

Interner Bericht
DESY H5-71/5
Mai 1971

DESY-Bibliothek
- 2. AUG. 1971

Magnetische Eigenschaften einer

Reusenspule als Detektor

am Speicherring

H. Wiedemann

Magnetische Eigenschaften einer
Reusenspule als Detektor
am Speicherring

H. Wiedemann

Einleitung

Für den 3 GeV-Elektron-Positron-Speicherring wurde 1966^{1) 2)} und 1967³⁾ eine koaxiale Magnetfeldkonfiguration, erzeugt durch eine sog. Reusenspule, zur Vermessung der Reaktionsprodukte in der Wechselwirkungszone vorgeschlagen. Die technischen Schwierigkeiten erschienen damals jedoch gegenüber einem Solenoid sehr groß zu sein.

Inzwischen werden bei DESY wieder Magnetfeldkonfigurationen diskutiert, die der einer Reusenspule sehr nahe kommen. Es sollen deshalb die vor fünf Jahren durchgeführten Rechnungen in diesem Bericht zusammengestellt werden in der Hoffnung, daß sie einige Gesichtspunkte für die weiteren Diskussionen um einen magnetischen Detektor beitragen können.

Neben den magnetischen Eigenschaften werden auch Angaben über die Impulsauflösung bei der Vermessung von Teilchenspuren gemacht.

Die prinzipielle Anordnung einer solchen Reusenspule am Speicherring zeigt die Abb. 1.

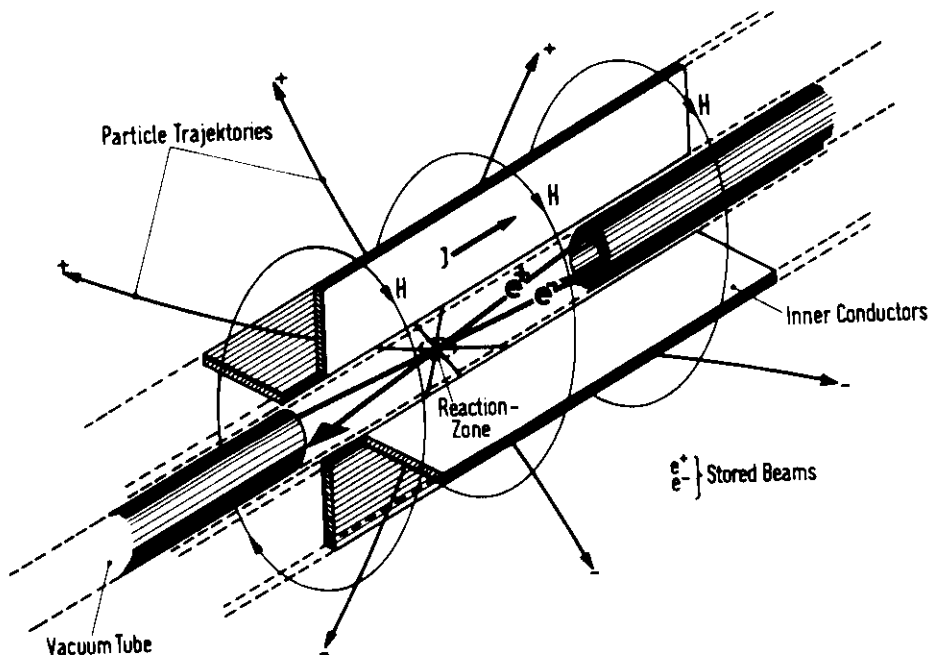


Abb. 1

B. Magnetfeldkonfiguration

Es gibt verschiedene Magnetfeldkonfigurationen, welche mehr oder weniger gut für einen Speicherringdetektor geeignet sind. Die beiden wichtigsten davon sind das Solenoidfeld längs der Achse des gespeicherten Strahls und das koaxiale Feld um die Achse. Die anderen Magnetfeldkonfigurationen beeinflussen die gespeicherten Strahlen so sehr, daß sie als wesentlicher Bestandteil der gesamten Magnetstruktur angesehen werden müssen, oder sie überdecken einen zu geringen Raumwinkel. Beides ist sehr nachteilig.

Berechnungen (Orsay, DESY-Proposal) haben gezeigt, daß die sog. Reusenspule, welche im wesentlichen ein koaxiales Feld um die Achse erzeugt, dem Solenoidfeld sowohl im nutzbaren Raumwinkel als auch in der erreichbaren Impulsauflösung überlegen ist. Wir wollen deshalb hier die Eigenschaften der Reusenspule eingehender untersuchen.

Die Abb. 2 zeigt schematisch den Querschnitt durch eine solche Reusenspule. Der zentrale Stromleiter wird in eine Anzahl (hier 4) dünne Leiter aufgeteilt, um den aus der Achse kommenden Teilchen möglichst wenig Materie in den Weg zu stellen. Die Stromrückleiter sind auf einem Kreis vom Radius R gleichmäßig verteilt und schirmen so das Magnetfeld nach außen gut ab.

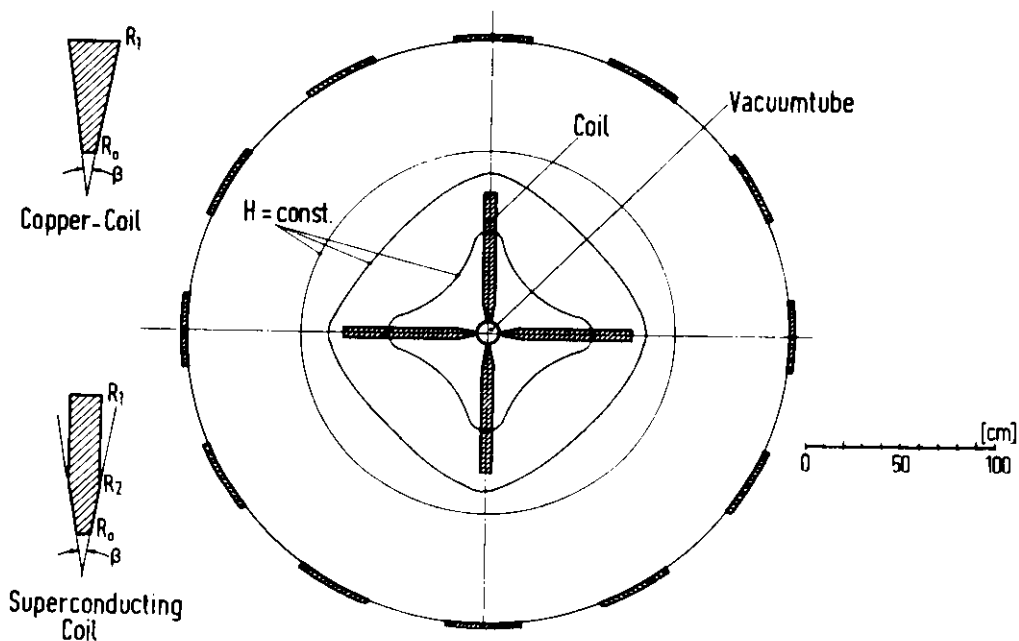


Abb. 2

Zur Berechnung des Magnetfeldes wurde die Maxwell-Gleichung

$$\frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = \text{rot } \mathbf{H} \quad (\text{CGS-System})$$

numerisch über verschiedene Leiterquerschnitte und -anordnungen integriert.
(s. Anhang)

Die Abb. 3 zeigt Magnetfelder längs einer radialen Linie in der Mitte zwischen zwei keilförmigen Leitern mit $\beta = 9,5^\circ$ (s. Abb. 2). Alle geometrischen Größen (s. Abb. 2) sind auf den Außendurchmesser R des Magneten normiert ($\rho = \frac{r}{R}$).

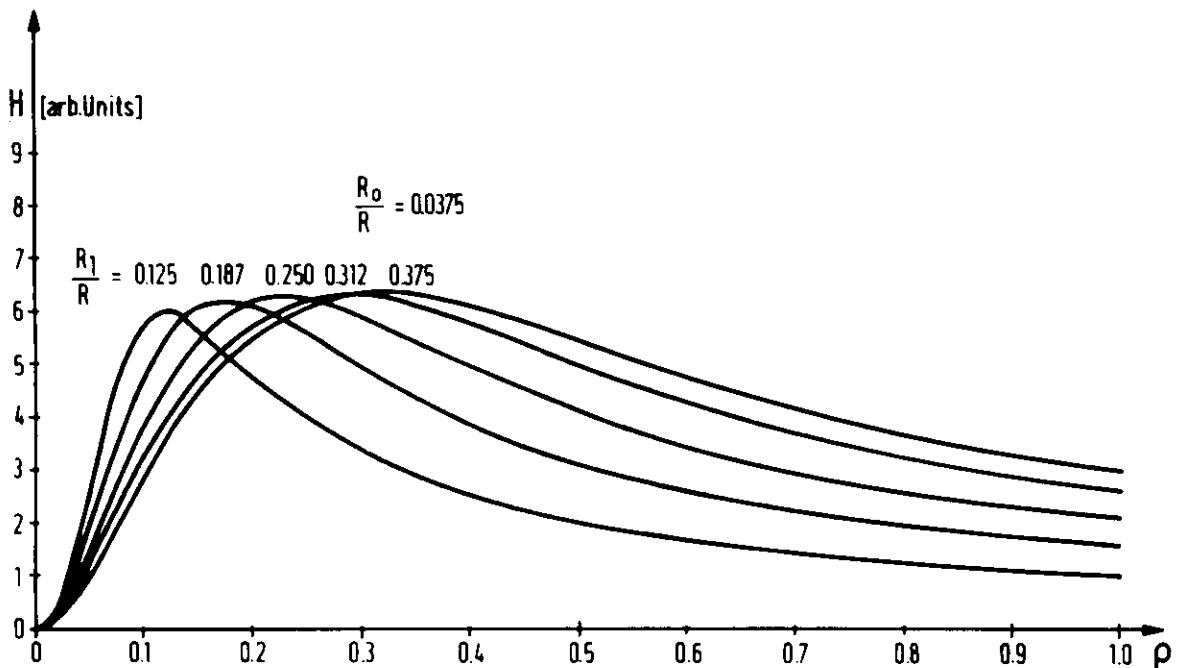


Abb. 3

Man sieht, daß die maximale Feldstärke bei zunehmendem Leiterquerschnitt, aber konstant gehaltener elektrischer Gesamtleistung nicht wesentlich zunimmt. Das Maximum der magnetischen Feldstärke verschiebt sich zu größeren Achsenabständen ρ und gleichzeitig steigt das mittlere Feld stark an. Die

in Abb. 3 angegebenen willkürlichen Einheiten für die Feldstärke können als kE verstanden werden für den folgenden speziellen Fall:

Anzahl der Leiter	$n = 4$
Gesamtleistung	$P = 2,0 \text{ MW}$
	$R_o = 6 \text{ cm}$
	$R = 160 \text{ cm}$
	$\beta = 9,5^\circ$

Um einen Anhaltspunkt über die Größe der maximalen Feldstärke zu bekommen, kann man die folgende empirisch gefundene Gleichung benutzen:

$$\hat{B}(\rho) = 0,045 \cdot n \frac{J(\text{A})}{\sqrt{F(\text{cm}^2)}}$$

Dabei ist n die Anzahl der Leiter, J der elektrische Strom durch einen Leiter und F dessen keilförmiger Querschnitt. Diese Formel stimmt recht gut ($\pm 10\%$) für $2 < n < 8$ und die in diesem Bericht gebrauchten keilförmigen Leiterquerschnitte. Für trapezförmige Leiterquerschnitte ergeben sich zu große Werte ($\pm 20-25\%$ zu groß, vgl. Abb.9).

Ebenfalls auf einer radialen Linie zwischen zwei elektrischen Leitern sind die Feldstärken in Abb. 4 für verschiedene Anzahlen von Leitern angegeben.

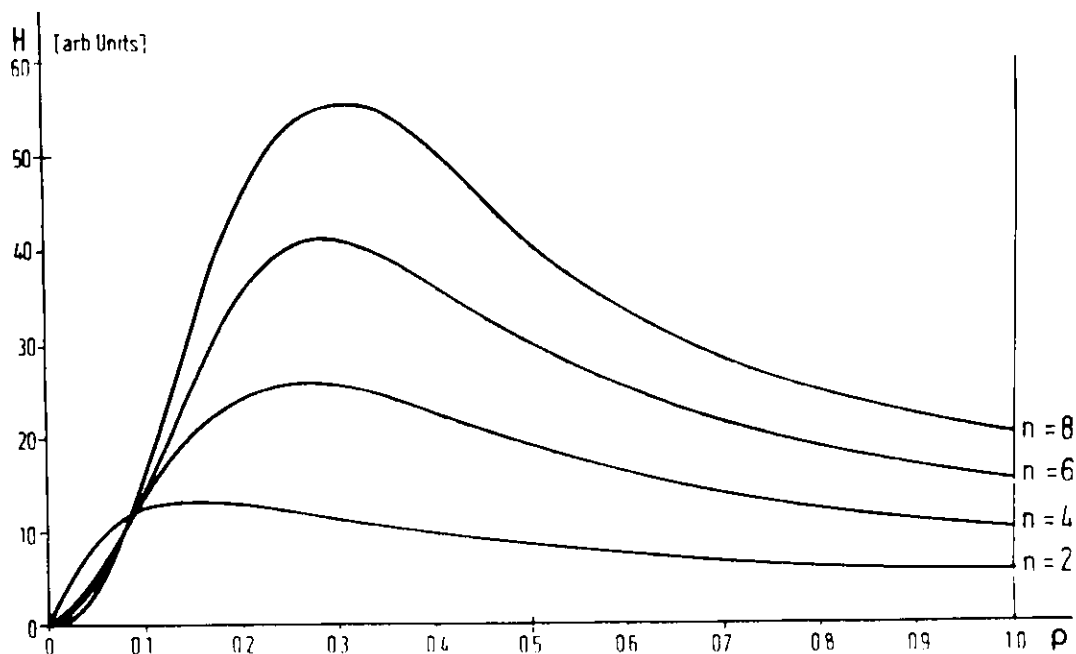


Abb. 4

Hierbei wurden der Strom pro Leiter und der Leiterquerschnitt konstant gehalten.

Die in der Abb. 4 angegebenen Feldstärken in willkürlichen Einheiten sind für folgenden speziellen Fall Feldstärken in kG:

Strom pro Leiter: $2 \cdot 10^6$ Ampere
 Stromdichte: 10.000 A/cm^2
 $R_o = 6 \text{ cm}$
 $R_1 = 50 \text{ cm}$
 $R = 160 \text{ cm}$
 Leiterquerschnitt: $F = 200 \text{ cm}^2$

Die typische azimuthale Feldverteilung ist aus Abb.5 bei vier Stromleitern zu entnehmen. Man erkennt insbesondere den starken Feldanstieg besonders an der Außenseite der Leiter. Dieser Anstieg beschränkt die nutzbare Feldstärke bei supraleitenden Spulen, bei denen das Produkt aus Stromstärke und Magnetfeld am Leiter einen bestimmten materialabhängigen Wert nicht übersteigen darf.

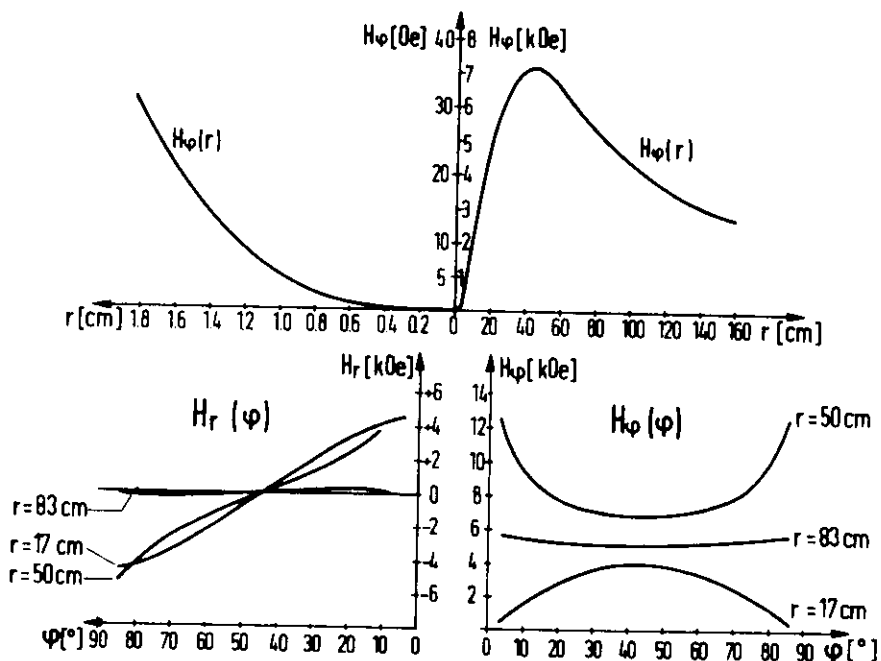


Abb. 5

Es gibt zwei Möglichkeiten, diesen Feldanstieg zu mildern.

1.) Durch Erhöhung der Anzahl der Leiter.

Der Effekt dieser Maßnahme ist relativ gering, solange man die Anzahl nicht um Faktoren 2-3 erhöhen will. Dadurch wird aber der nutzbare Raumwinkel verkleinert.

2.) Durch einen radial sehr breiten Stromleiter.

Geht man von einem rein konischen Querschnitt des Leiters, wie bisher angenommen, zu einer Form über, wie sie in Abb. 2 für eine supraleitende Spule dargestellt ist, so kann man den störenden Feldanstieg am Stromleiter erheblich vermindern.

Die Abb. 6 zeigt zur Veranschaulichung für verschiedene Leiterformen gleicher Querschnittsfläche den azimuthalen Feldverlauf.

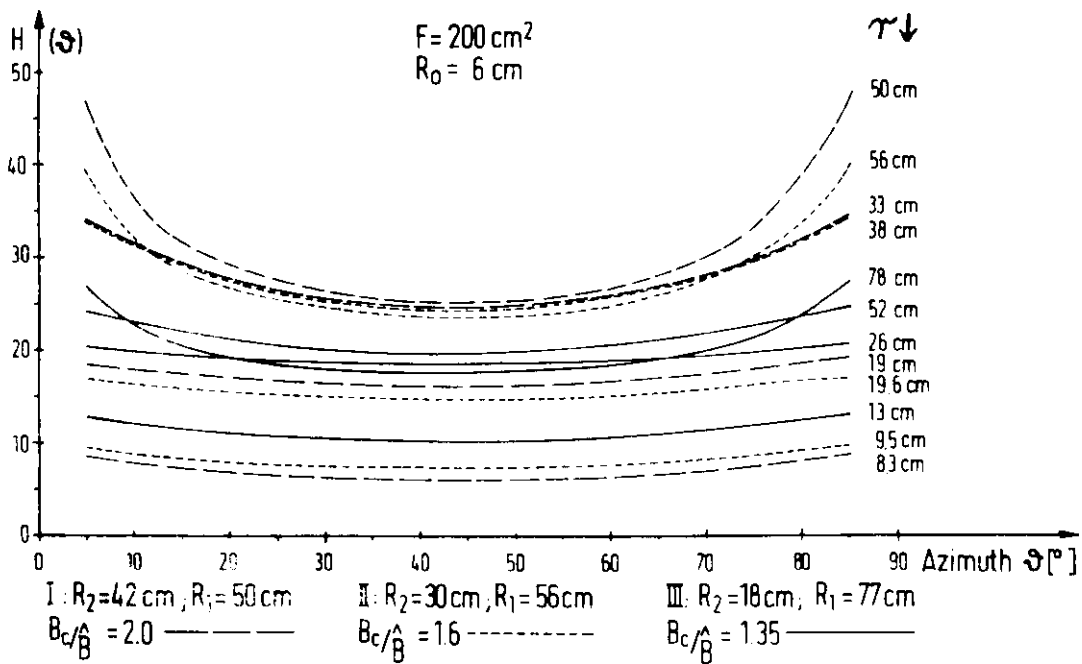


Abb. 6

Im Fall III ist die Feldüberhöhung nur noch 50% gegenüber 100% im Fall I. Man muß allerdings im Fall III eine Verringerung der mittleren Feldstärke in Kauf nehmen, so daß es sich bei diesem Beispiel nicht lohnt, zu noch schmalere Leiterformen zu gehen.

Der Fall III stellt die Feldverhältnisse für eine Leiterform dar, welche zum Bau eines supraleitenden Detektors für einen 3 GeV Speicherring geeignet ist. Einerseits ist ein maximales Magnetfeld von 20 kG in der Mitte der Leiter groß genug für die erforderliche Impulsauflösung (siehe nächstes Kapitel), andererseits bleibt das Magnetfeld am Supraleiter selbst unter 30 kG, so daß z.B. mit einem stabilisierten Supraleiter Stromdichten von etwa 10.000 A/cm^2 erreicht werden können.

C. Impulsauflösung

Die mögliche Impulsauflösung in den eben beschriebenen Magnetfeldern hängt, wie wir sehen werden, von der maximalen Magnetfeldstärke, dem räumlichen Auflösungsvermögen der Nachweisgeräte (Funkenkammer, Drahtfunkenkammer, Streamer chamber u.a.) und der Länge der Teilchenbahnen im Magnetfeld ab.

Um diese Größen festlegen zu können, soll zunächst die erforderliche Impulsauflösung bestimmt werden:

Setzen wir die Lichtgeschwindigkeit gleich eins ($c=1$), so lautet die Energiegleichung für Zweiteilchenereignisse (Teilchen + Antiteilchen):

$$\sqrt{P_1^2 + m^2} + \sqrt{P_2^2 + m^2} = 2 E_0 \quad (1)$$

E_0 : Energie der gespeicherten Teilchen

m : Masse der Teilchen eines Paares

P_1, P_2 : Impulse der gemessenen Teilchen ($P_1 \approx P_2$)

Der Fehler der Massenbestimmung durch fehlerhafte Impuls- und Energiebestimmung ist gegeben durch

$$\Delta m^2 \approx 2E_0^2 \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P}{P} \right)^2 + \left(\frac{\Delta 2E}{2E} \right)^2} \quad (2)$$

Für die Impulsbestimmung ergibt sich daraus unter Vernachlässigung von $\Delta 2E/2E$ ($\approx 10^{-3}$) eine maximale relative Meßunsicherheit von

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{1}{3} \frac{\Delta m^2}{\sqrt{2} E_0^2} \quad (3)$$

Hierbei drückt der Faktor 1/3 die Notwendigkeit aus, für eine sichere Massenbestimmung benachbarte Teilchenmassen um mehr als 3 Standardabweichungen zu trennen.

Aus der folgenden Tabelle kann man die erforderliche Impulsauflösung zur Trennung der einzelnen Teilchen ablesen:

Tabelle 1

Teilchen	Masse [GeV/c ²]	Δm [GeV/c ²]	Impuls [GeV/c]	$(\Delta p/p)$ (Gl.3) max. [%]
e	$0.511 \cdot 10^{-3}$	0.0124	3.000	0.032
u	0.106	0.084	2.998	0.022
π	0.140	0.2244	2.997	0.57
K	0.494	0.6358	2.959	1.71
p	0.938	0.5339	2.850	1.55
\bar{e}	1.189	0.3234	2.754	1.01
E	1.318		2.695	

Um aus den geforderten Impulsaufösungen die Stärke und das Volumen des Magnetfeldes bestimmen zu können, wollen wir im folgenden einen Zusammenhang zwischen diesen Größen suchen.

Wie wir in dem vorhergehenden Kapitel gesehen haben, läßt sich das Magnetfeld nicht analytisch darstellen. Andererseits läßt sich das Magnetfeld längs einer Teilchenbahn zur Berechnung der Impulsauflösung genügend genau durch zwei Geraden annähern. (Abb.7)

Mit den aus Abb.7 ersichtlichen Bezeichnungen können die Magnetfelder somit dargestellt werden durch:

$$B_I = B_o + \frac{B_o - B_A}{L_o} (x - L_o) \quad B_{II} = B_o - \frac{B_o - B_E}{L - L_o} (x - L_o) \quad (4)$$

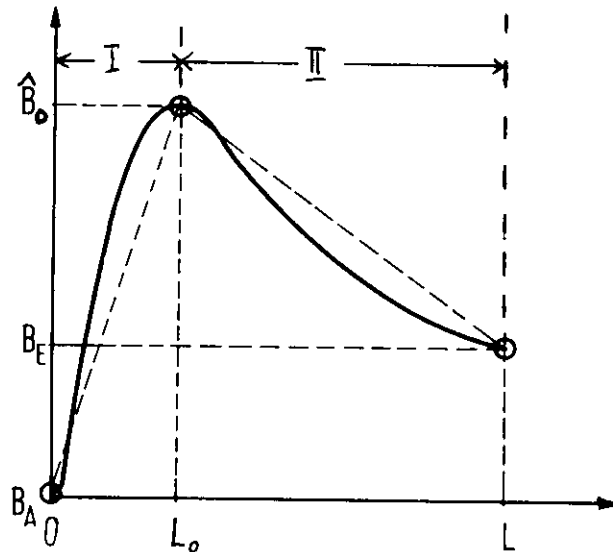


Abb.7

Legt man die Abszisse durch den Anfangs- und Endpunkt der Teilchenbahn und bezeichnet mit y die Ordinate dazu, so lautet die Bewegungsgleichung:

$$K = - \frac{y''}{(1+y'^2)^{3/2}} = \frac{eB}{cp} \quad (5)$$

Für genügend "steife" Teilchen ist $y' \ll 1$ und kann damit vernachlässigt werden. Dies ist immer der Fall, wenn man das Magnetfeld der Energie der Teilchen im Speicherring anpaßt, d.h. immer nur so groß macht, daß die geforderte Impulsauflösung nicht um Größenordnungen überschritten wird. Damit reduziert sich (5) zu der mit (4) leicht integrierbaren Gleichung

$$K = - y'' = \frac{eB}{cp} \quad (5a)$$

Die Bewegungsgleichung $y(x)$ ist damit ein Polynom 3. Grades, deren vier Koeffizienten sich aus folgenden Bedingungen ergeben:

$$\left. \begin{array}{l} y_I = Y_{II} \\ y'_I = y'_{II} \end{array} \right\} \text{für } x = L_0 \quad (6)$$

$$y_I = 0 \quad \text{für } x = 0$$

$$Y_{II} = 0 \quad \text{für } x = L$$

Die Lösungen lauten:

$$y_I = \mu \left\{ \alpha_0 L^2 + \alpha_1 L(x-L_0) - 3(x-L_0)^2 - \frac{1-\beta_A}{L_0} (x-L_0)^3 \right\} \quad \text{für } 0 \leq x < L_0 \quad (7)$$

$$y_{II} = \mu \left\{ \alpha_0 L^2 + \alpha_1 L(x-L_0) - 3(x-L_0)^2 - \frac{1-\beta_E}{L-L_0} (x-L_0)^3 \right\} \quad \text{für } L_0 \leq x \leq L$$

Dabei bedeuten

$$\mu = \frac{1}{6} \frac{e\hat{B}_c}{cp}$$

$$\beta_A = \frac{B_A}{\hat{B}_c} \quad \text{und} \quad \beta_E = \frac{B_E}{\hat{B}_c}$$

$$\alpha_0 = \left[(2+\beta_A)\lambda^2(1-\lambda) + (2+\beta_E)\lambda(1-\lambda)^2 \right]$$

$$\alpha_1 = \left[-(2+\beta_A)\lambda^2 + (2+\beta_E)(1-\lambda)^2 \right]$$

$$\lambda = L_0/L$$

Durch Differenzieren von (7) nach dem Impuls p folgt:

$$\frac{\Delta y}{\Delta p} = - \frac{y}{p}$$

oder

$$\frac{\Delta p}{p} = - \frac{\Delta y}{y} \quad (8)$$

d.h. die Impulsauflösung ist der räumlichen Auflösung der Teilchenbahn direkt proportional.

Bezeichnet man mit ϕ den Winkel, unter dem ein Teilchen von der Achse startet, so kann man substituieren:

$$L = \frac{R}{\sin\phi} \qquad L_o = \frac{\hat{R}}{\sin\phi} \qquad x = \frac{r}{\sin\phi}$$

Mißt man nun noch alle Längen in Einheiten von R, so folgt:

$$L = \frac{l}{\sin\phi} R \qquad L_o = \frac{\hat{\rho}_o}{\sin\phi} R \qquad x = \frac{\rho}{\sin\phi} R \quad (9)$$

Damit folgt endlich für die Impulslösung in einer Reusenspule ($\beta_A=0$):

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_I = \pm \frac{\Delta y \cdot \sin^2\phi}{\mu R^2} \left\{ \alpha_o + \alpha_1 (\rho - \hat{\rho}_o) - 3(\rho - \hat{\rho}_o) - 3(\rho - \hat{\rho}_o)^2 - \frac{1}{\rho} (\rho - \hat{\rho}_o)^3 \right\}^{-1} \quad (10a)$$

$$\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_{II} = \pm \frac{6cp}{eB_o R^2} \Delta y \sin^2\phi \left\{ \alpha_o + \alpha_1 (\rho - \hat{\rho}_o)^2 + \frac{1 - \beta_E}{1 - \rho_o} (\rho - \hat{\rho}_o)^3 \right\}^{-1} \quad (10b)$$

wobei:

$$\alpha_o = 2\hat{\rho}_o^2 (1 - \hat{\rho}_o) + (2 + \beta_E) \hat{\rho}_o (1 - \hat{\rho}_o)^2$$

$$\alpha_1 = -2\hat{\rho}_o^2 + (2 + \beta_E) (1 - \hat{\rho}_o)^2$$

Die Gln. (10) geben die reziproken Impulsaufösungen an, die man in einer Reusenspule durch drei Nachweisgeräte (Funkenkammern etc.) mit einem geometrischen Auflösungsvermögen Δy erreichen kann. Dabei bestimmt je ein Nachweisgerät den Anfangs- und Endpunkt der Teilchenbahn, während die dritte Messung an der Stelle ρ stattfindet. Wie detailliertere Rechnungen gezeigt haben, erreicht man die maximale Impulsauflösung für $\rho \approx 0,5$ und $\beta_E = 0,4$.

Setzt man diese Werte in (10b) ein und bestimmt das Maximum der geschweiften

Klammer in Abhängigkeit von $\hat{\rho}_0$, so ergibt sich:

$$\rho_{opt} = 0,32 \quad (11)$$

d.h. die maximale Impulsauflösung erhält man, wenn das Magnetfeld im ersten Drittel auf den maximalen Wert ansteigt und dann wieder auf etwa 40% bei $\rho=1$ abfällt.

Mit (11) erhält man aus (10b) eine Formel, die auf wenige Prozent genau die optimale Impulsauflösung wiedergibt:

$$\left(\frac{\Delta p}{p_{opt}} \right) (\%) = \pm 35,3 \frac{\Delta y \text{ (mm)} \cdot p \text{ (GeV)}}{B_0 \text{ (kG)} \cdot R^2 \text{ (m)}} \sin^2 \phi \quad (12)$$

Diese Gleichung gilt nur, solange die Teilchenbahnen in der Achse der Reusenspule beginnen und bei $\rho = 1$ enden.

Für Teilchenbahnen mit kleinem ϕ , welche an den Stirnseiten des Detektors enden, müssen die Gln.(10) benutzt werden. Die verbleibende Ungenauigkeit in (12) resultiert aus der Festsetzung $\rho = 0,5$, was nicht für alle Leiterformen genau gilt.

Wenden wir die in Tabelle 1 geforderten Impulsaufösungen auf die Gl.(12) an, so ergibt sich, daß die Elektronen, Muonen und Pionen mit vernünftigem technischen Aufwand nicht getrennt werden können. Wir begnügen uns also damit, wenigstens die Pionen von den Kaonen sicher zu trennen.

Für $\Delta y = 0,2 \text{ mm}$ und $\phi = 90^\circ$ folgt: (12)

$$B_0 R^2 \approx 40 \text{ kG} \cdot \text{m}^2$$

d.h. bei einem Durchmesser der Reusenspule von etwa 3 m benötigt man ein maximales Magnetfeld von knapp 20 kG, was mit Hilfe einer supraleitenden Spule erreicht werden kann.

In Abb. 8 ist die Impulsauflösung für verschiedene Winkel ϕ in einer konventionellen Reusenspule mit 4 bzw. 6 Leitern für $p = 3 \text{ GeV}/c$ bei den angegebenen maximalen Magnetfeldern gezeigt. Die charakteristischen Daten für diese Reusenspule lauten (s.Abb.2)

$$R_0 = 6 \text{ cm}$$

$$R_1 = 50 \text{ cm}$$

$$R = 160 \text{ cm}$$

$$\text{Länge der Spule} = 240 \text{ cm}$$

$$\text{Gesamtleistung } P = 2,5 \text{ MW}$$

$$\text{Strom } I = 558 \text{ kA bzw. } 456 \text{ kA pro Leiter}$$

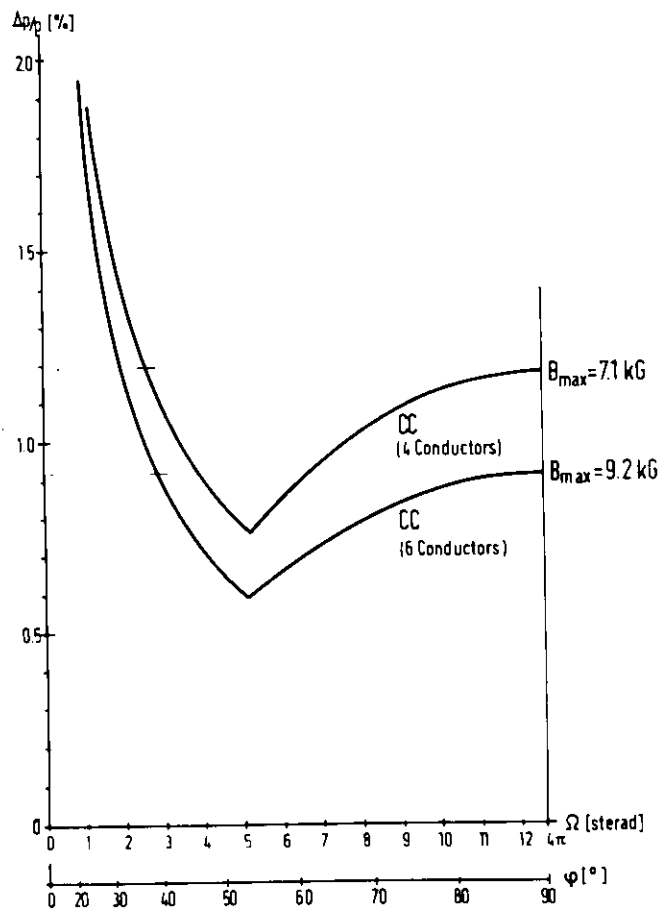


Abb. 8

Es zeigt sich, daß die Spule mit 4 Leitern bis 1,5 GeV, die Spule mit 6 Leitern bis 2 GeV geeignet ist, Pionen und Kaonen zu trennen (s.Gl.12).

Bei höheren Energien muß man zu supraleitenden Spulen übergehen, wofür die Abb.9 die Impulsaufösungen für 3 GeV zeigt. Die charakteristischen Daten für die Spule sind (s.Abb.2)

$R_0 = 6 \text{ cm}$
 $R_2 = 18 \text{ cm}$
 $R_1 = 77 \text{ cm}$
 $R = 160 \text{ cm}$
Spulenlänge $l = 250 \text{ cm}$
Stromdichte $j = 10^4 \text{ A/cm}^2$
Strom pro Leiter $2 \cdot 10^6 \text{ Ampère}$

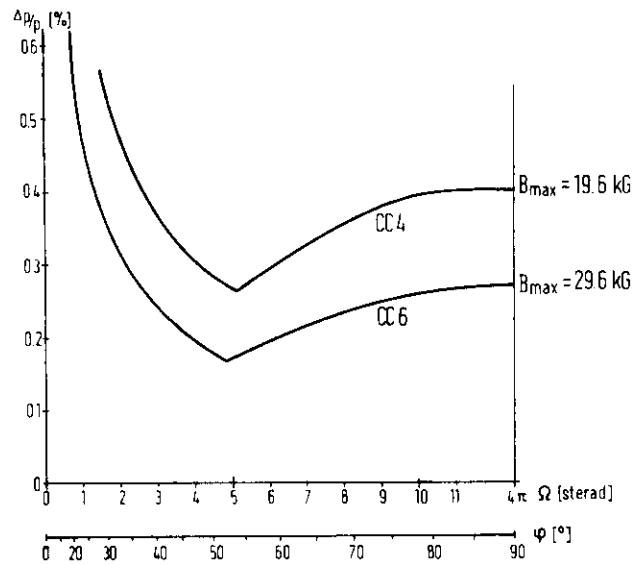


Abb.9

D. Rückwirkung auf den gespeicherten Strahl des Speicherrings

Für den sicheren Speicherringbetrieb ist es wichtig, ein in Grenzen flexibles Magnetsystem zu haben, so daß man die Maschinenparameter (Phase, Q-Wert u.a.) für eine große Luminosität bei langer Speicherzeit einstellen kann. Diese Flexibilität wird stark eingeschränkt, wenn das Magnetfeld des Detektors ein Bestandteil der gesamten Magnetstruktur des Speicherrings ist. Es ist also sehr wichtig, für den Detektor ein Magnetfeld zu haben, welches die gespeicherten Strahle nicht beeinflusst. Dies ist bei der Reusenspule der Fall. Eine Reusenspule macht in ihrem Zentrum ein Multipolfeld, dessen Polzahl der zweifachen Zahl der Leiter entspricht. In Abb. 10 sind die maximalen Feldstärken in Abhängigkeit vom Radius für verschiedene Reusenspulen gezeigt. Es zeigt sich, daß die Feldstärken mit zunehmender Leiterzahl sehr stark abnehmen. Der Einfluß dieser kleinen Felder wird zusätzlich fast völlig aufgehoben durch besondere Strahleigenschaften in der Wechselwirkungszone. Zur Erhöhung der Wechselwirkungsrate erzeugt man an der Kreuzungsstelle beider Strahlen magnetisch eine sehr dünne Taille von weniger als 1 mm^2 . Diese kleinen Strahlausdehnungen und die Kreuzung beider Strahlen ergeben einen sehr kleinen Einfluß des Detektorfeldes auf den Strahl. Insbesondere wird der ablenkende Einfluß des zentralen Feldes in der ersten Hälfte des Detektors in der zweiten Hälfte wieder rückgängig gemacht, da das Magnetfeld längs der Sollbahn das Vorzeichen wechselt. Wie die Abb. 10 zeigt, sollten jedoch mindestens 6 Leiter benutzt werden. In diesem Fall ergeben sich folgende Daten: (s.Abb.10)

Kreuzungswinkel der Strahlen	2 x 12 mrad
Länge des Detektors	250 cm
Max. Feld quer zum Strahl	2,1 G
Mittleres Feld im halben Detektor	1 G.m

Man sieht also, daß das mittlere Feld im halben Detektor nur doppelt so groß ist als das Erdfeld und sich außerdem durch das Feld in der zweiten Hälfte des Detektors in seiner Wirkung auf den Strahl wieder aufhebt. Diese schwache Beeinflussung des gespeicherten Strahls ist ein wesentlicher Vorteil einer Reusenspule gegenüber einem Solenoid als Detektormagnet.

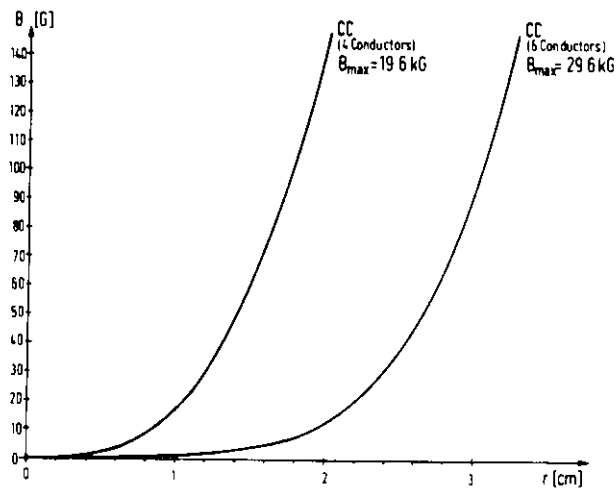


Abb. 10

Literatur

- 1) Vorschlag zum Bau eines 3 GeV-Elektron-Positron-Speicherringes für das Deutsche Elektronen-Synchrotron 1966
- 2) K.G.Steffen, H.Wiedemann :
Proc.Int.Symp. on Electron-Positron Storage Rings, Saclay 1966
- 3) Vorschlag zum Bau eines 3 GeV Elektron-Positron-Speicherringes für das Deutsche Elektronen-Synchrotron 1967.

Für die Herstellung der Zeichnungen danke ich Herrn Knaut.