus ihm die in Tabelle 2.6 angegebenen λ_a -Kombinationen die acht Oktett-Zustände (die λ_a -Kombinationen sind also Auf- und Absteigeoperatoren). Die so konstruierten Wellenfunktionen gelten natürlich für alle Nonetts und sind in der linken Spalte von Tabelle 2.6 nur stellvertretend den Zuständen des 2^{++} -Nonetts zugeordnet.

f_1	$V \equiv V_1 = 1/\sqrt{3}$	\rightarrow	$(u\bar{u}\rangle + d\bar{d}\rangle + s\bar{s}\rangle)/\sqrt{3}$
f_8	$V = 1/\sqrt{6} \lambda_8 V_1$	\rightarrow	$(u\bar{u}\rangle + d\bar{d}\rangle - 2 s\bar{s}\rangle)/\sqrt{6}$
a_2^0	$V = i/\sqrt{2} \lambda_3 V_1$	\rightarrow	$(d\bar{d}\rangle - u\bar{u}\rangle)/\sqrt{2}$
a_2^+	$V = \frac{1}{2} (\lambda_1 - i\lambda_2) V_1$	\rightarrow	$ u\bar{d}\rangle$
a_2^-	$V = -\frac{1}{2} (\lambda_1 + i\lambda_2) V_1$	\rightarrow	$- d\bar{u}\rangle$
K_2^{*+}	$V = \frac{1}{2} (\lambda_4 - i\lambda_5) V_1$	\rightarrow	$ u\bar{s}\rangle$
K_2^{*-}	$V = -\frac{1}{2} (\lambda_4 + i\lambda_5) V_1$	\rightarrow	$- s\bar{u}\rangle$
K_2^{*0}	$V = \frac{1}{2} (\lambda_6 - i\lambda_7) V_1$	\rightarrow	$ d\bar{s}\rangle$
\bar{K}_2^{*0}	$V = \frac{1}{2} (\lambda_6 + i\lambda_7) V_1$	\rightarrow	$ s\bar{d}\rangle$

Tabelle 2.6: Die Flavour-Wellenfunktionen des 2^{++} -Nonetts. Die Phasenkonvention ist von Close [34] übernommen.

2.5.1 Das 2^{++} - Nonett

Die physikalischen Zustände des 2^{++} - Nonetts sind nach Tabelle 2.5: $a_2(1320)$, $f_2(1270)$, $f_2'(1525)$ und $K_2^*(1430)$. Die Zustände $f_2(1270)$ und $f_2'(1525)$ entstehen durch Oktett-Singulett Mischung von f_1 und f_8 . Hierzu wird auf den nachfolgenden Abschnitt verwiesen. Die Zuordnung von Isospin und Strangeness erfolgt im 2^{++} - Nonett entsprechend der Flavour-Zusammensetzungen [siehe Tabellen 2.5 und 2.6] und führt zu der in Abbildung 2.9 gezeigten Darstellung.

2.5.2 SU(3) Oktett-Singulett- Mischung

Nach Tabelle 2.6 sind die neutralen Flavour-Wellenfunktionen der Mesonen (in der Schreibweise $|SU(3) - \text{Repräsentation}, \text{Isospin}\rangle$):

$$\begin{aligned}
 |1, 1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \\
 |8, 1\rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 2 \cdot |s\bar{s}\rangle) \\
 |8, 3\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|d\bar{d}\rangle - |u\bar{u}\rangle)
 \end{aligned} \tag{2.98}$$

Die physikalischen Massen der Mesonen setzen sich in einem nichtrelativistischen, additiven Quarkmodell aus den Ruhemassen-Quadraten der Quarks m_q^2 sowie deren gegenseitige Bindungsenergie V zusammen. In diesem einfachen Ansatz gilt:

$$m_M^2 = m_q^2 + m_{\bar{q}}^2 + V \tag{2.99}$$

Ist nun V für alle Oktett-Zustände gleich, so sind auch deren Ortswellenfunktionen gleich und es liegt $SU(3)$ -Symmetrie vor. Auch in diesem Fall ist der Singulett-Zustand noch nicht festgelegt und V_1 und V_8 können unterschiedlich sein. Sind sie jedoch gleich, so spricht man von *Nonett-Symmetrie*. Gelte reine $SU(3)$ -Symmetrie in der Natur, so wären zum Beispiel die Massen der Mitglieder einer Nonett-Familie gleich. Daß dies nicht exakt der Fall ist,

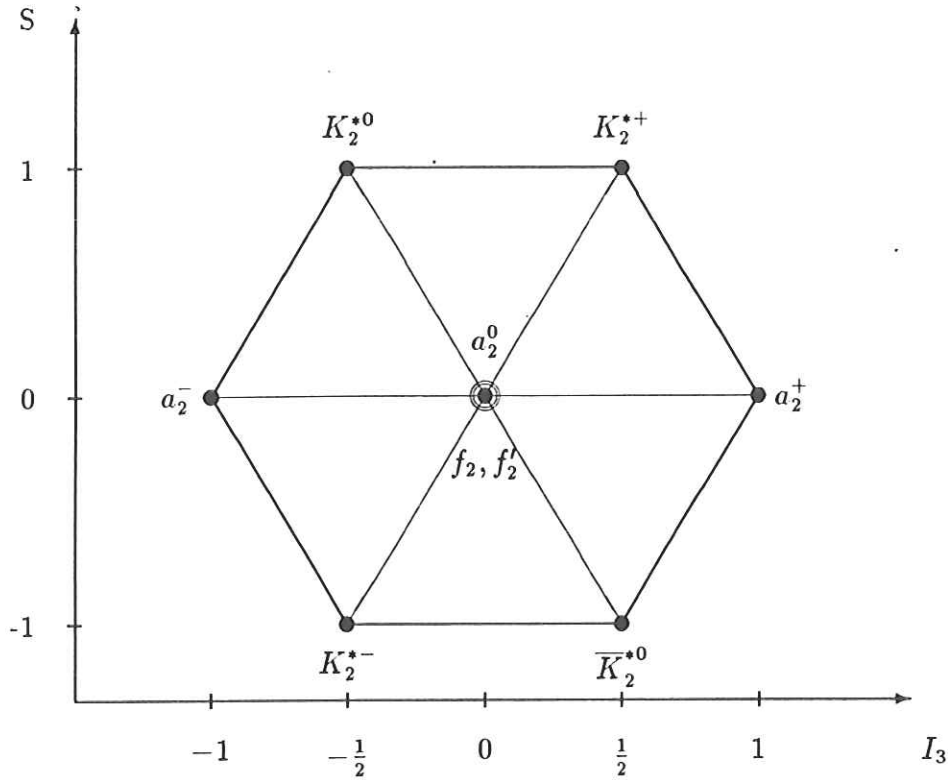


Abbildung 2.9: Isospinaufteilung und Strangeness im 2^{++} -Nonett.

deutet darauf hin, daß $SU(3)$ gebrochen ist. Diese Brechung wird unter anderem auf den Massenunterschied zwischen den Strange- und den Nicht-Strange - Quarks zurückgeführt. Die $SU(3)$ -Repräsentation ist daher keine erhaltene Quantenzahl (Isospin dagegen ist weiter erhalten), und die Zustände $|1, 1\rangle$ und $|8, 1\rangle$ können mischen. Zur Quantifizierung dieser Mischung wird der Mischungswinkel Θ_T eingeführt und die physikalischen Zustände durch:

$$\begin{aligned} f_2(1270) &= f_1 \cdot \cos \Theta_T + f_8 \cdot \sin \Theta_T \\ f_2'(1525) &= -f_1 \cdot \sin \Theta_T + f_8 \cdot \cos \Theta_T \end{aligned} \quad (2.100)$$

definiert. Bezüglich Formel (2.97) sind die erzeugenden Matrizen:

$$V_{f_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \cos \Theta_T + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \Theta_T & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Theta_T + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \Theta_T & 0 \\ 0 & 0 & \cos \Theta_T - \sqrt{2} \sin \Theta_T \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

$$V_{f_2'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \Theta_T - \sin \Theta_T & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \Theta_T - \sin \Theta_T & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{2} \cos \Theta_T - \sin \Theta_T \end{pmatrix} \quad (2.102)$$

Die so definierten Mischzustände können die Massen-Quadrat-Matrix diagonalisieren, wodurch der Mischungswinkel Θ_T festgelegt wird [18]:

$$M^2 = \begin{pmatrix} M_{11}^2 & M_{18}^2 \\ M_{18}^2 & M_{88}^2 \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

$$M'^2 = \begin{pmatrix} m_{f_2'}^2 & 0 \\ 0 & m_{f_2}^2 \end{pmatrix} = RM^2R^T \quad \text{mit } R = \begin{pmatrix} \cos \Theta_T & \sin \Theta_T \\ -\sin \Theta_T & \cos \Theta_T \end{pmatrix}$$

Unterscheidet man jetzt zwischen *strange*- und *nicht-strange*- Quarkmassen (Indizes: s und ns), so folgt für die Mesonmassen nach (2.98) und (2.99):

$$\begin{aligned} m_{f_1}^2 &= \frac{4}{3}m_{ns}^2 + \frac{2}{3}m_s^2 + V_1 \\ m_{f_8}^2 &= \frac{2}{3}m_{ns}^2 + \frac{4}{3}m_s^2 + V_8 \\ m_{a_2}^2 &= 2m_{ns}^2 + V_8 \\ m_{K_2^*}^2 &= m_{ns}^2 + m_s^2 + V_8 \end{aligned} \quad (2.104)$$

Hieraus läßt sich die Gell-Mann- Okubo- Massenformel [35]:

$$m_{f_8}^2 = \frac{1}{3}(4m_{K_2^*}^2 - m_{a_2}^2) \quad (2.105)$$

ableiten. Es ist nun $m_{f_8}^2$ gleichzeitig das Matrixelement M_{88}^2 in Formel (2.103), und die Lösung von (2.103) lautet:

$$m_{f_2(1270)}^2 + m_{f_2'(1525)}^2 = m_{f_8}^2 + m_{f_1}^2 \quad (2.106)$$

$$\tan^2 \Theta_T = \frac{M_{88}^2 - m_{f_2'(1525)}^2}{m_{f_2(1270)}^2 - M_{88}^2} \quad (2.107)$$

Im Falle von Nonett- Symmetrie ($V_1 = V_8$) muß ferner gelten:

$$m_{f_2(1270)}^2 + m_{f_2'(1525)}^2 = 2m_{K_2^*(1430)}^2 \quad (2.108)$$

Das Vorzeichen von Θ_T hat ebenfalls im Quarkmodell eine Bedeutung. Wird die Mischung hauptsächlich durch die große Masse des Strange- Quarks hervorgerufen, dann ist nach:

$$M_{18}^2 = \langle \mathbf{8}, \mathbf{1} | \mathcal{H} | \mathbf{1}, \mathbf{1} \rangle = \frac{2}{3\sqrt{2}} \cdot (m_{ns}^2 - m_s^2) \quad (2.109)$$

das Matrixelement M_{18}^2 negativ. Nach:

$$\tan \Theta_T = \frac{M_{88}^2 - m_{f_2'(1525)}^2}{M_{18}^2} \quad (2.110)$$

folgt daraus ein negativer Mischungswinkel.

Perfekte Mischung liegt vor, wenn strange und nichtstrange Quarks mit gleicher Häufigkeit vorkommen. Dieser Fall bei einem Mischungswinkel von $\approx -10^\circ$ realisiert. Bei den Pseudoskalaren wird dieser näherungsweise ($\simeq -20^\circ$) gemessen. Hier ist die Nonett-Symmetrie also stark verletzt.

Ideale Mischung bedeutet, daß einer der Zustände rein $|s\bar{s}\rangle$ ist und der andere $1/\sqrt{2}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle)$. Dieser Fall tritt bei $\tan \Theta_T^{ideal} = 1/\sqrt{2}$; $\Theta_T^{ideal} \approx 35.26^\circ$ auf und kennzeichnet die Entkopplung des s-Quark-Sektors von den leichteren Quarks, ähnlich wie die der schweren Quarks c und b von u d s. Die Vektormesonen- und Tensormesonen- Nonetts scheinen ideal gemischt zu sein, da die Gell-Mann-Okubo - Massenformel einen Mischungswinkel zwischen 26° (lineare Massenabhängigkeit) und 32° (quadratische Massenabhängigkeit)¹⁵ angibt.

¹⁵Der von der Particle-Data-Group [18] berechnete Wert von 28° ist nicht korrekt [36].

2.5.3 Strahlungszерfälle und Quarkstruktur

Die Kopplung zweier Photonen an ein Meson wird in "Current-Algebra" - Modellen durch die Kopplung der Photonen an die interne Konstituenten-Quark - Schleife beschrieben. Nach dem Feynman-Diagramm in Abbildung 2.10 ist die radiative Breite proportional zur vierten Potenz der Quarkladung e_q . Sie kann daher Hinweise über die Flavour-Struktur eines Mesons geben und läßt darüberhinaus die Messung von Oktett- Singulett- Mischungswinkeln zu. Mit

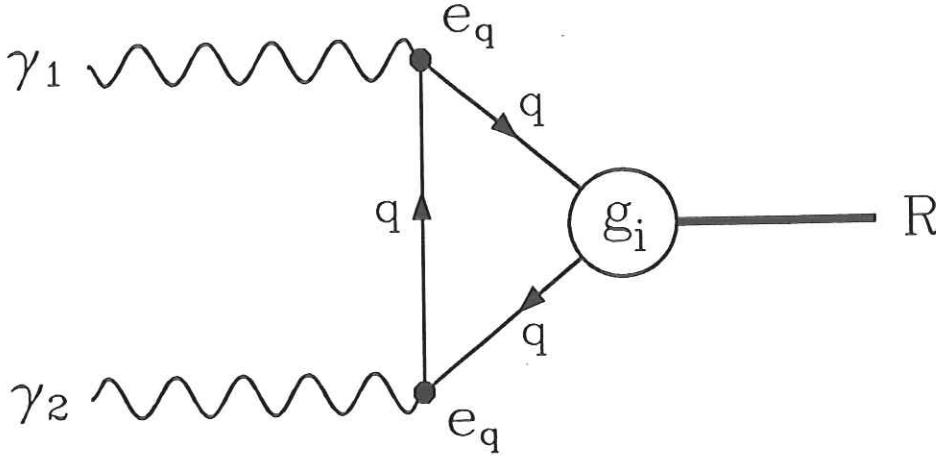


Abbildung 2.10: Zwei-Photon - Kopplung über eine Konstituenten-Quark Schleife an eine Meson-Resonanz nach dem *current-algebra*-Modell.

den Quarkladungen $q_u = 2/3$, $q_d = q_s = -1/3$ ergeben sich zunächst die wichtigen Bra-cket - Relationen:

$$\frac{\langle \gamma\gamma | u\bar{u} \rangle}{4} = \frac{\langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle}{1} = \frac{\langle \gamma\gamma | s\bar{s} \rangle}{1} \quad (2.111)$$

Durch Abbildung 2.10 ebenfalls angedeutet, parametrisiert eine PCAC- Zerfallskonstante g_i die Kopplung der Quark-Schleife an den Meson-Zustand. Der Index i gibt dabei den SU(3)-Zustand ($|1, 1\rangle$, $|8, 1\rangle$, $|8, 3\rangle$) an. Anschaulich drückt diese Zerfallskonstante die Wahrscheinlichkeit dafür aus, daß sich die beiden Quarks in einem Zustand befinden, in dem sie sich gegenseitig vernichten können. Für aus Potentialmodellen abgeleitete Wellenfunktionen heißt das im Falle von S-Wellen - Mesonen (0^{-+}), daß ihr Absolutquadrat am Ursprung ungleich Null sein muß und sie dadurch dem Quark und Antiquark den Aufenthalt am gleichen Ort gestattet. In P-Wellen - Mesonen (0^{++} , 2^{++}) können die Quarks nur unter Berücksichtigung relativistischer Korrekturen annihilieren. Solche Korrekturen sind proportional zum Quadrat der Ableitung der Wellenfunktion am Ursprung.

Durch SU(3)- Symmetrie werden die Zerfallskonstanten der Oktettzustände eines Nonetts miteinander verknüpft:

$$g_{|8,3\rangle} = g_{|8,1\rangle} \equiv g_8 \quad (2.112)$$

Bei Nonett-Symmetrie gelte darüberhinaus sogar:

$$g_1 \equiv g_{|1,1\rangle} = g_{|8,3\rangle} = g_{|8,1\rangle} \equiv g_8 \quad (2.113)$$

Ein Maß für die Verletzung der Nonett-Symmetrie ist daher das Verhältnis der Oktett- Singulett - Zerfallskonstanten:

$$r = \frac{g_8}{g_1} \quad (2.114)$$

Der Parameter r und damit auch seine Abweichung vom Nonett-Symmetrie-Wert $r = 1$ kann experimentell bestimmt werden. Unter Ausnutzung von (2.111) folgt mit (2.100):

$$\begin{aligned}
 \langle \gamma\gamma | \mathbf{8}, \mathbf{3} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle - \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - 4) \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle = -\frac{3}{\sqrt{2}} \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle \\
 \langle \gamma\gamma | \mathbf{8}, \mathbf{1} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{6}} (\langle \gamma\gamma | u\bar{u} \rangle + \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle - 2\langle \gamma\gamma | s\bar{s} \rangle) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{6}} (4 + 1 - 2) \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle = \frac{3}{\sqrt{6}} \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle \\
 \langle \gamma\gamma | \mathbf{1}, \mathbf{1} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\langle \gamma\gamma | u\bar{u} \rangle + \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle + \langle \gamma\gamma | s\bar{s} \rangle) \\
 &= \frac{1}{\sqrt{3}} (4 + 1 + 1) \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle = \frac{6}{\sqrt{3}} \langle \gamma\gamma | d\bar{d} \rangle
 \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich unmittelbar die Relationen:

$$\frac{\langle \gamma\gamma | \mathbf{8}, \mathbf{3} \rangle}{-\sqrt{3}} = \frac{\langle \gamma\gamma | \mathbf{8}, \mathbf{1} \rangle}{1} = \frac{\langle \gamma\gamma | \mathbf{1}, \mathbf{1} \rangle}{2\sqrt{2}} \quad (2.115)$$

und für die Kopplung an die Nonett-Zustände:

$$\frac{\langle \gamma\gamma | a_2^0 \rangle}{-\sqrt{3}} = \frac{\langle \gamma\gamma | f_8 \rangle}{1} = \frac{\langle \gamma\gamma | f_1 \rangle}{2\sqrt{2} \cdot r} \quad (2.116)$$

Die Verhältnisse der $\gamma\gamma$ -Kopplungen an die physikalischen Zustände des Tensormeson-Nonetts (s. Def. (2.100)) definieren jetzt die folgenden wichtigen Parameter:

$$\mathcal{R}_1 = \left| \frac{\langle \gamma\gamma | f_2' \rangle}{\langle \gamma\gamma | f_2 \rangle} \right|^2 = \left(\frac{\cos \Theta_T - 2\sqrt{2}r \sin \Theta_T}{\sin \Theta_T + 2\sqrt{2}r \cos \Theta_T} \right)^2 \quad (2.117)$$

$$\mathcal{R}_2 = \left| \frac{\langle \gamma\gamma | f_2 \rangle}{\langle \gamma\gamma | a_2 \rangle} \right|^2 = \left(\frac{\sin \Theta_T + 2\sqrt{2}r \cos \Theta_T}{\sqrt{3}} \right)^2 \quad (2.118)$$

\mathcal{R}_1 und \mathcal{R}_2 lassen sich, wie in Abschnitt 2.5.4 gezeigt wird, aus gemessenen $\gamma\gamma$ -Kopplungskonstanten berechnen. Durch Auflösen des Gleichungssystems (2.117) und (2.118) nach r und Θ_T ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 r &= \pm \sqrt{(3\mathcal{R}_2(1 + \mathcal{R}_1) - 1)/8} \\
 \theta_T &= \frac{1}{2} \arccos(-P/2 \pm \sqrt{P^2/4 - Q}) \\
 \text{mit} & \\
 P &= -\frac{6\mathcal{R}_2(1 - \mathcal{R}_1)(3\mathcal{R}_2(1 + \mathcal{R}_1) - 2)}{(3\mathcal{R}_2(1 + \mathcal{R}_1))^2} \\
 Q &= \frac{9\mathcal{R}_2^2(1 - \mathcal{R}_1)^2 - 12\mathcal{R}_2(1 + \mathcal{R}_1) + 4}{(3\mathcal{R}_2(1 + \mathcal{R}_1))^2}
 \end{aligned} \quad (2.119)$$

Für r und für Θ_T existieren jeweils zwei Lösungen. Angegeben werden jedoch in der Regel nur die Werte, die $r = 1$ und dem Θ_T -Winkel aus der Massenformel (2.110) am nächsten kommen.

Beim Mischungswinkel $\Theta_T^0 = \arcsin 1/3 \approx 19.47^\circ$ verschwindet \mathcal{R}_1 . Dann koppelt das eine Isosingulett überhaupt nicht an zwei Photonen, weshalb dieser Winkel auch *zero-coupling-solution* genannt wird. Das andere Isosingulett hingegen koppelt maximal:

$$\begin{aligned}
 |f_0\rangle &= 1/(3\sqrt{3}) \cdot (|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle - 5|s\bar{s}\rangle) \\
 |f_{max}\rangle &= 1/(3\sqrt{6}) \cdot (5|u\bar{u}\rangle + 5|d\bar{d}\rangle + 2|s\bar{s}\rangle)
 \end{aligned} \quad (2.120)$$

Aus (2.116) und (2.117) folgt schließlich noch für die Summe der Quadrate der $\gamma\gamma$ -Amplituden der Isosingulets:

$$\langle \gamma\gamma | f_2' \rangle^2 + \langle \gamma\gamma | f_2 \rangle^2 = \frac{(8r^2 + 1)}{3} \cdot \langle \gamma\gamma | a_2^0 \rangle^2 \quad (2.121)$$

Die Summe ist demnach unabhängig vom Mischungswinkel.

2.5.4 Verknüpfung mit experimentell zugänglichen Größen

Im vorangegangenen Abschnitt wurde gezeigt, wie sich im Rahmen eines einfachen *current-algebra*-Modells der Testparameter zur Nonett-Symmetrie r und der Oktett-Singulett - Mischungswinkel Θ_T des 2^{++} - Nonetts aus den Verhältnissen der SU(3)-Kopplungen der Tensor-mesonen an zwei Photonen ergibt. Gelingt es, den SU(3)-Kopplungen physikalisch meßbare Größen zuzuordnen, so können r und Θ_T für das 2^{++} - Nonett angegeben werden.

Derart gewonnene Meßergebnisse sollten allerdings auf dieser Ebene nicht überinterpretiert werden. Die Symmetriebrechung hat natürlich weitergehende Konsequenzen, als nur den PCAC-Kopplungen g_i ($i = 1, 8$) aus (2.114) unterschiedliche Stärken zu geben und Oktett-Singulett - Mischung einzuführen. So zeigt Close [34] beispielsweise, daß in nicht-relativistischen Quarkmodellen das Matrixelement für den Übergang $R \rightarrow \gamma\gamma$ proportional zu den magnetischen Momenten $\mu_q = e_q \hbar / (2m_q c)$ der beteiligten Valenzquarks ist. In obigen Formeln wurde implizit die Gleichheit der reduzierten magnetischen Momente ($\mu'_q = e/e_q \cdot \mu_q$) $\mu_u = \mu_d = \mu_s := \mu$ angenommen. Experimentell findet man jedoch, daß :

$$\mu'_s = \frac{3}{5} \mu' ; \mu'_u = \mu'_d := \mu' = \frac{e\hbar}{2m_u c} \quad (2.122)$$

die Daten besser beschreibt. Die Reduzierung von μ'_s kann durch eine höhere Masse für das s -Quark erklärt werden und ist damit ebenfalls eine Konsequenz der SU(3)- Brechung.

Im Bewußtsein dieser Problematik muß nun nach einer geeigneten Zuordnung zwischen physikalischen Meßgrößen und den SU(3)-Kopplungskonstanten in (2.117) und (2.118) gesucht werden. Als Meßgrößen bieten sich die partiellen Breiten $\Gamma_{\gamma\gamma}$ auf natürliche Weise an. Nach *Fermis goldener Regel* ist der Zusammenhang zwischen partieller Zwei-Photon - Breite und Zerfallsmatrixelement unter Ausnutzung von (2.30):

$$\begin{aligned} \Gamma_{R \rightarrow \gamma\gamma} &= \frac{1}{2m_R} \int |M_{ab}|^2 dLIPS(\gamma\gamma) \\ &\propto \frac{|M_{ab}|^2}{m_R} \end{aligned} \quad (2.123)$$

Nach Poppe [2] (beachte Diskussion in Zusammenhang mit Formel (2.44)) folgt für das Zerfallsmatrixelement eine Massenabhängigkeit:

$$\begin{aligned} M_{++} &\propto 1 \cdot F_{TT0} \quad \text{für } J^P = 0^+, 2^+ \\ M_{+-} &\propto 1 \cdot F_{TT2} \quad \text{für } J^P = 2^+ \\ M_{+-} &\propto \sqrt{X} \cdot F_{TT0} \quad \text{für } J^P = 0^-, 2^- \end{aligned}$$

mit X aus (2.18). Identifiziert man jetzt die SU(3)- Kopplungskonstanten $\langle \gamma\gamma | R \rangle$ mit den Formfaktoren, so ergibt sich schließlich der Zusammenhang:

$$|\langle \gamma\gamma | R \rangle|^2 \propto \begin{cases} \Gamma_{R \rightarrow \gamma\gamma} \cdot m_R & \text{für } J^P = 0^+, 2^+ \quad (\text{Skalierung } m_R^{+1}) \\ \Gamma_{R \rightarrow \gamma\gamma} / m_R^3 & \text{für } J^P = 0^-, 2^- \quad (\text{Skalierung } m_R^{-3}) \end{cases} \quad (2.124)$$

Wird im Gegensatz zu Poppes Ansatz das Zerfallsmatrixelement M_{ab} in einem *dynamischen Modell* (d.h. Zustandsbeschreibung durch Impuls-Wellenfunktion zweier Quarks als Eigenfunktion eines relativistischen Hamiltonoperators mit Wechselwirkungstermen wie linearer Confinement-Term, Coulomb-Wechselwirkung, Hyperfein-Wechselwirkungen ...) explizit berechnet und eine Energieabhängigkeit festgestellt, so ändert sich die Skalierung. Godfrey, Isgur und Hayne [37] folgern beispielsweise aus ihrem recht erfolgreichen relativistischen Modell für das 2^{++} -Nonett eine Skalierung der $\gamma\gamma$ -Breiten mit m_T^3 .

Aufgrund dieser Unklarheit bezüglich der richtigen Skalierung werden im folgenden beide Möglichkeiten untersucht und als Extremsituationen angesehen. Mit:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Skalierung } m_T^{-3} & \text{Skalierung } m_T^{+1} \\
 \mathcal{R}_1 \equiv \frac{\Gamma_{f_2' \rightarrow \gamma\gamma} / m_{f_2'}^3}{\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} / m_{f_2}^3} & \mathcal{R}_1 \equiv \frac{\Gamma_{f_2' \rightarrow \gamma\gamma} \cdot m_{f_2'}}{\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} \cdot m_{f_2}} \\
 \mathcal{R}_2 \equiv \frac{\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} / m_{f_2}^3}{\Gamma_{a_2 \rightarrow \gamma\gamma} / m_{a_2}^3} & \mathcal{R}_2 \equiv \frac{\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} \cdot m_{f_2}}{\Gamma_{a_2 \rightarrow \gamma\gamma} \cdot m_{a_2}}
 \end{array} \quad (2.125)$$

und den *Particle-Data-Group* [18] - Werten für die Tensormassen ($m_{f_2} = 1274 \text{ MeV}/c^2$, $m_{f_2'} = 1525 \text{ MeV}/c^2$, $m_{a_2} = 1318 \text{ MeV}/c^2$) und die partiellen $\gamma\gamma$ - Breiten ($\Gamma_{f_2' \rightarrow \gamma\gamma} = 0.11 \pm 0.04 \text{ keV}$, $\Gamma_{a_2 \rightarrow \gamma\gamma} = 0.9_{-0.10}^{+0.11} \text{ keV}$) können nach (2.119) r und Θ_T als Funktion von $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma}$ ausgedrückt und, wie in Abbildung 2.11 gezeigt, dargestellt werden. Im Θ_T -

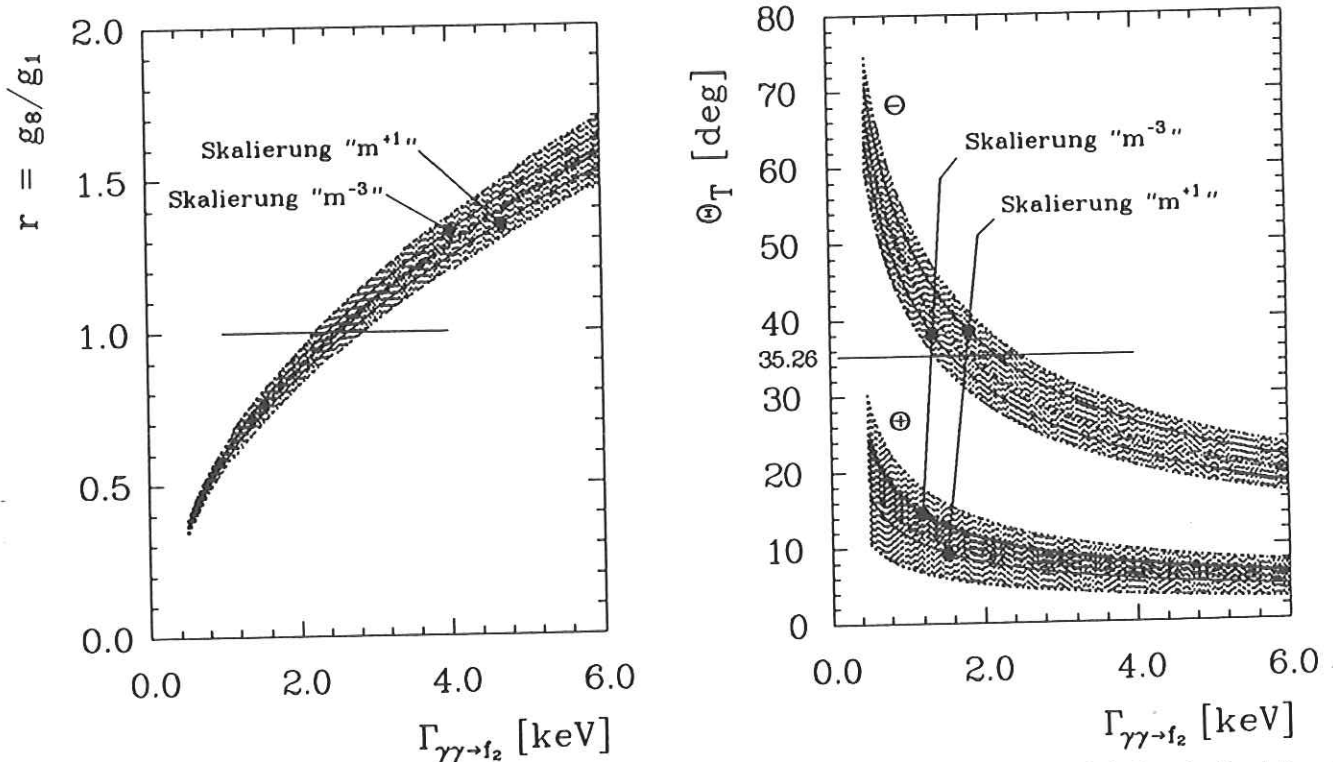


Abbildung 2.11: Nonett-Symmetrie - Parameter r und Oktett-Singulett - Mischungswinkel Θ_T als Funktion der partiellen $f_2(1270)$ - Zwei-Photon - Breite. Die Bänder geben die sich aufgrund der Meßfehler von $\Gamma_{f_2' \rightarrow \gamma\gamma}$ und $\Gamma_{a_2 \rightarrow \gamma\gamma}$ ergebenden 1σ Kontouren an. \ominus und \oplus stehen für die positive und negative Kombination bei der Lösung von Θ_T (vergl. (2.119)).

Diagramm stehen die eingekreisten Vorzeichen symbolisch für die aus (2.119) konstruierte

Lösung. Durch jeweils minimales¹⁶ Abweichen der vorgegebenen $\gamma\gamma$ -Breiten von ihren nominalen Werten kann bei festem $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma}$ einem dadurch veränderten r oder Θ_T ein χ^2 zugeordnet werden, dessen Anstieg um 1 die eingezeichneten 1σ -Bänder definiert. Wie zu sehen, ist die Skalierungsabhängigkeit der Vorhersagen aufgrund der Ähnlichkeiten der Tensormeson-Massen äußerst gering. $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma}$ -Messungen zwischen 2.1 und 2.8 keV würden in diesem Bild Nonett-Symmetrie unterstützen und Werte zwischen 1.4 und 2.6 keV sprächen für ideale Mischung. Bezüglich der sich aus der in dieser Analyse ermittelten Zwei-Photon-Breite $\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma}$ folgenden Resultate für Θ_T und r wird auf Abschnitt 7.7.4 verwiesen.

Eine interessante Konsequenz aus (2.125), (2.117) und (2.118) ergibt sich für den Fall einer Massentartung und idealer Mischung. In dieser idealisierten Situation würde gelten:

$$\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} : \Gamma_{a_2 \rightarrow \gamma\gamma} : \Gamma_{f_2' \rightarrow \gamma\gamma} = 25 : 9 : 2 \quad (\text{ideal}) \quad . \quad (2.126)$$

Experimentell beobachtet wird hiervon kaum abweichend:

$$\Gamma_{f_2 \rightarrow \gamma\gamma} : \Gamma_{a_2 \rightarrow \gamma\gamma} : \Gamma_{f_2' \rightarrow \gamma\gamma} = 25 : \sim 9 : \sim 1 \quad (\text{real}) \quad . \quad (2.127)$$

2.5.5 Nichtrelativistische Relationen zwischen 0^{+-} und 2^{+-} Zwei-Photon - Kopplungen

Neben den Symmetrie-Beziehungen zwischen Zwei-Photon-Breiten innerhalb eines Nonetts existieren auch Beziehungen zwischen den Breiten *sich entsprechender* Resonanz-Zustände in *assozierten* Nonetts. *Sich entsprechend* bedeutet hier, daß die Raum- und Flavour-Wellenfunktion der Zustände gleich sind. Sollen daher die sich entsprechenden Iso-Singulets miteinander verglichen werden, so müssen sie die gleiche Mischung aufweisen. Ein zum 2^{+-} -Nonett assoziiertes Nonett zum Beispiel ist das der Skalare 0^{+-} (nach (2.124) sind hier die Skalierungen gleich). Aus dem nichtrelativistischen Quarkmodell folgt als Beziehung zwischen den sich entsprechenden Zuständen dieser Nonetts [38]:

$$\Gamma_{0^{+-} \rightarrow \gamma\gamma} = \frac{15}{4} \left(\frac{m_{0^{+-}}}{m_{2^{+-}}} \right)^n \Gamma_{2^{+-} \rightarrow \gamma\gamma} \quad (2.128)$$

mit $n = 3$ für ein Coulombpotential und $n = -1/3$ für ein lineares Potential [39]. Bei Morgan und Pennington [42] hingegen, wird der Massenterm (\equiv Phasenraumkorrektur) durch ein allgemeines Produkt von Korrekturfaktoren $K.F.$ ersetzt, das zusätzlich relativistische Effekte berücksichtigt. Sie definieren:

$$R \equiv \frac{\Gamma_{0^{+-} \rightarrow \gamma\gamma}}{\Gamma_{2^{+-} \rightarrow \gamma\gamma}} = \frac{15}{4} \cdot (K.F.) \quad (2.129)$$

und behaupten, daß hinzugefügte Korrekturen R höchstens verringern können. Als Abschätzung geben sie an [114]:

$$1.3 \leq R \leq 4 \quad . \quad (2.130)$$

Bei Verwendung von Welt-Mittelwerten [19] für die partiellen Zwei-Photon-Breiten der Tensormesonen ergeben sich im Rahmen des Nichtrelativistischen Quarkmodells daher die in Tabelle 2.7 angegebenen Erwartungen für die partiellen Zwei-Photon-Breiten der entsprechenden Skalare.

¹⁶durch eine Optimierungsrechnung ermittelt

	$\Gamma_{2^{++} \rightarrow \gamma\gamma} [keV]$	$\Gamma_{0^{++} \rightarrow \gamma\gamma} [keV]$	
	aus [18]	ohne rel. Korr.	mit rel. Korr.
f	2.76 ± 0.14	10.35	[3.59 , 11.04]
f'	0.11 ± 0.04	0.413	[0.143 , 0.44]
a	$0.9^{+0.11}_{-0.10}$	3.375	[1.17 , 3.6]

Tabelle 2.7: Quarkmodell-Vorhersagen für $\gamma\gamma$ - Kopplungen an Skalare, ohne und mit relativistischen Korrekturen [42], unter der Annahme gleicher Massen sich entsprechender Mesonen.

2.5.6 $S^* \delta^0$ – Das Puzzle mit den Skalaren

Skalare $q\bar{q}$ - Mesonen sind kurzlebige Resonanzen. Durch die Beziehung $\tau = 1/\Gamma$ ist die Kurzlebigkeit äquivalent zu großen totalen Breiten, die wiederum den experimentellen Nachweis der Resonanzen häufig sehr stark verkomplizieren. Bei der in dieser Arbeit relevanten Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ ist beispielsweise im Niederenergie-Bereich die Bestimmung des Wirkungsquerschnittes äußerst schwierig und daher mit großem Fehler verbunden. Eine unter anderem von der DM1-DM2 - Kollaboration [100] gefundene Überhöhung des Wirkungsquerschnitts (dort sogar um einen Faktor 2) im Vergleich zur Born-Term - Erwartung gab Anlaß zu Spekulationen bezüglich einer skalaren Resonanz unterhalb von $500 MeV$. Demgegenüber zeigen neuere Messungen von MARK-II [86] in diesem Energiebereich keine Abweichung von der Kontinuum-Vorhersage mehr und begrenzen damit die Möglichkeit eines niederenergetischen, an $\gamma\gamma$ - koppelnden Skalars sehr stark. Unterhalb von $975 MeV$ bestätigt die *Particle-Data-Group* [18] derzeit überhaupt keine Skalare. Die folgende Zusammenstellung soll einen Überblick vermitteln:

alte Bezeichnung	neue Bezeichnung	Bemerkung
$\epsilon(400)$	—	$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ - Überhöhung bei $W_{\gamma\gamma} < 500 MeV$ [100,81]
$\epsilon(600)$ oder σ	—	Pol im Mennessier-Ansatz [43] (siehe Abschnitt 7.4)
$S^*(975)$	$f_0(975)$	bei Au, Morgan und Pennington [44] sogar zwei Pole: $S_1(991)$ und $S_2(988)$
$\delta^0(980)$	$a_0(980)$	zusammen mit dem $\epsilon(600)$ von Au, Morgan und Pennington [44] als ein breiter Skalar $f_0(\epsilon)$ angesehen von GAMS [22] beobachtet und in [23] unter Crystal Ball $a_2(1320)$ - Spektrum [20] angenommen, aber nicht bestätigt nur von zwei Kollaboration gesehen [47,48] nur von einer Gruppe gesehen [49]
$\epsilon(1300)$	$f_0(1400)$	
	$a_0(1300)$	
	$f'_0(1525)$ $f_0(1590)$	

Mit *neuer Bezeichnung* ist die 1986 von [17] eingeführte Teilchenklassifizierung gemeint. Während die Existenz der Skalare $f_0(975)$ und $a_0(980)$ gesichert ist, müssen die anderen Skalare durch weitere Messungen bestätigt werden. Aus der Vielzahl der Kandidaten ergeben sich die folgenden zwei Schlüssel-Fragen :

- Welche Zustände gehören in das $q\bar{q} - 0^{++}$ -Nonett, welche sind Exoten?
- Welche Zustände sind Grundzustände, welche sind Radialanregungen?

Erste Hinweise dafür, daß die Zustände $f_0(975)/S^*$ und $a_0(980)/\delta^0$ nicht in das $q\bar{q}$ -Schema passen, liefern ihre totalen Breiten. Während aus $q\bar{q}$ -Quark-Modell Rechnungen Breiten von mehr als 225 MeV folgen [50], liegen die gemessenen Breiten bei $34 \pm 6 \text{ MeV}$ für $f_0(975)/S^*$ und $57 \pm 11 \text{ MeV}$ für $a_0(980)/\delta^0$. Mögliche und in Frage kommende *exotische Zustände* wären neben Gluebällen Vier-Quark Zustände ($q^2\bar{q}^2$) sowie $K\bar{K}$ -Moleküle. Welche dieser Alternativen tatsächlich zutrifft, können Messungen der partiellen Zwei-Photon - Breiten entscheiden. Die unterschiedlichen Erwartungen der $\gamma\gamma$ -Breiten sind in Tabelle 2.8, in Ergänzung zu [50], den bisherigen Messungen gegenübergestellt. Da $BR(\delta^0 \rightarrow \eta\pi^0)/BR(\delta^0 \rightarrow K\bar{K}) \simeq 10$ [50]

Modell/Experiment	$\Gamma_{\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma} [keV]$	$\Gamma_{S^* \rightarrow \gamma\gamma} [keV]$	Bemerkungen/Referenzen
<u>$q\bar{q}$(Quark Modell):</u>			
Berger-Feld	2.5 – 3.8	$\frac{25}{9} \cdot \Gamma_{\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma}$	vergl. (2.126) / [52]
Budnev-Kaloshin	4.8	$\frac{25}{9} \cdot \Gamma_{\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma}$	vergl. (2.126) / [53]
	1.1	3.0	Modell II in [53]
NRQM, $\Gamma_{2^{++} \rightarrow \gamma\gamma}$ Input	[1.17 , 3.6]	[3.59 , 11.04]	vergl. Tabelle 2.7
<u>$q^2\bar{q}^2$(Bag Modell):</u>			
Achasov et al.	$\simeq 0.27$	$\simeq 0.27$	[54]
<u>$K\bar{K}$-Molekül:</u>			
Barnes	0.6	$\Gamma_{\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma}$	[50] siehe Diskussion in [51]
Crystal Ball:	$\frac{0.19 \pm 0.07^{+0.1}}{BR(\delta^0 \rightarrow \eta\pi^0)}$	$\frac{< 0.8}{BR(S^* \rightarrow \pi\pi)}$	[20]
		$\left[\begin{array}{l} 0.31 \pm 0.14 \pm 0.09 \\ < 0.53(90\%c.l.) \end{array} \right]$	[89]
JADE:		$< 0.8(95\%c.l.)$	[90]
	$\frac{0.28 \pm 0.04}{BR(\delta^0 \rightarrow \eta\pi^0)}$	$\left[\begin{array}{l} 0.42 \pm 0.06 \\ < 0.6(95\%c.l.) \end{array} \right]$	[55]
MARK-II:		$0.29 \pm 0.07 \pm 0.12$	[91]
Morgan&Pennington: (CB/MK-II)		$\simeq 0.63 \pm 0.14$	[86]
			[42]
			Fit an Daten aus [90,86]

Tabelle 2.8: Theoretische und experimentelle Ergebnisse für $S^* \rightarrow \gamma\gamma$ und $\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma$

spricht nach dieser Tabelle vieles dafür, daß das $\delta^0(980)$ wahrscheinlich kein $q\bar{q}$ -Zustand, sondern ein $K\bar{K}$ -Molekül ist. Die Nähe zur kinematischen $K\bar{K}$ -Schwelle ist ein weiteres Indiz hierfür und wäre im Falle eines $q\bar{q}$ -Zustandes rein zufällig. Die nach Tabelle 2.8 auch nicht auszuschließende Erklärung durch einen Vierquark-Zustand $q^2\bar{q}^2$ entfällt, da der dann zu erwartende extrem breite *fall apart*¹⁷ Zerfall $q^2\bar{q}^2 \rightarrow \eta\pi$ nicht beobachtet wird.

Ebenso sprechen beim $S^*(975)$ die gemessenen partiellen Zwei-Photon - Breiten gegen die $q\bar{q}$ -Hypothese. Favorit ist wieder das $K\bar{K}$ -Molekül. In diesem Fall sollte nach Barnes [50]

¹⁷einfaches "Auseinanderfallen", ohne weitere $q\bar{q}$ Paare aus dem Vakuum erzeugen zu müssen

gelten: $\Gamma_{\delta^0 \rightarrow \gamma\gamma} = \Gamma_{S^* \rightarrow \gamma\gamma}$. Die bisher gewonnenen Zwei-Photon - Daten sind zu ungenau, um diese Beziehung testen zu können.

Gehören $f_0(975)$ und $a_0(980)$ nicht zu den $q\bar{q}$ -Skalaren, die den Tensormesonen $f_2(1270)$, $a_2(1320)$ und $f'_2(1525)$ aufgrund gleicher Flavour-Zusammensetzungen entsprechen, so kommen hierfür aus der oben angegebenen Liste die Skalare $f_0(1400)$, $f'_0(1525)$ und das hypothetisch angenommene $a_0(1300)$ in Frage.

Für das in [23] hypothetisch angenommene $a_0(1300)$ direkt unter dem $a_2(1320)$ der Crystal Ball - Messung [20] wurde durch Ausnutzung der gemessenen Dominanz für Helizität-2 - Produktion beim $a_2(1320)$ (siehe Tabelle 2.4) als obere Grenze für die partielle Zwei-Photon - Breite:

$$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow a_0(1300)} < \frac{0.44 \text{ keV}}{BR(a_0 \rightarrow \eta\pi)} \quad (95\% \text{ c.l.}) \quad (2.131)$$

bestimmt. Solange das Verzweigungsverhältnis $BR(a_0 \rightarrow \eta\pi)$ groß ist, steht dieses Limit im Widerspruch zur Quark-Modell - Erwartung: $1.17 < \Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow a_0(1300)} / [\text{keV}] < 3.6$ von Tabelle 2.7.

Für den von der LASS - Kollaboration beobachteten Skalar $f'_0(1525)$ ist von CELLO [67] eine obere Grenze der partiellen Zwei-Photon - Breite von:

$$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f'_0(1525)} < \frac{0.85 \text{ keV}}{BR(f'_0 \rightarrow K\bar{K})} \quad (95\% \text{ c.l.}) \quad (2.132)$$

festgestellt worden. Auch bei der nach Zweig [56] anzunehmenden Dominanz des Verzweigungsverhältnisses in Kaonen führt dieses Limit zu einem mit der Quark-Modell - Erwartung: $0.143 < \Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f'_0(1525)} / [\text{keV}] < 0.44$ verträglichen Resultat. Es bedarf jedoch weiterer und genauerer Messungen, um die Zuordnung dieses Skalars zum 0^{++} -Nonett zu belegen.

Der ursprünglich bei einer Masse von $\simeq 1300 \text{ MeV}/c^2$ beobachtete Skalar $\epsilon(1300)$ wurde nach weiteren Bestätigungen durch pp -, π^-p - und πN - Streuexperimenten [18] zum $f_0(1400)$ umbenannt. Die Masse und die totale Breite dieses Skalars sind von der *Particle-Data-Group* noch nicht festgelegte Größen. Morgan und Pennington [42] benutzen aus diesem Grunde den reduzierten Ausdruck f_0 und schließen damit die Möglichkeit, den Skalar auch direkt "unter dem $f_2(1270)$ " vorzufinden, nicht aus. Von der *Particle-Data-Group* hingegen akzeptiert wird das große, von Gorlich et al. [57] gemessene Verzweigungsverhältnis in Pion-Paare: $BR(f_0 \rightarrow \pi\pi) = 93.6^{+1.9}_{-1.5} \%$.

Bei allen bisherigen Analysen der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ wurde die Möglichkeit eines Skalars in der Nähe des Tensormesons $f_2(1270)$ entweder völlig ignoriert oder nicht ausreichend quantifiziert. Wie von der JADE - Kollaboration [91] festgestellt und durch die Ergebnisse von Morgan und Pennington [42] verifiziert, kann ein mit ausschließlich Spin-2 / Helizität-2 verträgliches Signal aus einer kohärenten Mischung von Spin-0 und Spin-2 / Helizität-0 zusammengesetzt sein. Große skalare Anteile können sich in Verbindung mit Helizität-0 - Anteilen des Tensors unter einem rein nach Helizität-2 aussehenden $f_2(1270)$ - Meson "verstecken". Aufgrund dieses in Abschnitt 7.7.1 näher zu behandelnden Ambiguitätsproblems falsifizieren bisherige Messungen keineswegs die Hypothese eines stark an zwei Photonen koppelnden Skalars. Bei den kombinierten Fits von Morgan und Pennington [42] sind die wahrscheinlicheren Fit-Ergebnisse sogar mit skalaren Anteilen von mehr als 4 keV $\gamma\gamma$ - Kopplungen verbunden. Ob das $f_0(\sim 1400)$ in das $q\bar{q}$ Schema paßt und dem Tensormeson $f_2(1270)$ vom Flavour-Gehalt her entspricht, können nur weitere und genauere Messungen entscheiden.

— Die Situation ist keineswegs geklärt.

Kapitel 3

Das Experiment

3.1 Einleitung

Von Mitte Februar bis Anfang November 1986 wurden am PETRA - Speicherring des *Deutschen Elektronen Synchrotrons* (DESY) in Hamburg, nach achtjährigem Betrieb, die letzten¹ e^+e^- - Experimente durchgeführt. Für die vorliegende Arbeit wurden Daten verwendet, die in dieser Zeit mit dem Detektor CELLO aufgenommen wurden.

Nach einer kurzen Beschreibung des Speicherringes wird in Abschnitt 3.3 der CELLO - Detektor vorgestellt. Ausführlich behandelt wird dabei in Abschnitt 3.3.5 die für diese Arbeit wichtige Detektorkomponente, das *Flüssigargon - Blei - Sampling - Kalorimeter*. Abschließend soll in Abschnitt 3.4 kurz die Aufnahme und die Weiterverarbeitung der CELLO - Daten erläutert werden.

3.2 Der Speicherring PETRA

Der im September 1978 fertiggestellte Speicherring PETRA wurde gebaut, um Prozesse der Elektron - Positron Vernichtung bei Schwerpunktsenergien bis 38 GeV studieren zu können. Der Ring mißt einen Umfang von 2304 m und besteht aus acht geraden Strecken und acht 45° -Kreissegmenten. Die injizierten Elektronen und Positronen wurden in je 2 gegenläufigen Teilchenbündeln (Bunches) gespeichert und durch Hohlraumresonatoren auf die gewünschte Strahlenergie beschleunigt. Um ihre Wechselwirkungspunkte, in der Mitte von 4 geraden Strecken, waren Detektoren aufgestellt. Abbildung 3.1 zeigt den Aufbau des Speicherringes mit den Vorbeschleuniger - Anlagen. Der Linearbeschleuniger LINAC I beschleunigte Elektronen auf 400 MeV und speiste sie direkt in das Synchrotron DESY ein. Zur Positron - Erzeugung wurden zunächst Elektronen im LINAC II beschleunigt und auf ein Target geschossen. Die dabei durch Bremsstrahlung und Paarbildung entstandenen Positronen speicherte das kleine Synchrotron PIA (*Positron Intensity Accumulator*) zur Anreicherung zwischen, bevor auch sie in das DESY eingeschossen wurden. Anschließend beschleunigte das DESY die Elektronen und die Positronen auf 7 GeV und injizierte sie in den PETRA - Speicherring.

Durch Dipolmagnete wurden die Teilchenbündel auf Kreisbahnen gelenkt, durch Quadrupol- und Sextupolmagnete wurden sie fokussiert. Der maximale Strom pro Bunch betrug nach dem Design 19 mA ; seine Lebensdauer wurde mit 10 h angegeben. Im Expe-

¹Nach Umrüstung dient die Anlage heute (1991) der Elektron - Proton Vorbeschleunigung für den Speicherring HERA, an dem voraussichtlich im Sommer 1991 die ersten Experimente durchgeführt werden.

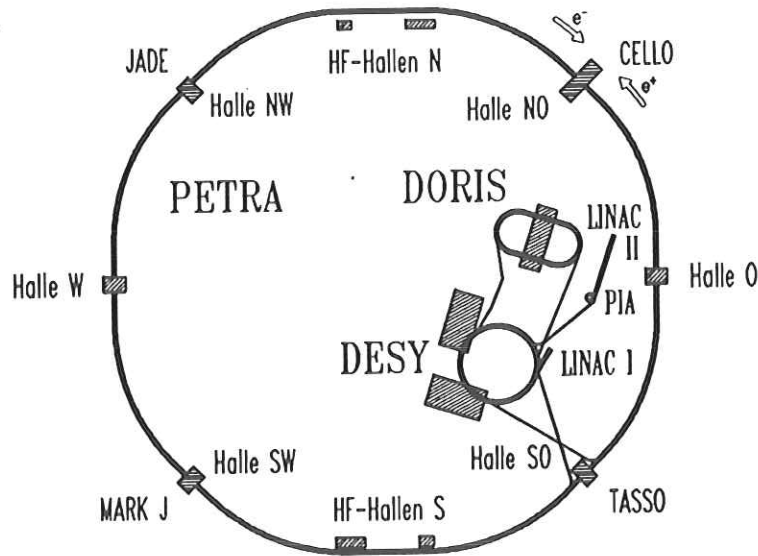


Abbildung 3.1: Der PETRA - e^+e^- - Speicherring mit den beteiligten Experimenten.

<u>Abmessungen:</u>	
Umfang	2304 m
Bahnkrümmungsradius	192 m
Länge der Geradenstücke	
Beschleunigungsstrecken	108 m
Experimentierstrecken	64.8 m
<u>HF-System:</u>	
Hochfrequenz	500 MHz
Leistung	5 MW
Klystrons	10
Resonatoren	56
<u>Energie:</u>	
Einschußenergie	7 GeV
Strahlenergie	17.5 GeV
Energieverlust/Umlauf	42 MeV
Energieunschärfe	30 MeV
<u>Strahleigenschaften:</u>	
Lebensdauer	6 h
Teilchenbündel	2 + 2
Ausdehnung	
horiz. σ_x	0.5 mm
vert. σ_y	0.12 mm
long. σ_z	20 mm
Anfangsstrom (im Luminositätsbetrieb)	$4 \times 5.5 - 4 \times 6$ mA
max. instantane Luminosität	$2.4 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$

Tabelle 3.1: PETRA - Maschinenparameter (Stand 1986)

riment typische Werte lagen bei 10 mA unmittelbar nach den Beschleunigerzyklen und 6 h Strahllebensdauer. Die Bunchabmessungen an den Vertices, gemessen in einem kartesischen Koordinatensystem in dem die Z - Achse mit der Elektron - Strahlrichtung zusammenfällt und die X - Achse horizontal aus dem Inneren des PETRA - Ringes herauszeigt, waren : $\sigma_x \simeq 0.5 \text{ mm}$, $\sigma_y \simeq 0.12 \text{ mm}$ und $\sigma_z \simeq 20 \text{ mm}$.

Die maximal erreichbare Energie bei PETRA war durch die Leistungsfähigkeit des Hochfrequenz - Systems beschränkt. Dieses System mußte den Energieverlust der Elektronen und Positronen ausgleichen, der durch Synchrotronstrahlung auftritt und mit der vierten Potenz der Strahlenergie ansteigt. Pro Umlauf strahlte jedes Elektron und jedes Positron durch diesen Prozeß eine Energie von :

$$\Delta E [\text{keV}] = 88.5 \cdot \frac{E [\text{GeV}]^4}{R [\text{m}]} \quad (3.1)$$

ab. Durch Einsetzen der PETRA - Daten : Kreissegmente mit Radien $R = 257 \text{ m}$ und Betriebsenergie von je 19 GeV ergibt sich für den Energieverlust pro Lepton und pro Zyklus der Wert $\Delta E = 45 \text{ MeV}$. Bei Strahlströmen von je 10 mA mußte danach das HF - System eine Leistung von $\geq 1 \text{ MW}$ (vergl. Tabelle 3.1) aufbringen. Bis zum Sommer 1982 lief PETRA bei einer Schwerpunktsenergie von $E_{CM} \leq 38.7 \text{ GeV}$, ab September 1983 konnte sie auf $E_{CM} \leq 46.7 \text{ GeV}$ gesteigert werden.

Die letzten PETRA - Experimente (Febr. - Nov. 1986) wurden bei einer festen Schwerpunktsenergie von 35 GeV durchgeführt. Die Energieunschärfe $\sigma_{E_{CM}}$ des Speicherringes betrug [58] :

$$\sigma_{E_{CM}} [\text{MeV}] \simeq 0.023 \cdot (E_{CM} [\text{GeV}])^2 \quad (3.2)$$

Bei 35 GeV lag demnach die relative Unschärfe in der Energie im Bereich von 0.1% . Ein Maß für die Güte eines Speicherringes ist die *Luminosität* $L [\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}]$. Sie wird durch :

$$L := \frac{\text{Ereignisrate}}{\text{Wirkungsquerschnitt}} = \frac{dN/dt}{\sigma} \quad (3.3)$$

definiert und läßt sich aus den Beschleunigerdaten über :

$$L = \frac{I^+ \cdot I^-}{f \cdot B \cdot e^2 \cdot 4\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (3.4)$$

berechnen. I^+ und I^- waren die Teilchenströme und f ist die Umlauffrequenz der B Bunch, deren laterale Ausdehnungen σ_x und σ_y betragen. Anfang 1981 konnte die Luminosität bei PETRA durch den Einbau von sogenannten "mini- β " - Quadrupol - Magnete, die den Strahlquerschnitt in den Wechselwirkungspunkten verkleinerten, enorm gesteigert werden. Die Spitzenwerte von L lagen bei $1.7 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{s}^{-1}$. Eine für Experimentatoren wichtige Größe ist die *integrierte Luminosität* :

$$L_{int} [\text{nb}^{-1}] = \int_{t_a}^{t_e} L dt \quad (3.5)$$

Aus L_{int} läßt sich für einen Reaktionsquerschnitt σ die in der Meßzeit $t_e - t_a$ zu erwartende Ereignisrate berechnen. Es gilt :

$$N_{t_e - t_a} = \sigma \cdot L_{int} \quad (3.6)$$

In der Wechselwirkungszone des CELLO - Detektors wurde im Laufe des Jahres 1986 eine integrierte Luminosität von $L_{int} \simeq 86.3 \pm 2.6(\text{sys.}) \text{ pb}^{-1}$ registriert.

3.3 Der CELLO - Detektor

Der CELLO - Detektor war einer von fünf Detektoren, die an dem PETRA - Speicherring Daten nahmen (s. Abb. 3.1). Er war 1975 von einer deutsch-französischen Kollaboration entworfen worden und seit März 1980, zusammen mit dem Detektor PLUTO, in einer der vier Meßhallen untergebracht. Beide Detektoren wurden beweglich konstruiert, so daß sie sich bis zum Abbau des PLUTO - Detektors, Ende 1982, in der Datennahme abwechseln konnten. Von Anfang 1983 bis Ende 1986 befand sich ausschließlich der CELLO - Detektor in der Wechselwirkungszone. Die wesentlichen Konstruktionskriterien dieses Detektors waren :

- Es sollte ein *größtmöglicher Raumwinkel* zum Nachweis der durch eine e^+e^- - Reaktion im Wechselwirkungspunkt (*Vertex*) entstandenen, geladenen und neutralen Teilchen abgedeckt werden.
- Die *Impulsmessung geladener Teilchen* sollte nur einen *kleinen Fehler* aufweisen und auch bei den *großen Teilchendichten* hadronischer Jets *möglich sein*.
- Eine *kalorimetrische Bestimmung* sowohl der *Energie* als auch des *Einschußortes* von Elektronen, Positronen und Photonen wurde für einen großen Raumwinkelbereich angestrebt. Auch bei niedrigen Energien sollten deren *Auflösungen* hoch sein.

Der Aufbau des CELLO - Detektors wird in Abb. 3.2 gezeigt. Von innen nach außen setzte sich der Detektor aus den folgenden Komponenten zusammen² :

1. Einem *Aluminium-Strahlrohr* (1) mit einer Dicke von $0.03X_0$.
2. Einer *Strahlrohr - Kammer*, aufgebaut aus zwei gegeneinander versetzte Lagen Driftrohre. Die 1 m lange Kammer mißt $0.0123X_0$ in radialer Richtung. (Diese Kammer ist in Abb. 3.2 nicht eingezeichnet.)
3. Dem *Zentraldetektor* (2,3), bestehend aus zylindrischen Proportional- und Driftkammern (insgesamt $0.02X_0$).
4. Den beiden aus zwei gekreuzten Lagen Proportionalkammern konstruierten *Endkappen - Spurdetektoren* (8).
5. Den *Endkappen Flüssigargon - Blei - Kalorimetern* (5).
6. Dem *Vorwärtsdetektor* (9,10,11), aufgebaut aus Szintillatoren und Bleiglas - Zählern.
7. Der $0.5X_0$ dünnen, *supraleitenden Magnetspule* (4).
8. Dem *Zentralteil des Flüssigargon - Blei - Kalorimeters* (5).
9. Dem *Blei-Szintillator Schichtenkalorimeter*, das eine Lücke zwischen dem Zentral- und Endkappenbereich des Flüssigargon - Blei - Kalorimeters abdeckt. (Diese auch als *Hole Tagger* bezeichnete Komponente ist in Abb. 3.2 nicht eingezeichnet.)

²Die Zahlen in runden Klammern beziehen sich auf Abbildung 3.2.

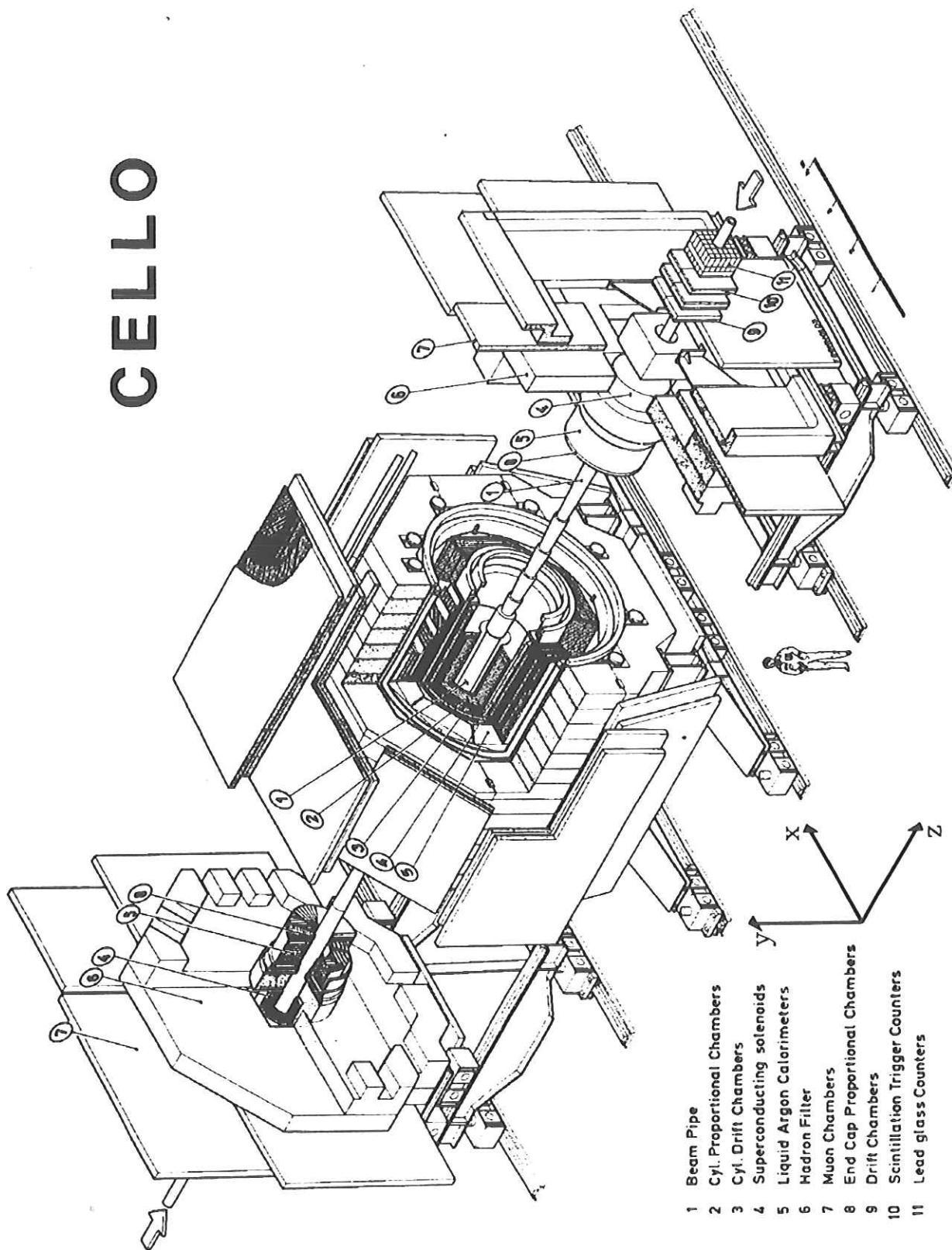


Abbildung 3.2: Der CELLO - Detektor.

10. Dem *Hadronfilter* (6) in Form einer ~ 80 cm dicken Eisenabschirmung, die gleichzeitig als Rückflußjoch für den Magneten dient.
11. Den *großflächigen Proportionalkammern* (7) für den Myonnachweis im Zentral- und Vorwärtsbereich des Detektors.

An den CELLO - Experimenten beteiligte Institute sind :

- Deutsches Elektronen-Synchrotron, DESY, Hamburg
- II. Institut für Experimentalphysik, Universität Hamburg
- Kernforschungszentrum Karlsruhe und Universität Karlsruhe
- Max-Planck-Institut für Physik und Astrophysik, München
- Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, Orsay, Frankreich
- Laboratoire de Physique Nucléaire et Hautes Energies, Université de Paris, Frankreich
- University of Rome and INFN, Italien
- Centre d'Études Nucléaires, Saclay, Frankreich
- Tel Aviv University, Israel

3.3.1 Der Innendetektor

Im Zentralbereich des CELLO - Detektors befand sich der Innendetektor. Radial wurde er von außen durch die supraleitende Magnetspule begrenzt und umschloß im Inneren das Strahlrohr mit dem Wechselwirkungspunkt. Mit einer Länge von 2.2 m und einem lichten Durchmesser von 1.5 m diente der Innendetektor der Dreierimpulsbestimmung geladener Teilchen über einen Raumwinkelbereich von 98.8% von 4π .

Durch das 1.32 Tesla starke und zum Strahlrohr parallele Magnetfeld der Spule wurde im Innendetektor die zu den Feldlinien transversale Komponente einer bewegten Ladung, nach den Gesetzen der klassischen Elektrodynamik, auf eine Kreisbahn gezwungen. Aus der Proportionalität zwischen dem Krümmungsradius der Teilchenbahn und dem Transversalimpuls ließen sich so zwei von drei Impulskomponenten bestimmen. Es gilt :

$$P_{\perp} = 3 \cdot 10^{-3} \cdot q \cdot B \cdot \rho \quad . \quad (3.7)$$

Hier ist ρ der Krümmungsradius in *cm*, B die magnetische Induktion in *Tesla*, q die Ladung des Teilchens in Einheiten der Elementarladung und P_{\perp} die Transversalkomponente des Impulses, senkrecht zur Strahlachse, in *GeV/c*. Auf die longitudinale Bewegung der Ladung wurde keine Kraft ausgeübt, so daß die Trajektorie im Raum eine Schraubenlinie darstellte. In der *R - Z* - Projektion eines Zylinderkoordinatensystems (*R, Φ , Z*), in dem die *Z*-Achse in Richtung des Elektronstrahls zeigt, beschrieb die Teilchenbewegung eine Gerade, deren Steigung *m* die Berechnung der dritten longitudinalen Impulskomponente zuließ :

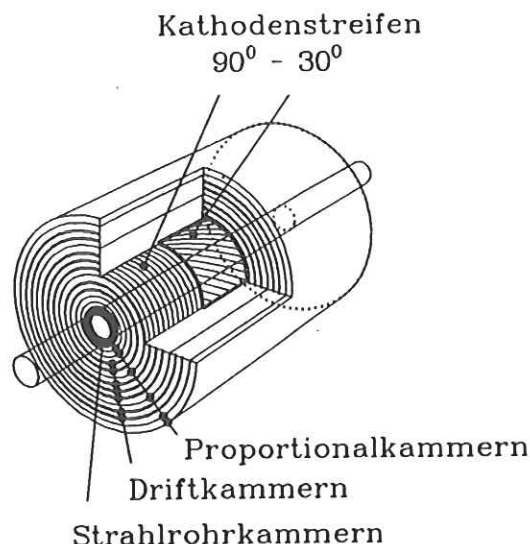


Abbildung 3.3: Aufschnitt des CELLO - Innendetektors.

Kammer- nummer	Kammer- Typ	Radius [cm]	Zahl der Signaldrähte	Abstand der Drähte [mm]	# Kathoden	
					90°	30°
1	Driftrohr	10.90	128	5.35	—	—
2	Driftrohr	11.37	128	5.54	—	—
3	Prop.K.	17.0	512	2.09	252	256
4	Prop.K.	21.0	512	2.58	228	256
5	Driftk.	25.5	104	15.41	—	—
6	Driftk.	30.4	128	14.92	—	—
7	Prop.K.	35.7	1024	2.19	366	512
8	Driftk.	40.2	168	15.03	—	—
9	Driftk.	45.1	192	14.76	—	—
10	Driftk.	50.0	208	15.10	—	—
11	Prop.K.	55.3	1536	2.26	420	768
12	Driftk.	59.8	256	14.68	—	—
13	Driftk.	64.7	256	15.88	—	—
14	Prop.K.	70.0	1536	2.86	494	768

Tabelle 3.2: Aufbau des CELLO - Innendetektors.

$$P_L = \frac{P_{\perp}}{m} \quad (3.8)$$

Das Vermessen der Bahnen geladener Teilchen wurde im Innendetektor von 2 *Strahlrohrkammern*, 5 *Proportionalkammern* und 7 *Driftkammern* vorgenommen. In Tabelle 3.2 [60] werden mit aufsteigenden Radien die Komponenten des in Abb. 3.3 dargestellten Innendetektors erläutert.

Zwischen August und September 1982 gelang durch Verkleinerung des Strahlrohres der nachträgliche Einbau einer **Strahlrohrkammer**. Eine ausführliche Beschreibung dieser Komponente gibt [59]. Mit der 1.05 m langen, aus 2 Lagen von je 128 Driftrohren aufge-

bauten Kammer wurde, aufgrund ihrer hohen Ortsauflösung von $\sigma_{Ort} = 180 \mu m$, der Fehler in der Impulsmessung halbiert. Sowohl die Strahlrohrkammer als auch die Driftkammern konnten lediglich die R - und Φ - Koordinaten einer Spur messen.

Die **Driftkammern** setzten sich aus nebeneinanderliegenden Driftzellen gleicher Größe zusammen. In jeder dieser Zellen umgaben 6 feldformende Potentialdrähte einen Signaldraht. Als Kammergas wurde, wie auch in den Driftrohren, ein Argon/Äthan - Gemisch im Verhältnis 1 : 1 bei Atmosphärendruck verwendet. Durchdrang ein geladenes Teilchen eine Driftzelle, so wurden pro cm im Mittel 28.6 Elektron-Ion-Paare erzeugt. Bedingt durch das anwesende Magnetfeld, drifteten die Elektronen auf komplizierten Bahnen zum Signaldraht. Auf diesem Weg wurden von jedem Primärelektron im Mittel 2 – 3 Sekundärelektronen durch Ionisation freigesetzt. Unmittelbar vor dem Signaldraht stieg das elektrische Potential auf sehr große Werte an, so daß die Driftteilchen durch den damit verbundenen Energiezuwachs eine Teilchenlawine von Elektron-Ion-Paaren auslösten. Aus der gemessenen Zeitdifferenz zwischen der Ladungssammlung auf dem Signaldraht und dem Teilchendurchgang durch die Zelle ließ sich über eine komplizierte Zeit-Weg-Beziehung der Abstand der Flugbahn vom Signaldraht der Zelle berechnen. Der Fehler dieser Ortsbestimmung in der $R - \Phi$ - Projektion war für die Driftkammern mit nur $\sigma_{R-\Phi} = 170 \mu m$ angegeben. Detaillierte Informationen über die CELLO - Driftkammern gibt [60].

Auf eine Driftzeitmessung wurde bei den **Proportionalkammern** verzichtet. Sie dienten vielmehr der Bestimmung der Z - Koordinate einer Spur. Die sehr viel dichter liegenden, parallel zur Strahlachse gespannten Anodendrähte wurden von 2 Zylinderflächen eingeschlossen, auf denen sich Kathodenstreifen befanden. Die Neigung der Kathodenstreifen zum Signaldraht betrug auf der einen Zylinderfläche 30° und auf der anderen Fläche 90° . Aus Koinzidenz-Messungen ließen sich die Z - Koordinaten mit einer Unschärfe von $\sigma_z \simeq 440 \mu m$ angeben. Der Fehler in der Bestimmung der $R - \Phi$ - Koordinaten über die Anodendrähte der Proportionalkammern war mit $\sigma_{R-\Phi} = \frac{\text{Drahtabstand}}{\sqrt{12}} \simeq 770 \mu m$ sehr viel größer als bei den Driftkammern. Die in den Proportionalkammern verwendete Gasmischung bestand aus 80 % Argon, 20 % Isobutan und 0.18 % Freon.

Die Impulsauflösung des Innendetektors hing nach den Gleichungen (3.7) und (3.8) von der Genauigkeit ab, mit der sowohl der Krümmungsradius ρ aus den $R - \Phi$ - Koordinaten als auch die Steigung m aus den Z - Koordinaten angegeben werden konnte. Wird eine Teilchenspur mit Transversalimpuls P_\perp auf einer Länge L , dem *Hebelarm*, in einem Magnetfeld B von $N + 1$ äquidistanten Meßpunkten der Ortsauflösung σ_x vermessen, so folgt für die relative Impulsauflösung :

$$\left(\frac{\sigma_{P_\perp}}{P_\perp}\right)_{Ort} = \frac{P_\perp \cdot \sigma_x \cdot \sqrt{A_N}}{0.3 \cdot B \cdot L^2} \quad (3.9)$$

mit $A_N = \{720 \cdot N^3\} / \{(N - 1)(N + 1)(N + 2)(N + 3)\}$. Aus $\left(\frac{\sigma_{P_\perp}}{P_\perp}\right)_{Ort} \sim 1 / \{L^2 \cdot \sqrt{N}\}$ schließt man, daß eine Verlängerung des Hebelarmes gegenüber einer Vergrößerung der Zahl der Meßpunkte die Impulsauflösung entscheidender herabsetzen kann. Um den Gesamtfehler in der Impulsbestimmung zu erhalten, muß ein durch Coulomb-Vielfachstreuung hervorgerufener konstanter Term³ :

$$\left(\frac{\sigma_{P_\perp}}{P_\perp}\right)_{VS} = \frac{0.016 \text{ GeV}/c \sqrt{X}}{0.3 B \beta L} \quad (3.10)$$

³ $\beta \simeq 1$ für relativistische Teilchen

quadratisch zu $(\frac{\sigma_{P_{\perp}}}{P_{\perp}})_{Ort}$ hinzuaddiert werden :

$$\left(\frac{\sigma_{P_{\perp}}}{P_{\perp}}\right)_{gesamt} = \left[\left(\frac{\sigma_{P_{\perp}}}{P_{\perp}}\right)_{VS}^2 + \left(\frac{\sigma_{P_{\perp}}}{P_{\perp}}\right)_{Ort}^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.11)$$

Für den CELLO - Innendetektor wurde :

$$\left(\frac{\sigma_{P_{\perp}}}{P_{\perp}}\right)_{CELLO} \simeq \left[(0.847\%)^2 + (0.96\% \cdot P)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

angegeben, mit P_{\perp} in GeV/c . Der Ort des Ereignisvertex ließ sich mit einem Fehler von $\sim 300 \mu m$ rekonstruieren.

3.3.2 Die Endkappen-Proportionalkammern⁴

Eine zusätzliche Nachweismöglichkeit für in Vorwärts- oder Rückwärtsrichtung fliegende Teilchen bildeten die ebenen Endkappen-Proportionaldrahtkammern, die den zylindrischen Innendetektor an seinen Endflächen abschlossen. Ihre sensitiven Flächen überdeckten einen (auf die Strahlachse bezogenen) Winkelbereich von 153–428 mrad. Auf jeder Seite befanden sich zwei Kammerlagen mit zueinander senkrechter Drahrichtung. Jede Lage bestand aus zwei halbringförmigen Einzelkammern.

Die Anodendrähte waren in einem Abstand von 2.5 mm gespannt. Da jeweils zwei benachbarte Drähte elektronisch zusammengeschaltet waren, ließ sich die Koordinate senkrecht zur Drahrichtung mit einer Auflösung von $\sigma_{x/y} = \frac{5 \text{ mm}}{\sqrt{12}} = 1.4 \text{ mm}$ messen. Die Bestimmung der anderen Koordinate geschah mit der jeweils anderen Kammerlage, war jedoch bei Berücksichtigung der Kathodeninformationen mit geringerer Genauigkeit auch innerhalb einer Lage alleine möglich.

Jede Drahtebene lag zwischen zwei unterschiedlich segmentierten Kathodenebenen. Die erste Kathodenfläche war gleichmäßig in 64 radiale Sektoren aufgeteilt, von denen jeder einen Azimutwinkel von $(\frac{180}{32})^{\circ} = 5.6^{\circ}$ überdeckte. Die zweite Kathodenfläche bestand aus konzentrischen Ringen unterschiedlicher Breite. Ihre Radien waren durch Projektion der 90° -Kathoden des Innendetektors vom Wechselwirkungspunkt auf die Kathodenfläche definiert. Diese Einteilung ermöglichte die Integration der Endkappenkammer-Kathoden in den Spurtrigger.

3.3.3 Der Magnet

Das Magnetfeld wurde durch eine supraleitende, mit flüssigem Helium gekühlte NbTi-Spule erzeugt. Sie besaß einen Radius von 80 cm und eine Länge von 3.5 m. Die in Supraleitern erreichbare hohe Stromdichte ermöglichte den Aufbau eines starken Magnetfeldes mit nur wenig Spulenmaterial und damit vergleichsweise geringer Beeinträchtigung der Energieauflösung des sich hinter der Spule befindlichen Kalorimeters. Die Dicke der CELLO-Spule (inkl. Kryostat und Isoliermaterial) entsprach 0.5 Strahlungslängen bzw. 0.13 Absorptionslängen. Bei einer Stromstärke von 2950 A betrug die Magnetfeldstärke am Wechselwirkungspunkt $B_{WW} = 1.312 \text{ T}$. Im sensitiven Bereich des Innendetektors war das Feld parallel

⁴Dieser und die nachfolgenden Abschnitte 3.3.3 und 3.3.4 sowie Teile aus Abschnitt 3.4 wurden der Arbeit von H.Fenner [61] entnommen.

zur Strahlachse gerichtet und in guter Näherung homogen; es galt dort:

$$B_r < 0.1 \text{ T}, \quad \frac{|B_z - B_{WW}|}{B_z} < 6\% . \quad (3.13)$$

Außerhalb des Innendetektors wurden die Feldlinien durch ein 80 cm starkes Eisenjoch zurückgeführt, das gleichzeitig als Hadronfilter diente.

3.3.4 Das Vorwärtskalorimeter

Die in Vorwärts- (bzw. Rückwärts-)richtung nahe des Strahlrohres installierten Bleiglas-Kalorimeter (s. Abb. 3.6) erfüllten zwei verschiedene Aufgaben:

- Luminositätsmonitor
Durch Nachweis von Bhabha-Ereignissen⁵ bei kleinen Streuwinkeln konnte die Luminosität schon während der Datennahme überwacht werden.
- Tagging-Vorrichtung für 2-Photon-Reaktionen
Bei Messung eines (oder beider) aus dem Strahlrohr herausgestreuten Elektronen ("single-tag" oder "double tag"-Ereignisse) konnte das Quadrat der Masse Q^2 des virtuellen Photons bestimmt werden.

Die beiden Kalorimeter standen in einer Entfernung von jeweils 2650 mm vom Wechselwirkungspunkt und überdeckten den Polarwinkelbereich von 45 bis 110 mrad⁶. Sie bestanden aus Bleiglasblöcken, von denen jeweils 10 zu einem Halbring zusammengesetzt waren. Die Blöcke hatten eine Tiefe von 33.6 cm bzw. 13 Strahlungslängen.

Ihnen war eine Ebene von halbringförmigen Szintillatorstreifen vorgelagert, die beidseitig mit Photomultipliern ausgelesen wurden und eine genauere Messung der Schauerkoordinaten (ϑ, φ) erlaubten, als dies allein mit der groben Bleiglassegmentierung möglich gewesen wäre. Eine dünne Bleischicht ($0.5 X_0$) vor der Szintillatorebene sorgte für ein Aufschauern der Elektronen und führte so zu stärkeren Ausgangssignalen.

Die Energieauflösung des Vorwärtskalorimeters wurde hauptsächlich durch zwei Ursachen begrenzt:

- Das Strahlrohr, verschiedene Aufhängehalterungen und Pumpen bildeten im Mittel 2 Strahlungslängen an Material, das sich zwischen dem Wechselwirkungspunkt und den Schauerzählern befand⁷.
- Aufgrund ihrer relativ geringen Abmessung konnten vor allem an den seitlichen Rändern der Schauerzähler nicht unerhebliche Leckraten auftreten.

Für elektromagnetische Schauer im Zentralbereich der Akzeptanz betrug die Energieauflösung bei $E = 17.5 \text{ GeV}$:

$$\frac{\sigma_E}{E} = 14\% . \quad (3.14)$$

⁵elastische Streuung der Strahleptonen

⁶Das entsprach einem Q^2 -Bereich von ca. $0.5-3.7 (\text{GeV}/c^2)^2$.

⁷Für $\vartheta > 90 \text{ mrad}$ wurde das Vorwärtskalorimeter durch Teile des Argon-Endkappen-Kryostaten mit bis zu $10 X_0$ an Material abgedeckt und dadurch in gewissen Bereichen für Energiemessungen nahezu unbrauchbar.

3.3.5 Das Flüssigargon - Blei - Sampling - Kalorimeter

Außerhalb der supraleitenden Magnetspule befand sich der Zentralteil des CELLO - Flüssigargon - Blei - Kalorimeters. Zu beiden Seiten des Wechselwirkungspunktes umschlossen jeweils acht Module in einem Abstand von 106.7 cm oktaedrisch das Strahlrohr. Jedes dieser 16 Module maß eine Länge von 2 m und eine Tiefe von 43 cm . Die Breite betrug innen 88.4 cm und außen 123.7 cm . Von dem Zentralteil des Kalorimeters wurden $\simeq 86\%$ des gesamten Raumwinkels umschlossen. Vier weitere, halbringförmige Kalorimeter - Module deckten den vorderen und den hinteren Bereich des Detektors ab. Diese teilweise innerhalb der Magnetspule liegenden *Endkappen* - Module, deren Innenradius $r_i = 23\text{ cm}$ und Außenradius $r_a = 66\text{ cm}$ betragen, maßen die Energie der Teilchen, die in einem Polarwinkelbereich zwischen 130 mrad und 400 mrad vom Vertex emittiert wurden. Sie umspannten weitere 7% des totalen Raumwinkels, so daß insgesamt $\simeq 93\%$ von 4π erfaßt wurden.

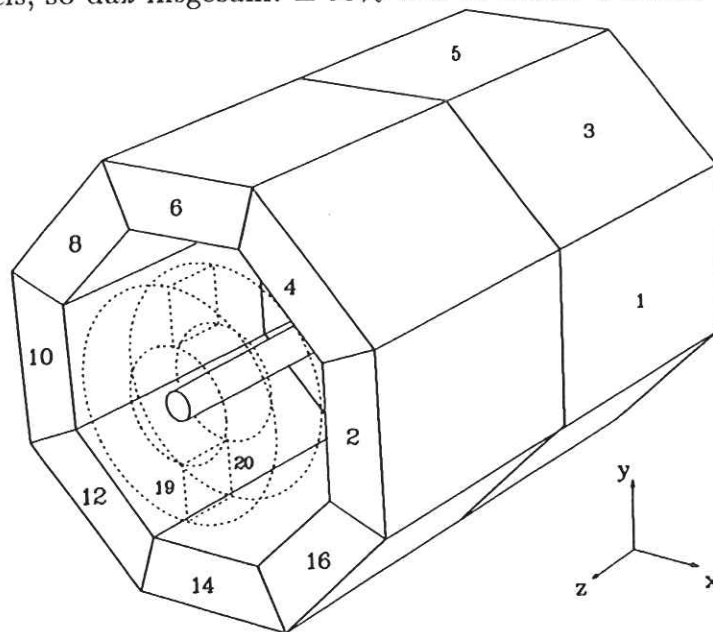


Abbildung 3.4: Anordnung der Zentral- und Endkappenmodule des CELLO - Kalorimeters um den Wechselwirkungspunkt.

In Abb. 3.4 ist der Aufbau der 20 Module um den Wechselwirkungspunkt skizziert. Die eingezeichnete Z - Achse des orthogonalen und rechtshändigen CELLO - Koordinatensystems wurde durch die Strahlrichtung der Elektronen festgelegt. Bezüglich des Speicherringes zeigte die X - Achse vom Vertex radial nach außen. Die Zentralmodule in positiver Z - Richtung wurden durch die geraden Zahlen von 2 bis 16 durchnummeriert, die in negativer Z - Richtung erhielten die ungeraden Nummern von 1 bis 15. Module 17 und 18 waren die linken und rechten Endkappen-Halbringe in negativer Z - Richtung, Module 19 und 20 die entsprechenden auf der gegenüberliegenden Seite des Detektors.

Das CELLO - Kalorimeter war ein *Sampling* - Kalorimeter. Die 16 Zentralmodule und die 4 Endkappenmodule waren jeweils identisch aufgebaut. Als aktives Absorbermaterial durchströmte von einem Kryostaten verflüssigtes Argon die Module; als passives Material dienten sowohl Platten als auch Streifen aus Kupfer und Blei. Um mit dem Kalorimeter neben der Energiemessung zusätzlich den Einschubort der Teilchen und das Schauerprofil in drei Dimensionen bestimmen zu können, wurden Schichten aus Streifen des passiven Materials verwendet, deren Orientierung unterschiedlich waren.

In den **Endkappen - Modulen** waren dies mit steigender Tiefe *vertikale, horizontale* und *zirkulare* Bleistreifenlagen (Anoden), die jeweils durch Bleiplatten (Kathoden) voneinander getrennt wurden. Die Reihenfolge :

{ 1.2 mm starke Bleiplatte, 4 mm flüssiges Argon, 1.2 mm starke Bleistreifen
(alternierend : vertikal, horizontal, zirkular), 4 mm flüssiges Argon }

wiederholte sich 42 mal in der Tiefe und stellte die kleinste *Zelle* dar. Vor der ersten Bleiplatte waren drei Lagen aus kupferkaschierten Epoxydharzplatten angebracht, mit denen, aufgrund der größeren Strahlungslänge von Kupfer im Vergleich zu Blei ($X_0(Cu) = 1.43 \text{ cm}$, $X_0(Pb) = 0.56 \text{ cm}$), das dE/dx - Verhalten eines Teilchens vor dem Anschauern untersucht werden konnte. Die gesamte Tiefe der Endkappenmodule betrug 45.20 cm und $\approx 21X_0$. Vor jedem Modul befanden sich im Mittel zwei Strahlungslängen Materie⁸. Um die Zahl der auszulesenden Kanäle aus Kostengründen zu beschränken, wurden sowohl in longitudinaler als auch transversaler Richtung benachbarte und gleichorientierte Anodenstreifen zu Blöcken zusammengefaßt. Jeder Block war an einen Vorverstärker angeschlossen, von denen jeweils 368 ein Modul auslasen.

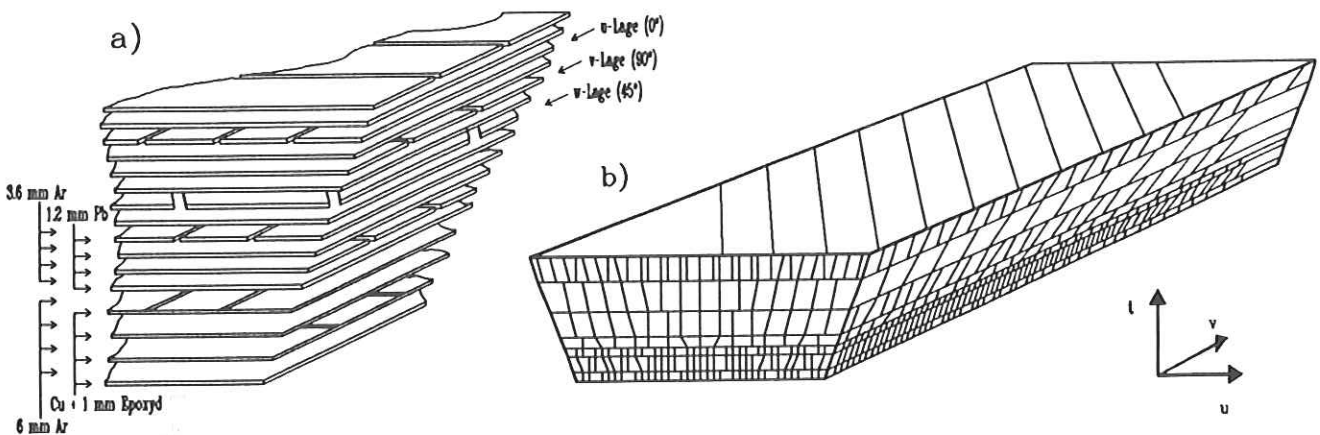


Abbildung 3.5: Aufbau eines Kalorimetermoduls. a) Geometrische Struktur: abwechselnde Lagen von Ar und Cu/Pb-Streifen bzw. -Platten, b) elektronische Struktur: Zusammenfassung zu *u*-Kanälen (Front), *v*-Kanälen (Seite) und *w*-Kanälen (oberste Lage).

Der Aufbau eines Moduls aus dem **Zentralbereich** des Kalorimeters entsprach im Prinzip dem der Endkappenmodule und wird in Abb. 3.5 gezeigt. Hier waren die Bleistreifen in den Lagen um 0° (U - Lagen), 90° (V - Lagen) und 45° (W - Lagen) zum Strahlrohr orientiert. In jedem Zentralmodul wiederholte sich die Reihenfolge einer kleinsten Zelle :

{ 1.2 mm starke Bleiplatte, 3.6 mm flüssiges Argon, 1.2 mm starker Bleistreifen
(U-, V- oder W-Streifen), 3.6 mm flüssiges Argon }

⁸Aufhängehalterungen, Endkappen - Proportionalkammern, Innendetektor, Strahlrohr

41 mal in der Tiefe. Wie in Abb. 3.5 [62] dargestellt, befanden sich vor der ersten Bleiplatte zwei Zellen; die ebenfalls aus kupferkaschiertem Epoxydharz aufgebaut waren und eine entsprechende dE/dx - Messung ermöglichen sollten. Die Abmessungen dieser Zellen waren: { 1.0 mm starke Kupferplatte, 6.0 mm flüssiges Argon, 1.0 mm starke Kupferstreifen (U-, bzw. V-Streifen), 6.0 mm flüssiges Argon }. In Tabelle 3.3 sind die Orientierungen und die Tiefen der Zellen in den 43 Einzellagen eines Zentralmoduls angegeben. Die 2 cm breiten U-

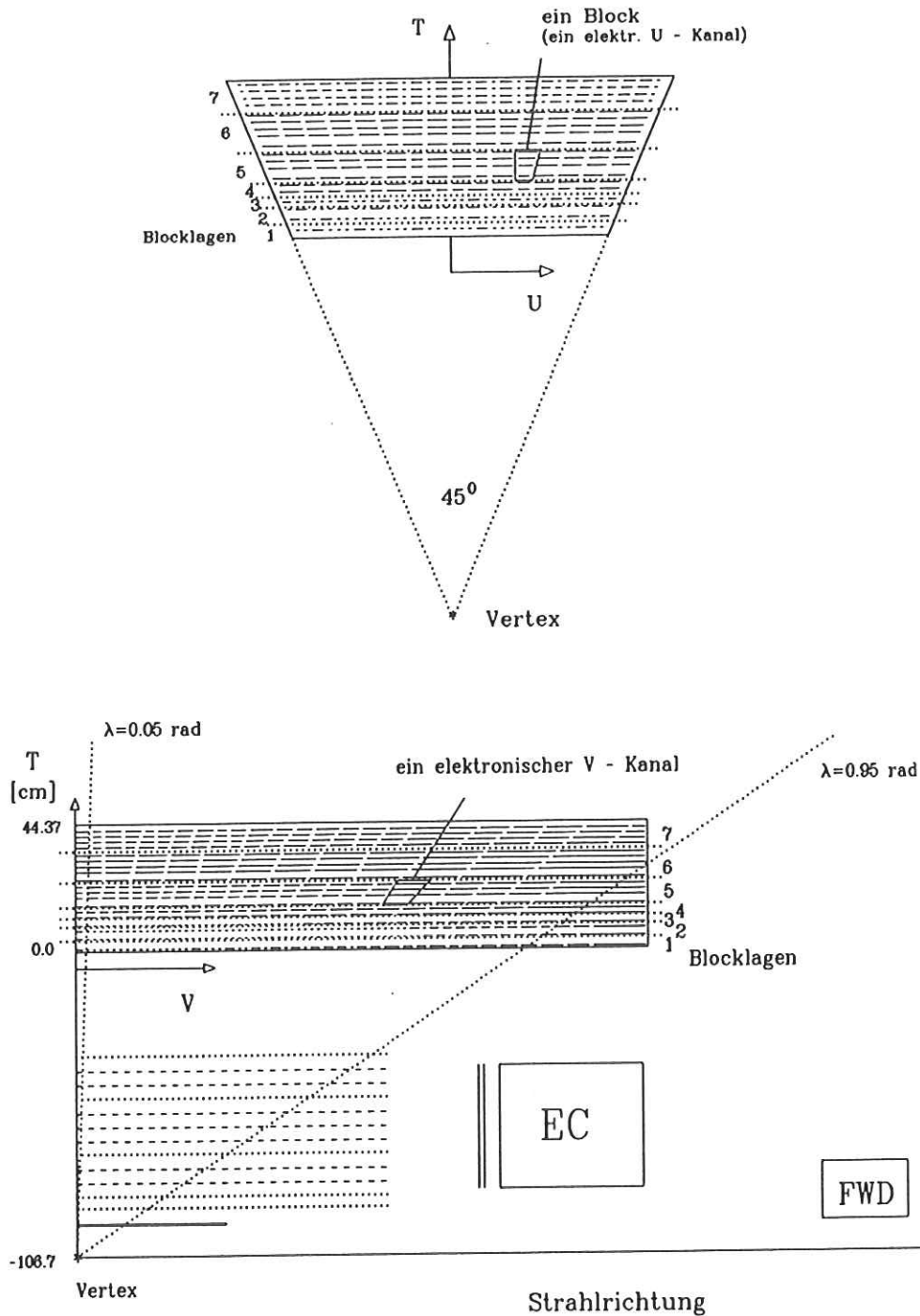


Abbildung 3.6: Zusammenfassung der Bleistreifen zu Blöcken in der Vorderansicht (oben) und Seitenansicht (unten) eines Zentral-Moduls des CELLO - Kalorimeters. Der eingezeichnete Winkel λ wird bezüglich der T-Achse gemessen (EC: Endkappen-Kalorimeter, FWD: Vorwärtskalorimeter).

und V-Streifen wurden in den Lagen durch 3 mm große Lücken voneinander getrennt; bei den 3 cm breiten W-Streifen betragen diese 2.5 mm. Innerhalb eines Moduls wurden die Orstkoordinaten bezüglich der U-, V- und T-Achsen gemessen (s. Abb. 3.6). Die U-Streifen maßen die u-t-Koordinaten und die V-Streifen die v-t-Koordinaten eines Schauers. Die durch die W-Streifen gemessenen w-t-Koordinaten hingen, bei gleicher Tiefe t, über $w = \frac{u+v}{\sqrt{2}}$ linear von u und v ab.

Etwa 3000 Kanäle pro Modul wären auszulesen gewesen, hätte man die deponierte Ladung auf jedem Anodenstreifen einzeln messen wollen. Wie bei den Endkappen-Modulen ließ sich diese Zahl wieder dadurch reduzieren, daß gleichorientierte, in Tiefe und Breite benachbarte Zellen, zu **Blöcken** zusammengefaßt, an die Auslesekanäle angeschlossen wurden. Ein *elektronischer* Kanal maß somit das Summensignal mehrerer U-, V- bzw. W-Streifen und wird im folgenden auch als U-, V- oder W-Kanal bezeichnet. Zur Veranschaulichung ist in der Vorder- und Seitenansicht eines Zentral-Moduls in Abb. 3.6 die longitudinale und transversale Zusammenfassung der U- und V-Streifen zu jeweils einem elektronischen Kanal dargestellt. In Tabelle 3.3 wird durch die Spalte *Reduktion* angegeben, aus welchen der 43 Einzellagen die transversal benachbarten Zellen in der Tiefe jeweils einen Block bildeten. Gleiche Zahlen dieser Spalte verbinden die Einzellagen zu insgesamt 19 elektronisch unabhängige **Blocklagen** (7 U-Lagen, 7 V-Lagen und 5 W-Lagen). Die wichtigsten Daten dieser Blocklagen sind in Tabelle 3.4 zusammengestellt. Innerhalb der Blocklagen wurden die Bleistreifen in transversaler Richtung dann so zu Einzelblöcken zusammengefaßt, daß diese, vom Wechselwirkungspunkt aus betrachtet, alle etwa gleich große Raumwinkelelemente aufspannten (s. Abb. 3.6). Die Winkelauflösung des Kalorimeters wurde so konstant gehalten und betrug für einen typischen Schauer $\simeq 4$ mrad.

Durch diese Blockzusammenfassung konnte die Zahl der elektronischen Kanäle pro Modul auf 576 reduziert werden. In Lage 18 (s. Tabelle 3.4) wurden darüberhinaus jeweils 12 voneinander stark räumlich getrennte Einzelblöcke paarweise an dieselben Vorverstärker angeschlossen, wodurch sich die Zahl *geometrischer* Kanäle auf 588 pro Modul erhöhen ließ. Jeder Kanal maß die Energiedeposition auf der gesamten Länge seines Blockes im Kalorimeter, also in einer Dimension. Über die Kanalnummer erhielt man die Tiefe und eine der drei u-, v- und w-Koordinaten im Modul. Eine detaillierte Beschreibung der Verarbeitung dieser Informationen zur Rekonstruktion dreidimensionaler Schauer gibt [64].

Um im Experiment die Zahl der Kalorimeterdaten zu beschränken, wurden nur solche Kanäle ausgelesen, deren Signal 2σ über dem Rauschen lag⁹. Da ein minimalionisierendes Teilchen (z.B. ein Myon) in einer Zelle eine Ladung von nur $\simeq 5fC$ freisetzt, mußte die Ausleseelektronik extrem rauscharm sein. Mit ausgewählten FET-Transistoren konnte das Rauschen auf weniger als $\simeq 1fC$ beschränkt werden. Es erwies sich, wie auch die Verstärkung, als zeitlich recht stabil. Eine deshalb nur in großen Zeitabständen notwendige Kalibration der Kanäle erfolgte über Testpulse. Dazu wurden von außen bekannte Ladungen auf die Eingänge der Vorverstärker gegeben und mit den verstärkten Signalen verglichen.

Die Energieeichung des Kalorimeters wurde mit *Bhabha*-Ereignissen im Experiment vorgenommen. Dabei war die Energie der aus dem Strahlrohr elastisch herausgestreuten Elektronen und Positronen genau bekannt. Aus dem Verhältnis von Einschußenergie zur gesamten gemessenen Ladung konnte so für jedes Modul eine Kalibrationskonstante bestimmt werden. Die Energieauflösung des Kalorimeters lag bei [58]:

⁹Von Mitte Februar bis Mitte Juni 1986 waren 139 ($\equiv 1.5\%$) der 9216 Kanäle des Zentral-Kalorimeters defekt, danach betrug dieser Anteil 202 Kanäle ($\equiv 2.2\%$).

Nummer der Einzellage	Sektor	Orientierung U - V - W	Reduktion zu Blocklagen	Tiefe im Modul in [cm]
1	I	V	1	0.75
2		U	2	2.15
3	II	V	3	4.34
4		U	5	5.30
5		W	4	6.26
6		V	3	7.22
7		U	5	8.18
8	III	V	6	9.14
9		U	7	10.09
10		W	8	11.06
11	IV	V	9	12.02
12		U	10	12.98
13		V	9	13.94
14		U	10	14.90
15	V	V	11	15.86
16		U	12	16.82
17		W	13	17.78
18		V	11	18.74
19		U	12	19.70
20		V	11	20.66
21		U	12	21.62
22		V	11	22.58
23		U	12	23.54
24	VI	V	14	24.90
25		U	15	25.86
26		W	16	26.82
27		V	14	27.78
28		U	15	28.74
29		V	14	29.70
30		U	15	30.66
31		V	14	31.62
32		U	15	32.58
33		V	14	33.54
34		U	15	34.50
35	VII	W	17	35.46
36		V	18	36.42
37		U	19	37.38
38		V	18	38.34
39		U	19	39.30
40		V	18	40.26
41		U	19	41.22
42		V	18	42.18
43		U	19	43.14

Tabelle 3.3: Aufbau eines Kalorimeter - Moduls im Zentralteil des CELLO - Kalorimeters.

Block - Lage	Sektor	Orient. U-V-W	Tiefe im Modul in [cm]	Ar - Schicht in [cm]	# geom. Kanäle in der Lage
1	I	V	0.75	1.20	48
2		U	2.15	1.20	32
3	II	V	5.78	1.44	64
4		W	6.26	0.72	40
5		U	6.74	1.44	32
6	III	V	9.14	0.72	56
7		U	10.09	0.72	32
8		W	11.06	0.72	48
9	IV	V	12.98	1.44	24
10		U	13.94	1.44	16
11	V	W	17.78	0.72	48
12		V	19.46	2.88	24
13		U	20.42	2.88	16
14	VI	W	26.82	0.72	12
15		V	29.51	3.60	12
16		U	30.47	3.60	16
17	VII	W	35.46	0.72	12
18		V	39.30	2.88	24
19		U	40.26	2.88	32

Tabelle 3.4: Zusammenfassung der Einzellagen zu Blocklagen.

$$\frac{\sigma(E)}{E} \simeq 5\% \oplus \frac{10\%}{\sqrt{E}}, \quad E \text{ in } [GeV] \quad . \quad (3.15)$$

Die Nachweisschwelle für Photonen betrug $\simeq 100 \text{ MeV}$.

3.3.6 Die Myonkammern

Außerhalb des Magneteisens, das mit einer Dicke von bis zu 80 cm 5 bis 8 Absorptionslängen Materie ergab und damit gleichzeitig als Hadronfilter diente, befanden sich großflächige Proportionalkammern für den Nachweis von Myonen (s. Abb. 3.2 und 3.7). Mit einer gesamten Fläche von $\simeq 200 \text{ m}^2$ deckten die 30 Kammern $\simeq 90\%$ des totalen Raumwinkels ab.

Hochenergetische Myonen verlieren lediglich durch Minimalionisation in Materie ihre Energie. Um vom Wechselwirkungspunkt kommend, weder im Kalorimeter¹⁰ noch in der Eisenabschirmung gestoppt zu werden, benötigten die Myonen einen Mindestimpuls von $\simeq 1.2 \text{ GeV}/c$. Von diesem Wert an stieg die Wahrscheinlichkeit für das Auslösen eines Signals in den Myonkammern sehr schnell an und erreichte bei $\simeq 2.0 \text{ GeV}/c$ den Sättigungswert von $\simeq 90\%$. Wurde lediglich ein Signal in den Kammern als Kriterium für Myonen verlangt, so kam es zu Mißidentifikationen. Neben der immer vorhandenen kosmischen Höhenstrahlung lösten auch die geladenen und isotrop emittierten Zerfallsprodukte in der Hadronabschirmung gestoppter Pionen Signale in den Myonkammern aus. Aus diesem Grunde wurde für jede vom Wechselwirkungspunkt kommende Teilchenspur die *Distanz* zwischen dem tatsächlich

¹⁰Dazu benötigten Myonen einen Mindestimpuls von $\simeq 290 \text{ MeV}/c$.

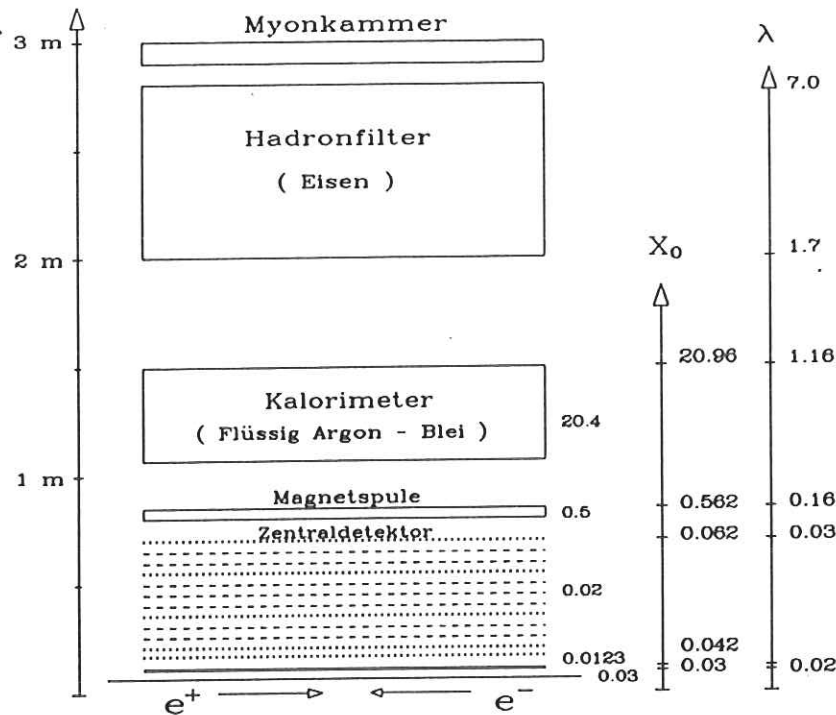


Abbildung 3.7: Strahlungslängen (X_0) und Absorptionslängen (λ) der Materie der Detektor-Komponenten in radialer Richtung zum Strahlrohr.

beobachteten und dem durch Spurextrapolation erwarteten Ort des Myonkammersignals berechnet. Sind in einem zweidimensionalen Koordinatensystem, dessen Ursprung mit dem Ort des gemessenen Signals zusammenfällt, U und V die Ortskoordinaten des erwarteten Myonkammersignals, so galt für die Distanz :

$$Distanz = \sqrt{U^2 + V^2} \quad (3.16)$$

Durch einen weiteren Parameter wurde die Ablenkung des Teilchens durch Vielfachstreuung in der Detektormaterie berücksichtigt. Die *Qualität* war definiert als :

$$Qualität = \sqrt{\frac{U^2}{\sigma_U^2} + \frac{V^2}{\sigma_V^2}}, \quad (3.17)$$

wobei σ_U und σ_V die durch Vielfachstreuung auftretenden Fehler der erwarteten Koordinatenangaben. Als übliche Abschneidewerte galten :

$$\begin{aligned} Qualität &\leq 2.6 \\ Distanz &\leq 22 \text{ cm} \end{aligned} \quad (3.18)$$

3.4 Aufnahme und Verarbeitung der Daten

Die Umlauffrequenz der Teilchenbündel im Speicherring PETRA betrug 0.526 MHz . In den Zentren der Wechselwirkungszonen stießen die Teilchenpakete damit etwa alle $3.8 \mu\text{s}$ aufeinander. Demgegenüber wurden zum Auslesen des gesamten CELLO - Detektors im Mittel 30 - 40 ms benötigt.

Ein schnelles Triggersystem mußte deshalb in möglichst kurzer Zeit ($\leq 3.8\mu\text{s}$) entscheiden, ob ein physikalisch interessantes Ereignis bei der e^+e^- -Wechselwirkung entstanden war. Bei CELLO lieferten aus diesem Grunde alle Detektorkomponenten jeweils schnell zur Verfügung stehende Informationen an zwei elektronische Einheiten (*Master-Trigger-Units*), in denen sie durch logische Verknüpfungen zu 16 physikalischen Triggern zusammengefaßt wurden.

Der zylindrische Zentraldetektor z.B. stellte seine Informationen in weniger als $2\mu\text{s}$ zur Verfügung. Ein schneller Algorithmus suchte dann nach Spuren sowohl in der $R - \Phi$ - als auch in der $R - Z$ - Projektion. Die Komponenten dieses *reinen Spurtriggern* waren :

1. der zentrale $r\varphi$ -Trigger, der die Anoden-Signale der 5 Proportionalkammern und der Driftkammern 9 und 12 auswertete,
2. der zentrale rz -Trigger, der die Signale von den 90° -Kathoden der Proportionalkammern auswertete,
3. der Endkappen- $r\varphi$ -Trigger, der die Anoden-Signale der inneren Zentralkammern und die Kathodensignale der Endkappen-Proportionalkammern auswertete.

In einer Zentralkammer benachbarte Drähte wurden mit einem logischen "oder" so zusammengefaßt, daß die $r\varphi$ -Ebene in 64 azimutale Sektoren mit einem Öffnungswinkel von 5.6° aufgeteilt wurde. Entsprechend wurde die rz -Ebene durch Zusammenfassung benachbarter Kathoden in 37 polare Sektoren unterteilt. Diejenigen Sektoren, in denen mindestens ein Kanal ein Signal geliefert hatte, bildeten zusammen ein Muster, das auf spurförmige Bestandteile untersucht werden mußte. Zu diesem Zweck wurde es mit einem Katalog von vorgegebenen Mustern ("Spurmasken") verglichen, der alle "erlaubten Spuren" definiert und vor Beginn der Datennahme in RAM-Speichermodule geladen wurde. Die "erlaubten Spuren" waren dabei durch die folgenden Kriterien charakterisiert:

Der **zentrale $r\varphi$ -Trigger** verfügte über zwei verschiedene Sätze von Masken, die sich im minimalen Transversalimpuls P_\perp der Spur unterschieden:

$$\begin{aligned} r\varphi(\text{low}): p_\perp &\geq 250 \text{ MeV}/c \\ r\varphi(\text{high}): p_\perp &\geq 650 \text{ MeV}/c . \end{aligned}$$

Der Abstand der Spur vom Wechselwirkungspunkt mußte kleiner als 10 mm sein. Durch Abspeicherung von Untermasken mit fehlenden Sektoren konnte Ausfall oder Ineffizienz von ein oder zwei der 7 Triggerkammern toleriert werden.

Beim **zentralen rz -Trigger** wurde der Vertexbereich, in dem die Spuren die z -Achse schneiden mußten, trotz der kleinen Strahlbündellänge von 20 mm (siehe Tab. 3.1) auf das Intervall von -150 mm bis +150 mm ausgedehnt, damit auch einige Strahl-Restgas-Ereignisse zur Untergrundnormierung aufgenommen werden konnten. Mindestens 4 der 5 Proportionalkammern mußten angesprochen haben.

Der **Endkappen- $r\varphi$ -Trigger** verlangte für den Transversalimpuls der Spuren $p_\perp \geq 350 \text{ MeV}/c$. Mindestens 3 von 4 Endkappenkammern und 5 von 6 Zentralkammern mußten angesprochen haben¹¹.

Eine Summationslogik faßte die Ergebnisse aus dem Maskenvergleich zusammen. Je nach Anzahl der gefundenen Spurmasken wurden unterschiedliche Ausgangssignale an die beiden zentralen Triggereinheiten gegeben:

¹¹Während des Experimentes waren die Anforderungen des Endkappen-Triggers an die Spuren geändert worden. Zu Beginn des Experimentes galt: $p_\perp \geq 450 \text{ MeV}/c$, mindestens 3 von 4 Endkappenkammern und 4 aus 6 Zentralkammern mußten angesprochen haben.

$r\varphi$ -H(1)	≥ 1 Maske	}	mit Transversalimpuls $p_{\perp} \geq 650 \text{ MeV}/c$
$r\varphi$ -H(2)	≥ 2 Masken		
$r\varphi$ -H(NH)	\geq NH Masken		
$r\varphi$ -L(1)	≥ 1 Maske	}	mit Transversalimpuls $p_{\perp} \geq 250 \text{ MeV}/c$
$r\varphi$ -L(NL)	\geq NL Masken		
rz (M)	\geq M Masken		
EC(+z)	≥ 1 Maske	}	mit Transversalimpuls $p_{\perp} \geq 350 \text{ MeV}/c$
EC(-z)	≥ 1 Maske		

NH, NL und M waren variabel programmierbar. Während des in dieser Arbeit ausgewerteten Experimentes war NH=2, NL=2 und M=1 gesetzt.

Um den Untergrund gezielter reduzieren zu können, als dies allein über die Anzahl der Spurmasken möglich war, verfügte der zentrale $r\varphi$ -Trigger neben der Summationslogik über eine "Sektoreinheit" und eine "Clusterlogik", die die gefundenen Spurmasken auf ihre Topologie hin untersuchten.

Durch Überprüfung der Öffnungswinkel zwischen den Spuren erlaubte die Sektoreinheit, Ereignisse mit schlecht balanciertem Transversalimpuls zu unterdrücken. Nur wenn zwei Spurmasken gefunden wurden, deren Sektorabstand in der letzten Triggerkammer einen bestimmten Wert überschritt, wurde ein Signal an die zentralen Triggereinheiten gegeben:

SEC-H	2 Spurmasken mit $p_{\perp} \geq 650 \text{ MeV}/c$ und Sektorabstand ≥ 24 ($\equiv 135^{\circ}$)	
SEC-L	2 Spurmasken mit $p_{\perp} \geq 250 \text{ MeV}/c$ und Sektorabstand ≥ 24 ($\equiv 135^{\circ}$) in der 1. Hälfte ≥ 8 ($\equiv 45^{\circ}$) in der 2. Hälfte	}

Die Forderung nach einem minimalen Sektorabstand von 24 für Spuren mit niedrigem Transversalimpuls erwies sich für Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow 2$ Spuren als zu streng. Sie wurde daher im Verlauf des Experimentes auf einen Abstand von 8 Sektoren abgeschwächt.

Starke Anhäufungen nahe beieinanderliegender Masken, wie sie für Strahl-Strahlrohr-Wechselwirkungen typisch sind, konnten mit der Clusterlogik erkannt werden. Dabei wurden zwei unmittelbar benachbarte Spurmasken zu einem "Cluster" zusammengefaßt¹². Falls zwei oder mehr Cluster vorhanden waren, wurde das Signal an die zentralen Triggereinheiten nur dann ausgelöst, wenn sie weiter als 7 Sektoren auseinander lagen:

CLU-H	mindestens 2 Cluster (aus max. 2, später 3 Masken mit $p_{\perp} \geq 650 \text{ MeV}/c$) mit Sektorabstand ≥ 7 ($\equiv 39.4^{\circ}$),
CLU-L	mindestens 2 Cluster (aus max. 2 Masken mit $p_{\perp} \geq 250 \text{ MeV}/c$) mit Sektorabstand ≥ 7 ($\equiv 39.4^{\circ}$).

Zwei weitere, vom Innendetektor abgeleitete Signale, die für die Reduzierung von Untergrundereignissen eine Rolle spielten, waren das Strahlrohrkammerveto (BPV) und das Kathodenveto (CAV):

BPV	mehr als 50 angesprochene Kanäle in den Strahlrohrkammern
CAV	mehr als 16 angesprochene 90° -Kathoden in den beiden inneren Proportionalkammern.

¹²In der zweiten Hälfte des Experimentes wurden für Spuren mit hohem Transversalimpuls Cluster aus maximal drei Masken gebildet.

Zehn der insgesamt 16 in den beiden zentralen Triggereinheiten programmierten Koinzidenzbedingungen machten von den hier erläuterten Signalen des Spurtriggers Gebrauch. Drei von ihnen waren für die in dieser Arbeit untersuchten Reaktionen relevant:

Trigger 5 $r\varphi\text{-H(NH)} \wedge rz\text{(M)} \wedge \text{SEC-H}$
 Trigger 15 $r\varphi\text{-H(NH)} \wedge rz\text{(M)} \wedge \text{CLU-H} \wedge \text{CAV} \wedge \text{BPV}$
 Trigger 16 $r\varphi\text{-L(NL)} \wedge rz\text{(M)} \wedge \text{CLU-L} \wedge \text{CAV}$.

Sie bewirkten die Aufnahme von Ereignissen, die mindestens 2 Spuren mit einem Winkel zur Strahlachse $\vartheta > 466 \text{ mrad}$ und einem Transversalimpuls $p_{\perp} > 250 \text{ MeV}/c$ enthielten.

Neben reinen Spurtriggern waren auch reine Energietrigger definiert. Diese wurden ausgelöst, sobald die im Kalorimeter gemessene Gesamtladung bestimmte Schwellwerte überstieg. Darüberhinaus waren ebenfalls Triggerbedingungen aus Kombinationen einer gewissen Anzahl gefundener Spuren mit einer Mindestenergie im Kalorimeter definiert.

War durch mindestens ein Triggersignal ein Ereignis als physikalisch interessant erkannt worden, so wurde die gesamte Meßelektronik gestoppt. Jede einzelne Detektorkomponente wurde nun über einen eigenen Minicomputer ausgelesen. Ein Rechner (PDP 11/55) stellte die aufgenommenen Daten zusammen und schrieb sie auf eine Magnetplatte. Anschließend wurde der Detektor für weitere Messungen wieder freigegeben.

Die auf der Magnetplatte zwischengespeicherten Ereignisse wurden unabhängig von der Datennahme von einem zweiten Rechner (Emulator, IBM 370 E) überprüft. Er verifizierte die Triggersignale und kennzeichnete die interessanten Ereignisse auf der Platte mit einer Marke.

Bedingt durch die begrenzte Aufnahmekapazität des Zwischenspeichers wurden in regelmäßigen Abständen alle Ereignisse auf Magnetbänder kopiert. Auf diesen sog. *Dump*-Bändern waren aus Sicherheitsgründen noch sämtliche getriggerten Ereignisse, markiert und unmarkiert, abgespeichert.

Zur Reduktion der Daten wurden sie jetzt von einem *Filterprogramm* untersucht. Dieses Programm bearbeitete zunächst alle Ereignisse, die vom Emulator nicht überprüft wurden. Selektiert und auf einen neuen Satz von Magnetbändern geschrieben wurden dann alle markierten, für einen späteren Test aber auch 5% der unmarkierten Ereignisse. Die Datenmenge wurde hierdurch um $\simeq 85\%$ reduziert.

Auf dieser Stufe waren die Informationen über ein Ereignis noch sehr undetailliert; Spuren waren im Innendetektor durch die Triggereinheit nur grob identifiziert worden, und über die im Kalorimeter deponierte Energie war lediglich der Gesamtbetrag bekannt. Eine weitere Verarbeitung der *Rohdaten* war deshalb notwendig. Diese Aufgabe übernahm das Programmpaket **OFFRAM**. Es bestand aus einer Reihe von Prozessoren, von denen *CELPAT* [63] und *LATRAK* [64] zur genauen Spurrekonstruktion sowie zur detaillierten Schaueridentifikation im Ereignis verantwortlich waren. Neben einer dreidimensionalen Auflösung der Einzelschauer im Kalorimeter untersuchte *LATRAK* ferner, ob bzw. von welcher Teilchenspur im Zentraldetektor ein Schauer ausgelöst wurde. Andere Prozessoren verarbeiteten die Rohdaten der übrigen Detektorkomponenten. Für die Myonkammern wurden z.B. an dieser Stelle die in Abschnitt 3.3.6 beschriebenen Parameter Qualität und Distanz bestimmt.

Das Datenformat, unter dem sowohl die Rohdaten als auch alle von **OFFRAM** hinzugekommenen Informationen eines Ereignisses angelegt wurde, erlaubte, neben einem schnellen Zugriff auf Einzelwerte, das Einhalten einer festen Struktur bei unterschiedlich großen Datenmengen [65] :

Für jedes Ereignis wurden die wesentlichen und interessanten Meßwerte der einzelnen Detektor­komponenten in Form von **Datenbanken** sequentiell abgespeichert. Jede Bank besaß einen speziellen Namen, eine Adresse, unter der man sie fand und war variabel in der Zahl der von ihr zur Verfügung gestellten Speicherplätze. Banken gleichen Namens konnten durch verschiedene Nummern unterschieden werden. Die gemessenen und berechneten Parameter aller im Innendetektor gefundenen Spuren waren z.B. in **SPUR** - Banken zu finden. Zu jeder Spur existierte eine Bank.

In diesem Datenformat wurden die Ereignisse, nach dem Prozessieren durch OFFRAM, auf einen neuen Satz von Magnetbändern geschrieben. Diese sog. DST-2-Bänder¹³ stellten den Ausgangspunkt aller anschließenden Analysen dar.

¹³Data Summary Tape

Kapitel 4

Aufarbeitung der Daten, Rekonstruktion und Selektion der Ereignisse

4.1 Einleitung

Im letzten Abschnitt 3.4 des vorangegangenen Kapitels wurde bereits die Aufnahme der *Roh-Daten* eines *getriggerten* Ereignisses und deren wesentliche, zur Ereignis-Rekonstruktion notwendige Aufarbeitung durch das Programmpaket OFFRAM skizziert. Wie erwähnt wurden die von den jeweiligen Unter-Prozessoren ermittelten Ergebnisse in einem flexiblen Format mittels BOS - Datenbanken [65] abgespeichert. Ein prozessiertes und auf die DST-2 - Bänder geschriebenes Ereignis enthält daher Datenbanken bezüglich jeder im Zentraldetektor rekonstruierten Teilchenspur, jedem Kalorimeter-Schauer und im wesentlichen jeder anderen Komponente des Detektors. Es wurden darüberhinaus auch Datenbanken angelegt, die die zu einer Detektordurchquerung eines geladenen oder neutralen Teilchens gefundenen Einzelinformationen zusammenfaßten und den dazugehörigen, auf den Wechselwirkungspunkt bezogenen Vierervektor enthalten. Damit war das Ziel der Ereignisrekonstruktion im wesentlichen erreicht und mit den eigentlichen Analysen konnte begonnen werden. Ein sehr wichtiger und für das folgende entscheidender Punkt war, daß auf keiner Rekonstruktions - Stufe eine Kompression der Daten vorgenommen wurde. So standen auch für die Ereignisse der DST-2 - Bänder noch sämtliche Roh-Daten zur Verfügung. Aus diesem Grunde konnte im Nachhinein eine Verfeinerung der beschriebenen Ereignis-Rekonstruktion vorgenommen werden. Hierdurch war eine meist erhebliche Verbesserung der im Vergleich zu Annihilationsreaktionen ja sehr viel kleineren Akzeptanzen von Zwei-Photon - Reaktionen [siehe Abschnitt 2.2.2] erzielbar, wodurch einige Analysen sogar erst ermöglicht wurden. Im folgenden Abschnitt wird diese zum Programmpaket *VIOLA* zusammengefaßte Erweiterung der Standard-Rekonstruktion im Detail erläutert. Der Schwerpunkt wird dabei auf den für diese Arbeit wichtigen Prozessor zur Identifikation niederenergetischer Teilchen im Kalorimeter des CELLO-Detektors gelegt. Mit der Beschreibung der $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ - Ereignis Selektion im letzten Abschnitt wird dieses Kapitel beendet.

4.2 VIOLA – eine Erweiterung der Standard-Rekonstruktions - Software bei CELLO

Mit der Entwicklung von VIOLA wurde 1986 begonnen¹. Das Ziel war, alles Wissen und alle Erfahrungen über jede Komponente des CELLO-Detektors in einem Programm-Paket zu sammeln, um es so konzentriert anwenden zu können. Genau entgegengesetzt zur Ereignissimulation im Detektor, bei der durch Monte-Carlo - Methoden (siehe Kapitel 5) aus Teilchen-Vierervektoren Ereignisse mit exakt der gleichen Datenstruktur erzeugt werden, wie sie *echte* Daten-Ereignisse auf den DST-2- Bändern aufweisen, sollte mit VIOLA eine optimale Rücktransformation von den Meßdaten zu den Vierervektoren der erzeugten Teilchen vorgenommen werden können. Die Aufgabe, von BOS-Datenbanken auf Vierervektoren zurückzuschließen, übernehmen in VIOLA die sieben Haupt-Prozessoren:

VIOLA			
VSHOWRN	VCHARG	VV0CND	VFORW
VELEC	VHOLE	VTRACK	

Jeder Hauptprozessor besitzt eine Versionsnummer, ist eigenständig und ruft in der Regel weitere Unterprozessoren auf. Er entscheidet selbständig, ob bei einem von VIOLA bereits bearbeiteten Ereignis ein Reprozessieren notwendig ist. Dies ist der Fall, wenn sich aufgrund einer Programm-Änderung eine neue Versionsnummer ergeben hat, wenn von außen vorgegebene Parameter geändert werden oder man von außen das Reprozessieren erzwingt. Die wesentliche Bedeutung der einzelnen Prozessoren ist:

VSHOWRN: Dieser Prozessor ist für die Auswertung und Aufarbeitung aller Kalorimeterdaten verantwortlich. Vom Standard-Rekonstruktionsprogramm LATRAK bereits gefundene Kalorimeterschauer werden dreidimensional vermessen. Es wird dabei der Einfluß toter und ineffizienter Kalorimeterkanäle berücksichtigt und von der im nächsten Abschnitt beschriebenen *Rauschunterdrückung* der Einzelkanäle Gebrauch gemacht. Aus der Pulshöhen-Summe wird mit einer Kalibrationsfunktion die Schauerenergie bestimmt. Die longitudinale und laterale Pulshöhenverteilung ist Grundlage der in Abschnitt 4.2.2 zu besprechenden Teilchenidentifikation. Zu den bereits von LATRAK gefundenen Assoziationen zwischen geladenen Spuren und Kalorimeterschauern werden weitere gesucht. Jeder nichtassoziierte Schauer wird dabei durch verschiedene Methoden auf die Möglichkeit hin untersucht, daß er zu einer Spur im Zentraldetektor "paßt". Bei der aufwendigsten Untersuchungsmethode wird eine lineare Anpassungsrechnung² sowohl vom Endpunkt einer in Frage kommenden Spur im Innendetektor als auch vom Wechselwirkungspunkt ausgehend durch die dreidimensionale Pulshöhenverteilung vorgenommen und anschließend die mittleren quadratischen Abweichungen der Ladungsdepositionen von der Extrapolation verglichen. Weniger komplizierte Untersuchungen fragen nach dem Abstand (in [cm] und [rad]) eines nichtassoziierten Schauers von der vom Spur-Endpunkt ausgehenden Extrapolation ins Kalorimeter. Insgesamt hat sich

¹Seither sind in VIOLA circa 15 MJ (Mann-Jahre) Erfahrungen und Arbeit eingeflossen und haben eine Programm-Länge von etwa 20000 Zeilen entstehen lassen.

²Im folgenden wird für Anpassungsrechnung auch der üblichere, aus dem Englischen stammende Begriff *Fit* benutzt.

als sinnvoll erwiesen, einer Spur mehrere Assoziationen zu erlauben. Schauer, denen hierdurch keine Spur zugeordnet wird, werden später als Kandidaten für Photonen behandelt. Für sie wird die oben beschriebene Anpassungsrechnung wiederholt – diesmal aber ohne Aufhängung am Wechselwirkungs- bzw. Endpunkt einer Spur. Hierdurch soll die Einschußrichtung des Teilchens in das Kalorimeter bestimmt und mit der Hypothese verglichen werden, daß es tatsächlich vom Wechselwirkungspunkt stammt und nicht von irgendwo aus dem Detektor. Eine weitere Aufgabe des Prozessors liegt in dem von LATRAK nicht immer vollständig ausgeführten Zusammenfassen der *Cluster* zweier Schauer, die an den Rändern zweier benachbarter Module liegen und häufig nur von einem Teilchen stammen. Durch eine tote oder ineffiziente Kalorimeter-Lage bedingt, kann ein zusammenhängender Schauer auch in zwei hintereinanderliegende Cluster ausarten. LATRAK meint dann fälschlicherweise, zwei Schauer gefunden zu haben. Auch diesen Fall kuriert der Prozessor durch geeignetes Zusammenfassen der Cluster.

VCHARG: Dieser Prozessor überprüft die Qualität bereits gefundener Teilchenspuren im Zentraldetektor. Im *Standard-Spurrekonstruktions-Programm CELPAT* werden die zu einer Spur gehörenden Drift- und Proportionalkammer – Signale zunächst durch einen Spur-Fit im homogenem Detektor-Magnetfeld ermittelt. Ein sich anschließender zweiter Fit versucht, den Spur-Fit weiter zu verbessern, indem auch der Wechselwirkungspunkt als möglicher Spurpunkt hinzugenommen und das tatsächliche und im Außenbereich Inhomogenitäten aufweisende Detektor-Magnetfeld verwendet wird. Ist der Abstand des Wechselwirkungspunktes von der Spur zu groß, so wird der Fit ohne diesen Punkt wiederholt. Durchquert nun ein geladenes Teilchen die Drift- und Proportionalkammern des Innendetektors und löst dabei pro Kammer teils mehrere Signale aus, dann interpretiert CELPAT diese fälschlicherweise als von zwei oder mehreren Teilchen stammend und findet im ungünstigsten Fall zwei (und mehr) Spuren mit sehr ähnlichen Spurparametern. In diesem Fall eliminiert VCHARG diejenige der beiden Spuren, bei der entweder der oben beschriebene, zweite Spur-Fit unerfolgreich war oder der zweite Spur-Fit zwar erfolgreich, aber ohne den Wechselwirkungspunkt durchgeführt wurde oder bei Fits mit Wechselwirkungspunkt das Vertexresiduum am größten ist. Eine weitere Aufgabe dieses Prozessors besteht darin, die Z-Koordinate eines gemeinsamen Vertex aller im Ereignis gefundenen "guten" Spuren zu berechnen. Spuren, die hiernach mit diesem Vertex unverträglich sind, werden verworfen.

VV0CND: Der Name dieses Prozessors steht für V^0 -Kandidaten-Suche. Ein V^0 -Kandidat ist topologisch gesehen ein Sekundärvertex zweier entgegengesetzt geladener Teilchen und entsteht durch den Zerfall eines relativ langlebigen ($\simeq 10^{-10}$ s) neutralen Teilchens im Zentraldetektor. Der Prozessor wurde vom Experiment PLUTO übernommen [66] und auf das CELLO-Format umgeschrieben. Durch ihn konnten zahlreiche Analysen [3,67,68,69] überhaupt erst ermöglicht werden. Eine detaillierte Beschreibung dieses Prozessors wird in den angegebenen Arbeiten gegeben.

VFORW: Dieser Prozessor stellt die Informationen des Vorwärtskalorimeters (siehe Abschnitt 3.3.4) zusammen und arbeitet sie auf. Dazu werden zunächst die relevanten Rohdaten dekodiert, die Bleiglasblöcke kalibriert und die Energiedeposition zu einer Information (x, y, E) zusammengefaßt (Datenbank FSHO). Einer elaborierten Kalibration der Szintillatorstreifen folgt ein erneutes Zusammenfassen der Energiedeposition zu einer Information (r, ϕ, E) (Datenbank SCIM). Aus den beiden so gewonnenen Energischwerpunkten wird anschließend ein gemeinsamer Schwerpunkt ermittelt (Daten-

bank FLGS). Teilt sich ein Schauer auf zwei benachbarte, halbringförmige Module auf, so werden auch die zwei hierdurch entstandenen Energieschwerpunkte zu einem neuen zusammengefaßt. Zum Schluß werden die Koordinaten in für VIOLA geeignetere transformiert und nach möglichen Assoziation mit Endkappen-Schauern gesucht.

VELEC: Der Prozessor legt für jede mit einem Kalorimeter-Schauer assoziierte Spur eine Datenbank VELE an, in der neben wichtigen Spurparametern und der Schauerenergie auch das Ergebnis eines Fits bezüglich *Elektron-Hypothese* abgespeichert wird. Bei letzterem wird die Verträglichkeit des E/p - Verhältnisses³ mit Eins untersucht und durch einen χ^2 - Parameter ausgedrückt. Ferner wird überprüft und ggf. markiert, ob die Ladung und die Emissionsrichtung (in den Vorwärts- oder Rückwärtsbereich des Detektors) des Teilchens mit der Hypothese vereinbar ist, daß es sich um ein gestreutes Strahllepton (*tag-Elektron*) eines Zwei-Photon - Ereignisses handelt. Der Hauptprozessor VIOLA akzeptiert später einen von VELEC vorgeschlagenen Elektronkandidaten nur dann, wenn $\chi^2 < 9$ und $E > 6 \text{ GeV}$ ist.

VHOLE: In Abschnitt 3.3 des vorangegangenen Kapitels wurden die Komponenten des CELLO - Detektors aufgelistet und dabei unter Punkt 9 das *Blei-Szintillator - Schichtenkalorimeter* zum Abdecken einer Lücke zwischen Zentral- und Endkappenbereich des Flüssigargon - Blei - Kalorimeters erwähnt. Informationen dieser als *Hole-Tagger* bezeichneten Detektorkomponente bereitet VHOLE für VIOLA auf. Dazu werden zunächst, wie bei VSHOWRN, Assoziationen zwischen Spuren, Kalorimeterschauern und Hole-Tagger - Signalen gesucht und markiert. Spuren, die dabei mit Energien von mehr als 2000 ADC-Kanälen⁴ assoziiert werden, erzwingen die Erzeugung einer HELE - Bank, die später zur Prüfung der Elektron-, Bhabha- oder *tag*-Hypothese herangezogen wird. Nichtassoziierte Hole-Tagger - Signale sind a priori Photonkandidaten. Für sie wird eine Energie-Kalibration und eine bestmögliche Abschätzung des Einschuß-Ortes (sowohl azimuthal als auch polar durch Modul-Mitte definiert) durchgeführt. Ein Qualitätsparameter parametrisiert den Hypothesen-Test bezüglich eines Hole-Tagger - Photons.

VTRACK: Die vom Standard-Prozessor CELPAT zur Spurrekonstruktion benutzten Kamersignale wurden markiert. Mit den übriggebliebenen unmarkierten Signalen versucht der Prozessor VTRACK, weitere Spuren nachzuweisen. Im wesentlichen sind dies Spuren, die aus Zerfällen oder Rückstreuungen (*backscatter*) stammen und somit nicht unbedingt mit dem Hauptvertex verträglich sind. Die Spurrekonstruktion verläuft ähnlich zu der von CELPAT - bei VTRACK allerdings nur in der (r, ϕ) - Projektion.

Nach dem Programm-Aufruf sind die Vierervektoren aller von VIOLA gefundenen und akzeptierten Teilchen in einem Feld abgespeichert. Auf diesem Feld arbeiten ebenfalls die sehr nützlichen VECSUB-Routinen von V.Blobel. Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Rotieren, Lorentz-Transformieren und Kontrahieren von Vierervektoren, aber auch Winkelbestimmungen, Kreuz- und Skalarprodukte von Vierervektor-Paaren lassen sich auf elegante Weise programmieren.

Um die aufgrund der Detektoraufösung begrenzte Meßgenauigkeit zu erhöhen, führt man üblicherweise Anpassungsrechnungen mit Zwangsbedingungen durch. Alle relevanten Meßgrößen eines Ereignisses werden dazu innerhalb ihrer Fehlerintervalle derart variiert, daß die

³Hiermit ist das Verhältnis von Energie zu Impuls gemeint. Für Elektronen gilt: $E/p \approx 1$.

⁴Analog-Digital-Converter - Signalen

Zwangsbedingungen (z.B. Ausgeglichenheit der Transversalimpulse aller Teilchen *oder/und* die invariante Masse bestimmter Teilchen stimmt mit der Ruhemasse eines physikalischen Teilchens überein *oder/und* ...) erfüllt sind und die Summe der quadratischen Abweichungen von den Meßgrößen minimal ist. Diesen Vorgang nennt man *kinematisches Fitten*. In VIOLA werden deshalb zu allen Meßwerten eines gefundenen Teilchens auch die Kovarianzmatrizen abgespeichert. Diese stammen entweder aus den CELPAT-Spurfits selbst oder werden, wie beispielsweise bei den Kalorimeterschauern, aus der Schauerenergie und Pulshöhenverteilung berechnet.

Für Entwicklungs-Tests äußerst nützlich erwies sich eine im Zusammenhang mit VIOLA entwickelte Routine, die bei Monte-Carlo - Ereignissen die in den Rohdaten-Banken zwischengespeicherten Erzeugungs-Vierervektoren dekodiert und in Vierervektor-Felder gleicher Struktur abspeichert. Hierdurch konnte bei simulierten Ereignissen gleichzeitig der *In-* und *Output* miteinander verglichen und so Unterschiede minimiert werden. Ein zusätzlich entwickeltes *Match*-Programm versuchte, 1:1 Assoziationen zwischen *Input-* und *Output-* Vierervektoren herzustellen.

4.2.1 Offline Rekalibration der Kalorimeter-Module

Unter dieser Überschrift seien die Studien zusammengefaßt, die im Fall niederenergetischer Schauer sowohl zu einer Erhöhung der Schauer-Rekonstruktions-Wahrscheinlichkeit als auch zu einer Verbesserung der Energieauflösung im CELLO - Flüssigargon - Blei - Kalorimeter geführt haben (siehe auch [70]). Jeder der 10688 elektronischen Kanäle des Kalorimeters mißt deponierte Ladungen in Einheiten von ADC-Kanälen. Um den jeweiligen funktionalen Zusammenhang zu parametrisieren, wurden standardmäßig in bestimmten Zeitabständen von außen drei verschieden große Testladungen auf jeden Vorverstärkereingang abgegeben und aus den resultierenden ADC-Kanälen mit einem Geradenfit sowohl Steigung (*slope*) als auch Nulldurchgang durch die Y-Achse (*pedestal*) bestimmt. Durch Umkehrung dieser Funktionen konnte aus ADC-Kanälen die Ladungsdeposition rekonstruiert werden. Modulabhängige Proportionalitäts-Konstanten zwischen der Summe der Einzelladungen eines Schauers und der deponierten Energie ergaben sich bei der Standard-Kalibration aus Bhabha-Ereignissen.

Zur Verfeinerung der Kalibration wurde zunächst das Rauschverhalten der einzelnen Kanäle untersucht. Eine Reduktion der Datenmenge erfolgte während des Betriebes durch Auslesen nur solcher Kalorimeter-Kanäle, deren ADC-Signale 2.5σ über der elektronischen Rauschverteilung lagen (*Null-Unterdrückung*). Durch Nichtlinearitäten der Verstärker konnte die aus Testpulsen extrapolierte Rauschverteilung zu der tatsächlichen verschoben sein, so daß es nicht, wie erwartet, in 0.3% der Fälle zu einem ausgelesenen Rauschsignal kam, sondern öfter oder seltener. Um solche Verschiebungen festzustellen und zu korrigieren, wurden in Ereignissen einer exklusiven 2-Spur-Selektion Kanäle aus Kalorimetermodulen untersucht, die weit von den Spuren entfernt lagen. Für jeden Kanal wurde ein Histogramm angelegt und mit den gemessenen ADC-Kanälen oder mit Null gefüllt. Als *neue* 3σ Grenze der Null-Unterdrückung eines Kanals wurde der Wert definiert, der 99.7% von 0.3% aller Einträge trennt. Diese Anpassungen erfolgten zeitabhängig in Intervallen von etwa 10 Tagen Datennahme. Die histogrammierte Rauschverteilung wurde darüberhinaus dem Detektor-Simulationsprogramm übergeben und ermöglichte dort, ein wirklichkeitstretues Einzelkanal-Rauschen zu simulieren.

Durch diese Korrekturen ließen sich die Kriterien zur Standard-Schauerrekonstruktion mit LATRAK derart lockern, daß die Nachweisschwelle niederenergetischer Photonen um

50 MeV zu kleineren Energien hin verschoben (Photon-Nachweiseffizienz $\epsilon = 50\%$ von $E \simeq 190$ MeV auf $E \simeq 140$ MeV gesenkt [71]) und so die Photonerkennung erheblich verbessert werden konnte.

Aus den Rauschverteilungen konnten ferner erste Erkenntnisse über den *Status* einzelner Kanäle während des Experimentes gewonnen werden. Elektronisch *tote Kanäle* wurden in den meisten Fällen bereits durch die Testpulskalibration identifiziert und markiert. Es gab aber auch Kanäle, die bei jedem Detektorauslesen ein hohes, weit über der Standard-Null-Unterdrückung liegendes Signal zeigten und eine dementsprechende Rauschverteilung erzeugten. Um weitere Status-Studien betreiben zu können, wurden für jedes der 16 Zentralmodule sowohl gewöhnliche als auch energiegewichtete Histogramme als Funktion der in den Schauern einer Bhabha-Selektion angesprochenen Kanalnummern gefüllt. Dividiert durch das jeweils aus den 16 Modulen *gemittelte Histogramm* konnten so für jeden Kanal die Testgrößen T_1 und T_2 definiert werden. Ein normales Verhalten bezüglich der Häufigkeit und der Energieanzeige eines Kanals hieß: $T_1 \simeq 1$ und $T_2 \simeq 1$. Abweichungen hiervon definierten die folgenden vier Fälle:

1. **Tot:** $T_1 < 10^{-4}$
2. **Ineffizient** in der Häufigkeit: $10^{-4} < T_1 < 0.2$
3. **Ineffizient** in der Pulshöhe: $T_2 < 0.2$
4. **Übersprechen** elektronisch benachbarter Kanäle: beide mit $T_1 > 1.8$ und $T_2 > 1.8$

Etwa 4% der Kanäle zeigten Defekte. In 3.8% der Fälle war der Kanal tot. Da bei der Standard-Kalibration mit Bhabha-Ereignissen aufgrund der Vorwärts- Rückwärts- Dominanz der gestreuten Leptonen und der gröberen, inneren Struktur im vorderen und hinteren Bereich des Kalorimeters (siehe Abbildung 3.6) meist nur wenige Kanäle beitrugen, konnte der Status eines einzelnen Kanals allerdings bereits von großer Bedeutung sein. Einen besseren Schätzwert als das Signal eines als *defekt* identifizierten Kanals selbst konnte in vielen Fällen eine lineare Interpolation⁵ zwischen den Signalen seiner *nichtdefekten* Nachbarn liefern. War dies nicht möglich, so wurde zwischen Kalorimeterlagen interpoliert. Zeigte ein als in der Häufigkeit ineffizient identifizierter Kanal Pulshöhe, so wurde statt interpolierter Ladung die gemessene genommen. Fiel die Pulshöhe eines Kanals unter die neudefinierte Null-Unterdrückung, so wurde das Minimum aus gemessener und interpolierter Ladung verwendet. Bei Kanälen mit Übersprech-Verhalten wurde die Pulshöhe des vom Schauerschwerpunkt weiter entferntliegenden Kanals ignoriert.

Das so durchgeführte Kurieren der Einzeldefekte machte eine Rekalibration der Module notwendig. Im Unterschied zur Standard-Kalibration wurde eine energieabhängige Eichung angestrebt. Vier verschiedene Datenselktionen lieferten dazu Normschauer mit Energien von $\simeq 100$ MeV bis 17.5 GeV :

- Bhabha Ereignisse ($E_{\text{Schauer}} = E_{\text{beam}}$)
- radiative Bhabha Ereignisse (ein Elektron mit $E_{\text{Schauer}} = |\vec{P}|_{\text{Spur}}$ im Detektor sichtbar)
- Elektronen aus konvertierten Photonen (Erkennung durch V^0 -Prozessor)
- Photonen aus dem Zerfall $\eta' \rightarrow \pi^+\pi^-\gamma$ (die Photonenergie folgt sehr genau aus P_{\perp} -Balance)

⁵Die unterschiedlichen Tiefen und Breiten der Kanäle werden durch Gewichtung berücksichtigt.

Zwischen 2 GeV und 17.5 GeV Schauerenergie blieb die Kalibrationsfunktion nach wie vor eine Konstante pro Modul. Bei kleineren Energien wäre es bei Verwendung dieser Konstanten zu einer systematischen Unterschätzung der Energien gekommen: *Niederenergetischere Schauer haben eine kleinere Ausdehnung und damit ein größeres Verhältnis von Oberfläche zu Volumen. Auf der Oberfläche des Schauers zeigen die Kanäle jedoch weniger Pulshöhe und fallen daher eher unter die Null-Unterdrückung.* Aus diesem Grunde wurde für Energien unterhalb von 2 GeV eine lineare Kalibrations-Funktion verwendet.

4.2.2 Teilchenidentifikation im Kalorimeter bei kleinen Energien

Während sich Photonen durch nicht mit Innendetektor-Spuren assoziierbare und mit Rauschen unverträgliche Signale in den vorderen Kalorimeterlagen bereits bei Energien von weniger als 100 MeV eindeutig und effizient nachweisen lassen⁶, war mit Standard-Methoden (Myonkammer-Signal und E/P -Verhältnis) bei CELLO eine Teilchentrennung von Elektronen und Myonen erst ab Impulsen von $\simeq 1.2 \text{ GeV}/c$ möglich. Hadronen ließen sich direkt überhaupt nicht identifizieren. Für CELLO wurde deshalb im Rahmen einer Diplomarbeit [72,73,74] eine Teilchenidentifikation entwickelt, mit der auch niederenergetische Myonen, Elektronen und geladene Hadronen (Pionen), aufgrund ihrer unterschiedlichen Energiedeposition im Kalorimeter, erkannt und damit getrennt werden können. Zur detaillierten Beschreibung dieser Methode wird auf die angegebene Literatur verwiesen.

Der Normschauer-Katalog

Kern der Teilchenidentifikation ist ein Katalog aus Vergleichsschauern. Dieser Katalog wurde aus Schauern angelegt, bei denen aufgrund der Ereignis-Topologie die Identität des Teilchens eindeutig feststand. Die teilchenspezifischen Ereignis-Selektionen waren:

Teilchen	Impulsbereich	Ereignis-Selektion
Myonen	$[0.15 \text{ GeV}/c, 1.2 \text{ GeV}/c]$	kosmisches Myon ohne Myonkammer Signal, niederenergetischere Spur eines <i>getaggt</i> en und durch Myonkammer Signal nachgewiesenen $\gamma\gamma^* \rightarrow \mu^+\mu^-$ - Ereignisses
	$[1.2 \text{ GeV}/c, 17.5 \text{ GeV}/c]$ um $17.5 \text{ GeV}/c$	kosmisches Myon mit Myonkammer Signal Annihilations Ereignisse: $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$
Elektronen	$< 1.0 \text{ GeV}/c$	konvertierte Photonen: $\gamma^* \rightarrow e^+e^-$
	$> 1.0 \text{ GeV}/c$	radiative Bhabhas: $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$
Pionen	$< 1.0 \text{ GeV}/c$ $> 1.0 \text{ GeV}/c$	Zwei-Photon - Ereignisse: $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0 \rightarrow 4\pi$ isolierte Spuren in multihadronischen Ereignissen

Auf den Winkelbereich $0.035 < |\lambda|/[\text{rad}] < 0.975$ (siehe Abbildung 3.6) eingeschränkt, konnten insgesamt 50125 Myonschauer, 11610 Elektronschauer und 13897 Hadronschauer katalogisiert werden.

⁶durch die oben beschriebene Rauschunterdrückung jedes einzelnen Kanals erreicht

Definition der Schauer-Parameter

Das Prinzip der Teilchenidentifikation beruht auf einen Vergleich der im CELLO-Kalorimeter meßbaren, longitudinalen und lateralen Form eines unbekanntes Schauers mit der von Katalog-Schauern. Bei diesem Vergleich wird das unterschiedliche, typische Verhalten elektromagnetischer und hadronischer Schauer im Kalorimeter ausgenutzt:

- *Myonen* dringen aufgrund ihres geringen Energieverlustes tief in das Kalorimeter ein oder durchqueren es vollständig.
- *Elektronen* geben ihre gesamte Energie im vorderen Teil des Kalorimeters an das Medium ab, die laterale Ausdehnung ihrer Schauer ist groß.
- *Geladene Hadronen* verlieren bis zur ersten Vielteilchen - Reaktion durch Minimalionisation Energie in der Materie. Findet eine solche Reaktion im Nachweisvolumen statt und liegt der Vertex der Hadronkaskade im hinteren Teil des Kalorimeters, so ergibt sich ein für Elektron und Myon untypisches Schauerprofil.

Im Katalog ist jeder Schauer auf sieben Parameter reduziert. Als Parameter wurden solche gewählt, die bei den drei Teilchensorten und sonst gleichen Bedingungen möglichst stark unterschiedliche Werte liefern:

- T** : die auf Eins skalierte Tiefe des Schwerpunktes der longitudinalen Ladungsverteilung,
- T_{PHmax}** : die Tiefe der Lage mit der maximalen Ladungsdeposition,
- σ_T** : der R.M.S. Wert der longitudinalen Ladungsverteilung,
- R** : die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die gleiche Kombination aus ladungsmessenden und nichtmessenden Kalorimeterlagen bei minimalionisierenden Teilchen (Myonen) auftritt,
- $\chi_{\mu,Q}^2$** : die korrelierte Abweichung der *longitudinalen Ladungsdeposition* von der eines minimalionisierenden Teilchens (Myon),
- $\chi_{\mu,B}^2$** : die korrelierte Abweichung der *lateralen Schauerausdehnung* von der eines minimalionisierenden Teilchens (Myon),
- $\chi_{e,Q}^2$** : die korrelierte Abweichung der *auf den Teilchenimpuls normierten⁷, longitudinalen Ladungsdeposition* von der eines Elektronschauers.

Um beispielsweise *korrelierte Abweichungen* von den longitudinalen Ladungsdepositionen myonischer Schauer durch $\chi_{\mu,Q}^2$ zu parametrisieren, wurden zuvor aus den N^μ Myon-Katalog-Schauern die Erwartungswerte in jeder der 19 Kalorimeterlagen i bestimmt:

$$\langle q_i^\mu \rangle = \frac{1}{n_i^\mu} \sum_{k=1}^{N^\mu} q_{ik}^\mu \quad (4.1)$$

⁷Durch diese Normierung wird in erster Näherung eine Impulsabhängigkeit eliminiert.

Die zu erwartenden Breiten der Streuungen um diese Erwartungswerte folgten ebenso aus den Myon-Katalog-Schauern. Zur Berücksichtigung von Korrelationen wurde die vollständige Kovarianzmatrix:

$$\sigma_{ij} \equiv \frac{1}{n_{ij}^{\mu}} \sum_{k=1}^{N^{\mu}} (q_{ik}^{\mu} - \langle q_i^{\mu} \rangle) \cdot (q_{jk}^{\mu} - \langle q_j^{\mu} \rangle) \quad (4.2)$$

berechnet. Bei der Bestimmung des Parameters $\chi_{\mu,Q}^2$ eines Schauers werden zunächst die Abweichungen der Ladungsdepositionen von den in (4.1) definierten Erwartungswerten durch einen Varianz-Vektor angegeben:

$$v^i \equiv q_i - \langle q_i^{\mu} \rangle \quad (4.3)$$

und dieser dann anschließend von links und rechts mit der inversen Kovarianzmatrix multipliziert und zu:

$$U_{\mu,Q} \equiv v^i \sigma_{ij}^{-1} v^j = (q_1 - \langle q_1^{\mu} \rangle, \dots, q_{19} - \langle q_{19}^{\mu} \rangle) \sigma^{-1} \begin{pmatrix} q_1 - \langle q_1^{\mu} \rangle \\ \vdots \\ q_{19} - \langle q_{19}^{\mu} \rangle \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

kontrahiert. Die Größe $U_{\mu,Q}$ ist Null, wenn alle gemessenen Ladungsdepositionen q_i mit denen eines idealen Myonschauers übereinstimmen und wird um so größer, je unähnlicher der Schauer einem solchen Myonschauer wird. Auf die Zahl der Freiheitsgrade n_F normiert folgt hieraus der oben beschriebene Parameter:

$$\chi_{\mu,Q}^2 \equiv \frac{U_{\mu,Q}}{n_F} \quad (4.5)$$

In äquivalenter Weise ergeben sich die anderen χ^2 -Parameter. Um die verbliebene Impulsabhängigkeit des Elektron-Ähnlichkeitsparameters $\chi_{e,Q}^2$ zu verringern, wurden vier Impulsintervalle ($[0, 1], [1, 2], [2, 4]$ und $[> 4]$ für $|\vec{p}|$ in GeV/c) und zwei Winkelintervalle ($[0, 0.5]$ und $[0.5, 1.02]$ für $|\lambda|$ in rad) (siehe Abbildung 3.6) definiert und hierin insgesamt acht Elektronmatrizen und acht Erwartungswert-Vektoren bestimmt.

Parameter-Verteilungen und Schauer-Gewichte

Die sieben so definierten Schauerparameter wurden anschließend für jeden Katalog-Schauer berechnet und nach Teilchensorte getrennt in insgesamt 21 Verteilungen eingetragen. Auch diese Verteilungen wurden für verschiedene Impuls- und Winkelintervalle ermittelt. Die Einteilung in drei Impulsintervalle (für Elektronen und Myonen: $[0, 1], [1, 4], [> 4]$; für Pionen: $[0, 1], [1, 2], [> 2]$ für $|\vec{p}|$ in GeV/c) und zwei Winkelintervalle ($[0, 0.5]$ und $[0.5, 1.02]$ für $|\lambda|$ in rad) erhöhten die Zahl der Katalog-Verteilungen auf 126. Jede dieser Verteilungen wurde zu einer Wahrscheinlichkeitsverteilung umskaliert (Integral über Parameterbereich auf Eins normiert), abgespeichert und steht bei der Untersuchung eines unbekanntes Schauers zur Verfügung. Durch Ablesen des Funktionswertes eines gemessenen Schauer-Parameters X_S folgt aus ihr direkt eine *Einzelwahrscheinlichkeit*⁸ $P^{\mu(\epsilon\pi)}(X_S)$. Entsprechend der $(|\vec{p}|, |\lambda|)$ -Vorgabe des zu untersuchenden Teilchens ergeben sich pro Teilchenhypothese sieben Einzelwahrscheinlichkeiten. Es wird jetzt angenommen, daß das unbekanntes Teilchen entweder ein

⁸Im folgenden stehen die Bezeichnungen: $P^{\mu(\epsilon\pi)}(X_S)$ für Einzelwahrscheinlichkeiten, $P_{TYP}^{\mu(\epsilon,\pi)}$ für Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten und $P^{\mu\mu(\epsilon\epsilon,\pi\pi)}$ für Ereignis-Wahrscheinlichkeit.

Elektron, ein Myon oder ein Hadron ist und durch Umskalierung der Einzelwahrscheinlichkeiten: $P^\mu(X_S) + P^e(X_S) + P^\pi(X_S) = 1$ gefordert. Für jede Teilchenhypothese werden durch Multiplikation der Einzelwahrscheinlichkeiten *Likelihood*-Werte berechnet:

$$\begin{aligned} P^\mu(T_S) \cdot P^\mu(T_{PHmax;S}) \cdot \dots \cdot P^\mu(\chi_{e,Q;S}^2) &\equiv L_S^\mu \\ P^e(T_S) \cdot P^e(T_{PHmax;S}) \cdot \dots \cdot P^e(\chi_{e,Q;S}^2) &\equiv L_S^e \\ P^\pi(T_S) \cdot P^\pi(T_{PHmax;S}) \cdot \dots \cdot P^\pi(\chi_{e,Q;S}^2) &\equiv L_S^\pi \end{aligned} \quad (4.6)$$

und diese durch erneutes Renormieren zu *Schauer-Gewichten* $W_S^{\mu(e,\pi)}$ transformiert:

$$\frac{L_S^\mu}{L_S^\mu + L_S^e + L_S^\pi} + \frac{L_S^e}{L_S^\mu + L_S^e + L_S^\pi} + \frac{L_S^\pi}{L_S^\mu + L_S^e + L_S^\pi} \equiv W_S^\mu + W_S^e + W_S^\pi = 1 \quad (4.7)$$

Ist der Spur des unbekanntes Teilchens ein Signal in den Myonkammern zugewiesen, so werden die Schauer-Gewichte in Richtung Myonhypothese geeignet umskaliert. Im Fall eines Myonschauers (Elektronschauers, Pionschauers) erwartet man:

$$W_S^{\mu(e,\pi)} \approx 1 \quad (W_S^{e(\pi,\mu)} \ll 1 \ ; \ W_S^{\pi(\mu,e)} \ll 1) \ , \quad (4.8)$$

so daß eine Teilchentrennung möglich ist. Drei auf Eins normierte Größen lassen sich durch eine geeignete Parametertransformation zweidimensional darstellen. Wählt man die beim *Dalitz-Plot* [75] ebenso verwendete Transformation:

$$\begin{aligned} x &= (W_S^e - W_S^\mu) / \sqrt{3} \\ y &= W_S^\pi - \frac{1}{3} \ , \end{aligned} \quad (4.9)$$

so sind die drei Schauer-Gewichte anschaulich die drei senkrechten Projektionen auf die Seiten eines gleichseitigen Dreiecks der Höhe Eins. Jede Ecke dieses Dreiecks zeichnet die Dominanz eines der drei Gewichte aus und wird deshalb einem Teilchentyp zugesprochen.

Mit den Katalogschauern kann die Teilchenidentifikation getestet werden. Abbildung 4.1 zeigt die Verteilungen der Schauer-Gewichte aus dem Katalog für Impulse kleiner und größer $1 \text{ GeV}/c$. Während Elektronen und Myonen sehr gut voneinander getrennt werden können, lassen sich niederenergetische Pionen nur in etwa 30% der Fälle positiv identifizieren. Diese Rate stimmt mit der Rate hadronischer Wechselwirkungen in Verbindung mit großen Energieverlusten im hinteren Teil des Kalorimeters überein.

Von den Schauer-Gewichten zu Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten

Geeignet gewählte Anforderungen an die Gewichte eines unbekanntes Schauers führen bereits eine sehr effiziente (siehe Anwendung in [72]), wenn auch impuls- und winkelabhängige Teilchenidentifikation ein. Um die Methode zu verfeinern, wurden zunächst aus den Gewichten $W_S^{\mu(e,\pi)}$ der Katalog-Schauer *Hitlisten*⁹ angelegt, mit dem Ziel, zu einem gemessenen Schauer-Gewicht die Zahl der Katalog-Schauer mit gleichem oder kleinerem Gewicht angeben zu können. Aus dem Verhältnis dieser Zahl zur Gesamtzahl der Katalogschauer wird bei der Typ-Prüfung eine *Teilchentyp-Wahrscheinlichkeit* $P_{Typ}^{\mu(e,\pi)}$ für jede Teilchenhypothese definiert. Diese Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten sind für die richtige Teilchenhypothese, per Konstruktion, zwischen Null und Eins flach verteilt und für die falschen Hypothesen bei kleinen Werten gehäuft.

⁹d.h. ihren Werten entsprechend sortiert

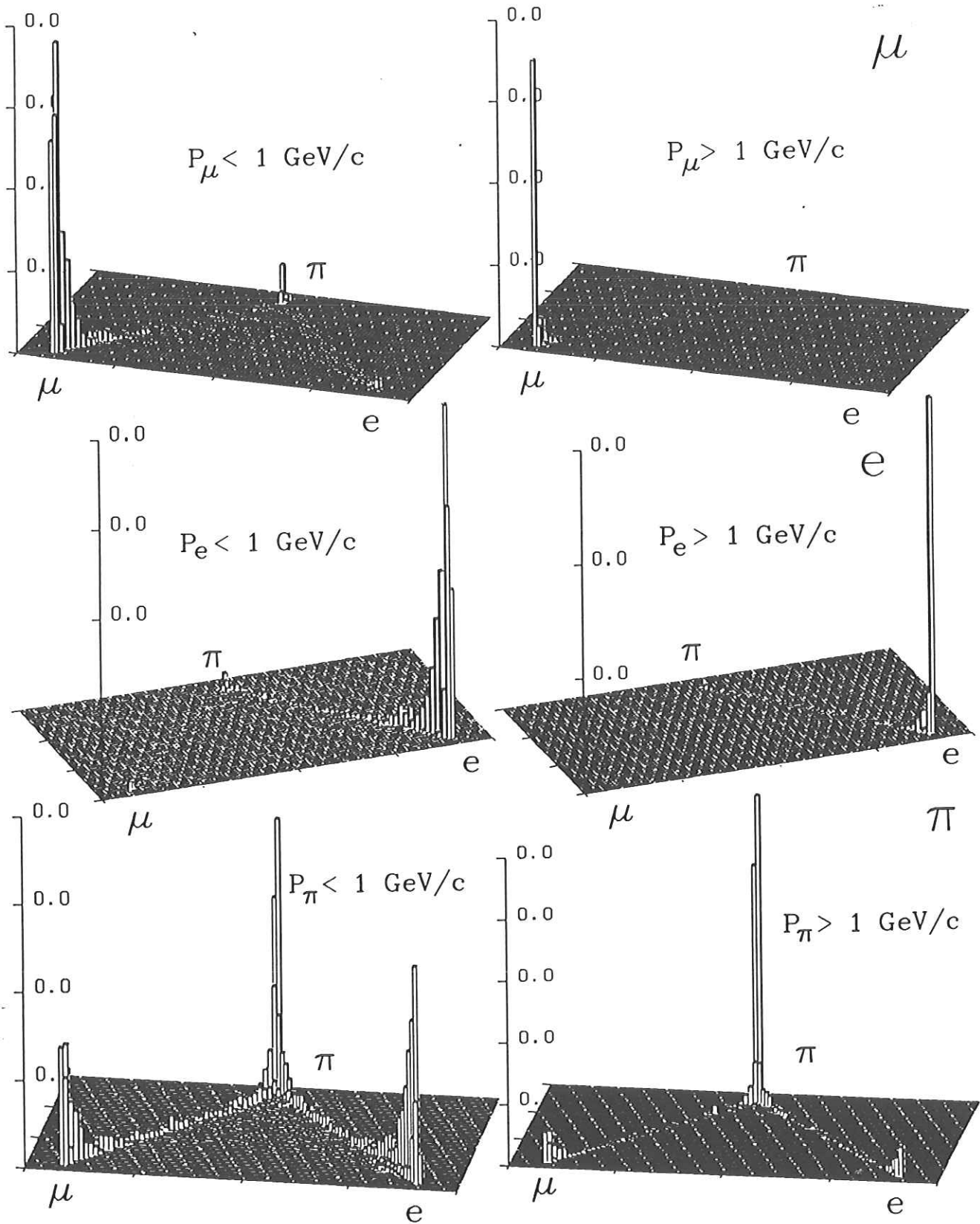


Abbildung 4.1: Verteilung der Schauer-Gewichte in einer Art Dalitz-Dreieck für bekannte Teilchenschauer aus dem Normschauer-Katalog (Oben: Myonen; Mitte: Elektronen; Unten: Pionen) für Impulse unter und über $1 \text{ GeV}/c$.

Zur Erstellung der *Hitlisten* wurden die Katalog-Schauer entsprechend ihrer Statistik in möglichst viele Intervalle von $|\vec{p}|$ und $|\lambda|$ aufgeteilt. Die Aufteilung in sieben Winkelintervalle war bei den drei Teilchensorten gleich. Die Einteilung der Schauer eines Winkelintervalls in Impulsintervalle wurde so vorgenommen, daß jedes Impulsintervall gleichviele Katalog-Schauer enthält. Für die einzelnen Winkelintervalle ist die Zahl der Einteilungen in Impulsintervalle:

#	[0.05, 0.25]	[→ 0.5]	[→ 0.625]	[→ 0.735]	[→ 0.825]	[→ 0.9125]	[→ 0.975]
μ^\pm	30	30	30	20	20	20	20
e^\pm	20	20	20	20	20	20	20
π^\pm	15	15	10	10	10	10	10

(4.10)

Da die Zahl der Katalog-Schauer mit kleinen Impulsen sehr groß ist, ist die Impulsunterteilung im niederenergetischen Bereich entsprechend fein.

Von den Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten zu Ereignis-Wahrscheinlichkeiten

Durch die Transformationen von Schauer-Gewichten $W_S^{\mu(e,\pi)}$ zu Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten $P_{Typ}^{\mu(e,\pi)}$ wird (in guter Näherung impuls- und winkelunabhängig) einem Schauer die Wahrscheinlichkeit der Teilchenhypothese direkt zugeordnet. In den für diese Analyse wichtigen, exklusiven 2-Spur - Ereignissen müssen die Endzustandsteilchen vom gleichen Typ sein. Reaktionen der Art $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+e^-$, $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+\pi^-$, $\gamma\gamma \rightarrow e^+\pi^-$... sind nicht erlaubt! Dieser Sachverhalt kann zur Identifizierung eines Ereignis-Typs ausgenutzt werden. Dazu kombiniert man die beiden zur gleichen Teilchensorte gehörenden Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten zu einer entsprechenden Ereignis-Wahrscheinlichkeit, indem zunächst aus jedem $P_{Typ}^{\mu(e,\pi)}$ ein χ^2 -Wert berechnet wird. Die aus der Statistik bekannte Funktion $PROB(\chi^2, n_F)$ zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeit eines χ^2 -Tests mit n_F Freiheitsgraden [76] wird dazu invertiert und $n_F = 1$ gesetzt:

$$\begin{aligned}
 \chi_\mu^2 &= PROB^{-1}(P_{Typ}^\mu, n_F = 1) \\
 \chi_e^2 &= PROB^{-1}(P_{Typ}^e, n_F = 1) \\
 \chi_\pi^2 &= PROB^{-1}(P_{Typ}^\pi, n_F = 1)
 \end{aligned}
 \quad (4.11)$$

Die χ^2 -Paare jeder Teilchenhypothese werden anschließend addiert und die Summe mit $n_F = 2$ zur Ereignis-Wahrscheinlichkeit zurückgerechnet:

$$\begin{aligned}
 P^{\mu\mu} &= PROB((\chi_{\mu;1}^2 + \chi_{\mu;2}^2), n_F = 2) \\
 P^{ee} &= PROB((\chi_{e;1}^2 + \chi_{e;2}^2), n_F = 2) \\
 P^{\pi\pi} &= PROB((\chi_{\pi;1}^2 + \chi_{\pi;2}^2), n_F = 2)
 \end{aligned}
 \quad (4.12)$$

Bedingungen, die zum Zweck der Ereignisklassifizierung an die so definierten Ereignis-Wahrscheinlichkeit gestellt werden, haben im Gegensatz zu Schnitten in Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten den Vorteil, daß sie einem der beiden Teilchen eine schlechte Identifizierbarkeit erlauben, solange das andere Teilchen nur genügend gut eindeutig klassifizierbar ist. In Abbildung 4.2 wird die bei dieser Analyse gültige Effektivität der Teilchen-Identifikation auf der Basis von Ereignis-Wahrscheinlichkeiten gezeigt. Die Abszissen geben jeweils den zur Ereignisklassifizierung geforderten Minimalwert der Ereignis-Wahrscheinlichkeit an. Dieser Wert ist per Definition gleichbedeutend mit dem einzukalkulierenden Verlust an Ereignissen des gesuchten Typs (daher linearer Abfall der Kurven in obigen Diagrammen). Auf

den Ordinaten sind *oben* die Nachweiseffizienzen der Ereignisidentifikation und die Kontaminationsraten der jeweiligen Untergrundreaktionen aufgetragen und *unten* die sich hieraus ergebenden Verhältnisse. Die Kurven sind aus Monte-Carlo - Ereignissen (siehe Kapitel 5) der Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$ und $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$ ermittelt und gelten daher für die bei dieser Analyse relevanten Impuls- und Winkelverteilungen. Wie zu sehen, lassen sich Ereignisse des Typs $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$ von Ereignissen des Typs $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$ mit einer Unterdrückung der gegenseitigen Kontamination um mehr als das *Tausendfache* voneinander trennen. Bei der Identifikation hadronischer Zwei-Spur - Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ kann die Kontaminationsrate bezüglich Elektron- und Myonpaar-Ereignissen jeweils immerhin um den Faktor 10-15 verringert werden.

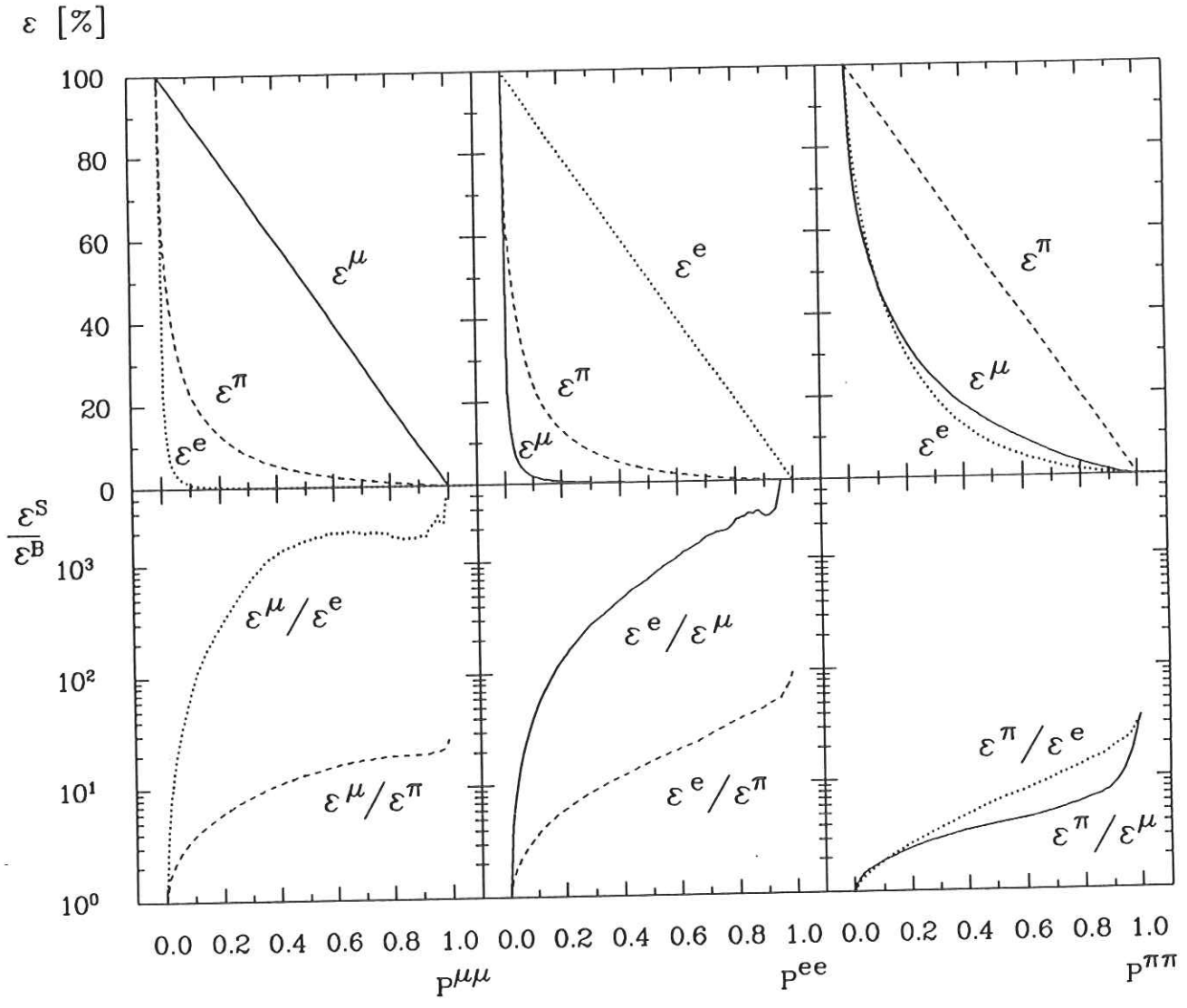


Abbildung 4.2: Effizienz der Ereignis-Klassifizierung durch Schnitte in Ereignis-Wahrscheinlichkeiten. **Links:** Nachweis von $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$ - Ereignissen; **Mitte:** Nachweis von $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$ - Ereignissen; **Rechts:** Nachweis von $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ - Ereignissen; **Oben:** Nachweiseffizienzen und Kontaminationsraten; **Unten:** Nachweiseffizienz im Verhältnis zu Kontaminationsraten.

Als Test der Teilchenidentifikation werden in Abbildung 4.3 die invarianten Massenspektren¹⁰ identifizierter Myonpaare (Links) und Elektronpaare (Mitte) gezeigt. Die

¹⁰Den als Elektronen und Myonen identifizierten Teilchen ist aus technischen Gründen bei der Berechnung

Ereignisse sind Teil der im nächsten Abschnitt zu besprechenden Zwei-Spur - Datenselektion. Die ebenfalls gezeigten Spektren der Monte-Carlo - Erwartungen wurden unter Anwendung der in Abschnitt 5.3 zu besprechenden Simulation der Teilchenidentifikation und Simulation der SchauerAuslösung im Kalorimeter aus den entsprechenden Monte-Carlo - Produktionen (siehe Abschnitte 5.4.1 und 5.4.2) erstellt.

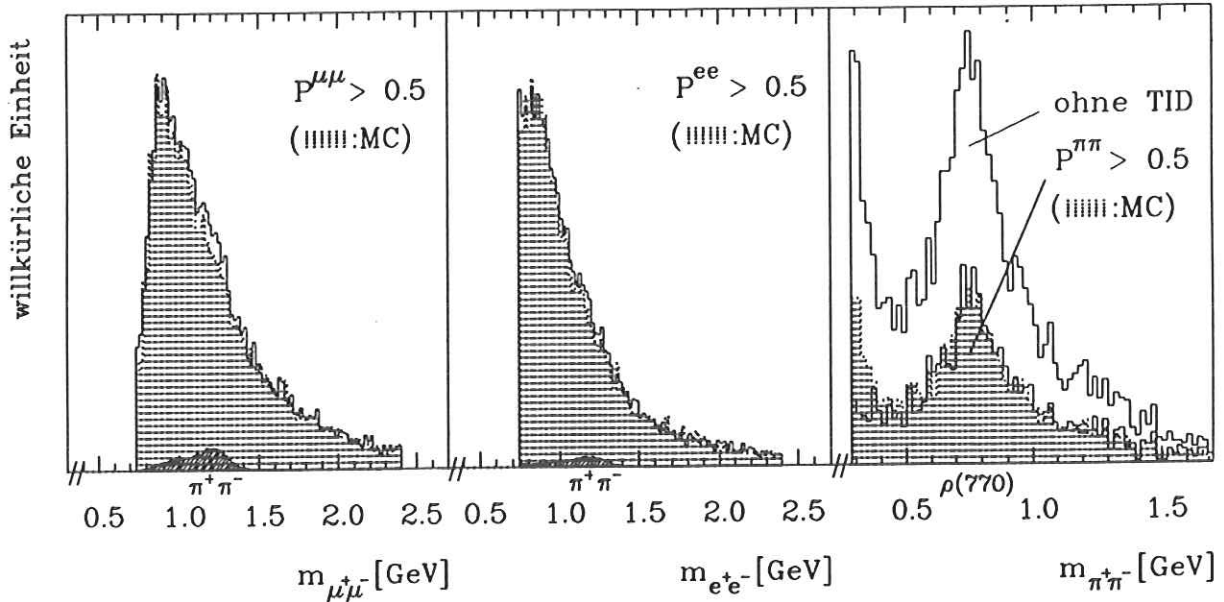


Abbildung 4.3: Test-Anwendungen der Teilchenidentifikation; **Links:** Für den Nachweis von $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$ - Ereignissen; **Mitte:** Für den Nachweis von $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$ - Ereignissen; **Rechts:** Für den Nachweis von neutralen Pion-Paaren in $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0 \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$ - Ereignissen. In den Leptonenspektren ist zusätzlich die Kontamination an Pion-Paaren angedeutet.

Der Pion-Paar - Nachweis wurde mit Ereignissen einer Vierspur-Selektion getestet. Selektiert man Zwei-Photon - Ereignisse mit zwei positiv und zwei negativ geladenen Spuren und keinen Photonen, so stammen die allermeisten dieser Ereignisse aus dem mit großem Wirkungsquerschnitt verbundenen Prozeß : $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0(770)\rho^0(770) \rightarrow 2\pi^+2\pi^-$. In Abbildung 4.3 wird rechts das Spektrum der invarianten Massen entgegengesetzt geladener Pion-Paare (vier Einträge pro Ereignis) sowohl ohne als auch mit Teilchenidentifikation (TID) gezeigt. Bei der Berechnung der Ereignis-Wahrscheinlichkeiten (siehe oben) wurden hier natürlich jeweils nur Teilchen-Paare berücksichtigt. Zur Ereignissimulation wurde das ohne Teilchenidentifikation gemessene Massenspektrum benutzt und entsprechend der gemessenen Impulse und Winkel der Spuren eines Teilchen-Paars die Teilchenidentifikation MC-simuliert (siehe hierzu Abschnitt 5.3). Die Überhöhung des Spektrums bei kleinen invarianten Massen ist im teilchenidentifizierten Spektrum verschwunden. Da es sich hierbei um Untergrundereignisse mit konvertierten Photonen handelt, hat die Teilchenidentifikation die Elektronähnlichkeit erkannt und die Einträge richtigerweise verworfen. Die insgesamt guten Übereinstimmungen zwischen MC-Erwartungen und Messungen zeigen die Anwendbarkeit der Teilchenidentifikation und deren Simulation (zumindest) bei den angegebenen Schnitten.

der invarianten Masse die Pionmasse zugeordnet.

4.3 Die $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ - Ereignisselektion

Die Charakteristik von Zwei-Photon - Ereignissen liegt nach Abschnitt 2.2.2 u.a. in einer kleinen invarianten Masse des sichtbaren Endzustandes. Dieses ausnutzend wurde zunächst mit den im letzten Kapitel beschriebenen DST-2 - Datenbändern eine Vorselektion durchgeführt. Um von der hierdurch erheblich reduzierten Datenmenge Kandidaten des für diese Analyse wichtigen Ereignis-Typs: $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ auszuwählen, mußten die Ereignisse die folgenden Kriterien erfüllen:

- von VIOLA wurde *genau eine positiv* und *genau eine negativ* geladene Spur im Zentraldetektor akzeptiert,
- kein von VIOLA akzeptierter Photon-Kandidat wird gemessen, d.h. kein nichtassoziierter Kalorimeterschauer, der die an Photonen gestellten Bedingungen erfüllt,
- keine nichtrekonstruierten Spuren werden im Ereignis registriert, d.h. innerhalb eines Kreissegments mit 30° Öffnungswinkel dürfen die ersten acht Kammern des Innendetektors nicht mehr als fünf keiner Spur zugewiesene Signale gemessen haben,
- der gemeinsame Vertex beider Spuren muß mit dem Bhabha-Vertex¹¹ übereinstimmen, d.h. er darf nicht mit der Hypothese eines V^0 -Kandidaten verträglich sein,
- für die Z-Koordinate des gemeinsamen Vertex beider Spuren muß gelten:
 $|Z^{\text{Ereignis}} - Z^{\text{Bhabha}}| \leq 2 \text{ cm},$
- keine einen *tag* andeutende Energie wurde im Vorwärtskalorimeter registriert,
- für das Transversalimpuls-Quadrat des sichtbaren Zweiteilchen Endzustandes muß gelten: $|\sum P_\perp|^2 \leq 0.01 G\epsilon V^2/c^4$ (siehe Abb. 4.4),
- für den Winkel λ (siehe Abb. 3.6) jeder Spur muß gelten: $0.035 \text{ rad} \leq |\lambda| \leq 0.975 \text{ rad}$, d.h. die Teilchen durchdringen den Zentralbereich des Kalorimeters und sind im Prinzip identifizierbar,
- mindestens einer der simulierbaren Spur-Trigger (Trigger: 5, 15 oder 16) mußte gefeuert haben.

Insgesamt erfüllen 175644 Daten Ereignisse diese Kriterien. Abbildung 4.5 zeigt das invariante Massenspektrum dieser Selektion bei Verwendung von Pion-Teilchenmassen. Die Struktur bei kleiner invarianten Masse spiegelt die während des Experiments vorgenommene Änderung der Bedingung für Trigger 16 wider (siehe (3.4)). Die Schulter bei $m_{\pi^+\pi^-} \simeq 1250 \text{ MeV}$ deutet hier bereits die Produktion des Tensormesons $f_2(1270)$ an.

Wie in den Abschnitten 5.4.1 und 5.4.1 explizit gezeigt wird, ist der dominante Anteil der Ereignisse im Spektrum der Abbildung 4.5 nicht vom Typ: $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$. Er setzt sich vielmehr aus den QED-Reaktionen: $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$ und $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$ zusammen. Durch Anwendung der für diese Analyse weiterentwickelten Methode der Teilchenidentifikation kann dieser nichthadronische Untergrund, je nach Schnitten in den Ereignis-Wahrscheinlichkeiten $P^{\mu\mu}$, P^{ee} und $P^{\pi\pi}$, erheblich reduziert werden. Als effektivste

¹¹Um den Wechselwirkungsverte zu definieren, wurde bei der Datennahme für jede Füllung des Speicherringes PETRA der gemeinsame Vertex von Bhabha-Ereignissen ermittelt.

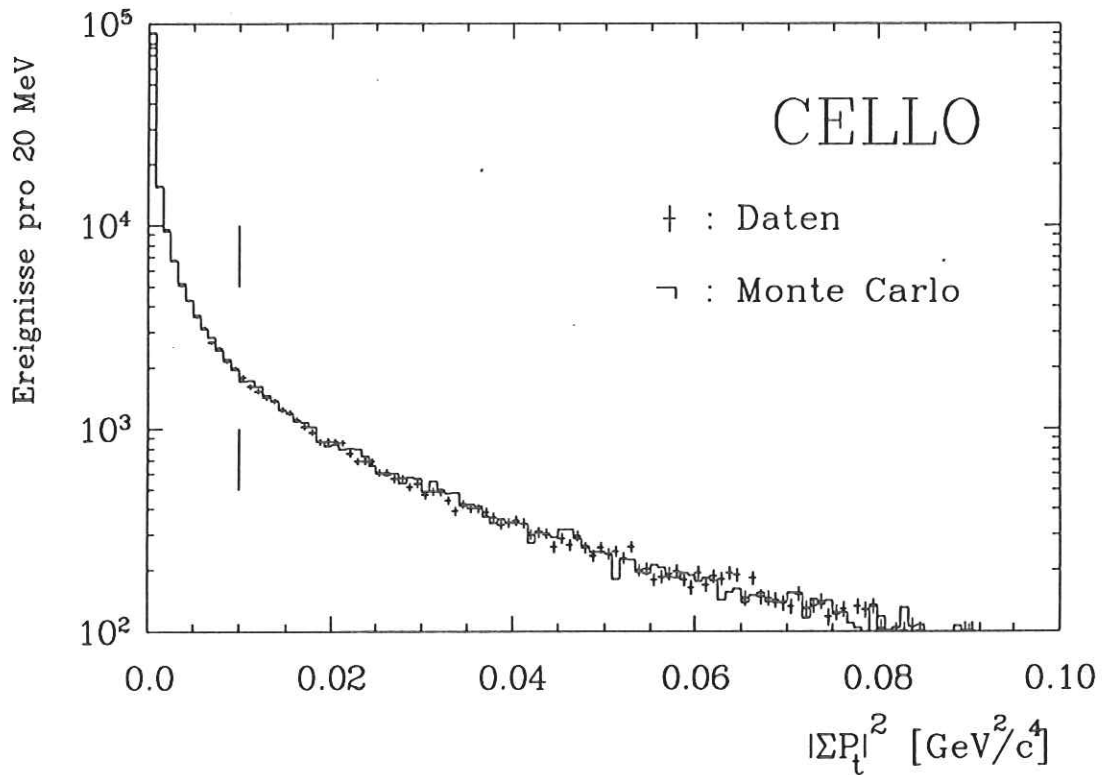


Abbildung 4.4: $|\Sigma P_{\perp}|^2$ -Verteilung der Daten- und Monte-Carlo-Ereignisse.

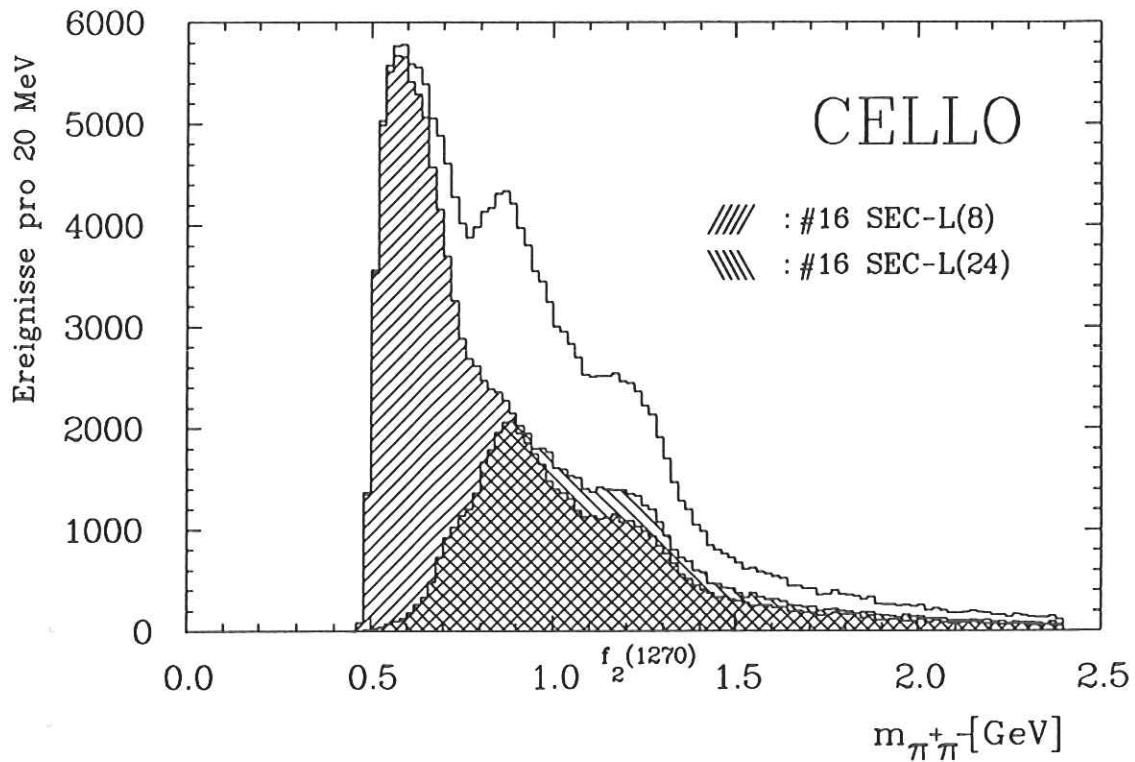


Abbildung 4.5: Invariantes Massenspektrum der Zwei-Spur-Datenselektion. Die inneren Verteilungen verifizieren den Einfluß der Definitions-Änderungen für Trigger 16 (siehe (3.4)).

Schnittgrößen haben sich die Quotienten aus Pion-Paar - Wahrscheinlichkeit und Myon-Paar - bzw. Elektron-Paar - Wahrscheinlichkeit erwiesen. Dabei wird erneut ausgenutzt, daß es auf die absolute Identifizierbarkeit der Pionenpaare nicht ankommt, solange die Hypothesen der beiden anderen Ereignisklassen nur mit genügend großer Wahrscheinlichkeit ausgeschlossen werden können. Bei Anwendung der Ereignis-Identifikation wird verlangt, daß der statistische Fehler des totalen $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ - Wirkungsquerschnitts im gesamten meßtechnisch zugänglichen invarianten Massenbereich möglichst klein ist. Detaillierte Studien (siehe Abschnitt 6.3) ergaben die Forderungen (*optimale Schnitte*): $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee} \geq 4$.

In Abbildung 4.6 wird links das mit diesen Schnitten erhaltene, teilchenidentifizierte, invariante Massenspektrum gezeigt. In der rechten Abbildung ist der Extremfall sehr harter Schnitte in den Quotienten der Ereignis-Wahrscheinlichkeiten dargestellt. Das Signal des Tensormesons $f_2(1270)$ tritt hier ohne statistische Subtraktion des QED-Untergrundes bereits deutlich hervor. In diesen Abbildungen sind dem nächsten Kapitel vorwegnehmend bereits die verbleibenden Kontaminationsraten mißidentifizierter $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$ - und $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$ - Ereignisse angedeutet.

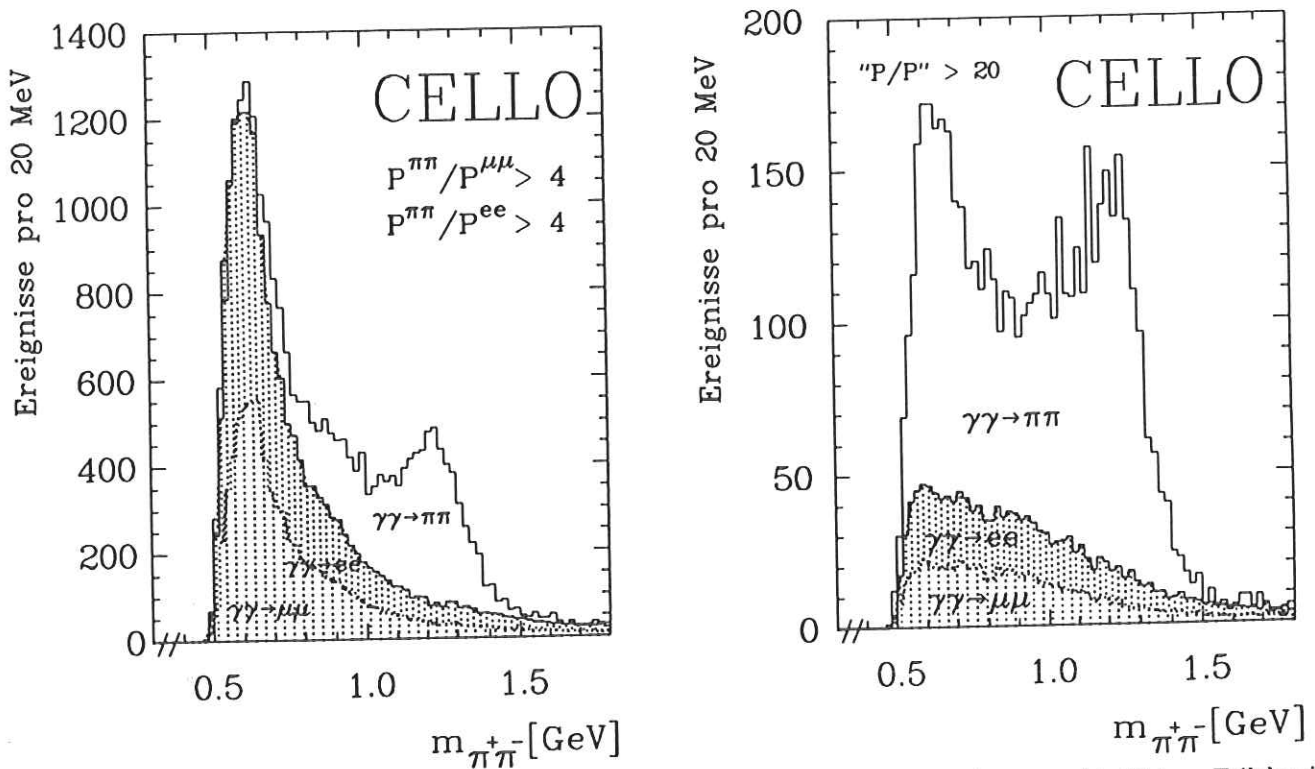


Abbildung 4.6: Invariante Massenspektren der Zwei-Spur - Datenselektion mit unterschiedlichen Teilchenidentifikations-Kriterien; links: *optimale* Schnitte (siehe Text), rechts: harte Ereignisidentifikations-Schnitte. Die Abkürzung "P/P" > 20 steht für: $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 20$; $P^{\pi\pi}/P^{ee} \geq 20$.

Kapitel 5

Simulationsrechnungen mit Monte-Carlo - Methoden

5.1 Einleitung

Der CELLO - Detektor ist, wie auch jeder andere Detektor, in seiner Akzeptanz begrenzt. Seine Funktionsweise entspricht der einer optischen Linse: bei einem Teil der Teilchen mißlingt der Nachweis im Detektor ganz (Transmissionskoeffizient $< 100\%$), bei einem anderen Teil verursacht die begrenzte Energie- und Impulsaufösung ein "Verschmieren" der Meßgrößen (Linsenwirkung). Um diese Effekte und deren Einfluß auf die Ergebnisse einer Datenanalyse im Detail zu studieren, bedient man sich der Technik von Simulationsrechnungen mit Monte-Carlo - Methoden. Dabei wird der gesamte Detektor entsprechend seiner Materiedichte für den Computer geometrisch zerlegt und abgespeichert. Meßtechnisch aktive und passive Zonen werden hierbei unterschiedlich gekennzeichnet. Bei der Simulation eines Ereignisses wird nun jeder einzelne Teilchenflug durch diesen "imaginären" Detektor in kleinen Schrittweiten verfolgt und pro Zone entsprechend bekannter Wirkungsquerschnitte per Zufallszahlen - Generator eine Wechselwirkung mit der Detektormaterie ausgewürfelt. In den aktiven Nachweiszonen werden die auftretenden Signale aus den abgespeicherten Energiedepositionen berechnet und anschließend, ebenfalls per Zufallszahlen - Generator, meist gaußförmig verschmiert. Auf diese Weise wird der gleiche Detektorzustand simuliert, wie er unmittelbar nach der Datennahme im Experiment vorlag. Die gleichen Programme, die zur Daten-Rekonstruktion verwendet wurden, versuchen anschließend, das Ereignis anhand der simulierten Einzelinformationen zu rekonstruieren.

Eine wichtige Voraussetzung für die Anwendbarkeit dieser Methode ist die genaue Kenntnis des Zustandes und der Effektivität jeder einzelnen Detektorkomponente. Da die Präzision der Drift- und Propkammer-Auslöseeffizienzen für diese Analyse nicht ausreichte, wurden diese im nachhinein mit Hilfe der oben beschriebenen Zweispur-Selektion sowohl winkel- als auch impulsabhängig neu bestimmt. Hierauf wird im nächsten Abschnitt eingegangen werden. Anschließend wird die gesonderte Anwendung der Teilchenidentifikation in der Simulation behandelt und die Monte-Carlo - Erzeugung der Untergrundreaktionen erläutert. Die Beschreibung der Simulation der Signalreaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ schließt sich an und Details zur Trigger- und Filtersimulation beenden dieses Kapitel.

5.2 Neubestimmung der Auslöse-Effizienzen von Innendetektor-Signalen

Die ersten im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Bestimmungen des Wirkungsquerschnitts für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ zeigten unabhängig von der Benutzung der Teilchenidentifikation starke Diskrepanzen zu bisherigen Messungen anderer Kollaborationen (beispielsweise [84]): während der Wirkungsquerschnitt im f_2 -Bereich etwa 60% über dem Wert anderer Messungen lag, betrug der Überschuß bei kleineren Energien sogar 100 – 130%. Darüberhinaus verschwand der Wirkungsquerschnitt auch oberhalb von 1.5 GeV nicht, sondern blieb mehr oder weniger konstant $\simeq 50$ nb. Daraufhin durchgeführte, detaillierte Untersuchungen ergaben, daß die Verwendung der Standard-Drift- und Propkammer-Auslöseeffizienzen für Myonen und Hadronen bei der Detektor-Simulation, zumindest für diese Analyse, äußerst problematisch ist. Die Bestimmung dieser Standard-Auslöseeffizienzen wurde bei CELLO für Elektronen und Myonen/Hadronen getrennt durchgeführt. Die Ereignisse, aus denen die Effizienzen ermittelt wurden, waren für Elektronen *Bhabha-Ereignisse* und für Hadronen und Myonen *multihadronische Ereignisse*. Für jede von CELPAT (siehe Abschnitt 3.4) rekonstruierte Spur wurde in der dazugehörigen SPUR-Bank, pro Innendetektor-Kammer (siehe Tabelle 3.2), auch ein Code-Wort abgespeichert, das entweder das Signal selbst enthielt oder den verschlüsselten Grund für das Fehlen des Signals angab. Als Gründe für das Fehlen eines Signals konnte gelten: (1) die Spur befindet sich außerhalb der Kammer (kommt nur bei äußersten Kammern vor), (2) das Signal ist bereits von einer anderen Spur benutzt, (3) das Signal liegt zu weit von der aus dem Spurfitt erwarteten Position entfernt und wird deshalb verworfen, (4) es ist kein Signal in der Nähe der erwarteten Position zu finden (Hardware-ineffizient) und schließlich (5) die Kammer weist in der Nähe der Spur einen toten Kanal auf.

Diese Code-Wörter wurden vom Standard-Programm zur Bestimmung der Effizienzen benutzt. Bei den multihadronischen Ereignissen kam es durch die typischen großen Teilchendichten zu einer systematischen Unterschätzung der Effizienzen: die Spuren überkreuzen sich häufiger und teilen sich gemeinsame Signale; aus der Vielzahl der Signale können "falsche" Spuren rekonstruiert werden, die in der Regel in mehreren Kammern keine Signale aufweisen. Darüberhinaus war ein Fehler in dem Programm dafür verantwortlich, daß die Kathodeneffizienzen der Proportional-Kammern nicht richtig ermittelt wurden. Auch die Strategie, nur eine aus den 30°- und 90°-Kathoden gemittelte Kathodeneffizienz zu bestimmen und im Detektor-Simulationsprogramm nur bei der 90°-Kathode zu verwenden, während die 30°-Kathode 100% effizient gesetzt wurde, führte bei der Triggersimulation (siehe Abschnitt 5.6) zu einem Fehler.

Aus diesem Grunde war eine erneute Bestimmung der Kammer-Effizienzen notwendig. Im Unterschied zur Standard-Methode sollte folgendes erreicht werden:

- die Effizienzen sollten für unterschiedliche Zeitintervalle der Datennahme ermittelt werden,
- die Informationen über Signale in der Nähe gefundener Spuren sollten aus den Rohdaten zusammengestellt werden und nicht aus den SPUR-Banken stammen (Bias),
- für Myonen und Hadronen sollten die Effizienzen impulsabhängig sein, um dem zu kleinen Energien hin steigenden Ionisationsverlust (nach Bethe-Bloch [75]) Rechnung zu tragen¹,

¹Bei CELLO mußten die Kammer-Hochspannungen aufgrund des langjährigen Betriebes teilweise etwas

- die geringere Weglänge bei senkrechtem Durchqueren einer Driftkammer hat eine Verminderung der Ionisation zur Folge. Der hiermit eventuell verbundene Abfall der Effizienzen sollte durch eine winkelabhängige Bestimmung sowohl für Elektronen als auch für Hadronen/Myonen berücksichtigt werden.

Zu diesem Zweck wurden die 175644 Ereignisse der oben beschriebenen Zwei-Spur - Selektion durch Teilchenidentifikation in etwa gleichstarke Anteile von Elektron-Paaren und Myon/Pion-Paaren aufgeteilt. Für jede Teilchenspur wurde neben Impuls $|\vec{P}|$ und Winkel λ in jeder Lage die Kanalnummer der Kammer bestimmt, die ihr geometrisch am nächsten lag und angesprochen haben sollte. War der Kanal laut Statusliste nicht als tot identifiziert, so wurde anschließend in den Rohdaten nach dem zu dieser Kanalnummer gehörende Signal gesucht. Wie bei der Rekalibration des Kalorimeters (siehe Abschnitt 4.2.1) bot sich auch hier zunächst an, nach weiteren, noch nicht in der Statusliste vermerkten Einzelkanal-Defekten zu suchen. Bei einem Test, bei dem 2000 Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ mit Kammereffizienzen von 100% im Detektor simuliert und anschließend auf die Rekonstruktion² beider Spuren hin analysiert wurden, betrug die Zahl der Ereignisse mit zwei Spuren 1539. Die hieraus ermittelte Zwei-Spur - Nachweiseffizienz von 77% lag nur um 2% über der mit Standard-Kammereffizienzen ermittelten. Der Test zeigte damit, daß es bei der Spurrekonstruktion wesentlich auf die genaue Kenntnis der Kanaldefekte ankam.

Zum Aufsuchen weiterer toter Kanäle wurden die Elektron- und Myon/Hadron-Ereignisse zunächst nach ihrer RUN-Nummer sortiert. Als tot wurde ein Kanal (Driftkammer-Anode, Proportionalkammer-Anode, Proportionalkammer-Kathode 30°, Proportionalkammer-Kathode 90°) genau dann definiert, wenn er mehr als fünfmal hintereinander, obwohl erwartet, kein Signal abgegeben hat. Proportionalkammern, bei denen die Hochspannung zu niedrig eingestellt oder ausgeschaltet war, ließen sich durch fehlende Kathodensignale in der Umgebung ihrer toten Anoden (laut korrigierter Status-Liste) identifizieren. Darüberhinaus wurden auch korrelierte Ineffektivitäten geometrisch benachbarter Kanäle an bestimmten Stellen im Innendetektor beobachtet und der passiven Materie von Aufhängehalterungen zugeschrieben. Die Nummern solcher Kanäle wurden für die Simulation ebenfalls notiert.

In Abbildung 5.1 ist der resultierende Status jeder Kammer (vergl. Tabelle 3.2) über dem Zeitintervall der Datennahme des Jahres 1986 aufgetragen. Die hieraus gemittelten Ausfallraten der Kammern nach dem ersten Drittel des Experiments sind in Tabelle 5.1 angegeben. Während sich die Driftkammern 5 und 6 von ihrem Totalausfall glücklicherweise wieder rasch erholten, blieb der Anteil toter Anoden bei drei von fünf Proportionalkammern unverändert hoch. In Kammer 14 betrug dieser sogar 44.24%.

Aus den zum Zweck der Status-Analysen angelegten umfangreichen Statistiken wurde anschließend die Signal-Auslöseeffizienz jedes intakten Kanals bestimmt. Die Aufteilung der Daten in 9 RUN-Intervalle erfolgte entsprechend der Hauptänderungen der Triggerbedingungen und des Innendetektor-Status. Der bei niedrigeren Kammer-Spannungen erwartete Anstieg der Auslöseeffizienzen zu kleinen Impulsen hin (s.o.), wurde bei Myonen und Pionen/Hadronen in mehreren Kammern (hauptsächlich Kammern: 4-7, 11 und 14; aber auch Kammern: 1, 3 und 12) tatsächlich beobachtet. Aus diesem Grunde wurden die Myon- und Hadron-Daten in die vier Impulsintervalle: $[< 180]$, $[180, 220]$, $[220, 275]$ und $[275 <]$ für $|\vec{P}|$ in MeV/c aufgeteilt und die Auslöseeffizienzen hierin getrennt bestimmt. Die erwartete

heruntergeregelt werden, so daß Ionisationsverlust und Kammereffizienz proportional zueinander waren.

²Damit eine Spur mit dem CELLO-Innendetektor überhaupt rekonstruiert werden konnte, waren 6 von 14 Anoden-Signale sowie 2 von 5 Kathoden-Signale gefordert.

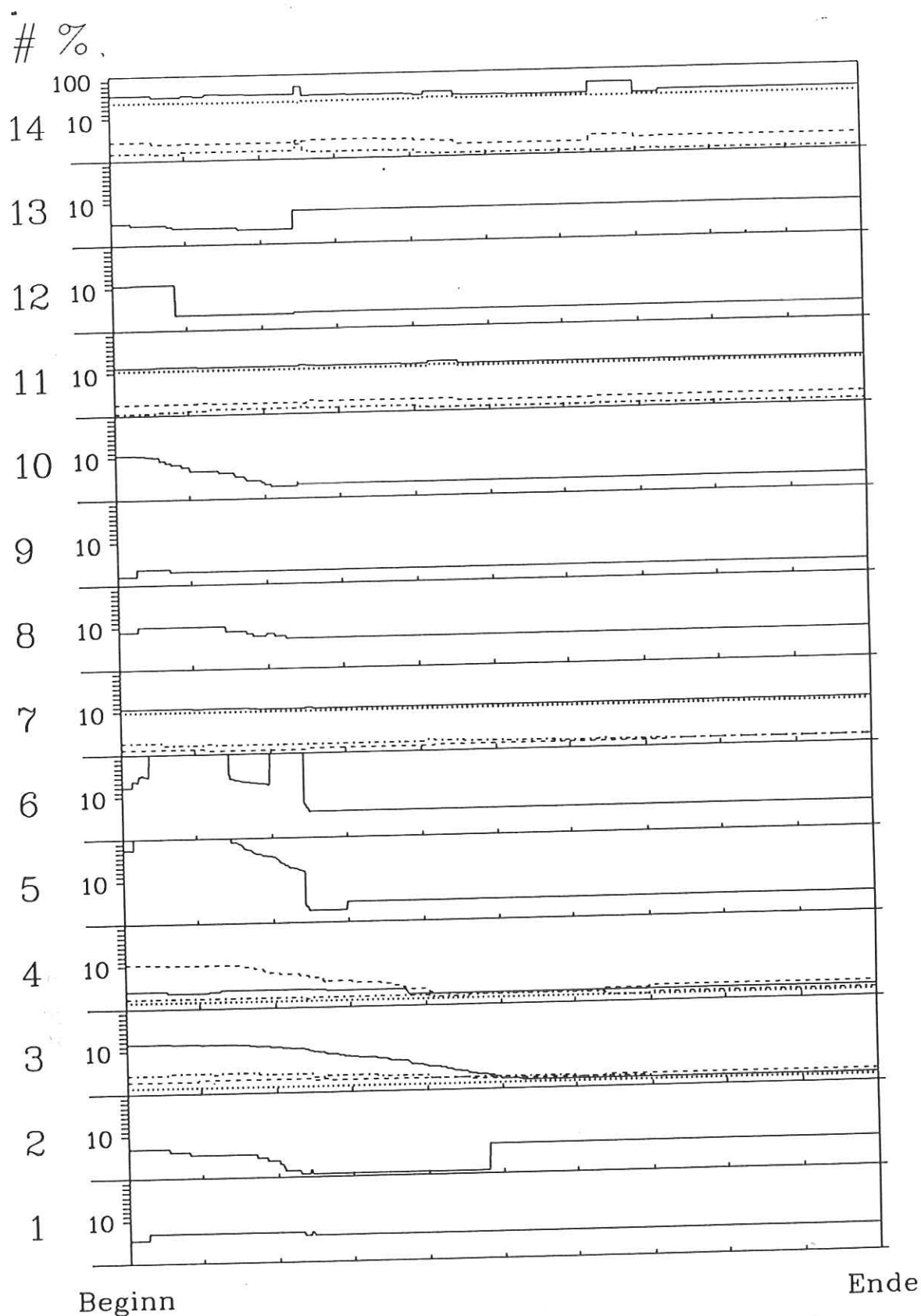


Abbildung 5.1: Relative Anteile toter Drift- und Proportionalkammer-Anoden und -Kathoden als Funktion der Experimentierzeit. Für Werte zwischen 0 und 10% wurde eine vergrößernde Skala benutzt. Die Symbolik ist: durchgezogene Linien \equiv Anteil toter Anoden; gepunkteten Linien \equiv Anteil Propkammern ohne HV; gestrichelte Linien \equiv Anteil toter 90°-Kathoden; gepunktstrichelte Linien \equiv Anteil toter 30°-Kathoden.

Kammer	Typ	Anode tot	HV aus	90° Kath.tot	30° Kath.tot
1	DR	6.25%			
2	DR	5.41%			
3	PK	3.07%	1.37%	2.68%	2.48%
4	PK	2.86%	1.56%	3.40%	2.08%
5	DK	4.81%			
6	DK	6.25%			
7	PK	10.51%	9.87%	1.42%	1.84%
8	DK	7.14%			
9	DK	3.13%			
10	DK	3.36%			
11	PK	15.05%	14.42%	2.61%	0.88%
12	DK	3.91%			
13	DK	7.81%			
14	PK	44.24%	43.05%	3.59%	0.78%

Tabelle 5.1: Mittlerer Anteil toter Innendetektor-Kanäle nach dem ersten Drittel der Datennahme (DR:Driftrohr, PK:Proportional-Kammer, DK:Drift-Kammer).

Abhängigkeit der Driftkammer-Effizienzen vom Durchtrittswinkel $|\lambda|$ wurde in allen bis auf Kammer 13 festgestellt. Der Effekt war teilweise so groß, daß bei senkrechtem Durchqueren eine Auslöseeffizienz von nur $\simeq 60\%$ gemessen wurde und bei steigendem Winkel dieser Wert auf über $\simeq 90\%$ anstieg. Eine Einteilung in 10 Winkelintervalle (neun im Intervall: $[0 \text{ rad} < |\lambda| < 1 \text{ rad}]$ und eins für $[1 \text{ rad} < |\lambda|]$) erschien daher für alle Teilchensorten und alle Driftkammern sinnvoll.

Mit dem auf diese Erweiterungen umgestellten Detektor-Simulationsprogramm wurden dann circa 20000 Ereignisse jedes Typs ($\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$, $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$ – siehe Abschnitte 5.4.1, 5.4.2 und 5.5) produziert und anschließend mit dem gleichen Programm, mit dem aus den Daten-Ereignissen die Auslöseeffizienzen bestimmt wurden, analysiert. Für den hierdurch feststellbaren Unterschied zwischen Input- und Output-Auslöseeffizienzen war der systematische Fehler (Bias) verantwortlich, der bei der Effizienzen-Bestimmung aus den Signalen *rekonstruierter Spuren* entstand. Solche Spuren weisen im Mittel mehr Signale auf als nichtrekonstruierbare und täuschen damit höhere Auslöseeffizienzen vor. Eine bessere Schätzung der "wahren" Auslöseeffizienzen für das Detektor-Simulationsprogramms lieferten daher die um $\Delta\epsilon = \epsilon^{\text{Daten}} - \epsilon^{\text{MC}}$ korrigierten Input-Effizienzen. Zwei weitere Iterationen dieser Art waren notwendig, um eine bestmögliche Übereinstimmung zwischen den aus Monte-Carlo - und Daten- Ereignissen ermittelten Kammer-Effizienzen zu erzielen.

Im Vergleich zu den Standard-Auslöseeffizienzen waren die so ermittelten Effizienzen im Fall der Myonen/Hadronen teilweise erheblich höher. Die Kammern 4-7, 10, 11 und vor allem 14, zeigten die größten Unterschiede. Bezogen auf die Rekonstruktions-Wahrscheinlichkeit beider Spuren im Ereignis (ϵ_2) wurden folgende Änderungen festgestellt:

Während die Zweispur-Rekonstruktions-Effizienz bei Elektronen gleich blieb, stieg diese bei Myonen und Pionen/Hadronen um jeweils 15 Prozentpunkte an. Beim Vergleich der absoluten Werte muß berücksichtigt werden, daß die invarianten Massenspektren unterschiedlich sind (siehe Abschnitte 5.4.1, 5.4.2 und 5.5). Das gilt insbesondere für die Pionen/Hadronen und erklärt die höhere Rekonstruktions-Effizienz gegenüber den Myonen.

Ereignisklasse	$\varepsilon_2(\text{alt}) \rightarrow \varepsilon_2(\text{neu})$
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$	74.97% \rightarrow 75.60%
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$	65.47% \rightarrow 81.47%
$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	71.70% \rightarrow 85.91%

5.3 Die Teilchenidentifikation in der Simulation

Die in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Teilchenidentifikation mit dem CELLO - Flüssigargon - Blei - Kalorimeter ist sensibel auf kleinste Unterschiede in der Schauerentwicklung der Teilchen. Bei Daten-Ereignissen erfolgt hierdurch die eigentliche Teilchenerkennung. Im Detektor-Simulationsprogramm wird die Schauerentwicklung für die allermeisten Anwendungen mit ausreichender Genauigkeit simuliert. Für die Anwendung der Teilchenidentifikation in Monte-Carlo - Ereignissen, reicht diese Genauigkeit jedoch nicht aus.

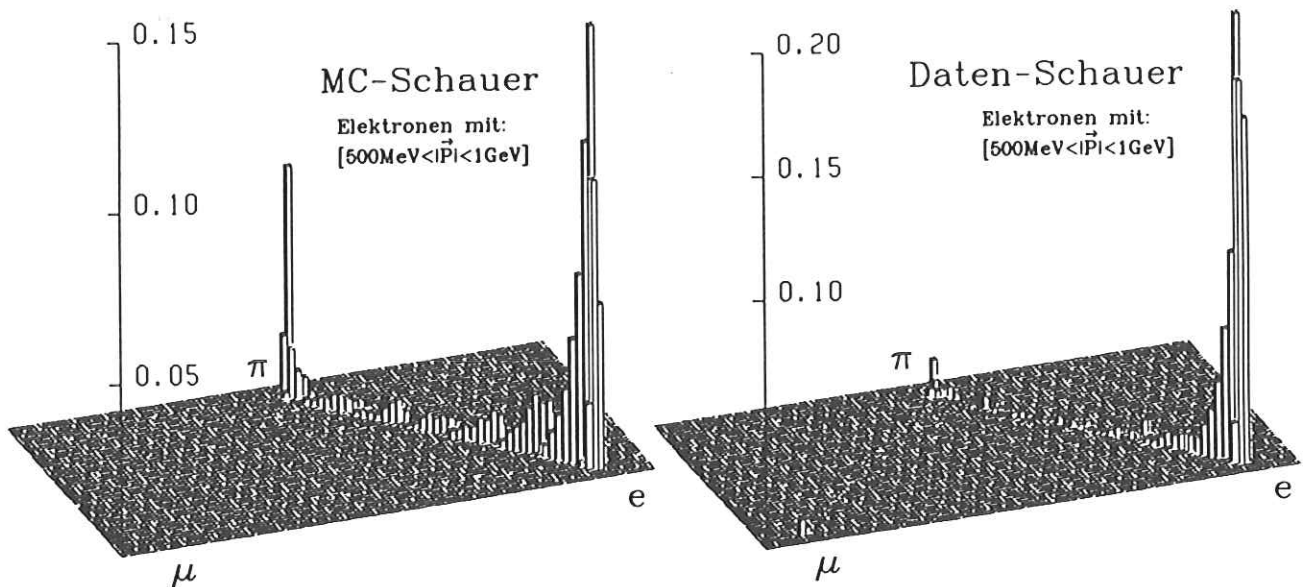


Abbildung 5.2: Vergleich zwischen simulierten und gemessenen Schauer-Gewichten bei kleinen Teilchenimpulsen. Links: simulierte Elektron-Schauer; Rechts: äquivalente Elektron-Datenschauer aus dem Katalog (siehe Text).

Als Beispiel dafür zeigt Abbildung 5.2 die Verteilungen der Schauer-Gewichte (vergleiche Abbildung 4.1) für Elektronen aus der MC-Produktion $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$, deren Impulse im Intervall $[0.5 \text{ GeV}/c, 1 \text{ GeV}/c]$ liegen. In der linken Abbildung ist die Verteilung der aus den simulierten Schauern bestimmten Schauer-Gewichte dargestellt. Im Vergleich dazu wird rechts die Verteilung der Gewichte gezeigt, wie sie aus dem Normschauer-Katalog (siehe Abschnitt 4.2.2) für äquivalente Daten-Schauer folgen würde. Die Unterschiede sind deutlich sichtbar.

Auf die Verwendung von Schauer-Gewichten simulierter Kalorimeterschauer wurde deshalb verzichtet. Stattdessen wurden die Schauer-Gewichte äquivalenter Daten-Schauer benutzt. Für die in Abschnitt 4.2.2 beschriebene Berechnung der Teilchentyp-Wahrscheinlichkeiten $P_{Typ}^{\mu(e,\pi)}$ war es notwendig gewesen, die Normschauer-Gewichte in *Hitlisten* einzutragen. Der Impuls- und Winkelabhängigkeit wurde zuvor durch Aufteilung des

$|\vec{p}| - |\lambda|$ - Bereiches in kleinstmögliche, zweidimensionale Intervalle Rechnung getragen. In jedem dieser Intervalle stand für jede Teilchensorte eine Vielzahl von Schauergewichten "echter" Datenschauer zur Verfügung. Jedem Monte-Carlo - Teilchen konnte damit durch Auswürfeln einer Zufallszahl (Adresse) aus einer seinem Typ, Impuls und Winkel entsprechenden Hitliste ein Satz von Schauer-Gewichten $W_S^\mu - W_S^e - W_S^\pi$ herausgegriffen und zugeordnet werden.

Diese Methode hatte den Vorteil, daß sich Monte-Carlo - Ereignisse weiterhin wie Daten - Ereignisse behandeln ließen. Es konnten Ereignis-Wahrscheinlichkeiten berechnet werden und damit Auswirkungen von Änderungen der Teilchenidentifikations-Schnittgrößen auf leichte Weise studiert werden.

Durch Gewichtung der Monte-Carlo - Ereignisse³ wurde schließlich der bei der Normschauer-Selektion ebenfalls ausgewertete Effekt des Nichtauslösens rekonstruierbarer Kalorimeter-Schauer (siehe Abbildung 6.4) berücksichtigt. Der Vergleich der Schauerauslöse-Effizienzen von Daten- und Monte-Carlo - Ereignissen zeigte ebenfalls leichte Differenzen, die hierdurch vermieden werden konnten.

5.4 Simulation der Untergrundreaktionen

5.4.1 $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)$

Zum Generieren von Zwei-Photon - Ereignissen des Typs $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma\gamma \rightarrow)e^+e^-(\gamma)$ wurde das Programmpaket von F.A. Berends, P.H. Daverveldt und R. Kleiss [92] benutzt. Der Generator berücksichtigt bis zur fünften Ordnung in der elektromagnetischen Kopplung α alle beitragenden Feynman - Graphen (bei Elektronpaaren insgesamt 36 Graphen der Art, wie sie in Abbildung 5.3 dargestellt sind) und ist bis zu dieser Ordnung exakt.

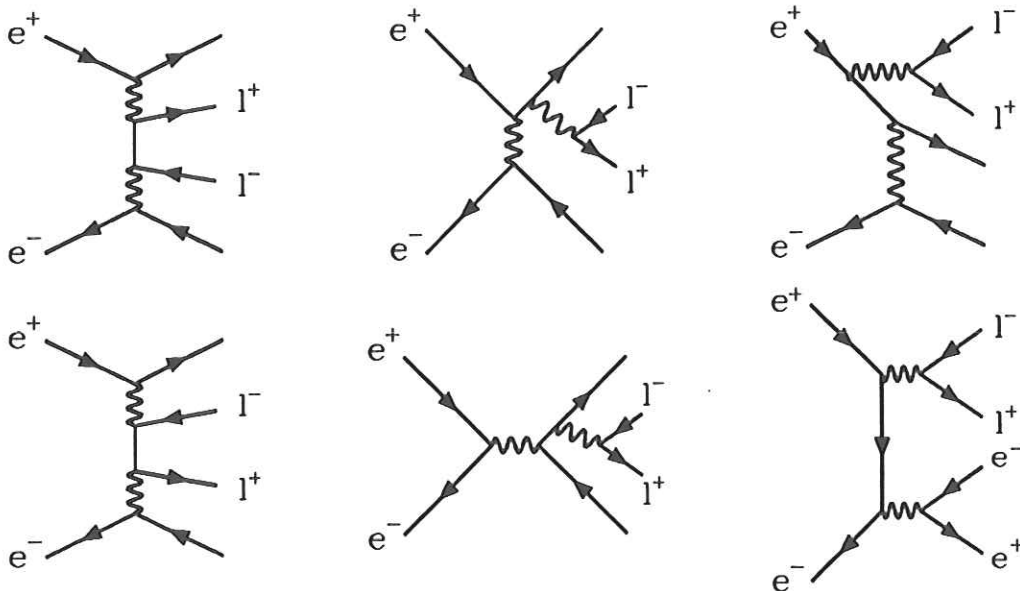


Abbildung 5.3: Die Art der Feynman-Graphen, die zum QED Untergrund-Prozess $e^+e^- \rightarrow e^+e^-l^+l^-$ beitragen. Für $l = e(\mu)$ sind insgesamt 36(12) solcher Graphen zu berücksichtigen.

Entsprechend dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte für Bremsstrahlung unterhalb und oberhalb einer von außen vorgegebenen Schwellenenergie wird im Generator zwischen den

³d.h. jeder Histogramm-Eintrag erhält ein zusätzliches Gewicht

Prozessoren für Ereignisse mit *weichen* oder mit *harten* Bremsstrahlungs-Photonen entschieden. *Weiche* Bremsstrahlungsphotonen werden nicht generiert. Darüberhinaus berücksichtigt der Generator neben Vertex-Korrekturen auch die Vakuum-Polarisationen für Elektron-, Myon-, Tau- und Quark(Hadron)-Schleifen. Aufgrund der Dominanz des Wirkungsquerschnitts bei kleinen, invarianten Leptonpaar-Massen wäre ohne Vorselektionsschnitte der größte Teil der generierten Ereignisse nach der Detektor-Simulation nicht rekonstruierbar. Um die Datenmenge auf im Prinzip rekonstruierbare Ereignisse zu reduzieren, wurde für den Generator der Phasenraum durch die Schnitte:

- $|\cos \vartheta_{(1,2)}| < 0.88$ mit dem Polarwinkel ϑ zwischen der Emissionsrichtung des Teilchens und der Z-Achse
- $|\vec{P}_{\perp(1,2)}| > 180 \text{ MeV}/c$ (Mindesttransversalimpuls)
- $m_{e^+e^-(\gamma)} > 300 \text{ MeV}$ (minimale invariante Masse)

eingeschränkt. Das über diesen effektiven Phasenraum PS_{eff} integrierte totale Integral des Wirkungsquerschnitts wird vom Generator numerisch berechnet und mit:

$$\sigma_{total}^{MC} = \int_{PS_{eff}} d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)}^{MC} = (6.841 \pm 0.012) \text{ nb} \quad (5.1)$$

angegeben. Hiernach generiert und anschließend im Detektor simuliert, wurden insgesamt 300 000 Elektron-Paar - Ereignisse. Die *Monte-Carlo - Luminosität* dieser Produktion beträgt damit:

$$\mathcal{L}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^-(\gamma)}^{MC} \equiv \frac{300\,000}{\sigma_{total}^{MC}} = (43.85 \pm 0.077) \text{ pb}^{-1} \quad (5.2)$$

Das sind 51% der Daten-Luminosität (vergl. Abschnitt 3.2).

In Abbildung 5.4 wird links die Verteilung der invarianten Zwei-Elektron - Massen gezeigt, wie sie auf Daten-Luminosität umskaliert, vor der Detektorsimulation galt. Bei der späteren Untergrundsubtraktion werden diesen Elektronen Pionmasse zugeordnet. Das invariante Massenspektrum der Teilchenpaare unter der (falschen) Annahme von Pionen ist, wie in Abbildung 5.4 ebenfalls gezeigt, zu höheren Energien hin verschoben. Nach der Detektorsimulation erfüllt nur ein Bruchteil⁴ der Ereignisse die in Abschnitt 4.3 definierten Selektionskriterien. Deren invariante Massenspektren sind in Abbildung 5.4 schraffiert eingezeichnet.

5.4.2 $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$

Auf Myon-Paar - Produktion umgestellt, wurden mit dem im vorigen Abschnitt beschriebenen Generator [92] weitere 300 000 Ereignisse des Typs $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)$ produziert. Der Phasenraum war dabei durch die selben Vorselektionsschnitte auf den gleichen, effektiven Phasenraum PS_{eff} eingeschränkt. Der hierüber integrierte totale Wirkungsquerschnitt beträgt:

$$\sigma_{total}^{MC} = \int_{PS_{eff}} d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^-(\gamma)}^{MC} = (5.361 \pm 0.004) \text{ nb} \quad (5.3)$$

⁴genau 27.58% der Elektron-Paar - Ereignisse und 30.48% der Myon-Paar - Ereignisse; vergl. auch Abschnitt 2.2.2

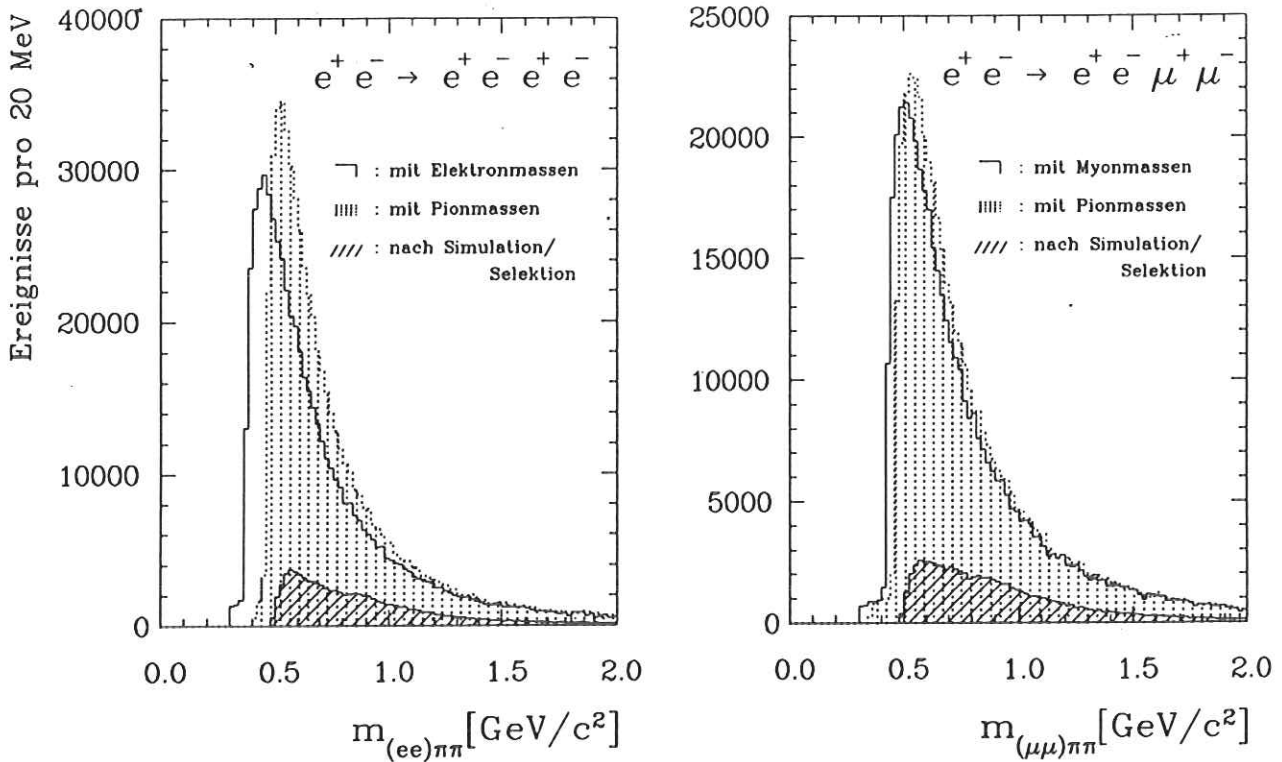


Abbildung 5.4: Invariante Massenspektren der Reaktionen $e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$ (links) und $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$ (rechts) vor und nach der Simulation/Selektion. Der Effekt, den eine "falsche" Annahme von Pionmassen verursacht, wird deutlich.

Die *Monte-Carlo* - Luminosität dieser Produktion beträgt:

$$\mathcal{L}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)}^{MC} = (55.96 \pm 0.042) \text{ pb}^{-1} \quad (5.4)$$

und damit 65% der Daten-Luminosität. Das Spektrum der invarianten Zwei-Myon - Massen wird in Abbildung 5.4 rechts gezeigt. Hier ist die aufgrund der falschen Massenzuordnung auftretende Verschiebung des Spektrums nicht so stark ausgeprägt wie bei den vergleichsweise sehr viel leichteren Elektronen.

5.4.3 $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$

Zur Monte-Carlo - Produktion von Ereignissen des Typs $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ wurde ein von M.Feindt [12] entwickelter Generator benutzt. Zur detaillierten Beschreibung der Arbeitsweise dieses Generators wird auf Abschnitt 5.5 verwiesen.

Vor den ersten Veröffentlichungen des gemessenen Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-}$ durch die ARGUS - Kollaboration [93](s. Abb. 5.5) wurde für diese Analyse ein $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt angenommen, dessen Hauptbeitrag durch einen dem Pion - Born-Term (siehe Abschnitt 2.4.1) entsprechenden Kaon - Born-Term gebildet wird. Entsprechend der differentiellen Verteilung dieses Wirkungsquerschnitts wurden mit den gleichen Vorselektions-Schnitten wie zuvor 94 361 Ereignisse generiert, im Detektor simuliert und schließlich selektiert. Der integrierte totale Wirkungsquerschnitt betrug für diesen Ansatz:

$$\sigma_{total}^{MC} = \int_{PS_{eff}} d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- K^+K^-}^{MC} = (174.57 \pm 0.13) \text{ pb} \quad , \quad (5.5)$$

so daß sich eine Monte-Carlo - Luminosität von:

$$\mathcal{L}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-K^+K^-}^{MC} = (540.53 \pm 0.40) \text{ pb}^{-1} \quad (5.6)$$

ergab, also mehr als das Sechsfache der Daten-Luminosität. Durch die Methode der Ereignis-Gewichtung (siehe Abschnitt 5.5) war es möglich, alle mit diesem ersten Ansatz generierten, simulierten und selektierten Ereignisse auf den von ARGUS gemessenen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt umzugewichten, ohne die Produktion von neuem durchführen zu müssen. In

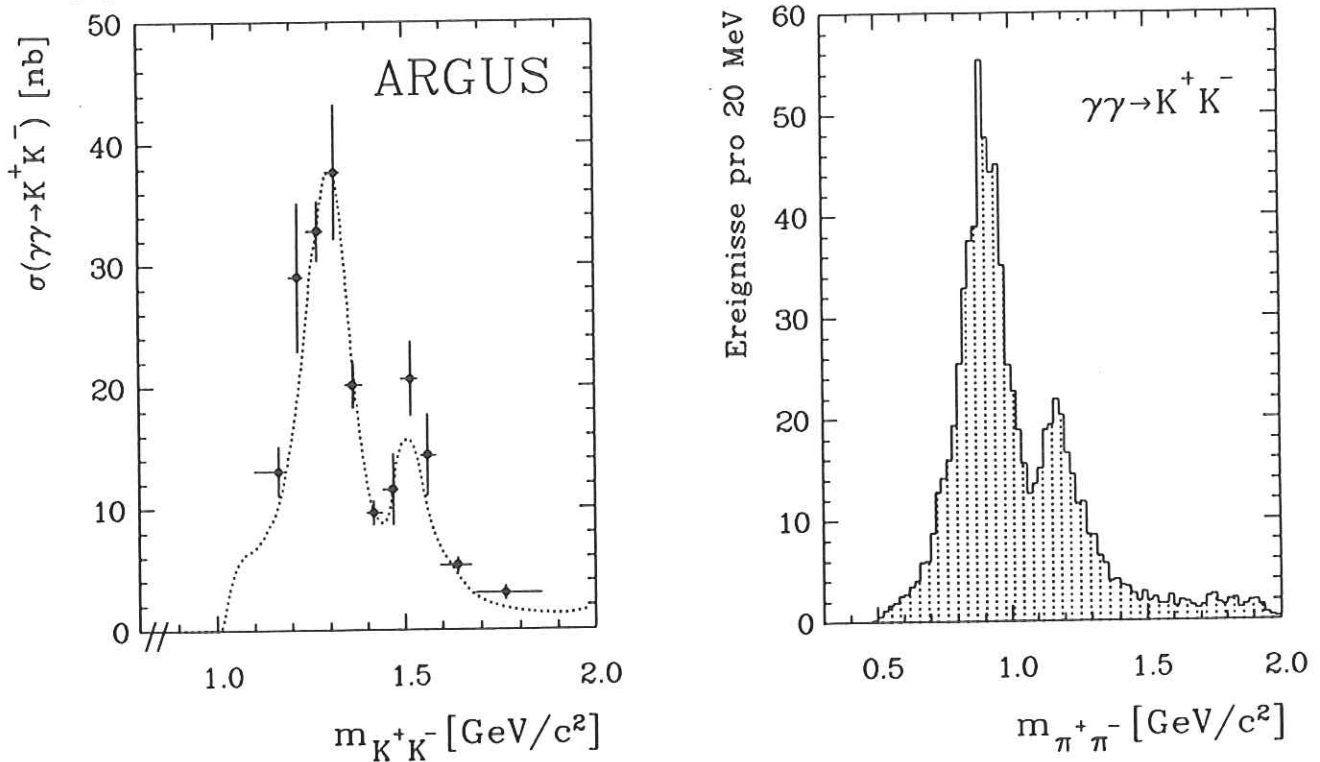


Abbildung 5.5: Links: Von der ARGUS - Kollaboration gemessener Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ [93]. Aus einer älteren, vorläufigen Version wurde der gepunktete Wirkungsquerschnitt bestimmt, der in diese Analyse eingeht. Rechts: resultierende Kontaminationsrate nach den Selektionsschnitten.

Abbildung 5.5 wird links der von ARGUS veröffentlichte Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt für Kaon-Produktion in seiner endgültigen Fassung gezeigt. Die gepunktete Spline-Kurve wurde für diese Analyse einer älteren, vorläufigen ARGUS-Publikation entnommen⁵ und durch eine Funktion den Gewichtungsroutinen übergeben. Zur Bestimmung der Kontaminationsrate wurde den Kaonen Pionmasse aufgezwungen⁶ und mit den sich hierdurch ergebenden invariante Zwei-Teilchen-Massen das Spektrum in Abbildung 5.5 (rechts) erzeugt. Neben der oben erwähnten Ereignis-Gewichtung skalierte ein globaler Gewichtungsfaktor das Spektrum auf Daten-Luminosität um. Nach den Selektions-Schnitten von Abschnitt 4.3 tragen noch insgesamt 813.44 ± 10.23 Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ zum Zwei-Spur - Spektrum bei.

5.4.4 $\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \pi^+\pi^-(\gamma)$

Etwa zwei Drittel der Zerfälle des pseudoskalaren Mesons $\eta'(958)$ sind durch zwei geladene Pionen und ein oder zwei Photonen im Endzustand ausgezeichnet ($BR(\eta'(958) \rightarrow \eta\pi^+\pi^-) =$

⁵Die leichten Unterschiede können aufgrund der ohnehin sehr geringen Kontaminationsrate vernachlässigt werden.

⁶hat Verschiebung des Spektrums zu kleineren invarianten Massen zur Folge (vergl. Abbildungen 5.5)

44.1 ± 1.6 % und $BR(\eta'(958) \rightarrow \rho^0 \gamma) = 30.1 \pm 1.4$ % [18]. Während beim Zerfall in den Zustand $\eta \pi^+ \pi^-$, aufgrund der η -Masse, Pionen mit Impulsen von maximal nur $231 \text{ MeV}/c$ entstehen und damit zur Kontamination vernachlässigbar beitragen, erstreckt sich das invariante Massenspektrum der Pion-Paare aus dem $\rho^0 \gamma$ - Zerfall von 500 MeV bis fast 1 GeV . Das hierbei zusätzlich erzeugte Photon hat eine Maximalenergie von 169 MeV und wird daher in häufigen Fällen im Detektor nicht nachgewiesen (vergl. Abschnitt 4.2.1). Um die Kontaminationsrate aus diesem Prozeß zu bestimmen, wurden mit dem Generator von Feindt insgesamt 37 944 Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \rho^0 \gamma \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$ generiert. Als Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt war das Quadrat einer Breit-Wigner - Amplitude (siehe Abschnitt 2.3.3) mit einer radiativen Breite von $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958)} = 1 \text{ keV}$ angesetzt. Das Integral über den durch die Vorselektion eingeschränkten Phasenraum betrug:

$$\sigma_{total}^{MC} = \int_{PS_{eff}} d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'(958)}^{MC} = (80.137 \pm 0.046) \text{ pb/keV} \quad , \quad (5.7)$$

so daß sich eine *Monte-Carlo - Luminosität* von:

$$\mathcal{L}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-\eta'(958)}^{MC} = (473.49 \pm 0.27) (\text{pb/keV})^{-1} \quad (5.8)$$

ergab, und damit mehr als das fünffache der Daten-Luminosität. Nach der Detektor-Simulation und nachfolgender Selektion (entsprechend Abschnitt 4.3) der Ereignisse wurde entsprechend der von CELLO gemessenen radiativen $\eta'(958)$ -Breite von [94]: $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958)} = 3.62 \pm 0.14(\text{stat.}) \pm 0.48(\text{syst.}) \text{ keV}$ durch Ereignis-Gewichtung das in Abbildung 5.6(a) gezeigte Kontaminationsspektrum erstellt. Dieses Spektrum trägt mit 193.2 ± 6.2 Ereignissen

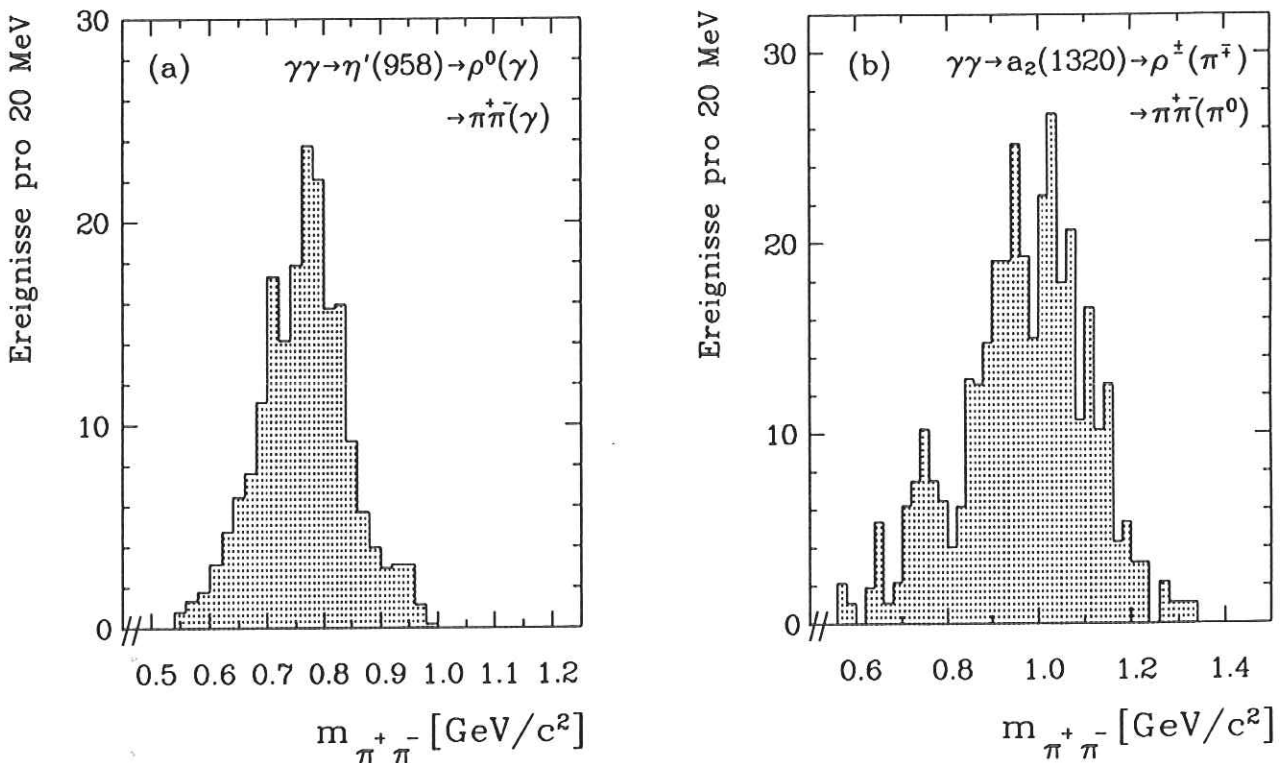


Abbildung 5.6: Kontaminationsspektren der Reaktionen: (a) $\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \rho^0(\gamma)$ und (b) $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \rho^\pm \pi^\mp$ bei Nichtnachweis des Photons (der Photonen) im Detektor.

nur unwesentlich zur Gesamtkontamination bei.

5.4.5 $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \pi^+\pi^-(\pi^0)$

Für die Untergrundbestimmung von Reaktionen der Art⁷ $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp \rightarrow \pi^+\pi^-(\pi^0)$ mit einem nicht nachgewiesenen Photonen-Paar im Endzustand wurden insgesamt 23 959 bereits generierte und simulierte Ereignisse aus einer Zwei-Photon - Analyse des pseudoskalaren Mesons $\eta'(958)$ [94] zur Verfügung gestellt. Der integrierte Wirkungsquerschnitt dieser Produktion betrug:

$$\sigma_{total}^{MC} = \int_{PS_{eff}} d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- a_2(1320)}^{MC} = (308.11 \pm 0.21) \text{ pb/keV} \quad (5.9)$$

Das entsprach einer *Monte-Carlo - Luminosität* von:

$$\mathcal{L}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- a_2(1320)}^{MC} = (77.76 \pm 0.053) (\text{pb/keV})^{-1} \quad (5.10)$$

Mit der von CELLO gemessenen radiativen Zwei-Photon - Breite des Tensormesons $a_2(1320)$:

$$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320)}^{(\lambda=2)} = 1.00 \pm 0.07(\text{stat.}) \pm 0.15(\text{syst.}) \text{ keV} \quad (5.11)$$

ergab sich nach der oben beschriebenen Standard-Selektion das mit 359.15 ± 19.5 Ereignissen gefüllte, invariante Massenspektrum der Abbildung 5.6(b).

5.5 Simulation der Signalreaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$

Zur Produktion von Ereignissen des Typs $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-$ wurde der bereits erwähnte Generator von M.Feindt benutzt, dessen Arbeitsweise zunächst kurz erklärt werden soll. In einer ersten Stufe "tastet" der Generator den Integrationsbereich ab und setzt die *Stützstellen* (Stellen, an denen der Integrand berechnet wird) nach dem Prinzip des *Important-Sampling* dort besonders dicht, wo der Integrand besonders groß ist. Das so entstandene n-dimensionale Gitter wird abgespeichert und kann damit der zweiten eigentlichen Generatorstufe zur Verfügung gestellt werden. In dieser zweiten Stufe wird auf dem n-dimensionalen Gitter eine Endzustandskonstellation ausgewürfelt und entsprechend ihres Wirkungsquerschnittes akzeptiert oder verworfen. Die Integration in der ersten Stufe erfolgt mit dem von S.Kawabata erstellten Programm-Paket BASES, die zweite mit SPRING [95].

Als Wirkungsquerschnitt wird dem Generator die exakte Formel von Budnev et al. [9] (2.21) übergeben. Durch geeignete Transformationen wurden die Integrationsvariablen des in dieser Analyse benutzten differentiellen Wirkungsquerschnitts (2.22) auf fünf zwischen Null und Eins beschränkte Parameter $\kappa_1, \dots, \kappa_5$ umdefiniert. Mit $p'_i \equiv x_i \cdot p_{beam}$; $\phi \equiv \varphi_1 - \varphi_2$ und $d^3 p'_i = p_i'^2 dp_i \sin \vartheta_i d\vartheta_i d\varphi_i$ folgt für:

$$\begin{aligned} \frac{d^3 p'_1 d^3 p'_2}{E'_1 E'_2} &= \frac{x_1^2 x_2^2 p_{beam}^4 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 p_{beam}^2 dx_1 dx_2 d\vartheta_1 d\vartheta_2 d\varphi_1 d\varphi_2}{E'_1 E'_2} \\ \int_{d\varphi_2} \frac{d^3 p'_1 d^3 p'_2}{E'_1 E'_2} &= \int_0^{2\pi} \left(\frac{x_1^2 x_2^2 p_{beam}^6 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 dx_1 dx_2 d\vartheta_1 d\vartheta_2 d\phi}{E'_1 E'_2} \right) d\varphi_2 \\ &= \frac{2\pi x_1^2 x_2^2 p_{beam}^4 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 dx_1 dx_2 d\vartheta_1 d\vartheta_2 d\phi}{E'_1 E'_2} \end{aligned} \quad (5.12)$$

⁷Der Zerfall $a_2(1320) \rightarrow \rho^0\pi^0$ ist wegen Isospinerhaltung verboten.

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\pi x_1^2 x_2^2 p_{beam}^4 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \frac{dx_1}{dz} dz dx_2 d\vartheta_1 d\vartheta_2 d\phi}{E_1' E_2'} \\
&= \frac{2\pi x_1^2 x_2^2 p_{beam}^4 \sin \vartheta_1 \sin \vartheta_2 \frac{dx_1}{dz} \frac{d\vartheta_1}{d\kappa_1} (\prod_{i=1}^5 d\kappa_i)}{E_1' E_2'}
\end{aligned}$$

mit:

$z \equiv (W_{min} + \kappa_1 \cdot W_{range})/2E_{beam}$	$\rightarrow \frac{dz}{d\kappa_1} = \frac{W_{range}}{2E_{beam}}$
$x_2 \equiv \kappa_2$	$\rightarrow \frac{dx_2}{d\kappa_2} = 1$
$\vartheta_1 \equiv \vartheta_{1 min} + \kappa_3 \cdot \vartheta_{1 range}$	$\rightarrow \frac{d\vartheta_1}{d\kappa_3} = \vartheta_{1 range}$
$\vartheta_2 \equiv \vartheta_{2 min} + \kappa_4 \cdot \vartheta_{2 range}$	$\rightarrow \frac{d\vartheta_2}{d\kappa_4} = \vartheta_{2 range}$
$\phi \equiv \kappa_5 \cdot 2\pi$	$\rightarrow \frac{d\phi}{d\kappa_5} = 2\pi$

und $\frac{d\vartheta_1}{d\kappa_1} = (W_{range} \vartheta_{1 range} \vartheta_{2 range} \pi)/2E_{beam}$. Zwei weitere Parameter⁸ sind notwendig, um auch den $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt $\sigma_{TT}(W_{\gamma\gamma})$ für Pion-Paar - Produktion differentiell in $\cos \vartheta^*$ und φ^* beschreiben zu können:

$\cos \vartheta^* \equiv 2 \cdot \kappa_6 - 1$	$\rightarrow \frac{d \cos \vartheta^*}{d\kappa_6} = 2$
$\varphi^* \equiv \kappa_7 \cdot 2\pi$	$\rightarrow \frac{d\varphi^*}{d\kappa_7} = 2\pi$

Der Phasenraum ist damit auf einen siebendimensionalen Hyper-Kubus der Kantenlängen 1 umskaliert. Jeder Punkt in diesem Würfel entspricht einer Endzustandskonfiguration des Ereignisses und hat beim Generieren ein zum differentiellen Wirkungsquerschnitt proportionales Gewicht.

Die Technik des nachträglichen Umgewichten von Monte-Carlo - Ereignissen basiert gerade auf dieser Proportionalität und wird dadurch anwendbar, daß sowohl die sieben Phasenraumparameter $\kappa_1, \dots, \kappa_7$ als auch der hiervon abhängende Wert des verwendeten differentiellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma^{generiert}$ an eine Datenbank des detektorsimulierten Ereignisses übergeben wird. Soll im nachhinein die Monte-Carlo - Erwartung einer Meßgröße bezüglich eines anderen Modells ermittelt werden, so muß lediglich der differentielle Wirkungsquerschnitt für dieses Modell aus den Phasenraumparametern neu bestimmt werden und das Ereignis mit dem Quotienten:

$$W = \frac{(d^7 \sigma^{Modell}(\kappa_1, \dots, \kappa_7))/(d\kappa_1 \cdot \dots \cdot d\kappa_7)}{(d^7 \sigma^{generiert}(\kappa_1, \dots, \kappa_7))/(d\kappa_1 \cdot \dots \cdot d\kappa_7)} \quad (5.13)$$

für beispielsweise Histogramm-Einträge umgewichtet werden. Durch Kürzen gleicher Vorfaktoren reduziert sich diese Formel auf den Quotienten der differentiellen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitte:

$$W = \frac{(d^2 \sigma_{\gamma\gamma}^{Modell}(\kappa_6, \kappa_7))/(d\kappa_6 d\kappa_7)}{(d^2 \sigma_{\gamma\gamma}^{generiert}(\kappa_6, \kappa_7))/(d\kappa_6 d\kappa_7)} \quad (5.14)$$

Mit dieser Methode gelang die in Abschnitt 5.4.3 erwähnte, nachträgliche Korrektur des Wirkungsquerschnitts für Kaon-Paar - Produktion.

Beim Generieren von Ereignissen der Signalreaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+ \pi^-$ wurde der in Abbildung 5.7(a) gezeigte, differentielle Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt benutzt, der in seiner Form⁹ dem durch andere Messungen erwarteten Wirkungsquerschnitt ähnlich ist ([77]-[85]). Damit sollte eine in $W_{\gamma\gamma}$ möglichst gleichbleibende, statistische Signifikanz erreicht werden. Die Zahl

⁸Zerfallswinkel im $\gamma\gamma$ -Schwerpunktsystem

⁹Die Normalisierung ist hierbei irrelevant, da sie nachträglich neu bestimmt wird.

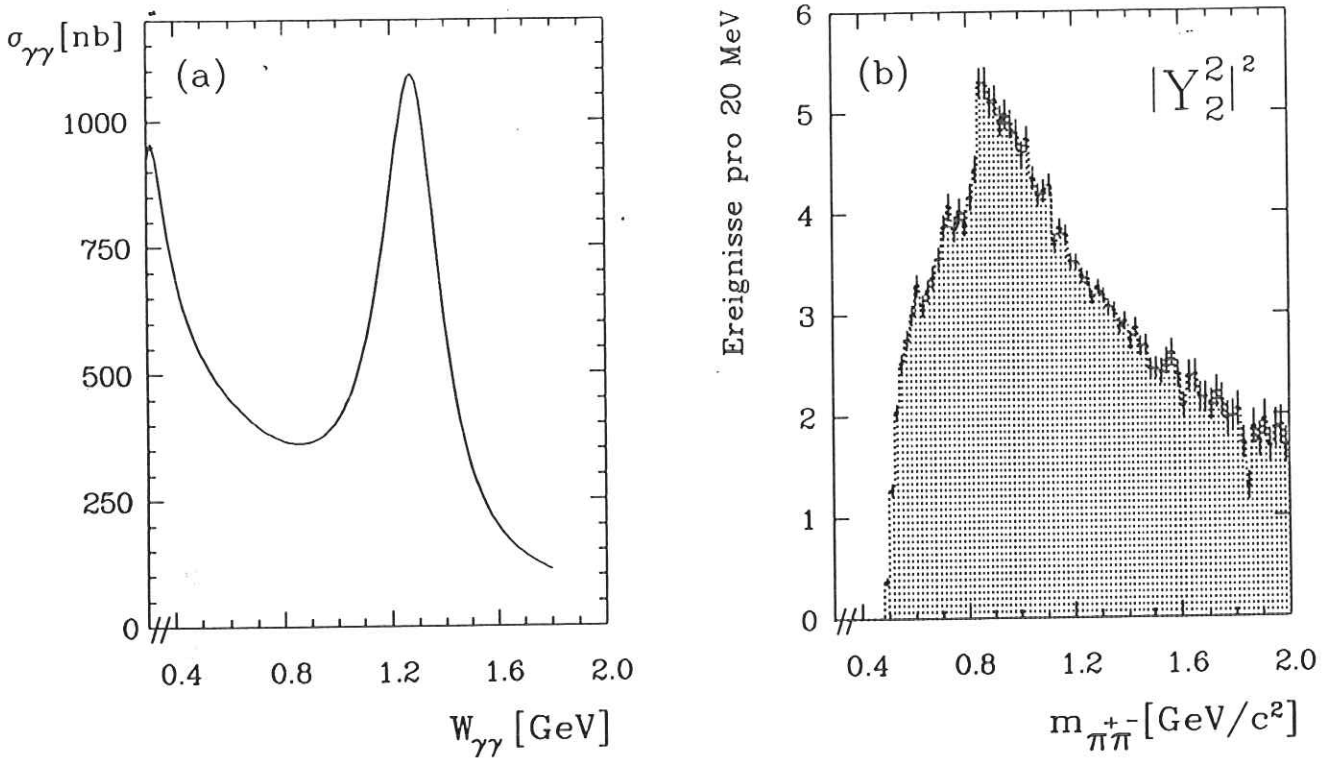


Abbildung 5.7: (a) verwendeter $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt beim Monte-Carlo - Generieren von Pion-Paaren; (b) durch Ereignis-Umgewichtung ermitteltes invariantes Massenspektrum, das für einen in $W_{\gamma\gamma}$ konstanten Wirkungsquerschnitt von 1 nb mit einer differentiellen Winkelverteilung proportional zu $|Y_2^2(\cos\vartheta^*, \varphi^*)|^2$ (s.Tab.2.3) erwartet wird.

der generierten und im Detektor simulierten Ereignisse betrug wieder 300 000 und das Integral über den ebenfalls durch Vorselektionsschnitte eingeschränkten effektiven Phasenraum war:

$$\sigma_{total}^{MC} = \int_{PS_{eff}} d\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-}^{MC} = (3350.15 \pm 2.28) \text{ pb} \quad , \quad (5.15)$$

so daß sich eine *Monte-Carlo - Luminosität* von:

$$\mathcal{L}_{e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^+\pi^-}^{MC} = (89.55 \pm 0.061) \text{ pb}^{-1} \quad (5.16)$$

ergab und damit in etwa Datenluminosität. Als Anwendungsbeispiel zeigt Abbildung 5.7(b) das durch nachträgliches Umgewichten der Ereignisse gewonnene, invariante Massenspektrum für die Erwartung eines in $W_{\gamma\gamma}$ flachen (1 nb) und in $\cos\vartheta^*$ proportional zu $|Y_2^2(\cos\vartheta^*, \varphi^*)|^2$ verteilten differentiellen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitts. Die eingezeichneten statistischen Fehler sind aufgrund der verhältnismäßig vielen generierten und simulierten Ereignisse im Bereich des $f_2(1270)$ - Tensormesons gerade dort besonders klein.

5.6 Triggersimulation

Bei der in Abschnitt 4.3 beschriebenen Datenselektion war das letzte Selektionskriterium, daß das Ereignis aufgrund des Signals mindestens eines simulierbaren Spur-Triggers aufgezeichnet worden ist. In Monte-Carlo - Ereignissen simulierbare Spur-Trigger sind die in Abschnitt 3.4 definierten Trigger 5, 15 und 16. Das Programm-Paket zur Simulation dieser Trigger enthält u.a. eine Statusliste mit den wesentlichen Definitionsänderungen. Nur die Hälfte der erzeugten und durch die anderen Schnitte aus Abschnitt 4.3 bereits selektierten Myon-Paar - und

Elektron-Paar - Ereignisse (49.11% bzw. 49.61%) weisen nach der Triggersimulation mindestens ein Signal auf und erfüllen damit auch das letzte der geforderten Selektionskriterien. Bei den energetisch anders verteilten Pion-Paar - Ereignissen (siehe vorigen Abschnitt) ist diese Rate mit 66.97% etwas größer. Bei diesen Raten handelt es sich um über $W_{\gamma\gamma}$ gemittelte Größen. Ihre relativ niedrigen Werte werden dominiert durch die große Zahl der Ereignisse mit kleinen invarianten Massen. Die Raten steigen mit zunehmender Energie an und werden ab bestimmten Schwellen auch größer als obige Werte. Sie sind bei dieser Analyse jedoch keineswegs 99.99%, weshalb eine Trigger-Simulation notwendig und sehr genau sein muß.

Als Test wurde die Trigger-Simulation auf insgesamt 321149 selektierte Zwei-Spur - Datenereignisse¹⁰ angewendet und die tatsächlichen Triggersignale mit den simulierten Signalen verglichen. In den beiden linken Spalten von Tabelle 5.2 sind neben der möglichen Triggerkonstellation die Zahl der hiermit gemessenen Ereignisse eingetragen. In den Zeilen wird jeweils die prozentuale Aufteilung der nach der Triggersimulation gefundenen Konstellationen angegeben. Bei perfekter Simulation dürften in der "Hauptdiagonalen" nur 100% Werte stehen. In den ersten beiden Zeilen sind 96.8% aller Einträge enthalten. Hier ist die Übereinstimmung

gemessener Trigger	Einträge	simulierter Trigger							
		anderer	16	5-15-16	5-15	5	15	15-16	5-16
16	204055	2.88	96.77	0.34	-	-	-	0.01	-
5-15-16	107034	1.54	2.60	95.08	0.72	0.01	0.04	-	0.01
5-15	3566	3.00	0.81	14.19	80.90	1.07	-	0.03	-
5	2434	2.14	1.52	54.72	1.31	39.93	0.33	-	0.04
15	2286	9.45	0.04	1.31	-	-	88.89	0.31	-
15-16	1749	2.86	6.80	-	-	-	1.43	88.91	-
5-16	25	-	8.00	8.00	-	-	-	-	84.00

Tabelle 5.2: Verifikation gemessener Triggerkonstellationen mit der Trigger-Simulation. Die Einträge gelten in [%] und sind in jeder Zeile auf 100% normiert.

zwischen tatsächlichem und simuliertem Triggersignal besser als 95%.

Diese beachtenswerte Übereinstimmung könnte im Prinzip immer nur dann besonders gut sein, wenn bereits mit Spurtriggern ausgezeichnete Ereignisse mit der Triggersimulation analysiert werden. Als weiterer Test wurde daher die Simulation auch auf solche Datenereignisse angewendet, die durch ein Signal eines von den Spurtriggern 5, 15 und 16 unabhängigen Triggers aufgezeichnet wurden. Als hierfür geeignet bot sich Trigger 7 an, der durch eine Energiedeposition im Vorwärtskalorimeter und entweder eine Spur oder eine Mindestenergie im Zentral - Kalorimeter ausgelöst wurde. Insgesamt 129 Zwei-Spur - Ereignisse mit einem durch Kalorimeterenergie ausgelösten Trigger 7 ergaben die in Tabelle 5.3 angegebenen sehr guten Übereinstimmungen. Zusammenfassend ist die konservative Angabe eines Triggersimulations-Fehlers von < 4% durchaus gerechtfertigt.

5.7 Anwendung des Filterprogramms

Das gleiche Filterprogramm, das *online* die gemessenen Ereignisse auf Verifikation der Triggersignale hin untersuchte (siehe Abschnitt 3.4), wurde nach der Trigger-Simulation auch auf Monte-Carlo - Ereignisse angewendet. Wie erwartet, war die Effizienz dieser Verifikationen

¹⁰gleiche Selektionskriterien wie in Abschnitt 4.3, hier jedoch ohne Winkelschnitte

Triggerkonstellation				gemessen	%	simuliert	%
5	15	16	andere				
			*	59	45.70	60	46.50
*				1	0.78	1	0.78
	*			—	—	—	—
*	*			—	—	1	0.78
		*		12	9.30	13	10.10
*		*		—	—	—	—
	*	*		2	1.55	2	1.55
*	*	*		55	42.64	52	40.31

Tabelle 5.3: Verifikation gemessener Triggerkonstellationen bei unabhängig getriggerten Ereignissen.

sehr hoch und nur wenige Ereignisse wurden verworfen:

Ereignisklasse	# Input	# Output	Effizienz
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- e^+e^- (\gamma)$	82742	81516	98.52%
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \mu^+\mu^- (\gamma)$	91437	88481	96.77%
$e^+e^- \rightarrow e^+e^- \pi^+\pi^-$	134997	130255	96.49%

Kapitel 6

Messung des Reaktions-Wirkungsquerschnittes

Bei der Berechnung des Reaktions-Wirkungsquerschnitts werden zunächst vom gemessenen Datenspektrum alle signifikant beitragenden und im Detektor simulierten Untergrundreaktionen abgezogen. Das verbleibende Spektrum wird anschließend akzeptanzkorrigiert, indem es mit einem im Wirkungsquerschnitt bekannten und ebenfalls detektorsimulierten Pion-Spektrum verglichen wird. Ist Δ ein Intervall an der Stelle x irgendeiner Meßgröße, $\#S$ die Erwartung von Intervalleinträgen für Pionen mit einem konstant angenommenen Wirkungsquerschnitt von beispielsweise $\sigma_{\gamma\gamma} = 1nb$ und $\#D$ bzw. $\#U$ die Zahl gemessener Intervalleinträge von Daten bzw. Untergrundreaktionen (siehe Abschnitt 5.4), dann ergibt sich der totale Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt in x aus :

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}(x) = \frac{\#D - \#U}{\#S}. \quad (6.1)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt folgt bei genügend kleiner Intervallgröße durch Division mit Δ .

In den nachfolgenden Abschnitten dieses Kapitels wird zunächst die Messung des totalen Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}(m_{\pi^+\pi^-})$ als Funktion der invarianten Zwei-Pion - Masse beschrieben und angegeben. Zum Zweck der Minimierung sowohl des statistischen als auch des systematischen Fehlers wird der mit Teilchenidentifikation ermittelte Wirkungsquerschnitt und ein aus disjunkten Ereignissen folgender Wirkungsquerschnitt durch Mittelung miteinander verknüpft. Das gleiche Verfahren findet bei der Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ Anwendung. Mit einer Abschätzung des systematischen Fehlers der Ergebnisse aufgrund von Ungenauigkeiten in der Detektor- bzw. Trigger - Simulation bei der Teilchenidentifikation sowie durch die Unsicherheit bei der Angabe der integrierten PETRA - Luminosität wird das Kapitel beendet.

6.1 Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$

6.1.1 Bestimmung aus der gesamten Zweispur Selektion

Abbildung 6.1 zeigt unter dem invarianten Zwei-Pion - Massenspektrum der reinen Zwei-Spur - Datenselektion (d.h. ohne Anwendung der Teilchenidentifikation) die aus Monte-Carlo - Rechnungen ermittelte Kontamination durch Elektron- und Myonpaare (siehe Abschnitte 5.4.1 und 5.4.2). Obwohl, wie in der Ausschnittsvergrößerung von Abbildung 6.1

verdeutlicht, Reaktionen der Art $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ (s. Abschnitt 5.4.3), $\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \rho^0(\gamma)$ (s. Abschnitt 5.4.4), und $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \pi^+\pi^-(\pi^0)$ (s. Abschnitt 5.4.5) einen nur sehr unwesentlichen Beitrag zur Kontamination liefern, werden sie im folgenden bei allen Untergrundsubtraktionen berücksichtigt. Das Daten-Spektrum von Abbildung 6.1 zeigt neben

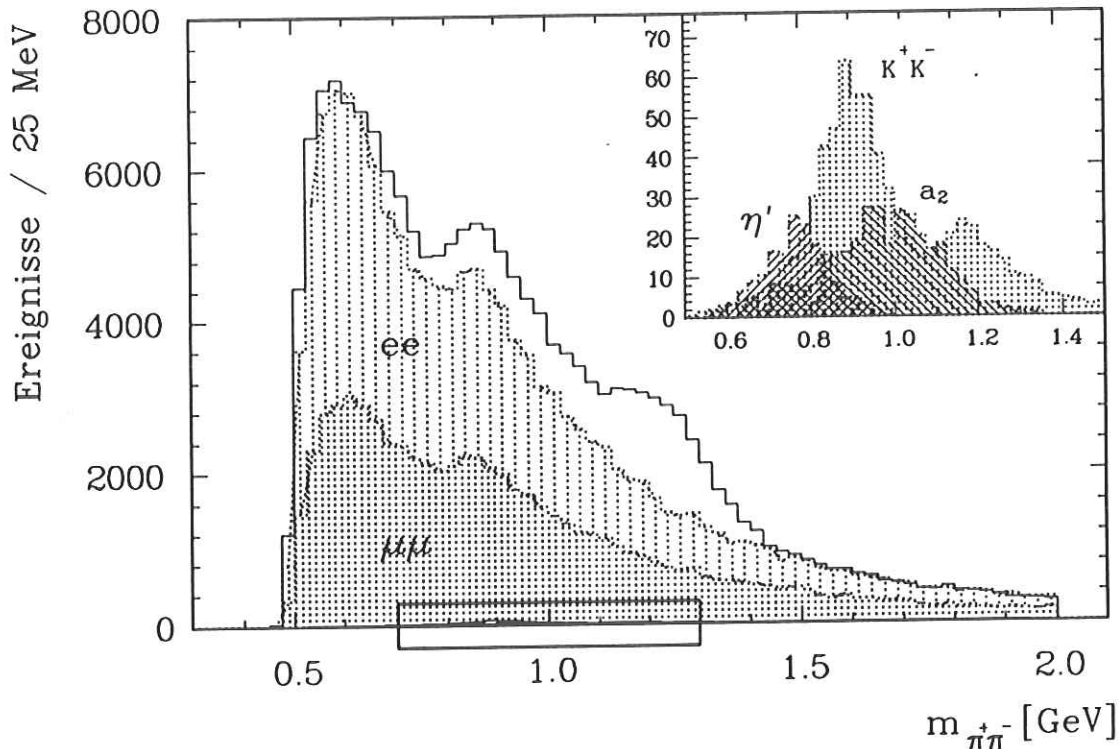


Abbildung 6.1: Invariantes Massenspektrum von Daten und MC-simulierten Untergrundereignissen ohne Teilchenidentifikation. Ausschnittsvergrößerung: Kontamination durch Ereignisse des Typs $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$, $\gamma\gamma \rightarrow \eta'(958) \rightarrow \rho^0(\gamma)$ und $\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320) \rightarrow \pi^+\pi^-(\pi^0)$.

der Überhöhung im Massenbereich des Tensormesons $f_2(1270)$ den schon aus Abbildung 4.5 bekannten Einbruch bei $\simeq 800 \text{ MeV}$. Ursache dieses Einbruches sind die Definitionsänderungen von Trigger 16 während der Datennahme (siehe Abschnitt 3.4) und entsteht durch Überlagerung der in Abbildung 4.5 gezeigten Teilspektren. Durch Anwenden der Triggersimulation von Trigger 5, 15 und 16 (Abschnitt 5.6) wurde unter Berücksichtigung auch ihrer Definitionsänderungen erreicht, daß die Monte-Carlo - simulierten Signal- und Untergrundreaktionen ebenfalls diese Struktur zeigen. Zur Bestimmung des Wirkungsquerschnitts der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ wird zunächst durch Subtraktion des Untergrundspektrums vom Datenspektrum das Signalspektrum¹ berechnet. In diesem Zusammenhang wird deutlich, wie wichtig bei dieser Analyse die Genauigkeit der Triggersimulation und der Detektorsimulation insgesamt ist. Wird beispielsweise die ansteigende Flanke des Triggers 16 im Bereich zwischen $\simeq 500$ und $\simeq 800 \text{ MeV}$ (s. Abb. 4.5) nicht äußerst genau simuliert, so kann es durch die Dominanz des Untergrundes zu großen Fehlern im Differenzspektrum kommen. Eine Unsicherheit von 1% bei der Untergrundsimulation kann sich im ungünstigen Fall zu einer Unsicherheit von mehr als 10% im Differenzspektrum auswirken. Nach Abschnitt 5.6 ist der Fehler bei der Triggersimulation zwar insgesamt kleiner als 4%, die jedoch allein hieraus resultierenden Unsicherheiten im Differenzspektrum lassen eine vertrauensvolle Angabe des

¹im folgenden auch Differenzspektrum genannt

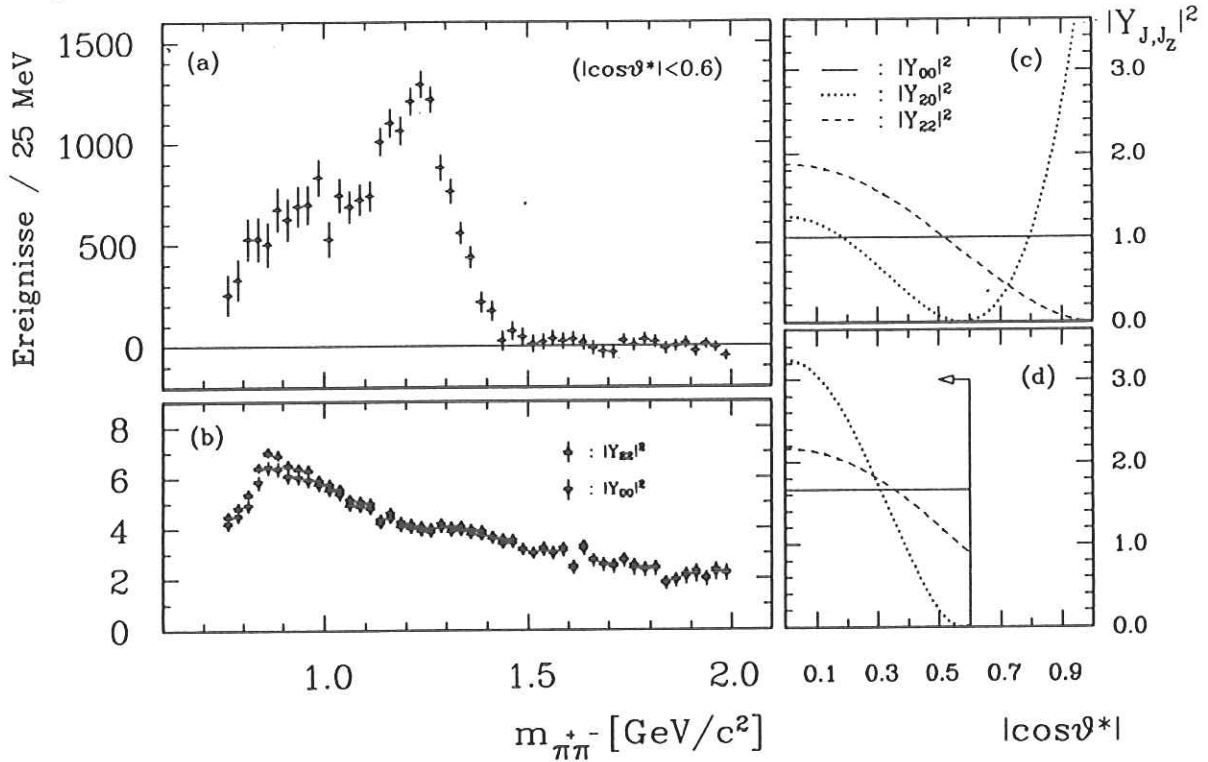


Abbildung 6.2: (a) Untergrundbereinigtes Zwei-Pion - Massenspektrum im Winkelintervall $|\cos\vartheta^*| < 0.6$, (b) Monte-Carlo - Erwartung für Pion-Paar Ereignisse mit einem in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ nach $|Y_{00}|^2$ und $|Y_{22}|^2$ verteilten differentiellen Wirkungsquerschnitt von 1 nb , (c) auf Eins normierte Winkelverteilungen relevanter Kugelflächenfunktionen, (d) in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ auf Eins normierte Winkelverteilungen.

Wirkungsquerschnitts bei kleinen invarianten Massen nicht mehr zu (siehe hierzu Abschnitt 6.3). Aus diesem Grunde wird im folgenden als Mindestenergie eine invariante Masse von $750 \text{ MeV}/c^2$ verlangt.

Abbildung 6.2(a) zeigt das untergrundbereinigte Signalspektrum aus dem Winkelbereich² $|\cos\vartheta^*| < 0.6$. Dieses Winkelintervall wurde, wie in vielen anderen Analysen auch ([82]-[86]), als Kompromiß zwischen zwei sich gegensätzlich auswirkende Voraussetzungen gewählt:

- die Zahl der Ereignisse im akzeptierten Winkelbereich soll noch genügend groß sein, um den statistischen Fehler klein zu halten,
- innerhalb des Winkelintervalls sollen sich Akzeptanzunterschiede von Modellverteilungen möglichst wenig auswirken, so daß eine modellunabhängige Angabe des Wirkungsquerschnitts, ohne Kenntnis der differentiellen Winkelverteilungen, im beschränkten Rahmen möglich ist.

Der totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ folgt aus dem Zwei-Pion - Spektrum von Abbildung 6.2(a) durch Akzeptanzkorrektur. Generell geschieht dieses durch den Vergleich von gemessenen Ereignisraten zu simulierten Ereignisraten bei bekanntem Zwei-Photon - Modell-Wirkungsquerschnitt. Hier wurde mittels Ereignis-Gewichtung (s. Abschnitt 5.5) aus der MC-Produktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ das Erwartungsspektrum für Pion-Paare bezüglich eines in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ konstant angenommenen Wirkungsquerschnitts von 1 nb erzeugt. Da die tatsächlich zugrundeliegende Winkelverteilung nicht unbedingt flach ist (Spin 0), sondern

²Der Polarwinkel ϑ^* mißt im $\gamma\gamma$ - Helizitätssystem die Emissionsrichtung eines Pions bezüglich der $\gamma\gamma$ - Achse.

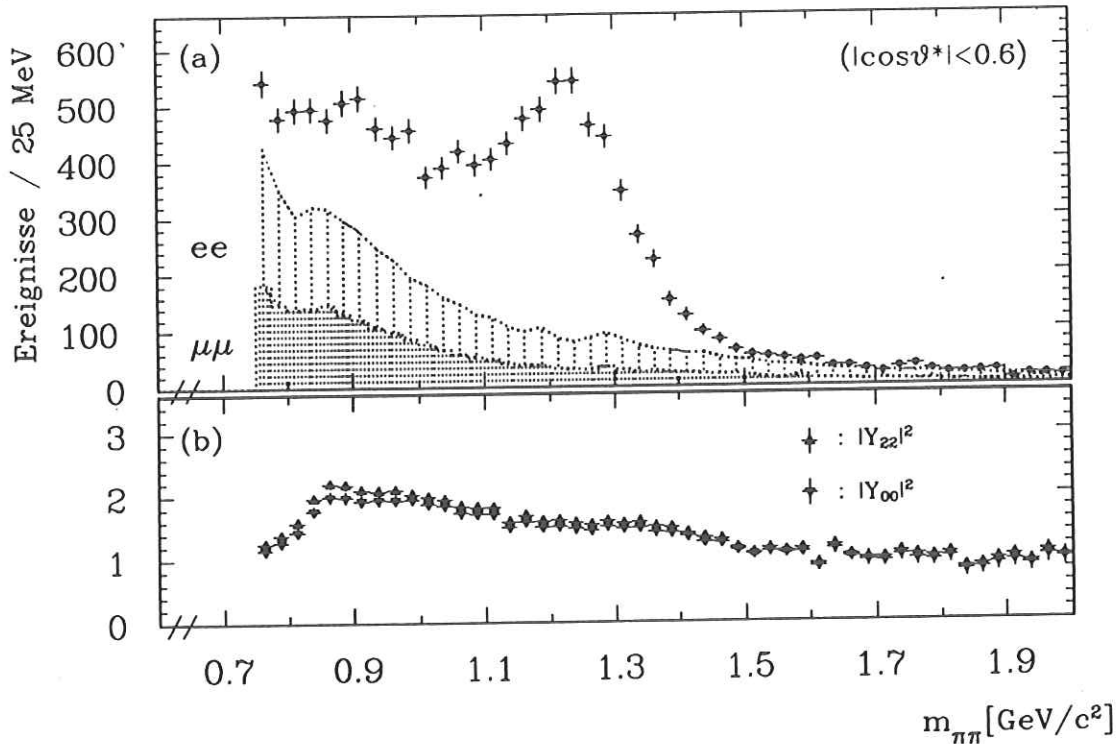


Abbildung 6.3: (a) Invariantes Massenspektrum und MC-simulierte QED-Kontamination aus dem Winkelbereich $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ von teilchenidentifizierten Ereignissen mit $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee} \geq 4$, (b) Monte-Carlo - Erwartung für Pion-Paar - Ereignisse mit einem in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ nach $|Y_{00}|^2$ und $|Y_{22}|^2$ verteilten differentiellen Wirkungsquerschnitt von 1 nb .

Beimischungen von höheren Wellen (Spin 2,4,6,...) enthält (siehe Abschnitt 6.2), wurde darüberhinaus auch das Erwartungsspektrum eines in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ auf 1 nb normierten und nach $|Y_{22}|^2$ (s. Tab. 2.3) verteilten Modell-Wirkungsquerschnitts berechnet. Beide Erwartungsspektren sind in Abbildung 6.2(b) gezeigt. Die aufgrund von Akzeptanzeffekten auftretenden Unterschiede sind sehr gering. Die Form dieses Spektrums läßt sich erklären durch die Überlagerung eines starken Anstiegs der Detektorakzeptanz bei kleinen invarianten Massen mit einem langsamen Abfall des Zwei-Photon - Flusses³ bei größeren Energien. In den Abbildungen 6.2 (c) und (d) sind zur Veranschaulichung sowohl die im vollen als auch die im eingeschränkten Winkelintervall $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ jeweils auf Eins normierten Verteilungen der niedrigsten relevanten Kugelflächenfunktionen skizziert. Die zur Bestimmung der Erwartungsspektren (Abb. 6.2(b)) benutzten Modellverteilungen entsprechen der durchgezogenen und der gestrichelten Verteilungsfunktion von Abbildung 6.2(d). Abschnitt 6.2 vorwegnehmend, kann hier die Möglichkeit eines durch $|Y_{20}|^2$ beschriebenen Modell-Wirkungsquerschnitts ignoriert werden.

Die Bestimmung des Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}$ im Winkelbereich $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ erfolgt jetzt durch einfache Division der Spektren 6.2 (a) und (b). Das Resultat wird in Abbildung 6.6(a) gezeigt.

³Eine für ein bestimmtes $\sigma_{\gamma\gamma}$ zu erwartende Ereignisrate ist nach (2.21) proportional zum Gesamtwirkungsquerschnitt $\sigma_{e^+e^- \rightarrow e^+e^- X}$, der wiederum über Flußfaktoren mit dem Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt verknüpft ist.

6.1.2 ... unter Ausnutzung der Teilchenidentifikation

Ein sehr viel günstigeres Signal-zu-Untergrundverhältnis als im vorangegangenen Abschnitt ergibt sich bei Anwendung der Teilchenidentifikation (siehe dazu Abschnitt 4.2.2). Neben der im nachfolgenden Abschnitt relevanten Voraussetzung, daß beide Teilchen einen Kalorimeter-Schauer ausgelöst haben, wurde hier ein Ereignis-Wahrscheinlichkeits - Verhältnis von $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee} \geq 4$ verlangt⁴. In Abbildung 6.3(a) wird zum resultierenden Ereignisspektrum auch die aus der MC-Simulation berechnete Kontaminationsrate mißidentifizierter Elektron- und Myonpaare gezeigt. Wie im vorangegangenen Abschnitt folgt der Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt aus dem Quotienten des Differenz-Spektrums und den in Abbildung 6.3(b) gezeigten Erwartungen für Pion-Paare bei konstanter bzw. durch $|Y_{22}|^2$ beschriebener Modell-Verteilung. Der Winkelbereich war wie zuvor auf $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ eingeschränkt. Das Resultat dieser Berechnung wird durch Abbildung 6.6(c) gegeben.

6.1.3 ... aus der disjunkten Datenmenge

Trotz der enormen Verbesserung des Signal-zu-Untergrundverhältnisses bei Anwendung der Teilchenidentifikation ist der statistische Fehler des Wirkungsquerschnitts in Abbildung 6.6(c) nur unwesentlich kleiner⁵ als der des Resultats ohne Teilchenidentifikation (Abbildung 6.6(a)). Die Ursachen dafür sind:

1. von der ursprünglichen Datenmenge ist nur bei einem Teil der Ereignisse das Kriterium zweier ausgelöster Kalorimeterschauer erfüllt, d.h. die Statistik nimmt ab,
2. wird die Teilchenidentifikation auf Pionen eingestellt, so nimmt zwar die Kontamination von Leptonpaaren übermäßig stark ab, das Vortäuschen leptonischer Schauer durch Pionen ist jedoch so groß, daß wiederum nur ein kleiner Teil der gesuchten Ereignisse zur weiteren Analyse übrig bleibt.

In Abbildung 6.4 ist als Funktion der invarianten Zwei-Pion - Masse⁶ die aus der Normschauer-Selektion⁷ gewonnene *Zwei-Schauer - Auslöse-Effizienz* von Myon-, Elektron- und Pion-Paar - Ereignissen gezeigt. Die Zwei-Schauer - Auslöse-Effizienz ist das Produkt der Wahrscheinlichkeiten beider Teilchen, einen Kalorimeterschauer zu erzeugen [72]. Für jedes Teilchen ist diese Wahrscheinlichkeit eine Funktion des Impulses und des in Abbildung 3.6 veranschaulichten Emissionswinkels λ . Während im Sensitivitäts-Bereich des Barrel-Kalorimeters Elektron-Paare erst ab einer invarianten Zwei-Pion - Masse von $\simeq 1 \text{ GeV}/c^2$ nahezu immer zwei Schauer auslösen, erreichen Myon-Paare schon bei $600 \text{ MeV}/c^2$ ein Plateau von jedoch nur $\simeq 90\%$. Bei Pion-Paaren hingegen steigt die Zwei-Schauer - Auslöse-Effizienz nur sehr langsam an und erreicht erst bei großen invarianten Massen ein Plateau von $\simeq 70\%$. Diese Charakteristiken lassen sich folgendermaßen erklären:

- *Myonen* durchdringen die 0.5 Strahlungslängen Materie vor dem CELLO - Kalorimeter (s. Abb. 3.7), aufgrund des geringen Energieverlustes, sehr leicht. Sie lösen dann jedoch im Kalorimeter keinen besonders ausgeprägten Schauer aus, der in wenigen Fällen sogar,

⁴siehe *optimale Schnitte*, Abschnitt 4.3

⁵siehe auch Abbildung 6.12

⁶Die Darstellung dieser Abhängigkeit bietet sich für die folgenden Betrachtungen an. Als grobe Abschätzung gilt für die Teilchenimpulse: $|p_{1,2}| \simeq m_{\pi\pi}/2$.

⁷also aus gemessenen Ereignissen im Gegensatz zur MC-Simulation - siehe dazu Abschnitt 5.3

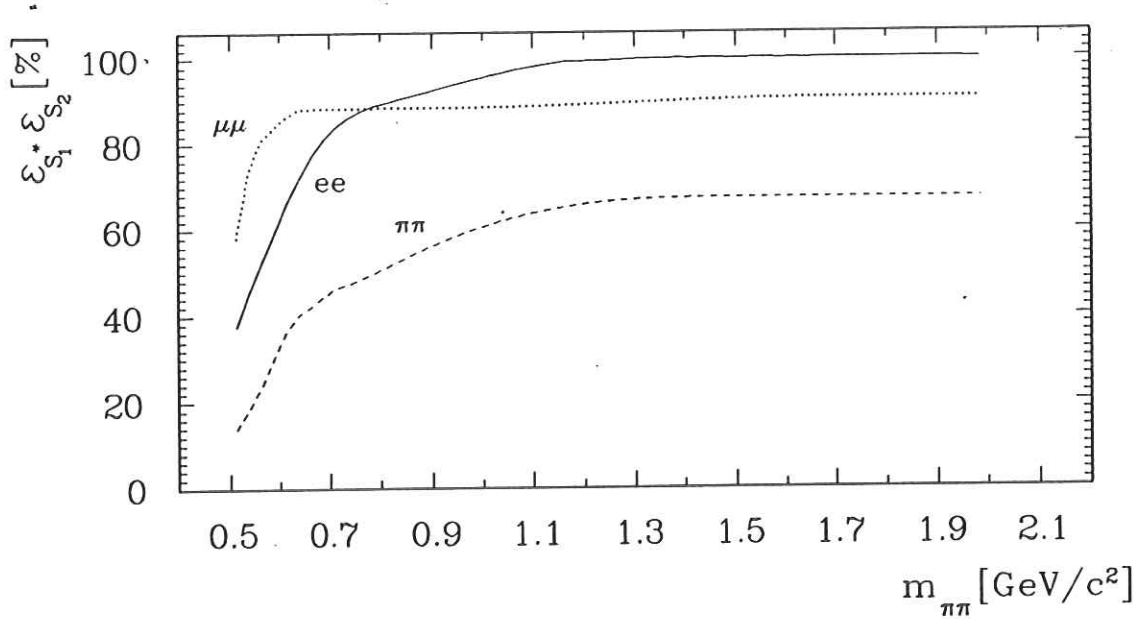


Abbildung 6.4: Zwei-Schauer - Auslöseeffizienz von Myon-, Elektron- und Pion-Paar - Ereignissen als Funktion der invarianten Masse.

sowohl durch ineffektive/tote Kanäle als auch durch die Hardware-/Software- Null-Unterdrückung (siehe Abschnitt 4.2.1) bedingt, nicht rekonstruierbar ist.

- *Elektronen* verlieren durch Bremsstrahlung und Paarbildung sehr viel mehr Energie in der Magnetspule als Myonen. Erst bei höheren Impulsen wird dieser Effekt durch das ausgeprägtere Schauerverhalten im Kalorimeter kompensiert. Ineffektive, tote bzw. unterdrückte Kanäle sind dann nicht mehr relevant.
- *Pionen* zeigen sowohl minimalionisierendes Verhalten als auch die Eigenschaft, Δ - Resonanzen mit den Nukleonen in der Spulenmaterie einzugehen, wodurch sie eine derart starke Richtungsänderung erfahren können, daß sie das Kalorimeter an ganz anderen Stellen erreichen als erwartet⁸.

Durch die Forderung der Anwendbarkeit der Teilchenidentifikation geht demnach von vornherein knapp die Hälfte der interessanten Ereignisse verloren. Auch diese Ereignisse können jedoch analysiert werden und zur größeren Genauigkeit der Messungen beitragen. Eventuell auftretende, systematische Fehler bei der Berechnung der Schauer-Auslöseeffizienzen ließen sich dabei in erster Näherung eliminieren, da solche Fehler entgegengesetzte Wirkungen in den einzelnen Wirkungsquerschnitts-Ergebnissen hätten.

In Abbildung 6.5(a) wird das invariante Zwei-Pion - Massenspektrum von Ereignissen gezeigt, bei denen mindestens einem der Teilchen kein Kalorimeterschauer zugeordnet ist. Ebenfalls eingezeichnet ist die verbleibende Kontaminationsrate durch Elektron- und Myon-Paar - Ereignisse. Auffallend ist das gute Signal-zu-Untergrundverhältnis dieses Beitrages. Abbildung 6.5(b) zeigt wieder das dazugehörige Erwartungsspektrum von Pion-Paaren im angegebenen Winkelbereich.

Durch Quotientenbildung beider Spektren folgt schließlich der in Abbildung 6.6(b) angegebene Wirkungsquerschnitt.

⁸Gerade diese Eigenschaft wurde als Teilchenidentifikations-Kriterium beim Experiment MARK-II [86] benutzt.

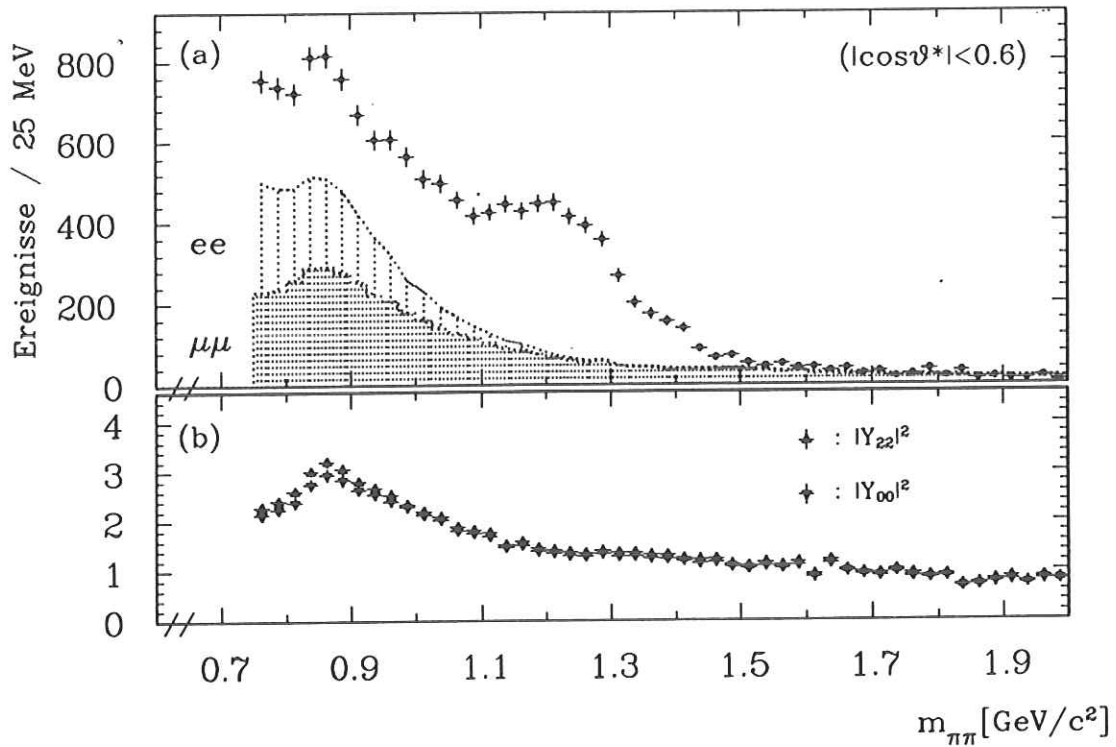


Abbildung 6.5: (a) Invariantes Massenspektrum und MC-simulierte QED-Kontamination aus dem Winkelbereich $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ von Ereignissen mit weniger als zwei assoziierten Kalorimeterschauern, (b) Monte-Carlo-Erwartung für Pion-Paar-Ereignisse mit einem in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ nach $|Y_{00}|^2$ und $|Y_{22}|^2$ verteilten differentiellen Wirkungsquerschnitt von 1 nb .

6.1.4 ... aus der gewichteten Mittelung

Die Ergebnisse in den Abbildungen 6.6 (b) und (c) stammen aus disjunkten Datenmengen und sind deshalb statistisch unabhängig. Ihre Unterschiede beruhen neben statistischer Schwankungen auf systematischen Unsicherheiten. Durch *Gewichtete Mittelung* lassen sich beide Fehlerquellen herabsetzen.

Sind y_i ; N Meßwerte einer Meßgröße mit den Fehlern σ_i , dann ist das *Gewichtete Mittel* dieser Meßwerte folgendermaßen definiert [19]:

$$\hat{y} = \frac{1}{w} \sum_{i=1 \dots N} w_i \cdot y_i \quad ; \quad w_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad ; \quad w = \sum_{i=1 \dots N} w_i \quad . \quad (6.2)$$

In Abbildung 6.6(d) ist der aus der Mittelung folgende Wirkungsquerschnitt dargestellt. Die zwei Einträge pro invarianter Masse verdeutlichen die Größenordnung des Unsicherheitsintervalls aufgrund der Modellierung des Erwartungsspektrums. Die im nachfolgenden Abschnitt beschriebene Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts hebt diese Unsicherheit auf. Durch *Partialwellen-Zerlegung* kann in jedem invarianten Massenintervall der Beitrag der niedrigsten relevanten Partialwellen Y_{00} und Y_{22} am Wirkungsquerschnitt nahezu⁹ modellunabhängig bestimmt werden. Vorwegnehmend sei auf die Zusammensetzung der Spektren durch die gepunkteten (Y_{00}) und die gestrichelten (Y_{22}) Winkelverteilungen in Abbildung 6.9 verwiesen.

Mit Kenntnis der Partialwellen-Komposition des Erwartungsspektrums folgt für den Winkelbereich $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ schließlich der in Abbildung 6.7 gezeigte, totale Wirkungsquerschnitt

⁹Die Partialwelle Y_{20} wird dabei vernachlässigt (s. Abschnitt 7.7.3).

$\sigma_{\gamma\gamma}$ der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$. Der Tabelle in Abbildung 6.7 können die dazugehörigen Meßwerte mit ihren jeweiligen statistischen und systematischen¹⁰ Fehlern entnommen werden.

6.2 Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$

Die Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts erfolgt in gleicher Weise wie zuvor beim totalen Wirkungsquerschnitt. In ausgewählten Intervallen der invarianten Zwei-Pion - Masse werden aus den Daten-, Untergrund- und Pion-Paar - Ereignissen die jeweiligen Spektren

¹⁰s. Abschnitt 6.3 dieses Kapitels

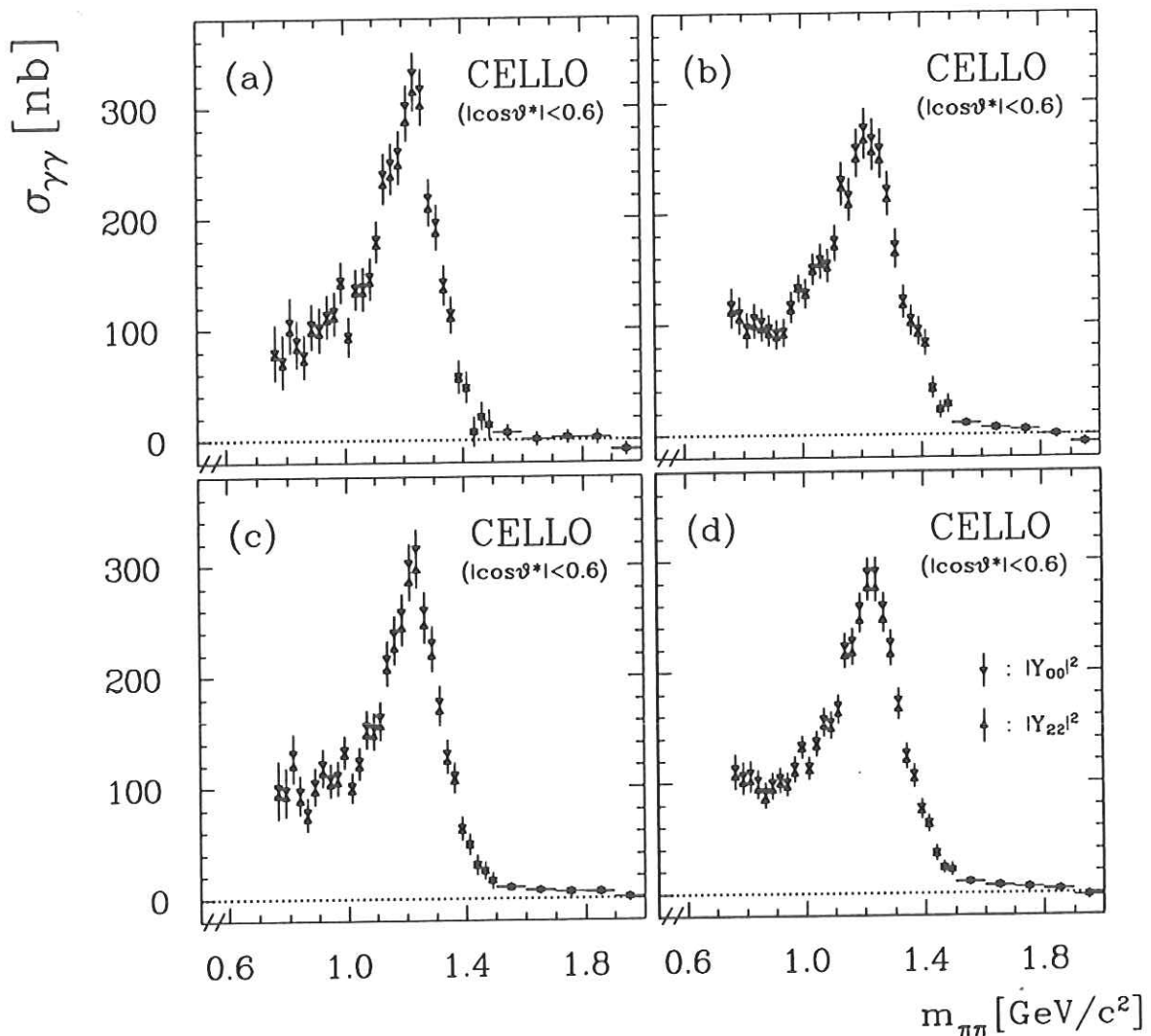
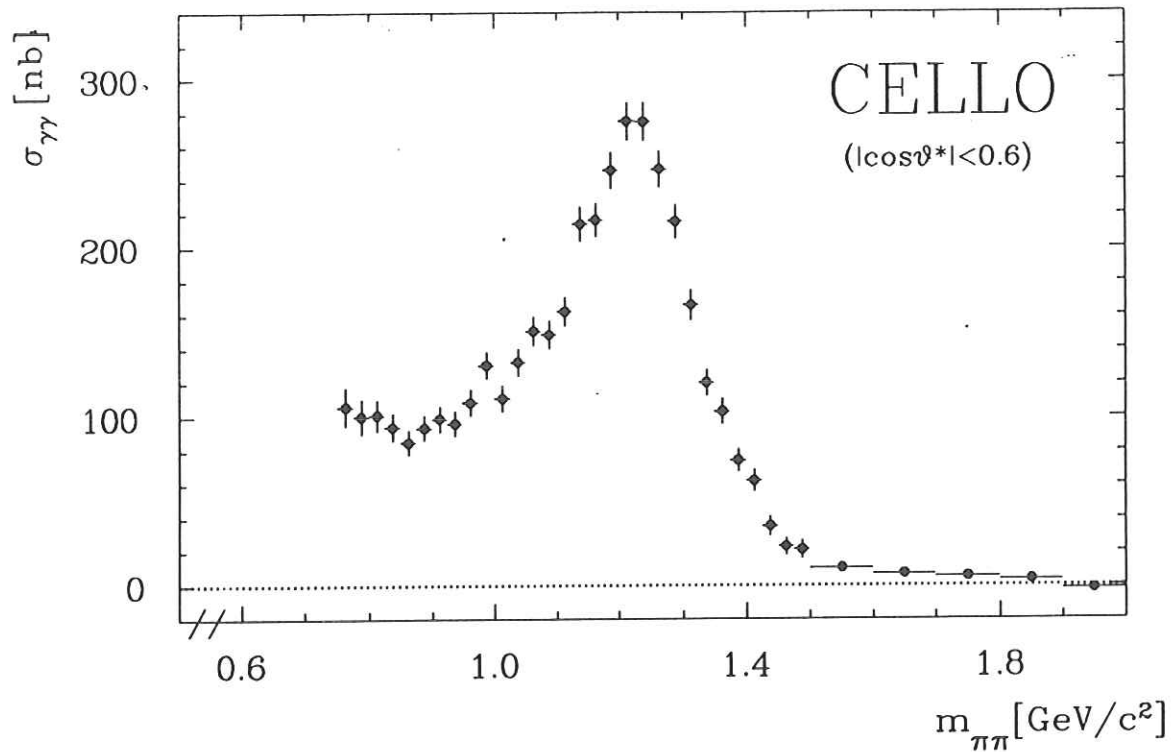


Abbildung 6.6: Totaler Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt im Winkelintervall $|\cos\vartheta^*| < 0.6$, (a) aus der gesamten Zwei-Spur - Selektion, (b) von Ereignissen mit weniger als zwei assoziierten Kalorimeterschauern, (c) von teilchenidentifizierten Ereignissen mit $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{e\bar{e}} \geq 4$, (d) gewichtetes Mittel der Resultate (b) und (c). Die zwei Einträge pro invarianter Masse spiegeln die Unsicherheit aufgrund der Modellierung ($|Y_{00}|^2$ und $|Y_{22}|^2$) des Erwartungsspektrums wider. Angegeben sind statistische Fehler.



$m_{\pi^+\pi^-}$ [GeV/c ²]	$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ [nanobarn]			$m_{\pi^+\pi^-}$ [GeV/c ²]	$\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ [nanobarn]		
0.7625	105.8	± 11.2	± 22.9	1.2125	275.2	± 11.2	± 24.3
0.7875	100.0	± 10.1	± 20.2	1.2375	274.9	± 11.3	± 24.6
0.8125	100.9	± 9.1	± 19.1	1.2625	246.4	± 10.8	± 22.6
0.8375	93.9	± 7.9	± 16.6	1.2875	215.3	± 10.0	± 20.4
0.8625	84.8	± 7.2	± 13.9	1.3125	165.7	± 9.0	± 16.3
0.8875	93.2	± 7.4	± 14.3	1.3375	119.8	± 7.8	± 12.3
0.9125	98.6	± 7.6	± 14.1	1.3625	102.8	± 7.5	± 11.1
0.9375	95.9	± 7.4	± 12.8	1.3875	73.8	± 6.6	± 8.4
0.9625	108.4	± 7.6	± 13.6	1.4125	61.8	± 6.5	± 7.7
0.9875	130.3	± 7.9	± 15.4	1.4375	35.0	± 5.7	± 5.5
1.0125	110.5	± 7.6	± 12.3	1.4625	22.9	± 5.1	± 4.7
1.0375	132.1	± 8.0	± 13.9	1.4875	21.1	± 5.4	± 5.2
1.0625	150.5	± 8.6	± 15.1	1.5500	10.1	± 2.4	± 3.0
1.0875	148.3	± 8.4	± 14.2	1.6500	6.8	± 2.2	± 2.7
1.1125	162.0	± 8.6	± 15.0	1.7500	5.2	± 2.1	± 2.7
1.1375	213.8	± 10.3	± 19.3	1.8500	3.3	± 2.0	± 2.2
1.1625	216.2	± 9.9	± 19.2	1.9500	-2.2	± 1.6	± 1.8
1.1875	245.8	± 10.8	± 21.7				

Abbildung 6.7: Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ im Winkelbereich $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ als Funktion der invarianten Zwei-Pion - Masse. In der Graphik sind statistische Fehler angegeben, in der Tabelle folgen diesen die systematischen Fehler.

als Funktion von $|\cos\vartheta^*|$ bestimmt. Mit Pion-Paar - Ereignissen sind hier wieder die aus der MC-Simulation folgenden Erwartungen bezüglich eines vorgegebenen Modells für $\sigma_{\gamma\gamma}$ gemeint. Zur Messung des differentiellen Wirkungsquerschnitts bietet sich hier ein im ganzen $|\cos\vartheta^*|$ - Intervall auf 1 nb normiertes Modell an. In den oberen Graphen der Abbildung 6.8 sind die sich aus der gesamten Zwei-Spur - Selektion in den angegebenen Massenintervallen ergebenden Daten- und Untergrund-Spektren gezeigt.

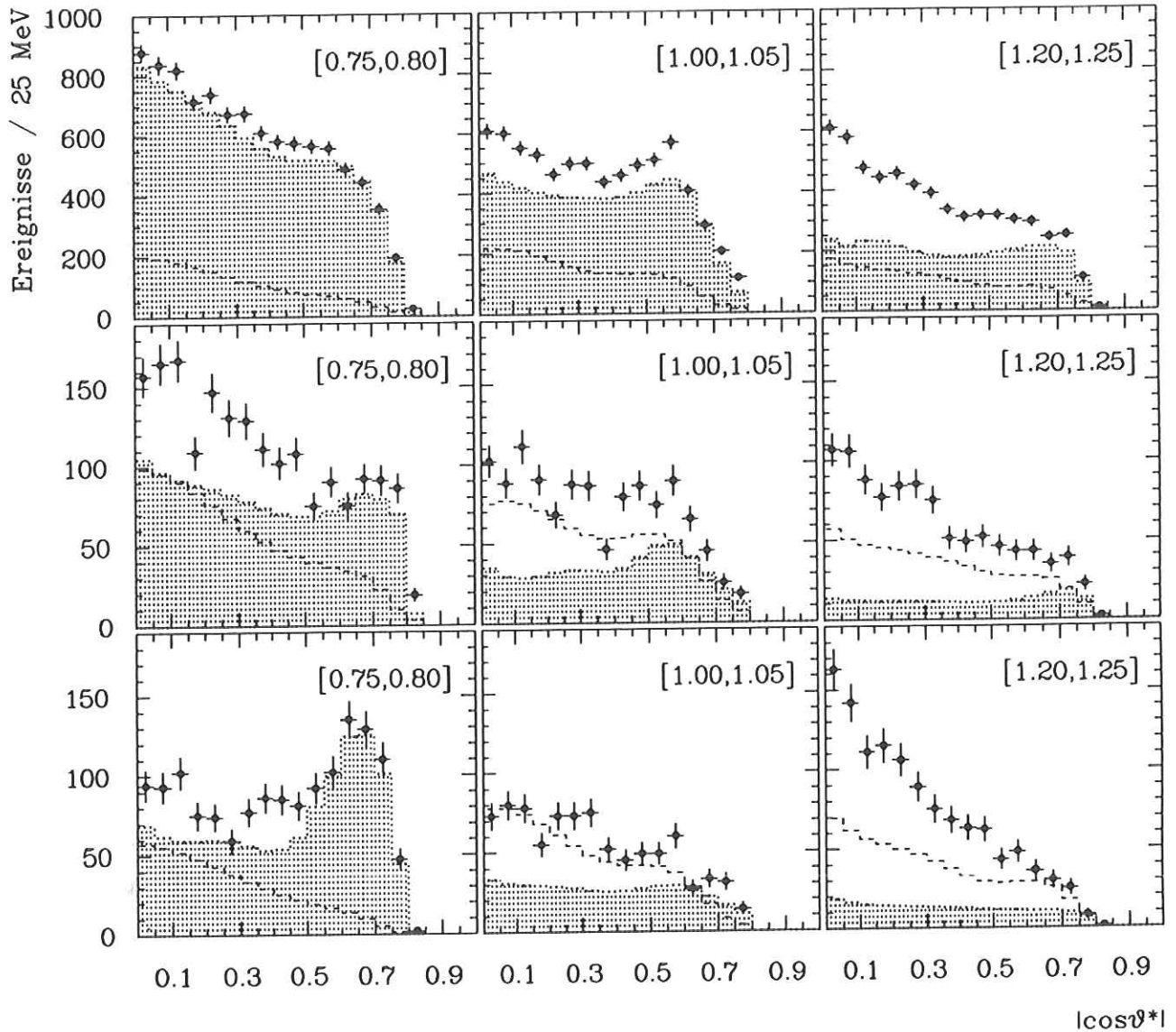


Abbildung 6.8: Winkelverteilung von Datenereignissen (Kreuze), Untergrundereignissen (gepunktete Histogramme) und für 300 nb Erwartung in ganz $|\cos\vartheta^*|$ nach Y_{00} flach modellierten Pion-Paar - Ereignissen (gestrichelte Linien) in den angegebenen ausgesuchten Massen-Intervallen. *Oben* : aus der gesamten Zwei-Spur - Selektion; *Mitte*: von Ereignissen mit weniger als zwei assoziierten Kalorimeterschauern; *Unten*: von teilchen-identifizierten Ereignissen.

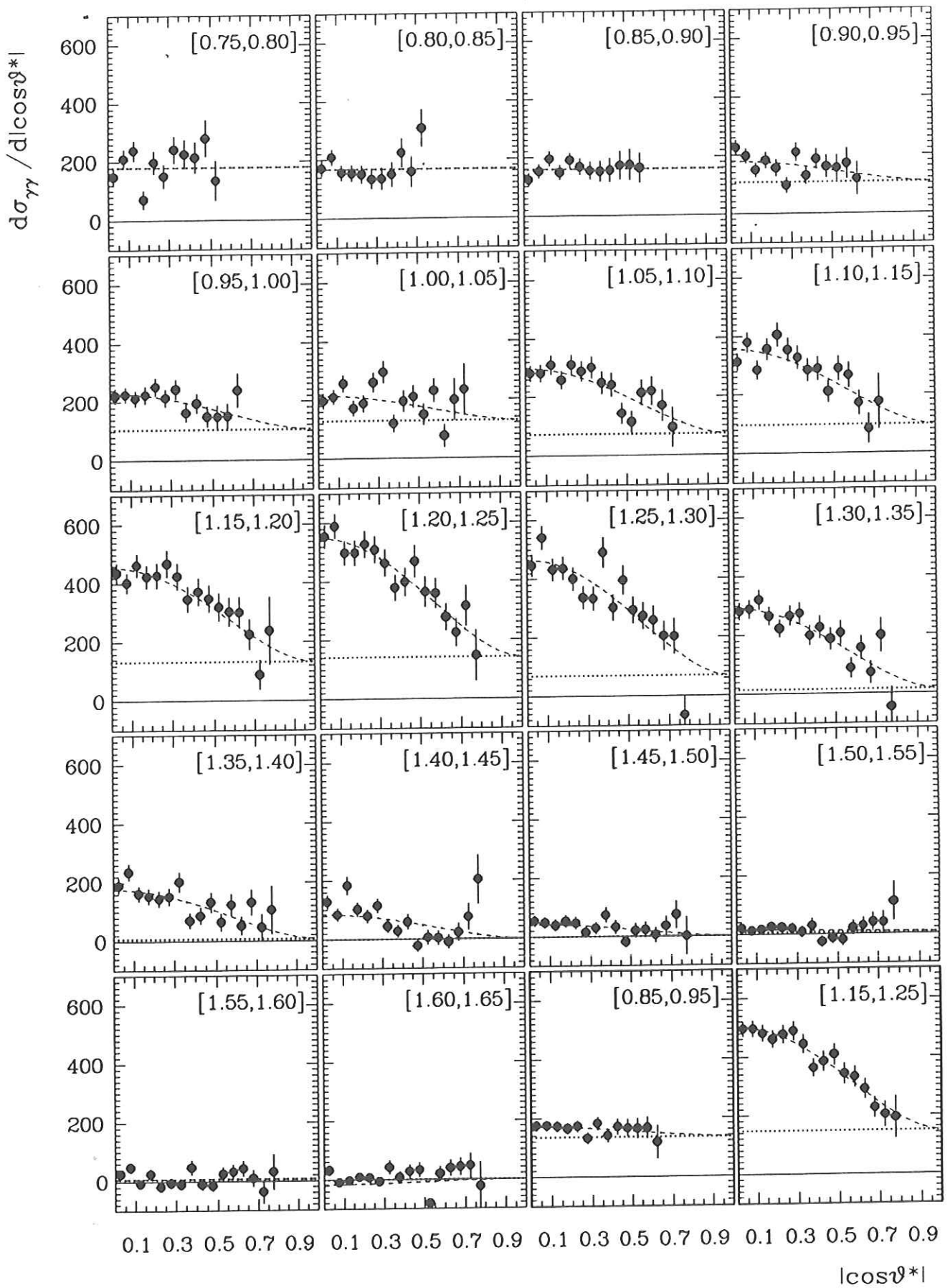


Abbildung 6.9: Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ und Partialwellen - Dekomposition in den angegebenen Intervallen der invarianten Masse. Die eingezeichneten Fehler sind statistische Fehler. Eine numerische Darstellung erfolgt in Tabelle 6.2.

$m_{\pi^+\pi^-} [GeV/c^2]$	$a_{00} [nb]$	$a_{22} [nb]$	$a_{00}/(a_{00} + a_{22}) [\%]$
[0.75, 0.80]	180.0 ± 85.6	0.0 ± 18.0	100.0 ± 10.0 +0.0 -100.0
[0.80, 0.85]	165.9 ± 74.4	0.0 ± 24.0	100.0 ± 14.5 +0.0 -65.8
[0.85, 0.90]	158.8 ± 53.2	0.0 ± 21.0	100.0 ± 13.2 +0.0 -54.3
[0.90, 0.95]	107.0 ± 44.6	37.9 ± 27.8	73.8 ± 16.3 +22.6 -0.6
[0.95, 1.00]	105.2 ± 41.8	65.8 ± 26.4	61.5 ± 13.4 +21.2 -1.3
[1.00, 1.05]	128.4 ± 33.8	45.9 ± 21.8	73.7 ± 10.5 +8.5 -9.8
[1.05, 1.10]	73.3 ± 34.2	119.6 ± 22.5	38.0 ± 11.9 +15.0 -5.3
[1.10, 1.15]	96.8 ± 35.5	138.0 ± 23.7	41.2 ± 9.8 +1.3 -15.4
[1.15, 1.20]	132.8 ± 34.7	171.3 ± 23.5	43.7 ± 7.3 +6.2 -3.3
[1.20, 1.25]	142.1 ± 35.9	216.6 ± 24.9	39.6 ± 6.6 +3.5 -2.5
[1.25, 1.30]	69.0 ± 32.9	210.9 ± 22.8	24.6 ± 9.1 +7.0 -0.7
[1.30, 1.35]	15.2 ± 28.3	147.7 ± 19.4	9.3 ± 15.8 +6.2 -7.6
[1.35, 1.40]	8.1 ± 25.5	89.8 ± 17.3	8.3 ± 23.9 +7.5 -8.3
[1.40, 1.45]	0.0 ± 4.0	45.1 ± 14.4	0.0 ± 8.9 +0.0 -0.0
[1.45, 1.50]	0.0 ± 15.0	22.6 ± 13.4	0.0 ± 66.5 +0.0 -0.0
[1.50, 1.55]	6.7 ± 18.6	4.0 ± 12.3	62.7 ± 97.4 +0.0 -62.7
[1.55, 1.60]	6.9 ± 18.0	0.0 ± 12.0	100.0 ± 174.9 +0.0 -100.0
[1.60, 1.65]	0.0 ± 1.0	8.8 ± 9.3	0.0 ± 11.4 +0.0 -0.0
[0.85, 0.95]	135.4 ± 34.4	18.2 ± 21.0	88.1 ± 12.4 +11.9 -0.0
[1.15, 1.25]	147.6 ± 25.4	188.7 ± 17.4	43.9 ± 4.8 +3.1 -4.5
[1.25, 1.35]	49.0 ± 21.9	176.3 ± 15.1	21.7 ± 7.7 +5.8 -3.6

Tabelle 6.1: Partialwellen - Zerlegung der differentiellen Wirkungsquerschnitte in Spin-0 - und Spin-2 - Wellen sowie relativer Anteil der S-Welle in den Spektren (hierfür wird in der rechten Spalte zusätzlich der systematische Fehler angegeben).

$d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $	$m_{\pi^+\pi^-} \text{ in } [GeV/c^2]$							
	$ \cos\vartheta^* $	[0.75, 0.80]	[0.80, 0.85]	[0.85, 0.90]	[0.90, 0.95]	[0.95, 1.00]	[1.00, 1.05]	[1.05, 1.10]
0.025		148.4 ± 31.2	170.1 ± 25.1	123.5 ± 22.0	225.6 ± 26.4	221.6 ± 24.9	196.7 ± 25.5	281.6 ± 26.9
0.075		209.7 ± 31.9	208.0 ± 27.6	152.2 ± 23.4	196.8 ± 25.0	225.5 ± 26.1	209.8 ± 25.4	282.1 ± 29.0
0.125		238.1 ± 34.6	155.1 ± 26.4	194.3 ± 25.3	148.9 ± 24.4	212.2 ± 26.9	256.1 ± 27.8	310.0 ± 32.0
0.175		70.5 ± 31.3	152.8 ± 27.4	147.7 ± 24.7	181.5 ± 27.6	223.6 ± 28.4	171.2 ± 25.7	258.1 ± 30.9
0.225		197.4 ± 38.7	149.4 ± 29.7	189.1 ± 27.1	155.0 ± 28.5	252.2 ± 30.7	187.4 ± 28.3	310.1 ± 34.0
0.275		150.4 ± 40.3	132.6 ± 32.7	166.7 ± 28.2	95.6 ± 27.0	213.8 ± 30.2	258.9 ± 33.3	287.7 ± 34.5
0.325		241.4 ± 47.1	134.1 ± 37.0	153.5 ± 30.5	208.7 ± 31.7	243.5 ± 32.6	294.7 ± 36.5	300.7 ± 37.5
0.375		225.8 ± 50.0	148.4 ± 41.3	150.9 ± 34.6	128.9 ± 30.2	162.0 ± 30.5	119.0 ± 30.1	247.9 ± 37.9
0.425		214.2 ± 53.8	222.6 ± 48.9	154.3 ± 40.4	185.7 ± 35.2	194.5 ± 33.8	194.4 ± 35.6	240.9 ± 40.0
0.475		279.7 ± 63.0	158.0 ± 52.6	170.4 ± 47.6	159.7 ± 38.3	148.7 ± 35.3	209.5 ± 37.8	143.1 ± 36.1
0.525		134.6 ± 68.0	307.0 ± 64.9	172.7 ± 51.8	155.0 ± 43.7	147.8 ± 39.4	148.8 ± 35.5	114.3 ± 35.9
0.575				162.0 ± 49.8	169.7 ± 52.5	150.2 ± 42.7	229.7 ± 39.7	213.2 ± 43.0
0.625					117.1 ± 56.6	238.4 ± 58.0	76.0 ± 38.8	219.1 ± 47.8
0.645							198.9 ± 71.2	169.8 ± 53.6
0.725							233.4 ± 87.1	95.4 ± 67.7

$ \cos\vartheta^* $	[1.10, 1.15]	[1.15, 1.20]	[1.20, 1.25]	[1.25, 1.30]	[1.30, 1.35]	[1.35, 1.40]	[1.40, 1.45]
0.025	313.5 ± 29.1	436.6 ± 32.9	555.0 ± 39.0	446.0 ± 37.0	281.5 ± 29.3	189.8 ± 25.4	128.3 ± 22.7
0.075	379.6 ± 33.7	403.2 ± 34.0	589.6 ± 42.5	541.3 ± 40.9	288.9 ± 31.4	235.9 ± 28.2	84.4 ± 22.4
0.125	284.6 ± 32.1	463.0 ± 38.8	498.1 ± 41.2	431.9 ± 37.9	321.0 ± 33.5	161.8 ± 25.2	183.3 ± 30.2
0.175	356.6 ± 36.9	423.9 ± 39.9	498.0 ± 42.5	436.1 ± 39.5	265.1 ± 31.4	153.7 ± 25.8	102.0 ± 23.9
0.225	405.7 ± 40.7	427.6 ± 42.4	527.0 ± 44.7	400.1 ± 40.0	222.3 ± 30.3	144.4 ± 26.8	78.9 ± 22.0
0.275	353.6 ± 40.1	468.1 ± 45.9	508.8 ± 45.5	335.9 ± 39.3	265.3 ± 34.2	151.8 ± 28.4	113.8 ± 24.8
0.325	327.0 ± 40.4	424.4 ± 45.8	462.9 ± 45.5	332.3 ± 41.4	273.3 ± 36.9	202.1 ± 33.7	43.6 ± 20.3
0.375	284.5 ± 39.7	346.3 ± 43.7	378.6 ± 43.9	489.8 ± 50.9	198.2 ± 34.6	70.1 ± 25.6	27.3 ± 21.4
0.425	289.2 ± 40.9	370.8 ± 46.4	398.0 ± 47.9	301.0 ± 43.5	225.7 ± 38.5	85.7 ± 28.4	58.3 ± 25.9
0.475	210.5 ± 37.6	347.7 ± 47.0	467.9 ± 55.0	394.6 ± 49.5	186.0 ± 37.8	131.9 ± 33.9	-23.5 ± 19.6
0.525	289.1 ± 42.6	319.6 ± 47.7	363.8 ± 51.8	292.5 ± 45.1	206.3 ± 40.9	64.5 ± 29.7	5.1 ± 24.6
0.575	266.1 ± 42.8	302.7 ± 49.4	358.4 ± 50.7	272.4 ± 45.7	85.7 ± 33.6	123.8 ± 36.8	3.8 ± 24.8
0.625	169.9 ± 42.3	300.5 ± 52.7	277.7 ± 46.1	257.6 ± 48.1	154.5 ± 41.6	51.7 ± 31.3	-9.9 ± 23.4
0.675	82.2 ± 50.3	225.4 ± 51.7	224.5 ± 48.1	204.2 ± 50.2	70.6 ± 38.4	131.6 ± 43.4	22.1 ± 30.5
0.725	174.5 ± 94.0	88.5 ± 50.9	315.4 ± 69.1	202.4 ± 60.4	197.2 ± 58.3	46.8 ± 43.7	74.2 ± 44.5
0.775		238.2 ± 114.8	146.9 ± 86.4	-65.5 ± 61.7	-46.2 ± 67.2	105.7 ± 81.9	201.8 ± 83.4

$ \cos\vartheta^* $	[1.45, 1.50]	[1.50, 1.55]	[1.55, 1.60]	[1.60, 1.65]	[0.85, 0.95]	[1.15, 1.25]	[1.25, 1.35]
0.025	54.1 ± 18.1	20.3 ± 16.2	26.1 ± 14.5	32.4 ± 17.0	174.6 ± 17.2	495.8 ± 25.5	363.7 ± 23.6
0.075	48.5 ± 19.7	12.3 ± 15.8	48.1 ± 16.8	-9.0 ± 10.5	174.5 ± 17.1	496.4 ± 27.2	415.1 ± 25.8
0.125	39.4 ± 19.8	16.5 ± 16.5	-7.4 ± 11.4	-3.1 ± 12.0	171.6 ± 17.6	480.5 ± 28.3	376.4 ± 25.3
0.175	52.0 ± 21.4	25.3 ± 17.6	25.0 ± 17.5	8.1 ± 14.9	164.6 ± 18.5	461.0 ± 29.1	350.6 ± 25.2
0.225	45.8 ± 20.9	23.3 ± 17.5	-17.9 ± 13.4	6.4 ± 15.6	172.0 ± 19.7	477.3 ± 30.8	311.2 ± 25.1
0.275	14.8 ± 17.6	19.1 ± 18.1	-5.4 ± 17.0	-6.8 ± 14.5	131.2 ± 19.5	488.5 ± 32.3	300.6 ± 26.0
0.325	28.5 ± 19.4	7.5 ± 18.7	-10.1 ± 17.2	41.2 ± 22.8	181.1 ± 22.0	443.6 ± 32.3	302.8 ± 27.7
0.375	73.3 ± 25.3	28.8 ± 23.8	46.9 ± 24.9	7.2 ± 19.0	139.9 ± 23.0	362.4 ± 31.0	344.0 ± 30.8
0.425	32.2 ± 22.7	-26.1 ± 18.5	-10.5 ± 18.1	26.6 ± 22.9	170.0 ± 26.8	384.4 ± 33.3	263.4 ± 29.0
0.475	-18.8 ± 18.2	-14.0 ± 19.7	-15.1 ± 18.0	31.8 ± 24.9	165.0 ± 30.5	407.8 ± 36.2	290.3 ± 31.1
0.525	19.4 ± 24.1	-20.2 ± 20.3	24.5 ± 23.2	-82.0 ± 6.9	163.9 ± 33.9	341.7 ± 35.2	249.4 ± 30.4
0.575	22.8 ± 25.5	20.5 ± 24.7	31.1 ± 24.8	18.9 ± 24.0	165.9 ± 36.2	330.5 ± 35.4	179.0 ± 28.3
0.625	4.9 ± 25.0	27.4 ± 26.9	42.2 ± 25.7	38.0 ± 27.3	117.1 ± 56.6	289.1 ± 35.0	206.0 ± 31.8
0.675	35.4 ± 32.2	39.3 ± 31.1	9.6 ± 27.5	42.0 ± 29.9		225.0 ± 35.3	137.4 ± 31.6
0.725	73.7 ± 46.4	38.7 ± 36.2	-36.4 ± 39.3	45.4 ± 42.3		201.9 ± 42.9	199.8 ± 42.0
0.775	0.9 ± 64.5	109.5 ± 66.1	31.2 ± 60.1	-24.0 ± 81.5		192.5 ± 71.8	-55.9 ± 45.6

Tabelle 6.2: Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ in den angegebenen Intervallen der invarianten Masse. Die Fehler sind statistische Fehler (vergl. Abbildung 6.9).

Die ebenfalls eingezeichneten gestrichelten Kurven geben den Verlauf des Erwartungsspektrums wieder. Zur Sichtbarmachung wurde dieses allerdings für ein *flaches Modell*¹¹ von 300 nb erzeugt. Die mittleren Graphen der Abbildung 6.8 stammen von Ereignissen mit weniger als zwei assoziierten Kalorimeterschauern und die unteren Graphen folgen bei Anwendung der Teilchenidentifikation.

Insgesamt verdeutlicht Abbildung 6.8 erneut die Notwendigkeit einer sehr guten Detektor- und Trigger-Simulation. Kleinste Ungenauigkeiten können bei der Differenzenbildung sehr große Wirkungen zeigen. Im Rahmen dieser Analyse wurden deshalb mehrere Konsistenz-Tests vorgenommen, auf die im folgenden Abschnitt kurz eingegangen wird.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ folgt nach Untergrundsubtraktion durch Division mit dem Erwartungsspektrum. Die in Abbildung 6.9 gezeigten und in Tabelle 6.2 angegebenen Ergebnisse sind wie zuvor durch *gewichtete Mittelung* der Wirkungsquerschnitte der Ereignisse mit weniger als zwei assoziierten Kalorimeterschauern und der teilchenidentifizierten Ereignisse berechnet. Unter der begründbaren Annahme der Vernachlässigbarkeit der Partialwelle Y_{20} (siehe Abschnitt 7.7.3) ist die Zerlegung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in die niedrigsten¹² Partialwellen gegeben durch:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*| &= a_{00} \cdot |Y_{00}|^2 + a_{22} \cdot |Y_{22}|^2 \\ &= a_{00} + a_{22} \cdot \left[\frac{15}{8} \cdot (1 - \cos^2\vartheta^*)^2 \right]. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Die Koeffizienten a_{00} und a_{22} werden in jedem Massenintervall durch einen Fit dieses Modells an die Daten bestimmt. Die Ergebnisse dieser Anpassungsrechnungen sind in Abbildung 6.9 durch die gepunkteten ($a_{00} \cdot |Y_{00}|^2$) und die gestrichelten ($\dots + a_{22} \cdot |Y_{22}|^2$) Kurven angedeutet und werden in Tabelle 6.1 aufgelistet. Ihre graphische Darstellung zeigt Abbildung 7.25 in Abschnitt 7.7.3. Zum Zweck der Abschätzung des systematischen Fehlers wurde die gleiche Partialwellen-Analyse für eine um 7% erhöhte und um 7% erniedrigte Detektorakzeptanz wiederholt und die Resultate mit den ursprünglichen verglichen. In der letzten Spalte von Tabelle 6.1 sind die hierbei beobachteten Abweichungen als systematischer Fehler angegeben.

6.3 Systematische Unsicherheiten

6.3.1 Korrektur systematischer Fehler

Auf die Notwendigkeit einer sehr genauen Detektor- und Trigger-Simulation wurde im vorigen Abschnitt bereits mehrfach hingewiesen (s. Text im Zusammenhang mit Abb. 6.1 und Abb. 6.8). Durch die in Kapitel 5 beschriebene Neubestimmung von impuls- und winkelabhängigen Anoden- und Kathodeneffizienzen des Innendetektors sowie der Verwendung *gemessener* Schauerauslöse-Effizienzen für Myonen, Elektronen und Hadronen (ebenfalls impuls- und winkelabhängig) konnte die systematische Unsicherheit der Detektorsimulation stark reduziert werden. Zum Aufspüren und Eliminieren verbleibender Simulations-Fehler wurde die Tatsache ausgenutzt, daß der gemessene Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ nicht von der in (2.5) definierten Rapidität y abhängt. Der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dy(m_{\pi^+\pi^-})$ muß deshalb strukturlos und flach sein. Das gleiche gilt natürlich auch für den auf $|\cos\vartheta^*| < 0.2$ eingeschränkten $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt. Durch diese Forderung wird jedoch erreicht, daß zum einen die Emissionswinkel λ_i (s. Abb. 3.6) beider

¹¹Die Kurven sind daher proportional zur Detektor-Akzeptanz.

¹²Beachte Landau-Yang'sche Auswahlregeln für reelle Photonen ([4] und Abschnitt 2.3).

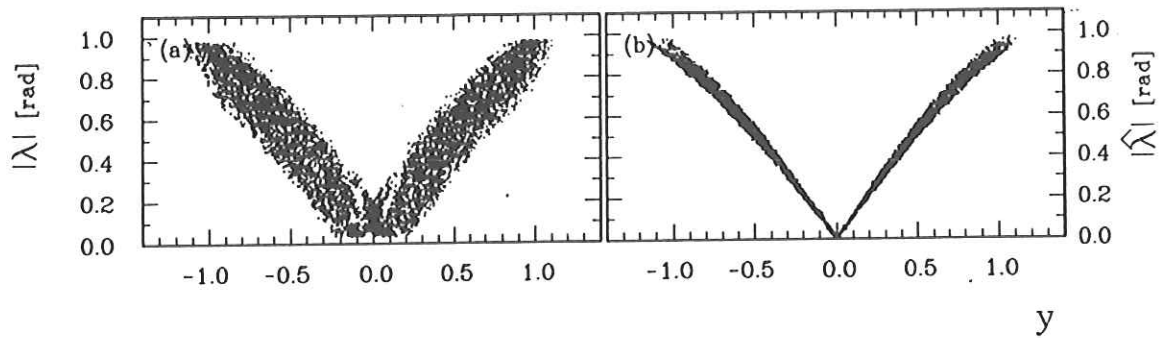


Abbildung 6.10: (a) $|\lambda_i|$ -Rapidity - Korrelation und (b) $|(\lambda_1 + \lambda_2)/2|$ -Rapidity - Korrelation bei Ereignissen mit $|\cos\vartheta^*| < 0.2$.

Teilchen eines Ereignisses in etwa gleich sind und gemeinsam in den Vorwärts-, Zentral- oder Rückwärtsbereich des Detektors weisen, zum anderen aber auch, daß λ_i und y stark korrelierte Größen sind. Abbildung 6.10(a) zeigt diese Korrelation mit jeweils zwei Einträgen pro Ereignis. Der mittlere gemeinsame Winkel $\hat{\lambda} = |(\lambda_1 + \lambda_2)/2|$ weist nach Abbildung 6.10(b) sogar noch stärkere Korrelationen mit y auf. Abweichungen vom strukturlosen (flachen) Verlauf von $d\sigma/dy(m_{\pi^+\pi^-})$ sind Simulationsfehlern zuzuschreiben und können durch kleine $\hat{\lambda}$ -abhängige Korrekturen in jedem invarianten Massenintervall behoben werden. In dieser Analyse erhielt daraufhin jedes Monte-Carlo - Ereignis als (zusätzliches) Gewicht das Produkt zweier Korrekturfunktionen. Jede dieser Korrekturfunktion war ein Polynom 2. Ordnung in $|\lambda|$, dessen Koeffizienten wiederum vom jeweiligen Transversalimpuls des Teilchens abhingen. Die Koeffizienten wurden durch einen globalen Fit bestimmt, bei dem in jeder Iteration der differentielle Wirkungsquerschnitt mit den Korrekturen neu berechnet wurde. Ziel dieser Anpassungsrechnung war, ein in der Normalisierung möglichst gleichgebliebenen, jedoch strukturlosen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dy(m_{\pi^+\pi^-})$ zu erhalten. In Abbildung 6.11 werden die hierdurch ermittelten Korrekturfunktionen für die Analyse der gesamten Zwei-Spur - Selektion gezeigt. Diese Funktionen korrigieren damit den Simulationsfehler der Einzelspur-Nachweiseffizienz.

Mit einem weiteren Satz von Korrekturfunktionen konnte die Genauigkeit der Schauer-auslöse-Effizienzen verbessert werden. Durch die Forderungen, daß :

- der gemessene Wirkungsquerschnitt nicht davon abhängen durfte, ob er aus Ereignissen mit zwei oder einem/keinem assoziierten Schauer bestimmt wurde und
- sich bezüglich der Rapidity wiederum jeweils ein strukturloser Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dy(m_{\pi^+\pi^-})$ ergeben mußte,

wurden die Koeffizienten dieser Funktionen mit dem globalen Fit bestimmt. Als völlig ausreichend stellten sich hierfür konstante Korrekturfunktionen heraus, deren mittlere Wirkung in einem Anheben der Schauer-auslöse-Effizienzen um ein bis zwei Prozent lagen.

Auch beim "Einschalten" der Teilchenidentifikation durfte sich der Wirkungsquerschnitt nicht signifikant ändern und mußte, differentiell in y , strukturlos bleiben. Durch das sehr viel bessere Signal-zu-Untergrundverhältnis bei der Analyse mit Teilchenidentifikation ist der Wirkungsquerschnitt gegenüber kleinen Simulationsfehlern wesentlich robuster als zuvor, so daß die gefundenen Korrekturfunktionen (hier wieder Polynome 2. Ordnung in $|\lambda|$) mit der Größenordnung drei bis acht Prozent als in der Wirkung klein einzustufen sind.

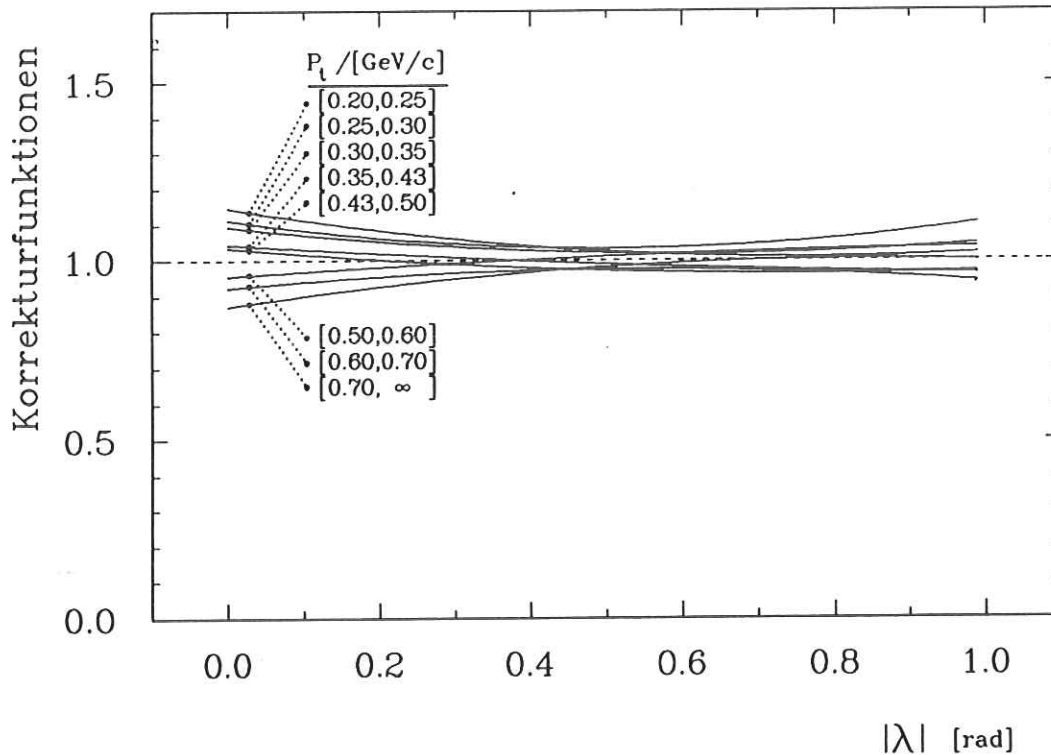


Abbildung 6.11: Entsprechend dem Transversalimpuls des Teilchens verwendete Korrekturfunktionen bei der Simulation der Einzelspur-Nachweiseffizienz.

Als Test dieser Korrekturen wurde schließlich ein χ^2 sowohl aus den Abweichungen vom strukturlosen Verlauf der einzelnen $d\sigma/dy(m_{\pi^+\pi^-})$ - Wirkungsquerschnitte als auch aus deren Differenzen untereinander *ohne* und *mit* Korrekturen bestimmt. Es zeigte sich, daß durch die Korrekturen das χ^2 auf ein Drittel seines Ausgangswertes reduziert werden konnte.

6.3.2 Abschätzung verbleibender systematischer Unsicherheiten

Zur Abschätzung verbleibender systematischer Unsicherheiten bei der Detektorsimulation wurde die Streuung der Wirkungsquerschnitts-Resultate bei unterschiedlichen Schnitten in den Teilchenidentifikations-Kriterien untersucht. Beginnend mit einem Mindestwert des Verhältnisses der Ereignis-Wahrscheinlichkeiten $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu}$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee}$ (s. Abschnitt 4.2.2) von Eins wurden zunächst 12 Messungen mit jeweils um eine Einheit erhöhten Grenzwerten durchgeführt. Mit den Mindestwerten > 15 , > 20 , > 25 und > 30 waren schließlich sehr harte Identifikations-Kriterien verlangt. Abbildung 6.12 zeigt zunächst die Auswirkung der verschiedenen Selektionsbedingungen auf den relativen statistischen Fehler des totalen Wirkungsquerschnitts. Im Vergleich zum Resultat der gesamten Zweispur-Selektion konnte durch die gewichtete Mittelung der Resultate mit Teilchenidentifikation und der bei weniger als zwei assoziierten Schauern der relative statistische Fehler nahezu halbiert werden. Bei den *optimalen Schnitten*¹³ $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} \geq 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee} \geq 4$ ist der relative statistische Fehler im gesamten invarianten Massenbereich besonders klein. Er wird um so größer, je härter die Schnitte der Teilchenidentifikation gewählt werden.

Aus den Standardabweichungen der Wirkungsquerschnitts-Resultate bei verschiedenen Identifikations-Schnitten sowie den Ergebnissen ohne Teilchenidentifikation mit weniger als

¹³siehe Abschnitt 4.3

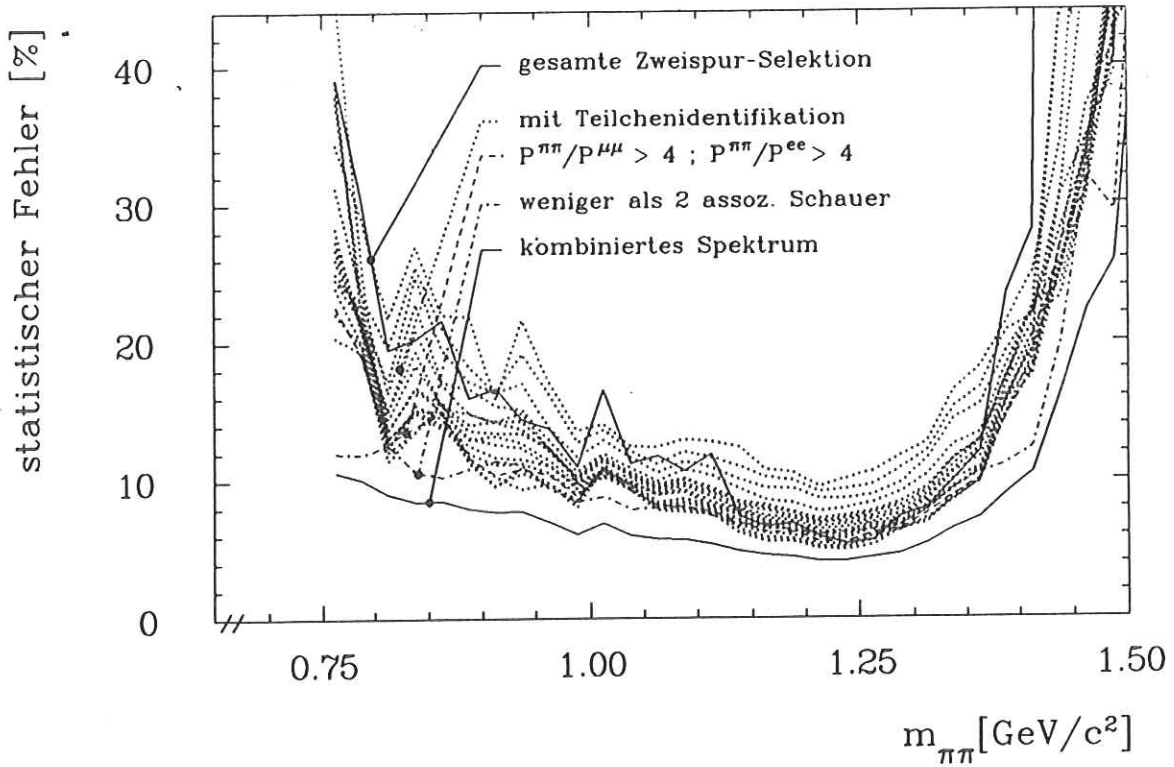


Abbildung 6.12: Relativer statistischer Fehler des totalen Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma}$ bei dessen Bestimmung aus der gesamten Zweispur-Selektion, aus Ereignissen mit weniger als zwei Schauern, aus teilchenidentifizierten Ereignissen bei unterschiedlich harten Identifikations-Schnitten und aus der gewichteten Mittelung. Die Identifikations-Schnitte $P^{\pi\pi}/P^{\mu\mu} > 4$ und $P^{\pi\pi}/P^{ee} > 4$ sind die in dieser Analyse benutzen.

zwei assoziierten Schauern, wurde der in Abbildung 6.13(b) gezeigte systematische Fehler der Detektor-Simulation abgeschätzt. Die gepunktet eingezeichnete Polynomfunktion liefert eine gute Beschreibung dieses Fehlers.

Als weitere systematische Fehlerquellen kommen in Frage:

Fehlerquelle	Größenordnung
Integrierte Luminosität :	< 3 %
Spur-Rekonstruktionseffizienz :	< 4 %
Trigger-Simulation :	< 4 %
Unberücksichtigter Untergrund :	< 1 %

Unter dem Begriff *unberücksichtigte Untergrundreaktionen* seien Strahl-Gas¹⁴-, Strahl-Strahlrohrwand¹⁵- sowie unvollständig rekonstruierte Ereignisse anderer Resonanz- bzw. Kontinuumsprozesse zusammengefaßt. Eine genaue Abschätzung ihres Beitrages ist nur schwer möglich. Aufgrund des harten P_{\perp} -Schnittes bei der Zwei-Spur-Datenselektion (siehe Abschnitt 4.3 und Abb. 4.4) kann jedoch die hierdurch hervorgerufene Kontaminationsrate nur sehr klein sein. Die Größenordnung des Strahl-Gas- und Strahl-Strahlrohrwand-Untergrundes ließ sich sogar ermitteln. In den letzten 14 Tagen der Datennahme wurden bei CELLO absichtlich die e^+ und e^- Strahlen elektrostatisch getrennt und das Vakuum im Strahlrohr erniedrigt. In dieser Zeit triggerte der Detektor dennoch insgesamt 30549 Ereignisse. Von diesen Ereignissen erfüllten allerdings nur 9 Ereignisse die Kriterien der gesamten

¹⁴Üblicherweise als *beam-gas events* bezeichnet.

¹⁵Üblicherweise als *beam-wall events* bezeichnet.

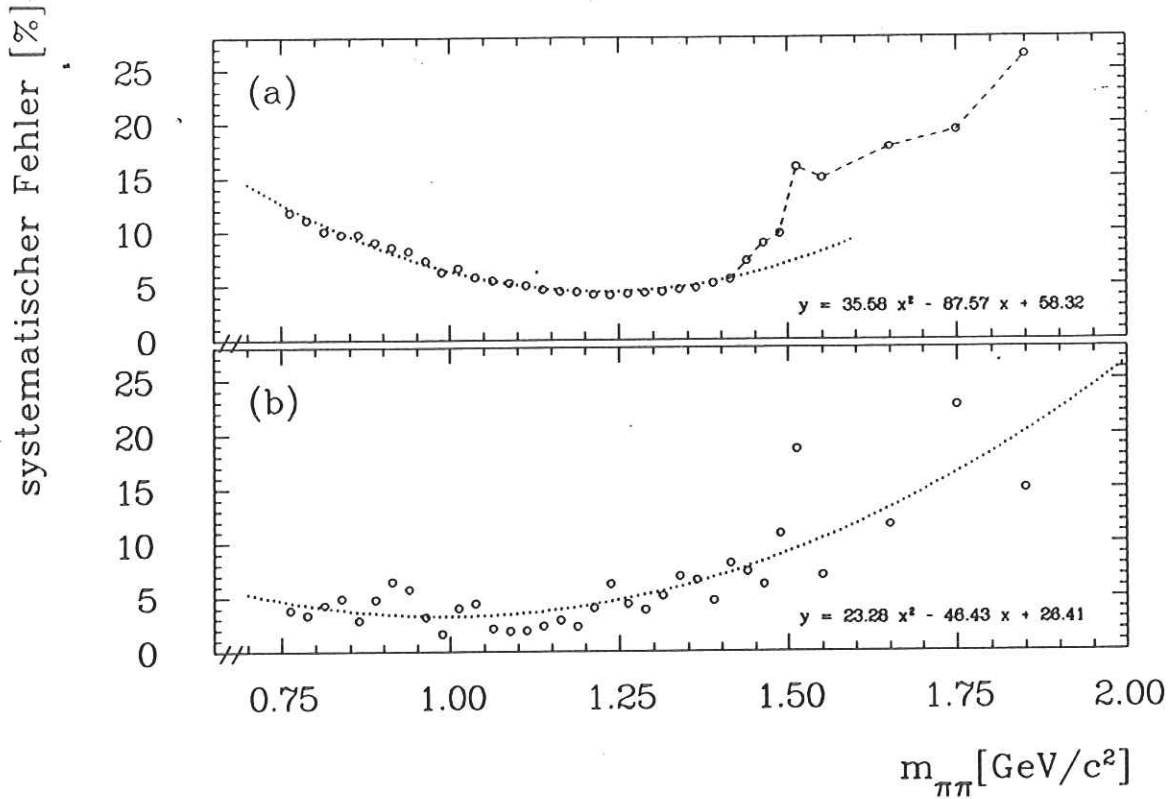


Abbildung 6.13: Relative systematische Fehler aufgrund der: (a) Unsicherheit bei der Angabe der integrierten Speicherring-Luminosität und (b) der Detektorsimulation (aus Standardabweichung der Wirkungsquerschnitt-Resultate bei verschiedenen Selektionsbedingungen). Die dargestellten Polynome (gepunktete Linien) geben für $x \equiv m_{\pi^+\pi^-}$ jeweils näherungsweise den funktionalen Zusammenhang. In (a) ist der Fehler ab $\simeq 1.45 \text{ GeV}/c^2$ etwa doppelt so groß anzusetzen.

Zwei-Spur - Selektionskette. Darüberhinaus waren diese Ereignisse in ihrer invarianten Zwei-Pion - Masse rein zufällig verteilt. Wäre das gesamte Experiment unter diesen Bedingungen durchgeführt worden, so hätten nur $\simeq 130$ Ereignisse zu diesem Untergrund beigetragen (vergl. Abbildung 6.1).

Die Unsicherheit der Luminosität (siehe Abschnitt 3.2) ist hauptsächlich für die Untergrundsimulation relevant. Um die sich hierdurch auf den Wirkungsquerschnitt übertragende Unsicherheit zu ermitteln, wurde im Analyseprogramm der Wert der Luminosität um jeweils $3pb^{-1}$ erhöht und erniedrigt und die mittlere Abweichung der Resultate vom Wirkungsquerschnitt bei $86.3pb^{-1}$ (s. Abb. 6.7) berechnet. Abbildung 6.13(a) zeigt das Ergebnis dieser Untersuchung. Da die systematischen Unsicherheiten der Spur-Rekonstruktionseffizienz und der Trigger-Simulation in der selben Größenordnung liegen, wie die der Luminosität, kann die so gewonnene Abschätzung auf die anderen Beiträge übertragen werden. Der gesamte systematische Fehler wird dann durch quadratisches Addieren der Einzelbeiträge ermittelt:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{sys.}} &= \sigma_{\text{Det.Simul.}} \oplus \sigma_{\text{Luminosität}} \oplus \sigma_{\text{Spur-Rekonst.}} \oplus \sigma_{\text{Trigger-Simul.}} \\ &\simeq \sigma_{\text{Det.Simul.}} \oplus 3 \cdot \sigma_{\text{Luminosität}} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Das Resultat dieser Berechnung wird in Abbildung 6.14 als Funktion der invarianten Zwei-Pion - Masse gezeigt.

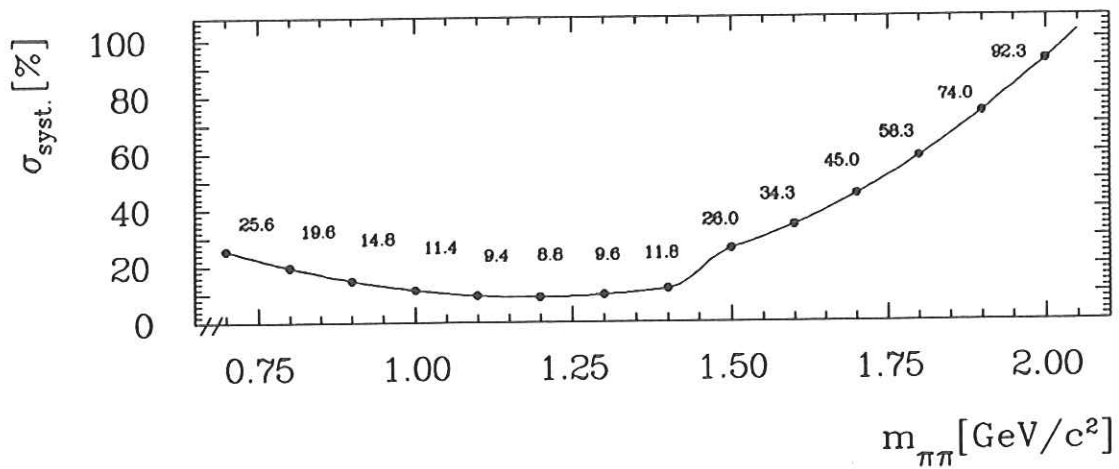


Abbildung 6.14: Relativer systematischer Gesamt-Fehler als Funktion der invarianten Zwei-Pion - Masse. Die Stufe bei $\approx 1.45 \text{ GeV}/c^2$ ist auf das Verhalten in Abbildung 6.13(a) zurückzuführen.

Kapitel 7

Theoretische Interpretation der Ergebnisse und Diskussion

7.1 Einleitung und historischer Überblick

Die Existenz des Tensormesons $f_2(1270)$ ist seit Mitte der sechziger Jahre aufgrund von Pion-Nukleon - Streuexperimenten in Wasserstoff- und Deuterium- Blaskammern bekannt ([96]-[99]). Seither wechselte die Bezeichnungsweise dieses Mesons mehrmals von $f_0(1270)$ über $f(1270)$ oder auch $f(1270, 2^+)$ bis hin zu der ab 1986 von der *Particle-Data-Group* [17] empfohlenen Schreibweise $f_2(1270)$. Der Nachweis dieses Mesons in Zwei-Photon-Prozessen gelang erst 1980 mit der Messung des geladenen Zwei-Pion - Zerfallskanals durch die PLUTO - Kollaboration [77] am Speicherring PETRA. Bereits ein Jahr später folgte die Bestätigung durch das MARK-II Experiment am SPEAR [78] und das TASSO - Experiment bei PETRA [79]. Wiederum ein Jahr später lag auch die von Crystal Ball (SPEAR) durchgeführte, erste Zwei-Photon - Messung des $f_2(1270)$ -Mesons im neutralen Zwei-Pion - Zerfallskanal vor [89]. Bis heute sind 12 Analysen ([77]-[88]) der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ und 3 Analysen ([89]-[91]) der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ veröffentlicht worden. Die bei diesen Analysen benutzten $\sigma_{\gamma\gamma}$ - Modellansätze waren teilweise sehr unterschiedlich, weshalb sich eine Reihe von Ergebnissen nur eingeschränkt vergleichen lassen.

Von theoretischer Seite haben vor allem die Arbeiten von G. Mennessier ([43]), D.H. Lyth ([15],[16]) und D. Morgan und M.R. Pennington ([40],[42]) zum heutigen Verständnis des Reaktionsprozesses $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ beigetragen.

Die Schwierigkeiten bei der Interpretation des in Abbildung 6.7 gezeigten Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitts $\sigma_{\gamma\gamma}$ spiegeln die folgenden Fragen wider:

- wie kann man sich die im geladenen Zerfallsmodus beobachtete *Verschiebung der $f_2(1270)$ -Resonanzmasse* um $\simeq 40 \text{ MeV}/c^2$ zu kleineren Massen hin gleichzeitig so erklären, daß sie *im neutralen Zerfallsmodus nicht bzw. entgegengesetzt auftritt?*
- welchen *Ursprung* hat das *Kontinuum* beim geladenen Zerfallsmodus im niederenergetischen Massenbereich und warum ist dieses Kontinuum *im neutralen Zerfallsmodus nur sehr klein?*
- wie weit dringt das Kontinuum in den Resonanzbereich des Tensormesons ein? Ist es *kohärent* oder *inkohärent* zur Breit-Wigner - Amplitude und wie muß sein Beitrag bei der Bestimmung der partiellen Zwei-Photon - Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ berücksichtigt werden?

Bei der ersten Messung von PLUTO (bei PETRA [77], 1980) lag die Akzeptanzkante knapp unterhalb von $\simeq 1 \text{ GeV}/c^2$ invarianter Masse, so daß das Kontinuum nicht beobachtet werden konnte. Bei einer integrierten Speicherringluminosität von 2.6 pb^{-1} reichte darüberhinaus die Statistik nicht aus, um die Massenverschiebung zu beobachten.

Mit einer Luminosität von 13.2 pb^{-1} und einer einfachen Teilchenidentifikation konnte MARK-II (bei SPEAR [78], 1981) bereits den ersten $\gamma\gamma$ -Wirkungsquerschnitt oberhalb von $0.5 \text{ GeV}/c^2$ invarianter Masse bestimmen. Zur Beschreibung des Spektrums wurden in ([78]) als Kontinuum sowohl der *Ein-Pion-Austausch - Born-Term* (siehe Abschnitt 2.4.1) als auch die *QCD - Vorhersage* für höhere Energien (siehe Abschnitt 2.4.2) benutzt. Das verwendete Modell für $\sigma_{\gamma\gamma}$ bestand aus einer kohärenten¹ Addition der Untergrunds - Amplituden mit einer relativistischen f_2 -Breit-Wigner - Amplitude, bei dem zusätzlich eine Dämpfung sowohl des Untergrundes als auch des Interferenztermes eingeführt wurde.

TASSO (bei PETRA [79], 1981) beobachtete, daß der Born-Term einen zu großen Beitrag zum Kontinuum liefert und das Spektrum oberhalb von $\simeq 0.75 \text{ GeV}/c^2$ auch sehr gut durch eine inkohärente Überlagerung einer relativistischen f_2 -Breit-Wigner - Verteilung mit der des $f_0(975)^2$ -Skalars zu beschreiben ist.

Bei einer früheren Analyse von CELLO (bei PETRA [80], 1984) wurden stattdessen die *unitarisierten Modelle* von Mennessier [43] (siehe Abschnitt 7.4) und von Lyth [15] (siehe Abschnitt 7.5) getestet, die die Massenverschiebung ebenfalls beschreiben.

In der mit sehr viel mehr Daten erneut durchgeführten Analyse von PLUTO (bei PETRA [81], 1984), die bis zu Massen $m_{\pi^+\pi^-}$ von $\simeq 0.4 \text{ GeV}/c^2$ herunterreichte, berücksichtigte man hingegen Kohärenz nur noch zwischen der Helizität-2 - Amplitude des Born-Termes und der Breit-Wigner - Amplitude. Für die totale Resonanzbreite stellte man die Notwendigkeit der Einführung einer Energieabhängigkeit fest (siehe Abschnitt 2.3.2). Das unitarisierte Modell von Mennessier wurde ebenfalls getestet, wobei PLUTO keine Evidenz für die Produktion eines $f_0(600)^3$ - oder $f_0(975)/S^*$ - Skalars fand.

Die MARK-II - Kollaboration (bei PEP [83], 1984) verwendete im wesentlichen den gleichen Ansatz wie zuvor bei ihrer ersten Analyse. Zusätzlich wurde jedoch eine Energieabhängigkeit der totalen Resonanzbreite eingeführt und mit einem weiteren Fit-Parameter die Normalisierung des QED-Untergrundes variiert. Das Resultat der Dämpfung des Interferenztermes betrug 0.93.

Von der DELCO - Kollaboration (bei PEP [82], 1984 und bei PEP [85], 1986) wurden aufeinanderfolgend zwei Analysen auf der Basis einer integrierten Luminosität von 43.4 pb^{-1} und von 102.3 pb^{-1} durchgeführt. Das dabei benutzte Modell bestand bei der ersten Analyse ausschließlich aus einer kohärenten Überlagerung von Born- und Breit-Wigner - Amplituden unter Berücksichtigung der Energieabhängigkeit der totalen Breite. Bei der zweiten umfassenden Analyse wurde das Modell durch Einführung einer komplexen Kopplungskonstanten (siehe Abschnitt 7.5) unitarisiert. Neben der von Blatt und Weisskopf [14] eingeführten Dämpfung der Energieabhängigkeit der totalen Breite wurde auch die von Lyth ([15]) vorgeschlagene Formfaktor - Dämpfung getestet (siehe Abschnitt 2.3.2). DELCO fand bei kleineren Massen eine gute Beschreibung des Spektrums durch den Born-Term. Bei einer Interferenzterm-Dämpfung von 0.72 erzielten sie aber auch im f_2 -Bereich eine gute Übereinstimmung mit den Daten, jedoch mußten sie dabei eine Resonanzmasse von nur $1.249 \text{ GeV}/c^2$ in Kauf nehmen. Das unitarisierte Modell von Mennessier beschrieb darüberhinaus die Daten ebensogut.

¹Interferenzterm erzeugt Massenverschiebung! (siehe Abschnitt 7.2)

²alte Bezeichnung: $S^*(975)$

³alte Bezeichnung: $\epsilon(600)$ oder σ

Bei der TPC/2 γ - Analyse (bei PEP [84], 1986) gelang eine akzeptable Beschreibung des gemessenen Wirkungsquerschnitts durch das einfache Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell ebenfalls erst nach Einführung einer Dämpfung des Interferenztermes. Mit dem gefitteten Resultat von 0.5 ± 0.11 war diese Dämpfung zudem sehr groß. Während der Anpassung des Modells an die Daten wurde darüberhinaus ein globaler Normalisierungsfaktor variabel gehalten. Oberhalb der f_2 -Masse fand man eine gute Übereinstimmung der Form des gemessenen Wirkungsquerschnitts mit der des QCD-Modells von Brodsky und Lepage [33]. Die Normalisierungen waren jedoch unterschiedlich.

Anstelle der Interferenzterm-Dämpfung führte man bei MARK-II (bei PEP [86], 1989) eine durch die Arbeit von Morgan und Pennington [40] motivierte Dämpfung des gesamten Born-Termes durch eine Polynomfunktion ein und versuchte anschließend, das gesamte Modell im Sinne der von Lyth [15] vorgeschlagenen Methode zu unitarisieren. Darüberhinaus wurde aber auch ein von Morgan und Pennington zur Verfügung gestelltes Programmpaket getestet. Die Beschreibung des Wirkungsquerschnitts durch das Mennessier-Modell gelang hier nicht.

Von der TOPAZ - Kollaboration (bei KEK [88], 1989) wurden bereits die ersten TRISTAN-Daten entsprechend einer integrierten Luminosität von $10.3pb^{-1}$ ausgewertet. Bei dieser Analyse lag die Akzeptanzschwelle bei einer invarianten Masse von $\simeq 1 GeV/c^2$ und damit zu hoch, um sensitiv bezüglich des Kontinuums zu sein. Als Modell wurde wieder das einfache Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell gewählt, jedoch wurde eine komplexe Phase zugelassen.

Im neutralen Zwei-Pion - Spektrum sollte per Definition ein auf den Born-Term zurückzuführendes Kontinuum verschwinden. Dennoch beobachtete Crystal Ball (bei SPEAR [89], 1982) einen nichtresonanten Beitrag zum $\pi^0\pi^0$ -Spektrum und beschrieb diesen durch eine zur f_2 -Breit-Wigner - Verteilung hinzuzuaddierende Gerade. Desweiteren trug Crystal Ball durch Einführung einer $f_0(975)/S^*$ - Breit-Wigner - Verteilung einer leichten Überhöhung des Wirkungsquerschnitts bei $\simeq 1 GeV/c^2$ Rechnung. Spektakulär war damals die von ihnen gemachte Beobachtung einer Massenverschiebung des f_2 -Mesons um $\simeq 40 MeV/c^2$ zu kleineren invarianten Massen hin, die bei fehlender Interferenz mit einem Kontinuum nicht auftreten sollte und auch von unitarisierten Modellen, wenn überhaupt, nur positiv vorhergesagt wird.

Eine erneute Messung von Crystal Ball (bei DORIS [90], 1988) konnte diese Beobachtung allerdings nicht bestätigen. Man führte das frühere Resultat auf eine fehlerhafte Kalibration zurück. Anstelle des Geraden-Ansatzes wurde hier zur Beschreibung des Untergrundes eine phänomenologische Kurve angesetzt und durch sogenannte *Final-State - Wechselwirkungen*⁴ des geladenen Zerfallskanals nach Morgan und Pennington begründet. Eine leichte Überhöhung des Wirkungsquerschnitts bei $\simeq 1 GeV/c^2$ wurde dem $f_0(975)/S^*$ - Skalar zugeschrieben und durch eine hinzugefügte Breit-Wigner - Amplitude modelliert. Dieser Ansatz wurde später von Pennington als *nicht unitär* kritisiert [46].

Von JADE (bei PETRA [91], 1988) stammt die vorerst letzte Analyse des neutralen Zwei-Pion - Zerfallskanals. Hier wurde ebenfalls ein nichtverschwindendes Kontinuum beobachtet und durch eine geeignete Exponentialfunktion modelliert. Bezüglich der Breit-Wigner - Parametrisierung wurden von JADE zum ersten Mal verschiedene Energieabhängigkeiten im Zusammenspiel mit der Blatt-Weisskopf - Formfaktor-Dämpfung [14] untersucht.

Bei diesem Überblick wurde absichtlich auf die Angabe konkreter Versuchsergebnisse wie *partielle Zerfallsbreiten* und *f_2 -Helizitäten* verzichtet. Sie erfolgt im Zusammenhang mit den Meßergebnissen dieser Analyse. Neben den Unterschieden bei der Behandlung des Kontinu-

⁴siehe Abschnitt 7.3

ums findet man in der zu den Experimenten angegebenen Literatur auch Unterschiede bei der verwendeten Parametrisierung der Breit-Wigner - Amplitude. Auf diesen Punkt wird im folgenden Abschnitt 7.2.1 explizit eingegangen werden. Im Anschluß an die Diskussion des einfachen Born - Breit-Wigner - Interferenzmodells erfolgt zunächst eine Einweisung in die Grundlagen elaborierter Modelle. Hierunter fallen die Modelle von Mennessier, Lyth und Morgan & Pennington, die darauf folgend nacheinander diskutiert werden. Der Schwerpunkt dieses Kapitels liegt in einer Partialwellen-Analyse des gesamten Spektrums. Mit dem Vermessen des Spektrums im hochenergetischen $m_{\pi^+\pi^-}$ - Bereich wird das Kapitel beendet.

7.2 Das einfache Interferenzmodell in der Diskussion

Das einfache Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell besteht aus einer (in)kohärenten Summe (nicht-)interferierender Born-Term - Amplituden und Breit-Wigner - Amplituden. Als Breit-Wigner - Amplituden M_{++}^{BW} und M_{+-}^{BW} werden zur Vereinfachung im folgenden die Wurzeln⁵ des differentiellen Breit-Wigner - Resonanz-Wirkungsquerschnitts (vergl. (2.69)):

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^{BW}(W_{\gamma\gamma}, \cos \vartheta^*)}{d|\cos \vartheta^*|} &= (2J+1) \cdot 8\pi \cdot \left(\frac{m_R}{W_{\gamma\gamma}}\right)^2 \cdot \frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{\pi^+\pi^-}(W_{\gamma\gamma})}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_R^2)^2 + m_R^2 \Gamma_R^2(W_{\gamma\gamma})} \cdot |Y_{J,J_z}(\cos \vartheta^*)|^2 \\ &\equiv |M_{++}^{BW}|^2 + |M_{+-}^{BW}|^2 \end{aligned}$$

bezeichnet. Im Gegensatz zu der in Kapitel 1 verwendeten Definition enthalten diese Amplituden bereits die Phasenraumfaktoren. Es folgt:

$$\begin{aligned} M_{++}^{BW} &= \sqrt{(2J+1) \cdot 8\pi} \cdot \left(\frac{m_R}{W_{\gamma\gamma}}\right) \cdot \frac{\sqrt{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{\pi^+\pi^-}(W_{\gamma\gamma})}}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_R^2) + im_R \Gamma_R(W_{\gamma\gamma})} \cdot |Y_{J,J_z=0}(\cos \vartheta^*)| \\ M_{+-}^{BW} &= \sqrt{(2J+1) \cdot 8\pi} \cdot \left(\frac{m_R}{W_{\gamma\gamma}}\right) \cdot \frac{\sqrt{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{\pi^+\pi^-}(W_{\gamma\gamma})}}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_R^2) + im_R \Gamma_R(W_{\gamma\gamma})} \cdot |Y_{J,J_z=2}(\cos \vartheta^*)| \end{aligned}$$

Die reellen Born-Term - Amplituden M_{++}^B und M_{+-}^B (2.83) seien im folgenden ebenso normiert, daß die inkohärente Summe ihrer Quadrate direkt den differentiellen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^B(W_{\gamma\gamma}, \cos \vartheta^*)}{d|\cos \vartheta^*|} = |M_{++}^B|^2 + |M_{+-}^B|^2 \quad (7.1)$$

angibt. Die gleiche Normierung wird durch geeignete Skalierung der Kugelflächenfunktionen⁶ Y_{J,J_z} ebenso für die aus den Amplituden herausprojizierten Partialwellen $r_{J,J_z}(W_{\gamma\gamma})$ des Born-Termes⁷ und $\text{bw}_{J,J_z}(W_{\gamma\gamma})$ der Breit-Wigner - Verteilung (mit $M_{++}^{BW}(W_{\gamma\gamma}, \cos \vartheta^*) = \text{bw}_{J,J_z=0}(W_{\gamma\gamma}) \cdot Y_{J,0}(\cos \vartheta^*)$ und $M_{+-}^{BW}(W_{\gamma\gamma}, \cos \vartheta^*) = \text{bw}_{J,J_z=2}(W_{\gamma\gamma}) \cdot Y_{J,2}(\cos \vartheta^*)$) erreicht.

Im Rahmen des einfachen Born - Breit-Wigner - Interferenzmodells ergibt sich der differentielle Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt somit durch:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}(W_{\gamma\gamma}, \cos \vartheta^*)}{d|\cos \vartheta^*|} = |r_{0,0} Y_{0,0} + (r_{2,0} + \text{bw}_{2,0}) Y_{2,0} + M_{++}^{RB}|^2 + |(r_{2,2} + \text{bw}_{2,2}) Y_{2,2} + M_{+-}^{RB}|^2 \quad (7.2)$$

⁵hier ist die komplexe Wurzel mit Breit-Wigner - Phase gemeint

⁶Im folgenden bedeutet das Fehlen des Argumentes φ in $Y_{J,J_z}(\theta, \varphi)$, daß über diese Variable bereits integriert wurde.

⁷siehe (2.87) in Abschnitt 2.4.1

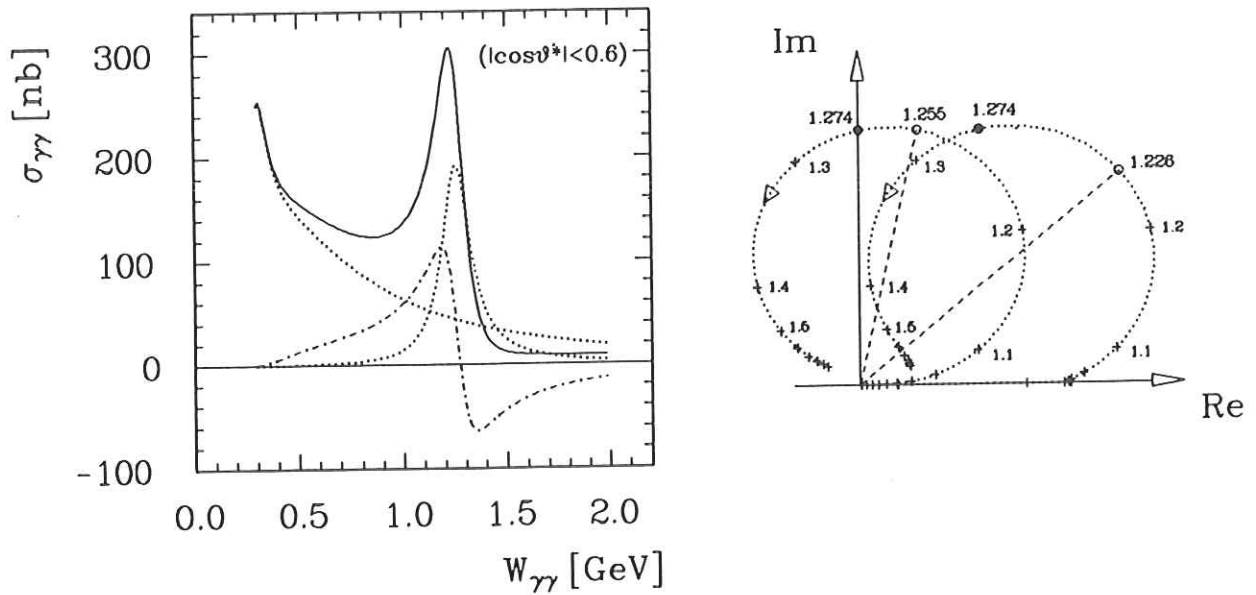


Abbildung 7.1: Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell im Winkelintervall $|\cos\vartheta^*| < 0.6$; **Links:** Breit-Wigner - Resonanzkurve ($\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = 2.2 \text{ keV}$), Born-Term Kontinuum und deren kohärente Addition. Der ebenfalls gezeigte Interferenzterm trägt zur Massenverschiebung bei; **Rechts:** Argand-Diagramm der relativistischen Breit-Wigner - Amplitude und das ihrer kohärenten Addition mit dem reellen Born-Term. Die Massenverschiebung wird im rechten Diagramm durch die Energieverschiebung des vom Ursprung am weitesten entfernten Trajektorienpunktes verdeutlicht.

Dabei werden die höheren Partialwellen des Born-Termes durch die in Abschnitt 2.4.1 definierten *Rest-Born - Amplituden* M^{RB} berücksichtigt. Für den Fall einer reinen Spin-2 / Helizität-2 Resonanz vereinfacht sich dieser Ausdruck zu:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}(W_{\gamma\gamma}, \cos\vartheta^*)}{d|\cos\vartheta^*|} = |M_{++}^B|^2 + |bw_{2,2} \cdot Y_{2,2} + M_{+-}^B|^2 \quad (7.3)$$

In Abbildung 7.1 wird links der Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt des Interferenz-Modells gezeigt, wie er sich für eine $(J, J_z) = (2, 2)$ - Resonanz mit einer partiellen Breite von $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = 2.2 \text{ keV}$ im Winkelbereich $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ ergibt. Im Gegensatz zur inkohärenten Summe der Breit-Wigner - und Born-Term - Amplituden tritt bei einer kohärenten Summation der Amplituden im Wirkungsquerschnitt zusätzlich der gestrichelt eingezeichnete Interferenzterm auf. Dieser Interferenzterm trägt unterhalb der nominellen Resonanzmasse zu einer Erhöhung - und oberhalb zu einer Erniedrigung des Spektrums bei und resultiert daher in einer Verschiebung des Peaks zu kleineren Massen.

Äquivalent hierzu verdeutlicht Abbildung 7.1 rechts die Peakverschiebung im Argand-Diagramm⁸. Der linke Kreis zeigt die entgegengesetzt zur Uhrzeigerrichtung umlaufende Trajektorie einer relativistischen Breit-Wigner - Amplitude. Aufgrund der Energieabhängigkeit der totalen Zerfallsbreite und der in den Breit-Wigner - Amplituden enthaltenen Phasenraumfaktoren wird der Kreis von der Imaginärachse nicht genau halbiert. Die Energie des vom Ursprung am weitesten entfernten Trajektorienpunktes fällt darüberhinaus auch nicht mit der

⁸Ein Argand-Diagramm ist die energieabhängige Trajektorie einer Amplitude in der komplexen Ebene.

nominellen Resonanzmasse zusammen. Sie ist in diesem Beispiel um $\simeq 20 \text{ MeV}/c^2$ zu kleineren Massen hin verschoben. Die reine Resonanzkurve in Abbildung 7.1 (links) hat in dem hier gewählten Beispiel ihr Maximum ebenfalls statt bei $1.274 \text{ GeV}/c^2$ nur bei $1.255 \text{ GeV}/c^2$. Durch Hinzuaddieren der reellen Born-Term - Amplituden wird jetzt der gesamte Breit-Wigner - Kreis (energieabhängig) parallel zur reellen Achse nach rechts verschoben, wobei der Punkt mit dem größten Abstand vom Ursprung zu noch kleineren Energie wandert (hier: $1.226 \text{ GeV}/c^2$) und dadurch eine Verschiebung um weitere $\simeq 30 \text{ MeV}/c^2$ erzeugt.

Die Größe der Massenverschiebung ist neben der partiellen Zwei-Photon - Zerfallsbreite sehr stark von der Helizitäts-Struktur des $f_2(1270)$ - Mesons abhängig. Bei reiner Helizität-0 wäre beispielsweise der Interferenzterm wesentlich kleiner⁹. Einen weiteren Einfluß auf die Massenverschiebung hätte die Einführung einer komplexen Kopplungskonstante $\sqrt{\Gamma_{\gamma\gamma}} e^{i\alpha}$ und damit einer Phase α zwischen den Born-Term - und den Breit-Wigner - Amplituden. Eine solche Phase würde den gesamten Breit-Wigner - Kreis um den Ursprung drehen (siehe Abbildung 7.13).

7.2.1 Problem der Breit-Wigner - Parametrisierung

Für das Tensormeson $f_2(1270)$ führt die in dieser Analyse benutzte Breit-Wigner - Parametrisierung¹⁰ zum differentiellen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt :

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^{BW}(W_{\gamma\gamma}, \cos\vartheta^*)}{d|\cos\vartheta^*|} = 40\pi \cdot \left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^2 \cdot \frac{\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma}) \cdot BR(f_2 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_{f_2}^2)^2 + m_{f_2}^2 \Gamma_{f_2}^2(W_{\gamma\gamma})} \cdot |Y_{2,J_z}(\cos\vartheta^*)|^2 \quad (7.4)$$

Die Energieabhängigkeit der totalen f_2 - Zerfallsbreite ist, wie in Abschnitt 2.3.2 gezeigt wurde, eine Konsequenz aus der Goldenen Regel der Quantenmechanik. Sie lautet nach (2.51) mit $k^* \equiv \vec{k}^*(W_{\gamma\gamma})$ und $k_s \equiv \vec{k}^*(m_{f_2})$:

$$\Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma}) = \Gamma_{f_2} \cdot \left(\frac{k^*}{k_s}\right)^5 \cdot \frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}} \cdot f^2(W_{\gamma\gamma}) \quad (7.5)$$

wobei $f^2(W_{\gamma\gamma})$ für die ggf. benutzte Formfaktor-Dämpfung steht.

In Tabelle 7.1 sind der in dieser Analyse benutzten Parametrisierung die verwendeten Parametrisierungen anderer Experimente gegenübergestellt. Sowohl bei der Definition der Breit-Wigner - Partialwelle bw_{2,J_z} als auch bei der Energieabhängigkeit ihrer totalen Zerfallsbreite treten teilweise große Unterschiede auf.

In den meisten Fällen beruhen die Unterschiede in einem zusätzlichen Energiefaktor $(m_{f_2}/W_{\gamma\gamma})^n$ oder/und der Hinzunahme einer Formfaktor-Dämpfung nach Blatt-Weisskopf [14] oder Lyth [16] (siehe Abschnitt 2.3.2). Diese Unterschiede wirken sich auf die einfache Breit-Wigner - Resonanzkurve nur marginal aus (s. Abb. 7.2 (d)-(f)). Treten jedoch (durch Kohärenz zum Born-Kontinuum) zusätzlich Interferenzterme auf, so können diese zu erheblichen Verzerrungen des Wirkungsquerschnitt-Spektrums beitragen, wie Abbildungen 7.2 (a)-(c) deutlich zeigen.

Der Grund, Formfaktoren wie die von Blatt-Weisskopf oder Lyth einzuführen, liegt darin, Divergenzen von Resonanzbreiten und Wirkungsquerschnitten bei großen Energien zu verhindern (siehe Abschnitt 2.3.2). Als ungewollter Nebeneffekt tritt hier jedoch eine starke

⁹ $M_{++}^B \ll M_{+-}^B$

¹⁰ siehe (2.69)

Experiment	Reaktion	$\text{bw}_{2,J_z} / \left[\frac{40\pi \cdot BR(f_2 \rightarrow \pi^{+(0)} \pi^{-(0)})}{(W_{\gamma\gamma}^2 - m_{f_2}^2)^2 + m_{f_2}^2 \Gamma_{f_2}^2(W_{\gamma\gamma})} \right]$	$\Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma}) / [\Gamma_{f_2} \cdot (\frac{k^*}{k_s})^5]$
CELLO	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^2 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1$
PLUTO [77]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^0 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}$	$\Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma}) = \Gamma_{f_2}$
MARK-II [78]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	nicht näher spezifiziert	nicht näher spezifiziert
TASSO [79]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	nicht näher spezifiziert	$F_{\text{Bl.w.}}(2fm)$
CELLO [80]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Menessier-Programmpaket	1
PLUTO [81]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
DELCO [82]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
MARK-II [83]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
TPC/2 γ [84]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	nicht näher spezifiziert	nicht näher spezifiziert
DELCO [85]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^2 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma}(s) \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1 \cdot F_{\text{Lyth}}(a = 0.5)$
MARK-II [86]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1 \cdot BR(f_2 \rightarrow \gamma\gamma) \cdot \Gamma_{f_2}^2(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
TASSO [87]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^2 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
TOPAZ [88]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^0 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
Cryst.-Ball [89]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$	nicht näher spezifiziert	nicht näher spezifiziert
Cryst.-Ball [90]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^2 \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^1 \cdot F_{\text{Bl.w.}}(1fm)$
JADE [91]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$	$\left(\frac{m_{f_2}}{W_{\gamma\gamma}}\right)^{n+3} \cdot \Gamma_{\gamma\gamma} \cdot \Gamma_{f_2}(W_{\gamma\gamma})$	$F_{\text{Bl.w.}}(rfm)$

Tabelle 7.1: Breit-Wigner - Parametrisierung und Formfaktor - Dämpfung bei den bislang durchgeführten Experimenten. Es stehen: $F_{\text{Bl.w.}}(r)$ für den Blatt-Weisskopf - Formfaktor und $F_{\text{Lyth}}(a)$ für den Lyth - Formfaktor.

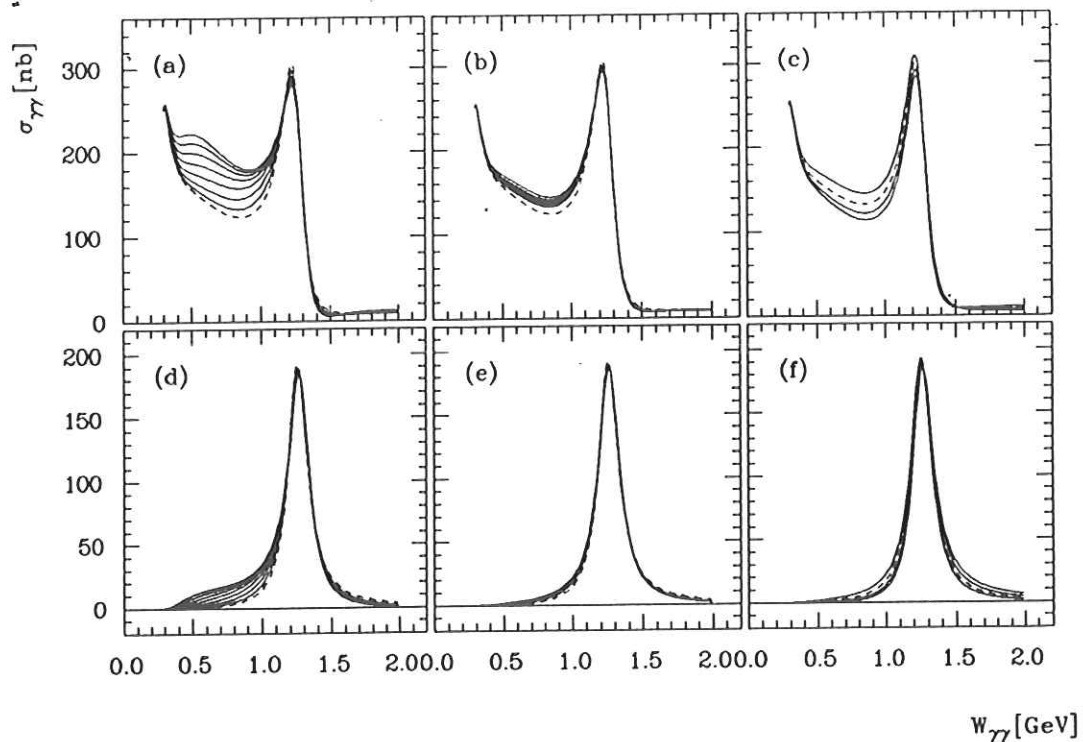


Abbildung 7.2: Formfaktor-Dämpfungen und Parametrisierungs-Unterschiede beim Interferenzmodell im Winkelintervall $|\cos\vartheta^*| < 0.6$; (a) Interferenzmodell mit Blatt-Weisskopf - Formfaktor-Dämpfung ($r = 0.4, 0.6, \dots, 1.6 \text{ fm}$), (b) Interferenzmodell mit Lyth - Formfaktor-Dämpfung ($a = 0.2, 0.4, \dots, 1.6 \text{ GeV}^2$), (c) Interferenzmodell bei geänderter Breit-Wigner - Parametrisierung (mit zusätzlichem Energie-Faktor $(m_{f_2}/W_{\gamma\gamma})^n$, $n = -2, -1, 0, +1$), (d)(e)(f) die dazugehörigen Breit-Wigner - Resonanzkurven. Die jeweils gestrichelt eingezeichneten Kurven gelten für die in dieser Analyse benutzte Parametrisierung ohne Formfaktor-Dämpfung.

Verzerrung des Spektrums unterhalb der Resonanzmasse auf. Diese in Form einer immer beobachteten Erhöhung des Wirkungsquerschnitts resultierende Verzerrung könnte im Prinzip durch die Wirkung zusätzlicher energieabhängiger Faktoren $(m_{f_2}/W_{\gamma\gamma})^n$ mit $n < 0$ kompensiert werden. Das willkürliche Hinzufügen oder Weglassen solcher Faktoren ist jedoch nicht gerechtfertigt. Stattdessen wird in dieser Analyse auf eine Formfaktor-Dämpfung völlig verzichtet und das Problem eventuell auftretender Divergenzen von Resonanzbreiten und Wirkungsquerschnitten mit dem Problem der Gültigkeit der Breit-Wigner - Näherung bei breiten Resonanzen verknüpft. Von JADE [91] durchgeführte, detaillierte Untersuchungen der Resonanzform im neutralen Zerfallskanal $f_2(1270) \rightarrow \pi^0\pi^0$ unterstützen für die hier gewählte Breit-Wigner - Parametrisierung ebenfalls das Weglassen einer Formfaktor-Dämpfung. In der letzten Zeile von Tabelle 7.1 ist die von JADE für eine Anpassungsrechnung an das gemessene Wirkungsquerschnitts-Spektrum benutzte Parametrisierung angegeben. Auf ein minimales χ^2 führte dort sowohl die Parametrisierung $n = -3$, $r = 1 \text{ fm}$ als auch $n = 0$, $r = 0 \text{ fm}$. Nach Tabelle 7.1 ist aber die Parametrisierung $n = 0$, $r = 0 \text{ fm}$ zu der in dieser Analyse verwendeten exakt identisch.

7.2.2 Problem des Born-Term Kontinuums

Mit der im vorigen Abschnitt begründeten Breit-Wigner - Parametrisierung erhält man im einfachen Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell die in Abbildung 7.3 gezeigte, optimale

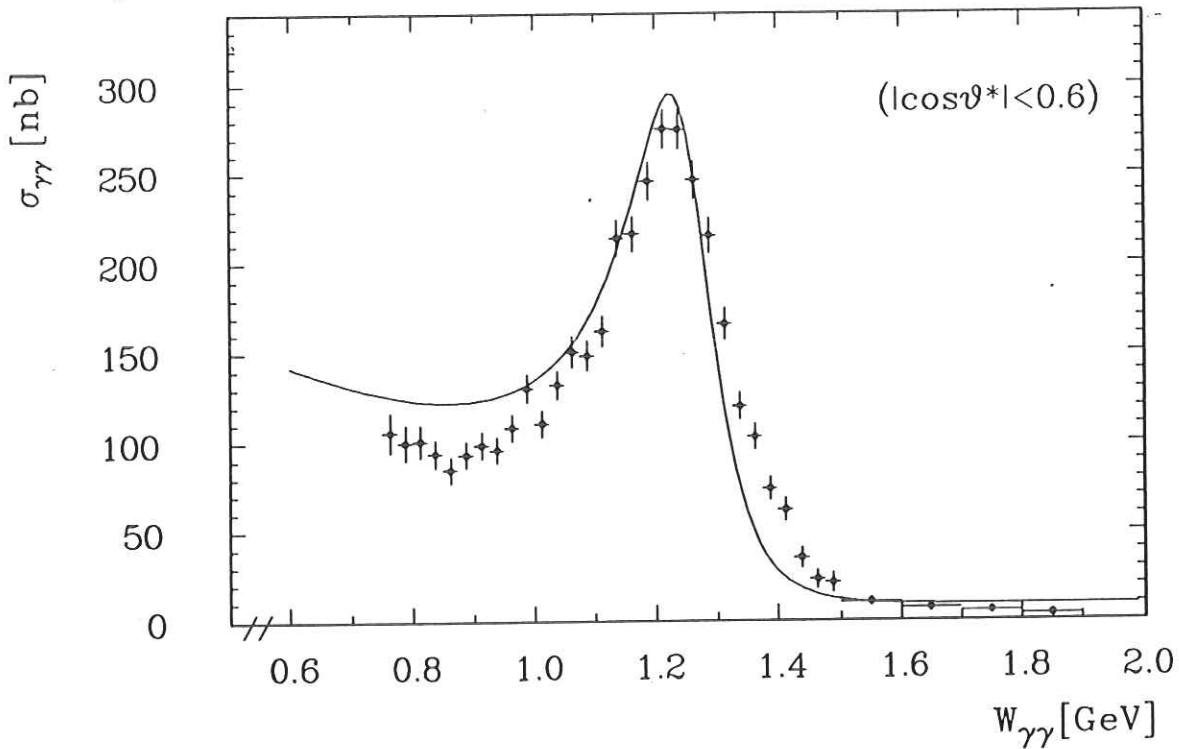


Abbildung 7.3: Optimale Anpassung des einfachen Interferenzmodells an den gemessenen Wirkungsquerschnitt.

Anpassung an den gemessenen Wirkungsquerschnitt. Der einzige Fit-Parameter war hier die partielle Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$. Für die totale Zerfallsbreite und die nominelle Resonanzmasse wurden die Weltmittelwerte [19] eingesetzt. Als Fehler der Meßwerte wurden sowohl die rein statistischen als auch die durch quadratisches Hinzuaddieren von systematischen Fehlern gewonnenen Gesamtfehler verwendet. In einem weiteren Fit wurde darüberhinaus auch die Anpassung an den gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitt optimiert. Die Fit-Ergebnisse der partiellen Breite und das auf die Zahl der Freiheitsgrade normierte χ^2 sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ [keV]	χ^2	NF	χ^2/NF	Bemerkung
2.09 ± 0.04	421.8	34	12.41	Fit an $\sigma_{\gamma\gamma}$ mit statistischen Fehlern
2.19 ± 0.09	129.3	34	3.80	ditto mit stat. \oplus syst.Fehlern
2.08 ± 0.04	909.5	264	3.44	Fit an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $

Die relativ großen Werte von χ^2/NF bedeuten eine insgesamt geringe Güte der Anpassung, die durch die schlechte Modell-Beschreibung der Daten in Abbildung 7.3 veranschaulicht wird. Unterhalb der nominellen $f_2(1270)$ -Masse überschätzt das Modell den gemessenen Wirkungsquerschnitt und oberhalb von $\approx 1.3 \text{ GeV}/c^2$ unterschätzt es ihn.

In früheren Analysen ([83],[82] und [84]) wurde aus diesem Grunde, wie bereits erwähnt, eine *Dämpfung des Interferenzterms* vorgenommen. In Abbildung 7.4 ist die Wirkung dieser Dämpfung auf den totalen Wirkungsquerschnitt gezeigt. Während $\sigma_{\gamma\gamma}$ bei Energien unterhalb der Resonanzmasse abfällt und oberhalb ansteigt, wird die Massenverschiebung kleiner. Die

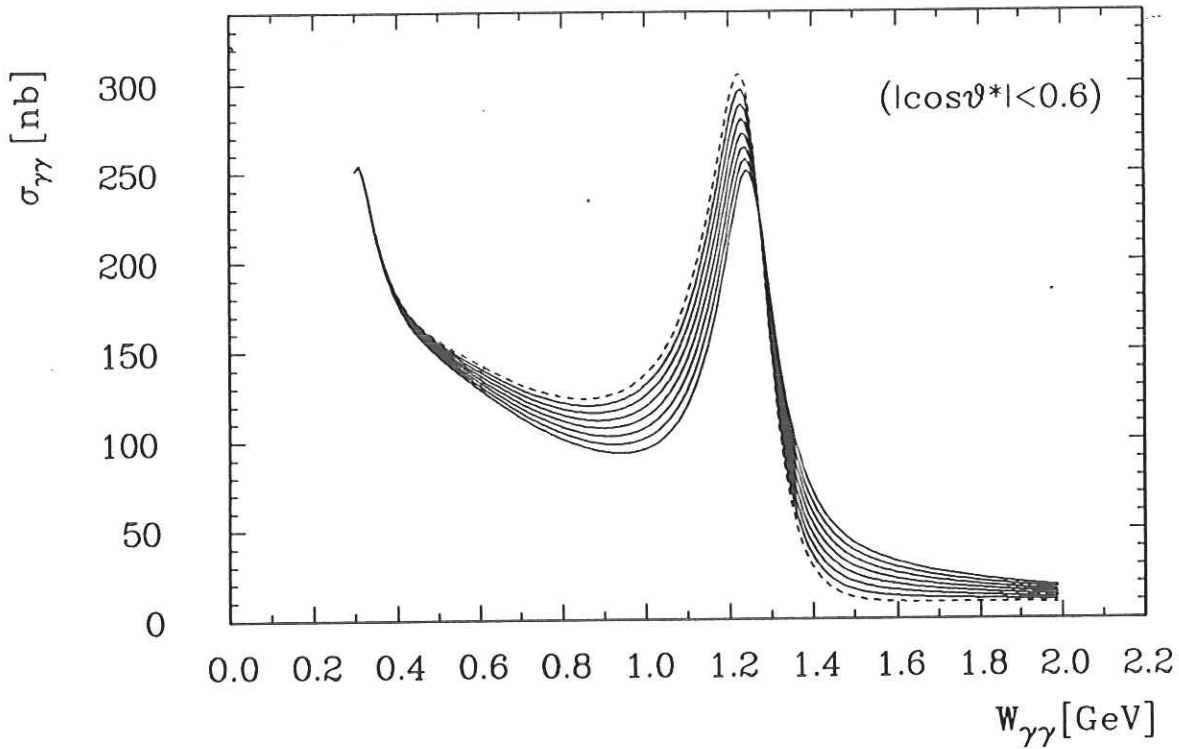


Abbildung 7.4: Das einfache Interferenzmodell mit Dämpfung des Interferenztermes um $\kappa = 0.9, 0.8, \dots, 0.3$.

Resonanz-Peakhöhe senkt sich dabei ab. Die Ergebnisse von Anpassungsrechnungen sowohl an den totalen als auch an den differentiellen Wirkungsquerschnitt sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt. Der Fit-Parameter κ gibt hierin die Stärke der Dämpfung an.

$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ [keV]	κ	χ^2	NF	χ^2/NF	Bemerkung
2.33 ± 0.05	0.76 ± 0.021	295.7	33	8.96	Fit an $\sigma_{\gamma\gamma}$ mit statistischen Fehlern
2.36 ± 0.10	0.80 ± 0.035	100.4	33	3.04	ditto mit stat. \oplus syst.Fehlern
2.29 ± 0.04	0.76 ± 0.021	786.9	263	2.99	Fit an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $

Insgesamt ist die Güte der Fits nur unwesentlich besser geworden. Die Fit-Ergebnisse der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ sind allerdings leicht angestiegen.

Das einfache Interferenzmodell reicht demnach nicht aus, eine befriedigende Beschreibung der Daten zu liefern. Erst durch stärkere Manipulationen wie beispielsweise die einer formfaktorartigen Dämpfung¹¹ des gesamten Born-Termes¹² mit:

$$\kappa = \frac{1}{(1 + a \cdot W_{\gamma\gamma}/\text{GeV})^2} \quad (7.6)$$

liefert das Interferenz-Modell zuverlässige Vorhersagen. In Abbildung 7.5 ist der beste Fit des so erweiterten Modells an die Daten gezeigt. Die im kleinen Diagramm angegebene

¹¹siehe Parametrisierung in [94]

¹²hier ist der Wirkungsquerschnitt gemeint

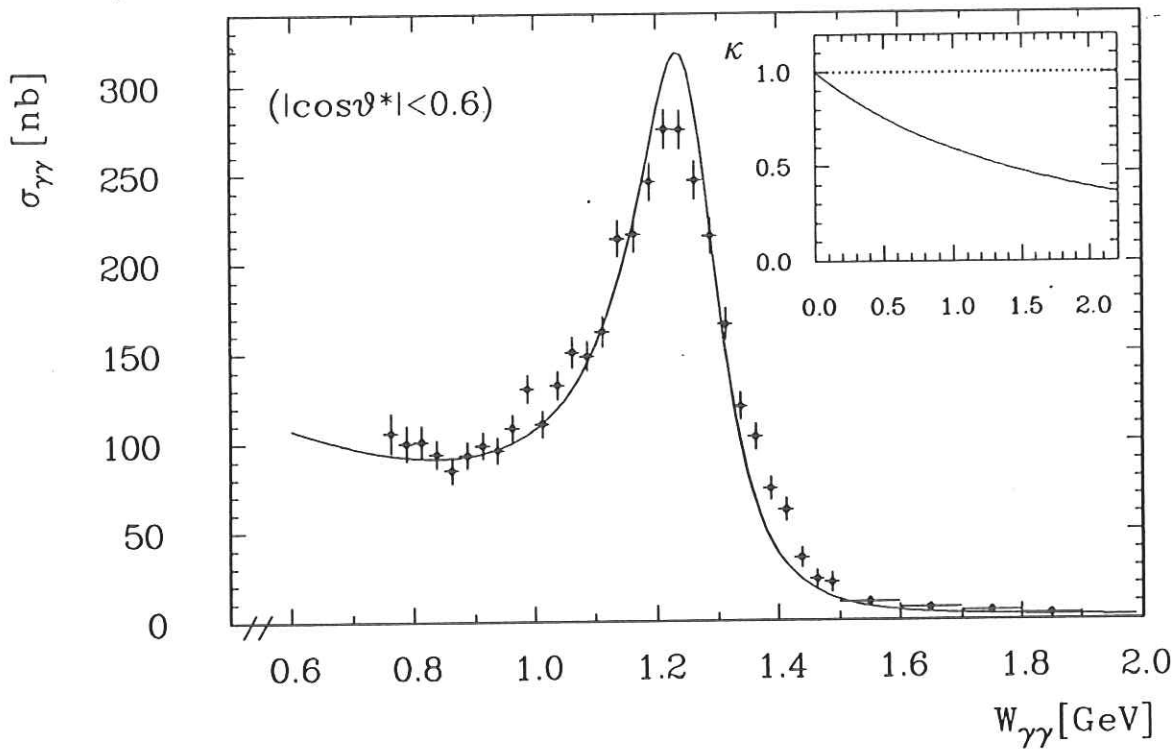


Abbildung 7.5: Das einfache Interferenzmodell mit Dämpfung des gesamten Born-Termes um $\kappa = 1/(1 + a \cdot W_{\gamma\gamma}^2)$ mit $a = 0.30$ (siehe Fenster).

Dämpfungsfunktion gilt für den im Fit optimierten Parameter $a = 0.30$. Dieses und weitere Fit-Resultate sind der folgenden Tabelle zu entnehmen.

$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ [keV]	a	χ^2	NF	χ^2/NF	Bemerkung
2.81 ± 0.06	0.30 ± 0.024	160.6	33	4.87	Fit an $\sigma_{\gamma\gamma}$ mit statistischen Fehlern
3.02 ± 0.12	0.36 ± 0.051	45.6	33	1.38	ditto mit stat. \oplus syst.Fehlern
2.73 ± 0.05	0.28 ± 0.022	650.4	263	2.47	Fit an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $

Rechtfertigen läßt sich die Einführung einer Dämpfung des gesamten Born-Termes durch (7.6) aus zwei Gründen:

- für $s = (m_{\pi^+\pi^-})^2 \rightarrow 0$ verschwindet die Dämpfung, so daß automatisch das Nieder-Energie - Theorem von Low [30] erfüllt ist (siehe Abschnitt 7.3.2),
- bei zunehmenden Energien kann die Vorstellung einer Kopplung von Photonen an *punktförmige* Pionen nicht mehr richtig sein, da die Photonen die innere Struktur der Pionen beginnen aufzulösen¹³.

Darüberhinaus führen aber auch elaboriertere Modelle als das einfache Interferenzmodell auf Born-Term - Änderungen, die zu der hier verwendeten Dämpfung (7.6) äquivalent sind. Da

¹³In diesem Zusammenhang wird auf das völlige Versagen der Born-Term - Beschreibung für $\gamma\gamma \rightarrow K^+K^-$ bereits unmittelbar an der kinematischen Schwelle bei $\simeq 1 \text{ GeV}/c^2$ verwiesen [51].

hierauf näher eingegangen werden soll, erfolgt zunächst die Einführung in die Grundlagen solcher Modelle.

7.3 Grundlagen elaborierter Modelle

Als elaboriert werden in dieser Arbeit solche Modelle bezeichnet, bei denen die Übergangs-Amplituden für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ sowohl analytisch und unitär sind als auch das Niederenergie-Theorem von Low [30] erfüllen. Die Unitaritäts-Forderung trägt dabei der Möglichkeit Rechnung, daß die Hadron-Paare unmittelbar nach ihrer Erzeugung durch weitere, gegenseitige, hadronische Wechselwirkungen elastisch, aber auch inelastisch aneinander gestreut werden können. Diese Endzustands-Wechselwirkungen werden im folgenden mit dem aus dem Englischen übernommenen Begriff *Final-State - Wechselwirkungen* bezeichnet.

Während die Zwei-Photon - Kopplung an die Konstituenten (Quarks) des hadronischen Systems ($\pi\pi, K\bar{K}$) zunächst ein rein elektromagnetischer Prozeß ist, gelten bei der Ausbildung der Endzustands-Hadronen (Fragmentation) und deren *Final-State* - Reaktionen die Gesetze der starken Wechselwirkung. Aufgrund der Erhaltung des Isospins in der QCD kann deshalb die bereits mehrfach durchgeführte Zerlegung der Amplituden in Partialwellen um eine Isospin-Aufteilung erweitert werden.

7.3.1 Partialwellen - Zerlegung und Isospin-Aufteilung der Amplituden

Ist $M_{a,b}$ die Übergangs-Amplitude zweier Photonen mit Helizitäten a und b in den Endzustand X (Resonanz oder Kontinuum), dann läßt sich die Partialwellen - Zerlegung von M in folgender Weise schreiben:

$$\begin{aligned} M_{++}(s, \vartheta^*) &= \sum_{J \geq 0} m_{J, J_z=0}(s) \cdot Y_{J, J_z=0}(|\cos \vartheta^*|) \\ M_{+-}(s, \vartheta^*) &= \sum_{J \geq 2} m_{J, J_z=2}(s) \cdot Y_{J, J_z=2}(|\cos \vartheta^*|), \end{aligned} \quad (7.7)$$

mit s als Mandelstam-Variable der Gesamtenergie und den durch $\int_{-1}^1 [Y_{J, J_z}(\cos \vartheta^*)]^2 d\cos \vartheta^* \equiv 1$ skalierten Kugelflächenfunktionen. Im folgenden seien zur Vereinfachung, wie in Abschnitt 7.2, die Amplituden $M_{a,b}$ durch Aufnahme von Phasenraumfaktoren (streng genommen deren Wurzeln) so normiert, daß ihr Absolutquadrat $|M_{ab}|^2$ jeweils direkt den dazugehörigen, differentiellen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt ergibt. Durch die gewählte Skalierung der Kugelflächenfunktionen sind damit auch die Absolutquadrate der Partialwellen-Amplituden $|m_{J, J_z}(s)|^2$ äquivalent zu $\sigma_{\gamma\gamma; J, J_z}$, dem totalen Wirkungsquerschnitt der Partialwelle.

Pionen haben den Isospin $I = 1$ mit einer der Ladungen entsprechenden dritten Komponente $I_3 = 1, 0, -1$. Durch gewöhnliche Spin-Addition [19] ergibt sich für das Zwei-Pion - System die Isospin-Komposition:

$$\begin{aligned} \pi^0\pi^0 &= \sqrt{\frac{2}{3}} |2, 0\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}} |0, 0\rangle \\ \pi^+\pi^- &= \sqrt{\frac{1}{3}} |2, 0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}} |0, 0\rangle, \end{aligned} \quad (7.8)$$

mit der Schreibweise $|I, I_3\rangle$ für die Isospin-Eigenfunktionen, die sich umgekehrt aus den Ladungszuständen des Zwei-Pion - Systems wiederum wie folgt zusammensetzen:

$$\begin{aligned} |2, 0\rangle &= \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^+\pi^- + \sqrt{\frac{2}{3}}\pi^0\pi^0 \\ |0, 0\rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}}\pi^+\pi^- - \sqrt{\frac{1}{3}}\pi^0\pi^0. \end{aligned} \quad (7.9)$$

Im folgenden sollen hochgestellte Indizes anzeigen, ob es sich um Größen in der Isospin-Basis oder in der Ladungs-Basis handelt. Für die Übergangs-Amplituden M_{ab} lautet die Isospin-Dekomposition beispielsweise:

$$\begin{aligned} M_{ab}^{(00)} &= \sqrt{\frac{2}{3}}M_{++}^{(I=2, I_3=0)} - \sqrt{\frac{1}{3}}M_{++}^{(I=0, I_3=0)} \\ M_{ab}^{(+ -)} &= \sqrt{\frac{1}{3}}M_{++}^{(I=2, I_3=0)} + \sqrt{\frac{2}{3}}M_{++}^{(I=0, I_3=0)} \end{aligned} \quad (7.10)$$

und die Zerlegung von M_{ab}^{I, I_3} in Partialwellen (7.7):

$$\begin{aligned} M_{++}^{(I, I_3)}(s, \vartheta^*) &= \sum_{J \geq 0} m_{J, J_z=0}^{I, I_3}(s) \cdot Y_{J, J_z=0}(|\cos \vartheta^*|) \\ M_{+-}^{(I, I_3)}(s, \vartheta^*) &= \sum_{J \geq 2} m_{J, J_z=2}^{I, I_3}(s) \cdot Y_{J, J_z=2}(|\cos \vartheta^*|). \end{aligned} \quad (7.11)$$

Die Ein-Pion-Austausch - Born-Term - Amplituden¹⁴ M_{ab}^B sind per Konstruktion nur für das geladene Zwei-Pion - System definiert. Nach (7.9) folgt daher für die Isospin-Eigenzustände:

$$\begin{aligned} M_{ab}^{B(I=2)} &= \sqrt{\frac{1}{3}}M_{ab}^{B(+ -)} \\ M_{ab}^{B(I=0)} &= \sqrt{\frac{2}{3}}M_{ab}^{B(+ -)}. \end{aligned} \quad (7.12)$$

Berechnet man umgekehrt nach (7.8) hieraus wieder die Amplituden in der Ladungsbasis, so verschwindet, wie gewünscht, $M_{ab}^{B(00)}$.

Bei der Breit-Wigner - Amplitude des $f_2(1270)$ Mesons war die Isospin-Aufteilung bislang implizit durch das Verzweungsverhältnis $BR(f_2(1270) \rightarrow \pi^+\pi^-)$ berücksichtigt¹⁵. Auf den hier entwickelten Isospin-Formalismus umgeschrieben, wäre zunächst in (2.67) das Verzweungsverhältnis durch $BR(f_2(1270) \rightarrow \pi\pi)$ ersetzt und die Breit-Wigner - Amplitude M_{ab}^{BW} als solche in Isospinkomponenten $M_{ab}^{BW(I)}$ zerlegt. Da das f_2 -Meson ein Isoskalar ist, sind $m_{2, J_z=0}^{BW(I=0)}$ und $m_{2, J_z=2}^{BW(I=0)}$ die einzigen, nichtverschwindenden Komponenten der Partialwellen-Zerlegung von $M_{ab}^{BW(I)}$.

7.3.2 Das Niederenergie - Theorem von Low

Das Niederenergie - Theorem von Low [30]¹⁶ ist eine Konsequenz der QED - Eichinvarianz und besagt, daß die den Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ beschreibende Amplitude $M_{\pm\pm}$, im Grenzwert

¹⁴siehe Abschnitt 2.4.1

¹⁵Alle bislang erzielten Ergebnisse ändern sich daher nicht.

¹⁶Von Gell-Mann und Goldberger [31] erschien nur drei Wochen später ein Artikel mit der gleichen Interpretation. Weitere Arbeiten hierzu stammen von Arbarbanel und Goldberger [32].

kleiner Energien, in die Born-Term - Amplituden übergehen muß :

$$\lim_{s \rightarrow 0} M_{+\pm}(s, \vartheta^*) = M_{+\pm}^B(s, \vartheta^*) \quad (7.13)$$

Dieses Theorem gilt sogar exakt für $m_\pi \neq 0$ [40]. Eine äquivalente Formulierung des Theorems folgt für die Partialwellen von $M_{+\pm}(s, \vartheta^*)$:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{m_{J,J_z}(s)}{r_{J,J_z}(s)} = 1 \quad ; \quad m_{J,J_z}(s) - r_{J,J_z}(s) = 0(s) \quad (7.14)$$

mit den in (2.87) definierten Born-Term - Komponenten $r_{J,J_z}(s)$.

Anstelle der Energie $W_{\gamma\gamma}$ wurde hier erneut die Mandelstam-Variable $s = (q_1 + q_2)^2 = W_{\gamma\gamma}^2$ benutzt. Zusammen mit den in Abschnitt 2.4.1 definierten Mandelstam-Variablen des Impulsübertrages t und u erfüllen diese bei der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ die Identität:

$$s + t + u = 4m_\pi^2 \quad (7.15)$$

und können daher durch die bereits in Abschnitt 4.2.2 verwendete Technik senkrechter Projektionen auf die Seiten eines gleichseitigen Dreiecks der Höhe $2m_\pi^2$ zweidimensional dargestellt werden. Abbildung 7.6 zeigt die physikalischen Bereiche bei einer solchen Darstellung. Jeder Eintrag stellt ein mittels Monte-Carlo - Generator erzeugtes und kinematisch erlaubtes Ereignis dar. Während im s-Kanal die Schwelle erst bei einer dem Quadrat der zweifachen Pionmasse entsprechenden Energie liegt, öffnen sich der t- und u-Kanal bereits bei $s = 0$, $t = u = m_\pi^2$. Der Austausch von schwereren Teilchen (ρ -, ω -, φ - Mesonen) oder Teilchenpaaren ($\pi\pi$) im t- oder u-Kanal erzeugt dort weitere Schwellen, von denen die nächstliegenden, die Schwellen für $\pi\pi$ - Austausch, in Abbildung 7.6 bereits sichtbar sind.

Das Niederenergie-Theorem von Low erzwingt beim Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ den Übergang in die Born-Term - Amplituden bei Annäherung an den Punkt $s = 0$, $t = u = m_\pi^2$. Als Konsequenz der Nähe¹⁷ dieses Punktes zum physikalischen Bereich des s-Kanals sollten oberhalb der Schwelle zunächst nur leichte Modifikationen der Born-Term - Amplituden notwendig sein, um den Wirkungsquerschnitt zu beschreiben ([40],[42],[43]). Bei zunehmender Energie können diese Modifikationen natürlich stark ansteigen, so daß die Born-Term - Näherung immer unangemessener erscheinen mag.

Von der DM1-DM2 - Kollaboration [100] wurde der Wirkungsquerschnitt für $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ direkt an der Schwelle gemessen und eine Überhöhung gegenüber der Born-Term - Vorhersage um nahezu 100% gefunden. Das Low'sche Nieder-Energie - Theorem widerspricht dieser Messung im Prinzip nicht. Aufgrund der Größe des Effekts wurde sie von Theoretikern jedoch stark angezweifelt [40]. Auch der von PLUTO [81] veröffentlichte Wirkungsquerschnitt zeigt zwei Meßpunkte, die als Indiz einer Abweichung von der Born-Term - Vorhersage bei kleinen Energien interpretiert werden könnten. Ihre Signifikanz ist jedoch nicht sehr groß. Darüberhinaus verweist der Autor [101] auf die systematische Unsicherheit bei der Messung.

In Abbildung 7.18 wird der von MARK-II [86] veröffentlichte, totale Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}$ gezeigt. Durch den Betrieb des Detektors mit vermindertem Magnetfeld gelang es der Kollaboration, den Wirkungsquerschnitt in unmittelbarer Nähe der kinematischen Schwelle zu messen. Somit konnte die Gültigkeit einer beispielsweise von Morgan und Pennington [42] vorgeschlagenen, leichten Born-Term - Modifikation zuverlässiger getestet und letztendlich der Einfluß des Theorems von Low, in den physikalischen Bereich hinein, verifiziert werden.

¹⁷Abbildung 7.6 zeigt nur einen sehr kleinen Ausschnitt im Schwellenbereich. Die Position des $f_2(1270)$ - Tensormesons wäre beispielsweise bei $s = 84m_\pi^2$ einzuzeichnen.

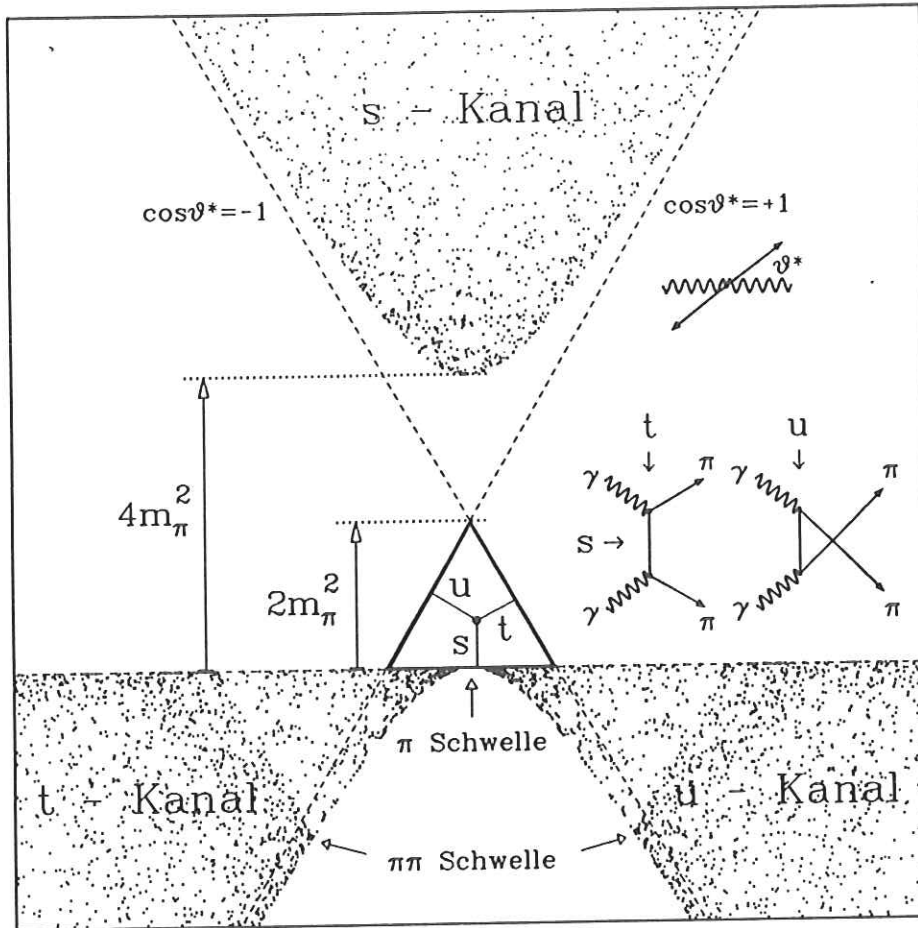


Abbildung 7.6: Der Zusammenhang der drei Mandelstam-Variablen $s-t-u$ beim Prozeß $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$. Aufgrund der Beziehung $s + t + u = 2m_\pi^2$ werden sie in dieser Darstellung als senkrechte Projektionen auf die Seiten des gleichseitigen Dreiecks der Höhe $2m_\pi^2$ aufgetragen. Die kinematische Schwelle liegt im s -Kanal bei $4m_\pi^2$ und im $t(u)$ -Kanal bei m_π^2 . Beim Austausch zweier Pionen im $t(u)$ -Kanal bildet sich eine zweite Schwelle aus. Der physikalisch erlaubte Bereich wird im s -Kanal links und rechts durch den Zerfallswinkel ϑ^* im Helizitätssystem begrenzt. Die Einträge wurden mit einem Ereignisgenerator produziert.

7.3.3 Unitarität – das Theorem von Watson

In seiner allgemeinsten Form wird die elastische Streuung der Wellenfunktion zweier Teilchen aus einem Anfangszustand ($|p_1 p_2\rangle$) in den Endzustand ($\langle p'_1 p'_2|$) durch den S – Operator vermittelt [19,102,103]. Der Zusammenhang zu den hier entwickelten Übergangsamplituden M ist [19]:

$$\langle p'_1 p'_2 | S | p_1 p_2 \rangle = 1 - i(2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2) \cdot \frac{M(p_1, p_2; p'_1, p'_2)}{\sqrt{2E_1 2E_2} \sqrt{2E'_1 2E'_2}} \quad (7.16)$$

In Operatornotation wird durch diesen Zusammenhang auch der T – Operator definiert:

$$S = 1 - i a_i T_{if} a_f \quad (7.17)$$

wobei im folgenden die reellen Faktoren $a_{i,f}$ eine Abkürzung für die in den Wurzeln von (7.16) auftretenden Phasenraumfaktoren des Anfangs- (i) und Endzustandes (j) sind.

Unitarität bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit für den Übergang des Anfangszustandes in den Endzustand gleich Eins sein muß. Sie ist daher eine Trivialität. Formal ausgedrückt lautet die Forderung in Operator Schreibweise:

$$\boxed{S^\dagger S = 1} \quad (7.18)$$

wobei S^\dagger der adjungierte Operator zu S ist. Tritt neben elastischer auch inelastische Streuung auf, so ist der Formalismus zu erweitern. In Matrixschreibweise lautet die Darstellung des S - Operators (S -Matrix) dann für den im folgenden wichtigen Spezialfall gekoppelter $\gamma\gamma$ -, $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ - Kanäle:

$$S = \begin{pmatrix} 1 - ia_{\gamma\gamma}^2 M_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma} & -ia_{\gamma\gamma} a_{\pi\pi} M_{\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi} & -ia_{\gamma\gamma} a_{K\bar{K}} M_{\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K}} \\ -ia_{\pi\pi} a_{\gamma\gamma} M_{\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma} & 1 - ia_{\pi\pi}^2 M_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi} & -ia_{\pi\pi} a_{K\bar{K}} M_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}} \\ -ia_{K\bar{K}} a_{\gamma\gamma} M_{K\bar{K} \rightarrow \gamma\gamma} & -ia_{K\bar{K}} a_{\pi\pi} M_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi} & 1 - ia_{K\bar{K}}^2 M_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}} \end{pmatrix} \quad (7.19)$$

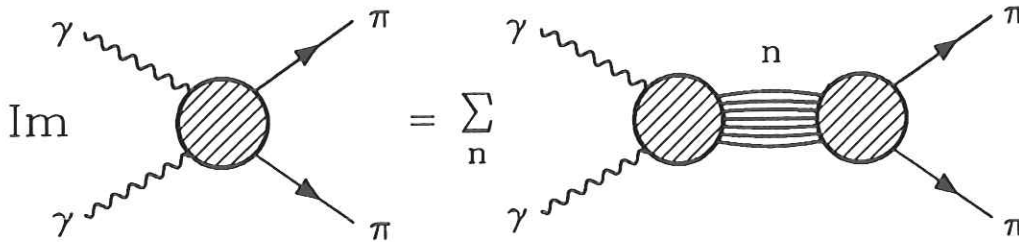
Nach (7.18) muß das Matrixprodukt mit:

$$S^\dagger = \begin{pmatrix} 1 + ia_{\gamma\gamma}^2 M_{\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma}^* & +ia_{\pi\pi} a_{\gamma\gamma} M_{\pi\pi \rightarrow \gamma\gamma}^* & +ia_{K\bar{K}} a_{\gamma\gamma} M_{K\bar{K} \rightarrow \gamma\gamma}^* \\ +ia_{\gamma\gamma} a_{\pi\pi} M_{\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi}^* & 1 + ia_{\pi\pi}^2 M_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^* & +ia_{K\bar{K}} a_{\pi\pi} M_{K\bar{K} \rightarrow \pi\pi}^* \\ +ia_{\gamma\gamma} a_{K\bar{K}} M_{\gamma\gamma \rightarrow K\bar{K}}^* & +ia_{\pi\pi} a_{K\bar{K}} M_{\pi\pi \rightarrow K\bar{K}}^* & 1 + ia_{K\bar{K}}^2 M_{K\bar{K} \rightarrow K\bar{K}}^* \end{pmatrix} \quad (7.20)$$

die Einheits-Matrix ergeben. Damit reduziert sich die Unitaritätsbedingung in dem hier betrachteten Fall auf neun Gleichungen, die von den Übergangsamplituden simultan erfüllt werden müssen. Eine dieser Gleichungen lautet:

$$\boxed{2 \operatorname{Im} M_{\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi} = \sum_{n=\gamma\gamma, \pi\pi, K\bar{K}} a_n^2 \cdot M_{\gamma\gamma \rightarrow n}^* M_{n \rightarrow \pi\pi}} \quad (7.21)$$

Sie stellt den sehr wichtigen Zusammenhang zwischen dem Imaginärteil der Erzeugungsamplitude und den *Final-State - Wechselwirkungen* beschreibenden, hadronischen Übergangsamplituden $M_{n \rightarrow \pi\pi}$ (mit $n \neq \gamma\gamma$) her. In symbolischer Form wird hierfür auch häufig:



skizziert. Gleichung (7.21) ist nicht linear. Sie besitzt nach [40] dennoch eine triviale Lösung der Form:

$$\boxed{M_{\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi}^{(I)} = \sum_{n=\pi\pi, K\bar{K}, \dots} \alpha_n \cdot M_{n \rightarrow \pi\pi}^{(I)}} \quad (7.22)$$

wobei die Summe jetzt um weitere hadronische Zwischenzustände n erweitert und den Amplituden der Isospin-Index (I) angebracht wurde. Da die Koeffizienten α_n oberhalb der $\pi\pi$ -Schwelle reelle Funktionen sind [44], folgt bereits ohne Kenntnis dieser Funktionen die äußerst wichtige und unter dem Namen *Watsons Theorem* [104] bekannte Konsequenz:

Unterhalb der ersten inelastischen Schwelle ($s = m_{K\bar{K}}^2$) müssen die Phasen $\phi_{J,J_z}^{(I)}(s)$ der Partialwellen $m_{J,J_z}^{(I)}(s)$ von $M_{\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi}^{(I)}$ mit den Phasen $\delta_{J,J_z}^{(I)}(s)$ der entsprechenden Partialwellen von $M_{\pi\pi \rightarrow \pi\pi}^{(I)}$ (elastische $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ - Streuung), bis auf Differenzen modulo π , exakt übereinstimmen.

In einer Formel ausgedrückt lautet das Theorem von Watson:

$$\phi_{J,J_z}^{(I)}(s) \equiv \delta_{J,J_z}^{(I)}(s) + k \cdot \pi \quad ; \quad \text{für } s < m_{K\bar{K}}^2 \quad (7.23)$$

Oberhalb der $K\bar{K}$ - Schwelle gilt das Watsonsche Theorem nicht mehr exakt. Hier ist die Phase $\phi_{J,J_z}^{(I)}(s)$ nach (7.22) zunächst gleich der des gekoppelten hadronischen Systems aus $\pi\pi$ - und $K\bar{K}$ - Zuständen. Bei einer Energie von $1.1 \text{ GeV}/c^2$ öffnet sich ein weiterer Kanal ($\eta\eta$) und koppelt an das System an. Später treten auch Kanäle mit noch höheren Schwellen ($\rho\rho$, $\omega\omega$ und $\phi\phi$) hinzu und modifizieren die Phasenbeziehung.

Von Lukaszuk [105] wurde das Watsonsche Theorem durch eine Abschätzung der Korrekturen zu (7.23) auf den Bereich oberhalb der ersten inelastischen Schwelle generalisiert. Hiernach sind die Korrekturen bei der Analyse des Zwei-Pion - Endzustandes bis $W_{\gamma\gamma} \simeq 1.6 \text{ GeV}/c^2$ nur sehr klein, da in diesem Energiebereich die Amplitude für elastische $\pi\pi$ - Streuung gegenüber der Amplitude für inelastische $\pi\pi \rightarrow K\bar{K}$ - Streuung dominiert (siehe z.B. [45]). Das in (7.23) ausgedrückte Watsonsche Theorem kann daher für diese Analyse durch die Näherung:

$$\phi_{J,J_z}^{(I)}(s) \simeq \delta_{J,J_z}^{(I)}(s) + k \cdot \pi \quad ; \quad \text{für } 1 < s/[\text{GeV}/c^2]^2 < 2.6 \quad (7.24)$$

erweitert werden.

Zusammenfassend zwingt also die Forderung nach Unitarität den Amplituden der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ die elastischen Streu-Phasen der Amplituden für $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ auf. Diese Streu-Phasen sind für die niedrigsten Partialwellen bekannt.

7.3.4 Die elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_J^I

Bei der elastischen Pion-Pion - Streuung hängen die Phasen der Streuamplituden, neben der Schwerpunktsenergie, von den Quantenzahlen *Drehimpuls* und *Isospin* ab. In den hierdurch festgelegten Kanälen fallen schnelle Phasenbewegungen mit der Produktion resonanter Zwischenzustände zusammen. Eine alternative Definition einer Resonanz ist daher umgekehrt auch eine schnelle Phasenbewegungen im Argand-Diagramm [109].

Zur experimentellen Bestimmung der Streuphasen wurden Mitte der siebziger Jahre am CERN eine Reihe äußerst komplizierter Analysen durchgeführt. Ihre Messung erfolgt prinzipiell über den Nachweis von Interferenzen mit bekannten Referenzwellen. Die von Morgan und Pennington in [40] benutzten Streuphasen¹⁸ ([106],[107],[108]) wurden von Hochstatistik-Experimenten am CERN-Protonen-Synchrotron ermittelt. Der Zugang zu den Isospin-2 - S- und D-Wellen gelang in [106] durch die Analyse von 17.500 Ereignissen des Typs: $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$. Gegenüber der bereits sehr kleinen und negativen Streuphase δ_0^2 wurde hier eine nochmals um den Faktor $\simeq 10$ unterdrückte D-Wellen Phase δ_2^2 gefunden. Die von [107] durchgeführte Messung im Isospin-0 - Kanal erfolgte mit 300.000 Ereignissen des Typs: $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^+n$. Direkt an der Schwelle für Pion-Paar - Erzeugung gelang in [108] die Streuphasen-Analyse durch Studien von K_{e^+} - Zerfällen (Kaon-Zerfälle des Typs: $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^-e^+\nu$). Bei diesen Zerfällen tragen im Pion - System nur die I=0 S-Welle und die I=1 P-Welle bei.

Abbildung 7.7 zeigt den Verlauf der niedrigsten Streuphasen, wie er insgesamt aus diesen Messungen folgt. Im Bereich durchgezogener Linien sind die Streuphasen bekannt. Gepunktete Linien stellen Extrapolationen dar, die für diese Analyse angenommen wurden. Ein im

¹⁸Eine Diskussion über die Kompatibilität von Streuphasenmessungen wird in [44] geführt.

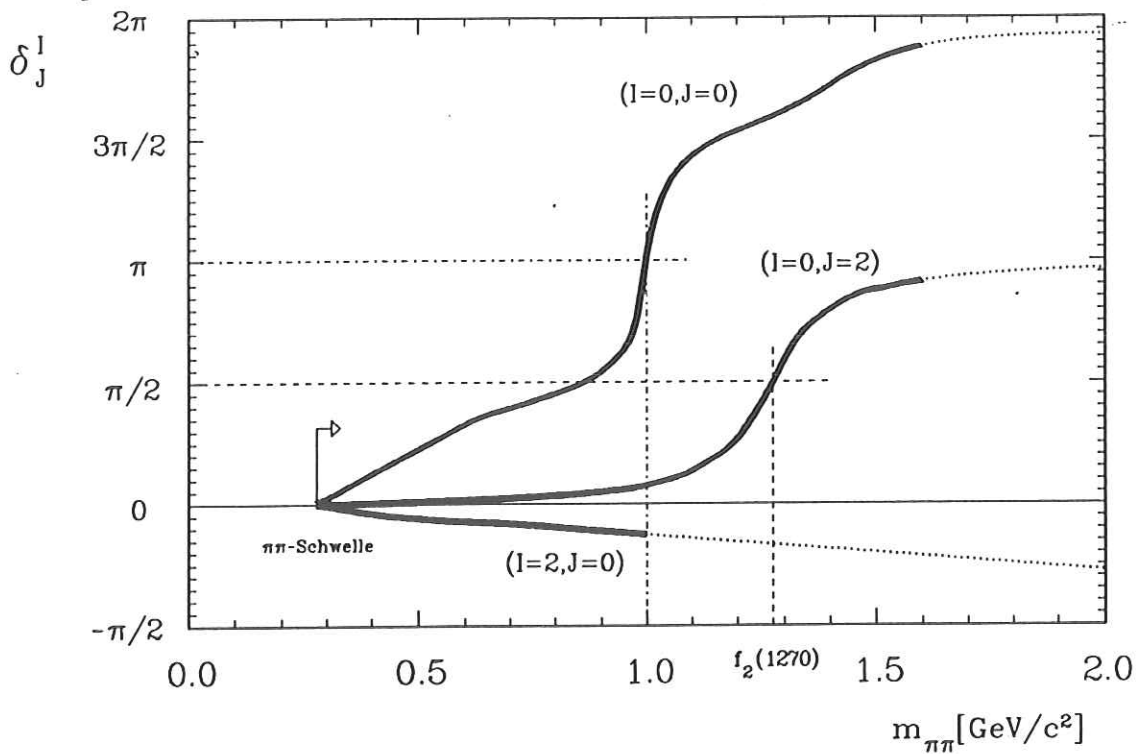


Abbildung 7.7: Die elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_J^I für $(I=0, J=0)$, $(I=0, J=2)$ und $(I=2, J=0)$. Im Bereich durchgezogener Linien sind die Streuphasen bekannt. Gepunktete Linien hingegen bedeuten Extrapolationen.

folgenden wichtiger Punkt betrifft den in Abbildung 7.7 gezeigten Phasenverlauf der Isospin-0 - D-Welle. Der Phasenverlauf entspricht sehr genau dem einer Breit-Wigner - Amplitude für das Tensormeson $f_2(1270)$, das als resonanter Zwischenzustand in dieser Welle auftritt. Bei der nominellen Resonanzmasse $m_{f_2} = 1.274 \text{ GeV}/c^2$ beträgt der Wert der Streuphase δ_2^0 gerade 90° .

Die Welle $(I=0, J=0)$ weist neben der dem $f_0(975)/S^*$ - Skalar zuzuschreibenden, schnellen Phasenbewegung bei $\simeq 1.0 \text{ GeV}/c^2$ einen langsamen, aber stetigen Anstieg der Phase im gezeigten Energiebereich auf. Als Grund für diesen Anstieg werden häufig weitere Skalare wie $f_0(600)/\epsilon(600)$, $f_0(1400)/\epsilon(1300)$ und andere verantwortlich gemacht [43,44], deren Existenzen jedoch nicht unumstritten sind (siehe Abschnitt 2.5.6).

In Abbildung 7.7 wurde die Isospin-2 D-Wellen - Streuphase, aufgrund der in [106] gefundenen Vernachlässigbarkeit gegenüber δ_0^2 , nicht eingezeichnet.

7.4 Das Modell von Mennessier in der Diskussion

Das älteste der elaborierten $\sigma_{\gamma\gamma}$ - Modelle zur Beschreibung der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ wurde 1982 von Mennessier entwickelt [43] und in Form eines Programmpaketes den Experimentatoren zur Verfügung gestellt. Bei der früheren Analyse von CELLO [80] wurde das Modell zuerst erfolgreich getestet. Eine weitere Bestätigung gelang durch die Analysen von PLUTO [81] und DELCO [85]. Bei den zuletzt durchgeführten Hochstatistik-Experimenten von MARK-II [86] und Crystal Ball [90] jedoch mißlang die erfolgreiche Anpassung des Modells an die Daten.

Das Modell von Mennessier zählt zu den elaborierten Modellen, da es auf der Basis

analytischer¹⁹ und unitärer Amplituden den *Final-State - Wechselwirkungen* Rechnung trägt. Mit nur wenigen freien Parametern werden gleichzeitig Vorhersagen für den Wirkungsquerschnitt der Produktion sowohl geladener und neutrale Pion-Paare als auch geladener und neutraler Kaon-Paare gemacht.

Mennessier ist jedoch bei der Aufteilung der Amplituden in Isospin-Amplituden leider ein Rechenfehler unterlaufen. Die Clebsch-Gordan Koeffizienten vor den $|\pi^0\pi^0\rangle$ - Amplituden in Formel (A.3) des Anhangs A von [43] sind nicht korrekt. Sie müßten richtig lauten:

$$\begin{aligned} |\pi\pi, I=0\rangle &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|\pi^+\pi^-\rangle - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}}|\pi^0\pi^0\rangle \\ |\pi\pi, I=2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}|\pi^+\pi^-\rangle + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|\pi^0\pi^0\rangle . \end{aligned} \quad (7.25)$$

Als Konsequenz ist auch die neutrale Pion-Paar - Amplitude in der darauffolgenden Formel (A.4) unkorrekt. Richtig müßte sie lauten:

$$|\pi^0\pi^0\rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}|\pi\pi, 0\rangle + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}|\pi\pi, 2\rangle . \quad (7.26)$$

Der Fehler tritt ebenfalls in Mennessiers Programm-Paket auf. Die Schwierigkeiten der Crystal Ball - Kollaboration [90] bei der Anpassung dieses Modells an den von ihnen gemessenen $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ - Wirkungsquerschnitt lassen sich zum Teil sicherlich auf diesen Fehler zurückführen.

Der Aufbau des Mennessier-Modells besteht im wesentlichen aus drei Teilen. Im ersten Teil werden die im t- und u-Kanal auftretenden Singularitäten durch die bekannten Born-Term - Amplituden (Ein-Pion-Austausch) und deren Erweiterung auf den Austausch von gewöhnlichen Vektormesonen modelliert. Im sich anschließenden zweiten Teil werden diese Amplituden dann unitarisiert, um so die im s-Kanal auftretenden *Final-State - Wechselwirkungen* zu berücksichtigen. Das Hinzufügen direkter Zwei-Photon - Kopplungen an s-Kanal - Resonanzen erfolgt im dritten und letzten Teil. Durch dieses Vorgehen erreichte Mennessier ein Entkoppeln der Prozesse der starken Wechselwirkung von denen der elektromagnetischen. Das Modell ist bis $\simeq 1.3 - 1.4 \text{ GeV}/c^2$ gültig. Oberhalb dieser Grenze sind die Pion-Pion - Wechselwirkungen (und Streuphasen) weniger gut bekannt und die Zahl der sich öffnenden Schwellen anderer Zwischenzustände nimmt zu. Die Austausch-Amplituden im t(u)-Kanal wären darüberhinaus in der benutzten Näherung zu ungenau.

Um die Unitarisierung der Amplituden durchzuführen, konstruierte Mennessier zunächst die in Abbildung 7.8 (b) gezeigten I=0 S-Wellen - Übergangsamplituden $T_{\pi\pi}$ und $T_{\pi K}$ und bestimmte die darin enthaltenen Kopplungen: $g_1, g_2, g'_1, g'_2, \lambda_{11}, \lambda_{12}$ und λ_{22} (siehe Abbildung 7.8 (a)) durch einen Fit an die in Abbildung 7.7 gezeigte Streuphase δ_0^0 . Als Modell benutzte Mennessier dabei drei unterschiedliche Ansätze:

Modell A : elastische Streuung, ohne $f_0(975)/S^*$ - Kopplung, K-Matrix mit einem Pol plus konstantem Untergrund.

Modell B : in $K\bar{K}$ - Schwellennähe sehr inelastisch, $f_0(975)/S^*$ - Pol bei $\simeq 1 \text{ GeV}/c^2$, $\Gamma_{f_0(975)/S^*} = 50 \text{ MeV}$.

Modell C : weniger stark an $K\bar{K}$ koppelnd, $f_0(975)/S^*$ - Pol weiter von reeller Achse entfernt als in B.

¹⁹siehe Abschnitt 7.6.1

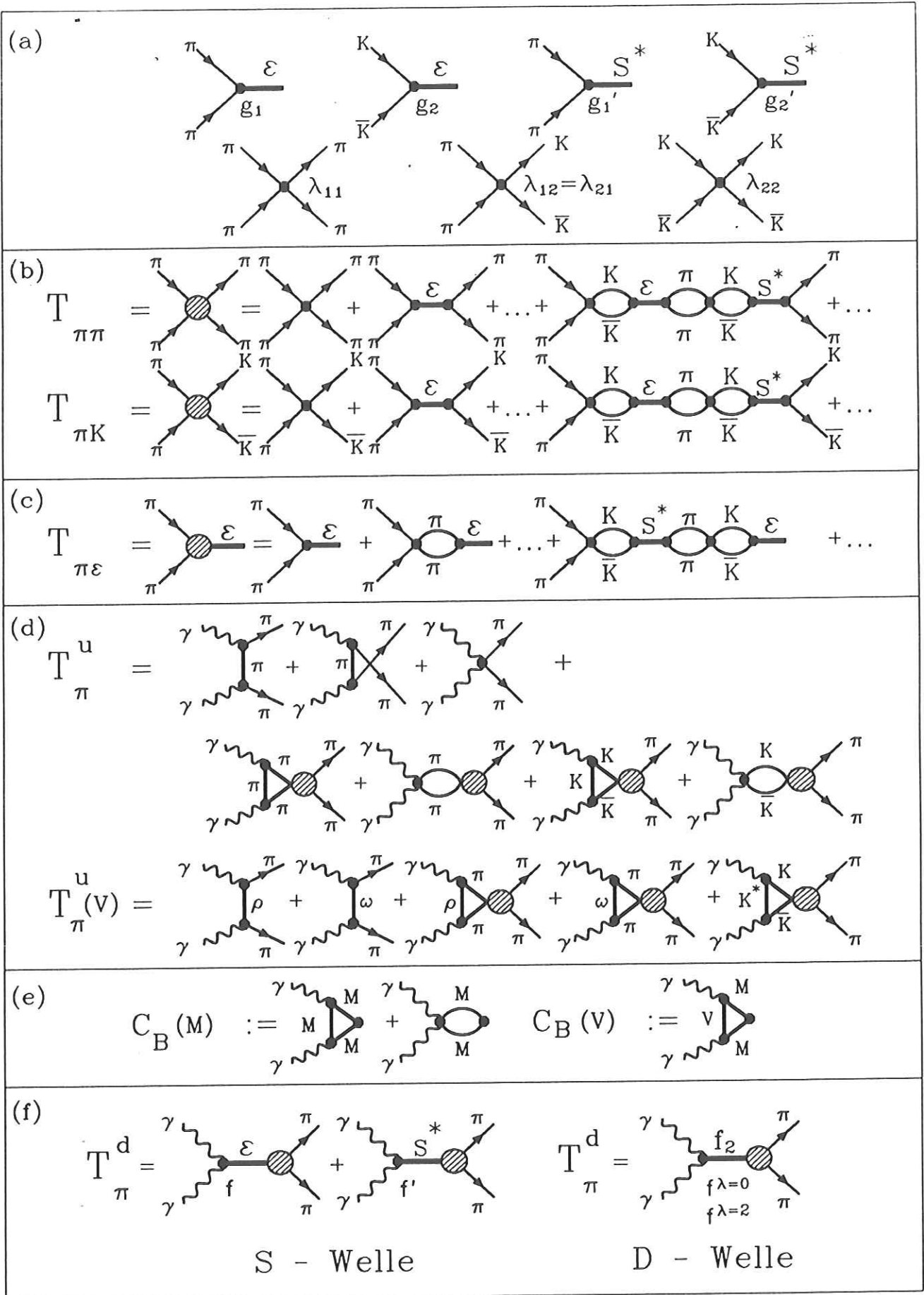


Abbildung 7.8: Unitarisierungs - Amplituden bei Mennessier

Bei Modell B und C enthielt die K-Matrix zwei Pole plus Untergrund. Modell A ist per Konstruktion nicht in der Lage, den Phasensprung von δ_0^0 bei $\simeq 1 \text{ GeV}/c^2$ zu beschreiben, und wird daher im folgenden nicht weiter beachtet. Die aus diesen Anpassungsrechnungen folgenden Kopplungskonstanten und Pole sind bei Mennessier [43] tabellarisch angegeben. In allen drei Modellen wird jeweils ein Pol bei kleiner invarianter Masse ($500 - 700 \text{ MeV}$) gefunden, der sich mit dem $f_0(600)^{20}$ assoziieren läßt. Modelle B und C besitzen darüberhinaus zwei weitere Pole in einem anderen Riemann-Blatt (siehe Abschnitt 7.6.1), von denen der eine mit dem Skalar $f_0(1400)$ (alte Bezeichnung: $\varepsilon(1300)$) identifiziert werden kann. Modell B weist weiterhin einen dicht an der reellen s-Achse liegenden $f_0(975)/S^*$ -Pol auf.

Durch Verwendung der gefundenen Kopplungskonstanten wird umgekehrt der Übergangsamplitude $T_{\pi\pi}$ die elastische $\pi\pi$ -Streuphase aufgezwungen und somit Unitarität erreicht (siehe Abschnitt 7.3.3). Die in Abbildung 7.8 (b) durch die Blase am Vertex symbolisierten Unitarisierungskorrekturen lassen sich explizit durch analytische Chew-Mandelstam-Funktionen $C(s, m)$ berechnen.

Die I=0 D-Welle wird nach Mennessier durch das Tensormeson $f_2(1270)$ dominiert. Zu ihrer Parametrisierung benutzt er daher eine K-Matrix mit einem f_2 -Pol sowie effektive Kopplungen g_π und g_K an den $\pi\pi f_2$ - und $K\bar{K} f_2$ -Vertices. Sowohl die *nackte* Resonanzmasse²¹ als auch die Kopplungskonstanten resultieren aus der Forderung, ein f_2 -Signal bei einer Masse von $1.270 \text{ GeV}/c^2$ mit einer totalen Breite von 180 MeV und einem Verzweigungsverhältnis von 3% in den $K\bar{K}$ -Kanal zu erhalten.

Durch die so durchgeführte Parametrisierung der starken Wechselwirkung werden effektive $\pi\pi$ -Resonanz- und $K\bar{K}$ -Resonanz-Kopplungen erzielt, von denen der $\pi\pi - \varepsilon$ -Vertex $T_{\pi\varepsilon}$ in Abbildung 7.8 (c) exemplarisch gezeigt wird. Für sie werden ebenfalls analytische Ausdrücke angegeben.

Bei der Behandlung elektromagnetischer Prozesse nähert Mennessier zunächst die t(u)-Kanal Singularitäten in der Amplitude für $\gamma\pi(K) \rightarrow \gamma\pi(K)$ -Streuung durch die gewöhnlichen Pole beim Einteilchen-Austausch an. Abbildung 7.8 zeigt in (d) die Erweiterung der bereits aus Abschnitt 2.4.1 bekannten Ein-Pion-Austausch-Born-Term-Amplituden M^B auf unitarisierte Amplituden. Die hadronischen Vertex-Blasen sind die zu $T_{\pi\pi}$ und $T_{\pi K}$ in (b) berechneten. Eine äquivalente Born-Term-Amplitude T_π^u folgt für den Zwei-Kaon-Endzustand. Neben den Endzustandsmesonen als Austauschteilchen berücksichtigt Mennessier auch den Austausch der Vektormesonen²² ρ , ω und K^* im t(u)-Kanal. Dies führt zu der in Abbildung 7.8 (d) unten gezeigten Generalisierungs-Amplitude $T_\pi^u(V)$ und einer entsprechenden Amplitude für Kaonen im Endzustand. Mit den Abkürzungen $C_B(M)$ und $C_B(V)$ für die in Abbildung 7.8 (e) dargestellten Vertexfunktionen können die generalisierten und unitarisierten Born-Term-Amplituden wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} T_\pi^u \\ T_K^u \end{bmatrix}^{g/u} &= b_\pi \alpha \begin{bmatrix} f^B(\pi) + C_B(\pi) \cdot T_{\pi\pi} \\ C_B(\pi) \cdot T_{\pi K} \end{bmatrix} + \sum_{V=\rho, \omega} b_V \alpha h_V^2 \begin{bmatrix} f^{BG}(V) + C_B(V) \cdot T_{\pi\pi} \\ C_B(V) \cdot T_{\pi K} \end{bmatrix} \\ &+ b_K \alpha \begin{bmatrix} C_B(K) \cdot T_{K\pi} \\ f^B(K) + C_B(K) \cdot T_{KK} \end{bmatrix} + \sum_{V=K^{*+}, K^{*0}} b_V \alpha h_V^2 \begin{bmatrix} C_B(V) \cdot T_{K\pi} \\ f^{BG}(V) + C_B(V) \cdot T_{KK} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Hier steht $f^B(M)$ für die gewöhnliche Born-Term-Amplitude M_{ab}^B und $f^{BG}(V)$ für den einfachsten Austauschgraphen der generalisierten Amplitude $T_\pi^u(V)$. Die Faktoren b_M und

²⁰In diesem Abschnitt wird auch von der alten Bezeichnung $\varepsilon(600)$ oder $\sigma(600)$ Gebrauch gemacht.

²¹Masse im Fall fehlender Wechselwirkung.

²²Das ϕ -Meson wird hierbei vernachlässigt.

b_V sind Clebsch-Gordan - Koeffizienten und die Kopplungskonstanten h_V parametrisieren den Austausch der Vektormesonen im $t(u)$ -Kanal.

Zu diesen generalisierten und unitarisierten Amplituden werden bei Mennessier schließlich die Beiträge direkter $\gamma\gamma$ - Kopplungen addiert. In Abbildung 7.8 (f) sind diese Beiträge mit den dazugehörigen Kopplungskonstanten f , f' und f^λ für die S- und D-Welle symbolisch dargestellt. Die sich hierdurch ergebende Erweiterung der Amplituden lautet:

$$\begin{bmatrix} T_\pi^u \\ T_K^u \end{bmatrix}^{g/u/d} = \begin{bmatrix} T_\pi^u \\ T_K^u \end{bmatrix}^{g/u} + \begin{cases} \alpha\sqrt{2}s \left(f \begin{bmatrix} T_{\pi\epsilon} \\ T_{K\epsilon} \end{bmatrix} + f' \begin{bmatrix} T_{\pi S^*} \\ T_{KS^*} \end{bmatrix} \right) \dots\dots\dots \text{S-Welle} \\ \alpha/\sqrt{2}s^2 f^{\lambda=0} \begin{bmatrix} T_{\pi f_2} \\ T_{K f_2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \lambda = 0 \text{ D-Welle} \\ \alpha/\sqrt{2}s f^{\lambda=2} \begin{bmatrix} T_{\pi f_2} \\ T_{K f_2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots \lambda = 2 \text{ D-Welle} \end{cases} \quad (7.27)$$

Durch Renormierung der Vertexfunktionen $C_B(M)$ und $C_B(V)$ kann das Lowische Nieder-Energie - Theorem aus Abschnitt 7.3.2 in Erfüllung gebracht werden. Dieses Verfahren ist jedoch nicht eindeutig und verschiedene Renormierungs-Schemata können zu gleichen Resultaten führen. Nach Mennessier ist diese Ambiguität äquivalent zum Hinzufügen von Termen der Art $s^2 f'' T_\epsilon + s^2 f''' T_{S^*}$, was wiederum einer Umdefinition der Kopplungskonstanten:

$$f \rightarrow f_{eff} \equiv f + s f'' \quad \text{und} \quad f' \rightarrow f'_{eff} \equiv f' + s f''' \quad (7.28)$$

gleichkommt. Darüberhinaus hängt aber auch die direkte Helizität-2 - Kopplung ($f^{\lambda=2}$) an das f_2 -Tensormeson von der gewählten Renormierung ab. Auf eine ähnliche, prinzipielle Unbestimmtheit der Beiträge direkter Zwei-Photon - Kopplungen stößt man bei der Unitarisierungsvorschrift von Morgan und Pennington [40] ebenfalls. Dort werden im Mennessierschen Sinne überhaupt keine direkten Kopplungen zweier Photonen an die Resonanz betrachtet, sondern der $t(u)$ -Kanal - Austausch schwererer Teilchen in Verbindung mit dem unitarisierten Born-Term als direkte Erzeugungsamplitude aufgefaßt. Hierzu der Verweis auf Abschnitt 7.6.

In Mennessiers Programm-Paket sind neben den bereits beschriebenen Kopplungskonstanten $f, f', f'', f''', f^{\lambda=0}$ und $f^{\lambda=2}$ auch die Kopplungen an die Tensormesonen²³ $f'_2(1525)$ und $a_2(1320)$ sowie an den Skalar $\delta^0(980)$ vorgesehen und von außen vorzugeben.

Abbildung 7.9 zeigt die Vorhersagen des Modells B für den geladenen und den neutralen Zerfallskanal bei unterschiedlichen direkten Kopplungen der Photonen an das $f_2(1270)$ - Tensormeson. Interessant ist hier die Form des Kontinuums, d.h. die gestrichelt eingezeichnete Vorhersage bei verschwindender $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ - Kopplung. In beiden Zerfallskanälen zeigt das Kontinuum auch bei $f = f' = f'' = f''' = 0$ starke Strukturen im $f_0(975)/S^*$ - Bereich und im f_2 -Bereich - eine Konsequenz der Final-State - Wechselwirkungen. Aufgrund der Unitaritätsforderung kann die $I=0$ - Gesamtamplitude bei der nominellen f_2 -Resonanzmasse nur dann die gemessene $\pi\pi$ -Phase δ_2^0 besitzen, wenn phasenverschiebende²⁴ Kontinuumsbeiträge verschwinden (siehe hierzu Abbildung 7.1). In der Ausschnittsvergrößerung von Abbildung 7.9 ist dieser Effekt durch den Einbruch des Wirkungsquerschnitts bei $\simeq 1.27 \text{ GeV}/c^2$ im geladenen Zerfallskanal sichtbar. Der nichtverschwindende Rest des Wirkungsquerschnitts stammt aus der Isospin-2 - Welle des Born-Termes.

²³wiederum zwei Helizitätsaufteilungen

²⁴In der $I=0$ - D-Welle trägt die Breit-Wigner - Amplitude des f_2 -Tensors bereits die $\pi\pi$ -Phase δ_2^0 (siehe Abbildung 7.7).

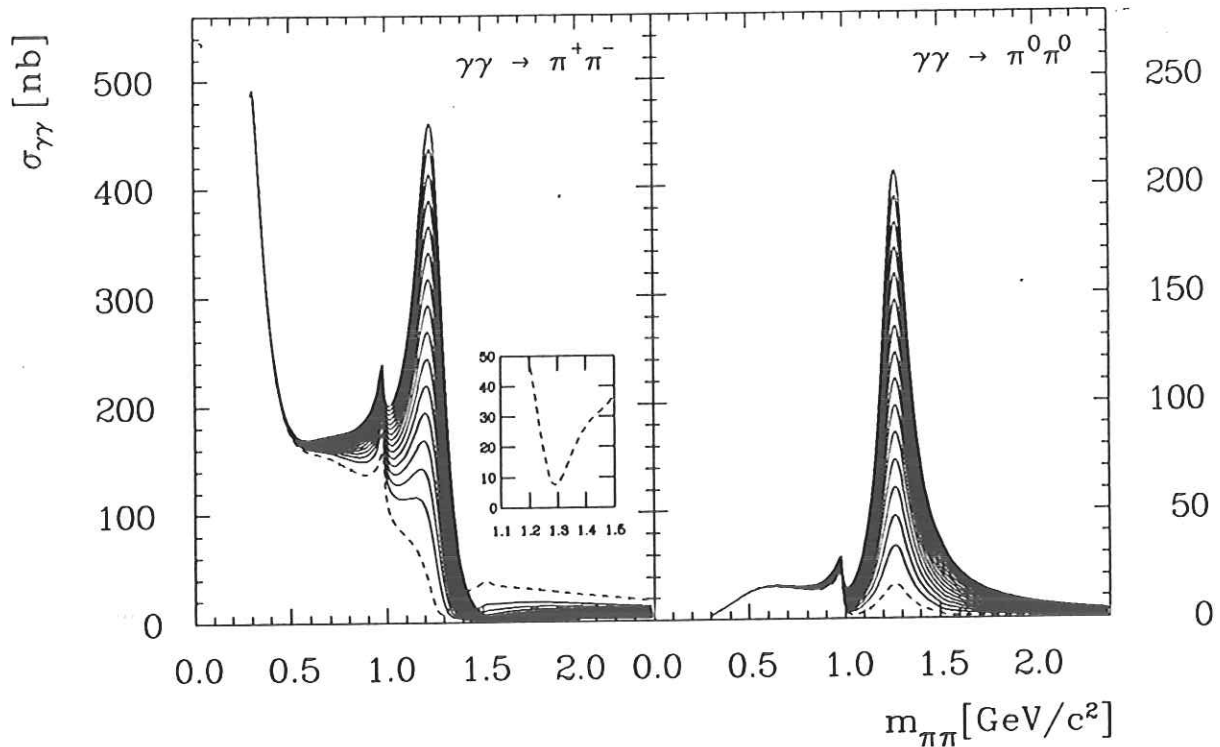


Abbildung 7.9: Mennessier-Modellvorhersagen für unterschiedliche direkte Zwei-Photon - Kopplungen an das $f_2(1270)$ - Tensormeson. $\Gamma_{\gamma\gamma}$ wurde in 0.2 keV - Schritten von 0 keV bis 3 keV variiert. Links: Vorhersagen für $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-}$. Die Ausschnittsvergrößerung deutet das Verschwinden des Isospin-0 - Kontinuums ($\Gamma_{\gamma\gamma} = 0 \text{ keV}$) bei $m_{\pi\pi} \simeq 1.270 \text{ GeV}/c^2$ an. Rechts: Vorhersagen für $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0}$.

Das Kontinuum im neutralen Zerfallskanal (Abbildung 7.9 rechts) weist einen nichtverschwindenden Beitrag bei kleinen invarianten Massen auf. Dieser Beitrag ist der Produktion zunächst geladener Pion-Paare zuzuschreiben, die anschließend durch *Final-State - Wechselwirkungen* in den neutralen Zwei-Pion - Kanal streuen.

Die Anpassung des Mennessier-Modells an den totalen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ wird in Abbildung 7.10 gezeigt. Im linken Diagramm ist das Resultat der Anpassungsrechnung des *ungedämpften* (s.u.) Modells bei ausgeschalteten direkten Kopplungen f, f', f'' und f''' zu sehen. Für $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 1.92 \text{ keV}$ weicht die Vorhersage am wenigsten vom gemessenen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ ab. Dennoch ist die Wahrscheinlichkeit des Fits, auch bei mitgefitteten Kopplungen an die Skalare, so gering, daß das Modell in seiner veröffentlichten Version verworfen werden müßte. Für den Fall einer direkten Zwei-Photon - Kopplung $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ von 3.0 keV zeigt die gepunktete Kurve in Abbildung 7.10 (links) die viel zu große Erwartung²⁵.

Die Anpassung des Mennessier-Modells ist unterhalb von $\simeq 1 \text{ GeV}/c^2$ besonders schlecht. Ein Grund hierfür könnte wieder die Überschätzung des Wirkungsquerschnitts durch die ungedämpften Born-Term - Amplituden sein. In Abschnitt 7.2.2 wurde dieser Effekt bereits diskutiert. Durch Einführung einer formfaktorartigen Dämpfung (Formel (7.6)) gelang beim einfachen Interferenzmodell eine wesentlich bessere Anpassung. Um diese Dämpfung auch beim Mennessier-Modell zu verwenden, hätte der Programm-Text an geeigneten Stellen geändert werden müssen. In der Wirkung äquivalent wurde hier stattdessen der gesamte

²⁵Eine ähnliche Überschätzung des Mennessier-Modells wurde von MARK-II [86] gefunden.

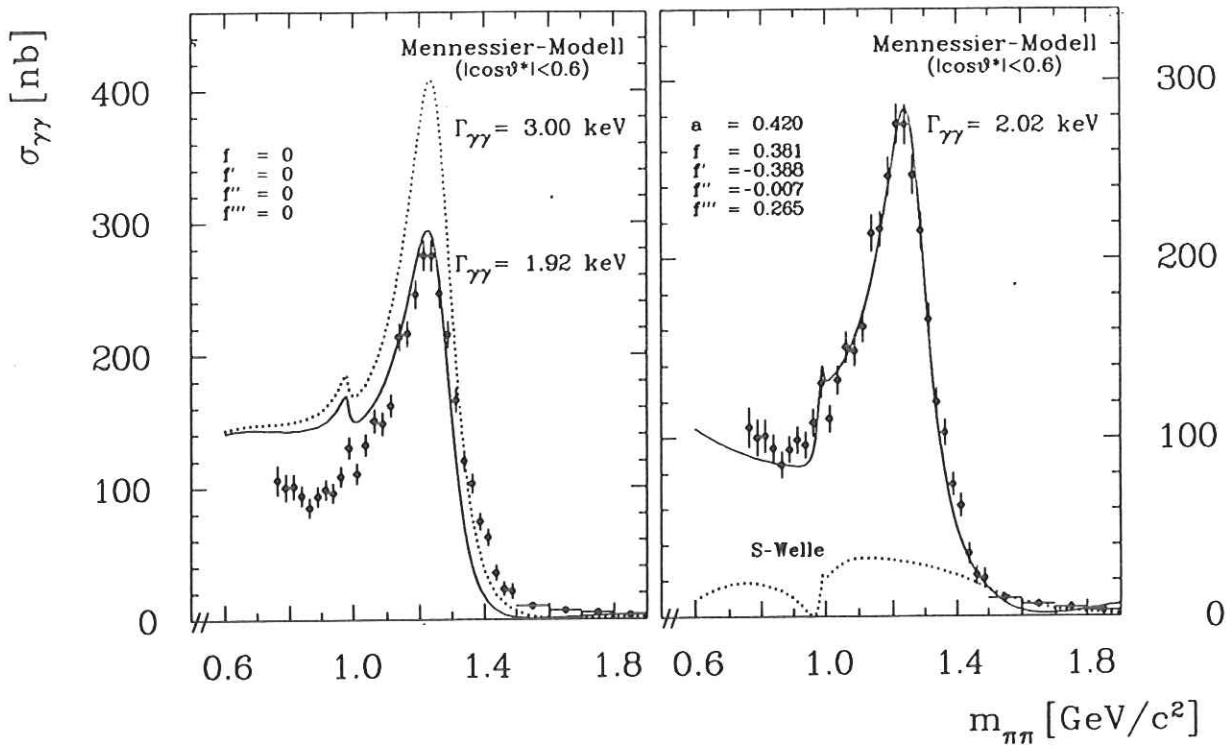


Abbildung 7.10: Anpassung des Mennessier-Modells an den gemessenen Wirkungsquerschnitt; **Links:** Vorhersagen für $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 3.00 \text{ keV}$ und optimale Anpassung bei $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 1.92 \text{ keV}$; **Rechts:** Resultat der optimalen Anpassung des gedämpften Mennessier-Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$. Hierbei wurden die direkten Kopplung an $f_0(975)/S^*$ und $f_0(600)/\epsilon$ mitgefittet. Die gepunktete Verteilung zeigt den Anteil der Skalare am Wirkungsquerschnitt.

Wirkungsquerschnitt nach (7.6) gedämpft. Die dadurch ebenfalls vorgenommene, ungewollte Dämpfung der Breit-Wigner - Amplitude ließ sich anschließend durch geeignete Reskalierung der Zwei-Photon - Breite $[\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) \rightarrow \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) \cdot (1 + a \cdot 1.270)]$ wieder außer Kraft setzen. Das Ergebnis der Anpassung des *gedämpften* Mennessier-Modells an den differentiellen Wirkungsquerschnitt (s. Abb. 6.9) zeigt Abbildung 7.10 rechts. Dabei wurden die Kopplungen f, f', f'' und f''' allerdings jetzt mitgefittet.

Insgesamt ergibt sich eine geringfügig bessere Beschreibung des Spektrums, als beim gedämpften einfachen Interferenzmodell (vergl. χ^2/NF - Werte). Der Grund dafür liegt im Auftreten der ebenfalls gezeigten signifikanten S-Wellen - Komponente im f_2 -Bereich und darunter, deren Auswirkung in einem Abflachen des differentiellen Wirkungsquerschnitts besteht.

In Tabelle 7.2 sind die Ergebnisse mehrerer, unterschiedlicher Anpassungsrechnungen zusammengestellt. Mit *stat.* (*stat.* \oplus *sys.*) ist der Fit an den in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ gemessenen totalen Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ mit *statistischen* (*stat.* \oplus *systematischen*) Fehlern gemeint. Die Bemerkung $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ steht für die Anpassung des Mennessier-Modells an den differentiellen Wirkungsquerschnitt. Ein Strich bedeutet, daß diese Option beim Fit ausgeschaltet war. Der Parameter a reguliert die Dämpfungsfunktion (7.6). Die Dämpfung des Born-Term - Kontinuums ist hier ein wenig stärker als beim einfachen Interferenz-Modell. Dort jedoch bestand die Möglichkeit des Hinzuschaltens skalarer Komponenten nicht. Die gefundenen Werte der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ liegen beim Fit des gedämpften Modells *mit* skalaren Kopplungen um $\simeq 0.5 \text{ keV}$ niedriger als beim Fit *ohne* diese Kopplungen. Ein Teil des

$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ [keV]	a	f	f'	f''	f'''	χ^2	NF	χ^2/NF	Bem.
1.92 ± 0.04	—	—	—	—	—	813.7	34	23.93	stat.
2.05 ± 0.08	—	—	—	—	—	230.4	34	6.78	stat. ⊕ syst.
1.83 ± 0.03	—	—	—	—	—	1578.8	264	5.98	$d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $
1.79 ± 0.06	—	0.229	-0.060	-0.241	-0.068	517.4	30	17.25	stat.
1.84 ± 0.15	—	0.170	-0.038	-0.207	-0.062	146.1	30	4.87	stat. ⊕ syst.
1.46 ± 0.06	—	-0.098	-0.634	0.242	0.426	1070.9	260	4.12	$d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $
2.52 ± 0.04	0.39	—	—	—	—	136.9	33	4.15	stat.
2.65 ± 0.08	0.43	—	—	—	—	38.3	33	1.16	stat. ⊕ syst.
2.44 ± 0.04	0.41	—	—	—	—	687.7	263	2.61	$d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $
2.04 ± 0.09	0.42	-0.150	-0.080	-0.112	-0.049	59.6	29	2.05	stat.
2.11 ± 0.19	0.44	-0.203	-0.091	-0.072	-0.025	17.9	29	0.62	stat. ⊕ syst.
2.02 ± 0.10	0.42	0.381	-0.388	-0.007	0.265	606.3	259	2.34	$d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $

Tabelle 7.2: Resultate der Anpassungsrechnung des Mennessier-Modells.

Resonanz-Spektrums stammt dann eben nicht von der Produktion des Tensormesons, sondern ist dem Skalar unter dem f_2 -Peak zuzuschreiben.

Neben reiner Helizität-2 - Kopplung der Photonen an das f_2 - Meson kann mit dem Mennessier-Modell auch die Beimischung von Helizität-0 - Kopplungen getestet und quantifiziert werden. In Abbildung 7.11 (a) werden die Mennessier - Erwartungen (Parameter a, f, f', f'' und f''' wie in unterster Zeile von Tabelle 7.2) für den schrittweisen Übergang von reiner Helizität-2 - Kopplung zu reiner Helizität-0 - Kopplung bei erzwungener Resonanznormalisierung gezeigt. Die Ursache der starken (unphysikalischen) Verzerrungen des Wirkungsquerschnitts bei signifikanten Helizität-0 - Anteilen liegen in der von Mennessier verwendeten Energieabhängigkeit der Helizität-0 - Amplitude. Der im Vergleich zu M_{+-} bei M_{++} zusätzlich auftretende Faktor $(W_{\gamma\gamma}/m_{f_2})^2$ ist mit dem von Poppe [2] eingeführten (Formel (2.37)) identisch und wurde bereits in Abschnitt 2.3.1 kritisiert. Ohne diese Energieabhängigkeit ergeben sich die in Abbildung 7.11 (b) gezeigten (physikalischeren) Wirkungsquerschnitte. In Abbildung 7.11 (c) ist die sich bei unveränderter Resonanz-Normalisierung ergebende Zwei-Photon - Kopplung gegen das Helizitäts-Mischungsverhältnis aufgetragen. Je größer die Helizität-0 - Beimischungen sind, desto größer wird auch $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$.

Die Güte der Anpassung des Mennessier-Modells an den gemessenen, differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ wird in Abbildung 7.12 als Funktion der Helizität-0 - Beimischung durch das χ^2 des Fits gezeigt. Das Mischungsverhältnis:

$$\zeta = \frac{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}}{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}} \quad (7.29)$$

wurde hierzu jeweils fest vorgegeben und durch Variation der Parameter: $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$, f, f', f'', f''' und a die optimale Anpassung ermittelt. Nach (7.29) gilt:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} &= \zeta \cdot \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) \\ \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)} &= (1 - \zeta) \cdot \Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) \end{aligned} \quad (7.30)$$

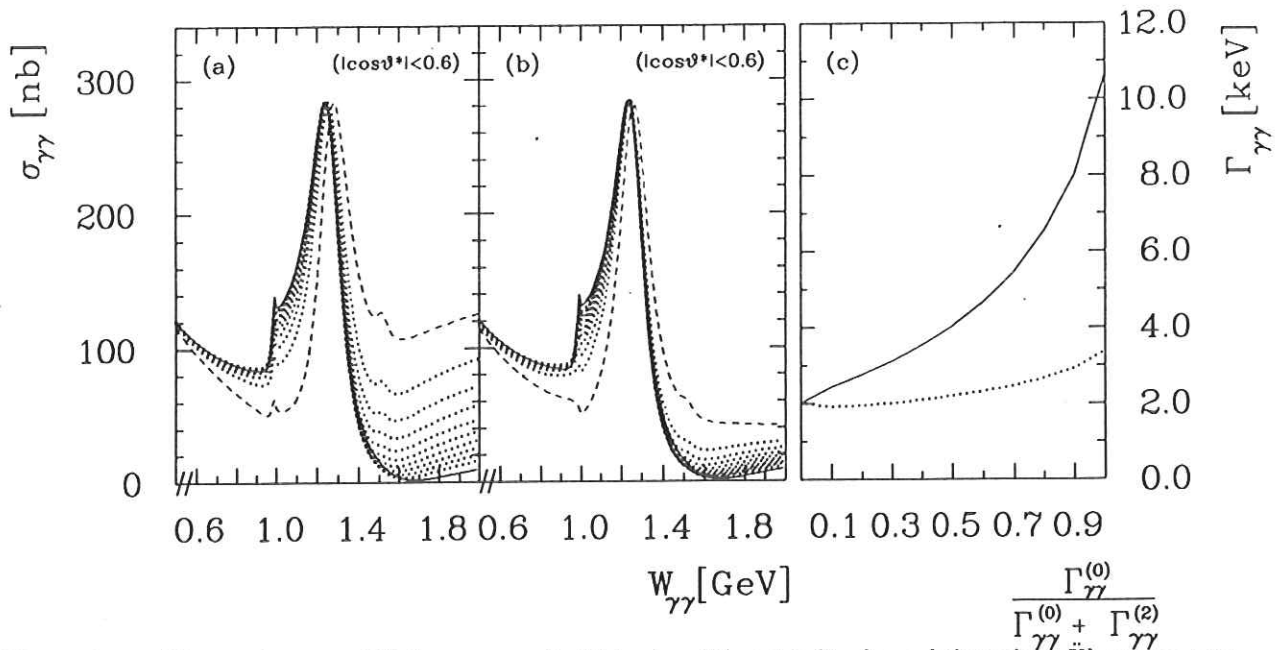


Abbildung 7.11: Mennessiers $\gamma\gamma$ - Wirkungsquerschnitt in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ für den schrittweisen Übergang von reiner Helizität-2 - Kopplung (durchgezogene Linien) zu reiner Helizität-0 - Kopplung (gestrichelte Linien) bei erzwungenem Gleichbleiben der Resonanznormalisierung; (a): unverändertes Mennessier-Modell, (b): ohne $(W_{\gamma\gamma}/m_{f_2})^2$ - Abhängigkeit der Helizität-0 - Amplitude; (c): Zwei-Photon - Kopplung bei gleichbleibender Resonanznormalisierung. Die gepunktete Linie gilt bei negativer Kopplungskonstante.

Der Zusammenhang zwischen diesen Zwei-Photon - Kopplungen und den in Abbildung 7.8 (f) definierten direkten Kopplungskonstanten f^λ ist nach Mennessier [43]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(\lambda)} \simeq \frac{4}{3} \cdot (\alpha f^\lambda)^2 \cdot m_{f_2}^3 \quad . \quad (7.31)$$

Die direkten Kopplungskonstanten sind daher nur bis auf das Vorzeichen bestimmt. Bei der Helizitätsstudie wurden beide Möglichkeiten untersucht. In der linken Hälfte von Abbildung 7.12 trägt $f^{\lambda=0}$ ein negatives - und in der rechten Hälfte ein positives Vorzeichen. Die Anpassung bei reiner Helizität-2 ($\zeta = 0$) entspricht der Parameterkonfiguration in der untersten Zeile von Tabelle 7.2. Bei diesem Mischungsverhältnis ist χ^2 nahezu am kleinsten und die Güte der Anpassung folglich am größten. Das exakte Minimum liegt bei $\zeta = 0.4\%$ und negativem Vorzeichen. Zur Definition eines 95 - prozentigen Vertrauensintervalls²⁶ für ζ wurden links und rechts vom Minimum die Mischungsverhältnisse ermittelt, bei denen sich χ^2 um den Betrag 1.92 verschlechtert (s. Abb. 7.12). Das Ergebnis ist:

$$\frac{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}}{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)} + \Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}} < \begin{cases} 2.56 \% & (95 \% \text{ c.l.}) \text{ für } f^{\lambda=0} \propto -\sqrt{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}} \\ 0.25 \% & (95 \% \text{ c.l.}) \text{ für } f^{\lambda=0} \propto +\sqrt{\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}} \end{cases} \quad (7.32)$$

7.5 Das Modell von Lyth in der Diskussion

Der von Lyth vorgeschlagene Unitarisierungsansatz [15] besteht im Gegensatz zur Born-Term - Unterdrückung²⁷ beim Mennessier-Modell in einer Variation der Breit-Wigner - Amplitude.

²⁶im folgenden durch 95% c.l. abgekürzt

²⁷siehe Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 7.9

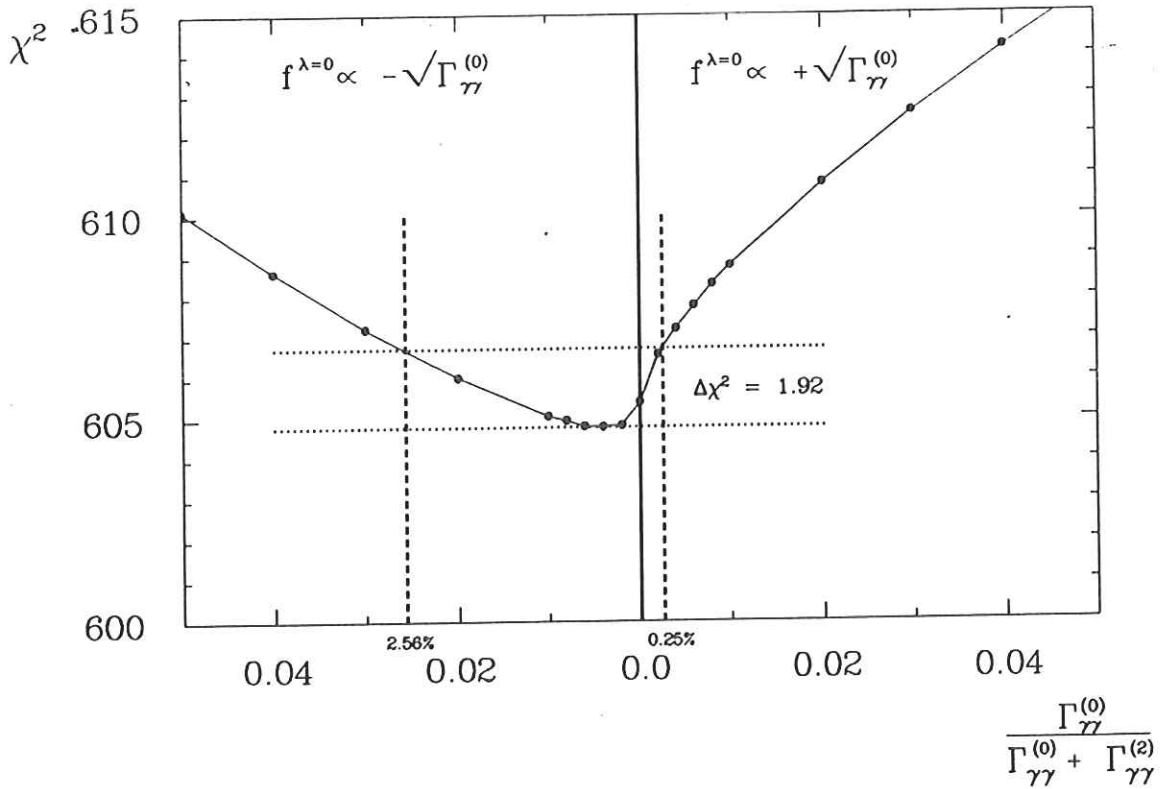


Abbildung 7.12: χ^2 der Anpassung des Mennessier-Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ als Funktion der $f_2(1270)$ -Helizität. Links besitzt die f_2 -Kopplung ein negatives Vorzeichen und rechts ein positives. Die optimale Anpassung liegt bei reiner Helizität-2 Kopplung vor.

Durch Einführung einer komplexen Kopplungskonstante erreicht Lyth ebenso die bei Unitarität geforderte Phasen-Übereinstimmung der Modell-Amplitude mit der elastischen $\pi\pi$ -Streuphase δ_2^0 (siehe Abschnitt 7.3.3). In Abbildung 7.1 (rechts) wurde bereits der Einfluß des reellen Born-Kontinuums auf die Phasenbewegung einer Breit-Wigner - Amplitude gezeigt: der gesamte Breit-Wigner - Kreis wird im wesentlichen parallel zur reellen Achse um einen bestimmten Betrag verschoben. Beim einfachen Interferenzmodell ließ sich in diesem Bild die Verschiebung des Resonanz-Peaks zu kleineren invarianten Massen hin erklären. Dort war ebenso die Wirkung erwähnt, die die Einführung einer komplexen Kopplungskonstante $\sqrt{\Gamma_{\gamma\gamma}}e^{i\varphi}$ auf die Phasentrajektorie im Argand-Diagramm hat: der Breit-Wigner - Kreis dreht sich. Abbildung 7.13 zeigt dies explizit. Der gestrichelte Kreis ist äquivalent zu Abbildung 7.1 die Argand-Trajektorie einer Breit-Wigner - Amplitude mit Born-Kontinuum. Bei langsam ansteigender Phase φ_{Lyth} kippt der Breit-Wigner - Kreis entlang den gestrichelten Linien nach links und erreicht schließlich eine Position, bei der die Phase des Punktes mit $\sqrt{s} = 1.270 \text{ GeV}$ gerade 90° oder $\pi/2$ beträgt – die Unitaritätsbedingung.

Ist $r_{2,2}^{(I=0)}(s)$ wieder die Born-Term - Amplitude der Isospin-0 - D-Welle mit Helizität 2 (vergl. (7.12)) und $bw_{2,2}^{(I=0)}(s)$ die Breit-Wigner - Amplitude im gleichen Kanal, dann ergibt sich die nach Lyth unitarisierte Partialwelle durch:

$$m_{2,2}^{(+)}(s) = \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \left[e^{i\varphi_{Lyth}} \cdot bw_{2,2}^{(I=0)}(s) + r_{2,2}^{(I=0)}(s) \right] + \sqrt{\frac{1}{3}} \left[r_{2,2}^{(I=2)}(s) \right] \right\} \cdot Y_{2,2} \quad (7.33)$$

Der Winkel φ_{Lyth} folgt aus der Forderung:

$$\arg \left[e^{i\varphi_{Lyth}} \cdot bw_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2) + r_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2) \right] \equiv \delta_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2) \quad (7.34)$$

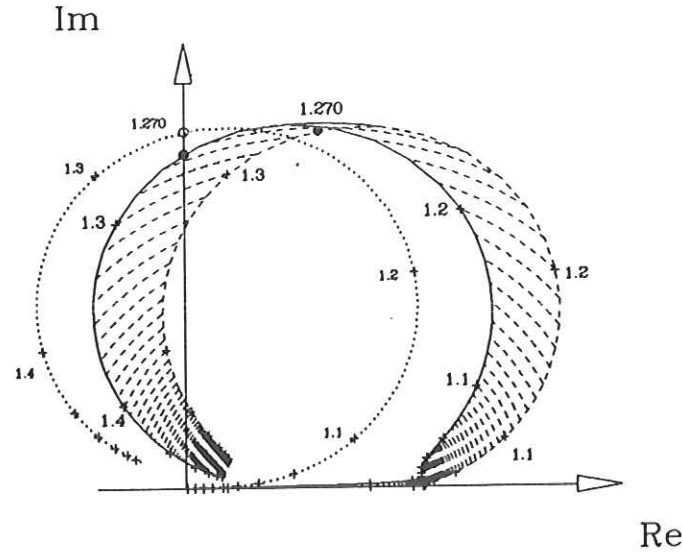


Abbildung 7.13: Argand-Diagramm des einfachen Interferenzmodells mit Lyth-Unitarisierung. Gepunkteter Kreis: Breit-Wigner - Amplitude (mit Phasenraumfaktoren), gestrichelter Kreis: ditto plus Born-Term, durchgezogener Kreis: ditto mit Lyth-Unitarisierung.

und ist, da $\text{bw}_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2)$ bereits die Phase $\delta_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2) = \pi/2$ trägt:

$$\varphi_{\text{Lyth}} = \arcsin \left(\frac{r_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2)}{\text{bw}_{2,2}^{(I=0)}(s = 1.27^2)} \right) \quad (7.35)$$

Wird zusätzlich der Born-Term wie beim einfachen Interferenz-Modell durch eine formfaktorartige Funktion (siehe (7.6)) gedämpft und beträgt diese Dämpfung bei der f_2 -Masse gerade κ , dann ergeben sich aus der Erweiterung von (7.35) die in Abbildung 7.14 gezeigten funktionalen Abhängigkeiten zwischen φ_{Lyth} und der Zwei-Photon - Kopplung $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$. Von Lyth selbst wurde ein Unitarisierungswinkel von $\varphi_{\text{Lyth}} = 0.32 \pm 0.10$ angegeben [15,85]. Wie in Abbildung 7.14 verdeutlicht, entspricht dieser Winkel dem Fall eines ungedämpften Born-Termes und einer Zwei-Photon - Kopplung der Größe des Weltmittelwertes (s. Tab. 2.7).

Den Einfluß, den Lyths Unitarisierungswinkel auf den Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ hat, zeigt Abbildung 7.15. Die wesentliche Wirkung der Unitarisierung besteht in einer Verringerung von $\sigma_{\gamma\gamma}$ im Resonanzbereich. Beim Unitarisierungsmodell von Mennessier lag die Wirkung im Einbrechen des Born-Termes unter der Resonanzkurve (siehe Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 7.9) und führte dort ebenfalls zu einer effektiven Verringerung der Resonanz-Peakhöhe.

Exakt ist die Unitarisierung der D-Welle mit einer energieunabhängigen Phase φ_{Lyth} nicht. Vielmehr müßte bei jeder Energie die Phasenbeziehung (7.34) durch eine energieabhängige Lyth-Phase erzwungen werden. Die Variation einer solchen Phase als Funktion der Energie ist jedoch derart gering, daß in guter Näherung eine feste Phase genügt.

Der folgenden Tabelle sind die Fit-Resultate der Anpassungsrechnungen des einfachen Interferenzmodells mit Born-Term Dämpfung (7.6) und Lyth-Unitarisierung an die gemessenen Wirkungsquerschnitte zu entnehmen.

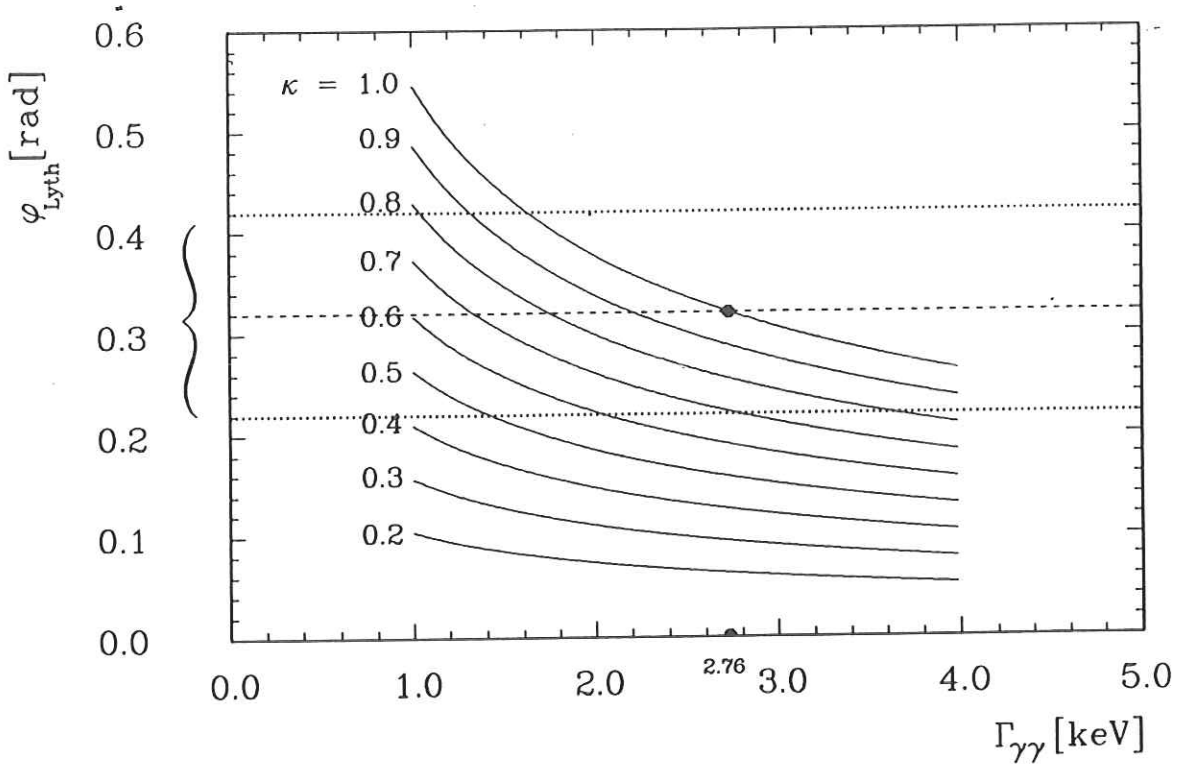


Abbildung 7.14: Lyth-Unitarisierungs-Phase als Funktion von $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ für verschiedenstarke Dämpfungen κ der Born-Term - Amplituden bei $m_{\pi\pi} = 1.27 \text{ GeV}/c^2$. Die Vorhersage von Lyth ($\varphi_{\text{Lyth}} = 0.32 \pm 0.10$) ist durch die geschweifte Klammer angedeutet.

$\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ [keV]	a	χ^2	NF	χ^2/NF	Bemerkung
3.23 ± 0.05	0.37 ± 0.024	188.5	33	5.71	Fit an $\sigma_{\gamma\gamma}$ mit statistischen Fehlern
3.41 ± 0.10	0.44 ± 0.051	52.5	33	1.59	ditto mit stat. \oplus syst.Fehlern
3.14 ± 0.04	0.33 ± 0.021	667.2	263	2.54	Fit an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d \cos\vartheta^* $

Die Resultate unterscheiden sich zu den in Abschnitt 7.2.2 gefundenen durch eine jeweils um $\simeq 0.4 \text{ keV}$ höhere Zwei-Photon - Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$. Die Anpassungen haben in etwa die gleiche Güte und führen zu einer Abbildung 7.5 entsprechenden Beschreibung.

Die einfach zu programmierende Unitarisierungsvorschrift von Lyth qualifiziert dieses Modell bezüglich der Anwendbarkeit gegenüber dem Mennessier-Modell. Die Unitarisierung der S-Welle fehlt jedoch beim Lyth-Ansatz.

7.6 Das Modell von Morgan & Pennington in der Diskussion

7.6.1 CPT-Theorem, Analytizität und Dispersionsrelationen

Morgan und Pennington fordern für die $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ - Amplitude Mandelstam-Analytizität und erhalten als Zwangsbedingung eine Integralgleichung in Form einer Dispersionsrelation.

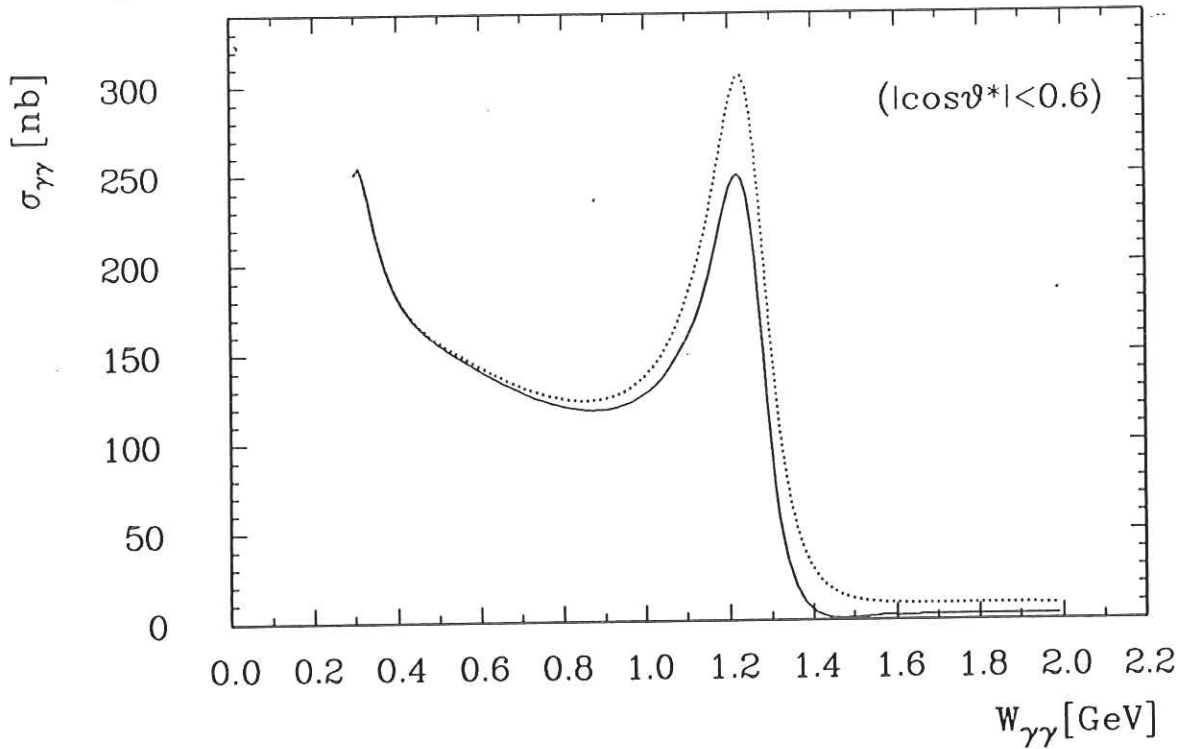


Abbildung 7.15: $\sigma_{\gamma\gamma}$ des einfachen Interferenzmodells mit Lyth - Unitarisierung und $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2) = 3.0 \text{ keV}$. Der gepunktete Wirkungsquerschnitt ist der ohne Unitarisierung.

Ausgangspunkt ihres Modells ist das als *CPT - Theorem* bekannte Postulat:

CPT-Theorem: Beim Streu-Prozeß $a b \rightarrow c d$ gibt es genau eine Lorentz-invariante Amplitude $A(s, t, u)$, die gleichzeitig auch die Streuung in den gekreuzten Kanälen: $a \bar{c} \rightarrow \bar{b} d$ und $b \bar{c} \rightarrow \bar{a} d$ mitbeschreibt.

Die Grundidee dieses Theorems ist die Verknüpfung von s -Kanal und $t(u)$ -Kanal Reaktionen. Der Streu-Prozeß $a b \rightarrow c d$ im s -Kanal beispielsweise ist im $t(u)$ -Kanal ein Austausch-Prozeß $a \bar{c} \rightarrow \bar{b} d$ und umgekehrt. Mandelstam-Analytizität bedeutet für die Streu-Amplitude $A(s, t, u)$, daß sie als Funktion der drei Mandelstam-Variablen in gewissen Bereichen der komplexen s bzw. t, u Ebene analytisch ist²⁸. Diese regionale Analytizität von A ist eine Konsequenz des Kausalitätsprinzips [110].

In Abbildung 7.16 ist als Definitionsbereich der $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ - Amplitude im Isospin-0 - Kanal die komplexe s -Ebene dargestellt. Der Bereich mit $\text{Re } s < 0$ entspricht nach Abbildung 7.6 einem Teilchenaustausch im $t(u)$ -Kanal. Entlang der reellen Achse verlaufen die Verzweigungsschnitte. Verzweigungsschnitte sind Diskontinuitäten der Amplitude $A(s)$ und Grenzen für den Übergang vom n -ten Riemann-Blatt in das $(n+1)$ -te. Der erste Verzweigungsschnitt beginnt bei der Zwei-Pion - Schwelle $s = 4m_\pi^2$. Jeder weitere sich öffnende Kanal trägt einen zusätzlichen Verzweigungsschnitt bei. Die Schwellen selbst definieren die Verzweigungspunkte. Um solche Verzweigungspunkte herum ist zu integrieren, um in ein weiteres Riemann-Blatt zu gelangen. Mit Riemann-Blättern parametrisiert man die in:

$$p = \pm \sqrt{\frac{s}{4} - m^2} \quad (7.36)$$

²⁸Die Variable u ist hier eingeklammert, da sie von s und t nach (7.15) linear abhängig ist.

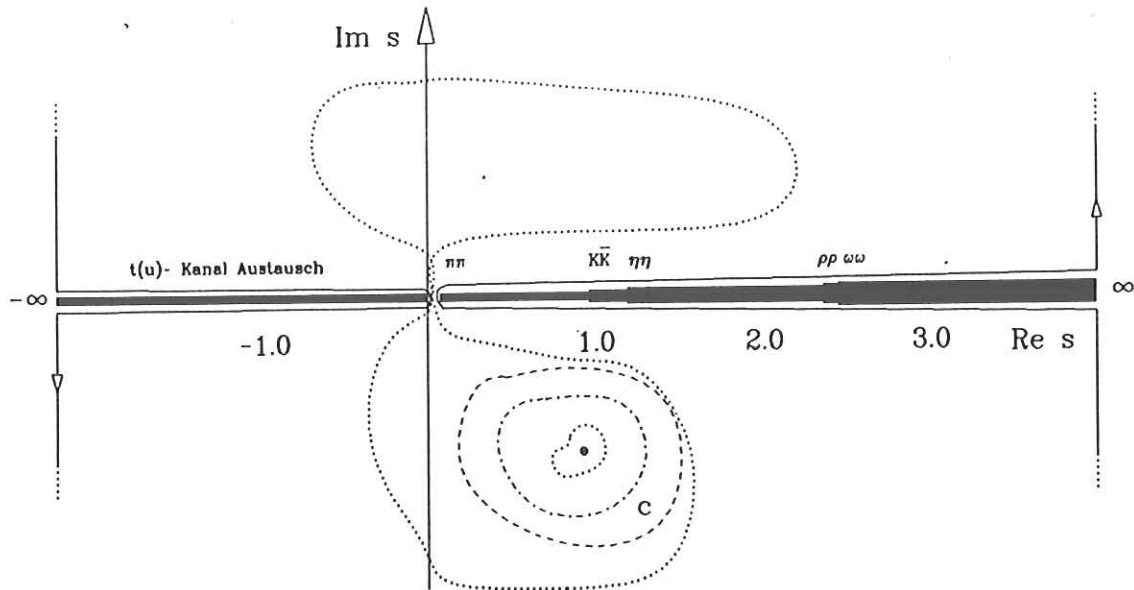


Abbildung 7.16: Die komplexe s -Ebene mit den Verzweigungsschnitten bei sich öffnenden Kanälen (siehe Text).

auf tretende Vorzeichenambiguität von s . Die Wurzel bildet einen Wert von s auf zwei Impulsweite p in der komplexen p -Ebene ab. Auf dem ersten Riemann-Blatt gilt per Definition die positive Wurzel von (7.36) und im zweiten die negative. Im Bereich $Re s < 0$ erzeugt der Ein-Pion - Austausch im $t(u)$ -Kanal einen Verzweigungsschnitt mit einem Verzweigungspunkt bei $s = 0$. Zwischen diesem und dem ersten Verzweigungspunkt im s -Kanal ist bei der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ kein Verzweigungsschnitt vorhanden.

Ist die Amplitude²⁹ $A(s)$ analytisch in einem Gebiet um s (bspw. Punkt in Abbildung 7.16), so gilt der Integralsatz von Cauchy:

$$A(s) = \frac{1}{2\pi i} \oint_c ds' \frac{A(s')}{s' - s} \quad (7.37)$$

mit c als geschlossener Weg um s . Wie angedeutet, kann dieser Weg schrittweise vergrößert werden und sogar von der unteren Halbebene durch die Lücke in die obere Halbebene gelangen. In der Lücke ist $A(s)$ analytisch oder kann durch das *Schwartzsche-Spiegelungsprinzip*:

$$A(s^*) = A^*(s) \quad (7.38)$$

analytisch fortgesetzt werden. Dieses Spiegelungsprinzip führt im Fall einer auf der reellen Achse komplexen Amplitude zu einer Diskontinuität:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} [A(x + i\epsilon) - A^*(x - i\epsilon)] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A \text{ reell} . \quad (7.39)$$

Entlang der Verzweigungsschnitte ist $A(s)$ komplex und ein Wegintegral durch einen Schnitt würde das erste Riemann-Blatt verlassen. Vorausgesetzt, es existieren keine weiteren Diskon-

²⁹ t sei dabei ein festgehaltener Werte und wird im folgenden nicht mehr explizit angegeben. u hängt dann linear von s ab.

tinuitäts-Bereiche von $A(s)$ als die auf den Schnitten, dann kann im Extremfall die geschlossene Kontour c zwei im Unendlichen geführte Halbkreise und der entlang der Verzweigungsschnitte geführte Weg sein (durchgezogene Linie in Abbildung 7.16). In diesem Fall würde das Cauchy-Integral lauten:

$$\begin{aligned}
 A(s) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\infty}^{4m_{\pi}^2} ds' \frac{A(s' - i\epsilon)}{s' - s - i\epsilon} + \frac{1}{2\pi i} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} ds' \frac{A(s' + i\epsilon)}{s' - s + i\epsilon} \\
 &\quad + \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^0 ds' \frac{A(s' + i\epsilon)}{s' - s + i\epsilon} + \frac{1}{2\pi i} \int_0^{-\infty} ds' \frac{A(s' - i\epsilon)}{s' - s - i\epsilon} + C_{\infty} \\
 &= \frac{1}{2\pi i} P \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} ds' \frac{A(s' + i\epsilon) - A(s' - i\epsilon)}{s' - s} + \frac{1}{2\pi i} P \int_{-\infty}^0 ds' \frac{A(s' - i\epsilon) - A(s' + i\epsilon)}{s' - s} + C_{\infty} \\
 &= \frac{1}{2\pi i} P \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} ds' \frac{A(s' + i\epsilon) - A^*(s' + i\epsilon)}{s' - s} + \frac{1}{2\pi i} P \int_{-\infty}^0 ds' \frac{A^*(s' + i\epsilon) - A(s' + i\epsilon)}{s' - s} + C_{\infty} \\
 &= \frac{1}{\pi} P \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} ds' \frac{\text{Im}A(s')}{s' - s} - \frac{1}{2\pi i} P \int_{-\infty}^0 ds' \frac{\text{Im}A(s')}{s' - s} + C_{\infty} \quad (7.40)
 \end{aligned}$$

Bei der ersten Umformung wurde von der Definition des Hauptwertes P :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{x + i\epsilon} + \frac{1}{x - i\epsilon} \right) = P \frac{1}{x} \quad \left\{ \text{aus: } \frac{1}{x \pm i\epsilon} = P \frac{1}{x} \mp i\pi \delta(x) \right\} \quad (7.41)$$

im distributivem Sinne gebrauch gemacht und bei der zweiten Umformung das Schwartzsche Spiegelungsprinzip benutzt. Die Integrationsvariable s' ist ausschließlich reell. Der in (7.40) erhaltene Zusammenhang wird *Dispersionsrelation der Amplitude* $A(s)$ genannt. Verschwindet der Beitrag des unendlichen Halbkreises C_{∞} nicht, so ist es üblich, eine oder mehrere *Subtraktionen* durchzuführen, d.h. man stellt eine Dispersionsrelation für $A(s)/s^n$ auf und gibt das beim Integrieren jetzt zusätzlich auftretende Residuum der Polstelle $A(s=0)$ explizit an. Die Dispersionsrelation ist eine von $A(s)$ zu erfüllende Integralgleichung. Ist der Imaginärteil von $A(s')$ auf den Verzweigungsschnitten bekannt, so folgt daraus $A(s)$ in der gesamten komplexen s -Ebene. Eine weitere wichtige Eigenschaft der Dispersionsrelation in (7.40) ist die auf natürliche Weise hergestellte Verbindung zwischen Prozessen im s -Kanal und im $t(u)$ -Kanal.

Morgan und Pennington stellen eine Dispersionsrelation für die folgende sich aus der Differenz von Gesamt- und Born-Term-Partialwellenamplituden ergebende Größe³⁰:

$$A(s) = \frac{m_{J,J_z}(s) - r_{J,J_z}(s)}{s(s - 4m_{\pi}^2)^{J/2}} \quad (7.42)$$

auf [40] (vergl. (7.14)) und erhalten:

$$m_{J,J_z}(s) = r_{J,J_z}(s) + L_{J,J_z}(s) + \frac{s(s - 4m_{\pi}^2)^{J/2}}{\pi} \int_{4m_{\pi}^2}^{\infty} \frac{ds' \text{Im} m_{J,J_z}(s')}{s'(s' - 4m_{\pi}^2)^{J/2}(s' - s)} \quad (7.43)$$

Der Term $L_{J,J_z}(s)$ steht hier für das entsprechende Integral über den linken Verzweigungsschnitt (mit $t(u)$ -Kanal-Austausch bezeichneter Schnitt in Abbildung 7.16) und trägt aufgrund der Differenz $m_{J,J_z}(s) - r_{J,J_z}(s)$ nur durch den $t(u)$ -Kanal-Austausch von schwereren

³⁰Das asymptotische Verhalten dieser Größe erlaubt, eine nichtsubtrahierte Dispersionsrelation aufzustellen.

Teilchen, als dem einen Pion beim Born-Term, zur Gesamtamplitude bei. Das Integral über den rechten Verzweigungsschnitt kann als Berücksichtigung von *Final-State - Wechselwirkungen* aufgefaßt werden.

Nach Morgan und Pennington erzeugen schwerere Austauschteilchen der Masse M im $t(u)$ -Kanal jeweils einen Verzweigungspunkt bei $s_L = -(M^2 - m_\pi^2)^2/M^2$ und einen von hier bis ins Unendliche reichenden Verzweigungsschnitt. Die in Abbildung 7.6 gegebenen Darstellung der Mandelstam-Ebene zeigt hingegen am Beispiel zweier Pionen, daß der Austausch schwererer Teilchen auch im Bereich $s_L = -9m_\pi^2/4 \leq s \leq 0$ kinematisch erlaubt sein kann. Für $s \rightarrow 0$ muß $L_{J,J_z}(s)$ allerdings verschwinden, damit das Niederenergie - Theorem von Low (s. Abschnitt 7.3.2) erfüllt werden kann.

7.6.2 Eine Lösung im elastischen s-Kanal – die Omnès Funktion

Bei elastischer Streuung besitzt die Dispersionsrelation der Streuamplitude:

$$A(s) = a(s) + \frac{1}{\pi} P \int_c ds' \frac{\text{Im} A(s')}{s' - s} \quad (7.44)$$

bei Kenntnis der Phase $\delta(s)$ von $A(s)$ eine einfache Lösung. Sie lautet in allgemeiner Form:

$$A(s) = a(s) + \text{Poly}(s) \cdot e^{u(s)} + \frac{e^{u(s)}}{\pi} P \int_c ds' \frac{e^{-u(s')} e^{i\delta(s')} \sin \delta(s') a(s')}{s' - s} \quad (7.45)$$

und enthält die unter der Bezeichnung Muskhelishvili - Omnès - Funktion [111,112] (siehe auch [113]) bekannte Funktion:

$$u(s) = \frac{1}{\pi} P \int_c ds' \frac{\delta(s')}{s' - s} \quad (7.46)$$

Morgan und Pennington bezeichnen stattdessen:

$$\Omega_{J,J_z}^{(I)}(s) = \exp \left[\frac{s}{\pi} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds' \frac{\phi_{J,J_z}^{(I)}(s')}{s'(s' - s + i\epsilon)} \right] \quad (7.47)$$

als Omnès-Funktion und erhalten als Lösung von (7.43) den Ausdruck:

$$m_{J,J_z}(s) = \Omega_J(s) r_J(s) + \frac{s(s - 4m_\pi^2)^{J/2} \Omega_J(s)}{\pi} \int_{-\infty}^0 \frac{ds' \text{Im } r_J(s') [\Omega_J^{-1}(s') - 1]}{s'(s' - 4m_\pi^2)^{J/2}(s' - s)} \quad (7.48)$$

$$+ \frac{s(s - 4m_\pi^2)^{J/2} \Omega_J(s)}{\pi} \int_{-\infty}^{s_L} \frac{ds' \text{Im } L_J(s') \Omega_J^{-1}(s')}{s'(s' - 4m_\pi^2)^{J/2}(s' - s)} .$$

Die Omnès-Funktion $\Omega_{J,J_z}^{(I)}(s)$ ist analytisch und trägt auf der reellen s -Achse die Phase $\phi_{J,J_z}^{(I)}(s)$. Nach dem Theorem von Watson (7.23) sind diese Phasen bis zur $K\bar{K}$ -Schwelle genau bekannt. Oberhalb dieser Schwelle müssen sie für die Integration in (7.47) abgeschätzt werden. Der Betrag von $\Omega_{J,J_z}^{(I)}(s)$ ist per Definition proportional zur Änderungsgeschwindigkeit der Phase $\phi_{J,J_z}^{(I)}(s)$ bei s . Die Phasenbewegung einer Breit-Wigner - Amplitude beispielsweise erzeugt daher eine Omnès-Funktion, die in Phase und Betrag zur ursprünglichen Breit-Wigner - Amplitude gleich bzw. proportional ist. Abbildung 7.17 (a) zeigt die Breit-Wigner - ähnliche $|\Omega(s)|$ - Funktion in der Isospin-0 - D-Welle $[\delta_{J,J_z}^{(I=0)}(s)]$ entspricht der Phasenbewegung einer

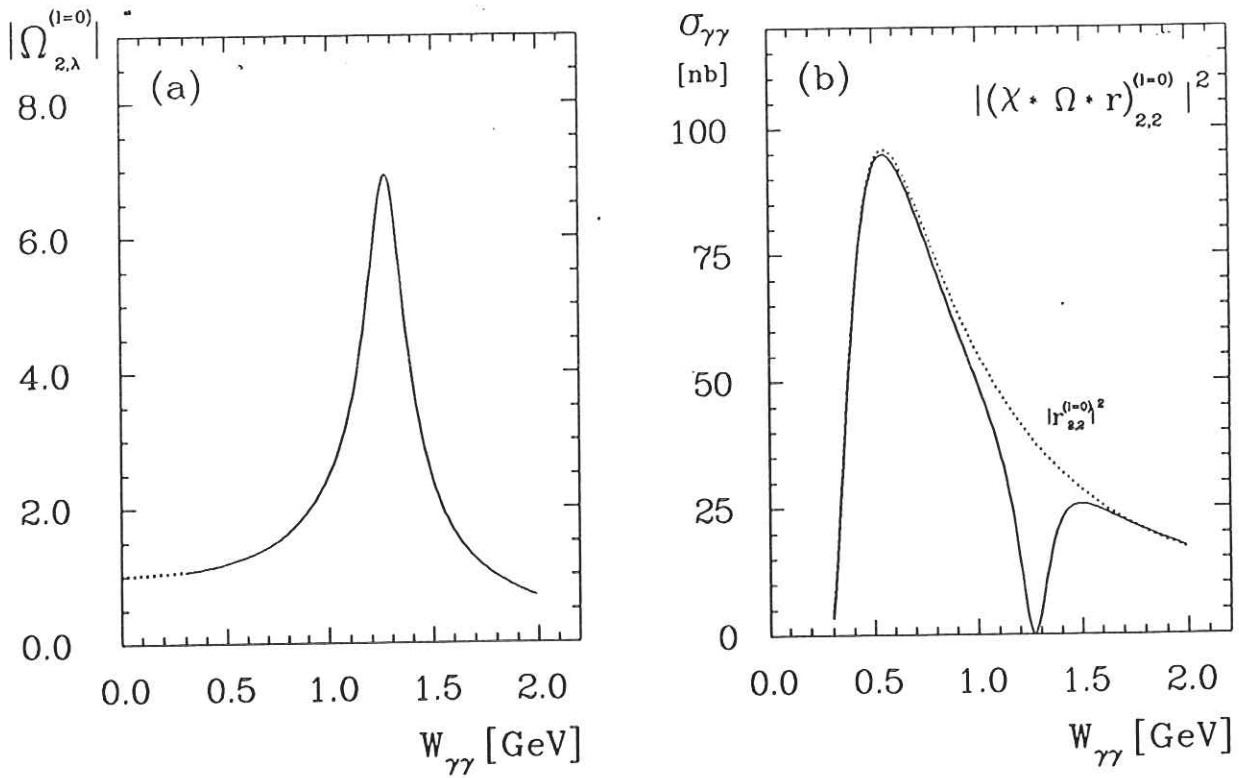


Abbildung 7.17: (a) Betrag der Isospin-0 - D-Wellen - Omnès-Funktion. Sie ist per Definition bei $s = 0$ auf Eins normiert. (b) Unitarisierter Born-Term - Wirkungsquerschnitt der $I=0$ - D-Welle im Modell von Morgan und Pennington. Die gepunktet eingezeichnete Kurve zeigt den nichtunitarisierten Born-Term - Wirkungsquerschnitt.

Breit-Wigner - Amplitude]. Bei $s = 0$ ist $|\Omega(s)|$ auf Eins normiert. Nach (7.48) kann jede Partialwelle in der Form:

$$m_{J,J_z}(s) = P_{J,J_z}^{(I)}(s) \cdot \Omega_{J,J_z}^{(I)}(s) \quad (7.49)$$

angeben werden, wobei die Funktionen $P_{J,J_z}^{(I)}(s)$ in der physikalischen Region von $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ reell sind und nur bei $s < 0$ einen Verzweigungsschnitt besitzen. Die von Morgan und Pennington gewählte Aufteilung in einen durch *Final-State - Wechselwirkungen* modifizierten Born-Term P_J^B und einen schwerere Austauschteilchen berücksichtigenden Term P_J^C lautet:

$$m_{J,J_z}(s) = \left(P_{J,J_z}^B(s) + P_{J,J_z}^C(s) \right) \cdot \Omega_{J,J_z}(s) \quad (7.50)$$

wobei $P_J^C(s)$ bis auf die Omnès-Funktion im Vorfaktor mit dem dritten Summanden in (7.48) identisch ist.

Der modifizierte Born-Term $P_J^B(s)$ ergibt sich aus dem reinen Born-Term durch Multiplikation mit einer Funktion χ_J , deren Definition aus (7.48) folgt:

$$\chi_J(s) = 1 + \frac{s(s - 4m_\pi^2)^{J/2}}{\pi r_J(s)} \int_{-\infty}^0 \frac{ds' \operatorname{Im} r_J(s') [\Omega_J^{-1}(s') - 1]}{s'(s' - 4m_\pi^2)^{J/2}(s' - s)} \quad (7.51)$$

Mit den so erhaltenen Größen ergeben sich die Modell-Amplituden bei Morgan und Pennington wie folgt:

$$\begin{aligned}
m_J^{(+)} &= \left[\frac{2}{3} \chi_J^{(I=0)} \Omega_J^{(I=0)} + \frac{1}{3} \chi_J^{(I=2)} \Omega_J^{(I=2)} \right] r_J^{(+)} + \sqrt{\frac{2}{3}} P_J^{C0} \Omega_J^{(I=0)} + \sqrt{\frac{1}{3}} P_J^{C2} \Omega_J^{(I=2)} \\
m_J^{(00)} &= -\frac{\sqrt{2}}{3} \left[\chi_J^{(I=0)} \Omega_J^{(I=0)} - \chi_J^{(I=2)} \Omega_J^{(I=2)} \right] r_J^{(+)} - \sqrt{\frac{1}{3}} P_J^{C0} \Omega_J^{(I=0)} + \sqrt{\frac{2}{3}} P_J^{C2} \Omega_J^{(I=2)}
\end{aligned}$$

Man kann zeigen, daß die $\chi_J^{(I)}$ - Funktionen (7.51) durch den einfachen Ausdruck:

$$\chi_J^{(I)} \approx 1 - s/s_0 \quad (7.52)$$

approximiert werden können, wobei der Wert für s_0 von der niederenergetischsten Resonanz eines Kanals dominiert wird. Sowohl $\chi_J(s)$ als auch $\Omega_J(s)$ sind so normiert, daß sie im Grenzwert $s \rightarrow 0$ Eins ergeben. Infolgedessen verschwinden die Generalisierungs- und Unitarisierungs-Korrekturen bei $s = 0$ und das Niederenergie-Theorem von Low (Abschnitt 7.3.2) ist erfüllt. Bei $s = s_0$ hingegen führt (7.52) zum Verschwinden der Amplitude des generalisierten und unitarisierten Born-Terms $P_J^B(s) \Omega_J(s) \equiv \chi_J(s) \cdot \Omega_J(s) \cdot r_J(s)$. Abbildung 7.17 (b) zeigt dies im Fall der Isospin-0 - D-Welle. Ein ähnliches Einbrechen des Kontinuums bei ($s_0 = m_{f_2}^2$) war bereits beim Mennessier-Modell (Abschnitt 7.4) zu beobachten (Ausschnittsvergrößerung in Abbildung 7.9) und ermöglichte dort der Gesamtamplitude das Einhalten der Unitarisierungsbedingung (7.23). Die von Morgan und Pennington in [40] vorgeschlagenen Werte für $\sqrt{s_0}$ sind in der I=0 - S-Welle $\sim 0.6 \text{ GeV}$ und in der I=0 - D-Welle $\sim 1.2 - 1.25 \text{ GeV}$. Die Isospin-2 - Wellen zeigen in den elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_J^I (s. Abb. 7.7) bis $m_{\pi\pi} \simeq 1.0 \text{ GeV}/c^2$ und vermutlich auch weit darüber kein Resonanzverhalten, weshalb für $\sqrt{s_0}$ ein großer Wert anzunehmen ist.

Interessant ist, daß ohne den Austausch schwererer Teilchen im $t(u)$ -Kanal der Resonanz-Peak des $f_2(1270)$ -Mesons im s -Kanal nicht beobachtbar wäre. Erst durch ein nichtverschwindendes P^C trägt der Term $P_J^C(s) \cdot \Omega_J(s)$ in (7.50) eine Breit-Wigner - ähnliche Resonanz-Amplitude zur Gesamtamplitude bei. Einem ähnlichen Dualismus zwischen der direkten Zwei-Photon - Kopplung im s -Kanal und dem Austausch schwererer Teilchen im $t(u)$ -Kanal wurde bei Mennessier-Modell in Abschnitt 7.4 begegnet. Dort waren es die Ambiguitäten bezüglich der Renormierung der Vertexfunktionen $C_B(M)$ und $C_B(V)$, die s - und $t(u)$ -Kanal - Kopplungen miteinander verknüpfen.

Morgan und Pennington bezeichnen deshalb die Terme $P_J^C(s)$ als *direkte Kopplungen* und geben in [40] die ihrer Meinung ausreichend genauen Näherungen:

$$\begin{aligned}
P_{0,0}^C(s) &= \gamma_s \cdot \frac{s}{s + s_1} \\
P_{2,0}^C(s) &= \gamma_D \cdot \rho \cdot \left[s(s - 4m_\pi^2)/(s + s_2)^2 \right] \\
P_{2,2}^C(s) &= \gamma_D \cdot \sqrt{(1 - \rho^2)} \cdot \left[s(s - 4m_\pi^2)/(s + s_2)^2 \right]
\end{aligned} \quad (7.53)$$

an. Für s_1 ist m_ρ^2 einzusetzen und mit $s_2 = 4.8 \text{ GeV}^2$ erzielt man die beste Übereinstimmung ihrer Modell-Vorhersage mit der Form einer f_2 -Resonanzkurve. Die Vorfaktoren $\gamma_{S/D}$ sind Kopplungskonstanten und ρ parametrisiert die Aufteilung in die zwei Helizitätseinstellungen $J_z = 0$ und $J_z = 0$. Der Zusammenhang dieser Größen zur bekannten Zwei-Photon - Breite ist [41]:

$$\Gamma_{\gamma\gamma} = 0.084 \cdot \left[\gamma_D^2 - \gamma_D(0.5\rho + 2.44\sqrt{(1 - \rho^2)}) + 5.1 \right] \quad (7.54)$$

7.6.3 Anpassung des Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ von MARK-II und Crystal Ball

Das Modell von Morgan und Pennington wurde von den Autoren selbst an die gemessenen, differentiellen Wirkungsquerschnitte von MARK-II [86] und Crystal Ball [90] angepaßt. In [42] werden neben den dabei erzielten Ergebnissen auch die Modifikationen beschrieben, durch die das Modell zuvor leicht abgeändert wurde:

- die höheren Partialwellen $m_{J>2}^{(I)}(s)$ wurden durch die Partialwellen des Born-Termes (Rest-Born - Amplituden (2.90)) ersetzt
- die direkte Kopplung $P_2^C(s) \cdot \Omega_2(s)$ wurde in der I=0 - D-Welle durch eine Breit-Wigner - Amplitude ersetzt
- anstelle der Lösung (7.50) der Isospin-0 - S-Wellen - Dispersionsrelation wurde die $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ - Partialwellen-Amplitude, entsprechend (7.22), durch eine Summe über die starken Übergangsamplituden $T_S^{\pi\pi}(s)$ und $T_S^{K\pi}(s)$ parametrisiert:

$$m_0^{(I=0)}(s) = \hat{\alpha}_0^\pi(s) \cdot T_S^{\pi\pi}(s) + \hat{\alpha}_0^K(s) \cdot T_S^{K\pi}(s) . \quad (7.55)$$

Die durch Unitarisierung gekoppelten Übergangsamplituden³¹ wurden den Studien in [44] entnommen, die reellen Funktionen $\hat{\alpha}_0^\pi(s)$ und $\hat{\alpha}_0^K(s)$ parametrisierten Morgan und Pennington durch *Legendre-Polynome 3. Grades*

- Abweichungen der Isospin-0 - Amplituden von dem durch das Lowsche Niederenergie-Theorem geforderte asymptotische Verhalten wurden im Fit durch einen χ^2 -Parameter bestraft

Abbildung 7.18 zeigt in Form des totalen Wirkungsquerschnitts in $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ ein typisches Ergebnis (Lösung **A**) der simultanen Anpassung des Modells an die differentiellen Wirkungsquerschnitte von MARK-II und Crystal Ball. Die Übereinstimmung ist bemerkenswert. Die dieser Lösung zugrundeliegende Isospin-0 - Partialwellen - Dekomposition wird in der darauffolgenden Abbildung 7.19 verdeutlicht. Im Gegensatz zur Standard-Interpretation durch das einfache Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell (siehe Abschnitt 7.2) tragen bei der von Morgan und Pennington ermittelten Anpassung (Lösung **A**) erhebliche Spin-0 (*S*) - und Spin-2, Helizität-0 (*D*₀) - Anteile zum Wirkungsquerschnitt im Energiebereich zwischen $\simeq 700$ MeV und $\simeq 1.4$ GeV bei. In den Spin-0 - Anteilen sehen Morgan und Pennington die Evidenz einer breiten, die bisherigen Skalare $f_0(600)$ und $f_0(1300 - 1400)$ ersetzenden Resonanz, die sie mit f_0/ε bezeichnen und deren Masse sie zunächst offenlassen [42]. Lösung **A** wird von den Autoren als *typisch gute Lösung* bezeichnet. Über die Güte der Anpassung dieser und anderer Lösungen informiert Tabelle 7.3. Die Zahl der Freiheitsgrade NDF betrug insgesamt 177 und setzte sich aus 120 $\pi^+\pi^-$ - und 57 $\pi^0\pi^0$ - $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ - Meßwerten zusammen. Die Zahl der Fit-Parameter war 17. Lösung **B** stellt bezüglich der Fit-Wahrscheinlichkeit die beste Anpassung dar. Lösung **C** zeichnet sich durch die übliche Unterdrückung von *S* - und *D*₀ - Beimischungen im f_2 -Bereich aus und wird deshalb als *konventionelle Lösung* bezeichnet. Zu beachten ist hier die Verschlechterung der Anpassungsgüte bei reiner Spin-2, Helizität-2 - Welle im Vergleich zu Lösung A oder B ($\Delta\chi^2 \geq 87$). Lösungen **D** und **E** stellen Extrembeispiele dar. Bei Lösung **D** war der *D*₀-Anteil praktisch ausgeschaltet, bei Lösung **E** wurde

³¹Diese sind äquivalent zu den bei Mennessier (Abschnitt 7.4) verwendeten I=0 - S-Wellen Übergangsamplituden $T_{\pi\pi}$ und $T_{\pi K}$.

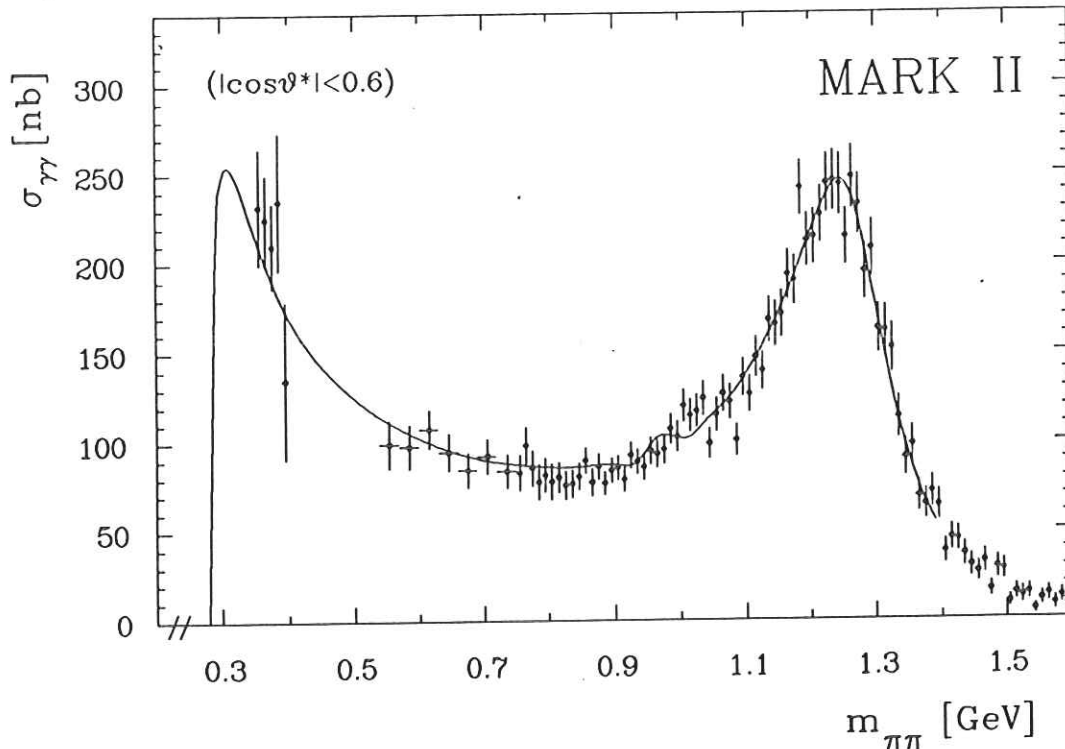


Abbildung 7.18: Totaler Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ ($|\cos \vartheta^*| < 0.6$) von MARK-II [86] als Funktion der invarianten Masse. Die Kurve ist eine optimierte Anpassung (Lösung A) des Modells von Morgan und Pennington [42].

der S-Anteil unterdrückt. Beide Fälle werden ebenfalls von einer enormen Verschlechterung der Fit-Wahrscheinlichkeit gegenüber Lösung B begleitet. Die mit +- und 00 indizierten Lösungen wurden durch Anpassung entweder an die MARK-II - Daten oder an die Crystal Ball - Daten ermittelt. Bei den Lösungen A₁ und B₁ schließlich wurde die Gewichtung der Crystal Ball - Daten um einen Faktor 3 verstärkt.

Durch die Bedingung $S + D_0 + D_2 \equiv \sigma_{\gamma\gamma}$ läßt sich erneut die bereits mehrfach benutzte Technik³² der projektiven Dreiecks-Darstellung anwenden, um die Positionen der Lösungen aus Tabelle 7.3 innerhalb des S - D_0 - D_2 - Diagramms von Abbildung 7.20 zu ermitteln. In Abbildung 7.21 wird die an den MARK-II - und Crystal Ball - Wirkungsquerschnitt optimal angepaßte Lösung A des Modells von Morgan und Pennington zum hier gemessenen Wirkungsquerschnitt gezeigt. Die Übereinstimmung ist aufgrund der leichten systematischen Unterschiede der Wirkungsquerschnitts-Resultate von CELLO und MARK-II nicht besonders gut. Durch die erwähnten Polynomfunktionen bestünde beim Modell von Morgan und Pennington jedoch genügend Freiheit, eine optimale Anpassung des Modells auch an den hier gemessenen Wirkungsquerschnitt zu erzielen. Die leichte Diskrepanz der Ergebnisse würde dann die systematische Unsicherheit der Messungen widerspiegeln. Anstelle der Benutzung eines Programm-Paketes³³ von Morgan und Pennington wurde in den hier durchgeführten und nachfolgend beschriebenen Anpassungsrechnungen (siehe Abschnitt 7.7.3) auf wesentliche Elemente des Modells zurückgegriffen.

³²siehe Abbildungen 7.6 und 4.1

³³Das Programm-Paket wäre eine 1500 Zeilen umfassende private Version der Autoren.

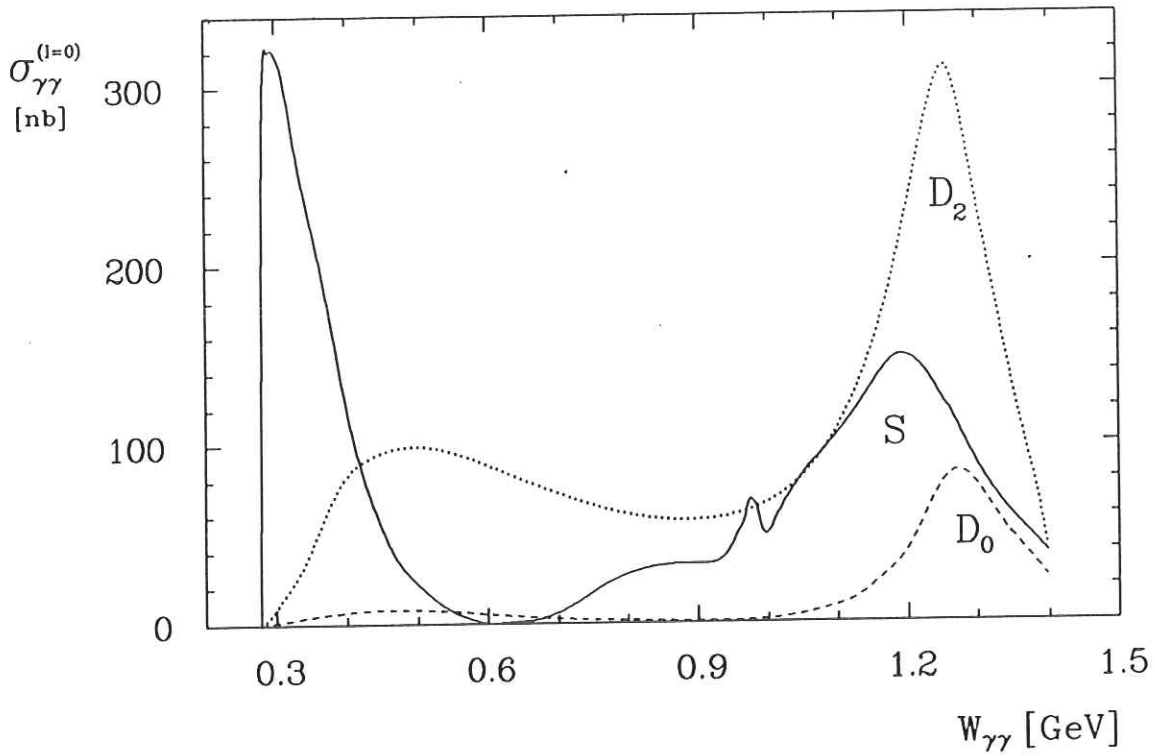


Abbildung 7.19: $I=0$ - Partialwellen-Dekomposition bei optimaler Anpassung des Modells von Morgan und Pennington (Lösung A) an die differentiellen Wirkungsquerschnitte von MARK-II [86] und Crystal Ball [90].

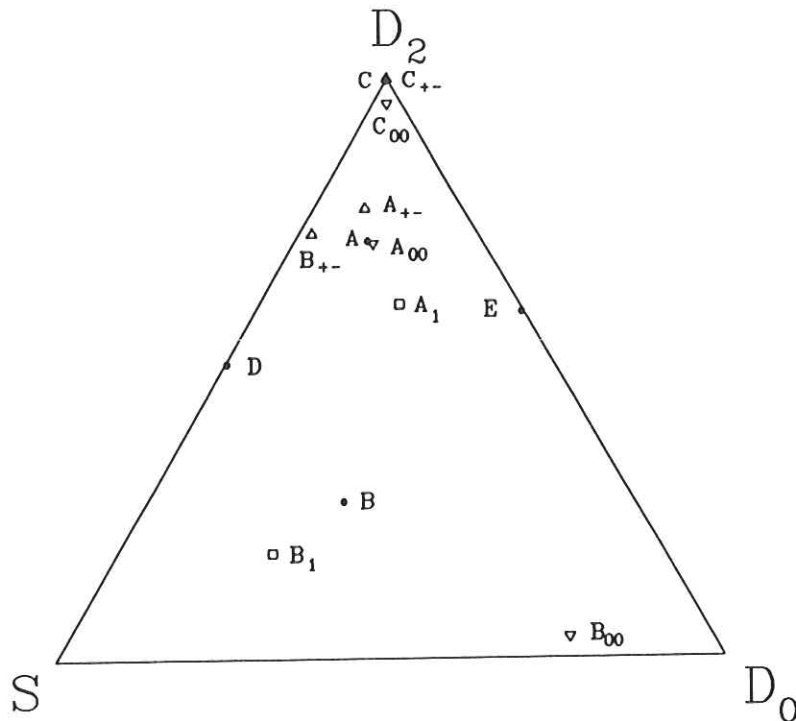


Abbildung 7.20: Positionen der Lösungen des Modells von Morgan und Pennington im projektiven $S-D_0-D_2$ - Dreiecks-Diagramm.

Lösung	$\{S/D; D_0/D\}$ bei 1270 MeV	$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2}$ [keV]	$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_0(975)/S^*}$ [keV]	$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_0(\epsilon)}$ [keV]	$(\chi^2/NDF)_{\text{Daten}}$		
					Total	+-	00
A	{0.35; 0.28}	2.18	0.6	5.5	1.85	1.60	2.38
B	{0.62; 0.51}	1.80	0.7	7.1	1.69	1.50	2.09
C	{0.05; 0.03}	2.74	0.6	3.4	2.34	1.85	3.36
D	{0.91; 0.07}	1.62	0.6	8.5	1.97	1.50	2.96
E	{0.04; 0.45}	3.41	0.4	2.4	2.19	1.92	2.76
A_{+-}	{0.33; 0.24}	2.19	0.3	5.0	—	1.45	—
A_{00}	{0.34; 0.29}	2.27	1.1	7.4	—	—	1.63
B_{+-}	{0.50; 0.14}	1.95	0.4	5.4	—	1.19	—
B_{00}	{0.44; 0.82}	2.08	0.9	7.6	—	—	1.22
C_{+-}	{0.02; 0.00}	2.83	0.24	0.8	—	1.35	—
C_{00}	{0.13; 0.13}	2.57	1.1	4.9	—	—	1.78
A_1	{0.34; 0.37}	2.22	0.7	4.1	1.83	1.80	1.89
B_1	{0.84; 0.53}	1.56	1.0	8.1	1.57	1.45	1.81

Tabelle 7.3: Lösungen der Anpassungsrechnungen des Modells von Morgan und Pennington an die Daten von MARK-II und Crystal Ball. Auf die Angabe der Masse des Skalars f_0/ϵ wird von Morgan und Pennington verzichtet.

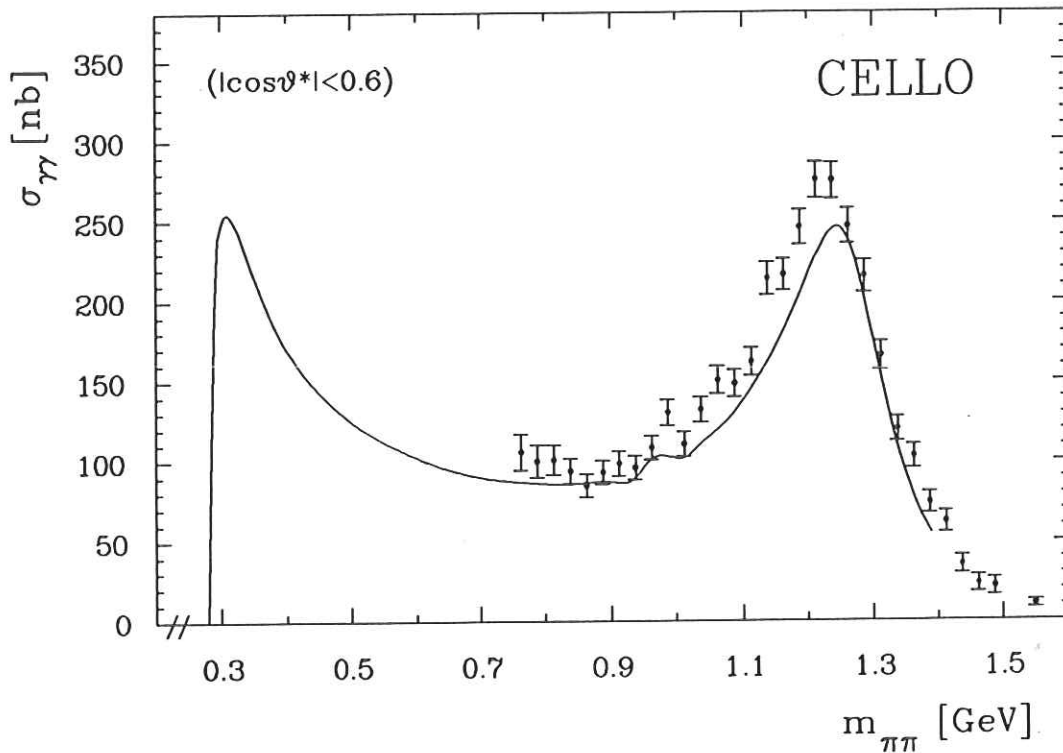


Abbildung 7.21: $\sigma_{\gamma\gamma}$ ($|\cos\vartheta^*| < 0.6$) von CELLO und an MARK-II/Crystal Ball - Daten optimal angepasste Lösung A des Modells von Morgan und Pennington [42].

7.7 Partialwellen-Analyse des Spektrums

7.7.1 Ein grundsätzliches Ambiguitätsproblem bei der Partialwellen-Dekomposition

Zur Partialwellen-Komposition des differentiellen Zwei-Photon – Wirkungsquerschnitts sind nach (7.7) die Amplituden gleicher Helizität zunächst kohärent – und die Quadrate dieser Summen anschließend inkohärent zu addieren. Aufgrund der Nichtnachweisbarkeit des Azimutwinkels φ^* im *no-tag* Experiment (siehe Abschnitt 2.2.2) wird implizit über diesen Winkel integriert. Die Kugelflächenfunktionen $Y_{J,J_1}(\vartheta^*, \varphi^*)$ aus Tabelle 2.3 sind daher nur noch vom Polarwinkel ϑ^* bzw. der Variable $z \equiv \cos \vartheta^*$ abhängig:

$$\begin{array}{l} Y_{0,0}(z) = 2\pi \\ Y_{2,0}(z) = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}(3z^2 - 1) \\ Y_{2,2}(z) = 2\pi \cdot \frac{\sqrt{30}}{4}(1 - z^2) \end{array}$$

und bilden darüberhinaus auch kein System orthogonaler Funktionen mehr. Mit der in Abschnitt 7.3.1 eingeführten Partialwellen-Normierung folgt für den differentiellen Wirkungsquerschnitt bei Zerlegung in die niedrigsten Partialwellen:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}}{dz}(s, z) = [m_{0,0}(s) \cdot Y_{0,0}(z) + m_{2,0}(s) \cdot Y_{2,0}(z)]^2 + [m_{2,2}(s) \cdot Y_{2,2}(z)]^2 \quad (7.56)$$

Diese Zerlegung ist im allgemeinen Fall nicht eindeutig. Sind die Partialwellen reell, so ist eine Konsequenz der Identität:

$$Y_{2,2}(z) = \sqrt{\frac{5}{6}} \cdot Y_{0,0}(z) - \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot Y_{2,0}(z) \quad , \quad (7.57)$$

daß bei destruktiver Interferenz eine bestimmte Mischung aus S - und D_0 -Welle eine D_2 -Partialwelle vortäuschen kann und umgekehrt. Bei komplexen Partialwellen $m_{J,J_1}(s)$ ergeben sich die in Abbildung 7.22 gezeigten Ambiguitätsbereiche. Für die jeweils durch einen dicken Punkt gekennzeichnete Ausgangskombination von S - D_0 - und D_2 -Partialwellen wurde der dazugehörige Ambiguitätsbereich durch eine Analyse des Lösungsbereiches der Gleichung:

$$|a \cdot Y_{0,0} \cdot e^{i\phi} + b \cdot Y_{2,0}|^2 + |c \cdot Y_{2,2}|^2 = |a_0 \cdot Y_{0,0} \cdot e^{i\phi_0} + b_0 \cdot Y_{2,0}|^2 + |c_0 \cdot Y_{2,2}|^2 \quad (7.58)$$

bestimmt. Die Koeffizienten a_0 , b_0 und c_0 sind dabei die reellen, positiven Wurzeln der Ausgangs-Partialwellen und der Winkel ϕ_0 trägt dem komplexen Charakter der Partialwellen Rechnung und wurde als Ausgangswert ebenfalls vorgegeben. Gesucht wurden anschließend solche Kombinationen von Parameterwerten a , b , c und ϕ , bei denen Gleichung (7.58) erfüllt ist. In Partialwellen zurückgerechnet liegt die Menge dieser Lösungen jeweils auf den schräg verlaufenden, gepunkteten Linien, die den Ausgangspunkt natürlich ebenfalls enthalten. Entlang dieser Linien besitzen die Lösungen unterschiedliche Werte für ϕ . Bei genauer Kenntnis des Ausgangswinkels ϕ_0 könnte deshalb die auftretende Ambiguität aufgelöst werden. Wie durch den breiten Strich angedeutet, sind die gepunkteten Ambiguitätslinien jeweils nur nach oben durch eine Kontour begrenzt. Die Wahl der Kontour hängt vom Ausgangswinkel ϕ_0 ab. Die Kontour des Spezialfalls destruktiver Interferenz zwischen S - und D_0 -Welle ($\cos \phi_0 = -1$) schließt den oberen Dreiecks-Punkt reiner D_2 -Welle mit ein. Dieser Punkt liegt deshalb auf

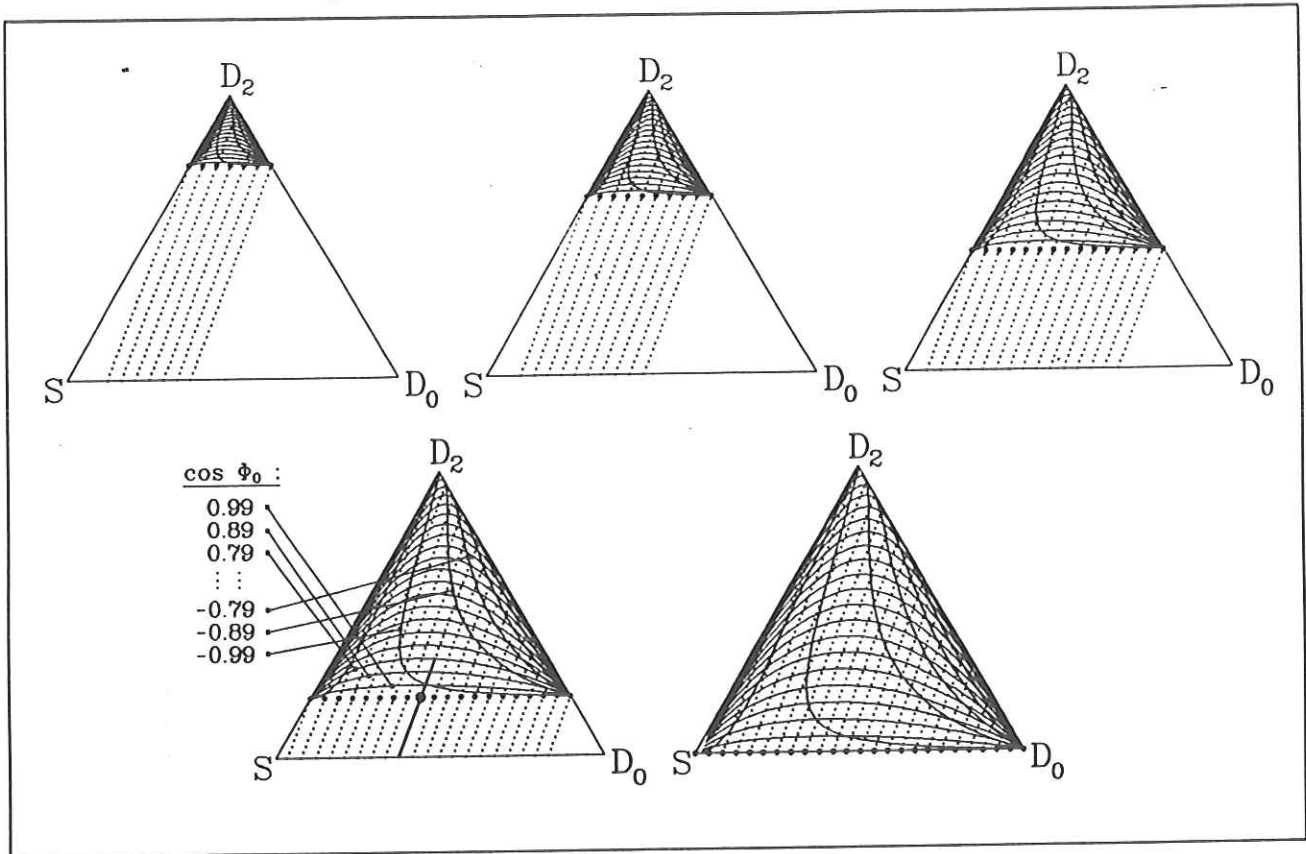


Abbildung 7.22: Ambiguität bei der Partialwellen-Dekomposition von $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ in S -, D_0 - und D_2 -Wellen (siehe Text).

einer Ambiguitätslinie, die wie Identität (7.57) die Unterscheidung einer Spin-2, Helizität-2 - Welle von einer bestimmten Kombination von S - und D_0 - Wellen prinzipiell unmöglich macht. Die auftretenden Ambiguitäten werden bei Berücksichtigung weiterer, höherer Partialwellen sehr viel komplexer und können nur bei Kenntnis sämtlicher Partialwellen-Phasen aufgelöst werden. Das ist jedoch in der Regel unmöglich, so daß bei Partialwellen-Analysen die Unbestimmtheit der Resultate untersucht werden muß.

7.7.2 Unitäre S - D_0 - D_2 - Partialwellen-Analyse

Zur Durchführung einer allgemeinen, unitären Partialwellen-Analyse des in Abbildung 6.9 gezeigten und in Tabelle 6.2 angegebenen differentiellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ wurden zunächst die folgenden Modell-Amplituden konstruiert:

$$\begin{aligned} m_{0,0} &= \sqrt{S} \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \xi \cdot e^{i\delta_0^0} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot r_{0,0}^{(I=2)} \cdot e^{i\delta_0^2} \right\} \\ m_{2,0} &= \sqrt{D_0} \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \xi \cdot e^{i\delta_2^0} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot r_{2,0}^{(I=2)} \right\} \\ m_{2,2} &= \sqrt{D_2} \left\{ \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \xi \cdot e^{i\delta_2^0} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot r_{2,2}^{(I=2)} \right\} \end{aligned}$$

Das Verhältnis der Partialwellen-Anteile am Gesamtwirkungsquerschnitt wurde durch die Parameter S , D_0 und D_2 vorgegeben, deren Summe auf Eins normiert war. In den Isospin-Kanälen, in denen die elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_J^I relevant sind, wurden die Isospin-Amplituden mit $e^{i\delta_J^I}$ multipliziert, so daß sich insgesamt eine unitäre Beschreibung ergeben

sollte (siehe Abschnitt 7.3.3). Die Isospin-2 - Amplituden waren die Born-Term - Amplituden. Um auch den Einfluß höherer Partialwellen zu berücksichtigen, wurden anschließend den so konstruierten Partialwellen-Amplituden die in (2.90) definierten *Rest-Born - Amplituden* M_{++}^{RB} und M_{+-}^{RB} hinzuaddiert. Der differentielle Modell-Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma_{\gamma\gamma}}{dz} = \left[m_{0,0} \cdot Y_{0,0} + m_{2,0} \cdot Y_{2,0} + M_{++}^{RB} \right]^2 + \left[m_{2,2} \cdot Y_{2,2} + M_{+-}^{RB} \right]^2 \quad (7.59)$$

wurde dann in jedem invarianten Massen-Intervall an das gemessene Wirkungsquerschnitts-Spektrum durch Variation des Betrages ξ der Isospin-0 - Amplitude angepaßt. Abbildung 7.23 zeigt die Ergebnisse dieser Partialwellen-Analyse in der sich erneut anbietenden, projektiven Dreiecks-Darstellung (s.o.). Der Punkt gibt jeweils die Position der S - D_0 - D_2 - Mischung an, bei der das χ^2 des Fits am kleinsten war. Die Konturen sind die 1σ , 2σ und 3σ von diesem Punkt entfernten Grenzen. Sowohl bei der Suche des Minimums als auch bei der Bestimmung der Konturen wurde die durch (7.24) auftretende Vorzeichen-Ambiguität der Isospin-Amplituden ebenfalls berücksichtigt. Sie ist für die komplexe Form der Konturen verantwortlich. Die übliche, in Abbildung 7.24 gezeigte, energieabhängige Darstellung der Partialwellen-Wirkungsquerschnitte wurde folgendermaßen erstellt:

- der $S - D_0 - D_2$ - Punkt optimalster Anpassung wurde in jeder Partialwelle durch (7.59) in einen Wirkungsquerschnitt umgerechnet, indem die jeweils anderen Partialwellen ausgeschaltet waren;
- analog hierzu ergaben sich die 1σ - und 2σ - Fehler aus den jeweils nach oben und unten maximal entfernten Wirkungsquerschnitts-Werten, deren $S - D_0 - D_2$ - Punkte auf der entsprechenden Kontur lagen.

Innerhalb der 1σ - Konturen von Abbildung 7.23 bzw. der 1σ - Intervalle von Abbildung 7.24 variieren die χ^2 -Werte des Fits signifikant im wesentlichen nur in der Nähe der Grenzen. Die dichte Folge der Fehlerkonturen ist ein deutliches Indiz hierfür. Die Positionen der Punkte optimalster Anpassung ist daher in großen Bereichen eher zufällig und sollte nicht überinterpretiert werden. Vielmehr verdeutlichen die Abbildungen 7.23 und 7.24 die grundsätzliche Unbestimmtheit der Partialwellen-Zerlegung im gesamten experimentell zugänglichen Energiebereich. Obwohl der differentielle Wirkungsquerschnitt in der Umgebung der $f_2(1270)$ - Resonanz sehr einer reinen D_2 -Welle ähnelt, ist die Komposition durch nahezu ausschließlich S - und D_0 - Wellen ebensogut möglich. Die elastischen $\pi\pi$ - Streuphasen δ_0^0 und δ_2^0 (Abb. 7.7) erzeugen gerade bei $W_{\gamma\gamma} = 1.27 \text{ GeV}$ die für die Ambiguität (7.57) so fatale *destruktive Interferenz* zwischen S - und D_0 -Welle. Bei den von Morgan und Pennington [42] getesteten Lösungen $A - E$ (siehe Abbildung 7.20) ist diese Ambiguität ebenso entscheidend. Das χ^2 ihres Fits hängt sensibel davon ab, wieviel Freiheit die Polynomfunktion den Lösungen überläßt, in jedem Energieintervall innerhalb der 1σ -Kontur liegen zu können.

7.7.3 Unitäre S - D_2 - Partialwellen-Analyse

Eine Reihe von experimentellen Analysen (siehe Tabelle 2.4) weisen darauf hin, daß die Spin-2, Helizität-0 - Kopplung zweier reeller Photonen an ein Tensormeson stark unterdrückt ist. Im Rahmen des nichtrelativistischen Quarkmodells folgt von theoretischer Seite her sogar das Verschwinden der D_0 -Komponente. Nach Close et al. [114,115] ändert sich dieses Ergebnis, im Gegensatz zu (2.128), bei Berücksichtigung relativistischer Korrekturen nur unwesentlich und

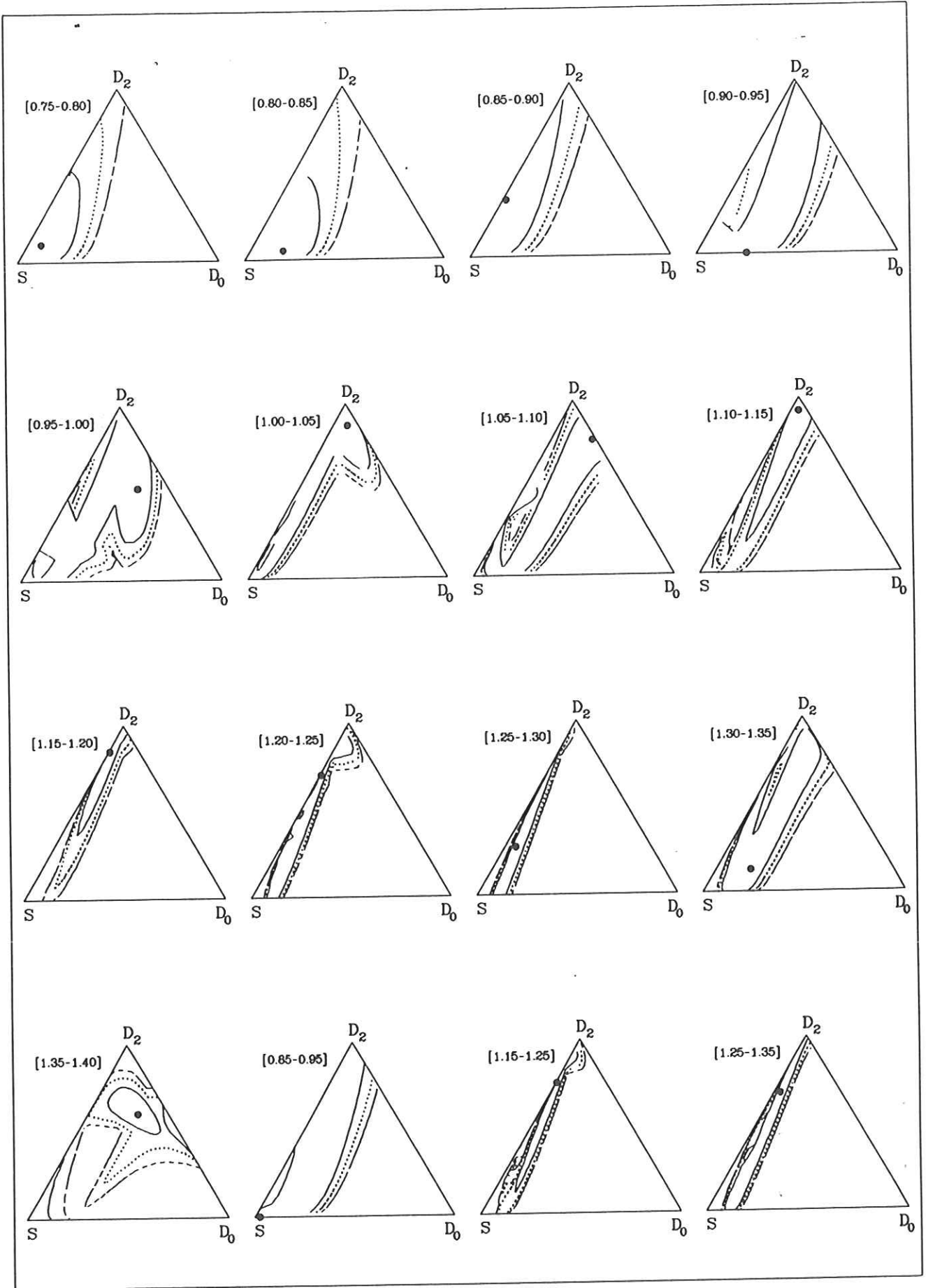


Abbildung 7.23: Projektive $S - D_0 - D_2$ - Dreiecksdarstellung der Lösungen einer modellunabhängigen Partialwellen-Analyse in den angegebenen Intervallen der invarianten Masse. Der Punkt markiert die Position der besten Anpassung, die Konturen sind 1σ -, 2σ - und 3σ -Grenzen.

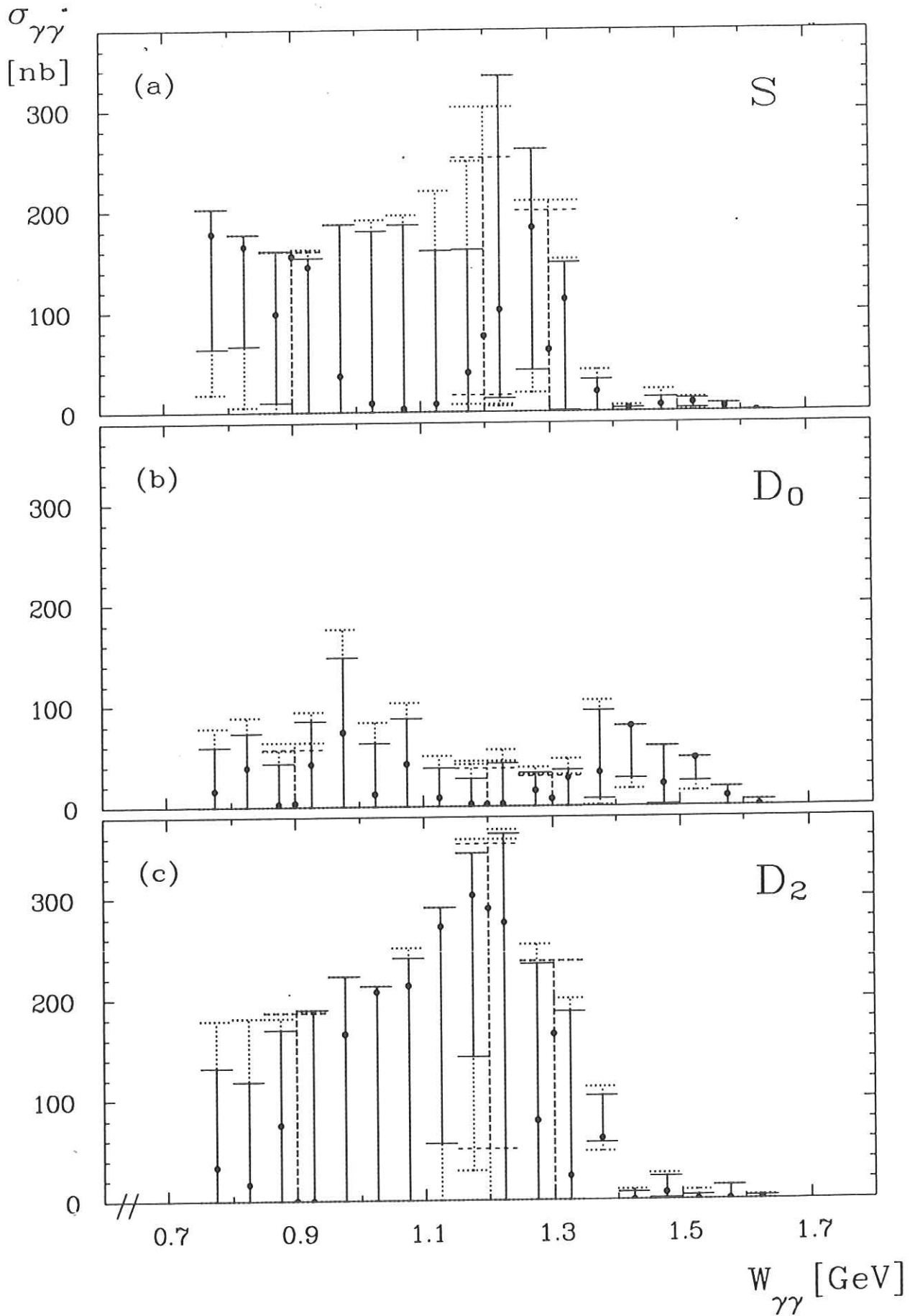


Abbildung 7.24: Totale Wirkungsquerschnitte der S -, D_0 - und D_2 - Partialwellen bei modellunabhängiger Analyse. Die eingezeichneten Fehlerintervalle begrenzen die 1σ - und 2σ -Bereiche.

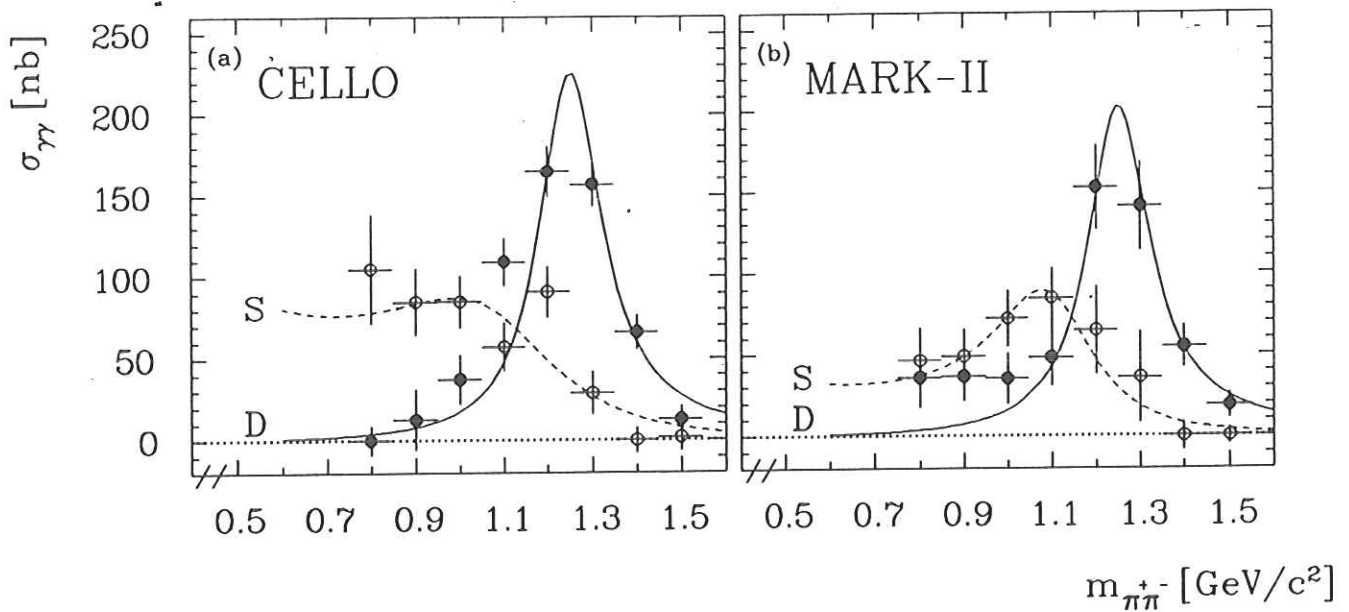


Abbildung 7.25: Partialwellen-Wirkungsquerschnitte von (a) CELLO und (b) MARK-II im Winkelintervall $|\cos \vartheta^*| < 0.6$ bei einfacher Zerlegung in S - und D_2 -Wellen (siehe Tabelle 6.1). Die Fehler sind statistische Fehler und die durchgezogenen Linien Breit-Wigner - Resonanzkurven.

das D_0/D_2 - Verhältnis bleibt mit $< 6\%$ auf einen vernachlässigbar kleinen Wert begrenzt. Im folgenden wird daher eine reine Helizität-2 - Kopplung der Photonen an das f_2 -Tensormeson angenommen und als Helizität-0 - Komponenten ausschließlich die Partialwellen des Born-Terms beachtet. Anhand der Abbildungen 7.22 und 7.23 wird deutlich, daß das Ausschalten bzw. Vorgeben der Helizität-0 - Welle eine erhebliche Reduktion der Dekompositions-Ambiguitäten zur Folge hat. Die Ergebnisse der einfachsten Partialwellen-Zerlegung (6.3) des in Abbildung 6.9 gezeigten differentiellen Wirkungsquerschnitts waren bereits im vorangegangenen Kapitel in Tabelle 6.1 zusammengestellt. In Abbildung 7.25(a) erfolgt ihre graphische Darstellung. Dabei wurden zum einen die Partialwellen-Wirkungsquerschnitte auf das Winkelintervall $|\cos \vartheta^*| < 0.6$ umgerechnet und zum anderen, aufgrund der besseren Vergleichbarkeit mit den Resultaten der äquivalent durchgeführten Partialwellen-Zerlegung des in Abbildung 7.26 gezeigten differentiellen Wirkungsquerschnitts von MARK-II [86], die Breiten der invarianten Massenintervalle von $50 \text{ MeV}/c^2$ auf $100 \text{ MeV}/c^2$ verdoppelt.

Während im vorangegangenen Abschnitt die Zerlegung der Spektren in die drei niedrigsten Partialwellen S , D_0 und D_2 , aufgrund der auftretenden Ambiguität, relativ strukturlose und unbestimmte Resultate hervorbrachte (Abbildung 7.24), weist die Dekomposition in ausschließlich S - und D_2 -Wellen hingegen auf die Zusammensetzung des Spektrums aus einem reinen $f_2(1270)$ - Resonanz-Wirkungsquerschnitt und einer breiten, ebenfalls resonanzartigen skalaren Struktur hin. Die Position der D_2 -Wellen-Resonanz auf der abfallenden Flanke der S -Wellen-Resonanz trägt zur Erklärung der beobachteten Verschiebung des Resonanz-Peaks zu kleineren Massen hin bei. Ein sehr ähnliches Resultat folgt aus der in Abbildung 7.25(b) gezeigten Zerlegung des differentiellen Wirkungsquerschnitts von MARK-II [86]. Bezüglich der leichten Abweichungen bei kleinen invarianten Massen ist zu beachten, daß die Fehler der S - und D_2 - Wellen stark negativ korreliert sind, d.h. je größer die S -Welle, desto kleiner die D_2 -Welle und umgekehrt. Insgesamt ist die Übereinstimmung daher besser, als sie zunächst erscheint. Zur Resonanz-Analyse der Spektren wurde ein einfaches Modell bestehend aus

zwei inkohärent addierten Breit-Wigner - Resonanzquerschnitten³⁴ für die S - und D_2 -Welle verwendet. Der Spin-2 - Welle wurden die nominellen Werte [19] für Masse und totale Breite des $f_2(1270)$ - Tensormesons fest vorgegeben. Fit-Parameter waren die partielle Zwei-Photon - Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ sowie die Parameter Masse, totale Breite und partielle Breite der Spin-0 - Welle. Das Modell wurde sowohl an die differentiellen Wirkungsquerschnitte dieser Analyse und der von MARK-II einzeln, als auch an das gewichtete Mittel beider Analysen gemeinsam angepaßt. Die jeweils optimalen Anpassungen sind als durchgezogene Linien in den Abbildungen 7.25 (a) und (b) dargestellt. Die ermittelten Parameter-Resultate und Anpassungsgüten können der folgenden Tabelle entnommen werden:

³⁴Abkürzung für Resonanz - Wirkungsquerschnitt

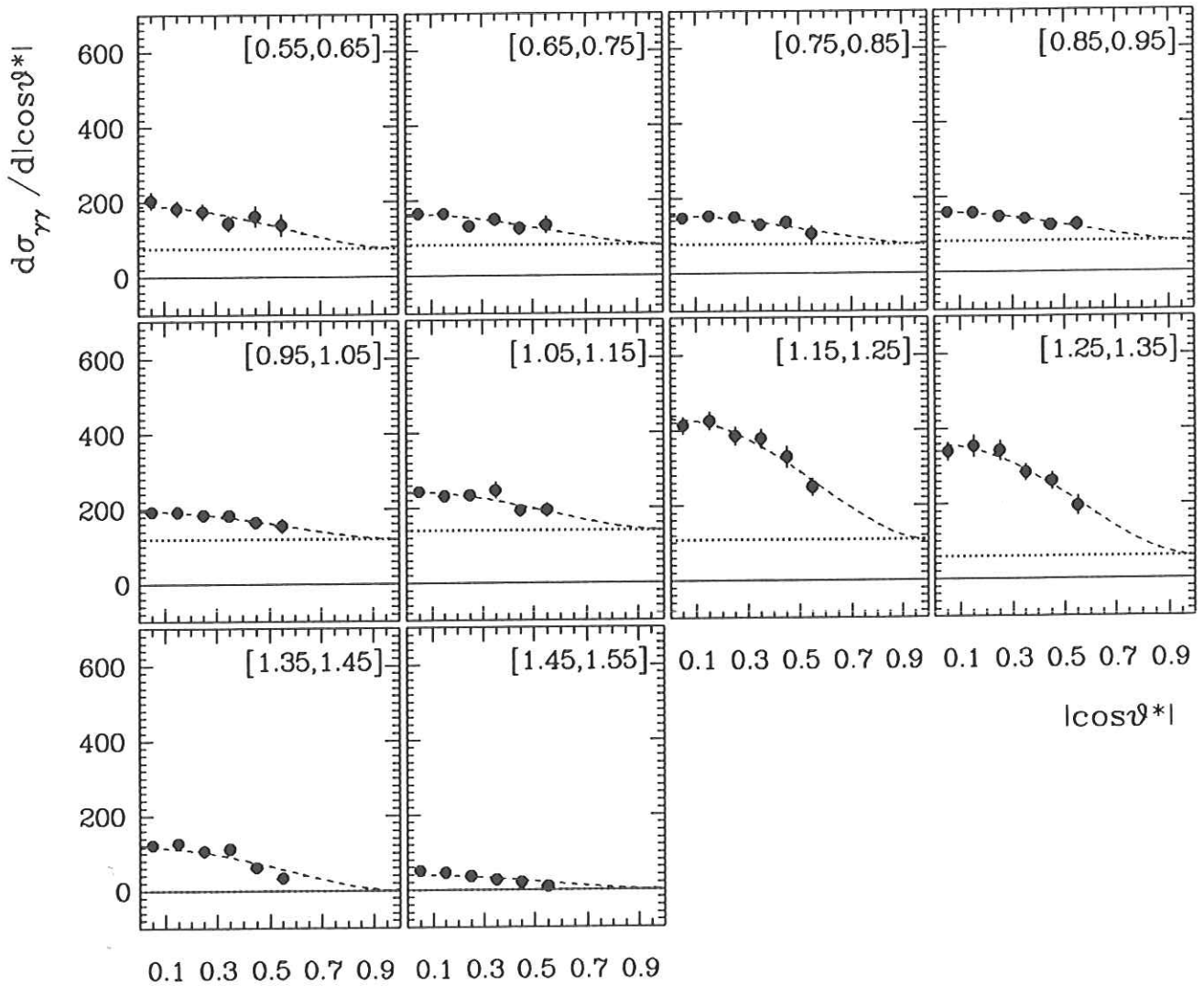


Abbildung 7.26: Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ von MARK-II und Partialwellen-Dekomposition in den angegebenen Intervallen der invarianten Masse.

Experiment	D-Welle			S-Welle			χ^2	NF	χ^2/NF
	M_{f_2} [GeV]	Γ_{f_2} [MeV]	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ [keV]	M_S [GeV]	Γ_S [MeV]	$\Gamma_{\gamma\gamma}$ [keV]			
CELLO	1.274	185.0	2.59 ± 0.14	1.067 ± 0.042	508.0 ± 143.0	8.0 ± 1.67	65.4	47	1.39
MARK-II	1.274	185.0	2.32 ± 0.23	1.098 ± 0.035	282.0 ± 70.0	5.05 ± 1.03	26.8	34	0.79
CELLO & MARK-II	1.274	185.0	2.51 ± 0.13	1.073 ± 0.032	443.0 ± 100.3	7.24 ± 1.16	65.3	48	1.36

Mit der Bezeichnung *CELLO & MARK-II* ist die gewichtete Mittelung der Spektren gemeint und für das Verzweigungsverhältnis des Skalars in den $\pi\pi$ -Zerfallskanal wurde 100% angenommen.

Die Resultate der einzelnen Anpassungsrechnungen sind kompatibel und deuten auf eine breite, skalare Resonanz bei $\simeq 1100 \text{ MeV}/c^2$ invarianter Masse hin. Ob es sich dabei tatsächlich um eine oder mehrere Resonanzen oder auch um resonanzlose Kontinuumsbeiträge handelt, läßt sich aufgrund der systematischen Unsicherheiten nicht zweifelsfrei klären. Die höheren Partialwellen blieben bei Verwendung dieses einfachen Modells unberücksichtigt. Auch wenn ihr Beitrag am Gesamtwirkungsquerschnitt als klein einzustufen ist, können die Winkelverteilungen durch das Auftreten von Interferenzen stark verzerrt und die Resultate der Partialwellen-Analyse verfälscht werden. Um dies zu berücksichtigen wurden in einem erweiterten Modell die höheren Wellen durch die in (2.90) definierten *Rest-Born* - Amplituden $M_{\pm\pm}^{RB}$ simuliert. Desweiteren wurde statt der Breit-Wigner - Parametrisierung der gesamten S-Welle der S-Wellen-Anteil am Wirkungsquerschnitt (nachfolgend durch die Parameter $S^{(I)}$ angegeben) in jedem Energieintervall direkt gefittet. Als mögliche nichtresonante Beiträge in den niedrigsten Partialwellen wurde das Born-Term - Kontinuum angenommen. Alle Born-Term - Amplituden wurden durch die bereits mehrfach verwendete, formfaktorartige Dämpfungsfunktion κ (7.6) reduziert. Die Unitarisierung des Modells erfolgte durch Aufteilung in Isospin-Amplituden und anschließender Multiplikation der einzelnen Partialwellen mit den Euler-Funktionen der elastischen $\pi\pi$ -Phasen $\delta_{(J)}^{(I)}$. In der Spin-2 - Welle wurde hingegen die Euler-Funktion $e^{i\delta_2^0}$ durch den von Morgan und Pennington [40] entwickelten Ausdruck $\chi_2^{(0)} \cdot \Omega_2^{(0)}$ (siehe (7.47) und (7.51)) ersetzt, dessen Phase mit der elastischen $\pi\pi$ -Phase übereinstimmt und dessen Wirkung lediglich im Verschwinden des Born-Term - Kontinuums bei der nominellen f_2 -Resonanzmasse liegt (siehe Abbildung 7.17(b)). Insgesamt lauten die so konstruierten Modell-Amplituden:

$$\begin{array}{l}
M_{++}^{(I=0)} = \left\{ S^{(0)} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa \cdot r_{0,0} \right\} \cdot e^{i\delta_0^0} \cdot Y_{0,0} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa \cdot r_{2,0} \cdot \chi \cdot \Omega \cdot Y_{2,0} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa \cdot M_{++}^{RB} \\
M_{+-}^{(I=0)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \text{bw}_{2,2} \cdot Y_{2,2} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa \cdot r_{2,2} \cdot \chi \cdot \Omega \cdot Y_{2,2} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \kappa \cdot M_{+-}^{RB} \\
M_{++}^{(I=2)} = \left\{ S^{(2)} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \kappa \cdot r_{0,0} \right\} \cdot e^{i\delta_0^2} \cdot Y_{0,0} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \kappa \cdot r_{2,0} \cdot Y_{2,0} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \kappa \cdot M_{++}^{RB} \\
M_{+-}^{(I=2)} = \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \kappa \cdot r_{2,2} \cdot Y_{2,2} + \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \kappa \cdot M_{+-}^{RB}
\end{array}$$

Aus diesen Amplituden ergeben sich die differentiellen Wirkungsquerschnitte in den geladenen und den neutralen Zwei-Pion - Zerfallskanal wie folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^{(+ -)}}{dz} &= \left| \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot M_{++}^{(I=2)} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot M_{++}^{(I=0)} \right|^2 + \left| \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot M_{+-}^{(I=2)} + \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot M_{+-}^{(I=0)} \right|^2 \\ \frac{d\sigma_{\gamma\gamma}^{(00)}}{dz} &= \left| \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot M_{++}^{(I=2)} - \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot M_{++}^{(I=0)} \right|^2 + \left| \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot M_{+-}^{(I=2)} - \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot M_{+-}^{(I=0)} \right|^2, \end{aligned}$$

mit $z \equiv \cos\vartheta^*$. Das Modell wird im folgenden als *erweitertes* - oder auch *unitäres Modell* bezeichnet und kann durch die Isospin-Aufteilung gleichzeitig an die von Crystal Ball [90] und JADE [91] gemessenen, differentiellen Wirkungsquerschnitte des neutralen Zerfallskanals (Abbildung 7.28) angepaßt werden. Zunächst jedoch die folgenden Anmerkungen: Abbildung 7.27 zeigt neben dem totalen Wirkungsquerschnitt von Crystal Ball das totale Ereignisspektrum von JADE [91]. Anstelle eines differentiellen Wirkungsquerschnitts veröffentlichte JADE ebenso lediglich ein Ereignisspektrum, das sich für den gesamten f_2 -Bereich ($[1.1, 1.5] \text{ GeV}/c^2$) allerdings durch die Angabe der Akzeptanz-Verteilung in einen Wirkungsquerschnitt umrechnen ließ [51] (siehe Abbildung 7.28 rechts unten). Dieser Wirkungsquerschnitt ist kompatibel zu dem aus Crystal Ball - Daten durch Mittelung auf das gleiche Massenintervall bezogenen, differentiellen Wirkungsquerschnitt von Abbildung 7.28. Die hierin eingezeichneten Kurven geben erneut die Fit-Ergebnisse der einfachen Partialwellen-Zerlegung (6.3) an, die wiederum als Funktion der Energie in Form von Partialwellen - Wirkungsquerschnitten in Abbildung 7.29 gezeigt werden. Die Breit-Wigner - Resonanzkurven der S - und D -Welle von Abbildung 7.29 sind die jeweils besten Anpassungen an die Daten. Die dabei *vorgegebenen* (ohne Fehlerangabe) und *erhaltenen* (mit Fehlerangabe) Fit-Parameter sind:

<p><u>S-Welle:</u> $\Gamma_{\gamma\gamma} = 0.62 \pm 0.25 \text{ keV}$ $\Gamma_S = 746.2 \pm 433.5 \text{ MeV}$ $M_S = 1.100 \text{ GeV}/c^2$</p>	<p><u>D-Welle:</u> $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 3.32 \pm 0.30 \text{ keV}$ $\Gamma_{f_2} = 185 \text{ MeV}$ $M_{f_2} = 1.274 \text{ GeV}/c^2$</p>
--	---

Nach diesen Ergebnissen gelingt auch im neutralen Zwei-Pion - Kanal die Beschreibung des Kontinuums durch eine sehr breite, skalare Resonanz, deren Zwei-Photon - Kopplung allerdings um einen Faktor $\simeq 10$ zu klein ist, um mit den Ergebnissen im geladenen Zerfallskanal kompatibel zu sein. Es bleibt jedoch fraglich, ob es sich um eine einzelne Resonanz handelt, oder ob mehrere Resonanzen beteiligt sind und durch Interferenzbildung untereinander zu dem beobachteten Resultat führen. Die Beschreibung einer derart breiten Resonanz mit einer Breit-Wigner - Amplitude ist zweifelsfrei ebenso kritisch zu bewerten. Auch können die aufgrund von Interferenzeffekten sehr wichtigen, höheren Partialwellen zu einer Fehlinterpretation dieser einfachen Partialwellen-Analyse beitragen.

Zur Anpassung des oben beschriebenen, *erweiterten Modells* an die Spektren dieser Analyse und die der anderen Experimente wurde der invariante Massenbereich zwischen $0.75 \text{ GeV}/c^2$ und $1.55 \text{ GeV}/c^2$ in acht Intervalle unterteilt und der S -Wellen-Anteil in jedem Intervall aus den differentiellen Wirkungsquerschnitten einzeln bestimmt. Global wurden dabei gleichzeitig die partielle Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ und der Parameter a der in (7.6) definierten formfaktorartigen Born-Term - Dämpfung κ so variiert, daß die Gesamtsumme der χ^2 -Werte minimal wird. Die Resultate der Anpassungsrechnungen lauten wie folgt:

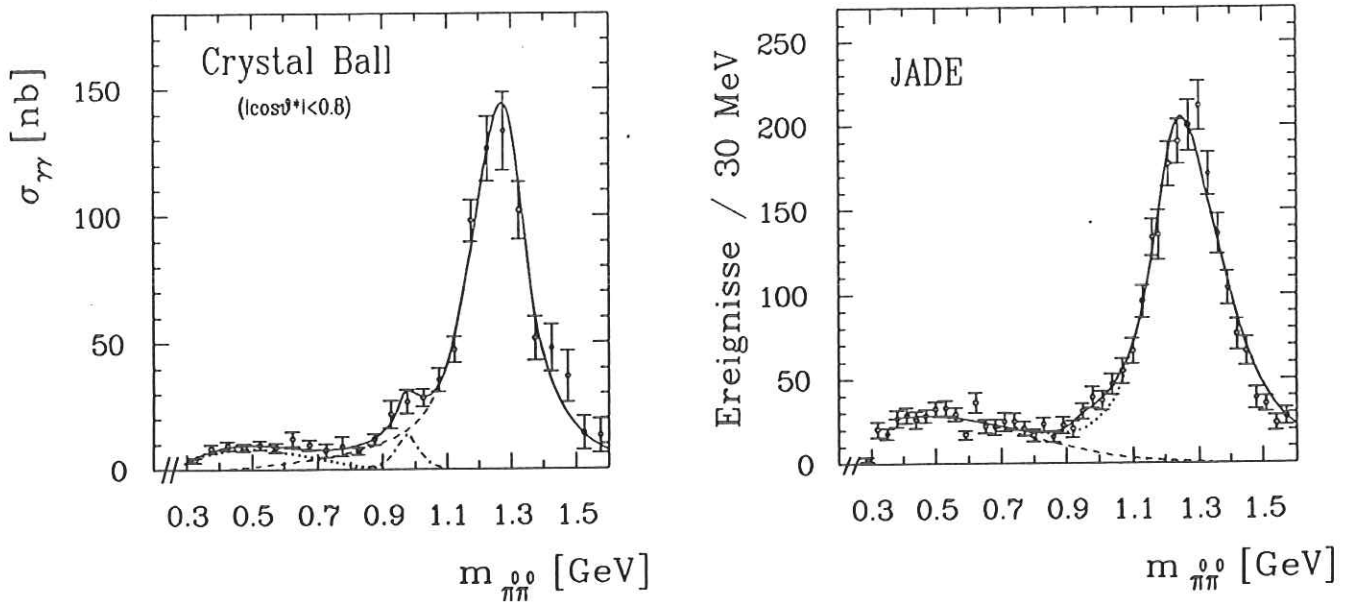


Abbildung 7.27: Totaler $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ - Wirkungsquerschnitt von Crystal Ball und invariantes Massen-Spektrum von JADE.

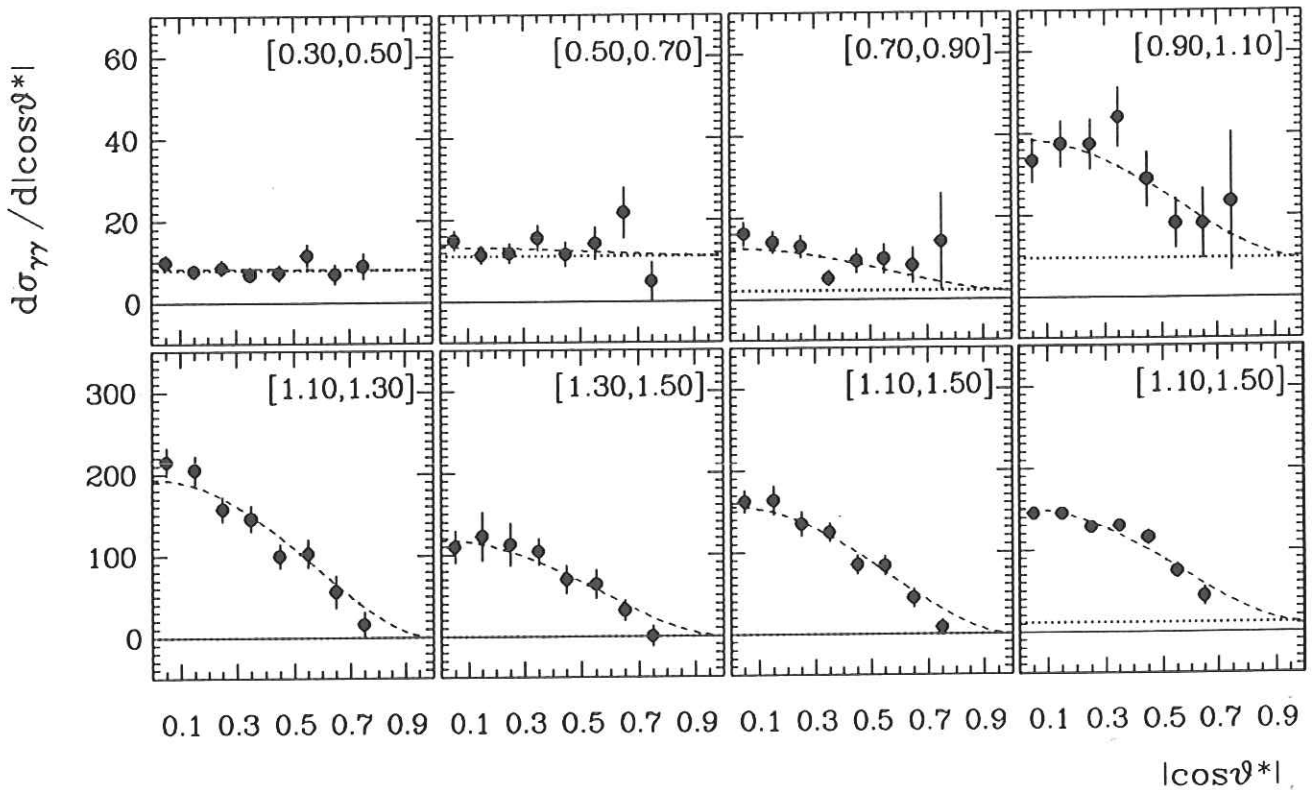


Abbildung 7.28: Differenzieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ von Crystal Ball und JADE (rechts unten, dick umrandet) mit Partialwellen-Dekompositionen in den angegebenen Intervallen der invarianten Masse.

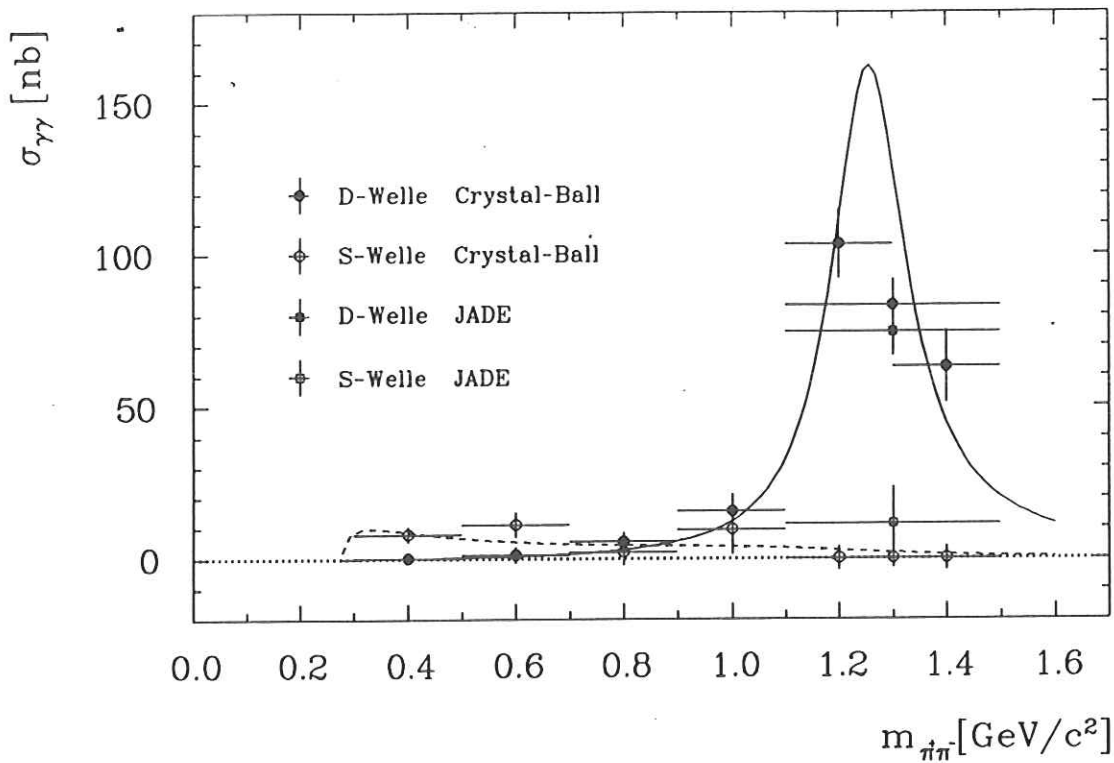


Abbildung 7.29: Einfache Partialwellen-Dekomposition der differentiellen Wirkungsquerschnitte von Crystal Ball und JADE. Die Fehler sind statistische Fehler und die durchgezogenen Linien Breit-Wigner - Resonanzkurven der besten Anpassung (siehe Text).

Exp. Spektren	$S^{(I=0)}$	$S^{(I=2)}$	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)/keV$	a	χ^2	NF	χ^2/NF
CELLO	—	—	3.23 ± 0.049	0.383 ± 0.023	310.24	61	5.09
MARK-II	—	—	2.93 ± 0.059	0.522 ± 0.028	194.05	48	4.04
CELLO & MARK-II	—	—	3.17 ± 0.036	0.414 ± 0.023	395.01	61	6.48
CELLO	*	—	$2.58 \pm 0.13^{+0.36}_{-0.27}$	$1.92 \pm 0.49^{+0.71}_{-0.91}$	81.42	53	1.54
MARK-II	*	—	2.58 ± 0.21	3.05 ± 0.97	29.27	40	0.73
CELLO & MARK-II	*	—	2.53 ± 0.12	2.24 ± 0.50	80.2	53	1.51
CELLO & MARK-II & Cryst.Ball	*	—	2.81 ± 0.063	0.377 ± 0.025	233.7	117	1.99
CELLO & MARK-II & Cryst.Ball	*	*	2.81 ± 0.074	0.465 ± 0.038	209.1	109	1.92

Die Bezeichnungsweise CELLO & MARK-II steht für die gewichtete Mittelung der Spektren dieser Analyse und die von MARK-II [86]. Der simultane Fit an den von Crystal Ball [90] gemessenen, neutralen Wirkungsquerschnitt wird mit CELLO & MARK-II & Cryst.Ball bezeichnet. In den Spalten $S^{(I=0)}$ und $S^{(I=2)}$ ist mit einem Stern (Strich) gekennzeichnet, wenn die entsprechenden Isospin - S-Wellen - Beiträge mitgefittet (nicht mitgefittet) wurden. Im Fall des akzeptablen Fits mit Isospin-0 - S-Wellen - Beiträgen an ausschließlich CELLO-Daten werden neben den statistischen Fehlern der Meßwerte auch abgeschätzte, systematische Fehler angegeben. Für diese Abschätzung wurde zunächst der beim Fit verwendete, differentielle

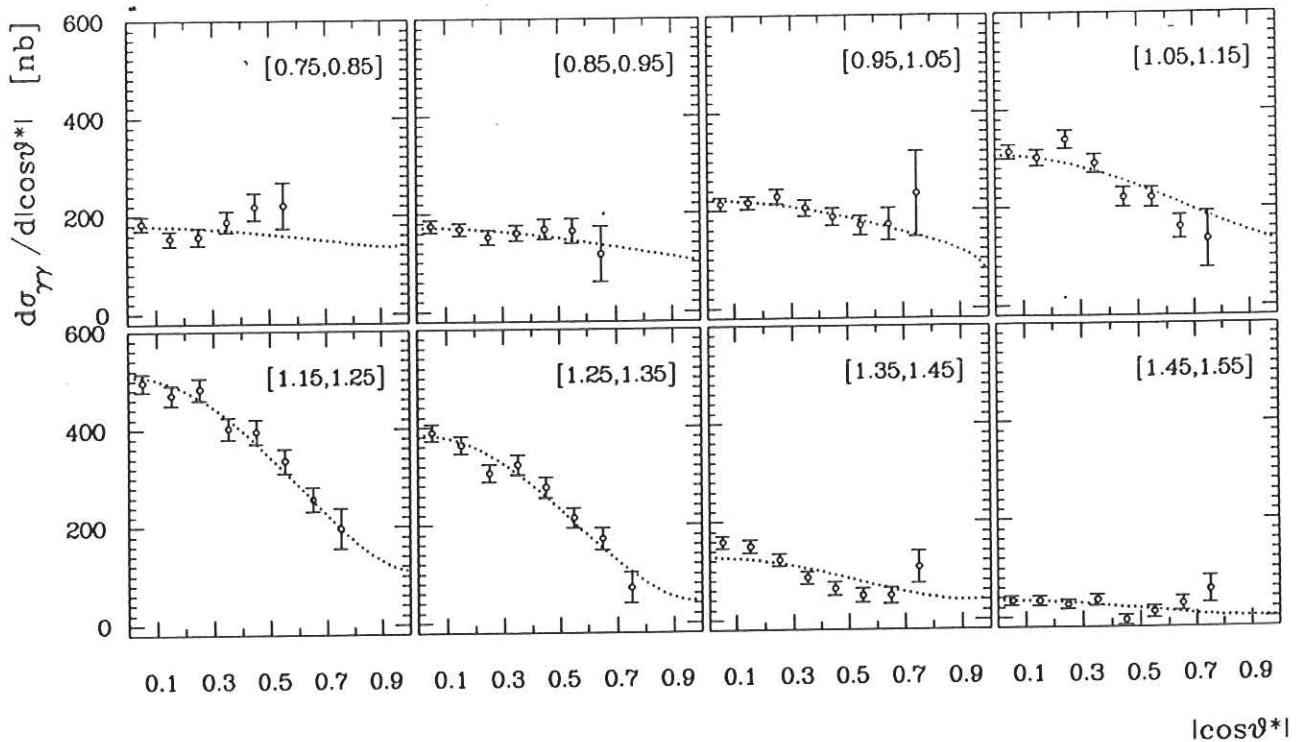


Abbildung 7.30: Anpassung des *unitären Modells* an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ von CELLO in den angegebenen invarianten Massenintervallen.

Wirkungsquerschnitt auch für eine um 3% erhöhte und erniedrigte Detektorakzeptanz ermittelt. Die sich hierdurch ergebenden, unterschiedlichen Fit-Resultate wurden anschließend nach unten und oben durch ihre aus dem Fit ebenfalls folgenden 1σ -Fehler verkleinert bzw. vergrößert und definieren das abgeschätzte, systematische Fehlerintervall. Um dabei neben einem möglichen, *globalen* Akzeptanzfehler auch einen systematischen *Punkt-zu-Punkt*-Fehler zu berücksichtigen, wurden darüberhinaus vor den Fits alle statistischen Fehler verdoppelt.

Die Resultate weisen erneut auf große skalare Anteile am Gesamtwirkungsquerschnitt hin. Ohne diese Anteile sind die durch χ^2/NF ausgedrückten Anpassungs-Güten sehr schlecht. Die Übereinstimmung der Fit-Ergebnisse dieser Analyse mit denen aus MARK-II-Spektren gewonnenen, ist insbesondere für die partielle Zerfallsbreite bemerkenswert. Der gemeinsame Fit an die Verteilungen des geladenen und neutralen Zwei-Pion-Kanals liefert einerseits eine etwas größere partielle Zerfallsbreite des $f_2(1270)$ -Tensormesons und verifiziert andererseits, daß die Berücksichtigung skalarer Anteile im Isospin 2-Kanal³⁵ die Anpassungsgüte nicht wesentlich verbessert. Abbildung 7.30 zeigt das Resultat der Anpassung des *unitären Modells* an den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ dieser Analyse in den vorgegebenen acht Massenintervallen. Die Beschreibung der Daten durch das Modell ist in jedem Intervall sehr zufriedenstellend. Die jeweils gewonnenen Werte der Isospin-0-S-Wellen-Amplituden sind für diesen Fit, für den Fit an die Daten von MARK-II und der Anpassung an das gewichtete Mittel beider Experimente in der nachfolgenden Tabelle zusammengestellt:

³⁵Das wären exotische Zustände.

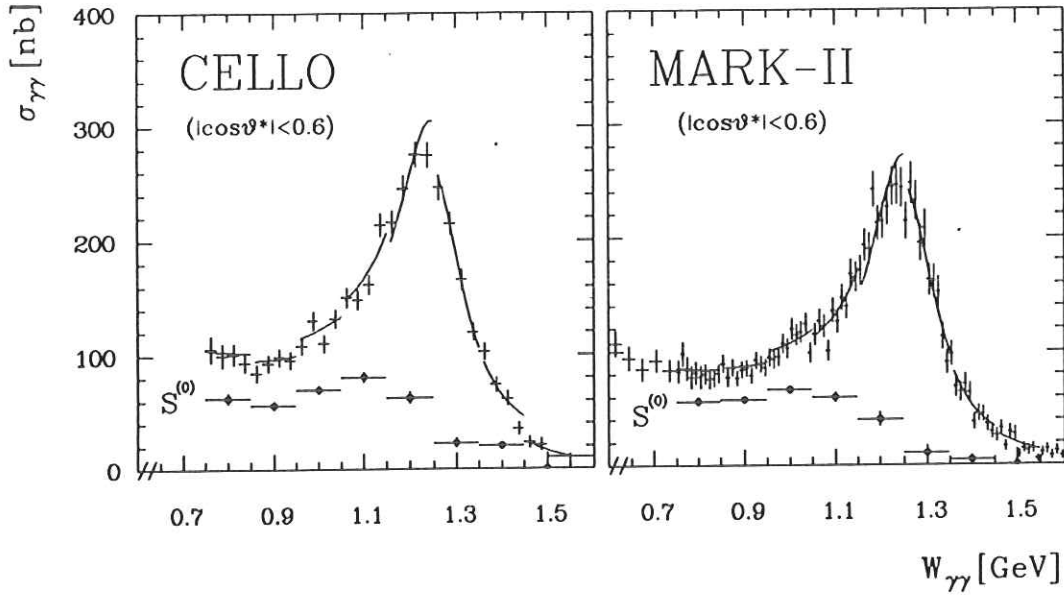


Abbildung 7.31: Totaler Wirkungsquerschnitt aus der Anpassung des unitären Modells an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ von CELLO (links) und MARK-II (rechts). Die mit $S^{(0)}$ bezeichneten Einträge entsprechen den gefitteten S -Wellen Anteilen im Isospin-0 - Kanal. Die Fehler sind statistische Fehler.

Massenintervall	$S_{\text{CELLO}}^{(0)}$	$S_{\text{MARK-II}}^{(0)}$	$S_{\text{CELLO \& MARK-II}}^{(0)}$
[0.75, 0.85]	$12.50 \pm 0.44^{+2.05}_{-2.62}$	11.85 ± 0.36	12.62 ± 0.36
[0.85, 0.95]	$11.86 \pm 0.37^{+1.75}_{-2.28}$	12.00 ± 0.30	12.11 ± 0.30
[0.95, 1.05]	$13.22 \pm 0.33^{+1.51}_{-1.92}$	12.89 ± 0.30	13.38 ± 0.27
[1.05, 1.15]	$14.23 \pm 0.35^{+1.49}_{-1.94}$	12.22 ± 0.39	14.20 ± 0.30
[1.15, 1.25]	$12.51 \pm 0.48^{+2.50}_{-2.44}$	10.03 ± 0.78	12.54 ± 0.41
[1.25, 1.35]	$7.51 \pm 0.70^{+1.83}_{-1.57}$	5.14 ± 1.42	7.59 ± 0.60
[1.35, 1.45]	$7.11 \pm 0.52^{+1.30}_{-1.14}$	-3.35 ± 1.22	6.72 ± 0.49
[1.45, 1.55]	$0.35 \pm 0.16^{+0.84}_{-0.71}$	-0.50 ± 0.19	0.42 ± 0.21

Neben den statistischen Fehlern sind für die Amplituden-Resultate der Analyse von ausschließlich CELLO - Daten auch systematische Fehler angegeben. Ihre Abschätzung erfolgte wie oben (Seite 166) beschrieben.

Die ermittelten $S^{(0)}$ -Wellen - Amplituden der beiden Experimente sind erneut bemerkenswert kompatibel und deuten, in Wirkungsquerschnitte umgerechnet, auf eine ähnliche skalare Struktur bei einer Masse von $\simeq 1.1 \text{ GeV}/c^2$ hin. Abbildung 7.31 zeigt für beide Experimente sowohl den sich für $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ ergebenden, totalen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\gamma\gamma}$ als auch den nur aus den skalaren Amplituden $S^{(0)}$ folgendenden Wirkungsquerschnitt im gleichen Winkelintervall. Die S -Wellen - Wirkungsquerschnitte sind in Form und Betrag sehr ähnlich zu den bereits mit dem Ansatz einer einfachen Partialwellen - Zerlegung gefundenen Resultaten von Abbildung 7.25. Der Grund für den gestückelten Verlauf des totalen

Wirkungsquerschnitts liegt darin, daß innerhalb der acht Massenintervalle die S -Wellen - Amplituden konstant gesetzt wurden.

Sollte es sich bei der skalaren Struktur tatsächlich um *eine* breite skalare Resonanz der Masse $\simeq 1100 \text{ MeV}$ handeln, so hätte diese eine totale Breite von $\Gamma_S \simeq 200 - 650 \text{ MeV}$ und eine partielle Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ zwischen 4 keV und 9 keV und würde damit die Erwartung des Quarkmodells erfüllen. Die nicht eindeutig gemessenen und bestätigten Resonanzen $f_0(600)/\epsilon(600)$ und $f_0(1400)/\epsilon(1300)$ wären in diesem Fall durch eine breite Resonanz zu ersetzen. Auf eine solche Interpretationsmöglichkeit wurde bereits mehrfach von Morgan und Pennington [40,42,44] hingewiesen und in dem von ihnen durchgeführten simultanen Fit [44] an MARK-II und Crystal Ball - Daten verifiziert. Die in Abbildung 7.19 gezeigte Partialwellen-Dekomposition der Lösung A ihrer Anpassungsrechnung beinhaltet einen signifikanten D_0 -Anteil. Nach Abschnitt 7.7.1 kann diese Welle zusammen mit einem Teil der S -Welle durch eine reine D_2 -Welle vorgetäuscht sein. Ist jedoch, wie zu Beginn dieses Abschnitts erläutert, eine Helizität-0 - Komponente in der Umgebung des $f_2(1270)$ -Tensors zu vernachlässigen, so muß die von Morgan und Pennington gefundene S -Welle im Bereich ihrer D_0 -Welle kleiner sein als gezeigt. Die Form der S -Welle ihrer Analyse wäre dann kompatibel zum Resultat dieser Analyse (Abbildung 7.31).

Die Interpretation der S -Welle durch einen breiten Skalar wird auch durch die Charakteristik der elastischen $\pi\pi$ - Streuphase im Isospin-0 - S-Kanal unterstützt. Für eine detailliertere Analyse wäre eine Aufteilung des differentiellen Wirkungsquerschnittes von MARK-II in kleinere Massenintervalle notwendig. Beim simultanen Fit an den neutralen Wirkungsquerschnitt von Crystal Ball stehen sogar nur vier doppelt so große Massenintervalle zur Verfügung, die darüberhinaus auch noch um $50 \text{ MeV}/c^2$ zu kleineren Werten hin verschoben sind. Durch die Verwendung derart breiter Intervalle verschwimmen Details der differentiellen Winkel-Spektren und eine exakte und eindeutige Interpretation der Fit-Ergebnisse wird sehr problematisch. Der aus JADE-Daten [91] berechnete, differentielle Wirkungsquerschnitt gilt sogar für einen invarianten Massenbereich von $400 \text{ MeV}/c^2$ und ist daher für Detailanalysen unbrauchbar. Das Resultat der simultanen Anpassung wird in Abbildung 7.32 zusammen mit dem in $|\cos\vartheta^*| < 0.8$ gemessenen, totalen Wirkungsquerschnitt von Crystal Ball gezeigt. Die gleichzeitige Beschreibung des geladenen und des neutralen Wirkungsquerschnitts mit dem *unitären Modell* bei Berücksichtigung ausschließlich isoskalarer S -Wellen - Anteile ist also möglich. Für die S -Wellen - Amplituden ergeben sich beim simultanen Fit allerdings kleinere Werte als bei der Verwendung der Spektren von CELLO und MARK-II allein. Insgesamt verschlechtert sich jedoch ebenfalls die Güte der Anpassung pro Freiheitsgrad um 0.5 (siehe obige Tabelle). Da durch Hinzunahme von Isospin-2 - Wellen die Anpassungsgüte nur unwesentlich verbessert wird, scheint sich hier die Problematik der Verwendung breiter Massenintervalle zu zeigen. Zusammenfassend ergibt sich folgende Interpretation:

- Sowohl die *einfache* Partialwellen-Zerlegung als auch die Zerlegung mit dem *unitären Modell* weisen bei den Wirkungsquerschnitts-Spektren dieser Analyse und denen von MARK-II signifikant und in kompatibler Weise auf das Vorhandensein zusätzlicher³⁶, skalarer Isospin-0 - Komponenten.
- Beim simultanen Fit an die differentiellen Spektren von Crystal Ball verschlechtert sich die Anpassungsgüte um $\chi^2/\text{NF} \simeq 0.5$. Skalare Isospin-2 - Anteile können diese Verschlechterung nicht aufheben, so daß die Eignung derart breiter $\pi^0\pi^0$ - Massenintervalle beim simultanen Fit in Frage gestellt werden muß.

³⁶Zusätzlich zu den S -Wellen - Born-Term - Amplituden.

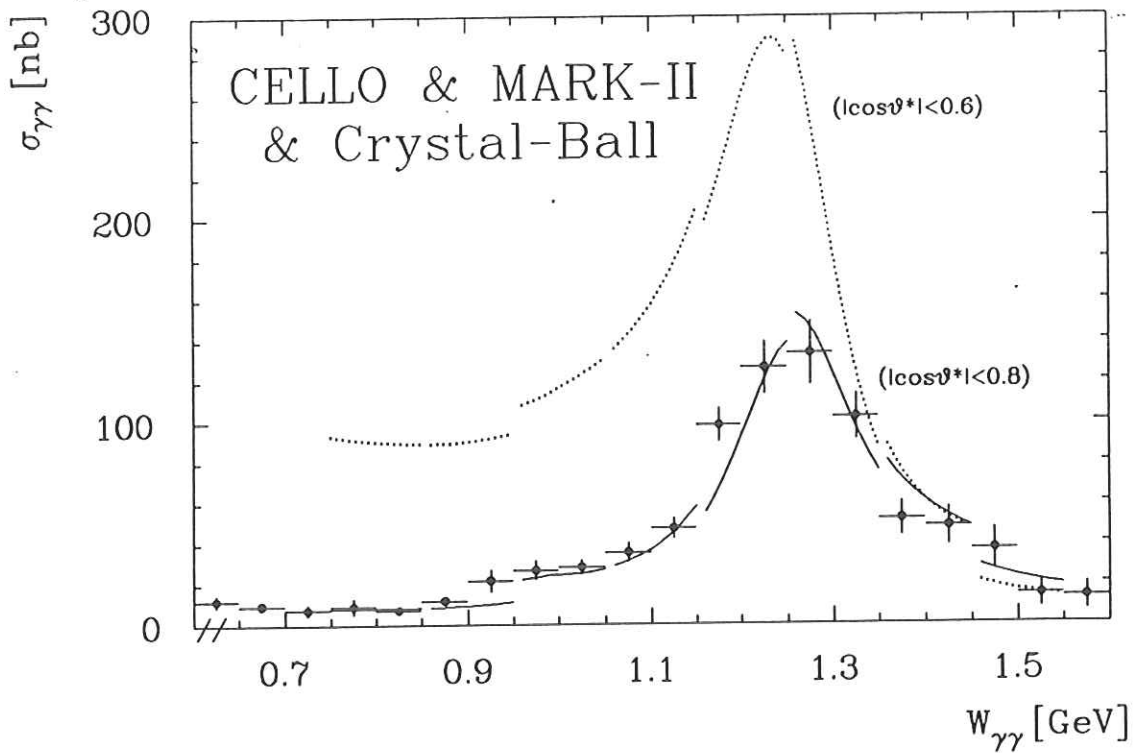


Abbildung 7.32: Totale Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ (gepunktet) und $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$ (durchgezogen) aus der Anpassung des *unitären Modells* an $d\sigma_{\gamma\gamma}/d|\cos\vartheta^*|$ von CELLO, MARK-II und Crystal Ball. Die Datenpunkte sind der Analyse von Crystal Ball [90] entnommen.

- Da mitgefittete, skalare Isospin-2 - Wellen nur unwesentlich zu einer Verbesserung der Anpassungsgüte beitragen, kann ein signifikantes Signal in diesem exotischen Kanal ausgeschlossen werden.

7.7.4 Bestimmung der partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}(f_2)$ und Vergleichbarkeit mit anderen Experimenten

In Tabelle 7.4 sind die im vorangegangenen Abschnitt bereits beschriebenen Meßergebnisse der partiellen Zerfallsbreite $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ des Tensormesons $f_2(1270)$ tabellarisch zusammengestellt. Als systematischer Fehler wurde Abschnitt 6.3.2 entsprechend eine relative Unsicherheit von jeweils 10 % angenommen.

Tabelle 7.4 informiert ferner über die Resultate früherer Experimente und Messungen. Die Spalte *Modell* weist dabei erneut auf die Unterschiede in der Modellierung des Wirkungsquerschnitts bei den einzelnen Analysen hin. Ein direkter Vergleich dieser Werte ist daher nur bedingt möglich und die von der *Particle-Data-Group* [19] durchgeführte Weltmittelung ist nicht gerechtfertigt. Diese enthält beispielsweise ebenfalls den von PLUTO [77] ohne *Kontinuums-Ansatz* gefundenen Wert. Aufgrund der hohen Anpassungsgüte des in dieser Analyse benutzten *unitären Modells* sowohl an die Spektren von MARK-II als auch an die hier gemessenen, differentiellen Wirkungsquerschnitte, weisen die erstaunlich kompatiblen Werte von $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 2.58 \pm 0.13 \pm 0.26 \text{ keV}$ für CELLO und $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 2.58 \pm 0.21 \pm 0.26 \text{ keV}$ für MARK-II auf eine im Vergleich zum Weltmittelwert $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2) = 2.76 \pm 0.14 \text{ keV}$ etwas niedrigere partielle Breite.

In Abschnitt 2.5.4 wurde der Zusammenhang zwischen den Zwei-Photon - Breiten der

Experiment	Reaktion	Modell	$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2}$ [keV]
CELLO	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	<i>unitäres Modell</i> ohne Skalare	$3.23 \pm 0.05 \pm 0.32$
		einfaches <i>S-D₂</i> Modell mit Skalare	$2.59 \pm 0.14 \pm 0.26$
		<i>unitäres Modell</i> mit Skalare	$2.58 \pm 0.13 \pm 0.26$
		gedämpftes Interferenzmodell	$2.73 \pm 0.05 \pm 0.27$
		Mennessier - Modell	$2.02 \pm 0.10 \pm 0.20$
PLUTO [77]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	nur Breit-Wigner - Wirkungsquerschnitt	$2.3 \pm 0.5 \pm 0.3$
MARK-II [78]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Int.-Modell mit Interferenzterm-Dämpfung	$3.6 \pm 0.3 \pm 0.5$
TASSO [79]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	nur Breit-Wigner - Wirkungsquerschnitt	$3.2 \pm 0.2 \pm 0.6$
CELLO [80]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Mennessier - Modell	$2.5 \pm 0.1 \pm 0.5$
PLUTO [81]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell	$3.25 \pm 0.25 \pm 0.5$
		Mennessier - Modell	$2.85 \pm 0.25 \pm 0.5$
DELCO [82]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell	$2.70 \pm 0.05 \pm 0.2$
MARK-II [83]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Int.-Modell mit Interferenzterm-Dämpfung	$2.52 \pm 0.13 \pm 0.38$
TPC/2 γ [84]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Int.-Modell mit Interferenzterm-Dämpfung	$3.2 \pm 0.1 \pm 0.4$
DELCO [85]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Int.-Modell mit Interferenzterm-Dämpfung	$2.77 \pm 0.07 \pm 0.3$
		Mennessier - Modell	$2.93 \pm 0.07 \pm 0.29$
		Lyth-unitarisiertes Modell	$3.34 \pm 0.07 \pm 0.34$
MARK-II [86]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	gedämpftes Interferenzmodell	$2.80 \pm 0.04 \pm 0.28$
		ditto mit Lyth-Unitarisierung	$3.15 \pm 0.04 \pm 0.31$
		<i>unitäres Modell</i> mit Skalare	$2.58 \pm 0.21 \pm 0.26$
TASSO [87]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	Born - Breit-Wigner - Interferenzmodell	$2.97 \pm 0.05 \pm 0.18$
TOPAZ [88]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$	gedämpftes Interferenzmodell	$2.27 \pm 0.17 \pm 0.11$
Cryst.-Ball [89]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$	Breit-Wigner plus gerader Untergrund	$2.7 \pm 0.2 \pm 0.6$
Cryst.-Ball [90]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$	Breit-Wigner plus phän. Untergrund	$3.26 \pm 0.16 \pm 0.28$
JADE [91]	$\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$	Breit-Wigner plus phän. Untergrund	$3.09 \pm 0.1 \pm 0.39$

Tabelle 7.4: Übersicht über $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2}$ - Messungen verschiedener Experimente.

Tensormesonen $f_2(1270)$, $f_2'(1525)$ und $a_2(1320)$ und dem Oktett-Singulett - Mischungswinkel Θ_T sowie dem Nonett-Symmetrie - Parameter r beschrieben. Mit dem vorliegenden Wert von $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$ dieser Analyse ergeben sich je nach Skalierung und Lösung die folgenden Resultate:

Eingabe	Skalierung	Lösung	θ_T	r
<u>CELLO</u>				
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270)} = 2.58 \pm 0.29$	m_R^{-3}	\oplus	$9.05_{-1.89}^{+2.28}$	$0.992_{-0.06}^{+0.06}$
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320)} = 1.00 \pm 0.17$	m_R^{-3}	\ominus	$30.19_{-2.11}^{+1.86}$	
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2'(1525)} = 0.15 \pm 0.06$	m_R^{+1}	\oplus	$5.72_{-2.66}^{+3.24}$	$0.936_{-0.05}^{+0.04}$
	m_R^{+1}	\ominus	$35.65_{-2.80}^{+2.37}$	
<u>CELLO</u>				
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270)} = 2.58 \pm 0.29$	m_R^{-3}	\oplus	$10.76_{-1.58}^{+1.90}$	$0.986_{-0.05}^{+0.04}$
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320)} = 1.00 \pm 0.17$	m_R^{-3}	\ominus	$28.68_{-1.78}^{+1.51}$	
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2'(1525)} = 0.11 \pm 0.04$	m_R^{+1}	\oplus	$8.16_{-2.25}^{+2.72}$	$0.926_{-0.04}^{+0.03}$
	m_R^{+1}	\ominus	$33.62_{-2.40}^{+1.98}$	
<u>PDG(90)</u>				
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270)} = 2.77 \pm 0.33$	m_R^{-3}	\oplus	$9.94_{-1.04}^{+1.18}$	$1.085_{-0.06}^{+0.06}$
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow a_2(1320)} = 0.90 \pm 0.12$	m_R^{-3}	\ominus	$26.14_{-1.15}^{+1.06}$	
$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2'(1525)} = 0.11 \pm 0.02$	m_R^{+1}	\oplus	$7.62_{-1.47}^{+1.68}$	$1.018_{-0.04}^{+0.04}$
	m_R^{+1}	\ominus	$30.68_{-1.54}^{+1.39}$	

Dabei wurden zum einen die von CELLO gemessenen, partiellen Breiten der Tensoren $a_2(1320)$ [24] und $f_2'(1525)$ [67] mit Verzweigungsverhältnissen $BR(f_2' \rightarrow K\bar{K}) = 100\%$ bzw. $BR(f_2' \rightarrow K\bar{K}) = 71.3_{-2.5}^{+2.1}\%$ [19] verwendet, und zum anderen die von der *Particle-Data-Group* berechneten Weltmittelwerte [19] der partiellen Breiten benutzt. Die gefundenen Resultate liegen bei Verwendung der negativen Lösung in (2.119) und der Skalierung m_T^{+1} in (2.125) sehr dicht am Wert *idealer* Mischung ($\Theta_T = 35.26^\circ$) und reiner Nonett-Symmetrie ($r = 1$).

7.8 Das Spektrum im hochenergetischen $m_{\pi^+\pi^-}$ - Bereich

7.8.1 Vergleich zur Vorhersage von Brodsky & Lepage

Bei einer invarianten Masse oberhalb der $f_2(1270)$ -Resonanz kann die Beschreibung des Zwei-Pion - Kontinuums durch Born-Term - Amplituden nicht mehr gerechtfertigt sein. Die Photonen sind zu energetisch, um von einer *punktförmigen Kopplung* ausgehen zu können. Vielmehr beginnen sie ab $\simeq 700 \text{ MeV}/c^2$, die innere Struktur der Endzustandsmesonen aufzulösen und koppeln oberhalb $\simeq 1.5 \text{ GeV}/c^2$ mit größerer Wahrscheinlichkeit direkt an die Quarks. Das sich hierdurch ergebende und von Brodsky und Lepage [33] berechnete QCD - Kontinuum wurde bereits in Abschnitt 2.4.2 vorgestellt und erläutert.

Abbildung 7.33 zeigt den in dieser Analyse ermittelten totalen Zwei-Photon - Wirkungsquerschnitt auf logarithmischer Skala. Die ebenfalls eingezeichneten QED- und QCD-Kontinua verdeutlichen die Born-Term - Überschätzung des Wirkungsquerschnitts im höherenergetischen Bereich. Die bei kleinen Massen völlig unzulässige QCD-Beschreibung überschätzt den gemessenen Wirkungsquerschnitt oberhalb von $\simeq 1.5 \text{ GeV}/c^2$ einerseits

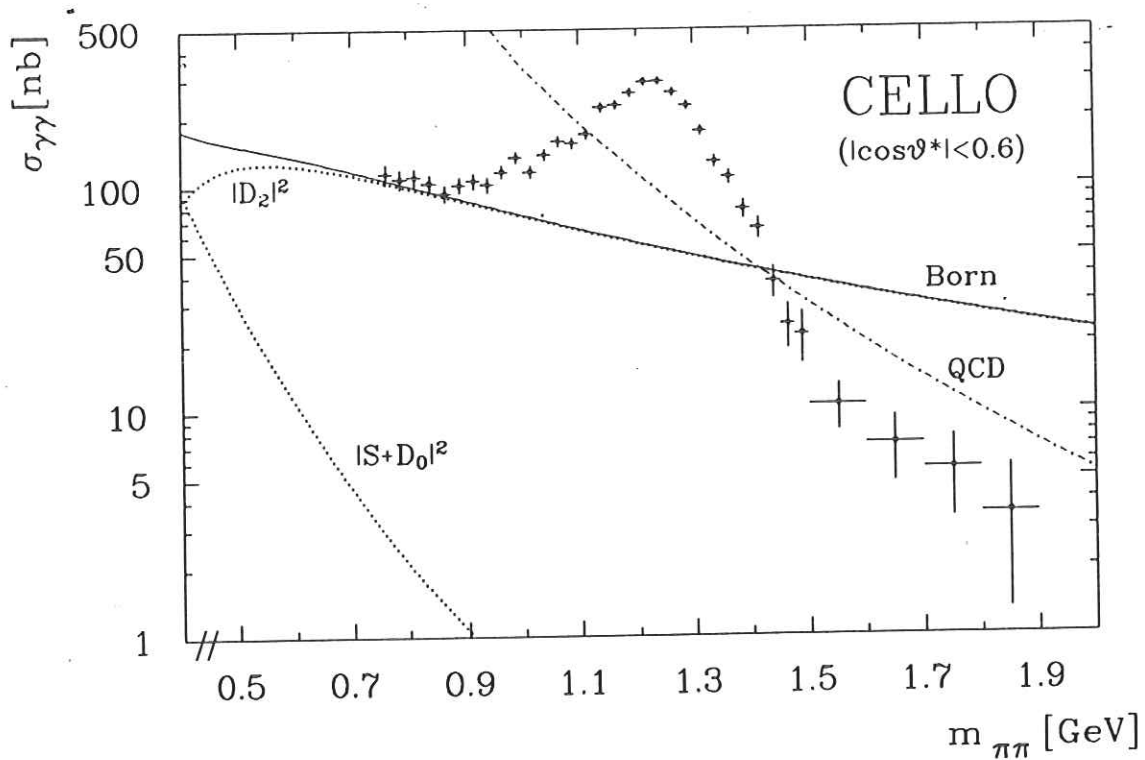


Abbildung 7.33: $\sigma(\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-)$ für $|\cos\vartheta^*| < 0.6$ im Vergleich zur Born-Term - Vorhersage und QCD - Erwartung nach Brodsky & Lepage.

zwar auch, sie weist andererseits aber die gleiche Energieabhängigkeit auf. Bislang unberücksichtigte Interferenzeffekte zwischen dem QCD-Kontinuum und der $f_2(1270)$ - Resonanz (bzw. schweren Resonanzen) können darüberhinaus den erwarteten Wirkungsquerschnitt herabsetzen und zu einer zufriedenstellenden Übereinstimmung mit den Daten führen. Aufgrund des in diesem Energiebereich sehr stark ansteigenden, systematischen Fehlers der Messungen (siehe Abschnitt 6.3.2), sollte allerdings die hier gefundene, tendenzielle Bestätigung des QCD - Kontinuums nicht überinterpretiert werden. Durch die Photonenkopplungen an Quarks (Spin $\frac{1}{2}$) ergibt sich beim QCD-Kontinuum im Vergleich zur QED-Kopplung an punktförmig angenommene Pionen (Spin 0) eine grundsätzlich unterschiedliche Winkelverteilung. Die in Abbildung 7.33 gezeigte Partialwellen-Dekomposition verdeutlicht den Spin-2 - Charakter des Born-Termes im höherenergetischen Bereich. Das QCD-Kontinuum hingegen wird von hohen Partialwellen dominiert und steigt deshalb mit wachsendem Wert von $|\cos\vartheta^*|$ exponentiell an. Aus diesem Grunde werden in Abbildung 7.34 die Wirkungsquerschnitte und die QCD-Erwartungen differentiell in den angegebenen Massenintervallen gezeigt. Wie zu sehen, verursacht die begrenzte Detektorakzeptanz im gesamten Winkelintervall leider gerade dort eine Sensitivitätslücke, wo die Winkelverteilung eine Unterscheidung zum Born-Term oder anderen Kontinua zulassen würde.

Zusammenfassend ist oberhalb einer invarianten Masse von $\simeq 1.5 \text{ GeV}/c^2$ lediglich die Kompatibilität des totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitts zur QCD-Vorhersage von Brodsky und Lepage feststellbar. Die in vorangegangenen Abschnitten häufig benutzte, formfaktorartige Dämpfung des Born-Termes (Formel (7.6)) könnte jedoch bei geeigneter Parameterwahl die Diskrepanz des Born-Kontinuums zu den Daten ebenfalls aufheben. Aufgrund der begrenzten Akzeptanz und des großen systematischen Fehlers lassen die differentiellen Winkelverteilungen das Falsifizieren einzelner Kontinua-Modelle nicht zu.

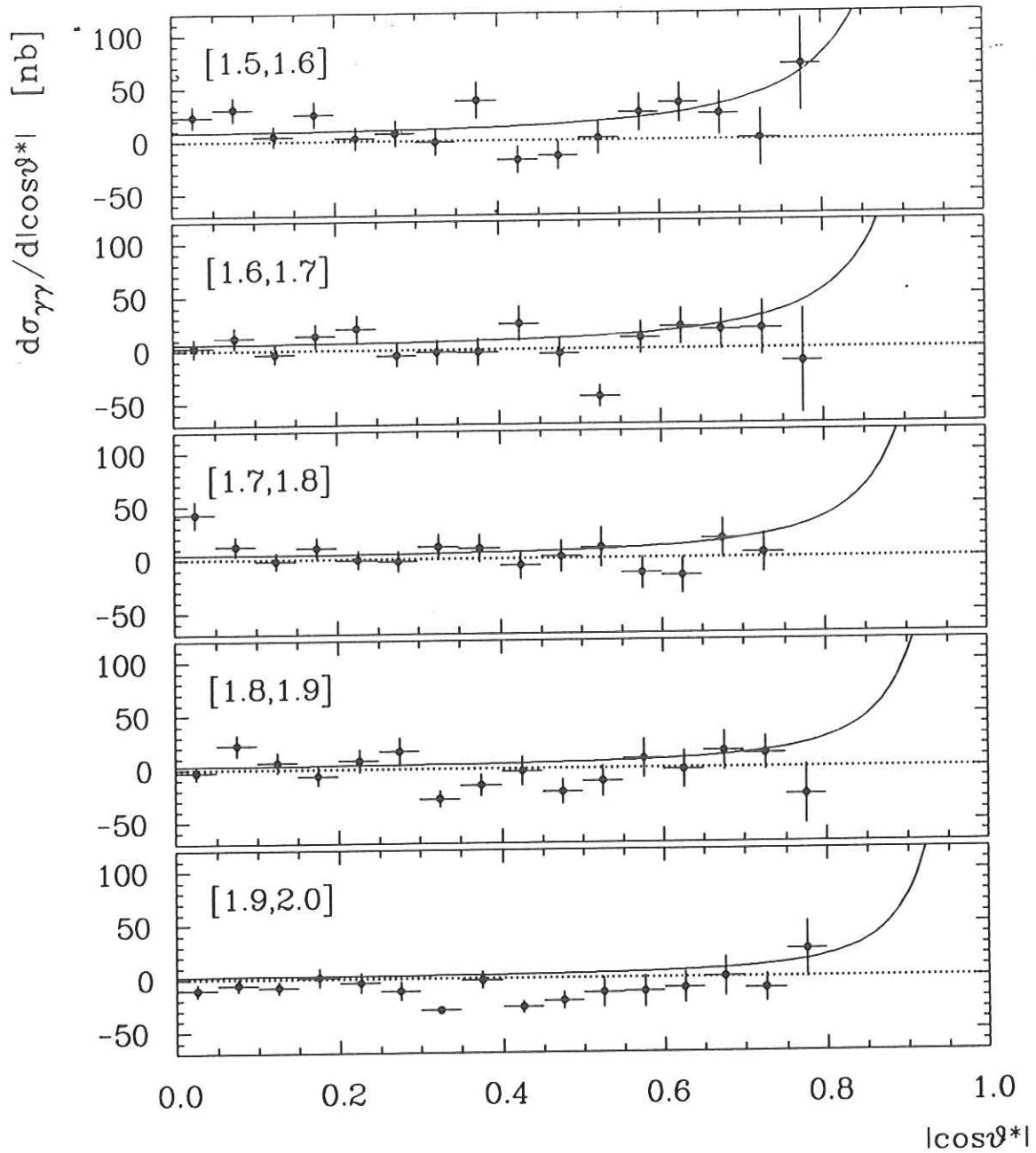


Abbildung 7.34: Differentieller Wirkungsquerschnitt in den angegebenen invarianten Massenintervallen im Vergleich zur QCD - Erwartung nach Brodsky & Lepage.

7.8.2 Obere Grenzen für $f'_2(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$

Zur Abschätzung oberer Grenzen für die Beiträge schwererer Mesonen zum totalen Wirkungsquerschnitt werden zu dem in Abschnitt 7.7.3 beschriebenen, *unitären Modell* - Breit-Wigner - Amplituden hinzuaddiert und durch Variation der jeweiligen partiellen Zwei-Photon - Breite die Anpassungsgüte an den gemessenen Wirkungsquerschnitt untersucht. Die Parameter: S -Welle, $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270)}$ und a des *unitären Modells* werden dabei fest vorgegeben und führen ohne zusätzliche Mesonen zu der bereits gefundenen, optimalen Beschreibung des Spektrums (siehe Tabelle in Abschnitt 7.7.3).

Abbildung 7.35 zeigt die bei Berücksichtigung der Mesonen $f_2'(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$ hervorgerufenen Modifikationen des totalen Modell-Wirkungsquerschnitts für $|\Gamma_{\gamma\gamma}| \cdot BR(\pi^+\pi^-) = 0.2 \text{ keV}$ ($= 1.0 \text{ keV}$ für $f_0(1590)$) und Phasen-Variation $\arg(\Gamma_{\gamma\gamma}) = 0 \dots 2\pi$. Beim $AX/f_2(1565)$ handelt es sich um das kürzlich von der Asterix - Kollaboration gefundene [116] und von der Crystal Barrel - Kollaboration [117] bestätigte, isoskalare Tensormeson. Durch Interferenzen mit der D -Welle des *unitären Modells* können, je nach Phase der Kopplungskonstanten, starke Änderungen der Vorhersagen auch weit von der nominellen Resonanzmasse entfernt auftreten und eine Verschlechterung der Anpassungsgüte hervorrufen. Diese Änderungen könnten allerdings in gewissen Grenzen durch Variationen der vorgegebenen Modell-Parameter wie beispielsweise $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2(1270)}$ wieder aufgehoben werden, so daß grundsätzlich ein simultaner Fit aller Parameter notwendig wäre. Dieser Fall setzt jedoch die exakte Beschreibbarkeit breiter Resonanzen durch Breit-Wigner - Amplituden voraus, die a priori nicht gegeben ist. Darüberhinaus würde die Einführung von Formfaktoren (siehe Abschnitte 2.3.2 und 7.2.1) eine drastische Änderung der Resultate hervorrufen.

Stattdessen wird die Modellvorhersage mit den Daten in einem sehr begrenzten Intervall im Bereich der nominellen Resonanzmasse verglichen, so daß Interferenzeffekte nur einen lokalen Einfluß besitzen. Als Intervallbreite wird jeweils die totale Breite der zu untersuchenden Resonanz gewählt (siehe Abbildung 7.35). Die Abweichung des Modells vom gemessenen Wirkungsquerschnitt wird innerhalb des Intervalls durch ein χ^2 ausgedrückt, bei dessen Berechnung jeweils das quadratische Mittel aus statistischem und systematischem Fehler eines Meßwertes eingeht. Der Beitrag jeder Resonanz wird einzeln und unabhängig von dem anderen Resonanzen getestet. Ausgehend vom kleinstmöglichen χ^2 liegt die 95% *c.l.* Grenze bei einem Wert von $\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot BR(\pi^+\pi^-)$, der einer χ^2 - Änderung von +1.92 entspricht. Diese Grenze hängt nach Abbildung 7.35 sehr stark von einer möglichen Phase der Kopplungskonstanten ab. Bei einer verschwindenden Phase (nachfolgend als konstruktive Interferenz bezeichnet) ergibt sich in der Regel eine sehr viel kleinere Grenze als bei einer beliebigen³⁷ Phase. In Tabelle 7.5 sind die Resultate zusammengestellt.

Abbildung 7.36 zeigt schließlich die oberen Grenzen von $\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot BR(\pi^+\pi^-)$ für mögliche Resonanzen mit totalen Breiten von $\Gamma_R = 100 \text{ MeV}$ und $\Gamma_R = 200 \text{ MeV}$ und Massen im Bereich zwischen $1.5 \text{ GeV}/c^2$ und $2.0 \text{ GeV}/c^2$. Ohne Kenntnis der Phasen von Kopplungskonstanten sind die angebbaren, oberen Grenzen erneut sehr groß. Das Resultat für den Spezialfall reeller Kopplungskonstanten wird trotzdem in Abbildung 7.36 gezeigt.

³⁷Die Phasenvariation wurde in 18° -Schritten vorgenommen.

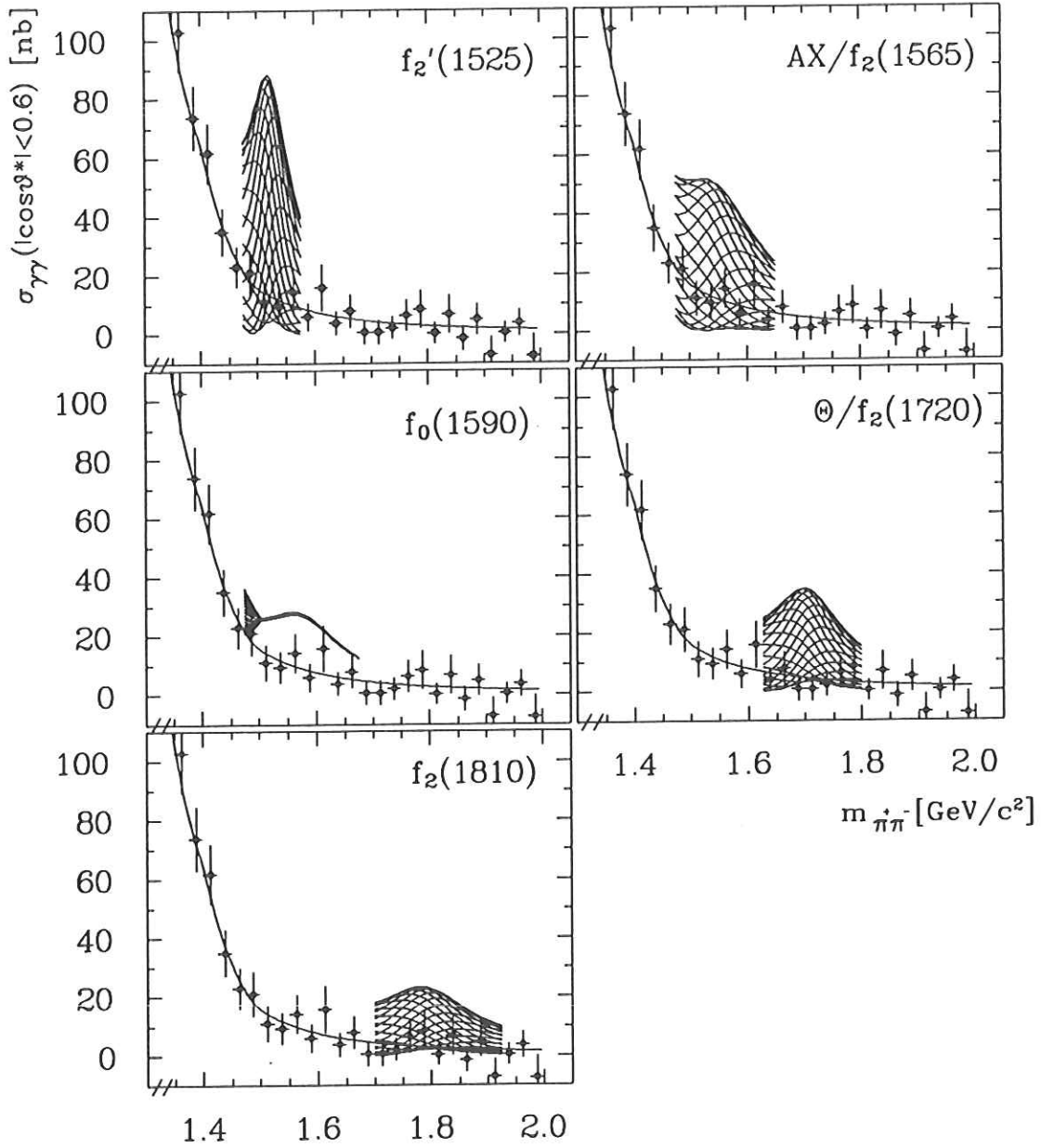


Abbildung 7.35: Modifikation des totalen Wirkungsquerschnitts bei Berücksichtigung schwererer Mesonen mit $|\Gamma_{\gamma\gamma}| \cdot BR(\pi^+\pi^-) = 0.2 \text{ keV}$ ($= 1.0 \text{ keV}$ für $f_0(1590)$) und variierter Phase $\arg(\Gamma_{\gamma\gamma}) = 0 \dots 2\pi$. Die Resultate werden im Intervall $m_R \pm \frac{1}{2}\Gamma_R$ mit dem gemessenen Wirkungsquerschnitt verglichen. Als Meßfehler der Datenpunkte ist jeweils die quadratische Summe aus statistischem und systematischem Fehler eingezeichnet.

Meson	Hel.	$\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow \text{Meson}} \cdot BR(\text{Meson} \rightarrow \pi^+\pi^-)$ [keV] (95% c.l.)		
		konstr. Interferenz	beliebige Interferenz	ϕ
<u>$f_2'(1525)$</u>				
$m_{f_2'(1525)} = 1525 \pm 5 \text{ MeV}$	2	< 0.0037	< 0.3385	234°
$\Gamma_{f_2'(1525)} = 76 \pm 10 \text{ MeV}$	0	< 0.0591	< 0.0629	198°
<u>$AX/f_2(1565)$</u>				
$m_{AX/f_2(1565)} = 1565 \pm 10 \text{ MeV}$	2	< 0.0064	< 0.5870	216°
$\Gamma_{AX/f_2(1565)} = 170 \pm 20 \text{ MeV}$	0	< 0.0982	< 0.1046	198°
<u>$f_0(1590)$</u>				
$m_{f_0(1590)} = 1587 \pm 11 \text{ MeV}$		< 0.3772	< 0.3797	36°
$\Gamma_{f_0(1590)} = 175 \pm 19 \text{ MeV}$				
<u>$f_2(1720)$</u>				
$m_{f_2(1720)} = 1713.2_{-4.5}^{+1.9} \text{ MeV}$	2	< 0.0055	< 0.2615	234°
$\Gamma_{f_2(1720)} = 138_{-9}^{+12} \text{ MeV}$	0	< 0.0514	< 0.0544	252°
<u>$f_2(1810)$</u>				
$m_{f_2(1810)} = 1806 \pm 10 \text{ MeV}$	2	< 0.0104	< 0.2931	234°
$\Gamma_{f_2(1810)} = 190 \pm 20 \text{ MeV}$	0	< 0.0937	< 0.0979	234°

Tabelle 7.5: Obere Grenzen von $\Gamma_{\gamma\gamma} \cdot BR(\pi^+\pi^-)$ der Mesonen $f_2'(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$ bei konstruktiver und beliebiger Interferenz zum unitären Modell.

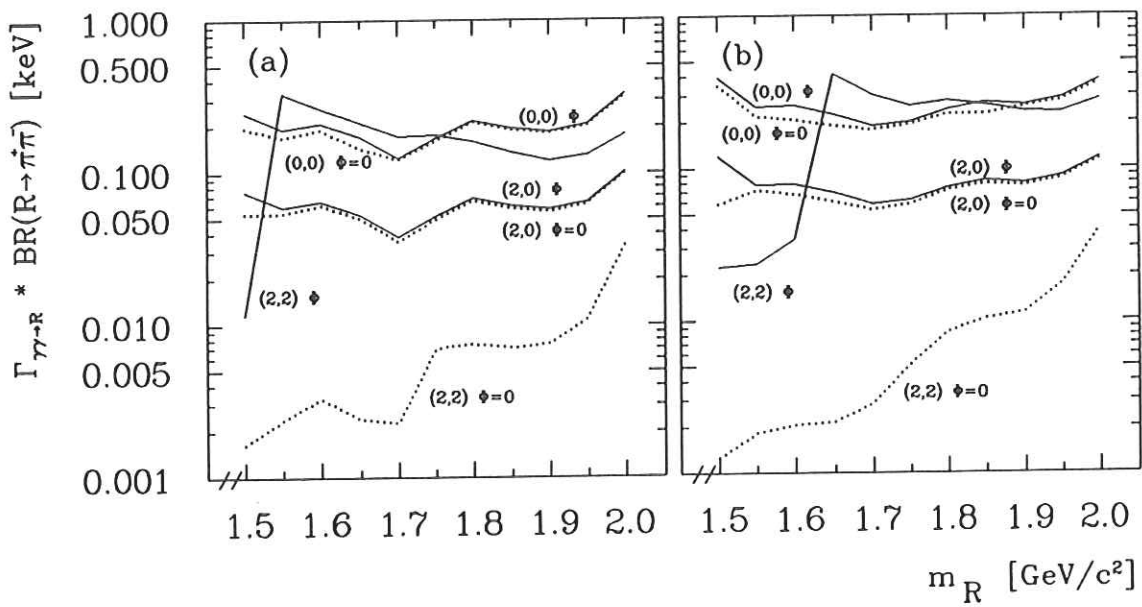


Abbildung 7.36: Obere 95% c.l. - Grenzen von $\Gamma_{\gamma\gamma\rightarrow R} \cdot BR(R \rightarrow \pi^+\pi^-)$ für Resonanzen mit totalen Breiten von (a) $\Gamma_R = 100 \text{ MeV}$ und (b) $\Gamma_R = 200 \text{ MeV}$ und Massen m_R zwischen $1.5 \text{ GeV}/c^2$ und $2.0 \text{ GeV}/c^2$. Die Kurven sind mit dem angenommenen Resonanz-Spin (J, J_z) beschriftet und die Phase ϕ steht für beliebige Interferenz zum unitären Modell. Der Spezialfall konstruktiver Interferenz hingegen ist mit $\phi = 0$ bezeichnet.

Kapitel 8

Zusammenfassung

In dieser Analyse wurde die Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ untersucht. Ein wesentlicher Aspekt war dabei die Zerlegung des differentiellen Wirkungsquerschnitts in einzelne Partialwellen, in denen sowohl die Kopplungsstärke des Tensormesons $f_2(1270)$ gemessen als auch die in früheren Analysen bislang unberücksichtigte, aber vom Quarkmodell erwartete, skalare Resonanzproduktion nachgewiesen wurden.

Zunächst wurde gezeigt, daß die häufig benutzte Standard - Interpretation der Reaktion $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ durch eine kohärente Überlagerung von f_2 - Breit-Wigner - Resonanz und Born-Term - Kontinuum nicht ausreicht, um das gemessene Spektrum zu beschreiben. Sogar ohne Berücksichtigung einer zusätzlichen, die Ausdehnung des Zerfallsvertex beschreibenden Energieabhängigkeit der totalen Resonanzbreite durch Blatt-Weisskopf - Formfaktoren o.ä., die eine Überhöhung des Resonanzspektrums bei kleinen Energien hervorrufen, war eine Dämpfung des Born-Term - Kontinuums unausweichlich. Eine daraufhin eingeführte formfaktorartige Dämpfung erfüllte gleichzeitig das Niederenergie - Theorem von Low. Die Güte der Modell - Anpassung an den gemessenen differentiellen Wirkungsquerschnitt war dennoch gering.

Allein die aus ersten Prinzipien folgende Forderung nach Unitarität des Modells reichte nicht aus, um die Anpassungsgüte entscheidend zu verbessern. Die wesentliche Wirkung der Unitaritätsforderung lag darin, in der Isospin-0 - D-Welle entweder das Verschwinden des reellen Born-Term - Kontinuums im Bereich der f_2 - Resonanz hervorzurufen (Mennessier-Modell, Modell von Morgan & Pennington) oder bei der $f_2(1270)$ - Breit-Wigner - Resonanz eine komplexe Kopplungskonstante einzuführen (Lyth-Ansatz). In beiden Fällen ergab sich gegenüber dem nichtunitarisierten Modell eine Erhöhung der gemessenen partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(2)}(f_2)$, die beim Lyth-Modell $\simeq 0.4$ keV betrug. Bei diesem aus dem einfachen Born-Term - Breit-Wigner - Interferenzmodell weiterentwickelten Modell war die Notwendigkeit einer zusätzlichen Born-Term - Dämpfung gegeben. Außer dem Beitrag des Born-Term - Kontinuums an der S-Welle blieb hier die Produktion skalarer Resonanzen unberücksichtigt.

Auch mit dem unitären Modell von Mennessier gelang eine akzeptable Anpassung an die Daten erst bei nachträglicher Einführung der zusätzlichen Born-Term - Dämpfung. Dieses Ergebnis wird von MARK-II bestätigt und steht im Widerspruch zu einigen früheren Experimenten. Bei der optimalen Anpassung des Modells wurde eine Partialwellenzerlegung der Amplituden durchgeführt. Sie deutete bereits auf das Vorhandensein breiter skalarer Strukturen im Resonanzbereich und darunter, die vom Fit bevorzugt wurden. Der Interpretation von Mennessier zufolge, zeigen sich hier die beiden breiten Skalare $f_0(600)/\epsilon(600)$ und $f_0(1400)/\epsilon(1300)$ sowie der schmale Skalar $f_0(975)/S^*$. Als oberes Limit des relativen Helizität-0 - Anteils an der gesamten partiellen Breite des f_2 -Mesons wurde bei der An-

passung des Mennessier - Modells an den differentiellen Wirkungsquerschnitt ein Wert von $\Gamma_{\gamma\gamma}^{(0)}/\Gamma_{\gamma\gamma} < 2.56\%$ (95 % *c.l.*) bestimmt.

Anstelle der Benutzung einer nichtoffiziellen Programm-Version des Modells von Morgan und Pennington wurden für diese Analyse die zur Unitarisierung wesentlichen Elemente ihres Modells übernommen und in einem hier entwickelten *unitären Modell* realisiert.

Der Anwendung dieses Modells ging der Versuch einer modellunabhängigen Partialwellen - Zerlegung des differentiellen Wirkungsquerschnitts voraus. Es wurde gezeigt, daß in der hier durchgeführten *no-tag* Analyse ohne Kenntnis der Phasen der einzelnen Partialwellen-Amplituden ein grundsätzliches Ambiguitätsproblem zwischen den Wellen ($J = 0$), ($J = 2, J_z = 0$) und ($J = 2, J_z = 2$) auftritt, das eine große Unsicherheit bei der Zerlegung hervorruft.

Eindeutigere Ergebnisse der Partialwellen-Zerlegung wurden erst durch die von theoretischer Seite her begründbare Vernachlässigbarkeit der Helizität-0 - Kopplung zweier Photonen an das Tensormeson $f_2(1270)$ erzielt. Bereits eine einfache Zerlegung in ausschließlich S - und D_2 - Wellen deutete erneut auf große skalare Anteile am Gesamt - Wirkungsquerschnitt hin.

Das qualitativ gleiche Resultat wurde auch mit der erweiterten unitären Partialwellen-Zerlegung erzielt, bei der neben höheren Wellen auch ein gedämpftes Born-Term - Kontinuum mitberücksichtigt wurde. Das Ergebnis ist kompatibel zu dem einer ebenso durchgeführten Zerlegung veröffentlichter Spektren von MARK-II.

Bei der skalaren Struktur könnte es sich um eine vom Quarkmodell schon lange erwartete und von bisherigen Analysen als reines Born-Term - Kontinuum misinterpretierte skalare Resonanz der Masse $\simeq 1100 \text{ MeV}$ handeln, deren totale Breite $\Gamma_S \simeq 200 - 650 \text{ MeV}$ beträgt und deren partiellen Breite $\Gamma_{\gamma\gamma}$ zwischen 4 keV und 9 keV liegt.

Dieses Resultat würde Morgan und Pennington bestätigen, die anstelle dreier getrennter Skalare ($f_0(600)/\epsilon(600)$, $f_0(975)/S^*$ und $f_0(1400)/\epsilon(1300)$) die Interpretation der Spektren durch einen breiten Skalar plus $f_0(975)/S^*$ bevorzugen.

Durch einen gemeinsamen Fit an die Daten von CELLO, MARK-II und Crystal Ball konnte ein exotischer Isospin-2 - Beitrag zur Spin-0 - Welle ausgeschlossen werden. Eine verbleibende leichte Inkompatibilität der Daten von CELLO und MARK-II zu denen von Crystal Ball wurde auf eine zu grobe Intervallaufteilung bei der Darstellung des differentiellen Wirkungsquerschnittes von Crystal Ball zurückgeführt.

Bezüglich der partiellen Breite des Tensormesons $f_2(1270)$ wurde im Fall der besten Anpassung des *unitären Modells* an die Daten, bei Berücksichtigung skalarer Isospin-0 - Anteile, ein Wert von $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_2} = 2.58 \pm 0.13 \text{ (stat.)} \pm 0.26 \text{ (syst.) keV}$ ermittelt. Diese im Vergleich zum Weltmittelwert etwas niedrigere Breite deutet im Rahmen des Quarkmodells der Mesonen sowohl auf Nonett-Symmetrie als auch auf ideale Mischung der Tensoren f_2 , f'_2 und a_2 .

Oberhalb einer Masse von $1.5 \text{ GeV}/c^2$ wurde der Wirkungsquerschnitt total und differentiell mit der QCD-Vorhersage von Brodsky und Lepage verglichen und eine tendenzielle Übereinstimmung festgestellt. Die Akzeptanzlücke bei kleinen ϑ^* - Zerfallswinkeln ließ jedoch keine eindeutige Bestätigung des im Vergleich zur Kopplung an Pionen (Born-Term) unterschiedlichen Charakters der Photonenkopplung an Quarks zu.

Die Mesonen $f'_2(1525)$, $AX/f_2(1565)$, $f_0(1590)$, $\Theta/f_2(1720)$ und $f_2(1810)$ wurden nicht beobachtet. Für sie wurden daher obere Grenzen (95 % *c.l.*) ihrer partiellen Zwei-Photon - Zerfallsbreiten sowohl für konstruktive als auch beliebige Interferenz zum *unitären Modell* berechnet und angegeben.

Ein Hinweis auf die Zwei-Photon - Produktion des Skalars $f_0(975)/S^*$ wurde nicht ge-

funden. Der naive Ansatz zur Bestimmung einer oberen Grenze für $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow f_0(975)/S^*}$ durch kohärentes Hinzuaddieren der $f_0(975)/S^*$ - Breit-Wigner - Amplitude zum Untergrund wurde von Morgan und Pennington als unitaritätszerstörend kritisiert und daher hier nicht durchgeführt. Mit Angabe numerischer Werte für den totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt wird die Aufgabe der Bestimmung dieser oberen Grenze an die Theoretiker übergeben.

Literaturverzeichnis

- [1] H.Euler, Ann.Phys. **26** (1936), 26.
- [2] M.Poppe, Int. Journ. Mod. Phys. A1(86)545. Interner Bericht, DESY 86-014, 1986
- [3] M.Feindt, Dissertations-Schrift (Hamburg U.), Interner Bericht, DESY F14-88-02, Dezember 1988
- [4] L.D.Landau, Sov.Phys.Dok **60**(1948)207.
C.N.Yang, Phys.Rev.**77**(1950)242.
- [5] K.F.v.Weizsäcker, Z.Phys.(1934),612
E.Williams, Kgl. Danske Videnskab Selskab., Mat.-Fiz.Med. No.13(1935)
- [6] J.H.Field, Nucl.Phys.**B168**(1980)477 ff et Erratum
- [7] S.J.Brodsky, T.Kinoshita, H.Terazawa, Phys.Rev.**D4**(1971)1532.
- [8] W. Wagner, *Photon-Photon - Interactions*, Habilitationsschrift, I. Phys. Inst. der RWTH Aachen (1983)
- [9] V.M.Budnev, I.F.Ginzburg, G.V.Meledin, V.G.Serbo, Phys.Rep.**15C**(1975)181.
- [10] I.J.R.Aitchison, A.J.G. Hey, *Gauge Theories in Particle Physics*, Adam Hilger, Bristol 1982
- [11] H.Pilkuhn, in Landolt-Börnstein, New Ser. Vol 6, Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1972
- [12] M.Feindt, persönliche Mitteilung
- [13] M.Feindt, Habilitations-Schrift, in Vorbereitung
- [14] J.M.Blatt, V.Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, John Wiley, New York, 1952
H.Pilkuhn, in Landolt-Börnstein, New Ser. Vol 6, Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1972
- [15] D.H.Lyth, Nucl.Phys.**10**(1984)39-46.
- [16] D.H.Lyth, J.Phys.G: Nucl.Phys.**11**(1985)459-469.
- [17] Review of Particle Properties, Particle Data Group, Phys.Lett.**170B**(1986).
- [18] Review of Particle Properties, Particle Data Group, Phys.Lett.**204B**(1988).

- [19] Review of Particle Properties. Particle Data Group, Phys.Lett.**239B**(1990).
- [20] Crystal Ball /DORIS - Kollaboration, D. Antreasyan et al., Phys.Rev.**D33**(1986)1847.
- [21] PLUTO - Kollaboration, Ch. Berger et al., Phys.Lett.**149B**(1984)427.
- [22] GAMS-NA12 - Kollaboration, siehe M. Boutemeur, Procs. BNL Workshop on Glueballs, Hybrids and Exotic Hadrons, Upton, New York 1988, AIP New York 1989, S.389; M. Boutemeur, Procs. III. Int. Conference on Hadron Spectroscopy, Ajaccio (France) 1989, éditions Frontières
- [23] M.Feindt., Procs. III. Int. Conference on Hadron Spectroscopy, Ajaccio (France) 1989, éditions Frontières
- [24] CELLO - Kollaboration, H.J.Behrend et al., Z.Phys.**C46**(1990)583-591.
J.H.Köhne, Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1988
- [25] H.Krasemann, J.Vermaseren, Nucl.Phys.**B184**(1981) 269.
- [26] N.N.Achasov, V.A.Kernakov, Novosibirsk TF 14-147 (1985)
- [27] P.Grassberger, P.Kögerler, Nucl.Phys.**B106**(1976) 451.
- [28] P.G.O.Freund, Phys.Rev.Lett.**20**(1968)235.
- [29] H.Harari, Phys.Rev.Lett.**20**(1968)1395.
- [30] F.E.Low, Phys.Rev.**96** (1954)1428.
- [31] M.Gell-Mann, M.L.Goldberger, Phys.Rev.**96** (1954)1433.
- [32] H.D.I.Arbarbanel, M.L.Goldberger, Phys.Rev.**175**(1968)1594.
- [33] S.J.Brodsky and G.P.Lepage, Phys.Rev.**D24**(1981)1808.
- [34] F.E.Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, Academic Press, London, New York, San Francisco 1979.
- [35] M.Gell-Mann, Phys.Rev.**125**(1962)1067.
S.Okubo, Progr.Theo.Phys. (Kyoto) 27 (1962) 949
- [36] J.Ahme, persönliche Mitteilung
- [37] S.Godfrey, N.Isgur; Phys.Rev.**D32**(1985)189.
C.Hayne, N.Isgur; Phys.Rev.**D25**(1982)1944.
- [38] A.I.Alekseev, Sov.Phys. JETP **34**(7), 826 (1958); R.Barbieri, R.Gatto und R.Kögerler; Phys.Lett.**60B**(1979)183.
- [39] M.S.Chanowitz; Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh, Israel(1988), Preprint LBL-25433.
- [40] D.Morgan and M.R.Pennington, Z.Phys.**C37**(1988)431.
- [41] D.Morgan and M.R.Pennington, Errata in Z.Phys.**C39**(1988)590.

- [42] D.Morgan and M.R.Pennington, *Amplitude analysis of $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ from threshold to 1.4 GeV*, RAL-90-030 / DTP-90-24 Z.Phys.C48(1990)623.
- [43] G.Mennessier, Z.Phys.C16(1983)241.
- [44] K.L.Au, D.Morgan and M.R.Pennington, Phys.Rev.D35(1987)1633.
- [45] M.R.Pennington, Proc. BNL Workshop on Glueballs, Hybrids and Exotic Hadrons, New York (1988)
- [46] M.R.Pennington, Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh, Israel(1988)
- [47] D.Aston et al., LASS - Kollaboration, Nucl.Phys.301B(1988) 525.
- [48] M.Baubillier et al., Z.Phys.C17(1983)309-317.
- [49] D.Alde et al., Phys.Lett.201B(1988)160.
- [50] T.Barnes, Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Paris (1986)
- [51] M.Feindt, J.Harjes, *Two Photon Couplings of Scalar and Tensor Mesons*, Proc. Rheinfels 90 Workshop on the Hadron Mass Spectrum, St.Goar (1990); DESY 90-146, 1990
- [52] S.B.Berger und B.T.Feld, Phys.Rev.D8(1973)3875.
- [53] V.M.Budnev und A.E.Kaloshin, Phys.Lett.86B(1979)351.
- [54] N.N.Achasov, S.A.Devyanin und G.N.Shestakov, Z.Phys.C16(1982)55.
- [55] J.E.Olsson, Proc. Vth International Workshop on Photon-Photon Collisions, Aachen (1983)
- [56] G.Zweig, CERN Report 8419/Th 412, 1964
- [57] L.Gorlich et al., CERN-Cracow-Munich - Kollaboration, Nucl.Phys.B174(1980) 16.
- [58] K.Gamerdinger, *Identifizierung von Elektronen mit dem Flüssigargon - Kalorimeter des Detektors CELLO*, Experimentelle Diplomarbeit, Karlsruhe 1985
- [59] B.Sack, *Die Strahlrohrkammer des CELLO - Detektors*, Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1984
- [60] U.Binder, *Die Eigenschaften der zylindrischen Driftkammern des CELLO - Detektors*, Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1983
- [61] H.Fenner, *Erzeugung von $\rho^0\omega$ in 2-Photon-Kollisionen*, Dissertations-Schrift (Hamburg U.), in Vorbereitung
- [62] S.L.Wu, e^+e^- - Physics at PETRA - The First Five Years, Interner Bericht, DESY 84-028, 1984
- [63] J.F.Grivaz, CELPAT, CELLO - Kollaboration, Laboratoire de l'Accélérateur Linéaire, Orsay, Frankreich.

- [64] P.Schacht, LATRAK, CELLO - Kollaboration, Max - Planck - Institut für Physik und Astrophysik; München.
- [65] PLUTO - Kollaboration, Ch. Berger et al., Phys.Lett.**167B**(1986)120.
- [66] V.Blobel, FITPAIR, V^0 -Kandidaten-Suche und Fit an die V^0 -Hypothese, Programmbeschreibung, unveröffentlicht
- [67] CELLO - Kollaboration, H.J.Behrend et al., Z.Phys.**C42**(1989)367-376.
Z.Phys.**C43**(1989)91-96.
J.Ahme, Dissertations-Schrift (Hamburg U.), Interner Bericht, DESY FCE-89-01, Februar 1989
- [68] W.Brehm, *Inklusive Λ Produktion in e^+e^- Annihilationen bei 35 GeV*, Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1989 Interner Bericht, DESY FCE-89-02, März 1989
- [69] CELLO - Kollaboration, H.J.Behrend et al., Z.Phys.**C46**(1990)397-403.
O.Podobrin, *Erzeugung von Strange- und Charm- Mesonen in der e^+e^- -Annihilation bei 35 GeV*, Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1988 Interner Bericht, DESY F14-88-04, Dezember 1988
- [70] M.Feindt, H.Fenner, J.Harjes und J.H.Peters, *Aspects of Shower Reconstruction and Particle Identification at Low Energies in a Fine-grained Liquid Argon Calorimeter* in Vorbereitung
- [71] M.Feindt, $\gamma\gamma$ *Exclusive*, PLUTO' Last and CELLO's Latest, Procs. VIII. International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh (Israel) 1988, World Scientific, p.3
- [72] J.Harjes, *Identifikation niederenergetischer Elektronen, Myonen und Pionen mit dem Flüssigargon-Blei-Kalorimeter des CELLO- Detektors* Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1987 Interner Bericht, DESY F14-87-06, September 1987;
V.Schröder, Beitrag zur EPS-Konferenz, Uppsala, Schweden, Juni 1987;
J.Harjes, Beitrag zur DPG-Tagung, Zürich, März 1987
- [73] J.Harjes, Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shresh, Israel(1988)
- [74] J.Harjes, Contributed Paper to the 25th Int. Conference on High Energy Physics, Singapore 1990
- [75] D.H. Perkins, Introduction to High Energy Physics, Addison - Wesley, London 1982.
- [76] V.Blobel, *Methoden der Datenanalyse in der Hochenergiephysik*, Interner Bericht, DESY F14-81-01, Juli 1981
- [77] PLUTO - Kollaboration, Ch.Berger et al., Phys.Lett.**94B**(1980)254.
- [78] MARK-II - Kollaboration, A.Roussarie et al., Phys.Lett.**105B**(1981)304.
- [79] TASSO - Kollaboration, R.Brandelik et al., Z.Phys. **C10**(1981)117
- [80] CELLO - Kollaboration, H.J.Behrend et al., Z.Phys. **C23**(1984)223

- [81] PLUTO - Kollaboration, Ch. Berger et al., Z.Phys.C26(1984)199. Interner Bericht, DESY 84-074, 1984
- [82] DELCO - Kollaboration, A.Courau et al., Phys.Lett.147B(1984)227.
- [83] MARK-II - Kollaboration, J.R.Smith et al., Phys.Rev.D30(1984)851.
- [84] TPC/2 γ - Kollaboration, H.Aihara et al., Phys.Rev.Lett.57(1986)404.
- [85] DELCO - Kollaboration, R.P. Johnson, Ph.D.Dissertations-Schrift, SLAC-PUB-294, UC-34D(E) (1986) unveröffentlicht
- [86] MARK-II - Kollaboration, J.H.Boyer et al., SLAC-PUB-4595 (1988).
J.H.Boyer, Ph.D.Dissertations-Schrift, LBL-27180.
- [87] TASSO - Kollaboration, A.Jocksch, Dissertations-Schrift (Bonn U.) unveröffentlicht
- [88] TOPAZ - Kollaboration, I.Adachi et al., KEK Preprint 89-156
- [89] Crystal Ball /SPEAR - Kollaboration, C.Edwards et al., Phys.Lett.110B(1982) 82.
- [90] Crystal Ball /DORIS - Kollaboration, Phys.Rev.D41(1990) 3324; H.Marsiske et al., Interner Bericht, DESY 90-002, 1990 , SLAC-PUB-5163;
H.Marsiske, Dissertations-Schrift (Hamburg U.), Interner Bericht, DESY-F31-88-02;
Proc. XXIII Int. Conf. on High Energy Physics, Berkeley,1986(Ed. S.C.Loken; pub. World Scientific, 1987)p.1223;
Proc. VIII International Workshop on Photon-Photon Collisions, Shores, Israel(1988)
- [91] JADE - Kollaboration, Z. Phys. C 47 (1990) 343; T.Oest et al., Interner Bericht, DESY 90-025, 1990;
T.Oest, Experimentelle Diplomarbeit, Hamburg 1988;
J.E.Olsson, contributed paper to the 24th International Conference on High Energy Physics, Munich 1988
- [92] F.A. Berends, P.H. Daverveldt, R. Kleiss, Z.Phys.22 (1984) 239.
- [93] ARGUS - Kollaboration, H.Albrecht et al., Interner Bericht, DESY 89-179, Dezember 1989
- [94] CELLO - Kollaboration, H.J.Behrend et al., Z.Phys.C, in Druck.
J.H.Peters, Dissertations-Schrift (Hamburg U.);
Interner Bericht, DESY 90-110, 1990
- [95] S. Kawabata, *A new MC event generator*, Beitrag zum International Colloquium on Photon Photon Interactions, 1981, siehe z.B. J.H. Field, *Recent Results in $\gamma\gamma$ Interactions*, DESY-81/037
Comp.Phys.Comm. 41 (1986) 127
- [96] L.Bondàr, Phys.Lett.5 (1963)153.
- [97] Y.Y.Lee, Phys.Rev.Lett.12(1964)342.
- [98] I.Derado, Phys.Rev.Lett.14(1965)872.

- [99] M.S.Rabin, Thesis
- [100] DM1-DM2 - Kollaboration, Z. Ajaltouni et al., Phys.Lett.**194B**(1987)573 und Erratum in Phys.Lett.**B197**(1987)565.
- [101] P.J.Bussey, persönliche Mitteilung
- [102] H.M. Pilkuhn, *Relativistic Particle Physics*, Springer, New York, Heidelberg, Berlin 1979
- [103] J.D.Bjorken, S.D.Drell, *Relativistische Quantenfeldtheorie*, Mc Graw-Hill, Inc. 1965.
- [104] K.M. Watson, Phys.Rev.**88** (1952)1163.
- [105] L.Lukaszuk, *A Generalization of the Watson Theorem*, Phys.Lett.**47B**(1973) 51.
- [106] W.Hoogland et al., Nucl.Phys.**B69**(1974) 266.
- [107] G.Grayern et al., Nucl.Phys.**B75**(1974) 189.
- [108] L.Rosselet et al., Phys.Rev.**D15**(1977)574.
- [109] P.Söding und H.Spitzer, *Resonanzen und Teilchenklassifikation im Quarkmodell*, Interner Bericht, DESY F1-73/7, 1973
- [110] C.Itzykson, J.B.Zuber, *Quantum Field Theory*, New York USA: MC Graw-Hill(1980)
- [111] N.I.Muskhelishvili *Singular integral equations*, Amsterdam: North-Holland 1958
- [112] R.Omnès, Nuovo Cim. **8**, (1958) 316.
- [113] G.Barton, *Introduction to Dispersion Techniques in Field Theory*, Benjamin, New York, 1965
- [114] F.E.Close, Z.P.Li, T.Barnes, *Relativistic Effects in $\gamma\gamma$ decays of P-wave positronium and $q\bar{q}$ systems*, RAL-90-061
- [115] F.E.Close, Proc. Rheinfels 90 Workshop on the Hadron Mass Spectrum, St.Goar (1990)
- [116] Asterix - Kollaboration (Lear), B.May et al., Phys.Lett.**225B**(1989)450.
- [117] Crystal Barrel - Kollaboration, K.Königsmann et al., Beitrag zur DPG-Tagung, Hamburg, März 1990

Nachwort

Diese Dissertation ist in der Zeit von August 1987 bis Februar 1991 unter der Anleitung von Herrn Prof. Dr. H. Spitzer und Herrn Dr. M. Feindt in der Forschungsgruppe FCE (F14) der Universität Hamburg entstanden. Die mir von der CELLO - Kollaboration zur Verfügung gestellten Daten wurden von Mitte Februar bis Anfang November 1986 mit dem CELLO - Detektor am Deutschen-Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg aufgenommen.

An dieser Stelle möchte ich mich ganz herzlich bei allen bedanken, die mit Rat und Tat, Diskussionen und manchmal auch notwendigen Motivationen am erfolgreichen Gelingen der Arbeit beteiligt waren.

Herrn Prof. Dr. H. Spitzer danke ich für die Themenstellung und für die Unterstützung während meiner Promotion. Er gab mir die Möglichkeit, an einem sehr aufregenden und interessanten Projekt der modernen Hochenergie - Forschung teilnehmen zu können.

Meinem Freund und Kollegen Dr. M. Feindt danke ich im besonderen Maße für die unzähligen Anregungen und Diskussionen, von denen ich sehr viel lernen konnte. In der von ihm geleiteten Arbeitsgruppe herrschte stets ein äußerst angenehmes und intensives Arbeitsklima.

Allen jetzigen und früheren Mitgliedern dieser Zwei-Photon - Gruppe danke ich für die tolle Zusammenarbeit. Namentlich erwähnen möchte ich an dieser Stelle insbesondere: Dr. J. Ahme, H. Fenner, J.H. Köhne, Dr. J.H. Peters, O. Podobrin und Th. Weirich. Darüberhinaus richte ich meinen Dank an die gesamte CELLO - Kollaboration für ihr Engagement, für ihre stets vorhandene Hilfsbereitschaft und Freundlichkeit.

Durch wichtige Anregungen, die mir die Theoretiker M. Pennington und F.E. Close auf dem "*Rheinfels 90 Workshop on the Hadron Mass Spectrum*" in St. Goar gaben, waren kurz vor Fertigstellung dieser Arbeit einige zusätzliche Untersuchungen notwendig geworden. Hierdurch verzögerte sich der ursprünglich geplante Abgabetermin um wenige Monate. Für das verständnisvolle Abwarten bedanke ich mich bei meinen neuen Projektleitern der H1 - Kollaboration, Herrn Prof. Dr. V. Blobel und Herrn Prof. Dr. F. Eisele.

Ein ganz besonderer Dank gebührt meiner Frau Sibylle Damm. Sie zeigte oft sehr viel Verständnis für mein zeitintensives Engagement am DESY und unterstützte mich in jeder Form. Neben meinem sechs Wochen alten Sohn Lennart ist auch ihr diese Arbeit gewidmet.

2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100

101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150

151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200

