

Interner Bericht  
DESY H3-77/01  
März 1977

**DESY-Bibliothek**

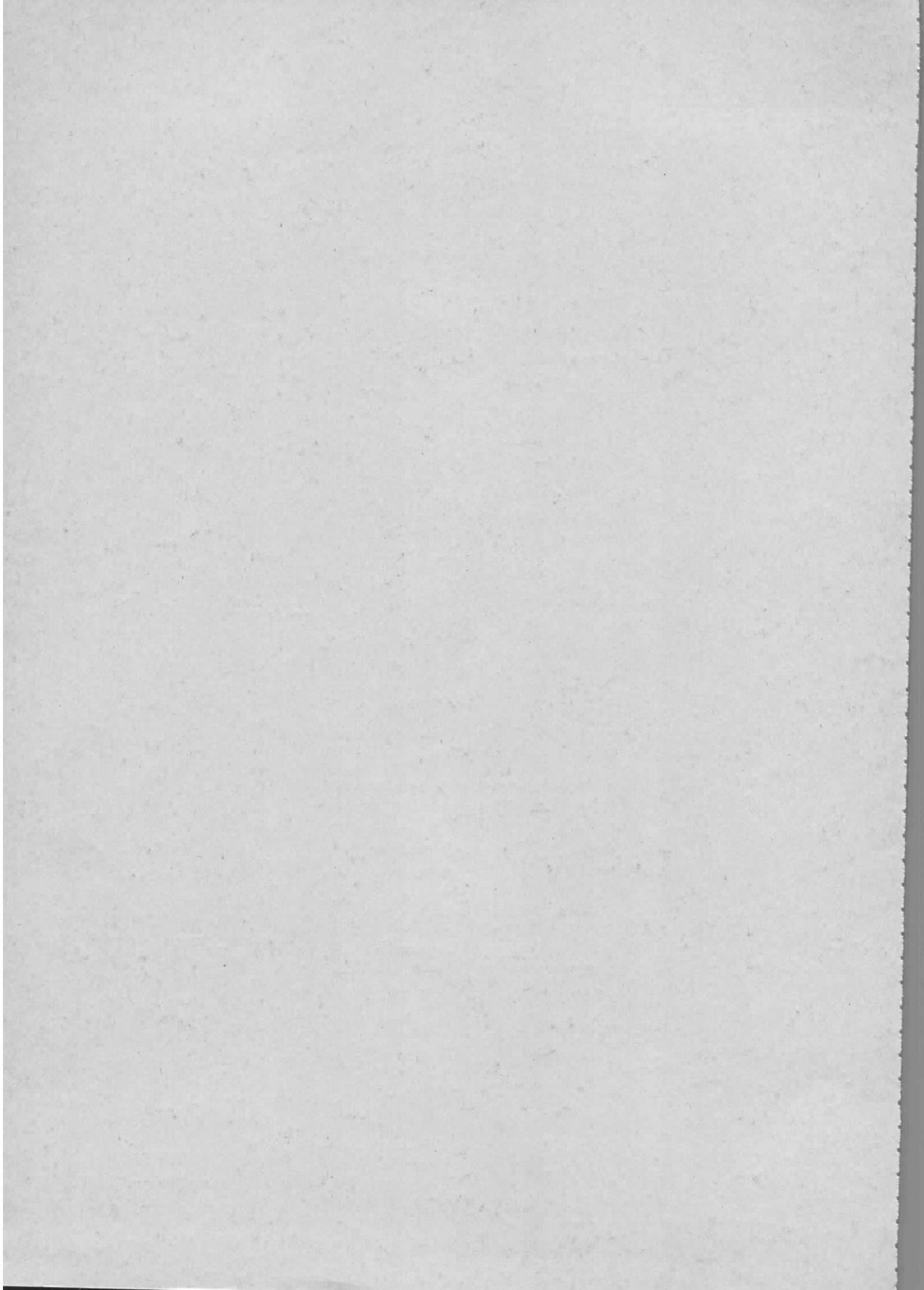
26. APR. 1977

Zur Verkoppelung von Resonatoren bei  
Betrieb über ein gemeinsames Wellenleitersystem

von

B. Dwersteg

A. Zolfaghari



Inhalt

Hamburg, den 7.4.1977

	Seite
Einleitung	1
1.1 Betrieb mehrerer Resonatoren an einem Sender	2
1.2 Resonatordarstellung	3
1.3 Entwicklung eines Modelles	8
1.4 Rechnerische Behandlung des Modelles	15
1.5 Ergebniszusammenstellung	18
1.5.1 Übertragung der Systeme nach den Bildern 1a, 1b auf das Modellsystem entspr. Bild 12	18
1.5.2 Resonatordarstellung	20
1.5.3 Formeln	22
2.1 Experimenteller Aufbau und Meßverfahren	23
2.2 Gegenüberstellung von Rechnung und Messung	27
2.2.1 Verkopplung von Störsignalen bei sonst ungestörtem System	27
2.2.2 Verkopplung von Störsignalen bei gestörtem System	27
2.2.3 Phasenraum des Vorlaufes an $K_A$ bei Verstimmung von B	28
2.2.4 Kopplungsbedingtes Resonanzverhalten der Strukturen	30
3. Schlußfolgerungen und Zusammenfassung	34

Zur Verkopplung von Resonatoren bei

Betrieb über ein gemeinsames Wellenleitersystem

von

B. Dwersteg - B3

A. Zolfaghari - H3

### Einleitung

Den Anlaß zu dieser Arbeit gibt die Frage, ob bei gemeinsam an einer HF - Leistungsquelle betriebenen Beschleunigungsstrukturen wie beim PETRA - Bau geplant, ein speziell dimensioniertes Wellenleitersystem genügend Entkopplung zwischen den strahlbelasteten Strukturen garantiert, oder ob mindestens ein Entkopplungsvierpol, z. B. in Form eines Magischen T zwischen je zwei Resonatoren erforderlich ist.

Ein System von vielen Resonatoren und Wellenleitern mit mehr oder weniger Strahlbelastung und Senderansteuerung wird schnell unübersichtlich, sobald die Zusammenhänge bei Änderung von Parametern oder Einführung von Störungen untersucht werden. Daher wird hier für die Rechnung ein möglichst einfaches Näherungsmodell entwickelt, das die gegenseitige Beeinflussung zweier beliebiger Resonatoren des Systems bei geringem mathematischen Aufwand trotz der eingeführten Vereinfachungen recht genau beschreibt. Das Modell ist sehr variabel gehalten, so daß es nicht nur auf die beiden oben angegebenen Kopplungsfälle anwendbar ist. Es erlaubt unter anderem Aussagen über die Verkopplung vom Strahl in das System eingebrachter Oberwellenanteile.

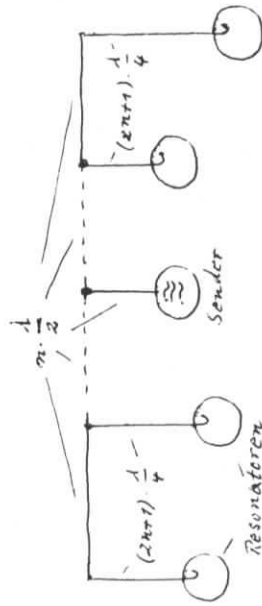
Es soll allerdings hier nur das Verhalten bei der vom Sender und vom Strahl angeregten Grundfrequenz betrachtet werden. Den errechneten Werten werden an einem Versuchssystem ermittelte Messwerte gegenübergestellt.

### 1.1 Betrieb mehrerer Resonatoren an einem Sender

Wenn man mehr als einen Resonator an einem Sender betreiben will, kommt zu dem Problem der Entkopplung der Resonatoren, die in dieser Betrachtung Leistung an einen Elektronenstrahl abgeben sollen, vom Sender das Problem der gegenseitigen Entkopplung hinzu. Da jeder Resonator eine bestimmte Phase und Spannung haben soll, müssen die gegenseitigen Störmöglichkeiten, die über die Grundfrequenz oder aber über vom Strahl eingebrachte Oberwellen gegeben sind, möglichst gering gehalten werden. Im folgenden soll ausschließlich die gegenseitige Beeinflussung zweier Resonatoren, von denen einer oder beide in beliebiger Weise gestört sein dürfen, untersucht werden. Dabei werden die beiden Anordnungen a) und b) des Bildes 1 miteinander verglichen.

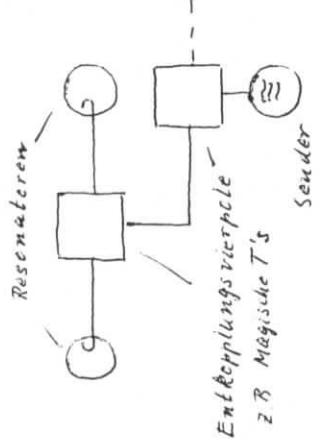
Bild 1

a) Resonatoren und Sender an einem speziell dimensionierten Wellenleitersystem



n - jeweils ganzzahlig  $\lambda$  - Leitungswellenlänge

b) Resonatoren und Sender mit Entkopplungsvierpolen

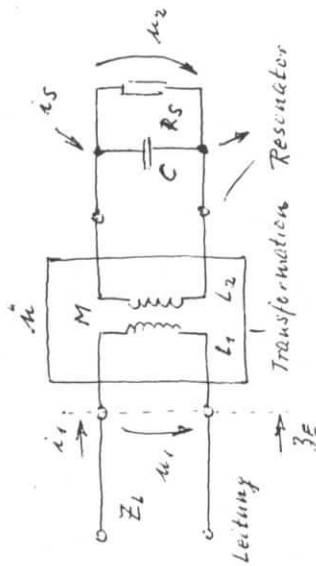


In Bild (a) sind die elektrischen Abstände der Resonatoren untereinander  $n \cdot \frac{\lambda}{2}$ . n ist jeweils ganzzahlig. Der Abstand der Resonatoren vom Sender beträgt jeweils ein ganzzahliges Vielfache von  $\frac{\lambda}{2}$  plus  $\frac{\lambda}{4}$ . Damit wird ein

möglicher Resonator Kurzschluss vom Sender immer als Leerlauf gesehen. Da der Sender als Last die Parallelschaltung der mittels Stichleitungen um  $\frac{\lambda}{4}$  transformierten Resonatorimpedanzen sieht, läßt sich von vornherein sagen, daß die Verkopplung von Störungen mit der Anzahl der Resonatoren sinkt. Ein spezielles Entkopplungssystem, das eine definierte Entkopplung, also Dämpfung von Störsignalen gleich welcher Art, gewährleistet, fehlt in 1a) im Gegensatz zur Anordnung 1b), in der ein Entkopplungsvierpol jeweils den Einfluß eines gestörten Resonators auf einen ungestörten um einen vorhersagbaren Faktor verringert. Wählt man dazu Magische T's, dann ist die Stördämpfung nur im für das Magische T vorgesehenen Frequenzbereich vorhanden. Bei höheren Frequenzen, also weit oberhalb der Grundwelle verliert das T seine Entkopplende Wirkung. Zur Erhöhung der Entkopplung bei hohen Frequenzen kann man Tiefpaßfilter an geeigneten Stellen einbauen. Im folgenden wird zur Untersuchung der beiden in Bild 1 skizzierten Systeme ein auf beide anwendbares relativ einfaches Modell entwickelt, mit dessen Hilfe man die beiden Systeme miteinander vergleichen kann.

1.2 Resonatordarstellung

Bild 2 Ersatzbild für Resonator mit induktiver Kopplung



$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}}$$
 Eigenresonanz des Resonators  

$$Z_k = \omega_c L_2 = \sqrt{\frac{L_2}{C}}$$
 Charakteristische Impedanz  

$$Q = \frac{R_S}{Z_k} \gg 1$$
 unbelastete Güte des Resonators  

$$f \omega_c C \gg \frac{1}{R_S}$$

(1)

Die am Ende der Leitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$  gesehene transformierte Eingangsimpedanz  $Z_E$  des Resonators nach Bild 2 ist mit  $i_S = 0$  ( $i_S$  Strahlstrom) :

$$\begin{aligned}
 Z_E &= j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C + \frac{1}{R_S}}} = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C} \left(1 - \frac{1}{j\omega C R_S}\right)} \\
 &= j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{1}{\omega C R_S}} = j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 \left[\frac{\omega - \omega_c}{\omega_c} + \frac{1}{\omega C R_S}\right]} \\
 Z_E &= j\omega L_1 + \frac{Z_k^2 (\omega M)^2}{\omega_c^2 (1 + (\omega - \omega_c)^2) - \frac{\omega_c^2}{Z_k} (\omega C R_S M)^2} = \frac{Z_k^2 (\omega M)^2}{1 + (\Delta\omega)^2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

Die Verstimmung  $\Delta\omega$  des Resonators gegenüber  $\omega_0$  infolge der induktiven Kopplung durch  $L_1$ ,  $M$  ergibt sich aus

$$\begin{aligned}
 \omega_c L_1 \cdot (1 + (\Delta\omega)^2) &= \frac{Q^2 \mu}{Z_k} \cdot Q \cdot (\omega M)^2 & \omega &\approx \omega_0 \\
 \omega_c^2 L_1 L_2 (1 + (\Delta\omega)^2) &= Q^2 \mu \omega_c \cdot M^2 \\
 1 + Q^2 \mu^2 &= Q^2 \mu \frac{M^2}{L_1 L_2} & k^2 &= \frac{M^2}{L_1 L_2} \leq 1 \quad (3) \\
 \frac{1}{Q^2} + \mu^2 - \mu k^2 &= 0 & \mu L_1 &= \frac{k^2 (\pm)}{2} \sqrt{\frac{L_1 L_2}{k^2 - 1}} \quad (4)
 \end{aligned}$$

Die Führungsimpedanz des induktiv gekoppelten Resonators wächst mit wachsender Ankopplung entsprechend  $M$  ( nach Ersatzbild 2 ). Der Einfluß von  $L_1$  und  $M$  verschiebt im Normalbetrieb die Resonanzfrequenz des Resonators, die von der Eigenfrequenz um die Verstimmung  $\Delta\omega$  nach (4) abweicht. Da nach (4) also die kopplungsbedingte Verstimmung die Größenordnung von  $1/Q$  praktisch nicht überschreitet, ist der Einfluß von  $L_1$  auf  $Z_E$  gering. Bei geringem Einfluß von  $L_1$  verhält sich aber  $Z_E$  nach (2) wie ein Parallelresonanzkreis der Güte

$$Q = \frac{R_S}{\sqrt{L_2 / C}} \quad \text{und der Resonanzfrequenz} \quad \omega_c = \frac{1}{\sqrt{L_2 C}} \quad (5)$$

Im Resonanzfall wird bei vernachlässigbarem  $L_1$  dann

$$\beta_E = R_S \cdot \left( \frac{\omega_0 M}{\omega_0 L_2} \right)^2 = R_S \cdot \frac{M^2}{L_2^2} \quad (6)$$

Um Senderleistung in den Resonator hineinzubringen, muß im Resonanzbereich die Eingangsimpedanz des Resonators die Größenordnung von  $Z_L$  erreichen.

Dann gilt mit  $Z_L \ll R_S$

$$\frac{Z_L}{R_S} = \frac{M^2}{L_2^2} = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2} \cdot \frac{M^2}{L_2^2} = \frac{M^2}{L_2^2} \cdot \omega_0^2 < L_2^2 \quad (7)$$

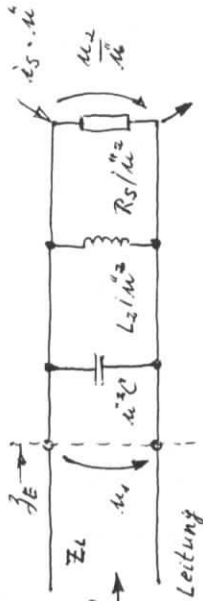
$$\frac{\omega_0}{\omega_0} = \frac{M}{L_2} = \frac{\omega_0}{\omega_0} = \omega_0 \gg 1 \quad \omega_0 \text{ reell} \quad (8)$$

Der Resonator am Leitungsende ist also ersetzbar durch einen Parallelschwingkreis der Güte  $Q$  nach (5), der Resonanzfrequenz  $\omega_0$  nach (1) und mit einer Shuntimpedanz  $R_S \cdot M^2 / L_2^2$ . Es ergeben sich dann folgende Transformationen:

$$R_S \rightarrow R_S \frac{M^2}{L_2^2} \quad L_2 \rightarrow L_2 \frac{M^2}{L_2^2} \quad C \rightarrow C \frac{L_2^2}{M^2} \quad (9)$$

Damit erhält man ein Resonatorersatzbild nach Bild 3.

Bild 3 Leitungsendimpedanz als Resonator-Ersatzbild



Will man den Einfluß von  $L_1$  mitberücksichtigen, so ändert sich nicht das Ersatzbild 2. Wohl aber müssen dann die Transformationen (7), (8), (9) geringfügig korrigiert werden.

Ein induktiv gekoppelter Resonator an einem Leitungsende kann also im allgemeinen bezüglich  $\beta_E$  durch eine RLC-Kombination nach Bild 2 ersetzt werden. Dabei wird eine Konstantstrom-Einspeisung, die die Strahllast darstellt, durch eine entsprechend transformierte Einströmung ersetzt. Näherungsweise kann man davon ausgehen, daß  $u_1$ , die Spannung am Resonator, und  $u_2$ , die Spannung im Resonator, die gleiche Phase haben. Da  $M$  und  $L_2$  meistens nicht bekannt sind, wohl aber  $R_S$  als Shuntimpedanz des Resonators bekannt ist, kann man die Transformationen (7), (8), (9) meist nicht direkt anwenden.

Die interessierende Spannungs  $u_2$  an  $R_S$  läßt sich in ihrem Betrag durch die an  $\beta_E$  abgezeichnete Wirkleistung ermitteln. Dabei seien die Verluste in der Einkopplung vernachlässigbar:

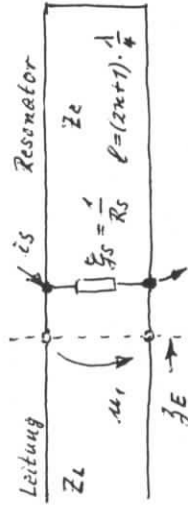
$$P = \frac{u_1^2}{R_S / \omega_0^2} = \frac{\omega_0^2}{R_S} \cdot u_1^2 \quad u_2^2 = P \cdot R_S \quad u_2^2 = \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2} \quad (10)$$

Die Abhängigkeit von  $\beta$  bzw.  $M$  von der Kopplungseinstellung läßt sich durch den Kopplfaktor berücksichtigen.

$$\beta = \frac{R_S / \omega_0^2}{Z_L} \quad (11)$$

Meist hat ein Fohlraumresonator nicht nur eine, sondern unendlich viele Resonanzfrequenzen, deren Frequenzlage und Güten von Konstruktion und Material des Resonators abhängen. Im Ersatzbild 3 ist aber nur eine Resonanzfrequenz möglich. Ein Ersatzbild, das alle Resonanzen einschließlich ihrer Güten berücksichtigt, würde sehr kompliziert. Betrachtet man dann aus mehreren Resonanz-Zellen bestehende Strukturen, so wird das Ganze noch unübersichtlicher. Wenn einem allerdings weniger die genaue Reproduktion von Resonanzfrequenzen und Güten einer vorgegebenen Struktur in einem Ersatzschaltbild als vielmehr das generelle Verhalten eines Gebildes mit vielen Resonanzmöglichkeiten in einer vorgegebenen Anordnung wichtig ist, dann bietet sich statt des Resonanzkreises nach Bild 3 eine Leitungserersatzschaltung mit der Leitungslänge  $(2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  nach Bild 4 an.

Bild 4 Kurzschlußleitung mit Lastwiderstand als Resonator-Ersatzschaltung



Mit  $n = 1$  ergibt  $\beta_E$  bezüglich der Grundfrequenz das Verhalten eines einzelligen Resonators. Seine übrigen Resonanzen werden qualitativ durch die unendliche Anzahl von Leitungsresonanzen dargestellt. Zur Simulation des Verhaltens einer mehrzelligen Struktur im Durchlaßbereich muß man  $n$  so groß wählen, daß die Resonanzfolge die gewünschte Dichte erreicht. Eine Darstellung nach Bild 4 ist besonders dann zweckmäßig, wenn Resonatorver-

stimmungen zu erwarten sind, so daß schon im Grundfrequenzbereich der nächste Resonanzmode anregbar wird, oder wenn die Resonatoranregung nichtsinusförmig wird, d. h. wenn sich die Gesamtspannung aus vielen Resonanzanteilen zusammensetzt. Die Parallelresonanzen des Leitungskreises nach Bild 3 ergeben sich aus

$$\beta_E = \frac{1}{\gamma_S + 1/jZ_0 \tan \beta l} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (12)$$

Die Güte eines Leitungskreises mit der Länge  $(2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  errechnet sich aus

$$G = \frac{\omega W}{P} \quad \begin{array}{l} \omega \text{ Resonanzfrequenz} \\ W \text{ gespeicherte Energie} \\ P \text{ Verlustleistung} \end{array} \quad (13)$$

$$W = \int_0^{(2n+1)\frac{\pi}{2}} C' \frac{u^2(l)}{2} dl = \int_0^{(2n+1)\frac{\pi}{2}} \frac{C' u_1^2 \cos^2 \varphi}{2\beta} d\varphi = \frac{C' u_1^2}{\beta} \int_0^{(2n+1)\frac{\pi}{2}} \left( \frac{1}{2} + \frac{\cos 2\varphi}{2} \right) d\varphi$$

$$= \frac{C' u_1^2}{8\pi} \cdot \lambda \cdot (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} \quad W = \frac{C' (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{u_1^2}{2}}$$

$$P = \frac{u_1^2}{2} \gamma_S \quad G = \frac{\omega}{2} \frac{C' (2n+1) \frac{\lambda}{4}}{\gamma_S}$$

Auf einer Leitung gilt weiterhin

$$\frac{2\delta v}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot \frac{\lambda}{4} \cdot C' \cdot \frac{\lambda}{4}}} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2\delta \quad \begin{array}{l} v \text{ Ausbreitungsgeschwindigkeit} \\ L' \text{ Induktivitätsbelastung} \\ C' \text{ Kapazitätsbelastung} \\ Z_0 \text{ Wellenwiderstand} \end{array}$$

$$\frac{\omega C' \lambda}{4} = \sqrt{\frac{C'}{L'}} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{Z_0} = \frac{\pi}{2} \gamma_C$$

Der Resonator nach Bild 4 hat also Parallelresonanzen i, eine Güte Q und einen transformierten Shuntleitwert  $G_0$  mit

$$l = (2n_c + 1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad G_0 = \frac{\pi}{4} \frac{\gamma_C}{\gamma_S} \cdot (2n_c + 1) \quad (14)$$

$$\gamma_C = \sqrt{\frac{C'}{L'}} = \frac{1}{Z_0}$$

Damit ist er vollständig charakterisiert.

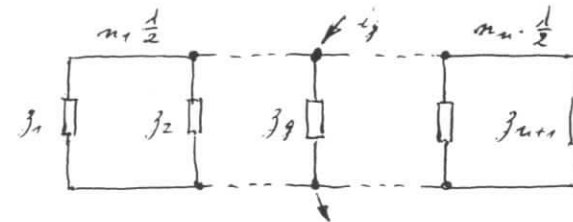
Die Güte Q wächst mit der Frequenz und unterscheidet sich bei der  $\frac{1}{4}$  Resonanz nur unwesentlich, nämlich um den Faktor  $\frac{1}{4}$ , von der Güte eines

äquivalenten Resonators mit L, C, P<sub>S</sub>.

### 1.3 Entwicklung eines Modelles

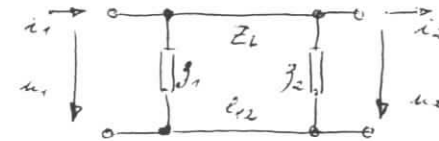
Das in Bild 1a skizzierte System läßt sich entsprechend Bild 5 darstellen.

Bild 5 System von Bild 1a, anders dargestellt



In Bild 5 kann verallgemeinernd irgendein  $j_i$  mit  $i_G$  eine Stromersatzschaltung des Generators darstellen. Die übrigen  $j_j$  ersetzen jeweils die um  $(2n_j + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  transformierten Resonatorimpedanzen einschließlich einer eventuellen Strahlbelastung. Zur Untersuchung der Schaltung nach Bild 5 mag ein Element entspr. Bild 6 dienen.

Bild 6 Einzel-Element aus Bild 5



Mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$  und der Leitungslänge  $l_{12}$  läßt sich dann schreiben:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j_1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta l_{12} & j Z_L \sin \beta l_{12} \\ j \frac{\sin \beta l_{12}}{Z_L} & \cos \beta l_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{j_2} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Aus  $l_{12} = n_{12} \cdot \frac{\lambda}{2}$  folgt dann  $(16)$

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ i_1 \end{pmatrix} = (-1)^{n_{12}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ \frac{1}{j_1} + \frac{1}{j_2} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_2 \\ i_2 \end{pmatrix} \quad (17)$$

Setzt man in der Kette nach Bild 5  $i_G = 0$  und bezeichnet die Spannung an  $Z_{L1}$  als  $u_2$  und die Spannung an  $Z_{L2}$  mit  $u_1$ , dann ergibt sich bei Anieren von  $u_1$  an  $Z_{L1}$  unter Berücksichtigung von  $i_2 = 0$  (vgl. Bild 6)

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = (-1) \cdot \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n n_k \\ \sum_{k=1}^n j_k \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -i_{k1} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

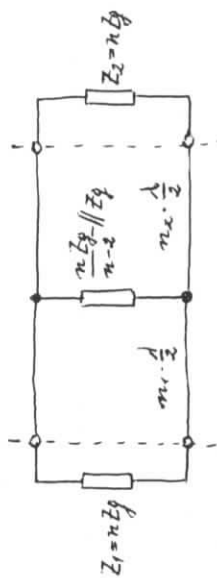
D. h. : An allen  $j_k$  liegt die gleiche Spannung  $u_1$ , wenn man vom Faktor -1 absieht. Der Einwärtsstand ist die Parallelschaltung aller  $j_k$  und ist unabhängig vom Wellenwiderstand der Leitung. Da das unabhängig von der Reihenfolge der  $j_k$  stimmt, ist der Ort der Einspeisung mit  $u_1$ ,  $i_1$  gleichgültig. Auch eine Störung an irgendeinem  $j_k$  verursacht an allen  $j_k$  das gleiche Störsignal. Daher ist es bei der Untersuchung von Verkopplungen gleichgültig, welche Resonatoren man dabei betrachtet. Selbst Änderungen von Leitungslängen machen obige Betrachtungen nicht unrichtig, solange sie sich innerhalb der  $j_k$  abspielen (Stichleitungen des Systems von Bild 1a).

Im Resonanzfall und bei Strahllast werden im ungestörten Fall alle (um  $(2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$ ) transformierten Resonatorimpedanzen reell zu  $Z$ . Soll dann die ganze Generatorleistung gleichmäßig auf  $n$  Resonatoren verteilt werden, so gilt nach (18) für die Generatorimpedanz im Anpassungsfall

$$Z_g = \frac{Z}{n} \quad \text{unabhängig vom Leitungswellenwiderstand} \quad (19)$$

Will man also die Verkopplung zweier beliebiger Resonatoren 1 und 2 untersuchen und setzt dabei eine ungestörte Impedanz der übrigen  $n-2$  Resonatoren voraus, so lassen sich diese mit der Generatorimpedanz nach Bild 7 zusammenfassen.

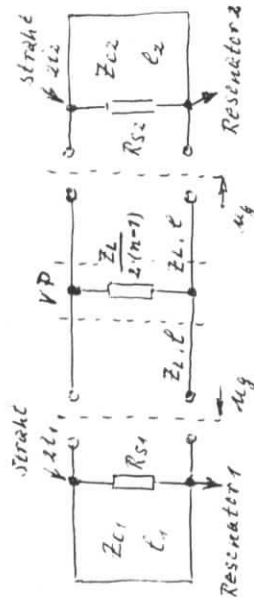
Bild 7 Untersuchung zweier Resonatoren 1 und 2 bei Zusammenfassung der übrigen Impedanzen



Wählt man den Leitungswellenwiderstand zweckmäßig zu  $n \cdot Z_0 = Z_L$ , und macht man die in  $Z_1$  und  $Z_2$  enthaltenen und aus den Bildern 1a

und 5 ersichtlichen  $\frac{\lambda}{4}$ -Transformationen rückgängig, um die Resonatorimpedanz einführen zu können, und führt man außerdem die jeder Resonator entobene Generatorleistung als auf der Stichleitung mit dem Wellenwiderstand  $Z_L$  zum Resonator vorlaufende Spannung  $u_G$  ein, dann ergibt sich bei Berücksichtigung von (14) Bild 8.

Bild 8 Ersatzmodell zu Bild 1a zur Kopplungsuntersuchung zwischen den Resonatoren 1 und 2



$u_G$  - Generatorvorlaufspannung an den Resonatoren 1 und 2

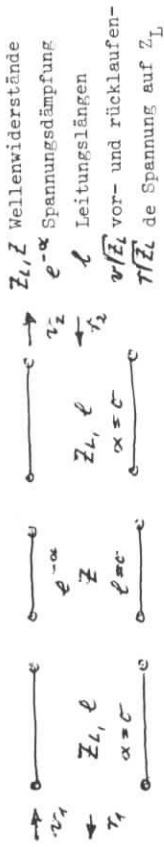
In dem Vierpol VP nach Bild 8 seien der Generator und  $n-2$  transformierte Resonatorimpedanzen enthalten. VP ist im ungestörten Fall, also bei den richtigen Leitungslängen und reell abgestimmten Resonatoren reell. Daher lassen sich mit 1 die zu den beiden Resonatoren führenden Stichleitungenängen darstellen. Der Einfachheit halber sollen im folgenden die Längen  $l = (2n + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  symmetrisch zu VP angenommen werden. VP stellt einen von der Resonatoranzahl  $n$  abhängigen Entkopplungsvierpol dar.

Die Anordnung nach Bild 8 gibt bei gut abgestimmtem System, d. h. bei reflexionsfreier Anpassung von mindestens  $n-2$  Resonatoren und Abstimmung der in VP enthaltenen  $n \cdot \frac{\lambda}{2}$ -Leitungslängen entspr. Bild 1a die gegenseitige Beeinflussung der zwei übrigen Resonatoren, abgesehen vom Faktor -1 bezüglich der sich ergebenden Spannungswerte, exakt wieder. Das gilt bei beliebigen Störungen der beiden dargestellten Resonatoren und der dazugehörigen Stichleitungen. Abweichungen des VP vom reellen Verhalten können ebenfalls durch in 1 enthaltene Leitungslängen nachgebildet werden. Die angenommene Symmetrie von 1 zu VP stört bei einer grundsätzlichen Betrachtung nicht. Um die Darstellung von Bild 8 hinsichtlich VP noch variabler und gleichzeitig auf das System von Bild 1b übertragbar zu machen, ist lediglich eine Verallgemeinerung des Vierpols VP notwendig :



Ein allgemeiner symmetrischer Vierpol VP wird ein ihm angebotenes Signal z. T. reflektieren, den durchlaufenden Teil mehr oder weniger dämpfen und das reflektierte und durchlaufende Signal in der Phase drehen. Die Phasendrehung mag durch eine variable Leitungslänge l entspr. Bild 8 berücksichtigt werden. Der beschriebene Vierpol läßt sich etwa wie in Bild 9 skizzieren.

Bild 9 Symmetrischer Vierpol



Der in Bild 9 skizzierte Vierpol erlaubt anhand von  $\alpha, l, a = Z_L/Z$  eine besonders anschauliche Abschätzung seiner Eigenschaften. Es sollen daher die zwischen den Resonatoren befindlichen Vierpole von Bild 8 und Bild 1b in Beziehung zu dem Vierpol nach Bild 9 gesetzt werden. Dabei wird bei 1b zur Entkopplung ein Magisches T angenommen. Dazu soll zunächst die Transmissionsmatrix  $\mathcal{T}$  zum Vierpol nach Bild 9 bestimmt werden.

$$\begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 & T_2 \\ T_2' & T_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

Für ein symmetrisches verlustloses Leitungstück der Länge l mit

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad l, \quad Z_L \quad \text{gilt:} \quad \mathcal{T}_L = \begin{pmatrix} e^{-j\beta l} & c \\ 0 & 1/\beta l \end{pmatrix} \quad (21)$$

Ein Vierpol, der lediglich eine Spannungsdämpfung um  $e^{-\alpha}$  verursacht, hat die Transmissionsmatrix

$$\mathcal{T}_\alpha = \begin{pmatrix} e^{-\alpha} & c \\ c & +\alpha \end{pmatrix} \quad (22)$$

Am Ort des Wellenwiderstandsprunges von  $Z_L$  auf  $Z$  gilt

$$v_2 + i_1 = v_2 + i_2 \quad v_2 = \frac{v_2}{Z} \left(1 + \frac{Z}{Z_L}\right) + \frac{i_1}{Z} \left(1 - \frac{Z}{Z_L}\right)$$

$$\frac{v_2 - i_1}{Z_L} = \frac{v_2 - i_2}{Z} \quad i_2 = \frac{i_2}{Z} \left(1 - \frac{Z}{Z_L}\right) + \frac{i_1}{Z} \left(1 + \frac{Z}{Z_L}\right) \quad (23)$$

$$\mathcal{T}_{ZLZ} = \begin{pmatrix} \frac{1}{Z} \left(1 + \frac{Z}{Z_L}\right) & \frac{1}{Z} \left(1 - \frac{Z}{Z_L}\right) \\ \frac{1}{Z} \left(1 - \frac{Z}{Z_L}\right) & \frac{1}{Z} \left(1 + \frac{Z}{Z_L}\right) \end{pmatrix}$$

Damit läßt sich die Transmissionsmatrix des Vierpols nach Bild 9 ermitteln aus

$$\mathcal{T} = \mathcal{T}_e \cdot \mathcal{T}_{ZLZ} \cdot \mathcal{T}_\alpha \cdot \mathcal{T}_{ZLZ} \cdot \mathcal{T}_l \quad (24)$$

Das ergibt mit  $Z_L/Z = a$

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} T_1 & T_2 \\ -T_2 & T_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-j\beta l} \left[ \cos k\alpha - \frac{1 - a^2}{2} \sin^2 k\alpha \right] & \frac{1 - a^2}{2} \sin k\alpha \\ -\frac{1 - a^2}{2} \sin k\alpha & e^{j\beta l} \left[ \cos k\alpha + \frac{1 - a^2}{2} \sin^2 k\alpha \right] \end{pmatrix} \quad (25)$$

und  $\begin{pmatrix} v_2 \\ i_2 \end{pmatrix} = \mathcal{T} \begin{pmatrix} v_1 \\ i_1 \end{pmatrix}$  in Bild 9. (26a)

Die Transmissionsmatrix (26) läßt sich in eine Streumatrix umformen:

$$v_2 = T_1 v_1 + T_2 i_1 \quad i_1 = \frac{i_2 + T_2' v_2}{T_2}$$

$$T_2 = -T_2 v_1 + T_2 i_1 \quad v_2 = T_1 v_1 + T_2 \frac{i_2 + T_2' v_2}{T_2}$$

$$T_1 T_1 + T_2^2 = \cos^2 k\alpha - \frac{1}{4} \sin^2 k\alpha \cdot (1 + \frac{1}{a^2})^2 + \frac{1}{4} \sin^2 k\alpha \cdot (\frac{1}{a} - 1)^2 = 1$$

$$T_1 = \frac{T_2}{T_2'} v_1 + \frac{1}{T_2'} i_2$$

$$v_2 = \frac{1}{T_2'} v_1 + \frac{T_2}{T_2'} i_2$$

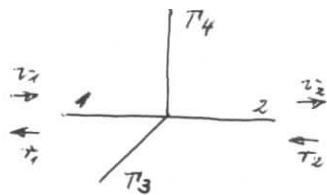
$$\text{Streumatrix } \mathcal{S} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{T_2}{T_2'} & \frac{1}{T_2'} \\ \frac{1}{T_2'} & \frac{T_2}{T_2'} \end{pmatrix} \quad (27)$$

Die Streumatrix von VP ohne 1 nach Bild 8 lautet

$$S_{VP} = \begin{pmatrix} -\frac{Z_L}{R_0} & \frac{2}{2 + \frac{Z_L}{R_0}} \\ \frac{2}{2 + \frac{Z_L}{R_0}} & -\frac{Z_L}{R_0} \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad R_0 = \frac{Z_L}{z(n-1)} \quad (28)$$

Ein Magisches T sei in Bild 10 angedeutet.

Bild 10 Magisches T mit zwei Abschlüssen des Reflexionsfaktors  $\pi_3, \pi_4$



Die Reflexionsfaktoren  $\pi_3, \pi_4$  an den Toren 3 und 4 seien reell, da Phasen durch vorgeschaltete Leitungslängen an den Toren 1 und 2 berücksichtigt werden sollen. Dann wird die Streumatrix des Magischen T bezüglich der Tore 1 und 2

$$S = \begin{pmatrix} \frac{\pi_3 + \pi_4}{2} & \frac{\pi_3 - \pi_4}{2} \\ \frac{\pi_3 - \pi_4}{2} & \frac{\pi_3 + \pi_4}{2} \end{pmatrix} \quad (29)$$

Wenn man aus den Parametern von (27) mit  $l = 0$   $\alpha$  und  $a$  nach (26) bestimmt, dann lassen sich mit (28) und (29) ebenfalls entsprechende Werte für  $\alpha$  und  $a$  errechnen.

Aus  $\frac{2T_2}{\frac{1}{a} - a} = \sinh \alpha \quad T_3 = \sqrt{1 + \sinh^2 \alpha + \frac{\sinh \alpha}{2} \left(a + \frac{1}{a}\right)}$

folgt  $a^2 = \frac{(1 - \frac{T_2}{T_3})^2 - \frac{1}{T_3^2}}{(1 + \frac{T_2}{T_3})^2 - \frac{1}{T_3^2}} \quad \sinh \alpha = \frac{2T_2}{\frac{1}{a} - a}$

Die Übertragung eines reellen Vierpols mit der Streumatrix

$$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \quad \text{auf die Transmissionsform (26) liefert also nach}$$

Bild 9, wenn man 1 zunächst zu null macht:

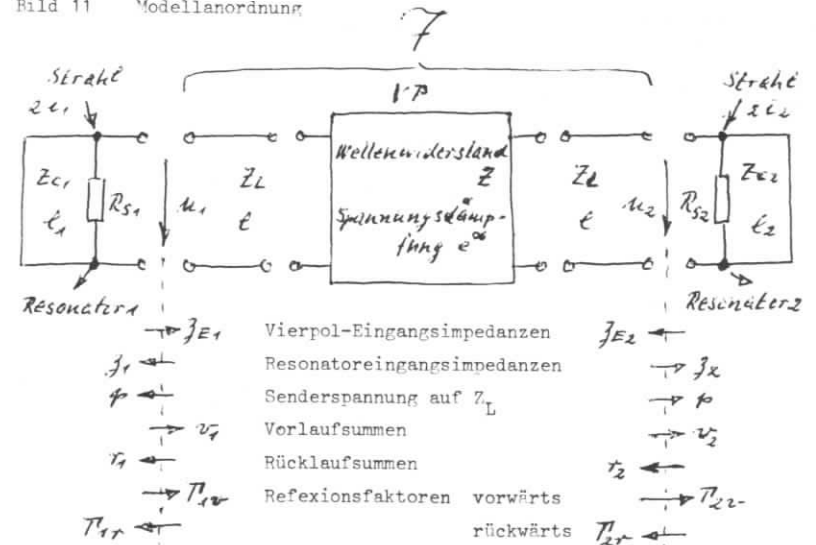
$$a^2 z = \frac{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2} \quad \sinh \alpha = \frac{\frac{1}{a} - a}{\frac{1}{a} + a} \quad (30)$$

Wendet man (26), (30) auf (28) an, so zeigt sich, daß dann die Bedingungen  $a \rightarrow \infty, \alpha \rightarrow 0$  einhalten werden müssen, um die Übertragung exakt zu machen. Für eine praktische Anwendung reicht aber die Erfüllung der Bedingungen

$$a \gg 1, \quad \alpha \ll 1, \quad -\frac{a}{2} \alpha = \frac{S_{11}}{S_{21}} \quad (31)$$

Mit (29), (30), (31) ist also die Anpassung der aus den Bildern 1a und 1b resultierenden Entkopplungsvierpole an den einen mit Bild 9 charakterisierten Vierpoltyp möglich. Damit ist die Berechnung der interessierenden Fälle auf die Betrachtung nur einer Anordnung nach Bild 11 von 2 Resonatoren, die durch einen Vierpol mit der Transmissionsmatrix (26) verkoppelt oder entkoppelt sind, reduziert.

Bild 11 Modellordnung



1.4 Rechnerische Behandlung des Modells

Zur Vereinfachung der Berechnung werden alle Größen des Modellsystems von Bild 11 auf den Wellenwiderstand  $Z_L$  des an die Resonatoren anschließenden Wellenleiters normiert. (32)

- $\frac{Z_1}{Z_L} = z_1 = \frac{1}{y_1}$  Resonator 1 Eingangsimpedanzen a)
- $\frac{Z_2}{Z_L} = z_2 = \frac{1}{y_2}$  Resonator 2
- $\frac{Z_{L1}}{Z_{C1}} = k_1, \frac{Z_{L2}}{Z_{C2}} = k_2$  Charakteristische Leitwerte b)
- $\frac{1}{z_1} = g_1 - jk_1 \operatorname{ctg} \beta l_1, \frac{1}{z_2} = g_2 - jk_2 \operatorname{ctg} \beta l_2$  Resonatoradmittanzen c)
- $Q_1 = \frac{\pi}{4} \frac{k_1}{g_1} (2n+1), Q_2 = \frac{\pi}{4} \frac{k_2}{g_2} (2n+1)$  Resonatorleerlaufgüten nach (14) d)
- $\frac{Z_L}{Z_{E1}} = y_{E1}, \frac{Z_L}{Z_{E2}} = y_{E2}$  Admittanzen in Richtung von  $\vec{F}$  e)
- $v = \frac{u_V}{\sqrt{Z_L}}, r = \frac{u_R}{\sqrt{Z_L}}$  Spannungs- und Stromwerte f)
- $z_i = z \cdot \sqrt{Z_L}, p = \frac{u_{Sender}}{\sqrt{Z_L}}$  transformierter Strahlstrom

Es sollen im folgenden die Vor- und Rücklaufspannungen  $r_1, v_2, v_1, r_2$  an den Resonatoren 1 und 2 und die Gesamtspannungen  $u_1$  und  $u_2$  nach Betrag und Phase berechnet werden. Zugrundegelegt wird die Anordnung nach Bild 11. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Sender auf jedem an einen Resonator anschließenden Wellenleiter jeweils an den 'Resonator клемmen' die gleiche Vorlaufspannung  $p$  erzeugt, falls der Sender eingeschaltet ist. Die Repräsentation des Senders erfolgt durch  $p$  und den in den mit  $\vec{F}$  charakterisierten Vierpol integrierten Senderleitwert. Der Einfachheit halber kann man die Phase von  $p$  als Bezugsphase benutzen und zu null setzen. Die durch  $2i_1, 2i_2$  eingeführten Strahlströme können durch z.B. die Resonatoraufstellung bedingte Phasendifferenzen unterschiedlich sein. Der Faktor 2 ist rein formal eingeführt, und es gelte nach Bild 3

$$\frac{1}{\sqrt{Z_L}} \cdot 2i = i_S \cdot u \quad (33)$$

wobei  $i_{S1/2}$  die tatsächlichen Strahlströme und  $u$  der jeweilige Transformationsfaktor (vgl. (7), (8), (9)) sei.

Wie aus (10) hervorgeht, stellen  $u_1, u_2$  kein direktes Maß für die in den Resonatoren bestehenden Spannungen dar, wohingegen aber die Phase von  $u_1, u_2$  näherungsweise der Phasenlage der Spannungen in den Resonatoren entspricht. Bei der Berechnung kann man davon ausgehen, daß sich die von den Strahlströmen  $2i_1, 2i_2$  und die von  $p$  herrührenden Spannungen linear überlagern.  $p$  verursacht an  $z_2$  eine rücklaufende Welle  $\Gamma_{2v} \cdot p$ . Diese verursacht ihrerseits an  $y_{E2}$  eine vorlaufende Welle  $\Gamma_{2v} \cdot p \cdot \Gamma_{2r}$ . Der davon rücklaufende Anteil ist  $\Gamma_{2v} \cdot p \cdot \Gamma_{2r} \cdot \Gamma_{2v}$ . Die Summe der durch  $p$  verursachten an  $z_2$  vorlaufenden Wellen wird dann

$$p + v_{2p} = p + p(\Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r}) + p(\Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r})^2 + \dots$$

$$= p + p \cdot \frac{\Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r}}{1 - \Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r}} \quad v_{2p} = p \cdot \frac{\Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r}}{1 - \Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r}} \quad (34)$$

Der durch  $p$  hervorgerufene an  $z_2$  reflektierte Anteil ist dann

$$r_{2p} = p \cdot \frac{\Gamma_{2v}}{1 - \Gamma_{2v} \cdot \Gamma_{2r}} \quad (35)$$

Die durch  $2i_2$  an  $z_2$  entstehende Spannung  $u_{II}$  ist

$$u_{II} = \frac{2i_2}{y_{E2} + y_2} = \frac{2i_2}{\frac{1 - \Gamma_{2r}}{1 + \Gamma_{2r}} + y_2}$$

Mit den Bedingungen für Strom und Spannung an  $y_{E2}$  erhält man:

$$r_{2i} + v_{2i} = u_{II} \quad r_{2i} = \frac{u_{II}}{2} (1 + y_{E2})$$

$$r_{2i} - v_{2i} = u_{II} y_{E2} \quad v_{2i} = \frac{u_{II}}{2} (1 - y_{E2})$$

$$r_{2i} = \frac{u_{II}}{2} \cdot \frac{2}{1 + \Gamma_{2r}} \quad v_{2i} = \frac{u_{II}}{2} \cdot \frac{2 \Gamma_{2r}}{1 + \Gamma_{2r}}$$

$$r_{2i} = \frac{2i_2}{(1 - \Gamma_{2r}) + y_2 (1 + \Gamma_{2r})} \quad v_{2i} = \frac{2i_2 \Gamma_{2r}}{(1 - \Gamma_{2r}) + y_2 (1 + \Gamma_{2r})}$$

Mit 
$$y_2 = \frac{1 - \overline{T}_{2v}}{1 + \overline{T}_{2v}}$$

erhält man schließlich

$$\overline{T}_{2i} = \frac{z_2 (1 + \overline{T}_{2v})}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}} \quad (36)$$

$r_{21}$ ,  $v_{21}$  sind die durch die Einströmung  $i_{i2}$  auf der Leitung  $Z_L$  an  $z_2$  bedingten Rück- und Vorlaufspannungen.

Wendet man nun die durch Bild 11 und (26), (26a) festgelegte Transmissionsmatrix an, so erhält man unter Berücksichtigung der jeweiligen Richtungsdefinitionen von  $v$  und  $r$  die von Resonator 2 an die Klemmen von Resonator 1 übertragenen Spannungen.

$$\begin{pmatrix} r_{12} \\ v_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{T}_1 & \overline{T}_2 \\ -\overline{T}_2 & \overline{T}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_{2p} + \overline{T}_{2i} \\ v_{2p} + \overline{T}_{2i} \end{pmatrix} \quad (37)$$

Aus den mit (34) ... (37) gegebenen Spannungsanteilen errechnen sich dann die Spannungen am Resonator 1 zu

$$\begin{aligned} r_1 &= \rho + r_{1p} + r_{1i} + \overline{T}_{2i} \\ v_1 &= v_{1p} + v_{1i} + \overline{T}_{2i} \\ r_{1r} &= r_1 + v_1 \end{aligned} \quad (38)$$

$r_{1p}$ ,  $v_{1p}$ ,  $r_{1i}$ ,  $v_{1i}$  erhält man aus (34) ... (36) durch entsprechende Änderung der Indizes.

Zur Formulierung des Ergebnisses (38) ist noch die Untersuchung der Reflexionsfaktoren  $\overline{T}$  notwendig.

$$\overline{T}_{2v} = \frac{1 - y_2}{1 + y_2} \quad \overline{T}_{1r} = \frac{1 - y_1}{1 + y_1} \quad (39)$$

Aus 
$$\begin{pmatrix} v_2 \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \overline{T}_1 & \overline{T}_2 \\ -\overline{T}_2 & \overline{T}_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ r_1 \end{pmatrix}$$
 folgt

$$\overline{T}_{2v} = \frac{r_2}{v_2} = \frac{-\overline{T}_2 v_1 + \overline{T}_3 r_1}{\overline{T}_1 v_1 + \overline{T}_2 r_1} = \frac{-\overline{T}_2 + \overline{T}_3 \overline{T}_{1v}}{\overline{T}_1 + \overline{T}_2 \overline{T}_{1v}}$$

$$\overline{T}_{2v} (\overline{T}_1 + \overline{T}_2 \overline{T}_{1v}) = -\overline{T}_2 + \overline{T}_3 \overline{T}_{1v}$$

$$\overline{T}_{1v} = \frac{\overline{T}_1 \overline{T}_{2v} + \overline{T}_2}{\overline{T}_3 - \overline{T}_2 \overline{T}_{2v}} \quad (40)$$

Es gilt 
$$\overline{T}_{1p} = \rho \cdot \frac{\overline{T}_{1r} \overline{T}_{1v}}{1 - \overline{T}_{1r} \overline{T}_{1v}} \quad v_{1p} = \rho \cdot \frac{\overline{T}_{1r}}{1 - \overline{T}_{1r} \overline{T}_{1v}} \quad (41)$$

$$\overline{T}_{1i} = z_1 \cdot \frac{(\overline{T}_1 \overline{T}_{1r}) \overline{T}_{1v}}{1 - \overline{T}_{1r} \overline{T}_{1v}} \quad v_{1i} = z_1 \cdot \frac{1 + \overline{T}_{1r}}{1 - \overline{T}_{1r} \overline{T}_{1v}} \quad (41)$$

$$\overline{T}_{12} = \overline{T}_1 (\overline{T}_{2p} + \overline{T}_{2i}) + \overline{T}_2 (z_2 \rho + v_{2i})$$

$$\overline{T}_{12} = -\overline{T}_2 (\overline{T}_{2p} + \overline{T}_{2i}) + \overline{T}_3 (z_2 \rho + v_{2i})$$

$$\overline{T}_{12} = \overline{T}_1 (\rho \overline{T}_{2v} + z_2 [1 + \overline{T}_{2v}]) \cdot \frac{1}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}} + \overline{T}_2 (\rho \overline{T}_{2v} + z_2 [1 + \overline{T}_{2v}]) \cdot \frac{\overline{T}_{2r}}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}}$$

$$\overline{T}_{12} = -\overline{T}_2 (\rho \overline{T}_{2v} + z_2 [1 + \overline{T}_{2v}]) \cdot \frac{1}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}} + \overline{T}_3 (\rho \overline{T}_{2v} + z_2 [1 + \overline{T}_{2v}]) \cdot \frac{\overline{T}_{2r}}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}}$$

$$\overline{T}_{12} = (\rho \overline{T}_{2v} + z_2 [1 + \overline{T}_{2v}]) \cdot \frac{1}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}} \cdot (\overline{T}_1 + \overline{T}_2 \overline{T}_{2r}) \quad (42)$$

$$\overline{T}_{12} = (\rho \overline{T}_{2v} + z_2 [1 + \overline{T}_{2v}]) \cdot \frac{1}{1 - \overline{T}_{2v} \overline{T}_{2r}} (-\overline{T}_2 + \overline{T}_3 \overline{T}_{2r}) \quad (42)$$

Durch Einsetzen von (26), (39) ... (42) in (38) erhält man die Spannungen und Phasen am Resonator 1. Eine geeignete Vertauschung der Parameter läßt dann auch die Berechnung der gleichen Größen für den Resonator 2 zu. Damit lassen sich die Ergebnisse zusammenstellen:

1.5. Ergebniszusammenstellung

1.5.1 Übertragung der Systeme nach den Bildern 1a, 1b auf das Modellsystem entspr. Bild 12

Die Untersuchung der Verkopplung zweier beliebiger Resonatoren einer Anordnung, wie sie in Bild 1a skizziert ist, kann anhand eines Modells entspr. Bild 12 vorgenommen werden, wenn die angegebenen Längen  $\lambda \cdot \frac{1}{2}$  in der zugrundeliegenden Schaltung eingehalten werden. Bei der Übertragung der Anordnung von Bild 1a auf das Modell von Bild 12 sind die beiden zu betrachtenden Resonatoren durch Ersatzschaltungen aus Shuntimpedanzen  $R_S$  mit kurzege-

geschlossenen Leitungen des Wellenwiderstandes  $Z_{C1}$ ,  $Z_{C2}$  und der Längen  $l_1$ ,  $l_2$  dargestellt, deren Eingangsimpedanz die am jeweiligen Leitungsende tatsächlich meßbare Abschlußimpedanz ist. Vorausgesetzt wird, daß bei Vorhandensein von  $n$  Resonatoren die in Bild 12 nicht gezeigten  $n-2$  Resonatoren ideal an ihre Stichleitungen angepaßt sind. Sie sind mit dem Sender zusammen in dem reellen Vierpol VP nach Bild 12 integriert. Diesem Vierpol wird eine Spannungsdämpfung  $e^{-\alpha}$  und ein Wellenwiderstand  $Z$  zugeschrieben. Zur Übertragung der Eigenschaften sind  $\alpha$  und  $a$  aus

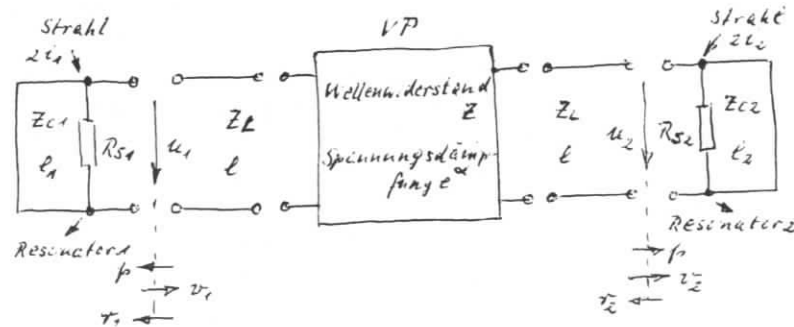
$$R \gg 1, \quad \alpha \ll 1, \quad a \cdot \alpha = 2(n-1) \quad (43)$$

$n$  - Resonatoranzahl zu errechnen.

Im zugrundeliegenden System nach Bild 1a sind Stichleitungen, die jeweils mit einem Resonator abgeschlossen sind, im  $n \cdot \frac{\lambda}{2}$  - Abstand an einer Verteilerleitung angeschlossen. Ihre Länge beträgt  $(2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  und mag für die beiden zu betrachtenden Resonatoren symmetrisch zu VP in den beiden 1 nach Bild 12 repräsentiert sein. Da alle vorgenommenen Betrachtungen nur für den eingeschwungenen Zustand gelten, und die Leitung als verlustlos angenommen werden, sind die Leitungslängen, solange die Frequenz nicht wesentlich geändert wird, abgesehen vom eventuellen Faktor  $-1$  für die sich ergebenden Spannungswerte, ohne Einfluß auf die sich ergebenden Kopplungswerte.

Um Fehler in den Leitungslängen oder sonstige Störungen zu simulieren, dürfen im folgenden  $l$  von  $(2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$  und  $a, \alpha$  von der Beziehung (43) beliebig abweichen. Auch dürfen die Resonatorgrößen  $R_{S1/2}$ ,  $Z_{C1/2}$ ,  $l_{1/2}$  und die transformierten Strahlströme  $2i_{1/2}$  beliebige Werte annehmen. Durch den Ansatz verschiedener Strahlströme ist die Möglichkeit gegeben, Phasendifferenzen des Strahles, die zwischen den Resonatoren auftreten können, zu berücksichtigen. Im ungestörten Zustand gilt jedoch  $2i_1 = 2i_2$ .

Bild 12 Modellordnung zur Berechnung



In Bild 12 gilt :

$Z_L$	Wellenwiderstand der Resonatoranschluß-Wellenleiter
$p^2$	Senderleistung je Resonator bei gleichmäßiger Senderleistungsaufteilung
$p \cdot \sqrt{Z_L}$	Sendervorlaufspannung am Resonator
$r_1 \cdot \sqrt{Z_L}$	vom Resonator 1 reflektierte Spannung
$r_2 \cdot \sqrt{Z_L}$	auf Resonator 1 zulaufende Spannung
$u_1 \cdot \sqrt{Z_L}$	an den Klemmen von Resonator 1 bestehende Gesamtspannung

Die Übertragung des Systems nach Bild 1b auf das Modell von Bild 12 ist einfacher als die dem System 1a entsprechende. Bei Verwendung von Magischen T's zwischen den Resonatoren stellt bei idealem Abschluß der zwei übrigen Tore mit Sender und Last  $a = Z_L/Z$  das Stehwellenverhältnis des T's oder seinen Kehrwert dar.  $e^{-2\alpha}$  ist die Leistungsdämpfung zwischen den Resonatoranschlußstören. Die Leitungslänge  $l$  kann direkt vom System übertragen werden, falls das System symmetrisch aufgebaut ist. Bezeichnet man die die Resonatoren versorgenden Tore des Magischen T mit 1 und 2, so ergeben sich bei nicht idealem aber reellem Abschluß der Tore 3 und 4  $a$  und  $\alpha$  aus den Beziehungen

$$a^2 = \frac{(1 - S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1 + S_{11})^2 - S_{21}^2} \quad \sinh \alpha = \frac{2 \frac{S_{11}}{S_{12}}}{\frac{1}{a} - a} \quad (44)$$

$$S_{11} = \frac{T_3 + T_4}{2} \quad S_{12} = \frac{T_3 - T_4}{2} \quad (45)$$

Dabei gilt (44) allgemein für den Zusammenhang eines reellen symmetrischen Vierpols mit den Streuparametern  $S_{11} \dots S_{22}$  mit dem Vierpol  $a, \alpha$  nach Bild 12. (45) gibt die Streuparameter des an den Toren 3 und 4 reell mit den Reflexionsfaktoren  $T_3, T_4$  abgeschlossenen Magischen T an. Zur Simulation nicht reeller Übertragungsverhältnisse muß man die mit  $l$  angesetzten Leitungslängen ändern.

### 1.5.2 Resonatordarstellung

Resonatoren oder Strukturen aus mehreren Resonanz-Zellen lassen sich günstig durch Leitungsstrukturen darstellen, da auch diese theoretisch unend-

lich viele Resonanzen besitzen, und da man durch geeignete Längenwahl der Ersatzleitungslängen auch die dichte Resonanzfolge einer Struktur simulieren kann.

Da jeder induktiv gekoppelte Resonator sich an einem Leitungsende wie ein R, L, C -Kreis in Parallelschaltung verhält, können diese R, L, C -Ersatzwerte als Ausgangsbasis für die Berechnung dienen. Man erhält die Ersatzwerte mit praktisch ausreichender Genauigkeit aus der Transformation mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\tilde{u} = \sqrt{\frac{R_S'}{\beta Z_L}} \quad \beta = \frac{R_S}{Z_L} \quad (46)$$

Dabei sei  $R_S'$  die tatsächliche Resonator-Shuntimpedanz,  $\beta$  der Koppelfaktor bezüglich der Leitung,  $Z_L$  der Leitungswellenwiderstand. L und C werden bei Vorgabe von  $R_S$  oder  $R_S'$  durch die unbelastete Güte Q und die Resonanzfrequenz bestimmt. Ersatzweise erhält man daraus die Elemente des Ersatzbildes 4 :

$R_S$	Ersatz-Shuntimpedanz
$Z_c$	Charakteristische Impedanz der Ersatzleitung
$f$	Frequenz
$v$	Ausbreitungsgeschwindigkeit auf der Leitung
$\lambda$	Leitungswellenlänge
$2n+1$	Anzahl der $\frac{\lambda}{4}$ -Wellenlängen auf der Ersatzleitung bei Parallelresonanz (richtet sich nach der gewünschten Resonanzdichte)

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{R_S}{Z_c} \cdot (2n+1) \quad \ell = (2n+1) \cdot \frac{\lambda}{4} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (47)$$

Auch das Verhältnis zwischen tatsächlicher Resonatorspannung  $u'$  und Klemmen- (Eingangsspannung) Spannungswert  $u$  ist mit  $\tilde{u} = u'/u$  nach (46) unter Berücksichtigung von  $\beta$  gegeben, wobei man in etwa Phasengleichheit annehmen darf. Die tatsächlichen Strahlstromstärken  $I_{1/2}$  müssen dann in die jeweiligen Ersatzwerte

$$\tilde{u}_{1/2} \cdot I_{1/2} = 2i_{1/2} \quad (48)$$

umgerechnet werden.

1.5.3 Formeln

$$\left. \begin{array}{l} \text{für die Vorlaufspannung} \\ \text{die Rücklaufspannung} \end{array} \right\} \begin{array}{l} u_r = \sqrt{Z_L} i_r \\ u_v = \sqrt{Z_L} i_v \end{array} \quad (49)$$

und die Gesamtspannung an Resonator 1 von Bild 12 nach Betrag und Phase

$$\left. \begin{array}{l} \text{Mit} \\ \text{Sendervorlaufspannung} - \sqrt{Z_L} \cdot p \end{array} \right\} \begin{array}{l} a = \frac{Z_L}{Z} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} \quad g_{112} = \frac{Z_L}{R_{S112}} \quad k_{112} = (\alpha \cdot \tilde{g})_{112} \\ g_{112}^* = \frac{4g_{112}}{\pi(2\pi n_{12} + 1)} \\ T_1 = (\cos 2\beta\ell - j \sin 2\beta\ell) \left[ \cosh \alpha - \frac{\sinh \alpha}{2} \left( a + \frac{1}{a} \right) \right] \\ T_2 = \frac{\sinh \alpha}{2} \left( \frac{1}{a} - a \right) \\ T_3 = (\cos 2\beta\ell + j \sin 2\beta\ell) \left[ \cosh \alpha + \frac{\sinh \alpha}{2} \left( a + \frac{1}{a} \right) \right] \\ T_{1r} = \frac{1 - g_1 + j k_1 \cot \beta \ell_1}{1 + g_1 - j k_1 \cot \beta \ell_1} \quad T_{2v} = \frac{1 - g_2 + j k_2 \cot \beta \ell_2}{1 + g_2 - j k_2 \cot \beta \ell_2} \\ T_{1v} = \frac{T_2 + T_1 T_{2v}}{T_3 - T_2 T_{2v}} \quad T_{2r} = \frac{T_2 + T_1 T_{1r}}{T_3 - T_2 T_{1r}} \end{array} \right\} \quad (50)$$

gilt dann für die Vorlaufspannung an Resonator 1

$$i_r = p + [p T_{1r} + i_1(1 + T_{1r})] \frac{T_{1v}}{1 - T_{1v} T_{1r}} + [p T_{2v} + i_2(1 + T_{2v})] \frac{T_1 + T_2 T_{2r}}{1 - T_{2v} T_{2r}} \quad (51)$$

und für die an Resonator 1 reflektierte Spannung

$$i_v = [p T_{1r} + i_1(1 + T_{1r})] \frac{1}{1 - T_{1v} T_{1r}} + [p T_{2v} + i_2(1 + T_{2v})] \frac{(-T_2 + T_3 T_{2r})}{1 - T_{2v} T_{2r}} \quad (52)$$

Die Gesamtspannung am Resonator 1 ist damit :

$$u_1 = p + [p T_{1r} + i_1(1 + T_{1r})] \frac{1 + T_{1v}}{1 - T_{1v} T_{1r}} + [p T_{2v} + i_2(1 + T_{2v})] \frac{T_1 - T_2 + (T_2 + T_3) T_{2r}}{1 - T_{2v} T_{2r}} \quad (53)$$

Die Beziehungen (50) ... (53) erlauben die Beurteilung einer großen Klasse von Kopplungsproblemen zwischen Resonatoren oder Strukturen bei beliebigen Frequenzen, soweit das Modell 12 durch Variation der Parameter auf das fragliche Problem angepaßt werden kann. Das gilt für den eingeregulierten Zustand und unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Spannungen  $u_1, u_2$ , die nach (53) für die Resonatoren 1 und 2 errechenbar sind, nicht die Relation zwischen den in den Resonatoren bestehenden Beschleunigungsspannungen darstellen, wenn die Koeffizienten unterschiedlich sind. Für die Relation der in den Resonatoren zur Verfügung stehenden Beschleunigungsspannungen erhält man mit (46), (50), (53)

$$\left| \frac{u_1 u_1}{u_2 u_2} \right| = \left| \frac{k_1}{k_2} \right| \cdot \sqrt{\frac{R'_{S1} \cdot \beta_2}{R'_{S2} \cdot \beta_1}} = \sqrt{\frac{R'_{S1} \cdot g_1}{R'_{S2} \cdot g_2}} \quad (54)$$

(  $\beta_1, \beta_2$  hier Koeffizienten nach (46) )

Da bei gleichen Resonatoren  $R'_{S1} = R'_{S2}$  gilt, vereinfacht sich die Beziehung

$$\left| \frac{u_1 u_1}{u_2 u_2} \right| = \left| \frac{k_1}{k_2} \right| \sqrt{\frac{g_1}{g_2}} \quad (55)$$

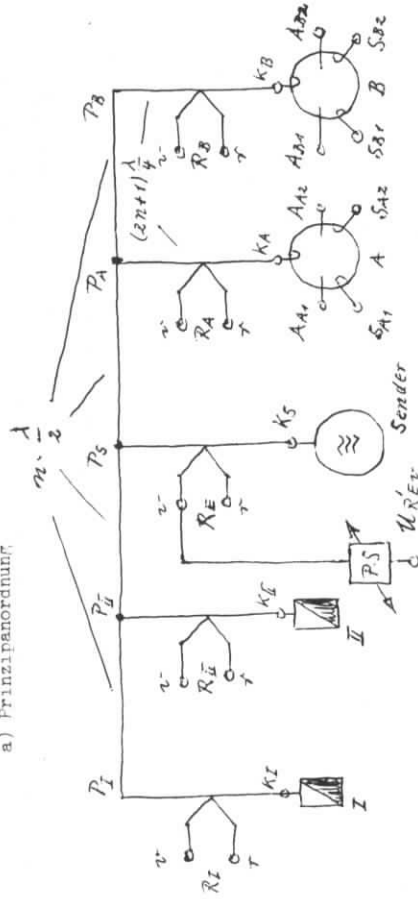
### 2.1 Experimenteller Aufbau und Meßverfahren

Die vereinfachten Maßnahmen beim Übergang vom Wellenleitersystem, wie es in Bild 1 dargestellt ist, zu der Modellanordnung von Bild 11 erscheinen besonders weitgehend, wenn man zwei nach Bild 1a benachbarte Resonatoren betrachten möchte. Außerdem erwartet man, ohne nähere Untersuchungen anzustellen zu haben, daß die Verkopplung zweier benachbarter Resonatoren größer ist, als die von weiter auseinander liegenden Resonatoren. Um aber zu entscheiden, ob die in Bild 1a dargestellte Zusammenschaltung von Sender und Resonatoren eine günstige Möglichkeit der Versorgung von Beschleunigungsstrukturen mit Hochfrequenzleistung ist, muß man den Fall maximaler Verkopplung von gestörten und ungestörten Einzelstrukturen untersuchen. Zu starke Verkopplung der Strukturen würde bei Störung oder Ausfall einer Beschleunigungsstruktur das ganze System ausfallen lassen und damit unbrauch-

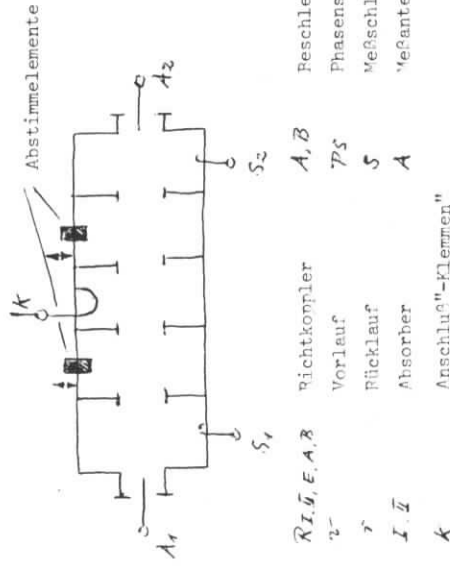
bar machen. Aus den oben genannten Gründen wurde also der in Bild 13 dargestellte experimentelle Aufbau für die Messung gewählt.

Bild 13 Experimenteller Aufbau (Hohlleiter und 5-teilige Beschleunigungsstrukturen)

a) Prinzipanordnung



b) Struktur A oder B mit Einkopplung und Meßelementen



- R, I, E, A, B Richtkoppler
- 2- Vorlauf
- 3 Rücklauf
- I, II Absorber
- K Anschluß"-Klemmen"
- A, B Beschleunigungsstrukturen
- PS Phasenschieber
- S Meßschleifen
- A "Meßantennen" gekoppelt

In Bild 13 seien die Resonatoren A und B diejenigen, deren gegenseitige Beeinflussung ermittelt werden soll. Dabei können einer oder beide Resonatoren gestört sein, sei es durch Beaufschlagung mit einem Störsignal oder aber durch Änderung der Resonanzfrequenz, der Güte oder des Koppelfaktors bezüglich der Leitung. Die Verkopplung kann dann bei Einspeisung des Sendersignales an  $K_G$  (wie dargestellt) durch Vergleich der an den Resonatormeelementen oder an den Kopplern gemessenen Signale nach Betrag und Phase oder durch Ermittlung von Frequenzabhängigkeiten charakterisiert werden. Bei Einspeisung des Sendersignales z. B. an einer der Antennen A kann durch Messung und Quotientenbildung der mithilfe der übrigen Meßelemente bestimmten Resonatorspannungen  $u_G, u_A$  an Schleifen oder Antennen der Resonatoren A, B das Verhältnis der in den Resonatoren bestehenden Spannungen bestimmt werden. Damit gewinnt man ein sehr direktes Maß für die Verkopplung der beiden Resonatoren. Der Quotient sei im folgenden immer Koppelverhältnis  $k$  genannt :

(vgl. (55))

$$k = \left| \frac{u_{KA} u_{IA}}{u_{KB} u_{IB}} \right| = \left| \frac{u_{SA1}}{u_{SB1}} \right| = \left| \frac{u_{AA2}}{u_{AB2}} \right| = \dots \quad (56)$$

Die Beziehung (56) gelte bei Einspeisung des Sendersignales an der Antenne 2 des Resonators B  $A_{B2}$ . Bei Einspeisung in Resonator A müssen analog zur Berechnung von  $k$  die Kehrwerte der Quotienten aus (56) gebildet werden. Da im Meßaufbau nach Bild 13 nur das Verhalten der Resonatoren A und B bei Störungen untersucht werden soll, und der übrige Aufbau als ungestört angenommen wird, wurden die restlichen Resonatoren als an die Leitung angepasste Absorber I und II an das Hohlleitersystem angeschlossen. Zum Vergleich von Phasen mit der Phase des Sendervorlaufsignals wurde am Richtkoppler  $R_E$  ein Kabel mit Phasenschieber PS vorgesehen. Das Ziel der nun folgenden Untersuchungen ist es, die am gegebenen Meßaufbau von Bild 13 gewonnenen Meßergebnisse mit den in Kapitel 1.5 zusammengefaßten Berechnungsergebnissen zu konfrontieren, um die Frage zu beantworten, ob und wie weit die Systeme nach Bild 1 und 13 mithilfe der Berechnungen beurteilt werden können. Dazu ist es zweckmäßig, noch einmal anhand der speziellen Anordnung von Bild 13 den Übergang auf das Modell von Bild 12 zu skizzieren.

Transformiert man die an den Klemmen  $K_I, K_{II}, K_S$  liegenden Impedanzen an die um jeweils  $n \cdot \frac{\lambda}{2}$  ( $n$  ganzzahlig) auseinanderliegenden Hohlleiterquer-

schnittsebenen  $P_I, P_{II}, P_S$ , so entsteht wieder eine Anordnung, wie sie in Bild 5 durch  $\tilde{J}_1, \tilde{J}_2, \tilde{J}_3$  ( $\tilde{J}_j$ ) und die sie verbindende Leitung gegeben ist. Die dafür anzusetzenden elektrischen Transformationslängen sind dem Meßaufbau zu entnehmen. Da alle Hohlleiterquerschnittsebenen  $P_I, P_{II}, P_S, P_A, P_B$  jeweils um ganzzahlige vielfache von  $\frac{\lambda}{2}$  voneinander entfernt sind, verhält sich auch der Meßaufbau so, als befänden sich die transformierten Impedanzen parallelgeschaltet als Shunt in der Ebene  $P_A$  oder der Ebene  $P_B$  entsprechend der Anordnung von VP in Bild 8. Bei dieser Umgruppierung ändert sich nichts an der Leistungsaufteilung zwischen den Strukturen A und B. Ist die Anzahl der halben Wellenlängen zwischen  $P_A$  und  $P_B$  gerade, so darf der Shunt als genau in der Mitte zwischen den beiden Ebenen liegend betrachtet werden. Dann sind die elektrischen Leitungslängen zwischen dem Shunt und den Klemmen  $K_A$  und  $K_B$  genau gleich. Diese Abstände können als Leitungslängen  $l$  symmetrisch zu VP in Bild 12 eingesetzt werden. Damit ist eine genaue Übertragung des Meßaufbaus auf das der Rechnung zugrundeliegende Modell erreicht. Bei ungeradzahlgiger Anzahl halber Wellenlängen zwischen  $P_A$  und  $P_B$  ist eine exakte Übertragung wegen der Symmetrie in Bild 12 nicht mehr möglich. Da aber zum einen die Verkürzung einer als verlustlos angenommenen Leitung um  $\frac{\lambda}{2}$  das elektrische Verhalten einer Schaltung i. a. nicht ändert und zum andern die im Meßaufbau vorhandenen Leitungslängen groß gegen  $\frac{\lambda}{2}$  sind, bedeutet dies einen vernachlässigbaren Fehler. Die Übertragbarkeit des Shunts auf den in Bild 12 angesetzten Vierpol VP ist im Abschnitt 1.5.1 diskutiert.

Als Konsequenz aus obigen Betrachtungen ergibt sich z. B., daß bei Anschließen einer Kurzschlußleitung an die Klemmen  $K_{II}$  im Extremfall der Sender Vollreflexion sieht, und eine Signalübertragung von der Struktur A auf die Struktur B nicht möglich ist. D. h. :  $k$  wird dann 0. Im anderen Extremfall, der darin besteht, daß an den Ort  $P_{II}$  über  $K_{II}$  ein Leerlauf transformiert wird, vergrößert sich nur die zwischen  $P_A$  und  $P_B$  annehmbare Shuntimpedanz. Dadurch wird  $k$  größer als vorher. Im praktischen Versuch erwies sich das maximale  $k$  größer als erwartet. Der Minimalwert war größer als 0. Auch die im folgenden Kapitel 2.2 vorzunehmende Gegenüberstellung von experimentell und rechnerisch gewonnenen Zahlen und Abhängigkeiten zeigt natürlich keine totalen Übereinstimmungen aber in Anbetracht des geringen mathematischen Aufwandes doch erstaunliche Übereinstimmungen. Differenzen sind darüberhinaus durch nicht ideale Bauteile und eine notwendige Beschrän-



kung des Meßaufwandes in Betracht zu ziehen.

## 2.2 Gegenüberstellung von Rechnung und Messung

### 2.2.1 Verkopplung von Störsignalen bei sonst ungestörtem System

Meßbedingungen : Überkopplung der Resonatoren A und B mit  $\Gamma_0 = +0.3$  an  $K_A$  und  $K_B$ , an  $K_I, K_{II}$   $\Gamma = 0$ ,  $\pi$ -Mode, an  $K_S$  Absorber mit  $\Gamma = 0$ , Sender ein an  $A_{A1}$  bei Resonanzfrequenz der Strukturen  $f_0 = 499.669$  MHz

Bem. : Da das System im Betrieb durch einen zu beschleunigenden Elektronenstrahl belastet ist, wird aus einer geeigneten Überkopplung ohne Strahl eine Anpassung auf Reflexionsfreiheit mit Strahl.

Unter obigen Bedingungen erhält man  $k$  nach (56) :

Rechnung  $k = 23 \%$                       Messung  $k = 25 \%$

### 2.2.2 Verkopplung von Störsignalen bei gestörtem System

Meßbedingungen : Abweichend von 2.2.1 ist  $\Gamma_0 = 0$  an  $K_A$ .

Dann erhält man für  $k$  :

Rechnung  $k = 20 \%$                       Messung  $k = 27 \%$

Schließt man unter diesen Bedingungen den Sender an  $K_S$  an, dann kann man feststellen, daß der mit  $\Gamma_0 = +0.3$  überkoppelte Resonator mehr Leistung auf sich zieht, als der auf Anpassung eingestellte. Es sei das Spannungsverhältnis für diesen Fall  $u_{SB1} / u_{SA1}$ . Dieses Verhältnis ergibt sich zu

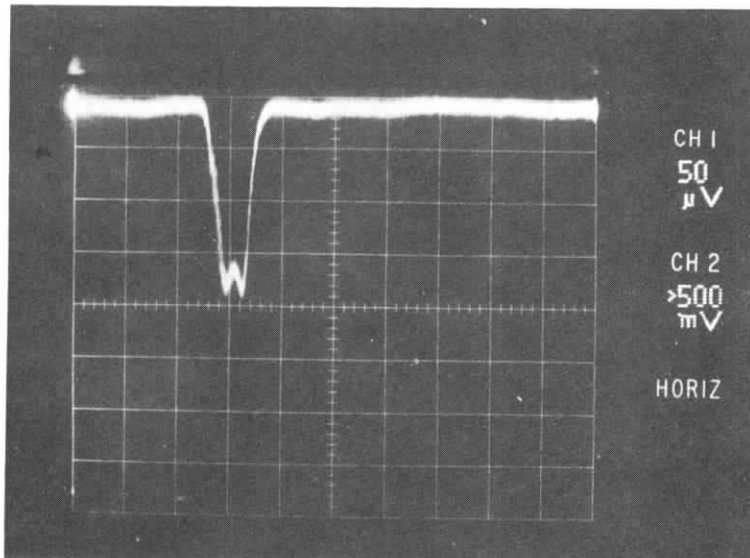
Rechnung 1.4                      Messung 2.4

Dazu läßt sich folgendes bemerken. Der Sender sieht eine Parallelschaltung von Impedanzen, die sich aus den transformierten Absorber- und Resonatorimpedanzen zusammensetzt. Bei Überkopplung der Struktur B ergibt die  $\frac{\lambda}{4}$ -Transformation zum Sender hin eine Verringerung der der Struktur B entsprechenden Impedanz. Bei Parallelschaltung nimmt aber die geringste Impedanz die höchste Leistung auf. Der Faktor der Impedanzänderung gegenüber der angepaßten Struktur ist  $1.3/0.7 \approx 2$ . Dann muß sich die Spannungsverteilung um den Faktor  $\sqrt{2} \approx 1.4$  ändern. Daher erscheint der Meßwert zu hoch. Damit übereinstimmend liegen auch die gemessenen  $k$ -Werte bei Einspei-

sung an Resonator A höher als die errechneten.

Eine zusätzliche Störung durch Verstimmung des Resonators B um + 80 kHz gegen  $f_0$  gibt der Spannung  $u_{SB2}$  bei Durchwobbeln der Frequenz Bandfilterverhalten nach Bild 14, wenn der Sender an  $A_{A1}$  angeschlossen und  $K_S$  reflexionsfrei abgeschlossen ist.

Bild 14 Bandfilterkurve



Dabei beträgt  $k$  in der Bandmitte :

Rechnung  $k = 13 \%$

Messung  $k = 15 \%$

Es ist vernünftig, daß das Koppelverhältnis abnimmt, wenn der nicht angeregte gegenüber dem angeregten Resonator verstimmt ist, da mit wachsender Verstimmung die in der Struktur aufgebauten Spannungen geringer werden.

### 2.2.3 Phasengang des Vorlaufes an $K_A$ bei Verstimmung von B

Ein wichtiges Kriterium für die Stabilität des Systems ist die Phasendrehung des Vorlaufsignals an einem ungestörten Resonator, wenn ein anderer Resonator z. B. verstimmt ist, denn die Vorlaufsignale dienen dem System als Referenz für die Senderphase.

Meßbedingungen : An  $K_I, K_{II}$   $\pi = 0$ , Sender an  $K_S$  mit konstanter Frequenz  $f_0 = 499,669$  MHz, Resonator A auf  $f_0$  abgestimmt im  $\pi$ -Mode, Resonanzfrequenz von Resonator B im  $\pi$ -Mode wird geändert,  $f'_0 = +0,3$  an  $K_A$  und  $K_B$ . Gemessen wird die Phase zwischen der Vorlaufspannung an Resonator A und der Senderphase durch Vergleich der Richtkopplerspannungen  $u'_{REV}$  und  $u_{RAV}$ . Dabei sei der frequenzabhängige Phasenunterschied

$$\varphi = \varphi(u'_{REV}) - \varphi(u_{RAV}) \quad \text{Null, wenn beide Resonatoren auf } f_0$$

abgestimmt sind. Je geringer der Phasenunterschied bleibt, desto besser ist das System. Die Ergebnisse aus Messung und Rechnung sind im Diagramm Bild

15 dargestellt. Dabei ist noch zu bemerken, daß der Phasengang der Spannung in Resonator A genau dem Vorlaufsinalen am Richtkoppler P<sub>A</sub> gleicht, da der Resonator A während der ganzen Messung auf Resonanz bleibt.

Bild 15 Vorlaufphase an Resonator A bei f<sub>0</sub> und Verstimmung von B

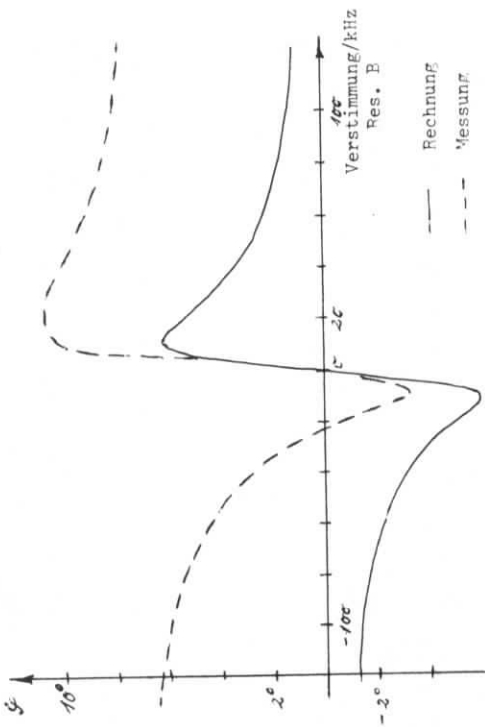


Bild 15 zeigt, daß das Phasenverhalten des am Resonator B reflektierten Signales abeschwächt auf das Vorlaufsignal an A übertragen wird. Die daraus resultierende maximale Phasendrehung beträgt rechnerisch  $\pm 6^\circ$ . Neben einer gewissen Unsymmetrie des Systems zeigt die Messung das gleiche Verhalten wie die Rechnung. Es ergeben sich Diskriminatorkurven mit einem Maximalhub von etwa  $12^\circ$ . Stellt man unter den Bedinrungen, die Bild 15 zugrundeliegen, die Phasendifferenz  $\Delta\varphi$  zwischen den Spannungen in den Resonatoren A und B entsprechend Bild 16 dar, so erhält man aus Rechnung und Messung wie zu erwarten maximale Differenzen von  $\pm 90^\circ$ .

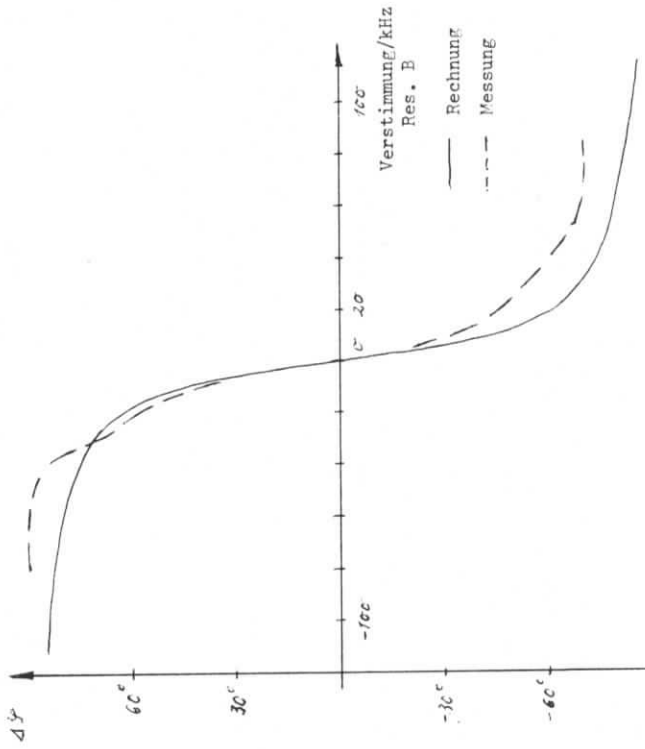
$$\Delta\varphi = \varphi(K_{SA1}) - \varphi(K_{SB1})$$

Bemerkenswert ist allerdings die Tatsache, daß in den Verstimmungsbereichen, in denen die Phasendifferenz maximal wird, der aus Bild 15 ablesbare Einfluß auf die Phase des Resonators A wieder verschwindet.

Die Erklärung dafür liegt in der  $\frac{A}{Y}$  - Transformation von Resonator B

zur Ebene P<sub>B</sub> hin, die dafür sorgt, daß die sich verringende Impedanz des Resonators allmählich zu einem Leerlauf an P<sub>B</sub> wird. Der Leerlauf nimmt im Idealfall keine Leistung auf. Dadurch wird der Leistungsanteil des Resonators A und der Absorber I und II größer. Die Phase wird wieder reell, d. h. : Im ungestörten Teil des Systems stellen sich wieder die der Verstimmung 0 entsprechenden Phasen ein.

Bild 16 Phasendifferenz zwischen A und B bei f<sub>0</sub> und Verstimmung von B



#### 2.2.4 Kopplungsbedingtes Resonanzverhalten der Strukturen

Anschließend an Bild 14 und die Schlußfolgerung aus Abschnitt 2.2.3 stellt sich nun die Frage, ob bei Verstimmung eines Resonators immer ein Bandfilterverhalten nach Bild 14 auftritt, und unter welchen Voraussetzungen die Phasenabhängigkeiten der Bilder 15,16 zustandekommen, die nicht auf Bandfilterverhalten deuten.

Dazu ist es zweckmäßig, sich die Resonanzkurven der Resonatoren A und B unter den Voraussetzungen von Abschnitt 2.2.3 bei einer fest vorgeählten Verstärkung des Resonators B anzusehen. Rechnung und Messung ergeben übereinstimmend die Darstellung von Bild 17.

Meßbedingungen: An  $K_I, K_{II}$   $\overline{M} = 0$ , Sender an  $K_S$  mit variabler Frequenz (Wohlbetrieb)  $f_0 = 200$  kHz, Resonator A auf  $f_0 = 499,669$  MHz abgestimmt im  $\overline{M}$ -Mode, Resonanzfrequenz von Resonator B bei  $f_0 = 110$  kHz im  $\overline{M}$ -Mode,  $\overline{V}_0 = 0,3$  im Resonanzpunkt an  $K_A$  oder  $K_B$ . Gemessen werden die Spannungen  $u_S$  an den Schleifen  $S_{A1}, S_{B1}$ .

Bild 17 Resonanzkurven von A und B bei Verstärkung von B um -110 kHz

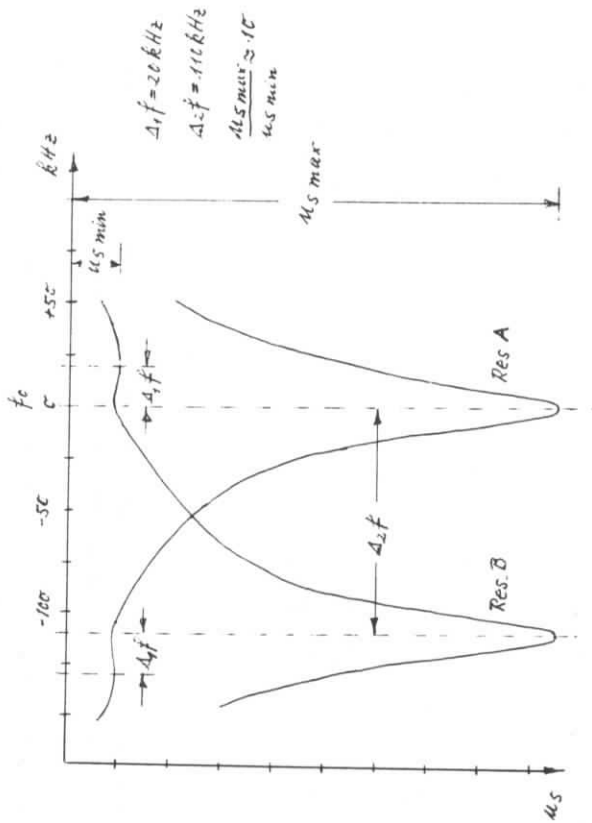


Bild 17 zeigt, daß bei genügender Verstärkung der Strukturen gegeneinander beide Resonanzen keinerlei Bandfilterverhalten aufweisen. Das steht im Gegensatz zu dem im Bild 14 dargestellten Verhalten. Dort ist die Struktur B um einen ähnlichen Betrag gegen A verstimm. Der entscheidende Unterschied besteht aber darin, daß dort bei A angeregt und bei B gemessen wird. Die Frage, ob und wie weit die Resonanz von A tatsächlich wieder in den ungestörten Zustand übergeht, wenn B verstimm wird, und der Sender

wahlweise an  $K_S$  oder an  $A_{A1}$  angeschlossen wird, ist in den Darstellungen der Bilder 18 und 19 näher untersucht.

Bild 18 3-dB-Breite der Resonanz von A bei Verstärkung von F, Sender an  $K_S$

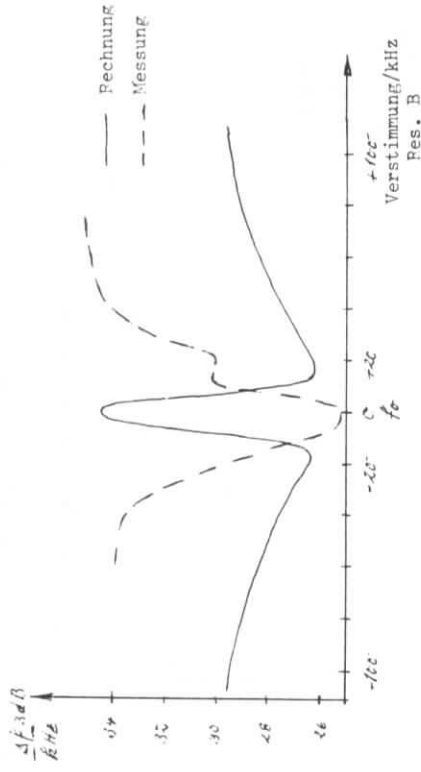
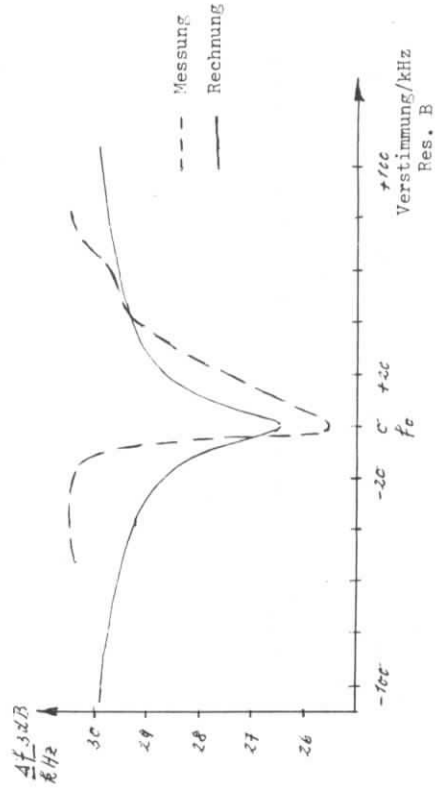


Bild 19 3-dB-Breite der Resonanz von A bei Verstärkung von B, Sender an  $A_{A1}$



Die Bilder 18 und 19 zeigen im wesentlichen, daß trotz Wiedereinstellung einer fast ungestörten Resonanz des Resonators A bei genügender Verstimmung von Resonator B die ursprüngliche 3 - dB Bandbreite nicht wieder erreicht wird. Das ist leicht dadurch erklärlich, daß durch die Totalverstimmung von B ein Leerlauf an  $P_B$  auftritt. Dadurch ändert sich die von  $K_A$  aus gesehene Quellimpedanz des Systems ( bei Einspeisung an  $K_S$  ). Das aber ändert die Belastung von A.

Es ist überraschend, daß die Rechnung bei ungestörtem System, also bei einer Verstimmung von null des Resonators B, bei Senderanschluß an  $K_S$  für den Resonator A nach Bild 18 eine größere Bandbreite ergibt, als bei direkter Anregung des Resonators A über  $A_{A1}$  und reflexionsfreiem Abschluß von  $K_S$  nach Bild 19. Dieses Verhalten läßt sich durch die folgende einfache Überlegung begründen. Es sei  $g$  ein normierter Leitwert am Ort  $K_S$ , der aus dem Senderleitwert und den an diesen Ort transformierten Leitwerten der Absorber I und II zusammengesetzt ist. Weiterhin seien  $g_A$  und  $g_B$  die komplexen Leitwerte der Strukturen A und B. Betreibt man das System mit dem Sender an  $K_S$  bei Resonanz im ungestörten Zustand, so entfällt auf A und B die gleiche Sendeleistung. Infolge der  $\frac{\lambda}{4}$  - Transformation zum Ort des Senders hin werden aus Symmetriegründen beide Resonatoren mit dem Leitwert  $2/g$  belastet. Da die in den Hohlleitern gespeicherte Energie im untersuchten Fall im Vergleich zu der in den Strukturen gespeicherten Energie gering ist, ergibt sich an  $K_A$  dann ein komplexer Gesamtleitwert von

$$g_{Ges} = \frac{2}{g} + g_A \tag{57}$$

Damit ist für den Betriebsfall, der oben festgelegt wurde, die Bandbreite der Struktur A bestimmt.

Betreibt man das System aber entsprechend den Voraussetzungen nach Bild 19 mit einem Absorber an  $K_S$  und direkter Anregung der Struktur A bei unverstimmter Struktur B ( also A und B wie oben auf  $f_0$  abgestimmt ), dann ergibt die Transformation von  $g$  und  $g_B$  an den Ort  $P_A$  eine Parallelschaltung von  $g$  und  $1/g_B$ . Die  $\frac{\lambda}{4}$  - Transformation an den Ort  $K_A$  ergibt dann dort einen komplexen Gesamtleitwert von

$$g_{Ges} = \frac{1}{\frac{1}{g_B} + g} + g_A \tag{58}$$

Der Ausdruck (58) beinhaltet einen geringeren Wirkanteil des Gesamtleitwertes als der Ausdruck (57). Da es sich aber um Parallelresonanzen handelt,

wird dadurch die dem Ausdruck (58) entsprechende Bandbreite geringer als die dem Ausdruck (57) entsprechende sein.

Daraus folgt, im Gegensatz zur Messung, daß die 3-dB Bandbreite von A bei der Verstimmung 0 von B unter den Voraussetzungen von Bild 18 tatsächlich größer sein muß als unter den Voraussetzungen zum Bild 19. Auch der Effekt, daß bei totaler Verstimmung von B die an A gemessenen Bandbreiten nach Bild 18 und 19 auf denselben Wert zulaufen, läßt sich mit den Beziehungen (57), (58) abschätzen. Betreibt man nämlich den Sender an  $K_S$  und verstimmt B völlig, dann nimmt B keine Leistung mehr auf. Damit ergibt sich an  $K_A$  ein komplexer Gesamtleitwert von

$$g_{Ges} = \frac{1}{g} + g_A \tag{59}$$

Bei direkter Anregung des Resonators A und völliger Verstimmung von B wird aber mit  $g_B^{-1} \rightarrow 0$  aus (58) ebenfalls der Ausdruck (59).

Berücksichtigt man, daß es sich bei dem Meßaufbau nicht um ein ideales System handelt, und daß die geringen Bandbreiteunterschiede, um die es in den Darstellungen Bild 18 und 19 geht, nur mit hohem Aufwand genauer gemessen werden können, so muß man in der Darstellung von Bild 18 nicht einen Widerspruch zwischen Rechnung und Messung sehen.

Auffallend ist noch, daß bei einer unbelasteten Güte der Strukturen von etwa 24000 die aus den Bildern 18 und 19 hervorgehenden belasteten Güten trotz überkritischer Kopplung der Strukturen nach Messung und Rechnung über 14000 liegen, wenn man die dargestellten 3-dB - Breiten zugrundelegt.

### 3. Schlussfolgerungen und Zusammenfassung

Es wurde eine relativ einfache Rechnung vorgenommen, deren Ergebnisse im Abschnitt 1.5 zusammengestellt sind. Damit ist es möglich, Probleme verkoppelter Einzelresonatoren oder verkoppelter vielzelliger Resonanzstrukturen zu untersuchen. Dabei dürfen die Resonatoren oder Strukturen strahlbelastet sein. Die Leistungsversorgung erfolgt über das Koppelsystem. Der Fall einer ausschließlichen Anregung des Systems über einen oder beide Resonatoren kann ebenfalls betrachtet werden. Die Art der Verkopplung oder des Koppelsystems ist in weiten Grenzen wählbar. Alle Parameter wie Strahl-

stromstärke, Sendeleistung, Resonatorgüten, Leitungskoeffizienten, Frequenz, Phasen, und die Parameter des Koppelsystems sind ebenfalls frei wählbar. Anzunehmen werden aber immer kontinuierliche sinusförmige Signale. Die Rechnung wurde angewendet auf ein System von gemeinsam an einem Sender betriebenen Resonanzstrukturen, das ursprünglich als Beschleunigungssystem beim PITHA - Speicherring eingesetzt werden sollte. Die Ergebnisse wurden mit den an einem entsprechenden Testsystem gewonnenen Meßwerten im Kapitel 2 verglichen. Dabei erraten sich trotz der in der Rechnung vorgenommenen Vereinfachungen überraschend genau gleiche Aussagen.

Zur Beurteilung des untersuchten Systems läßt sich sagen, daß die in 2.2.1 und 2.2.2 ermittelten hohen Koppelverhältnisse ( vgl. (56)) das System schon im Grundmode, nämlich bei 500 MHz sehr störanfällig machen. Auch die in 2.2.3 ermittelten Änderungen der Bezugsphase bei Verstimmung eines Resonators sind nicht zu vernachlässigen, wenn ein stabiles System gefordert wird.

Man kann anhand der Rechnung zeigen, daß die Entkopplung der Beschleunigungsstrukturen mit Magischen T's zumindest im Grundmode zu wesentlich besseren Entkopplungswerten führt. Diese Art der Entkopplung ist in Bild 1b) angedeutet. Da Magische T's nur eine beschränkte Bandbreite haben, wird bei ihrer Anwendung ohne zusätzliche Maßnahmen wie z. B. Einsatz von Filtern die Entkopplung bei Frequenzen außerhalb der spezifizierten Bandbreite genauso schlecht wie bei dem untersuchten System entspr. den Bildern 1a), 13 .