

Interner Bericht
DESY FH1T-94-01
Februar 1994

hat ausgelesen

Tiefinelastische Elektron-Proton-Streuung bei kleinem x -Bjorken

von

N. Wulff

Eigentum der	DESY	Bibliothek
Property of		library
Zugang:	17. FEB. 1994	
Accessions:		
Leihfrist:	7	Days
Loan period:		days

DESY behält sich alle Rechte für den Fall der Schutzrechtserteilung und für die wirtschaftliche Verwertung der in diesem Bericht enthaltenen Informationen vor.

DESY reserves all rights for commercial use of information included in this report, especially in case of filing application for or grant of patents.

Tiefenanalyse Elektron-Proton-Streuung
bei kleinen α -Winkeln

"Die Verantwortung für den Inhalt dieses
Internen Berichtes liegt ausschließlich beim Verfasser"



**Tiefinelastische
Elektron-Proton-Streuung
bei kleinem x -Bjorken**

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

Vorgelegt von ✓
Nikolaus Wulff
aus Eutin

Hamburg 1993

Tiefinelastische
Elektron-Proton-Streuung
bei kleinem x -Bjorken

Gutachter der Dissertation: Prof. Dr. E. Lohrmann
Prof. Dr. H. Spitzer

Gutachter der Disputation: Prof. Dr. V. Blobel
Prof. Dr. A. Wagner

Leiter der Disputation: Prof. Dr. G. Mack

Datum der Disputation: 25. Januar 1994

Sprecher des Fachbereichs Physik und
Vorsitzender des Promotionsausschusses: Prof. Dr. E. Lohrmann

Nikolaus-Wulf

aus Eutin

Hamburg 1994

Abstract

A measurement is presented of the proton structure function $F_2(x, Q^2)$ in the range of Bjorken x values $10^{-4} \leq x \leq 10^{-2}$, for four-momentum transfers Q^2 larger than 10 GeV^2 . The data has been recorded with the H1 detector at the new electron-proton storage ring HERA in the run period 1992 and correspond to an integrated luminosity of $\mathcal{L} = 22.5 \text{ nb}^{-1}$. For the first time the new developed „ Σ method“ has been used to determine the Bjorken variables x, y and Q^2 , which uses information from the electron and the hadron vertex. The Σ method is to order α free of radiative QED corrections. A detailed study of the photoproduction background has been made, used for a statistical correction of the data sample. The structure function F_2 analyzed with the Σ method is in agreement with the published result of the H1 collaboration. A comparison with the newest structure function parameterisations shows a rise of the structure function with decreasing x .

Kurzfassung

Eine Messung der Strukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ wird vorgestellt, für Werte der Bjorken Variablen x von $10^{-4} \leq x \leq 10^{-2}$, mit Viererimpulsübertragen von Q^2 größer als 10 GeV^2 . Die Daten wurden mit dem H1-Detektor am neuen Elektron-Proton Speicherring HERA während der Meßperiode 1992 aufgenommen und entsprechen einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L} = 22.5 \text{ nb}^{-1}$. Zur Bestimmung der Bjorken Variablen x, y und Q^2 wurde erstmalig die „ Σ -Methode“ verwendet, welche sowohl die Information vom Elektron- als auch vom Hadronvertex benutzt. Die Σ -Methode ist zur Ordnung α frei von radiativen QED-Korrekturen. Es wird eine detaillierte Simulation des Photoproduktionsuntergrunds vorgenommen und zur statistischen Korrektur des Datensatzes verwendet. Die mittels der Σ -Methode ermittelte Strukturfunktion F_2 ist in Übereinstimmung mit dem publizierten Ergebnis der H1-Kollaboration. Ein Vergleich mit den neuesten Strukturfunktionsparametrisierungen zeigt, daß die Strukturfunktion mit kleiner werdendem x ansteigt.

Far better an approximate answer to the right question,
which is often vague,
than an exact answer to the wrong question,
which can always be made precise.

J.W. Tukey

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theoretischer Überblick	5
2.1	Das Standard-Modell	5
2.2	Tiefinelastische Lepton-Nukleon-Streuung	7
2.3	Das Quark-Parton-Modell	10
2.4	Höhere QCD-Korrekturen und Renormierung	16
2.5	Die Altarelli-Parisi-Gleichungen	19
2.5.1	Das Skalenverhalten von F_2 und xG	21
2.6	Störungstheoretische QCD im Bereich kleiner x	22
2.6.1	Die Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov-Gleichung	22
2.6.2	Die doppelt-logarithmische-Approximation	24
2.6.3	Die Gribov-Lipatov-Ryskin-Gleichung	25
3	Die HERA Maschine und das H1 -Experiment	27
3.1	HERA	27
3.2	Der H1-Detektor	28
3.3	Die HERA Kinematik	31
4	Die Σ-Methode	34
4.1	Definition von x_Σ, y_Σ und Q_Σ^2	34
4.2	Die Auflösung der Σ -Methode	36
4.3	Gegenwärtige Beschränkungen der Σ -Methode	40
5	Ereignisselektion	45
5.1	μ DST-Selektion	46
5.2	Analysekriterien	47
6	Untergrundbestimmung	51
6.1	Strahl-Gas- und Strahl-Wand-Ereignisse	51
6.2	Bestimmung des Photoproduktionsuntergrunds	51
6.3	Schnitte gegen γp -Untergrund	54
7	Strahlungskorrekturen	58
7.1	Die $\ln(\alpha)$ -Approximation	60
7.2	δ_{RC} vom einlaufenden Elektron (ISR)	62
7.3	δ_{RC} vom auslaufenden Elektron (FSR)	65
7.4	Numerische Auswertung der radiativen Korrekturen	68

8	Berechnung der Strukturfunktion F_2	74
8.1	Entfaltung der Strukturfunktion	74
8.2	Bestimmung der Akzeptanz	75
8.3	Bestimmung der Effizienz	77
8.4	Bestimmung der Zentralwertkorrektur	81
8.5	Bestimmung der systematischen Fehler	82
8.6	Numerische Auswertung	83
8.7	Diskussion der F_2 -Messung	87
9	Das Ausbauprogramm des H1-Detektors	90
9.1	Die neue Spurkammer und das Kalorimeter	91
9.2	Der Rückwärts-Silizium-Spurdetektor	92
10	Zusammenfassung	97
11	Danksagung	98
A	Kovariante Zerlegung des Hadrontensors	100
B	F_2 und F_L im \overline{MS} und DIS- Schema	102
C	δ_{RC} berechnet in $LLA(\alpha)$ für ISR	104
C.1	δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B2	104
C.2	δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B1	105
C.3	δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D^0	106
C.4	δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D^-	107
D	δ_{RC} berechnet in $LLA(\alpha)$ für FSR	108
D.1	δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B2	108
D.2	δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B1	109
D.3	δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D^0	110
D.4	δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D^-	111
E	Die Fehlerquellen der F_2-Analyse	112
E.1	Die Akzeptanz	112
E.2	Die Effizienz	113
E.3	Die Zentralwertkorrektur	114
E.4	Die systematischen Fehler	115

1 Einleitung

Ende 1991 wurde am Deutschen Elektronen-Synchrotron **DESY** in Hamburg der weltweit erste Elektron-Proton Speicherring, die Hadron-Elektron-Ring-Anlage (**HERA**), in Betrieb genommen. In zwei unabhängigen Ringen werden Elektronen auf eine Energie von 26.7 GeV und Protonen auf 820 GeV beschleunigt. Im Juni 1992 begann für die beiden Experimente ZEUS und H1 die Datennahme.

Während bisher Lepton-Nukleon Streuexperimente nur am ruhenden Target vorgenommen werden konnten, wird bei HERA zum ersten Mal mit gegenläufigen Elektron- und Protonstrahlen gearbeitet. Die daraus resultierende hohe Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} \approx 300$ GeV eröffnet eine gänzlich unerschlossene kinematische Region in der Lepton-Nukleon Physik, die es ermöglicht, Messungen sowohl bei ganz hohen Impulsüberträgen von $Q^2 \simeq 10^4$ GeV², als auch im Bereich von kleinsten $x \simeq 10^{-4}$ vorzunehmen. Die HERA Experimente haben daher ein reichhaltiges physikalisches Programm: angefangen von „neuer Physik“, wie der Suche nach supersymmetrischen Teilchen, schweren Quarks oder einer Quark/Lepton-Substruktur, bis hin zu Tests des Standard-Modells im Bereich hohen Q^2 . Die HERA-Maschine ist eine sehr effektive Photonenquelle, in der ein quasi reelles Photon vom Elektron kollinear abgestrahlt wird und dann mit dem Proton wechselwirkt. Dies ermöglicht die Untersuchung der Photonstrukturfunktion. Diese Photoproduktionsereignisse (γp) zeichnen sich durch kleine Impulsüberträge $Q^2 \ll M_p^2$ aus und sind der dominante Untergrund zur tiefinelastischen Lepton-Nukleon Streuung (**DIS**), die eine weitere wichtige Ereignisklasse der HERA-Physik darstellt. Mit Hilfe dieser DIS-Ereignisse lassen sich die Quark- und Gluonverteilungen im Proton bestimmen. Die Analyse dieser Ereignisse stellt einen wesentlichen Schwerpunkt des HERA-Forschungsprogramms dar. Das theoretische Interesse hat sich hier in den letzten Jahren zunehmend auf den Bereich kleiner x gerichtet, wo man die Grenzen der störungstheoretischen Quantenchromodynamik zu erreichen erhofft.

Diese sogenannte „low x “ Physik ist Gegenstand der vorliegenden Analyse, die sich auf die erste HERA-Meßperiode von Juni bis Oktober 1992 stützt, in der H1 eine integrierte Luminosität von $\mathcal{L} \approx 22$ nb⁻¹ an Daten gesammelt hat. Die Arbeit gliedert sich wie folgt:

Kapitel 2: Nach einer Einführung in die tiefinelastische Lepton-Nukleon Streuung, mit einem Schwerpunkt auf die Diskussion der neusten theoretischen Erkenntnisse über die Physik bei kleinem x -Bjorken, folgt in

Kapitel 3 eine kurze Beschreibung des HERA-Speicherrings und der für diese Arbeit relevanten Komponenten des H1-Detektors.

Kapitel 4: Da bei HERA sowohl das Elektron als auch der hadronische Endzustand gemessen werden, ist es möglich, die kinematischen Variablen auf unterschiedliche Weise zu rekonstruieren. Verschiedene Methoden zur Bestimmung der Kinematik werden

vorgestellt, und die in dieser Analyse verwendete „ Σ -Methode“ wird eingeführt. Die Auflösung und die Anwendbarkeit dieser Methode, die in dieser Arbeit erstmalig zur F_2 -Bestimmung verwandt wurde, werden diskutiert.

Kapitel 5: Die selektierten Ereignisse der tiefinelastischen Streuung wurden in der 92'er Datennahme mit dem rückwärtigen Kalorimeter getriggert. Der zugehörige Trigger wird beschrieben, und die in der Analyse benutzten kinematischen Schnitte werden erläutert. Ein großer Teil dieser Trigger stammt aus der Strahl-Gas-, Strahl-Wand-Wechselwirkung und der Photoproduktion, die einen wesentlich höheren Wirkungsquerschnitt als die tiefinelastischen Wechselwirkung besitzen. Daher werden in Kapitel 6 die Methoden zur Unterdrückung des Strahluntergrunds und der Ereignisse aus der γp -Wechselwirkung erläutert. Hierzu wurde eine detaillierte Simulation des Photoproduktionsuntergrunds vorgenommen. Die mit der Monte-Carlo-Studie erhaltenen Energie- und Winkelverteilungen werden mit den Daten verglichen und die Auswirkungen der Analyseschnitte untersucht.

Kapitel 7: Während bei früheren Elektron- und Myonstreuexperimenten die Kinematik allein durch das gestreute Lepton bestimmt werden konnte, ergibt sich bei HERA erstmalig die Möglichkeit, hierfür auch den hadronischen Endzustand zu verwenden. Die sich daraus ergebenden Methoden zur Bestimmung der kinematischen Variablen besitzen unterschiedlich große Strahlungskorrekturen, die für die Σ -Methode und die hiervon abgeleiteten Rekonstruktionsmethoden erstmalig in dieser Arbeit berechnet werden.

Kapitel 8: Mit den Ereignissen der Datennahme des Jahres 1992 wird die Strukturfunktion F_2 des Protons berechnet. In einer Monte-Carlo-Studie werden die Akzeptanz, die Effizienz, die Zentralwertkorrektur und der systematischen Fehler bestimmt. Hierzu werden Fehler in der Kalibrierung der Kalorimeter und in der Winkelmessung des gestreuten Elektrons in Betracht gezogen. Die berechnete Strukturfunktion wird mit unterschiedlichen Parametrisierungen verglichen und deren physikalische Interpretation diskutiert.

Kapitel 9: Als Ausblick auf die zukünftige Strukturfunktionsmessung bei HERA schließt sich ein Kapitel über den Ausbau des H1-Detektors an. Es wird insbesondere auf den Rückwärts-Silizium-Spurdetektor (**BST**) eingegangen, der es ermöglichen wird, Präzisionsmessungen bei kleinsten $x \simeq 10^{-4}$ vorzunehmen. Durch das neue Kalorimeter und der zweiten Ausbauphase des BST, den sogenannten ϕ -Streifendetektor, wird es möglich sein auch die Hadronen im rückwärtigen Teil des H1-Detektors zu messen.

Kapitel 10 beinhaltet abschließend eine kurze Zusammenfassung der wesentlichen Ergebnisse dieser Arbeit.

2 Theoretischer Überblick

Nach heutiger Erkenntnis ist die Materie aufgebaut aus Fermionen, den Leptonen und den Quarks, die als fundamentale Teilchen angesehen werden. Sie besitzen im Standard-Modell keine weitere Substruktur. Alle bekannten Teilchen wie z.B. das Proton (p), Neutron (n) oder das Pion (π) setzen sich aus diesen fundamentalen Bausteinen zusammen. Die Wechselwirkung dieser Bausteine untereinander wird ermöglicht durch den Austausch von Quanten, den Eichbosonen, beschrieben im Rahmen der Quantenfeld Theorie (QFT). Die bisherigen experimentellen Befunde lassen sich sehr erfolgreich mit dem minimalen Standard-Modell (SM) interpretieren, das daher als physikalische Arbeitshypothese in dieser Arbeit verwendet wird.

2.1 Das Standard-Modell

Das Standard-Modell basiert auf der Eichgruppe $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. Die starke Wechselwirkung der Quarks und Gluonen wird beschrieben durch die $SU(3)_{Color}$ Algebra der Quantenchromodynamik (QCD). Die Vereinheitlichung der elektromagnetischen Kräfte mit der Fermi Theorie der schwachen Wechselwirkung gelang in der elektroschwachen Theorie nach Glashow, Salam und Weinberg (GSW) [1] basierend auf der $SU(2)_W \otimes U(1)_B$ Gruppe.

Die fundamentalen Bausteine des Standard-Modells sind die Leptonen,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

und die drei Familien der Quarks,

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Die starke Wechselwirkung der Quarks wird beschrieben durch die QCD Lagrange Dichte

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(a)} \mathcal{F}^{(a)\mu\nu} + i \sum_q \bar{\psi}_q^i \gamma^\mu (D_\mu)_{ij} \psi_q^j - \sum_q m_q \bar{\psi}_q^i \psi_{qi} \quad (2.3)$$

mit dem Feldstärketensor

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(a)} = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.4)$$

und der verallgemeinerten kovarianten Ableitung

$$(D_\mu)_{ij} = \delta_{ij} \partial_\mu - \frac{i}{2} g_s \sum_a \lambda_{ij}^a A_\mu^a. \quad (2.5)$$

ψ_q^i sind die Dirac-Spinoren der Quarkfelder der Sorte $q \in \{u, d, s, c, b, t\}$ und Farbe $i \in \{r, g, b\}$. Die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung sind die Gluonfelder A_μ^a mit dem Farbindex a von 1 bis 8. Der Zusammenhang der Gluonfelder wird durch die Gell-Mann λ -Matrizen und die Strukturkonstanten f_{abc} der $SU(3)_{Color}$ Lie-Algebra beschrieben. Die Stärke der starken Wechselwirkung ergibt sich aus der Kopplungskonstanten $\alpha_s = g_s^2/4\pi$. Die Gleichung (2.3) beschreibt den Farbanteil des SM. Neben ihrer Farbladung besitzen die Quarks eine (drittelzahlige) elektrische Ladung, so daß sie an der elektroschwachen Wechselwirkung teilhaben. Im minimalen GSW Modell sind die drei linkshändigen Fermionfelder ψ_L

$$\psi_i \equiv \psi_{i,L} + \psi_{i,R} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} u_i \\ d'_i \end{pmatrix}_L + \begin{pmatrix} l_i \\ b \end{pmatrix}_R + \begin{pmatrix} u_i \\ d'_i \end{pmatrix}_R \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.6)$$

Doublets unter Transformationen der Eichgruppe $SU(2) \otimes U(1)$, mit den vier masselosen Eichfeldern $W_\mu^i, i = 1, 2, 3$ für $SU(2)$ und B_μ für $U(1)$. Die rechtshändigen Fermionen ψ_R transformieren sich als Singulets. Die drei Familien der „down-Quarks“ d' sind mit den d -Quarks durch die Cabbibo-Kobayashi-Maskawa Matrix [2] (CKM) verknüpft,

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}. \quad (2.7)$$

Die Fermionen und Eichbosonen erhalten ihre Massen durch Koppelung an ein weiteres Feld. Hierzu wird, als einfachste Möglichkeit im minimalen Modell, die Existenz eines komplexen Higgsdoublets $\phi = (\phi^+, \phi^0)$ postuliert. Unter der Annahme eines von Null verschiedenen Vakuumerwartungswertes $\langle \phi^0 \rangle \neq 0$ für das neutrale Higgsfeld, erhalten die Felder durch den sogenannten Higgs-Kibble Effekt [3, 4] eine Masse. Die massiven Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung W^+, W^- und Z^0 , sowie das masselose Photonfeld A ergeben sich aus den W^i und B Feldern durch eine unitäre Transformation mit dem Weinbergwinkel θ_W .

$$\begin{pmatrix} A_\mu \\ Z_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_\mu \\ W_\mu^3 \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2). \quad (2.9)$$

Die Lagrangefunktion der elektroschwachen Wechselwirkung lautet:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{GSW} = & \sum_i \bar{\psi}_i \left(i \not{\partial} - m_i - \frac{gm_i H}{2M_W} \right) \psi_i \\ & - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (V^i - A^i \gamma^5) \psi_i Z_\mu \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{g}{2\sqrt{2}} \sum_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) (T^+ W_\mu^+ + T^- W_\mu^-) \psi_i \\
& -e \sum_i q_i \bar{\psi}_i \gamma^\mu \psi_i A_\mu.
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Der erste Term enthält die Yukawa Koppelung $gm_i/2M_W$ des Higgsfeldes H an die Fermionen i . Der zweite Term beschreibt die $(V - A)$ -Koppelung des neutralen Z^0 Stromes. Im dritten Term sind die geladenen W^\pm Ströme, mit den Auf- und Absteigeoperatoren T^\pm des schwachen Isospin und dem Projektionsoperator $(1 - \gamma^5)/2$ auf die linkshändigen Fermionen, enthalten. Der letzte Term definiert die QED Wechselwirkung des Photonfeldes A_μ .

Ein wichtiger Schritt zur Etablierung des GSW-Modells war der Nachweis der Renormierbarkeit durch 't Hooft [5]. Glashow, Salam und Weinberg erhielten 1979 für ihre bahnbrechenden Arbeiten den Nobelpreis verliehen. Die Entdeckung der im GSW-Modell postulierten massiven W^\pm - und Z^0 -Eichbosonen am CERN $p\bar{p}$ Beschleuniger (1983) verhalfen dieser Theorie vollends zum Durchbruch.

Das GSW-Modell erklärt bis heute erfolgreich alle gemessenen e^+e^- , ep - und $p\bar{p}$ -Daten. Das für die Symmetriebrechung verantwortliche Higgsteilchen H konnte bisher noch nicht nachgewiesen werden und stellt, ebenso wie das noch nicht entdeckte t -Quark, eine große experimentelle Herausforderung dar. Daß für jedes Fermion i eine andere Kopplungskonstante eingeführt werden muß, um die unterschiedlichen Massen m_i zu erhalten, ist eine Schwäche des GSW-Modells.

Erweiterungen des Standard-Modells erfolgen in „Supersymmetrischen Theorien“ (SUSY) mit mehreren Higgsteilchen und den sogenannten „Großen Vereinheitlichen Theorien“ (GUT).

2.2 Tiefinelastische Lepton-Nukleon-Streuung

Die ersten Erkenntnisse über die Struktur des Nukleons wurden Mitte der fünfziger Jahre durch die Elektron-Nukleon Streuexperimente von McAllister und Hofstadter [6] gewonnen, in denen Elektronen mit einer Energie von 190 MeV an einem Wasserstofftarget gestreut wurden. Diese zeigten, daß sich das Proton wie eine Ladungswolke mit einer Ausdehnung von 10^{-15} m verhält, die nach damaliger Meinung durch den Austausch von π -Mesonen hervorgerufen wird. Mit zunehmender Elektronenenergie konnte diese Ladungswolke besser aufgelöst werden, und bei einer Energie von 7-17 GeV zeigte das SLAC-MIT Experiment von Friedman, Kendall und Taylor [7, 8] erstmalig eine Substruktur im Proton. Die weitere Erforschung der Protonstruktur wurde in den siebziger und achtziger Jahren Gegenstand zahlreicher Lepton-Nukleon Streuexperimente, wie z.B. CDHS, CHARM, CCFR, BCDMS und EMC/NMC. In diesen Experimenten wurden nicht mehr Elektronen, sondern auch Myonen und Neutrinos

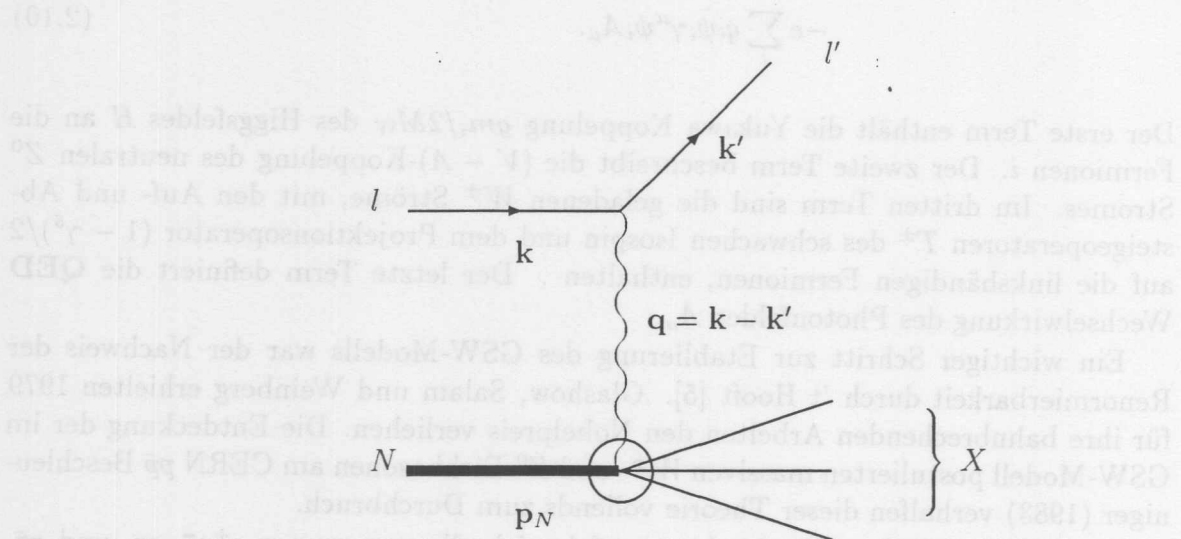


Abbildung 1: Feynmangraph $l + N \rightarrow l' + X$ der Lepton-Nukleon-Streuung.

als „Sonde“, sowie unterschiedliche Targets verwendet.

All diese inklusiven Reaktionen haben die gemeinsame Eigenschaft, daß das Lepton $l \in \{e, \mu, \nu\}$ mit den Bestandteilen des Nukleons $N \in \{n, p\}$ durch Austausch eines Eichbosons wechselwirkt. Die Kinematik wird, wegen der Nichtbeobachtung des Spins, bei wohlpräparierten Anfangszuständen $|N\rangle$ und $|l\rangle$ mit Viererimpulsen \mathbf{P}_N und \mathbf{k} vollständig durch zwei Größen bestimmt, z.B. den Energieübertrag $\nu = E - E'$ und den Winkel ϑ_e des gestreuten Leptons mit dem differentiellen Wirkungsquerschnitt für reinen γ -Austausch

$$\frac{d^2\sigma}{d\cos\vartheta_e dE'} = \frac{2\pi\alpha^2}{4EE' \sin^4\frac{\vartheta_e}{2}} \left(\cos^2\frac{\vartheta_e}{2} W_2 + 2\sin^2\frac{\vartheta_e}{2} W_1 \right) \quad (2.11)$$

Meist wird der Wirkungsquerschnitt nicht in diesen dem Experiment angepaßten Größen, sondern durch zwei der lorentzinvarianten Variablen x, y und Q^2 angegeben.

$$Q^2 = -q^2 = (\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 \quad (2.12)$$

$$y = \frac{\mathbf{P}_N \cdot \mathbf{q}}{\mathbf{P}_N \cdot \mathbf{k}} \quad (2.13)$$

$$x = \frac{Q^2}{\mathbf{P}_N \cdot \mathbf{q}} \quad (2.14)$$

Am SLAC-MIT Experiment wurden die gestreuten Elektronen unter zwei festen Winkeln von 6° und 10° nachgewiesen. Die Energie der auslaufenden Elektronen erreichte Werte bis zu 3 GeV. Dies erlaubte die Meßung von Impulsüberträgen in der Größenordnung von $Q^2 = 5 \text{ GeV}^2$. Während man für elastische Streuung an einem „Dirac-Proton“ einen mit zunehmenden Q^2 stark abfallenden Wirkungsquerschnitt erwartet, zeigten die Messungen ein nahezu Q^2 unabhängiges konstantes Verhalten. Dies konnte im Rahmen des Parton-Modells durch Streuung an Konstituenten des Protons gedeutet werden. Schon vor der Einführung des Quark-Parton-Modells äußerte J.D. Bjorken [9] die Vermutung, daß die Strukturfunktionen W_1, W_2 im Limes $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$ nicht von ν und Q^2 , sondern nur von der Variablen $x = Q^2/2m_p\nu$ abhängen.

$$\left. \begin{array}{l} W_1(\nu, Q^2) \mapsto F_1(x) \\ \frac{\nu}{m_p} W_2(\nu, Q^2) \mapsto F_2(x) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{für } Q^2, \nu \rightarrow \infty \\ \text{jedoch } x = \frac{Q^2}{2m_p\nu} \text{ fest} \end{array} \quad (2.15)$$

Dieses als „Bjorken Scaling“ bezeichnete Verhalten wurde durch die Messungen am SLAC bestätigt. HERA kann als eine natürliche Erweiterung dieses klassischen ep -Streuexperimentes angesehen werden. Neben der wesentlich höheren Schwerpunktsenergie haben die HERA-Experimente den gravierenden Vorteil, daß nicht nur das Elektron sondern auch der hadronische Endzustand nachgewiesen wird. Dies ermöglicht eine umfassendere Analyse der Ereignisse.

Wegen der großen Impulsüberträge bei HERA muß die Formel (2.11) modifiziert werden, um den Z^0 -Austausch zu berücksichtigen. Das Übergangsmatrixelement

$$|M_{fi}| \propto \sum_{i,j=\gamma,Z^0} \chi_i \chi_j L_{\mu\nu}^{i,j} W_{i,j}^{\mu\nu}, \quad (2.16)$$

mit den reduzierten Propagatorfunktionen

$$\chi_\gamma(Q^2) \equiv 1 \quad (2.17)$$

$$\chi_Z(Q^2) = \frac{Q^2 / \sin 2\theta_W}{Q^2 + M_{Z^0}^2}, \quad (2.18)$$

läßt sich in den Leptontensor $L_{\mu\nu}$ und den Hadrontensor $W^{\mu\nu}$ zerlegen. Da der Leptontensor im GSW-Modell exakt berechenbar ist, bestimmt man mittels dieser Reaktion den Hadrontensor

$$W^{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi} \int d^4x e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \langle N | [J^{\mu\dagger}(\mathbf{x}), J^\nu(0)] | N \rangle \quad (2.19)$$

des Nukleons. Die in die Fouriertransformation (2.19) eingehende entscheidende Größe ist der elektroschwache Strom $J^\mu(\mathbf{x})$ des Nukleons,

$$J^\mu(\mathbf{x}) = \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma^\mu (g_v + g_a \gamma_5) \psi(x), \quad (2.20)$$

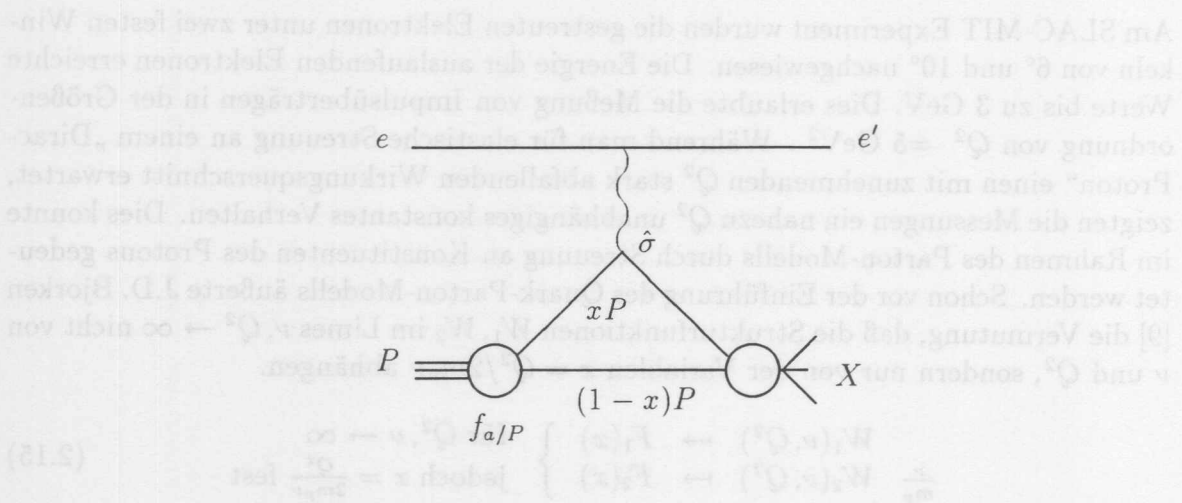


Abbildung 2: Elektron-Proton Streuung $e^- + p \rightarrow e^- + X$ im Quark-Parton-Modell

der an das ausgetauschte Vektorboson (γ, Z^0, W^\pm) des gestreuten Leptons koppelt. Eine kovariante Zerlegung des Hadrontensors, — eine Herleitung ist im Anhang A zu finden —, ergibt:

$$W^{\mu\nu}(\mathbf{P}, \mathbf{q}) = \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \mathcal{W}_1 + i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta \frac{\mathcal{W}_3}{M^2} \quad (2.21)$$

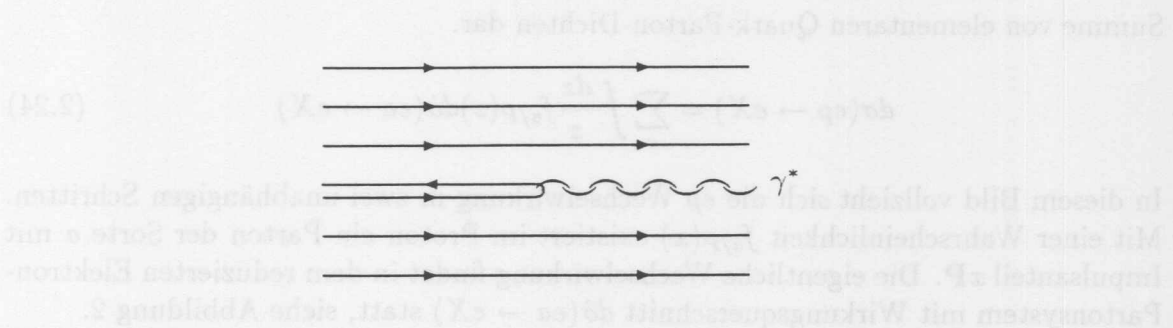
$$+ \left(P^\mu - q^\mu \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \left(P^\nu - q^\nu \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \frac{\mathcal{W}_2}{M^2}. \quad (2.22)$$

Die Einführung eines dritten Formfaktors \mathcal{W}_3 für den neutralen Strom ist notwendig auf Grund des Z^0 -Beitrags, wodurch $W^{\mu\nu}$ eine antisymmetrische Komponente erhält, die in der Formel (2.11) nicht enthalten ist. Nach Kontraktion mit dem Leptontensor erhält man nach Einführung der verallgemeinerten Strukturformfaktoren $\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_3$ den differentiellen ep -Wirkungsquerschnitt für den ungeladenen Strom

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2}(e^\mp p) = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(xy^2 \mathcal{F}_1 + (1-y)\mathcal{F}_2 \pm y\left(1 - \frac{y}{2}\right)x\mathcal{F}_3 \right). \quad (2.23)$$

2.3 Das Quark-Parton-Modell

Die Streuexperimente mit α -Teilchen führten Rutherford 1911 zu der Formulierung seines Atommodells. Vollkommen analog legten die unerwartet harten Elektronstöße unter großen Winkeln, welche von der SLAC-MIT Gruppe beobachtet wurden [7, 8], die Existenz von punktförmigen geladenen Teilchen im Inneren des Protons nahe.

Abbildung 3: Die γ^* -Parton-Wechselwirkung im „Breit-Frame“.

Die Interpretation der Strukturfunktionen erfolgte 1969 durch die Arbeiten von R. Feynman [10], J.D. Bjorken und E.A. Paschos [9, 11, 12]. Nach Feynman besteht das Proton aus punktförmigen Teilchen, den Partonen. Das ausgetauschte Boson — der Einfachheit halber nehme ich an, daß es sich um ein virtuelles Photon γ^* handelt — wechselwirkt in der inelastischen Streuung mit einem dieser Partonen, die sich frei im Proton bewegen können. Diese Wechselwirkung läßt sich am besten in einem Bezugssystem darstellen, in dem sich das Proton mit sehr großem Impuls, $\mathbf{P}_\mu = (E, 0, 0, p_z)$ mit $E \gg M_P$, bewegt. Diese Situation ist z.B. bei HERA im Laborsystem gegeben. Für die theoretische Interpretation des QPM's bietet sich jedoch das sogenannte „Breit-System“ an. In diesem ist das virtuelle γ^* in Ruhe, d.h. es stellt ein statisches elektromagnetisches Feld dar. Der Impulsübertrag lautet in diesem Lorentz-System $\mathbf{q}_\mu = (0, 0, 0, 2xp_z)$. In diesem Bild wird das Parton mit Impuls $\mathbf{k} = x\mathbf{P} + \mathbf{k}_\perp$, das sich nach der Kollision mit Impuls $\mathbf{k}' = -x\mathbf{P} + \mathbf{k}_\perp$ aus dem Partonverband löst, an der „Photonwand“ elastisch reflektiert, siehe Abbildung 3. Die Wechselwirkungszeit $\tau_{\text{int.}} \sim 1/q_z$ für diesen Prozeß wird durch die Wellenlänge des Photonfeldes gegeben. Diese Zeit ist wesentlich kürzer als die typische „Lebensdauer“ $\tau_{\text{parton}} \sim q_z / (m_{\text{parton}}^2 + \mathbf{k}_\perp^2)$ des Partons. Um das Parton als freies Teilchen betrachten zu können, stellt dies eine wesentliche Voraussetzung dar. Sowohl der Partonverband, der weiter in positiver z -Richtung fliegt, als auch das nach rückwärts herausgeschlagene Parton fragmentieren dann später, nach einer Zeit $\tau \gg \tau_{\text{int.}}$, in hadronische Jets. Auf Grund der Lorentz-Kontraktion in der z -Richtung hat das Proton fast keine longitudinale Dimension: Feynman spricht recht anschaulich von einem „Pfannkuchen“, in dem sich die Partonen mit einem kleinen Transversalimpuls $\mathbf{k}_\perp^2 \ll Q^2$ frei bewegen können. Das Proton stellt sich für das wechselwirkende Boson als eine inkohärente

Summe von elementaren Quark-Parton-Dichten dar.

$$d\sigma(ep \rightarrow eX) = \sum_a \int \frac{dz}{z} f_{a/P}(z) d\hat{\sigma}(ea \rightarrow eX) \quad (2.24)$$

In diesem Bild vollzieht sich die ep Wechselwirkung in zwei unabhängigen Schritten. Mit einer Wahrscheinlichkeit $f_{a/P}(x)$ existiert im Proton ein Parton der Sorte a mit Impulsanteil xP . Die eigentliche Wechselwirkung findet in dem reduzierten Elektron-Partonsystem mit Wirkungsquerschnitt $d\hat{\sigma}(ea \rightarrow eX)$ statt, siehe Abbildung 2.

Spin-0 Partonen besitzen kein magnetisches Moment, daher gilt $W_1 = F_1 \equiv 0$ und $d\hat{\sigma} \sim \cos^2 \vartheta/2$. Für Spin-1/2 Teilchen hingegen gilt $d\hat{\sigma} \sim \cos^2 \vartheta/2 + \frac{Q^2}{2m_a^2} \sin^2 \vartheta/2$, woraus sich die Callan-Gross-Relation [13]

$$\mathcal{F}_L(x, Q^2) := \mathcal{F}_2(x, Q^2) - 2x\mathcal{F}_1(x, Q^2) \equiv 0, \quad (2.25)$$

herleiten läßt. Die experimentellen Befunde am SLAC waren im Einklang mit Spin-1/2 Partonen.

Die Identifikation der Partonen durch Kuti und Weisskopf [14], mit den 1964 von Gell-Mann und Zweig [15, 16] postulierten Quarks, die diese zur Klassifizierung der zahlreichen beobachteten Hadronen einführten, erlaubte eine einfache Interpretation der Strukturfunktionen als Quarkdichte im Nukleon. In diesem relativistischen Modell wurden erstmals die Quark-Antiquarkpaare des „Dirac-Sees“, sowie die Gluonen als weitere Bestandteile des Nukleons konsistent eingeführt.

Im Rahmen des QPM's läßt sich die Strukturfunktion \mathcal{F}_2 als die Summe der Ladungsdichten der Quarks und Antiquarks darstellen, mit einem Bruchteil x des Nukleonviererimpuls P_N .

$$\mathcal{F}_2(x, Q^2) = \sum_{f=1}^{N_f} x A_f [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)]. \quad (2.26)$$

Die Summe erstreckt sich in Formel (2.26) über alle im Proton vertretenen Quarksorten f . Die Kopplung A_f ist abhängig vom ausgetauschten Vektorboson und ist in den Formeln (2.31 – 2.33) explizit aufgeführt. Die Strukturfunktion \mathcal{F}_3 war bislang nur in Neutrinoexperimenten zugänglich und kann, falls HERA auch mit Positronen oder Polarisation betrieben wird, erstmalig in Elektron-Proton-Streuexperimenten bei hohen Q^2 gemessen werden. Wegen des Vorzeichenwechsels in Formel (2.23) ergibt sich \mathcal{F}_3 aus der Differenz von $\sigma^- - \sigma^+$. Diese Funktion beschreibt das Ungleichgewicht zwischen Materie und Antimaterie im Nukleon.

$$x\mathcal{F}_3(x, Q^2) = \sum_{f=1}^{N_f} x A_f [q_f(x, Q^2) - \bar{q}_f(x, Q^2)] \quad (2.27)$$

Die Funktionen $\mathcal{F}_1 - \mathcal{F}_3$ lassen sich aufspalten in acht Strukturfunktionen, siehe Anhang A und [17, 18, 19],

$$\mathcal{F}_1^\pm = F_1 + \chi_Z(-v_e \mp \lambda a_e)G_1 + \chi_Z^2(v_e^2 + a_e^2 \pm 2\lambda a_e v_e)H_1 \quad (2.28)$$

$$\mathcal{F}_2^\pm = F_2 + \chi_Z(-v_e \mp \lambda a_e)G_2 + \chi_Z^2(v_e^2 + a_e^2 \pm 2\lambda a_e v_e)H_2 \quad (2.29)$$

$$x\mathcal{F}_3^\pm = \chi_Z(\pm a_e + \lambda v_e)xG_3 + \chi_Z^2(-\lambda(v_e^2 + a_e^2) \mp 2a_e v_e)xH_3 \quad (2.30)$$

mit den Axial- und Vektorkopplungen v_e und a_e des Elektrons und der longitudinalen Elektronstrahlpolarisation λ . Diese Aufspaltung entsteht durch die γZ^0 -Interferenz, was zu Termen proportional χ_Z und χ_Z^2 führt. Die Gleichungen (2.26) und (2.27) lauten dann entsprechend:

$$[F_1, G_1, H_1] = \frac{1}{2} \sum_{f=1}^{N_f} [e_f^2, 2e_f v_f, v_f^2 + a_f^2] [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)] \quad (2.31)$$

$$[F_2, G_2, H_2] = \sum_{f=1}^{N_f} x [e_f^2, 2e_f v_f, v_f^2 + a_f^2] [q_f(x, Q^2) + \bar{q}_f(x, Q^2)] \quad (2.32)$$

$$[xG_3, xH_3] = \sum_{f=1}^{N_f} x [2e_f a_f, 2v_f a_f] [q_f(x, Q^2) - \bar{q}_f(x, Q^2)]. \quad (2.33)$$

Im „naiven“ QPM erfüllen diese Formeln automatisch die Callan-Gross-Relation, die erst nach der Einbeziehung höherer Korrekturen in α_s verletzt wird. Explizit geschrieben lauten die Axial- und Vektorkopplungen der Fermionen v_f und a_f :

$$\begin{aligned} v_f &= T_{3f} - 2e_f \sin^2 \theta_W \\ a_f &= T_{3f} \end{aligned} \quad (2.34)$$

mit der Ladung e_f und der dritten Komponenten T_3 des schwachen Isospins, siehe Tabelle 1. Die schwache Hyperladung B als Erzeugende der $U(1)$ -Symmetrie im GSW-Modell ist mittels der Gell-Mann Nishijima Relation $e_f = T_3 + B/2$ mit e_f und T_3 verknüpft. Mit höherer integrierter Luminosität werden die Ereignisse mit hohem Q^2 zunehmen, so daß die mit χ_Z unterdrückten Strukturfunktionen an Gewicht gewinnen. Da wegen des Sokolov-Ternov Effekts [20] der HERA-Elektronstrahl polarisiert ist, werden dann auch Polarisierungseffekte¹ studiert, wie es z.B. für das HERMES-Experiment [21] vorgesehen ist.

Für die in dieser Arbeit verwendeten Daten, mit $Q^2 \leq 120 \text{ GeV}^2$, gilt in sehr guter Näherung $\mathcal{F}_2(x, Q^2) \equiv F_2(x, Q^2)$, da G_2 und H_2 mit $\chi_Z \sim 10^{-4} Q^2 / \text{GeV}^2$ bzw. χ_Z^2

¹Hierzu muß allerdings die Polarisation der Elektronen von der transversalen in die longitudinale Richtung gedreht werden, d.h. die Experimente H1 und ZEUS können ohne Spin-Rotatoren diese λ -Abhängigkeit nicht beobachten.

f			e_f	T_3	B
ν_e	ν_μ	ν_τ	0	$\frac{1}{2}$	-1
e_L^-	μ_L^-	τ_L^-	-1	$-\frac{1}{2}$	-1
e_R^-	μ_R^-	τ_R^-	-1	0	-2

f			e_f	T_3	B
u_L	c_L	t_L	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
d_L	s_L	b_L	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
u_R	c_R	t_R	$\frac{2}{3}$	0	$\frac{4}{3}$
d_R	s_R	b_R	$-\frac{1}{3}$	0	$-\frac{2}{3}$

Tabelle 1: Die Quantenzahlen der Fermionen im GSW-Modell.

unterdrückt sind. Gleichung (2.23) läßt sich somit auf die aus Fixtargetexperimenten vertrautere Form bringen

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(1 + (1-y)^2 - y^2 \frac{R}{1+R} \right) F_2(x, Q^2). \quad (2.35)$$

Die Strukturfunktion F_1 wurde in Formel (2.35) zugunsten von F_L eliminiert, die in dem Verhältnis vom longitudinalen zum transversalen Wirkungsquerschnitt

$$R = \frac{F_L}{2xF_1} = \frac{\sigma_L}{\sigma_T} \quad (2.36)$$

enthalten ist. Ein Wert $R \neq 0$ wird besonders bei kleinem x und Q^2 erwartet, wo der Seequarkanteil bedingt durch die Gluonen anwächst und Korrekturen $\sim \alpha_s$ wichtig werden.

Viele der Summenregeln, die in den sechziger Jahren entwickelt wurden, erhalten auf der Quarkenebene eine neue Interpretation. Zerlegt man die jeweilige Quarksorte f in den Valenz- und Seequarkanteil,

$$\begin{aligned} q_f(x) &= q_{fV}(x) + q_{fS}(x) \\ \text{und} \quad \bar{q}_f(x) &= \bar{q}_{fS}(x) \equiv q_{fS}(x) \end{aligned} \quad (2.37)$$

und unterstellt Isospininvarianz für die Valenzquarks von Neutron und Proton

$$\begin{aligned} u_V^p(x) &= d_V^n(x) \equiv u_V(x) \\ d_V^p(x) &= u_V^n(x) \equiv d_V(x) \end{aligned} \quad (2.38)$$

so erhält man aus der Adler-Summenregel [22]

$$\int \frac{dx}{2x} \left\{ F_2^{\bar{\nu}p}(x) - F_2^{\nu p}(x) \right\} = 1 \quad (2.39)$$

die Differenz zwischen dem u und d Valenzquarkanteil im Nukleon.

$$\int_0^1 dx \{u - d - \bar{u} + \bar{d}\} = \int_0^1 dx \{u_V - d_V\} = 1 \quad (2.40)$$

Die Gross-Llewellyn-Smith-Summenregel [23]

$$\frac{1}{2} \int_0^1 dx \{F_3^p(x) - F_3^n(x)\} = 3 \quad (2.41)$$

beschreibt im QPM die Summe der Valenzquarks:

$$\int_0^1 dx \{u + d - \bar{u} - \bar{d}\} = \int_0^1 dx \{u_V + d_V\} = 3. \quad (2.42)$$

Unterstellt man auch Isospininvarianz im Seequarkanteil, d.h. $\bar{u}_S(x) = \bar{d}_S(x)$, so erhält man mit der Gottfried-Summenregel [24]

$$\int \frac{dx}{x} \{F_2^{ep}(x) - F_2^{en}(x)\} = \frac{1}{3} \quad (2.43)$$

ebenfalls die Differenz zwischen u und d Valenzquarks.

$$\int_0^1 dx \{u - d + \bar{u} - \bar{d}\} = \int_0^1 dx \{u_V - d_V + 2(\bar{u}_S - \bar{d}_S)\} = 1 \quad (2.44)$$

Die NMC Daten deuten auf eine Verletzung dieser letzten Beziehung hin [25, 26], was durch die neuesten Daten der E665-Kolaboration [27] bestätigt wird. Diese Summenregeln sind daher ein Gebiet aktueller Forschung und gehören im Rahmen des HERMES Experimentes mit zum HERA Forschungsprogramm. Sie werden durch Korrekturen in α_s modifiziert, die inzwischen bis zur Ordnung α_s^3 berechnet wurden [28], und sind somit effektive Tests der störungstheoretischen Quantenchromodynamik.

In Neutrino Experimenten koppelt das Vektorboson an alle Quarks mit gleicher Stärke $\sim G_F$, während beim γ -Austausch die jeweilige Quarksorte f mit dem Ladungsquadrat e_f^2 gewichtet wird, siehe Formel (2.32). Hieraus folgt die Beziehung

$$F_2^{eN}(x) := \frac{1}{2} (F_2^{ep}(x) + F_2^{en}(x)) \equiv \frac{5}{18} F_2^{\nu N}(x) \quad (2.45)$$

Die experimentelle Übereinstimmung der SLAC F_2^{eN} Daten mit den $F_2^{\nu N}$ Daten der Gargamelle Neutrinoexperimente am CERN verifiziert die in Formel (2.10) implizit enthaltene Leptonuniversalität: e, μ und ν koppeln durch γ, W^\pm oder Z^0 -Austausch an dieselben Konstituenten des Nukleons, so daß sich alle Experimente durch die gleichen universellen Quark-Parton-Dichten beschreiben lassen. Unterschiedlich ist

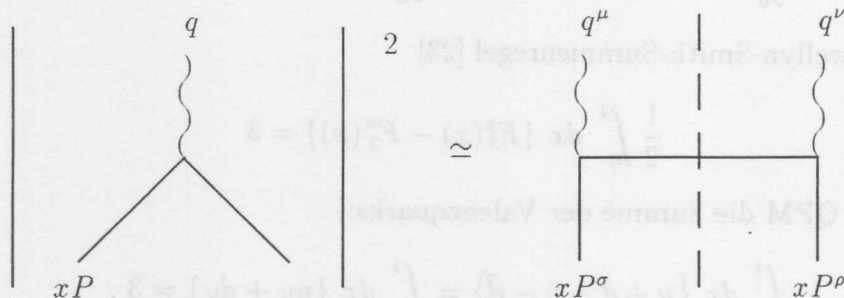


Abbildung 4: „Cut-Diagramm“ Darstellung des hadronischen Anteils zum Matrixelement $|\hat{M}_{fi}|^2$ im QPM.

lediglich die Kopplungskonstante ($G_F \leftrightarrow \alpha$). Die qualitative Übereinstimmung mit 5/18 zeigte, daß die Quarks drittelzahlige Ladung besitzen. Eine weitere Bestätigung der gebrochenen Quarkladung wurde von der BCDMS-Gruppe erhalten, die erstmalig die Strukturfunktion xG_3 mittels der γZ^0 -Interferenz gemessen hatte [29], und die Relation

$$F_2^{eN}(x) \simeq \frac{5}{9} x G_3^{\mu N}(x) \quad (2.46)$$

bestätigte, die aus Formel (2.32) abgeleitet werden kann für $x \geq 0.2$. Einen ersten experimentellen Hinweis auf die Gluonen erhielt man durch das Integral von Formel (2.45)

$$\int_0^1 dx F_2^{\nu N}(x) = \int_0^1 dx \sum_{f=1}^{N_f} x [q_f(x) + \bar{q}_f(x)] = 1 - \epsilon, \quad (2.47)$$

das die Impulsbilanz darstellt. Die Messungen ergaben $\epsilon \sim 0.5$, d.h. nur die Hälfte des Nukleonimpulses wird von den Quarks getragen. Die andere Hälfte wird den Gluonen zugeordnet, die nicht direkt zum Streuquerschnitt beitragen, da sie nur der starken Wechselwirkung unterliegen.

2.4 Höhere QCD-Korrekturen und Renormierung

Im QPM wechselwirken quasifreie Partonen der Sorte a , die mit einer Wahrscheinlichkeitsdichte $f_{a/P}$ im Proton vorkommen, mit dem Photon des Elektrons, siehe Seite 12. Der hadronische Anteil des reduzierten Matrixelement $eq \rightarrow eq$ ist in Abbildung 4 symbolisch dargestellt. In diesem Bild werden QCD-Effekte, wie sie in Abbildung 5 dargestellt sind, vollkommen vernachlässigt. Unter den Einfluß der starken

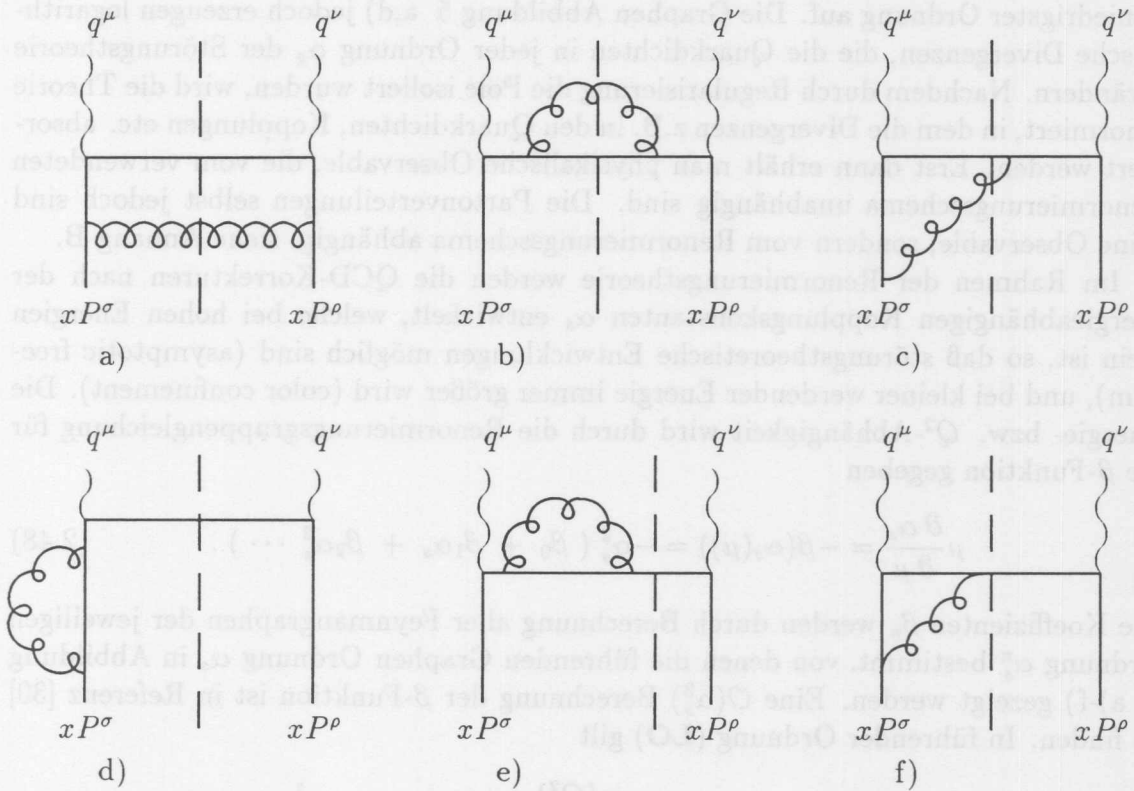


Abbildung 5: QCD-Korrekturen zum Matrixelement $|\hat{M}_{fi}|^2$.

Wechselwirkung ändert sich dieses einfache QPM-Bild durch Korrekturen in α_s . Auf Grund der Interferenzterme in Abbildung 5 c) und f) geht die Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Dichteverteilungen $q_i(x)$ verloren, da sie mit $q_f(x)$ korreliert ist. Die Matrixelemente der Graphen Abbildung 5 beinhalten divergente Amplituden. Diese Divergenzen treten bei Abstrahlung eines sehr niederenergetischen Gluons auf oder falls das Gluon kollinear zum Quark abgestrahlt wird.

Nimmt man c) und f), sowie b) und e) zusammen, so heben sich deren Divergenzen in niedrigster Ordnung auf. Die Graphen Abbildung 5 a,d) jedoch erzeugen logarithmische Divergenzen, die die Quarkdichten in jeder Ordnung α_s der Störungstheorie verändern. Nachdem durch Regularisierung die Pole isoliert wurden, wird die Theorie renormiert, in dem die Divergenzen z.B. in den Quarkdichten, Kopplungen etc. absorbiert werden. Erst dann erhält man physikalische Observable, die vom verwendeten Renormierungsschema unabhängig sind. Die Partonverteilungen selbst jedoch sind keine Observable, sondern vom Renormierungsschema abhängig, siehe Anhang B.

Im Rahmen der Renormierungstheorie werden die QCD-Korrekturen nach der energieabhängigen Kopplungskonstanten α_s entwickelt, welche bei hohen Energien klein ist, so daß störungstheoretische Entwicklungen möglich sind (asymptotic freedom), und bei kleiner werdender Energie immer größer wird (color confinement). Die Energie- bzw. Q^2 -Abhängigkeit wird durch die Renormierungsgruppengleichung für die β -Funktion gegeben

$$\mu \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu} = -\beta(\alpha_s(\mu)) = -\alpha_s^2 (\beta_0 + \beta_1 \alpha_s + \beta_2 \alpha_s^2 \dots). \quad (2.48)$$

Die Koeffizienten β_n werden durch Berechnung aller Feynmangraphen der jeweiligen Ordnung α_s^n bestimmt, von denen die führenden Graphen Ordnung α_s in Abbildung 5 a)-f) gezeigt werden. Eine $\mathcal{O}(\alpha_s^3)$ Berechnung der β -Funktion ist in Referenz [30] zu finden. In führender Ordnung (LO) gilt

$$\alpha_s^{LO}(Q^2) = \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{1 + \beta_0 \alpha_s(Q_0^2) \cdot \ln(Q^2/Q_0^2)} = \frac{1}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2}} \quad (2.49)$$

mit den von der Anzahl N_f der aktiven Quarksorten abhängigen Koeffizienten

$$\beta_0 = \frac{11/3 N_C - 2/3 N_f}{4\pi} \quad (2.50)$$

und dem QCD-Parameter

$$\Lambda^2 = Q_0^2 \exp\left(-\frac{1}{\beta_0 \alpha_s(Q_0^2)}\right). \quad (2.51)$$

Die Berechnung der weiteren Terme ist abhängig vom verwendeten Renormierungsschema, was durch den Index *RS* explizit angedeutet wird. In nächster Ordnung der

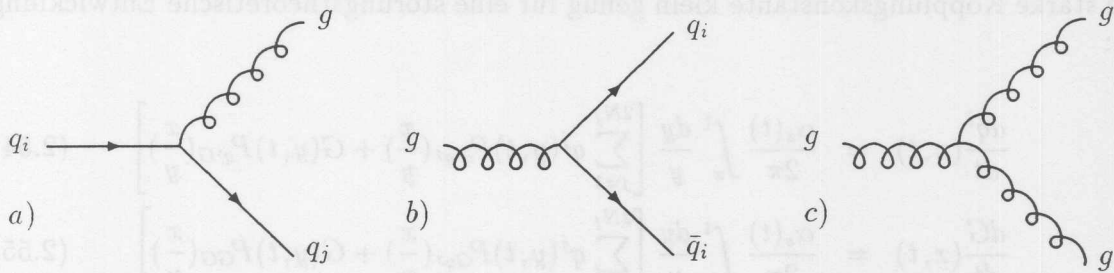


Abbildung 6: Die fundamentalen Feynmangraphen für a) den Quark-Gluon-Vertex, b) den Annihilations-Vertex des Gluons und c) den „Drei-Gluon-Vertex“ zur Bestimmung der Funktionen P_{Gq}, P_{qG}, P_{GG} und P_{qq} .

QCD-Störungstheorie (NLO) erhält man

$$\begin{aligned} \alpha_s^{NLO}(Q^2) &= \frac{1}{\beta_0 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{RS}^2}} \left[1 - \frac{\beta_1 \ln \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{RS}^2}}{\beta_0^2 \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{RS}^2}} \right] \\ &\equiv \alpha_s^{(0)}(Q^2) \left[1 - \alpha_s^{(0)}(Q^2) \frac{\beta_1}{\beta_0} \ln \ln \frac{Q^2}{\Lambda_{RS}^2} \right] \end{aligned} \quad (2.52)$$

mit

$$\beta_1 = \frac{102/3N_C - 38/3N_f}{4\pi} \quad (2.53)$$

Die QCD-Korrekturen betreffen nicht nur α_s , sondern modifizieren — wie bereits erwähnt — die Quark- und Gluondichten im Nukleon. In führender Ordnung α_s der QCD-Störungstheorie wird deren Q^2 -Abhängigkeit durch die Altarelli-Parisi-Gleichungen beschrieben.

2.5 Die Altarelli-Parisi-Gleichungen

Die dynamische Entwicklung des hadronischen Tensors $W^{\mu\nu}$ wird im Rahmen der QFT durch die Renormierungsgruppengleichungen für die Koeffizientenfunktionen der Operatorproduktentwicklung des Kommutators (2.19) beschrieben. Diese sehr abstrakten theoretischen Methoden erhielten 1977 durch die Arbeiten von Altarelli und Parisi [31] eine anschauliche physikalische Interpretation im Rahmen des QPM's, basierend auf einfachen fundamentalen Feynmangraphen, dargestellt in Abbildung 6. Parallel dazu wurden die Altarelli-Parisi-Gleichungen (AP) von Yu.L. Dokshitzer, V.N. Gribov und L.N. Lipatov entwickelt [32] **DGLAP**.

Für die Quarksorte $q_i \in \{u, d, s, c, b, t\}$ und die Gluondichte G lautet die Entwicklung in der Variablen $t := \ln(Q^2/Q_0^2)$ mit einem geeigneten Normierungspunkt Q_0^2 , so daß die starke Kopplungskonstante klein genug für eine störungstheoretische Entwicklung ist:

$$\frac{dq^i}{dt}(x, t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_{j=1}^{2N_f} q^j(y, t) P_{q^i q^j} \left(\frac{x}{y} \right) + G(y, t) P_{q^i G} \left(\frac{x}{y} \right) \right] \quad (2.54)$$

$$\frac{dG}{dt}(x, t) = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_{j=1}^{2N_f} q^j(y, t) P_{G q^j} \left(\frac{x}{y} \right) + G(y, t) P_{GG} \left(\frac{x}{y} \right) \right] \quad (2.55)$$

Die erste Gleichung beschreibt die Wahrscheinlichkeit $P_{q_i q_j}$, daß ein Quark der Sorte q_j durch Abstrahlung eines Gluons in ein Quark der Sorte q_i übergeht, bzw. daß ein Gluon in ein Quark und Antiquark der Sorte q_i annihilert ($P_{q_i G}$), siehe Abbildung 6 (a) und (b). Durch Abstrahlung eines Gluons kann sich die Quarksorte nicht ändern. Daraus folgt unmittelbar, daß die Funktion $P_{q_i q_j}$ diagonal ist, mit $P_{q_i q_j} = \delta_{i,j} P_{q_i q_i} \equiv P_{qq}$. Ferner werden Quark und Antiquark immer paarweise gebildet, so gilt für den Vertex (b) $P_{q^i G} = P_{\bar{q}^i G}$ und, bei Vernachlässigung der Quarkmassen, $P_{q_i G} = P_{\bar{q}_i G} \equiv P_{qG}$. Analog gibt die zweite Gleichung die Veränderung der Gluondichte an, wobei entweder ein Quark ein Gluon abstrahlt, oder ein Gluon in zwei weitere zerfällt, Abbildung 6 (a) und (c). Bezeichnet x den Bruchteil des Vierervektors von Teilchen i im Verhältnis zum Ausgangsteilchen j , d.h. $\mathbf{p}_i = x \mathbf{p}_j$, so gelten auf Grund der Energie- und Impulserhaltung in der kollinearen Approximation, $k_\perp \ll k_\parallel$, die Beziehungen $P_{qq}(x) = P_{Gq}(1-x)$, $P_{qG}(x) = P_{\bar{q}G}(1-x)$ und $P_{GG}(x) = P_{GG}(1-x)$. Diese Symmetrien folgen unmittelbar aus den Feynmangraphen der Abbildung 6. Explizit ausgeschrieben lauten die „Splittingfunktionen“ im $\overline{\text{MS}}$ -Renormierungsschema:

$$P_{qq}(x) = C_F \left[\frac{1+x^2}{(1-x)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-x) \right] \quad (2.56)$$

$$P_{GG}(x) = 2C_G \left[\frac{x}{(1-x)_+} + \frac{1-x}{x} + \left(\frac{11}{12} - \frac{1}{3} \frac{T_R}{C_G} \right) \delta(x-1) \right] \quad (2.57)$$

$$P_{qG}(x) = \frac{1}{2} \left[x^2 + (1-x)^2 \right] \quad (2.58)$$

Mit der Definition der Distribution $(1-x)_+$

$$\int_0^1 dx \frac{f(x)}{(1-x)_+} =: \int_0^1 dx \frac{f(x) - f(1)}{1-x} \quad (2.59)$$

C_G , C_F und T_R ergeben sich aus den Spuren der Farbgruppe $SU(N_C)$ und der Gruppe der N_f Fermionen,

$$C_G = \frac{1}{N_C^2 - 1} \sum_{a,b,c} f_{a,b,c} f_{a,b,c} = N_C = 3 \quad (2.60)$$

$$C_F = \frac{1}{N_C} \sum_a \lambda^a \lambda^a = \frac{N_C^2 - 1}{2N_C} = \frac{4}{3} \quad (2.61)$$

$$T_R \delta_{ab} = \text{Tr}(\lambda^a \lambda^b) = \frac{1}{2} N_f \delta_{ab}, \quad (2.62)$$

hier explizit ausgeschrieben für drei Farbladungen.

Auf Grund der verwendeten kollinearen Approximation und der Viererimpulserhaltung gilt in den AP-Gleichungen ein strenges Ordnungsschema im Transversalimpuls:

$$\begin{aligned} x \leq x_n \leq \dots \leq x_2 \leq x_1 \\ Q^2 \gg k_{\perp}^2 \gg k_{n\perp}^2 \gg \dots \gg k_{2\perp}^2 \gg k_{1\perp}^2 \gg Q_0^2 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Die Altarelli-Parisi Gleichungen sind eine störungstheoretische Entwicklung² $\text{LLA}(Q^2)$ in $(\alpha_s \ln Q^2)^n$, die die führenden kollinearen Singularitäten beinhaltet. Der Bereich, in dem diese Approximation gültig ist, wird gegeben durch:

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q^2) \ln(Q^2/Q_0^2) &\sim 1 \\ \alpha_s(Q^2) \ln(1/x) &\ll 1 \\ \alpha_s(Q^2) &\ll 1 \end{aligned} \quad (2.64)$$

Aus den Relationen 2.64 ersieht man, daß in dem HERA zugänglichen Meßbereich, bereits bei $Q^2 \simeq 10 \text{ GeV}^2$ und $x \leq 0.01$ mit $\alpha_s \ln(1/x) \approx 1$, die Grenze des Gültigkeitsbereiches der $\text{LLA}(Q^2)$ -Approximation erreicht wird.

2.5.1 Das Skalenverhalten von F_2 und xG

Mittels der Altarelli-Parisi-Gleichungen läßt sich die Q^2 -Abhängigkeit der Strukturfunktionen vorherbestimmen, was einen unmittelbaren Test der „Bjorken-Scaling-Hypothese“ und der QCD-Störungstheorie bedeutet. Die Entwicklung der Strukturfunktion F_2 ergibt sich aus den Formeln 2.26 und 2.54 durch Bildung der Summe über die Quarksorten

$$\frac{dF_2}{d \ln Q^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 dy \left[F_2\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) P_{qq}(y) + 2 \left(\sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 \right) g^*\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) P_{qG}(y) \right] \quad (2.65)$$

²LLA = Leading Logarithm Approximation

mit $g^*(x) = xG(x)$. Bei kleinem $x \leq 0.01$ kommt der Hauptbeitrag im Integranden von der Gluondichte $xG(x)$, die den Seequarkanteil bestimmt. Unter Vernachlässigung des ersten Teils des Integranden von Formel (2.65), der bei kleinem x einen minimalen Beitrag liefert, ist es möglich, die Gluonverteilung zu bestimmen [33]. Hierzu wird $g^*(\frac{x}{1-y})$ an der Stelle $y = 1/2$ entwickelt

$$g^*\left(\frac{x}{1-y}\right) = g^*\left(y = \frac{1}{2}\right) + \left(y - \frac{1}{2}\right) g^{*\prime}\left(y = \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}\left(y - \frac{1}{2}\right)^2 g^{*\prime\prime}\left(y = \frac{1}{2}\right) + \dots \quad (2.66)$$

Da die Funktion $P_{qG}(1-y) = P_{qG}(y)$ um $y = 1/2$ symmetrisch ist, entfällt der zweite Term, wenn die Integration von $1-x$ nach 1 ausgedehnt wird. Unter Vernachlässigung der weiteren Terme gilt

$$\begin{aligned} \frac{dF_2}{d \ln Q^2}(x) &\approx \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} 2 \left(\sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 \right) \int_0^{1-x} dy g^*\left(\frac{x}{1-y}, Q^2\right) P_{qG}(1-y) \\ &\approx \frac{5\alpha_s}{9\pi} g^*(2x) \int_0^1 dy P_{qG}(y) = \frac{5\alpha_s}{9\pi} \frac{2}{3} g^*(2x) \\ \Rightarrow xG(x, Q^2) &\approx \frac{27\pi}{10\alpha_s} \frac{dF_2}{d \ln Q^2}\left(\frac{x}{2}, Q^2\right), \quad \text{für } x \ll 1. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Für Werte $x \leq 10^{-2}$ ist diese Approximation auf $\approx 20\%$ genau und wurde für eine erste Abschätzung der Gluonverteilung mit den H1-Daten bei kleinem x benutzt [34].

2.6 Störungstheoretische QCD im Bereich kleiner x

In einer Reihe von Arbeiten gelang es in den letzten Jahren den gültigen Bereich der DGLAP-Gleichungen — bzw. ihrer Erweiterungen — in der xQ^2 -Ebene auszudehnen, so daß inzwischen ein besseres theoretisches Verständnis der Prozesse im Nukleon, bis hinunter zu kleinstem x , vorliegt. Dieses Kapitel liefert eine kurze Übersicht über die wichtigsten Ergebnisse im „low x -Bereich“, der mit HERA erstmalig experimentell erschlossen werden kann.

2.6.1 Die Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov-Gleichung

Für den Bereich sehr kleiner x und moderater Q^2 wurde im Rahmen der Regge-Theorie eine störungstheoretische Entwicklung in $(\alpha_s \ln(1/x))^n$ von Balitsky, Fadin, Kuraev und Lipatov (**BFKL**) entwickelt [35]. Die Wechselwirkung in diesem Bild erfolgt durch Pomeron-Austausch (**IP**), der im QPM durch eine farblose „Gluon-Leiter“ realisiert ist. In Abbildung 7 ist ein „Lipatov-Pomeron“ schematisch dargestellt. Die BFKL-Gleichung ist in einem kinematischen Bereich gültig, der orthogonal zur

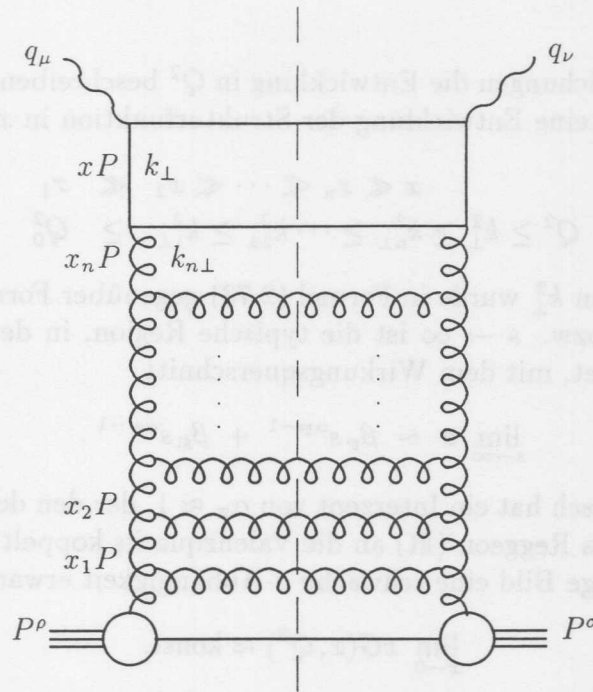


Abbildung 7: Feynman Darstellung einer „Gluon-Leiter“.

Entwicklung der AP-Gleichungen in der xQ^2 -Ebene verläuft.

$$\begin{aligned} \alpha_s(Q^2) \ln(Q^2/Q_0^2) &\ll 1 \\ \alpha_s(Q^2) \ln(1/x) &\sim 1 \\ \alpha_s(Q^2) &\ll 1 \end{aligned} \quad (2.68)$$

In dem Bereich kleiner x ist die Gluondichte xG die entscheidende Größe. Ihre dynamische Entwicklung mittels der BFKL-Gleichung lautet:

$$\phi(x, k^2) = \phi^0(x, k^2) + \int dk_{\perp}^2 K(k^2, k_{\perp}^2) \int_x^1 \frac{dz}{z} \phi(z, k_{\perp}^2) \quad (2.69)$$

mit der logarithmischen Ableitung der Gluondichte

$$\phi(x, k^2) = \frac{\partial xG(x, Q^2)}{\partial \ln(Q^2)} \Big|_{Q^2=k^2} \quad (2.70)$$

und dem Lipatov-Kern:

$$K(k^2, k_{\perp}^2) = \frac{3\alpha_s}{\pi} k^2 \left\{ \frac{1}{k_{\perp}^2 |k_{\perp}^2 - k^2|} - \beta(k^2) \delta(k^2 - k_{\perp}^2) \right\} \quad (2.71)$$

$$\beta(k^2) = \int \frac{dk_{\perp}^2}{k_{\perp}^2} \left\{ \frac{1}{|k_{\perp}^2 - k^2|} - \frac{1}{(4k_{\perp}^4 + k^4)^{\frac{1}{2}}} \right\} \quad (2.72)$$

Während die AP-Gleichungen die Entwicklung in Q^2 beschreiben, erhält man mittels der BFKL-Gleichung eine Entwicklung der Strukturfunktion in x , mit

$$x \ll x_n \ll \cdots \ll x_2 \ll x_1 \\ Q^2 \geq k_1^2 \geq k_{n\perp}^2 \geq \cdots \geq k_{2\perp}^2 \geq k_{1\perp}^2 \geq Q_0^2 \quad (2.73)$$

d.h. die Restriktion an k_1^2 wurde in Formel (2.73) gegenüber Formel (2.63) gelockert. Der Bereich $x \rightarrow 0$ bzw. $s \rightarrow \infty$ ist die typische Region, in der die Regge-Theorie ihre Anwendung findet, mit dem Wirkungsquerschnitt

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma \sim \beta_{\mathbb{P}} s^{\alpha_{\mathbb{P}}-1} + \beta_{\mathbb{R}} s^{\alpha_{\mathbb{R}}-1}. \quad (2.74)$$

Der Pomeron-Austausch hat ein Interzept von $\alpha_{\mathbb{P}} \approx 1$, der den dominaten Beitrag für kleine x liefert, da das Reggeon (\mathbb{R}) an die Valenzquarks koppelt. Dies bedeutet, daß im „klassischen“ Regge Bild eine schwache x -Abhängigkeit erwartet wird

$$\lim_{x \rightarrow 0} xG(x, Q^2) \approx \text{konst.} \quad (2.75)$$

Ganz anders verhält sich die Lösung der BFKL-Gleichung. Das asymptotische Verhalten wird gegeben durch den führenden Eigenwert λ des Lipatov-Kerns K

$$\phi(x, k^2) \sim x^{-\lambda} \left(\frac{k^2}{\ln 1/x} \right)^{\frac{1}{2}} \exp \left(\frac{-\ln(k^2/k_0^2)}{\Delta\lambda \ln 1/x} \right) \quad (2.76)$$

mit dem Eigenwert $\lambda = \frac{3\alpha_s}{\pi} 4 \ln 2 \approx 0.5$. Das BFKL-Pomeron erzeugt somit ein steiles Anwachsen der Gluondichte

$$\lim_{x \rightarrow 0} xG(x, Q^2) \sim \frac{1}{\sqrt{x}} \quad (2.77)$$

im Bereich kleiner x , wodurch es sich deutlich von dem Regge Verhalten unterscheidet.

2.6.2 Die doppelt-logarithmische-Approximation

Zwischen den beiden kinematischen Bereichen, beschrieben durch die Bedingungen (2.64) und (2.69), muß es einen Übergangsbereich geben, der durch eine störungstheoretische Entwicklung in beiden Logarithmen $\sim (\alpha_s \ln(1/x))^n + (\alpha_s \ln(Q^2))^m$ beschrieben wird. Die führenden Singularitäten erhält man durch die Entwicklung in einer doppelt-logarithmischen Approximation (**DLLA**) $\sim (\alpha_s \ln(1/x) \ln(Q^2))^n$. Das Ergebnis liefert für kleine x ebenfalls einen raschen Anstieg des Wirkungsquerschnitts,

$$F_2(x, Q^2) \sim \exp \left(\sqrt{2b \ln(1/x) \left(\ln \ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} - \ln \ln \frac{Q_0^2}{\Lambda^2} \right)} \right) \quad x \ll 1, \quad (2.78)$$

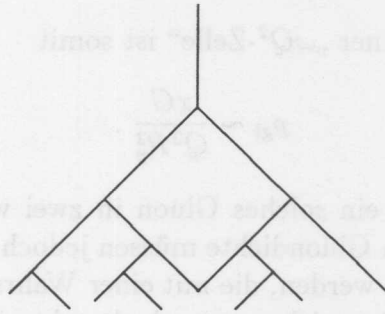


Abbildung 8: Feynman Darstellung eines „Fan-Diagrams“, das eine typische Gluon-Kaskade beschreibt.

mit $b = \frac{24N_C}{11N_C - 2N_f}$. Nach Formel (2.78) wächst die Strukturfunktion — und somit auch der γp -Wirkungsquerschnitt — bei kleinem x schneller als jede Potenz von $\ln(1/x)$ an. Mit $\ln(1/x) \sim \ln s$ wird somit das Froissart-Limit [36]

$$\sigma^{\gamma p} \sim \frac{\alpha}{Q^2} F(x, Q^2) < 2\pi R_p^2(s) < \text{const.} \ln^2 s \quad (2.79)$$

verletzt. $R_p(s)$ ist der „Proton-Radius“ $\sim \ln s$. Um die Unitariät zu gewährleisten, muß es daher im kleinem x -Bereich einen Mechanismus geben, der das Anwachsen der Partondichte — und damit auch des Wirkungsquerschnitts —, verhindert bzw. dämpft.

2.6.3 Die Gribov-Lipatov-Ryskin-Gleichung

Dieser Dämpfungsmechanismus läßt sich im QPM als eine Sättigung der Gluondichte darstellen. Jedes Gluon, mit Impuls \mathbf{p} , kann in zwei weitere Gluonen, mit Impulsen $x\mathbf{p}$ und $(1-x)\mathbf{p}$, zerfallen. Es entsteht ein „Fächer“ von Partonen, von dem jedes einen kleineren Bruchteil des Nukleonimpuls trägt als der Vorgänger, siehe Abbildung 8, in dem eine solche Kaskade schematisch dargestellt ist. Würde dieser Verzweigungsvorgang ungehindert fortgesetzt verlaufen, so stiege die Wahrscheinlichkeit, ein Parton bei kleinem x vorzufinden, dementsprechend an. Dies entspricht der Lösung von Formel (2.78). Die „transversale Ausdehnung“ des vom virtuellen γ^* während der Wechselwirkung erforschten Gluons ist $\sim 1/Q$. Per Definition ist G die Wahrscheinlichkeit $\delta\mathcal{P}$ ein Gluon mit Impuls x und Virtualität Q^2 im Intervall δx vorzufinden. Es sei $\omega := \ln 1/x$. Aus $\delta\mathcal{P} = G\delta x$ folgt mit $d\omega = -dx/x$, daß die Wahrscheinlichkeit ein Gluon in einem Intervall $\delta\omega$ zu finden, durch $\delta\mathcal{P} = xG|_{x=x(\omega)} \delta\omega$ gegeben wird. Die

mittlere Gluondichte ρ_{gl} in einer „ ωQ^2 -Zelle“ ist somit

$$\rho_{\text{gl}} \sim \frac{xG}{Q^2 R_p^2}. \quad (2.80)$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein solches Gluon in zwei weitere zerfällt, ist $\sim \alpha_s \rho_{\text{gl}}$. Bei einer entsprechend hohen Gluondichte müssen jedoch auch Rekombinationen von Gluonen in Betracht gezogen werden, die mit einer Wahrscheinlichkeit $\sim -\alpha_s^2 \rho_{\text{gl}}^2$ vorkommen. Es gibt einen Gleichgewichtszustand, charakterisiert durch einen Parameter \mathcal{C} , in dem sich Zerfall und Rekombination die Waage halten

$$\Delta \rho_{\text{gl}} \sim \alpha_s \rho_{\text{gl}} - \mathcal{C} \alpha_s^2 \rho_{\text{gl}}^2 \equiv 0. \quad (2.81)$$

Dieses — mehr schematische — Bild ist der Ausgangspunkt zur Interpretation der Gribov-Lipatov-Ryskin-Gleichung (**GLR**), welche die AP- und BFKL-Gleichungen in sich vereinigt [37].

$$x \frac{\partial \phi(x, Q^2)}{\partial x} = \hat{K} \otimes \phi - \frac{81 \alpha_s^2}{16 Q^2 R_s^2} [xG(x, Q^2)]^2 \quad (2.82)$$

Die erste Konvolution entspricht dem BFKL-Kern aus Formel (2.69), modifiziert um eine Differentiation nach $\ln 1/x$. Der zweite Term beschreibt die Rekombination $\sim (xG)^2$. Diese ist entscheidend vom phänomenologischen „Screening“-Parameter R_s abhängig, der analog zu Formel (2.81) den Beginn der Sättigung beschreibt. Als Lösung der GLR-Gleichungen erwartet man ein ähnliches Ansteigen der Gluondichte wie in den GLAP/BFKL-Gleichungen, bis bei kleinem x eine kritische Dichte erreicht wird, so daß der nichtlineare Term zu einer Dämpfung führt. Nach Formel (2.80) ist R_s gleich dem Protonradius R_p . Es ist jedoch möglich, daß im Proton sogenannte „Hot Spots“ mit einem Radius $R_s < R_p$ existieren [38], so daß die Sättigungseffekte bereits früher einsetzen. Man erwartet dies falls z.B. die Valenzquarks mögliche Keimzellen solcher Spots sind, mit $R_s^2 \approx \frac{1}{3} R_p^2$. Dies führt zu einer Variation von R_s zwischen 2 und 5 GeV^{-1} . Man hofft, daß die Abweichung zwischen der linearen GLAP- und BFKL-Entwicklung und den nichtlinearen GLR-Gleichungen, in dem für HERA zugänglichen kinematischen low x -Bereich, einen meßbaren Effekt verursacht [39]. Dieser wäre allerdings erst bei größerer integrierter Luminosität $\mathcal{L} \simeq 1\text{-}10 \text{ pb}^{-1}$ mit genügender Genauigkeit sichtbar. Neuere Berechnungen der MRS-Gruppe [40] machen explizit Vorhersagen für F_2 und F_L , in dem für HERA relevanten Bereich $10 \text{ GeV}^2 \leq Q^2 \leq 20 \text{ GeV}^2$ und $10^{-4} \leq x \leq 1$, mit $R_s = 2$ und 5 GeV^{-1} . Diese Vorhersagen zeigen allerdings, daß die „Shadowing-Effekte“ in diesem Bereich sehr gering sind.

Die Theorie kann nicht entscheiden, welches dieser Modelle das richtige ist. Um so wichtiger sind daher die HERA Messungen im Bereich kleinster x . Erst diese werden es gestatten die Aussagen der verschiedenen Modelle zu überprüfen.

3 Die HERA Maschine und das H1 -Experiment

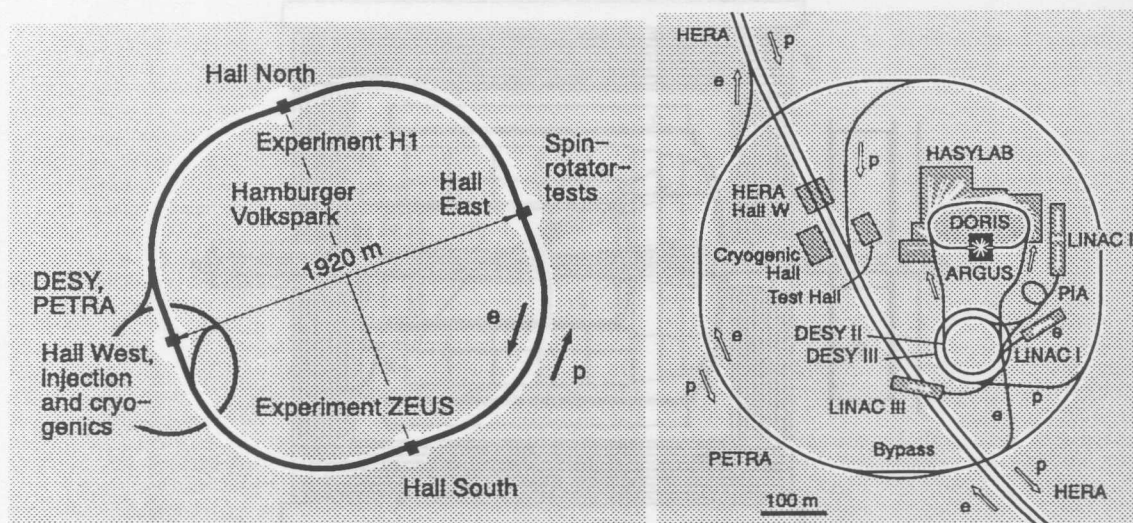


Abbildung 9: Prinzipeller Aufbau der HERA-Speicherringe und Vorbeschleuniger mit den beiden Experimenten H1 und ZEUS.

3.1 HERA

In Abbildung 9 ist der prinzipielle Aufbau der HERA Speicherringe und Vorbeschleuniger dargestellt. Die Protonen werden im Linearbeschleuniger LINAC-III als H^- Ionen auf 50 MeV beschleunigt, im neuen Synchrotron DESY-III nach dem Abstreifen der Elektronenhülle auf 7.5 GeV weiterbeschleunigt, um dann nach dem Erreichen von 40 GeV in PETRA in die HERA Maschine injiziert zu werden. Die Elektronen werden vom LINAC-I mit 50-400 MeV in DESY-II eingespeist, wo sie auf 9 GeV beschleunigt werden, von dort weiter in PETRA auf 12 GeV, bevor sie ebenfalls in die HERA Maschine injiziert werden. Hier werden dann beide Teilchenstrahlen auf ihre nominale Energie von 820 bzw. 30 GeV beschleunigt. Die Teilchen werden in jeweils 210 Paketen gebündelt, die dann im Elektron- bzw. Protonring gegenläufig umlaufen und mit einer Frequenz von 10 MHz zur Kollision gebracht werden³. An den vier Wechselwirkungspunkten, in denen die beiden Strahlen zusammengeführt werden, befinden sich die Experimentierhallen. In den Hallen Nord und Süd sind die

³Dies sind die Designwerte, für die Datennahme im Herbst 92 waren nur 10 Elektron/Proton-Pakete gefüllt und die Elektronenergie war auf 26.7 GeV begrenzt.

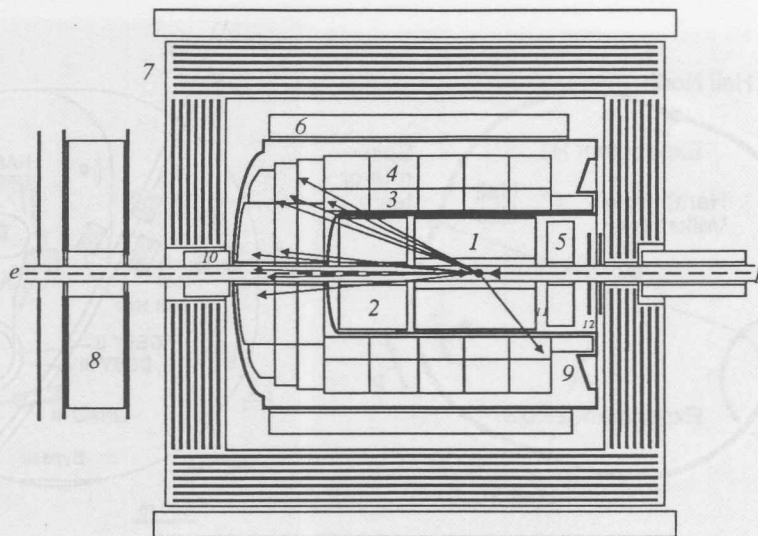


Abbildung 10: Schematische Seitenansicht des H1-Detektor.

beiden Experimente H1 und ZEUS untergebracht, ein drittes Experiment, HERMES, wird in der Ost-Halle vorbereitet.

3.2 Der H1-Detektor

Abbildung 10 zeigt den Aufbau des H1-Detektors, dessen Komponenten schalenartig die Wechselwirkungszone umschließen. Typisch für die HERA Detektoren ist der asymmetrische Aufbau, bedingt durch den Teilchenfluß in Vorwärtsrichtung, wobei die Vorwärtsrichtung nach H1 Konvention durch die Richtung des einlaufenden Protons definiert ist. Eine typische Ereignistopologie ist schematisch durch Pfeile angedeutet. Deutlich zu erkennen sind die Zerfallsprodukte des Protons nahe der Strahlröhre in Vorwärtsrichtung und das gestreute Elektron in der Rückwärtsrichtung. Die einzelnen Detektorkomponenten sind

1. Die zentralen Spurdetektoren CJC I & II mit den z - und Proportionalkammern.
2. Die Vorwärtsspurdetektor FWT.
3. Das elektromagnetische Flüssig-Argon-Kalorimeter
4. Das hadronische Flüssig-Argon-Kalorimeter LAr
5. Das rückwärtige elektromagnetische Kalorimeter BEMC

6. Die Supraleitende Spule (1.2 T)
7. Das instrumentierte Eisen mit den Myonkammern.
8. Die Vorwärtsmyonkammern
9. Der das Kalorimeter umschließende Kyrostat
10. Das Vorwärtskalorimeter **PLUG**
11. Die rückwärtige Proportional Kammer **BPC**
12. Das Flugzeitsystem **ToF**.

In der Abbildung ist das Luminositätssystem nicht gezeigt, das aus dem Elektron- und dem Photondetektor besteht. Beides sind TlCl/TlBr Kristallkalorimeter, die sich 33 m bzw. 103 m vom H1-Detektor entfernt in Rückwärtsrichtung befinden. Die Koinzidenz von einem Elektron im Elektronendetektor mit einem Gamma im Gammadetektor dient, mittels der Bethe-Heitler Reaktion $ep \rightarrow e\gamma p$, zur Luminositätsmessung. Die im Herbstbetrieb 92 von H1 gesammelte Datenmenge entspricht einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L} = 22.5 \pm 1.6 \text{ nb}^{-1}$. Zusätzlich zur Luminositätsmessung eignet sich der Elektronendetektor zur Abschätzung des Photoproduktionsuntergrundes.

Die Zentrale Spurkammer besteht aus zwei großen Driftvolumina CJC I & II, die die innere und die äußere Proportionalkammer (CIP & COP) zum Triggern und die innere und die äußere z -Kammer (CIZ & COZ) zur Bestimmung des Wechselwirkungspunktes beinhalten. Die CJC vermisst Spuren in einem homogenen Magnetfeld von 1.2T mit einem Winkelbereich von $15^\circ \leq \theta \leq 170^\circ$. Die Vorwärtsspurkammern überdecken den Bereich von $7^\circ \leq \theta \leq 25^\circ$.

Die rückwärtige Spurkammer (BPC) ist direkt vor dem rückwärtigen Kalorimeter angebracht und besteht aus 4 Drahtebenen, die einen Winkelbereich von $155^\circ \leq \theta \leq 175^\circ$ überstreichen. Da das gestreute Elektron häufig keine Spur in der zentralen Spurenkammer besitzt, ist es nur mit Hilfe des BPC-Punktes und des rekonstruierten z -Vertex möglich, dem Elektron einen θ -Winkel zuzuordnen, siehe Abbildung 20. Dies ist ein Nachteil des gegenwärtigen H1-Detektors, der durch den rückwärtigen Siliziumdetektor (BST) und eine neue rückwärtige Spurkammer (BDC) in Zukunft behoben werden wird.

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter dient in dieser Analyse vornehmlich zur Bestimmung des hadronischen Endzustandes. Der elektromagnetische Teil besteht aus Bleiabsorbern mit 20 – 30 Strahlungslängen X_0 , der hadronische Teil aus Stahlabsorbern mit einer gesamten Wechselwirkungslänge von $4.5 - 8\lambda_{\text{had}}$. Die Auflösung des Flüssig-Argon-Kalorimeters ist [41]

$$\frac{\sigma_{\text{ele}}}{E} \simeq \frac{0.13 \text{ GeV}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{E}}$$

$$\frac{\sigma_{\text{had}}}{E} \simeq \frac{0.5 \text{ GeV}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{E}} \quad (3.1)$$

Die Kalibrierung der elektromagnetischen Energieskala wurde auf $\pm 2\%$ genau bestimmt [42]. Die hadronische Energieskala ist mittels der p_T -Balance zwischen dem im rückwärtigen Kalorimeter gemessenen Elektron und dem hadronischen Endzustand bisher auf $\pm 7\%$ genau kalibriert.

Das rückwärtige Kalorimeter BEMC besteht aus 88 Blei/Szintillator Modulen und ist für die Messung der Energie des gestreuten Elektrons im rückwärtigen Bereich $150^\circ \leq \theta \leq 176^\circ$ konzipiert worden. Auf Grund der Beziehung $\frac{\vartheta_e}{2} = \arccos \sqrt{\frac{Q^2}{4EE'}}$ wird das gestreute Elektron für $Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$ im BEMC nachgewiesen, sofern es nicht bei zu kleinen Streuwinkeln im Strahlrohr verschwindet. Die Energieauflösung für Elektronen beträgt im BEMC

$$\frac{\sigma_{\text{ele}}}{E} \simeq \frac{0.42 \text{ GeV}}{E} \oplus \frac{0.1 \text{ GeV}^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{E}} \oplus 0.03 . \quad (3.2)$$

Eine sinnvolle Messung der hadronischen Energie ist wegen der geringen Wechselwirkungslänge von $\lambda_{\text{had}} \sim 0.9$ mit dem BEMC nicht möglich. Die Kalibrierung des BEMC wurde am CERN Teststrahl vorgenommen. Zusätzlich wurde der „kinematische Peak“ bei $x = E_e/E_p$ ausgenutzt, siehe Abbildung 11, um in aufwendigen Monte-Carlo Studien [43] die absolute Energieskala auf $\pm 2\%$ genau zu bestimmen.

Das Flugzeitsystem ToF befindet sich hinter dem BEMC und besteht aus zwei Szintillatorebenen mit einer Zeitauflösung von $\approx 3\text{ns}$. Mittels dieser Zeitauflösung ist es möglich, ep -Ereignisse von Protonstößen mit dem Restgas bzw. der Strahlröhre außerhalb der Wechselwirkungszone zu trennen. Zur Abschätzung des verbleibenden Untergrundes wurden zwei sogenannte „Pilot Bunches“ verwendet: Für die 92'er Datennahme wurden von der HERA Maschine 10 Elektron- und Protonpakete zur Verfügung gestellt, von denen jedoch nur 9 zur Kollision gebracht wurden, ein Elektron- bzw. Protonpaket hatte keinen Reaktionspartner. Deren Wechselwirkungen mit dem Restgas bzw. der Strahlröhre konnten daher zur Bestimmung der Untergrundrate verwendet werden.

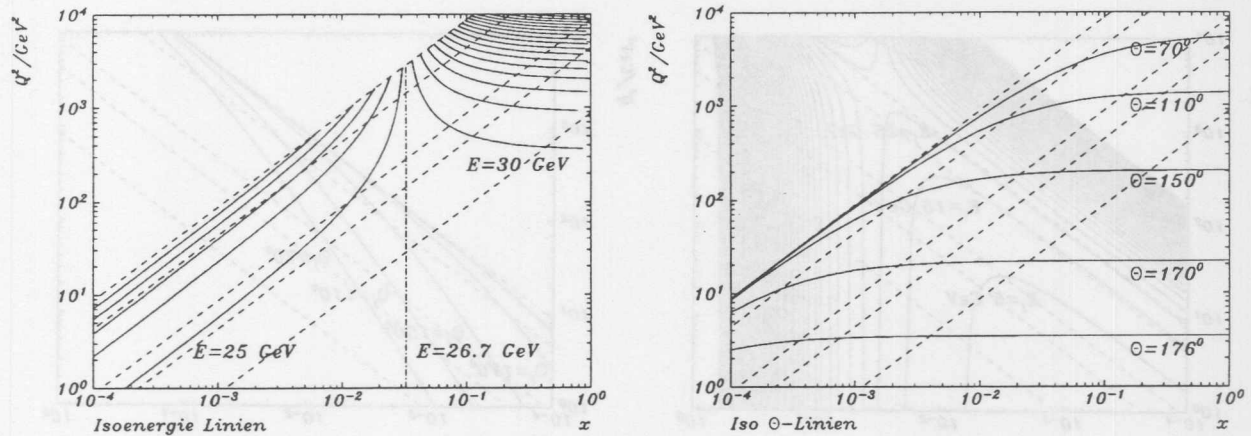


Abbildung 11: Energie- und ϑ_e -Isocronenlinien in der xQ^2 -Ebene für das gestreute Elektron. Gestrichelt sind die Linien $y = \text{konstant}$, für $y = 1, 0.5, 0.1, 0.05$ und 0.01 , dargestellt. Die Energielinien sind in Schritten von 5 GeV berechnet worden, gesondert gezeichnet ist die Singularität bei 26.7 GeV .

3.3 Die HERA Kinematik

Die hohe Schwerpunktsenergie der HERA-Maschine von $\sqrt{s} \approx 296 \text{ GeV}$ gestattet es, sowohl hohe Impulsüberträge von $Q^2 \approx 10^4 \text{ GeV}^2$ zu erreichen, als auch in Bereiche mit sehr kleinen Bjorken $x \approx 10^{-4}$ vorzustoßen. In Abbildung 11 sind Linien konstanter Energie und konstanten Winkels für das gestreute Elektron in der xQ^2 -Ebene eingezeichnet. Auffallend ist der große kinematische Bereich, der mit einer Streuenergie von 25 GeV bis 30 GeV abgedeckt wird. Diese Singularität in der xQ^2 -Ebene charakterisiert den sogenannten „kinematischen Peak“. Die begrenzte Energieauflösung verursacht große Streuungen in der Rekonstruktion der kinematischen Variablen in der Nähe dieser Singularität. An diesem Bild kann man gut erkennen, weshalb eine geringfügige Energiemeßkalibrierung einen großen Einfluß auf die x -Messung hat. Ferner sieht man, daß für $Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$ das Elektron im Winkelbereich des rückwärtigen Kalorimeters BEMC gestreut wird. Der kinematische Peak wurde daher zur Kalibrierung des rückwärtigen Kalorimeters benutzt [43]. Abbildung 12 zeigt das analoge Bild unter der Annahme masseloser Teilchen für den gestreuten Jet, bzw. das gestreute Quark, im Quark-Parton-Modell. Der Jetwinkel ist nicht so eindeutig zu bestimmen, da die Jetstruktur durch Fragmentationseffekte verwaschen wird. Zudem erfahren die massiven Teilchen bei der Transformation in das HERA Laborsystem eine Lorentztransformation in die positive z -Richtung. Dennoch kann man an Hand der

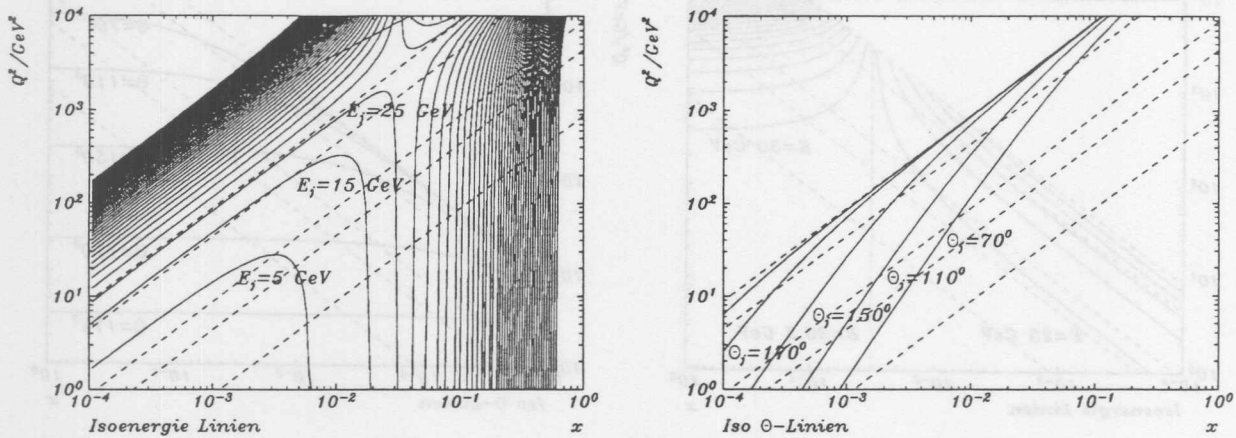


Abbildung 12: Energie- und θ_{jet} -Isochronenlinien in der xQ^2 -Ebene für das gestreute Quark. Gestrichelt sind die Linien $y = \text{konstant}$, für $y = 1, 0.5, 0.1, 0.05$ und 0.01 , dargestellt. Die Energielinien sind in Schritten von 10 GeV berechnet worden. Auch hier ist die Singularität des „kinematische Peaks“ bei 26.7 GeV als hyperbolischer Fixpunkt zu erkennen.

θ_{jet} -Isochronen erwarten, daß für den in dieser Analyse betrachteten kinematischen Bereich, $Q^2 \leq 100 \text{ GeV}^2$ und $10^{-4} \leq x \leq 10^{-2}$, ein großer Teil des hadronischen Flußes in die Rückwärtsrichtung geht. Dies gilt insbesondere für Werte $y \geq 0.5$. Da der H1-Detektor in dieser Region Hadronen nur sehr ungenau messen kann, bedeutet dies eine erhebliche Einschränkung des mittels hadronischer Variablen zugänglichen kinematischen Bereiches. Hierauf wird im Abschnitt 4.2 genauer eingegangen.

Für die Analyse der Daten wurde die xQ^2 -Ebene in Quadrate $\square_{i,j}$ mit gleichen Abständen in $\log x$ und $\log Q^2$ eingeteilt. In Q^2 sind die Grenzen gegeben durch $5, 10, 20, 40, 80$ und 160 GeV^2 , in $\log x$ durch $-4, -3.75, -3.5, -3.25, -3.0, -2.75, -2.5, -2.25, -2.0$, und -1.75 . In Tabelle 2 sind die Zentralwerte der einzelnen Quadrate mit Symbolen versehen worden, welche die in der Analyse verwendeten kinematischen Schnitte $0.01 < y < 0.5$ und $\vartheta_e < 172.5^\circ$ kennzeichnen. Quadrate, bei denen der Zentralwert, bzw. mehr als die Hälfte der Fläche, geschnitten wurden, sind nicht mit in der endgültigen Analyse benutzt worden, siehe Tabelle 6 in Kapitel 8.4. Diese Quadrate wurden jedoch zur Untersuchung der Systematik und Auflösung sowie zur Bestimmung von „Wanderungen“ der Ereignisse in der kinematischen Ebene in Kapitel 8 mit verwendet.

Aufteilung der xQ^2 -Ebene									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	y^+	y^+	X	X	X	X
30.0	—	—	y^+	y^+ X	X	X	X	X	X y^-
15.0	—	y^+	y^+ X	X	X	X	X	X	X y^-
7.5	y^+	θ_{cut}	θ_{cut}	θ_{cut}	θ_{cut}	θ_{cut} y^-	θ_{cut} y^-	θ_{cut} y^-	θ_{cut} y^-

Tabelle 2: Die Aufteilung der xQ^2 -Ebene für die Analyse der Daten. Die Abszisse ist in Abstände $\Delta \log x = 0.25$ eingeteilt. Auf der Ordinate ist die Aufteilung in Q^2 angegeben. Angegeben sind jeweils die Zentralwerte in den Quadraten. Diese Art der Aufteilung wird in allen folgenden Tabellen beibehalten. Mit „X“ sind die in dieser Analyse verwendeten Quadrate beschriftet. Die Symbole y^\pm und θ_{cut} stehen für die benutzten kinematischen Schnitte. y^+ kennzeichnet den Schnitt $y < 0.5$, y^- den Schnitt $y > 0.01$ und θ_{cut} steht für den Schnitt $\theta < 172.5^\circ$.

4 Die Σ -Methode

4.1 Definition von x_Σ , y_Σ und Q_Σ^2

Die Bjorken Variablen (2.13) - (2.14) lassen sich auf verschiedene Weise berechnen, wenn man sowohl die Information vom Leptonvertex als auch vom Hadronvertex berücksichtigt. Üblich ist die Benutzung der Elektron-Variablen, wie sie aus e, μ oder ν Festtargetexperimenten bekannt sind

$$\begin{aligned} Q_e^2 &= 4E_i E_f \cos^2 \frac{\vartheta_e}{2} \\ y_e &= 1 - \frac{E_f}{E_i} \sin^2 \frac{\vartheta_e}{2} \\ x_e &= \frac{Q_e^2}{s y_e} \end{aligned} \quad (4.1)$$

Die Elektron-Methode hat große radiative Korrekturen, größer 30 % im Bereich $y > 0.5$, die bis zu über 150 % anwachsen können⁴. Diese sind zudem stark abhängig von der a priori unbekanntem Strukturfunktion, die zur Berechnung dieser Korrektur benutzt wurde.

Ebenso etabliert hat sich inzwischen die Methode von Jacquet und Blondel [44], in welcher mit dem hadronischen Endzustand $|X\rangle$ die Kinematik bestimmt wird,

$$\begin{aligned} Q_{jb}^2 &= \frac{(\sum_h p_{x,h})^2 + (\sum_h p_{y,h})^2}{1 - y_{jb}} \\ y_{jb} &= \frac{1}{2E_i} \sum_{h \in X} (E - p_z)_h \equiv \sum_h y_h \\ x_{jb} &= \frac{Q_{jb}^2}{s y_{jb}} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Diese Methode hat den Vorteil, daß sie auch noch in Ereignissen mit geladenen Strömen die Kinematik rekonstruieren kann, während die Elektron-Methode auf Grund des unbeobachteten Neutrinos versagt. Ferner ist diese Methode robust gegen den Verlust von Teilchen in der Strahlröhre, da diese in die Summe nur mit einem Gewicht $\sim E_h(1 - \cos \theta_h)$ eingehen. Dies gilt allerdings nur für Teilchen in der Vorwärtsrichtung. Im rückwärtigen Bereich bilden diese Teilchen einen großen Beitrag zur Berechnung von y_{jb} , so daß fehlende Teilchen y_{jb} immer zu kleineren Werten verschieben.

⁴In der H1-Analyse wurden die Korrekturen für diese Methode mit Hilfe der Energie- und Impulsbilanz minimiert, d.h. einem Schnitt $\sum_h (E_h - p_{z,h}) + E_f (1 - \cos \theta_e) \geq E_i$. Dieser Schnitt unterdrückt die „katastrophalen radiativen Ereignisse“.

Da die Variable Q^2 mit der Elektron-Methode besser rekonstruiert wird als mit der Jacquet-Blondel Methode, bietet es sich an, eine „gemischte Methode“ [45]

$$\begin{aligned} Q_m^2 &\equiv Q_e^2 \\ y_m &\equiv y_{jb} \\ x_m &:= \frac{Q_e^2}{s y_{jb}}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

zu entwickeln, die neben der Elektron-Methode in der H1-Analyse [46] verwandt wurde. Mittels dieser Methode ist es möglich, den kinematischen Bereich bis hin zu $y \simeq 0.01$ auszudehnen.

Von der ZEUS Kollaboration wurde die sogenannte „double-angle“-Methode (2α) verwendet [47, 48]:

$$\begin{aligned} \cos \gamma_h &:= \frac{(\sum_h p_x)^2 + (\sum_h p_y)^2 - (\sum_h (E - p_z))^2}{(\sum_h p_x)^2 + (\sum_h p_y)^2 + (\sum_h (E - p_z))^2} \\ Q_{2\alpha}^2 &:= 4E_f \frac{\sin \gamma_h (1 + \cos \vartheta_e)}{\sin \gamma_h + \sin \vartheta_e - \sin(\vartheta_e + \gamma_h)} \\ y_{2\alpha} &:= \frac{\sin \vartheta_e (1 - \cos \gamma_h)}{\sin \gamma_h + \sin \vartheta_e - \sin(\vartheta_e + \gamma_h)} \\ x_{2\alpha} &:= \frac{E_i \sin \gamma_h + \sin \vartheta_e + \sin(\vartheta_e + \gamma_h)}{E_p \sin \gamma_h + \sin \vartheta_e - \sin(\vartheta_e + \gamma_h)}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

In obiger Formel ist γ_h der Winkel des gestreuten Quarks als Analogon zum Elektronstreuungswinkel ϑ_e . Diese Interpretation ist im Rahmen des Quark-Parton-Modells gültig unter der Annahme, daß alle Teilchen masselos sind. In der Definition von $\cos \gamma_h$ kürzen sich die Mißkalibrierungen des Kalorimeters in erster Näherung heraus.

Dies ist ein Vorteil, den auch die Σ -Methode besitzt. Die Energiekalibrierung des H1 Flüssig-Argon Kalorimeters ist bislang auf $\pm 7\%$ genau und stellt für die hadronische Messung die größte Fehlerquelle dar. Diese Unsicherheit versucht die Σ -Methode, die auf einen Vorschlag von Bassler und Bernardi [49] zurückgeht, zu umgehen. Unter Ausnutzung der Energie- und Impulserhaltung am ep Vertex

$$2E_i = \sum_h (E_h - p_{z,h}) + E_f (1 - \cos \theta_e) \quad (4.5)$$

wird der Nenner $2E_i$ in der Definition von y_{jb} eliminiert. Da nun die Summe Σ über die Hadronen sowohl im Nenner als auch im Zähler steht, heben sich Fehler in der Mißkalibrierung des Kalorimeters für große y weitestgehend auf. Eliminiert man die

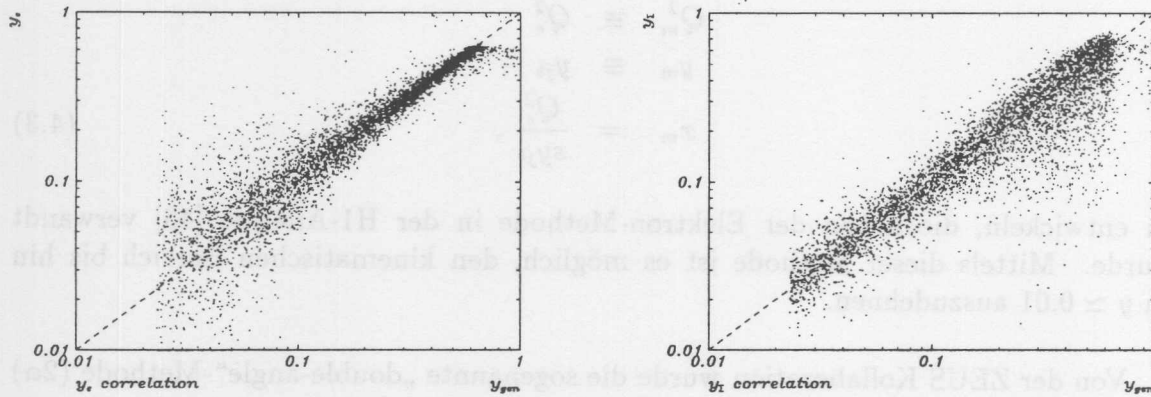


Abbildung 13: Monte-Carlo Simulation der Korrelation von y_e und y_Σ versus dem generierten y_{gen} .

einlaufende Elektronenergie E_i auch in der Definition von x und Q^2 , so erhält man alle Variablen unabhängig von dieser, als Funktionen von E_f , θ_e und $\Sigma := \sum_h (E_h - p_{z,h})$.

$$\begin{aligned}
 Q_\Sigma^2 &:= \frac{(E_f \sin \theta_e)^2}{1 - y_\Sigma} \\
 y_\Sigma &:= \frac{\Sigma}{E_f(1 - \cos \theta_e) + \Sigma} \equiv \frac{y_{jb}}{(1 - y_e) + y_{jb}} \\
 x_\Sigma &:= \frac{E_f}{2E_P} \frac{1 + \cos \theta_e}{y_\Sigma} \quad (4.6)
 \end{aligned}$$

Diese Methode minimiert somit auf elegante Weise sowohl Fehler in der Flüssig-Argon Kalibrierung als auch den Hauptbeitrag zu den radiativen Korrekturen. Da in den Formeln 4.6 E_i nirgends mehr vorkommt, wird die radiative Korrektur $\mathcal{O}(\alpha)$, die von der Bremsstrahlung des einlaufenden Elektrons herrührt, identisch null. Dies wird durch eine geschickte Verknüpfung der Ereignisinformation sowohl vom Elektron- als auch vom Hadronvertex erreicht.

4.2 Die Auflösung der Σ -Methode

Aus der Definition Formel (4.6) ist zu erkennen, daß die Σ -Methode eine „gemischte Methode“ ist, in der die Variablen E , ϑ_e der Elektronmessung mit der hadronischen Information y_{jb} bzw. Σ verbunden werden. Die Auflösung wird im wesentlichen durch

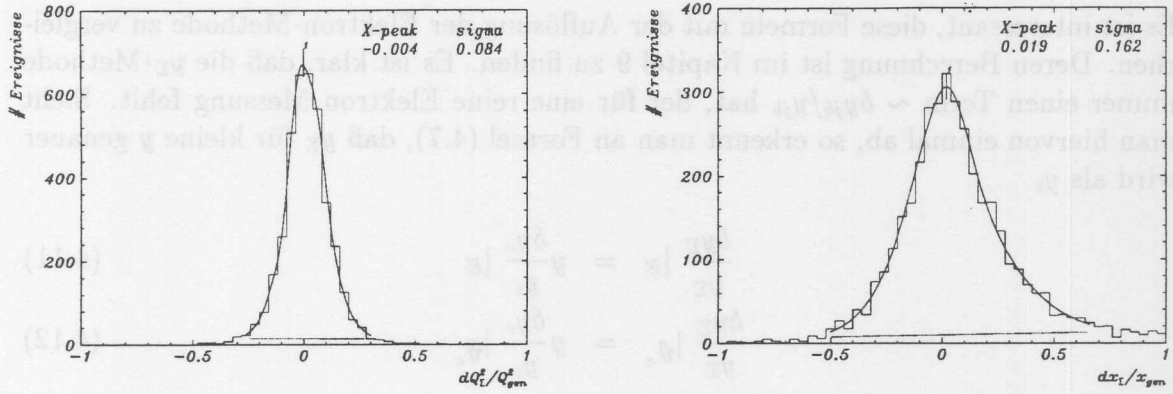


Abbildung 14: Monte-Carlo Simulation der Auflösung von Q_Σ^2 und x_Σ . Im Bereich $0.05 \leq y_\Sigma \leq 0.5$ und $10 \text{ GeV}^2 \leq Q^2$.

die Genauigkeit der y_Σ -Messung bestimmt,

$$\frac{\delta y_\Sigma}{y_\Sigma} = (1 - y_\Sigma) \frac{\delta y_{jb}}{y_{jb}} \oplus y_\Sigma \frac{\delta y_e}{y_e} \quad (4.7)$$

wobei \oplus als Symbol für quadratische Addition steht. Berücksichtigt man die y_e Auflösung der Elektronmessung, siehe auch die Formeln (9.1) im Kapitel 9,

$$\frac{\delta y_e}{y_e} = \frac{1 - y_e}{y_e} \left(\frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \cos^2 \frac{\vartheta_e}{2} \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e} \right) \quad (4.8)$$

zusammen mit der relativen Auflösung eines einzelnen Hadrons h zur Summe y_{jb} ,

$$\frac{\delta y_h}{y_h} = \frac{\delta E_h}{E_h} \oplus \cot \frac{\theta_h}{2} \delta \theta_h \quad (4.9)$$

so sieht man, daß y_e und y_{jb} ein entgegengesetztes Auflösungsvermögen als Funktion von y besitzen. Die y_e Messung wird ungenauer bei kleinem y , während dies für y_{jb} genau umgekehrt ist. Die y_Σ Messung ist ein Kompromiss zwischen diesen beiden Methoden. Mittels Fehlerfortpflanzung erhält man für die Auflösung in x_Σ, y_Σ und Q_Σ^2 als Funktion von E_f, ϑ_e und y_{jb}

$$\begin{aligned} \frac{\delta Q_\Sigma^2}{Q_\Sigma^2} &= 2 \frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \left((1 - y_\Sigma) \cos \vartheta_e - y_\Sigma \cos^2 \frac{\vartheta_e}{2} \right) \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e} \oplus y_\Sigma \frac{\delta y_{jb}}{y_{jb}} \\ \frac{\delta y_\Sigma}{y_\Sigma} &= (1 - y_\Sigma) \left(\frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \cos^2 \frac{\vartheta_e}{2} \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e} \oplus \frac{\delta y_{jb}}{y_{jb}} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\frac{\delta x_{\Sigma}}{x_{\Sigma}} = (2 - y_{\Sigma}) \frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \left(\cos \vartheta_e - y_{\Sigma} \left(\sin^2 \frac{\vartheta_e}{2} + \frac{1}{2} \sin \vartheta_e \right) \right) \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e} \oplus (1 - y_{\Sigma}) \frac{\delta y_{jb}}{y_{jb}}$$

Es ist interessant, diese Formeln mit der Auflösung der Elektron-Methode zu vergleichen. Deren Berechnung ist im Kapitel 9 zu finden. Es ist klar, daß die y_{Σ} -Methode immer einen Term $\sim \delta y_{jb}/y_{jb}$ hat, der für eine reine Elektron Messung fehlt. Sieht man hiervon einmal ab, so erkennt man an Formel (4.7), daß y_{Σ} für kleine y genauer wird als y_e .

$$\frac{\delta y_{\Sigma}}{y_{\Sigma}} \Big|_E = y \frac{\delta y_e}{y_e} \Big|_E \quad (4.11)$$

$$\frac{\delta y_{\Sigma}}{y_{\Sigma}} \Big|_{\vartheta_e} = y \frac{\delta y_e}{y_e} \Big|_{\vartheta_e} \quad (4.12)$$

In Q^2 ist die Auflösung als Funktion der Energie um einen Faktor zwei schlechter,

$$\frac{\delta Q_{\Sigma}^2}{Q_{\Sigma}^2} \Big|_E = 2 \frac{\delta Q_e^2}{Q_e^2} \Big|_E \quad (4.13)$$

$$\lim_{\vartheta_e \rightarrow \pi} \frac{\delta Q_{\Sigma}^2}{Q_{\Sigma}^2} \Big|_{\vartheta_e} = (1 - y) \frac{\delta Q_e^2}{Q_e^2} \Big|_{\vartheta_e} \quad (4.14)$$

während als Funktion von ϑ_e ein Faktor zwei für $y_{\Sigma} \leq 0.5$ gewonnen wird. Einen klaren Vorteil besitzt die Σ -Methode in der x -Bestimmung bei kleinem y . Der Term $\sim 1/y$ läßt die Elektronmessung für $y \leq 0.1$ schnell ungenau werden,

$$\frac{\delta x_{\Sigma}}{x_{\Sigma}} \Big|_E = (2 - y)y \frac{\delta x_e}{x_e} \Big|_E \quad (4.15)$$

$$\lim_{\vartheta_e \rightarrow \pi} \frac{\delta x_{\Sigma}}{x_{\Sigma}} \Big|_{\vartheta_e} = \frac{1 + y}{1 - y} y \frac{\delta x_e}{x_e} \Big|_{\vartheta_e} \quad (4.16)$$

während bei großem $y \geq 0.5$ die Elektron-Methode an Genauigkeit gewinnt. Eine Monte-Carlo Simulation der Q_{Σ}^2 - und x_{Σ} -Auflösung ist in Abbildung 14 zu sehen, mit $\frac{\delta Q_{\Sigma}^2}{Q_{\Sigma}^2} \approx 8\%$ und $\frac{\delta x_{\Sigma}}{x_{\Sigma}} \approx 16\%$. Abbildung 15 zeigt die y_{Σ} -Auflösung in verschiedenen y_{Σ} -Intervallen, mit einer Auflösung von $\frac{\delta y_{\Sigma}}{y_{\Sigma}} \approx 10\text{--}20\%$.

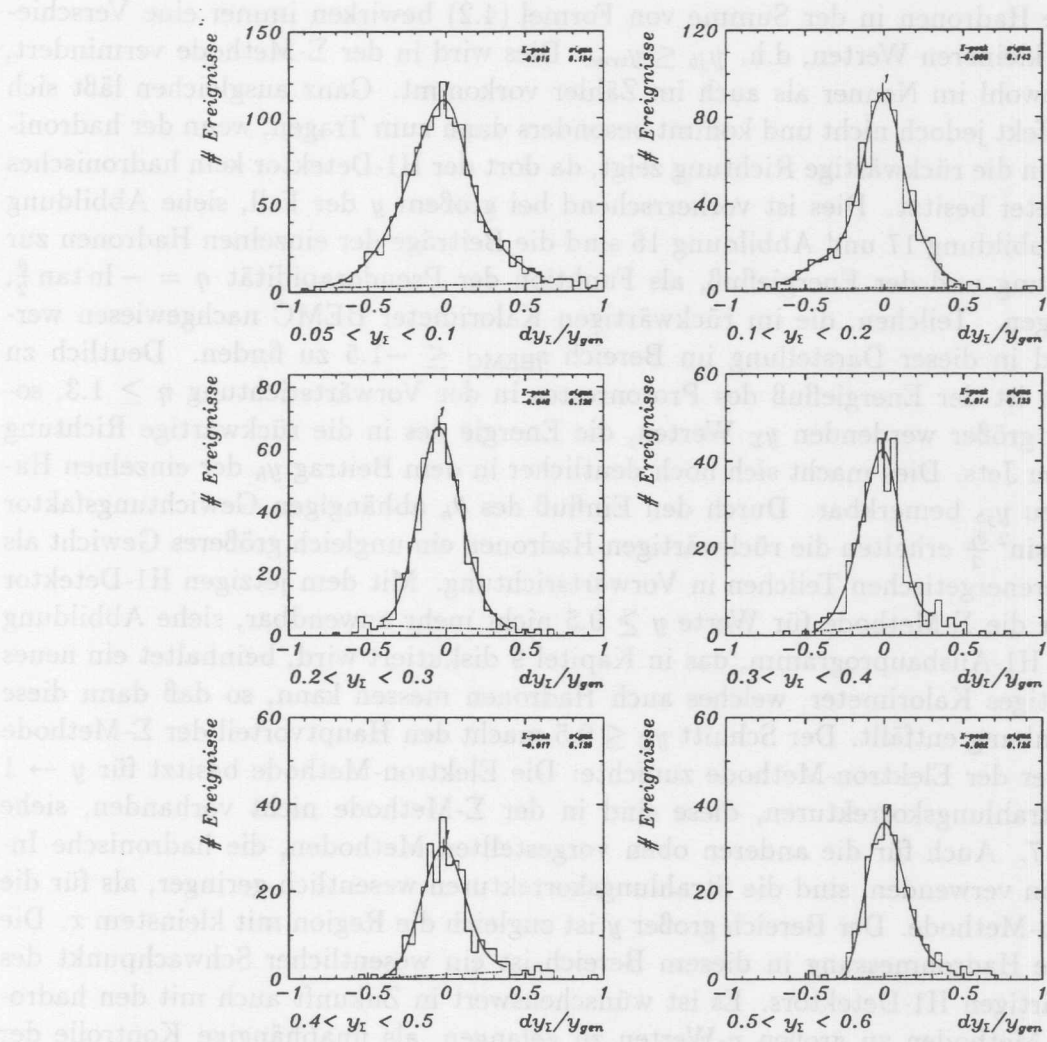


Abbildung 15: Die y_Σ Auflösung in verschiedenen y -Intervallen. Ermittelt mit der Strukturfunktion MRS D^- .

4.3 Gegenwärtige Beschränkungen der Σ -Methode

Fehlende Hadronen in der Summe von Formel (4.2) bewirken immer eine Verschiebung zu kleineren Werten, d.h. $y_{jb} \leq y_{\text{true}}$. Dies wird in der Σ -Methode vermindert, da y_{jb} sowohl im Nenner als auch im Zähler vorkommt. Ganz ausgleichen läßt sich dieser Effekt jedoch nicht und kommt besonders dann zum Tragen, wenn der hadronische Jet in die rückwärtige Richtung zeigt, da dort der H1-Detektor kein hadronisches Kalorimeter besitzt. Dies ist vorherrschend bei großem y der Fall, siehe Abbildung 12. In Abbildung 17 und Abbildung 16 sind die Beiträge der einzelnen Hadronen zur y_{jb} Messung und der Energiefluß, als Funktion der Pseudorapidität $\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2}$, aufgetragen. Teilchen, die im rückwärtigen Kalorimeter BEMC nachgewiesen werden, sind in dieser Darstellung im Bereich $\eta_{\text{BEMC}} \leq -1.5$ zu finden. Deutlich zu erkennen ist der Energiefluß des Protonrestes in der Vorwärtsrichtung $\eta \geq 1.3$, sowie, mit größer werdenden y_{Σ} Werten, die Energie des in die rückwärtige Richtung zeigenden Jets. Dies macht sich noch deutlicher in dem Beitrag y_h der einzelnen Hadronen zu y_{jb} bemerkbar. Durch den Einfluß des θ_h abhängigen Gewichtungsfaktor $y_h = \frac{E_h}{E_i} \sin^2 \frac{\theta_h}{2}$ erhalten die rückwärtigen Hadronen ein ungleich größeres Gewicht als die höherenergetischen Teilchen in Vorwärtsrichtung. Mit dem jetzigen H1-Detektor ist daher die Σ -Methode für Werte $y \geq 0.5$ nicht mehr anwendbar, siehe Abbildung 13. Das H1-Ausbauprogramm, das in Kapitel 9 diskutiert wird, beinhaltet ein neues rückwärtiges Kalorimeter, welches auch Hadronen messen kann, so daß dann diese Beschränkung entfällt. Der Schnitt $y_{\Sigma} \leq 0.5$ macht den Hauptvorteil der Σ -Methode gegenüber der Elektron-Methode zunichte: Die Elektron-Methode besitzt für $y \rightarrow 1$ große Strahlungskorrekturen, diese sind in der Σ -Methode nicht vorhanden, siehe Kapitel 7. Auch für die anderen oben vorgestellten Methoden, die hadronische Information verwenden, sind die Strahlungskorrekturen wesentlich geringer, als für die Elektron-Methode. Der Bereich großer y ist zugleich die Region mit kleinstem x . Die schlechte Hadronmessung in diesem Bereich ist ein wesentlicher Schwachpunkt des gegenwärtigen H1-Detektors. Es ist wünschenswert in Zukunft auch mit den hadronischen Methoden zu großen y -Werten zu gelangen, als unabhängige Kontrolle der Elektronmessung.

Die Bestimmung von y_{jb} erfolgt sowohl mit dem Flüssig-Argon Kalorimeter als auch mit der Spurenkammer, daher schlägt sich die Unsicherheit von 7 % in der hadronischen Energiekalibrierung nur mit etwa 3–5 % in y_{jb} nieder [50]. Dies läßt sich auch numerisch abschätzen: Der Beitrag der Spuren zu y_{jb} ist ungefähr 40 % [46]. Aus dem Ansatz

$$y_{jb} = \frac{1}{2E_i} \sum_{h \in \text{Tracks}} y_h + \frac{1}{2E_i} \sum_{h \in \text{LAr}} y_h \equiv \alpha y_{jb} + \beta y_{jb}, \quad (4.17)$$

mit $\alpha = 0.4$ und $\beta = 0.6$ ergibt sich eine Verschiebung von

$$y_{jb} \mapsto \hat{y}_{jb} = y_{jb} \left(1 \pm \beta \frac{\delta E_{\text{LAR}}}{E_{\text{LAR}}} \right), \quad (4.18)$$

was eine Variation von 4 % in der y_{jb} -Messung hervorruft. Fehlerfortpflanzung ergibt für y_{Σ} einen systematischen Fehler von

$$y_{\Sigma} \mapsto \hat{y}_{\Sigma} = \frac{\zeta y_{\Sigma}}{1 - y_{\Sigma}(1 - \zeta)} \quad (4.19)$$

mit $\zeta = 1 \pm 0.6 \frac{\delta E_{\text{LAR}}}{E_{\text{LAR}}}$. Als grobe Abschätzung, unter Vernachlässigung der y -Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts, ergibt dies nach der Integration von 0 bis $y_{\text{max}} = 0.5$ einen mittleren Fehler von

$$\left\langle \frac{\delta y}{y} \right\rangle = y_{\text{max}} + \frac{\zeta}{1 - \zeta} \ln(1 - y_{\text{max}}(1 - \zeta)) = \pm 0.02. \quad (4.20)$$

HERA erschließt mit der hohen Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} \sim 296$ GeV neue kinematische Bereiche. Es ist daher legitim zu fragen, ob die existierenden Monte-Carlo-Generatoren die Daten adäquat beschreiben. Insbesondere sind viele Fragmentationsmodelle an e^+e^- Daten optimiert worden. Die Analyse der HERA Ereignisse verkompliziert sich dadurch, daß zu dem Signal des Jets vom gestreuten Quark ein weiterer Jet vom Protonrest kommt. Der Fragmentationsprozeß muß somit Korrelationen des Stromjets mit dem Protonrest berücksichtigen. Es gibt verschiedene Modelle, diese Fragmentation zu beschreiben. Einen Überblick findet man im dritten Teil des HERA Workshops [51] und den dort angegebenen Referenzen.

ME Der harte Subprozeß wird durch QCD Berechnungen beschrieben, deren Übergangswahrscheinlichkeiten durch Matrixelemente (ME) bestimmt werden. Diese Berechnungen gehen bei den unterschiedlichen Generatoren bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ oder $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$. Danach erfolgt, wie in den anderen Modellen auch, die abschließende „weiche“ Hadronisierung im Lund-String-Modell. Experimentell zeigt sich, daß Matrixelemente allein die Daten nicht beschreiben, jedoch Matrixelemente mit einem anschließenden Partonschauer (ME & PS) eine gute Beschreibung liefern.

PS Im „Parton Shower Modell“ strahlt das gestreute Quark, das eine hohe Virtualität besitzt, Partonen ab, ähnlich zur Photonbremsstrahlung vom Elektron. Diese Partonen besitzen eine kleinere Virtualität (Q^2) und fragmentieren ihrerseits wieder, bis bei einem minimalen Q_{min}^2 die Fragmentation in physikalische Teilchen mündet. Entscheidende Parameter sind somit $Q_{\text{min}}^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$ und die maximale Virtualität Q_{max}^2 , gegeben durch den harten Subprozeß. Hier gibt es

verschiedene Skalen, die von Q^2 bis hin zu W^2 reichen. Die gegenwärtige Analyse der H1-Daten schließt beide Skalen aus und bevorzugt eine intermediäre Skala $W * Q$.

CDM Einen anderen Weg begeht das „Color Dipol Modell“. Der Stromjet und der Protonrest sind im Rahmen der QCD „farbige“ Objekte, zwischen denen Stringkräfte, ausgetauscht durch Gluonen, wirken. Wird der String immer weiter ausgedehnt, so reißt dieser, indem aus dem Vakuum neue Teilchen entstehen, zwischen denen ihrerseits wieder Stringkräfte wirken. Somit kommt es zu einer Kaskade von Teilchen.

Da zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht klar ist, welches der Modelle die HERA Daten am geeignetsten beschreibt, stellt sich die Frage, wie weit der hadronische Fluß und somit die y_Σ Messung davon berührt wird. In Abbildung 15 ist die y_Σ -Auflösung $dy_\Sigma/y_{\text{gen}} := (y_\Sigma - y_{\text{gen}})/y_{\text{gen}}$ gezeigt. Die Auflösung beträgt 10 — 20 % für $y_\Sigma \leq 0.6$. Vergleichbare Auflösungen wurden mit den verschiedenen oben aufgeführten Fragmentationsmodellen erhalten. Im Rahmen der Statistik ließ sich nur eine schwache Abhängigkeit der Auflösung vom Fragmentationsmodell und der verwendeten Strukturfunktion erkennen. Der Zentralwert wurde gleichfalls in allen Modellen mit einer Genauigkeit von $\approx 5 - 10$ % rekonstruiert. Die genauere Bestimmung der hadronischen Energie wird für zukünftige Analysen eine der zentralen Aufgaben sein. Dies gilt sowohl für die Rekonstruktion der Daten als auch für das Abgleichen der Monte-Carlo-Generatoren an die neuen HERA Messungen. Erste Ergebnisse, die einen Vergleich zwischen den Daten und den Monte-Carlo-Modellen erlauben, sind in der H1-Publikation [52], basierend auf den 92'er Daten, zu finden. Die Auswertung der 93'er Daten hat bereits begonnen, so daß mit der größeren Statistik bald genauere Studien vorliegen werden, und die Parameter der Monte-Carlo-Generatoren daran optimiert werden können.

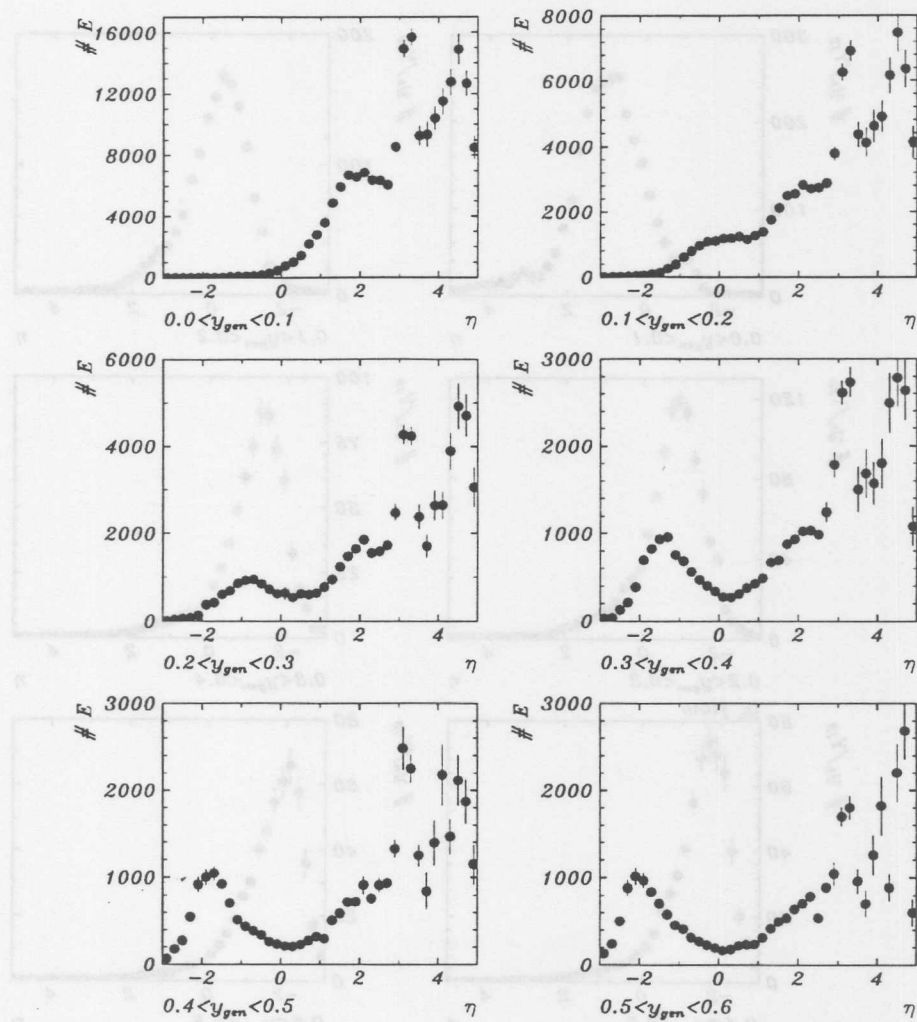


Abbildung 16: Der Energiefluß im H1-Detektor versus der Pseudorapidity η . Eingetragen ist die Summe der gemessenen Energien der Hadronen in verschiedenen ηy -Intervallen.

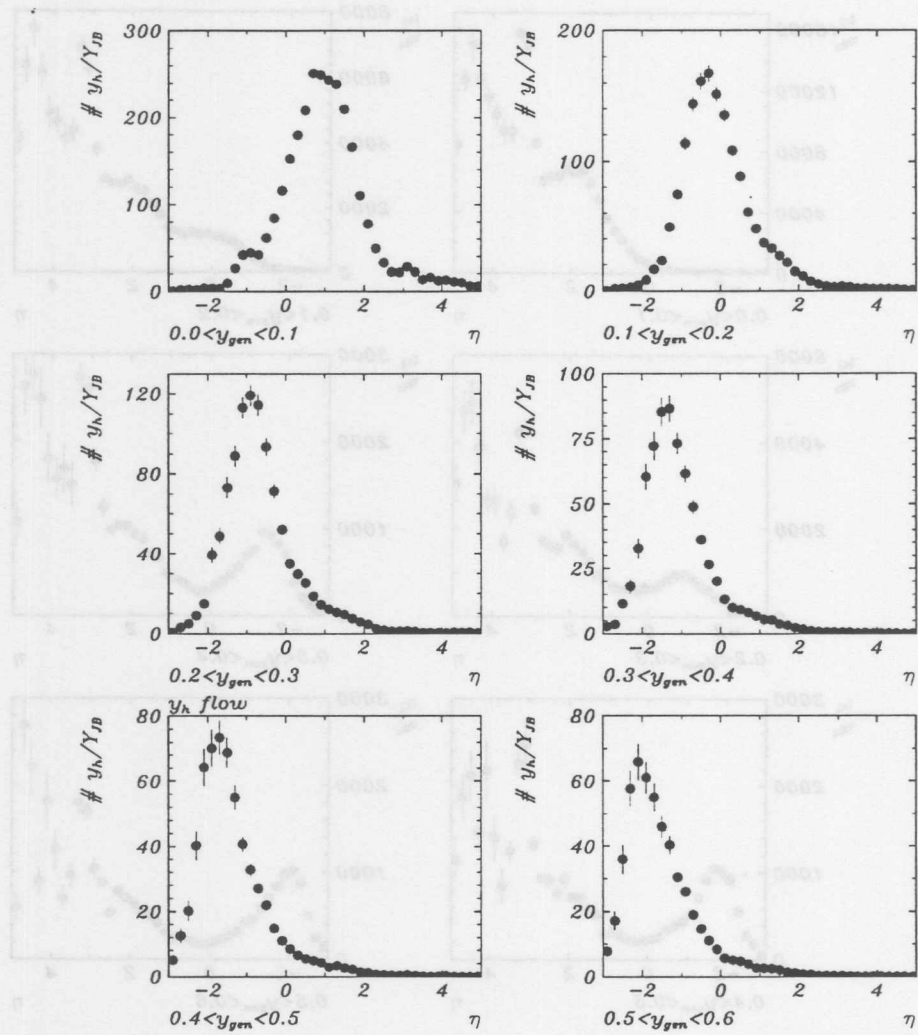


Abbildung 17: Der Beitrag y_h/y_{jb} einzelner Hadronen zur y_{jb} Messung versus der Pseudorapidity η . Eingetragen ist die Summe aus dem Bruchteil y_h/y_{jb} der Hadronen in verschiedenen ηy -Intervallen.

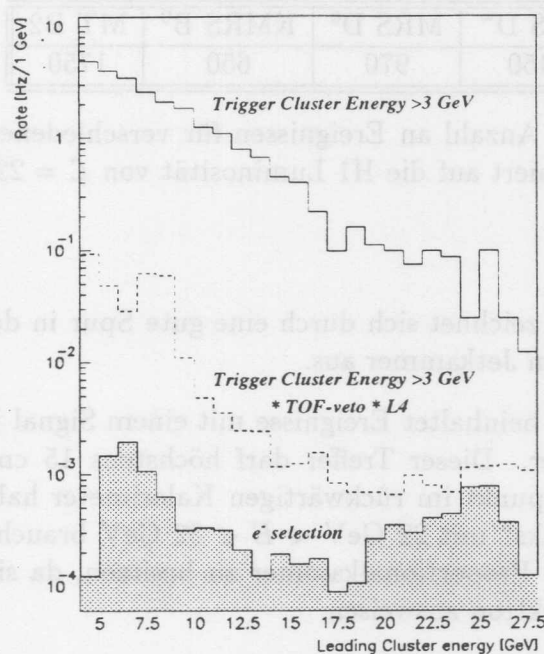


Abbildung 18: Die BEMC-Triggerrate als Funktion der Energie. Der größte Anteil dieser Trigger wird durch Untergrund bedingt und durch das Veto vom Flugzeitsystem (ToF) unterdrückt. In dem für die Analyse vorselektierten Datensatz verbleiben nur noch ein Bruchteil dieser Untergrundtrigger.

5 Ereignisselektion

Die für diese Analyse verwendeten Ereignisse zeichnen sich alle durch die Eigenschaft aus, ein gestreutes Elektron im rückwärtigen Kalorimeter BEMC zu besitzen. Eine deponierte BEMC Energie von mehr als 3 GeV diene als Auslöser für die Datennahme. Bei Energien größer als 10 GeV beträgt die Effizienz dieses Triggers nahezu 100 % [53]. Diese Triggerentscheidung wurde verworfen, falls das Flugzeitsystem ToF einen Hinweis auf Protonuntergrundereignisse gab. Durch die gute Zeitauflösung des ToF ist es möglich ep -Ereignisse von Untergrundreaktionen zu unterscheiden, da deren Signal ungefähr 10 ns vor dem ep -Signal eintrifft. Die Effizienz des ToF-Systems für DIS Ereignisse wurde mit 96 ± 3 % bestimmt [46]. Insgesamt wurden $\approx 10^5$ Ereignisse aufgenommen. Eine genauere Beschreibung dieser Trigger und Kriterien ist in [54] zu finden. Die Kandidaten der inelastischen Streuereignisse wurden in zwei Klassen eingeteilt:

MRS D ⁻	MRS D ⁰	KMRS B ⁰	MT B2
1450	970	650	1750

Tabelle 3: Die erwartete Anzahl an Ereignissen für verschiedene Strukturfunktionsparametrisierungen, normiert auf die H1 Luminosität von $\mathcal{L} = 22.5 \text{ nb}^{-1}$, innerhalb der Analyseschritte.

Klasse 10: Diese Klasse zeichnet sich durch eine gute Spur in der Vorwärtskammer oder in der zentralen Jetkammer aus.

Klasse 11: Diese Klasse beinhaltet Ereignisse mit einem Signal in der rückwärtigen Proportionalkammer. Dieser Treffer darf höchstens 15 cm radialen Abstand zum Schauerschwerpunkt im rückwärtigen Kalorimeter haben. Ereignisse des „kinematischen Peaks“ mit $22 \text{ GeV} < E < 32 \text{ GeV}$ brauchen nicht notwendig einen Treffer in der Proportionalkammer zu besitzen, da sich diese durch ihre Energie klar als Elektron ausweisen.

5.1 μ DST-Selektion

Wegen der hohen Untergrundrate von $\sim 70 \text{ kHz}$ und 40 kHz für Wechselwirkungen mit dem Restgas bzw. der Strahlröhre, im Vergleich zu $\sim 0.1\text{-}1 \text{ Hz}$ für DIS Ereignisse, mußten alle aufgenommenen H1-Ereignisse, zusätzlich zu dem ersten Trigger, durch eine mehrstufige Softwarekette laufen und zahlreiche Schnitte überstehen. Diese Schnitte wurden von der H1-Elektron-Analyse-Gruppe **ELAN** spezifiziert. Aus den 10^5 Ereignissen wurden letztendlich, nach dem Passieren der ELAN-Schnitte, ~ 1000 DIS-Ereignisse herausgefiltert und für diese Analyse verwandt. Ein Vergleich mit der erwarteten Anzahl an Ereignissen, siehe Tabelle 3, für verschiedene Strukturfunktionsparametrisierungen zeigt, daß dies die richtige Größenordnung ist. Berücksichtigt man die Akzeptanz sowie Verluste, bedingt durch Detektoreffektivitäten, so erwartet man in dem Datensatz etwa 600 bis 900 DIS-Ereignisse plus ungefähr 200 Untergrundereignisse aus der γp -Wechselwirkung. Auf deren Berechnung wird im Kapitel 6.2 ausführlich eingegangen. In Abbildung 18 ist die BEMC-Trigger Rate für verschiedene Schnitte aufgetragen. Deutlich ist die Untergrundreduzierung durch die Analyseschritte zu erkennen. Die minimalen Anforderungen an ein Ereignis, als DIS-Kandidat eingestuft zu werden, führten zur Definition des sogenannten „ μ DST“ [55]:

- Eine Energie von mindestens $E_{\text{RCLU}} \geq 6 \text{ GeV}$ im BEMC, mit einem Schwerpunkt $z_{\text{RCLU}} \leq -155 \text{ cm}$.

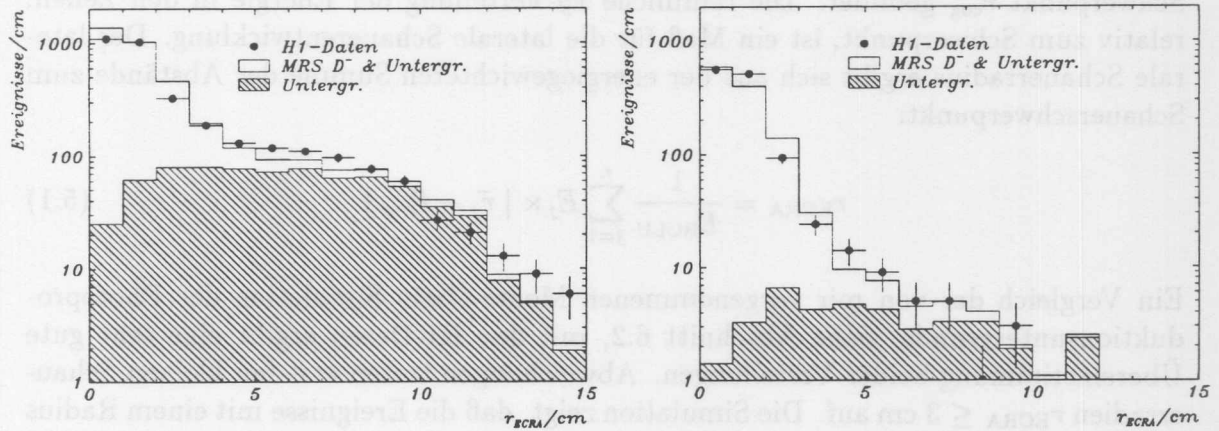


Abbildung 19: Die Ereignisverteilung des lateralen BEMC-Schauerradius r_{ECRA} , für Daten und Monte-Carlo Ereignisse. Linkes Bild lose Schnitte, rechtes Bild effektive Schnitte zur Unterdrückung des Untergrundes, mit Ausnahme des r_{ECRA} -Schnittes.

- Kein Veto vom Flugzeitsystem ToF.
- Die Zelle mit dem größten Energieanteil im BEMC muß weiter als 16 cm von der Strahlachse entfernt sein⁵.
- Die Energiedeposition im BEMC muß einen assoziierten BPC-Treffer in höchstens 15 cm radialen Abstand besitzen.
- Das Ereignis besitzt einen von den Spurkammern bestimmten Vertex, oder eine Energie von $22 \text{ GeV} \leq E_{\text{BCLR}} \leq 32 \text{ GeV}$.

5.2 Analysekriterien

Zusätzlich zu diesen minimalen Anforderungen an einen Elektronkandidaten werden Schnitte eingeführt, um den γp -Untergrund zu unterdrücken. Der niederenergetische Anteil des Photoproduktionsuntergrundes wird durch die Forderung, eine Elektronenergie von $E \geq 10 \text{ GeV}$ zu messen, unterdrückt. Dies ist in der simulierten γp -Energieverteilung deutlich zu erkennen, siehe Abbildung 21 des nächsten Kapitels.

Testmessungen des BEMC am CERN ergaben, daß sich Elektronen und Pionen durch die Größe des lateralen Schauerradius r_{ECRA} [56] diskriminieren lassen: Zur Rekonstruktion der Energie im BEMC wird die Energie aller benachbarten Zellen

⁵Dieser Schnitt wurde später in der ELAN-Analyse auf 14 cm verkleinert.

um die „heißeste Zelle“ aufsummiert. Hierbei wird gleichzeitig der energiegewichtete Schwerpunkt \vec{r}_{cog} gebildet. Die räumliche xy -Verteilung der Energie in den Zellen, relativ zum Schwerpunkt, ist ein Maß für die laterale Schauerentwicklung. Der laterale Schauerradius ergibt sich aus der energiegewichteten Summe der Abstände zum Schauerschwerpunkt:

$$r_{\text{ECRA}} = \frac{1}{E_{\text{RCLU}}} \sum_{j=1}^n E_j \times |\vec{r}_j - \vec{r}_{\text{cog}}| \quad (5.1)$$

Ein Vergleich der von mir vorgenommenen Monte-Carlo Simulation des Photoproduktionsuntergrunds, siehe Abschnitt 6.2, mit den H1-Daten ergibt eine sehr gute Übereinstimmung beider Verteilungen. Abweichungen treten erst bei kleinen Schauerradien $r_{\text{ECRA}} \leq 3$ cm auf. Die Simulation zeigt, daß die Ereignisse mit einem Radius $r_{\text{ECRA}} \geq 5$ cm fast nur noch vom Untergrund herrühren, siehe Abbildung 19. Daher wurde ein Schnitt bei einem Schauerradius $r_{\text{ECRA}} \leq 5$ cm eingeführt.

In der Abbildung 20 b) ist sehr gut die Einteilung des BEMC in die einzelnen Zellen zu erkennen. Im Idealfall werden neun Zellen zur Energierekonstruktion eines Teilchens aufsummiert, die „heißeste Zelle“ und die acht Nachbarzellen. In der Nähe des Strahlrohrs wird die Messung ungenauer, da ein Teil des Schauers nicht vollständig von den inneren dreieckigen Zellen erfaßt wird. Diese Verluste werden im Rekonstruktionsprogramm korrigiert. Falls jedoch der Schauerschwerpunkt in den innersten dreieckigen Zellen liegt ist keine sinnvolle Energiemessung mehr möglich, daher wird sowohl auf den BEMC Schauerschwerpunkt (cog) als auch den ϑ_e -Winkel des Elektrons geschnitten.

Der Elektronwinkel wird meistens nur durch den BPC-Punkt bestimmt, dies bedeutet, daß ein z -Vertex rekonstruiert werden muß. Außerdem muß der BPC-Punkt in der Nähe des BEMC-Schauerschwerpunkts liegen. Dieses, als „ z -Vertex-BPC-BEMC-Link“ bezeichnetes Kriterium, ist in Abbildung 20 a) durch einen Pfeil gekennzeichnet worden. Vom rekonstruierten Vertex wird verlangt, daß er innerhalb der nominellen Wechselwirkungszone von ± 50 cm liegt. Zur Unterdrückung von Untergrund wird als Qualitätskriterium an die Spuren in der CJC verlangt, daß mindesten 25 % aller Spuren zum Vertex zeigen. Wie bereits erwähnt ist die Σ -Methode wegen der fehlenden hadronischen Energiemessung im Rückwärtsbereich auf Werte $y_{\Sigma} \leq 0.5$ beschränkt. Diese Schnitte werden im Folgendem die „Analysekriterien“ genannt:

- Eine kalibrierte BEMC-Energie $E_{\text{RCLU}} \geq 10$ GeV.
- Der BEMC Energieschwerpunkt (\vec{r}_{cog}) muß weiter als 16 cm von der Strahlachse entfernt sein, $|x_{\text{cog}}| > 16$ cm oder $|y_{\text{cog}}| > 16$ cm.
- Ein lateraler BEMC-Schauerradius $r_{\text{ECRA}} \leq 5$ cm.

- Ein BPC-Treffer in höchstens 5 cm radialen Abstand zum BEMC-Schwerpunkt r_{cog} .
- 1/4 der Spuren müssen aus der Wechselwirkungszone kommen.
- Für den Elektronwinkel muß gelten $172.5^\circ \leq \vartheta_e$.
- Ein z -Vertex mit $|z_{\text{zvx}}| \leq 50$ cm.
- Ein maximales y_Σ von 0.5 darf nicht überschritten sein.

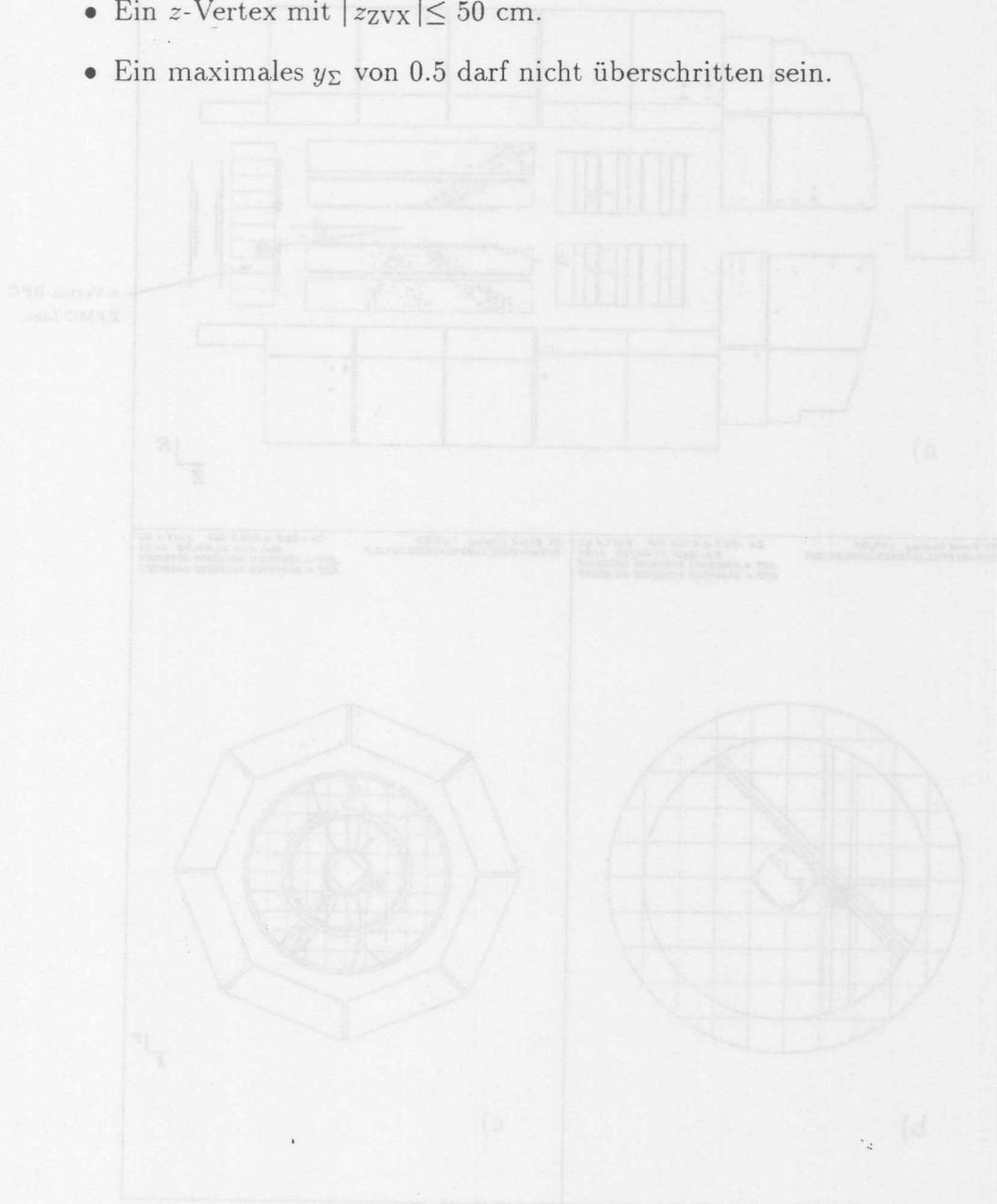


Abbildung 20: Ein rekonstruierter BPC-Kandidat im H1-Detektor. In der H1-Sichtansicht (Abb. a) sind das gestrichelte Elektron und der Elektronenwinkel ϑ_e dargestellt ($\vartheta_e = \pi - \vartheta_{\text{rel}}$). Die Distanz zum BPC und das BEMC (Abb. b) zeigt die zum BEMC-Schwerpunkt assoziierten BPC-Treffer und die Spuren in der CJC mit dem Kalorimeter (Abb. c).

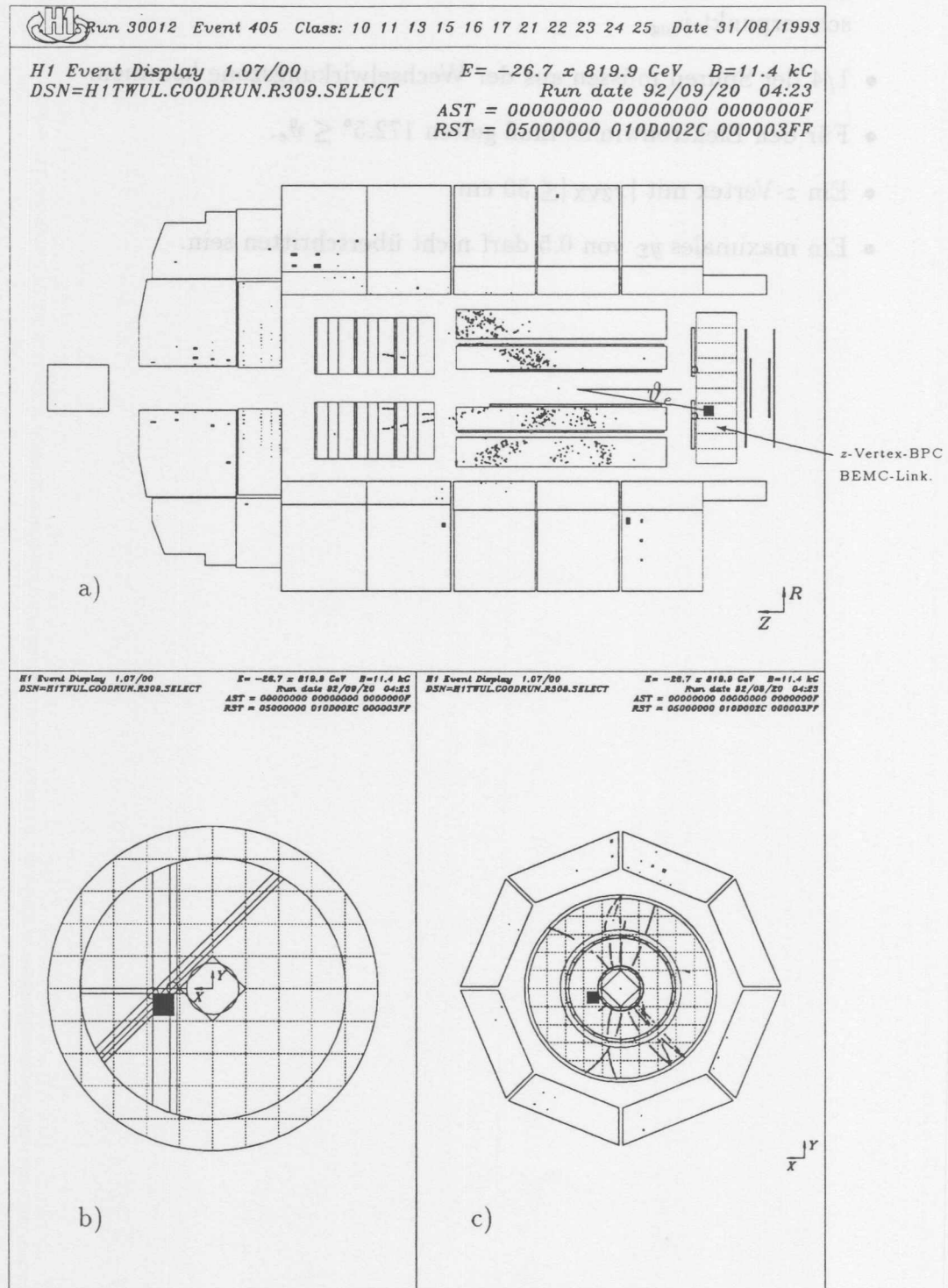


Abbildung 20: Ein rekonstruierter DIS-Kandidat im H1-Detektor. In der H1-Seitenansicht, Abb. a), sind das gestreute Elektron und der Elektronwinkel angegeben ($\vartheta_e = \pi - \theta_{\text{H1-Lab}}$). Die Draufsicht auf die BPC und das BEMC, Abb. b), zeigt die zum BEMC-Schauerschwerpunkt assoziierten BPC-Treffer und die Spuren in der JJC mit den Kalorimetern, Abb. c).

6 Untergrundbestimmung

6.1 Strahl-Gas- und Strahl-Wand-Ereignisse

Ein visuelles Durchmustern eines großen Teiles der vorselektierten Ereignisse des ELAN μ DST zeigte, daß dieser Datensatz weitgehend frei von Strahl-Gas- und Strahl-Wand-Ereignissen ist. Dieses Ergebnis wird unterstützt durch die Analyse der „Pilot Bunches“. Bei diesen handelt es sich um ein Elektron(Proton)-Paket ohne zugehörigen Reaktionspartner. Wechselwirkungen, die in das Zeitfenster dieser beiden Pakete fallen, sind Strahl-Gas- oder Strahl-Wand-Ereignisse. Nach dem Passieren aller ELAN Selektionskriterien war kein einziges dieser Ereignisse in dem für die Analyse benutzten Datensatz, so daß die Reinheit des *ep*-Datensatz besser als 99 % ist [46].

6.2 Bestimmung des Photoproduktionsuntergrunds

Die Strahl-Gas- und Strahl-Wand-Ereignisse lassen sich durch die μ DST-Schnitte effektiv beseitigen. Ein Teil der Photoproduktionsereignisse hingegen passiert diese Schnitte. Bei dieser Klasse von Ereignissen wird das Elektron unter sehr kleinen Streuwinkeln abgelenkt, so daß es meistens unentdeckt in der Strahlröhre verloren geht. Die in der γp -Wechselwirkung entstehenden Teilchen können, wenn sie im rückwärtigen Kalorimeter nachgewiesen werden, als das gestreute Elektron mißidentifiziert werden. Diese „falschen Elektronen“ besitzen eine kleine Energie mit einem relativ hohen y_e nahe 1. Das y_{jb} des hadronischen Systems weist meist einen viel kleineren Wert auf, da das Hadron mit dem größten Gewicht y_h in der Summation (4.2), auf Grund der falschen Annahme, daß es sich um das gestreute Elektron handelt, fehlt.

Um diese Photoproduktionsereignisse genauer zu quantifizieren, wurde eine aufwendige Simulation mit den Monte-Carlo Generatoren RAYVDM [57] und PYTHIA [58] vorgenommen, die das „weiche“ und „harte“ Spektrum der γp -Wechselwirkung beschreiben. Hierzu wurde von mir in das H1-Simulationsprogramm (H1SIM) eine „Turbo-Option“ implementiert: Zunächst wurde nur der rückwärtige Teil des H1-Detektors simuliert und mit dem Rekonstruktionsprogramm H1REC nach Teilchen gesucht, welche potentielle Kandidaten waren, das μ DST-Kriterium zu erfüllen. Sie deponierten im rückwärtigen Kalorimeter eine Energie von mindestens 6 GeV und besaßen einen BPC-Punkt in unmittelbarer Nähe (≤ 15 cm) zum Kalorimetertreffer.

Wenn diese beiden Bedingungen erfüllt waren, wurde das gesamte Ereignis im H1-Detektor simuliert. Da nur noch ein Bruchteil an Ereignissen vollständig simuliert werden mußte, wurde ein Faktor 22 in der Geschwindigkeit gewonnen. Hierdurch war es möglich, in einer vertretbaren CPU-Zeit, effektiv 302600 γp -Ereignisse zu simulieren. Diese teilten sich in 182600 RAYVDM-Ereignisse und 120000 PHYTIA-Ereignisse auf. In der Weizsäcker-Williams-Approximation (WWA) [63, 64] wird

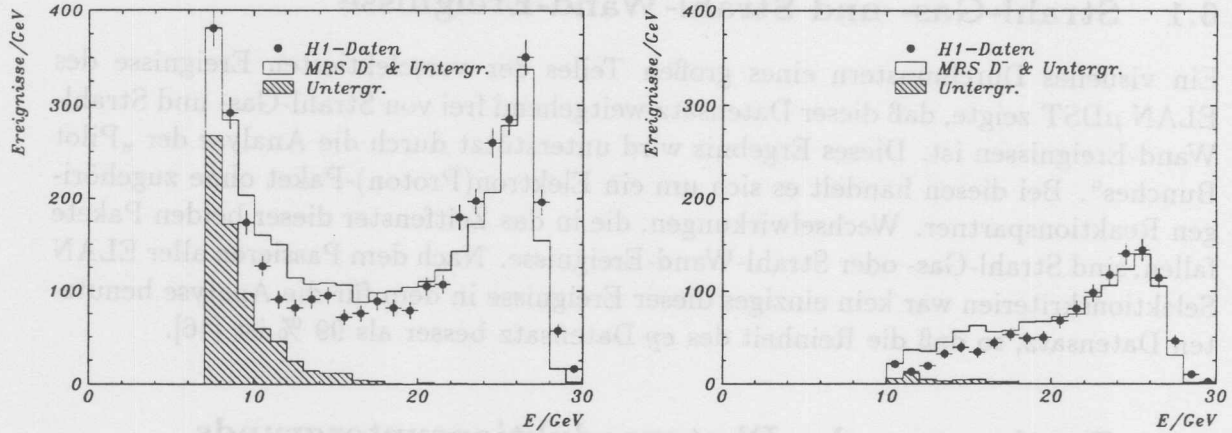


Abbildung 21: Monte-Carlo Simulation der Energieverteilung für die Strukturfunktion MRS D^- und des Photoproduktionsuntergrunds (schraffiert). Linkes Bild mit sehr losen Schnitten. Rechtes Bild mit effektiven Schnitten zur Unterdrückung der Photoproduktionereignisse. Die Monte-Carlo Simulation ist auf die Luminosität $\mathcal{L} = 22.5 \text{ nb}^{-1}$ der dem Bild überlagerten H1-Datenpunkte normiert worden.

der ep -Wirkungsquerschnitt durch eine Faltung des γp -Wirkungsquerschnitts mit der „Splittingfunktion“ $f_{\gamma/e}$ gegeben, d.h. der Wahrscheinlichkeit, daß das Elektron ein Photon abstrahlt. In Kurzform lautet der Wirkungsquerschnitt für Photoproduktion $\sigma = f_{\gamma/e} \otimes \sigma_{\gamma p}$ oder differentiell

$$\frac{d^2\sigma}{dydQ^2} = \frac{\alpha}{2\pi} \frac{1 + (1-y)^2}{yQ^2} \sigma_{\gamma p}^{\text{tot}}(W^2). \quad (6.1)$$

Die Integration liefert, unter der Annahme, daß $\sigma_{\gamma p}^{\text{tot}}(W^2) \approx 160 \mu\text{b}$ konstant ist[59],

$$\sigma = 186 \text{nb} \ln\left(\frac{Q_{\text{max}}^2}{Q_{\text{min}}^2}\right) \left[2 \ln y - 2y + \frac{1}{2}y^2\right]_{y_{\text{min}}}^{y_{\text{max}}}. \quad (6.2)$$

Mit den in der Simulation verwendeten kinematischen Grenzen, von $0.1 \leq y \leq 1$, $Q_{\text{max}}^2 = 4 \text{ GeV}^2$ und $Q_{\text{min}}^2 = m_e^2 y^2 / (1-y)$, ergibt dies einen integrierten Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{\text{VDM}} = 7.5 \mu\text{b}$ und $\sigma_{\text{PYTHIA}} = 2.5 \mu\text{b}$. Hierbei wurde der „weiche“ und der „harte“ Anteil mit 60 % bzw. 20 %, — entsprechend der H1-Publikation [59] —, gewichtet. Diese Datensätze entsprechen einer simulierten Luminosität von $\mathcal{L}_{\text{VDM}} = 24 \text{ nb}^{-1}$ und $\mathcal{L}_{\text{PYTHIA}} = 48 \text{ nb}^{-1}$.

Das Energiespektrum dieser „falschen Photoproduktionselektronen“ ist in Abbildung 21 zusammen mit dem Spektrum für DIS-Ereignisse, unter Verwendung der Strukturfunktion MRS D^- , zu sehen. Beide Verteilungen sind absolut auf die H1 Luminosität

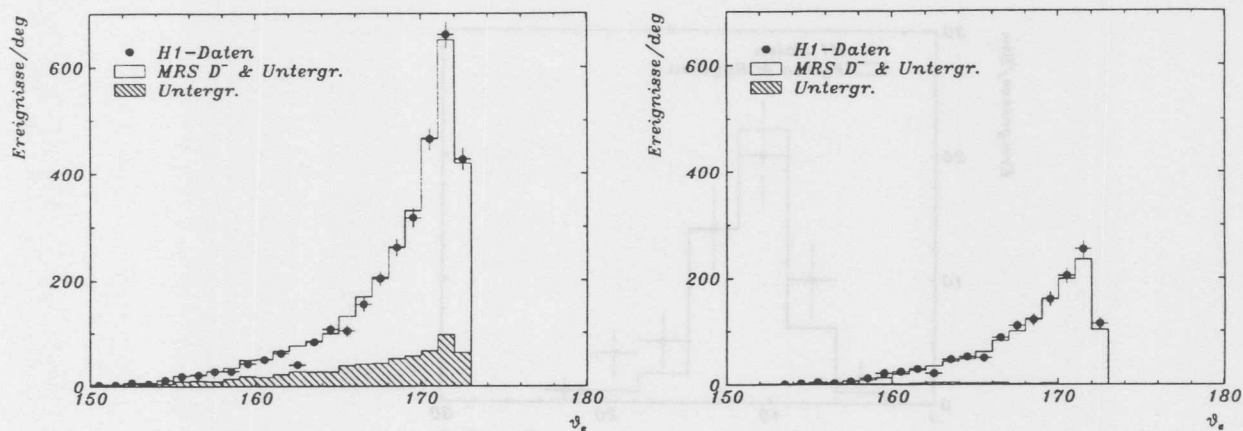


Abbildung 22: Monte-Carlo Simulation der ϑ_e -Winkelverteilung für die Strukturfunktion MRS D^- . Der γp -Untergrund ist schraffiert gekennzeichnet. Linkes Bild mit sehr losen Schnitten. Rechtes Bild mit effektiven Schnitten zur Unterdrückung der Photoproduktion. Die Monte-Carlo Simulation ist auf die Luminosität $\mathcal{L} = 22.5 \text{ nb}^{-1}$ der H1-Daten normiert worden.

normiert worden. Diesen beiden Ereignisklassen überlagert ist das von H1 gemessene Energiespektrum. Beide Verteilungen folgen sowohl den losen Schnitten des ELAN μDST als auch den in dieser Analyse verwendeten härteren kinematischen Schnitten in den Σ -Variablen.

Ebenfalls gezeigt ist die ϑ_e -Winkelverteilung, Abbildung 22, der gestreuten Elektronen. Deutlich zu erkennen ist das starke Anwachsen im Limes $\vartheta_e \rightarrow \pi$, als Folge des $1/Q^4$ -Propagators, der die Verteilung in den Daten und der MRS D^- Parameterisierung bestimmt. Der Anstieg fehlt im γp -Untergrund, da dieser nicht mit dem Propagator korreliert ist und eher einer Gleichverteilung genügt. Die ϑ_e -Verteilung der Daten wird sowohl mit den Kriterien des μDST als auch mit den Analyseschnitten sehr gut durch die Monte-Carlo Verteilung reproduziert.

Gleiches gilt für die Beschreibung des BEMC-Schauerradius r_{ECRA} , Abbildung 19, aus dem vorhergehenden Kapitel. Diese Größe ist von der Implementierung des elektromagnetischen Schauers in der Simulation abhängig. Die sehr gute Übereinstimmung deutet nicht nur auf eine richtige Normierung der Monte-Carlo Simulation hin, sondern zeigt auch, daß die Geometrie und die Materialverteilung des H1-Detektors im Simulationsprogramm richtig beschrieben wird.

Für etwa 8 — 10 % der Photoproduktionsereignisse wurde das sekundäre Elektron im Elektronendetektor des Luminositätsystems nachgewiesen, dieser geringe Anteil ergibt sich hauptsächlich aus der eingeschränkten Winkel- und Energieakzeptanz des

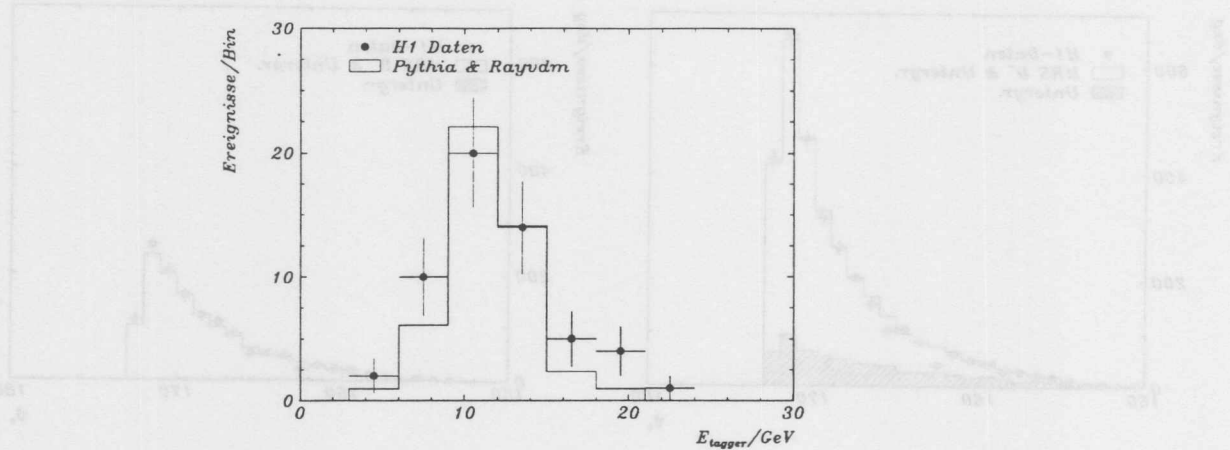


Abbildung 23: Monte-Carlo Simulation der Energieverteilung im Elektronendetektor. Die Monte-Carlo Simulation ist auf die Luminosität $\mathcal{L} = 22.5 \text{ nb}^{-1}$ normiert worden.

Detektors. Das Energiespektrum ist in Abbildung 23 zu sehen. Die Simulation beschreibt die Daten sowohl in der Größenordnung als auch in der Form der Energieverteilung. Diese Verteilung ist proportional $f_{\gamma/e} \otimes \sigma_{\gamma p}$ und daher unabhängig von der F_2 -Strukturfunktion, die zur Simulation des inelastischen Prozesses verwendet wurde. Da dieses Spektrum eine direkte Messung der Photoproduktion ist, handelt es sich hier um den bei weitem besten Test der γp -Untergrundsimulation.

6.3 Schnitte gegen γp -Untergrund

In den Abbildungen 24 und 25 wird die Verteilung der Photoproduktionsereignisse und der H1-Daten in der xQ^2 -Ebene gezeigt. Deutlich zu erkennen ist, daß sich der Untergrund, bei Benutzung der Elektronvariablen, in einem Band $y \geq 0.8$ ansiedelt, Abbildung 24 und 25 c). Nach einem Schnitt $y_e \leq 0.6$ läßt sich dieser Untergrund in der Elektron-Methode weitestgehend entfernen, Abbildung 24 und 25 a). Ein entsprechender Schnitt in y_Σ hat allerdings nicht die gleiche Wirkung, da die Photoproduktionsereignisse in dieser Variablen über den ganzen kinematisch zulässigen Bereich verteilt sind Abbildung 24 d). Interessant ist der Vergleich der Abbildungen 24 a) und b) mit den ϑ_e -Isochronen aus der Abbildung 11. Während in den Elektron-Variablen deutlich der ϑ_e -Schnitt von 172.5° zu erkennen ist, sieht man in den Σ -Variablen Ereignisse mit einem scheinbar größeren Streuwinkel. Es handelt sich hier nicht um einen Rekonstruktionsfehler. Diese Elektronen haben einen Winkel kleiner als 172.5° , jedoch das rekonstruierte Q_Σ^2 ist kleiner als das der Elektron-Messung. Dies ist z.B.

bei radiativen Ereignissen der Fall, mit $Q_{\Sigma}^2 = (1 - E_{\gamma}/E_i)Q_e^2$.

Ein großer Teil der Photoproduktionsereignisse besitzt eine Energie von kleiner als 10 GeV. Diese lassen sich durch einen entsprechenden Schnitt von $E > 10$ GeV eliminieren. Mittels des im letzten Kapitel besprochenen transversalen Schauerradius r_{ECRA} und des BPS-BEMC-Links lassen sich die verbleibenden Pionen der Photoproduktion im Datensatz effektiv unterdrücken, siehe Abbildung 19. Der übrigbleibende Untergrund im Energiespektrum, Abbildung 21, ist dem mittels des PYTHIA-Generators simulierten harten Anteil des Photoproduktionsquerschnitts zuzuordnen. Dieser Untergrund überschreitet in keinem der in dieser Analyse verwendeten xQ^2 -Intervalle 10 %.

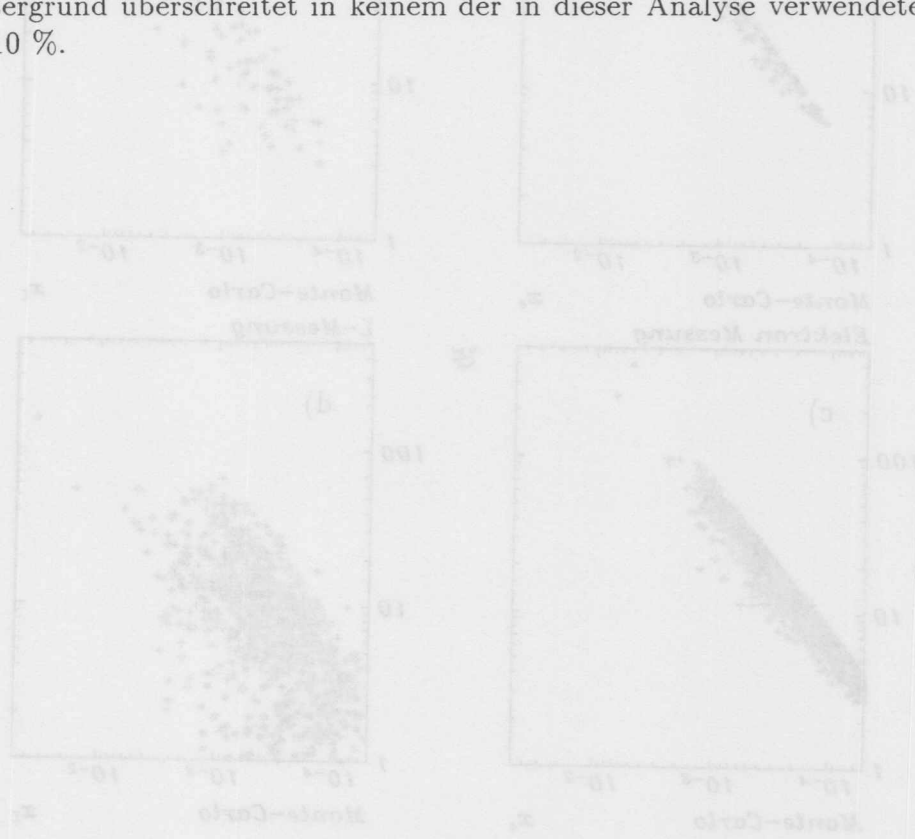


Abbildung 24: Verteilung des simulierten Photoproduktionsuntergrunds der Generatoren RAYDM (*) und PYTHIA (+) in der xQ^2 -Ebene. Links in den Elektronenmessungen. Rechts in den Σ^0 -Messungen. Oben mit den im Text aufgeführten kinematischen Analysebedingungen. Im unteren Bild sind nur die Datenpunkte der ADST erfüllt.

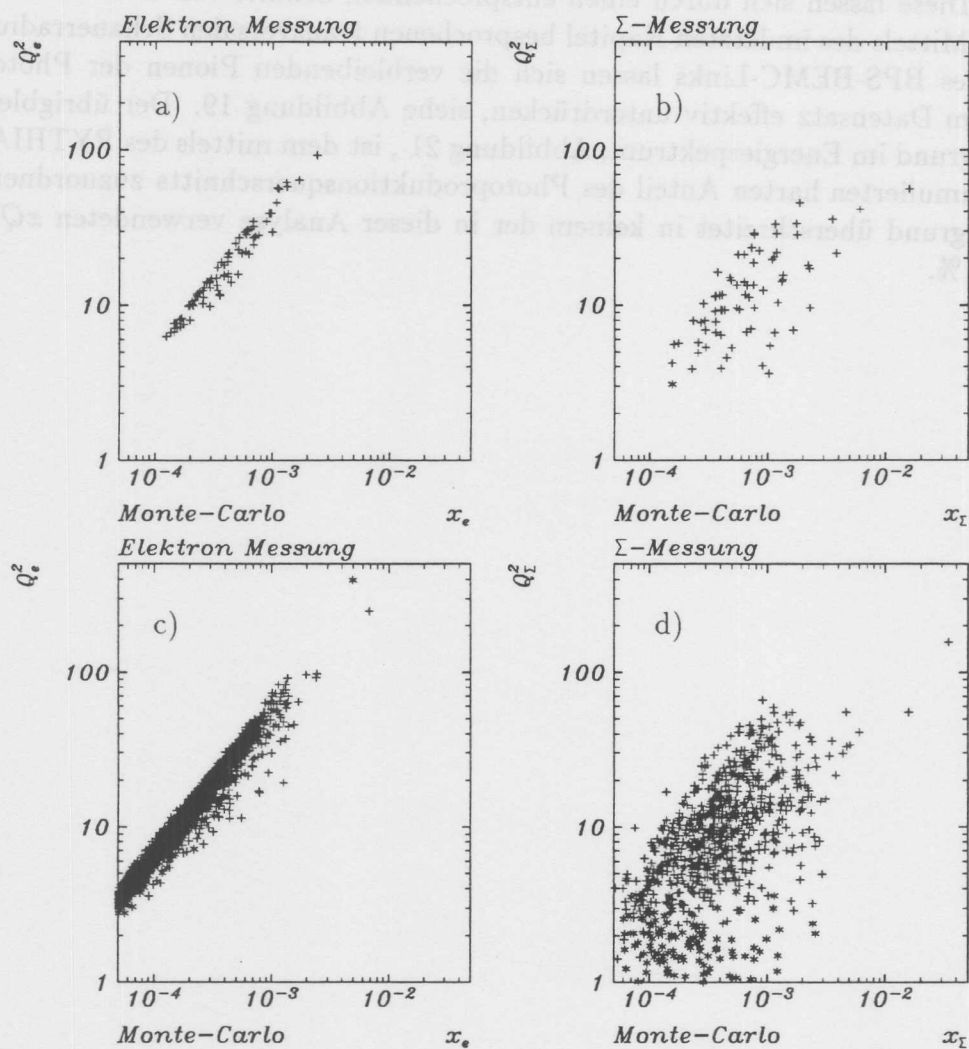


Abbildung 24: Verteilung des simulierten Photoproduktionsuntergrundes, der Generatoren RAYVDM (*) und PYTHIA (+), in der xQ^2 -Ebene. Links in den Elektron- und rechts in den „ Σ “-Variablen. Oben mit den im Text aufgezählten kinematischen Analyseschritten. Im unteren Bild sind nur die losen Kriterien des μ DST erfüllt.

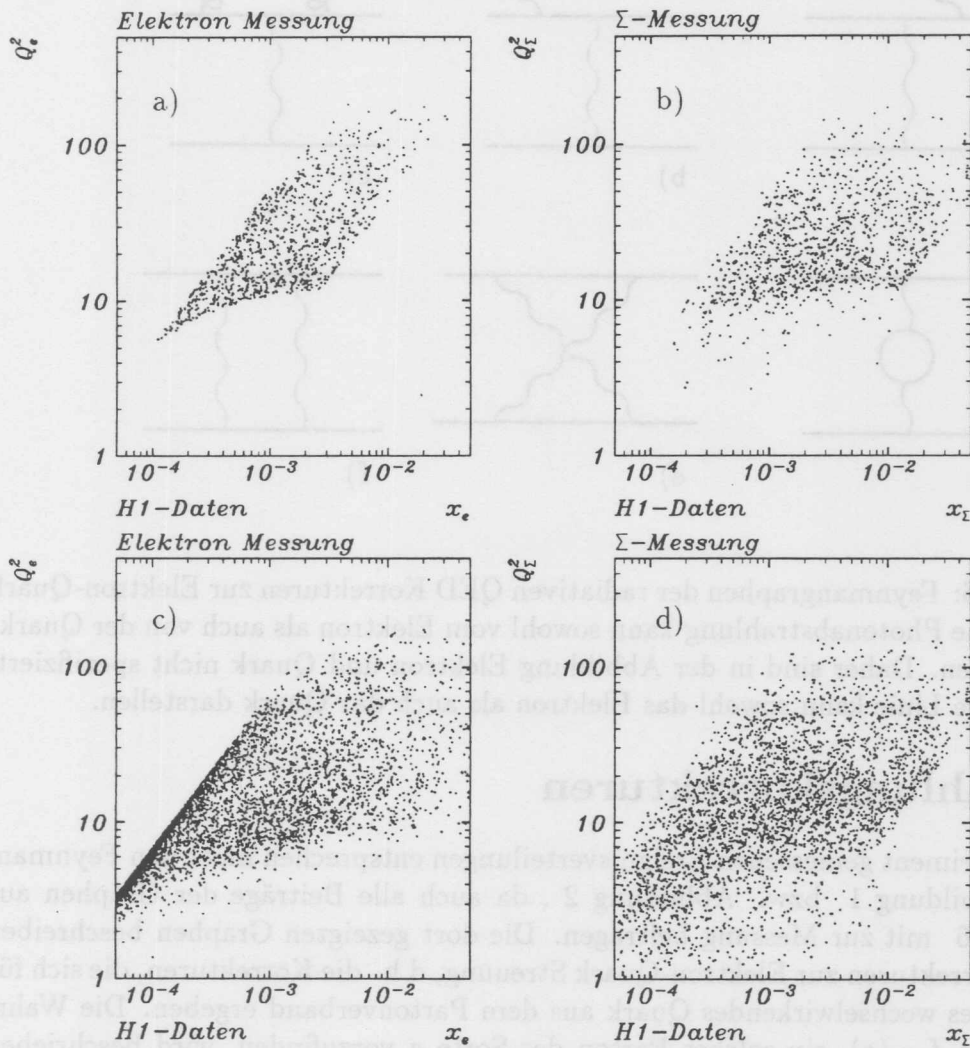


Abbildung 25: Verteilung der H1-Daten in der xQ^2 -Ebene. Oben mit den Analyseschnitten, im unteren Bild sind nur die losen Schnitte gemacht worden, um die Kriterien des μ DST zu erfüllen.

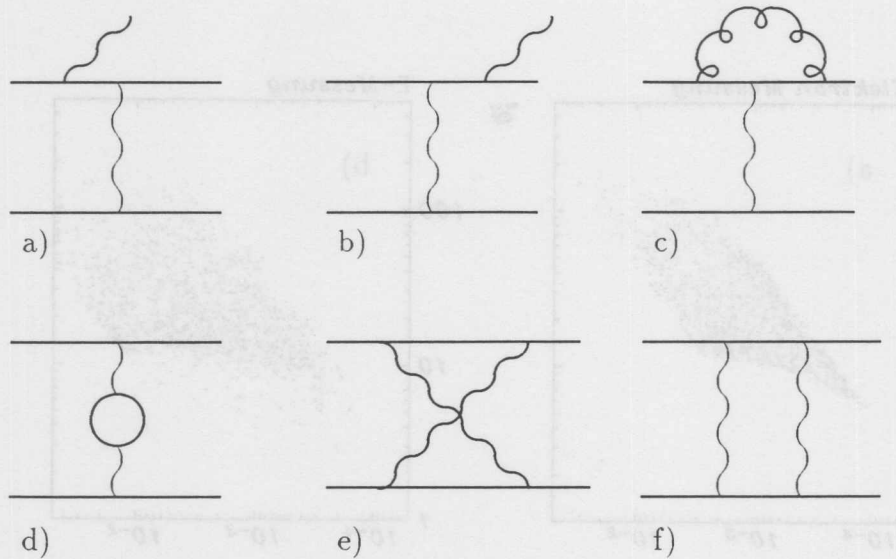


Abbildung 26: Feynmangraphen der radiativen QED Korrekturen zur Elektron-Quark Streuung. Die Photonabstrahlung kann sowohl vom Elektron als auch von der Quarklinie geschehen. Daher sind in der Abbildung Elektron und Quark nicht spezifiziert, d.h. die obere Linie kann sowohl das Elektron als auch das Quark darstellen.

7 Strahlungskorrekturen

Die im Experiment gemessenen Ereignisverteilungen entsprechen nicht den Feynmangraphen Abbildung 1 bzw. Abbildung 2, da auch alle Beiträge der Graphen aus Abbildung 26 mit zur Messung beitragen. Die dort gezeigten Graphen beschreiben die QED-Korrekturen zur Elektron-Quark Streuung, d.h. die Korrekturen, die sich für ein quasifreies wechselwirkendes Quark aus dem Partonverband ergeben. Die Wahrscheinlichkeit $f_{a/P}(z)$, ein solches Parton der Sorte a vorzufinden, wird beschrieben durch die Altarelli-Parisi Gleichungen, bzw. Renormierungstheorie, siehe Abschnitt 2.4. Bei den obigen Graphen handelt es sich um elektroschwache Korrekturen, die nicht mehr von der QCD-Entwicklung der Partonen abhängig sind. Die Photonabstrahlung kann sowohl von der Quark- als auch von der Leptonlinie ausgehen.

Der gemessene Wirkungsquerschnitt σ_{exp} läßt sich als eine Reihe in $\alpha = \frac{1}{137}$ entwickeln,

$$\begin{aligned} \sigma_{exp} &= \sigma_0 + \frac{\alpha}{2\pi} \mathcal{A}_1 + \left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)^2 \mathcal{A}_2 + \dots \\ &\equiv \sigma_{Born} (1 + \delta_1 + \delta_2 + \dots), \end{aligned} \quad (7.1)$$

wobei σ_0 der gewünschte Born-Querschnitt ist, und sich die Funktionen \mathcal{A}_n aus der Summe aller Feynmangraphen, der jeweiligen Ordnung in α^n , ergeben. Da $\alpha \ll 1$ ist, konvergiert diese Reihe sehr schnell, und in guter Approximation gilt,

$$\sigma_{Born} = \sigma_{exp} \frac{1}{1 + \delta_1} + \mathcal{O}(\alpha^2). \quad (7.2)$$

Die radiativen Korrekturen lassen sich klassifizieren als,

1. Bremsstrahlung des ein/auslaufenden Elektrons (Quarks) Abbildung 26 a, b,
2. virtuelle Korrekturen am Leptonvertex (Quarkvertex) Abbildung 26 c,
3. Schleifen Diagramme durch Vakuumpolarisation Abbildung 26 d,
4. Box- und Kreuzungsdiagramme Abbildung 26 e, f.

Die weichen Anteile der Infrarotkorrekturen, zwischen den Graphen Abbildung 7 b) - c), heben sich zwischen den virtuellen und realen Amplituden im Matrixelement, nach Theoremen von Kinoshita, Lee und Nauenberg [60, 61], gegenseitig auf. Der Hauptbeitrag zu den radiativen Korrekturen entsteht durch Bremsstrahlung vom ein- oder auslaufenden Elektron, (**ISR** = Initial State Radiation) und (**FSR** = Final State Radiation). Der harte Anteil der Bremsstrahlung entsteht durch kolliniare Photonabstrahlung [62], und läßt sich effektiv mit der Weizsäcker-Williams-Approximation [63, 64] in LLA(α) berechnen.

In den früheren Fixtargetexperimenten wurde die Kinematik immer durch das gestreute Lepton definiert. Die HERA Detektoren sind als 4π -Detektoren konzipiert. Daher wird der gesamte hadronische Endzustand rekonstruiert. Dies bietet die Möglichkeit, verschiedene Methoden zur Bestimmung der Bjorken Variablen zu benutzen. Es liegt in der Kunst des Experimentators, die kinematischen Variablen auf die für das Experiment günstigste Art und Weise zu rekonstruieren und so Schwachpunkte in der Auflösung oder Akzeptanz des Detektors zu kompensieren. Durch die Wahl der Rekonstruktionsmethode zur Bestimmung der kinematischen Variablen hat der Experimentator Einfluß auf die Größe der Strahlungskorrekturen: Wird nur der Elektronvertex verwendet, d.h. E_f und ϑ_e , so sind die Korrekturen vollkommen unabhängig gegenüber Photonabstrahlungen von der Quarklinie. Entsprechend gilt bei der Benutzung der hadronischen Variablen via Jacquet-Blondel, daß die Korrekturen unabhängig vom Elektronvertex sind ⁶. Im Folgenden werden die radiativen Korrekturen für sechs verschiedene Methoden diskutiert, um x , y und Q^2 zu rekonstruieren. Die ersten drei von ihnen sind im HERA-Workshop [51] beschrieben, während die letzten drei Methoden von der Σ -Methode, bzw. y_Σ , abgeleitet wurden. Für diese

⁶Dies gilt exakt natürlich nur in Ordnung α .

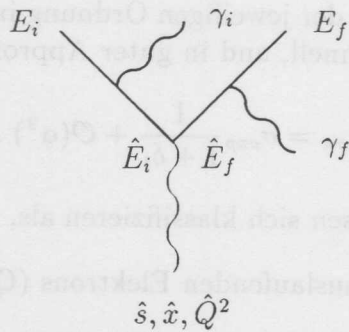


Abbildung 27: Feynmandiagramm zur QED-Bremsstrahlung.

Methoden gab es bislang noch keine Berechnung der radiativen Korrekturen, so daß ich diese selbst bestimmt habe und in diesem Kapitel erstmalig präsentiere. Explizit werden die radiativen Korrekturen für die folgenden Methoden bestimmt:

- | | | |
|----|-------------------------------------|------------------------|
| 1) | <u>Elektron Variable:</u> | y_e, Q_e^2 |
| 2) | <u>Jacquet-Blondel:</u> | y_{jb}, Q_{jb}^2 |
| 3) | <u>gemischte Methode:</u> | y_{jb}, Q_e^2 |
| 4) | <u>Σ-Methode:</u> | x_Σ, Q_Σ^2 |
| 5) | <u>gemischte Methode:</u> | y_Σ, Q_e^2 |
| 6) | <u>gemischte Methode:</u> | y_Σ, Q_Σ^2 |

7.1 Die $\text{llog}(\alpha)$ -Approximation

Die hier verwendete llog -Approximation lehnt sich weitestgehend an die Arbeiten von J. Blümlein [65] an. In der Approximation von Weizsäcker und Williams, siehe Formel (6.1), ist der Beitrag zur Ordnung α gegeben durch

$$\frac{d^2 \sigma^{(1)}}{dx dy} = \frac{\alpha}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{m^2}\right) \int_0^1 dz \frac{1+z^2}{1-z} \left\{ \theta(z-z_0) |J(x,y)| \frac{d^2 \sigma^{(0)}}{dx dy}(\hat{x}, \hat{y}, \hat{Q}^2, \hat{s}) - \frac{d^2 \sigma^{(0)}}{dx dy}(x, y, Q^2, s) \right\}. \quad (7.3)$$

$\hat{x}, \hat{y}, \hat{Q}^2$ und \hat{s} sind die reskalierten Variablen, die von der verwendeten Methode abhängen, die benutzt wurde, um die Bjorken Variablen x, y, Q^2 zu berechnen, m ist die Elektron- bzw. Quarkmasse und $|J(x, y)|$ ist die Determinante der zugehörigen

Jakobimatrix. Schreibt man den Bornwirkungsquerschnitt als

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \sigma^{(0)}}{dx dy} &= \frac{2\pi\alpha}{sx^2y^2} \left[1 + (1-y)^2 - y^2 \frac{R}{1+R} \right] F_2(x, Q^2) \\ &\equiv \frac{s}{Q^4} \kappa F_2 \end{aligned} \quad (7.4)$$

so läßt sich der Q^4 Faktor zur besseren numerischen Integration aus dem Integral herausziehen

$$\frac{d^2 \sigma^{(1)}}{dx dy} = \frac{\alpha}{2\pi} \ln\left(\frac{Q^2}{m^2}\right) \frac{s}{Q^4} \int_0^1 dz \frac{1+z^2}{1-z} \left\{ \theta(z-z_0) \mathcal{G}(z, y) \widehat{\kappa F_2} - \kappa F_2 \right\}, \quad (7.5)$$

mit $\widehat{\kappa F_2} \equiv \kappa F_2(\hat{x}, \hat{y}, \hat{Q}^2)$. Die Funktion $\mathcal{G} = |J(x, y)| \hat{s}/sQ^4/\hat{Q}^4$ wird für die verschiedenen Fälle explizit angegeben. Die Korrekturen sind $\sim \ln(Q^2/m^2)$, daher kommt der Hauptbeitrag zu den radiativen Korrekturen von der Elektronbremsstrahlung. Die Korrekturen vom Hadronvertex sind wegen der viel größeren Quarkmassen stark unterdrückt. Mit der Definition

$$E_i \mapsto \hat{E}_i = z_i E_i = E_i - \gamma_i \quad (7.6)$$

$$E_f \mapsto \hat{E}_f = \frac{1}{z_f} E_f = E_f + \gamma_f \quad (7.7)$$

folgt aus dem Feynmandiagramm 27, daß die Schwerpunktsenergie

$$\hat{s} = (z_i k_i + p)^2 = z_i s \quad (7.8)$$

immer linear in z_i skaliert, während die Variablen \hat{x} , \hat{y} und \hat{Q}^2 unterschiedliche Transformationsregeln haben, die sich nach Einsetzen von \hat{E}_i und \hat{E}_f in die entsprechenden Definitionen von x , y und Q^2 ergeben. Die Integrationsgrenze z_0 in der θ -Funktion erhält man aus den Randbedingungen

$$0 \leq z_i, z_f, \hat{x}, \hat{y} \leq 1 \quad (7.9)$$

Da das gleichzeitige Auftreten von Bremsstrahlung am ein- und auslaufenden Elektron ein Beitrag $\mathcal{O}(\alpha^2)$ ist, der ein gefaltetes Integral analog zu Formel (7.3) erfordern würde, werden ISR- und FSR- Bremsstrahlung getrennt behandelt.

7.2 δ_{RC} vom einlaufenden Elektron (ISR)

1) Elektron Variable:

$$\begin{aligned}
 Q^2 &= Q_e^2 := 4E_i E_f \cos^2(\theta_e/2) \\
 y &= y_e := 1 - E_f/E_i \sin^2(\theta_e/2) \\
 x &= x_e := Q_e^2/sy_e \\
 Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= z_i Q^2 \\
 y \mapsto \hat{y} &= \frac{z_i + y - 1}{z_i} \\
 x \mapsto \hat{x} &= \frac{z_i x y}{z_i + y - 1} \\
 z_0 &= \frac{1 - y}{1 - x y} \\
 \mathcal{G} &= \frac{1}{z_i} \frac{y}{z_i + y - 1} \quad (7.10)
 \end{aligned}$$

2) Jacquet-Blondel:

$$\begin{aligned}
 Q^2 &= Q_{jb}^2 := \frac{(\sum_h p_{xh})^2 + (\sum_h p_{yh})^2}{1 - y_{jb}} \\
 y &= y_{jb} := \frac{1}{2E_i} \sum_h (E_h - p_{zih}) \\
 x &= x_{jb} := Q_{JB}^2/sy_{jb} \\
 Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= z_i Q^2 \frac{1 - y}{z_i - y} \\
 y \mapsto \hat{y} &= \frac{y}{z_i} \\
 x \mapsto \hat{x} &= z_i x \frac{1 - y}{z_i - y} \\
 z_0 &= \frac{y}{1 + xy - x} \\
 \mathcal{G} &= z_i \frac{z_i - y}{1 - y} \quad (7.11)
 \end{aligned}$$

3) gemischte Methode: mit Jacquet-Blondel

$$\begin{aligned}
 Q^2 &= Q_e^2 \\
 y &= y_{jb}
 \end{aligned}$$

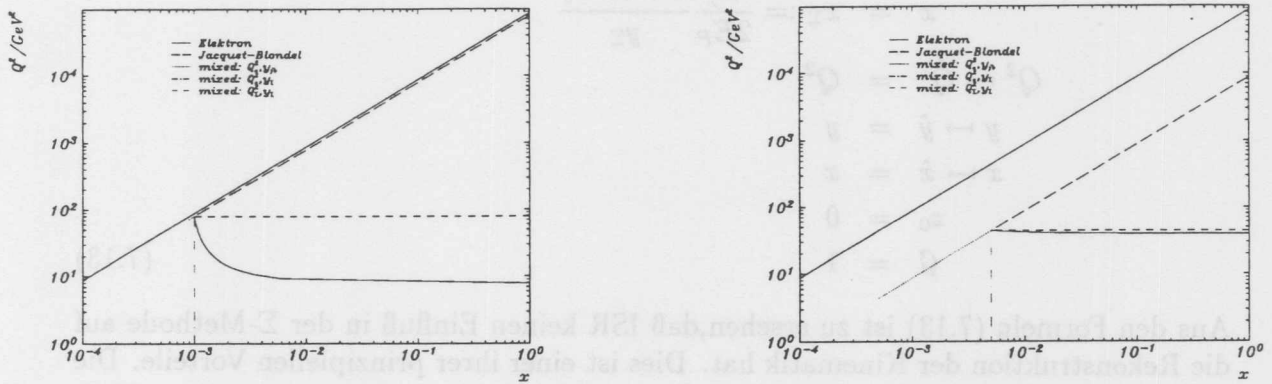


Abbildung 28: Der Integrationsweg $\Gamma(z_i)$ für ISR mit den verschiedenen Rekonstruktionsmethoden in der xQ^2 -Ebene für die Punkte $(x, y) = (0.001, 0.9)$ und $(0.005, 0.1)$.

$$\begin{aligned}
 x &= x_m := Q_e^2 / sy_{jb} \\
 Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= z_i Q^2 \\
 y \mapsto \hat{y} &= y / z_i \\
 x \mapsto \hat{x} &= z_i x \\
 z_0 &= y \\
 \mathcal{G} &= 1/z_i
 \end{aligned} \tag{7.12}$$

Diese Formeln zeigen eine bemerkenswerte Eigenschaft: In der ersten Methode wird über einen komplizierten Weg $\Gamma(z_i) := \{\hat{x}, \hat{Q}^2\}$ in der xQ^2 -Ebene integriert, siehe Abbildung 28, um $\delta_{RC} := d\sigma^{(1)}/d\sigma^{(0)}$ zu berechnen. Während die Methoden mit y_{jb} entlang eines Weges diagonal in der $\log(x) \log(Q^2)$ Ebene integrieren, d.h. auf Linien $y = \text{konstant}$. In all diesen Fällen muß der Wirkungsquerschnitt an Stellen berechnet werden, wo F_2 a priori unbekannt ist und nur Extrapolationen vorliegen, so daß die Korrekturen mit einem zusätzlichen Fehler behaftet sind, ein Nachteil, den die Σ -Methode nicht besitzt.

4) Σ -Methode:

$$Q^2 = Q_{\Sigma}^2 := \frac{(E_f \sin \theta_e)^2}{1 - y_{\Sigma}}$$

$$\begin{aligned}
 y &= y_\Sigma := \frac{\Sigma}{E_f(1 - \cos \theta_e) + \Sigma} \equiv \frac{y_{jb}}{(1 - y_e) + y_{jb}} \\
 x &= x_\Sigma := \frac{E_f}{2E_P} \frac{1 + \cos \theta_e}{y_\Sigma} \\
 Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= Q^2 \\
 y \mapsto \hat{y} &= y \\
 x \mapsto \hat{x} &= x \\
 z_0 &= 0 \\
 \mathcal{G} &= 1
 \end{aligned} \tag{7.13}$$

Aus den Formeln (7.13) ist zu ersehen, daß ISR keinen Einfluß in der Σ -Methode auf die Rekonstruktion der Kinematik hat. Dies ist einer ihrer prinzipiellen Vorteile. Die radiativen Korrekturen für ISR sind mit der Σ -Methode in LLA(α) identisch Null. Auch hier ist es möglich, gemischte Methoden zu entwickeln mit y_Σ und Q_e^2 oder Q_Σ^2 . In der Arbeit von H.P. Wellisch [66] wird die $(y_{2\alpha}, Q_e^2)$ -Methode benutzt. Da y_Σ und $y_{2\alpha}$ beide unempfindlich gegen Bremsstrahlung vom einlaufenden Elektron sind, besitzt diese Methode die gleichen ISR-Korrekturen wie die (y_Σ, Q_e^2) -Methode.

5) gemischte Methode: mit (y_Σ, Q_e^2)

$$\begin{aligned}
 Q^2 &= Q_e^2 \\
 y &= y_\Sigma \\
 x &= x_m := Q_e^2 / s y_\Sigma \\
 Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= z_i Q^2 \\
 y \mapsto \hat{y} &= y \\
 x \mapsto \hat{x} &= x \\
 z_0 &= 0 \\
 \mathcal{G} &= 1/z_i
 \end{aligned} \tag{7.14}$$

Dieser Wert von z_0 bedarf aus experimenteller Sicht einer gewissen Umsicht. Zum einen bedeutet $z_0 = 0$, daß die Strukturfunktion F_2 im Limes $Q^2 \rightarrow 0$ ausgewertet werden muß, einem Bereich, in dem diese Parametrisierungen jedoch nicht gültig sind. Häufig wird für diesen Limes die Näherung [67]

$$\lim_{Q^2 \rightarrow 0} F_2(x, Q^2) = (1 - e^{-3.37 Q^2}) F_2(x, Q_{\min}^2) \text{ mit } Q^2 \leq Q_{\min}^2 \tag{7.15}$$

verwendet, wie es z.B. im HERA-Workshop [51] beschrieben ist. Es stellt sich dann jedoch die Frage, inwieweit das Endergebnis ein Resultat dieser Näherung ist. Zum

anderen ist in der H1-Analyse explizit ein rekonstruierter z -Vertex gefordert. Dies setzt jedoch hadronische Aktivität im Detektor voraus. Ein Maß hierfür bietet die invariante Masse W des γ^*p -Systems,

$$W^2 = M_p^2 + Q^2(1/x - 1) \quad (7.16)$$

$$W^2 \mapsto \hat{W}^2 = z_i W^2 \quad (7.17)$$

die Forderung $\hat{W}^2(z_i) \geq W_{\min}^2$ gibt eine untere Integrationsgrenze, die durch das Experiment festgelegt wird.

6) gemischte Methode:

mit (y_Σ, Q_Σ^2)

$$Q^2 = Q_\Sigma^2$$

$$y = y_\Sigma$$

$$x = x_m := Q_\Sigma^2 / s y_\Sigma$$

$$Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 = Q^2$$

$$y \mapsto \hat{y} = y$$

$$x \mapsto \hat{x} = x / z_i$$

$$z_0 = x$$

$$\mathcal{G} = 1 \quad (7.18)$$

Bei diesen letzten beiden Methoden verlaufen die Integrationswege orthogonal zueinander in der xQ^2 -Ebene: für (y_Σ, Q_Σ^2) auf Linien $Q^2 = \text{konstant}$ hin zu größerem x , für (y_Σ, Q_e^2) auf Linien $x = \text{konstant}$ in Richtung $Q^2 \rightarrow 0$.

7.3 δ_{RC} vom auslaufenden Elektron (FSR)

Mit den obigen Definitionen ergeben sich die radiativen Korrekturen für Abstrahlung vom auslaufenden Elektron ganz analog zum ISR Fall.

1) Elektron Variable:

$$Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 = \frac{1}{z_f} Q^2$$

$$y \mapsto \hat{y} = \frac{z_f + y - 1}{z_f}$$

$$x \mapsto \hat{x} = \frac{xy}{z_f + y - 1}$$

$$z_0 = 1 - y + xy$$

$$\mathcal{G} = \frac{z_f y}{z_f + y - 1} \quad (7.19)$$

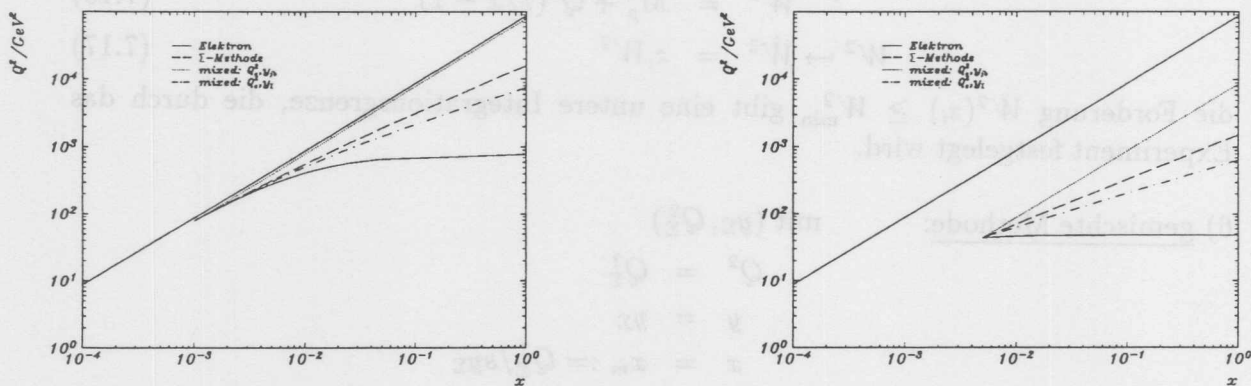


Abbildung 29: Der Integrationsweg $\Gamma(z_f)$ für FSR mit den verschiedenen Rekonstruktionsmethoden in der xQ^2 -Ebene für die Punkte $(x, y) = (0.001, 0.9)$ und $(0.005, 0.1)$.

2) Jacquet-Blondel:

$$\begin{aligned}
 Q^2 &\mapsto \hat{Q}^2 = Q^2 \\
 y &\mapsto \hat{y} = y \\
 x &\mapsto \hat{x} = x \\
 z_0 &= 0 \\
 \mathcal{G} &= 1
 \end{aligned}
 \tag{7.20}$$

Wie zu erwarten, sind die FSR-Korrekturen in $LLA(\alpha)$ identisch null für die Jacquet-Blondel Methode, da der hadronische Vertex nichts von der Abstrahlung des Photons „spürt“. Die Ergebnisse der gemischten Methode mit (Q_e^2, y_{jb}) wurden für die Berechnung der radiativen Korrekturen der H1-Analyse [46] verwendet.

3) gemischte Methode: mit Jacquet-Blondel

$$\begin{aligned}
 Q^2 &\mapsto \hat{Q}^2 = \frac{1}{z_f} Q^2 \\
 y &\mapsto \hat{y} = y \\
 x &\mapsto \hat{x} = \frac{x}{z_f} \\
 z_0 &= x
 \end{aligned}$$

$$\mathcal{G} = z_f \quad (7.21)$$

4) Σ -Methode:

Die Σ -Methode ist unabhängig von der Abstrahlung vom einlaufenden Elektron. Die FSR-Bremsstrahlung hingegen besitzt radiative Korrekturen.

$$\begin{aligned} Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= Q^2 \frac{1-y+z_f y}{z_f^2} \\ y \mapsto \hat{y} &= y \frac{z_f}{1-y+z_f y} \\ x \mapsto \hat{x} &= x \frac{(1-y+z_f y)^2}{z_f^3} \\ z_0 &= (w_+ + w_-) - a \\ \mathcal{G} &= \frac{z_f^2}{1-y+z_f y} \end{aligned} \quad (7.22)$$

Die Berechnung der Integrationsgrenze gestaltet sich für die Σ -Methode im FSR-Fall etwas aufwendiger. Der Wert von z_0 ergibt sich aus der reellen Nullstelle des Polynoms,

$$P_3(z) := z^3 - 3a(z+ab)^2 \stackrel{!}{=} 0. \quad (7.23)$$

Die Lösungsschar $z_0(x, y)$ liegt zwischen den Extremfällen $y = 0$ und $y = 1$ mit $z_0(x, 1) = x^{\frac{1}{3}}$ und $z_0(x, 0) = x$. Die allgemeine Lösung für z_0 lautet:

$$\begin{aligned} z_0(x, y) &= (w_+ + w_-) - a \\ w_{\pm} &:= \left[v \pm (v^2 - u^3)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}} \\ u &:= a^2(1+2b) \\ v &:= a^3[3(b+1)^2 - 2] \end{aligned} \quad (7.24)$$

Die Koeffizienten $a := \frac{xy^2}{3}$ und $b := \frac{1-y}{ay}$, mit $y \neq 0$, wurden so gewählt, daß die Formel (7.24) eine möglichst einfache Gestalt hat. Auch für den gemischten Fall mit (Q_e^2, y_{Σ}) erhält man keine so einfache Lösung für z_0 verglichen mit den ISR-Korrekturen.

5) gemischte Methode: mit (y_{Σ}, Q_e^2)

$$Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 = \frac{1}{z_f} Q^2$$

$$\begin{aligned}
 y \mapsto \hat{y} &= y \frac{z_f}{1 - y + z_f y} \\
 x \mapsto \hat{x} &= x \frac{(1 - y + z_f y)}{z_f^2} \\
 z_0 &= \frac{xy}{2} \left[1 + \sqrt{1 + 4 \frac{1 - y}{xy^2}} \right] \\
 \mathcal{G} &= z_f
 \end{aligned} \tag{7.25}$$

6) gemischte Methode:

mit (y_Σ, Q_Σ^2)

$$\begin{aligned}
 Q^2 \mapsto \hat{Q}^2 &= Q^2 \frac{1 - y + z_f y}{z_f^2} \\
 y \mapsto \hat{y} &= y \frac{z_f}{1 - y + z_f y} \\
 x \mapsto \hat{x} &= x \frac{(1 - y + z_f y)^2}{z_f^3} \\
 z_0 &= (w_+ + w_-) - a \\
 \mathcal{G} &= \frac{z_f^2}{1 - y + z_f y}
 \end{aligned} \tag{7.26}$$

In diesem letzten Fall sind die FSR-Korrekturen die gleichen, wie für die Σ -Methode. Dies liegt daran, daß sich die zur Verfügung stehende Schwerpunktsenergie s für FSR nicht ändert, und daher in diesem Fall $\hat{x}_m = \hat{x}_\Sigma$ gilt.

7.4 Numerische Auswertung der radiativen Korrekturen

Im HERA-Workshop [51] sind eine ganze Reihe von Programmen zur Berechnung der radiativen Korrekturen, wie z.B. TERAD, HELIOS, APHRODITES . . . , beschrieben. Daß in meiner Arbeit dennoch die radiativen Korrekturen so ausführlich diskutiert werden, liegt daran, daß diese Programme die Korrekturen für die Σ -Methode — bzw. deren Abwandlungen — nicht berechnen können: In ihnen sind nur die Elektron-Methode, Jacquet-Blondel und der gemischte Fall (y_{jb}, Q_e^2) implementiert. Auch erwies es sich im Rahmen der ELAN-Arbeitsgruppe als günstig, ein eigenständiges Programm in der Hand zu haben, welches flexibel auf unterschiedliche in der H1-Analyse angewandte Schnitte reagiert. Dies läßt sich im eigenen Programmcode meistens einfacher realisieren.

Ferner war es ein Vorteil, daß die Korrekturen für ISR und FSR getrennt behandelt wurden. Die gemischte (y_{jb}, Q_e^2) -Methode benutzte für die radiativen Korrekturen das

δ_{RC} in % für die Elektron-Methode					
x_e	y_e	TERAD91	APHRODITES	HELIOS	LLARAD
10^{-4}	0.5	80.1	81.1	50.9	83.1
	0.7	97.7	101.02	66.3	99.6
	0.9	205.1	229.16	151.6	219.8
10^{-3}	0.1	28.7	31.16	26.2	30.5
	0.5	40.7	40.58	43.0	41.8
	0.9	127.1	132.3	184.5	125.6

Tabelle 4: LLARAD im Vergleich zu TERAD, APHRODITES und HELIOS. Berechnet mit der Strukturfunktion MRS D⁰ Set1 für Elektron Variable.

Programm TERAD [68]. Dies hat jedoch in seiner Berechnung die FSR-Korrekturen implizit enthalten. Da das vom Elektronenzustand abgestrahlte Photon in einer kalometrischen Messung nicht vom Elektron getrennt werden kann, dürfen die Meßwerte jedoch nicht für FSR korrigiert werden. Die FSR-Korrekturen ließen sich in TERAD nicht auf einfachem Wege abstellen. Daher mußten diese Korrekturen nachträglich abgezogen werden, in der H1-Analyse wurden die TERAD Ergebnisse mittels meiner Berechnungen um die FSR-Korrekturen „bereinigt“ [69].

Die in den letzten Paragraphen hergeleiteten Formeln zur Berechnung der radiativen Korrekturen sind in dem von mir geschriebenen Programm „LLARAD“ implementiert, das zur numerischen Berechnung von δ_{RC} verwendet wurde. Um die Güte meiner Berechnungen zu überprüfen, habe ich in Tabelle 4 einen Vergleich zwischen LLARAD und den Programmen des HERA-Workshops für die Elektron-Methode angegeben. Es ist deutlich zu erkennen, daß für $y \rightarrow 1$ die Unterschiede zwischen den einzelnen Programmen größer werden. Dies liegt unter anderem daran, daß die logarithmische Approximation in diesem Limes ungenauer wird. Tabelle 5 zeigt den Vergleich der Ergebnisse für die Jacquet-Blondel-Methode. Die Werte für TERAD habe ich der Referenz [70] entnommen. Da KRONOS ein Monte-Carlo Generator ist, sind hier die Korrekturen ohnehin mit einem größeren Fehler versehen. In dem für die 1992 Daten relevanten kinematischen Bereich $y \leq 0.6$ sind die mit LLARAD berechneten Korrekturen in guter Übereinstimmung mit den anderen Programmpaketen.

In den Abbildungen 30 und 31 sind die radiativen Korrekturen, für die verschiedenen Methoden mit LLARAD berechnet, abgebildet. Verwendet wurden die Parametrisierungen MRS D⁻ und MRS D⁰ zur Berechnung des Wirkungsquerschnitts. Deutlich zu erkennen ist, daß bei kleinem x , d.h. großem y , die Korrekturen für die

δ_{RC} in % für die Jacquet-Blondel-Methode					
x_{JB}	y_{JB}	TERAD	KRONOS	HELIOS	LLARAD
10^{-3}	0.01	-0.19	-3.0	-0.01	-0.17
	0.1	-1.17	-4.1	-1.1	-1.12
	0.5	-4.59	-4.1	-4.5	-4.72
	0.9	-12.11	-9.9	-11.7	-11.8
10^{-2}	0.01	-0.22	0.8	-0.2	-0.19
	0.1	-1.49	-1.9	-1.4	-1.43
	0.5	-5.50	-6.0	-5.3	-5.67
	0.9	-13.98	-10.8	-13.5	-13.8

Tabelle 5: LLARAD im Vergleich zu TERAD, KRONOS und HELIOS. Berechnet mit der Strukturfunktion MRS D⁰ Set1 für Jacquet-Blondel Variable.

Analyse mit reinen Elektronenvariablen stark ansteigen. Dieser Anstieg ist zudem stark abhängig von der verwendeten Parametrisierung, siehe Abbildung 32. Diese Abhängigkeit läßt sich allerdings durch einen Schnitt in der fehlenden Energie

$$E_{\text{miss}} := E_f - \frac{1}{2} \sum_h (E_h - p_{z,h}) < 11.7 \text{ GeV} \quad (7.27)$$

drastisch reduzieren [46, 69], da die radiativen Ereignisse mit einer Photonenergie $E_\gamma > 11.7 \text{ GeV}$ unterdrückt werden. Die hadronischen Variablen sind weit weniger empfindlich gegen unterschiedliche Strukturfunktionen, wie aus den Tabellen im Anhang C zu ersehen ist.

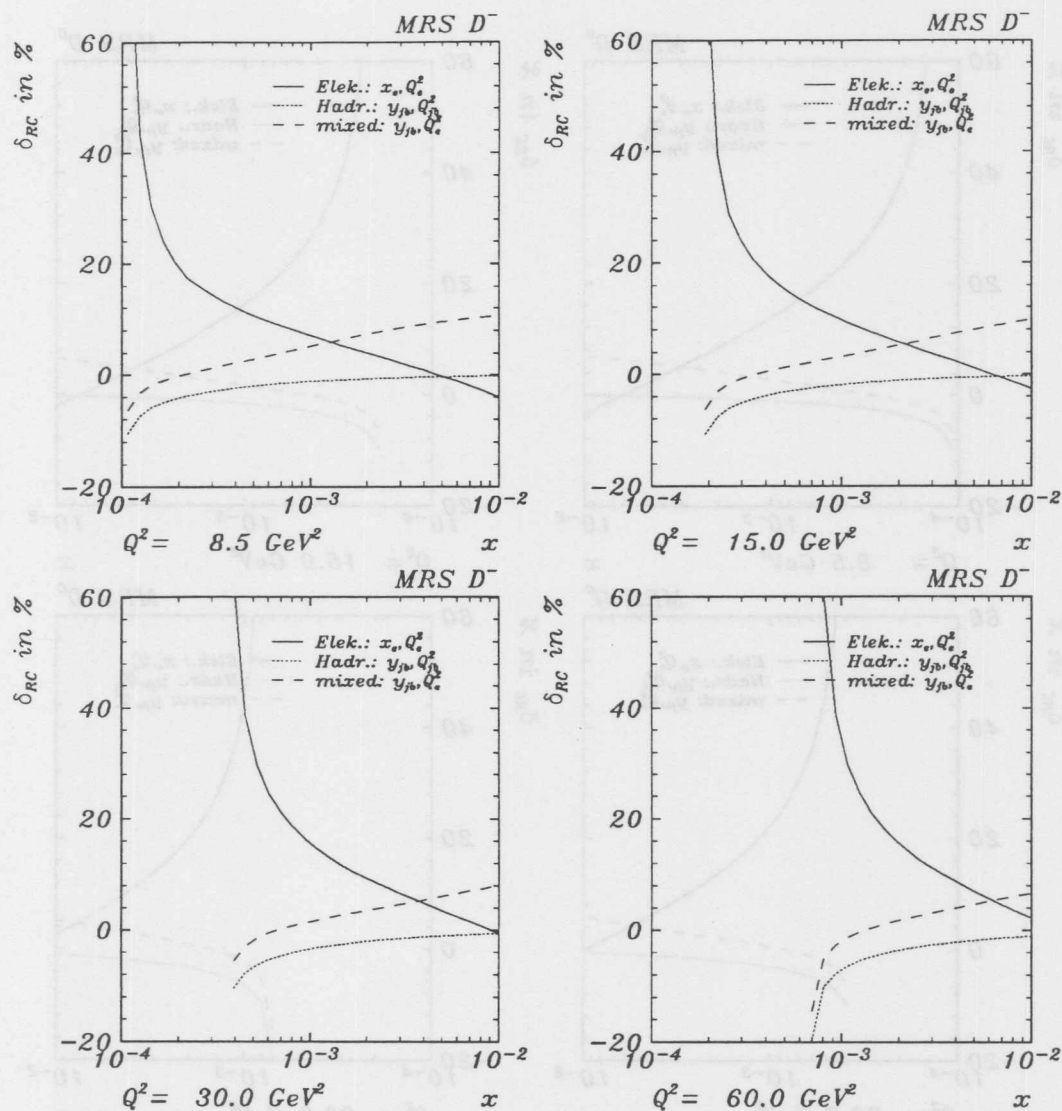


Abbildung 30: Die radiativen Korrekturen für Bremsstrahlung vom einlaufenden Elektron in $LLA(\alpha)$. Berechnet mit der Strukturfunksionsparametrisierung MRS D^- in den für die ELAN-Analyse verwendeten Q^2 -Quadraten.

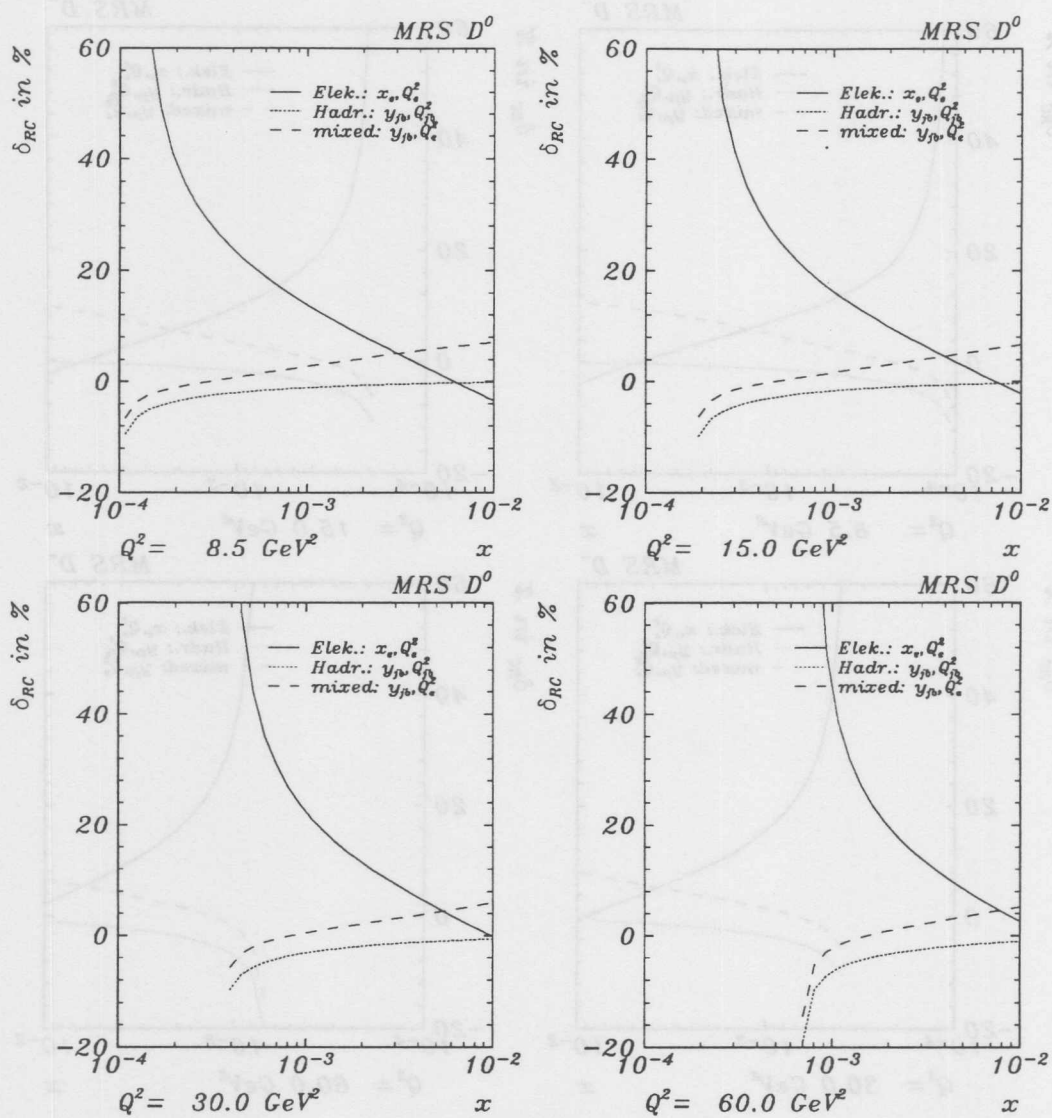


Abbildung 31: Die radiativen Korrekturen für Bremsstrahlung vom einlaufenden Elektron in LLA(α). Berechnet mit der Strukturfunctionsparametrisierung MRS D^0 in den für die ELAN-Analyse verwendeten Q^2 -Quadraten.

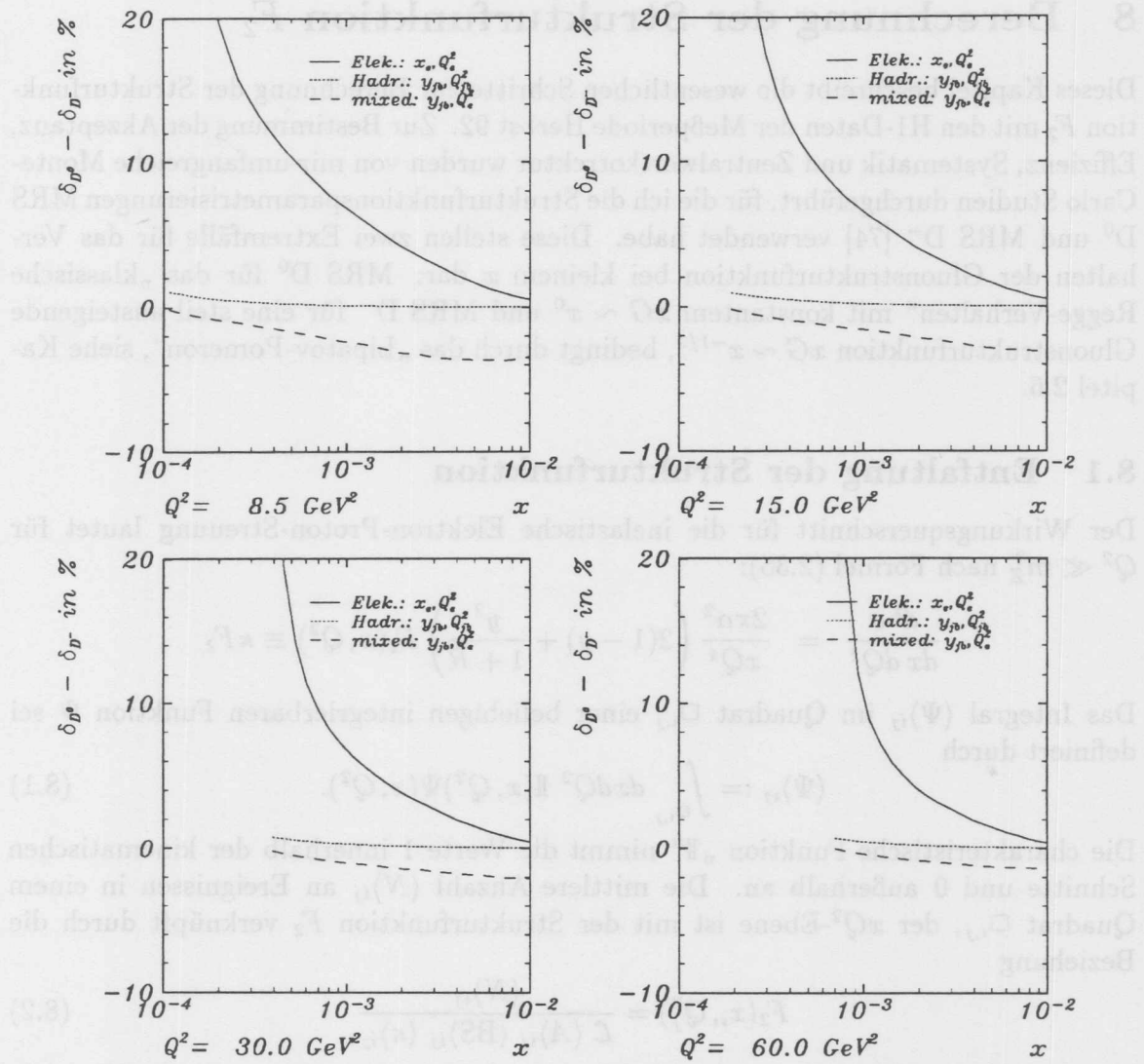


Abbildung 32: Die Abhängigkeit der radiativen Korrekturen von der verwendeten Strukturfunktion. Dargestellt durch die Differenz $\delta_{D^0} - \delta_{D^-}$.

8 Berechnung der Strukturfunktion F_2

Dieses Kapitel beschreibt die wesentlichen Schritte zur Berechnung der Strukturfunktion F_2 mit den H1-Daten der Meßperiode Herbst 92. Zur Bestimmung der Akzeptanz, Effizienz, Systematik und Zentralwertkorrektur wurden von mir umfangreiche Monte-Carlo Studien durchgeführt, für die ich die Strukturfunktionsparametrisierungen MRS D^0 und MRS D^- [74] verwendet habe. Diese stellen zwei Extremfälle für das Verhalten der Gluonstrukturfunktion bei kleinem x dar: MRS D^0 für das „klassische Regge-Verhalten“ mit konstantem $xG \sim x^0$ und MRS D^- für eine steil ansteigende Gluonstrukturfunktion $xG \sim x^{-1/2}$, bedingt durch das „Lipatov-Pomeron“, siehe Kapitel 2.6.

8.1 Entfaltung der Strukturfunktion

Der Wirkungsquerschnitt für die inelastische Elektron-Proton-Streuung lautet für $Q^2 \ll m_Z^2$ nach Formel (2.35):

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(2(1-y) + \frac{y^2}{1+R} \right) F_2(x, Q^2) \equiv \kappa F_2$$

Das Integral $\langle \Psi \rangle_{ij}$ im Quadrat $\square_{i,j}$ einer beliebigen integrierbaren Funktion Ψ sei definiert durch

$$\langle \Psi \rangle_{ij} := \int_{\square_{i,j}} dx dQ^2 \mathbb{I}(x, Q^2) \Psi(x, Q^2). \quad (8.1)$$

Die charakteristische Funktion „ \mathbb{I} “ nimmt die Werte 1 innerhalb der kinematischen Schnitte und 0 außerhalb an. Die mittlere Anzahl $\langle N \rangle_{ij}$ an Ereignissen in einem Quadrat $\square_{i,j}$, der xQ^2 -Ebene ist mit der Strukturfunktion F_2 verknüpft durch die Beziehung

$$F_2(x_i, Q_j^2) = \frac{\langle N \rangle_{ij}}{\mathcal{L} \langle A \rangle_{ij} \langle BS \rangle_{ij} \langle \kappa \rangle_{ij}} \quad (8.2)$$

wobei κ von dem Wert $R = \sigma_L/\sigma_T$ abhängt, der in dem neuen kinematischen Bereich, den HERA erschließt, noch unbekannt ist. $\langle BS \rangle_{ij}$ ist ein Korrekturfaktor, der die Abweichung des gemittelten $\langle F_2 \rangle$ -Wertes vom Zentralwert im Quadrat beschreibt. Die Akzeptanz $\langle A \rangle_{ij}$ hängt vom Detektor und den in der Analyse benutzten Schnitten ab. Als Arbeitshypothese wird angenommen, daß sich diese durch Monte-Carlo Simulation des Detektors bestimmen läßt.

$$\langle A \rangle_{ij} = \frac{\langle n^{\text{MC}} \rangle_{ij}}{\langle \kappa^{\text{MC}} \rangle_{ij} \langle F_2^{\text{MC}} \rangle_{ij}} \equiv \frac{\langle n_{\text{rec}}^{\text{MC}} \rangle_{ij}}{\langle n_{\text{gen}}^{\text{MC}} \rangle_{ij}} \quad (8.3)$$

Diese Annahme erfordert eine genaue Simulation mit einem entsprechenden „Feintuning“. Das Monte-Carlo-Programm muß daher immer wieder mit — möglichst voneinander unabhängigen — Kontrollgrößen aus den Daten sowohl *verglichen* als auch

abgeglichen werden, ein iterativer und langwieriger Prozeß. Es wurden z.B. tote Sektoren der Zentralen-Spurkammer und eine defekte Drahtebene der rückwärtigen Proportionalkammer mit in die Simulation eingebaut. Nachdem das Strahlprofil bekannt war, wurden alle Ereignisse mit einer entsprechenden z -Vertex Verteilung simuliert, so daß das Monte-Carlo-Programm das Experiment und die Daten möglichst realistisch widerspiegelt.

In Formel (8.3) ist die relative Ereignisanzahl $\langle n^{\text{MC}} \rangle = \langle N^{\text{MC}} \rangle / \mathcal{L}^{\text{MC}}$ auf die Monte-Carlo-Luminosität normiert worden. Normiert man entsprechend auch die Daten, berücksichtigt eventuellen Untergrund $\langle n^{\text{Bg}} \rangle$, sowie die radiativen Korrekturen δ_{RC} und die Effizienz $\langle \text{Eff} \rangle$, so erhält man die Formel

$$F_2(x_i, Q_j^2) = \frac{\langle n^{\text{Data}} \rangle - \langle n^{\text{Bg}} \rangle}{\langle \text{Eff} \rangle \langle n^{\text{MC}} \rangle (1 + \delta_{\text{RC}})} \frac{\langle \kappa^{\text{MC}} \rangle \langle \text{BS}^{\text{MC}} \rangle}{\langle \kappa^{\text{Data}} \rangle \langle \text{BS}^{\text{Data}} \rangle} F_2^{\text{MC}}(x_i, Q_j^2) \quad (8.4)$$

zur Berechnung der Strukturfunktion F_2 . In Formel (8.4) wurden die Indizes i, j der besseren Übersicht halber unterdrückt. Diese Art der Entfaltung erfordert eine gewisse Umsicht, da sie die Tendenz hat, das Ergebnis zur Monte-Carlo-Verteilung zu verschieben [71]. Durch einen iterativen Prozeß, unter Benutzung verschiedener Ausgangsparametrisierungen für die Strukturfunktion F_2^{MC} , die zur Generierung der Monte-Carlo Ereignisse benutzt wird, läßt sich dieser Effekt minimieren. Gleichzeitig ergibt dies eine Abschätzung für den zugehörigen systematischen Fehler in der Berechnung der Akzeptanz. In den folgenden Abschnitten werden die einzelnen Größen aus Formel (8.4) berechnet und tabelliert.

8.2 Bestimmung der Akzeptanz

Zur Auswertung von Formel (8.3) werden verschiedene Parametrisierungen der Strukturfunktion benutzt. Entscheidende Voraussetzung für den Erfolg dieser Methode ist, daß der so ermittelte Korrekturfaktor nicht, bzw. nur schwach, von der Strukturfunktion abhängt. Dies ist genau dann der Fall, wenn es zu keinem „Wanderungsprozeß“ innerhalb der kinematischen Ebene von Quadrat zu Quadrat kommt. Dies läßt sich mathematisch formulieren durch eine Integralgleichung für die Apparatur des Detektors,

$$\sigma_{\text{rec}}(x, Q^2) = \int dx' dQ'^2 \text{App}(x', Q'^2, x, Q^2) \sigma_{\text{gen}}(x', Q'^2) \quad (8.5)$$

bzw. in diskretisierter Matrixnotation, für die Ereignisanzahl in einem Quadrat $\square_{i,j}$

$$\langle n_{\text{rec}} \rangle_{ij} = \sum_{kl} \langle \text{App} \rangle_{ij}^{kl} \langle n_{\text{gen}} \rangle_{kl} . \quad (8.6)$$

Für einen idealen Detektor gilt $\langle \text{App} \rangle = \text{diag}(1, 1, \dots, 1)$. Für einen Detektor mit begrenzter Akzeptanz,— jedoch immer noch unendlich scharfer Auflösung —, gilt

$\langle App \rangle = \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_n)$, mit $0 \leq a_j \leq 1, j = 1, n$. Auch in diesem Fall sind alle Nichtdiagonalelemente der Matrix $\langle App \rangle$ null, und das Ergebnis ist unabhängig von der Eingangsparametrisierung mit $\langle A \rangle_{ij} = \langle App \rangle_{ij}^{ij}$. Leider ist in der realen Welt keine von beiden Situationen gegeben, und es kommt zu Wanderungen der generierten und rekonstruierten Ereignisanzahlen zwischen den Quadraten. Diese fallen je nach der Verteilung von σ bzw. $\langle n_{\text{gen}} \rangle$ unterschiedlich stark aus und sind somit von der Parametrisierung abhängig. Nur für den Fall, daß die zur Akzeptanzberechnung benutzte Strukturfunktion mit der im Experiment realisierten übereinstimmt, erhält man dann mit Formel (8.2) den exakten Wert ⁷ für F_2 .

Es gibt verschiedene Ansätze, das Entfaltungsproblem zu lösen, eine wird in [71] detailliert beschrieben und wurde als unabhängige Kontrolle der H1 F_2 -Publikation verwandt [72]. Die vorliegende Analyse folgt dem traditionellen Vorgehen der Lepton-Nukleon-Streuexperimente, siehe z.B. [73], das auch in der H1-Publikation verwendet wurde. Die Akzeptanz wird mit Hilfe einer Monte-Carlo Simulation nach Formel (8.7) berechnet,

$$\langle A \rangle_{ij} = \frac{\langle n_{\text{rec}} \rangle_{ij}}{\langle n_{\text{gen}} \rangle_{ij}} \quad (8.7)$$

wobei n die Anzahl der jeweiligen rekonstruierten bzw. generierten Ereignisse innerhalb der benutzten kinematischen Schnitte ist. In Abbildung 33 ist das Ergebnis für die Strukturfunktionen MRS D^0 und MRS D^- dargestellt. In den Quadraten mit $\langle Q^2 \rangle = 15$ und 30 GeV^2 ist die Akzeptanzberechnung mit einer Genauigkeit von $\simeq 10\%$ unabhängig von der Parametrisierung. Für $\langle Q^2 \rangle = 60 \text{ GeV}^2$ wird die Genauigkeit der Akzeptanzberechnung durch den statistischen Fehler der Monte-Carlo Ereignisse bestimmt. Ein Maß für die Anwendbarkeit der Methode ist die Größe der „Nettowanderungen“ $\langle n_{\text{rec}}^{\text{net}} \rangle$. Diese wird berechnet aus der relativen Anzahl der Ereignisse $\langle n^{\text{in}} \rangle$, die in ein Quadrat hineinwandern, also in einem anderen Quadrat generiert wurden, und der relativen Anzahl an Ereignissen $\langle n^{\text{out}} \rangle$, welche aus dem Quadrat herauswandern, also an anderer Stelle in der kinematischen Ebene rekonstruiert werden.

$$\left. \begin{aligned} \langle n_{\text{rec}}^{\text{in}} \rangle_{ij} &:= \sum_{kl} \langle App \rangle_{ij}^{kl} \langle n_{\text{gen}} \rangle_{kl} / \langle n_{\text{rec}} \rangle_{ij} \\ \langle n_{\text{rec}}^{\text{out}} \rangle_{ij} &:= \sum_{kl} \langle App \rangle_{kl}^{ij} \langle n_{\text{gen}} \rangle_{ij} / \langle n_{\text{rec}} \rangle_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (kl) \neq (ij) \quad (8.8)$$

$$\langle n_{\text{rec}}^{\text{net}} \rangle_{ij} := \langle n_{\text{rec}}^{\text{in}} \rangle_{ij} - \langle n_{\text{rec}}^{\text{out}} \rangle_{ij} \quad (8.9)$$

Für Formel (8.8) werden nur rekonstruierte Ereignisse benutzt, so daß sich reine Akzeptanzeffekte herauskürzen und einzig die relativen Wanderungsbewegungen, als Folge der begrenzten Auflösung, in die Formel (8.9) eingehen. Per Konstruktion ist $\langle n_{\text{rec}}^{\text{net}} \rangle = 0$, wenn genau so viele Ereignisse zu- wie abwandern. Da diese Information allein noch keine Aussage über die einzelnen Wanderungsbewegungen macht, ist in

⁷Dies gilt alles natürlich nur unter dem Vorbehalt, daß die Monte-Carlo Simulation eine genaue Beschreibung des Detektors ist.

Abbildung 34 nicht nur $\langle n_{\text{rec}}^{\text{net}} \rangle$ aufgetragen, sondern auch $\langle n_{\text{rec}}^{\text{in}} \rangle$, als oberer Fehlerbalken und $\langle n_{\text{rec}}^{\text{out}} \rangle$ als unterer Fehlerbalken. In dem für diese Analyse relevanten Bereich unterscheiden sich die Nettowanderungen um weniger als 10 % zwischen den Parametrisierungen MRS D^- und MRS D^0 , siehe Tabelle 18 im Anhang. Diese Unsicherheit in der Akzeptanzberechnung geht letztendlich als systematischer Fehler

$$\langle A_{\text{sys}} \rangle := 2 \frac{|\langle A_{D^0} \rangle - \langle A_{D^-} \rangle|}{\langle A_{D^0} \rangle + \langle A_{D^-} \rangle} \quad (8.10)$$

der Akzeptanz in die Analyse ein.

8.3 Bestimmung der Effizienz

Im Idealfall, daß das Simulationsprogramm den Detektor exakt beschreibt, ist es nicht notwendig, die Effizienz in Formel (8.4) einzuführen, da deren Effekt automatisch in der Simulation richtig bestimmt wird. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt liegt diese Situation noch nicht vor, und bestimmte Verluste müssen nachträglich aus den Daten berechnet werden. Im einzelnen sind dies:

- Die Effizienz des Elektrontriggers im rückwärtigen Kalorimeter. Dieser Trigger ist für Elektronenergien größer 10 GeV zu 100 % verlustfrei.
- Verluste bedingt durch ein falsches Veto vom Flugzeitsystem. Diese wurden zu $4 \pm 3\%$ bestimmt.
- Ein Teil der DIS-Ereignisse geht durch die Restriktion des z -Vertex verloren. Diese Verluste wurden mit $10 \pm 2\%$ bestimmt.

Diese Effizienzen beeinflussen alle Quadrate gleichermaßen und gehen global in die Analyse ein, mit $\text{eff}_{\text{global}} = 0.86 \pm 0.07$. Diese Werte wurden der H1 Publikation [46] entnommen. Zusätzlich hierzu kommen Verluste, bedingt durch die in der Analyse verwandten Schnitte, die in den einzelnen Quadraten gesondert berechnet wurden. Hier zu sei

$$Z := \bigcup_{k=1}^m Y_k \quad (8.11)$$

die Vereinigung aller Analyseschnitte Y_k und

$$Z/X := \bigcup_{k=1}^m Y_k/X \quad (8.12)$$

die Vereinigung aller Analyseschritte Y_k mit Ausnahme von Schnitt X . Der Unterdrückungsfaktor r_X ist dann per Konstruktion definiert, als Quotient aus der Anzahl an Ereignissen vor und nach dem Schnitt X :

$$\begin{aligned} \langle r_{Z/X} \rangle_{ij} &:= \frac{\langle n \rangle_{ij}}{\langle n_{Z/X} \rangle_{ij}} \quad \text{mit} & (8.13) \\ \langle n \rangle_{ij} &:= \{ \# \text{Ereignisse}(Z) \in \square_{i,j} \} \\ \langle n_{Z/X} \rangle_{ij} &:= \{ \# \text{Ereignisse}(Z/X) \in \square_{i,j} \} \end{aligned}$$

Die Effizienz eff_X bestimmt den unterschiedlichen Einfluß dieser Schritte in den Daten und der Monte-Carlo Simulation.

$$\langle \text{eff}_X \rangle := \frac{\langle r_{Z/X} \rangle^{\text{Data}}}{\langle r_{Z/X} \rangle^{\text{MC}}} \quad (8.14)$$

Die Indizes i, j wurden der besseren Übersicht wegen unterdrückt. Im Idealfall einer hundertprozent realistischen Detektorsimulation soll diese Effizienz eins sein. Mit Hilfe von Formel (8.14) wurden die Verluste berechnet für

- Die Forderung eines rekonstruierten z -Vertex mit $z \leq 50$ cm.
- Verluste bedingt durch die Bedingung, daß das Cluster im Kalorimeter mit einem Treffer in der rückwärtigen Proportionalkammer assoziiert sein muß, sowie der Forderung, daß der Schauerradius auf maximal 5 cm beschränkt wurde.
- Verluste durch die Forderung, daß ein Viertel aller Spuren zum Vertex zeigen müssen.

Die Gesamteffizienz $\langle \text{Eff} \rangle$ wird berechnet als das Produkt der einzelnen Effizienzen:

$$\langle \text{Eff} \rangle_{ij} := \text{eff}_{\text{global}} \prod_{k=1}^m \langle \text{eff}_{X_k} \rangle_{ij} \quad (8.15)$$

In den Tabellen (19)—(21) des Anhangs sind die Ergebnisse dieser Berechnungen aufgelistet. Die Korrekturen bewegen sich im Rahmen von 2 – 5% und zeigen, daß die Simulation die Daten und Schritte weitestgehend richtig beschreibt.

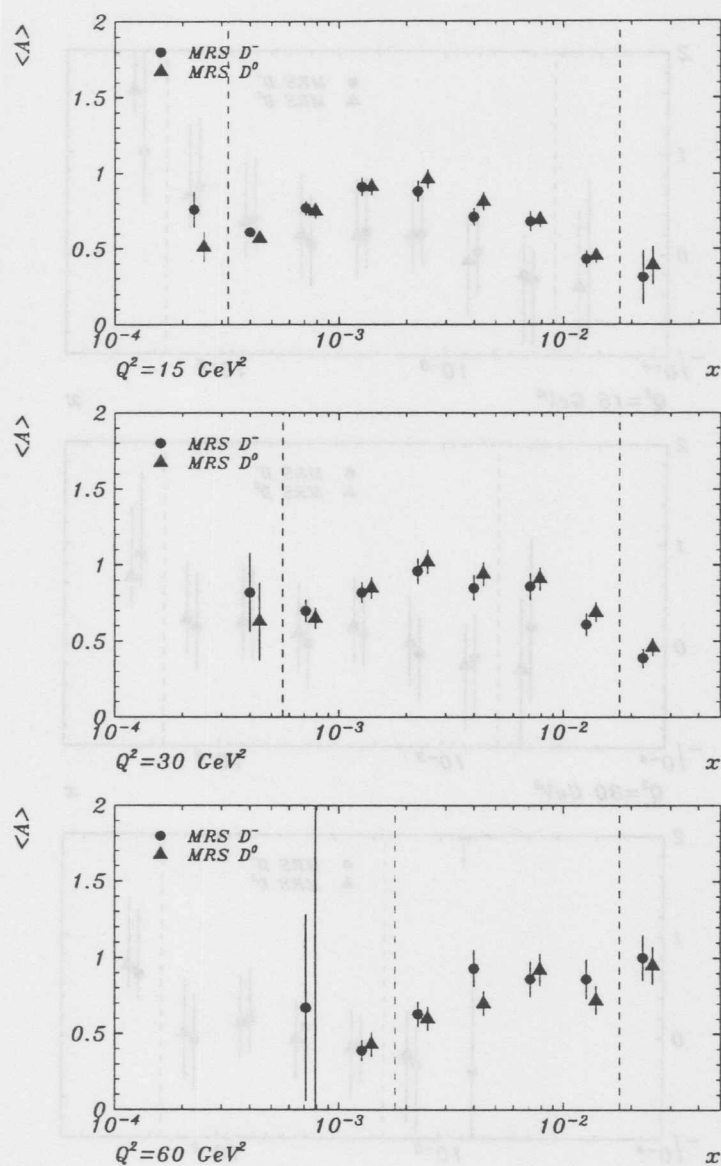


Abbildung 33: Vergleich der Akzeptanzberechnung für die Strukturfunctionen MRS D^0 und MRS D^- . Die Fehlerbalken entsprechen dem statistischen Fehler. Gestrichelt sind die kinematischen Grenzen der Analyse angedeutet.

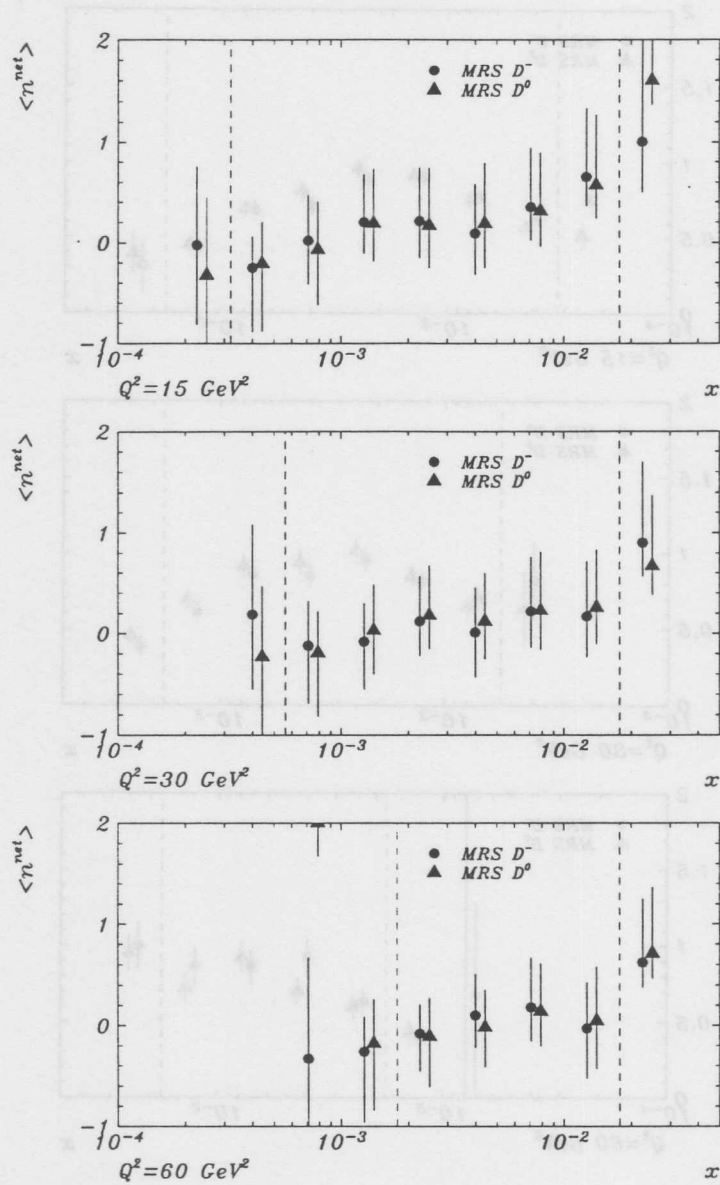


Abbildung 34: Vergleich der Nettowanderungen $\langle n_{rec}^{net} \rangle$ für die Parametrisierungen MRS D^0 und MRS D^- . Nur die zwischen den gestrichelt gezeigten Grenzen liegenden x -Werte sind in dieser Analyse benutzt worden. Die Fehlerbalken geben nicht den statistischen Fehler an, sondern die relative Anzahl an zu- (oberer Balken) bzw. an abgewanderten Ereignissen (unterer Balken).

8.4 Bestimmung der Zentralwertkorrektur

Die aktive Fläche $\langle \mathbb{I} \rangle / \square$									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	$< 10^{-2}$	0.522	1.000	1.000	1.000	1.000
30.0	—	—	0.050	0.697	1.000	1.000	1.000	1.000	0.877
15.0	—	0.122	0.825	0.967	0.888	0.850	0.803	0.800	0.707
7.5	0.043	0.365	0.147	$< 10^{-2}$	—	—	—	—	—

Tabelle 6: Die aktive Fläche $\langle \mathbb{I} \rangle / \square$ für die Zentralwertkorrektur.

Die Zentralwertkorrektur $\langle \text{BS} \rangle_{ij}$ korrigiert den gemittelten Wirkungsquerschnitt $\langle \sigma \rangle_{ij}$ auf den Wert $\sigma(x_i, Q_j^2)$ im Quadrat $\square_{i,j}$,

$$\langle \text{BS} \rangle_{ij} := \frac{\langle \sigma \rangle_{ij}}{\sigma(x_i, Q_j^2)}. \quad (8.16)$$

Hierbei ist $(x_i, Q_j^2) \in \square_{i,j}$ ein beliebiger, frei zu wählender Punkt im Quadrat, — im allgemeinen der Zentralwert —, an dem F_2 bestimmt werden soll. Das Integral Formel (8.16) wird mit den entsprechenden Schnitten der Analyse ausgewertet, so daß z.B. aus dem „Quadrat“ an den Rändern der kinematischen Ebene, $y \rightarrow 1$, effektiv ein „Dreieck“ wird. Für einen konstanten Wirkungsquerschnitt entspricht $\langle \text{BS} \rangle$ genau dem Flächeninhalt des jeweiligen Quadrats, so daß die relative Zentralwertkorrektur,

$$\langle \widehat{\text{BS}} \rangle_{ij} = \frac{\langle \text{BS} \rangle_{ij}}{\langle \mathbb{I} \rangle_{ij}}, \quad (8.17)$$

definiert als Quotient aus Zentralwertkorrektur und dem Flächeninhalt, möglichst konstant sein soll, unabhängig von der Parametrisierung. In Tabelle 6 ist das Verhältnis, aus dem Integral über die \mathbb{I} -Funktion, innerhalb der kinematischen Schnitte $0.01 < y < 0.5$ und $\theta < 172.5^\circ$, und der Quadratfläche aufgeführt. Deutlich ist die in Tabelle 2 angedeutete Struktur wiederzuerkennen. Die Abhängigkeit der Zentralwertkorrektur von der Strukturparametrisierung wurde mit den Strukturparametrisierungen MRS D^- und MRS D^0 , mittels der Formel

$$\langle \text{BS}_{\text{sys}} \rangle := 2 \frac{|\langle \text{BS}_{D^0} \rangle - \langle \text{BS}_{D^-} \rangle|}{\langle \text{BS}_{D^0} \rangle + \langle \text{BS}_{D^-} \rangle} \quad (8.18)$$

berechnet. Die Unterschiede der Zentralwertkorrekturen, in Tabelle 23 und Tabelle 22, sind in allen in dieser Analyse verwendeten Quadraten kleiner als 1%. Der systematische Fehler kann nach Tabelle 24 als vernachlässigbar angesehen werden. Dieses Resultat wurde zusätzlich mit den Parametrisierungen KMRS B^0 , MTB1 und MTB2 überprüft.

8.5 Bestimmung der systematischen Fehler

Eine Kalibrierung des H1 Detektors war für die Datennahme 1992 nur sehr rudimentär vorhanden. Dies lag zum einen daran, daß das Experiment sich in der Anfangsphase befand, zum anderen an der sehr begrenzten Statistik, so daß umfangreichere Kontrollmessungen nicht möglich waren. Dies bedeutet z.B., daß nur eine globale Kalibrierung des Kalorimeters mit $\pm 7\%$ vorliegt. Eine zellweise Kalibration wird erst mit den '93er Daten möglich werden. Um dennoch Aussagen über den systematischen Fehler der F_2 Analyse machen zu können, habe ich die gemessenen Daten künstlich um ihre derzeit bekannten Kalibrationskonstanten, für die benutzten Variablen E_f, ϑ_e und E_{LAR} , variiert und deren Auswirkungen studiert. Die hieraus resultierenden Abweichungen in der F_2 Messung gingen dann in den systematischen Fehler ein. Zur Berechnung der Systematik für die F_2 Bestimmung wurden folgende Effekte untersucht:

- Unsicherheit in der Berechnung des Untergrunds $\langle n^{\text{Bg}} \rangle$.
- Einfluß des Fragmentationsmodells auf die Berechnung von y_Σ .
- Einfluß der zur Entfaltung verwendeten Strukturfunktion, auf
 - die Akzeptanzberechnung $\langle A \rangle$.
 - die Zentralwertkorrektur $\langle \text{BS} \rangle$.
 - die radiative Korrektur $\langle 1 + \delta_{\text{RC}} \rangle$.
- Unsicherheit in der absoluten Elektronenergieskala von $\pm 2\%$.
- Unsicherheit in der Bestimmung des Elektronwinkels ϑ_e von ± 5 mrad.
- Unsicherheit der hadronischen Energieskala im Flüssig-Argon Kalorimeter von $\pm 7\%$.

Als konservative Abschätzung des systematischen Fehlers der Untergrundberechnung habe ich angenommen, daß diese um maximal 50 % falsch sein kann. In jedem Quadrat ging daher die Hälfte des Untergrunds in den systematischen Fehler ein. Da nur Quadrate mit einem Verhältnis $\langle n^{\text{Bg}} \rangle / \langle n^{\text{Data}} \rangle < 0.1$ in der Analyse benutzt wurden, bedeutet dies einen maximalen Fehler von 5 %, bedingt durch die Untergrundberechnung.

Der Einfluß des verwendeten Fragmentationsmodells war in der Größenordnung von 10 %. Für diese Analyse wurden Matrixelemente mit nachfolgendem Parton-Schauer benutzt (MEPS). Diese Kombination zeigte eine gute Beschreibung des gemessenen hadronischen Flußes [52]. Detailliertere Studien mit den neuen Daten des Jahres 1993 werden zeigen, welches der Modelle die HERA Kinematik am besten beschreibt.

Die nächste Unsicherheit entsteht durch die benutzte Strukturfunktion. Wie oben

gezeigt wurde hängt die Zentralwertkorrektur nur schwach von der Strukturfunktion ab. Für die in dieser Analyse benutzten Quadranten waren die Unterschiede kleiner als 1%, so daß sich der Bruch $\langle BS^{\text{MC}} \rangle / \langle BS^{\text{Data}} \rangle$ aus Formel (8.4) herauskürzt. Für die Σ -Methode sind, nach den Überlegungen in den Kapiteln 4.6 und 7, die radiativen Korrekturen $\mathcal{O}(\alpha)$ identisch Null, so daß keine Abhängigkeit von der Strukturfunktion zu erwarten ist. Der systematische Fehler der Akzeptanzberechnung ist in Tabelle 18 angegeben. Dieser Fehler kann verkleinert werden, wenn man die ersten HERA Meßergebnisse für die Strukturfunktion F_2 als Ausgangspunkt einer neuen Analyse benutzt.

In den Tabellen (25) — (27) des Anhangs sind die systematischen Fehler für eine fehlerhafte Kalibration der Variablen E_f, ϑ_e und E_{LAR} angegeben. Die abgeschätzten systematischen Fehler sind Schwankungen durch die begrenzte Monte-Carlo-Statistik unterworfen, die nicht geglättet wurden. Nach den Analyseschnitten betrug die Monte-Carlo Statistik für diese Studien etwa 20 - 400 Ereignisse/Quadrat, so daß die Bestimmung der systematischen Fehler auf ungefähr 5 — 15 % genau ist.

8.6 Numerische Auswertung

Die einzige verbleibende Unbekannte in Formel (8.4) ist der kinematische Faktor $\langle \kappa^{\text{Data}} \rangle$, d.h. der Wert von $R(x, Q^2)$. In nullter Ordnung Störungstheorie ist R identisch null und kann nur mit NLO-Formeln berechnet werden. Daher ist R , bedingt durch die verwendete Strukturfunktion, mit einer Unsicherheit versehen. Für die vorliegende Analyse ist dies jedoch nicht von großer Bedeutung, da R mit einem Faktor y^2 unterdrückt ist. Der entstehende Unterschied in F_2 , zwischen den Werten $R \equiv 0$ und $R = R_{\text{QCD}}(x, Q^2)$, berechnet im Anhang B, ist kleiner als 4 % für die größten y Werte von $\langle y \rangle \approx 0.4$. In dem restlichen, in dieser Analyse betrachteten, kinematischen Bereich ist der Unterschied vernachlässigbar. Für die Auswertung wurden R bzw. F_L mit der Strukturfunktion MRS D^- mittels der Altarelli-Martinelli Formel (B.7) berechnet. Mit Hilfe von Tabelle 7 ist es möglich, die Strukturfunktion auf andere R -Werte umzurechnen, sofern genauere theoretische/experimentelle Erkenntnisse für R vorliegen. Nach diesen Überlegungen verkürzt sich Formel (8.4) zu der handlichen Form

$$F_2(x_i, Q_j^2) = \frac{\langle n^{\text{Data}} \rangle - \langle n^{\text{Bg}} \rangle}{\langle \text{eff} \rangle \langle n^{\text{MC}} \rangle} \frac{\langle \kappa^{\text{MC}} \rangle}{\langle \kappa^{\text{Data}} \rangle} F_2^{\text{MC}}(x_i, Q_j^2), \quad (8.19)$$

die für die jetzige Datennahme zur Berechnung benutzt wurde.

Q^2/GeV^2	x	y	$F_2 \pm \delta F_2$	δ_{stat}	δ_{sys}	R_{QCD}
15	0.00042	0.407	1.31 ± 0.31	0.16	0.27	0.41
	0.00075	0.229	1.11 ± 0.14	0.11	0.09	0.38
	0.00133	0.129	1.00 ± 0.12	0.10	0.07	0.36
	0.00237	0.072	0.77 ± 0.13	0.09	0.10	0.33
	0.00421	0.041	0.86 ± 0.20	0.10	0.17	0.29
	0.00749	0.023	0.69 ± 0.16	0.09	0.13	0.26
	0.01333	0.013	0.59 ± 0.24	0.13	0.20	0.22
30	0.00075	0.457	1.44 ± 0.38	0.23	0.31	0.32
	0.00133	0.258	1.20 ± 0.23	0.16	0.17	0.31
	0.00237	0.145	1.07 ± 0.17	0.13	0.11	0.28
	0.00421	0.081	1.05 ± 0.22	0.13	0.17	0.26
	0.00749	0.046	0.68 ± 0.21	0.11	0.18	0.22
	0.01333	0.026	0.50 ± 0.12	0.08	0.10	0.19
60	0.00237	0.289	1.84 ± 0.54	0.33	0.43	0.25
	0.00421	0.163	0.99 ± 0.35	0.18	0.29	0.22
	0.00749	0.091	1.28 ± 0.30	0.20	0.22	0.20
	0.01333	0.051	0.75 ± 0.22	0.15	0.15	0.17

Tabelle 7: Die Protonstrukturfunktion $F_2(x, Q^2)$ ermittelt mit der Σ -Methode. Der statistische und der systematische Fehler sind quadratisch zum vollen Fehler aufaddiert. Im Fehler ist die Unsicherheit von 8 % in der Luminositätsmessung nicht enthalten.

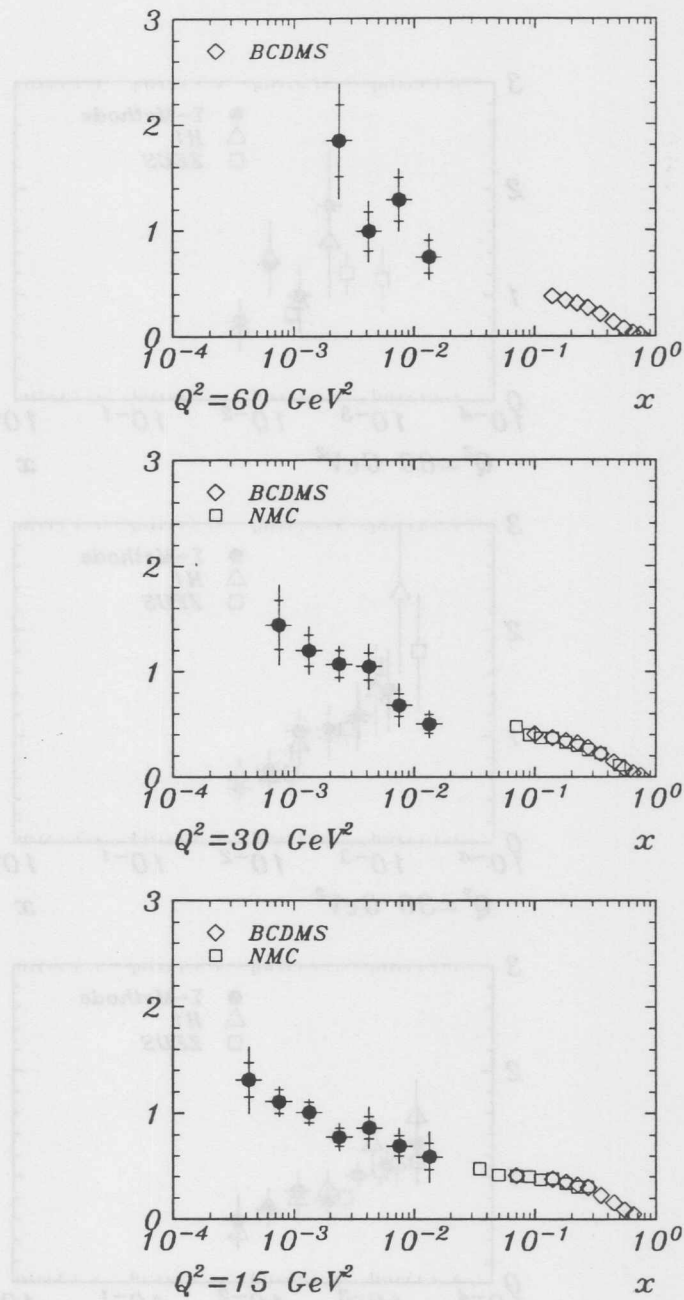


Abbildung 35: Die mit der Σ -Methode ermittelte Strukturfunktion F_2 , im Vergleich zu den Experimenten BCDMS und NMC. Die inneren Fehlerbalken repräsentieren den statistischen Fehler, der systematische und statistische Fehler sind quadratisch zum vollen Fehlerbalken addiert. Die Normierungsunsicherheit von 8 % ist in dieser und in den folgenden Abbildungen nicht gezeigt.

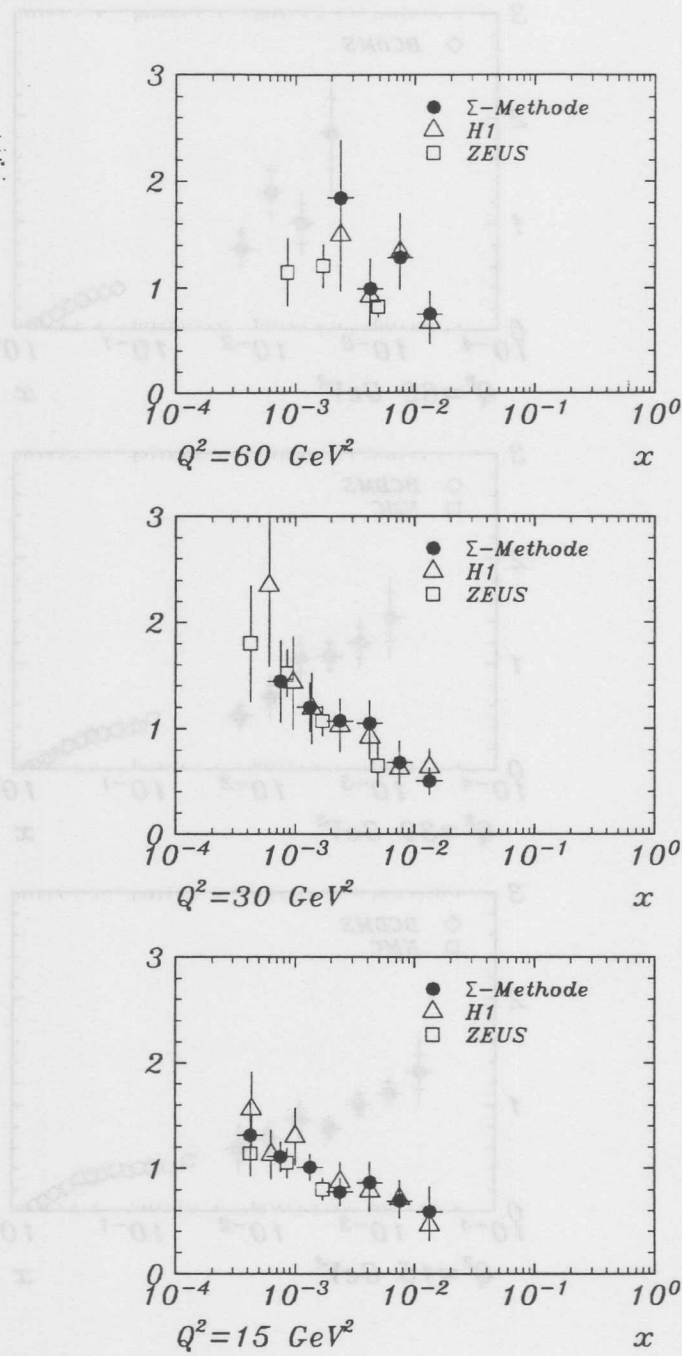


Abbildung 36: Die mit der Σ -Methode ermittelte Strukturfunktion F_2 , im Vergleich zu den offiziellen Ergebnissen der H1- und ZEUS-Kollaboration.

8.7 Diskussion der F_2 -Messung

In Abbildung 35 ist die x -Abhängigkeit der Strukturfunktion F_2 , in den drei in dieser Analyse verwendeten Q^2 -Intervallen, gezeigt. In diesem Bild sind zusätzlich die Messungen der Experimente BCDMS und NMC dargestellt. Abbildung 35 zeigt deutlich, daß die Daten den bislang bekannten kinematischen Bereich um zwei Größenordnungen in x ausdehnen und HERA bereits mit der ersten Datennahme wertvolle Hinweise über das F_2 Verhalten bei kleinsten x liefert. Abbildung 36 vergleicht die veröffentlichten Resultate der H1- und der ZEUS-Kollaboration mit denen der Σ -Methode. Im Rahmen der Fehler stimmen die drei Messungen sehr gut überein. Mit kleiner werdendem x steigt die Strukturfunktion F_2 an. Da die Strukturfunktion in diesem Bereich durch die Seequarkdichte bestimmt wird, gibt diese Messung einen Hinweis auf einen Anstieg der Gluonstrukturfunktion xG , siehe die Diskussion in Kapitel 2.5. In Abbildung 37 wird die gemessene Strukturfunktion mit verschiedenen aktuellen Parametrisierungen verglichen.

Die MRS [74] und CTEQ [75] Parametrisierungen sind phänomenologische Anpassungen an bekannte Daten der Festtargetexperimente. Die Parametrisierung MRS D^0 besitzt für kleine x eine konstante Gluondichte $xG \sim x^0$, während die Funktion MRS D^- mit $xG \sim 1/\sqrt{x}$ dem Lipatov-Pomeron nachempfunden ist .

Die CTEQ1MS Parametrisierung besitzt ebenfalls eine singuläre Gluondichte, die jedoch nicht so stark an die Seequarks gekoppelt ist wie bei der MRS D^- Parametrisierung, so daß F_2 nicht proportional zu xG ansteigt.

Die GRV Parametrisierung [76] entwickelt die Valenzquarkdichten, ausgehend von $Q_0^2 = 0.3 \text{ GeV}^2$, mit Hilfe der störungstheoretischen QCD in den kinematischen Bereich von HERA. Hierbei wird als Randbedingung die Annahme gemacht, daß die Seequark- und Gluondichten bei dem Wert Q_0^2 identisch null sind und sich dann dynamisch nach den Altarelli-Parisi-Gleichungen entwickeln. Diese Parametrisierung ist daher keine Extrapolation eines phänomenologischen Fits in den kinematischen Bereich von HERA, sondern es handelt sich hier um eine theoretische Vorhersage, basierend auf der störungstheoretischen Quantenchromodynamik. Daher ist der Vergleich mit den HERA Messungen besonders interessant. Die MRS/CTEQ Parametrisierungen lassen sich an die HERA Daten anpassen, dies ist für die GRV Strukturfunktion, sind die Randbedingungen bei Q_0^2 einmal fixiert, nicht möglich. Abweichungen deuten daher auf eine andere dynamische Entwicklung der Partonverteilungen hin, als sie von den DGLAP-Gleichungen vorhergesagt werden.

Die F_2 -Messung ist sowohl mit der MRS D^- als auch der GRV-Parametrisierung verträglich, während die Verteilungen mit schwach ansteigender Strukturfunktion die

Daten nicht so gut beschreiben. Dies bedeutet, daß die berechnete F_2 sowohl mit der DGLAP-Entwicklung im Einklang ist, wie sie in der GRV-Parametrisierung verwandt wurde, als auch eine Entwicklung mit einem Lipatov-Pomeron nicht ausschließt. Eine nahezu konstante x -Abhängigkeit, wie es die Regge-Theorie nahelegt, ist nicht bevorzugt. Das Einsetzen einer Saturation, wie es die GLR-Gleichungen nahelegen, ist nicht zu beobachten.

Um genauere Aussagen machen zu können muß allerdings der Meßbereich zu kleineren x -Werten ausgedehnt werden. Dies erfordert eine größere Statistik und eine entsprechend verbesserte Systematik. Die Datennahme von 1993 mit einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L} \approx 500 \text{ nb}^{-1}$ läßt sicherlich interessante Rückschlüsse über das Verhalten bei kleinen x zu und wird es vielleicht ermöglichen, Abweichungen von der DGLAP-Entwicklung beobachten zu können.

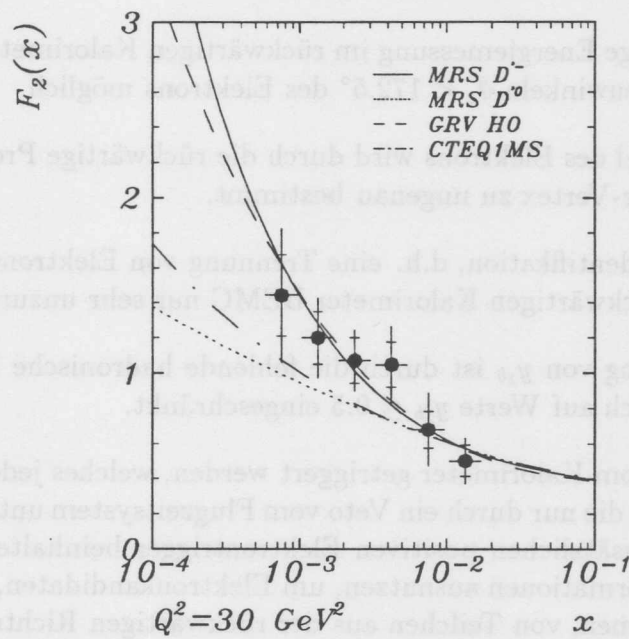
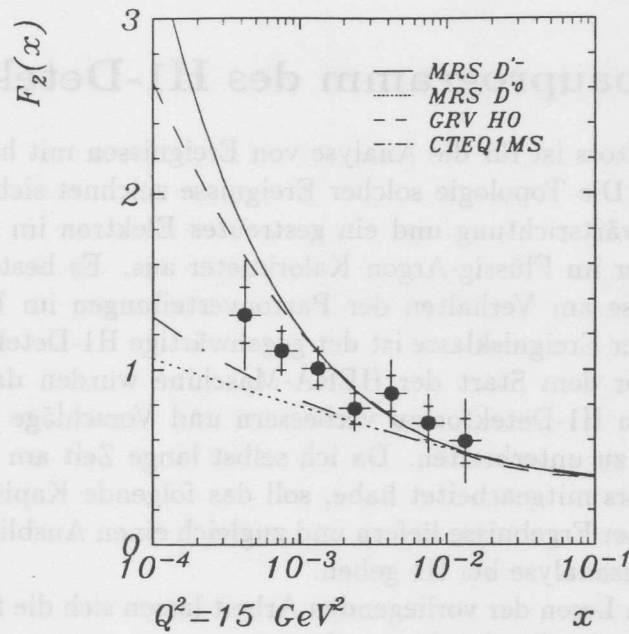


Abbildung 37: Die mittels der Σ -Methode ermittelte Strukturfunktion F_2 im Vergleich zu den im Text diskutierten Parametrisierungen.

9 Das Ausbauprogramm des H1-Detektors

Der jetzige H1-Detektor ist für die Analyse von Ereignissen mit hohen Impulsüberträgern ausgerichtet. Die Topologie solcher Ereignisse zeichnet sich durch hochenergetische Jets in Vorwärtsrichtung und ein gestreutes Elektron im rückwärtigen Kalorimeter BEMC oder im Flüssig-Argon Kalorimeter aus. Es besteht jedoch großes theoretisches Interesse am Verhalten der Partonverteilungen im Bereich kleiner x . Für die Analyse dieser Ereignisklasse ist der gegenwärtige H1-Detektor nicht optimal ausgelegt. Schon vor dem Start der HERA-Maschine wurden daher Arbeitsgruppen gebildet, um den H1-Detektor zu verbessern und Vorschläge für einen Ausbau des H1-Experiments zu unterbreiten. Da ich selbst lange Zeit am Design des neuen Silizium-Spurdetektors mitgearbeitet habe, soll das folgende Kapitel eine kurze Zusammenfassung meiner Ergebnisse liefern und zugleich einen Ausblick auf die zukünftige Struktur funktionsanalyse bei H1 geben.

Bereits beim genauen Lesen der vorliegenden Arbeit lassen sich die folgenden, wesentlichen Schwachpunkte des H1-Detektors erkennen.

- Eine zuverlässige Energiemessung im rückwärtigen Kalorimeter ist nur bei relativ kleinen Streuwinkeln $\vartheta_e < 172.5^\circ$ des Elektrons möglich.
- Der Streuwinkel des Elektrons wird durch die rückwärtige Proportionalkammer BPC und den z -Vertex zu ungenau bestimmt.
- Eine Elektronidentifikation, d.h. eine Trennung von Elektronen und Hadronen, ist mit dem rückwärtigen Kalorimeter BEMC nur sehr unzureichend möglich.
- Die Bestimmung von y_{jb} ist durch die fehlende hadronische Messung im rückwärtigen Bereich auf Werte $y_{jb} \leq 0.5$ eingeschränkt.

Da DIS-Ereignisse vom Kalorimeter getriggert werden, welches jedoch eine hohe Untergrundrate besitzt, die nur durch ein Veto vom Flugzeitsystem unterdrückt wird, soll der Ausbau einen zusätzlichen positiven Elektrontrigger beinhalten. Dieser Trigger soll topologische Informationen ausnutzen, um Elektronkandidaten, die vom Wechselwirkungspunkt kommen, von Teilchen aus der rückwärtigen Richtung zu unterscheiden.

- Es fehlt ein Elektrontrigger, der Spurinformaton ausnutzt und gleichzeitig den strahlinduzierten Untergrund diskriminiert.

Ferner ist für Charm-Physik eine genaue Bestimmung des primären und der sekundären Vertizes notwendig. Dies ist erforderlich, um z.B. D^* - oder J/Ψ -Ereignisse genau zu rekonstruieren.

- Die Analyse von Teilchen aus den verschiedenen Zerfallskanälen erfordert sowohl eine genaue Bestimmung des z - als auch des xy -Vertex.

Als Abhilfe dieser aufgeführten Punkte ist geplant,

- ein neues rückwärtiges Kalorimeter, das sowohl Hadronen als auch Elektronen vermessen kann,
- eine neue rückwärtige Spurkammer **BDC**
- und zwei Silizium Spurdetektoren (**CST**=Central Silicon Tracker), für den zentralen Bereich und (**BST**=Backward Silicon Tracker) für den rückwärtigen Bereich,

in das H1-Experiment einzubauen. Da ich selber am Design des rückwärtigen Spurdetektors BST beteiligt war, werden meine Beiträge hierzu im Folgendem diskutiert, während die anderen Detektorkomponenten nur der Vollständigkeit halber aufgeführt sind. Darüber hinausgehende Informationen sind im technischen Proposal [77] und [78, 79] zu finden.

9.1 Die neue Spurkammer und das Kalorimeter

Die neue Spurkammer BDC und das neue Kalorimeter sollen in der zweiten Ausbauphase des BST's, d.h. zusammen mit dem Einbau der ϕ -Streifendetektoren, den H1-Detektor komplettieren. Es ist vorgesehen, daß dieser Ausbau im Jahr 1995 erfolgt.

Die BDC erfüllt mehrere Aufgaben,

- Bestimmung des Eintrittspunktes in das nachfolgende Kalorimeter mit einer Genauigkeit von ≈ 1 mm.
- Bereitstellung von Spursegmenten, die als Initiator für die Spurerkennung in der CJC oder des BST dienen.
- Bereitstellung einer schnellen Triggerentscheidung.
- Erkennung von Energieverlusten des Elektrons, d.h. die Identifizierung von elektronischen Schauern, die im toten Material vor der Kammer entstehen.

Verglichen mit dem z -Vertex-BPC-Link wird im Zusammenspiel von BST und BDC eine wesentlich bessere und genauere Spurerkennung bei großen ϑ_e -Winkeln möglich.

Als letzte Ergänzung schließt sich das neue „Spaghetti“-Kalorimeter an. Es ermöglicht sowohl elektromagnetische als auch hadronische Kalometrie, so daß auch der hadronische Fluß zur Bestimmung von y_{jb} voll ausgenutzt werden kann. Dies

ermöglicht es, die Beschränkung $y_{jb} \leq 0.5$ in künftigen Analysen zu durchbrechen. Die Designwerte für das Kalorimeter sind entsprechend den physikalischen Anforderungen

- Eine absolute Elektronenergiekalibrierung von besser 0.5 %.
- Eine Elektronenergieauflösung von mindestens 2 % im Bereich 20 — 30 GeV.
- Eine e/π - Unterscheidung von mindestens 10^{-3} für $E \geq 2$ GeV.
- Bereitstellung eines schnellen Triggers
- Bestimmung der hadronischen Energie.

9.2 Der Rückwärts-Silizium-Spurdetektor

Der Rückwärts-Silizium-Spurdetektor in seiner ursprünglichen Form [78] hatte die Aufgabe, den Polarwinkel des gestreuten Elektrons zu vermessen. Während der Designphase des Detektors ergaben sich jedoch neue physikalische Anforderungen.

Es wurde ein verbesserter Trigger für DIS-Ereignisse erwünscht, da der Trigger im rückwärtigen Kalorimeter nur für Energien oberhalb 10 GeV vollständig effizient ist, und es sich bei den kleineren Energien zum größten Teil um Untergrundereignisse aus der Proton-Gas- und der γp -Wechselwirkung handelt. Dadurch bedingt ist es sehr schwierig, inelastische Prozesse bei Energien von 5 — 10 GeV zu messen, wie es für die Physik bei kleinem x notwendig ist. Als Ausweg wurde ein auf Silizium-Pad-Detektoren basierender topologischer Trigger vorgeschlagen. Der Trigger erkennt, ob eine Spur aus der Wechselwirkungszone stammt oder nicht. Ein Multiplizitätsveto erlaubt die Unterdrückung von Ereignissen aus der Proton-Strahl-Wechselwirkung.

Ein weiterer gefährlicher Untergrund sind Pionen aus der Photoproduktion, die als gestreutes Elektron mißidentifiziert werden, siehe Kapitel 6. Um deren Einfluß zu minimieren wurde von mir untersucht, ob es möglich ist mittels des Pad-Detektors die Ladung dieser Pionen zu bestimmen [80], um dann in der Analyse eine statistische Subtraktion vornehmen zu können. Da hierzu die Unterteilung des Pad-Detektors nicht fein genug ist, schlug ich vor, einen ϕ -Streifendetektor zu bauen [82, 83], der es nicht nur ermöglicht, die Ladung zu bestimmen sondern auch den Impuls der Teilchen.

Entsprechend diesen Anforderungen besteht der rückwärtige Spurdetektor aus drei separaten Komponenten, die jeweils für eine bestimmte physikalische Aufgabenstellung optimiert wurden. Alle drei sind aus Siliziumscheiben gefertigt, auf denen unterschiedliche geometrische Konfigurationen in Form von Streifen oder Pads implementiert werden.

- Der r -Streifen Detektor zur Bestimmung des ϑ -Winkels des gestreuten Elektrons, mit konzentrischen Ringen bei konstantem radialen Abstand $\Delta r = 50 \mu\text{m}$.
- Der Pad-Detektor zum Triggern der Elektronkandidaten. Er besteht aus Siliziumscheiben, die sowohl in ϕ als auch in r grob segmentiert sind.
- Der ϕ -Streifen Detektor zur p_{\perp} - bzw. Ladungsbestimmung. Er besteht aus radialen Streifen mit konstantem azimuthalen Abstand $\Delta\phi = 1 \text{ mrad}$.

Der r -Streifendetektor dient zur genauen Bestimmung des Elektronstreuwinkels ϑ_e . Dieser ist, neben der Energie E_f , die entscheidende Größe zur Bestimmung der Bjorkenvariablen. Mittels der Formeln (4.1) wird durch Fehlerfortpflanzung

$$\begin{aligned}\frac{\delta Q^2}{Q^2} &= \frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \sin^2 \frac{\vartheta_e}{2} \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e}, \\ \frac{\delta y}{y} &= \frac{1-y}{y} \left(\frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \cos^2 \frac{\vartheta_e}{2} \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e} \right), \\ \frac{\delta x}{x} &= \frac{1}{y} \left(\frac{\delta E_f}{E_f} \oplus 2 \left(1 - \frac{E_f}{E_i}\right) \sin^2 \frac{\vartheta_e}{2} \frac{\delta \vartheta_e}{\sin \vartheta_e} \right),\end{aligned}\quad (9.1)$$

bei vorgegebener, zu erreichender Genauigkeit von x, y und Q^2 , die Anforderung an die ϑ -Auflösung spezifiziert. Mit einem Streifenabstand von $\Delta r = 100 \mu\text{m}$ läßt sich der ϑ -Winkel genauer als 1 mrad messen, sowie der z -Vertex auf $\approx 1\text{-}5 \text{ mm}$ genau bestimmen [80]. Da der BST-Detektor den vermessenen Winkelbereich bis hin zu 176° ausdehnt, bedeutet dies eine erhebliche Vergrößerung des kinematisch zugänglichen Bereiches in der xQ^2 -Ebene, siehe Abbildung 11. Zum Vergleich, die gegenwärtige Analyse machte einen Schnitt bei $\vartheta_e = 172.5^\circ$. Dieser Schnitt ist allerdings zum größten Teil durch das rückwärtige Kalorimeter bedingt und weniger durch die Winkelmessung der Proportionalkammer, die einen Akzeptanzbereich bis zu 175° besitzt. Der neu entwickelte BST wird erstmalig Präzisionsmessungen bis hin zu den kleinsten x -Werten von $x \approx 10^{-4}$ erlauben.

Die zweite Anforderung an den BST ist die Bereitstellung eines schnellen Elektrontriggers, komplementär zum BEMC-ToF-Trigger. Gleichzeitig soll dieser Trigger Strahl-Wand und Strahl-Gas Ereignisse, die den H1-Detektor von außerhalb der Wechselwirkungszone erreichen, diskriminieren. Dies wird erreicht durch eine radiale Unterteilung des Paddetektors in $n = 8$ Ringe. Die Anforderungen i) eine „Triggerstraße“ von Spuren zu bilden, die zum Vertex zeigen und ii) ein einheitliches Maskendesign für alle Padscheiben zu haben, führte zu den rekursiven Bedingungen [81]

$$r_k = r_0 \left(\frac{r_n}{r_0} \right)^{\frac{k}{n}} \quad (9.2)$$

$$z_{k+1} = z_k \left(\frac{r_n}{r_0} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (9.3)$$

wobei $r_0 = 59$ mm den inneren und $r_n = 120.4$ mm den äußeren Radius der aktiven Fläche darstellt. Die erste z -Position ist durch die Größe des CST fixiert. Teilchen, die den BST passieren, hinterlassen ein charakteristisches Muster im Paddetektor: z.B. entspricht das Muster (2,3,4,5) einer Spur, die die erste BST Scheibe im Ring zwei passierte, in der zweiten Scheibe im Ring drei, um dann letztendlich im Ring fünf die vierte BST Scheibe zu verlassen. Entsprechend signalisiert das Muster (5,4,3,2) eine Spur, die von rückwärts, aus der BEMC-Region, in den BST gestreut wurde. Bei diesem Muster kann es sich daher nur um ein Untergründereignis handeln. Die Anzahl an „guten Mustern“ hängt hierbei von der Länge des Protonpaketes, bzw. der Länge der Wechselwirkungszone ab. Da die guten Muster im Vorherein bekannt sind, läßt sich so sehr effektiv eine schnelle Triggerentscheidung fällen. Insbesondere kann der Trigger flexibel auf unterschiedliche Strahlqualitäten, d.h. Wechselwirkungszonnlängen reagieren, da sich die Muster programmieren lassen.

Die dritte Aufgabe des BST's ist die Ladungs- und Impulsbestimmung der Teilchen. Bei Impulsen von etwa 8 — 10 GeV ist die Impulsauflösung des BST mit der Energieauflösung eines Kalorimeters vergleichbar. Der Vergleich des Impulses aus der BST Messung mit der kalorimetrischen Energiemessung ermöglicht den meßbaren Bereich hin zu kleinerer Elektronenergie auszudehnen. Zugleich wird durch die Vorzeichenbestimmung der Ladung eine statistische Subtraktion des ladungssymmetrischen Untergrunds möglich. Dieser entsteht z.B. durch mißidentifizierte Hadronen aus Photoproduktionsereignissen.

Der BST erlaubt den Impuls der Hadronen im rückwärtigen Bereich zu bestimmen und eine genauere Messung des hadronischen Flußes vorzunehmen. Rückwärtige Hadronen haben für die Bestimmung von y_b das größte Gewicht, siehe Kapitel 4.2, so daß ihre Messung es erlaubt, den kinematischen Bereich zu größerem $y \rightarrow 1$ und somit kleineren x zu verlagern. Die Beschränkungen $y < 0.5$, sowie $E_f > 10$ GeV sind gegenwärtig die bestimmenden Faktoren, die es verhindern, kleinere Werte als $x \approx 10^{-3}$ mit einer hadronischen Messung zu erreichen.

In einer Monte-Carlo-Studie [83] wurde von mir die optimale ϕ -Streifenanzahl, die einen Kompromiß zwischen Auflösung, totem Material und Kosten darstellt, bestimmt. Der BST wurde hierzu, mittels des Software-Paketes GEANT, in das H1-Simulationsprogramm H1SIM implementiert [84]. In einem konstanten Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B)$ lauten die Bewegungsgleichungen für ein geladenes Teilchen in einem geeigneten Koordinatensystem, siehe Abbildung 38

$$r(z) = \frac{2p_{\perp}}{eB} \sin\left(\frac{eB(z - z_0)}{2p_{\parallel}}\right) \quad (9.4)$$

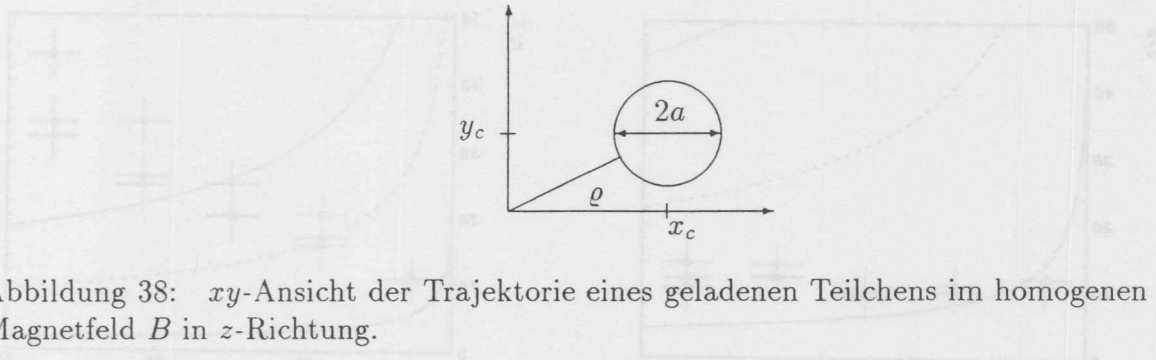


Abbildung 38: xy -Ansicht der Trajektorie eines geladenen Teilchens im homogenen Magnetfeld B in z -Richtung.

$$\varphi(z) = \varphi_0 + \frac{eB(z - z_0)}{2p_{\parallel}} \quad (9.5)$$

Für Impulse größer als 1—2 GeV läßt sich Formel (9.4) durch eine Taylorentwicklung des Sinus linearisieren:

$$r(z) = (z - z_0) \tan \vartheta \quad (9.6)$$

Da der BST keine dreidimensionalen Raumpunkte liefert, sondern nur rz - bzw. ϕz -Punkte, wurde von mir ein χ^2 -Fit in den verschiedenen Projektionen vorgenommen,

$$\chi_{rz}^2 = \sum_{j=1}^N [r_j - (r_0 + \alpha \cdot z_j)]^2 / \sigma_j^2 \stackrel{!}{=} \min, \quad (9.7)$$

$$\chi_{\phi z}^2 = \sum_{j=1}^N [\varphi_j - (\varphi_0 + \omega \cdot z_j)]^2 / \sigma_j^2 \stackrel{!}{=} \min, \quad (9.8)$$

$$\chi_{xy}^2 = \sum_{j=1}^N [a^2 - (x_j - x_c)^2 - (y_j - y_c)^2] / \sigma_j^2 \stackrel{!}{=} \min, \quad (9.9)$$

um den Impuls mittels obiger Bewegungsgleichungen zu bestimmen [82]. Dies erlaubt die Bestimmung aller zur Bahnbeschreibung notwendigen Parameter

- $r'(z) = \alpha = \tan \vartheta$ und z_0 mit dem rz -Fit ,
- $\varphi'(z) = \omega = \frac{eB}{2p_{\parallel}}$ mit dem ϕz -Fit und
- $p_{\perp} = aeB$ mittels des xy -Fits.

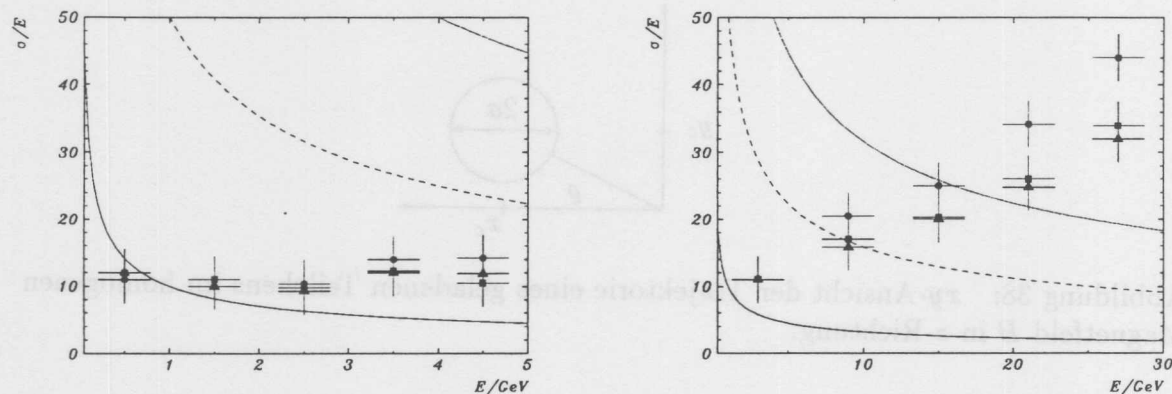


Abbildung 39: Energieauflösung σ_E/E in % des rückwärtigen Spurendetektors (BST). Die unterschiedlichen Punkte entsprechen einem $\Delta\phi$ -Streifenabstand von 0.5, 1 und 3 mrad. Zum Vergleich wurde die Energieauflösung für ein fiktives Kalorimeter mit σ_E/E von 10, 50 und 100 % eingetragen.

Die erreichbare Impulsauflösung hängt hierbei von der Genauigkeit der ϕ -Messung, d.h. der Feinheit der Unterteilung $\Delta\phi$ ab. In Abbildung 39 ist die erreichbare Energieauflösung für verschiedene Streifenabstände $\Delta\phi$ dargestellt, die so gewählt wurden, daß sie sich durch ein Vielfaches $\nu = 1, 3, 6$ von 128, der Kanalanzahl des BST-Auslesechips, darstellen lassen. Eine Anzahl von 6144 Kanälen per Scheibe verspricht eine hinreichende Auflösung. Gut zu erkennen ist, daß bei kleinerer Energie die Auflösung, bedingt durch Vielfachstreuung im BST und in der Strahlröhre, welche zu 40 % zum Material beiträgt, durch mehr Kanäle nicht weiter verbessert wird. Diese Ergebnisse wurden als Designmaßstäbe der H1-Kollaboration [79] für den Entwurf des BST verwendet.

10 Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden theoretische und experimentelle Aspekte der inelastischen Elektron-Proton Streuung bei kleinem Bjorken x behandelt. Es wird der augenblickliche Erkenntnisstand über die Struktur des Protons im Rahmen des Quark-Parton-Modells dargelegt. Dessen Erweiterung erfolgt mittels der störungstheoretischen Quantenchromodynamik, die das Quark-Parton-Modell modifiziert. Präzisere Messungen bei HERA werden in Zukunft Auskunft über notwendige Modifikationen der Altarelli-Parisi-Gleichungen geben. Erste Ansätze hierzu wurden mit den weitergehenden Gleichungen von Gribov, Ryskin und Lipatov vorgestellt.

Der H1-Detektor mißt sowohl das gestreute Elektron als auch den hadronischen Fluß. Auf Grund dieser komplementären Informationen ist es möglich, die Redundanz des somit überbestimmten Systems auszunutzen, um die Kinematik in der inelastischen Wechselwirkung zu bestimmen. Die Verknüpfung der Elektron- und Hadronvariablen in der sogenannten Σ -Methode gestattet es, den Effekt von Unsicherheiten in der Energieskala des hadronischen Kalorimeters zu minimieren. Diese Arbeit enthält die erste Anwendung der Σ -Methode zur Analyse der Strukturfunktion F_2 .

In einer detaillierten Studie wird der Untergrund aus den γp -Ereignissen der Photoproduktion bestimmt. Die mittels dieser Monte-Carlo-Simulation erhaltenen Spektren werden mit denen der H1-Datennahme verglichen und sind mit den Daten in guter Übereinstimmung. Diese Ergebnisse wurden sowohl in meiner als auch in der H1-Analyse zur statistischen Subtraktion des Untergrunds verwendet.

Ausführlich werden die radiativen Korrekturen behandelt. Hierzu werden insgesamt sechs verschiedene Kombinationen, die kinematischen Variablen zu bestimmen, untersucht. Es werden sowohl die Bremsstrahlung vom einlaufenden als auch vom auslaufenden Elektron berechnet. Meine Berechnungen der Bremsstrahlung vom auslaufenden Elektron wurden in der H1-Publikation zur Korrektur des Programmpakets TERAD verwendet. Die geschickte Kombination der kinematischen Variablen ermöglicht es, daß die Σ -Methode in der $\ln(\alpha)$ -Approximation von QED-Strahlungskorrekturen frei ist.

Die vorliegende Analyse der Strukturfunktion F_2 basiert auf der ersten Datennahme des Jahres 1992 mit dem H1 Detektor. Ausführlich werden die einzelnen Schritte zur Entfaltung der Strukturfunktion dargestellt. Dies beinhaltet die Berechnung der Akzeptanzen, Zentralwertkorrekturen, Effizienzen und der systematischen Fehler in einer detaillierten Monte-Carlo-Analyse. Die berechnete Strukturfunktion F_2 stimmt sehr gut mit der von der H1-Kollaboration veröffentlichten Analyse überein.

Die Ergebnisse der ermittelten Strukturfunktion F_2 werden mit verschiedenen aktuellen Parametrisierungen verglichen. Die Strukturfunktion liegt im Rahmen der Meßgenauigkeit über den Parametrisierungen MRS D^0 und CTEQ1MS. Diese zeichnen sich durch ein konstantes Verhalten der Strukturfunktion bei kleinem x aus. Die GRV und MRS D^- Strukturfunktionsparametrisierungen, mit einem Lipatov-Verhalten $xG \sim 1/\sqrt{x}$ für $x \rightarrow 0$, beschreiben die Daten besser.

Die vorliegenden Meßergebnisse sind mit großen statistischen und systematischen Fehlern behaftet. Der statistische Fehler sinkt mit zunehmender Luminosität \mathcal{L} . Der systematische Fehler kann nur durch eine genauere Kalibration verringert werden.

Einen wesentlichen Schritt zur Verbesserung der Strukturfunktionsmessung bei kleinem x verspricht der Ausbau des H1 Detektors. Dies ist Gegenstand des letzten Kapitels, das den rückwärtigen Silizium-Spurdetektor BST beschreibt. Meine Analysen zum Design des ϕ -Detektors gingen maßgeblich in die Konstruktion des BST ein, dessen erste Einbauphase für 1995 vorgesehen ist.

11 Danksagung

Diese Arbeit wäre ohne die Hilfe zahlreicher Freunde und Kollegen nicht möglich gewesen. Sie ermöglichten es mir auch in „stürmischen Zeiten“, den Kurs zu behalten und haben somit entscheidend zum Gelingen beigetragen.

Mein besonderer Dank gilt meinen beiden Betreuern, Herrn Dr. Jochen Bürger und Herrn Dr. Max Klein, die die beiden Phasen meiner Promotion betreuten. Sie haben mir sowohl bei technischen als auch persönlichen Schwierigkeiten immer unkonventionell geholfen und sich als treue Freunde erwiesen.

Mein Dank gilt der „Zeuthen-Gruppe“, die mich des öfteren, während zahlreicher Besuche am DESY-IfH, beherbergte. Namentlich sind dies J. Haak, H. Henschel, H. Kaufmann, M. Klein, J. Meißner, P. Kostka, W. Lange, H. Lippold, Th. Naumann, U. Stöblein und M. Winde.

Es ist kein Geheimnis, daß Doktorandenstipendien nicht allzu hoch dotiert sind. Mein Dank gilt daher Frau Elisabeth Wulff, die mir während meines Studiums immer wieder finanziell den Rücken stärkte.

Bei Herrn Prof. Dr. Hartwig Spitzer bedanke ich mich für die Aufgabenstellung und die weitestgehende Freiheit, die mir zur Bearbeitung eingeräumt wurde.

Das DESY-Direktorium ermöglichte mir zahlreiche, lehrreiche Studienaufenthalte im In- und Ausland. Besonders erwähnen möchte ich die *Herbstschule für Physik* (1991) in Maria Laach, die *CERN School of Computing* (1992) in L'Aquila (Italien) und die *Summer School on QCD Analysis and Phenomenology* (1993) in Lake Monroe (USA).

Die Arbeit geht leichter von der Hand, wenn man so angenehme Zimmergenossen wie ich hatte. Dank an Frank Linsel, Ulrich Seehausen und Ludik Smolik.

Abschließend danke ich der gesamten H1-Kollaboration für das angenehme Arbeitsklima und das interessante Arbeitsumfeld, das es mir ermöglichte Einblicke nicht nur in die „Welt im Kleinen“, sondern auch in die Arbeitsweise einer großen Kollaboration zu erhalten.

A Kovariante Zerlegung des Hadrontensors

Das Übergangsmatrixelement

$$|M_{fi}|^2 \propto \sum_{i,j=\gamma,Z^0} \chi_i \chi_j L_{\mu\nu}^{i,j} W_{i,j}^{\mu\nu}, \quad (\text{A.1})$$

enthält den leptonischen elektroschwachen Strom mit der typischen $V-A$ Kopplung

$$l_\mu^i = \bar{\psi}_f \gamma_\mu (v^i + a^i \gamma_5) \psi_i, \quad (\text{A.2})$$

so daß für einen Elektronenstrahl mit longitudinaler Polarisation λ der Leptontensor $L_{\mu\nu}^{ij} = l_\mu^i l_\nu^j$ in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil zerfällt

$$L_{\mu\nu}^{ij} = [v^i v^j + a^i a^j - \lambda(a^i v^j + a^j v^i)] L_{\mu\nu}^S + [a^i v^j + a^j v^i - \lambda(v^i v^j + a^i a^j)] L_{\mu\nu}^A. \quad (\text{A.3})$$

Es ist interessant zu vermerken, daß der antisymmetrische Anteil nicht nur vom Z^0 -Austausch herührt, sondern auch bei reinem γ -Austausch ($a = 0$) mit polarisiertem Elektronenstrahl einen Beitrag liefert. Einsetzen der Kopplungen (2.34) liefert dann die verschiedenen Komponenten des Leptontensors:

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu}^{\gamma\gamma} &= L_{\mu\nu}^S - \lambda L_{\mu\nu}^A \\ L_{\mu\nu}^{\gamma Z^0} &= (e v_e - \lambda e a_e) L_{\mu\nu}^S + (e a_e - \lambda v_e) L_{\mu\nu}^A \\ L_{\mu\nu}^{Z^0 Z^0} &= (v_e^2 + a_e^2 - 2\lambda v_e a_e) L_{\mu\nu}^S + (2v_e a_e - \lambda(v_e^2 + a_e^2)) L_{\mu\nu}^A \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Die allgemeinste lorentzinvariante Form des Hadrontensors [17, 19], gebildet aus den Vektoren \mathbf{P} und \mathbf{q} , läßt sich vollkommen analog in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Anteil zerlegen

$$W^{\mu\nu} = W_S^{\mu\nu} + W_A^{\mu\nu}, \quad (\text{A.5})$$

mit

$$\begin{aligned} W_S^{\mu\nu} &= \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \mathcal{W}_1 \\ &\quad + \left(P^\mu - q^\mu \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \left(P^\nu - q^\nu \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{q^2} \right) \frac{\mathcal{W}_2}{M^2} \\ W_A^{\mu\nu} &= i \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta \frac{\mathcal{W}_3}{M^2} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Da bei HERA die Protonen unpolarisiert sind, entfällt der antisymmetrische Anteil für reinen γ -Austausch und die verschiedenen Komponenten lauten

$$\begin{aligned} W_{\gamma\gamma}^{\mu\nu} &= W_{\gamma\gamma}^{\mu\nu S} \\ W_{\gamma Z^0}^{\mu\nu} &= W_{\gamma Z^0}^{\mu\nu S} + W_{\gamma Z^0}^{\mu\nu A} \\ W_{Z^0 Z^0}^{\mu\nu} &= W_{Z^0 Z^0}^{\mu\nu S} + W_{Z^0 Z^0}^{\mu\nu A}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Zusammenfassen aller Terme liefert letztendlich das Matrixelement.

$$\begin{aligned}
 |M_{fi}|^2 &\propto L_S^{\gamma\gamma} W_{\gamma\gamma}^S \\
 &+ \chi_Z \left[(ev_e - \lambda ea_e) L_S^{\gamma Z^0} W_{\gamma Z^0}^S + (ea_e - \lambda ev_e) L_A^{\gamma Z^0} W_{\gamma Z^0}^A \right] \\
 &+ \chi_Z^2 \left[(v_e^2 + a_e^2 - 2\lambda v_e a_e) L_S^{Z^0 Z^0} W_{Z^0 Z^0}^S + (2v_e a_e - \lambda(v_e^2 + a_e^2)) L_A^{Z^0 Z^0} W_{Z^0 Z^0}^A \right]
 \end{aligned} \tag{A.8}$$

In Formel (A.8) wurde der besseren Übersicht halber die Doppelsummation über $\mu\nu$ in den Indizes unterdrückt. Mit den Tensoren

$$\begin{aligned}
 L_{\mu\nu}^S &= 4(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - (\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}') g_{\mu\nu}) \\
 &= 4(k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu + \frac{1}{2} q^2 g_{\mu\nu}) \\
 L_{\mu\nu}^A &= 4i \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} k^\alpha k'^\beta
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

erhält man nach der Kontraktion die bekannte Struktur

$$\begin{aligned}
 L_S^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^S &\rightarrow xy^2 \mathcal{F}_1 + (1-y) \mathcal{F}_2 \\
 L_A^{\mu\nu} W_{\mu\nu}^A &\rightarrow y(1 - \frac{y}{2}) \mathcal{F}_3,
 \end{aligned} \tag{A.10}$$

mit den acht Strukturfunktionen

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_1 &= F_1 + \chi_Z (ev_e - \lambda ea_e) G_1 + \chi_Z^2 (v_e^2 + a_e^2 - 2\lambda v_e a_e) H_1 \\
 \mathcal{F}_2 &= F_2 + \chi_Z (ev_e - \lambda ea_e) G_2 + \chi_Z^2 (v_e^2 + a_e^2 - 2\lambda v_e a_e) H_2 \\
 x \mathcal{F}_3 &= \chi_Z (ea_e - \lambda ev_e) x G_3 + \chi_Z^2 (2v_e a_e - \lambda(v_e^2 + a_e^2)) x H_3
 \end{aligned} \tag{A.11}$$

und dem doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d^2 \sigma}{dx dQ^2} (e^\mp p) = \frac{4\pi\alpha^2}{xQ^4} \left(xy^2 \mathcal{F}_1 + (1-y) \mathcal{F}_2 \pm y(1 - \frac{y}{2}) x \mathcal{F}_3 \right). \tag{A.12}$$

B F_2 und F_L im \overline{MS} und DIS- Schema

In erster Ordnung Störungstheorie (NLO) erhält man für die Strukturfunktion F_2

$$\begin{aligned}
 F_{2\overline{MS}}^{NLO}(x, Q^2) &= F_{2\overline{MS}}^{(0)}(x, Q^2) \left[1 + C^0(x) - \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dy C^b(y) \right] \\
 &+ \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dy (C^a(y) + C^b(y)) F_{2\overline{MS}}^{(0)}\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) \\
 &+ \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dy C^g(y) 2 \left(\sum_{f=1}^{N_f} e_f^2 \right) g^*\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) \quad (B.1)
 \end{aligned}$$

im \overline{MS} -Renormierungsschema, wobei $F_{2\overline{MS}}^{(0)}$ durch die einfache Formel

$$F_{2\overline{MS}}^{(0)}(x, Q^2) = \sum_{f=1}^{N_f} x e_f^2 [q_f^{\overline{MS}}(x, Q^2) + \bar{q}_f^{\overline{MS}}(x, Q^2)] \quad (B.2)$$

des QPM gegeben ist⁸, und die C^j sich aus den Splittingfunktionen ergeben.

$$\begin{aligned}
 C^0(x) &= C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\ln^2(1-x) - \frac{3}{2} \ln(1-x) - \frac{9}{2} - \frac{\pi^2}{3} \right] \\
 C^a(x) &= \frac{1}{2} C_F \left[6 + 4x - 2 \frac{1+x^2}{1-x} \ln x - 2(1+x) \ln(1-x) \right] \\
 C^b(x) &= \frac{1}{2} C_F \frac{-3 + 4 \ln(1-x)}{1-x} \\
 C^g(x) &= \frac{1}{2} \left[-1 + 8x(1-x) + (x^2 + (1-x)^2) \ln \frac{1-x}{x} \right] \quad (B.3)
 \end{aligned}$$

Im DIS-Renormierungsschema werden die C -Funktionen in der Definition der Quarkdichten absorbiert, so daß man die NLO F_2 erhält durch die einfache Formel

$$F_{2DIS}^{NLO}(x, Q^2) = \sum_{f=1}^{N_f} x e_f^2 [q_f^{DIS}(x, Q^2) + \bar{q}_f^{DIS}(x, Q^2)] \quad (B.4)$$

Analoge Formeln für G_2 und H_2 erhält man indem die die Quarkladungen e_f^2 durch die entsprechenden Kopplungen aus Formel (2.34) ersetzt. Im „naiven“ Quark-Parton-Modell ist die Strukturfunktion F_L identisch Null. Die QCD Korrekturen zur Ordnung α_s werden durch die Altarelli-Martinelli Gleichung [85] gegeben:

$$F_L^{NLO}(x, Q^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} x^2 \int_x^1 \frac{dy}{y^3} \frac{8}{3} \sum_{f=1}^{2N_f} e_f^2 \left[q_f(y, Q^2) + 2\left(1 - \frac{x}{y}\right) g^*(y, Q^2) \right] \quad (B.5)$$

⁸D.h. $F_2^{(0)}$ ist definiert durch die NLO Quarkdichten $q \equiv q_{NLO}^{\overline{MS}}$ im \overline{MS} Schema, nicht zu wechseln mit F_2^{LO} , analoges gilt für F_{2DIS}^{NLO} !

Nach der Summation der Quarks und Antiquarks ergibt dies eine Integration über F_2 , und obiges Integral läßt sich aufspalten in einen Quark- und einen Gluonanteil,

$$F_L^{NLO} = F_L^q + F_L^{gl}, \quad (B.6)$$

wobei diese Anteile durch LO-Strukturfunktionen gegeben werden, d.h. im \overline{MS} - und DIS-Schema gleich sind.

$$F_L^q(x, Q^2) = \frac{4\alpha_s}{3\pi} \int_x^1 dy y F_2^{LO}\left(\frac{x}{y}, Q^2\right)$$

$$F_L^{gl}(x, Q^2) = \frac{4\alpha_s}{3\pi} \left(\frac{3}{2} \sum_{f=1}^{N_f} e_f^2\right) \int_x^1 dy y(1-y) g^*\left(\frac{x}{y}, Q^2\right) \quad (B.7)$$

Formel (B.7) gilt nur für reinen γ -Austausch, kann jedoch einfach, durch Ersetzung der entsprechenden Kopplungen aus Formel (2.34), für die Z^0 -Interferenz modifiziert werden.

C δ_{RC} berechnet in LLA(α) für ISRC.1 δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B2

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	88.3	21.3	12.4	7.3	3.3	-0.5
30.0	—	—	44.1	18.0	11.1	7.0	3.5	0.3	-3.0
15.0	—	30.7	15.7	10.2	6.6	3.7	1.0	-1.8	-4.9
7.5	24.1	13.2	8.8	5.9	3.5	—	—	—	—

Jacquet-Blondel									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-12.7	-5.1	-3.2	-2.1	-1.3	-0.9
30.0	—	—	-8.9	-4.4	-2.8	-1.8	-1.2	-0.8	-0.5
15.0	—	-7.0	-3.8	-2.4	-1.6	-1.0	-0.7	-0.4	-0.3
7.5	-5.7	-3.3	-2.1	-1.4	-0.9	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-7.6	0.1	2.5	4.4	6.2	7.9
30.0	—	—	-3.9	0.5	2.6	4.4	6.1	7.9	9.8
15.0	—	-2.2	1.1	3.0	4.8	6.8	8.7	10.6	11.9
7.5	-1.1	1.5	3.6	5.7	7.8	—	—	—	—

Tabelle 8: δ_{RC} (ISR) in % für die Parameterisierung MT B2.

C.2 δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B1

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	133.4	32.2	19.4	12.1	6.5	1.5
30.0	—	—	77.1	32.2	21.0	14.4	9.0	4.1	-0.7
15.0	—	65.6	34.9	24.4	17.8	12.4	7.6	2.8	-2.1
7.5	68.6	39.5	29.4	22.7	17.2	—	—	—	—

Jacquet-Blondel									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-11.8	-4.6	-2.9	-1.9	-1.2	-0.8
30.0	—	—	-7.9	-3.8	-2.4	-1.6	-1.1	-0.7	-0.4
15.0	—	-5.8	-3.1	-2.0	-1.3	-0.9	-0.6	-0.4	-0.2
7.5	-4.4	-2.6	-1.7	-1.1	-0.7	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-7.7	-0.8	1.0	2.3	3.5	4.6
30.0	—	—	-4.4	-0.7	0.6	1.7	2.7	3.6	4.6
15.0	—	-3.0	-0.6	0.5	1.4	2.4	3.3	4.1	5.0
7.5	-2.3	-0.7	0.5	1.5	2.5	—	—	—	—

Tabelle 9: δ_{RC} (ISR) in % für die Parameterisierung MT B1.

C.3 δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D^0

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	127.1	29.3	17.0	10.1	4.9	0.4
30.0	—	—	71.6	28.8	17.9	11.4	6.4	1.9	-2.2
15.0	—	58.2	29.4	19.6	13.3	8.4	4.0	-0.2	-4.1
7.5	59.8	31.7	22.4	16.1	11.1	—	—	—	—

Jacquet-Blondel									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-12.0	-4.7	-3.0	-2.0	-1.3	-0.8
30.0	—	—	-8.1	-3.9	-2.5	-1.7	-1.1	-0.7	-0.5
15.0	—	-6.0	-3.3	-2.1	-1.4	-0.9	-0.6	-0.4	-0.3
7.5	-4.7	-2.7	-1.8	-1.2	-0.8	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-7.7	-0.6	1.4	3.0	4.5	6.0
30.0	—	—	-4.3	-0.4	1.2	2.5	3.8	5.2	6.7
15.0	—	-2.9	-0.4	0.9	2.2	3.5	4.7	6.0	7.3
7.5	-2.2	-0.3	1.1	2.4	3.7	—	—	—	—

Tabelle 10: δ_{RC} (ISR) in % für die Parameterisierung MRS D^0 .

C.4 δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D⁻

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	94.3	22.8	13.5	8.3	4.1	0.2
30.0	—	—	47.2	19.9	12.5	8.1	4.5	1.1	-2.4
15.0	—	32.8	17.3	11.7	7.9	4.9	2.0	-1.0	-4.4
7.5	28.1	15.4	11.0	8.0	5.4	—	—	—	—

Jacquet-Blondel									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-12.6	-5.0	-3.1	-2.0	-1.3	-0.9
30.0	—	—	-8.8	-4.3	-2.7	-1.8	-1.2	-0.7	-0.5
15.0	—	-6.8	-3.7	-2.4	-1.5	-1.0	-0.6	-0.4	-0.3
7.5	-5.4	-3.2	-2.0	-1.3	-0.9	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-7.6	0.0	2.3	4.2	5.8	7.4
30.0	—	—	-4.0	0.5	2.4	4.0	5.6	7.2	8.9
15.0	—	-2.4	0.7	2.3	4.0	5.7	7.5	9.0	10.4
7.5	-1.6	0.9	2.8	4.8	6.6	—	—	—	—

Tabelle 11: δ_{RC} (ISR) in % für die Parameterisierung MRS D⁻.

D δ_{RC} berechnet in LLA(α) für FSRD.1 δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B2

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-0.4	3.1	3.7	2.7	0.8	-1.8
30.0	—	—	0.6	3.5	3.9	3.0	1.3	-0.9	-3.7
15.0	—	1.5	3.7	3.9	3.1	1.7	-0.1	-2.4	-5.2
8.5	1.4	3.5	—	—	—	—	—	—	—

Σ -Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-3.8	-4.5	-5.0	-5.2	-5.3	-5.4
30.0	—	—	-3.8	-4.5	-4.8	-5.0	-5.1	-5.1	-5.1
15.0	—	-3.8	-4.4	-4.7	-4.9	-4.9	-4.9	-4.8	-4.8
8.5	-3.7	-4.3	—	—	—	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-3.5	-3.5	-3.4	-3.4	-3.4	-3.4
30.0	—	—	-3.3	-3.3	-3.3	-3.3	-3.2	-3.2	-3.2
15.0	—	-3.2	-3.2	-3.1	-3.1	-3.1	-3.0	-3.0	-2.9
8.5	-3.1	-3.1	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 12: δ_{RC} (FSR) in % für die Parameterisierung MT B2.

D.2 δ_{RC} für die Strukturfunktion MT B1

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	1.5	7.2	8.2	6.6	3.7	0.1
30.0	—	—	4.2	9.8	10.6	9.0	6.2	2.7	-1.4
15.0	—	8.1	13.4	14.0	12.4	9.6	6.1	2.0	-2.4
8.5	10.1	16.7	—	—	—	—	—	—	—

Σ -Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-3.0	-3.6	-4.1	-4.4	-4.7	-4.9
30.0	—	—	-2.8	-3.3	-3.7	-4.0	-4.2	-4.4	-4.5
15.0	—	-2.4	-2.8	-3.2	-3.5	-3.7	-3.9	-4.0	-4.1
8.5	-2.0	-2.4	—	—	—	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-2.8	-2.8	-2.9	-2.9	-3.0	-3.0
30.0	—	—	-2.4	-2.5	-2.5	-2.6	-2.7	-2.7	-2.8
15.0	—	-2.1	-2.1	-2.2	-2.2	-2.3	-2.4	-2.4	-2.5
8.5	-1.7	-1.8	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 13: δ_{RC} (FSR) in % für die Parameterisierung MT B1.

D.3 δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D^0

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	1.0	5.9	6.6	4.9	2.2	-1.0
30.0	—	—	3.3	7.9	8.3	6.6	3.9	0.7	-2.8
15.0	—	6.2	10.5	10.5	8.7	6.0	2.7	-0.8	-4.5
8.5	7.8	12.9	—	—	—	—	—	—	—

Σ -Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-3.2	-3.8	-4.4	-4.8	-5.0	-5.2
30.0	—	—	-3.0	-3.6	-4.0	-4.4	-4.6	-4.8	-4.9
15.0	—	-2.7	-3.2	-3.6	-3.9	-4.2	-4.3	-4.5	-4.6
8.5	-2.3	-2.8	—	—	—	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-2.9	-3.0	-3.1	-3.1	-3.2	-3.2
30.0	—	—	-2.6	-2.7	-2.8	-2.8	-2.9	-3.0	-3.0
15.0	—	-2.3	-2.4	-2.5	-2.5	-2.6	-2.7	-2.7	-2.8
8.5	-2.0	-2.1	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 14: δ_{RC} (FSR) in % für die Parameterisierung MRS D^0 .

D.4 δ_{RC} für die Strukturfunktion MRS D⁻

Elektron-Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-0.3	3.5	4.4	3.5	1.6	-1.1
30.0	—	—	0.9	4.1	4.7	3.9	2.2	-0.1	-3.0
15.0	—	2.1	4.7	5.0	4.2	2.8	0.8	-1.7	-4.7
8.5	2.4	4.9	—	—	—	—	—	—	—

Σ -Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-3.7	-4.5	-4.9	-5.1	-5.2	-5.3
30.0	—	—	-3.7	-4.3	-4.7	-4.9	-5.0	-5.0	-5.0
15.0	—	-3.6	-4.2	-4.5	-4.7	-4.7	-4.7	-4.7	-4.7
8.5	-3.4	-3.9	—	—	—	—	—	—	—

gemischte Methode									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	-3.4	-3.4	-3.4	-3.4	-3.3	-3.3
30.0	—	—	-3.2	-3.2	-3.2	-3.2	-3.2	-3.1	-3.1
15.0	—	-3.0	-3.0	-3.0	-3.0	-3.0	-2.9	-2.9	-2.9
8.5	-2.8	-2.8	—	—	—	—	—	—	—

Tabelle 15: δ_{RC} (FSR) in % für die Parameterisierung MRS D⁻.

Der systematische Fehler der Akzeptanz in %									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	10	—	—	—	—	—
30.0	—	—	10	4	7	16	—	—	—
15.0	—	1	13	0	3	7	40	—	—
8.5	—	—	—	—	—	20	14	121	—

Tabelle 18: Abschätzung des systematischen Fehlers der Akzeptanzberechnung mittels des Unterschiedes zwischen der MRS D⁻ und MRS D⁰ Akzeptanz.

E Die Fehlerquellen der F_2 -Analyse

E.1 Die Akzeptanz

Die Akzeptanz berechnet mit MRS D^0									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	—	0.43	0.60	0.70	0.92	0.72
30.0	—	—	0.63	0.65	0.85	1.02	0.94	0.91	0.69
15.0	—	0.51	0.57	0.75	0.91	0.96	0.81	0.69	0.45
7.5	0.70	0.75	1.1	—	—	—	—	—	—

Tabelle 16: Die Akzeptanz berechnet mit der Strukturfunktion MRS D^0 .

Die Akzeptanz berechnet mit MRS D^-									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	—	0.39	0.63	0.93	0.86	0.86
30.0	—	—	0.82	0.70	0.82	0.96	0.85	0.86	0.61
15.0	—	0.76	0.61	0.77	0.91	0.88	0.71	0.68	0.43
7.5	0.79	0.86	1.34	—	—	—	—	—	—

Tabelle 17: Die Akzeptanz berechnet mit der Strukturfunktion MRS D^- .

Der systematische Fehler der Akzeptanz in %									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	—	10	5	28	7	18
30.0	—	—	26	7	4	6	10	6	12
15.0	—	40	7	3	0	9	13	1	5
7.5	121	14	20	—	—	—	—	—	—

Tabelle 18: Abschätzung des systematischen Fehlers der Akzeptanzberechnung mittels des Unterschiedes zwischen der MRS D^- und MRS D^0 Akzeptanz.

E.2 Die Effizienz

Die Effizienz für den z-Vertexschnitt									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.03
30.0	—	—	0.96	1.0	1.03	1.03	1.01	0.98	1.11
15.0	—	1.0	0.99	0.99	1.02	1.0	0.99	1.08	1.21
7.5	1.0	1.0	1.0	1.0	—	—	—	—	—

Tabelle 19: Die Effizienz für den z-Vertexschnitt.

Die Effizienz für den BEMC-BPC-Link									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	1.0	1.04	0.94	1.11	1.01	1.03
30.0	—	—	0.83	1.0	0.94	0.96	1.04	1.0	0.98
15.0	—	1.09	0.91	0.95	0.98	1.02	1.0	0.99	1.0
7.5	1.2	0.96	0.8	0.8	—	—	—	—	—

Tabelle 20: Die Effizienz für die Forderung, daß zum Schauerschwerpunkt im Kalorimeter (BEMC) ein Treffer in der rückwärtigen Proportionalkammer assoziiert ist, mit einem lateralen Schauerradius kleiner als 5 cm.

Die Effizienz für das Spurkriterium									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	1.0	1.0	0.99	1.0	0.99	1.03
30.0	—	—	0.95	1.03	1.03	1.02	0.98	1.02	1.15
15.0	—	1.16	1.03	0.99	1.03	1.06	0.98	0.95	0.92
7.5	1.0	1.0	1.07	1.0	—	—	—	—	—

Tabelle 21: Die Effizienz für die Forderung, daß ein Viertel der Spuren vom Wechselwirkungspunkt kommen muß.

E.3 Die Zentralwertkorrektur

Die relative Zentralwertkorrektur für MRS D^0									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	—	1.190	0.981	0.980	0.981	0.983
30.0	—	—	1.501	1.084	0.978	0.978	0.978	0.980	0.982
15.0	—	1.401	1.031	0.946	0.896	0.853	0.853	0.827	0.806
7.5	0.933	0.673	0.629	—	—	—	—	—	—

Tabelle 22: Die relative Zentralwertkorrektur für die Strukturfunktion MRS D^0 , im kinematischen Bereich $0.01 < y < 0.5$ und $\theta < 172.5^\circ$.

Die relative Zentralwertkorrektur für MRS D^-									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	—	1.180	0.982	0.983	0.983	0.984
30.0	—	—	1.438	1.079	0.980	0.980	0.982	0.982	0.983
15.0	—	1.351	1.028	0.950	0.897	0.854	0.855	0.828	0.806
7.5	0.874	0.666	0.638	—	—	—	—	—	—

Tabelle 23: Die relative Zentralwertkorrektur für die Strukturfunktion MRS D^- , im kinematischen Bereich $0.01 < y < 0.5$ und $\theta < 172.5^\circ$.

Der Fehler der Zentralwertkorrektur in %									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	—	-0.8	0.1	0.2	0.2	0.1
30.0	—	—	-4.3	-0.5	0.2	0.2	0.4	0.2	0.1
15.0	—	-3.6	-0.3	0.4	0.1	0.1	0.1	0.1	0
7.5	-6.5	-1.0	1.4	—	—	—	—	—	—

Tabelle 24: Die Unsicherheit der Zentralwertkorrektur in %, ermittelt mit den Strukturfunktionen MRS D^- und MRS D^0 .

E.4 Die systematischen Fehler

Der systematische Fehler für $dE_f = \pm 2\%$									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	50	16	12	28	7.5	3.5
30.0	—	—	20	11	6	4.5	6.5	7.5	3
15.0	—	9	2.5	1	2	5.5	5.5	9	4
7.5	14	3	10	31	—	—	—	—	—

Tabelle 25: Der systematische Fehler von F_2 in % für eine Misskalibrierung der Energiemessung um $dE = \pm 2\%$.

Der systematische Fehler für $d\vartheta_e = \pm 5$ mrad									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	50	6	9	3	7	6.5
30.0	—	—	20	8	10.5	6	10.5	13	6.5
15.0	—	5	3.5	4.5	6	5	2.5	3	12
7.5	10	4.5	15.5	11.5	—	—	—	—	—

Tabelle 26: Der systematische Fehler von F_2 in % für eine Misskalibrierung der Winkelmessung um $d\vartheta_e = \pm 5$ mrad.

Der systematische Fehler für $dE_{\text{LAR}} = \pm 7\%$									
	-3.875	-3.625	-3.375	-3.125	-2.875	-2.625	-2.375	-2.125	-1.875
60.0	—	—	—	16.5	5	7	1.5	1.5	2
30.0	—	—	20	12.5	3.5	2.5	3	1	2
15.0	—	9.5	4.5	1	2	2	2.5	0.5	13
7.5	8.5	1.5	2	11.5	—	—	—	—	—

Tabelle 27: Der systematische Fehler von F_2 in % für eine Misskalibrierung der hadronischen Energiemessung um $dE_{\text{LAR}} = \pm 7\%$.

Abbildungsverzeichnis

1	$l + N \rightarrow l' + X$	8
2	$e^- + p \rightarrow e^- + X$ im QPM	10
3	Die γ^* -Parton-Wechselwirkung im „Breit-Frame“	11
4	„Cut-Diagramm“ Darstellung des Matrixelements $ \hat{M}_{fi} ^2$	16
5	QCD-Korrekturen zum Matrixelement $ \hat{M}_{fi} ^2$	17
6	Feynmangraphen für die Altarelli-Parisi Splittingfunktionen.	19
7	Feynman Darstellung einer „Gluon-Leiter“	23
8	Feynman Darstellung eines „Fan-Diagramms“	25
9	Der Proton-Elektron-Speicherring HERA	27
10	Der H1 -Detektor.	28
11	Elektron Energie- und ϑ_e -Isochronenlinien in der xQ^2 -Ebene.	31
12	Jet Energie- und θ_{jet} -Isochronenlinien in der xQ^2 -Ebene.	32
13	„Scatterplot“ y_e und y_Σ versus y_{gen}	36
14	Die Q_Σ^2 und x_Σ -Auflösung.	37
15	Die y_Σ -Auflösung für verschiedene y Bins. MRS D ⁻ ME & PS	39
16	Der Energiefluß im H1-Detektor versus η	43
17	Der Beitrag einzelner Hadronen zur y_{jb} -Messung versus η	44
18	Die BEMC-Triggerrate als Funktion der Energie.	45
19	Ereignisverteilung des lateralen BEMC-Schauerradius.	47
20	Ein DIS H1 -Ereignis	50
21	Die Energieverteilung für Daten und Monte-Carlo	52
22	Die Winkelverteilung für Daten und Monte-Carlo	53
23	Die Energieverteilung im Elektronendetektor für Daten und Monte-Carlo	54
24	Der simulierten Photoproduktionsuntergrund in der xQ^2 -Ebene.	56
25	Verteilung der H1-Daten in der xQ^2 -Ebene	57
26	Beiträge zu den Strahlungskorrekturen.	58
27	Feynmandiagramm zur QED-Bremsstrahlung	60
28	Integrationsweg $\Gamma(z_i)$ für ISR in der xQ^2 -Ebene	63
29	Integrationsweg $\Gamma(z_f)$ für FSR in der xQ^2 -Ebene	66
30	Die radiativen Korrekturen in $\ln(\alpha)$ für MRS D ⁻	71
31	Die radiativen Korrekturen in $\ln(\alpha)$ für MRS D ⁰	72
32	Einfluß der Strukturfunktion auf die radiativen Korrekturen.	73
33	Die Akzeptanz für die Strukturfunktionen MRS D ⁻ und MRS D ⁰	79
34	Die Nettowanderungen in der Akzeptanzberechnung.	80
35	Die Strukturfunktion $F_2(x)$ im Vergleich zu BCDMS und NMC.	85
36	Die Strukturfunktion $F_2(x)$ im Vergleich zu H1 und ZEUS.	86
37	$F_2(x)$ im Vergleich zu verschiedenen Parametrisierungen.	89
38	Teilchentrajektorie im Magnetfeld	95

39	Energieauflösung des BST.	96
----	-----------------------------------	----

Tabellenverzeichnis

1	Die Quantenzahlen der Fermionen im GSW-Modell	14
2	Die Aufteilung der xQ^2 -Ebene	33
3	Die Ereignisanzahl für verschiedene Strukturfunktionen	46
4	LLARAD im Vergleich zu TERAD, APHRODITES und HELIOS.	69
5	LLARAD im Vergleich zu TERAD, KRONOS und HELIOS.	70
6	Die aktive Fläche für die Zentralwertkorrektur.	81
7	$F_2(x, Q^2)$ berechnet mit der Σ -Methode.	84
8	δ_{RC} (ISR) für MT B2	104
9	δ_{RC} (ISR) für MT B1	105
10	δ_{RC} (ISR) für MRS D^0	106
11	δ_{RC} (ISR) für MRS D^-	107
12	δ_{RC} (FSR) für MT B2	108
13	δ_{RC} (FSR) für MT B1	109
14	δ_{RC} (FSR) für MRS D^0	110
15	δ_{RC} (FSR) für MRS D^-	111
16	Die Akzeptanz berechnet mit MRS D^0	112
17	Die Akzeptanz berechnet mit MRS D^-	112
18	Der systematische Fehler der Akzeptanzberechnung.	112
19	Die Effizienz für den z -Vertexschnitt.	113
20	Die Effizienz für den BEMC-BPC-Link.	113
21	Die Effizienz für das Spurkriterium.	113
22	Die relative Zentralwertkorrektur für MRS D^0	114
23	Die relative Zentralwertkorrektur für MRS D^-	114
24	Der Fehler der Zentralwertkorrektur.	114
25	Einfluß des systematischen Fehlers der Energiemessung auf F_2	115
26	Einfluß des systematischen Fehlers der Winkelmessung auf F_2	115
27	Einfluß des systematischen Fehlers der Hadronenergie auf F_2	115

Literatur

- [1] S.L. Glashow, Nucl.Phys.**22**(1961) 579;
A. Salam, Proc. 8th Nobel Symposium, ed. N. Svartholm, Stockholm 1968;
S.Weinberg, Phys.Rev.Lett.**19** (1967) 1264.
- [2] N.Cabbibo, Phys.Rev.Lett **10** (1963) 531;
M. Kobayashi und T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49** (1973) 652.
- [3] P.W.Higgs, Phys.Lett.**12** (1964) 132; Phys.Lett.**13** (1964) 508.
- [4] T.W. Kibble, Phys.Rev.**155** (1967) 1554.
- [5] G.'t Hooft, Nucl.Phys. **B33** (1971) 173;
G.'t Hooft, Nucl.Phys. **B35** (1971) 167.
- [6] R.W. McAllister und R. Hofstadter, Phys.Rev **102** (1956) 851.
- [7] E.D. Bloom et al., Phys.Rev.Lett **23** (1969) 930.
- [8] M. Breidenbach et al., Phys.Rev.Lett **23** (1969) 935.
- [9] J.D. Bjorken, Phys. Rev. **179** (1969) 1547.
- [10] R.P. Feynman, Phys.Rev.Lett.**23** (1969) 1415.
- [11] J.D. Bjorken, Phys. Rev. **163** (1967) 1767.
- [12] J.D.Bjorken und E.A. Paschos, Phys.Rev. **185** (1969) 1975
- [13] C.G. Callan und D.Gross, Phys.Rev.Lett. **22** (1969) 156.
- [14] J. Kuti und V.F. Weisskopf, Phys.Rev. **D 4** (1971) 3418.
- [15] M. Gell-Mann, Phys.Lett. **8** (1964) 214.
- [16] G. Zweig, CERN preprint 8182/TH 401 (1964);
G. Zweig, CERN preprint 8419/TH 412 (1964).
- [17] E. Derman, Phys.Rev. **D7** (1973) 2755.
- [18] M. Klein und T. Riemann, Z. Phys. **C 24** (1984) 151;
J. Blümlein und M. Klein, Ref. [51] Seite 101.
- [19] X. Ji,
„Deep-Inelastic Scattering in the Standard Model“,
MIT preprint CTP #2141 (1992).

- [20] A.A. Solokov und I.M. Ternov, Sov.Phys.Dokl. **8** (1964) 1203.
- [21] The HERMES Collaboration,
„A Proposal to measure the spin-dependent structure functions
of the neutron and the proton at HERA“,
DESY internal report (1990);
M. Dürren, K. Rith,
„Polarized electron nucleon scattering at HERA: the HERMES experiment“,
Ref. [51] Seite 427.
- [22] S.L. Adler, Phys.Rev. **143** (1966) 1144.
- [23] D. Gross und C. Llewellyn Smith, Nucl.Phys. **B 14** (1969) 337.
- [24] K. Gottfried, Phys.Rev.Lett. **18** (1967) 1154.
- [25] J. Soffer,
„Validity of breakdown of various Deep-Inelastic Scattering Sum Rules?“
"9th Capri Symposium on Elementary Particle Physics",
Capri May 27-31, 1991 und CTP-91/P.2588 (1991)
- [26] J. Soffer,
„Nucleon Structure Functions and Spin Physics“,
"XII International Conference on Physics in Collisions",
Boulder,Colorado, June 10-12, 1992 und CTP-92/P.2809 (1992)
- [27] The FermiLab E665 Collaboration,
„Measurement of the ratio σ_n/σ_p in inelastic muon-nucleon scattering
at very low x and Q^2 “,
FERMILAB-Pub93/065-E (März 1993)
- [28] S.A. Larin und J.A.M. Vermaseren, Phys. Lett. **B 259** (1991) 345.
- [29] A. Argento et al., Phys.Lett. **B 140** (1984) 142.
- [30] O.V.Tarasov, A.A.Vladimirov und A.YU.Zharkov, Phys.Lett **B 93** (1980) 429.
- [31] G. Altarelli und G. Parisi, Nucl. Phys. **B 126** (1977) 296.
- [32] V.N. Gribov und L.N. Lipatov, Sovj.J.NuclPhys **15** (1972) 78;
Yu.L. Dokshitzer, JETP **46** (1977) 641.
- [33] K. Prytz, Phys. Lett. **B 311** (1993) 286.

- [34] H1-Kollaboration,
„Scaling Violations of the Proton Structure Function F_2 at Small x “,
DESY red report DESY 93-146 Oktober 1993.
- [35] V.S. Fadin, E.A. Kuraev und L.N. Lipatov, Phys. Lett. **60B** (1975) 150.
- [36] M. Froissart, Phys.Rev. **123** (1961) 1053.
- [37] L.V. Gribov, E.M. Levin und M.G. Ryskin, Nucl.Phys. **B 188** (1981) 555;
L.V. Gribov, E.M. Levin und M.G. Ryskin, Phys.Rep. **100** (1982) 1.
- [38] A.H. Mueller, Nucl. Phys. **B 282** (1987) 727.
- [39] J. Bartel, K. Charchula und J. Feltesse,
„ $F_2(x, Q^2)$ Scaling Violations at Very Small x “;
J. Bartels, M. Besancon, A.De Roeck und J. Kurzhöfer,
„Measurements of Hot Spots at HERA“,
in Ref. [51] Seite 193 und 203.
- [40] A.J. Askew, J. Kwiechinski, A.D. Marin und P.J. Sutton,
„QCD predictions for deep inelastic structure functions at HERA“,
DTP/92/78 Dec. 1992.
- [41] P. Loch, Dissertation Universität Hamburg 1992.
- [42] J. Gayler, in
„Proceedings of the 3rd Int.Conf on Calorimetry in High Energy Physics“,
Corpus Christi (1992).
- [43] M. Fleischer und E. Peppel,
„BEMC energy calibration from quasi-elastic scattered electrons“,
DESY internal H1-Note H1-07/93-304.
- [44] A. Blondel, F. Jaquet,
„Proceedings of the study of an ep facility for Europe“,
ed. von U. Amaldi, 79/48 (1979).
- [45] J. Blümlein und M. Klein,
in Proceedings Snowmass Workshop, „The physics of the next decade“,
PHE 90-17 (1990).
- [46] H1-Kollaboration, Nucl. Phys. **B 407** (1993) 515.

- [47] St. Bentvelsen, J. Engelen und P. Kooijman,
„Reconstruction of (x, Q^2) and extraction of structure functions
in neutral current scattering at HERA“,
Ref [51] Seite 25.
- [48] ZEUS-Kollaboration, Phys.Lett. **B 316** (1993) 412.
- [49] U. Bassler, G. Bernardi,
„Progress on Kinematical Variables Reconstruction.
Consequences for D.I.S. Physics at Low x “,
DESY internal H1-Note H1-03/93-274.
- [50] G. Bernardi, private Mitteilung.
- [51] Proceedings of the Workshop „Physics at HERA“ Vol 1-3,
edd. W. Buchmüller und G. Ingelman, DESY (1992).
- [52] H1-Kollaboration,
„A Measurement of Multi-Jet Rates in Deep-Inelastic Scattering at HERA“,
DESY red report DESY 93-137 Oktober 1993.
- [53] T. Kurca, Dissertation Hamburg 1993.
- [54] J. Bán et.al,
„The BEMC Single Electron Trigger (BSET)“,
DESY internal H1-Note H1-07/92-235.
- [55] J.F. Laporte,
„ELAN miniDST Selection used for DIS analysis of H1 1992 DATA:
Technical reference“, DESY internal H1-Note H1-04/93-284.
- [56] E. Peppel, Dissertation Hamburg 1994.
- [57] N.H. Brook, A.T. Doyle und A. DeRoock,
„RAYPHOTON 2.0 — An Interface for HERA Photoproduction Physics“,
Ref. [51] Seite 1453.
- [58] H. Bengtsson und T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. **46** (1987) 43.
- [59] H1-Kollaboration, Phys.Lett. **B 299** (1993) 374.
- [60] T. Kinoshita, J. Math. Phys. **3** (1962) 650.
- [61] T.D. Lee und M. Nauenberg, Phys.Rev. **B 133** (1964) 1549.

- [62] L.W. Mo und Y.S. Tsai, Rev. Mod. Phys **41** (1969) 205.
- [63] C. Weizsäcker, Z. Phys **88** (1934) 612.
- [64] E. Williams, Phys. Rev. **45** (1934) 729.
- [65] J. Blümlein, Z. Phys. C **47** (1990) 89.
- [66] H.P. Wellisch Dissertation München 1994.
- [67] N.Yu. Volonosky und L.V. Prokhorov, JETPH Lett. **21** (1975) 177.
- [68] A.De. Roeck, M. Klein, Th. Naumann, E. Peppel, U. Stößlein, und N. Wulff
„Analysis II of the 1992 Data of the Structure Function $F_2(x, Q^2)$ “,
DESY H1 internal note H1-12/93-332, (1993).
- [69] A. Akhundov,
„Radiative Corrections for F_2 Measurement“,
DESY H1 internal note in Vorbereitung.
- [70] A. Akhundov, D.Y. Bardin, L. Kalinovska, T. Riemann,
„Leptonic QED corrections to the process $ep \rightarrow eX$
in Jacquet-Blondel Variables“,
DESY red report, DESY 92-175 (1992)
- [71] V. Blobel,
„Unfolding methods in high-energy physics experiments“,
DESY internal Report DESY 84-118 (1984).
- [72] V. Blobel und G. Rädcl,
„Vortrag in der ELAN Arbeitsgruppe“(1993).
- [73] J. Feltesse,
„Measurement of inclusive differential cross sections“,
Ref. [86], Seite 33.
- [74] A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts, Phys.Lett. **B 306** (1993) 145;
A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts, Phys.Rev. **D 47** (1993) 867.
- [75] J. Botts, J.G. Morfin, J.F. Owens, J. Qiu, W-K Tung und H. Weerts,
Phys.Lett. **B 304** (1993) 159.
- [76] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, Phys.Lett **B 306** (1993) 391.

- [77] H1-Kollaboration,
„Technical Proposal to Build Silicon Tracking Detectors for H1“,
DESY internal Report PRC 92/01 (1992).
- [78] H1-Kollaboration,
„Expression of Interest to Improve the Charged Track Detection in H1
Close to the ep Interaction Vertex“,
DESY internal report PRC 91/01 (1991).
- [79] H1-Kollaboration,
„Letter of Intend to Upgrade the Backward Region of the H1 Detector“,
DESY internal Report PRC 92/03 (1992).
- [80] N. Wulff,
„Measurement of low Bjorken x and Q^2 with a
backward silicon tracker for the H1 detector“,
DESY H1 internal note H1-07/91-183, (1991).
- [81] H. Henschel, H.H. Kaufmann, M.Klein, W.Lange and J. Meißner,
„A Silicon Pad Detector L1 Trigger for Deep Inelastic Scattering
at Low x and Q^2 “,
DESY Zeuthen H1 internal note H1-04/92-221, (1992).
- [82] N. Wulff,
„Energy Measurement with the BST“,
DESY H1 internal note H1-09/91-193, (1991).
- [83] N. Wulff,
„Design studies for the BST ϕ -strip detector“,
DESY H1 internal note H1-06/92-227, (1992).
- [84] H.H. Kaufmann,
„Implementation of Silicon Microstrip detectors in H1SIM“,
DESY software note 21, (1991).
- [85] G. Altarelli und G. Martinelli, Phys.Lett **B 76** (1978) 89;
G.Altarelli, R.K.Ellis und G. Martinelli, Nucl. Phys. **B 143** (1978) 521.
- [86] Proceedings of the Workshop „Physics at HERA“ Vol 1-2,
ed. von R.D. Peccei, DESY (1987).

