

Interner Bericht
DESY H5/73-1
Februar 1973

DESY-Bibliothek

22. MRZ. 1973

Strahlbeeinflussungs- und Breitband-Pick-up-

Plattensysteme am Speicherring DORIS

von

R. Rossmann

1. Einleitung

Im folgenden soll der Koppelmechanismus zwischen einer Platte und einem Teilchenstrahl beschrieben werden. Da gleichzeitig elektrische und magnetische Koppelung zwischen dem Strahl und der Platte auftritt, ist der Koppelmechanismus auf den ersten Blick nur schwer zu durchschauen. Im folgenden soll gezeigt werden, daß im Plattensystem bei entsprechendem Abschlußwiderstand nur elektromagnetische Wellen in Gegenrichtung zum Strahl laufen können. Diese gegenläufigen Wellen heben sich jedoch auf, wenn die Plattenlänge l gleich $l = \frac{n\lambda}{2}$ ist (n bel. ganze Zahl). Eine solche Platte zeigt daher eine frequenzselektive Koppelung mit dem Strahl, die man bei Pick-up-Platten z.B. zur Messung von Schwingungen verwenden kann. Die störende Bunchwiederholffrequenz und deren Vielfache werden ohne Einbau von Filtern und ähnlichem unterdrückt. Diese selektive Unterdrückung funktioniert auch dann, wenn das Plattensystem reflexionsfrei mit dem außerhalb des Vakuums befindlichen Kabel verbunden ist. Daher kann mit solchen Platten der Strahl zwar beeinflußt werden, die Platten selbst nehmen jedoch vom Strahl kein Signal auf, das auf den Beeinflussungsapparat (Verstärker) rückwirken könnte.

2. Grundüberlegungen zum Mechanismus der Strahlkoppelung auf einer Platte

Der Koppelmechanismus zwischen Strahl und Platte kann in bekannter Weise auf zwei verschiedene Arten beschrieben werden: a) Mit den Feldgleichungen, b) mit den Leitungsgleichungen. Beide Beschreibungen sind physikalisch identisch, die Beschreibung des Mechanismus mit den Leitungsgleichungen ist jedoch einfacher und übersichtlicher. Geht man von der Voraussetzung aus, daß sich der Strahl in die positive z -Richtung bewegt und nur von einem TEM-Feld umgeben ist, muß gelten:

$$E = E(x,y) \exp(j(\omega t - kz))$$

$$H = H(x,y) \exp(j(\omega t - kz))$$

Der Zeitterm wurde ohne Beschränkung der Allgemeinheit mit $\exp(i\omega t)$ angenommen. Zwischen E und H existiert die Beziehung

$$Z_0 = \left| \frac{E}{H} \right| = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \text{ Ohm}$$

E und H wird durch die Wellengleichungen beschrieben

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \frac{\omega^2}{v^2} \mathbf{E} = 0 ; \quad \nabla^2 \mathbf{H} + \frac{\omega^2}{v^2} \mathbf{H} = 0 \quad (1)$$

Das elektrische Feld wird durch die Ladung des Strahls hervorgerufen, das magnetische Feld durch den Strom I

$$I = \oint \mathbf{H} ds = \oint \frac{\mathbf{E}}{Z_0} dF = \frac{Q'}{\epsilon_0 Z_0}$$

$$U = \frac{Q'}{C'}$$

Q' Ladung pro Längeneinheit

C' Kapazität pro Längeneinheit

$$\frac{U}{I} = Z = \frac{\epsilon_0 Z_0}{C}$$

I und U genügt somit ebenfalls der Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 I}{\partial Z^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} = \oint \left(\frac{\partial^2 H}{\partial Z^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2} \right) ds = 0$$

Analog erhält man

$$\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

Aus der Feldwellengleichung folgt

$$\frac{1}{v^2} = \epsilon_0 \mu_0 = Z^2 C'^2$$

Der magnetische Fluß Φ , der das Gebiet zwischen Innenleiter und Außenleiter durchsetzt, ist

$$\Phi = \int_{\text{innen}}^{\text{außen}} \mu_0 \mathbf{H} dl = \frac{\mu_0}{Z_0} \int_{\text{innen}}^{\text{außen}} \mathbf{E} dl = \frac{\mu_0}{Z_0} U$$

Aus der Definition des magnetischen Flusses folgt die Beziehung

$$L' = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0}{Z_0} \frac{U}{I} \quad L' \text{ Induktivität pro Längeneinheit}$$

Daraus folgt unmittelbar $\mu_0 \epsilon_0 = L' C'$ und $Z = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$

Die Wellengleichung für U und I lautet somit

$$\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = L' C' \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = L' C' \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \quad \text{Voraussetzung für die Gültigkeit dieser Gleichungen ist die Transversalität der E- und M-Felder.}$$

Aus der Definition von $L' C' = \mu_0 \epsilon_0$ folgt, daß $L' C'$ ein Invariante ist, die nicht von der Form der Leitersysteme abhängt, sondern nur vom Medium zwischen den beiden Leitern.

Diese Gleichungen beschreiben U und I auf einer einzigen Leitung. Spannt man nun parallel zur ersten Leitung der z-Richtung Wellenleiter parallel auf, so muß man in Gleichung (2) auch die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Drähten berücksichtigen. Die Ströme und Spannungen der n-Leiter sollen in je einem n-dimensionalen Vektor zusammengefaßt sein:

$$(U) = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_j \\ U_n \end{pmatrix} \quad I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_j \\ I_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

Die Verknüpfung von U und I erfolgt über die Teilinduktivitäten und -Kapazitäten. Anstelle von L' und C' muß nun eine Matrix stehen, die die Wechselwirkung beschreibt

$$\begin{aligned} -j\omega C_{ik} (U) &= \frac{d}{dz} (I) \\ -\frac{d}{dz} (U) &= j\omega(L_{ik}) (I) \quad i, k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

Durch Differenzieren und Umformen erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{d^2}{dz^2} (U) + \omega^2 C_{ik} L_{ik} (U) = 0 \quad (5)$$

Es ist sofort einsichtig, daß die Matrizen C_{ik} und L_{ik} symmetrisch sind

$$L_{ik} = L_{ki}$$

$$C_{ik} = C_{ki}$$

Gleichung (5) kann als verallgemeinerte Wellengleichung von n gekoppelten Systemen betrachtet werden. Die Phasengeschwindigkeit der Wellen ist v. Für v muß gelten:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \quad (6)$$

Gleichung (5) und (6) müssen identisch sein:

$$C_{ik} L_{ik} = \frac{1}{v^2} E \quad E \dots \text{Einheitsmatrix} \quad (7)$$

Eingesetzt in Gleichung (5) ergibt sich

$$\frac{d^2}{dz^2} (U) + \frac{\omega^2}{v^2} (U) = 0 \quad (8)$$

Die allgemeine Lösung lautet

$$U_i (Z) = A_i e^{-\gamma Z} + B_i e^{\gamma Z} \quad (9)$$

$$\text{mit } \gamma = \frac{j\omega}{v}$$

Aus dem zweiten Teil von Gleichung (4) und (7) erfolgt dann unmittelbar

$$(I_i(z)) = v(C_{ik}) (A_i e^{-\gamma Z} - (B_i) e^{\gamma Z}) \quad (10)$$

(A_i) und (B_i) Spaltenvektoren gebildet aus den A_i bzw. B_i

Im folgenden soll ein Stück der Leitung mit der Länge l betrachtet werden.

Zwischen 0 und l gelten die Kopplungsgleichungen (4), außerhalb dieser Strecke die Gleichungen (2) (ungekoppelte Systeme). In der Vierpoltheorie ist es üblich, die Größe

$$g = \frac{j\omega}{v} l = \gamma l \quad (11)$$

als Übertragungsmaß zu bezeichnen. Es folgt entsprechend der Additionstheoreme über Vektoren

$$\begin{aligned} (U_i(0)) &= (A_i) + (B_i) \\ (U_i(1)) &= (A_i)e^{-g} + (B_i)e^g \\ (I_i(0)) &= v(C_{ik}) \{ (A_i) - (B_i) \} \\ (I_i(1)) &= v(C_{ik}) \{ (A_i)e^{-g} - (B_i)e^g \} \end{aligned} \quad (12)$$

Aus diesen Beziehungen können die Vektoren (A_i) und (B_i) eliminiert werden:

$$\begin{aligned} (U_i(0)) &= \cosh g (U_i(1)) + v \sinh g (L_{ik})(I_i(1)) \\ (I_i(0)) &= \frac{\sinh g}{v} (L_{ik})^{-1} (U_i(1)) + \cosh g (I_i(1)) \end{aligned} \quad (13)$$

Um einen brauchbaren Formalismus zu bekommen, muß Gleichung (13) entsprechend umgeformt werden. Wir führen einen Wellenwiderstand Z_i für die i -te Leitung ein, der folgendermaßen definiert ist:

$$Z_i = \sqrt{L_{ii}/C_{ii}} = vL_{ii} \quad (14)$$

C_{ii} ist dabei die Kapazität pro Längeneinheit, wenn alle anderen Leitungen offen sind. Aus den Multiplikationstheorem zwischen Vektoren und Matrizen ergeben sich dann nach (13) die Beziehungen:

$$\begin{aligned} (U_i(0)) &= \cosh g (U_i(1)) + \sinh g \left(\frac{L_{ik}}{L_{kk}} \right) (Z_i I_i(1)) \\ (Z_i I_i(0)) &= \sinh g \left(\frac{L_{ik}}{L_{kk}} \right)^{-1} (U_i(1)) + \cosh g (Z_i I_i(1)) \end{aligned} \quad (15)$$

Aus (15) kann die Wechselwirkung zwischen mehreren Leitern algebraisch an-
geschrieben werden:

$$V_1 = TV_2$$

mit

$$V_1 = \begin{Bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ \vdots \\ U_n(0) \\ Z_1 I_1(0) \\ \vdots \\ Z_n I_n(0) \end{Bmatrix} \quad V_2 = \begin{Bmatrix} U_1(1) \\ U_2(1) \\ \vdots \\ U_n(1) \\ Z_1 I_1(1) \\ \vdots \\ Z_n I_n(1) \end{Bmatrix} \quad (16)$$

Die Übertragungsmatrix lautet

$$T = \begin{pmatrix} E \cosh g & \begin{pmatrix} L_{ik} \\ L_{kk} \end{pmatrix} \sinh g \\ \begin{pmatrix} L_{ik} \\ L_{kk} \end{pmatrix}^{-1} \sinh g & E \cosh g \end{pmatrix} \quad E \dots \text{Einheitsmatrix}$$

3. Lösung für den Spezialfall: Zwei identische Leitungen, die miteinander verkoppelt sind

Für zwei über die Strecke l gekoppelte Leitungen ist die Lösung der Matrizen-
gleichung (16) relativ einfach. Da die beiden Systeme identisch sein sollen,
setzen wir $L_{11} = L_{22} = L$. Weiters muß gelten $L_{12} = L_{21}$. Für L_{12}/L wird im
folgenden gesetzt

$$X = L_{12}/L \leq 1$$

X ist in diesem Fall ein Maß für die Kopplung. Die Hilfsmatrizen

$\begin{pmatrix} L_{ik} \\ L_{kk} \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} L_{ik} \\ L_{kk} \end{pmatrix}^{-1}$ können somit berechnet werden:

$$\begin{pmatrix} L_{ik} \\ L_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X \\ X & 1 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad \begin{pmatrix} L_{ik} \\ L_{kk} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-X^2} & -\frac{X}{1+X^2} \\ -\frac{X}{1-X^2} & \frac{1}{1+X^2} \end{pmatrix} \quad (17)$$

Die Gesamtmatrix lautet somit:

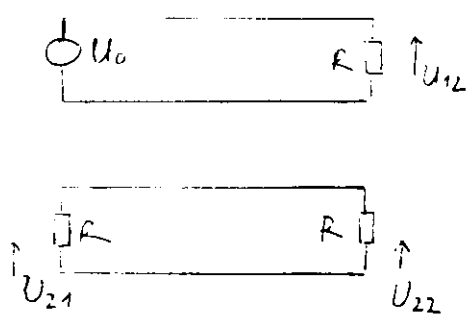
$$T = \begin{pmatrix} \cosh g & 0 & \sinh g & X \sinh g \\ 0 & \cosh g & X \sinh g & \sinh g \\ \frac{\sinh g}{1-X^2} & -\frac{X \sinh g}{1-X^2} & \cosh g & 0 \\ -\frac{X \sinh g}{1-X^2} & \frac{\sinh g}{1-X^2} & 0 & \cosh g \end{pmatrix} \quad (17)$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ ZI_1(0) \\ ZI_2(0) \end{pmatrix} \quad V_2 = \begin{pmatrix} U_1(1) \\ U_2(1) \\ ZI_1(1) \\ ZI_2(1) \end{pmatrix} \quad \text{mit } Z = vL$$

Eingesetzt erhält man die Beziehungen:

$$\begin{aligned} U_{11} &= \cosh g U_{12} + \sinh g ZI_{12} + X \sinh g ZI_{22} \\ U_{21} &= \cosh g U_{22} + X \sinh g ZI_{12} + \sinh g ZI_{22} \\ Z I_{11} &= \frac{\sinh g}{1-X^2} U_{12} - \frac{X \sinh g}{1-X^2} U_{22} + \cosh g Z I_{22} \\ Z I_{21} &= -\frac{X \sinh g}{1-X^2} U_{12} + \frac{\sinh g}{1-X^2} U_{22} + \cosh g Z I_{22} \end{aligned} \quad (18)$$

Schließt man nun die Leitungen mit dem Widerstand R nach dem unten gezeigten Schema ab, so ergeben sich die Beziehungen



$$\begin{aligned} U_{11} &= U_0 \\ U_{12} &= RI_{12} \\ U_{21} &= RI_{21} \\ U_{22} &= RI_{22} \end{aligned} \quad (19)$$

Gleichung (18) und (19) miteinander kombiniert ergeben die Beziehungen

$$\begin{aligned} \Delta \cdot U_{22} &= U_0 \operatorname{sinhg} \left(X \left(\frac{Z}{R} \right)^2 - \frac{1}{(1-X)^2} \right) & (20) \\ \Delta \cdot U_{21} &= U_0 \operatorname{sinh}^2 g \left(\frac{2Z}{R} \frac{X}{1-X^2} \right) - U_0 \operatorname{sinhg} \operatorname{coshg} \left(\frac{X}{1-X^2} + \frac{XZ^2}{R^2} \right) \\ - \Delta &= \operatorname{sinhg} \operatorname{coshg} \left(\frac{1}{1-X^2} + \frac{3Z^2}{R^2} \right) + \operatorname{coshg}^2 \left(\frac{2Z}{R} \right) + \operatorname{sinh}^2 g \left(\frac{Z}{R} \frac{1}{1-X^2} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{Z^3}{R^2} + \frac{X^2 Z}{(1-X^2)R} - X^2 \frac{Z^3}{R^3} \right) \end{aligned}$$

Wählt man alle Abschlußwiderstände $R = \sqrt{1-X^2} Z$, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} U_{22} &= 0 & (21) \\ U_{21} &= \frac{X \operatorname{sinhg}}{\operatorname{sinhg} + \sqrt{1-X^2} \operatorname{coshg}} \end{aligned}$$

Läßt man die Leitersysteme nur $\lambda/2$ miteinander wechselwirken, so wird

$$\begin{aligned} \operatorname{sinhg} &= \frac{e^{\frac{j\omega}{v} l} - e^{-\frac{j\omega}{v} l}}{2} = j \sin \left(\frac{\omega}{v} \frac{\lambda}{2} \right) = 0 \\ \operatorname{coshg} &= \frac{e^{\frac{j\omega}{v} l} + e^{-\frac{j\omega}{v} l}}{2} = \cos \left(\frac{\omega}{v} \frac{\lambda}{2} \right) = 1 \end{aligned}$$

Man erhält

$$U_{22} = U_{21} = 0 \quad (22)$$

Die beiden Leitersysteme sind für die Frequenzen $n \lambda/2 = l$ nicht miteinander verkoppelt.

4. Lösung für den Spezialfall: Zwei verschiedene Leitungen, die miteinander verkoppelt sind

Dieser Spezialfall entspricht den realen Verhältnissen bei der Wechselwirkung zwischen Strahl und Platte. Die Koppelmatrix kann ähnlich wie in Gleichung (17) aufgestellt werden:

$$\left(\frac{L_{ik}}{L_{kk}} \right) = \begin{pmatrix} \frac{L_{11}}{L_{11}} & \frac{L_{12}}{L_{22}} \\ \frac{L_{21}}{L_{11}} & \frac{L_{22}}{L_{22}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & X_1 \\ X_2 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\left(\frac{L_{ik}}{L_{kk}} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-X_1 X_2} & \frac{-X_2}{1-X_1 X_2} \\ \frac{-X_1}{1-X_1 X_2} & \frac{1}{1-X_1 X_2} \end{pmatrix}$$

Die Transformationsmatrix lautet somit

$$T = \begin{pmatrix} \cosh g & 0 & \sinh g & X_1 \sinh g \\ 0 & \cosh g & X_2 \sinh g & \sinh g \\ \frac{\sinh g}{1-X_1 X_2} & \frac{-X_2 \sinh g}{1-X_1 X_2} & \cosh g & 0 \\ \frac{-X_1 \sinh g}{1-X_1 X_2} & \frac{\sinh g}{1-X_1 X_2} & 0 & \cosh g \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$V_1 = \begin{pmatrix} U_{11} \\ U_{21} \\ Z_1 I_{11} \\ Z_2 I_{21} \end{pmatrix}$$

$$V_2 = \begin{pmatrix} U_{12} \\ U_{22} \\ Z_1 I_{12} \\ Z_2 I_{22} \end{pmatrix}$$

Die für die Berechnung der Kopplung wichtiger Gleichungen sind somit:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= \left(\cosh g + \frac{\sinh g Z_1}{R_1} \right) U_{12} + \left(X_1 \sinh g \frac{Z_2}{R_2} \right) U_{22} \\
 0 &= -U_{21} + \left(X_2 \sinh g \frac{Z_1}{R_1} \right) U_{12} + \left(\cosh g + \frac{\sinh g Z_2}{R_2} \right) U_{22} \\
 0 &= \left(\frac{Z_2}{R_2} \right) U_{21} + \left(\frac{-X_1 \sinh g}{1-X_1 X_2} \right) U_{12} + \left(\frac{\sinh g}{1-X_1 X_2} + \frac{\cosh g Z_2}{R_2} \right) U_{22}
 \end{aligned} \tag{25}$$

wenn wieder die Voraussetzungen gemacht werden:

$$\begin{aligned}
 U_{11} &= U_0 \\
 U_{12} &= R_1 U_{12} \\
 U_{21} &= -R_2 I_{21} \\
 U_{22} &= R_2 I_{22}
 \end{aligned}$$

Die Lösung lautet

$$\begin{aligned}
 \Delta \cdot U_{22} &= U_0 \left(\frac{X_1 \sinh g}{1-X_1 X_2} - \left(\frac{Z_2 Z_1}{R_1 R_2} \right) \sinh g \cdot X_2 \right) \\
 \Delta \cdot U_{12} &= U_0 \left(\sinh^2 g \left(X_2 \frac{Z_1}{R_1} \frac{1}{1-X_1 X_2} + \frac{X_1}{1-X_1 X_2} \frac{Z_2}{R_2} \right) + \sinh g \cosh g \left(\frac{X_1}{1-X_1 X_2} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + X_2 \frac{Z_1 Z_2}{R_1 R_2} \right) \right) \\
 \Delta &= \sinh g \cosh g \left(\frac{Z_2^2}{R_2^2} + \frac{1}{1-X_1 X_2} + \frac{2Z_1 Z_2}{R_1 R_2} \right) + \cosh^2 g \left(\frac{2Z_2}{R_2} \right) + \\
 &\quad + \sinh^2 g \left(\frac{Z_1}{R_1} \frac{Z_2^2}{R_2^2} + \frac{Z_1}{R_1} \frac{1}{1-X_1 X_2} - X_1 X_2 \frac{Z_1}{R_1} \frac{Z_2^2}{R_2^2} + X_1^2 \frac{Z_2}{R_2} \frac{1}{(1-X_1 X_2)} \right)
 \end{aligned} \tag{26}$$

Es gilt dieselbe Aussage wie für den Spezialfall für zwei gleiche Leiter: Ist die Länge der Platte gleich $n \lambda/2$, so verschwindet sowohl U_{21} als auch U_{22} unabhängig vom Abschlußwiderstand. Ist $l \neq n \lambda/2$ so verschwindet U_{22} nur dann, wenn

$$Z_1 Z_2 = R_2 R_2 \frac{X_1}{X_2 (1 - X_1 X_2)}$$

ist. Die Richtwirkung hängt somit in diesem Fall vom Abschlußwiderstand ab. Diese Aussagen gelten auch dann, wenn die Koppelung nur einseitig auftritt, z.B. $X_1 \ll X_2$ ist. $X_1 \ll X_2$ bedeutet, daß der Strahl auf die Platte rückwirkt, die Platte jedoch nicht den Strahl beeinflussen kann.

5. Technisches Konzept für die Erstellung der Plattensysteme am Speicherring

Aus Kapitel 4 erkennt man, daß Plattensysteme, die $n \lambda/2$ lang sind, keine Energie vom Strahl aufnehmen können. Der tatsächliche Abschlußwiderstand spielt bei diesen Platten keine Rolle. Plattensysteme, die gleich der halben Wellenlänge der Hochfrequenz sind, eignen sich für folgende Anwendungen: Zur Messung von Schwingungen des Strahls. Die störenden Vielfachen der HF werden auf diese Weise einfach unterdrückt. b) Zur Anregung von Schwingungen, wenn z.B. vermieden werden soll, daß der anregende Verstärker große Leistungen vom Strahl sieht. Die Platten wirken wie ein "Gleichrichter". Der Anregungssender kann mit dem Strahl sprechen, während der Strahl keine Harmonischen der HF zum Sender schickt.

Aus diesen Gründen wurde daher dieses System für das Feedback ausgewählt. Abb.1 zeigt den schematischen Aufbau eines Plattenpaares. Da die Flansche wegen der Randbedingungen einen größeren Abstand als $\lambda_{HF}/2$ aufweisen, wurde eine zusätzliche Abschirmung gewählt, um die Wechselwirkungsstrecke genau $\lambda_{HF}/2$ zu machen.

Literatur:

Collin R.E.: Foundations of Microwave Engineering, McGraw Hill

Verzeichnis der Abbildungen:

Abb.1: Schematische Darstellung des Plattensystems am Speicherring

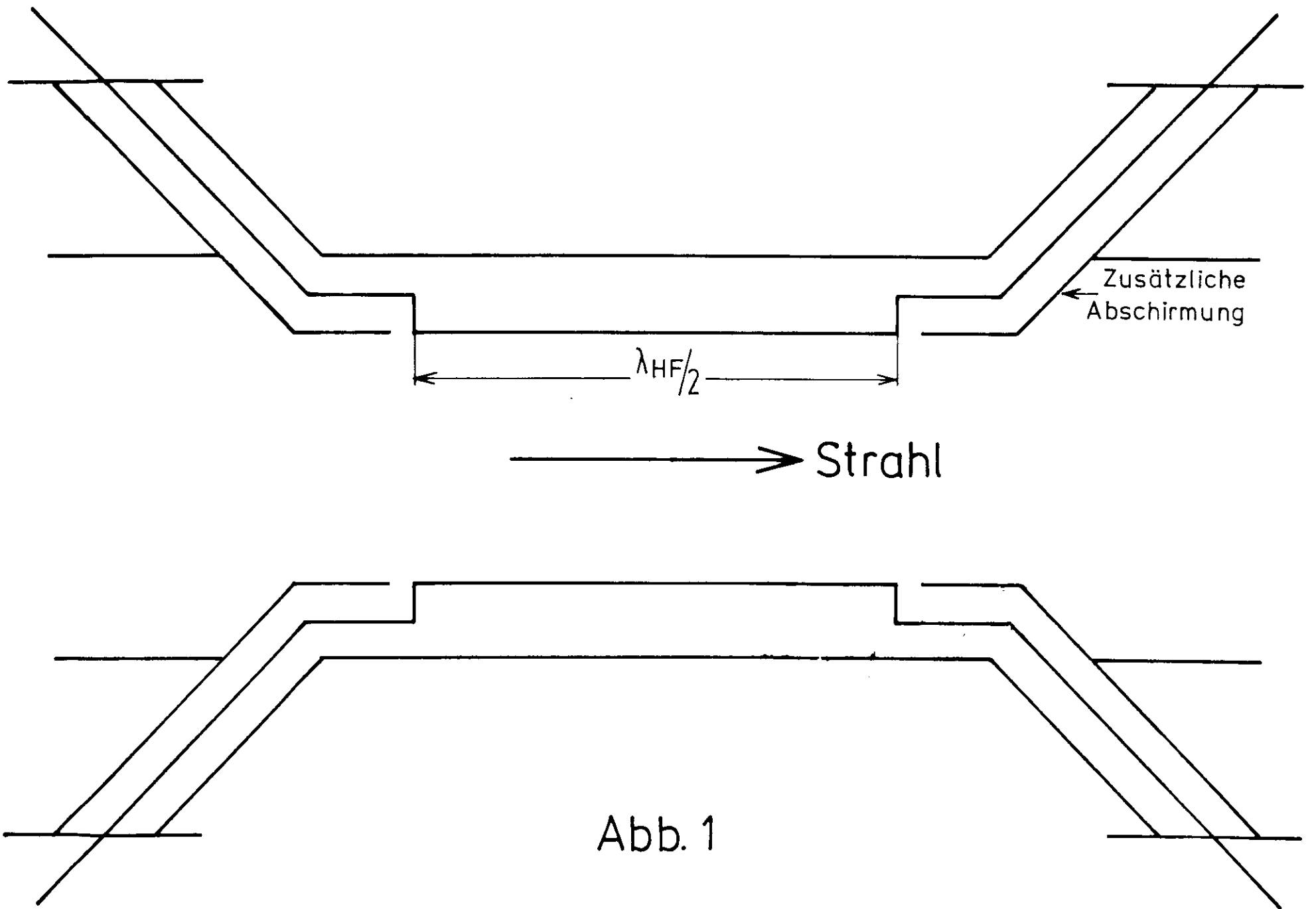


Abb. 1

