Interner Bericht
DESY H2-78/01
Februar 1978

DESY-Bibliothek
11. APR. 1978

Orbitverschiebung durch unsymmetrische Cavityverteilung in DORIS

A. Piwinski

1. Einleitung

Wenn die während eines Umlaufes abgestrahlte Energie eines Teilchens in dieselbe Größenordnung kommt wie die Energiebreite des Strahls, dann hat die Verteilung der Beschleunigungseinheiten auf dem Umfang einen spürbaren Einfluß auf den closed orbit [1,2,3,4]. Dies gilt natürlich besonders für Abschnitte des Ringes mit einer großen Dispersion, aber auch an Positionen mit verschwindender Dispersion kann der closed orbit erheblich verschoben werden.

Hierbei spielt die Dispersion in den Beschleunigungseinheiten, die in DORIS größer ist als die mittlere Dispersion, eine besondere Rolle. Da die Energie-änderung eines Teilchens im Cavity fast sprungartig erfolgt, geht das Teilchen bei nicht verschwindender Dispersion fast sprungartig von einer Dispersionsbahn auf eine andere. Da sich jedoch die tatsächliche Bahn, d.h. die Summe aus Dispersionsbahn und Betatronschwingung, nicht sprungartig ändern kann, wird im Cavity eine Betatronschwingung angeregt.

In [5] ist gezeigt worden, daß die mit der Synchrotronfrequenz variierende Energieaufnahme im Cavity eine Kopplung der Betatron- und Synchrotronschwingung liefert, die Satellitenresonanzen anregen kann. In den folgenden Rechnungen wird der konstante Anteil der Energieänderung betrachtet, der sich aus den für jeden Umlauf konstanten Strahlungsverlusten und aus den kohärenten Verlusten (higher order mode losses) zusammensetzt.

Der konstante Anteil der Energieänderung ergibt eine Störung des closed orbit, die außerhalb der Beschleunigungsstrecken aus der Bahn eines Teilchens besteht, das eine Betatronschwingung ausführt. Im Cavity wird die Orbitstörung durch den Sprung der Dispersionsbahn geschlossen.

Die gesamte durch die Energieaufnahme verursachte Orbitstörung kann aus zwei Teilen zusammengesetzt werden. Der erste Teil besteht aus der eben genannten Betatronbahn, die nur auftritt, wenn die Dispersion im Cavity nicht verschwindet. Der zweite Teil besteht aus einem langsamen Übergang von einer Dispersionsbahn auf eine andere während der Energieabgabe. Die Energieabgabe wird dabei als gleichmäßig auf dem Umfang verteilt angenommen. Es können dann keine zusätzlichen Orbitstörungen auftreten. Die tatsächliche und von der idealen Annahme abweichende Verteilung der Energieverluste führt zu einer

vernachlässigbar kleinen Orbitstörung [1,4].

Eine in Bezug auf die Wechselwirkungspunkte unsymmetrische Cavityverteilung führt dazu, daß zwei kollidierende Bunche etwas verschiedene Energien und unterschiedliche Orbitstörungen haben. In DORIS beträgt die Differenz der Orbitstörungen bei der derzeitigen Cavityverteilung und bei 4 GeV mehrere Zehntel der Strahlhöhe. Dieser Abstand ist zu klein, um die Luminosität wesentlich zu beeinflussen, aber groß genug, um den zuerst in ACO [6] beobachteten "Kanteneffekt" auszulösen.

In ACO ist beobachtet worden, daß eine vertikale Verschiebung der beiden Strahlen gegeneinander von nur wenigen Zehnteln der Strahlhöhe zu einer drastischen Verkleinerung der Strahl-Strahl-Grenze führte. Da diese Verschiebung beim normalen Betrieb nicht auftrat, ist der Effekt nicht weiter untersucht und daher auch nicht geklärt worden.

In DORIS sind ähnliche Beobachtungen gemacht worden, allerdings beim Betrieb mit Kreuzungswinkel und bei einem erheblich kleineren ΔQ. Hier war der Effekt daher nicht so ausgeprägt wie bei ACO und ist noch nicht restlos aufgeklärt worden.

2. Dispersion am Wechselwirkungspunkt

Während die DORIS-Resonatoren symmetrisch in Bezug auf beide Wechselwirkungspunkte aufgestellt sind, befinden sich die PETRA-Resonatoren unmittelbar neben dem WWP 2 im Q4. Ein Positronenbunch, der im WWP 2 mit einem Elektronenbunch kollidiert, hat daher eine höhere Energie, und zwar ist der Unterschied gleich der im PETRA-Beschleunigungssystem aufgenommenen Energie.

Die Strahlungsverluste betragen pro Umlauf bei 4 GeV für ein Teilchen 1.96 MeV. Dazu kommen "higher order mode losses", die für einen Bunch von 25 mA etwa 27 kW ausmachen [7], d.h. jedes Teilchen braucht zusätzlich 1.08 MeV. Bei normalem Betrieb bringen die PETRA-Resonatoren etwa 65 % der Umfangsspannung auf. Die beiden Bunche haben dann im WWP 2 einen Energieunterschied von 1.98 MeV pro Teilchen, während sie im WWP 1 gleiche Energien haben.

Die Dispersionen an den Wechselwirkungspunkten folgen aus den Optikprogrammen zu $D_{xo} = -70$ cm und $D_{zo} = -11$ cm.

Der Abstand zwischen den Schwerpunkten der beiden Bunche im WWP 2 ist dann gegeben durch

$$X_{02}^{+} - X_{02}^{-} = D_{xo}\,(E^{+} - E^{-})/E \tag{1}$$

$$= D_{xo}\; e\, U_{TP}/E$$

$$= -0{,}35 \text{ mm}$$

$$Z_{02}^{+} - Z_{02}^{-} = D_{zo}\; e\, U_{TP}/E \tag{2}$$

$$= -0{,}054 \text{ mm}$$

Diese Verschiebungen sind zu vergleichen mit den Bunchdimensionen am Wechselwirkungspunkt. Die Emittanzen sind gemessen und betragen $\varepsilon_x = 0{,}58\ \pi$ mm mrad und $\varepsilon_z = 0{,}087\ \pi$ mm mrad. Mit $\beta_{xo} = 112$ cm und $\beta_{zo} = 16$ cm erhält man für die Ausdehnungen infolge von Betatronschwingungen $\sigma_{x\beta} = 0{,}81$ mm und $\sigma_{z\beta} = 0{,}12$ mm. Die Ausdehnungen infolge von Synchrotronschwingungen müssen quadratisch dazu addiert werden. Mit einer relativen Energiebreite von 0.97 ‰ erhält man $\sigma_{xs} = 0{,}68$ mm und $\sigma_{zs} = 0.11$ mm. Die Strahldimensionen am Wechselwirkungspunkt sind dann $\sigma_{xo} = 1.1$ mm und $\sigma_{zo} = 0.16$ mm.

Die für den Kanteneffekt wichtigen relativen Verschiebungen sind

$$\frac{|D_{xo}|\,e\,U_{TP}}{\sigma_{xo}\;E} = 0.32 \tag{3}$$

$$\frac{|D_{zo}|\,e\,U_{TP}}{\sigma_{zo}\;E} = 0.34 \tag{4}$$

3. Dispersion im Cavity

3.1 Bestimmung der Orbitstörung

Um die Ableitung zu vereinfachen, werden statt der Betatronwinkel X' und Z' und statt der Ableitung der Dispersion D' folgende Größen verwendet:

$$\tilde{X} = X'\beta_x - X\beta_x'/2 \tag{5}$$

$$\tilde{Z} = Z'\beta_z - Z\beta_z'/2 \tag{6}$$

$$\tilde{D}_{x,z} = D'_{x,z}\beta_{x,z} - D_{x,z}\beta'_{x,z}/2 \tag{7}$$

Die im Cavity verursachten Orbitstörungen können in folgender Form geschrieben werden:

$$X_s = A_x\sqrt{\beta_x}\,\sin\phi_x \tag{8}$$

$$\tilde{X}_s = A_x\sqrt{\beta_x}\,\cos\phi_x \tag{9}$$

$$Z_s = A_z\sqrt{\beta_z}\,\sin\phi_z \tag{10}$$

$$\tilde{Z}_s = A_z\sqrt{\beta_z}\,\cos\phi_z \tag{11}$$

mit

$$0 < \phi_{x,z} - \phi_{x,z\,c} < 2\pi Q_{x,z}\,,$$

wobei $\phi_{x,z\,c}$ die Phasen im Cavity sind.

Im Cavity bleibt die Teilchenbahn stetig, daher muß der Sprung der Orbitverschiebung durch den Sprung der Dispersionsbahn kompensiert werden:

$$X_s(S_c + 0) - X_s(S_c - 0) = -D_{xc}\,\frac{\delta E}{E}\,, \tag{12}$$

wobei δE die Energiezunahme im Cavity ist.

Aber auch der Betatronwinkel bleibt im Cavity konstant, wenn man die Winkeländerung infolge der Änderung des longitudinalen Impulses vernachlässigt. Diese ist gegeben durch $X' \cdot \delta E/E$, während die Winkeländerung infolge der Änderung der Dispersionsbahn gleich $D'_x \cdot \delta E/E$ ist. Der erste Term ist klein gegen den zweiten, da $|X| << |D|$ gilt für alle hier in Frage kommenden Dispersionen. Die Stetigkeit des Betatronwinkels liefert dann die Bedingung

$$\tilde{X}_s\,(S_c + 0) - \tilde{X}_s\,(S_c - 0) = -\,\tilde{D}_{xc}\,\frac{\delta E}{E} \qquad (13)$$

In den Gln. (12) und (13) ist der Einfachheit halber angenommen worden, daß die Cavitylänge klein ist im Vergleich zur Betatronwellenlänge. Diese Bedingung ist jedoch nicht notwendig. In [5] ist gezeigt worden, daß die Wirkung beliebig verteilter Beschleunigungseinheiten außerhalb des Beschleunigungsabschnittes durch ein einziges Cavity mit der Länge Null beschrieben werden kann, solange die Sollbahn in dem Beschleunigungsabschnitt keine Krümmung besitzt.

Bei Berücksichtigung der Gln. (8) und (9) können die Gln. (12) und (13) in folgender Form geschrieben werden:

$$2\,A_x\sqrt{\beta_{xc}}\,\sin\pi Q_x\,\cos\,(\phi_{xc} + \pi Q_x) = D_{xc}\,\frac{\delta E}{E} \qquad (14)$$

$$2\,A_x\sqrt{\beta_{xc}}\,\sin\pi Q_x\,\sin\,(\phi_{xc} + \pi Q_x) = -\,\tilde{D}_{xc}\,\frac{\delta E}{E} \qquad (15)$$

Wenn man x durch z ersetzt, erhält man zwei analoge Gleichungen für die vertikale Orbitverbiegung.

Für A_x erhält man

$$A_x = \frac{1}{2|\sin\pi Q_x|}\sqrt{\frac{D_{xc}^2 + \tilde{D}_{xc}^2}{\beta_{xc}}}\;\frac{\delta E}{E} \qquad (16)$$

Mit $(D_{xc}^2 + \tilde{D}_{xc}^2)/\beta_{xc} = 0{,}438$ m und $Q_x = 7{,}28$ erhält man $A_x = 0{,}0067\ \sqrt{\text{mm}}$. Das Verhältnis der Amplitude der Orbitstörung zu einer Standardabweichung der horizontalen Strahlausdehnung ist $A_x/\sqrt{\varepsilon_x} = 0{,}28$.

Für die vertikale Orbitstörung erhält man mit $(D_{zc}^2 + \tilde{D}_{zc}^2)/\beta_{zc} = 0{,}011$ m und $Q_z = 6{,}18$ die Amplitude $A_z = 0{,}0015\ \sqrt{\text{mm}}$. Das Verhältnis der Amplitude zu einer Standardabweichung der vertikalen Strahlausdehnung ist $A_z/\sqrt{\varepsilon_z} = 0{,}16$.

3.2 Verschiebung am Wechselwirkungspunkt

Im WWP 2 gilt für ein Elektron

$$X_{s2}^- = A_x\sqrt{\beta_{xo}}\,\sin\,(\phi_{xc} + 2\pi\,Q_x - \Delta\phi_x)\,, \qquad (17)$$

wobei $\Delta\phi_x$ der kürzeste Phasenabstand zwischen einem PETRA-Cavity und dem WWP 2 ist. Aus den Gln. (14) und (15) folgt

$$X_{s2}^- = \frac{1}{2\sin\pi Q_x}\sqrt{\frac{\beta_{xo}}{\beta_{xc}}}\,(D_{xc}\sin(\pi Q_x - \Delta\phi_x) - \tilde{D}_{xc}\cos(\pi Q_x - \Delta\phi_x))\,\frac{\delta E}{E} \qquad (18)$$

Berücksichtigt man ferner, daß auf der kürzesten Strecke zwischen dem PETRA-Cavity und dem WWP 2 keine horizontale Krümmung auftritt, so kann man die Dispersion wie eine Teilchenbahn transformieren und erhält

$$D_{xc} = \sqrt{\frac{\beta_{xc}}{\beta_{xo}}}\,(D_{xo}\cos\,\Delta\phi_x + \tilde{D}_{xo}\,\sin\,\Delta\phi_x) \qquad (19)$$

$$\tilde{D}_{xc} = \sqrt{\frac{\beta_{xc}}{\beta_{xo}}}\,(-\,D_{xo}\sin\Delta\phi_x + \tilde{D}_{xo}\cos\,\Delta\phi_x) \qquad (20)$$

Damit nimmt die Orbitverbiegung der Elektronen am WWP 2 die einfache Form an:

$$X_{s2}^- = \frac{1}{2}\,(D_{xo} - \tilde{D}_{xo}\cot\pi Q_x)\,\frac{\delta E}{E} \qquad (21)$$

Um die Orbitverbiegung für die Positronen zu bestimmen, kann man die Positronenbahn in umgekehrter Richtung durchlaufen, d.h. in Umlaufrichtung der Elektronen. Man sieht dann, daß die Energieänderung im Cavity negativ sein muß. Ersetzt man in den Gln. (12) und (13) δE durch $-\,\delta E$, so erhält man die Orbitverbiegung für die Positronen, die überall auf dem Umfang gegeben ist durch

$$X_s^+ = -\,X_s^- \qquad (22)$$

Dies gilt natürlich nur für die Störungen, die durch die PETRA-Resonatoren verursacht werden, und nicht für Störungen, die durch die DORIS-Resonatoren verursacht werden, da diese jeweils nur auf einen der beiden Strahlen wirken.

Der Abstand zwischen den beiden Strahlen am WWP 2 infolge der Dispersion im PETRA-Cavity ist dann

$$X^+_{s2} - X^-_{s2} = -(D_{xo} - \tilde{D}_{xo} \cot \pi Q_x) \frac{\delta E}{E} \tag{23}$$

Da $\tilde{D}_{xo}$ gleich Null ist, falls die Bunche sich genau in der Mitte der Wechselwirkungszone treffen, hat die Trennung der Bunche infolge der Dispersion im Cavity den gleichen Betrag, aber das entgegengesetzte Vorzeichen wie die Trennung infolge der Dispersion am Wechselwirkungspunkt. Die Bunche treffen sich daher am WWP 2 ohne horizontale Trennung.

Am WWP 1 gilt für ein Elektron

$$\begin{aligned} X^-_{s1} &= A_x \sqrt{\beta_{xo}} \sin(\phi_{xc} + \pi Q_x - \Delta\phi_x) \\ &= \frac{-1}{2\sin\pi Q_x} \sqrt{\frac{\beta_{xo}}{\beta_{xc}}} (D_{xc} \sin \Delta\phi_x + \tilde{D}_{xc} \cos \Delta\phi_x) \frac{\delta E}{E} \\ &= \frac{-1}{2\sin\pi Q_x} \tilde{D}_{xo} \frac{\delta E}{E} \end{aligned} \tag{24}$$

Da $\tilde{D}_{xo}$ gleich Null ist und da die Energien der beiden Bunche am WWP 1 gleich sind, treffen sich die Bunche auch am WWP 1 ohne horizontale Trennung.

Eine andere Situation ergibt sich für die vertikale Orbitverbiegung, da zwischen dem PETRA-Cavity und dem WWP 2 eine vertikale Krümmung vorhanden ist. Für den WWP 2 ergibt sich

$$\begin{aligned} Z^-_{s2} &= A_z \sqrt{\beta_{zo}} \sin(\phi_{zc} + 2\pi Q_z - \Delta\phi_z) \\ &= \frac{1}{2\sin\pi Q_z} \sqrt{\frac{\beta_{zo}}{\beta_{zc}}} \left(D_{zc} \sin(\pi Q_z - \Delta\phi_z) - \tilde{D}_{zc} \cos(\pi Q_z - \Delta\phi_z)\right) \frac{\delta E}{E} \end{aligned} \tag{25}$$

Mit $D_{zc} = 11$ cm, $\tilde{D}_{zc} = -15$ cm, $\beta_{zc} = 322$ cm und $\Delta\phi_z = 253{,}8^\circ$ erhält man

$\phi_{zc} = 21{,}3^\circ$ und $Z^-_{s2} = -0{,}0041$ mm. Die vertikale Trennung der beiden Strahlen am WWP 2 infolge der Dispersion im Cavity ist dann

$$Z^+_{s2} - Z^-_{s2} = 0{,}0082 \text{ mm} \tag{26}$$

Diese Trennung hat zwar das entgegengesetzte Vorzeichen wie die Trennung infolge der Dispersion am Wechselwirkungspunkt, ist aber wesentlich kleiner, so daß der Abstand zwischen den beiden Strahlen 0,046 mm oder 0.29 σ_{zo} beträgt.

Für den WWP 1 erhält man

$$\begin{aligned} Z^-_{s1} &= A_z \sqrt{\beta_{zo}} \sin(\phi_{zc} + \pi Q_z - \Delta\phi_z) \\ &= \frac{-1}{2\sin\pi Q_z} \sqrt{\frac{\beta_{zo}}{\beta_{zc}}} (D_{zc} \sin\Delta\phi_z + \tilde{D}_{zc} \cos\Delta\phi_z) \frac{\delta E}{E} \end{aligned} \tag{27}$$

Der Abstand zwischen den Bunchen ist hier

$$Z^+_{s1} - Z^-_{s1} = 0{,}013 \text{ mm} \tag{28}$$

Da wegen der Energiegleichheit der Bunche die Dispersion im WWP 1 keine Verschiebung verursacht, ist dies der gesamte Abstand. Ausgedrückt in Standardabweichungen sind dies 0,08 σ_{zo}.

3.3 Kreuzungswinkel am Wechselwirkungspunkt

Mit $\beta'_x = \beta'_z = D'_x = D'_z = 0$ an den Wechselwirkungspunkten ergeben sich die Kreuzungswinkel aus $X'_s = \tilde{X}_s/\beta_{xo}$ und $Z'_s = \tilde{Z}_s/\beta_{zo}$. Am WWP 1 gilt für ein Elektron

$$\begin{aligned} \tilde{X}^-_{s1} &= A_x \sqrt{\beta_{xo}} \cos(\phi_{xc} + \pi Q_x - \Delta\phi_x) \\ &= \frac{1}{2\sin\pi Q_x} \sqrt{\frac{\beta_{xo}}{\beta_{xc}}} (D_{xc} \cos\Delta\phi_x - \tilde{D}_{xc} \sin\Delta\phi_x) \frac{\delta E}{E} \end{aligned} \tag{29}$$

Nach Transformation der Dispersion zum Wechselwirkungspunkt mit Hilfe der Gln. (19) und (20) erhält man

$$\tilde{X}^-_{s1} = \frac{D_{xo}}{2\sin\pi Q_x}\,\frac{\delta E}{E} \tag{30}$$

Da wegen Gl. (22) die durch das PETRA-Cavity verursachten Orbitstörungen spiegelbildlich für Positronen und Elektronen verlaufen, erhält man für den Kreuzungswinkel

$$X'^+_{s1} - X'^-_{s1} = \frac{-1}{\sin\pi Q_x}\,\frac{D_{xo}}{\beta_{xo}}\,\frac{\delta E}{E} \tag{31}$$

Mit den oben genannten DORIS-Parametern ergibt sich der horizontale Kreuzungswinkel am WWP 1 zu - 0,4 mrad.

Für den WWP 2 gilt

$$\tilde{X}^-_{s2} = A_x\sqrt{\beta_{xo}}\,\cos(\phi_{xc} + 2\pi Q_x - \Delta\phi_x)$$

$$= \frac{1}{2}\,(\tilde{D}_{xo} + D_{xo}\cot\pi Q_x)\,\frac{\delta E}{E} \tag{32}$$

und

$$X'^+_{s2} - X'^-_{s2} = \frac{-1}{\beta_{xo}}\,(\tilde{D}_{xo} + D_{xo}\cot\pi Q_x)\,\frac{\delta E}{E} \tag{33}$$

Der Kreuzungswinkel ist hier 0,26 mrad.

Obwohl die beiden DORIS-Sender aus Symmetriegründen zu keiner Trennung der Strahlen an den Wechselwirkungspunkten führen, verursachen sie doch einen kleinen Kreuzungswinkel. Da der Positronensender im Q2 steht, also diametral zum PETRA-Cavity, ergeben sich die durch die DORIS-Sender verursachten Kreuzungswinkel aus den durch die PETRA-Resonatoren verursachten Kreuzungswinkeln durch Vertauschen von WWP 1 und WWP 2 und Multiplikation mit 35 % / 65 % = 0.54. Man erhält dann die beiden zusätzlichen Kreuzungswinkel von 0,14 mrad und - 0,22 mrad. Die gesamten horizontalen Kreuzungswinkel sind dann - 0,26 mrad im WWP 1 und 0,04 im WWP 2.

Für die durch die PETRA-Resonatoren verursachten vertikalen Kreuzungswinkel erhält man

$$Z'^+_{s1} - Z'^-_{s1} = -\,2\,\frac{A_z}{\sqrt{\beta_{zo}}}\,\cos(\phi_{zc} + \pi Q_z - \Delta\phi_z) \tag{34}$$

und

$$Z'^+_{s2} - Z'^-_{s2} = -\,2\,\frac{A_z}{\sqrt{\beta_{zo}}}\,\cos(\phi_{zc} + 2\pi Q_z - \Delta\phi_z) \tag{35}$$

Die Kreuzungswinkel sind dann 0.22 mrad und 0.23 mrad. Die durch die DORIS-Sender verursachten vertikalen Kreuzungswinkel sind 0.12 mrad, so daß die vertikalen Kreuzungswinkel insgesamt 0.33 mrad und 0.32 mrad betragen.

4. Schlußfolgerungen

Die horizontalen Dispersionen können nicht zu einer Verschiebung der Strahlen gegeneinander und damit zum Kanteneffekt führen. Der Grund hierfür ist das Fehlen einer horizontalen Krümmung zwischen dem Wechselwirkungspunkt 2 und den zur Zeit unsymmetrisch aufgestellten PETRA-Resonatoren, so daß sich die Wirkungen der Dispersionen an diesen beiden Positionen kompensieren. Allerdings sind die horizontalen Dispersionen so groß, daß sie starke Satellitenresonanzen anregen können.

Die vertikale Dispersion am Wechselwirkungspunkt verursacht eine Verschiebung der Bunche gegeneinander, die vergleichbar ist mit der Verschiebung, die bei ACO zu einer drastischen Verkleinerung der maximalen Ströme führte. Die vertikale Dispersion im Cavity liefert eine wesentlich kleinere Verschiebung.

Bei der Bestimmung der vertikalen Dispersion am Wechselwirkungspunkt muß außerdem berücksichtigt werden, daß durch Korrekturspulen oder andere Orbitstörungen Dispersionen erzeugt werden, die größer sein können als die hier angenommenen 11 cm, die aus der Rechnung für die ideale Maschine folgen [8]. Die vertikale Verschiebung kann daher durchaus wesentlich größer werden als die, die aus den hier gemachten Annahmen folgt.

Die Kreuzungswinkel, die durch die Dispersion im Cavity verursacht werden, sind kleiner als die natürlichen Strahldivergenzen und klein gegen das Verhältnis Bunchbreite zu Bunchlänge bzw. Bunchhöhe zu Bunchlänge. Diese Winkel sollten daher nicht zu unerwünschten Effekten führen.

1) G.-A. Voss, DESY PET-75/1

2) M. Bassetti, nicht veröffentlicht

3) M.H.R. Donald, J.R.M. Maidment, RL-76-019

4) K. G. Steffen, DESY PET-76/16

5) A. Piwinski, A. Wrulich, DESY 76/07 (1976)

6) M. Bergher et al., Proc. of the 9th Int. Conf. on High Energy Accelerators, Stanford, (1974)

7) R. D. Kohaupt, Private Mitteilung

8) A. Piwinski, PETRA-Kurzmitteilung Nr. 79 (1976)