Messung der polarisierten Strukturfunktion $g_1(x, Q^2)$ des Protons mit dem HERMES-Experiment

D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung des akademischen Grades

d o c t o r r e r u m n a t u r a l i u m

(Dr. rer. nat.)

im Fach Physik

eingereicht an der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I

der Humboldt-Universität zu Berlin

von

Diplom Physikerin

Delia Hasch

geboren am 19. Dezember 1966 in Schwerin

Präsident der Humboldt-Universität zu Berlin
Prof. Dr. Dr. hc. Hans Meyer

Dekan der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät I
Prof. Dr. Jürgen Rabe

Gutachter:
1. Prof. Dr. Thomas Lohse
2. Prof. Dr. Paul Söding
3. Dr. hc. Michael Düren

Tag der mündlichen Prüfung:
04. Juni 1999

Measurement of the polarised structure function $g_1(x, Q^2)$ of the proton with the HERMES experiment

DISSERTATION

Abstract

The subject of this thesis is the measurement of the polarised structure function g_1^p in deeply inelastic positron-proton-scattering. The data used in the analysis were recorded during the 1997 running period of the HERMES experiment using a longitudinally nuclear polarised hydrogen target in the 27.6 GeV HERA polarised positron storage ring.

In the first part the theoretical bases for the measurement of the polarised structure function by measuring cross section asymmetries is described in the framework of the quark parton model and quantum chromodynamics. The following chapter introduces the HERMES experiment and goes into detail for components which give significant contribution to the systematic uncertainties. Then data aquisition and handling and the full set of criteria for data selection are described. Subsequently a description of the formalism of the asymmetry measurement, the applied corrections, and a discussion of the systematic uncertainties are given. The result for the polarised structure function is compared to existing measurements.
From the first moment of the structure function g_1^p the moments of the polarised parton distributions are calculated. The Bjorken sum rule is determind using the HERMES measurement of the poarised neutron structure function. A concluding discussion gives a summary of the current knowledge for the spin structure of the nucleon.
The appendix contains the compilation of applied corrections, of the results and systematic uncertainties. Further it describes background correction and normalisation study.

Abstrakt

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Messung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} in der tief inelastischen Positron-Proton-Streuung. Die Analyse umfasst die 1997 mit dem HERMES-Experiment am HERA-Positronring aufgezeichneten Daten der Streuung polarisierter Positronen der Energie 27.6 GeV an einem longitudinal polarisierten Wasserstofftarget.

Im einführenden Teil der Arbeit werden die theoretischen Grundlagen der Messung der polarisierten Strukturfunktion mittels der Messung von Streuquerschnitts-Asymmetrien im Rahmen des Quark-Parton-Modells und der Quantenchromodynamik dargelegt. Das folgende Kapitel enthält die Beschreibung des HERMES-Experimentes, wobei detailliert auf die Komponenten eingegangen wird, welche einen signifikanten Beitrag zur systematischen Unsicherheit der Messung liefern. Anschließend werden die Datennahme, die Datenaufbereitung sowie alle Kriterien der Datenselektion beschrieben. Der Darlegung des Formalismus der Asymmetriemessung folgt die Beschreibung der angewendeten Korrekturen sowie die Diskussion der systematischen Fehler. Die Resultate der Messung der polarisierten Strukturfunktion werden mit existierenden Messungen verglichen.
Aus dem berechneten ersten Moment der Strukturfunktion g_1^{p} werden die ersten Momente der polarisierten Quarkverteilungen bestimmt. Unter Hinzunahme der HERMES-Messung der polarisierten Neutronstrukturfunktion wird die Bjorken-Summenregel berechnet. Die abschließende Diskussion gibt eine Zusammenfassung des aktuellen Kenntnisstandes in der Bestimmung der Spinstruktur der Nukleonen.
Der Anhang enthält die Zusammenstellung der angewendeten Korrekturen, der Resultate sowie der systematischen Fehler. Desweiteren wird die Untergrundkorrektur sowie die Normierungstudie beschrieben.

Inhaltsverzeichnis

Einführung **1**

1. Tief inelastische Streuung **3**
1.1. Streuquerschnitt der Lepton-Nukleon-Streuung 3
1.2. Streuquerschnitt der Photonen-Nukleon-Wechselwirkung 7
1.2.1. Asymmetrien für die Streuung virtueller Photonen 8
1.2.2. Experimentelle Asymmetrien 9
1.3. Strukturfunktionen und Summenregeln im Quark-Parton-Model 10
1.4. Strukturfunktionen in der Quantenchromodynamik 13
1.4.1. Faktorisierung der tief inelastischen Streuung 15
1.4.2. Q^2-Entwicklung der Strukturfunktionen 16
1.4.3. Korrekturen der Summenregeln 18

2. Das HERMES-Experiment **20**
2.1. Der polarisierte Positronstrahl 21
2.1.1. Polarisation im Speicherring 22
2.1.2. Polarisationsmessung 24
2.2. Das polarisierte Target 27
2.2.1. Die Speicherzelle 29
2.2.2. Polarisation des Wasserstoff-Targets 29
2.2.3. Polarisationsmessung 30
2.3. Spektrometer 34
2.3.1. Spurfindungssystem 34
2.3.2. Teilchenidentifizierung 37
2.3.3. Luminositäts-Monitor 39
2.3.4. Trigger 41
2.3.5. Datennahmesystem 42
2.3.6. Detektorsimulation 42

3. Datenanalyse **44**
3.1. Datenproduktion 44
3.2. Spurrekonstruktion 46
3.2.1. Rekonstruktionsalgorithmus für gerade Teilspuren 46
3.2.2. Rekonstruktion der Teilchenspuren 46

3.2.3. Effektivität der Spurbestimmung . . . 48
3.2.4. Bestimmung der Kinematik und des Vertex . . . 48
3.2.5. Impuls- und Winkelauflösung . . . 49
3.3. Teilchenidentifizierung . . . 51
3.3.1. Wahrscheinlichkeitsanalyse . . . 52
3.3.2. Bestimmung der Teilchenflüsse . . . 53
3.3.3. Kontamination und Schnitteffektivität . . . 54
3.4. Qualitätskriterien und Datenselektion . . . 56
3.4.1. Allgemeine Kriterien . . . 56
3.4.2. Targetqualität . . . 57
3.4.3. Strahlqualität . . . 58
3.4.4. Qualität der Datennahme und Produktion . . . 58
3.4.5. Qualität der Spurbestimmung . . . 59
3.4.6. Qualität der Teilchenidentifizierung . . . 59
3.4.7. Einteilung in Messperioden mit unterschiedlicher Systematik . . . 61
3.5. Ereignisselektion . . . 62

4. Messung der Asymmetrie und Bestimmung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} 65
4.1. Aufteilung des kinematischen Messbereiches . . . 65
4.2. Formalismus der Asymmetrie-Messung . . . 67
4.2.1. Die Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ . . . 67
4.2.2. Untergrundkorrektur . . . 69
4.2.3. Bestimmung der Born-Asymmetrie . . . 71
4.2.4. Die Asymmetrien A_1 und $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ . . . 73
4.3. Korrekturen der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ . . . 74
4.3.1. Smeared-Acceptance-Korrektur . . . 74
4.3.2. Strahlungskorrektur . . . 75
4.3.3. Iteration . . . 77
4.4. Systematische Studien . . . 79
4.4.1. Untersuchungen zur Konsistenz der Datensätze . . . 79
4.4.2. Systematische Fehler . . . 81
4.5. Ergebnisse . . . 86
4.5.1. Bestimmung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ . . . 86
4.5.2. Bestimmung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} . . . 90

5. Das erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} 95
5.1. Das Integral im gemessenen Bereich . . . 95
5.2. Extrapolationen zu den Grenzwerten von x . . . 97
5.3. Interpretation . . . 99
5.3.1. Bestimmung der Singlet-Kombination a_0 . . . 100
5.3.2. Bjørken-Summenregel . . . 102

5.4. Diskussion der aktuellen Ergebnisse zur Bestimmung der Spinstruktur des Nukleons . . . 103
5.4.1. Q^2-Entwicklung . . . 104
5.4.2. Extrapolationen . . . 104
5.4.3. Bestimmung der Singlet-Kombination a_0 . . . 105
5.4.4. Bjørken-Summenregel und Bestimmung von α_s . . . 106
5.4.5. Ausblick . . . 107

6. Zusammenfassung **109**

Summary **113**

A. Tabellen der Ergebnisse **117**

B. Untergrundkorrektur **127**

C. Normierungsstudie **130**

Abbildungsverzeichnis **133**

Tabellenverzeichnis **135**

Literaturverzeichnis **137**

Danksagung **143**

Lebenslauf **145**

Einführung

In den Experimenten der Hochenergiephysik werden die Eigenschaften von Teilchen, die als elementare Bausteine der Materie gelten, sowie deren Wechselwirkung untersucht. Nach heutigem Kenntnisstand stellen zwei Teilchengruppen, Fermionen und Bosonen, die Grundbausteine der Materie dar. Die Zugehörigkeit zu einer der beiden Gruppen richtet sich nach dem Spin der Teilchen, einer fundamentalen Eigenschaft, die ihr Symmetrieverhalten bestimmt. Fermionen, zu denen die Leptonen und die Quarks zählen, tragen halbzahligen, Bosonen ganzzahligen Spin. Die Quarks werden als Bausteine der Hadronen angesehen, d.h. derjenigen Teilchen, die der starken Wechselwirkung unterliegen.
Die Existenz der Quarks, die bisher nicht als freie Teilchen beobachtet werden konnten, gilt heute als gesichert aufgrund der Ergebnisse der Ende der 60er Jahre durchgeführten tief inelastischen Streuexperimente an Protonen. Die Interpretation der beobachteten Unabhängigkeit des Streuquerschnitts von der Skala, auf welcher das Nukleon untersucht wurde, erfolgte zunächst im Rahmen von Quark-Parton-Modellen. Im einfachsten Modell besteht das Nukleon aus drei Valenzquarks, die die Quantenzahlen des Nukleons bestimmen. Erweiterungen dieses Bildes wurden durch nachfolgende Experimente initiiert. So erfolgte aufgrund der Beobachtung, dass die Quarks nur etwa 50 % des Nukleonimpulses tragen, die Einführung der Gluonen als weitere Konstituenten des Nukleons. Deren Existenz wurde 1979 am DESY durch die Messung von Ereignissen mit drei Jets in der Elektron-Positron-Streuung nachgewiesen.
Die gegenwärtige Theorie zur Erklärung der Phänomene der starken Wechselwirkung ist die Quantenchromodynamik (QCD). Die QCD bildet zusammen mit der Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung das so genannte Standardmodell, in dem sechs Quarks und sechs Leptonen sowie deren Antiteilchen als fundamentale Teilchen existieren und Eichbosonen die Kräfte zwischen diesen vermitteln.
Neue Informationen über die Struktur des Nukleons werden durch die Erhöhung der in den Streuexperimenten zur Verfügung stehenden Schwerpunktenergie zugänglich. Die verfügbare Schwerpunktenergie bestimmt die maximal erreichbaren Viererimpulsüberträge, welche invers proportional zur Auflösung von Abständen im Nukleon sind. Komplementär zu diesem Weg ist die Berücksichtigung der Ausrichtung der Spins der Konstituenten zum Spin des Nukleons in der polarisationsabhängigen tief inelastischen Streuung. Nach heutigem Verständnis setzt sich der Spin des Nukleons aus den Beiträgen der Valenz- und Seequarks $\Delta\Sigma$, der Gluonen Δg sowie aus den Bahndrehimpulsen L_z der

Konstituenten zusammen

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\,\Delta\Sigma + \Delta g + L_{\mathrm{z}}^{\mathrm{q}} + L_{\mathrm{z}}^{\mathrm{g}}\,. \tag{0.1}$$

Die Ergebnisse erster Messungen der polarisationsabhängigen Lepton-Nukleon-Streuung in den Experimenten E80 [E80-78] und E130 [E130-83] am SLAC waren konsistent mit Vorhersagen im Rahmen der Quark-Parton-Modelle, in denen sich der Spin des Nukleons zu 60 % bis 100 % aus den Beiträgen der Quarks zusammensetzt. Im Widerspruch zu diesen Resultaten ergab die Messung der EMC-Kollaboration [EMC 88] am CERN einen mit Null verträglichen Beitrag der Quarks zum Spin des Nukleons. Dieses Ergebnis initiierte sowohl umfangreiche theoretische Arbeiten als auch die Durchführung neuer Experimente. Die Fortschritte in der Technologie polarisierter Leptonstrahlen und kernspinpolarisierter Targets ermöglichten in den vergangenen 10 Jahren die Bestimmung des Beitrages der Quarks zum Nukleonspin mit hoher Präzision durch weitere Experimente am SLAC ([E142-96],[E143-98],[E154-97],[E155-98]) und am CERN ([SMC-93]-[SMC-98b]). Das HERMES-Experiment am DESY gehört zu einer neuen Generation von Experimenten, die die Separation der Beiträge von verschiedenen Konstituenten des Nukleons zum Gesamtspin ermöglichen werden.
Gegenstand der vorliegenden Arbeit ist die Analyse der inklusiv nachgewiesenen Positronen der 1997 mit dem HERMES-Experiment aufgezeichneten tief inelastischen Streuereignisse. Die Messung ermöglichte die Bestimmung der polarisationsabhängigen Protonstrukturfunktion $g_1^{\mathrm{p}}(x\,,Q^2)$, welche im Jahr 1998 publiziert wurde [Herm98-a].

1. Tief inelastische Streuung

Die tief inelastische Lepton-Nukleon-Streuung dient der Untersuchung der Struktur des Nukleons. Die Wechselwirkung der bis heute als punktförmig angesehenen Leptonen findet über den Austausch eines virtuellen Bosons mit dem Nukleon statt. Sie führt in dem als tief inelastisch bezeichneten Bereich zum Aufbrechen des Nukleons und anschließender Fragmentation in den hadronischen Endzustand X.
Die gemessene Energie- und Winkelverteilung der gestreuten Leptonen erlaubt Rückschlüsse auf die Impulsverteilung der Konstituenten des Nukleons. Aus der polarisationsabhängigen Streuung erhält man Aufschluss über die verschiedenen Beiträge der Konstituenten zum Spin des Nukleons.

1.1. Streuquerschnitt der Lepton-Nukleon-Streuung

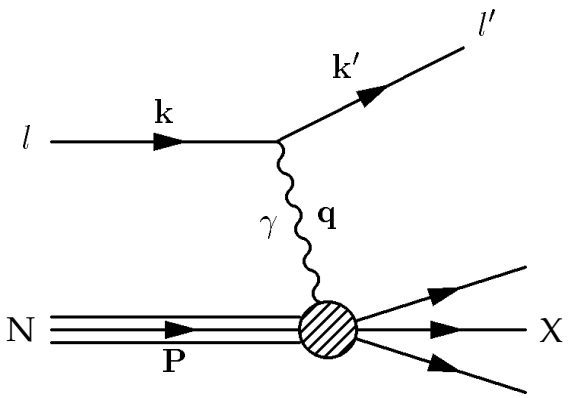

Abbildung 1.1.: Tief inelastische Lepton-Nukleon-Streuung in der Näherung des Ein-Photon-Austausches. Die Kinematik des inklusiv nachgewiesenen Streuprozesses ist durch die Vierimpulse $\mathbf{k}$, $\mathbf{k}$' und $\mathbf{P}$ vollständig bestimmt.

Den führenden Beitrag zum Wirkungsquerschnitt der Lepton-Nukleon-Streuung bildet der in Abbildung 1.1 dargestellte Austausch eines virtuellen Photons (Ein-Photon-Austausch), da für die vorliegenden Schwerpunktenergie von 7.4 GeV die Beiträge der schwachen Wechselwirkung durch Z-Austausch sowie γZ-Interferenzen aufgrund der großen

Masse des Z^0 stark unterdrückt sind. In Abbildung 1.1 bezeichnen $\mathrm{k} = (E, \vec{k})$ und $\mathrm{k}' = (E', \vec{k}')$ die Viererimpulse des ein- und auslaufenden Leptons, $\mathbf{P} = (M, \vec{0})$ den Viererimpuls des Nukleons und $\mathbf{q} = \mathrm{k} - \mathrm{k}' = (\nu, \vec{q})$ den des virtuellen Photons.

Kinematik des Streuprozesses

In der vorliegenden Arbeit wird ausschließlich der bezüglich des gestreuten Leptons differentielle Streuquerschnitt analysiert, d.h. der hadronische Endzustand wird nicht betrachtet. Die Kinematik des Streuprozesses ist bei fester Schwerpunktenergie durch zwei unabhängige Variablen, beispielsweise durch die im Laborsystem (lab) gemessene Energie E' und den Streuwinkel θ_l des gestreuten Leptons, festgelegt. Aus diesen Variablen können alle weiteren kinematischen Größen berechnet werden. Es lassen sich die folgenden lorentzinvarianten Größen definieren[1]

$$Q^2 \equiv -(\mathbf{k} - \mathbf{k}')^2 = -q^2 \overset{\text{lab}}{\simeq} 4EE' \sin^2 \frac{\theta}{2} \tag{1.1}$$

$$\nu \equiv \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{M} \overset{\text{lab}}{=} E - E' \tag{1.2}$$

$$s \equiv (\mathbf{P} + \mathbf{k})^2 \overset{\text{lab}}{=} 2ME + M^2 \tag{1.3}$$

$$W^2 \equiv (\mathbf{P} + \mathbf{q})^2 = M^2 + 2M\nu - Q^2 \ . \tag{1.4}$$

Die Variable Q^2 repräsentiert das negative Quadrat des Viererimpulsübertrages zwischen dem Lepton und dem Nukleon und ν den entsprechenden Energieübertrag im Laborsystem. Das Quadrat der Schwerpunktenergie wird mit s bezeichnet und W^2 ist die invariante Masse des hadronischen Endzustandes.
Weitere invariante Variablen sind definiert durch

$$x \equiv \frac{Q^2}{2\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}} = \frac{Q^2}{2M\nu} \tag{1.5}$$

$$y \equiv \frac{\mathbf{P} \cdot \mathbf{q}}{\mathbf{P} \cdot \mathbf{k}} = \frac{Q^2}{s\,x} \overset{\text{lab}}{=} \frac{\nu}{E} \ . \tag{1.6}$$

Die dimensionslosen Skalenvariablen x und y weisen einen Wertebereich von [0,1] auf, wobei der Grenzfall $x = 1$ die elastische Streuung beschreibt, für die $W^2 = M^2$ gilt. Im Laborsystem ist durch y der auf die Strahlenergie normierte Energieübertrag gegeben. Als tief inelastischen oder *Bjørken*-Grenzfall bezeichnet man die Streuung für $\nu \to \infty, Q^2 \to \infty$ bei endlichem x.

Sreuquerschnitt

Allgemein wird der differentielle Streuquerschnitt der Streuung zweier Teilchen a, b durch die invariante Übergangsamplitude $\mathcal{M}$ vom Anfangszustand i in den Endzustand f beschrieben

$$\mathrm{d}\sigma(\mathrm{a} + \mathrm{b}; 1, 2, ..., \mathrm{N}) = \frac{|\langle f|\mathcal{M}|i\rangle|^2}{\Phi} (2\pi)^4 \, \delta^4(\mathbf{p}_\mathrm{a} + \mathbf{p}_\mathrm{b} - \sum_{j=1}^{\mathrm{N}} \mathbf{p}_j) \prod_{j=1}^{\mathrm{N}} \frac{\mathrm{d}^3 p_j}{(2\pi)^3 \, 2p_j^0} \ , \tag{1.7}$$

[1] In der vorliegenden Arbeit wird die Konvention $\hbar = c = 1$ verwendet.

wobei der invariante Teilchenfluss Φ, im Wesentlichen die Relativgeschwindigkeit der beiden streuenden Teilchen, im ultrarelativistischen Grenzfall gegeben ist durch

$$\Phi \;=\; 4E_{\mathrm{a}}E_{\mathrm{b}}v_{\mathrm{rel}} \;=\; 4\mathbf{P}\cdot\mathbf{k} \;\stackrel{\mathrm{lab}}{=}\; 4EM \;. \tag{1.8}$$

Die folgende Darstellung richtet sich im Wesentlichen nach [Mano92]. Das Übergangsmatrixelement ist gegeben durch die Ströme j_{l} und j_{h} am leptonischen und hadronischen Vertex sowie durch den Photon-Propagator

$$\mathcal{M} \;=\; ie^2\left(\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2}\right)\langle\mathbf{k}',\mathbf{s}'\mid j_{\mathrm{l}}^{\mu}\mid\mathbf{k},\mathbf{s}\rangle\langle\mathbf{X},\mathbf{S}'\mid j_{\mathrm{h}}^{\nu}\mid\mathbf{P},\mathbf{S}\rangle \;. \tag{1.9}$$

Die quadrierte Amplitude $|\mathcal{M}|^2$ faktorisiert in einen leptonischen und einen hadronischen Tensor

$$\mid\mathcal{M}\mid^2 = \;\frac{e^4}{q^4}\,L^{\mu\nu}W_{\mu\nu} \;. \tag{1.10}$$

Der leptonische Tensor ist im Rahmen der Quantenelektrodynamik exakt berechenbar. Die Summation über die Spinzustände des gestreuten Leptons ergibt mit dem Spinprojektionsoperator $\dfrac{1+\gamma_5\;\not{s}}{2}$ und der Notation $\not{a}\equiv\gamma_\mu a^\mu$

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &= \mathrm{Tr}\left((\not{k}'+m_{\mathrm{l}})\gamma_\nu(\not{k}+m_{\mathrm{l}})\frac{1+\gamma_5\;\not{s}}{2}\gamma_\mu\right) \\ &= 2\left(k_\mu k'_\nu \;+\; k_\nu k'_\mu \;-\; g_{\mu\nu}(k\cdot k' \;-\; m_{\mathrm{l}}^2)\right) \;+\; 2i\,m_{\mathrm{l}}\,\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}(\mathbf{k}-\mathbf{k}')^\alpha\mathbf{s}^\beta \\ &= 2\left(k_\mu k'_\nu \;+\; k_\nu k'_\mu \;-\; g_{\mu\nu}(k\cdot k')\right) \;+\; 2i\,m_{\mathrm{l}}\,\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\mathbf{q}^\alpha\mathbf{s}^\beta \;, \end{aligned} \tag{1.11}$$

wobei im letzten Schritt Terme $\sim m_{\mathrm{l}}^2$ vernachlässigt wurden. Für den Spinvektor $\mathbf{s}$ gilt $s^2 = -1$ und $s\cdot k = 0$; $g_{\mu\nu}$ ist der metrische Tensor und $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ der antisymmetrische Levi-Civita-Tensor. Der leptonische Tensor besitzt einen symmetrischen Anteil und einen antisymmetrischen, spinabhängigen Term

$$L_{\mu\nu} \;=\; L_{\{\mu\nu\}} \;+\; L_{[\mu\nu]} \;=\; L_{\{\mu\nu\}} \;+\; 2i\,m_{\mathrm{l}}\,\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\mathbf{q}^\alpha\mathbf{s}^\beta \;. \tag{1.12}$$

Im ultrarelativistischen Grenzfall gilt für die longitudinale Polarisation $\mathbf{s}_{\mathrm{L}}$ des sich in z-Richtung bewegenden Leptons

$$m_{\mathrm{l}}\,\mathbf{s}_{\mathrm{L}} \;\longrightarrow\; \mathcal{H}_{\mathrm{l}}\,\mathbf{k}\,, \tag{1.13}$$

mit der Leptonhelizität $\mathcal{H}_{\mathrm{l}} = \pm 1$. Für eine transversale Leptonpolarisation ist der Wirkungsquerschnitt des Streuprozesses durch die Leptonmasse $m_{\mathrm{l}} \approx 0$ in Gleichung 1.12 stark unterdrückt. Die Messung der spinabhängigen Lepton-Nukleon-Streuung erfordert daher einen longitudinal polarisierten Leptonstrahl sowie ein longitudinal bzw. transversal polarisiertes Target.

Der hadronische Tensor in Gleichung (1.10) beschreibt die innere Struktur des Nukleons. die im Rahmen der derzeitigen Theorien nicht analytisch berechenbar ist. Ein allgemeiner Ansatz zur Beschreibung von $W_{\mu\nu}$ ergibt sich aus den möglichen Linearkombinationen der unabhängigen Größen $\mathbf{P}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{S}$ sowie $g_{\mu\nu}$ und $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$, die auf eine zweistufige Tensorstruktur führen. Einschränkungen des allgemeinen Ansatzes ergeben sich durch Symmetrien, denen $W_{\mu\nu}$ genügen muss. Im Einzelnen unterliegt der hadronische Tensor den Forderungen nach Lorentz-Kovarianz, Eichinvarianz und Paritätserhaltung der elektromagnetischen Wechselwirkung sowie der Forderung nach Hermitizität und Stromerhaltung. Für den betrachteten Prozess kann die minimale Darstellung von $W_{\mu\nu}$ durch vier dimensionslose Strukturfunktionen F_1, F_2, g_1, g_2 parametrisiert werden, die nur von den invarianten Größen x und Q^2 abhängen. Diese Darstellung kann ebenfalls in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Teil zerlegt werden

$$W^{\mu\nu} = W^{\{\mu\nu\}} + W^{[\mu\nu]} \tag{1.14}$$

mit

$$\begin{aligned} W^{\{\mu\nu\}} &= \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2}\right) F_1(x,Q^2) + \left[\left(P^\mu - \frac{P\cdot q}{q^2}q^\mu\right)\left(P^\nu - \frac{P\cdot q}{q^2}q^\nu\right)\right]\frac{F_2(x,Q^2)}{P\cdot q} \\ W^{[\mu\nu]} &= -i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}q_\alpha\left[MS_\beta\frac{g_1(x,Q^2)}{P\cdot q} + ((P\cdot q)S_\beta - (S\cdot q)P_\beta)\frac{g_2(x,Q^2)}{(P\cdot q)^2}\right], \end{aligned} \tag{1.15}$$

wobei S der Spinvektor des Nukleons ist, für den $S^2 = -1$ und $P\cdot S = 0$ gilt.

Der Streuquerschnitt für die polarisationsabhängige Lepton-Nukleon-Streuung ergibt sich durch Kontraktion des leptonischen mit dem hadronischen Tensor, wobei nur die symmetrischen $L_{\{\mu\nu\}}W^{\{\mu\nu\}}$ bzw. antisymmetrischen $L_{[\mu\nu]}W^{[\mu\nu]}$ Terme verschieden von Null sind. Aufgrund der Erhaltung des leptonischen Stromes gilt $q^\mu L_{\mu\nu} = q^\nu L_{\mu\nu} = 0$, so dass alle q^μ, q^ν Terme in (1.15) bei der Kontraktion ausgelassen werden können. Die Kontraktion der symmetrischen Anteile ergibt den spinunabhängigen Teil des Streuquerschnitts

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma_\mathrm{u}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y} = \frac{e^4}{2\pi Q^2}\left[\frac{y}{2}F_1 + \frac{1}{2xy}(1 - y - \frac{y^2}{4}\gamma^2)\,F_2\right] \tag{1.16}$$

mit der Größe $\gamma^2 = Q^2/\nu^2 = (4x^2M^2)/Q^2$, die im Bjørken-Limes identisch Null wird, und der Ersetzung des Flussfaktors durch $4ME = 4Q^2/(2xy)$ im Laborsystem.

Die Kontraktion der antisymmetrischen Anteile ergibt für den in der vorliegenden Arbeit betrachteten Fall der longitudinalen Strahlpolarisation unter Verwendung der Relation $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon^{\mu\nu\gamma\delta} = -2(g^\gamma_\alpha g^\delta_\beta - g^\gamma_\beta g^\delta_\alpha)$

$$\frac{\mathrm{d}^3\sigma_\mathrm{p}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}\phi} = \frac{e^4}{4\pi Q^2}y\,m_\mathrm{l}\left[\left(\frac{s\cdot S}{P\cdot q} + \frac{1}{2x}\frac{q\cdot s}{P\cdot q}\frac{q\cdot S}{P\cdot q}\right)g_1 + \left(\frac{S\cdot s}{P\cdot q} - \frac{P\cdot s}{P\cdot q}\frac{q\cdot S}{P\cdot q}\right)g_2\right]. \tag{1.17}$$

Für den longitudinal polarisierten Leptonstrahl gilt im relativistischen Limes Gleichung (1.13) und damit für die in der obigen Gleichung auftretenden Terme

$$m_\mathrm{l}\frac{q\cdot s}{P\cdot q} = \mathcal{H}_\mathrm{l}\frac{q\cdot k}{P\cdot q} = \mathcal{H}_\mathrm{l}\,x, \quad m_\mathrm{l}\frac{P\cdot s}{P\cdot q} = \mathcal{H}_\mathrm{l}\frac{P\cdot k}{P\cdot q} = \frac{\mathcal{H}_\mathrm{l}}{y}, \quad m_\mathrm{l}\frac{S\cdot s}{P\cdot q} = \mathcal{H}_\mathrm{l}\frac{S\cdot k}{P\cdot q}. \tag{1.18}$$

Longitudinal polarisiertes Nukleontarget

Ist das Nukleontarget longitudinal polarisiert, gilt für den Nukleonspinvektor $\mathbf{S}$ dieselbe Entsprechung aus Gleichung (1.13) im relativistischen Limes $M^2/Q^2 \to 0$

$$M\,\mathbf{S}_{\mathrm{L}} \longrightarrow -\mathcal{H}_{\mathrm{N}}\mathbf{P} \qquad \text{mit} \quad \mathcal{H}_{\mathrm{N}} = \pm 1\,. \tag{1.19}$$

Mit den Gleichung (1.18) entsprechenden Relationen für die Produkte des Nukleonspinvektors erhält man für den polarisierten Anteil des Streuquerschnitts unter Berücksichtigung der Terme $\mathcal{O}(M^2/Q^2)$

$$\frac{\mathrm{d}^2\sigma_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y} = \frac{e^4}{2\pi Q^2}\cdot(-\mathcal{H}_{\mathrm{l}}\mathcal{H}_{\mathrm{N}})\cdot\left[\left(1-\frac{y}{2}-\frac{y^2}{4}\gamma^2\right)g_1 \;+\; \left(\frac{y}{2}\gamma^2\right)g_2\right]\,, \tag{1.20}$$

wobei über den Azimutwinkel ϕ integriert wurde. Die Messung dieses Streuquerschnitts erlaubt vorrangig die Bestimmung der Strukturfunktion g_1, da der Beitrag von g_2 durch den Faktor $y\gamma^2 \approx 0$ unterdrückt ist.

Transversal polarisiertes Nukleontarget

Wählt man den Polarisationsvektor des Nukleonspins senkrecht zur Leptonhelizität, ergibt sich aus dem polarisierten Streuquerschnitt (1.17) für ein transversal polarisiertes Nukleontarget unter Berücksichtigung der Terme $\mathcal{O}(M^2/Q^2)$

$$\frac{\mathrm{d}^3\sigma_{\mathrm{p}}}{\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}\phi} = \frac{e^4}{4\pi Q^2}\cdot\mathcal{H}_{\mathrm{l}}\mathcal{H}_{\mathrm{N}}\cdot\left[\gamma\,\cos\phi\sqrt{1-y-\frac{y^2}{4}\gamma^2}\left(\frac{y}{2}g_1+g_2\right)\right]\,. \tag{1.21}$$

Bei der Bestimmung dieses Streuquerschnitts misst man g_1 und g_2 mit annähernd gleichem Gewicht, so dass die Strukturfunktion g_2 bestimmt werden kann, wenn g_1 bereits gemessen wurde. Allerdings ist der gesamte Beitrag dieses Streuquerschnitts relativ zum longitudinalen Streuquerschnitt um den Faktor γ unterdrückt.

1.2. Streuquerschnitt der Photonen-Nukleon-Wechselwirkung

Der durch $W_{\mu\nu}$ repräsentierte Teil des Streuquerschnitts beschreibt die Wechselwirkung am hadronischen Vertex. Diese kann auch durch den totalen Absorptionsquerschnitt für die Streuung virtueller Photonen am Nukleon dargestellt werden, wobei das Lepton als Photonquelle dient. Die Schwierigkeit dieser Beschreibung des hadronischen Tensors liegt in der Definition des Flusses für virtuelle Photonen, welche sowohl transversal als auch longitudinal polarisiert sein können, d.h. sie besitzen longitudinale bzw. transversale Helizität. Wählt man die z-Achse entlang $\mathbf{q}$, gilt für die Polarisationsvektoren ϵ_λ (mit $\epsilon_\lambda \cdot q = 0$) [HaMa84]

$$\begin{aligned} \lambda = \pm 1: &\qquad \epsilon_\pm = \mp 1/\sqrt{2}\,(0;1,\pm i,0) \\ \lambda = \;\; 0: &\qquad \epsilon_0 = 1/\sqrt{-q^2}\left(\sqrt{\nu^2-q^2};0,0,\nu\right)\,. \end{aligned} \tag{1.22}$$

Der totale Absorptionsquerschnitt für Photonen der Helizität λ ergibt sich dann zu

$$\sigma_\lambda^{\rm tot}(\gamma + {\rm P} \longrightarrow {\rm X}) \;=\; \frac{4\pi^2\alpha}{K}\epsilon_\lambda^{*\mu}\epsilon_\lambda^{\nu}T_{\mu\nu}\,. \tag{1.23}$$

Ein konkreter Ausdruck für den Fluss K ist für die folgende Darlegung nicht notwendig. Das optische Theorem setzt den hadronischen Tensor zur Compton-Amplitude der Vorwärtsstreuung in Beziehung ($2\pi W_{\mu\nu} = {\rm Im}T_{\mu\nu}$). Damit besteht ein direkter Zusammenhang zwischen den Strukturfunktionen, die den Tensor $W_{\mu\nu}$ bzw. den Tensor $T_{\mu\nu}$ beschreiben, und man erhält für die verschiedenen Polarisationen des virtuellen Photons die Streuquerschnitte

$$\begin{aligned}
\sigma_{\frac{1}{2}}^{\rm T} &\sim \left(F_1 + g_1 - \gamma^2 g_2\right)\\
\sigma_{\frac{3}{2}}^{\rm T} &\sim \left(F_1 - g_1 + \gamma^2 g_2\right)\\
\sigma_{\frac{1}{2}}^{\rm L} &\sim \left(\frac{1+\gamma^2}{2x}F_2 - F_1\right)\\
\sigma_{\frac{1}{2}}^{\rm TL} &\sim \gamma\,\left(g_1 + g_2\right)\,.
\end{aligned} \tag{1.24}$$

Hier bezeichnen die Indizes $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{2}$ den Betrag der Projektion des Gesamtspins von Photon und Nukleon entlang der Richtung des transversal (T) bzw. longitudinal (L) polarisierten virtuellen Photons. Die Interferenz von transversaler und longitudinaler Polarisation des Photons liefert $\sigma^{\rm TL}$. Das Verhältnis aus longitudinalem und mittlerem transversalen Absorptionsquerschnitt, $\sigma^{\rm L}$ und $\sigma^{\rm T} = \frac{1}{2}(\sigma_{\frac{3}{2}}^{\rm T} + \sigma_{\frac{1}{2}}^{\rm T})$, definiert die unpolarisierte Strukturfunktion R

$$R := \frac{\sigma^{\rm L}}{\sigma^{\rm T}} = \left(1+\gamma^2\right)\frac{F_2}{2x\,F_1} \;-\; 1\,. \tag{1.25}$$

1.2.1. Asymmetrien für die Streuung virtueller Photonen

Aus den Streuquerschnitten (1.24) für die virtuellen Photonen können die folgenden Asymmetrien definiert werden

$$A_1 \;:=\; \frac{\sigma_{1/2}^{\rm T} - \sigma_{3/2}^{\rm T}}{\sigma_{1/2}^{\rm T} + \sigma_{3/2}^{\rm T}} \;=\; \frac{g_1 - \gamma^2 g_2}{F_1} \tag{1.26}$$

$$A_2 := \frac{2\sigma^{\rm TL}}{\sigma_{1/2}^{\rm T} + \sigma_{3/2}^{\rm T}} \;=\; \frac{\gamma(g_1+g_2)}{F_1}\,. \tag{1.27}$$

Die Kombination der obigen Beziehungen ergibt die Relationen zwischen den Strukturfunktionen g_1 und g_2 und den definierten Asymmetrien

$$g_1 \;=\; \frac{F_1}{1+\gamma^2}(A_1 + \gamma A_2) \;=\; \frac{F_2}{2x\,(1+R)}(A_1 + \gamma A_2) \tag{1.28}$$

$$g_2 = \frac{F_1}{1+\gamma^2}\left(\frac{A_2}{\gamma} - A_1\right) \;=\; \frac{F_2}{2x\,(1+R)}\left(\frac{A_2}{\gamma} - A_1\right)\,. \tag{1.29}$$

Die Strukturfunktionen g_1 und g_2 können demnach aus der Messung der Asymmetrien A_1 und A_2 bestimmt werden, wobei Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2 und R verwendet werden.
Für die Asymmetrie A_2 erhält man aus ihrer Definition unter Verwendung der Schwarzschen Ungleichung einen oberen Grenzwert

$$A_2 \;=\; \frac{\sigma^{\mathrm{TL}}}{\sigma^{\mathrm{T}}} \;<\; \frac{\sqrt{\sigma^{\mathrm{T}}}\sqrt{\sigma^{\mathrm{L}}}}{\sqrt{\sigma^{\mathrm{T}}}\sqrt{\sigma^{\mathrm{T}}}} \;=\; \sqrt{R}\,. \tag{1.30}$$

In Gleichung (1.28) ist die Asymmetrie A_2 durch den Faktor γ unterdrückt, so dass g_1 in guter Näherung aus der Messung von A_1 bestimmt werden kann.

1.2.2. Experimentelle Asymmetrien

Die definierten Asymmetrien für die Streuquerschnitte virtueller Photonen sind experimentell nicht direkt zugänglich. Die Streuung am Nukleon erfolgt mit einem longitudinal polarisierten Leptonstrahl, der neben transversal auch longitudinal polarisierte virtuelle Photonen aussendet. Wird das Photon zudem unter einem Winkel ψ zur Strahlrichtung emittiert, reduziert sich die bezüglich der Leptonstrahlachse definierte Polarisation der Nukleonen um die Projektion auf die Photonrichtung.
Die experimentelle Asymmetrie $A_{||}$ aus den Streuquerschnitten $\sigma^{\rightrightarrows}$ bzw. $\sigma^{\rightleftarrows}$ für ein longitudinal polarisiertes Nukleontarget ($\Rightarrow$) mit paralleler bzw. antiparalleler Orientierung zur Strahlrichtung ($\rightarrow$) wird definiert als

$$A_{||} \;=\; \frac{\sigma^{\rightleftarrows} - \sigma^{\rightrightarrows}}{\sigma^{\rightleftarrows} + \sigma^{\rightrightarrows}}\,. \tag{1.31}$$

Für ein transversal polarisiertes Target definiert man die Asymmetrie

$$A_{\perp} \;=\; \frac{\sigma^{\rightarrow\Uparrow} - \sigma^{\rightarrow\Downarrow}}{\sigma^{\rightarrow\Uparrow} + \sigma^{\rightarrow\Downarrow}}\,. \tag{1.32}$$

Durch den Vergleich der expliziten Formen der Streuquerschnitte ergeben sich die Relationen zwischen den experimentell zugänglichen Streuquerschnitts-Asymmetrien und den Asymmetrien für die Streuquerschnitte virtueller Photonen

$$A_{||} \;=\; D\,(\,A_1 \,+\, \eta A_2\,) \tag{1.33}$$

$$A_{\perp} \;=\; D\,(\,\xi A_2 \,-\, \frac{\eta}{\xi} A_1\,)\,. \tag{1.34}$$

Die kinematischen Größen nehmen dann die folgenden Formen an

$$D = \frac{1-(1-y)\epsilon}{1+\epsilon R} \tag{1.35}$$

$$\eta = \frac{y\gamma\epsilon}{(1+y\gamma^2/4)[1-(1-y)\epsilon]} \tag{1.36}$$

$$\xi = \sqrt{\frac{2\epsilon}{1+\epsilon}}\,, \tag{1.37}$$

wobei ϵ das Verhältnis der longitudinalen zur transversalen Polarisation des virtuellen Photons angibt

$$\epsilon = \left(1 + \frac{2y^2(1+\gamma^2)}{4(1-y) - y^2\gamma^2}\right)^{-1} . \tag{1.38}$$

Die allgemein als Depolarisationsfaktor bezeichnete Größe D gibt die *effektive Polarisation* des virtuellen Photons an. Diese Interpretation wird deutlich bei der Zerlegung von D in das Produkt aus der für eine bestimmte Kinematik gegebenen transversalen Polarisation P^γ des Photons und dem Winkel ψ zwischen der Bewegungsrichtung des Photons und dem Nukleonspinvektor [Hugh93]

$$P^\gamma = \frac{\sqrt{1-\epsilon^2}}{1+\epsilon R}, \qquad \cos\psi = \frac{1-(1-y)\epsilon}{\sqrt{1-\epsilon^2}} . \tag{1.39}$$

1.3. Strukturfunktionen und Summenregeln im Quark-Parton-Model

Die ersten tief inelastischen Lepton-Nukleon-Streuexperimente im Bereich $2 < Q^2 < 7.5$ GeV^2 am SLAC [SLAC69] zeigten ein von Q^2 unabhängiges Verhalten der Strukturfunktion F_2. Dieses sogenannte Skalenverhalten der Strukturfunktion war der erste experimentelle Hinweis auf die Existenz der bereits 1964 von Gell-Mann und Zweig [GeZw64] als rein mathematische Größe eingeführten Quarks, Teilchen mit Spin 1/2, zur Erklärung der beobachteten Vielfalt der Hadronen. Davon unabhängig interpretierte Feynman die Ergebnisse der SLAC-Messungen durch Streuung der Elektronen an punktförmigen Konstituenten des Protons, den Partonen, die nachfolgend mit den Quarks identifiziert wurden.
Die Beschreibung des Verhaltens der Strukturfunktionen durch Quark-Parton-Verteilungen [BjPa69, Feyn69, KuWe71] lieferte die Interpretation der inelastischen Streuung am Nukleon als die inkohärente Überlagerung elastischer Streuprozesse an den Partonen bzw. den Quarks.

In Rahmen des relativistischen Quark-Parton-Modells [KuWe71] werden die Baryonen und Mesonen als zusammengesetzte Objekte beschrieben, die aus geladenen Quarks (u, d, s, c, t, b und ihrenAntiquarks) mit Spin 1/2 und ungeladenen Austauschteilchen, den Gluonen mit Spin 1 bestehen. Die Einführung der Gluonen erfolgte zur Erklärung der gemessenen Ladungs- und Impulsverteilung im Proton. Ihre Existenz wurde 1979 am DESY durch die Beobachtung von Ereignissen mit drei Jets nachgewiesen [Tasso79]. Baryonen sind aus drei Quarks, Mesonen aus einem Quark und einem Antiquark , den *Valenzquarks*, zusammengesetzt. Die Valenzquarks bestimmen die Quantenzahlen der Hadronen. Die Nukleonen bestehen aus den beiden leichtesten Quarks u und d - Proton: uud, Neutron: udd. Durch Fluktuationen der Gluonen entstehen Quark-Antiquark-Paare, welche die Quantenzahlen des Vakuums tragen.

Die Beschreibung der tief inelastischen Lepton-Nukleon-Streuung erfolgt in einem Bezugssystem, in dem der Impuls des Nukleons unendlich wird (*infinite momentum frame*), so dass alle Massen und Transversalimpulse vernachlässigbar sind. Die elastische Streuung erfolgt dann inkohärent an einem einzelnen Quark mit dem Impuls $\mathbf{p}_{\mathrm{q}} = \hat{x}\mathbf{p}_{\mathrm{Nukleon}}$, d.h. auf der Zeitskala der Wechselwirkung wird das Quark als freies Teilchen betrachtet. Der Bruchteil $\hat{x}$, den das Quark am Gesamtimpuls des Nukleons trägt entspricht im Limes $M^2/Q^2 \to 0$ der Größe x in Gleichung (1.5). Die Skalenvariable x kann somit für den betrachteten Grenzfall als Impulsanteil des gestreuten Quarks am Nukleonimpuls interpretiert werden.
Aus dem Vergleich der hadronischen Tensoren für die Lepton-Quark-Streuung [Mano92] und die Lepton-Nukleon-Streuung, Gleichung (1.15), erhält man die folgenden Beiträge des Quarks i mit der Ladung e_i, dem Impuls $\hat{x}\mathbf{P}$ und der Helizität h zu den Strukturfunktionen

$$F_1^{\mathrm{q}} = \frac{e_i^2}{2}\,\delta(\hat{x}-x), \quad F_2^{\mathrm{q}} = e_i^2\,\hat{x}\,\delta(\hat{x}-x), \quad g_1^{\mathrm{q}} = \frac{e_i^2}{2}\,h\mathcal{H}\,\delta(\hat{x}-x), \quad g_2^{\mathrm{q}} = 0\,. \tag{1.40}$$

Hier bezeichnet $\mathcal{H}$ wiederum die Helizität des Nukleontargets. Die totalen Strukturfunktionen ergeben sich daraus durch Summation der Quarkverteilungsfunktionen $q_{+(-)}(\hat{x})$ bzw. $\bar{q}_{+(-)}(\hat{x})$. Sie stellen die Wahrscheinlichkeiten dar, ein Quark bzw. Antiquark mit einer Helizität parallel (+) oder antiparallel (−) zur Helizität des Nukleons und mit einem Impulsanteil $\hat{x}$ am Nukleonimpuls zu finden

$$\begin{aligned}
F_1(x) &= \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{f}}} \frac{e_i^2}{2}\,(\,q_i^+(x) + q_i^-(x) + \bar{q}_i^+(x) + \bar{q}_i^-(x)\,) \\
F_2(x) &= \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{f}}} e_i^2 x_i\,(\,q_i^+(x) + q_i^-(x) + \bar{q}_i^+(x) + \bar{q}_i^-(x)\,) \\
g_1(x) &= \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{f}}} \frac{e_i^2}{2}(\,q_i^+(x) - q_i^-(x) + \bar{q}_i^+(x) - \bar{q}_i^-(x)\,) \equiv \sum_{i=1}^{n_{\mathrm{f}}} \frac{e_i^2}{2}\Delta q_i(x) \\
g_2(x) &= 0\,.
\end{aligned} \tag{1.41}$$

Die Summation läuft über alle Quarksorten[2]. Die Strukturfunktionen hängen im Quark-Parton-Model ($Q^2 \to \infty$) nur von der Variablen x ab. Der Vergleich mit den Streuquerschnitten für virtuelle Photonen aus Gleichung (1.24) ergibt für den im Quark-Parton-Modell betrachteten Grenzfall $M^2/Q^2 \to 0$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\frac{1}{2}}^{\mathrm{T}} &\sim \sum_i e_i^2\,(\,q_i^+(x) + \bar{q}_i^+(x)\,)\,, \\
\sigma_{\frac{3}{2}}^{\mathrm{T}} &\sim \sum_i e_i^2\,(\,q_i^-(x) + \bar{q}_i^-(x)\,)\,, \\
\sigma_{\frac{1}{2}}^{\mathrm{L}} &= 0\,.
\end{aligned} \tag{1.42}$$

[2]Entsprechend der Schwerpunktenergie von 7.4 GeV werden in allen weiteren Ausführungen nur die drei leichten Quarksorten u, d und s betrachtet, d.h. $n_{\mathrm{f}} = 3$.

Ein Quark (Spin 1/2) kann also nur dann ein Photon (Spin 1) absorbieren, wenn die Spinvektoren antiparallel zueinander orientiert sind. Aus $\sigma^{\mathrm{L}} = 0$ folgt zudem entsprechend Gleichung (1.25) $R = 0$, d.h. Quarks ohne Transversalimpuls können nur transversal polarisierte Photonen absorbieren, und es ergibt sich die bekannte Callan-Gross-Beziehung

$$F_2(x) \;=\; 2x\, F_1(x)\,. \tag{1.43}$$

Summenregeln

Aufgrund der direkten Beziehungen zwischen den Quarkverteilungen und den Strukturfunktionen lassen sich sogenannte Summenregeln für die Momente der Strukturfunktionen ableiten. Die Summenregeln verknüpfen beispielsweise die Momente der Strukturfunktionen mit der totalen Anzahl, Ladung und dem Impuls der Konstituentenquarks.
Unter Verwendung der folgenden Linearkombinationen der in Gleichung (1.41) für g_1 definierten Quarkverteilungsfunktion (mit $\Delta q = \int_0^1 \mathrm{d}x\, \Delta q(x)$)

$$\begin{aligned} a_0 &= (\Delta u + \Delta d + \Delta s) = \Delta\Sigma \\ a_3 &= (\Delta u - \Delta d) \\ a_8 &= (\Delta u + \Delta d - 2\Delta s)\,. \end{aligned} \tag{1.44}$$

erhält man das erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1 des Protons (p) bzw. des Neutrons (n) zu

$$\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} \;=\; \int_0^1 g_1^{\mathrm{p(n)}}(x)\mathrm{d}x \;=\; +(-)\frac{1}{12}a_3 \;+\; \frac{1}{36}a_8 \;+\; \frac{1}{9}a_0\,. \tag{1.45}$$

Die Ausdrücke a_i sind die Diagonalkombinationen des SU(3)$_{\mathrm{f}}$ Nonet-Axialmatrixelementes, mit der Beziehung $\Delta q 2MS_\mu = \langle \mathbf{P},\mathbf{S} \mid \bar{q}\gamma_\mu\gamma^5 q \mid \mathbf{P},\mathbf{S}\rangle$ zwischen den Quarkverteilungen und den Matrixelementen, wobei S_μ der Spinvektor des Protons ist. Die Nonsinglet-Kombinationen können aus den Messungen des Neutron und des Hyperon β-Zerfalls bestimmt werden

$$\begin{aligned} a_3 &= (\Delta u - \Delta d) \;=\; F + D \;=\; g_A \\ a_8 &= (\Delta u + \Delta d - 2\Delta s) \;=\; 3F - D\,, \end{aligned} \tag{1.46}$$

mit der schwachen Kopplungskonstante g_A und der Konvention $g_V = 1$. Die Gültigkeit dieser Beziehungen für die Proton-Matrixelemente ist gegeben unter der Annahme der Isospin-Symmetrie für a_3 sowie der SU(3)-Flavour-Symmetrie für a_8.
Die Singlet-Kombination $a_0 = \Delta\Sigma$ gibt im Quark-Parton-Modell den Beitrag der aktiven Quarksorten zum Spin des Nukleons an, welcher mit den Relationen (1.46) aus der Messung des ersten Moments von g_1 bestimmt werden kann. Damit erhält man die Beiträge der einzelnen Quarksorten zu

$$\begin{aligned} \Delta u &= \frac{1}{3}(a_0 + 3F + D) \\ \Delta d &= \frac{1}{3}(a_0 - 2D) \\ \Delta s &= \frac{1}{3}(a_0 - 3F + D)\,. \end{aligned} \tag{1.47}$$

Bjørken-Summenregel

Die Differenz der ersten Momente der polarisierten Strukturfunktion g_1 für das Proton und das Neutron ist durch die schwache Kopplungskonstante gegeben

$$\Gamma_1^{\mathrm{p}} - \Gamma_1^{\mathrm{n}} = \frac{1}{6}a_3 = \frac{1}{6} \mid g_A \mid = 0.210\,. \tag{1.48}$$

mit dem Wert für $g_A = -1.2601 \pm 0.0025$ [PDG 96].
Diese Beziehung wurde bereits 1966 durch Bjørken aus der $U(6) \otimes U(6)$-Stromalgebra hergeleitet [Bjor66]. Sie gilt ebenso im Rahmen der Quantenchromodynamik (siehe Abschnitt 1.4) als fundamentale Summenregel, die nur der Annahme der Isospin-Symmetrie unterliegt, und deren Gültigkeit als Test für die Vorhersagen der Quantenchromodynamik angesehen werden kann.

Ellis-Jaffe-Summenregel

Eine Vorhersage für die einzelnen Werte der ersten Momente Γ_1^{p} und Γ_1^{n} wurde 1974 durch Ellis und Jaffe gegeben [EJ 76]. Auf der Grundlage der SU(3)-Flavour-Symmetrie ergeben sich die ersten Momente zu

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} &= +(-)\frac{1}{12}a_3 + \frac{5}{36}a_8 + \frac{1}{3}\Delta s \\ &= +(-)\frac{1}{12}(F+D) + \frac{5}{36}(3F-D) + \frac{1}{3}\Delta s\,. \end{aligned} \tag{1.49}$$

Die Annahme $\Delta s = 0$ ermöglicht eine Vorhersage für die ersten Momente aus den Messungen für F und D

$$\Gamma_1^{\mathrm{p}} = 0.185 \pm 0.003\,, \qquad \Gamma_1^{\mathrm{n}} = -0.024 \pm 0.003\,, \tag{1.50}$$

sowie eine Vorhersage für den Beitrag a_0 der Quarks zum Nukleonspin $a_0 = a_8 = 0.575 \pm 0.024$. Hier wurden die Werte $F = 0.459 \pm 0.008$ und $D = 0.798 \pm 0.008$ [ClRo93] verwendet.
Aufgrund der Annahme der SU(3)-Flavour-Symmetrie und insbesondere von $\Delta s = 0$ sind Einschränkungen der Gültigkeit der Summenregel zu erwarten.

1.4. Strukturfunktionen in der Quantenchromodynamik

Die Quantenchromodynamik ist die Anwendung der Yang-Mills-Theorie auf die starke Wechselwirkung der Quarks und Gluonen. Das nichtabelsche Vektorfeld der *Colour*-Gruppe $\mathrm{SU(3)_c}$ vermittelt die Wechselwirkung zwischen den Materiefeldern, den Quarkfeldern, wobei die Farbsymmetrie als exakte Symmetrie anzusehen ist. Aufgrund ihrer (Farb-)Ladung können die masselosen Quanten des Eichfeldes, die Gluonen, miteinander wechselwirken. Diese nichtlinearen Selbstwechselwirkungen führen zum Effekt der asymptotischen Freiheit, d.h. zum Verschwinden der Kopplung zwischen den Quarks für $Q^2 \to \infty$. Eine weitere Eigenschaft der Theorie ist die Universalität der Kopplung - die Eichbosonen koppeln mit gleicher Kopplungsstärke g an sich selbst wie auch an die fermionischen bzw. bosonischen Materiefelder.

Effektive Kopplung und asymptotische Freiheit

Die Berechnung der Feynman-Diagramme in den verschiedenen Ordnungen der Störungstheorie wird durch die Methode der Renormierungsgruppe ermöglicht, die das asymptotische Verhalten der Matrixelemente im Ultravioletten beschreibt. Die hier auftretenden Divergenzen werden durch Regularisierung und die Einführung von Kontertermen in die Lagrangedichte der betrachteten Quantenfeldtheorie kompensiert. Der Beweis, dass dieses Verfahren in allen Ordnungen der Störungstheorie anwendbar ist, wurde 1978 für die Quantenchromodynamik erbracht.
Das Verfahren führt zur logarithmischen Q^2-Abhängigkeit der renormierten Kopplungskonstante und damit zu einer Abhängigkeit vom gewählten Renormierungschema und von der Renormierungsskala μ^2. Die effektive Kopplungskonstante ergibt sich durch Integration der Renormierungsgruppengleichung

$$\frac{\mathrm{d}\bar{\alpha}(Q^2)}{\mathrm{d}t} = \beta(\bar{\alpha}) \qquad \text{mit} \quad t = \ln\frac{Q^2}{\mu^2}\,, \tag{1.51}$$

welche die Evolution der invarianten Kopplungskonstante $\bar{\alpha}_{\mathrm{N}}(Q^2)$ beschreibt. Die Funktion β kann störungstheoretisch durch Entwicklung nach Potenzen von α bestimmt werden

$$\beta(\alpha) = \beta_1\alpha^2 + \beta_2\alpha^3 + \beta_3\alpha^4 + \cdots\,, \tag{1.52}$$

wobei die Koeffizienten β_l die Beiträge von Diagrammen mit l Loops beschreiben. In erster Ordnung ergibt sich die effektive Kopplungskonstante mit der Randbedingung $\bar{\alpha}(t=0) = \alpha$ zu

$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha}{1 + \frac{\alpha}{4\pi}\beta_1 \ln\frac{Q^2}{\mu^2}} \tag{1.53}$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad \mathrm{SU}(3) : \beta_1 &= 11 - \frac{2}{3}n_{\mathrm{f}} \\ \mathrm{U}(1) : \beta_1 &= -\frac{2}{3}n_{\mathrm{f}} < 0\,. \end{aligned} \tag{1.54}$$

Für die Quantenelektrodynamik ergibt sich hieraus ein Anwachsen der Kopplungskonstante $\alpha_1(Q^2) \overset{Q^2\to\infty}{\longrightarrow} \infty$. Dagegen liefert der zusätzliche Beitrag aufgrund der Selbstwechselwirkung in (1.54) das Verhalten der asymptotischen Freiheit für die Quantenchromodynamik $\alpha_3(Q^2) \overset{Q^2\to\infty}{\longrightarrow} 0$, vorausgesetzt die Zahl der Quarksorten ist $n_{\mathrm{f}} < 16$, so dass $\beta_1 > 0$ gilt.
Eine Festlegung der Skala für die Q^2-Abhängigkeit der Kopplungskonstante wird durch die Einführung des Parameters

$$\Lambda = \mu\,\exp(-2\pi/(\beta_1\alpha_{\mathrm{s}}(\mu^2))) \tag{1.55}$$

erreicht, der aus dem Vergleich experimenteller Daten mit störungstheoretischen Rechnungen bestimmt wird. Gleichung (1.53) ergibt sich somit in erster Ordnung für die Kopp-

lungskonstante $\bar{\alpha}_{\mathrm{s}}$ der starken Wechselwirkung zu

$$\bar{\alpha}_{\mathrm{s}}(Q^2) \;=\; \frac{4\pi}{\beta_1 \ln \dfrac{Q^2}{\Lambda^2}} \,. \tag{1.56}$$

Die Skalenabhängigkeit der Kopplungskonstante kann durch eine Reihe in $\ln\left(Q^2/\Lambda^2\right)$ dargestellt werden

$$\bar{\alpha}_{\mathrm{s}}(Q^2) \;=\; \frac{4\pi}{\beta_1 \ln(Q^2/\Lambda^2)} \left[1 \;-\; \frac{\beta_2}{\beta_1} \frac{2}{\beta_1 \ln(Q^2/\Lambda^2)} \ln\left(\ln(Q^2/\Lambda^2)\right) \;+\; \cdots\right] , \tag{1.57}$$

wobei die β-Funktion bis zur 3. Ordnung berechnet wurde [PDG 96].
Das asymptotische Verhalten der starken Kopplungskonstante ist die Vorraussetzung für die Anwendung der renormierten Störungstheorie auf die Quantenchromodynamik.

1.4.1. Faktorisierung der tief inelastischen Streuung

Aufgrund der Abstrahlung masseloser Gluonen sind nahezu alle Streuquerschnitte in der störungstheoretischen QCD infrarot-divergent. Es lässt sich aber eine umfangreiche Klasse von Prozessen identifizieren, die nicht vom langreichweitigen Verhalten der Theorie abhängen und infrarot-*in*sensitiv sind [StWe77]. Die Reorganisation der Entwicklungsreihen der Störungsrechnung ermöglicht die Trennung und Berechnung der infrarotsicheren Anteile des betrachteten Prozesses. In der tief inelastischen Streuung wird diese Trennung durch das Faktorisierungs-Theorem realisiert [QCD 95].
Faktorisierungs-Theorem
Der Streuquerschnitt lässt sich in einen kurz- und einen langreichweitigen Anteil derart faktorisieren, dass

- der kurzreichweitige, von Infrarot-Divergenzen freie Anteil durch Störungsrechnungen bestimmt werden kann;
- der langreichweitige, infrarot-sensitive, Anteil als "universelle" Partonverteilung definiert werden kann, die, einmal durch Messungen festgelegt, für alle Prozesse die gleiche Form besitzt.

Die Möglichkeit der Faktorisierung des Streuquerschnittes muss für jeden betrachteten Prozess neu nachgewiesen werden.

Entsprechend dem Faktorisierungs-Theorem lassen sich der Streuquerschnitt und damit die Strukturfunktionen F in störungstheoretisch berechenbare Koeffizientenfunktionen C_i und die universellen Partonverteilungen f_i faktorisieren[3]

$$F(x, Q^2) = \sum_{i=\mathrm{q},\overline{\mathrm{q}},\mathrm{g}} C_i(x, Q^2) \otimes f_i(x, Q^2) \,. \tag{1.58}$$

[3]mit der Faltung $f(x) \otimes g(x) = \int_x^1 \frac{\mathrm{d}y}{y} f\left(\frac{x}{y}\right) g(y)$

Die Q^2-Abhängigkeit des faktorisierten Streuquerschnitts ist vollständig bestimmt durch die (infrarot-sicheren) Verzweigungsfunktionen P_{ij}

$$Q^2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q^2} f_i(x, Q^2) = \sum_{j=\mathrm{q},\overline{\mathrm{q}},\mathrm{g}} P_{ij}(x, Q^2) \otimes f_j(x, Q^2) \,. \tag{1.59}$$

Die Verzweigungsfunktionen geben die Wahrscheinlichkeit an, ein Parton i mit einem Impulsanteil x am Impuls des ursprünglichen Partons j zu finden. Die Kenntnis der Partonverteilungen f_i bei einem beliebigen Wert Q_0^2 erlaubt somit ihre störungstheoretische Berechnung für jeden anderen Wert Q^2.
Die Trennung der kurz- und langreichweitigen Anteile des Streuquerschnitts ist verbunden mit der Einführung einer weiteren Massenskala, der Faktorisierungsskala μ_f. Dadurch wird die explizite Formulierung der Koeffizientenfunktionen und Partonverteilungen in Gleichung (1.58) von der Wahl des Faktorisierungsschemas abhängig. Dieses legt fest, in welcher Weise die Infrarot-Divergenzen in die Partonverteilungen zu absorbieren sind. Eine mögliche Festlegung der Skalen wird durch das $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema (*modified minimal subtraction scheme*) vorgegeben, in dem die Partonverteilungen direkt über die hadronischen Matrixelemente definiert werden. In der Analyse der polarisierten Strukturfunktionen wird ebenfalls das Adler-Bardeen-Schema (AB), welches eine Modifikation des $\overline{\mathrm{MS}}$-Schemas darstellt, angewendet [BFR 96]. Die Konsequenz der freien Wahl des Faktorisierungsschemas ist die Begrenzung der Universalität der Partonverteilungen auf das definierte Schema. Unabhängig von der Wahl des Faktorisierungsschemas bleiben dagegen die physikalischen Observablen wie die Streuquerschnitte und die Strukturfunktionen.

1.4.2. Q^2-Entwicklung der Strukturfunktionen

Die quantitative Beschreibung der Q^2-Entwicklung durch die Integro-Differentialgleichungen nach Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli und Parisi (DGLAP-Gleichungen) [DGLAP] schließt drei Prozesse ein, die durch die folgenden Verzweigungsfunktionen P_{ab} dargestellt werden

(a) Gluon-Bremsstrahlung P_{qq},

(b) Paarerzeugung aus Gluonen P_{qg},

(c) Gluonselbstwechselwirkung P_{gg}.

Im Falle der polarisationsabhängigen Lepton-Nukleon-Streuung werden die helizitätsabhängigen Verzweigungsfunktionen $\Delta P_{\mathrm{ab}} = P_{\mathrm{a+b+}} - P_{\mathrm{a+b-}}$ und Partonverteilungen $\Delta f = f_+ - f_- + \bar{f}_+ - \bar{f}_-$ für Partonen mit Helizität parallel (+) bzw. antiparallel (−) zur Nukleonhelizität betrachtet.
Entsprechend Gleichung (1.58) wird die Strukturfunktion g_1 durch die polarisierten Quark- und Gluonverteilungen Δq_i und Δg sowie die Koeffizientenfunktionen C beschrieben [BFR 96]

$$g_1(x, Q^2) \;=\; \frac{\langle e^2 \rangle}{2} \left(C_{\mathrm{NS}}^{\mathrm{q}} \otimes \Delta q_{\mathrm{NS}} \;+\; C_{\mathrm{S}}^{\mathrm{q}} \otimes \Delta\Sigma \right) \;+\; 2 n_{\mathrm{f}}\, C^{\mathrm{g}} \otimes \Delta g \;. \tag{1.60}$$

Die Nonsinglet (NS)- bzw. Singlet (S)-Quarkverteilungen sind wie folgt definiert

$$\Delta q_{\rm NS} \equiv \sum_{i=1}^{n_{\rm f}} \left(\frac{e_i^2}{\langle e^2 \rangle} - 1 \right) \Delta q_i \,, \qquad \Delta\Sigma \equiv \sum_{i=1}^{n_{\rm f}} \Delta q_i \,, \tag{1.61}$$

mit $\langle e^2 \rangle = n_{\rm f}^{-1} \sum_{i=1}^{n_{\rm f}} e_i^2$. Die Q^2-Entwicklung der Nonsinglet-Verteilung ist unabhängig von der Gluonverteilung und kann durch nur eine Differentialgleichung beschrieben werden

$$\frac{\rm d}{{\rm d}t} \Delta q_{\rm NS} = \frac{\alpha_{\rm s}(t)}{2\pi} \Delta P_{qq}^{\rm NS} \otimes \Delta q_{\rm NS} \,, \tag{1.62}$$

wobei $t = \ln(Q^2/\Lambda^2)$ ist .
Die Beschreibung der Q^2-Entwicklung der Singlet-Verteilung erfolgt durch die gekoppelten Entwicklungsgleichungen

$$\frac{\rm d}{{\rm d}t} \begin{pmatrix} \Delta\Sigma \\ \Delta g \end{pmatrix} = \frac{\alpha_{\rm s}(t)}{2\pi} \begin{pmatrix} \Delta P_{\rm qq}^{\rm S} & 2n_{\rm f} \Delta P_{\rm qg}^{\rm S} \\ \Delta P_{\rm gq}^{\rm S} & \Delta P_{\rm gg}^{\rm S} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \Delta\Sigma \\ \Delta g \end{pmatrix} \,. \tag{1.63}$$

Die Koeffizientenfunktionen [NeZi94] und polarisierten Verzweigungsfunktionen [MeNe96, Vogl96] wurden im $\overline{\rm MS}$-Schema bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\rm s}^2))$ berechnet.
Die Momente der Koeffizientenfunktionen und Partonverteilungen $C(N, \alpha_{\rm s})$, $\Delta q_{\rm NS}(N, Q^2)$, $\Delta\Sigma(N, Q^2)$ und $\Delta g(N, Q^2)$ sind definiert als

$$f(N) = \int_0^1 {\rm d}x \; x^{N-1} \, f(x) \,. \tag{1.64}$$

Mit dieser Definition wird das erste Moment einer Strukturfunktion $F(x, Q^2)$ beschrieben durch die Summe aus den Momenten der Partonverteilungen und der berechenbaren Koeffizientenfunktionen

$$\Gamma(Q^2) = \int_0^1 {\rm d}x \; F(x, Q^2) = \sum_i C_i(1, \alpha_{\rm s}(t)) f_i(1, Q^2) \,. \tag{1.65}$$

Für die polarisierte Strukturfunktion in Gleichung (1.60) ergibt sich aus den obigen Definitionen das erste Moment zu

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{\rm p(n)}(Q^2) &\equiv \int_0^1 {\rm d}x \; g_1^{\rm p(n)}(x, Q^2) \\ &= +(-)\frac{1}{12} C_{\rm NS}(1, \alpha_{\rm s}(t)) \, a_3(1) + \frac{1}{36} C_{\rm NS}(1, \alpha_{\rm s}(t)) \, a_8(1) \\ &\quad + \frac{1}{9} C_{\rm S}(1, \alpha_{\rm s}(t)) \, a_0(Q^2) \,, \end{aligned} \tag{1.66}$$

mit den skalenunabhängigen Nonsinglet-Kombinationen a_3 und a_8 der Axialmatrixelemente Δq in Gleichung (1.44). Im Rahmen des $\overline{\rm MS}$-Schemas ist das erste Moment der Gluonverteilung $\Delta g(1, Q^2) \equiv 0$. Damit gilt für die Singlet-Kombination

$$a_0(Q^2)^{(\overline{\rm MS})} \equiv \Delta\Sigma(1, Q^2) = \Delta u(1, Q^2) + \Delta d(1, Q^2) + \Delta s(1, Q^2) \,, \tag{1.67}$$

die im betrachteten Schema aufgrund der axialen Anomalie (Adler-Bell-Jackiw-Anomalie [ABJ 69]) skalenabhängig ist, d.h., dass auch die Momente der einzelnen Quarkverteilungen Δq skalenabhängig sind.
Wählt man eine Definition für die Singlet-Kombination in der $\Delta\Sigma(1, Q^2) = \Delta\Sigma(1)$ gilt (AB-Schema), erhält man einen expliziten Beitrag der Gluonverteilung zum ersten Moment von g_1. Im Rahmen des AB-Schemas ergibt sich für die Singlet-Kombination in Gleichung (1.66)

$$a_0(Q^2)^{(\mathrm{AB})} \equiv \Delta\Sigma(1) \; - \; n_\mathrm{f} \frac{\alpha_\mathrm{s}(t)}{2\pi} \, \Delta g(1, Q^2) \; . \tag{1.68}$$

Hier entspricht $\Delta\Sigma(1)$ der Größe $\Delta\Sigma$ in Gleichung (1.44), die im Quark-Parton-Modell als Beitrag der Konstituentenquarks zum Spin des Nukleons interpretiert wird. Entsprechend folgt für die Momente der Quarkverteilungen in Gleichung (1.47)

$$\Delta q(1) \; = \; \Delta q(Q^2) \; + \; \frac{\alpha_\mathrm{s}(t)}{2\pi} \, \Delta g(1, Q^2) \; . \tag{1.69}$$

Die Koeffizientenfunktionen wurden für $n_\mathrm{f} = 3$ im Rahmen des $\overline{\mathrm{MS}}$-Schemas bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^2)$ [Lari94] bzw. bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^3)$ [LvRV97-b] für die Singlet-Verteilungen sowie bis zur Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^3)$ für die Nonsinglet-Verteilungen [LaVe91] berechnet

$$C_\mathrm{S}(Q^2) \;\; = \;\; 1 \; - \; \frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \; - \; 1.10 \left(\frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \right)^2 \; + \; \mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}(Q^2)^3) \tag{1.70}$$

$$C_\mathrm{S}^\mathrm{inv}(Q^2) \;\; = \;\; 1 \; - \; 0.333 \frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \; - \; 0.550 \left(\frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \right)^2 \; - \; 4.447 \left(\frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \right)^3 \tag{1.71}$$

$$C_\mathrm{NS}(Q^2) \;\; = \;\; 1 - \frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \; - \; 3.583 \left(\frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \right)^2 \; - \; 20.215 \left(\frac{\alpha_\mathrm{s}(Q^2)}{\pi} \right)^3 \; . \tag{1.72}$$

$C_\mathrm{S}(Q^2)^\mathrm{inv}$ beschreibt die Q^2-Abhängigkeit der Koeffizientenfunktion und des Exponenten der Renormierungsgruppe, so dass entsprechend den Notationen in [LvRV97-b] eine im Rahmen des $\overline{\mathrm{MS}}$-Schemas in der α_s^3-Approximation skalenunabhängige Singlet-Kombination a_0 angegeben werden kann, die den Grenzfall $a_0(Q^2 \to \infty)$ darstellt.

1.4.3. Korrekturen der Summenregeln

Der Ausdruck für die Bjørken-Summenregel schließt nur die Entwicklung der skalenunabhängigen Verteilung a_3 ein

$$\Gamma_1^\mathrm{p} \; - \; \Gamma_1^\mathrm{n} \; = \; \frac{1}{6} C_\mathrm{NS}(Q^2) a_3 \; = \; \frac{1}{6} \mid g_A \mid C_\mathrm{NS}(Q^2) \; . \tag{1.73}$$

Die QCD-Korrekturen ergeben sich mit der berechneten Nonsinglet-Koeffizientenfunktion $C_\mathrm{NS}(Q^2)$ lediglich als Faktor zu dem Wert der Summenregel im Quark-Parton-Model, d.h. in der Näherung $Q^2 \to \infty$.
Unter Berücksichtigung der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_\mathrm{s}^3)$ ergeben sich die folgenden Werte der Bjørken-Summenregel für verschiedene Q^2.

Q^2:	2 GeV^2	3 GeV^2	5 GeV^2	10 GeV^2	$Q^2 \to \infty$
$(\Gamma_1^{\mathrm{p}} - \Gamma_1^{\mathrm{n}})$:	0.171 ± 0.006	0.177 ± 0.004	0.182 ± 0.003	0.186 ± 0.003	0.210

Dagegen enthalten die Ausdrücke für Γ_1^{p} sowie für Γ_1^{n} skalenabhängige Partonverteilungen; entweder $\Delta\Sigma(Q^2)$ ($\overline{\mathrm{MS}}$-Schema) oder $\alpha_{\mathrm{s}}\Delta g(Q^2)$ (AB-Schema). In diesem Sinne stellen die Relationen (1.49) keine eigentlichen Summenregeln dar. Die dort angegebene Separation des Beitrages von Δs ist aufgrund der verschiedenen Entwicklungskoeffizienten für a_0 und a_8 nicht möglich.
Für die Bestimmung der Singlet-Kombination aus der Messung des ersten Moments der Proton- bzw. Neutron-Strukturfunktion ergibt sich

$$\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} = \frac{C_{\mathrm{NS}}(Q^2)}{12}\left(+(-) \mid g_{\mathrm{A}} \mid +\frac{1}{3}(3F - D)\right) + \frac{C_{\mathrm{S}}(Q^2)}{9}a_0(Q^2) \tag{1.74}$$

bzw.

$$\Gamma_1^{\mathrm{p(n)}} = \frac{C_{\mathrm{NS}}(Q^2)}{12}\left(+(-) \mid g_{\mathrm{A}} \mid +\frac{1}{3}(3F - D)\right) + \frac{C_{\mathrm{S}}^{\mathrm{inv}}(Q^2)}{9}a_0\,. \tag{1.75}$$

2. Das HERMES-Experiment

Das HERMES-Experiment wurde im Winter 1994/95 in der Experimentierhalle Ost des HERA-Speicherringes am DESY-Hamburg aufgebaut und begann im Jahre 1995 mit der Datennahme.
Die Analyse der polarisationsabhängigen tief inelastischen Streuung von Positronen (Elektronen) an Nukleonen ermöglicht die Bestimmung von Beiträgen verschiedener Konstituenten des Nukleons zum Gesamtspin. Diese Messungen erfordern einen longitudinal polarisierten Leptonstrahl und ein longitudinal oder transversal polarisiertes Target. Der Nachweis der gestreuten Leptonen und der erzeugten Teilchen erfolgt in einem offenen Dipol-Spektrometer.
Die Präzision der Messungen wird durch ihre statistische Genauigkeit und durch das Verständnis der Systematik des Experimentes bestimmt. Die statistische Genauigkeit ist durch den verfügbaren Strahlstrom, die Targetdichte und durch die totale Messzeit, gewichtet mit dem Produkt $w = (f\, P_{\mathrm{B}} P_{\mathrm{T}})$ aus Strahl- und Targetpolarisation und dem Verdünnungsfaktor f gegeben. Der Verdünnungsfaktor f ist die Anzahl der polarisierten Nukleonen, verglichen mit der Gesamtanzahl der Nukleonen im Target, und beträgt z.B. $f \simeq 0.13$ für Butanol. Das Produkt w wirkt linear auf den Fehler der gemessenen Asymmetrie und sollte daher maximiert werden.
Durch die Verwendung des Strahls eines Speicherringes können hohe Anfangsströme von bis zu 35 mA zur Verfügung gestellt werden. Am HERA-Elektronstrahl wurde erstmalig an einem Hochenergie-Speicherring eine longitudinale Polarisation mit Werten bis zu 70 % erreicht. Als Targetmaterial werden reine Gase verwendet, die im Gegensatz zu Festkörpertargets, wie zum Beispiel Butanol als Protontarget, keine Beimischungen unpolarisierten Materials enthalten. Dadurch werden mit Gastargets Verdünnungsfaktoren von $f \simeq 1$ erreicht. Um mit einem Gastarget eine hohe Dichte zu erreichen, wird die neuartige Technologie einer Speicherzelle verwendet, die, verglichen mit einem freien Atomstrahltarget, zu einer Erhöhung der Targetdichte um einen Faktor 100 führt. Zudem erlauben Gastargets eine schnelle Umkehrung der Spinausrichtung im Target, so dass durch eine häufige Änderung dieser Orientierung der systematische Fehler reduziert wird. Solange apparative Änderungen unkorreliert zum Wechsel der Spinausrichtung im Target sind oder über einen wesentlich größeren Zeitraum verlaufen, heben sich alle Ineffektivitäten durch die Bildung der Asymmetrie in erster Näherung auf.

Tabelle 2.1 enthält eine Zusammenstellung aller bisher durchgeführten Experimente zur Messung der polarisationsabhängigen tief inelastischen Streuung.

Experiment		Strahl		Target		$w = (f\ P_{\mathrm{B}} P_{\mathrm{T}})$	Referenz
SLAC							
E80	(1975)	16 GeV	e^-	Butanol	p	0.07	[E80-78]
E130	(1980)	16–23 GeV	e^-	Butanol	p	0.06	[E130-83]
E142	(1992)	19–26 GeV	e^-	^{3}He	n	0.01	[E142-96]
E143	(1993)	10–29 GeV	e^-	$^{15}NH_3$	p	0.09	[E143-98]
E143	(1993)	10–29 GeV	e^-	$^{15}ND_3$	d	0.05	[E143-98]
E154	(1995)	48 GeV	e^-	^{3}He	n	0.05	[E154-97]
E155	(1997)	39,48 GeV	e^-	^{15} NH_3	p	0.10	[E155-98]
E155	(1997)	39,48 GeV	e^-	^{6} LiD	d	0.03	[E155-99b]
CERN							
EMC	(1985)	100,200 GeV	μ^-	NH_3	p	0.08	[EMC 88]
SMC	(1992)	100 GeV	μ^+	Butanol	d	0.10	[SMC-93]
SMC	(1993)	190 GeV	μ^+	Butanol	p	0.09	[SMC-94]
SMC	(1994)	190 GeV	μ^+	Butanol	d	0.11	[SMC-95]
SMC	(1995)	190 GeV	μ^+	Butanol	d	0.10	[SMC-97]
SMC	(1996)	190 GeV	μ^+	NH_3	p	0.11	[SMC-98b]
DESY							
HERMES	(1995)	27.5 GeV	e^+	^{3}He	n	0.08	[Herm97-a]
HERMES	(1996)	27.5 GeV	e^+	^{1}H	p	0.40	[Brül97]
HERMES	(1997)	27.5 GeV	e^+	^{1}H	p	0.50	[Herm98-a]
HERMES	(1998)	27.5 GeV	e^-	^{1}D	d	0.50	
HERMES	(1999)	27.5 GeV	e^-	^{1}D	d		

Tabelle 2.1.: Zusammenstellung der Experimente am SLAC, CERN und am DESY zur Messung der polarisationsabhängigen tief inelastischen Streuung.

2.1. Der polarisierte Positronstrahl

Am HERA-Speicherring (**H**adron-**E**lektron-**R**ing-**A**nlage) wird durch Elektron-Proton-Streuung die Struktur des Protons untersucht. An zwei Kreuzungspunkten werden der Proton- und der Positronstrahl[1] mit Energien von 820 GeV bzw. 27.5 GeV zur Kollision gebracht. Die Experimente H1 und ZEUS bestimmen hier die innere Struktur des Protons bei Schwerpunktenergien von $\sqrt{s}$ = 300 GeV.
Beim HERA-B-Experiment werden durch Streuung der Halo-Teilchen des Protonstrahls

[1] In den Jahren 1995-1997 wurden aus technischen Gründen anstelle von Elektronen Positronen verwendet.

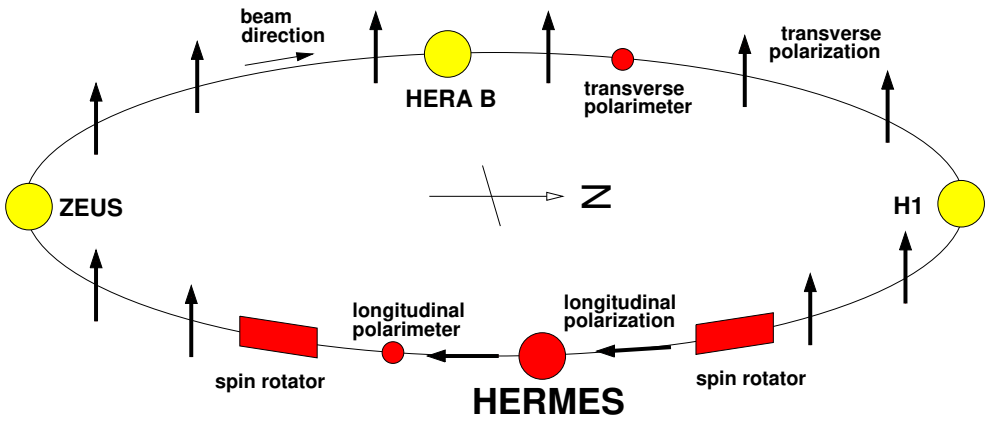

Abbildung 2.1.: HERA-Elektronringes zeigt die Lage der vier HERA-Experimente. Die Polarisation des Strahls ist durch Pfeile symbolisiert. Im Bereich des HERMES-Experimentes ermöglichen zwei Spinrotatoren die longitudinale Ausrichtung der Strahlpolarisation. Der Wert der Polarisation wird durch zwei Polarimeter bestimmt.

an einem Drahttarget B-Mesonen erzeugt und deren Symmetrieverhalten untersucht.
Erstmalig an einem Hochenergie-Speicherring wurde an der HERA-Anlage eine longitudinale Polarisation des Leptonstrahls erreicht; unabdingbare Vorraussetzung für die Untersuchung der spinabhängigen Struktur der Nukleonen. Der Protonstrahl ist derzeit nicht polarisiert. Das HERMES-Experiment verwendet daher ausschließlich den Positronstrahl sowie ein stationäres, polarisierbares Target (s. Abschnitt 2.2).
Die Positronen werden in etwa 180 Teilchenpaketen mit einem zeitlichen Abstand von 96 ns gespeichert. Eine typische Positronfüllung (*Fill*) hat eine Laufzeit von 8 Stunden mit einem maximalen Strom von 35 mA am Anfang und 5 mA zum Ende des Fills.

2.1.1. Polarisation im Speicherring

Beim Umlauf von Positronen bzw. Elektronen in einem Speicherring baut sich aufgrund der Emission von Synchrotronstrahlung eine transversale Polarisation auf. Der Abstrahlungsprozess enthält eine geringe, asymmetrische Spin-Umklappamplitude. Die Wahrscheinlichkeit für einen Umklappprozess mit Endzuständen parallel zum statischen Magnetfeld der Ablenkdipole ist etwa 25 mal größer als für Zustände mit entgegengesetzter Ausrichtung [Sokv64].
Der zeitliche Aufbau der Polarisation folgt einem Exponentialgesetz [Chao81]

$$P(t) = P_{\max}\left(1 - e^{-t/\tau}\right), \tag{2.1}$$

mit dem asymptotischen Maximalwert der Polarisation $P_{\max}$ und der Zeitkonstante τ

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\mathrm{p}}} + \frac{1}{\tau_{\mathrm{d}}}, \qquad P_{\max} = \frac{P_{\mathrm{p}}}{1 + \frac{\tau_{\mathrm{p}}}{\tau_{\mathrm{d}}}}. \tag{2.2}$$

In einem idealen, "flachen" Speicherring - ohne Verzerrungen der Magnetfelder und bei Abwesenheit horizontaler Dipolfelder - ist die Zeitkonstante $\tau_{\rm p}$ bestimmt durch die Strahlenergie E und den Krümmungsradius r des Speicherringes $\tau_{\rm p} \sim r^3/E^5$; für die HERA-Strahlenergie von E = 27.5 GeV ergibt sich $\tau_{\rm p}$ = 37 min. Der theoretische Maximalwert der Polarisation ist $P_{\rm p}$ = 92.4 %, unabhängig von der Geometrie des Ringes und der Strahlenergie. Die Zeitkonstante $\tau_{\rm d}$ charakterisiert depolarisierende Effekte im realen Speicherring, die zu einem schnelleren Erreichen des Gleichgewichtes bei einem geringeren Polarisationswert $P_{\rm max} < P_{\rm p}$ führen.
Die dominierenden depolarisierenden Effekte sind Spindiffusion und das Auftreten depolarisierender Resonanzen. Die Aussendung von Synchrotronstrahlung regt Oszillationen der Strahlteilchen an, die eine Präzession der Spins um die Vertikale bewirken. Aufgrund des stochastischen Verhaltens der Photoemission bewirkt der Anregungsprozess eine Diffusion der Spins und somit ein Depolarisierung. Spin-Diffusion ist besonders stark, wenn die Oszillationen des Polarisationsvektors in Resonanz mit den Anregungsfrequenzen der Magnetfelder liegen. Beide Prozesse können beeinflusst und damit die transversale Polarisation optimiert werden. Dies geschieht durch empirische Orbit-Korrekturen (*harmonic spin orbit correction scheme*) unter Verwendung zusätzlicher vertikaler Magnete sowie durch Feineinstellung und Nachführung der Strahlenergie [Barb94].
Die für die am HERMES-Experiment bisher durchgeführten Messungen erforderliche longitudinale Strahlpolarisation wird durch Spinrotatoren erreicht, die vor und hinter dem Wechselwirkungspunkt im Positronring installiert sind. Jeder Spinrotator besteht aus einer Anordnung vertikaler und horizontaler Dipolmagnete über eine Länge von je 56 Metern.
Die Präzession des Spinvektors $\Delta\phi_{\rm spin}$ im homogenen Magnetfeld, definiert relativ zum Orbit, ist gegeben durch [Thom27],[BMT 59]

$$\Delta\phi_{\rm spin} \;=\; a\gamma\,\Delta\phi_{\rm orbit}\,, \tag{2.3}$$

mit dem Lorentz-Faktor γ, der gyromagnetischen Anomalie a sowie der azimutalen Orbit-Änderung $\Delta\phi_{\rm orbit}$. Im relativistischen Bereich werden kleine Änderungen des Orbits durch $a\gamma$ zu großen Änderungen des Präzessionswinkels verstärkt, wie Abbildung 2.2 verdeutlicht. Das Produkt $a\gamma$, auch als *spin tune* bezeichnet, beträgt 62.8 für die HERA-Strahlenergie von 27.5 GeV. Eine vertikale Auslenkung des Strahls von etwa 20 cm bewirkt die Drehung des Spinvektors um 90°. Da Drehungen nicht kommutieren, kann mit Hilfe der Dipolmagnete die Richtung des Spinvektors um 90° ohne Änderung der Position und der Richtung des Strahls am Wechselwirkungspunkt rotiert werden.
Die Helizität der Positronen am Wechselwirkungspunkt kann durch entgegengesetzte vertikale Auslenkung des Strahls, d.h. durch Umpolung der Spinrotatoren, invertiert werden. Die Messungen im Jahr 1997 wurden sowohl mit positiver als auch mit negativer Strahl-Helizität durchgeführt.
Mit dem Einsatz der Spinrotatoren wurde am HERA-Ring erstmalig in einem Hochenergiespeicherring eine longitudinale Polarisation des Strahls von bis zu 70 % erreicht.

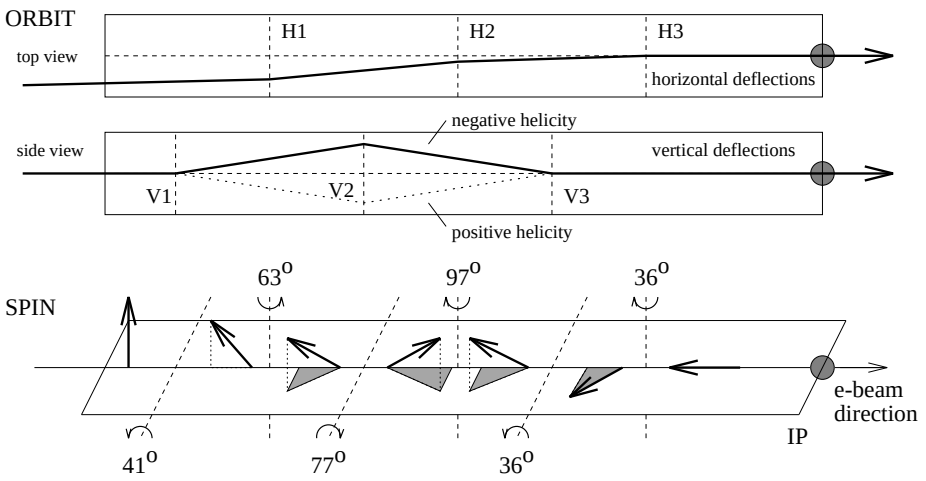

Abbildung 2.2.: Die schematische Darstellung der Spinrotatoren, bestehend aus horizontalen und vertikalen Dipolmagneten H_i, V_i, zeigt die der vertikalen Strahlauslenkung entsprechenden Präzessionswinkel des Spinvektors. Aufgrund der relativistischen Strahlenergie ist die Spin-Präzession um einen Faktor 62.8 größer als die orbitale Auslenkung, so dass bereits kleine Änderungen der Strahllage eine Rotation des Spinvektors um 90 ° bewirken können.

2.1.2. Polarisationsmessung

Die Polarisation des Strahls wird durch zwei Compton-Polarimeter bestimmt; eines misst die transversale und das andere die longitudinale Polarisation (siehe Abbildung 2.1). Bei beiden Polarimetern beruht das Messprinzip auf dem Nachweis einer Asymmetrie des spinabhängigen Compton-Wirkungsquerschnitts der Streuung zirkular polarisierter Photonen an transversal bzw. longitudinal polarisierten Positronen.
Das transversale Polarimeter ist seit 1994 im Routine-Betrieb. Das longitudinale Polarimeter wurde 1996 im Bereich zwischen den Spinrotatoren installiert und in Betrieb genommen. Da der Grad der Polarisation durch die Spinrotatoren nicht verändert wird, sollten beide Polarimeter den gleichen Betrag der Polarisation messen.

Compton-Streuung

Im Polarimeter-Koordinatensystem[2] bewegt sich das einlaufende Photon in z-Richtung, entgegen der Bewegungsrichtung der Positronen; die y-Achse steht senkrecht zur Ebene des Speicherringes und x zeigt nach innen, dem Ringzentrum zugewandt.
Der differentielle Compton-Streuquerschnitt in Abhängigkeit von der anfänglichen Positron- und Photonpolarisation ergibt sich, nach der Summation über die horizontale Kom-

[2]Im Unterschied zum HERMES-Koordinatensystem, in dem z in die Bewegungsrichtung des Positrons zeigt und somit x dem Ringzentrum abgewandt ist.

ponente x, zu [Barb93]

$$\frac{d\sigma_{\mathrm{c}}}{d\Omega}(\mathbf{S},\mathbf{P}) \;=\; C \cdot \left[\Sigma_0 \;+\; S_1\Sigma_1 \;+\; S_3(P_{\mathrm{y}}\Sigma_{2\mathrm{y}} \;+\; P_{\mathrm{z}}\Sigma_{2\mathrm{z}})\right], \tag{2.4}$$

mit der linearen und zirkularen Komponente S_1 und S_3 der Photonpolarisation sowie der vertikalen bzw. longitudinalen Komponente $P_{\mathrm{y}}, P_{\mathrm{z}}$ der Positronpolarisation. Der Faktor $C = 0.5 r_0^2 k_f^2 k_i^{-2}$ ist abhängig vom Photonimpuls k_i, k_f des Anfangs- und Endzustandes, gemessen im Ruhesystem des Positrons sowie vom klassischen Elektronenradius r_0. Σ_0 ist der unpolarisierte Streuquerschnitt, Σ_1 und $\Sigma_{2\mathrm{y}}$ sind abhängig vom Azimutwinkel ϕ und ermöglichen die Messung der transversalen sowie $\Sigma_{2\mathrm{z}}$ die der longitudinalen Positronpolarisation.

Messung der transversalen Strahlpolarisation

Die vertikale Komponente der Strahlpolarisation wird mit dem transversalen Compton-Polarimeter unter Anwendung der Einzelphoton-Methode gemessen. Laserlicht der Wellenlänge 514 nm wird unter einem kleinen Winkel gegen den Positronstrahl gerichtet, und die Energie E_γ sowie die vertikale Position y der rückgestreuten Photonen werden in einem energie- und ortssensitiven Kalorimeter nachgewiesen. Die Strahlpolarisation P_{y} ergibt sich aus der Differenz Δy der Mittelwerte $\langle y \rangle$ der Ortsverteilungen der gestreuten Photonen für links und rechts zirkular polarisiertes Licht

$$\Delta y(E_\gamma) \;=\; \frac{\langle y \rangle_{\mathrm{L}} - \langle y \rangle_{\mathrm{R}}}{2} \;=\; P_{\mathrm{y}}\, \Delta S_3\, \Pi_\gamma(E_\gamma)\,. \tag{2.5}$$

ΔS_3 beschreibt den Grad der zirkularen Polarisation des Laserlichts und $\Pi_\gamma(E_\gamma)$ ist die Analysierstärke [Barb93]. Der Betrieb des Polarimeters im Einzelphoton-Modus erlaubt die Selektion eines Energiebereiches der nachgewiesenen Photonen, für den die Analysierstärke maximal wird. Der Maximalwert der Analysierstärke ist $\Pi_\gamma(E_\gamma$ = 8.0 GeV) = 180 μm und entspricht der gemessenen Differenz Δy, wenn $\Delta S_3 P_{\mathrm{y}}$ = 1 gilt. Die gleichzeitige Messung der Energie der Photonen im Kalorimeter ermöglicht die absolute Kalibration des Polarimeters mit Hilfe der bekannten Energieabhängigkeit des Compton-Streuquerschnittes.
Die Polarisationsmessung erfolgt kontinuierlich und liefert pro Minute einen Messwert mit einer statistischen Genauigkeit von 1-2 %, abnehmend mit fallendem Strahlstrom.
Die absolute Kalibration des Polarimeters dominiert den systematischen Fehler der Polarisationsmessung. Eine unabhängige Methode zur Bestimmung der Polarisationsskala besteht in der Auswertung der Anstiegskurven des Polarisationsaufbaus. Da die Zeitkonstante mit dem Maximalwert P_{max} skaliert, kann dieser mit Hilfe der aktuell beobachteten Zeitkonstante τ betimmt werden

$$P_{\mathrm{max}} \;=\; \frac{P_{\mathrm{p}}}{\tau_{\mathrm{p}}}\,\tau\,. \tag{2.6}$$

P_{p} und τ_{p} sind die theoretisch maximal erreichbare Polarisation von 92.4 % und die entsprechende Zeitkonstante von 37 min bei HERA - siehe Gleichung (2.2). Diese Messungen

sind unabhängig von depolarisierenden Effekten, verlangen aber ein stabiles Verhalten des Positronspeicherringes über den gesamten Messzeitraum. Sie ergeben eine systematische Unsicherheit von 3.3 % für die absolute Kalibration des Polarimeters. Zusätzliche Unsicherheiten in der Bestimmung der Polarisation des Laserlichtes und in der Kalibration des Kalorimeters von 0.8 % addieren sich quadratisch zu einer relativen Gesamtunsicherheit von 3.4 % in der Bestimmung der transversalen Strahlpolarisation.
Für die in dieser Arbeit beschriebene Analyse der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} wurden vorwiegend die Polarisationsmesswerte des transversalen Polarimeters verwendet.

Messung der longitudinalen Strahlpolarisation

Im Gegensatz zur Messung einer kleinen räumlichen Asymmetrie beim transversalen Polarimeter beruht die Messung der longitudinalen Polarisation auf dem Nachweis einer großen Asymmetrie in den Energieverteilungen der rückwärts gestreuten Photonen

$$\mathcal{A}(E_\gamma) \;=\; \Delta S_3 P_{\mathrm{z}} \Sigma_{2\mathrm{z}}\,, \tag{2.7}$$

mit den Bezeichnungen aus Gleichung (2.4). Aufgrund des hohen Untergrundes im Bereich des longitudinalen Polarimeters durch im HERMES-Gastarget erzeugte Bremsstrahlung, arbeitet das Polarimeter unter Verwendung eines gepulsten Hochleistungslasers im Multi-Photon Modus. Der Compton-Streuprozess ist dann dominant gegen den Untergrund und eine hohe statistische Genauigkeit kann während kurzer Messzeiten erreicht werden, mit beispielsweise einem statistischen Fehler von 1 % für eine Messzeit von 40 s.
Die absolute Kalibration des Polarimeters erfolgt ebenfalls durch die Messung der Anstiegskurven der Polarisation entsprechend Gleichung (2.6), wobei im Zähler ein zusätzlicher Faktor $(1+\delta)$ auftritt. Dieser berücksichtigt depolarisierende Effekte aufgrund der Messung mit aktivierten Spinrotatoren und muss experimentell bestimmt werden. Die Korrektur beträgt für das longitudinale Polarimeter einige Prozent. Unter Berücksichtigung eines weiteren, empirischen Faktors von 20 %, dessen Ursprung gegenwärtig noch untersucht wird, liefern beide Polarimeter einen konsistenten Verlauf der Polarisationswerte über der Zeit.
Zusätzlich zur Skalenunsicherheit ist, wie beim transversalen Polarimeter, die systematische Unsicherheit in der Bestimmung der Polarisation des Laserlichtes relevant sowie ein systematischer Beitrag aufgrund der Abhängigkeit der Messung von der Luminosität.
Die longitudinale Stahlpolarisation für das Jahr 1997 konnte mit einer relativen systematischen Genauigkeit von 4.3 % bestimmt werden. Diese Werte werden für etwa 12 % der Daten, für die keine Messungen mit dem transversalen Polarimeter verfügbar sind, in der vorliegenden Analyse benutzt.

Interpolation der Polarisationsmessung

Die pro Minute gemessenen und kalibrierten Polarisationswerte werden für Perioden mit kontinuierlichen Strahlbedingungen durch Anpassung kubischer Spline-Funktionen geglättet. Zum einen werden damit unphysikalische Fluktuationen ausgeglichen, zum

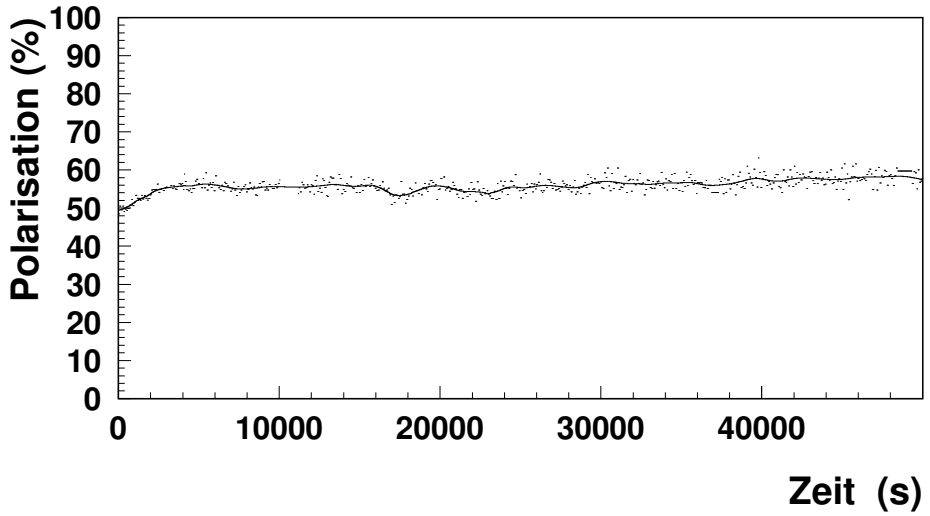

Abbildung 2.3.: Die gemessenen Werte der Strahlpolarisation für einen beliebig ausgewählten Fill; der Anfangspunkt der Zeitskala ist willkürlich gewählt. Die Linie gibt die durch Interpolation bestimmten Messwerte wieder (siehe Text). Der Zeitbereich (um 12000 s) in dem keine Messwerte verfügbar sind, wurde durch die Interpolation überbrückt, da die Messwerte vor bzw. nach der Lücke stabil sind und der betrachtete Zeitbereich kleiner als die Zeitkonstante des Polarisationsaufbaus ist, so dass ein tatsächlicher Polarisationsverlust ausgeschlossenen werden kann.

anderen Messwerte für Zeitbereiche, in denen aufgrund von Kalibrationsmessungen keine Polarisationswerte vorliegen, zur Verfügung gestellt. Die im Verhältnis zur Messzeit große Zeitkonstante des Aufbaus sowie der berechenbare Maximalwert der Polarisation ermöglichen die Identifizierung und den Ausschluss stark fluktuierender Messwerte bzw. die Bestimmung eines tatsächlichen Polarisationsverlustes.
Während der Datennahme durchgeführte Messungen zur Positions- und Energiekalibrierung des Kalorimeters erzeugen Lücken in den über der Zeit verfügbaren Polarisationswerten. Diese werden durch geglättete Werte überbrückt, wenn die Polarisation vor und nach den Kalibrationsmessungen stabil ist.
Die über das Jahr 1997 gemittelte Polarisation beträgt $(55 \pm 6.2)\,\%$. Die zusätzliche systematische Unsicherheit der mit dem longitudinalen Polarimeter bestimmten Polarisationswerte wird entsprechend Abschitt 4.5.1 bei der Mittelung der Datenperioden berücksichtigt. Der statistische Fehler der Polarisationsmessung kann, insbesondere aufgrund der Verwendung der geglätteten Werte für die Analyse, vernachlässigt werden.

2.2. Das polarisierte Target

Das polarisierte Protontarget wird durch die Injektion eines nuklear-polarisierten atomaren Wasserstoffstrahls in eine röhrenförmige Speicherzelle gebildet, welche koaxial im Positronstrahlrohr montiert ist (siehe Abbildung 2.4). Atomarer Wasserstoff wird in einer

Atomstrahlquelle (ABS-**A**tomic **B**eam **S**ource) erzeugt, zu einem Strahl hoher Intensität fokussiert und durch Stern-Gerlach-Separation im inhomogenen Feld von Sechspolmagneten sowie nachfolgendem Austausch der Besetzungszustände durch Hochfrequenzübergänge (RFT-**R**adio **F**requenz **T**ransition) polarisiert. Ein statisches Magnetfeld parallel zum Positronstrahl definiert die Quantisierungsachse für die Proton- und Elektronspins im Targetatom. Die Speicherzelle verdichtet das Targetgas nahe der Achse des umlaufenden Positronstrahls und erhöht dadurch die Wahrscheinlichkeit für eine Positron-Proton Wechselwirkung um zwei Größenordnungen verglichen mit einem freien Atomstrahltarget. Vom Zentrum der Zelle wird eine Gasprobe extrahiert, deren atomare Zusammensetzung im Targetgas-Analysator (TGA-**T**arget **G**as **A**nalyser) sowie die Proton- und Elektronpolarisation im **B**reit-**R**abi-**P**olarimeter (BRP) gemessen wird.

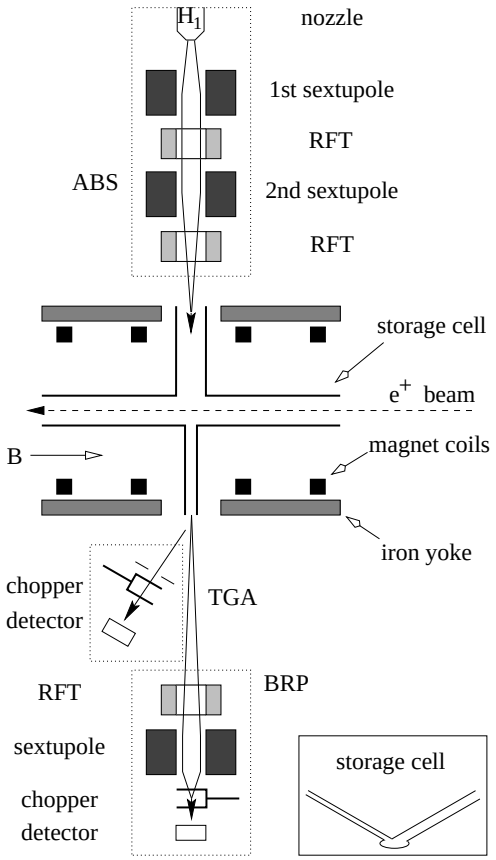

Abbildung 2.4.: Die schematische Darstellung des HERMES-Wasserstofftargets zeigt (von oben nach unten) die ABS, die einen nuklear-polarisierten Atomstrahl bereitstellt, welcher in die Speicherzelle injiziert wird. Magnetspulen erzeugen ein Haltefeld parallel zum Positronstrahl. Detektoren messen die Zusammensetzung (TGA) einer aus der Zelle extrahierten Gasprobe sowie deren Proton- und Elektronpolarisation (BRP). Der Einsatz zeigt den Querschnitt der Speicherzelle an ihrem Zentralpunkt.

2.2.1. Die Speicherzelle

Die Speicherzelle besteht aus einer 40 cm langen, an den Enden offenen Röhre mit einem elliptischen Querschnitt von $9.8 \times 29\,\mathrm{mm}^2$, die sich innerhalb einer Targetkammer im Vakuum des Positronstrahls befindet. Um die Vielfachstreuung der austretenden Teilchen zu minimieren, besteht die Zelle aus 75 μm dünnem hochreinem Aluminium. In die Akzeptanz des Spektrometers gestreute Teilchen verlassen die Targetkammer durch ein 300 μm dünnes Austrittsfenster aus rostfreiem Stahl. Aufgrund des geringen Querschnitts der Zelle und einer Kühlung auf 100 K zur Erhöhung der Aufenthaltsdauer der Gasatome in der Zelle wird eine durchschnittliche Targetflächendichte von 7.6×10^{13} Atomen/cm^2 erreicht. Das statische Magnetfeld eines supraleitenden Solenoiden von etwa 335 mT definiert die Quantisierungsachse für die Protonspins der Targetgasatome parallel zur Positronstrahlachse und entkoppelt Proton- und Elektronspins. Die Feldstärke ist so gewählt, dass keine durch das elektromagnetische Feld der Positronpakete hervorgerufenen depolarisierenden Resonanzen auftreten [Herm98-T].
Der polarisierte Gasstrahl wird durch eine seitliche Röhre in die Mitte der Speicherzelle injiziert und diffundiert unter mehreren hundert Wandstößen bis zum Ende der Zelle, wo das Gas durch ein mehrstufiges Pumpsystem aus dem Vakuum entfernt wird. Entlang der Strahlachse ergibt sich so eine dreiecksförmige Dichteverteilung des Targetgases.
Aufgrund depolarisierender Effekte in der Zelle ist die Polarisation der Protonen im Target geringer als im injizierten Atomstrahl. Depolarisierend wirken Spinaustauschstöße der Targetatome untereinander sowie Stöße der Targetatome mit den Wänden der Speicherzelle. Letztere sind zudem die dominante Quelle für Rekombinationen, die zu einer Änderung des atomaren Anteils im Targetgas führen. Zur Minimierung der depolarisierenden Effekte aufgrund von Wandstößen der Targetatome ist die Speicherzelle mit einer speziellen Beschichtung (Drifilm) versehen [Brau95]. Rekombinationen werden zusätzlich verringert durch die Adsorption von Wasser auf der Zelloberfläche unter normalen Betriebsbedingungen [Kols98].
Durch eine zweite, seitlich im Zentrum der Speicherzelle angebrachte Röhre gelangt ein Teil des Targetgases in die Detektoren zur Bestimmung der Gaszusammensetzung und der Polarisation.

2.2.2. Polarisation des Wasserstoff-Targets

Die Polarisation der Wasserstoffatome in der Atomstrahlquelle basiert auf der Hyperfeinaufspaltung von Wasserstoff in Abhängigkeit von einem äußeren Magnetfeld, wie in Abbildung 2.5 dargestellt. Diese Aufspaltung wird mit dem Breit-Rabi-Polarimeter vollständig aufgelöst, d.h. sowohl die Kern- als auch die Elektronenpolarisation können gemessen werden.
In der Atomstrahlquelle wird molekularer Wasserstoff durch Plasmaentladungen dissoziiert. Kollimatoren und ein mehrstufiges Pumpsystem fokussieren die Wassertoffatome zu einem Strahl hoher Intensität, der ein System von Sechspolmagneten passiert. Durch die Wahl dieses inhomogenen Magnetfeldes werden die Zustände mit der magnetischen

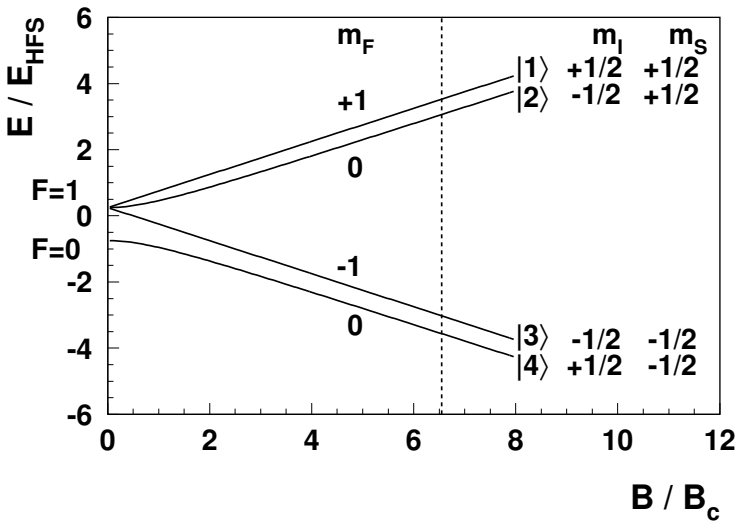

Abbildung 2.5.: Das Diagramm zeigt die Hyperfeinaufspaltung (HFS) von Wasserstoffatomen im Grundzustand in einem äußeren Magnetfeld. Die Energieniveaus $|i\rangle$, bezogen auf die Hyperfeinaufspaltungsenergie ohne äußeres Feld $E_{HFS} = 5.87 \cdot 10^{-6}$ eV, sind in Abhängigkeit von der Feldstärke dargestellt, gemessen in Einheiten des kritischen Magnetfeldes B_c = 50.7 mT. Hier sind m_I und m_S die magnetischen Quantenzahlen von Kern- und Elektronspin und m_F die magnetische Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses F. Die vertikale gestrichelte Linie makiert den Wert des magnetischen Haltefeldes

Quantenzahl des Elektronenspins $m_S = -1/2$ durch die Beschleunigung in Richtung des Feldgradienten von der Achse weggelenkt und aus dem Atomstrahl entfernt, siehe Abbildung 2.5. Die Zustände mit $m_S = +1/2$ werden entgegen dem Feldgradienten beschleunigt und auf die Achse des Magneten fokussiert. Der erhaltene Atomstrahl weist somit eine hohe positive Elektronenpolarisation auf. Diese Polarisation wird durch adiabatische Hochfrequenzübergänge, die eine nahezu vollständige Umbesetzung innerhalb der Hyperfeinstruktur bewirken, auf die Protonen übertragen.
Wird nachfolgend ein Austausch der Besetzung der Zustände $|2\rangle$ und $|4\rangle$ in den Hochfrequenzübergängen induziert, erhält man einen Atomstrahl mit hoher positiver Protonpolarisation, da der fokussierte Strahl nun überwiegend die Zustände $|1\rangle$ und $|4\rangle$ enthält. Entsprechend wird ein Strahl negativer Protonpolarisation durch den Austausch der Besetzung der Zustände $|1\rangle$ und $|3\rangle$ erzeugt. Das Vorzeichen der Polarisation kann durch die Auswahl des entsprechenden Hochfrequenzüberganges mit einer Umschaltzeit von etwa 1 s umgekehrt werden. Während der Messungen wurde alle 60 s der Spinzustand des Targets eingestellt, wobei die Reihenfolge benachbarter Zustände zufällig gewählt wurde.

2.2.3. Polarisationsmessung

Neben der Protonpolarisation der Atome trägt auch die Protonpolarisation von Molekülen, welche im Innern der Zelle durch Rekombination des atomaren Wasserstoffs entstehen, zur mittleren Targetpolarisation bei. Diese Moleküle aus der Rekombination sowie

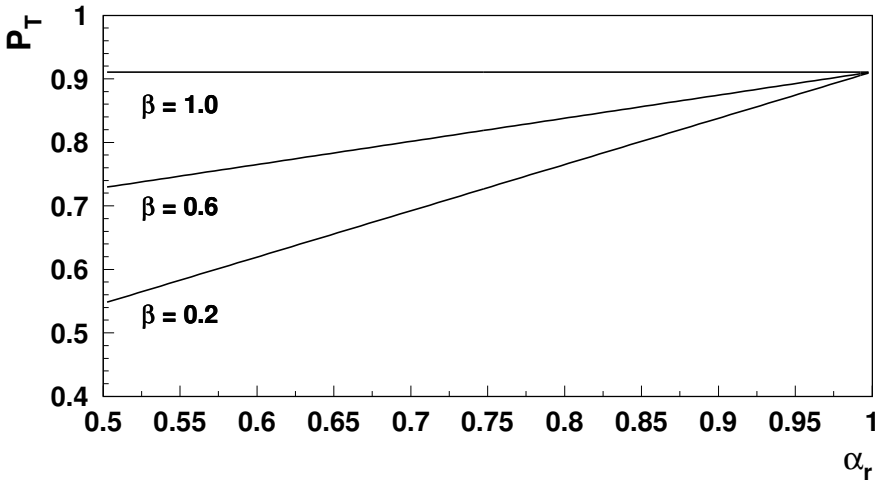

Abbildung 2.6.: Die Abhängigkeit der Targetpolarisation P_{T} vom Grad der Dissoziation α_{r}, berechnet für verschiedene Werte der Protonpolarisation β in den durch Rekombination entstandenen Molekülen.

unpolarisierte Moleküle des Restgases in der Targetkammer wie auch undissoziierte Moleküle, die aus der ABS in die Zelle gelangen, liefern einen Beitrag zur aktuell vorhandenen Zusammensetzung des Targetgases. Die Bestimmung des atomaren Anteils, also des Dissoziationsgrades α im Gassample, erfolgt im Targetgas-Analysator. Der TGA misst die relativen Flüsse Φ atomaren und molekularen Wasserstoffs durch die Speicherzelle durch Ionisation in einem Vierpol-Massenspektrometer

$$\alpha = \frac{\Phi_{\mathrm{H}}}{\Phi_{\mathrm{H}} + \Phi_{\mathrm{H_2}}} . \tag{2.8}$$

Die Proton- und Elektronpolarisation der Atome im Gassample wird mit einem Breit-Rabi-Polarimeter bestimmt. Der Aufbau des Polarimeters entspricht einer Umkehrung der Atomstrahlquelle. Der Samplestrahl passiert zunächst einen Bereich mit einzeln schaltbaren adiabatischen Hochfrequenzübergängen, die einen vollständigen Austausch der Besetzung zweier Hyperfeinzustände ermöglichen. Im nachfolgenden Sechspolmagnetsystem werden Zustände negativer Elektronenspinprojektion defokussiert und aus dem Strahl entfernt. Die positiven Zustände werden in den Atomstrahldetektor fokussiert und mit einem Vierpol-Massenspektrometer nachgewiesen. Aus der Intensitätsänderung beim Zu- und Abschalten der verschiedenen Hyperfeinzustände lassen sich die relativen Besetzungszahlen der einzelnen Zustände bestimmen. Die Besetzungszahlen legen die Proton- und Elektronpolarisation eindeutig fest.
Die Messungen erfolgen kontinuierlich mit einer statistischen Genauigkeit von 2 % für eine Messzeit von 60 s.

Die Targetpolarisation

Für die Berechnung der Targetpolarisation P_{T} im Innern der Speicherzelle müssen neben der im BRP gemessenen Protonpolarisation der Atome $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$ der Dissoziationsgrad α_{r}

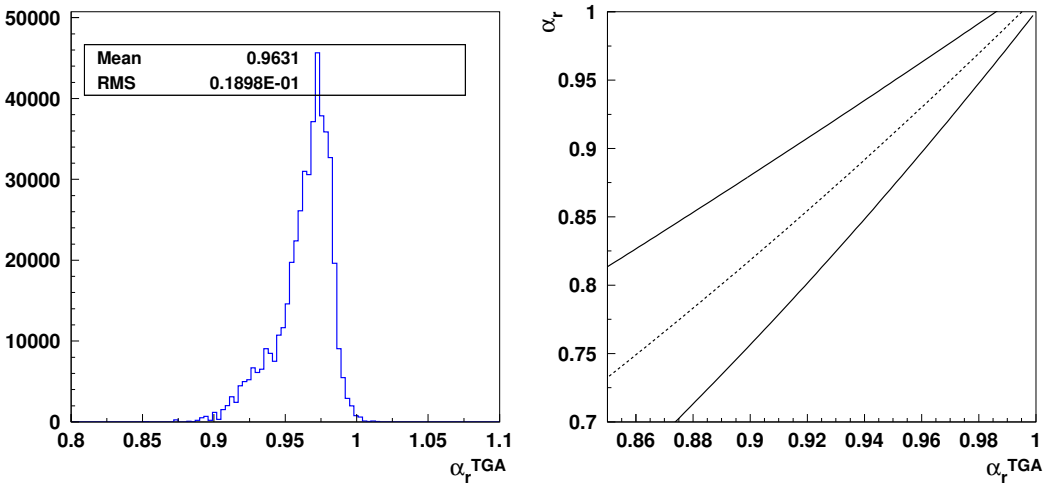

Abbildung 2.7.: Die linke Verteilung zeigt den mit dem TGA über den gesamten Messzeitraum bestimmten Grad der Dissoziation $\alpha_{\mathrm{r}}^{\mathrm{TGA}}$. In der rechten Abbildung ist der durch die untere und obere Grenze der Sample-Korrekturen vorgegebene Bereich für α_{r} in der Speicherzelle wiedergegeben. Für die Berechnung der Targetpolarisation wurde der Mittelwert der Korrekturen (gestrichelte Linie) zur Bestimmung von α_{r} aus den TGA Messungen benutzt.

und der mögliche Polarisationsgrad der Moleküle β bestimmt werden [Kols98]

$$P_{\mathrm{T}} \;=\; \alpha_0 \left[\, \alpha_{\mathrm{r}} + (1-\alpha_{\mathrm{r}})\beta \,\right] P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}} \,. \tag{2.9}$$

Der über das Jahr 1997 gemittelte Wert für $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$ beträgt 0.92 ± 0.03. Der Anteil an Protonen durch den Eintrag undissoziierter Moleküle aus der ABS in die Zelle sowie aus dem Restgas im Vakuumsystem wird durch $(1-\alpha_0)$, mit einem mittleren Wert von $\alpha_0 = 0.99 \pm 0.01$, beschrieben. Diese Protonen sind unpolarisiert. Ein weiterer Anteil an Molekülen in der Speicherzelle $(1-\alpha_{\mathrm{r}})$ entsteht durch Rekombination mit einem möglichen Polarisationsgrad β, dem Verhältnis der Protonpolarisation in den Molekülen zur Protonpolarisation in den Atomen. Der mittlere Wert von α_{r} für das Jahr 1997 beträgt 0.93 ± 0.04. Die Größe β kann unter den im Experiment gegebenen Bedingungen nicht direkt gemessen werden. Daher wurden spezielle Messungen mit hoher Rekombinationsrate, die durch eine Erhöhung der Zelltemperatur auf 260 K und einer damit verbundenen Modifizierung der Zelloberfläche eingestellt werden kann, durchgeführt. Unter der Annahme dass die Spinflip-Wahrscheinlichkeiten unabhängig von der Temperatur sind, wurde ein Bereich von $0.2 \leq \beta \leq 1.0$ aus der Beziehung zwischen der Targetpolarisation und der entsprechenden Asymmetrie des inklusiven Streuquerschnittes $A_{||}$ für die normale Betriebstemperatur von 100 K ermittelt [Kols98].

Sample-Korrekturen

Der Dissoziationsgrad α_{r} und die atomare Protonpolarisation $P_{\mathrm{T}}^{\mathrm{Atom}}$ in der Speicherzelle sind im Allgemeinen verschieden von den im TGA bzw. im BRP gemessenen Wer-

ten $\alpha_{\rm r}^{\rm TGA}$ und $P_{\rm BRP}^{\rm Atom}$. Sowohl die Targetpolarisation als auch der Dissoziationsgrad sind abhängig von der Rekombination und der Relaxation, welche vorwiegend durch Wandstöße der Atome hervorgerufen werden. Die Atome, die durch das Sample-Rohr zur Analyse gelangen, unterscheiden sich in ihrer Aufenthaltsdauer von den Atomen innerhalb der Zelle. Dieses wird berücksichtigt durch die Bestimmung der Dichteverteilung der Nukleonen innerhalb der Zelle und die Bestimmung der Sensitivität der Analysatoren (TGA, BRP) auf die einzelnen Bereiche der Speicherzelle aus Simulationsrechnungen. Zudem müssen mögliche Unterschiede der Rekombinations- und Relaxationsraten in der Zelle und im Sample-Rohr und durch Inhomogenitäten der Zelloberfläche berücksichtigt werden. Die Bestimmung der für die Speicherzelle relevanten Werte aus den gemessenen Größen durch die Anwendung von Sample-Korrekturfaktoren [Baum98]

$$\alpha_{\rm r} \;=\; c_\alpha(\alpha_{\rm r}^{\rm TGA}) \cdot \alpha_{\rm r}^{\rm TGA} \qquad P_{\rm T}^{\rm Atom} \;=\; c_P(P_{\rm BRP}^{\rm Atom}) \cdot P_{\rm BRP}^{\rm Atom}\,, \tag{2.10}$$

die vom Wert der jeweils gemessenen Größe selbst abhängen. Der Bereich dieser Korrektur ist für $\alpha_{\rm r}$ in Abbildung 2.7 durch die Angabe des oberen und unteren Limits dargestellt. Für die Berechnung des Wertes von $\alpha_{\rm r}$ in der Zelle wurde eine mittlere Korrektur aus den beiden Grenzwerten (gestrichelte Linie) angewendet. Die Sample-Korrektur für die BRP Messung ist $c_P \approx 1$ innerhalb der systematischen Genauigkeit der Polarisationsmessung von 0.03.

Systematische Unsicherheit der Polarisationsmessung

Die systematische Unsicherheit der nach Gleichung (2.9) berechneten Targetpolarisation setzt sich zusammen aus dem Beitrag $\Delta P_{\rm T}(\alpha_{\rm r},\beta)$ aufgrund der Unsicherheit in der Kenntnis der Sample-Korrekturen und des Wertes von β sowie aus dem Beitrag der Kalibration des Breit-Rabi-Polarimeters und Targetgasanalysators $\Delta P_{\rm T}(\alpha_0, P_{\rm T}^{\rm Atom})$

$$\begin{aligned}
\Delta P_{\rm T}(\alpha_{\rm r},\beta) &= \left[\, \left((1-\alpha_{\rm r})\,\Delta\beta\right)^2 + \left((1-\beta)\,\Delta\alpha_{\rm r}\right)^2 \,\right]^{1/2}\; \alpha_0 P_{\rm T}^{\rm A} \\
\Delta P_{\rm T}(\alpha_0, P_{\rm T}^{\rm A}) &= \left[\, \left(P_{\rm T}^{\rm A}\,\Delta\alpha_0\right)^2 + \left(\alpha_0\,\Delta P_{\rm T}^{\rm A}\right)^2 \,\right]^{1/2} \cdot \left(\, \alpha_{\rm r} + (1-\alpha_{\rm r})\beta \,\right)\;.
\end{aligned}$$

Für die Berechnung dieser Beiträge wurden die folgenden Werte benutzt

$$\begin{aligned}
P_{\rm T}^{\rm Atom} &= 0.92 \;\pm\; 0.03 \\
\alpha_0 &= 0.99 \;\pm\; 0.01 \\
\alpha_{\rm r} &= 0.93 \;\pm\; 0.04 \\
\beta &= 0.60 \;\pm\; 0.40\,.
\end{aligned}$$

Die Unsicherheit in der Bestimmung von $\alpha_{\rm r}$ wurde aus den oberen und unteren Grenzwerten der Sample-Korrektur für die im TGA gemessenen Werte ermittelt.
Die einzelnen Beiträge $\Delta P_{\rm T}(\alpha_{\rm r},\beta)$ = 3.3 % und $\Delta P_{\rm T}(\alpha_0, P_{\rm T}^{\rm Atom})$ = 3.4 % ergeben, quadratisch addiert, eine relative systematische Unsicherheit in der Messung der Targetpolarisation von 4.7 %.

Unter Anwendung der Sample-Korrekturen erhält man aus Gleichung (2.9) mit einem Wert von β = 0.6 eine mittlere Targetpolarisation von $P_{\rm T}$ = 0.88 $\pm$ 0.04 für das Jahr 1997.

2.3. Spektrometer

Der Aufbau des Spektrometers folgt der für Festtargetexperimente durch die Streuung in Vorwärtsrichtung gegebenen Anordnung (siehe Abbildung 2.8). Im rechtshändigen HERMES-Koordinatensystem zeigt die z-Achse in Positronstrahlrichtung, die y-Achse vertikal nach oben und folglich die x-Achse, in Strahlrichtung gesehen, nach links (dem HERA-Ringzentrum abgewandt).
Für die HERMES-Messungen wird nur der Positronstrahl der HERA-Speicherring-Anlage verwendet; die Protonstrahlröhre wurde horizontal um 72 cm versetzt. Beide Strahlröhren durchqueren das Zentrum des Spektrometermagneten und teilen das Spektrometer horizontal in identische Hälften. Die maximale integrierte Flussdichte des Magneten beträgt 1.3 Tm. Gegen das Magnetfeld sind die Strahlröhren durch ein horizontales Stahlseptum sowie durch Kompensationsspulen abgeschirmt. Das Septum begrenzt die vertikale Akzeptanz des Spektrometers auf minimale Streuwinkel von 40 mrad. Der Maximalbereich der Winkelakzeptanz von vertikal ± 140 mrad und horizontal ± 170 mrad, mit einer Erweiterung in der Horizontalen auf ± 270 mrad im Bereich hinter dem Magneten ermöglicht die vollständige Rekonstruktion der Teilchen mit Impulsen >2 GeV.
Ein zweistufiges Kollimatorsystem schützt die Targetzelle und das Spektrometer vor der in den Ablenkdipolen des Ringes erzeugten Synchrotronstrahlung und vor dem Strahl-Halo.
Eine ausführliche Beschreibung des Spektrometers wird in [Herm98-S] gegeben.
Alle folgenden Ausführungen gelten gleichermaßen für die beiden identischen Spektrometerhälften ober- und unterhalb der Strahlröhren.

2.3.1. Spurfindungssystem

Die Rekonstruktion der Teilchenspuren erfolgt aus den in den Spurkammern gemessenen Positionen der geladenen Teilchen. Sie ermöglichen im vorderen Bereich des Spektrometers die Bestimmung des Streuwinkels und des Wechselwirkungspunktes sowie in Verbindung mit den rekonstruierten Spuren hinter dem Magneten die Impulsbestimmung. Die hinteren Spuren dienen weiterhin dazu, die Signale in den Detektoren zur Teilchenidentifizierung den Spuren zuzuordnen.
Die Kammern bestehen aus einzelnen Signaldrahtebenen, die eine Ortsbestimmung in den Koordinaten x, u oder v zulassen. Die horizontale Koordinate x wird durch vertikal angeordnete Drähte gemessen, die u- und v-Koordinaten durch um $\pm 30^\circ$ gegen die Vertikale geneigte Drähte. Im Bereich vor dem Magneten stehen 18, hinter dem Magneten 24 Signaldrahtebenen für die Spurbestimmung zur Verfügung. Die Impuls- und Winkelauflösung für Positronen (siehe Abschnitt 3.2.5) wird durch Bremsstrahlung und Vielfachstreuung im Target-Austrittsfenster und in den Vertexkammern limitiert und ist zudem abhängig von der Ortsauflösung der Driftkammern.
Die in allen Spurkammern gleiche Ausrichtung der Signaldrahtorientierungen (x, u bzw. v) ermöglicht die Anwendung eines schnellen rekursiven Algorithmus (*tree search*) [Wand96] zur Mustererkennung der Spuren in diesen drei Projektionen (siehe Abschnitt 3.2).

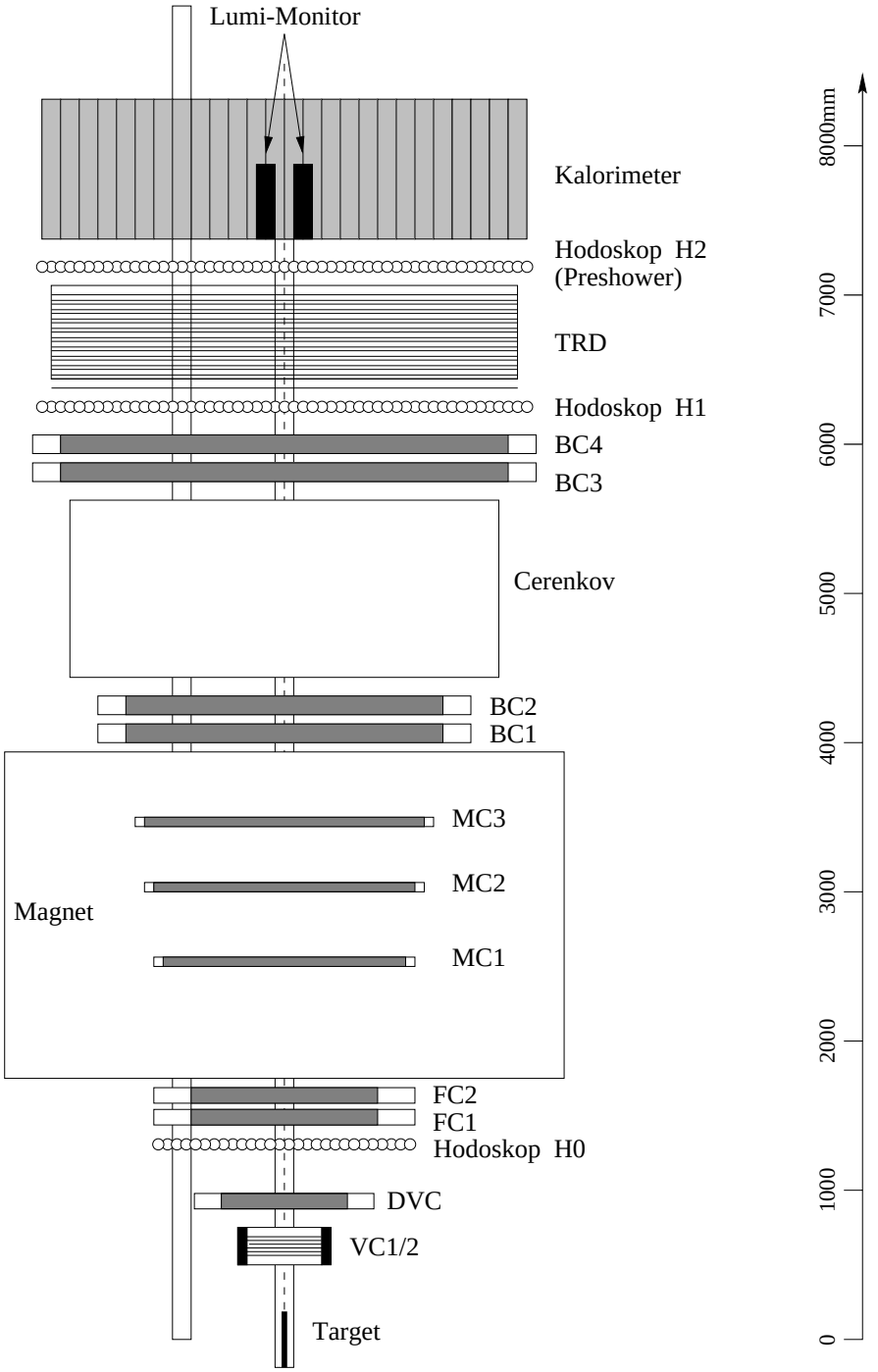

Abbildung 2.8.: Schematische Darstellung des Spektrometers in der Draufsicht. Das Spurbestimmungssystem besteht aus den Spurkammern VC1/2, DVC und FC1/2 vor dem Magneten sowie BC1-4 hinter dem Magneten. Der Teilchenidentifizierung dienen ein Čerenkov- und ein Übergangsstrahlungs-Detektor (TRD), ein Preshower-Detektor und ein Kalorimeter. Der Trigger wird durch Signale im Kalorimeter und in den Hodoskopen gebildet. Der Magnet hat eine Höhe bzw. Breite von etwa 4.5 m bzw. 5 m.

Vertexkammern (VC - Vertex Chambers)

Die Mikro-Streifen Gaszähler sind aus zwei Detektormodulen mit je einer x-, u- und v-Ebene zusammengesetzt. Eine Ebene besteht aus einer 300 μm dicken Glasplatte, auf die 7 μm breite Aluminiumstreifen im Abstand von 193 μm aufgedampft sind. Die einzelnen Ebenen werden im Abstand von 3 mm durch Kathodenebenen getrennt. Für ein Modul beträgt die Strahlungslänge 1.2 %.
Die Vertexkammern werden digital ausgelesen, d.h. pro Teilchendurchgang wird nur die zugehörige Zellennummer gespeichert. Sie erreichen damit eine gemessene Ortsauflösung von 65 μm. Zur Verbesserung der Auflösung und Effektivität für Spuren mit großem Winkel sind die äußeren Bereiche der x-Ebenen um 120 mrad um die y-Achse gedreht, um einen steileren Durchgangswinkel zu erreichen. Für Spursignale aus diesem Ebenenbereich ist der Tree-Search-Algorithmus zur Rekonstruktion nicht mehr anwendbar, wodurch sich die Rekonstruktionszeit erhöht.

Magnetkammern (MC - Magnet Chambers)

Die drei Proportionalkammern sind im hinteren Bereich des Magneten, in dem der größte Teil der niederenergetischen Teilchen mit Impulsen ≤ 1.5 GeV in den Magneten abgelenkt wird, installiert. Sie bestehen aus je einer x-, u- und v-Ebene, die jeweils durch zwei Kathodenfolien gebildet wird, zwischen denen die Anodendrähte im Abstand von 2 mm verlaufen. Ihre gemessene Ortsauflösung beträgt 700 μm. Ursprünglich sollten die Magnetkammern zur Auflösung von Mehrdeutigkeiten bei der Verknüpfung der vorderen und hinteren Teilspuren verwendet werden. Aufgrund der geringen Multiplizität der Spuren und eines niedrigen Untergrundes erfolgt die vollständige Spurrekonstruktion ausschließlich mit den Drift- und Vertexkammern. Die Magnetkammern erwiesen sich als nützlich zur Bestimmung des Impulses niederenergetischer Teilchen, die aufgrund der starken Ablenkung im Magnetfeld die Spurkammern hinter dem Magneten nicht mehr erreichen.

Driftkammern (DVC - Drift Vertex Chambers, FC - Front Chambers, BC - Back Chambers)

Jedes Modul der ebenen Driftkammern besteht aus je einem Paar x-, u- und v-Ebenen. Die Drahtebenen sind alternierend mit Signal- und Potentialdrähten im Abstand von 3 mm (DVC), 3.5 mm (FC) bzw. 7.5 mm (BC) bespannt. Innerhalb des Moduls werden die Drahtebenen durch Kathodenfolien voneinander abgetrennt. Die Module weisen Strahlungslängen von 0.20% bis 0.26 % auf. Die Auslese der Driftkammern erfolgt durch TDCs (Time Digital Converter) mit einer Zeitauflösung von 0.5 ns. Aus der gemessenen Driftzeit bezüglich eines gemeinsamen Triggernullpunktes wird der Absolutwert der Ortskoordinate mit Hilfe der bekannten Orts-Driftzeit-Beziehung bestimmt [Hash95]. Zur Auflösung der links-rechts Mehrdeutigkeit sind die Ebenen jedes Paares um eine halbe Driftzelle gegeneinander versetzt.
Die Abhängigkeit der Signalhöhe und damit der Kammereffektivität und -auflösung vom

atmosphärischem Druck wird durch dynamisches Nachführen der Hochspannung mit den Druckänderungen kompensiert [BC 98]. Die gemessene Ortsauflösung der Driftkammern beträgt 220 μm (DVC), 225 μm (FC), 275 μm (BC) und 300 μm (BC-3/4).

2.3.2. Teilchenidentifizierung

Die Teilchenidentifizierung für die inklusive Positron-Analyse besteht ausschließlich in der Unterscheidung von Positronen bzw. Elektronen von den Hadronen.
Der hadronische Untergrund in der Positron-Triggerrate (siehe Abschnitt 2.3.4) erreicht einen Anteil von 400:1 im Bereich kleiner Energien und großer Winkel. Für die Identifizierung eines möglichst reinen Positron-Datensatzes ist daher ein hoher Hadronunterdrückungsfaktor notwendig. Er ist ein Maß für die Fähigkeit des Detektors, für eine gewählte Effektivität in der Positronerkennung Hadronen auszuschließen. Der Hadronunterdrückungsfaktor ist definiert als die Zahl der Hadronen dividiert durch die Zahl der als Positronen misidentifizierten Hadronen.
Die Informationen von vier Detektoren - dem Kalorimeter, Preshower-, Čerenkov- und dem Übergangsstrahlungsdetektor - ermöglichen mittels einer Wahrscheinlichkeitsanalyse der Detektorsignale von Teilchen mit einer im Kalorimeter gemessenen Energie > 3.5 GeV eine Positronerkennung mit einer Effektivität von 99 % und einer Hadronkontamination von $\leq$1 %, gemittelt über den gesamten Energiebereich. Das Gesamtsystem liefert einen Hadronunterdrückungsfaktor von 10^4 [Herm98-S].

Kalorimeter und Preshower-Detektor

Der Nachweis der Positronen (Elektronen) im Kalorimeter und Preshower-Detektor basiert auf dem topologischen Unterschied von hadronischem und elektromagnetischem Schauer. Positronen, Elektronen und Photonen deponieren ihre gesamte Energie in dem etwa 20 Strahlungslängen umfassenden Detektorsystem. Das beobachtete Lichtsignal ist proportional zur Teilchenenergie. Hadronische Schauer beginnen später im Material und besitzen eine größere laterale Ausdehnung. Sie deponieren daher nur einen Teil ihrer Energie im Kalorimeter bzw. die Energie minimal ionisierender Teilchen im Preshower-Detektor. Das Verhältnis der gemessenen Energie zum rekonstruierten Impuls der Teilchen ist also ≈ 1 für Positronen (Elektronen) und < 1 für Hadronen.
Das Kalorimeter besteht für jede Spektrometerhälfte aus 10 übereinander angeordneten Lagen mit jeweils 42 Blöcken aus strahlungsresistentem Bleiglas F101 in den Abmessungen $9\times9\times50\,\mathrm{cm}^3$. Die Blocktiefe von 50 cm entspricht für Positronen 18 Strahlungslängen. Die einzelnen Blöcke werden durch Photomultiplier ausgelesen.
Das Kalorimeter besitzt eine relative Energieauflösung von $\sigma/E \simeq 0.05/\sqrt{E[\mathrm{GeV}]} \oplus 0.015$ und eine durch Analyse des Schauerprofils ermittelte räumliche Auflösung von 0.7 cm [Avak96].
Der Preshower-Detektor (H2) besteht aus einem Hodoskop mit 42 Plastikszintillator-Streifen der Größe $9.3\times91\times1\,\mathrm{cm}^3$, welche vertikal angeordnet sind und sich jeweils um 1.5 cm überlappen. Auf der Vorderseite ist eine Bleischicht angebracht, deren Dicke von 11 mm

2 Strahlungslängen für Positronen entspricht. Die Kombination von Kalorimeter- und Preshower-Signal ergibt einen Hadronunterdrückungsfaktor von ≈ 2500 über den gesamten Energiebereich wenn eine Effektivität in der Positronerkennung von 95 % gefordert wird [Herm98-S].

Čerenkov-Detektor

Passieren geladene Teilchen ein Medium mit einer Geschwindigkeit v, die größer ist als die Phasengeschwindigkeit des Lichtes c in diesem Medium, regen sie die Abstrahlung von Photonen an, wenn $\beta = v/c$ oberhalb der Schwelle $\beta_{thr} = 1/n$ liegt, wobei n die Dichte des Mediums ist.
Für die Messungen im Jahr 1997 wurde als Radiator eine Gasmischung aus C_4F_{10} und N_2 im Volumenverhältnis 3:7 bei atmosphärischem Druck verwendet, woraus sich Čerenkov-Schwellen für Elektronen, Pionen, Kaonen und Protonen von 0.015, 3.8, 13.6 und 25.8 GeV ergeben. Eine gute Positron/Hadron Trennung ist somit für Impulse $<$4 GeV möglich. Die vorrangige Aufgabe des Čerenkov-Zählers ist allerdings die Pion-Kaon Trennung im Impulsbereich von 4-14 GeV für semi-inklusive Untersuchungen.
Das Čerenkov-Licht wird über eine Anordnung von 2 Reihen mit je 10 sphärischen Spiegeln auf zugehörige Photomultiplier reflektiert und ausgelesen. Das Radiatorvolumen hat eine Tiefe von 1.17 m und wird im Akzeptanzbereich des Spektrometers durch 100 μm dicke Mylar- und 30 μm dicke Tedlarfolien begrenzt. Mit einer Strahlungslänge von 3.5 % konnte der Detektor zwischen den beiden hinteren Driftkammern installiert werden, ohne die Impulsmessung zu beeinträchtigen.
Seit 1998 ermöglicht ein ringabbildener Čerenkov-Detektor mit zwei verschiedenen Radiatoren die Trennung von Pionen, Kaonen und Protonen über den gesamten kinematischen Bereich.

Übergangsstrahlungsdetektor (TRD - Transition Radiation Detector)

Geladene hochrelativistische Teilchen emittieren Übergangsstrahlung beim Passieren der Grenzen von Materialien mit unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten.
Der HERMES-TRD besteht aus 6 aufeinander folgenden Modulen, welche jeweils aus einem 6.4 cm tiefen Radiator und einem 2.5 cm tiefen Röntgendetektor aufgebaut sind. Das Radiatorvolumen ist gefüllt mit von Luft umgebenen 15-20 μm dicken Polyethylen/ Polypropylen-Fasern. Die Röntgenphotonen werden jeweils mit einer Vieldrahtproportionalkammer nachgewiesen, die mit Xenon, einem Gas mit hoher Kernladungszahl, gefüllt ist und eine Beimischung von 10 % Methan als Löschgas enthält. Die Signalhöhe an den Drähten wird über Analog-Digital Wandler ausgewertet. Da nur die Positronen und Elektronen ($\gamma = E/m > 1000$) Übergangsstrahlung im Detektor erzeugen, ist deren Energiesignal deutlich höher als das entsprechende Signal von Hadronen infolge ihres Energieverlustes durch Ionisation. Korrelierter Untergrund von δ-Elektronen wird durch geeignete Mittelwertbildung, die das höchste Signal der 6 Module verwirft, unterdrückt. Der Hadronunterdrückungsfaktor des Detektors ist ≈ 85 bei einer Effektivität in der Positron-

erkennung von 95 % [Herm97-P].

2.3.3. Luminositäts-Monitor

Die Luminositätsmessung beruht auf dem Nachweis der Bhabha-Streuung der Strahlpositronen an den Hüllenelektronen des Targetgases.
Für die Strahlenergie von 27.6 GeV erfolgt die symmetrische Streuung, bei der beide Teilchen die halbe Strahlenergie tragen, unter einem Winkel von 6.1 mrad. Das Elektron-Positron Paar bzw. die Photonen aus der Paarzerstrahlung werden in Koinzidenz in zwei elektromagnetischen Kalorimetern nachgewiesen, die rechts und links des Positronstrahls in einem speziell verjüngten Teil des Strahlrohrs im Abstand von 30 mm zur nominalen Strahlachse installiert sind. Die Positionen der Kalorimeter sind mit einer Winkelakzeptanz von 4.6-8.5 mrad auf die Messung im Bereich des symmetrischen Streuwinkels optimiert. Jedes Kalorimeter besteht aus 3×4 Blöcken aus strahlungsresistenten $NaBi(WO_4)_2$ Kristallen in den Abmessungen $22\times22\times200\,\mathrm{mm}^3$. Die gemessene Koinzidenzrate ist dem Produkt aus Strahlstrom und Targetdichte proportional und beträgt 40 Hz für eine Targetdichte von $7.6\cdot10^{13}$ Atomen/cm^2 und einen Strom von 20 mA.
Die relative Luminosität für die verschiedenen Spinzustände im Target kann mit einer systematischen Unsicherheit von 0.9 % ermittelt werden. Bei der Messung der absoluten Luminosität dominiert die Unsicherheit in der Kenntnis der Detektorakzeptanz, was zu einer systematischen Unsicherheit von 6.3 % führt [Ben 98].

Ausgleich der Bhabha-Asymmetrie

Aufgrund der Polarisationsabhängigkeit der Streuquerschnitte für Bhabha-Streuung und Paarzerstrahlung erhält man für verschiedene Spinzustände der Hüllenelektronen der Targetatome unterschiedliche Koinzidenzraten im Luminositätsmonitor. Unter Standardbetriebsbedingungen (siehe Abschnitt 2.2.3) ist typischerweise eine Polarisation der Targetgas-Elektronen von 1-2 % vorhanden, die vorwiegend durch Spinaustauschstöße zwischen den Wasserstoffatomen entsteht. Die daraus resultierende Bhabha-Asymmetrie A_{Bh} kann aus den integrierten Zählraten N_{L}^{+} (N_{L}^{-}) für die parallele (antiparallele) Ausrichtung der Spinvektoren von Targetgas-Elektronen und Strahlpositronen bestimmt werden

$$A_{\mathrm{Bh}} \;=\; \frac{N_{\mathrm{L}}^{+} I^{-} \;-\; N_{\mathrm{L}}^{-} I^{+}}{N_{\mathrm{L}}^{+} I^{-} \;+\; N_{\mathrm{L}}^{-} I^{+}}\,. \tag{2.11}$$

Die Normierung ist durch den integrierten Strahlstrom $I^{\pm} := \int_{\pm} I\rho\,\mathrm{d}t$ gegeben, wobei die Targetflächendichte ρ als konstant angenommen wird; die Integration wird für die parallele (+) bzw. antiparallele (−) Orientierung der Spinvektoren durchgeführt. Für das Jahr 1997 beträgt die gemessene mittlere Bhabha-Asymmetrie 0.32 ± 0.02 %. Der Einfluss dieser Asymmetrie auf die Normierung der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ wird in Abschnitt 4.4 untersucht.
Ein Ausgleich der aufgrund der Bhabha-Asymmetrie für die beiden Spinzustände verschiedenen Luminositätsraten wird durch die Anpassung einer Exponentialfunktion erreicht, die dem zeitlichen Verlauf des Strahlstroms und damit der Luminosität während

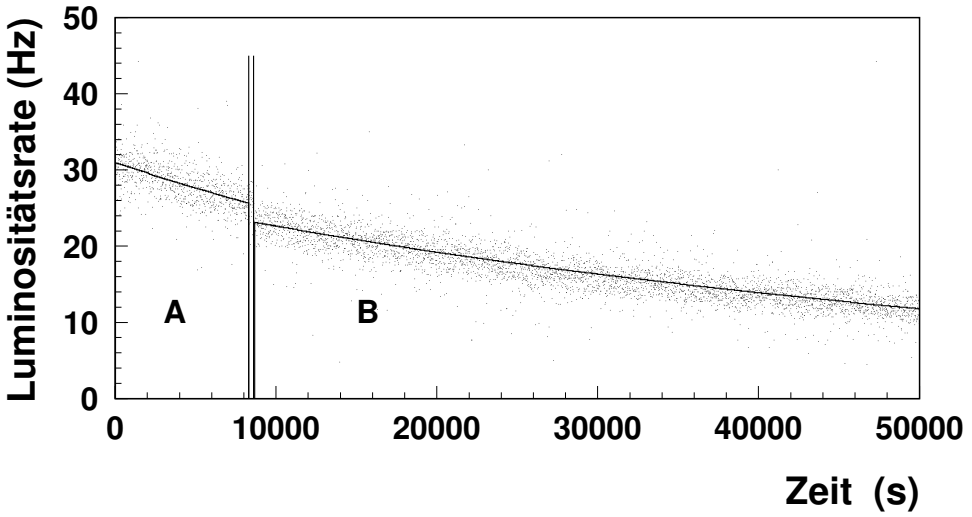

Abbildung 2.9.: Die gemessene Luminositätsrate zeigt einen, dem Verhalten des Strahlstroms proportionalen, exponentiellen Abfall über der Zeit. Die eingezeichnete Linie gibt die durch die Anpassung einer Exponentialfunktion erhaltenen Luminositätswerte wieder, die keine Abhängigkeit von der Bhabha-Asymmetrie (siehe Text) in der Luminositätsmessung aufweisen. Die senkrechten Linien trennen die Gültigkeitbereiche A und B für die Anpassung. Die Unterteilung erfolgte aufgrund der Diskontinuität im Strahlstrom und somit in der gemessenen Luminositätsrate. Der Anfangspunkt der Zeitskala ist willkürlich gewählt; dargestellt ist die Messung über einen gesamten Fill.

eines Fills entspricht

$$\log\left(\text{Luminositätsrate}\right) = a_0 + a_1(t - t_0)\,. \tag{2.12}$$

Hier gibt t_0 den Anfangszeitpunkt für die Gültigkeit der Anpassung an, die für Zeitbereiche mit konstanter Targetdichte und Lebensdauer des Strahlstroms durchgeführt wird. Die so bestimmten Luminositätswerte weisen, wie im Anhang C gezeigt wird, keine Abhängigkeit von der Bhabha-Asymmetrie auf, und werden daher in der vorliegenden Analyse verwendet. Zusätzlich werden die statistischen Fehler der Luminositätsmessung geglättet. Diese können für die Berechnung des statistischen Fehlers der Streuquerschnitts-Asymmetrie (siehe Gleichung (4.8) und (4.9)) vernachlässigt werden, da hier nur das Verhältnis L^+/L^- relevant ist.
Aufgrund der Abhängigkeit der Größe der Bhabha-Asymmetrie vom Grad der Polarisation der Targetelektronen ermöglicht die Bestimmung dieser Asymmetrie eine unabhängige Überprüfung der Kalibration des Breit-Rabi-Polarimeters [Ben 98]. In speziellen Zeitperioden erfolgten deshalb Messungen in einem Target-Modus mit hoher Elektronenpolarisation bis zu 40 %.

2.3.4. Trigger

Das Triggersystem dient dazu, gewünschte Ereignistypen - insbesondere tief inelastische Streuereignisse - aus der Vielzahl der Lepton-Nukleon-Wechselwirkungen zu selektieren und für diese das Auslesen aller Detektorkomponenten zu veranlassen. Ein Triggersignal für die Messung der tief inelastischen Steuung wird erzeugt, wenn die folgenden vier Bedingungen in einer der beiden Detektorhälften erfüllt sind:

1. Die Signalsumme zweier benachbarter Reihen im Kalorimeter ist größer als das Äquivalent eines elektromagnetischen Schauers, verursacht von einem Teilchen der Energie 1.4 GeV.

2. Das Signal im Preshower-Detektor liegt oberhalb der Signalschwelle für minimal ionisierende Teilchen.

3. Signale in den Hodoskopen H0 und H1 wurden registriert.

4. Die Bedingungen 1-3 müssen in Koinzidenz erfüllt sein und in einem engen Zeitfenster relativ zur Passierzeit der Positronpakete durch das Target liegen.

Eine räumliche Korrelation der Kalorimeter- und Hodoskopsignale in der x-Koordinate wird nicht gefordert. Die Bedingungen 1 und 2 unterdrücken den niederenergetischen elektromagnetischen und hadronischen Untergrund, Bedingung 3 den Untergrund durch neutrale Teilchen. Noch verbleibende Untergrundereignisse entstehen hauptsächlich durch hochenergetische hadronische Schauer, die durch Halo-Strahlrohr und Strahl-Restgas-Wechselwirkungen im HERA-Protonring erzeugt werden und den hinteren Spektrometerteil gegenläufig durchqueren. Dieser Beitrag wird durch Bedingung 4 unterdrückt, da die Protonpakete und damit die hadronischen Schauer das Spektrometer mit einer bekannten Zeitverschiebung passieren. Zusätzlich wird der Protonuntergrund basierend auf der Messung der Flugzeit durch das geforderte Koinzidenzsignal im Hodoskop H0 ausgeschlossen. Die Triggerentscheidung erfolgt innerhalb von ≈ 400 ns.
Weitere Trigger sind für andere physikalische Untersuchungen (z.B. Photoproduktionstrigger), für die Auslese des Luminositätsdetektors, für Detektorkalibration, Untergrundstudien und für die Messung der Triggereffektivität eingerichtet.

Gain Monitoring System

Ein spezieller Trigger ist für das *Gain Monitoring System* (GMS) eingerichtet, das die zeitliche Stabilität der Kalibration derjenigen Detektoren überwacht, die mit Photomultipliern ausgelesen werden. Hodoskope, Kalorimeter, Luminositätsmonitor und longitudinales Polarimeter sind über ein optisches Glasfasersystem mit einem Farbstofflaser verbunden, der kurze Laserimpulse der Wellenlänge 500 nm erzeugt. Die Intensität des Lichtes kann mit einem rotierenden Filterrad für jeden Detektor spezifisch variiert werden. Die Signale von den Photomultipliern werden mit dem Referenzsignal einer Photodiode verglichen und für die Überwachung des Verhaltens der jeweiligen Detektoren während der Datennahme bzw. für Qualitätsuntersuchungen in der Analyse ausgewertet.

2.3.5. Datennahmesystem

Aufgabe des Datennahmesystems ist die Digitalisierung der Detektorsignale, deren Zusammenfügung zu Ereignissen und ihre Speicherung für die weitere Analyse.
Die Detektorauslese basiert auf FASTBUS Technologie mit CERN HOST INTERFACES (CHI) als Master, die zusätzlich mit DIGITAL SIGNAL PROCESSOR (DSP) basierten Struck FASTBUS READOUT ENGINES (FRE) ausgestattet sind. Die Driftkammern werden durch LeCroy TDCs (Time Digital Converter) mit einer Zeitauflösung von 0.5 ns ausgelesen. Die Vertexkammern werden über AP-Chips (Analog Pipeline) und die Magnetkammern durch das LeCroy VME-System PCOS4 ohne Konvertierung analoger Information ausgelesen. Die Auslese der Photomultiplier und des TRD erfolgt durch LeCroy ADCs (Analog Digital Converter) mit einer Auflösung von 50 fC/Kanal.
Ist ein Triggersignal gegeben, werden alle Detektorinformationen durch die FREs prozessiert, um einen Faktor 2 komprimiert und zu einem Ereignis zusammengesetzt. Die Ereignisinformation wird zusammen mit den *slow control* Informationen (z.B. Targetstatus, Kammerdruck, ...) über eine optische Verbindung an den *online workstation cluster* (DEC/Alpha) weitergeleitet. Während der Datenahme werden die Ereignisse im EPIO Format (Experimental Physics Input Output Package) als *runs* - Dateien, die unter typischen Bedingungen etwa einer 10 minütigen Datennahmezeit entsprechen - temporär auf einem lokalen Festplattensystem gespeichert. Nach Beendigung eines Fills werden die zwischengespeicherten Daten über eine FDDI-Verbindung auf einen Band-Roboter im DESY-Rechenzentrum transferiert sowie lokal auf DLT Bänder geschrieben. Mit einer Bandbreite von 3 MB/s kann das Datennahmesystem eine Ereignisrate von 300 Hz verarbeiten.

Totzeit

Löst während der Datennahme ein weiteres Ereignis ein Triggersignal aus, fällt dieses in die Totzeit des Systems. Als Maß für die Ineffektivität des Datennahmesystems wird ϵ_{daq} definiert

$$\epsilon_{\mathrm{daq}} = 1 - \frac{T_{\mathrm{acc}}}{T_{\mathrm{gen}}}, \tag{2.13}$$

wobei T_{acc} die Zahl der vom Datennahmesystem akzeptierten Trigger angibt und T_{gen} die Zahl der generierten Trigger. Die Totzeit des Systems wird kontinuierlich gemessen und für eine Korrektur der Zählraten in der Analyse angewendet.

2.3.6. Detektorsimulation

Das HERMES-Monte-Carlo-Programm HMC basiert auf dem GEANT3 [Geant87, Sjos94] Programm mit Erweiterungen auf vollständig extern konfigurierbare Geometrie- und Materialdefinitionen, welche die Anpassung an eine beliebige Detektorgeometrie ermöglichen. Eine sorgfältige Detektorsimulation ermöglicht Akzeptanzberechnungen, die Bestimmung von Detektorantwortfunktionen sowie Tests der Analysesoftware.

Im HMC-Programm sind eine Vielzahl von Generatoren implemetiert, die fortlaufend angepasst und aktualisiert werden. Für die inklusive Analyse der Daten wird der polarisationsabhängige Streuquerschnitt aus den Parametrisierungen der gemessenen unpolarisierten und polarisierten Strukturfunktionen $F_2(x, Q^2)$, $R(x, Q^2)$ und $g_1(x, Q^2)$ simuliert, wobei für die unpolarisierten Strukturfunktionen die gleichen Parametrisierungen wie in der vorliegenden Analyse verwendet werden sowie eine Parametrisierung des Strukturfunktions-Verhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ die alle verfügbaren Daten einschließt.
Zur Untersuchung des Spektrometereinflusses auf die Bestimmung der kinematischen Variablen der inklusiven Analyse (siehe Abschnitt 4.3.1) wurde ein Monte-Carlo-Datensatz hoher Statistik, der 80 Millionen Ereignisse umfasst, generiert. Zunächst wird entsprechend der Dichteverteilung im Target in z-Richtung ein Wechselwirkungspunkt gewürfelt. Die Kinematik des tief inelastischen Streuprozesses wird flach in den kinematischen Variablen ν und $\log Q^2$ generiert. Entsprechend der geometrischen Akzeptanz des Spektrometers werden die kinematischen Variablen auf die in Tabelle 2.2 angegebenen Werte eingeschränkt. Die Schnitte sind so gewählt, dass Detektoreffekte in den Randbereichen berücksichtigt werden.
Der zeitaufwändigste Teil der Simulation ist das Verfolgen der generierten Spuren durch den Detektor mit dem GEANT-Programm. Um in der verfügbaren Zeit eine ausreichende Statistik für die in Abschnitt 4.3.1 bestimmten Korrekturen zu erzeugen, wurde für den Monte-Carlo-Datensatz der inklusiven Analyse nur das gestreute Positron durch das Spektrometer betrachtet. Zur Erhöhung der Produktionsgeschwindigkeit wurden die Berechnung der Strahlungskorrekturen und die Clustergeneration der Teilchen im Kalorimeter nicht durchgeführt. Die erzeugten Positronen durchlaufen anschließend dasselbe Rekonstruktionsprogramm wie die gemessenen Daten.

Viererimpuls-Übertrag	0.5	$\leq$	Q^2	$\leq$	25.0	GeV^2
Masse des hadronischen Endzustandes	1.5	$\leq$	W^2	$\leq$	60.0	GeV^2
relativer Energie-Übertrag	0.0	$\leq$	y	$\leq$	1.0	
Bjorken-x	0.0	$\leq$	x	$\leq$	1.0	
Streuwinkel vertikal	0.037	$\leq$	θ_y	$\leq$	0.150	rad
Streuwinkel horizontal	0.0	$\leq$	θ_x	$\leq$	0.180	rad

Tabelle 2.2.: Die in der Monte-Carlo-Generation angewandten kinematischen Schnitte.

3. Datenanalyse

Der in den folgenden Abschnitten beschriebene erste Teil der Analyse der tief inelastischen Streuereignisse umfasst die Aufbereitung der Rohdaten, die Rekonstruktion der Teilchenspuren sowie die Erläuterung der Methoden zur Identifizierung der Positronen. Abschließend wird eine Beschreibung der Qualitätsuntersuchungen gegeben, die alle Detektorkomponenten einschließt sowie das Strahl- und Targetverhalten während der Datennahme untersucht. Im Ergebnis wird der Positron-Datensatz selektiert sein, der in der weiteren Analyse die Grundlage zur Bestimmung der Streuquerschnitts-Asymmetrie und der polarisierten Strukturfunktion g_1^p bildet.

Durch den Betrieb des Experimentes an einem Speicherring und durch das Datennahmesystem werden verschiedene Zeitskalen eingeführt, die im folgenden Verwendung finden. Die Positronen im Speicherring haben eine begrenzte Verweildauer von durchschnittlich 8-10 Stunden. Ist der Positronstrom auf einen Minimalwert gesunken, wird der aktuelle *Fill* beendet und der Speicherring neu gefüllt. Zur Vereinfachung der Datenverarbeitung und -speicherung werden die Messdaten eines Fills in *Runs*, einer Datennahmezeit von etwa 10 min, gruppiert. Eine weitere Zeiteinheit, ein *Burst*, wird durch die Auslese der Zähler in Intervallen von 10 s definiert. Diese Zählerereignisse beeinhalten beispielsweise die Anzahl der generierten und akzeptierten Trigger oder die Koinzidenzraten des Luminositätsmonitors.

3.1. Datenproduktion

Für die Analyse der aufgezeichneten tief inelastischen Streuereignisse werden die Rohdaten in ein einheitliches Format gebracht und in Dateien zusammengefasst, die alle relevanten Informationen enthalten.
Das gewählte Datenformat basiert auf dem ADAMO-Tabellenformat (**A**leph **DA**ta **MO**del, [PTG 94]) in der Weiterentwicklung DAD (**D**istributed **A**damo **D**atabase, [Wand95]). DAD stellt ein Datenbankmanagement zur Verfügung, das den parallelen Datenzugriff von verschiedenen Prozessoren und Rechnern erlaubt. Zudem wurden die Ein- und Ausgabeprogramme an das Konzept des Datenstromes im Produktionsschema angepasst und so verbessert, dass ein hoher Durchsatz und eine *on-the-fly* Komprimierung bzw. Dekomprimierung der Daten ermöglicht wird. Die Dateien - DSTs (**D**ata **S**ummary **T**apes) - umfassen die Ereignisse eines Runs und werden auf einem zentralen Festplatten-Bereich gespeichert.

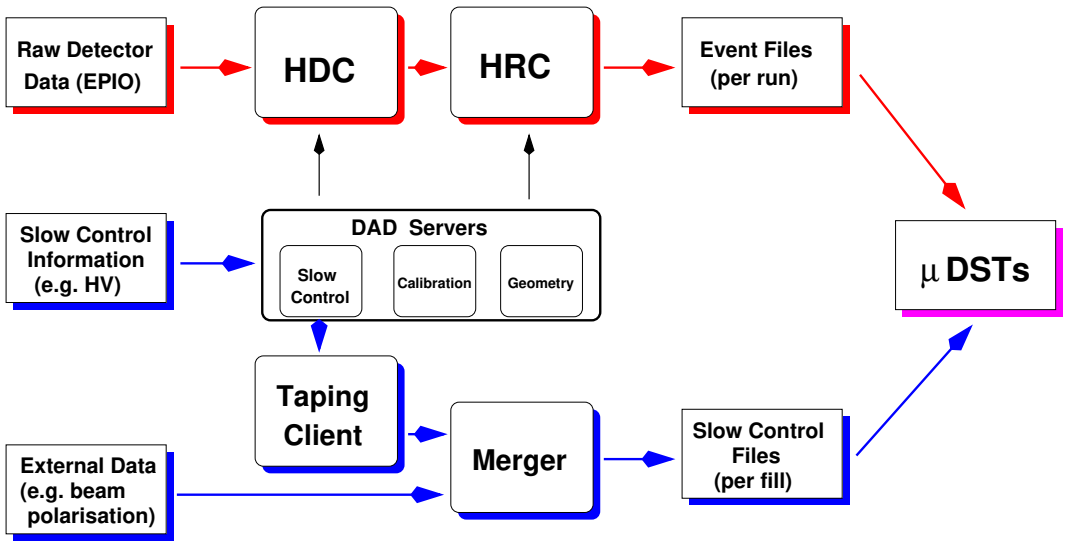

Abbildung 3.1.: Übersicht über den Ablauf der Datenproduktion. Die Rohdaten werden dekodiert und mit dem HRC-Programm rekonstruiert. Die Slow-Control-Daten werden aus verschiedenen Quellen extrahiert und mit den rekonstruierten Ereignissen synchronisiert. Die μDST-Dateien enthalten alle für die Analyse relevanten Informationen eines Runs.

Der Ablauf der Datenproduktion ist schematisch in Abbildung 3.1 dargestellt.
Die im EPIO Format vorliegenden Rohdaten, wie z.B. Zeitinformationen und Pulshöhen, werden mit dem HDC Programm (**H**ermes **D**e**C**oder) in Orts- und Energiewerte übersetzt. HDC enthält dafür Referenztabellen, in denen die funktionalen Zusammenhänge, Kalibrationswerte und Geometrieinformationen zusammengefasst sind. Die z.T. von den Run- bzw. Fillnummern abhängigen Referenztabellen werden von einem zentralen DAD Server zur Verfügung gestellt. Aus den dekodierten Informationen werden nachfolgend mit dem HRC (**H**ermes **Re**Construction) Programm die Teilchenspuren eines Ereignisses rekonstruiert und die zugehörigen Streuwinkel, Impulse und Ladungen bestimmt. Zudem stellt HRC die grundlegenden Informationen für die Teilchenidentifizierung zur Verfügung. Dekodierung und Rekonstruktion sind der zeitaufwendigste, mehrere Wochen für die Daten eines Jahres in Anspruch nehmende Teil der Datenproduktion, der auf einer Hochleistungs-PC-Farm abläuft [WaFu97]. Die Ereignisinformationen werden im DAD-Format in Run-Dateien gespeichert.
Parallel werden die *slow control* Daten , wie Strahlpolarisation, Luminosität und Qualitätsinformationen der einzelnen Detektorkomponenten, die mit einer geringen Rate aus verschiedenen Quellen ausgelesen werden, zeitlich sortiert und in fillbezogenen Dateien gespeichert. Das Prozessieren der Slow-Control-Daten eines Jahres nimmt nur wenige Tage in Anspruch und verläuft als Hintergrundprozess auf der HERMES-SGI.
Die pro Run gespeicherten Ereignisdaten und die pro Fill verfügbaren Slow-Control-Daten werden in einem letzten Schritt der Datenproduktion synchronisiert und in einer Datei - dem Mikro-DST (μDST) - zusammengefasst. Dabei erfolgt die Synchronisation unter Ver-

wendung der Burstnummer sowie der *unix*- bzw. *vme*-Zeiten der verschiedenen Systeme der Datennahme mit einer Genauigkeit von 1 s. Die in den μDSTs gespeicherte Datenmenge wird auf die für die physikalische Analyse relevanten Informationen reduziert.

3.2. Spurrekonstruktion

Der Durchgang geladener Teilchen durch das Spektrometer wird durch 18 Drahtebenen vor und 24 Drahtebenen hinter dem Magneten in den Koordinaten x, u oder v bestimmt, wobei die x-Koordinate durch senkrecht angeordnete Drähte, die u- bzw. v-Koordinate durch um $\pm 30^\circ$ gegen die Vertikale geneigte Drähte in den Driftkammern gemessen wird. Die in den Projektionen identifizierten Spuren werden zu Teilspuren im Raum vor bzw. hinter dem Magneten kombiniert und anschließend einander zu einer räumlichen Gesamtspur zugeordnet. Aus der rekonstruierten Spur werden der Streuwinkel und aus der Ablenkung im Magnetfeld der Impuls und die Ladung des Teilchens bestimmt. Mit Hilfe der Gesamtspur werden dem jeweiligen Teilchen die Signale in den Teilchenidentifikations-Detektoren zugeordnet.

3.2.1. Rekonstruktionsalgorithmus für gerade Teilspuren

Die Spurrekonstruktion im HERMES-Experiment basiert auf dem Mustererkennungsalgorithmus *tree-search*, der gerade Linien in einem Bild identifiziert und ein effizientes Auffinden von Spuren in einem Detektorsystem erlaubt [Wand96]. Da der Einfluss des Magnetfeldes auf die Driftkammern vor und hinter dem Magneten vernachlässigbar ist, entsprechen die gesuchten Spuren geraden Linien. Die Mustererkennung basiert auf dem Vergleich mit Mustern einer Datenbank, die für eine vorgegebene Auflösung alle im Detektorsystem möglichen Teilchenspuren enthält.
Treesearch arbeitet rekursiv - in jedem Rekursionsschritt prüft der Algorithmus, ob ein Muster ein Submuster enthält, das einer erlaubten Spur entspricht. Anschließend wird die Auflösung um einen Faktor 2 verbessert (siehe Abbildung 3.2). In jedem Iterationsschritt werden nur Muster verfolgt, die einem erlaubten Teilchendurchgang entsprechen. Dadurch wird die Zahl der nötigen Mustervergleiche reduziert - für eine Rekursionstiefe von 11 Ebenen sind im Mittel nur 70 Mustervergleiche nötig, um die Spur zu definieren. Da ausschließlich gerade Spuren gespeichert werden, ist für Muster, die durch Verschiebung, Stauchung oder Spiegelung auseinander hervorgehen, nur ein Original in der Datenbank abgelegt. Damit wird der Treesearch-Algorithmus auf die große Anzahl von Ebenen des HERMES-Spurkammersystems durch die Reduzierung der rund 10^8 möglichen Spuren auf etwa $5{\cdot}10^4$ anwendbar.

3.2.2. Rekonstruktion der Teilchenspuren

Die in den einzelnen Spurkammerebenen gleicher Drahtorientierung verzeichneten Treffer werden unter Berücksichtigung der Auflösung der Spurkammer in ein Bitmuster eingetragen. Durch Mustervergleich mit der Datenbank können die Treffer einer Spur nach

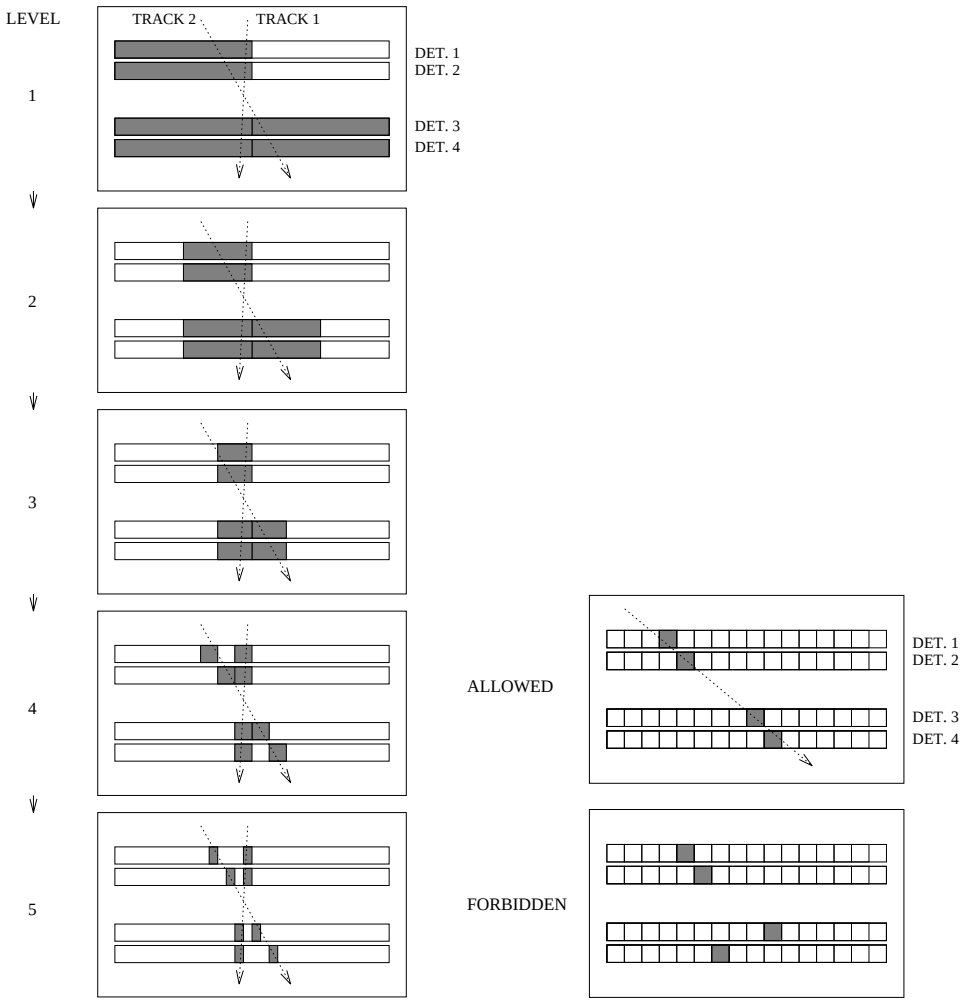

Abbildung 3.2.: Der Treesearch-Algorithmus arbeitet rekursiv, wobei in jedem Rekursionsschritt die Auflösung verdoppelt wird, bis die Spur innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeit eindeutig definiert werden kann (linke Abbildung). Dabei werden in jedem Schritt nur die jeweils passenden Untermuster weiter berücksichtigt (rechte Abbildung).

10-11 Rekursionen herausgefiltert und aus diesen durch die Anpassung einer χ^2-Funktion der wahrscheinlichste Spurverlauf ermittelt werden. Dabei geht die Auflösung der einzelnen Spurkammerebenen als Gewicht in die Anpassung ein. Ineffektivitäten der Driftkammern werden durch erlaubte Fehlstellen im Muster berücksichtigt. Für die vorderen Teilspuren sind 2 und für die hinteren 3 Fehlstellen in jeder Projektion zugelassen.
Die in den Projektionen gefundenen Spuren werden zu Teilspuren im Raum kombiniert, wenn die in der x-Projektion gemessene Spur mit der aus den u- und v-Projektionen für die x-Richtung berechneten Spur übereinstimmt. Die Verbindung der vorderen und hinteren Teilspuren erfolgt durch einen Positionsvergleich innerhalb der x-y-Ebene im Magnetmittelpunkt. Aus Simulationsrechnungen sind die Durchstoßpunkte in dieser Ebene ge-

nau bekannt. Die Gesamtspur durch das Spektrometer wird erneut durch χ^2-Anpassung bestimmt. Nach Anwendung spurabhängiger Korrekturen, wie z.B. einer Winkelkorrektur für die Orts-Driftzeit-Beziehung der Driftkammern oder einer y-Korrektur für die Laufzeit des Kammersignals auf dem Draht, werden die Spurparameter abschließend neu berechnet.

3.2.3. Effektivität der Spurbestimmung

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Spuren eines Ereignisses vom Rekonstruktionsprogramm erkannt werden, wird durch die Effektivität der Spurfindung beschrieben. Änderungen der Effektivität beeinflussen direkt die gemessene Zählrate. Solange diese Änderungen über einen größeren Zeitraum erfolgen als das Umstellen der Spinorientierung im Target, wirken Effektivitätsschwankungen auf die Zählraten beider Spinzustände, so dass ihr Einfluss bei der Bildung der Asymmetrie verschwindet. Das Umschalten der Spinorientierung erfolgte in einem zeitlichen Abstand von 1-2 Minuten.
Die Effektivität der Spurrekonstruktion wird durch Permutation aus den Effektivitäten der einzelnen Ebenen des Spurkammersystems unter Berücksichtigung der erlaubten Fehlstellen für die vordere und hintere Teilspur analytisch berechnet. Das Produkt aus den Effektivitäten für die Bestimmung beider Teilspuren ergibt die Effektivität der Spurrekonstruktion. Entsprechend der hohen Redundanz des Spurkammersystems ist die Rekonstruktionseffektivität größer als die Effektivität der einzelnen Spurkammern. Abbildung 3.3 zeigt die für Positronen bzw. Hadronen berechnete Rekonstruktionseffektivität. Da Positronen aufgrund ihres größeren Ionisationsverlustes im Driftkammergas eine höhere Nachweiswahrscheinlichkeit als Hadronen aufweisen, ist die Effektivität für Positronen deutlich höher mit einem Wert von nahezu 1 über den gesamten Messzeitraum. Aufgrund der Stabilität der Rekonstruktionseffektivität für Positronen ist eine Korrektur der gemessenen Zählraten nicht erforderlich.

3.2.4. Bestimmung der Kinematik und des Vertex

Der Streuwinkel des rekonstruierten Teilchens folgt direkt aus den Parametern der zur vollständig korrigierten Gesamtspur gehörenden vorderen Teilspur. Der Impuls und die Ladung des Teilchens werden aus dem Ablenkwinkel im Dipolfeld des Magneten bestimmt. Das Magnetfeld ist in Form einer Gittermessung in den Raumkoordinaten x, y und z bekannt. Die Interpolation zwischen den Gitterpunkten wird durch die lineare Überlagerung zweier benachbarter quadratischer Interpolationen durchgeführt. Für eine schnelle Impulsbestimmung werden anstelle der Berechnung der jeweiligen Spur im Magnetfeld die Spurparameter mit den Einträgen einer Impulsmatrix verglichen. In einer Tabelle sind für ca. $5{\cdot}10^5$ Bahnen von Positronen und Elektronen die Impulse in Abhängigkeit von der z-Position des Vertex, der Steigung sowie der Ablenkung der Spur in x-Richtung gespeichert. Die Berechnung dieser Tabelle wird einmalig bei der Installation des Rekonstruktionsprogramms durchgeführt. Der Impuls des Teilchens wird durch Interpolation der benachbarten Gitterpunkte aus der Impulsmatrix berechnet. Der rekons-

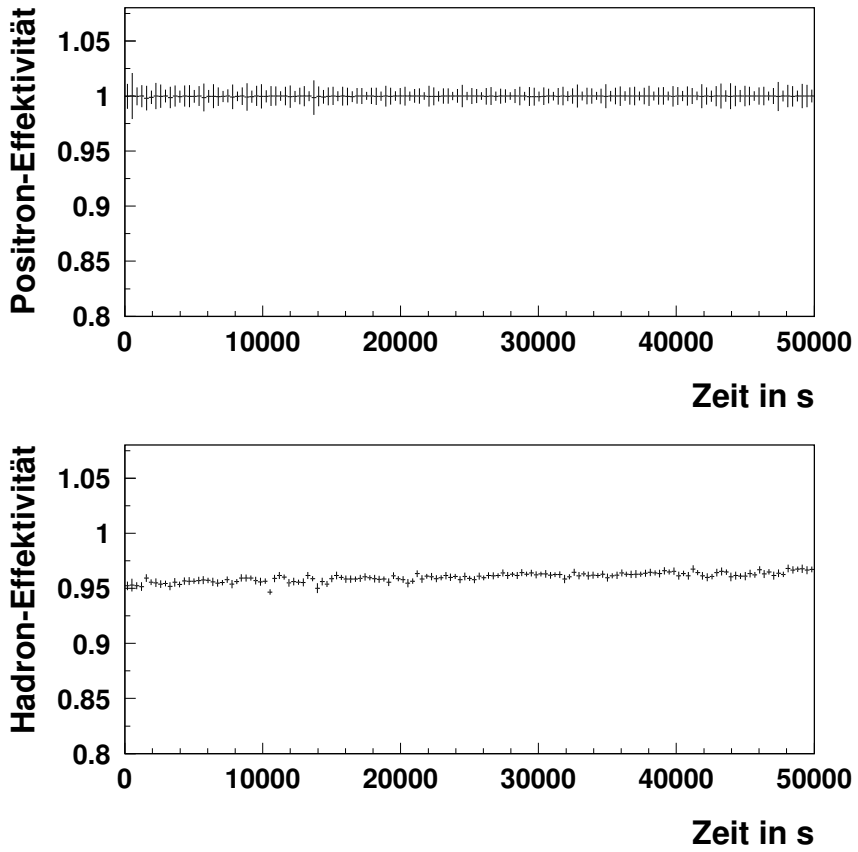

Abbildung 3.3.: Die obere Abbildung zeigt die Effektivität der Spurrekonstruktion für Positronen bzw. die untere die für Hadronen für einen beliebig gewählten Fill. Der Anfangspunkt der Zeitskala ist willkürlich gesetzt.

truierte Streuwinkel und Impuls eines als Positron identifizierten Teilchens legen entsprechend Gleichung (1.4) vollständig die Kinematik des tief inelastischen Streuprozesses fest. Der Vertex der Spuren eines Ereignisses wird als derjenige Punkt bestimmt, der zu allen Spuren den geringsten Abstand aufweist. Dabei werden alle Spuren die im Abstand von weniger als 2 Standardabweichungen am Vertexschwerpunkt vorbeiführen einem gemeinsamen Vertex zugeordnet. Für den Fall einer einzelnen Spur pro Ereignis (im HERMES-Experiment beträgt die Ereignis-Multiplizität etwa 1.5), wird die Strahlachse als zweite Gerade für die Bestimmung des Vertex verwendet.

3.2.5. Impuls- und Winkelauflösung

Die Auflösung der kinematischen Variablen des tief inelastisch getreuten Positrons wird durch die Impuls- und Winkelauflösung des Spektrometers bestimmt. Die Messung des Teilchenimpulses und Winkels wird dabei von verschiedenen Prozessen und Faktoren beeinflusst. Einerseits werden die Energie und der Streuwinkel des Teilchens durch Brems-

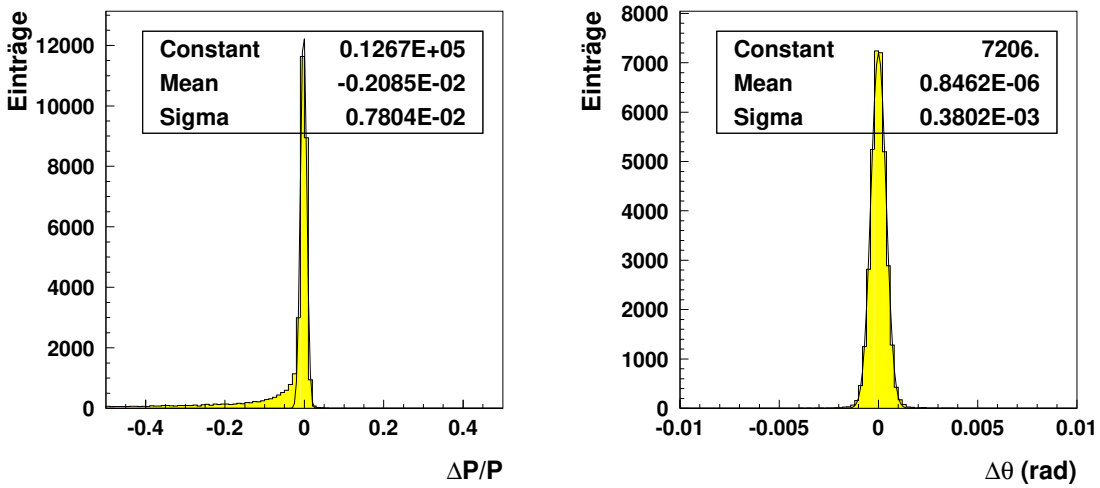

Abbildung 3.4.: Die linke Verteilung zeigt die aus einer Monte-Carlo-Simulation erhaltene Differenz zwischen den Impulsen der generierten und den Impulsen der rekonstruierten Positronen im Impulsbereich [5,8] GeV. Die rechte Verteilung zeigt die Differenz zwischen den jeweiligen Streuwinkeln θ.

strahlung und Vielfachstreuung im Target- und Spektrometermaterial verändert. Zum anderen ist der Fehler der Impuls- und Winkelmessung direkt abhängig von der Ortsauflösung der Spurkammern. Weiterhin beeinflussen das Rekonstruktionsverfahren selbst sowie Kalibrations- und Alignmentunsicherheiten die Winkel- und Impulsbestimmung. Letztere werden durch genaue Kalibrationsverfahren [Meis99] und Alignmentkorrekturen [Gärb99] minimiert. Der Einfluss des Rekonstruktionsverfahrens wurde in umfangreichen Studien untersucht und ist vernachlässigbar gegen den Messfehler aufgrund der Vielfachstreuung und der Ortsauflösung der Driftkammern. So trägt beispielsweise die Interpolation der Impulsmatrix mit weniger als 0.15 % zum Impulsmessfehler bei [Wand96]. Der Einfluss der Ortsauflösung der Spurkammern und der Wechselwirkung mit dem Detektormaterial wurde aus Monte-Carlo-Simulationen unter Verwendung des in Abschnitt 2.3.6 beschriebenen Datensatzes bestimmt [Gute98]. An die Verteilung der Differenzen aus Winkel bzw. Impuls der erzeugten und rekonstruierten Positronen wurde unter Ausschluss der asymmetrischen Bremsstrahlungsausläufer eine Gauß-Funktion angepasst (siehe Abbildung 3.4). Die aus der Breite dieser Verteilung erhaltene Auflösung der Winkel- und Impulsmessung ist in Abhängigkeit vom Impuls des gestreuten Positrons in Abbildung 3.5 angegeben. Die Impulsauflösung beträgt 0.7-1.3 % und die Winkelauflösung 0.6-0.3 mrad unter Vernachlässigung der Bremsstrahlungsausläufer.
Die durch die Impuls- und Winkelauflösung entsprechend den Gleichungen (4.1) und (4.2) vorgegebene Genauigkeit in der Bestimmung der kinematischen Variablen ist in Abbildung 3.5 in Abhängigkeit von der jeweils betrachteten Variablen dargestellt.

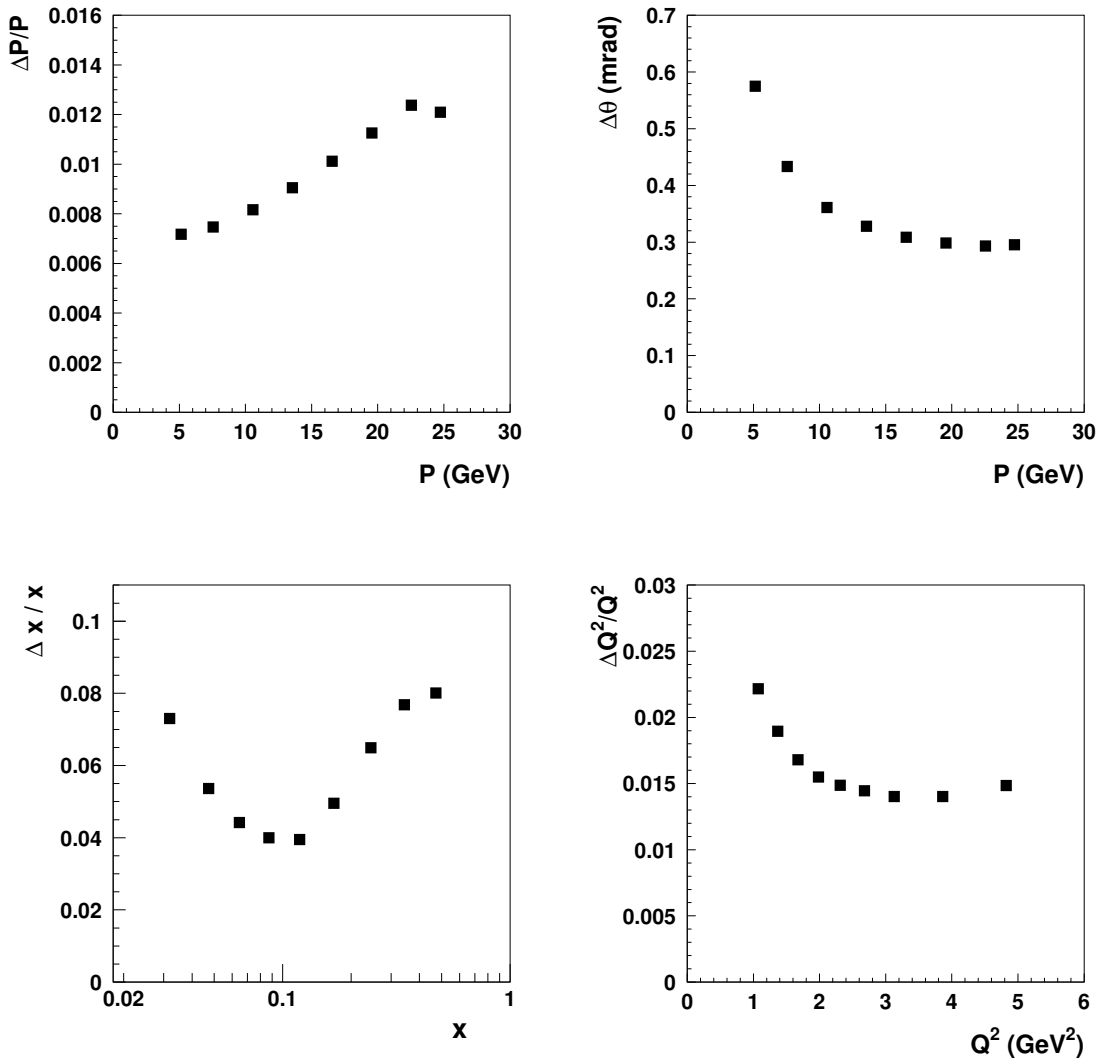

Abbildung 3.5.: Die Impulsauflösung und Winkelauflösung im Streuwinkel θ des Spektrometers in Abhängigkeit vom Teilchenimpuls sowie die daraus resultierende Auflösung in den kinematischen Variablen x und Q^2. Die Bestimmung erfolgte aus einer Monte-Carlo-Simulation unter Vernachlässigung nicht gaussischer Ausläufer.

3.3. Teilchenidentifizierung

Für die Teilchenidentifizierung stehen die Informationen von vier Detektoren, dem Kalorimeter, dem Preshowerdetektor, dem Übergangsstrahlungsdetektor und dem Čerenkov-Zähler, zur Verfügung. Aufgrund der unterschiedlichen Detektorantwort für verschiedene Teilchensorten ist durch eine geeignete Wahl von Schnitten an das jeweilige Detektorsignal die Unterscheidung der Teilchen mit einer durch den Schnitt festgelegten Effektivität und Kontamination möglich. In dieser Weise sind die Informationen der verschiedenen Detektoren unabhängig voneinander und können zur Messung der Effektivität eines einzelnen Detektors verwendet werden [Kais97]. Zur Bestimmung eines reinen Positron-Datensatzes ist die Anwendung von Schnitten an die einzelnen Detektorsignale zu inef-

fektiv. Der Einfluss der Detektorauflösung und Effektivität kann durch eine Wahrscheinlichkeitsanalyse der Detektorsignale minimiert werden.

3.3.1. Wahrscheinlichkeitsanalyse

Jedem Teilchentyp wird eine gewichtete Wahrscheinlichkeit $\mathcal{L}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{D}}(x)$, dass ein Teilchen der Sorte i eine Signalhöhe x im Detektor D erzeugt, zugewiesen. Die Form der Wahrscheinlichkeitsfunktion wird aus dem physikalischen Detektorverhalten abgeleitet [Wand96] und an Verteilungen aus Simulationen und den Daten angepasst. Unter Berücksichtigung der Erwartung für den Fluss $\phi^{\mathrm{i}}(P,\theta)$, also der Wahrscheinlichkeit das Teilchen i im betrachteten Impuls- und Winkelbereich (P,θ) anzutreffen, erhält man die totale Wahrscheinlichkeit durch Anwendung des Satzes von Bayesfig-fits-for-resolution

$$\mathcal{P}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{D}}(x) \;=\; \frac{\phi^{\mathrm{i}}(P,\theta)\mathcal{L}^{\mathrm{i}}_{\mathrm{D}}(x)}{\sum_{\mathrm{j}}\phi^{\mathrm{j}}(P,\theta)\mathcal{L}^{\mathrm{j}}_{\mathrm{D}}(x)}\,. \tag{3.1}$$

Im Folgenden wird nur zwischen Positronen P (Elektronen E) und positiven (negativen) Hadronen $\mathrm{H}^{+(-)}$ unterschieden; für die gewichteten Wahrscheinlichkeiten gilt $\mathcal{L}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}(x) = \mathcal{L}^{\mathrm{E}}_{\mathrm{D}}(x)$ und $\mathcal{L}^{\mathrm{H}^+}_{\mathrm{D}}(x) = \mathcal{L}^{\mathrm{H}^-}_{\mathrm{D}}(x)$, so dass aus Gleichung (3.1) folgt

$$\mathcal{P}^{\mathrm{P(E)}}_{\mathrm{D}}(x) \;=\; \frac{\mathcal{L}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}(x)}{\Phi^{+(-)}(P,\theta)\mathcal{L}^{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}}(x) \;+\; \mathcal{L}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}(x)} \tag{3.2}$$

mit den Flüssen

$$\Phi^{+}(P,\theta) \;=\; \frac{\phi^{\mathrm{H}^+}(P,\theta)}{\phi^{\mathrm{P}}(P,\theta)} \qquad \text{und} \qquad \Phi^{-}(P,\theta) \;=\; \frac{\phi^{\mathrm{H}^-}(P,\theta)}{\phi^{\mathrm{E}}(P,\theta)}\,. \tag{3.3}$$

Als Kenngröße PID (*Particle IDentifikation*) zur Positronbestimmung wird der Logarithmus des Verhältnisses der Wahrscheinlichkeiten für ein Positron (Elektronen) bzw. ein Hadron gewählt

$$PID_{\mathrm{D}} \;=\; \log_{10}\left(\frac{\mathcal{P}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}}{\mathcal{P}^{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}}}\right) \;=\; \log_{10}\left(\frac{\mathcal{L}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}(x)}{\Phi^{\pm}\mathcal{L}^{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}}(x)}\right) \;=\; \log_{10}\left(\frac{\mathcal{L}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}(x)}{\mathcal{L}^{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}}(x)}\right) \;-\; \log_{10}\,\Phi^{\pm}\,. \tag{3.4}$$

Mit den zur Verfügung stehenden vier Detektoren ergibt sich der in der Analyse angewandte Parameter PID für die Unterscheidung zwischen Positronen (Elektronen) und Hadronen zu

$$PID \;=\; \sum_{\mathrm{D}=1}^{4}\log_{10}\left(\frac{\mathcal{L}^{\mathrm{P}}_{\mathrm{D}}}{\mathcal{L}^{\mathrm{H}}_{\mathrm{D}}}\right) \;-\; \log_{10}\,\Phi^{\pm}(P,\theta) \;=\; PID' \;-\; \log_{10}\,\Phi^{\pm}(P,\theta)\,. \tag{3.5}$$

Für die Selektion der Positronen wird ein Schnitt von $PID > 2$ angewendet. Die Wahl des Schnittes erfolgt hinsichtlich einer möglichst geringen Kontamination der selektierten Positronen durch positive Hadronen bei einer hohen Schnitteffektivität (siehe Abschnitt 3.3.3).

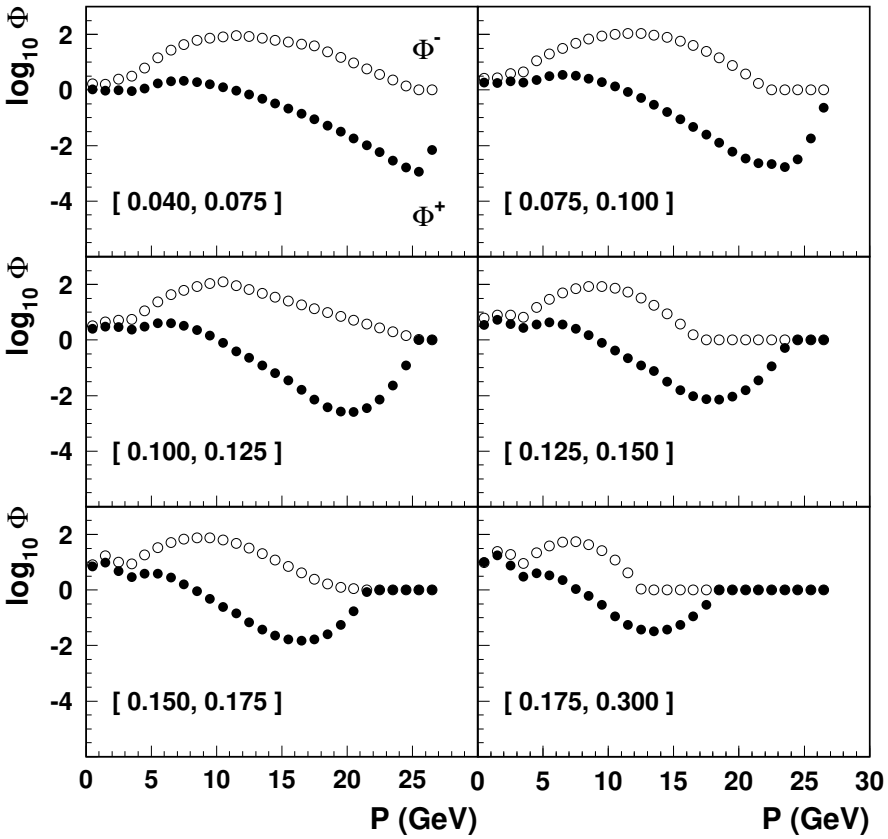

Abbildung 3.6.: Die für die Analyse verwendeten Flüsse positiv (Φ^+) und negativ (Φ^-) geladener Teilchen in Abhängigkeit vom Impuls für die angegebenen Bereiche des Streuwinkels θ (rad). Für höhere Impulse P $>$ 10...25 GeV wurden, in Abhängigkeit vom Winkelintervall, statistische Fluktuationen ausgeglichen.

3.3.2. Bestimmung der Teilchenflüsse

Die Flüsse positiver und negativer Teilchen können in einem nicht iterativen Verfahren bestimmt werden [Mend98]. Entsprechend Gleichung (3.5) erhält man an dem Wert $PID = 0$ den Fluss aus dem Nulldurchgang der gemessenen PID' Verteilung für positiv bzw. negativ geladene Teilchen:

$$\log_{10} \Phi^{\pm}(P,\theta) \mid_{PID\,=\,0} \;=\; PID' \,. \tag{3.6}$$

Abbildung 3.6 zeigt die nach dem beschriebenen Verfahren in den sechs angegebenen Winkelbereichen und Impulsintervallen von 1 GeV berechneten Flüsse positiver und negativer Teilchen. Es wurden alle Teilchen mit einer im Kalorimeter rekonstruierten Energie $>$ 3.5 GeV, entsprechend dem in der Ereignisselektion angewandten Schnitt (siehe Abschnitt 3.5), berücksichtigt.

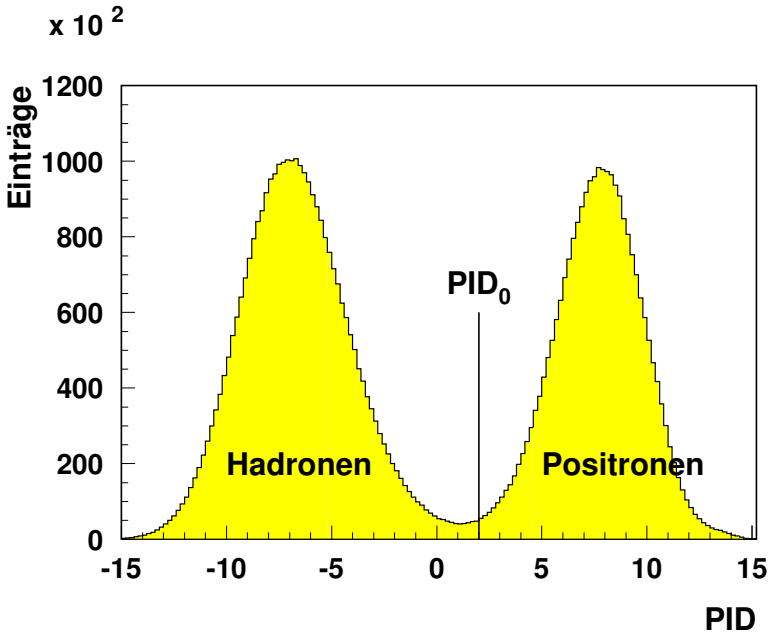

Abbildung 3.7.: Die Abbildung gibt die für den gesamten kinematischen Bereich berechnete Verteilung der Größe PID und den für die Selektion der Positronen gewählten Schnitt wieder.

Die nach Gleichung (3.5) unter Verwendung der bestimmten Flüsse berechnete Größe PID ist in Abbildung 3.7 dargestellt.

3.3.3. Kontamination und Schnitteffektivität

Die Kontamination des Positronsamples durch misidentifizierte positive Hadronen, c_h, und die Effektivität der Positronidentifizierung in Abhängigkeit vom Selektionsschnitt, ϵ_p, sind definiert als

$$c_h = \frac{H_o^+}{P_o + H_o^+} \qquad \text{und} \qquad \epsilon_p = \frac{P_o}{P_o + P_u}\,. \tag{3.7}$$

Hier bezeichnen $P_{o(u)}$ und $H^+_{o(u)}$ die Zahl der Positronen und positiven Hadronen oberhalb (unterhalb) des gewählten Schnittes an die in Abbildung 3.7 dargestellte PID Verteilung. Die Definitionen gelten analog für die Kontamination der selektierten Elektronen durch misidentifizierte negative Hadronen und für die Effektivität der Elektronenidentifizierung. Unter der Voraussetzung, dass die Funktionen $\mathcal{L}^i_D$ das jeweilige Detektorverhalten exakt beschreiben, stellen die $\mathcal{P}^i_D$ echte Wahrscheinlichkeiten dar, und man erhält direkt aus Gleichung 3.5 die jeweils gesuchte Anzahl der Hadronen und Positronen in einem betrachteten PID-Intervall. Mit den für die vorliegende Analyse verfügbaren Funktionen $\mathcal{L}^i_D$ konnte dieser Formalismus nicht angewendet werden. In der gegenwärtigen inklusiven Analyse [Gärb99] werden neue, durch detaillierte Monte-Carlo- und Daten-Studien verbesserte Funktionen benutzt, die die Anwendung des Formalismus ermöglichen.
Die gesuchten Größen P_u und H_o^+ werden daher durch die Bestimmung der jeweiligen

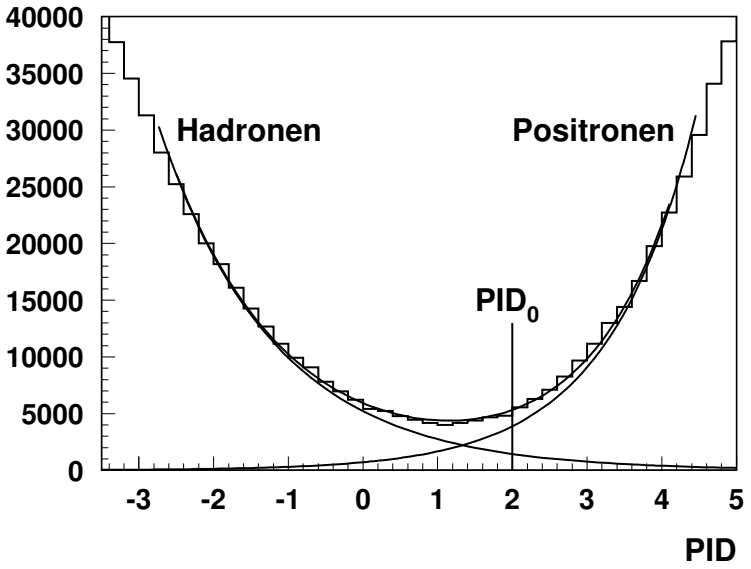

Abbildung 3.8.: Die Abbildung zeigt die für einen ausgewählten kinematischen Bereich berechnete PID-Verteilung. Durch Anpassung einer Exponentialfunktion werden die jeweiligen Ausläufer der Hadron- bzw. Positronverteilung im Bereich des Schnittes PID_0 bestimmt.

Ausläufer der Hadron- bzw. Positron-Verteilung in die Region oberhalb bzw. unterhalb des gewählten PID-Schnittes abgeschätzt. Eine gute Beschreibung der Ausläufer erhält man durch Anpassung einer Gauß- oder einer Exponentialfunktion [Kais97]. Für einen ausgewählten kinematischen Bereich ist in Abbildung 3.8 die Anpassung einer Exponentialfunktion dargestellt. Die Anzahl der Hadronen $\mathrm{H}_{\mathrm{o}}^{+}$ oberhalb des PID-Schnittes bzw. die Anzahl der Positronen P_{u} unterhalb PID_0 ergibt sich durch Integration zu

$$\mathrm{H}_{\mathrm{o}}^{+} = \int_{PID_0}^{+\infty} f_1(x)\,\mathrm{d}x \;, \qquad \mathrm{P}_{\mathrm{u}} = \int_{-\infty}^{PID_0} f_2(x)\,\mathrm{d}x \;, \tag{3.8}$$

wobei x hier der Größe PID entspricht. Mit diesen Größen wird die Kontamination sowie die Schnitt-Effektivität entsprechend Gleichung (3.7) berechnet. In Abhängigkeit vom kinematischen Bereich ergibt sich eine Kontamination von ≤ 1.1 % und eine Schnitt-Effektivität > 97 %.
Die auf diese Weise bestimmte Hadron-Kontamination des selektierten Positrondatensatzes wird in Abschnitt 4.2.2 zur Korrektur der Streuquerschnitts-Asymmetrie verwendet. Alle in die Korrektur eingehenden Werte sind in Tabelle A.2 für die gewählte Einteilung der kinematischen Ebene angegeben.
Die Schnitt-Effektivitäten gehen in die Analyse lediglich als Kriterium für die Wahl des PID-Schnittes ein.

3.4. Qualitätskriterien und Datenselektion

Voraussetzung für die Messung der in bestimmten kinematischen Bereichen sehr kleinen Asymmetrie ist die Minimierung des Einflusses des Detektorverhaltens auf die zu bestimmende Größe. Dies erfordert die kontinuierliche Kontrolle und ein gutes Verständnis des Detektorverhaltens über die gesamte Messzeit, um systematische Einflüsse auf das Messergebnis auszuschließen.
In einem ersten Selektionsschritt wurden aus unterschiedlichen Informationen zum Targetzustand alle Runs mit polarisiertem Wasserstoff identifiziert. Fills bzw. Runs mit hoher Elektronenpolarisation (siehe Abschnitt 2.3.3) für spezielle Targetstudien, die keine nukleare Polarisation aufweisen [Ben 98], wurden von der weiteren Analyse ausgeschlossen. Die folgenden Qualitätsuntersuchungen fassen entweder die Daten eines gesamten Runs zusammen oder identifizieren Probleme, die nur kurzzeitig während eines Runs auftraten, und verwerfen einzelne Bursts. Einige Veränderungen der Betriebsbedingungen der Detektoren, wie z.B. ein kurzzeitiger Abfall der Hochspannung (*HV-Trip*), werden automatisch während der Datennahme registriert. Der Großteil der Qualitätskriterien wird nach der ersten Rekonstruktion der Daten aus Konsistenzuntersuchungen abgeleitet. Hier gehen die Beiträge vieler Detektorgruppen ein, die für den gesamten Messzeitraum geprüft und diskutiert wurden. Intensive Studien aller für die Analyse relevanten Größen wurden durchgeführt, um Schnitte festzulegen und Perioden mit speziellem Detektorverhalten zu identifizieren. Einige Größen wirken global auf das gesamte Experiment, wie beispielsweise die Polarisation von Strahl und Target oder die Luminosität, andere, wie die auf Komponenten des Spektrometers bezogene Größen, können in ihrem Einfluss auf die Messung auf eine Spektrometerhälfte beschränkt bleiben. Die Datenselektion wird daher für die obere und untere Spektrometerhälfte getrennt durchgeführt.
Die Untersuchungen führten zur sogenannten Standardselektion für die inklusive Analyse der polarisierten Daten, die auch von anderen Gruppen des Experimentes benutzt wird. Für jeden Burst sind sämtliche Kenngrößen in einem Bitmuster für die obere bzw. untere Detektorhälfte gespeichert und als externe Liste für alle Runs verfügbar. Dies ermöglicht die einfache Anwendung der Standardselektion als auch die Variation einzelner Schnitte durch Ausschalten des dem betrachteten Kriterium entsprechenden Bits.
In den folgenden Abschnitten werden die verschiedenen Kenngrößen zur Bestimmung der Qualität der Daten und die Entscheidungskriterien für die Selektion erläutert. In Tabelle 3.1 sind alle Kenngrößen und die angewandten Schnitte zusammengefasst sowie der jeweilige Anteil der ausgesonderten Daten an der Gesamtdatenmenge angegeben. Im Ergebnis der Qualitätsuntersuchungen wurden etwa 25 % der Daten des für die vorliegende Analyse verwendeten Datensatzes ausgeschlossen.

3.4.1. Allgemeine Kriterien

Anhand von Logbucheinträgen, die bereits während der Datennahme identifizierte Probleme beschreiben, wurden Runs ausgesondert, für die einzelne Detektorkomponenten nicht zuverlässig arbeiteten oder Probleme bei der Messung der Strahl- bzw. Targetpola-

risation auftraten. Zudem wurden Runs ausgeschlossen, in denen für einzelne Komponenten Testmessungen durchgeführt wurden (z.B. Targetstudien) oder die ausschließlich Kalibrationszwecken dienten. Letztere sind beispielsweise Messungen ohne Betrieb des Spektrometermagneten zur Aufzeichnung gerader Spuren durch das gesamte Spektrometer, die zur Bestimmung der internen Alignment-Korrekturen für das Spurkammersystem verwendet werden.

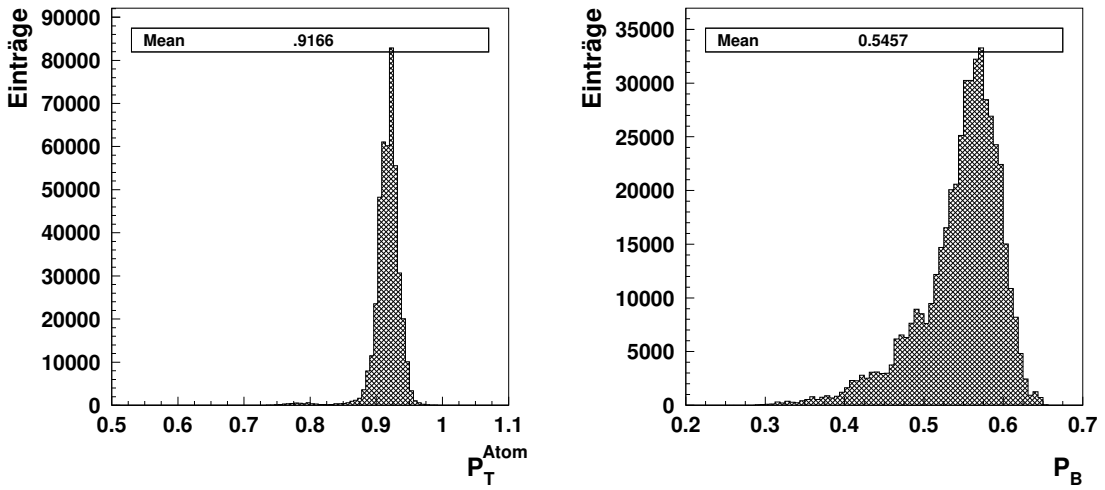

Abbildung 3.9.: Die linke Abbildung zeigt die mit dem BRP gemessene atomare Targetpolarisation, die rechte Abbildung die Strahlpolarisation.

3.4.2. Targetqualität

Für die weitere Analyse müssen die Daten eindeutig einem definierten Targetspinzustand zugeordnet sein. Das Vorzeichen der Polarisation wurde etwa alle 60 s mit einer Schaltzeit von ca. 1 s neu gesetzt, wobei der aktuelle Polarisationszustand zur Vermeidung systematischer Effekte zufällig gewählt wurde. Solche Bursts sind in *records* unterteilt, die eindeutig dem jeweiligen Polarisationszustand bzw. dem Zeitintervall des Invertierens zugeordnet sind. Von der Analyse wurde nur der Zeitbereich eines Bursts ausgeschlossen, der dem Umschaltvorgang entspricht. Dies betrifft etwa 2.5 % des Datensatzes.
Weiterhin ist zu prüfen, ob alle Messwerte, die in die Berechnung der Targetpolarisation eingehen (siehe Gleichung (2.9) in Abschnitt 2.2.3) - der Wert der atomaren Polarisation und der Dissoziationsgrad - verfügbar sind und kontinuierlich gemessen wurden.
Bursts, in denen die Atomstrahlquelle, das Breit-Rabi-Polarimeter, der Targetgas-Analysator oder der Targetmagnet nicht zuverlässig arbeiteten, wurden identifiziert und von der Analyse ausgeschlossen.
Kurzzeitige Änderungen der Targetdichte werden indirekt über das Verhältnis des Strahlstroms zur Luminositätsrate bestimmt. Die Konstanz der Targetdichte ist Voraussetzung für den in Abschnitt 2.3.3 beschriebenen Ausgleich der gemessenen Luminositätsrate.

Perioden mit Schwankungen der Targetdichte um mehr als $\approx$ 10 % werden vom Datensatz ausgeschlossen.

3.4.3. Strahlqualität

Die Strahlqualität ist für die vorliegende Analyse im Wesentlichen durch den Polarisationswert charakterisiert. Dieser wurde mit dem transversalen und mit dem longitudinalen Polarimeter gemessen (siehe Abschnitt 2.1.2), wobei für den größten Teil der Daten die geglätteten Messwerte des transversalen Polarimeters benutzt werden. Für einen Zeitraum von etwa zwei Wochen (ca. 12 % des Datensatzes) sind nur die Messwerte des longitudinalen Polarimeters verfügbar. Alle Polarisationswerte sollen im Bereich von 0.30 bis 0.80 liegen, wobei die untere Grenze Daten mit geringem Gewicht und höherem systematischen Fehler verwirft und die obere Grenze unrealistische Werte ausschließt.
Weitere Parameter wie Strahlposition und -steigung in der Targetregion sowie durch Positron- und Protonstrahl induzierter Untergrund wurden nur indirekt in ihrer Auswirkung, beispielsweise auf die Totzeit der Datennahme, berücksichtigt.
Für den Strahlstrom wurden ebenfalls Grenzwerte festgelegt. Ein unterer Schnitt von 5 mA soll eine Mindestzahl von Ereignissen gewährleisten, um beispielsweise die Effektivitäten der Spurkammern pro Burst berechnen zu können. Ein oberer Grenzwert von 50 mA schließt wiederum unrealistische Werte aus.
Äquivalent zum Mindeststrom ist der untere Schnitt von 5 Hz für die Luminositätsrate; der obere Grenzwert liegt bei 60 Hz

3.4.4. Qualität der Datennahme und Produktion

Wesentliches Qualitätskriterium ist die Totzeit des Datennahmesystems. Die pro Burst gemessene Zählrate wird direkt um die mittlere Totzeit des Systems für diesen Burst korrigiert. Die maximale Größe dieser Korrektur wurde auf 50 % festgelegt. Die Totzeit pro Burst ist für den gesamten Messzeitraum in Abbildung 3.10 dargestellt.
Mit jedem Start eines neuen Runs erfolgt die Initialisierung des Datennahmesystems. Um die Vollständigkeit dieser Initialisierung zu gewährleisten, wird der jeweils erste Burst eines Runs von der Analyse ausgeschlossen. Teilweise werden zu einem Burst gehörende Informationen im darauffolgenden Burst abgespeichert und erst während der Datenproduktion umsortiert. Wird ein Run nicht automatisch durch das Datennahmesystem beendet sondern manuell gestoppt bzw. wird der aktuelle Fill beendet, sind solche Informationen für den letzten Burst nicht mehr verfügbar. In diesen Fällen wird auch der letzte Burst eines Runs verworfen.
Im letzten Schritt der Datenproduktion werden die Ereignisse und die *slow control* Daten zeitlich sortiert und im μDST zusammengefasst. Zeitperioden mit fehlerhafter Synchronisation wurden von der Analyse ausgschlossen, da in diesem Fall beispielsweise Polarisations- und Luminositätswerte nicht eindeutig den Ereignissen zugeordnet werden können.

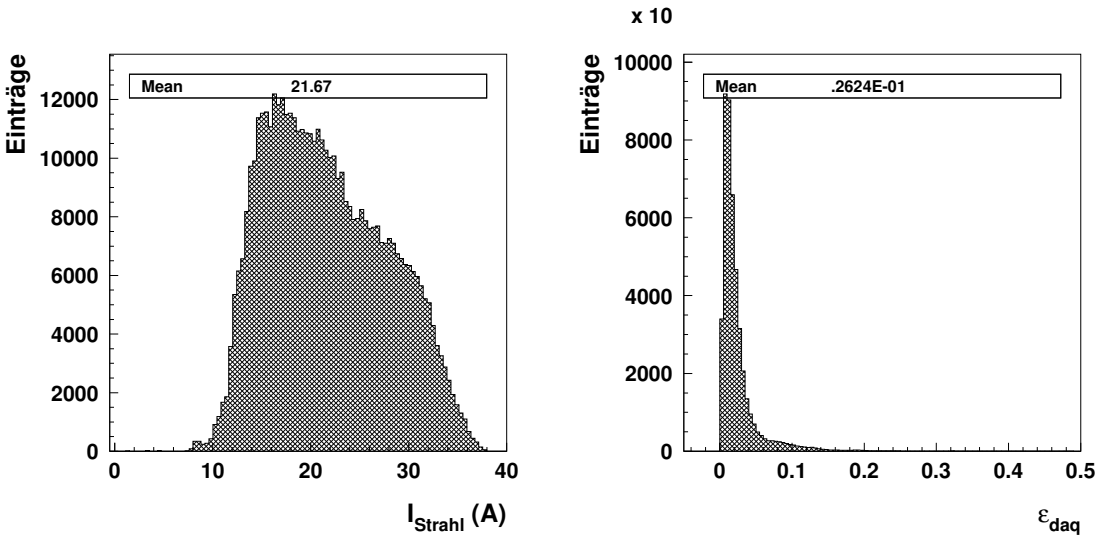

Abbildung 3.10.: Die linke Abbildung zeigt den Strahlstrom, die rechte Abbildung die Totzeit des Datennahmesystems.

3.4.5. Qualität der Spurbestimmung

Die Qualität der Spurbestimmung wird durch die Effektivität der Spurfindung in Abhängigkeit von der Effektivität der einzelnen Driftkammerebenen und der Zahl der erlaubten Fehlstellen beschrieben (siehe Abschnitt 3.2.3).
Die Stabilität der Driftkammern während der Datennahme wird durch die kontinuierliche Überwachung der Hochspannung an den Kammern geprüft. Veränderte Strahlbedingungen oder ein starker Untergrund können zu einem kurzzeitigen Abschalten der Hochspannung an einer oder mehreren Ebenen zum Schutz der Driftkammern führen. Dieser kurzzeitige Ausfall einzelner Ebenen bewirkt eine Verringerung der Effektivität der Spurbestimmung. Bursts, in denen ein Abschalten der Hochspannung an den Driftkammern registriert wurde, werden daher von der Analyse ausgeschlossen.
Für einige Zeitperioden traten in der Auslese der Vertexkammern Synchronisationsprobleme zum gesamten Datennahmesystem auf, die zu einem Abfall der Effektivität in einzelnen Kammerebenen bzw. einem gesamten Modul führten. Diese Zeitbereiche wurden ausgeschlossen, da die Vertexkammern aufgrund ihrer hohen Auflösung die Qualität der Spurfindung im vorderen Bereich des Spektrometers dominieren.

3.4.6. Qualität der Teilchenidentifizierung

Die Qualität der vier Detektoren zur Teilchenidentifizierung wird aus den über einen Run gemittelten Signalen im Vergleich zu Referenzinformationen bestimmt. Entsprechend dem in Abschnitt 3.3 beschriebenen Schema zur Positronerkennung wird der stabile Betrieb aller vier Detektoren im oberen bzw. unteren Spektrometerteil gefordert.
Die Stabilität des Kalorimeters und Preshower-Detektors wird während der Datennahme durch das *Gain Monitoring System* GMS gemessen (siehe Abschnitt 2.3.4). Die pro Run be-

	ausgeschlossene Daten in %			
	- Gesamt -		- Inkrement -	
Qualitätskriterium	Detektor I	Detektor II	Detektor I	Detektor II
Logbuch Run Selektion	1.50	1.49	1.50	1.49
definierter Targetzustand	2.50	2.52	2.32	2.33
Targetstabilität	5.23	5.27	4.47	4.48
Kontinuität der Messung	1.88	1.88	0.15	0.15
$0.30 <$ Strahlpolarisation < 0.80	7.44	7.33	6.22	6.11
5 mA $<$ Strahlstrom < 35 mA	0.05	0.05	0.04	0.04
5 Hz $<$ Luminositätsrate < 60 Hz	2.84	2.86	2.66	2.68
Ausgleich der Luminositätsrate	1.23	1.23	1.10	1.10
erster Burst	1.91	1.93	1.45	1.46
letzter Burst	0.03	0.03	0.00	0.00
$0\% <$ Totzeit $< 50\%$	1.54	1.54	0.83	0.83
Synchronisationsprobleme	0.45	0.47	0.31	0.30
Hochspannung der Spurkammern	1.55	1.25	0.83	0.56
Synchronisation der Vertexkammern	3.12	3.11	2.29	2.28
Kalorimeter, Preshower-Detektor	3.41	3.07	0.37	0.36
Čerenkov	0.25	0.38	0.21	0.35
Übergangsstrahlungsdetektor	1.15	1.35	0.28	0.26
alle Kriterien			25.03	24.78

Gesamtanzahl ausgeschlossener Ereignisse:	284797	(25.03 %)	297678	(24.78 %)
Gesamtanzahl verwendeter Ereignisse:	853133	(74.97 %)	903619	(75.22 %)
Gesamtanzahl der Ereignisse:	1137930	(100.0 %)	1201297	(100.0 %)

Tabelle 3.1.: Zusammenstellung der Qualitätskriterien für die Datenselektion. Die mittlere Spalte gibt den prozentualen Anteil der durch das jeweilige Kriterium ausgeschlossenen Daten für die obere (Detektor I) und untere (Detektor II) Spektrometerhälfte an. Die rechte Spalte gibt den jeweils inkrementellen Anteil, d.h. die mit jedem weiteren Schnitt zusätzlich ausgeschlossenen Daten, an.

stimmten mittleren Werte der Analogsignale jedes Moduls werden mit den entsprechenden Referenzwerten verglichen und bei Abweichungen vom Nominalwert von mehr als 10 % für das Kalorimeter bzw. mehr als 20 % für den Preshower-Detektor das betrachtete Modul als instabil markiert. Die Referenzwerte werden aus den Daten iterativ bestimmt, um den Einfluss stark vom Mittelwert abweichender Messwerte zu minimieren.
Für den Übergangsstrahlungsdetektor (TRD) wird die Kalibration und die Linearität der Detektorantwort relativ zu den gemessenen Positron- und Hadronsignalen für Teilchen mit einer Energie von 5 GeV geprüft. Der Mittelwert und die Breite des Hadronsignals, verglichen mit den Referenzwerten, prüfen die Kalibration, das Verhältnis der Mittelwerte der Positron- zur Hadronverteilung misst die Linearität des TRD. Die Stabilität des Čerenkov-Zählers wird durch die Bestimmung der Effektivität des Detektors und der mittleren Zahl erzeugter Photoelektronen für hochenergetische Positronen ($P > 6$ GeV) überwacht. Die Positronerkennung erfolgt für beide Analysen durch Schnitte an das Kalorimeter- und Preshower-Signal.

3.4.7. Einteilung in Messperioden mit unterschiedlicher Systematik

Die über das Jahr 1997 aufgezeichneten Daten wurden aufgrund unterschiedlicher Messbedingungen in drei Perioden eingeteilt:

Periode I	Standard-Messbedingungen	63 %
Periode II	Messung mit longitudinalem Strahlpolarimeter	12 %
Periode III	Loch in der Targetzelle	25 %

Die in Abschnitt 4.4 beschriebenen systematischen Studien wurden getrennt für die einzelnen Perioden durchgeführt, um die statistische Konsistenz der Daten zu überprüfen. Für alle durchgeführten Studien wurden die Datensätze unter Anwendung des statistischen Z-Testes (siehe Abschnitt 4.4) auf systematische Abweichungen untersucht. Im Ergebnis dieser Untersuchungen konnten alle drei Datenperioden für die vorliegende Analyse verwendet und zur Berechnung der Streuquerschnitts-Asymmetrie gemittelt werden.

Periode I
Alle Komponenten des Experimentes arbeiteten in diesem Zeitbereich unter Standardbedingungen. Es wurden keine weiteren Qualitätskriterien neben den im vorigen Abschnitt erläuterten gefordert. Diese Periode umfasst mit mehr als 60 % den Hauptteil der verfügbaren Daten.

Periode II
Die Strahlpolarisation wird kontinuierlich sowohl durch das transversale als auch durch das longitudinale Polarimeter gemessen. In der vorliegenden Analyse werden die Daten des transversalen Polarimeters, die z.Z. noch einen geringeren systematischen Fehler als die Messwerte des longitudinalen Polarimeters aufweisen, verwendet.
Für den betrachteten Messzeitraum von etwa 2 Wochen war das transversale Polarimeter nicht betriebsfähig. Für die Daten dieses Zeitraumes, etwa 12 % des Gesamtdatensatzes,

werden die longitudinalen Polarisationsmesswerte verwendet. Die Abweichung der Ergebnisse beider Polarimeter von 2.7 % für die Messzeiträume unmittelbar vor und nach dieser Periode wurde bei der Mittelung der Datensätze berücksichtigt (siehe Abschnitt 4.5.1).

Periode III
Fällt der Strahlstrom am Ende eines Fills unter einen Mindestwert, wird der Positronstrahl gezielt aus dem Ring geführt und eine neue Füllung begonnen. Ein Verlust des Strahls kann unbeabsichtigt auch während eines Fills auftreten. Geschieht dies im Bereich des Experimentes, kann unter Umständen eine große Energiemenge in den Detektoren bzw. der Targetzelle deponiert werden. Im Ergebnis eines unbeabsichtigten Strahlverlustes im Bereich der Targetzelle wies die Zellwand ein schmales Loch von etwa 1-2 cm Länge auf. Dies führte zu einer Änderung der Druckbedingungen in der Targetzelle für den abschließenden Messzeitraum des Jahres, der etwa 25 % der Daten umfasst.
Durch einen Vergleich der Vertex-Verteilungen in z-Richtung für jeden Fill dieser Periode konnte eine Zeitabhängigkeit der veränderten Druckbedingen in der Zelle, beispielsweise durch eine Vergrößerung des Loches, ausgeschlossen werden.

3.5. Ereignisselektion

In der Bestimmung der Streuquerschnitts-Asymmetrie sind nur die tief inelastisch gestreuten Positronen zulässig.
Zur Unterdrückung eines großen Teils des niederenergetischen Untergrundes werden nur Teilchen mit einer im Kalorimeter gemessenen Energie von $E > 3.5$ GeV betrachtet. Aus der verbleibenden Datenmenge werden für jedes Ereignis die Positronen und Elektronen mit der im Abschnitt 3.3 berechneten Größe PID identifiziert. Elektronen entstehen in ladungssymmetrischen Sekundärprozessen und werden aufgrund ihrer Ladung von den Positronen unterschieden. Mit Hilfe der identifizierten Elektronen wird in Abschnitt 4.2.2 der Beitrag von Sekundärpositronen in der Asymmetriemessung korrigiert. Enthält ein Ereignis mehr als ein Positron bzw. Elektron, wird das Teilchen mit dem größten Impuls für die weitere Analyse herangezogen.
Kinematische Schnitte werden vorrangig für die Selektion von Teilchen aus der Region der tief inelastischen Streuung sowie zum Ausschluss kinematischer Regionen mit großen Korrekturen angewendet. Weitere Schnitte schränken die selektierten Teilchen auf die Akzeptanz des Spektrometers ein.
Die erläuterten Kriterien für die Selektion der in der vorliegenden Analyse verwendeten Positronen bzw. der für Untergrundkorrekturen gezählten Elektronen werden in der folgenden Reihenfolge auf die bei einem Ereignis erzeugten Teilchen angewendet:

1. die im Kalorimeter gemessene Energie ist größer als 3.5 GeV
2. Identifizierung der Positronen und Elektronen eines Ereignisses mit $PID > 2$
3. Bestimmung des Positrons (Elektrons) mit dem größten Impuls (*leading particle*)

4. Anwendung der kinematischen und geometrischen Schnitte

Verbliebener Untergrund aus ladungssymmetrischen Prozessen und durch fehlidentifizierte Hadronen wird bei der Berechnung der Streuquerschnitts-Asymmetrie korrigiert (siehe Abschnitt 4.2.2).

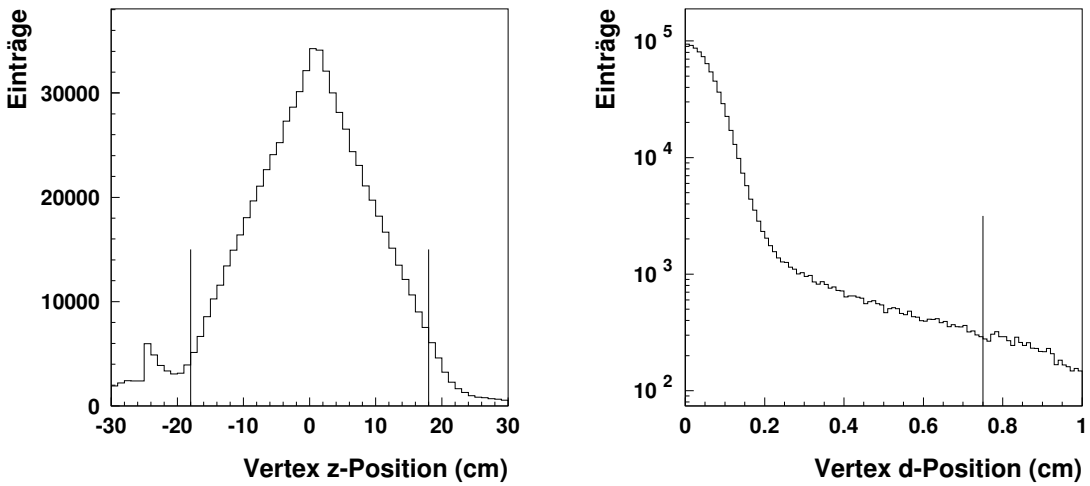

Abbildung 3.11.: Die Verteilungen des Vertex in longitudinaler und transversaler Richtung. Die Linien geben die Lage der Schnitte an.

Kinematische und geometrische Schnitte

Für den Ausschluss von Positronen aus der Resonanzregion wird ein minimales W^2 gefordert, wobei sich die Festlegung des Wertes an den Messungen in [E61-75] orientiert. Die Forderung eines minimalen Q^2-Wertes sichert die Anwendbarkeit der verwendeten Parametrisierungen für die Beschreibung des unpolarisierten Streuquerschnitts.
Die Einschränkung der Kinematik bezüglich des maximalen Energie-Übertrages y schließt einen kinematischen Bereich aus, in dem die Strahlungskorrekturen groß werden sowie die für die vorliegende Analyse verfügbaren Wahrscheinlichkeitsfunktionen zur Bestimmung der Detektorantwort für die Teilchenidentifizierung (siehe Abschnitt 3.3) nicht mehr zuverlässig anwendbar sind. Ein minimaler y-Wert schließt den kinematischen Bereich aus, in dem die x-Auflösung durch die y-Auflösung dominiert wird, siehe Gleichung (4.1). Die minimalen und maximalen Streuwinkel sind durch die geometrische Akzeptanz des Spektrometers vorgegeben.
Die Schnitte an den Vertexpunkt in longitudinaler und transversaler Richtung schränken die Spuren auf die Targetregion ein, um die Positronen aus der Wechselwirkung mit dem Targetgas zu selektieren. In longitudinaler Richtung muss der Schnitt so gewählt werden, dass Positronen, die durch Konversion von Synchrotronstrahlung an den Kollimatoren entstehen, weitestgehend ausgeschlossen werden (siehe Abbildung 3.11).
Die kinematischen Schnitte in den Variablen y und Q^2 legen den Messbereich auf einen minimalen Wert von x = 0.015 fest. Der W^2-Schnitt und die obere Einschränkung des

Viererimpuls-Übertrag			Q^2	$>$	0.80	GeV^2
Masse des hadronischen Endzustandes			W^2	$>$	3.24	GeV^2
relativer Energie-Übertrag	0.10	$<$	y	$<$	0.85	
Streuwinkel	0.04	$<$	θ	$<$	0.22	rad
longitudinaler Vertex	-18.0	$<$	$\mathrm{z_{vertex}}$	$<$	18.0	cm
transversaler Vertex			$\mathrm{d_{vertex}}$	$<$	0.75	cm

Tabelle 3.2.: Zusammenstellung der kinematischen und geometrischen Schnitte.

Streuwinkels bestimmen den maximal erreichbaren Wert von x = 0.95. Die Lage dieser Schnitte und die Einschränkung des Messbereiches sind in Abbildung 3.12 für die (x, Q^2)-Ebene dargestellt. In Tabelle 3.2 sind die angewendeten Schnitte zusammengefasst.

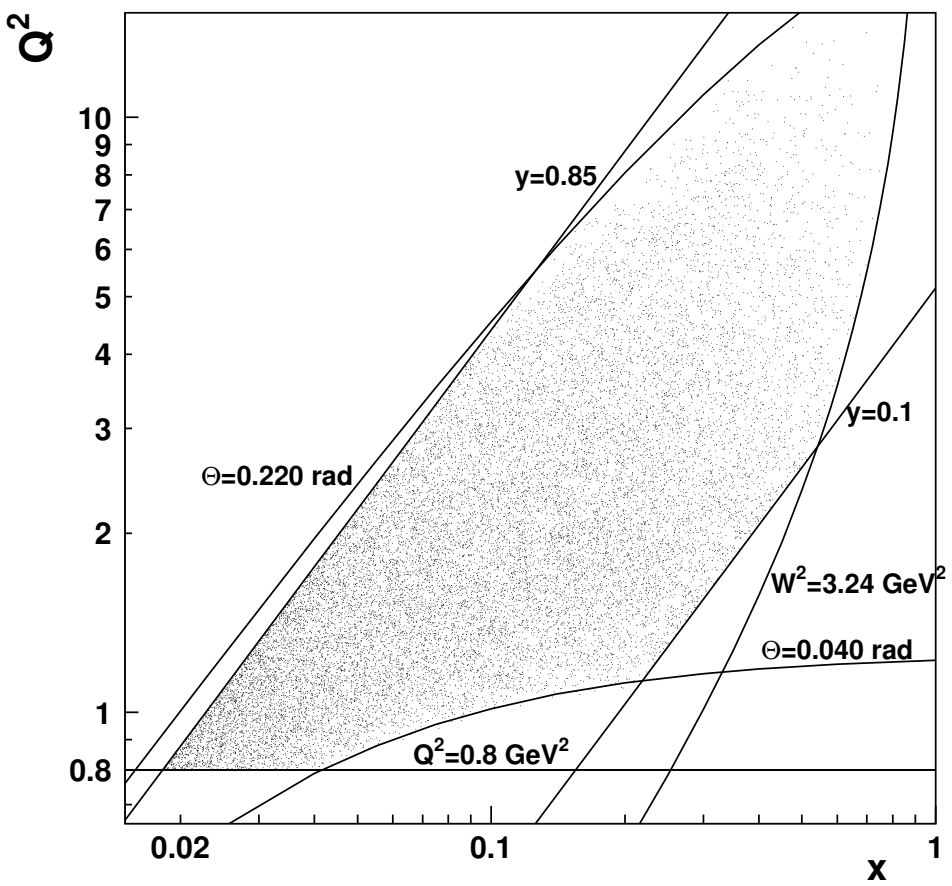

Abbildung 3.12.: Verteilung der selektierten Positronen eines Fills in der (x, Q^2)-Ebene. Die Linien zeigen die angewendeten kinematischen und geometrischen Schnitte.

4. Messung der Asymmetrie und Bestimmung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}

Die Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ wird aus den für die beiden Targetspinzustände gemessenen Zählraten tief inelastisch gestreuter Positronen berechnet. Die experimentell zugängliche Asymmetrie $A_{||}$ wird bei einer nicht vollständigen Polarisation von Strahl und Target um das Produkt aus Strahl- und Targetpolarisation vermindert. Korrekturen der Asymmetrie auf Untergrundprozesse und auf den Einfluss der Spektrometerauflösung werden aus den Daten bzw. durch Monte-Carlo-Simulation bestimmt. Strahlungskorrekturen sind erforderlich, um die gemessenen Streuquerschnitte auf die Born-Querschnitte des polarisierten bzw. unpolarisierten Ein-Photon-Austausches zurückzuführen. Aus der Born-Asymmetrie kann gemäß dem Formalismus in Abschnitt 1.2 die Asymmetrie A_1 des virtuellen Photons bzw. das Strukturfunktions-Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$und die polarisierte Strukturfunktion g_1^{p} bestimmt werden. Die Ergebnisse und die systematischen Fehler werden für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$sowie für die Strukturfunktion g_1^{p} angegeben.

4.1. Aufteilung des kinematischen Messbereiches

Die Aufteilung des kinematischen Messbereiches erfolgte mit dem Ziel einer präzisen Messung der x-Abhängigkeit der Asymmetrie A_1 bzw. $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$. Der experimentell zugängliche kinematische Bereich ist durch die verfügbare Strahlenergie vorgegeben. Er wird eingeschränkt durch die für die Selektion der tief inelastisch gestreuten Positronen angewendeten Schnitte sowie durch die geometrische Akzeptanz des Spektrometers.
In der vorliegenden Analyse wurden für die Messung des doppelt differentiellen tief inelastischen Streuquerschnitts die zwei unabhängigen kinematischen Variablen x und y gewählt (siehe auch Abschnitt 1.1). Der (x, y)-Messbereich wird in *Bins* unterteilt, wobei die Unterteilung in y die Variation des Depolarisationsfaktors D mit y ($D \approx y$) berücksichtigt. Der Wert der kinematischen Variablen Q^2 im betrachteten x-y-Bin wird unter Verwendung der Schwerpunktenergie s berechnet $Q^2 = sxy$. Die Asymmetrie und die Strukturfunktion sowie alle Korrekturen und verwendeten Parametrisierungen werden an fixierten Zentralwerten (*centre*) $(x_{\mathrm{c}}, y_{\mathrm{c}})$ bzw. $(x_{\mathrm{c}}, Q^2_{\mathrm{c}})$ des betrachteten x-y-Bins berechnet. Die Werte $x_{\mathrm{c}}, y_{\mathrm{c}}$ werden durch Wichtung mit dem unpolarisierten Sreuquerschnitt bestimmt.

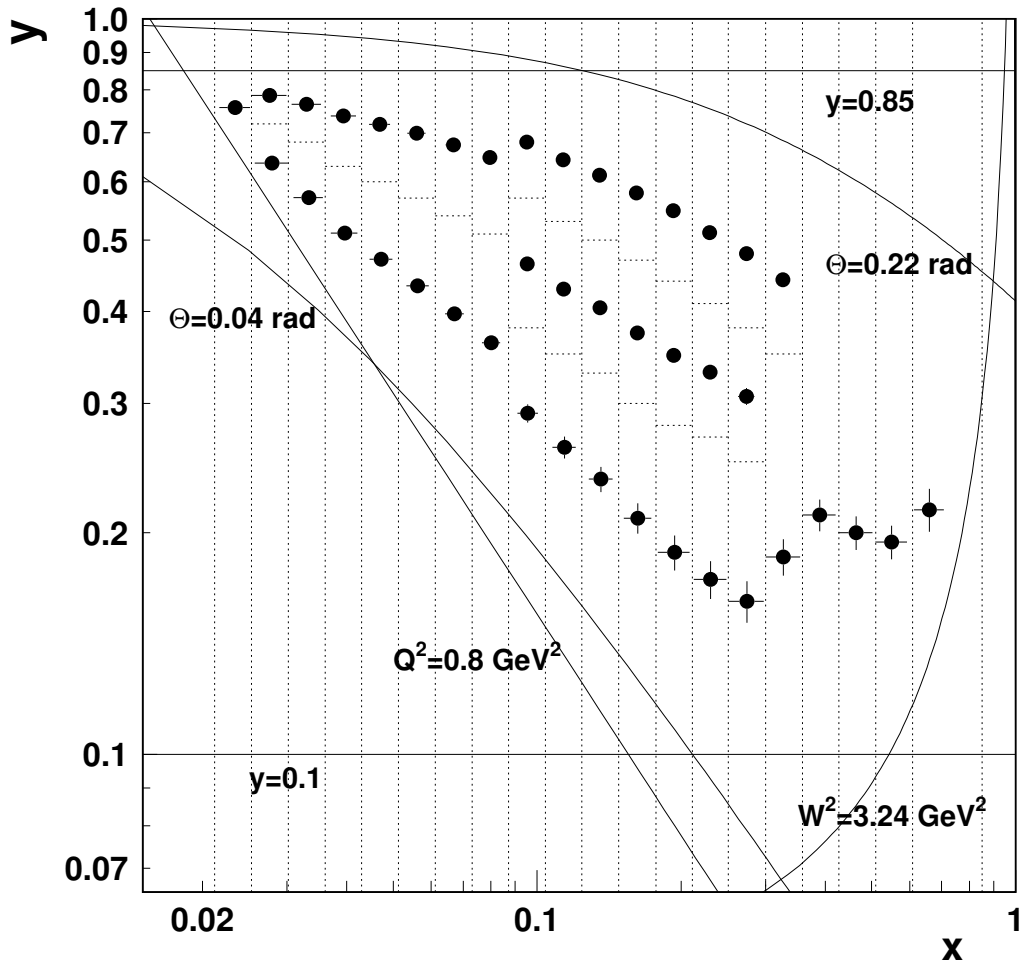

Abbildung 4.1.: Die Abbildung zeigt die in den Variablen x und y gewählte Einteilung des kinematischen Messbereiches. Die Bingrenzen sind durch die gestrichelten Linien wiedergegeben, die vollen Linien geben die Lage der kinematischen und geometrischen Schnitte an. Die Kreuze entsprechen dem aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmten gaußischen Beitrag zur x- bzw. y-Auflösung in jedem Bin.

Die Aufteilung des Messbereiches erfolgte unter Beachtung der folgenden Kriterien:

- **Anpassung an die Datenstatistik:**
  Die Bingröße wird so gewählt, dass der relative statistische Fehler der Asymmetrie gewichtet mit dem Depolarisationsfaktor D in jedem Bin kleiner als etwa 30 % ist.

- **Berücksichtigung der kinematischen Auflösung:**
  Die Breiten der Bins sollten an die Auflösung in x und y angepasst sein. Die Auflösung der kinematischen Variablen δQ^2, δy und δx wird durch Fortpflanzung der Impuls-

und Winkelauflösung $\delta E'$ und $\delta\theta$ bestimmt

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q^2}{Q^2}\Big|_{E'} &= \frac{\delta E'}{E'} & \frac{\partial Q^2}{Q^2}\Big|_{\theta} &= \cot(\theta/2)\,\delta\theta \\ \frac{\partial y}{y}\Big|_{E'} &= \frac{\delta E'}{E}\frac{1}{y} & \frac{\partial y}{y}\Big|_{\theta} &= 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

sowie für die Variable x[1]

$$\frac{\delta x}{x} = \frac{\delta Q^2}{Q^2} \oplus \frac{\delta y}{y}. \tag{4.2}$$

Ausgehend von der über den gesamten Messbereich guten Auflösung in den gemessenen Variablen E und θ (siehe Abschnitt 3.2.5) erreicht man entsprechend Gleichung (4.1) eine gute Q^2-Auflösung über den gesamten kinematischen Bereich, wobei in der Region kleiner Winkel ($\theta \to 0$) die Winkelauflösung dominiert. Die Auflösung in den Variablen y und x ist dagegen stark vom Wert der Variablen y selbst abhängig ($\sim 1/y$). Der Schnitt auf ein minimales $y > 0.1$ ermöglicht für Werte von $x > 0.2$ eine feinere Unterteilung des x-Bereiches zur Messung der x-Abhängigkeit der Strukturfunktion.
Abbildung 4.1 zeigt die gewählte Unterteilung des Messbereiches sowie die x- und y-Auflösung in jedem Bin. Die Bestimmung der Auflösung erfolgte, wie in Abschnitt 4.3.1 beschrieben wird, aus einer Monte-Carlo-Simulation.

- **Berücksichtigung der Spektrometerauflösung:**
  Der Einfluss der Spektrometerauflösung für die gewählte Unterteilung des Messbereiches auf die Messung der Asymmetrie wird in Abschnitt 4.3.1 mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation untersucht. Die Größe der Bins wird so gewählt, dass die erhaltenen Korrekturen kleiner als 20 % sind.

Auf diese Weise wird der x-Bereich von $0.021 \leq x \leq 0.85$ in 20 Bins mit einer variablen Anzahl von je 1 bis 3 y Bins unterteilt. Die Bingrenzen sind in Tabelle A.1 angegeben. Alle im Weiteren erläuterten Berechnungen der Asymmetrie sowie der Strukturfunktion erfolgen in diesen 42 x-y-Bins.

4.2. Formalismus der Asymmetrie-Messung

4.2.1. Die Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$

Die experimentell zugängliche Größe ist die Asymmetrie $A_{||}$, die aus den gemessenen Streuquerschnitten $\sigma^{\rightleftarrows}$ und $\sigma^{\rightrightarrows}$ für antiparallele und parallele Ausrichtung von Strahl- und Targetspin berechnet wird und dem Verhältnis des polarisierten Streuquerschnitts σ_{p} zum unpolarisierten σ_{u} (siehe Gleichung (1.31)) entspricht

$$A_{||} = \frac{\sigma^{\rightleftarrows} - \sigma^{\rightrightarrows}}{\sigma^{\rightleftarrows} + \sigma^{\rightrightarrows}} = \frac{\sigma_{\mathrm{p}}}{\sigma_{\mathrm{u}}} \tag{4.3}$$

[1] Mit $\oplus$ wird die quadratische Addition bezeichnet.

(unter Verwendung der verkürzenden Schreibweise $\sigma = \mathrm{d}^2\sigma/\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y$). Die Asymmetrie wird durch das Produkt von Strahl- und Tagetpolarisation vermindert, d.h. man misst $A_{||}^{\mathrm{meas.}} = P_{\mathrm{b}} P_{\mathrm{t}} A_{||}$.
Die Bestimmung der Streuquerschnitts-Asymmetrie erfolgt aus den pro Bin gemessenen Zählraten der tief inelastisch gestreuten Positronen für die beiden Spineinstellungen

$$N_{\mathrm{inel}}^{\rightleftarrows}(\Delta x, \Delta y) = \sigma_u(\Delta x, \Delta y) \cdot \frac{1}{2} \sum_{\rightleftarrows} \Delta t^{\rightleftarrows}\, \mathcal{A}(t, \Delta x, \Delta y) \mathcal{E}(t, \Delta x, \Delta y) \mathcal{L}(t) \left[1 + P_{\mathrm{t}}(t) P_{\mathrm{b}}(t) A_{||}(\Delta x, \Delta y)\right] \quad (4.4)$$

$$N_{\mathrm{inel}}^{\rightrightarrows}(\Delta x, \Delta y) = \sigma_u(\Delta x, \Delta y) \cdot \frac{1}{2} \sum_{\rightrightarrows} \Delta t^{\rightrightarrows}\, \mathcal{A}(t, \Delta x, \Delta y) \mathcal{E}(t, \Delta x, \Delta y) \mathcal{L}(t) \left[1 - P_{\mathrm{t}}(t) P_{\mathrm{b}}(t) A_{||}(\Delta x, \Delta y)\right] \quad (4.5)$$

mit der Akzeptanz $\mathcal{A}$ und Effektivität $\mathcal{E}$ des Spektrometers sowie der Luminosität $\mathcal{L}$, Größen, die von der Messzeit t abhängen. Sowohl die Akzeptanz als auch die Effektivität des Spektrometers sind unabhängig von der Spinorientierung der Targetatome und heben sich daher bei der Bildung der Asymmetrie heraus, solange eventuelle zeitliche Änderungen dieser Größen langsamer verlaufen als der Wechsel zwischen den beiden Spinorientierungen. Letzteres muss für alle betrachteten Größen überprüft werden.
Die Akzeptanz des Spektrometers, d.h. die Wahrscheinlichkeit, dass ein im Bereich $\Delta x, \Delta y$ produziertes Ereignis im Detektor nachgewiesen wird, erhält man durch Monte-Carlo-Simulation. In der vorliegenden Analyse wurde die in Abschnitt 4.3.1 beschriebene Gesamtkorrektur angewendet, welche auf die Akzeptanz- und Smearing-Effekte (*Smeared-Acceptance*) sowie auf die Binning-Effekte in der Bestimmung der Streuquerschnitts-Asymmetrie korrigiert.
Die Effektivität setzt sich aus Beiträgen der Spurbestimmung, der Datennahme und des Triggers $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\mathrm{tracking}} \cdot \mathcal{E}_{\mathrm{daq}} \cdot \mathcal{E}_{\mathrm{trigger}}$ zusammen, wobei auf die Asymmetrie nur das Verhältnis der Effektivitäten $\mathcal{E}^{\rightleftarrows}/\mathcal{E}^{\rightrightarrows}$ wirkt. Für die Effektivität der Spurbestimmung (siehe Abbildung 3.3) und Triggergenerierung ([Stös98]) konnten im Rahmen der verfügbaren Datenstatistik keine Zeitabhängigkeiten, d.h. insbesondere keine Abhängigkeiten vom Spinzustand, festgestellt werden. Die Effektivität des Datennahmesystems wird für jeden Burst wie in Abbschnitt 2.3.5 angegeben berechnet und als Korrektur angewandt.
Unter Verwendung der Definitionen

$$L^{\rightrightarrows(\rightleftarrows)} := \sum_{\rightrightarrows(\rightleftarrows)} \Delta t^{\rightrightarrows(\rightleftarrows)}\, \mathcal{L}(t) \mathcal{E}_{daq}(t), \quad (4.6)$$

$$L_{\mathrm{P}}^{\rightrightarrows(\rightleftarrows)} := \sum_{\rightrightarrows(\rightleftarrows)} \Delta t^{\rightrightarrows(\rightleftarrows)}\, \mathcal{L}(t) \mathcal{E}_{daq}(t) P_{\mathrm{t}}(t) P_{\mathrm{b}}(t) \quad (4.7)$$

erhält man für die Asymmetrie $A_{||}$

$$A_{||}(\Delta x, \Delta y) = \frac{N_{\mathrm{inel}}^{\rightleftarrows}(\Delta x, \Delta y) L^{\rightrightarrows} - N_{\mathrm{inel}}^{\rightrightarrows}(\Delta x, \Delta y) L^{\rightleftarrows}}{N_{\mathrm{inel}}^{\rightleftarrows}(\Delta x, \Delta y) L_{\mathrm{P}}^{\rightrightarrows} + N_{\mathrm{inel}}^{\rightrightarrows}(\Delta x, \Delta y) L_{\mathrm{P}}^{\rightleftarrows}}\,. \quad (4.8)$$

Für die Normierung der Zählraten werden die gemittelten Luminositätswerte verwendet (siehe auch Abschnitt 2.3.3). Die Summen L und L_{P} werden über die selektierten Bursts berechnet und die Luminositätswerte dabei auf die Burstlänge Δt des jeweiligen Spinzustandes normiert.
Der statistische Fehler der Streuquerschnitts-Asymmetrie berechnet sich aus den Zählraten der betrachteten Spinzustände des Targets zu

$$\begin{aligned}\delta A_{||} &= \sqrt{\left(\frac{\partial A_{||}}{\partial N^{\rightleftarrows}_{\mathrm{inel}}}\,\delta N^{\rightleftarrows}_{\mathrm{inel}}\right)^2 + \left(\frac{\partial A_{||}}{\partial N^{\rightrightarrows}_{\mathrm{inel}}}\,\delta N^{\rightrightarrows}_{\mathrm{inel}}\right)^2} \\ &= \frac{L^{\rightrightarrows} L^{\rightleftarrows}_{\mathrm{P}} + L^{\rightleftarrows} L^{\rightrightarrows}_{\mathrm{P}}}{\left(N^{\rightrightarrows}_{\mathrm{inel}} L^{\rightleftarrows}_{\mathrm{P}} + N^{\rightleftarrows}_{\mathrm{inel}} L^{\rightrightarrows}_{\mathrm{P}}\right)^2} \sqrt{\left(N^{\rightrightarrows}_{\mathrm{inel}}\right)^2 N^{\rightleftarrows}_{\mathrm{inel}} + \left(N^{\rightleftarrows}_{\mathrm{inel}}\right)^2 N^{\rightrightarrows}_{\mathrm{inel}}}\,. \end{aligned} \tag{4.9}$$

4.2.2. Untergrundkorrektur

Untergrundbeiträge entstehen vorwiegend bei kleinen Energien $E < 10$ GeV durch fehlidentifizierte positive Hadronen und durch Positronen aus sekundären Prozessen. Diese Beiträge müssen quantifiziert werden, um ihren Einfluss auf die Messung der Asymmetrie abzuschätzen bzw. Korrekturen zu berechnen.
Der Anteil fehlidentifizierter Hadronen kann durch die Wahl des Schnittes an die PID-Verteilung zur Identifizierung der Positronen (siehe Abschnitt 3.3) vernachlässigbar klein gehalten werden. Die Verringerung der Kontamination ist jedoch direkt mit der Reduktion des Positrondatensatzes korreliert, so dass ein Kompromiss zwischen einer möglichst hohen PID-Schnitteffektivität bei vertretbarer Hadron-Kontamination gefunden werden muss. Die Asymmetrie wird dann um die verbleibende Kontamination korrigiert.
Sekundäre Positronen können durch kinematische Schnitte nicht von den tief inelastisch erzeugten Positronen getrennt werden. Die dominierenden Prozesse bei der Erzeugung von Sekundärpositronen sind die Konversion von Photonen im Targetmaterial und der Zerfall von π^0-Mesonen ($\pi^0 \rightarrow 2\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-$); sie entstehen ladungssymmetrisch (*charge symmetric*) und können daher durch statistische Subtraktion der identifizierten Elektronen[2] ausgeschlossen werden.

Die gemessene Zählrate N pro Bin enthält die Positronen aus der tief inelastischen Streuung N_{inel}, fehlidentifizierte positive Hadronen H_+ sowie Positronen aus Sekundärprozessen P_+

$$N = N_{\mathrm{inel}} + H_+ + P_+\,. \tag{4.10}$$

Der ladungssymmetrische Untergrund kann vollständig korrigiert werden durch Subtraktion aller Elektronen, die die Kriterien für ein tief inelastisch gestreutes Positron erfüllen. Entsprechend der ausführlichen Darlegung im Anhang B ergibt sich die Streu-

[2] Die Korrektur erfolgt unter der Annahme $e^+_{\mathrm{kine}} = e^-_{\mathrm{kine}}$ für die Kinematik der Elektronen und Positronen.

querschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ der tief inelastisch gestreuten Positronen $N_{\text{inel}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ zu

$$A_{||} = \frac{1}{\left(1 + h_+ \cdot (1 - \frac{H_-}{H_+})\right)} \cdot \left[A_{||}^{\text{cs}} + h_+ \cdot \left(\frac{H_-}{H_+} \cdot A_{\text{H}_-} - A_{\text{H}_+} \right) \right] . \qquad (4.11)$$

$A_{||}^{\text{cs}}$ ist die Streuquerschnitts-Asymmetrie, berechnet aus den um ladungssymmetrische Prozesse korrigierten Zählraten $(N - E)^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$. $A_{\text{H}_\pm}$ sind die Asymmetrien positiver bzw. negativer Hadronen, H_-/H_+ ist deren Verhältnis und h_+ die Kontamination des Positrondatensatzes durch positive Hadronen; alle Größen sind im Anhang B definiert.
Bei der Berechnung des statistischen Fehlers der Asymmetrie $A_{||}$ müssen die Zählraten der subtrahierten Elektronen berücksichtigt werden - der Fehler vergrößert sich um die statistische Genauigkeit in der Bestimmung der Elektronzählrate

$$\delta A_{||} = \frac{1}{\left(1 + h_+ \cdot (1 - \frac{H_-}{H_+})\right)} \cdot \left[\sum_{\rightrightarrows(\rightleftarrows)} \left(\frac{\partial A_{||}}{\partial N} \cdot \delta N \right)^2 + \sum_{\rightrightarrows(\rightleftarrows)} \left(\frac{\partial A_{||}}{\partial E} \cdot \delta E \right)^2 \right]^{1/2} . \qquad (4.12)$$

Die Werte h_+ sind für die gewählten x-y-Bins in Tabelle A.2 angegeben. Die h_+ Kontamination ist am größten im Bereich niedriger Impulse mit Werten von 1.1 % für $y > 0.75$, und vernachlässigbar für den Bereich $y < 0.6$ und $x > 0.1$.
Die durch Subtraktion ausgeschlossenen Sekundärpositronen erreichen bei niedrigen Energien $y > 0.75$ (entsprechend $E' < 7$ GeV) einen Anteil von bis zu 8 %, normiert auf die Gesamtzahl der Positronen im betrachteten x-y-Bin (siehe Tabelle A.2). Abbildung 4.2 zeigt

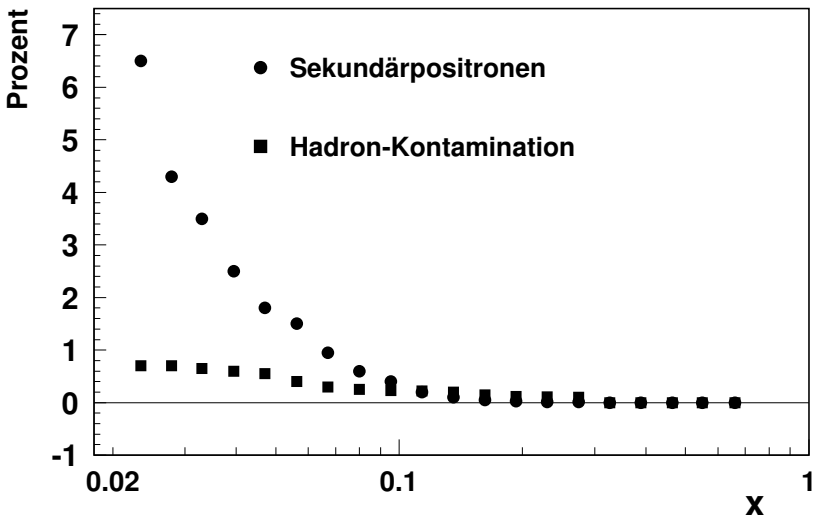

Abbildung 4.2.: Die Kontamination der für die Analyse selektierten Positronen durch fehlidentifizierte positive Hadronen und durch Sekundärpositronen in Abhängigkeit von x, wobei über y gemittelt wurde. Der angegebene prozentuale Anteil sekundärer Positronen wurde für die beiden Spinzustände des Targets gemittelt.

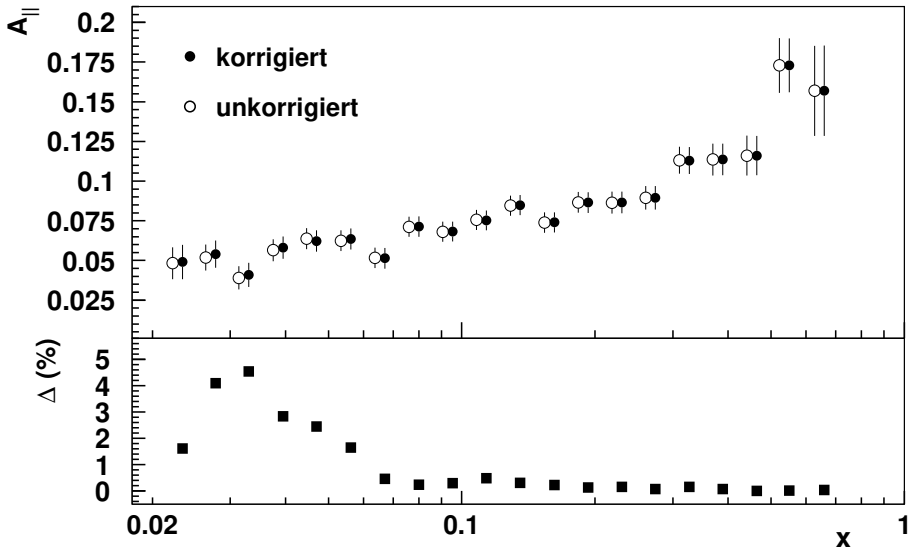

Abbildung 4.3.: Die korrigierte und unkorrigierte Asymmetrie $A_{||}$ in Abhängigkeit von x. Die untere Abbildung gibt die prozentuale Änderung $\Delta =$ (unkorrigiert/korrigiert) der Asymmetrie durch die Anwendung der Untergrundkorrektur wieder.

die Kontamination des Positronsamples durch positive Hadronen sowie den Anteil von Sekundärpositronen, bestimmt durch die Zahl der selektierten Elektronen, in Abhängigkeit von x, wobei über die y-Bins gewichtet gemittelt wurde.
Die vollständige Untergrundkorrektur nach Gleichung (4.11) beträgt bis zu 5 % für $y > 0.7$ und $x < 0.04$ und ist vernachlässigbar im Bereich $y < 0.5$ und $x > 0.1$. Sie wird dominiert durch die Korrektur des Beitrages der Sekundärpositronen. Abbildung 4.3 zeigt die korrigierte und unkorrigierte Asymmetrie $A_{||}$ in Abhängigkeit von x sowie die prozentuale Änderung des Asymmetriewertes aufgrund der Korrektur.
Die auf Untergrundprozesse korrigierte Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ ist Ausgangspunkt aller weiteren Berechnungen.

4.2.3. Bestimmung der Born-Asymmetrie

Die Berechnung der Strukturfunktion g_1^{p} aus der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ erfolgt auf der Grundlage der Born-Asymmetrie des Ein-Photon-Austausches. Die gemessenen Streuquerschnitte enthalten sowohl alle höheren elektroschwachen Beiträge als auch Spektrometereffekte. Die Reduktion des gemessenen Streuquerschnittes auf den Born-Querschnitt erfolgt unter Anwendung von Strahlungskorrekturen und Smeared-Acceptance-Korrekturen.
Der Berechnung der Born-Asymmetrie $A_{||}^{\mathrm{c,born}}$ an den zentralen x_{c}- und y_{c}-Werten aus der

pro Bin gemessenen Asymmetrie $\bar{A}_{||}$ liegt der folgende Ansatz zugrunde

$$\left(\frac{A_{||}^{\mathrm{c,born}}(x_{\mathrm{c}},y_{\mathrm{c}})}{\bar{A}_{||}(\Delta x,\Delta y)}\right)_{\mathrm{Messung}} = \left(\frac{A_{||}^{\mathrm{c,born}}(x_{\mathrm{c}},y_{\mathrm{c}})}{\bar{A}_{||}(\Delta x,\Delta y)}\right)_{\mathrm{Theorie}} . \tag{4.13}$$

Die theoretische Beschreibung der Asymmetrie $\bar{A}_{||}(\Delta x,\Delta y)$ erfordert die Kenntnis der polarisierten und unpolarisierten Streuquerschnitte. Unter Verwendung der Born-Querschnitte erhält man eine allgemeine Beschreibung der QED-Strahlungskorrekturen $(1+\delta_{\mathrm{p(u)}})$

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{\mathrm{p(u)}}^{\mathrm{th}}(\Delta x,\Delta y) &= \int_{\mathrm{bin}} \sigma_{\mathrm{p(u)}}^{\mathrm{th}}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \\ &= \int_{\mathrm{bin}} (1+\delta_{\mathrm{p(u)}})\sigma_{\mathrm{p(u)}}^{\mathrm{born,sacc}}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y \\ &\cong (1+\bar{\delta}_{\mathrm{p(u)}})\int_{\mathrm{bin}} \sigma_{\mathrm{p(u)}}^{\mathrm{born,sacc}}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\ . \end{aligned}\tag{4.14}$$

Mit dieser Beschreibung, die eine Faktorisierung der Strahlungskorrekturen und Smeared-Acceptance-Korrekturen voraussetzt, ergibt sich die theoretisch erwartete Asymmetrie zu

$$\begin{aligned}\bar{A}_{||}^{\mathrm{th}}(\Delta x,\Delta y) = \frac{\bar{\sigma}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{th}}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{th}}} &= \frac{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{p}})}{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{u}})}\cdot\frac{\int_{\mathrm{bin}}\sigma_{\mathrm{p}}^{\mathrm{born,sacc}}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y}{\int_{\mathrm{bin}}\sigma_{\mathrm{u}}^{\mathrm{born,sacc}}\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y} \\ &= \frac{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{p}})}{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{u}})}\cdot\frac{\bar{\sigma}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{born,sacc}}}{\bar{\sigma}_{\mathrm{u}}^{\mathrm{born,sacc}}} \\ &= \frac{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{p}})}{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{u}})}\cdot\bar{A}_{||}^{\mathrm{born,sacc}} \\ &= \frac{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{p}})}{(1+\bar{\delta}_{\mathrm{u}})}\cdot\frac{\bar{A}_{||}^{\mathrm{born,sacc}}}{\bar{A}_{||}^{\mathrm{born}}}\cdot\frac{\bar{A}_{||}^{\mathrm{born}}}{A_{||}^{\mathrm{c,born}}}\cdot A_{||}^{\mathrm{c,born}} \\ &= \delta_{\mathrm{rc}}\ \cdot\ 1/\delta_{\mathrm{sacc}}\ \cdot\ 1/\delta_{\mathrm{bsc}}\ \cdot A_{||}^{\mathrm{c,born}}(x_{\mathrm{c}},y_{\mathrm{c}})\ . \end{aligned}\tag{4.15}$$

Der Korrekturterm δ_{bsc} (*bin size and centre correction*) ermöglicht die Umrechnung der im Bin gemessenen Asymmetrie auf den Wert der Asymmetrie am gewählten Zentralwert. Die gesuchte Born-Asymmetrie an den Zentralwerten des betrachteten Bins ergibt sich aus dem obigen Ansatz unter Verwendung von Gleichung (4.15) zu

$$\begin{aligned}\left(A_{||}^{\mathrm{c,born}}\right)_{\mathrm{Messung}} &= \left(\frac{A_{||}^{\mathrm{c,born}}}{\bar{A}_{||}}\right)_{\mathrm{Theorie}}\cdot\left(\bar{A}_{||}\right)_{\mathrm{Messung}} \\ &= \frac{\delta_{\mathrm{bsc}}\cdot\delta_{\mathrm{sacc}}}{\delta_{\mathrm{rc}}}\cdot\left(\bar{A}_{||}\right)_{\mathrm{Messung}}\ . \end{aligned}\tag{4.16}$$

Die Smeared-Acceptance-Korrektur δ_{sacc} und die Bingrößen- und Binzentrum-Korrektur δ_{bsc} werden aus einer Monte-Carlo-Simulation bestimmt (Abschnitt 4.3.1), die Strahlungskorrekturen werden mit dem Programm POLRAD berechnet (Abschnitt 4.3.2).

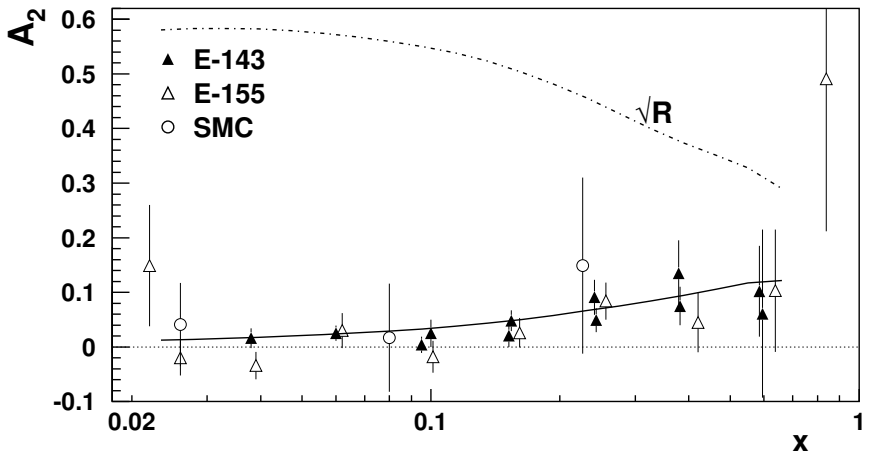

Abbildung 4.4.: Die für die Parametrisierung der transversalen Photon-Asymmetrie A_2 verwendeten A_2-Werte in Abhängigkeit von x aus den Messungen [E143-98, SMC-98b]. Die durchgezogene Linie gibt die Parametrisierung $A_2 = 0.5 \cdot x/\sqrt{Q^2}$ für die HERMES-Kinematik wieder; die gestrichelte Linie das Positivitätslimit $A_2 < \sqrt{R}$. Die kürzlich veröffentlichte A_2-Messung [E155-99] wird ebenfalls durch die angegebene Parametrisierung beschrieben.

4.2.4. Die Asymmetrien A_1 und $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$

Die gemessene Asymmetrie $A_{||}$ (im Weiteren entspricht $A_{||}$ der Asymmetrie $A_{||}^{\mathrm{c,born}}$ in Gleichung (4.16)) kann unter Verwendung der Asymmetrien des virtuellen Photons A_1 und A_2 zur Strukturfunktion g_1^{p} in Beziehung gesetzt werden (siehe Abschnitt 1.2.2 mit den dort definierten kinematischen Faktoren D, γ, η). Aus den mit Gleichung (1.28, 1.33) erhaltenen Beziehungen

$$g_1^{\mathrm{p}} = \frac{F_1^{\mathrm{p}}}{1+\gamma^2}(A_1 + \gamma A_2) \ , \tag{4.17}$$

$$A_1 = \frac{A_{||}}{D} - \eta A_2 \tag{4.18}$$

ergibt sich das Strukturfunktionsverhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ für den Zentralwert $(x_{\mathrm{c}}, y_{\mathrm{c}})$ zu

$$\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}} = \frac{1}{1+\gamma^2}\left[\frac{A_{||}}{D} - (\eta - \gamma)\, A_2\right] \ . \tag{4.19}$$

Für die Berechnung von A_1 oder $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ aus der gemessenen Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ ist die Kenntnis der Asymmetrie A_2 erforderlich. Die transversale Photon-Asymmetrie A_2 wurde bisher nicht durch das HERMES-Experiment gemessen. Messungen des E143-Experimentes am SLAC [E143-98] ergaben eine kleine positive Asymmetrie A_2 im Bereich $0.03 < x < 0.5$. Die Größe von A_2 wird durch die an die verfügbaren Daten angepasste Parametrisierung (siehe Abbildung 4.4)

$$A_2 = (0.5 \pm 0.5)\, \frac{x}{\sqrt{Q^2}} \tag{4.20}$$

bei der Berechnung der Asymmetrie berücksichtigt. Die angegebene Unsicherheit umfasst die volle Variation innerhalb der statistischen Fehler der E143-Daten. Kürzlich veröffentlichte Messungen der Asymmetrie A_2 [E155-99] im kinematischen Bereich $0.02 < x < 0.8$ befinden sich in guter Übereinstimmung mit den verwendeten A_2-Daten und werden ebenfalls durch die angegebene Parametrisierung beschrieben (siehe Abbildung 4.4). Die Berücksichtigung der E155-Daten in der Anpassung der Parametrisierung ergibt keine Änderung der zuvor bestimmten Parameter - die negativen A_2-Werte der E155-Messung werden aber nicht durch den angegebenen Fehler erfasst.
Der Beitrag von A_2 ist für g_1^p/F_1^p durch den Faktor $(\eta - \gamma)$ stärker unterdrückt als für A_1 durch den Faktor η, da $(\eta - \gamma) < \eta$ gilt. Die Ergebnisse der Asymmetrie-Messung werden daher in Abschnitt 4.5.1 für das Strukturfunktions-Verhältnis g_1^p/F_1^p angegeben, welches eine geringere Abhängigkeit von den Annahmen über A_2 aufweist als die Asymmetrie A_1.

4.3. Korrekturen der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$

4.3.1. Smeared-Acceptance-Korrektur

Die Impuls- und Winkelauflösung des Spektrometers (siehe Abschnitt 3.2.5), gefaltet mit dem Streuquerschnitt des betrachteten Prozesses, definiert die Genauigkeit in der Bestimmung der kinematischen Variablen entsprechend den Gleichungen (4.1) und (4.2). Die für die gewählte Aufteilung des Messbereiches aus der Monte-Carlo-Simulation bestimmte Auflösung in den kinematischen Variablen x und y ist in Abbildung 4.1 im jeweiligen Bin durch die Kreuze dargestellt. Der angegebene Wert stellt die Breite der an die Verteilung der Differenzen aus generierter und rekonstruierter Kinematik angepassten Gauß-Funktion dar, wobei die asymmetrischen Bremsstrahlungsausläufer ausgeschlossen wurden. Die Bremsstrahlungsausläufer können die Messung von Positronen in einem (x, Q^2)-Bereich bewirken, der von der tatsächlichen Kinematik des Ereignisses abweicht. Bei der Einteilung des Messbereiches wurden die Bingrößen bereits so gewählt, dass dieser Smeared-Acceptance-Effekt auf die Asymmetrie kleiner als 20 % bleibt. Die Korrektur der Smeared-Acceptance-Effekte wurde aus einer Simulation unter Verwendung des in Abschnitt 2.3.6 beschriebenen Monte-Carlo-Datensatzes bestimmt [Gute98]. Für die Erzeugung der Monte-Carlo-Daten wurden dieselben Parametrisierungen der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^p und R verwendet wie in der vorliegenden Analyse.
Zur Berechnung der Korrektur werden die generierten Ereignisse in die beiden Spinzustände unterteilt . Unter Verwendung einer bekannten Modell-Asymmetrie (siehe Abschnitt 4.3.3) $A_{||}^{\mathrm{model}}$ werden die Ereignisse umgewichtet und die Asymmetrie aus der generierten bzw. der rekonstruierten Kinematik berechnet:

- generierte Kinematik: $A_{||}^{\mathrm{gen}}$
  Die Asymmetrie wird unter Verwendung der generierten Kinematik aus allen erzeugten Ereignissen berechnet. Sie stellt die Referenzverteilung zur Bestimmung des Spektrometereinflusses im Rahmen der kinematischen Grenzen auf die Asymmetriemessung dar.

- rekonstruierte Kinematik: $A_{||}^{\mathrm{rec}}$
  Die Asymmetrie wird unter Verwendung der rekonstruierten Kinematik aus allen rekonstruierten Ereignissen berechnet und enthält somit alle simulierten Einflüsse des Spektrometers. Dabei werden die Monte-Carlo-Daten mit dem gleichen Programm rekonstruiert wie die gemessenen Daten.

Die Smeared-Acceptance-Korrektur für die gemessene Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ erhält man aus dem Vergleich der generierten zur rekonstruierten Asymmetrie $A_{||}^{\mathrm{mc}}/A_{||}^{\mathrm{rec}}$. Sie beträgt bis zu 8 % für Werte $x < 0.03$. Die Bingrößen- und Binzentrum-Korrektur ergibt sich aus dem Verhältnis der Modell-Asymmetrie, berechnet für die Zentralwerte, zu der aus der generierten Kinematik an den Zentralwerten berechneten Asymmetrie $A_{||}^{\mathrm{model}}/A_{||}^{\mathrm{gen}}$. Die Größe dieser Korrektur beträgt 1-3 %.
In Abbildung 4.5 ist die Monte-Carlo-Korrektur

$$\delta_{\mathrm{mc}} \;=\; \delta_{\mathrm{sacc}} \cdot \delta_{\mathrm{bsc}} \;=\; \frac{A_{||}^{\mathrm{model}}}{A_{||}^{\mathrm{rec}}} \tag{4.21}$$

in Abhängigkeit von x dargestellt, wobei über die y-Bins gewichtet gemittelt wurde. Tabelle A.3 enthält die Korrekturwerte für alle x-y-Bins.

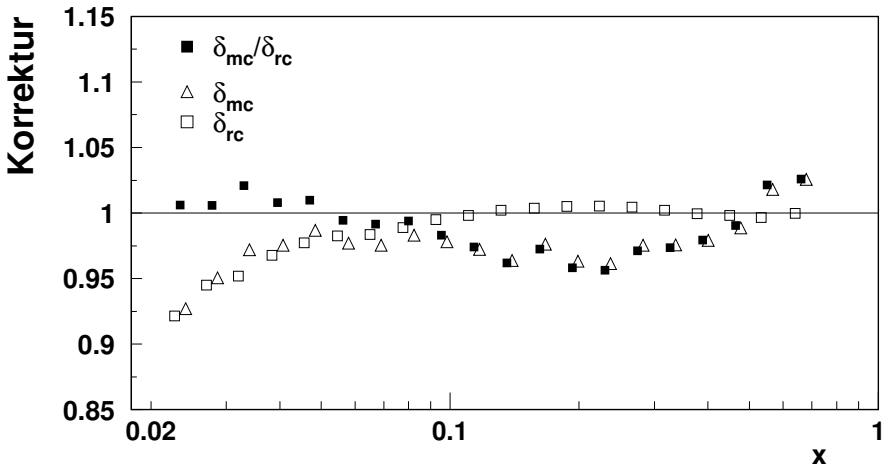

Abbildung 4.5.: Die Abbildung zeigt die Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen in Abhängigkeit von x sowie die resultierende Gesamtkorrektur für die Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$.

4.3.2. Strahlungskorrektur

Der gemessene Streuquerschnitt enthält alle Beiträge von elektro-schwachen Prozessen höherer Ordnung. Die Extraktion des Born-Querschnitts aus dem gemessenen Streuquerschnitt erfolgt daher unter Anwendung theoretisch berechneter Strahlungskorrekturen. Aufgrund der Schwerpunktenergie von 7.4 GeV, entsprechend einem maximalen Wert

von Q^2 = 55 GeV^2, können Beiträge der schwachen Wechselwirkung (Z-Austausch, γZ-Interferenz) vernachlässigt werden. Die Beiträge zur inklusiven Lepton-Nukleon-Streuung in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha)$ sind

(a) Emission realer Bremsstrahlungsphotonen vom einlaufenden bzw. vom gestreuten Positron,

(b) Interferenz des Born-Diagramms mit den Schleifendiagrammen der

- Vertexkorrektur,
- Vakuumpolarisation.

Während die elektromagnetischen Korrekturen der absoluten Streuquerschnitte für $y \to 1$ divergieren, trägt zur Korrektur der Streuquerschnitts-Asymmetrie nur das Verhältnis der polarisierten zu den unpolarisierten Anteilen bei.

Emission von Bremsstrahlungs-Photonen

Der größte Beitrag zur Korrektur entsteht aufgrund der Abstrahlung eines realen Photons am ein- bzw. auslaufenden Positron. Die Festlegung der Kinematik des virtuellen Photons und des hadronischen Endzustandes durch die Kinematik des einlaufenden und des gestreuten Positrons (Gleichung 1.4) ist dann nicht mehr gegeben, sondern es gilt

$$\nu_{\mathrm{rc}} = E - E' - E_{\mathrm{brems}} < \nu \tag{4.22}$$

$$Q^2_{\mathrm{rc}} \neq Q^2 \tag{4.23}$$

$$W^2_{\mathrm{rc}} < W^2 \,. \tag{4.24}$$

Die Regionen für die Lepton-Nukleon-Streuung - der elastische, quasielastische und inelastische Bereich - sind unterscheidbar aufgrund des Energieübertrages ν und Viererimpulses Q^2 des virtuellen Photons. Die Abstrahlung von realen Photonen mit beliebigen Energiewerten E_{brems} bis $E_{\mathrm{brems}} < E$ führt aufgrund der undefinierten[3] Kinematik in Gleichung (4.22-4.24) zur Aufhebung der Unterscheidbarkeit und damit zu Beiträgen aus allen drei Regionen zum gemessenen Streuquerschnitt. Der polarisierte (unpolarisierte) radiative Streuquerschnitt erster Ordnung ist die Summe dieser drei Beiträge sowie des Interferenzbeitrages σ^{v} der Vertex-Korrekturen und der Vakuumpolarisation

$$\sigma^{\mathrm{rc}}_{\mathrm{p(u)}} = \sigma^{\mathrm{inel}}_{\mathrm{p(u)}} + \sigma^{\mathrm{qel}}_{\mathrm{p(u)}} + \sigma^{\mathrm{el}}_{\mathrm{p(u)}} + \sigma^{\mathrm{v}}_{\mathrm{p(u)}} \,. \tag{4.25}$$

Der Korrekturfaktor für die Reduktion der gemessenen Asymmetrie auf die Born-Asymmetrie entsprechend Gleichung (4.15) ergibt sich aus den berechneten radiativen bzw. Born-Querschnitten für die polarisierte und unpolarisierte Streuung

$$\delta_{\mathrm{rc}} = \frac{1+\bar{\delta}_{\mathrm{p}}}{1+\bar{\delta}_{\mathrm{u}}} = \frac{\bar{\sigma}^{\mathrm{rc}}_{\mathrm{p}}}{\bar{\sigma}^{\mathrm{born}}_{\mathrm{p}}} \cdot \frac{\bar{\sigma}^{\mathrm{born}}_{\mathrm{u}}}{\bar{\sigma}^{\mathrm{rc}}_{\mathrm{u}}} \,. \tag{4.26}$$

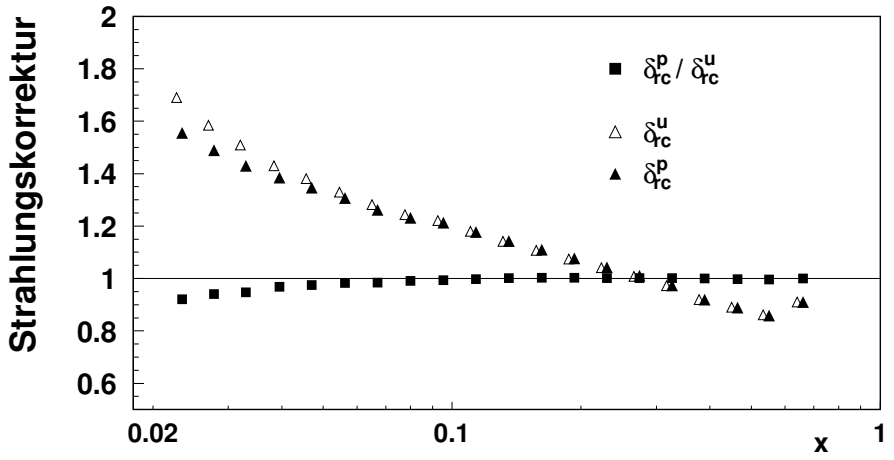

Abbildung 4.6.: Die berechneten Strahlungskorrekturen des polarisierten und unpolarisierten Streuquerschnittes $\delta_{\mathrm{rc}}^{\mathrm{p}}$ und $\delta_{\mathrm{rc}}^{\mathrm{u}}$ sind in Abhängigkeit von x dargestellt. Für die Bestimmung der Born-Asymmetrie ist nur das Verhältnis $\delta_{\mathrm{rc}}^{\mathrm{p}}/\delta_{\mathrm{rc}}^{\mathrm{u}}$ aus den obigen Korrekturen relevant.

Abbildung 4.6 zeigt die Strahlungskorrekturen für den polarisierten und für den unpolarisierten Streuquerschnitt, die für $y > 0.7$ (entsprechend $x < 0.3$) größer als 50 % werden. In die Bestimmung der Born-Asymmetrie geht nur das Verhältnis aus beiden Korrekturen ein.
Die Berechnung der Streuquerschnitte erfolgt mit dem Programm POLRAD [Aksh94] unter Verwendung derselben Parametrisierungen für die unpolarisierten Strukturfunktionen R [R1990] und F_2 [NMC 95] wie in der vorliegenden Analyse. Der polarisierte Born-Querschnitt $\sigma_{\mathrm{p}}^{\mathrm{born}}$ und insbesondere der Beitrag des inelastischen Bereiches $\sigma_{\mathrm{p}}^{\mathrm{inel}}$ sind von der zu messenden Asymmetrie selbst bzw. von der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} abhängig. Zur Minimierung dieses Einflusses wurde eine Parametrisierung der Modell-Asymmetrie, wie in Abschnitt 4.3.3 beschrieben, iterativ bestimmt.
Abbildung 4.5 zeigt die Strahlungskorrektur δ_{rc} in Abhängigkeit von x, wobei über y gewichtet gemittelt wurde. Tabelle A.3 enthält die Korrekturwerte für alle x-y-Bins. Die Korrekturen erreichen bis zu 8 % für $y > 0.7$ und fallen auf Werte ≤ 1 % im Bereich $y < 0.5$.

4.3.3. Iteration

Die Berechnungen der Monte-Carlo-Korrekturen δ_{sacc} und δ_{bsc} sowie der Strahlungskorrektur δ_{rc} sind abhängig von der zu bestimmenden Streuquerschnitts-Asymmetrie bzw. der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}. Zur Minimierung der Abhängigkeit der Korrekturen von der gewählten Modell-Asymmetrie, gleichbedeutend einer möglichst genauen

[3]Der hadronische Endzustand bzw. Energie und Winkel des emittierten Photons werden im HERMES-Experiment nicht vollständig gemessen.

Übereinstimmung der Modell-Asymmetrie mit der gemessenen Asymmetrie, wird ein iteratives Verfahren angewendet.
Ausgangspunkt für die Berechnung der ersten Korrektur sind zwei unterschiedliche Asymmetrien, um möglichst unabhängig von den Startparametern zu sein:

(1) Anpassung eines Polynoms zweiter Ordnung an die verfügbaren Weltdaten [E143-98, SMC-98b].

(2) Anpassung einer Funktion mit Q^2-abhängigem Term $1/Q^2$,siehe Gleichung (4.29), an die unkorrigierten HERMES-Daten ausschließlich unter Berücksichtigung der statistischen Fehler.

Unter Verwendung beider Parametrisierungen werden jeweils die Korrekturen δ_{sacc}, δ_{bsc} und δ_{rc} bestimmt. In einem nächsten Iterationsschritt werden an die auf Grundlage von (1) bzw. (2) korrigierten HERMES-Daten unter Berücksichtigung der statistischen und systematischen Fehler die folgenden drei, empirisch gewählten Funktionen (siehe auch [E143-98]) angepasst:

$$(\mathrm{A}) \qquad f(x) = \mathrm{P}_0 + \mathrm{P}_1 \cdot x + \mathrm{P}_2 \cdot x^2 \tag{4.27}$$

$$(\mathrm{B}) \qquad f(x,Q^2) = \mathrm{P}_0 \cdot x^{\mathrm{P}_1} \cdot (1 + \mathrm{P}_2 \cdot x + \mathrm{P}_3 \cdot x^2) \cdot \left(1 + \mathrm{P}_4 \cdot \ln Q^2\right) \tag{4.28}$$

$$(\mathrm{C}) \qquad f(x,Q^2) = \mathrm{P}_0 \cdot x^{\mathrm{P}_1} \cdot (1 + \mathrm{P}_2 \cdot x + \mathrm{P}_3 \cdot x^2) \cdot \left(1 + \frac{\mathrm{P}_4}{Q^2}\right) \ , \tag{4.29}$$

wobei in (B) und (C) eine mögliche Q^2-Abhängigkeit der Asymmetrie parametrisiert ist. Die mögliche Q^2-Abhängigkeit der Asymmetrie wird in Abschnitt 4.5.2 sowie in 5.4 diskutiert. Die beiden Parametersätze aus den Ansätzen (1) und (2) für jede der drei funktionalen Formen werden gemittelt, da die Parameterwerte innerhalb der Fehler der Anpassung übereinstimmen und die χ^2-Werte, normiert auf die Anzahl der Freiheitsgrade etwa gleich sind. Die gemittelten Parameter sind in Tabelle 4.1 angegeben. Für die Berechnung der in der Analyse angewandten Korrekturen wird die unter Verwendung der funktionalen Form in Gleichung (4.29) bestimmte Modell-Asymmetrie mit den in Tabelle 4.1 angegebenen Parametern verwendet. Die nach Gleichung (4.27) und (4.28) bestimmten Parametrisierungen dienen der Untersuchung systematischer Änderungen der Korrekturen mit der Modell-Asymmetrie.

funktionale Form		(Gleichung)	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4
(A)	Polynom in x	(4.27)	0.030	1.550	-0.824	0.000	0.000
(B)	($\ln Q^2$) Term	(4.28)	0.623	0.692	1.653	-1.711	0.039
(C)	($1/Q^2$) Term	(4.29)	0.621	0.597	2.024	-2.011	-0.079

Tabelle 4.1.: Die im letzten Iterationsschritt ermittelten Parameter der Anpassung von drei unterschiedlichen funktionalen Formen an die HERMES-Daten.

4.4. Systematische Studien

Systematische Unsicherheiten in der Bestimmung des Strukturfunktions-Verhältnisses treten aufgrund systematischer Unsicherheiten in der Messung der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ auf sowie durch die Verwendung externer, mit Unsicherheiten behafteter Daten zur Berechnung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. von g_1^{p}.

4.4.1. Untersuchungen zur Konsistenz der Datensätze

Da die gemessene Streuquerschnitts-Asymmetrie über einen weiten kinematischen Bereich sehr klein ist (< 10 % bezogen auf den gemessenen unpolarisierten Streuquerschnitt), müssen alle systematischen Einflüsse, die zu einer Verschiebung der Messung führen, nach Möglichkeit ausgeschlossen werden. Wie im Anhang C gezeigt wird, führt die fehlerhafte Bestimmung der Positronzählrate in nur einem Spinzustand von z.B. 0.3 % zu einer systematischen Verschiebung der Asymmetrie um 4 %.
Von experimenteller Seite erweist sich der häufige und schnelle Wechsel des Spinzustandes der Targetatome alle 60 s als wesentliche Methode zur Vermeidung systematischer Einflüsse auf die Messung, da sich Änderungen des Detektorverhaltens über einen längeren Zeitbereich nicht auf die Asymmetrie auswirken. Die Orientierung der Targetspins wurde dabei zufällig gewählt, um systematische Effekte aufgrund einer regelmäßigen Reihenfolge auszuschließen.
In der Analyse der Daten wird durch eine sorgfältige Datenselektion (siehe Abschnitt 3.4) der systematische Einfluss des Detektorverhaltens auf die zu messende Asymmetrie minimiert. Zusätzlich wurde eine Reihe von Studien durchgeführt, um die systematische Konsistenz der Datensätze zu überprüfen.
Für diese Studien wurden die Daten jeweils für die obere bzw. untere Spektrometerhälfte in disjunkte Teilsätze bezüglich der folgenden Größen unterteilt:

- hohe bzw. niedrige Werte
  - des Strahlstroms
  - der Luminosität
  - der Totzeit des Datennahmesystems
- unterschiedliche z-Positionen des Vertex
- linke bzw. rechte Spektrometerhälfte

Eine weitere Untersuchung besteht im Studium einer möglichen Zeitabhängigkeit der Asymmetriemessung. Dazu wurde die Aymmetrie für kurze Zeitperioden bzw. bei ausreichender Statistik, die eine Mindestzahl von 10 Ereignissen für jedes x-y-Bin sichert, pro Fill berechnet.
Die jeweiligen Datensätze werden unter Anwendung des statistischen Z-Testes [Gran96],

der die Lage- und Streuinformationen einbezieht, auf ihre Konsistenz untersucht

$$\mathrm{Z}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} \frac{(A_i - \bar{A})^2}{\delta A_i^2} \,. \tag{4.30}$$

Hier bezeichnen A_i die für die betrachtete Unterteilung und $\bar{A}$ die für die Gesamtheit der Daten in einem bestimmten x-y-Bin berechnete Asymmetrie. Die Anzahl N der unabhängigen Stichproben ergibt sich dabei aus der Zahl der gewählten Unterteilungen des Datensatzes für jede Studie sowie aus der Anzahl der x-y-Bins. Liegt Z innerhalb des angegebenen Streubereiches

$$\mathrm{Z} \leq \; 1 \pm 1/\sqrt{2(N-1)} \,, \tag{4.31}$$

können systematische Abweichungen zwischen den Stichproben mit einem Vertrauensbereich von 68 % ausgeschlossen werden.
Für die durchgeführten Studien wurden mit Hilfe des Z-Testes keine systematischen Abweichungen zwischen den Datensätzen gefunden. Die Datensätze können somit zu einer Gesamtmessung der Asymmetrie kombiniert und zusätzliche experimentelle systematische Unsicherheiten ausgeschlossen werden. In Abbildung 4.7 sind die für drei Messperioden (siehe Abschnitt 3.4.7) bestimmten Asymmetrien $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ dargestellt.

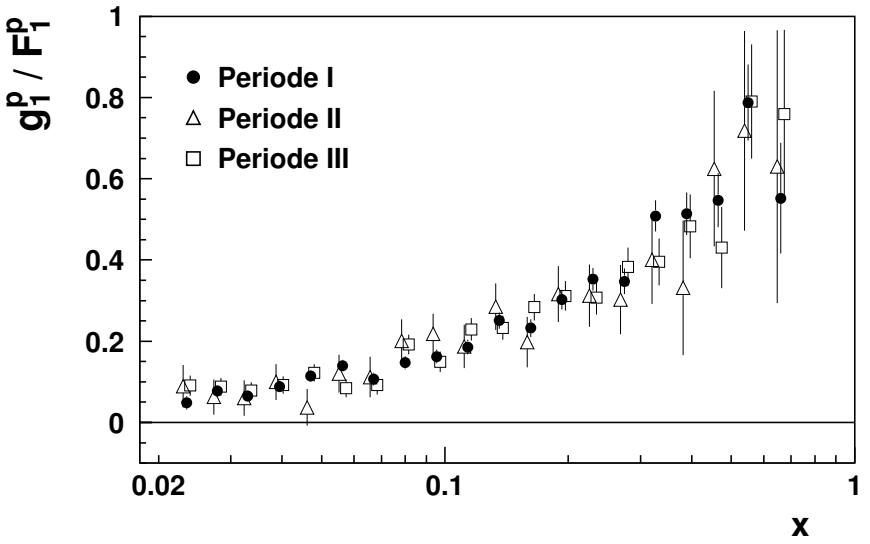

Abbildung 4.7.: Vergleich der Asymmetrien $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ für die betrachteten drei Messperioden in Abhängigkeit von x.

Normierung

Zur Berechnung der Streuquerschnitts-Asymmetrie nach Gleichung (4.8) wird die Anzahl der für die jeweilige Orientierung der Targetspins gemessenen Positronen auf die

Luminosität normiert. Die statistischen bzw. systematischen Unsicherheiten der Luminositätsmessung werden nicht berücksichtigt, da für die Normierung nur das Verhältnis L^+/L^- relevant ist.
Der Einfluss der Bhabha-Asymmetrie in der Luminositätsmessung auf die Streuquerschnitts-Asymmetrie wurde anhand der Normierung der Zählraten mit der gemessenen bzw. mit der durch funktionalen Ausgleich erhaltenen Luminosität (siehe auch Abschnitt 2.3.3) untersucht. Die Abweichung zwischen den jeweils berechneten Streuquerschnitts-Asymmetrien beträgt 4.5 %, d.h. die Bhabha-Asymmetrie von 0.3 % in der Luminositätsmessung bewirkt eine Unsicherheit von 4.5 % in der Normierung der Streuquerschnitts-Asymmetrie. Zur Vermeidung dieser Unsicherheit werden in der vorliegenden Analyse die angepassten Luminositätswerte verwendet. Alternativ können die Bhabha-Asymmetrie berechnet und die gemessenen Luminositätsraten korrigiert werden. Der im Anhang C dargestellte Formalismus zeigt, dass eine Korrektur der Luminositätsraten gleichbedeutend einer Normierung der Positronzählraten auf den gemessenen Strahlstrom ist. Die systematische Unsicherheit in der Normierung erhält man folglich aus der Abweichung zwischen den Streuquerschnitts-Asymmetrien, die durch Normierung auf den Strahlstrom bzw. auf die durch funktionalen Ausgleich erhaltenen Luminositätswerte berechnet wurden. Diese Untersuchung ergibt eine systematische Unsicherheit in der Normierung von 0.1 %. Gleichzeitig wurde gezeigt, dass der Ausgleich der gemessenen Luminositätsraten den Effekt der Bhabha-Asymmetrie vollständig korrigiert.

4.4.2. Systematische Fehler

Experimentelle systematische Unsicherheiten

Als fehlerbehaftete Messgrößen werden die Werte der Strahl- und Targetpolarisation betrachtet, die direkt in die Normierung der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||} = A_{||}^{\mathrm{M}}/P_{\mathrm{b}}P_{\mathrm{t}}$ eingehen. Diese Unsicherheiten in der Messung der Polarisation wirken global, unabhängig vom betrachteten kinematischen Bereich auf die Bestimmung von $A_{||}$.
Weiterhin werden die Unsicherheiten in der Beschreibung der absoluten Spektrometer-Geometrie sowie in den Korrekturen auf Untergrundprozesse und in den angewandten Smeared-Acceptance- und Strahlungskorrekturen diskutiert.

Strahlpolarisation

Der systematische Fehler der Messung der Strahlpolarisation wird durch die absolute Kalibration der Polarimeter dominiert. Zur Bestimmung der Polarisationsskala werden nach vollständiger Depolarisation des Positronstrahls die Anstiegskurven des erneuten Polarisationsaufbaus ausgewertet (siehe Abschnitt 2.1.2). Diese Messungen ergeben eine systematische Unsicherheit von 3.3 % für die absolute Kalibration sowohl des transversalen als auch des longitudinalen Polarimeters. Für die Messung der transversalen Strahlpolarisation addieren sich zusätzliche Unsicherheiten in der Bestimmung der Polarisation des Laserlichtes und in der Kalibration des Kalorimeters von 0.8 % zu einer Gesamtunsi-

cherheit[4] von 3.4 %. Bei der Bestimmung der longitudinalen Strahlpolarisation tritt neben der Unsicherheit der Polarisation des Laserlichtes ein systematischer Beitrag aufgrund der Abhängigkeit der Messung von der Luminosität auf. Nichtstatistische Fluktuationen im zeitlichen Ablauf der Messungen ergeben eine zusätzliche Unsicherheit von 2.7 %. Die Beiträge ergeben quadratisch addiert eine Gesamtunsicherheit von 4.3 % für die Messung der longitudinalen Strahlpolarisation.
Die Streuquerschnitts-Asymmetrie wurde vorwiegend unter Verwendung der Werte der transversalen Strahlpolarisation bestimmt. Die Werte des longitudinalen Polarimeters gehen für 12 % der Daten in die Messung der Asymmetrie ein. Die hier auftretende zusätzliche Unsicherheit von 2.7 % wird in Abschnitt 4.5.1 bei der Mittelung der betrachteten Datenperioden berücksichtigt.

Targetpolarisation

Die systematische Unsicherheit der nach Gleichung (2.9) berechneten Targetpolarisation wird durch die folgenden Beiträge (siehe auch Abschnitt 2.2) bestimmt

- Kalibration des Polarimeters und Targetgas-Analysators: 0.034
- Unsicherhheit in der Kenntnis der Sample-Korrekturen und des Polarisationsgrades der Moleküle: 0.033.

Die einzelnen Beiträge ergeben, quadratisch addiert, eine relative systematische Unsicherheit in der Bestimmung der Targetpolarisation innerhalb der Zelle von 0.047.

Einfluss der absoluten Spektrometer-Geometrie

Im Rahmen von absoluten Alignmentstudien wurde die Genauigkeit der Positionierung der Spurkammern des Spektrometers mit Hilfe von Zweispur-Ereignissen in der oberen bzw. unteren Spektrometerhälfte sowie für Ereignisse in beiden Spektrometerhälften untersucht [Gärb99]. Aus der Verteilung der Vertices innerhalb der Targetzelle in z-Richtung erhält man Informationen über eine mögliche relative Fehlpositionierung des Spektrometers. Die Methode wurde unter Verwendung von Monte-Carlo-Daten überprüft [Stös98]. Die Untersuchungen ergeben eine maximale Unsicherheit von ≤ 1.8 mrad in der Positionierung der Spektrometerhälften bezüglich der θ_y-Richtung. Der angegebene, aus gemessenen Daten bestimmte Wert berücksichtigt nicht den Einfluss der Extraktionsmethode auf das Ergebnis und ist als oberes Limit einer möglichen Fehlpositionierung zu betrachten.
Mit Hilfe einer Monte-Carlo-Simulation wurde die Wirkung einer Fehlpositionierung des Spektrometers von 1.8 mrad auf die gemessene Streuquerschnitts-Asymmetrie untersucht [Gute98]. Dazu wurde ein Datensatz erzeugt, für den beide Spektrometerhälften um 1.8 mrad in y-Richtung von der Strahlachse verdreht sind sowie ein weiterer Datensatz, der

[4] Alle Beiträge sind unkorreliert und werden quadratisch addiert.

einer fehlerfreien Positionierung entspricht. Die Variation zwischen den für beide Datensätze berechneten Asymmetrien von 2.5 % wird als systematische Unsicherheit berücksichtigt.

Untergrundkorrektur

Die gemessene Streuquerschnitts-Asymmetrie wird auf Untergrundbeiträge aus ladungssymmetrischen Sekundärprozessen sowie durch fehlidentifizierte Hadronen korrigiert.

Die Kontamination des Positrondatensatzes durch fehlidentifizierte Hadronen wird, wie in Abschnitt 3.3.3 dargelegt, durch eine funktionale Beschreibung der Ausläufer der PID-Verteilung in jedem x-y-Bin bestimmt. Die systematische Unsicherheit in der Bestimmung der Kontamination wird durch die Anpassung unterschiedlicher Funktionen an die PID-Verteilung sowie durch Variation des Bereiches der Anpassung ermittelt. Es ergibt sich eine Unsicherheit von 30-50 % für den Wert der Kontamination, die aufgrund des geringen Beitrages der Hadron-Kontamination zur Untergrundkorrektur nur zu einem systematischen Fehler von ≤ 0.1 % in der Bestimmung der Asymmetrie führt.

Der dominierende Anteil an der Untergrundkorrektur entsteht durch die statistische Subtraktion der Elektronen (siehe Abschnitt 4.2.2) zur Korrektur des Beitrages von Sekundärpositronen in der Messung der Streuquerschnitts-Asymmetrie. Die Zahl der Elektronen wird in gleicher Weise wie die Zahl der Positronen gemessen (siehe Abschnitt 3.5). Systematische Effekte in der Zählung der Elektronen wurden durch eine Variation des Schnittes an die PID-Verteilung zur Identifizierung der Elektronen im Bereich von $PID > 0$ bis $PID > 3$ untersucht (der in der vorliegenden Analyse gewählte Schnitt zur Identifizierung der Positronen und Elektronen liegt bei $PID > 2$). Unter Berücksichtigung der Abhängigkeit der Hadron-Kontamination von der Wahl des Schnittes wurde die Anzahl der Elektronen um die Anzahl fehlidentifizierter negativer Hadronen korrigiert. Der sich daraus ergebende Anteil von Sekundärpositronen an den insgesamt gezählten Positronen konnte konsistent für alle gewählten PID-Schnitte ermittelt werden. Für die Korrektur des Untergrundes aus ladungssymmetrischen Prozessen wird daher zusätzlich zu dem statistischen Fehler der Elektron-Subtraktion keine systematische Unsicherheit angegeben.

Smeared-Acceptance- und Strahlungskorrektur

Die Unsicherheiten bei den Berechnungen der Monte-Carlo-Korrekturen δ_{mc} und der Strahlungskorrektur δ_{rc} werden korreliert betrachtet, da bei diesen Rechnunge n die Abhängigkeit von der Modell-Asymmetrie die systematische Unsicherheit dominiert. Um diese Abhängigkeit zu minimieren, wird die Modell-Asymmetrie iterativ bestimmt (siehe Abschnitt 4.3.3). Die Iteration wurde für drei unterschiedliche Parametrisierungen der Asymmetrie durchgeführt und die Gesamtkorrektur $\delta_{\mathrm{mc}}/\delta_{\mathrm{rc}}$ für alle drei Modell-Asymmetrien berechnet. Die maximale Variation zwischen den unter Verwendung der drei Modell-Asymmetrien berechneten Gesamtkorrekturen wird als systematische Unsicherheit berücksichtigt.Sie beträgt typischer Weise 1 % und erreicht maximal 4 % für den Be-

reich $y > 0.75$.

Die einzelnen Beiträge zur experimentellen systematischen Unsicherheit werden als unkorreliert betrachtet und quadratisch addiert, der totale experimentelle systematische Fehler der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ erreicht Werte von 5.5 % bis 7 %. Die einzelnen Anteile sowie der Gesamtfehler sind für die x-y-Bins in Tabelle A.7 angegeben.
Neben dieser systematischen Unsicherheit der Messung von $A_{||}$ gehen in die Unsicherheit der Berechnung des Strukturfunktions-Verhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und in die Bestimmung der Strukturfunktion g_1^{p} Beiträge aufgrund der Verwendung fehlerbehafteter externer Daten ein, die im folgenden diskutiert werden.

Systematische Unsicherheiten durch externe Größen

Das Strukturfunktions-Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wird entsprechend Gleichung (4.19) unter Verwendung einer Parametrisierung der Asymmetrie A_2 des virtuellen Photons (Gleichung 4.20) bestimmt. Für die Berechnung des Depolarisationsfaktors D wird eine Parametrisierung der Strukturfunktion R verwendet [R1990]. Dadurch treten weitere Beiträge zur systematischen Unsicherheit in der Bestimmung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ auf

$$\delta\left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}\right)_{\mathrm{sys}} = \delta\left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}\right)_{\mathrm{sys}}^{\mathrm{exp}} \oplus \delta A_2 \oplus \delta R = \frac{1}{1+\gamma^2}\,\frac{1}{D}\,\delta(A_{||})_{\mathrm{sys}} \oplus \delta A_2 \oplus \delta R_{|D}\,. \quad (4.32)$$

Für die Strukturfunktion g_1^{p} wird die Unsicherheit aufgrund der Abhängigkeit des Depolarisationsfaktors D von der Strukturfunktion R durch das explizite Auftreten von R in Gleichung (4.37) teilweise aufgehoben. Zusätzlich ergibt sich für die Bestimmung von g_1^{p} eine Unsicherheit durch die Verwendung einer Parametrisierung der unpolarisierten Strukturfunktion F_2^{p}

$$\delta\left(g_1^{\mathrm{p}}\right)_{\mathrm{sys}} = \delta\left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}\right)_{\mathrm{sys}}^{\mathrm{exp}} \oplus \delta A_2 \oplus \delta R_{|D,g1} \oplus \delta F_2^{\mathrm{p}}\,. \quad (4.33)$$

Asymmetrie A_2

Die systematische Unsicherheit für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ aufgrund der Annahmen über A_2 wird durch Variation der Parametrisierung innerhalb der statistischen und systematischen Fehler der experimentellen Daten für den x-Bereich abgeschätzt. Für den Bereich kleiner x-Werte wird die Variation bezüglich der Annahmen $g_2 = 0$ und $g_2 = g_2^{\mathrm{WW}}$ [WW 77] untersucht. Die Annahme $g_2 = 0$ ergibt unter Verwendung der Gleichungen in Abschnitt 1.2

$$g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}} = \frac{1}{(1+\eta\gamma)}\,\frac{A_{||}}{D} = A_1 \quad (4.34)$$

anstelle der Beziehung in Gleichung (4.19) für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$. Die systematischen Fehler werden dabei durch Mittelung der Abweichungen in positiver und negativer Richtung symmetrisiert. Für den größten x-Wert wird das Limit $|A_2| = \sqrt{R}$ betrachtet, da die A_2 Messungen

für $x > 0.75$ mit großen statistischen Unsicherheiten behaftet sind.
Die Untersuchungen ergeben eine systematische Unsicherheit von ≤ 1.5 % für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$, relevant vorwiegend für den Bereich großer Werte von x.

Strukturfunktion R

Als systematische Unsicherheit aufgrund der verwendeten R-Parametrisierung zur Berechnung des Depolarisationsfaktors D wird der in [R1990] angegebene Fehler für R berücksichtigt. Die Parametrisierung basiert auf experimentellen Daten im Bereich $x > 0.1$. Unter Hinzunahme später veröffentlichter Daten für den Bereich $x < 0.12$ [NMC 97] wurde durch Anpassung einer empirisch gewählten Funktion die ausreichende Beschreibung der Unsicherheit durch den Fehler von [R1990] für den kinematischen Messbereich von HERMES überprüft. Die systematische Unsicherheit für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ liegt im Bereich von 3% bis 5.5%.
Die kürzlich veröffentlichte R-Parametrisierung [R1998], die die Daten für kleine x-Werte berücksichtigt [NMC 97], befindet sich in guter Übereinstimmung mit der für die vorliegende Analyse verwendeten [R1990] Parametrisierung (siehe Abbildung 4.8). Für die

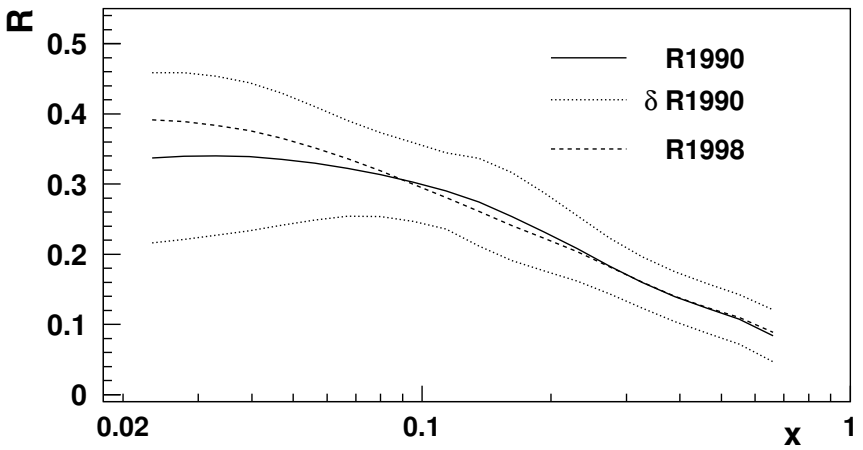

Abbildung 4.8.: Vergleich der Parametrisierungen [R1990] (geschlossene Linie) und [R1998] (gestrichelte Linie) für die Strukturfunktion R, berechnet für den kinematischen Bereich von HERMES. Der durch die gepunkteten Linien angegebene Unsicherheitsbereich entspricht dem Fehler der in der vorliegenden Analyse verwendeten Parametrisierung [R1990].

Bestimmung der Strukturfunktion g_1^{p} sind die Abhängigkeiten des Depolarisationsfaktors D und der Strukturfunktion F_1 von R korreliert und heben sich zum Teil gegenseitig auf, so dass die Unsicherheit für g_1^{p} auf 1% bis 3% eingeschränkt wird.

Strukturfunktion F_2^{p}

Die totale systematische Unsicherheit der parametrisierten Strukturfunktion wird durch die Variation der Parameter innerhalb der in [NMC 95] angegebenen oberen und unteren Parameter-Grenzwerte beschrieben. Berücksichtigt wird der Mittelwert aus den für die Grenzwerte berechneten Parametrisierungen von F_2^{p}. Zusätzlich wird die Normierungsunsicherheit der unpolarisierten Strukturfuntion F_2^{p} von 0.7 % quadratisch addiert. Die resultierende Unsicherheit für die Bestimmung von g_1^{p} beträgt etwa 2.5 %.

Die Anteile zur systematischen Unsicherheit in der Bestimmung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. g_1^{p} werden als unkorreliert betrachtet und quadratisch zu einem Gesamtfehler von 6.3% bis 8.5% für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. 6.8 % bis 8.4 % für g_1^{p} addiert. Die einzelnen Fehlerbeiträge sowie die totale systematische Unsicherheit sind für die x-y-Bins in Tabelle A.8 und in Tabelle A.9 angegeben.

4.5. Ergebnisse

4.5.1. Bestimmung von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$

Die Streuquerschnitts-Asymmetrie wird für die in Abschnitt 3.4.7 beschriebenen drei Messperioden, jeweils getrennt für die obere und die untere Spektrometerhälfte berechnet. Die anschließende Mittelung über die drei Messperioden erfolgt gewichtet mit dem statistischen Fehler der Einzelmessung. In systematischen Studien wurde die Konsistenz der Datensätze im Rahmen des angewandten statistischen Tests nachgewiesen (siehe Abschnitt 4.4), auf deren Grundlage die Mittelung über die betrachteten Messperioden erfolgt. Dabei wird für die Messperiode II, in der nur das longitudinale Polarimeter zur Messung der Strahlpolarisation zur Verfügung stand, der statistische Fehler der Asymmetrie um den systematischen Fehler des longitudinalen Polarimeters vergrößert. Die aus der Mittelung über die Messperioden erhaltene Asymmetrie $(\bar{A}_{||})_{\mathrm{Messung}}$

$$(\bar{A}_{||})_{\mathrm{Messung}} = \frac{\sum_{i=1}^{3} A^i \cdot w^i}{\sum_i^3 w^i} \qquad \text{mit} \qquad w^i = \frac{1}{(\delta A^i)^2} \tag{4.35}$$

$$(\delta \bar{A}_{||})_{\mathrm{Messung}} = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^{3} w^i}} \tag{4.36}$$

wird entsprechend den Darlegungen in den vorangegangenen Abschnitten korrigiert (siehe Gleichung (4.16)). Die vollständig korrigierte Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ ist in Abbildung 4.9 in Abhängigkeit von x und y dargestellt. Tabelle A.5 enthält die Werte für $A_{||}$ in den x-y-Bins. Die Beiträge zur systematischen Unsicherheit der Messung von $A_{||}$ sind in Tabelle A.7 zusammengefasst. Die in Bezug auf den unpolarisierten Streuquerschnitt gemessene Asymmetrie liegt im Bereich 0.03 bis 0.25.

Aus der Born-Asymmetrie $A_{||}$ wird unter Verwendung von Gleichung (4.19) das Strukturfunktions-Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ berechnet.

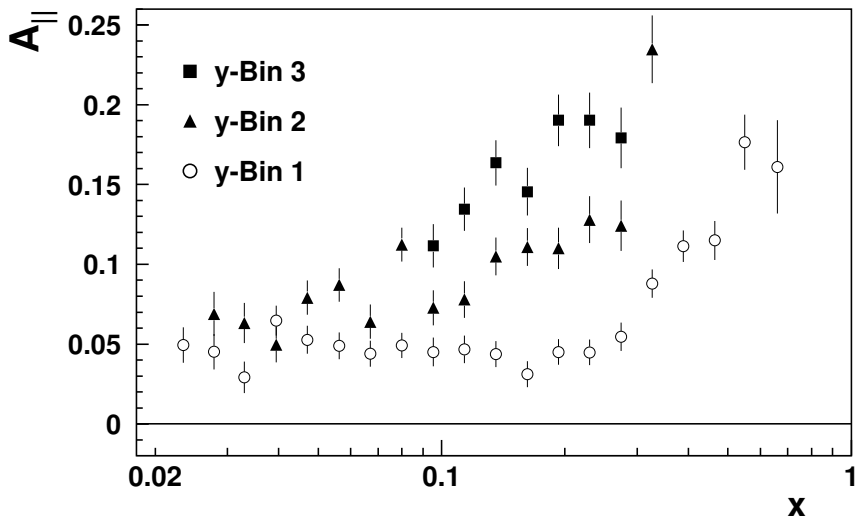

Abbildung 4.9.: Die aus der Messung bestimmte Born-Asymmetrie $A_{||}$in Abhängigkeit von x und y. Die x-Bins sind in 1, 2 bzw. 3 y-Bins unterteilt (siehe Tabelle A.1), die durch die angegebenen Symbole dargestellt sind.

Der Depolarisationsfaktor D und die kinematischen Faktoren η und γ werden entsprechend den Gleichungen in Abschnitt 1.2.2 an den Zentralwerten (x_c, y_c) der gewählten Bins berechnet. Die Berechnung von D erfolgt unter Verwendung der in [R1990] gegebenen Parametrisierung für $R(x_c, Q_c^2)$. Der Beitrag der Asymmetrie A_2 des virtuellen Pho-

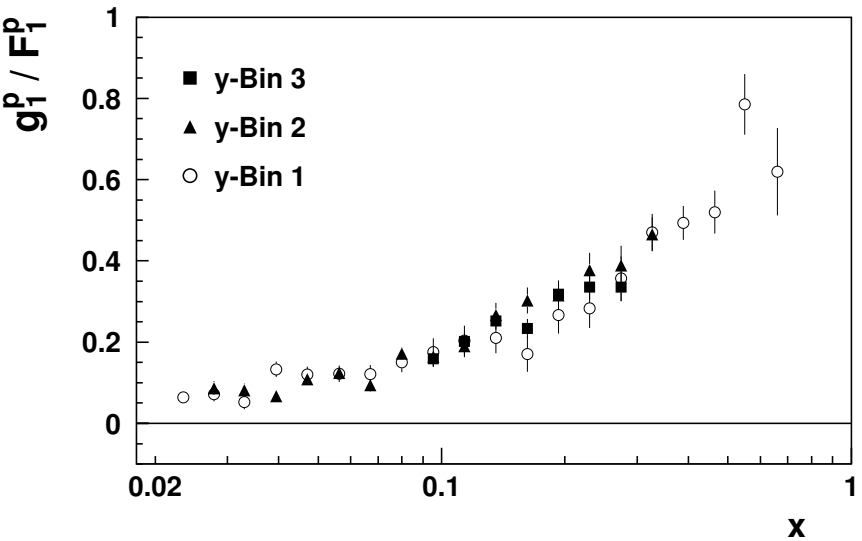

Abbildung 4.10.: Das aus der Born-Asymmetrie bestimmte Strukturfunktions-Verhältnis g_1^p/F_1^p in Abhängigkeit von x und y.

tons wird durch die Parametrisierung in Gleichung (4.20) berücksichtigt. In Tabelle A.4 sind die Werte der kinematischen Faktoren, der Strukturfunktion R und der Asymmetrie A_2 angegeben.
Das Strukturfunktions-Verhältnis g_1^p/F_1^p ist in Abhängigkeit von x und y in Abbildung 4.10 dargestellt. Der Vergleich mit Abbildung 4.9 zeigt die Aufhebung der y-Abhängigkeit von $A_{||}$ durch den Depolarisationsfaktor D für g_1^p/F_1^p. Auf dieser Grundlage erfolgt die Mittelung des Strukturfunktions-Verhältnisses über y. Der Anstieg von g_1^p/F_1^p mit zunehmendem x wird im Wesentlichen durch den proportional zu y abfallenden Wert des Depolarisationsfaktors verursacht. Die für die obere und für die untere Spektrometerhälfte berechnete Asymmetrie g_1^p/F_1^p ist in Abbildung 4.11 in Abhängigkeit von x dargestellt. Innerhalb ihrer statistischen Fehler sind beide Messungen konsistent und können zu einer Gesamtmessung der Asymmetrie zusammengefasst werden.

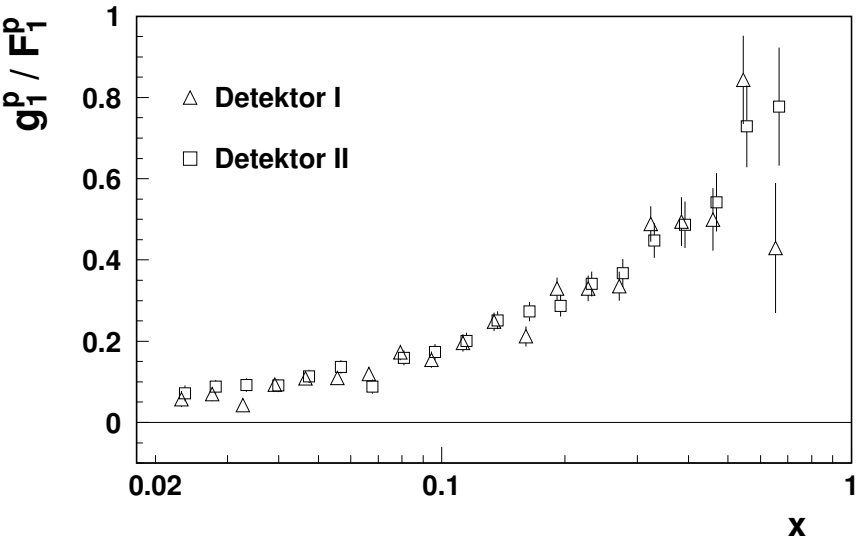

Abbildung 4.11.: Die Asymmetrie g_1^p/F_1^p für die obere (Detektor I) und für die untere (Detektor II) Spektrometerhälfte in Abhängigkeit von x.

Das aus der Mittelung über die Spektrometerhälften erhaltene Strukturfunktions-Verhältnis g_1^p/F_1^p ist in Abhängigkeit von x in Abbildung 4.12 dargestellt. Tabelle A.5 enthält die Werte für g_1^p/F_1^p in den x-y-Bins sowie Tabelle A.6 die über y gemittelten Werte der Asymmetrie. Die Messung umfasst den kinematischen Bereich von $0.021 < x < 0.85$ und $0.8 < Q^2 < 20$ GeV^2. Die statistische Unsicherheit in der Bestimmung von g_1^p/F_1^p variiert zwischen 6 % im Bereich großer x-Werte und 20 % für kleine x. Die systematische Unsicherheit ist mit 7 % bis 8 % annähernd konstant über x. Sie wird dominiert durch die Unsicherheit in der Bestimmung der Strahl- und Targetpolarisation und der Detektorgeometrie von insgesamt 6.3 %. Die einzelnen Beiträge zur systematischen Unsicherheit der Messung sind in Tabelle A.8 für die x-y-Bins zusammengestellt.

Die in der vorliegenden Analyse bestimmten g_1^p/F_1^p-Werte werden in Abbildung 4.13 mit

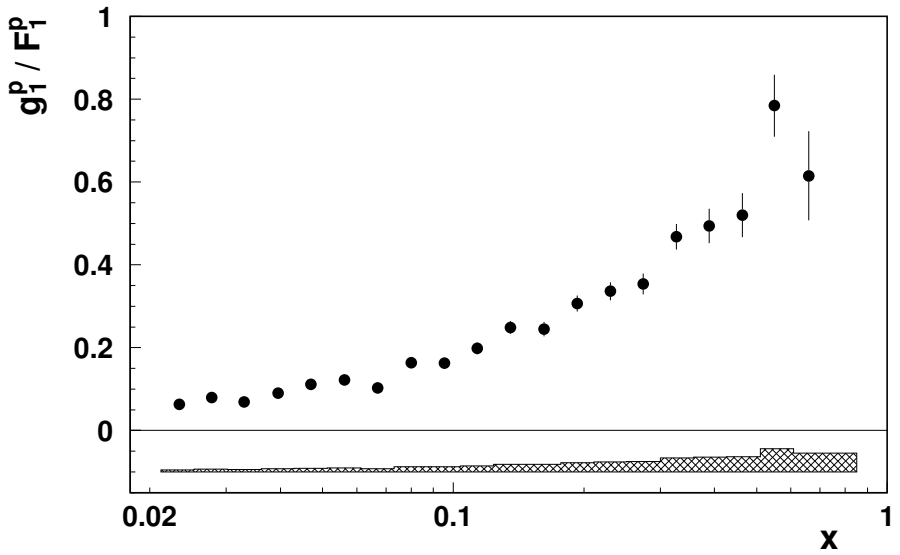

Abbildung 4.12.: Das aus der gemessenen Asymmetrie $A_{||}$ berechnete Strukturfunktions-Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ in Abhängigkeit von x. Die Fehlerbalken geben den statistischen Fehler an; das Fehlerband stellt die totale systematische Unsicherheit dar.

den 1998 re-analysierten Daten für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ der E143-Kollaboration am SLAC [E143-98] sowie mit den Ergebnissen für A_1^{p} der SMC-Kollaboration am CERN [SMC-98b] verglichen. Die publizierten Daten der E143-Kollaboration umfassen den kinematischen Bereich von $0.029 < x < 0.79$ und $1.0 < Q^2 < 25\,\mathrm{GeV}^2$; die Daten der SMC-Kollaboration[5] umfassen den Bereich $0.003 < x < 0.7$ und $1.0 < Q^2 < 100\,\mathrm{GeV}^2$. Aufgrund der hohen Strahlenergie im SMC-Experiment ist hier die kinematische Variable $\gamma \approx 0$ und somit die in Abbildung 4.13 für SMC gezeigte Asymmetrie A_1^{p} gleich der Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ (siehe auch Gleichungen (4.18, 4.19)).
Die Messungen befinden sich in guter Übereinstimmung innerhalb der statistischen Unsicherheiten der Experimente, obwohl die mittleren Q^2-Werte für die E143- und die HERMES-Messpunkte um einen Faktor 5 bis 10 von den Q^2-Werten der SMC-Messpunkte verschieden sind. Diese Übereinstimmung der Daten zeigt, dass das Strukturfunktions-Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bzw. die Asymmetrie A_1^{p} keine statistisch signifikante Q^2-Abhängigkeit innerhalb des kinematischen Bereiches der derzeit verfügbaren Messungen aufweist. Auf der Grundlage dieser Beobachtung werden im folgenden Abschnitt die Werte der Strukturfunktion g_1^{p} an einem gemeinsamen Wert von Q_0^2 berechnet.

[5] Für den dargestellten Vergleich der Experimente wurden nur die Ergebnisse der SMC-Kollaboration verwendet, die mit einem Schnitt von $Q^2 > 1.0$ GeV^2 bestimmt wurden. Für die ebenfalls in [SMC-98b] publizierte, auf dem Schnitt $Q^2 > 0.2$ GeV^2 basierende Analyse, ist der gemessene x-Bereich auf Werte bis $x = 0.0008$ ausgedehnt.

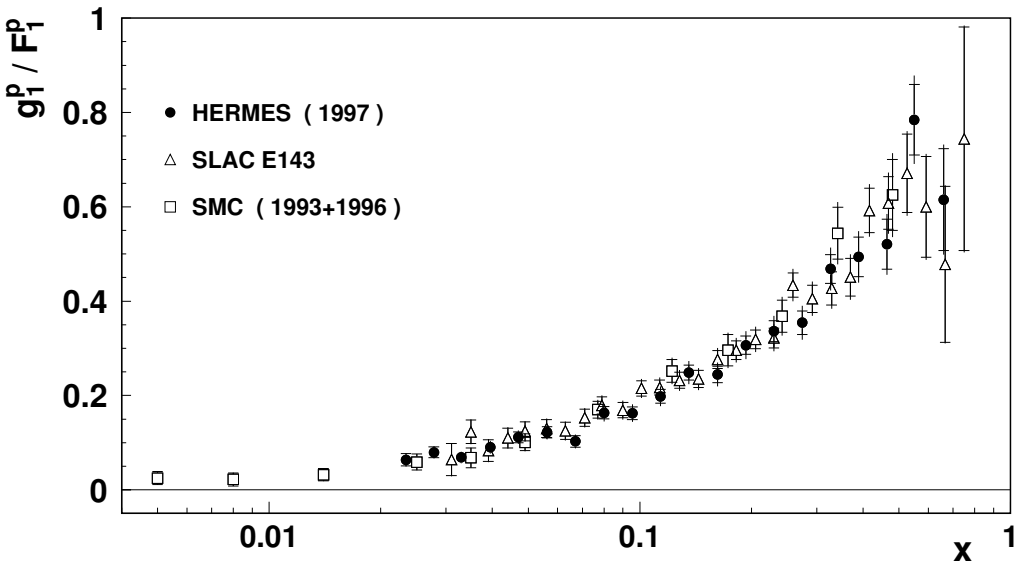

Abbildung 4.13.: Vergleich der in der vorliegenden Analyse bestimmten Werte für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ mit den Werten für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ der E143-Kollaboration am SLAC [E143-98] sowie den Werten für A_1^{p} (siehe Text) der SMC-Kollaboration am CERN [SMC-98b]. Die SMC-Werte werden nur für den Bereich $Q^2 > 1$ GeV^2 gezeigt. Die inneren Fehlerbalken geben die statistische Unsicherheit an; die äußeren Fehlerbalken entsprechen den quadratisch addierten statistischen und systematischen Unsicherheiten.

4.5.2. Bestimmung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}

Die Strukturfunktion g_1^{p} wird aus der gemessenen Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bestimmt

$$\begin{aligned} g_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2) &= \left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}(x)\right) \cdot F_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2) \\ &= \left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}(x)\right) \cdot \frac{F_2^{\mathrm{p}}(x,Q^2)}{2x\,(1+R(x,Q^2))}\,, \end{aligned} \tag{4.37}$$

wobei die unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^{p} und R durch die in [NMC 95] und [R1990] angegebenen Parametrisierungen beschrieben werden.
Abbildung 4.14 zeigt die verwendeten F_2^{p}- und R-Werte in Abhängigkeit von x, berechnet für den kinematischen Bereich von HERMES an den Zentralwerten (x_{c},Q_{c}^2) des betrachteten x-y-Bins. In Tabelle A.4 sind die einzelnen Werte der unpolarisierten Strukturfunktionen angegeben.
Die der F_2^{p}-Parametrisierung zugrunde liegenden Messungen umfassen den gesamten für HERMES zugänglichen kinematischen Bereich. Dagegen waren für die Bestimmung der verwendeten R-Parametrisierung nur Daten für Werte $x > 0.1$ verfügbar [R1990]. Der angegebene Fehler der Parametrisierung schließt für den kinematischen Bereich von HERMES die neuen Messungen im Bereich $x < 0.1$ [NMC 97, R1998] ein. Diese wurden

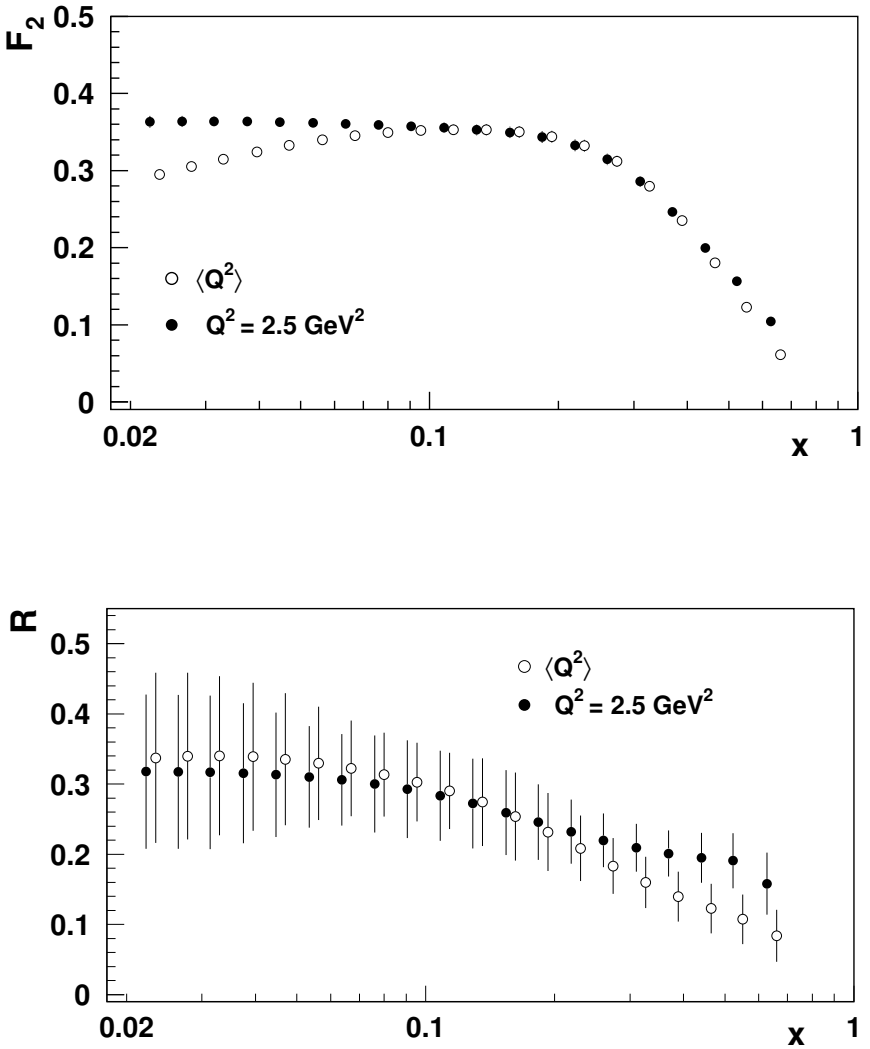

Abbildung 4.14.: Die verwendeten Parametrisierungen für F_2^{p} (obere Abbildung) und R (untere Abbildung) in Abhängigkeit von x. Dargestellt sind die für das mittlere Q^2 pro x-Bin sowie für $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 berechneten Werte der unpolarisierten Strukturfunktionen.

in der kürzlich veröffentlichten neuen R-Parametrisierung [R1998] berücksichtigt, welche sich in guter Übereinstimmung mit der für die vorliegende Analyse verwendeten R1990-Parametrisierung befindet.
Abbildung 4.15 zeigt die x-Abhängigkeit der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}. In Tabelle A.5 sind die berechneten g_1^{p}-Werte für die x-y-Bins sowie in Tabelle A.6 die über die y-Bins gemittelten Werte angegeben. Der Vergleich der Ergebnisse für das Verhältnis $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und für die Strukturfunktion g_1^{p}, dargestellt in den Abbildungen 4.12 und 4.15, zeigt, dass der Verlauf von g_1^{p} in Abhängigkeit von x durch die unpolarisierte Strukturfunktion F_1^{p} dominiert wird.

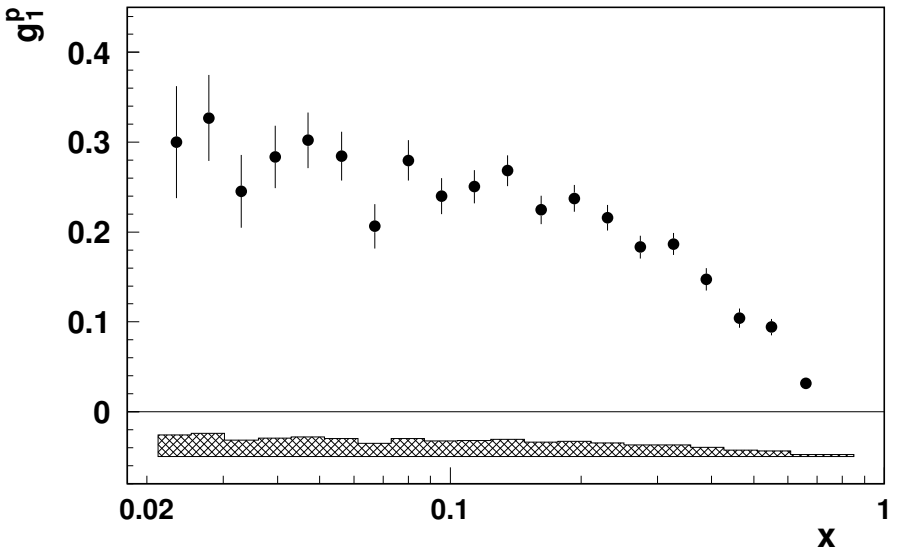

Abbildung 4.15.: Die x-Abhängigkeit der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}. Die Fehlerbalken geben den statistischen Fehler an; das Fehlerband stellt die totale systematische Unsicherheit dar.

Im Gegensatz zur Asymmetrie (siehe Abbildung 4.13) weist die Strukturfunktion eine deutliche Q^2-Abhängigkeit auf. Daher erfordert ein Vergleich der von verschiedenen Experimenten an unterschiedlichen mittleren Q^2-Werten gemessenen Strukturfunktionen die Entwicklung von g_1^{p} zu einem gemeinsamen Wert Q_0^2.

Berechnung von g_1^{p} an einem festen Q_0^2-Wert

Die Q^2-Abhängigkeit der Strukturfunktion wird durch die Entwicklungsgleichungen (1.62, 1.63) für die Partonverteilungen beschrieben. Neben der Kenntnis der helizitätsabhängigen Quarkverteilungen erfordert der Formalismus in Abhängigkeit vom hier gewählten AB-Faktorisierungsschema eine funktionale Beschreibung der experimentell noch völlig unbestimmten Gluonverteilung. Eine Beschreibung der Partonverteilungen erhält man aus den verfügbaren Messungen durch ein iteratives Verfahren, wobei die Separation der Singlet- und Nonsinglet-Kombinationen (siehe Abschnitt 1.4.2) die Messung der Proton- und der Neutron- bzw. Deuterium-Strukturfunktion erfordert. Die Momente der Partonverteilungen bzw. der Strukturfunktionen können dann direkt aus den Parametrisierungen berechnet werden. Diese Analyse wurde beispielsweise in [ABFR98] und [SMC-98b] durchgeführt und werden in Abschnitt 5.4 diskutiert.

In der vorliegenden Analyse wird die Strukturfunktion g_1^{p} unter der Annahme der Q^2-Unabhängigkeit des Verhältnisses $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ an einem festen Wert Q_0^2 berechnet

$$g_1^{\mathrm{p}}(x,Q_0^2) \quad = \quad \left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}(x)\right) \cdot \frac{F_2^{\mathrm{p}}(x,Q_0^2)}{2x\,(1+R(x,Q_0^2))} \; . \tag{4.38}$$

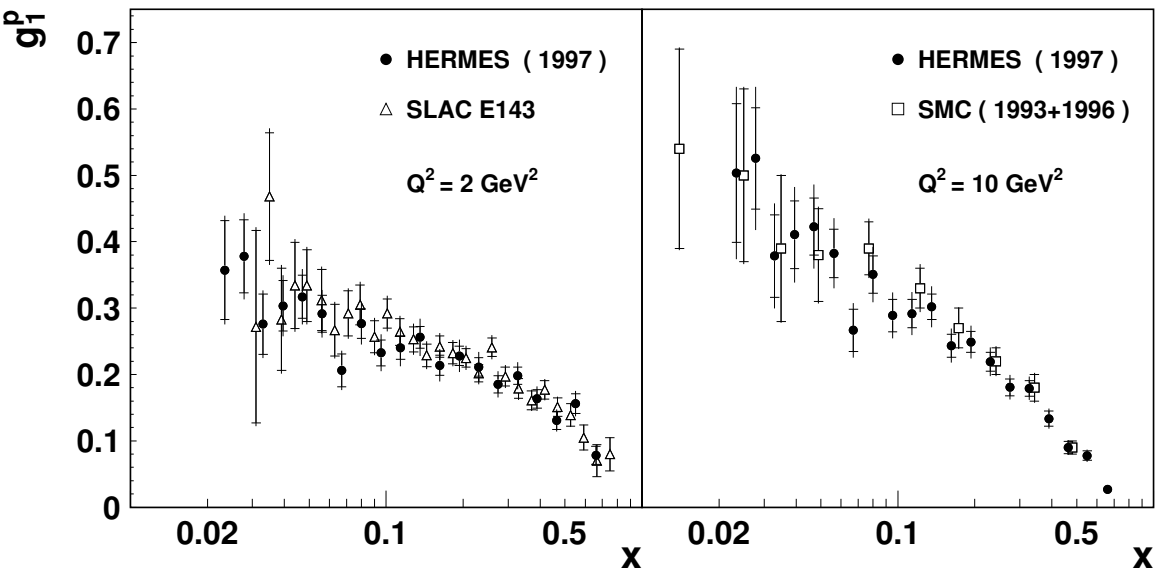

Abbildung 4.16.: Vergleich der in der vorliegenden Analyse bestimmten Strukturfunktion g_1^{p} (HERMES) mit den Ergebnissen der Experimente E143 und SMC. Die SMC-Daten sind hier nur für Werte $x > 0.01$ angegeben. Die HERMES-Daten wurden jeweils für $Q_0^2 = 2$ GeV^2 und $Q_0^2 = 10$ GeV^2 berechnet.

Mit diesem Ansatz wird die Q^2-Abhängigkeit von g_1^{p} durch die Q^2-Abhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2 und R beschrieben, welche durch die Entwicklung der bekannten helizitätsunabhängigen Partonverteilungen gegeben ist. In Abbildung 4.14 sind die Werte der unpolarisierten Strukturfunktionen in Abhängigkeit von x für den festen Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2, dem mittleren Q^2-Wert in der vorliegenden Analyse, dargestellt. Abbildung 4.16 zeigt den Vergleich der für die Werte $Q_0^2 = 2$ GeV^2 bzw. $Q_0^2 = 10$ GeV^2 berechneten Strukturfunktion g_1^{p} mit den Ergebnissen der Experimente E-143 [E143-98] und SMC [SMC-98b]. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen den Strukturfunktionen der verschiedenen Experimente am jeweils gemeinsamen Q_0^2-Wert rechtfertigt den gewählten Ansatz für die Q^2-Entwicklung. Die im Vergleich der linken und der rechten Abbildung ersichtliche Q^2-Abhängigkeit von g_1^{p} wird durch die Q^2-Abhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktionen F_2 und R beschrieben.

Systematische Unsicherheit der Q^2-Entwicklung

Eine mögliche Q^2-Abhängigkeit der Asymmetrie bzw. von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ kann innerhalb der Genauigkeit der verfügbaren Daten nicht ausgeschlossen werden. Die systematische Unsicherheit aufgrund des gewählten Ansatzes wurde durch Variation Q^2-abhängiger Parametrisierungen für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ zwischen dem gemessenen Q^2-Wert und Q_0^2 abgeschätzt. Diese Untersuchungen erfolgten unter Verwendung der in Abschnitt 4.3.3 angegebenen Funk-

tionen

$$f(x, Q^2) \sim 1/Q^2 \qquad \text{und} \qquad f(x, Q^2) \sim \ln Q^2 \ . \tag{4.39}$$

Zusätzlich wurde die im Rahmen einer QCD-Analyse der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}})$ angegebene Parametrisierung für A_1^{p} [GRSV96] herangezogen. Als systematische Unsicherheit wird die maximale Abweichung der am gemessenen Q^2 und am festen Q_0^2 aus den drei Parametrisierungen berechneten Asymmetrie-Werte angegeben. Die resultierende Unsicherheit in der Q^2-Entwicklung von g_1^{p} erreicht bis zu 8 % für die niedrigsten x- und Q^2-Werte und wird im systematischen Fehler des im folgenden Kapitel berechneten ersten Moments der Strukturfunktion berücksichtigt.

5. Das erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}

Für das erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1 existieren Vorhersagen, die einen Vergleich mit der Messung erlauben. Dieser erfordert die Bestimmung des ersten Moments über den gesamten x-Bereich $[0,1]$, welches durch Extrapolation der Strukturfunktion in die nicht gemessenen Bereiche $x > 0.85$ bzw. $x < 0.021$ erhalten werden kann. Aus dem ersten Moment von g_1 kann das Matrixelement a_0, siehe Kapitel 1, bestimmt werden. Die daraus mögliche Interpretation der Beiträge der verschiedenen Quarksorten zum Nukleonspin ist abhängig vom gewählten Faktorisierungsschema.
Unter Hinzunahme der Messung der polarisierten Strukturfunktion g_1 des Neutrons [Herm97-a] sowie der Berechnung ihres ersten Moments wird die fundamentale Bjørken-Summenregel bestimmt.
Eine abschließende Diskussion ordnet die vorliegenden Resultate in die bereits verfügbaren Daten aus der polarisationsabhängigen tief inelastischen Streuung ein und gibt einen Überblick über den derzeitigen Kenntnisstand in der Bestimmung der Spinstruktur der Nukleonen.

5.1. Das Integral im gemessenen Bereich

Für die Bestimmung des ersten Moments von $g_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2)$ muss die an den Zentralwerten $(x_{\mathrm{c}},Q_{\mathrm{c}}^2)$ gemessene Strukturfunktion auf ihren jeweiligen Wert am Punkt (x_{c},Q_0^2) umgerechnet werden. Der Berechnung der Strukturfunktion am Wert Q_0^2 liegt, wie in Abschnitt 4.5.2 diskutiert, die Annahme einer Q^2-unabhängigen Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ zugrunde. Eine mögliche Q^2-Abhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ wird im angegeben systematischen Fehler berücksichtigt. Die Entwicklung von $g_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2)$ erfolgt entsprechend Gleichung (4.38) für den festen Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2, welcher etwa dem mittleren Q^2-Wert der vorliegenden Analyse von 2.3 GeV^2 entspricht. Abbildung 5.1 zeigt die für Q_0^2 berechnete Strukturfunktion im Vergleich zu der für die gemessenen Q^2-Werte bestimmten Strukturfunktion in Abhängigkeit von x. Die untere Abbildung gibt die zentralen Q_{c}^2-Werte in jedem x-Bin an, wobei über die y-Bins gemittelt wurde.
Der funktionale Verlauf von g_1^{p} wird durch die x-Abhängigkeit der unpolarisierten Strukturfunktion F_1^{p} dominiert. Bei der Berechnung des ersten Moments von g_1^{p} wird diese Abhängigkeit unter Verwendung der Parametrisierungen für F_2^{p} und R berücksichtigt. Insbesondere für weite sowie für angeschnittene x-Bins ist die Integration von F_1^{p} über

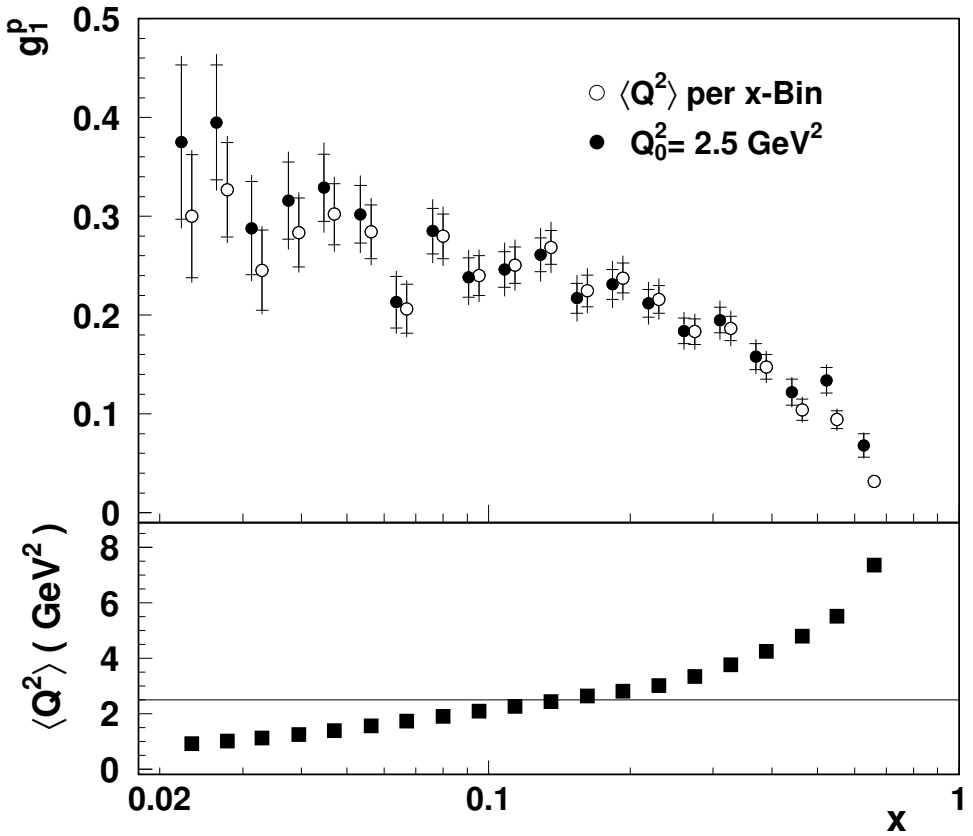

Abbildung 5.1.: Vergleich der an den gemessenen Q^2-Werten bzw. am festen $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 berechneten polarisierten Strukturfunktionen. Zur Darstellung sind die Werte in x leicht gegeneinander versetzt.
Die untere Abbildung zeigt die mittleren Q^2-Werte in den betrachteten x-Bins.

das betrachtete Bin für eine korrekte Bestimmung des ersten Moments erforderlich. Im Vergleich zur Variation von F_1^{p} kann die x-Abhängigkeit der gemessenen Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ innerhalb des betrachteten x-Bins vernachlässigt werden. Dies entspricht der in der vorliegenden Analyse angestrebten präzisen Messung der x-Abhängigkeit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ auf der Grundlage einer feinen Einteilung des zugänglichen x-Bereiches, d.h. der an den Zentralwerten des betrachteten Bins gemessene $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$-Wert repräsentiert den Mittelwert über das gesamte Bin.
Das erste Moment der Strukturfunktion wird, dem angegebenen Integrationsschema folgend, bestimmt

$$\Gamma_1^{\mathrm{p}} \;=\; \int_{0.021}^{0.85} \mathrm{d}x\; g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2) \;=\; \sum_{i=1}^{20} \left(\frac{g_1^{\mathrm{p}}}{F_1^{\mathrm{p}}}(x) \right)_i \cdot \int_{\Delta x_i} \mathrm{d}x\; F_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2)\;. \tag{5.1}$$

Die Summation läuft über alle x-Bins, wobei die Integrationsgrenzen durch die obere bzw. untere Grenze des betrachteten x-Bins festgelegt werden.
Die statistische Unsicherheit für Γ_1^{p} wird durch quadratische Addition der statistischen

Fehler von $g_1^{\mathrm{p}}(x,Q_0^2)$ im jeweiligen x-Bin berechnet. Die Beiträge zur systematischen Unsicherheit in der Bestimmung des ersten Moments ergeben sich algebraisch aus der systematischen Unsicherheit in der Messung der Strukturfunktion g_1^{p} für jedes x-Bin. Der Einfluss jedes Einzelbeitrages auf den Integralwert wurde untersucht und ist in Tabelle A.10 angegeben. Die systematische Unsicherheit des ersten Moments ergibt sich durch quadratische Addition aller, unkorrelierten, Einzelbeiträge

$$\delta\Gamma_{\mathrm{sys}} \;=\; \left(\sum_{\mathrm{Beiträge}} \delta^2\Gamma_{\mathrm{Beitrag}} \right)^{\frac{1}{2}} . \tag{5.2}$$

Für das erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} erhält man aus der entsprechend Gleichung 5.1 durchgeführten Integration über den gemessenen Bereich

$$\Gamma_1^{\mathrm{p}} = \int_{0.021}^{0.85} \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{p}}(x,Q_0^2) = 0.122 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.009(\mathrm{sys}) \pm 0.004(\mathrm{evol}) \,, \tag{5.3}$$

wobei die systematische Unsicherheit in der Entwicklung (evol) zum festen Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 separat angegeben ist.
Der Vergleich mit früheren Messungen des SMC- sowie des E143-Experimentes [SMC-98b, E143-98] ergibt eine Übereinstimmung des vorliegenden Ergebnisses für das erste Moment innerhalb von 1.2 Standardabweichungen zum SMC-Resultat sowie 0.6 Standardabweichungen zur E143-Messung. Für diesen Vergleich wurde der jeweils gemeinsam gemessene kinematische Bereich der Experimente betrachtet sowie das erste Moment in einem einheitlichen, Gleichung 5.1 folgenden Integrationsschema bestimmt. Die HERMES-Ergebnisse wurden jeweils an den Werten $Q_0^2(\mathrm{SMC}) = 10$ GeV^2 sowie $Q_0^2(\mathrm{E143}) = 2$ GeV^2 berechnet.

5.2. Extrapolationen zu den Grenzwerten von x

Extrapolation zu $x \to 1$

Der Beitrag zum ersten Moment aus dem x-Intervall $[0.85, 1.0]$ ist durch den Abfall der unpolarisierten Strukturfunktion und damit auch von g_1^{p} in diesem Bereich stark unterdrückt. In [Brod95] wird der aus *counting rules* folgende funktionale Verlauf von Strukturfunktionen für $x \to 1$ angegeben

$$g_1^{\mathrm{p}} \equiv f \;=\; C \cdot (1-x)^3 \,. \tag{5.4}$$

Die Konstante C wird durch Anpassung der Funktion an die g_1^{p}-Werte in den höchsten 2 bis 5 x-Bins bestimmt. Aus den entsprechenden Werten für C ergibt sich durch Integration über den x-Bereich $[0.85, 1.0]$ ein Beitrag von 0.0001-0.0002. Mit der in [ClRo93] im Rahmen des Quark-Parton-Modells gegebenen Beschreibung des Verhaltens der Asymmetrie für $x \to 1$

$$A_1^{\mathrm{p}} \;=\; A \cdot (19 - 16\, F_2^{\mathrm{n}}/F_2^{\mathrm{p}})/15 \quad \text{mit} \quad A = 1 \text{ bzw. } A = 0.75 \tag{5.5}$$

berechnet sich ein Beitrag von 0.0005 bzw. 0.0004.
Im Hinblick auf die statistische Genauigkeit der Messung des ersten Moments Γ_1^{p} von 0.003 kann der Beitrag aus dem x-Bereich $[0.85, 1.0]$ vernachlässigt werden.

Extrapolation zu $x \to 0$

Zur Beschreibung des Verhaltens der polarisierten Strukturfunktion bei sehr kleinen x-Werten werden im Folgenden verschiedene phenomenologische Modelle angewendet.
Die Vorhersage auf der Grundlage der Regge-Theorie [Heim73, Kaur77, BaLa94] liefert ein Potenzverhalten der Strukturfunktion für $x \to 0$

$$g_1(x) \;=\; C_1 \cdot x^{\alpha} \qquad\qquad \text{mit} \qquad \alpha \;\in [0.0, 0.5]\,, \tag{5.6}$$

wobei $\alpha = 0$, also ein konstantes Verhalten der Funktion, gewählt und somit eine obere Abschätzung erreicht wird.
Alternative Ansätze [ClRo93, DoLa94] liefern ein logarithmisches Verhalten von g_1^{p}, welches den beobachteten Anstieg der Strukturfunktion bei kleinen x-Werten beschreibt

$$g_1(x) \;=\; C_2 \cdot \ln x \tag{5.7}$$

$$g_1(x) \;=\; C_3 \cdot (1 + 2 \ln x)\,. \tag{5.8}$$

Abbildung 5.2 zeigt den Verlauf der zur Beschreibung des Verhaltens von g_1^{p} für $x \to 0$ an die Daten angepassten Funktionen (5.6-5.8).

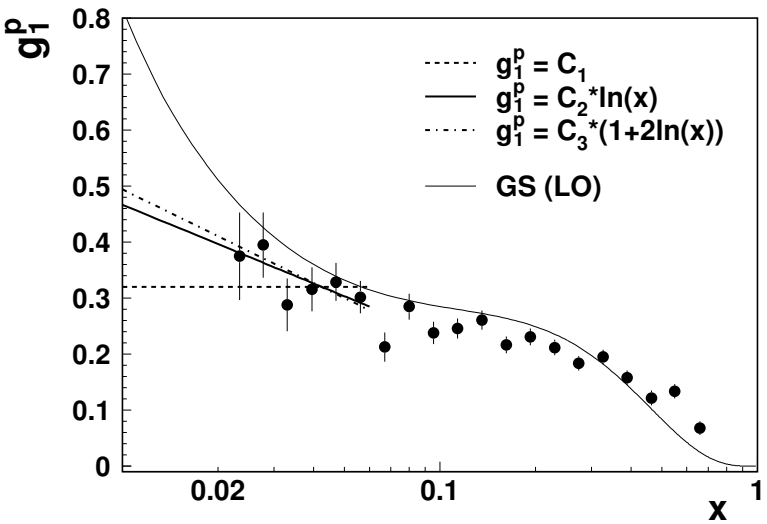

Abbildung 5.2.: Extrapolation der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} in den nicht gemessenen Bereich $x < 0.021$. Die Koeffizienten der Funktionen (5.6-5.8) wurden durch Anpassung an die g_1^{p}-Daten im Bereich $0.021 < x < 0.06$ bestimmt. Die über den dargestellten x-Bereich durchgezogene Linie entspricht der in führender Ordnung α_{s} (LO) berechneten Strukturfunktion aus den in [GS 96] angegebenen Parametrisierungen der Partonverteilungen.

Die Konstanten C_i werden durch Anpassung der Funktionen (5.6-5.8) an die Werte der Strukturfunktion g_1^{p} in den niedrigsten x-Bins bis zu einem Wert $x = 0.06$ bestimmt und der Beitrag des x-Bereiches $[0.0, 0.021]$ zum ersten Moment der Strukturfunktion durch Integration dieser Funktionen berechnet. Die in Tabelle 5.1 angegebenen Beiträge sind weitesgehend unabhängig von der Variation des x-Bereiches für die Anpassung.

x-Bereich der Anpassung	$\int \mathrm{d}x\, g_1(x \to 0) \sim \int_0^{0.021} \mathrm{d}x\, f(x)$		
	x^0	$\ln x$	$(1 + 2 \ln x)$
0.021 - 0.025	0.008	0.010	0.011
0.021 - 0.030	0.008	0.011	0.011
0.021 - 0.036	0.007	0.010	0.010
0.021 - 0.043	0.007	0.010	0.011
0.021 - 0.051	0.007	0.010	0.011
0.021 - 0.061	0.007	0.010	0.011
QCD-Parametrisierung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}})$:	0.016		

Tabelle 5.1.: Beiträge aus dem x-Bereich $[0.0, 0.021]$ zum ersten Moment Γ_1^{p} für verschiedene funktionale Beschreibungen des Verhaltens von g_1^{p} für $x \to 0$. Die Werte der 1.-6. Reihe entsprechen der Anpassung der Funktionen an die g_1^{p}-Daten im jeweils angegebenen x-Bereich.
Für die QCD-Parametrisierung von g_1^{p} wurde [GS 96] verwendet.

Zusätzlich wurde der Beitrag des x-Bereiches $[0.0, 0.021]$ durch die Berechnung der Strukturfunktion g_1^{p} in führender Ordnung α_{s} aus den in [GS 96] angegebenen Parametrisierungen der Partonverteilungen abgeschätzt. Abbildung 5.2 zeigt, dass die berechnete Strukturfunktion für $x < 0.3$ oberhalb der gemessenen Werte liegt. Der Wert der Integration über das betrachtete x-Intervall von 0.016 ergibt somit eine obere Abschätzung dieses Beitrages.
Für die Berechnung des ersten Momentes der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} über den gesamten x-Bereich wird ein Beitrag von 0.010 ± 0.006 aus dem Intervall $[0.0, 0.021]$ verwendet, wobei die angegebene systematische Unsicherheit die Variation zwischen allen betrachteten Modellen einschließt.

5.3. Interpretation

Das in der vorliegenden Analyse bestimmte erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} beträgt

$$\begin{aligned} \Gamma_1^{\mathrm{p}} = \int_0^1 \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2) &= 0.132 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.009(\mathrm{sys}) \pm 0.004(\mathrm{evol}) \pm 0.006(\mathrm{extr}) \\ &= 0.132 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.011(\mathrm{sys})\ . \end{aligned} \tag{5.9}$$

Die systematischen Unsicherheiten aufgrund der Entwicklung (evol) der Strukturfunktion zum festen Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 sowie der Extrapolation (extr) in den nicht gemesse-

nen x-Bereich sind separat angegeben. Diese durch theoretische Unsicherheiten gegebenen systematischen Beiträge tragen in gleicher Größe wie der experimentelle systematische Fehler zur Gesamtunsicherheit bei. Beide Beiträge werden in Abschnitt 5.4 diskutiert. Abbildung 5.3 zeigt die für jedes x-Bin aufsummierten Beiträge zum ersten Moment von g_1^{p} sowie den Anteil aus der Extrapolation der Strukturfunktion in den Bereich $x \to 0$.

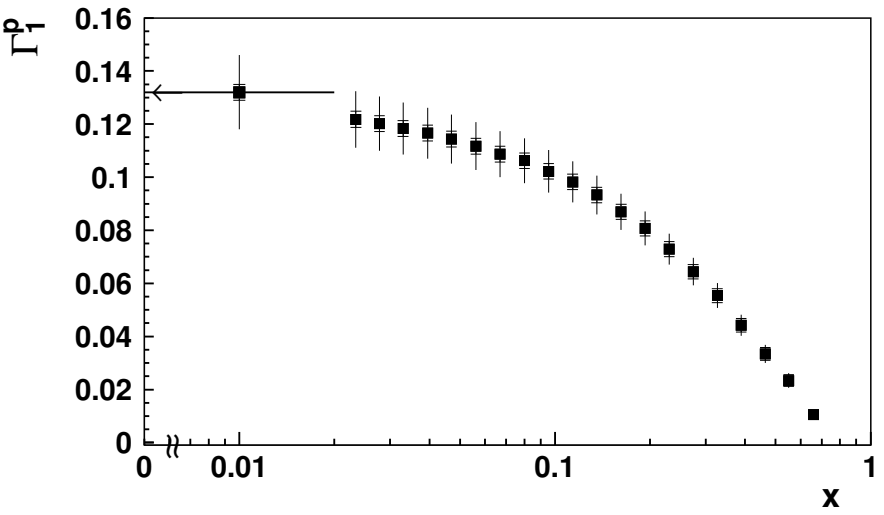

Abbildung 5.3.: Die Beiträge zum ersten Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}, aufsummiert für jedes x-Bin. Der Wert am niedrigsten x-Punkt enthält den zusätzlichen Beitrag aus dem nicht-gemessenen Intervall $[0, 0.021]$, welcher durch Extrapolation von g_1^{p} für $x \to 0$ bestimmt wurde. Die Fehlerbalken entsprechen der quadratischen Summe aus der statistischen und der systematischen Unsicherheit, wobei für den Wert am niedrigsten x-Punkt zusätzlich die systematische Unsicherheit in der Extrapolation berücksichtigt ist.

5.3.1. Bestimmung der Singlet-Kombination a_0

Die Messung der polarisierten Strukturfunktion erlaubt entsprechend Gleichung (1.66) die Bestimmung der Singlet-Kombination a_0. Im Rahmen des Quark-Parton-Modells sowie in führender Ordnung der QCD entspricht a_0 dem Beitrag $\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s$ der Quarks zum Spin des Nukleons. Unter der Annahme der Isospin-Symmetrie sowie der SU(3)-Flavour-Symmetrie können die Nonsinglet-Komponenten a_3 und a_8 bestimmt werden und a_0 ergibt sich zu

$$a_0(Q^2) = \frac{9}{C_{\mathrm{S}}(Q^2)} \left[\Gamma_1^{\mathrm{p}} - \frac{C_{\mathrm{NS}}(Q^2)}{12} \left(\mid g_{\mathrm{A}} \mid + \frac{1}{3}(3F - D) \right) \right] \tag{5.10}$$

mit den Koeffizientenfunktionen in Gleichung (1.70) bzw. (1.71) und (1.72). Die Bestimmung von a_0 erfolgt unter Verwendung der Werte $g_{\mathrm{A}} = -1.2601 \pm 0.0025$ [PDG 96] und $(3F - D) = 0.575 \pm 0.003$ [ClRo93] sowie der Koeffizientenfunktionen, welche für $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 mit α_{s}(2.5 GeV^2) = 0.34 $\pm$ 0.03, bezogen auf die Renormierungsskala $\Lambda = 0.2$ GeV,

		a_0	Δu	Δd	Δs
HERMES	$C_{\mathrm{S}}(Q^2)$	0.33 ± 0.11	0.84 ± 0.04	-0.42 ± 0.04	-0.08 ± 0.05
$Q_0^2 = 2.5$ GeV^2	$C_{\mathrm{S}}^{\mathrm{inv}}(Q^2)$	0.30 ± 0.10	0.83 ± 0.03	-0.43 ± 0.03	-0.09 ± 0.04
E143	$C_{\mathrm{S}}(Q^2)$	0.32 ± 0.10	0.83 ± 0.03	-0.43 ± 0.03	-0.09 ± 0.04
$Q_0^2 = 3.0$ GeV^2	$C_{\mathrm{S}}^{\mathrm{inv}}(Q^2)$	0.29 ± 0.09	0.83 ± 0.03	-0.43 ± 0.03	-0.10 ± 0.03

Tabelle 5.2.: Die ersten Momente der Quarkverteilungen Δq sowie die Singlet-Kombination a_0, berechnet aus dem ersten Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} für $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 unter Verwendung der Singlet-Koeffizientenfunktion $C_{\mathrm{S}}(Q^2)$ bzw. $C_{\mathrm{S}}^{\mathrm{inv}}(Q^2)$. Ebenfalls angegeben sind die Werte des E143-Experimentes [E143-98] für $Q_0^2 = 3$ GeV^2.

berechnet wurden. Die Ergebnisse für a_0 und für die Beiträge der einzelnen Quarksorten Δq werden in Tabelle 5.2 mit den Werten des E143-Experimentes [E143-98] verglichen.

Die Singlet-Kombination a_0 und damit die Momente der einzelnen Quarkverteilungen Δq sind für höhere Ordnungen in α_{s} skalenabhängig (siehe Abschnitt 1.4.2), d.h. auch die Interpretation der Δq wird skalenabhängig. Tabelle 5.2 enthält ebenfalls die entsprechend den Darlegungen in [LvRV97-b] im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema invarianten Momente der Quarkverteilungen, welche mit der Koeffizientenfunktion (1.71) berechnet wurden. In dieser Beschreibung stellt $a_0 = \Delta\Sigma$ den Beitrag der Quarks zum Gesamtspin des Nukleons dar. Im Rahmen des AB-Schemas wird a_0 entsprechend Gleichung (1.68) so definiert, dass $\Delta\Sigma$ skalenunabhängig wird, wobei ein expliziter Beitrag des ersten Moments der Gluonverteilung Δg auftritt. Die Transformation

$$\Delta q \;=\; \Delta q(Q^2) \;+\; \frac{\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)}{2\pi}\,\Delta g(Q^2) \tag{5.11}$$

ergibt die im AB-Schema skalenunabhängigen Momente der Quarkverteilungen, welche in Abbildung 5.4 für verschiedene Werte von Δg dargestellt sind.
Die Gluonverteilung und somit das erste Moment Δg kann nur indirekt aus der Q^2-Entwicklung des Singlet-Anteils der polarisierten Strukturfunktionen g_1 bestimmt werden und variiert stark in den Angaben aus verschiedenen QCD-Analysen, siehe Abschnitt 5.4.
Der unter Verwendung der Koeffizientenfunktion $C_{\mathrm{S}}^{\mathrm{inv}}(Q^2)$ erhaltene Wert für den Gesamtbeitrag $a_0^{\mathrm{inv}} = \Delta\Sigma = 0.30 \pm 0.10$ der u-, d- und s-Quarks zum Spin des Protons ist deutlich geringer als die Vorhersagen im Rahmen von Quark-Parton-Modellen. Diese geben für den Beitrag der Quarks einen Wert von $\Delta\Sigma = 1$ innerhalb des einfachen bzw. $\Delta\Sigma = 0.75$ innerhalb des relativistischen Modells an. Die Vorhersage der Ellis-Jaffe-Summenregel beträgt $\Delta\Sigma = 0.58$, basierend auf der Annahme $\Delta s = 0$.

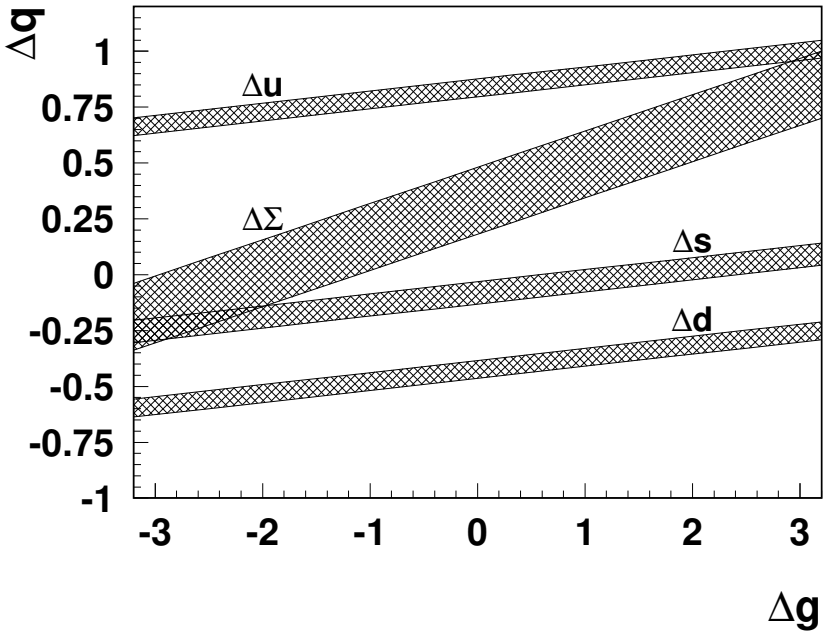

Abbildung 5.4.: Die Beiträge der einzelnen Quarksorten Δq zum Spin des Protons sowie der Gesamtbeitrag der Quarks $\Delta\Sigma$ in Abhängigkeit von möglichen Beiträgen Δg der Gluonen. Die Werte wurden im Rahmen des AB-Schemas am Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 unter Verwendung der HERMES-Daten berechnet.

5.3.2. Bjørken-Summenregel

Zur Berechnung der Bjorken-Summenregel entsprechend Gleichung (1.48) wird zusätzlich die HERMES-Messung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{n} des Neutrons verwendet. Das erste Moment von g_1^{n} über den gemessenen Bereich $[0.023, 0.6]$ am festen Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 beträgt $\int_{0.023}^{0.6} \mathrm{d}x = -0.034 \pm 0.013\,(\mathrm{stat}) \pm 0.005\,(\mathrm{sys})$ [Herm97-a].
Die Extrapolationen in den nicht gemessenen Bereich werden in gleicher Weise durchgeführt wie in Abschnitt 5.2 für g_1^{p}. Aus der entsprechend Gleichung (5.4) erhaltenen Extrapolation von $g_1^{\mathrm{n}}(x \to 1)$ ergibt sich ein vernachlässigbarer Beitrag zum ersten Moment von $-7 \cdot 10^{-6}$ für das x-Intervall $[0.6, 1]$. Unter Verwendung der Gleichungen (5.6, 5.7, 5.8) für die Extrapolation von $g_1^{\mathrm{n}}(x \to 0)$ erhält man einen Beitrag des x-Bereiches $[0, 0.023]$ von -0.013 ± 0.013. Die Unsicherheit in der Extrapolation $x \to 0$ dominiert die systematische Unsicherheit in der Bestimmung des ersten Moments von g_1^{n}. Die Neutronstrukturfunktion ist bedeutend sensitiver als die Protronstrukturfunktion gegenüber den theoretischen Unsicherheiten in der Beschreibung ihres Verlaufs für $x \to 0$. Das erste Moment von g_1^{n} ergibt sich zu $\Gamma_1^{\mathrm{n}} = \int_0^1 \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{n}}(x, Q_0^2) = -0.047 \pm 0.013(\mathrm{stat}) \pm 0.005(\mathrm{sys}) \pm 0.013(\mathrm{extr})$.
Aus den Messungen der polarisierten Strukturfunktionen des Protons und des Neutrons mit dem HERMES-Experiment wird die Bjørken-Summenregel am Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2

berechnet

$$\Gamma_1^{\mathrm{p}} - \Gamma_1^{\mathrm{n}} = 0.179 \pm 0.013(\mathrm{stat}) \pm 0.010(\mathrm{sys}) \pm 0.016(\mathrm{extr}) \,. \tag{5.12}$$

Unter Berücksichtigung der QCD-Korrektur in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^3)$ entsprechend Gleichung (1.73) beträgt der theoretische Wert der Bjørken-Summenregel $\Gamma_1^{\mathrm{p}} - \Gamma_1^{\mathrm{n}} = 0.173 \pm 0.005$ für $Q_0^2 = 2.5$. Die Korrektur wurde unter Verwendung der Koeffizientenfunktion C_{NS} in Gleichung (1.72) für den Wert α_{s}(2.5 GeV^2) = 0.34 $\pm$ 0.03, bezogen auf die Renormierungsskala $\Lambda = 0.2$ GeV, berechnet.
Der experimentell aus den Daten des HERMES-Experimentes bestimmte Wert der Bjørken-Summenregel befindet sich in exzellenter Übereinstimmung innerhalb von 0.5 Standardabweichungen mit dem theoretischen Wert bei einer relativen Genauigkeit von 13 %.

5.4. Diskussion der aktuellen Ergebnisse zur Bestimmung der Spinstruktur des Nukleons

Formal können die für die Bestimmung der Quark- und Gluonbeiträge zum Nukleonspin relevanten Momente der polarisierten Quark- und Gluonverteilungen $\Delta\Sigma = \Delta u + \Delta d + \Delta s$ und Δg aus den gemessenen ersten Momenten der polarisierten Strukturfunktion g_1 extrahiert werden. Aufgrund der Einschränkung des zugänglichen x-Bereiches und der Messung der Strukturfunktion an verschiedenen Werten von Q^2 für unterschiedliche x-Werte, kann das erste Moment nur indirekt durch die Entwicklung der Messwerte zu einem festen Wert Q_0^2 und durch Extrapolation in die nicht gemessenen Bereiche bestimmt werden. Die Extraktion der Partonverteilungen erfolgt daher iterativ, wobei die verfügbaren Informationen in einem Satz von Partonverteilungen für eine Referenzskala zusammengefasst werden, aus dem die Strukturfunktion an beliebigen x- und Q^2-Werten berechnet wird. Aus der Anpassung an die gemessenen Strukturfunktionen ergeben sich Informationen für die Modifizierung der freien Parameter sowie der Ausgangsverteilungen.
Diese QCD-Analysen wurden in der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^2)$ von Experimenten durchgeführt, deren Messungen einen weiten Q^2-Bereich von $1 < Q^2 < 70$ GeV^2 [SMC-98b] und $1 < Q^2 < 15$ GeV^2 [E154-97] umfassen sowie von verschiedenen theoretischen Gruppen unter Verwendung der verfügbaren Daten der polarisierten Proton-, Neutron- und Deuterium-Strukturfunktion g_1, z.B. [LSS 98], [ABFR98], [BFR 96], [GRSV96] und [GS 96].
Im Ergebnis der verschiedenen QCD-Analysen erhält man aus den Daten der polarisierten Strukturfunktion g_1 eine präzise, im Hinblick auf die unterschiedlichen Ansätze für die Partonverteilungen konsistente Beschreibung der Valenzquarkverteilungen Δu_{v} und Δd_{v} sowie der Non-Singlet-Kombinationen der Quarkverteilungen für den gemessenen kinematischen Bereich. Dagegen ergeben sich starke Variationen in den extrahierten Seequarkverteilungen und insbesondere in der Gluonverteilung sowie im asymptotischen Verhalten der Partonverteilungen für $x \to 0$.

Im folgenden werden die hinsichtlich der Berechnung der ersten Momente der Struktur-

funktionen wichtigen Resultate der QCD-Analysen zur Q^2-Entwicklung und zur Extrapolation in die nicht gemessenen x-Bereiche diskutiert sowie die Ergebnisse der Bestimmung von a_0 und der Bjørken-Summenregel zusammengefasst.

5.4.1. Q^2-Entwicklung

In der vorliegenden Analyse erfolgte die Berechnung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} an einem festen Wert Q_0^2 entsprechend Gleichung (4.38) unter der Annahme einer Q^2 unabhängigen Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$.
Die Q^2-Abhängigkeit von g_1/F_1 wird durch die Entwicklungsgleichungen (1.62, 1.63) für die Partonverteilungen beschrieben und folgt aus der unterschiedlichen Abhängigkeit der Strukturfunktionen g_1 und F_1 von Q^2. Die Anwendung dieses Formalismus erfordert die genaue Kenntnis der Partonverteilungen.
In [E154-97] wird die gemessene Strukturfunktion g_1^{exp} unter Verwendung der aus der QCD-Analyse erhaltenen Strukturfunktion g_1^{qcd} am Wert $Q_0^2 = 5$ GeV^2 berechnet

$$g_1^{\mathrm{exp,evol}}(x, Q_0^2) \;=\; g_1^{\mathrm{exp}}(x, Q^2) \;-\; g_1^{\mathrm{qcd}}(x, Q^2) \;+\; g_1^{\mathrm{qcd}}(x, Q_0^2)\;. \tag{5.13}$$

Der Vergleich der absoluten Werte der aus der Evolution bestimmten Strukturfunktion $g_1^{\mathrm{exp,evol}}(x, Q_0^2)$ mit der unter der Annahme einer Q^2 unabhängigen Asymmetrie g_1/F_1 berechneten Strukturfunktion $g_1^{\mathrm{exp,scale}}(x, Q_0^2)$ ergibt $g_1^{\mathrm{exp,evol}} < g_1^{\mathrm{exp,scale}}$ für den Bereich kleiner x-Werte mit $Q^2 < Q_0^2$ und $g_1^{\mathrm{exp,evol}} > g_1^{\mathrm{exp,scale}}$ für große x-Werte mit $Q^2 > Q_0^2$. Bei der Berechnung des ersten Moments von g_1 heben sich diese Abweichungen im gemessenen Bereich auf; der unterschiedliche Verlauf von $g_1^{\mathrm{exp,evol}}$ und $g_1^{\mathrm{exp,scale}}$ bei kleinen x-Werten führt aber zu verschiedenen Beiträgen aus der Extrapolation $x \to 0$.
Im Rahmen der in [LSS 98] mit einem von [E154-97] verschiedenen Ansatz für die Partonverteilungen durchgeführten QCD-Analyse wird die berechnete Q^2-Abhängigkeit der Asymmetrie A_1 mit den derzeit verfügbaren Daten verglichen. Innerhalb der Genauigkeit der Daten kann für den gemessenen kinematischen Bereich keine Verletzung des Skalenverhaltens der Asymmetrie nachgewiesen werden.
Der Nachweis einer möglichen Q^2-Abhängigkeit der Asymmetrien A_1 bzw. g_1/F_1 erfordert neben einer höheren Genauigkeit der Daten die Ausweitung des Messbereiches zu größeren Q^2-Werten.

5.4.2. Extrapolationen

Die Extrapolation der Strukturfunktion g_1 in den Bereich $x \to 1$ ist unkritisch, da der Beitrag zum ersten Moment von g_1 vernachlässigbar ist (siehe auch Abschnitt 5.2). Dagegen ergibt die Unsicherheit in der Beschreibung des Verlaufes von g_1 für $x \to 0$ derzeit den größten Beitrag zur theoretischen Unsicherheit in der Bestimmung des ersten Moments. Diese Unsicherheit ist für die vorhandenen Messungen etwa von gleicher Größe wie der experimentelle systematische Fehler.
Im Rahmen der QCD wird das asymptotische Verhalten von g_1 durch das Verhalten der Partonverteilungen für $x \to 0$ beschrieben. Beispielsweise besitzen die Verteilung der

Singlet-Kombination und die Gluonverteilung im Bereich kleiner x entgegengesetzte Vorzeichen. Da die Gluonverteilung mit wachsendem Q^2 ansteigt, wird aufgrund der negativen Singlet-Komponente in g_1 der Beitrag aus dem Bereich $x \to 0$ zum ersten Moment von g_1^{p} für große Q^2-Werte negativ. Dieses Verhalten wurde in der QCD-Analyse der SMC-Messungen für den Wert $Q_0^2 = 10$ GeV^2 reproduziert [SMC-98b]. Für den in der vorliegenden Analyse zugänglichen Messbereich wird dieses Verhalten nicht vorhergesagt.
Im Rahmen der QCD-Analyse in [ABFR98] wurden verschiedene Ansätze zur Parametrisierung des Verhaltens der Partonverteilungen bei kleinen x-Werten untersucht. Für Startwerte $Q_0^2 < 1$ GeV^2 wird ein Ansatz entsprechend der Regge-Theorie mit $x^\alpha, \alpha \in [0.0, 0.5]$ gewählt und für steigende Q^2-Werte der Effekt der störungstheoretischen Entwicklung, analog dem Verhalten der unpolarisierten Partonverteilungen für $x \to 0$, überlagert. Als alternativer Ansatz wurde ein logarithmischer Term $(\ln 1/x)^\beta$ gewählt, welcher ein ähnliches Verhalten der Partonverteilungen wie der Regge-Ansatz erzeugt. Die Parametrisierungen unter Verwendung des logarithmischen Terms ergeben die beste Anpassung an die verwendeten Daten. Die aus den unterschiedlichen Ansätzen für die Partonverteilungen bestimmten ersten Momente der Singlet-Kombination a_0 variieren zwischen Werten von 0.18 und 0.02 für $Q_0^2 = 10$ GeV^2.
Die Fixierung eines Ansatzes zur Beschreibung des Verhaltens der polarisierten Partonverteilungen für $x \to 0$ bleibt derzeit noch offen und erfordert die Messung der polarisierten Strukturfunktion g_1 bei sehr kleinen x-Werten.

5.4.3. Bestimmung der Singlet-Kombination a_0

Die Singlet-Kombination a_0 der Momente der Quarkverteilungen entspricht im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema dem Beitrag $\Delta\Sigma$ der Quarks zum Spin des Nukleons. Im AB-Schema erhält man $\Delta\Sigma$ entsprechen Gleichung (5.11) aus a_0 und dem Moment der Gluonverteilung Δg. In Tabelle 5.3 sind die Ergebnisse verschiedener Experimente und Analysegruppen zusammengefasst. Die Resultate für a_0^{inv} des E143-Experimentes und der vorliegenden Analyse (HERMES) wurden aus dem ersten Moment der Protonstrukturfunktion g_1^{p}, berechnet unter der Annahme einer von Q^2 unabhängigen Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$, entsprechend [LvRV97-b] bestimmt (siehe auch Tabelle 5.2). Die weiteren, in Tabelle 5.3 aufgeführten Ergebnisse wurden aus QCD-Analysen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^2)$ erhalten. Für die im $\overline{\mathrm{MS}}$- bzw. AB-Schema angegebenen Ergebnisse gilt die Transformation

$$\begin{aligned} \Delta\Sigma_{\overline{\mathrm{MS}}} &= \Delta\Sigma_{\mathrm{AB}} - n_{\mathrm{f}} \frac{\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)}{2\pi} \Delta g(Q^2) \\ \Delta g_{\overline{\mathrm{MS}}}(Q^2) &= \Delta g_{\mathrm{AB}}(Q^2) \,. \end{aligned} \tag{5.14}$$

Der in Tabelle 5.3 für die LSS-Gruppe angegebene Wert $\Delta\Sigma_{\mathrm{AB}}$ wurde entsprechend Gleichung (5.14) aus den Ergebnissen der im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema durchgeführten Analyse berechnet. Die QCD-Analysen des E154- und des SMC-Experimentes wurden sowohl im $\overline{\mathrm{MS}}$ als auch im AB-Schema durchgeführt und ermöglichen anhand der Gleichung (5.14) die Überprüfung der Stabilität der Analysen.

Exp./ Gruppe	Q_0^2 GeV^2	$\overline{\mathrm{MS}}$-Schema $a_0 = \Delta\Sigma$	Δg	AB-Schema a_0	$\Delta\Sigma$	Δg	Referenz
HERMES	2.5	0.30 ± 0.10					
E143	3.0	0.29 ± 0.09					[E143-98]
E154	5.0	$0.20^{+0.06}_{-0.08}$	$1.8^{+0.8}_{-1.0}$	$0.21^{+0.09}_{-0.09}$	$0.25^{+0.10}_{-0.09}$	$0.4^{+1.7}_{-0.9}$	[E154-97]
SMC	1.0	0.19 ± 0.06	$0.25^{+0.29}_{-0.22}$*	0.23 ± 0.20	0.38 ± 0.03	$0.99^{+1.8}_{-0.6}$*	[SMC-98b]
ABFR	1.0			0.11 ± 0.05	0.44 ± 0.04	1.4 ± 0.3	[ABFR98]
LSS	1.0	0.25 ± 0.08	0.34 ± 0.24		0.33 ± 0.10		[LSS 98]

Tabelle 5.3.: Die Ergebnisse für die Singlet-Kombination a_0 des E143-Experimentes und der vorliegenden Analyse (HERMES) wurden aus dem ersten Moment der Protonstrukturfunktion g_1^{p} bestimmt. Die nachfolgend angegebenen Werte für a_0 sind Resultate von QCD-Analysen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^2)$.
Für die mit (*) gekennzeichneten Werte sind nur die statistischen Fehler angegeben.

5.4.4. Bjørken-Summenregel und Bestimmung von α_{s}

Die höchste Genauigkeit in der Überprüfung der Bjørken-Summenregel

$$\Gamma_1^{\mathrm{p}} - \Gamma_1^{\mathrm{n}} = \frac{1}{6} C_{\mathrm{NS}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2))\, a_3 = \frac{1}{6} C_{\mathrm{NS}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2))\, g_{\mathrm{A}} \tag{5.15}$$

wird im Rahmen der Analyse in [ABFR98] angegeben, die unter Verwendung aller bis 1997 verfügbaren Daten der polarisierten Proton-, Neutron- und Deuterium-Strukturfunktion g_1 durchgeführt wurde. Hier wird der aus dem ersten Moment der Non-Singlet-Kombination $a_3(1)$ bestimmte Wert für g_{A}

$$g_{\mathrm{A}} = 1.23 \pm 0.06(\mathrm{exp})^{+0.06}_{-0.11}(\mathrm{th}) = 1.23^{+0.08}_{-0.12} \tag{5.16}$$

mit der direkten Messung $g_{\mathrm{A}} = 1.257 \pm 0.003$ [PDG 96] verglichen. Die asymmetrische theoretische Unsicherheit berücksichtigt die Variation des bestimmten g_{A}-Wertes mit den unterschiedlichen Ansätzen zur Parametrisierung der Partonverteilungen. Der in Gleichung (5.16) angegebene Wert bestätigt die Bjørken-Summenregel innerhalb einer Standardabweichung mit einer Genauigkeit von 8 %.
Wird die Gültigkeit der Bjørken-Summenregel vorausgesetzt, erlaubt die Q^2-Abhängigkeit der Koeffizientenfunktion $C_{\mathrm{NS}}(\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2))$ die Bestimmung des Wertes der starken Kopplungskonstanten $\alpha_{\mathrm{s}}(Q^2)$. Die Unsicherheit des bestimmten α_{s}-Wertes wird dabei durch die Unsicherheit in der Extrapolation $x \to 0$ dominiert.
In [ABFR98] wird gezeigt, dass die für verschiedene Q^2 gemessenen Werte der polarisierten Proton- und Neutronstrukturfunktion die Bestimmung von α_{s} aus der Skalenverletzung von $g_1(x, Q^2)$ ermöglichen, welche somit unabhängig von der Extrapolation der

Strukturfunktionen für $x \to 0$ wird. Der an der Z-Masse bestimmte Werte für α_s beträgt

$$\alpha_s(m_Z) = 0.120^{+0.004}_{-0.005}(\mathrm{exp})^{+0.009}_{-0.006}(\mathrm{th}) = 0.120^{+0.010}_{-0.008} \tag{5.17}$$

und befindet sich in sehr guter Übereinstimmung mit dem derzeitigen mittleren Wert $\alpha_s(m_Z) = 0.118 \pm 0.006$ [Beth97]. Die Genauigkeit des aus den gemessenen polarisierten Strukturfunktionen bestimmten α_s-Wertes kann durch weitere präzise $g_1(x, Q^2)$-Daten verbessert werden.

5.4.5. Ausblick

Die Analyse der derzeit verfügbaren Daten der polarisierten Proton-, Neutron- und Deuterium-Strukturfunktion g_1 erlaubt die präzise Bestimmung der Valenzquarkverteilungen im gemessenen kinematischen Bereich. Die Gluon- und Seequarkverteilungen können dagegen nur qualitativ beschrieben werden. Neben weiteren präzisen Messungen der polarisierten Strukturfunktion g_1, mit denen eine höhere Genauigkeit der QCD-Analysen erreicht werden kann, ist vor allem die Ausweitung des gemessenen kinematischen Bereiches zu kleineren x-Werten und höheren Q^2 für die Bestimmung der Quark- und Gluonverteilungen über den gesamten x-Bereich erforderlich. Derartige Messungen könnten durch eine Polarisation des HERA-Protonstrahls ermöglicht werden [HERA98].
Zusätzliche Informationen aus der Messung der Asymmetrien positiver und negativer Hadronen, die im Fragmentationsprozess des an der Streuung beteiligten Quarks entstehen, werden die genaue Separation der See- und Valenzquarkverteilungen ermöglichen. Eine erste kombinierte Analyse der polarisierten Strukturfunktionen sowie der am SMC-Experiment gemessenen Hadron-Asymmetrien [SMC-98a] wurde in [dFlo98] durchgeführt, wobei die Ergebnisse für die Partonverteilungen durch die präzisen Daten der polarisierten Strukturfunktionen bestimmt werden. Bezüglich der Hadron-Asymmetrien erwartete Resultate der Messungen mit dem HERMES-Experiment werden die statistische Genauigkeit dieser Daten verbessern.
Insbesondere ist für die Bestimmung der Gluonverteilung und ihres ersten Momentes ein direkterer experimenteller Zugang erforderlich. In diesem Kontext wird am HERMES-Experiment durch den seit 1998 verfügbaren ringabbildenden Čerenkov-Detektor der Nachweis von D-Mesonen aus der Wechselwirkung des virtuellen Photons mit einem Gluon möglich. Weitere Messungen zur Bestimmung der Gluonverteilung sind am CERN mit dem COMPASS-Experiment [COMP96] sowie am RHIC mit den Experimenten PHENIX und STAR [RHIC97] geplant.

Die Bestimmung der verschiedenen Beiträge der Konstituenten zum Spin des Nukleons entsprechend Gleichung (0.1) erfordert sowohl neue experimentelle Daten als auch weiterführende theoretische Untersuchungen. Insbesondere bleibt der Zugang zu den Beiträgen der Bahndrehimpulse der Quarks und Gluonen zum Nukleonspin experimentell und theoretisch offen.

6. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Messung der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} des Protons in der polarisationsabhängigen tief inelastischen Positron-Proton-Streuung. Die Analyse umfasst die 1997 mit dem HERMES-Experiment am HERA-Positronring aufgezeichneten Daten der Streuung polarisierter Positronen der Energie 27.5 GeV an einem polarisierten Wasserstofftarget.
Für die Messungen des HERMES-Experimentes finden neuartige Technologien Anwendung - der longitudinal polarisierte Positronstrahl des HERA-Speicherringes sowie reines polarisiertes atomares Gas in einer internen Speicherzelle als Target. Die Methoden zur Bestimmung der Strahl- und Targetpolarisation, welche in allen Experimenten den dominanten Beitrag zum experimentellen systematischen Fehler ergeben, sind grundsätzlich verschieden zu den Technologien der bisherigen polarisierten Hochenergie-Experimente am CERN und am SLAC.

Die im Rahmen der vorliegenden Analyse erarbeiteten Selektionskriterien für die aufgezeichneten Daten führten zur so genannten Standardselektion, die von verschiedenen Analysegruppen des Experimentes verwendet wird. Aus den Zählraten der inklusiv nachgewiesenen, selektierten Positronen für die parallele und die antiparallele Ausrichtung der Spinvektoren von Strahlteilchen und Targetatomen wurde die Streuquerschnitts-Asymmetrie der Positron-Proton-Streuung bestimmt. In verschiedenen Korrekturverfahren wurden Untergrundprozesse sowie Spektrometereinflüsse einschließlich der Effekte aufgrund der gewählten Einteilung des kinematischen Messbereiches berücksichtigt. Die Untergrundkorrekturen wurden aus den Daten, die Spektrometer- und Bin-Korrekturen aus einer Monte-Carlo-Simulation ermittelt.
Die Bestimmung der Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ sowie der Strukturfunktion g_1^{p} erfordert die Anwendung von Strahlungskorrekturen. Sowohl die Monte-Carlo- als auch die Strahlungskorrekturen sind abhängig von der gewählten Modell-Asymmetrie zur Beschreibung der polarisationsabhängigen Effekte. Durch die Anwendung eines iterativen Verfahrens wurde die Abhängigkeit der genannten Korrekturen von der Modell-Asymmetrie minimiert.
Aus der vollständig korrigierten Streuquerschnitts-Asymmetrie wurde die Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bei einer Schwerpunktenergie von 7.5 GeV im Bereich $0.021 < x < 0.85$ und $Q^2 > 0.8$ GeV^2 mit einer systematischen Unsicherheit von etwa 8% bei einer statistischen Genauigkeit von 6% bis 20%, ansteigend für abnehmende x-Werte, bestimmt. Der Vergleich der Ergebnisse dieser Arbeit mit den 1998 re-analysierten Messungen der Experimente SMC am CERN und E143 am SLAC ergibt eine sehr gute Übereinstimmung.

Unter Berücksichtigung der um einen Faktor 5 bis 10 variierenden mittleren Q^2-Werte für die Messpunkte der verglichenen Experimente zeigt die Übereinstimmung der Daten, dass die Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ keine statistisch signifikante Q^2-Abhängigkeit innerhalb des kinematischen Bereiches der derzeit verfügbaren Messungen aufweist. Auf der Grundlage dieser Annahme wird die aus $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ bestimmte Strukturfunktion $g_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2)$ zu einem festen Wert Q_0^2 entwickelt. Die Ergebnisse der polarisierten Strukturfunktion $g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2)$, berechnet an den Werten $Q_0^2 = 2$ GeV^2 bzw. $Q_0^2 = 10$ GeV^2, sind konsistent mit den Resultaten des E143- bzw. SMC-Experimentes.
Das erste Moment der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} im gemessenen x-Bereich beträgt $\int_{0.021}^{0.85} \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2) = 0.122 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.010(\mathrm{sys})$.
Der Vergleich mit den Werten des SMC- und E143-Experimentes für das erste Moment von g_1^{p} wurde unter Anwendung des gleichen Integrationsschemas für den jeweils gemeinsam gemessenen x-Bereich sowie für gleiche Q_0^2-Werte durchgeführt. Das Ergebnis der vorliegenden Analyse befindet sich, bezogen auf die statistische Genauigkeit der Messungen, in Übereinstimmung innerhalb von 0.6 bzw. 1.2 Standardabweichungen mit den Resultaten des E143- bzw. SMC-Experimentes.
Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit bestimmte polarisierte Srukturfunktion g_1^{p} sowie deren erstes Moment über den gemessenen x-Bereich sind Bestandteil der 1998 publizierten polarisierten Protonstrukturfunktion g_1^{p} des HERMES-Experimentes [Herm98-a].

Durch Extrapolation der Strukturfunktion auf den gesamten x-Bereich $[0, 1]$ wird das erste Moment zu $\int_0^1 \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2) = 0.132 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.01(\mathrm{sys}) \pm 0.006(\mathrm{extr})$ bestimmt, wobei der zusätzliche Fehler die Unsicherheit in der Extrapolation $x \to 0$ wiedergibt. Die Interpretation der vorliegenden Messung im Rahmen des Quark-Parton-Modells unter Berücksichtigung von QCD-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^3)$ ergibt einen Beitrag der Quarks zum Gesamtspin des Nukleons von $(30 \pm 10)\%$ für $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2. Dieses Ergebnis entspricht einer Abweichung von der Ellis-Jaffe-Vorhersage um 2.5 Standardabweichungen, bezogen auf den angegebenen Gesamtfehler, und führt im Kontext des Quark-Parton-Modells zur Interpretation negativ polarisierter Strange-Seequarks mit einem Beitrag von $(-9 \pm 4)\%$ für $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2.
Von verschiedenen Gruppen werden aus QCD-Analysen unterschiedlicher Datensätze Beiträge der Quarks zum Nukleonspin von 19 % bis 44 % angegeben.

Unter Hinzunahme der HERMES-Messung der polarisierten Neutronstrukturfunktion g_1^{n} wurde der Wert der fundamentalen Bjørken-Summenregel für $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 bestimmt. Dieser Wert befindet sich, bei einer auf den Gesamtfehler bezogenen Genauigkeit von 13 %, innerhalb von 0.5 Standardabweichungen in Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage, berechnet unter Berücksichtigung von QCD-Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^3)$. Im Rahmen der in [ABFR98] durchgeführten QCD-Analyse aller bis zum Jahr 1997 verfügbaren Daten der polarisierten Strukturfunktionen wurde die Bjørken-Summenregel innerhalb einer Standardabweichung mit einer Genauigkeit von 8% des theoretischen Wertes verifiziert.

Die Messungen des HERMES-Experimentes wurden bzw. werden in den Jahren 1998 und 1999 mit einem Deuteriumtarget fortgeführt. Die Analyse der inklusiv nachgewiesenen Positronen ist neben der Bestimmung der polarisierten Strukturfunktion g_1 Grundlage der Untersuchungen zum systematischen Verständnis der Messungen des HERMES-Experimentes sowie Bestandteil weiterführender Analysen. So ermöglicht die Konzeption des HERMES-Spektrometers die Rekonstruktion von Hadronen aus dem Fragmentationsprozess des an der Streuung beteiligten Quarks. Die Asymmetrien positiver bzw. negativer Hadronen sind sensitiv auf Kombinationen unterschiedlicher Quarksorten und erlauben unter zusätzlicher Verwendung der inklusiven Positronasymmetrie die Separation der See- und Valenzquarkverteilungen. Seit 1998 können durch den Einsatz eines ringabbildenden Čerenkov-Detektors Kaonen und Pionen im gesamten Energiebereich identifiziert werden. Die Messung von Kaon-Asymmetrien wird einen direkten Zugang zur Strange-Seequarkverteilung ermöglichen. Insbesondere können D-Mesonen, die bei der Wechselwirkung des virtuellen Photons mit einem Gluon über den Austausch eines Charm-Quarks produziert werden, durch Rekonstruktion ihrer Zerfallsprodukte nachgewiesen werden. Eine Analyse der Asymmetrie von D-Mesonen bietet die Möglichkeit einer direkten Messung der bisher experimentell unbestimmten Gluonverteilung.
Die Bestimmung der Komponente der Bahndrehimpulse von Quarks und Gluonen im Gesamtspin der Nukleonen ist derzeit sowohl theoretisch als auch experimentell offen.

Summary

The subject of this thesis is the measurement of the polarised structure function g_1^{p} of the proton in deeply inelastic positron-proton-scattering. The data used in the analysis were recorded during the 1997 running period of the HERMES experiment using a longitudinally nuclear polarised hydrogen target in the 27.6 GeV HERA polarised positron storage ring.
Novel techniques - the longitudinally polarised positron beam of the HERA storage ring and pure polarised atomic gas in an internal storage cell as target - are used for HERMES measurements. Existing polarised high energy experiments at CERN and SLAC and the HERMES experiment are using different techniques for the measurement of beam and target polarisation, which are the dominant sources of systematic uncertainties in all the experiments.

Data selection criteria developed in the framework of this thesis lead to the so-called standard selection used by various analysis groups of the experiment. The cross section asymmetry of positron-proton-scattering has been measured by counting the number of inclusively reconstructed and selected positrons with target spin vetor parallel or antiparallel to the beam spin direction. Background processes, spectrometer effects, and effects resulting from the kinematic binning of the data have been taken into account by applying different correction procedures. Here background corrections were determined from data while spectrometer corrections and the bin size and centre correction were computed from Monte Carlo simulation.
The determination of the asymmetry $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ and of the structure function g_1^{p} requires the application of radiative corrections. The Monte Carlo corrections as well as radiative corrections depend on the model asymmetry chosen to describe polarisation dependent effects. This dependence of the corrections on the model asymmetry has been minimised by applying an iterative procedure.
From the fully corrected cross section asymmetry the asymmetry $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ has been computed at a centre of mass energy of 7.5 GeV in the region $0.021 < x < 0.85$ and $Q^2 > 0.8$ GeV^2 with a systematic uncertainty of 8% and a statistical accuracy of 6% to 20%, raising for decreasing x values. The presented results agree well with the 1998 re-analised measurements of SMC at CERN and with results from E143 at SLAC. Taking into account that the mean Q^2 values of E143 and HERMES differ from those of SMC by a factor between 5 and 10, the good agreement between these three data sets demonstrates that there is no statistically significant Q^2 dependence of the asymmetry $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ in the kinematic range of

this experiments. On the basis of this assumption the structure function $g_1^{\mathrm{p}}(x, Q^2)$, determined from the asymmetry $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$, was evoluted to a common Q_0^2 value. The results for the polarised structure function $g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2)$, calculated at values $Q_0^2 = 2$ GeV^2 and $Q_0^2 = 10$ GeV^2 are consistent with results from E143 and SMC.
The first moment of the polarised structure function g_1^{p} evaluated in the measured x region is $\int_{0.021}^{0.85} \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2) = 0.122 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.010(\mathrm{sys})$ at $Q_0^2 = 2.5\,\mathrm{GeV}^2$. This result has been compared with those from E143 and SMC, both calculated with the same integration scheme and for the kinematic range of HERMES . With respect to the statistical uncertainties the agreement is better than 0.6 and 1.2 standard deviations, respectively.
The result for the polarised structure function g_1^{p} and its first moment presented in this thesis are part of the 1998 publication of the polarised proton structure function of the HERMES experiment [Herm98-a].

Extrapolation over the entire x range $[0, 1]$ yield for the first moment $\int_0^1 \mathrm{d}x\, g_1^{\mathrm{p}}(x, Q_0^2) = 0.132 \pm 0.003(\mathrm{stat}) \pm 0.01(\mathrm{sys}) \pm 0.006(\mathrm{extr})$ where the additional error gives the uncertainty in the extrapolation $x \to 0$. The interpretation of this measurement in the framework of the quark parton model taking QCD corrections of the order $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^3)$ into account results in a contribution of the quarks to the total nucleon spin of $(30 \pm 10)\%$ at $Q_0^2 = 2.5\,\mathrm{GeV}^2$. This result corresponds to a deviation from the Ellis-Jaffe prediction by 2.5 standard deviation regarding the given total uncertainty. Within the quark parton model the deviation can be interpreted as negative polarisation of the strange sea quarks with a contribution of $(-9 \pm 4)\%$ at $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2. Different groups give contributions of the quarks to the nucleon spin of 19 % to 44 % which were obtained from QCD analyses of various data sets.

The fundamental Bjørken sum rule has been determined at $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2 using the HERMES measurement of the polarised neutron structure function g_1^{n}. With respect to the experimental accuracy of 13 %, the result agrees within 0.5 standard deviation with the theoretical prediction taking QCD corrections of the order $\mathcal{O}(\alpha_{\mathrm{s}}^3)$ into account. The QCD analysis [ABFR98] of all experimental data for the polarised structure function available until 1997 verifies the Bjørken sum rule within one standard deviation to an accuracy of 8% of the theoretical value.

During the years 1998 and 1999 HERMES measurements were and will be performed with a deuteron target during the years 1998 and 1999. Besides the determination of the polarised structure function g_1, investigations for a systematic understanding of the HERMES measurements base on the analysis of the inclusively reconstructed positrons. Furthermore, the inclusive asymmetries are ingredients for progressing analyses. The HERMES spectrometer particle identification capabilities provide the reconstruction of hadrons from the fragmentation process of the struck quark. The asymmetries of positive and negative charged hadrons are sensitive to different combinations of quark flavours. Using in addition the inclusive positron asymmetries the sea and valence quark distributions can be separated. Since 1998 the introduction of a ring imagine Čerenkov detector allows kaon and pion identification over the whole kinematic range. A measurement of kaon asym-

metries will provide a direct access to the strange sea distribution. In particular D mesons could be identified by reconstructing their decay products. D mesons are produced from the interaction of the virtual photon with a gluon via the exchange of a charm quark. An analysis of the asymmetry of D mesons could provide a direct measurement of the still experimentally unknown gluon distribution.
At this time a determination of the contributions from quark and gluon angular momenta to the total spin of the nucleon is open from both theoretical and experimental side.

A. Tabellen der Ergebnisse

Aufteilung des kinematischen Messbereiches

ix	x-Bereich	Bingrenzen in y			
1	0.0212 - 0.0253	0.1	0.85		
2	0.0253 - 0.0302	0.1	0.72	0.85	
3	0.0302 - 0.0361	0.1	0.68	0.85	
4	0.0361 - 0.0430	0.1	0.63	0.85	
5	0.0430 - 0.0513	0.1	0.60	0.85	
6	0.0513 - 0.0613	0.1	0.57	0.85	
7	0.0613 - 0.0731	0.1	0.54	0.85	
8	0.0731 - 0.0872	0.1	0.51	0.85	
9	0.0872 - 0.104	0.1	0.38	0.57	0.85
10	0.104 - 0.124	0.1	0.35	0.53	0.85
11	0.124 - 0.148	0.1	0.33	0.50	0.85
12	0.148 - 0.177	0.1	0.30	0.47	0.85
13	0.177 - 0.211	0.1	0.28	0.44	0.85
14	0.211 - 0.251	0.1	0.27	0.41	0.85
15	0.251 - 0.300	0.1	0.25	0.38	0.85
16	0.300 - 0.358	0.1	0.35	0.85	
17	0.358 - 0.427	0.1	0.85		
18	0.427 - 0.510	0.1	0.85		
19	0.510 - 0.608	0.1	0.85		
20	0.608 - 0.850	0.1	0.85		

Tabelle A.1.: Grenzen der gewählten Einteilung des kinematischen Messbereiches in Bins der Variablen x und y.

Untergrundkorrektur

ix	iy	h_+	H_-/H_+	E/N
1	1	0.007	0.80	0.060
2	1	0.004	0.79	0.010
2	2	0.011	0.78	0.085
3	1	0.003	0.76	0.004
3	2	0.011	0.75	0.075
4	1	0.001	0.74	0.003
4	2	0.010	0.73	0.050
5	1	0.001	0.71	0.002
5	2	0.010	0.70	0.037
6	1	0.001	0.69	0.001
6	2	0.010	0.67	0.034
7	1	0.001	0.66	0.001
7	2	0.008	0.65	0.022
8	1	0.001	0.64	0.001
8	2	0.007	0.62	0.017
9	1	-	-	0.001
9	2	-	-	0.001
9	3	0.008	0.61	0.013
10	1	-	-	-
10	2	-	-	-
10	3	0.006	0.60	0.008
11	1	-	-	-
11	2	-	-	-
11	3	0.004	0.58	0.004
12	1	-	-	-
12	2	-	-	-
12	3	-	-	0.002

...

Tabelle A.2.: Die Kontamination h_+ des Positrondatensatzes durch positive Hadronen, das Verhältnis H_-/H_+ negativer und positiver Hadronen sowie der Anteil an Elektronen, normiert auf die Gesamtanzahl der Positronen. Die Angaben für die Elektronen entsprechen dem Mittelwert $(E^{\rightrightarrows} + E^{\rightleftarrows})/(N^{\rightrightarrows} + N^{\rightleftarrows}) = E/N$; die Korrektur wird mit den pro Bin und Polarisationszustand des Targets gezählten Elektronen durchgeführt.
Die Werte sind nur für die relevanten Bins angegeben, in denen die Kontamination nachweisbar ist ($h_+ > 0.001$) bzw. Elektronen identifiziert werden.

ix	iy	δ_{mc}	δ_{rc}
1	1	0.9270	0.9214
2	1	0.9715	0.9588
2	2	0.9248	0.9269
3	1	0.9944	0.9597
3	2	0.9421	0.9413
4	1	0.9987	0.9673
4	2	0.9455	0.9681
5	1	1.0126	0.9801
5	2	0.9532	0.9732
6	1	0.9921	0.9820
6	2	0.9552	0.9831
7	1	0.9869	0.9820
7	2	0.9569	0.9865
8	1	0.9984	0.9865
8	2	0.9598	0.9933
9	1	0.9927	0.9964
9	2	0.9816	0.9937
9	3	0.9491	0.9934
10	1	0.9750	0.9988
10	2	0.9873	0.9971
10	3	0.9532	0.9981
11	1	0.9580	1.0029
11	2	0.9804	0.9998
11	3	0.9650	1.0030
12	1	0.9787	1.0059
12	2	0.9776	0.9999
12	3	0.9698	1.0030
13	1	0.9536	1.0077
13	2	0.9810	1.0003
13	3	0.9779	1.0020
14	1	0.9491	1.0079
14	2	0.9887	0.9998
14	3	0.9802	1.0015
15	1	0.9695	1.0069
15	2	0.9882	0.9998
15	3	0.9899	1.0003
16	1	0.9766	1.0027
16	2	0.9857	0.9995
17	1	0.9801	0.9996
18	1	0.9889	0.9982
19	1	1.0212	0.9967
20	1	1.0243	0.9998

Tabelle A.3.: Die angewendeten Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen. Die Monte-Carlo-Korrekturen schließen die Smeared-Acceptance-Korrektur sowie die Bingrößen- und Binzentrum-Korrektur ein.

Kinematische Größen und verwendete Parametrisierungen

ix	iy	x_c	Q_c^2	D	A_2	F_2	R	F_1
1	1	0.023	0.916	0.769	0.012	0.295	0.337	4.722
2	1	0.028	0.918	0.633	0.015	0.298	0.337	4.026
2	2	0.028	1.125	0.797	0.013	0.313	0.341	4.203
3	1	0.033	0.982	0.559	0.017	0.306	0.338	3.481
3	2	0.033	1.307	0.779	0.014	0.325	0.340	3.687
4	1	0.040	1.047	0.487	0.019	0.313	0.338	2.980
4	2	0.040	1.503	0.746	0.016	0.336	0.336	3.191
5	1	0.047	1.148	0.442	0.022	0.321	0.337	2.576
5	2	0.047	1.745	0.728	0.018	0.345	0.329	2.773
6	1	0.056	1.262	0.401	0.025	0.329	0.333	2.213
6	2	0.056	2.025	0.707	0.020	0.353	0.320	2.389
7	1	0.067	1.380	0.364	0.029	0.335	0.328	1.903
7	2	0.067	2.330	0.682	0.022	0.358	0.309	2.054
8	1	0.080	1.502	0.328	0.033	0.340	0.321	1.631
8	2	0.080	2.670	0.655	0.024	0.361	0.296	1.757
9	1	0.095	1.438	0.256	0.040	0.339	0.316	1.379
9	2	0.095	2.289	0.445	0.032	0.355	0.298	1.453
9	3	0.095	3.341	0.702	0.026	0.365	0.270	1.522
10	1	0.114	1.537	0.228	0.046	0.342	0.308	1.183
10	2	0.114	2.520	0.409	0.036	0.356	0.283	1.241
10	3	0.114	3.765	0.669	0.029	0.364	0.242	1.305
11	1	0.136	1.661	0.206	0.053	0.344	0.299	1.016
11	2	0.136	2.836	0.389	0.040	0.355	0.260	1.063
11	3	0.136	4.277	0.646	0.033	0.361	0.209	1.117
12	1	0.162	1.758	0.182	0.061	0.344	0.288	0.869
12	2	0.162	3.128	0.362	0.046	0.352	0.233	0.906
12	3	0.162	4.838	0.620	0.037	0.354	0.178	0.946
13	1	0.193	1.883	0.163	0.070	0.341	0.273	0.743
13	2	0.193	3.480	0.342	0.052	0.344	0.204	0.769
13	3	0.193	5.451	0.594	0.041	0.344	0.151	0.792
14	1	0.230	2.060	0.151	0.080	0.333	0.254	0.629
14	2	0.230	3.928	0.330	0.058	0.331	0.175	0.641
14	3	0.230	6.070	0.559	0.047	0.327	0.129	0.649
15	1	0.274	2.289	0.143	0.091	0.315	0.230	0.521
15	2	0.274	4.338	0.308	0.066	0.309	0.153	0.518
15	3	0.274	6.765	0.526	0.053	0.302	0.111	0.515
16	1	0.327	3.129	0.173	0.092	0.283	0.182	0.410
16	2	0.327	7.455	0.488	0.060	0.266	0.097	0.390
17	1	0.389	4.254	0.208	0.094	0.235	0.140	0.299
18	1	0.464	4.800	0.199	0.106	0.180	0.123	0.200
19	1	0.550	5.512	0.195	0.117	0.123	0.108	0.120
20	1	0.660	7.357	0.224	0.122	0.061	0.084	0.052

Tabelle A.4.: Die Zentralwerte x_c und Q_c^2 der gewählten x-y-Bins, der Depolarisationsfaktor D, die Asymmetrie A_2 der virtuellen Photonen und die unpolarisierten Strukturfunktionen F_2^p, R und F_1^p.

Ergebnisse der Asymmetrien $A_{||}$ und g_1^p/F_1^p sowie der Strukturfunktion g_1^p

ix	iy	$A_{\|\|}$ ± stat ± sys	g_1^p/F_1^p ± stat ± sys	g_1^p ± stat ± sys
1	1	0.049 ± 0.010 ± 0.003	0.064 ± 0.013 ± 0.005	0.300 ± 0.062 ± 0.024
2	1	0.045 ± 0.011 ± 0.003	0.072 ± 0.017 ± 0.006	0.288 ± 0.069 ± 0.021
2	2	0.068 ± 0.013 ± 0.005	0.086 ± 0.016 ± 0.007	0.362 ± 0.066 ± 0.030
3	1	0.029 ± 0.010 ± 0.002	0.053 ± 0.017 ± 0.004	0.183 ± 0.060 ± 0.013
3	2	0.062 ± 0.012 ± 0.004	0.080 ± 0.015 ± 0.006	0.296 ± 0.054 ± 0.024
4	1	0.065 ± 0.009 ± 0.004	0.133 ± 0.019 ± 0.011	0.397 ± 0.057 ± 0.027
4	2	0.050 ± 0.010 ± 0.004	0.067 ± 0.014 ± 0.005	0.215 ± 0.044 ± 0.017
5	1	0.053 ± 0.009 ± 0.003	0.120 ± 0.020 ± 0.010	0.308 ± 0.051 ± 0.021
5	2	0.078 ± 0.010 ± 0.005	0.108 ± 0.014 ± 0.008	0.298 ± 0.039 ± 0.022
6	1	0.049 ± 0.008 ± 0.003	0.122 ± 0.021 ± 0.010	0.270 ± 0.046 ± 0.018
6	2	0.086 ± 0.010 ± 0.006	0.122 ± 0.014 ± 0.009	0.292 ± 0.034 ± 0.022
7	1	0.044 ± 0.008 ± 0.003	0.121 ± 0.022 ± 0.010	0.230 ± 0.042 ± 0.016
7	2	0.064 ± 0.010 ± 0.004	0.094 ± 0.015 ± 0.007	0.194 ± 0.031 ± 0.014
8	1	0.049 ± 0.008 ± 0.003	0.150 ± 0.024 ± 0.012	0.244 ± 0.039 ± 0.017
8	2	0.111 ± 0.010 ± 0.007	0.170 ± 0.016 ± 0.013	0.298 ± 0.028 ± 0.022
9	1	0.045 ± 0.009 ± 0.003	0.175 ± 0.034 ± 0.014	0.242 ± 0.047 ± 0.017
9	2	0.073 ± 0.011 ± 0.005	0.164 ± 0.024 ± 0.012	0.238 ± 0.036 ± 0.017
9	3	0.111 ± 0.013 ± 0.007	0.158 ± 0.019 ± 0.012	0.241 ± 0.028 ± 0.018
10	1	0.047 ± 0.009 ± 0.003	0.204 ± 0.037 ± 0.015	0.241 ± 0.043 ± 0.017
10	2	0.078 ± 0.011 ± 0.005	0.190 ± 0.027 ± 0.014	0.236 ± 0.034 ± 0.016
10	3	0.134 ± 0.013 ± 0.009	0.201 ± 0.020 ± 0.015	0.262 ± 0.026 ± 0.019
11	1	0.044 ± 0.008 ± 0.003	0.211 ± 0.038 ± 0.015	0.214 ± 0.039 ± 0.015
11	2	0.105 ± 0.012 ± 0.007	0.267 ± 0.030 ± 0.020	0.284 ± 0.032 ± 0.020
11	3	0.163 ± 0.014 ± 0.011	0.251 ± 0.022 ± 0.019	0.280 ± 0.024 ± 0.020
12	1	0.031 ± 0.008 ± 0.002	0.171 ± 0.043 ± 0.012	0.148 ± 0.037 ± 0.011
12	2	0.111 ± 0.012 ± 0.007	0.302 ± 0.032 ± 0.023	0.274 ± 0.029 ± 0.019
12	3	0.146 ± 0.015 ± 0.010	0.235 ± 0.024 ± 0.017	0.223 ± 0.022 ± 0.016
13	1	0.045 ± 0.008 ± 0.003	0.267 ± 0.046 ± 0.020	0.198 ± 0.034 ± 0.014
13	2	0.110 ± 0.013 ± 0.007	0.315 ± 0.036 ± 0.024	0.242 ± 0.028 ± 0.017
13	3	0.189 ± 0.016 ± 0.012	0.315 ± 0.026 ± 0.023	0.250 ± 0.021 ± 0.018
14	1	0.045 ± 0.008 ± 0.003	0.283 ± 0.049 ± 0.021	0.178 ± 0.031 ± 0.013
14	2	0.128 ± 0.015 ± 0.008	0.377 ± 0.043 ± 0.028	0.242 ± 0.027 ± 0.017
14	3	0.191 ± 0.017 ± 0.012	0.336 ± 0.030 ± 0.024	0.218 ± 0.019 ± 0.016
15	1	0.055 ± 0.009 ± 0.004	0.356 ± 0.055 ± 0.026	0.186 ± 0.029 ± 0.013
15	2	0.124 ± 0.016 ± 0.008	0.389 ± 0.048 ± 0.028	0.202 ± 0.025 ± 0.014
15	3	0.180 ± 0.019 ± 0.012	0.335 ± 0.035 ± 0.024	0.173 ± 0.018 ± 0.012
16	1	0.088 ± 0.009 ± 0.006	0.470 ± 0.046 ± 0.034	0.193 ± 0.019 ± 0.014
16	2	0.235 ± 0.021 ± 0.015	0.467 ± 0.041 ± 0.034	0.182 ± 0.016 ± 0.013
17	1	0.111 ± 0.010 ± 0.007	0.494 ± 0.042 ± 0.035	0.147 ± 0.013 ± 0.010
18	1	0.115 ± 0.012 ± 0.007	0.520 ± 0.053 ± 0.037	0.104 ± 0.011 ± 0.007
19	1	0.177 ± 0.017 ± 0.011	0.784 ± 0.075 ± 0.057	0.094 ± 0.009 ± 0.007
20	1	0.160 ± 0.029 ± 0.010	0.615 ± 0.108 ± 0.045	0.032 ± 0.005 ± 0.002

Tabelle A.5.: Ergebnisse der Born-Asymmetrie $A_{||}$, des Strukturfunktions-Verhältnisses g_1^p/F_1^p sowie der polarisierten Strukturfunktion g_1^p. Angegeben sind der Wert der jeweiligen Größe im betrachteten x-y-Bin sowie die statistischen und die systematischen Unsicherheiten.

Ergebnisse der Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ sowie der Strukturfunktion g_1^{p}

ix	$g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ ± stat ± sys	$g_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2)$ ± stat ± sys	$g_1^{\mathrm{p}}(x,Q_0^2)$ ± stat ± sys
1	0.064 ± 0.013 ± 0.005	0.300 ± 0.062 ± 0.024	0.375 ± 0.078 ± 0.035
2	0.080 ± 0.012 ± 0.006	0.327 ± 0.048 ± 0.026	0.395 ± 0.058 ± 0.034
3	0.069 ± 0.011 ± 0.005	0.245 ± 0.041 ± 0.019	0.288 ± 0.047 ± 0.023
4	0.090 ± 0.011 ± 0.007	0.284 ± 0.035 ± 0.021	0.316 ± 0.039 ± 0.026
5	0.112 ± 0.011 ± 0.009	0.302 ± 0.031 ± 0.022	0.329 ± 0.034 ± 0.026
6	0.122 ± 0.012 ± 0.009	0.284 ± 0.027 ± 0.020	0.302 ± 0.029 ± 0.023
7	0.103 ± 0.012 ± 0.008	0.206 ± 0.025 ± 0.015	0.213 ± 0.026 ± 0.016
8	0.163 ± 0.013 ± 0.013	0.280 ± 0.022 ± 0.020	0.285 ± 0.023 ± 0.022
9	0.163 ± 0.014 ± 0.013	0.240 ± 0.020 ± 0.017	0.238 ± 0.020 ± 0.020
10	0.198 ± 0.015 ± 0.015	0.251 ± 0.019 ± 0.018	0.246 ± 0.018 ± 0.021
11	0.249 ± 0.016 ± 0.019	0.268 ± 0.017 ± 0.019	0.261 ± 0.017 ± 0.023
12	0.244 ± 0.017 ± 0.018	0.225 ± 0.016 ± 0.016	0.217 ± 0.015 ± 0.019
13	0.307 ± 0.019 ± 0.022	0.237 ± 0.015 ± 0.017	0.231 ± 0.015 ± 0.020
14	0.336 ± 0.022 ± 0.024	0.216 ± 0.014 ± 0.015	0.212 ± 0.014 ± 0.018
15	0.354 ± 0.025 ± 0.026	0.183 ± 0.013 ± 0.013	0.184 ± 0.013 ± 0.015
16	0.468 ± 0.031 ± 0.034	0.187 ± 0.012 ± 0.013	0.195 ± 0.013 ± 0.016
17	0.494 ± 0.042 ± 0.035	0.147 ± 0.013 ± 0.010	0.158 ± 0.013 ± 0.012
18	0.520 ± 0.053 ± 0.037	0.104 ± 0.011 ± 0.007	0.122 ± 0.013 ± 0.010
19	0.784 ± 0.075 ± 0.057	0.094 ± 0.009 ± 0.007	0.134 ± 0.013 ± 0.012
20	0.615 ± 0.108 ± 0.045	0.032 ± 0.005 ± 0.002	0.068 ± 0.012 ± 0.007

Tabelle A.6.: Ergebnisse der Asymmetrie $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ sowie der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p} in Abhängigkeit von x, wobei über y gemittelt wurde. Die polarisierte Strukturfunktion ist angegeben für die gemessenen Q^2-Werte sowie für den festen Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2.

Systematische Unsicherheiten der Born-Asymmetrie $A_{||}$

ix	iy	P_T	P_B	Det	mc/rc	gesamt
1	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
2	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
2	2	0.003	0.002	0.002	0.003	0.005
3	1	0.001	0.001	0.001	0.000	0.002
3	2	0.003	0.002	0.002	0.002	0.004
4	1	0.003	0.002	0.002	0.001	0.004
4	2	0.002	0.002	0.001	0.002	0.004
5	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
5	2	0.004	0.003	0.002	0.002	0.005
6	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
6	2	0.004	0.003	0.002	0.002	0.006
7	1	0.002	0.001	0.001	0.001	0.003
7	2	0.003	0.002	0.002	0.001	0.004
8	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
8	2	0.005	0.004	0.003	0.002	0.007
9	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
9	2	0.003	0.002	0.002	0.001	0.005
9	3	0.005	0.004	0.003	0.002	0.007
10	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
10	2	0.004	0.003	0.002	0.001	0.005
10	3	0.006	0.005	0.003	0.003	0.009
11	1	0.002	0.001	0.001	0.001	0.003
11	2	0.005	0.004	0.003	0.002	0.007
11	3	0.008	0.006	0.004	0.003	0.011
12	1	0.001	0.001	0.001	0.001	0.002
12	2	0.005	0.004	0.003	0.002	0.007
12	3	0.007	0.005	0.004	0.003	0.010
13	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
13	2	0.005	0.004	0.003	0.002	0.007
13	3	0.009	0.006	0.005	0.003	0.012
14	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.003
14	2	0.006	0.004	0.003	0.002	0.008
14	3	0.009	0.006	0.005	0.003	0.012
15	1	0.003	0.002	0.001	0.001	0.004
15	2	0.006	0.004	0.003	0.002	0.008
15	3	0.008	0.006	0.004	0.003	0.012
16	1	0.004	0.003	0.002	0.001	0.006
16	2	0.011	0.008	0.006	0.003	0.015
17	1	0.005	0.004	0.003	0.002	0.007
18	1	0.005	0.004	0.003	0.001	0.007
19	1	0.008	0.006	0.004	0.003	0.011
20	1	0.008	0.005	0.004	0.001	0.010

Tabelle A.7.: Beiträge der Target- und der Strahlpolarisation P_T und P_B, der Kenntnis der Detektorgeometrie Det, sowie der Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen mc/rc zur systematischen Unsicherheit von $A_{||}$.

Systematische Unsicherheiten der Asymmetrie g_1^p/F_1^p

ix	iy	P_T	P_B	Det	mc/rc	A_2	R	gesamt
1	1	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.002	0.005
2	1	0.003	0.002	0.002	0.001	0.000	0.004	0.006
2	2	0.004	0.003	0.002	0.003	0.001	0.003	0.007
3	1	0.002	0.002	0.001	0.001	0.000	0.003	0.004
3	2	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001	0.003	0.006
4	1	0.006	0.004	0.003	0.002	0.000	0.007	0.011
4	2	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.002	0.005
5	1	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.007	0.010
5	2	0.005	0.004	0.003	0.003	0.001	0.003	0.008
6	1	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.006	0.010
6	2	0.006	0.004	0.003	0.003	0.001	0.003	0.009
7	1	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001	0.006	0.010
7	2	0.004	0.003	0.002	0.002	0.001	0.003	0.007
8	1	0.007	0.005	0.004	0.002	0.001	0.007	0.012
8	2	0.008	0.006	0.004	0.003	0.001	0.006	0.013
9	1	0.008	0.006	0.004	0.004	0.001	0.008	0.014
9	2	0.008	0.005	0.004	0.003	0.001	0.006	0.012
9	3	0.007	0.005	0.004	0.003	0.001	0.006	0.012
10	1	0.009	0.007	0.005	0.003	0.001	0.006	0.015
10	2	0.009	0.006	0.005	0.003	0.001	0.007	0.014
10	3	0.009	0.007	0.005	0.004	0.002	0.007	0.015
11	1	0.010	0.007	0.005	0.004	0.001	0.006	0.015
11	2	0.012	0.009	0.007	0.004	0.002	0.011	0.020
11	3	0.012	0.008	0.006	0.005	0.002	0.008	0.018
12	1	0.008	0.006	0.004	0.003	0.002	0.005	0.012
12	2	0.014	0.010	0.007	0.005	0.002	0.012	0.023
12	3	0.011	0.008	0.006	0.005	0.002	0.007	0.017
13	1	0.012	0.009	0.006	0.005	0.002	0.008	0.019
13	2	0.015	0.011	0.008	0.005	0.002	0.011	0.023
13	3	0.015	0.011	0.008	0.005	0.002	0.009	0.022
14	1	0.013	0.009	0.007	0.006	0.002	0.009	0.020
14	2	0.017	0.013	0.009	0.005	0.002	0.012	0.027
14	3	0.016	0.011	0.008	0.005	0.003	0.010	0.024
15	1	0.016	0.012	0.009	0.006	0.003	0.010	0.025
15	2	0.018	0.013	0.009	0.006	0.003	0.012	0.028
15	3	0.015	0.011	0.008	0.005	0.003	0.010	0.024
16	1	0.021	0.015	0.011	0.008	0.003	0.014	0.033
16	2	0.022	0.016	0.011	0.006	0.004	0.015	0.033
17	1	0.022	0.016	0.012	0.007	0.004	0.015	0.035
18	1	0.023	0.017	0.012	0.005	0.005	0.016	0.036
19	1	0.036	0.026	0.019	0.011	0.005	0.024	0.055
20	1	0.028	0.020	0.015	0.005	0.009	0.020	0.044

Tabelle A.8.: Beiträge der Target- und Strahlpolarisation P_T und P_B, der Kenntnis der Detektorgeometrie Det, der Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen mc/rc, der Asymmetrie A_2 der virtuellen Photonen sowie der Strukturfunktion R zur systematischen Unsicherheit von g_1^p/F_1^p.

Systematische Unsicherheiten der polarisierten Strukturfunktion g_1^{p}

ix	iy	$\mathrm{P_T}$	$\mathrm{P_B}$	Det	mc/rc	A_2	R	$\mathrm{F_2}$	gesamt
1	1	0.014	0.010	0.007	0.009	0.003	0.011	0.005	0.024
2	1	0.013	0.010	0.007	0.006	0.002	0.006	0.004	0.020
2	2	0.017	0.012	0.009	0.013	0.003	0.014	0.006	0.030
3	1	0.008	0.006	0.005	0.002	0.001	0.003	0.003	0.012
3	2	0.014	0.010	0.007	0.009	0.002	0.010	0.006	0.023
4	1	0.019	0.013	0.010	0.006	0.001	0.005	0.007	0.027
4	2	0.010	0.007	0.005	0.007	0.002	0.006	0.004	0.017
5	1	0.014	0.010	0.008	0.006	0.001	0.003	0.006	0.021
5	2	0.014	0.010	0.007	0.008	0.002	0.007	0.006	0.022
6	1	0.013	0.009	0.007	0.004	0.001	0.002	0.005	0.018
6	2	0.014	0.010	0.007	0.007	0.002	0.005	0.006	0.021
7	1	0.011	0.008	0.006	0.003	0.001	0.001	0.005	0.016
7	2	0.009	0.006	0.005	0.004	0.002	0.003	0.004	0.014
8	1	0.011	0.008	0.006	0.003	0.001	0.001	0.005	0.017
8	2	0.014	0.010	0.007	0.006	0.002	0.005	0.007	0.021
9	1	0.011	0.008	0.006	0.005	0.001	0.001	0.006	0.017
9	2	0.011	0.008	0.006	0.004	0.002	0.002	0.006	0.016
9	3	0.011	0.008	0.006	0.004	0.002	0.006	0.006	0.018
10	1	0.011	0.008	0.006	0.004	0.001	0.000	0.006	0.017
10	2	0.011	0.008	0.006	0.003	0.002	0.001	0.006	0.016
10	3	0.012	0.009	0.006	0.005	0.002	0.005	0.007	0.019
11	1	0.010	0.007	0.005	0.004	0.001	0.000	0.006	0.015
11	2	0.013	0.010	0.007	0.004	0.002	0.001	0.008	0.020
11	3	0.013	0.009	0.007	0.005	0.002	0.004	0.008	0.020
12	1	0.007	0.005	0.004	0.003	0.001	0.000	0.004	0.010
12	2	0.013	0.009	0.007	0.004	0.002	0.001	0.008	0.019
12	3	0.010	0.007	0.005	0.004	0.002	0.002	0.006	0.016
13	1	0.009	0.006	0.005	0.004	0.001	0.000	0.005	0.014
13	2	0.011	0.008	0.006	0.004	0.002	0.001	0.007	0.017
13	3	0.012	0.008	0.006	0.004	0.002	0.002	0.007	0.018
14	1	0.008	0.006	0.004	0.003	0.001	0.000	0.005	0.012
14	2	0.011	0.008	0.006	0.003	0.002	0.001	0.007	0.017
14	3	0.010	0.007	0.005	0.003	0.002	0.002	0.006	0.015
15	1	0.008	0.006	0.004	0.003	0.001	0.000	0.005	0.013
15	2	0.009	0.007	0.005	0.003	0.001	0.000	0.006	0.014
15	3	0.008	0.006	0.004	0.002	0.002	0.001	0.005	0.012
16	1	0.009	0.006	0.005	0.003	0.001	0.000	0.005	0.013
16	2	0.008	0.006	0.004	0.002	0.001	0.001	0.005	0.013
17	1	0.007	0.005	0.004	0.002	0.001	0.000	0.004	0.010
18	1	0.005	0.003	0.003	0.001	0.001	0.000	0.003	0.007
19	1	0.004	0.003	0.002	0.001	0.001	0.000	0.002	0.006
20	1	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002

Tabelle A.9.: Beiträge der Target- und der Strahlpolarisation $\mathrm{P_T}$ und $\mathrm{P_B}$, der Kenntnis der Detektorgeometrie Det, der Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen mc/rc, der Asymmetrie A_2 der virtuellen Photonen sowie der Strukturfunktionen R und F_2 zur systematischen Unsicherheit von g_1^{p}.

Systematische Unsicherheiten der Bestimmung des ersten Moments von g_1^{p}

ix	P_T	P_B	Det	mc/rc	A_2	R	F_2	Evol	gesamt
1	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002
2	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002
3	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001
4	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002
5	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002
6	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002
7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002
8	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003
9	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0001	0.0003
10	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0001	0.0001	0.0002	0.0004
11	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	0.0001	0.0002	0.0002	0.0005
12	0.0002	0.0002	0.0002	0.0001	0.0000	0.0000	0.0002	0.0002	0.0005
13	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0003	0.0006
14	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0002	0.0006
15	0.0003	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0002	0.0006
16	0.0004	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0000	0.0003	0.0003	0.0008
17	0.0004	0.0004	0.0003	0.0001	0.0001	0.0000	0.0003	0.0002	0.0007
18	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0003	0.0002	0.0007
19	0.0005	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0000	0.0003	0.0004	0.0009
20	0.0004	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000	0.0002	0.0004	0.0007
Integral	0.0046	0.0040	0.0030	0.0019	0.0010	0.0008	0.0031	0.0039	0.0087

Tabelle A.10.: Beiträge der systematischen Unsicherheit in der Messung von g_1^{p} zur systematischen Unsicherheit in der Bestimmung des ersten Moments der Strukturfunktion für den Wert $Q_0^2 = 2.5$ GeV^2:

P_T	Targetpolarisation
P_B	Strahlpolarisation
Det	Kenntnis der Detektorgeometrie
mc/rc	Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen
A_2	transversale Asymmetrie A_2 der virtuellen Photonen
R	unpolarisierte Strukturfunktion R
F_2	unpolarisierte Strukturfunktion F_2^{p}
Evol	Entwicklung der Strukturfunktion zum Wert Q_0^2.

B. Untergrundkorrektur

Im folgenden Abschnitt wird die in Gleichung 4.11 angegebene Untergrundkorrektur der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ hergeleitet. Die Korrektur umfasst die in Abschnitt 4.2.2 diskutierten Beiträge

1 Sekundärpositronen:
Auf der Grundlage einer gleichen Nachweiswahrscheinlichkeit für Elektronen und Positronen im HERMES-Spektrometer, wird der Anteil von Sekundärpositronen im Positrondatensatz durch statistische Subtraktion der selektierten Elektronen korrigiert. Die Korrektur unterliegt der Annahme, dass die Sekundärpositronen in ladungssymmetrischen Prozessen entstehen und statistisch die Kinematik für Positronen und Elektronen aus diesen Prozessen gleich ist.

2 Fehlidentifizierte positive Hadronen:
Die Kontamination des Positrondatensatzes durch fehlidentifizierte positive Hadronen wurde entsprechend der in Abschnitt 3.3.3 beschriebenen Methode für die in der vorliegenden Analyse gewählten x-y-Bins bestimmt. Die Korrektur schließt die gemessene Asymmetrie der Hadronen ein.

Die Kontamination und der Anteil der Sekundärpositronen, normiert auf die Gesamtanzahl der Positronen im betrachteten x-y-Bin, sind in Tabelle A.2 angegeben.

Zur Vereinfachung der Darstellung werden im Folgenden für die Asymmetrien die veränderlichen Luminositäten und Polarisationswerte nicht explizit aufgeführt - die konkrete Berechnung der Asymmetrien erfolgt entsprechend Gleichung (4.8).
Die gemessene Zählrate N pro Bin enthält die Positronen aus der tief inelastischen Streuung N_{inel}, fehlidentifizierte positive Hadronen H_+ sowie Positronen aus Sekundärprozessen P_+

$$N \;=\; N_{\mathrm{inel}} \;+\; H_+ \;+\; P_+ \;. \tag{B.1}$$

Der ladungssymmetrische Untergrund kann vollständig korrigiert werden durch Subtraktion aller Elektronen im betrachteten Bin, die die Kriterien für ein tief inelastisch gestreutes Positron erfüllen

$$(\,N \;-\; E\,) \;=\; N_{\mathrm{inel}} \;+\; H_+ \;+\; P_+ \;-\; (\,P_- \;+\; H_-\,) \;. \tag{B.2}$$

Die gezählten Elektronen $E = (P_- + H_-)$ umfassen dabei die Elektronen P_- aus den ladungssymmetrischen Prozessen sowie fehlidentifizierte negative Hadronen H_-. Unter

der Voraussetzung der Symmetrie $P_+ = P_-$ erhält man die gewünschte Zählrate der tief inelastisch gestreuten Positronen

$$N_{\text{inel}} = (N - E) + H_- - H_+ \,. \tag{B.3}$$

Für die Asymmetrie $A_{||}$ aus den gesuchten Zählraten $N_{\text{inel}}^{\rightleftarrows(\rightrightarrows)}$ für die parallele und antiparallele Ausrichtung von Strahl- und Targetspin

$$\begin{aligned} A_{||} &= \frac{N_{\text{inel}}^{\rightleftarrows} - N_{\text{inel}}^{\rightrightarrows}}{N_{\text{inel}}^{\rightleftarrows} + N_{\text{inel}}^{\rightrightarrows}} \\ &= \frac{((N-E)^{\rightleftarrows} - (N-E)^{\rightrightarrows}) + (H_-^{\rightleftarrows} - H_-^{\rightrightarrows}) - (H_+^{\rightleftarrows} - H_+^{\rightrightarrows})}{((N-E)^{\rightleftarrows} + (N-E)^{\rightrightarrows}) + (H_-^{\rightleftarrows} + H_-^{\rightrightarrows}) - (H_+^{\rightleftarrows} + H_+^{\rightrightarrows})} \,. \end{aligned} \tag{B.4}$$

Mit der Asymmetrie $A_{||}^{\text{cs}}$, berechnet aus den um ladungssymmetrische Prozesse korrigierten Zählraten $(N - E)$

$$A_{||}^{\text{cs}} = \frac{(N-E)^{\rightleftarrows} - (N-E)^{\rightrightarrows}}{(N-E)^{\rightleftarrows} + (N-E)^{\rightrightarrows}} \tag{B.5}$$

erhält man mit der folgenden Definition für die Hadron-Asymmetrien

$$A_{\text{H}_\pm} = \frac{H_\pm^{\rightleftarrows} - H_\pm^{\rightrightarrows}}{H_\pm^{\rightleftarrows} + H_\pm^{\rightrightarrows}} \tag{B.6}$$

und mit der Gleichung 3.7 entsprechenden Definition der Hadron-Kontamination

$$h_\pm = \frac{H_\pm^{\rightleftarrows} + H_\pm^{\rightrightarrows}}{(N-E)^{\rightleftarrows} + (N-E)^{\rightrightarrows}} = \frac{H_\pm}{(N-E)} \tag{B.7}$$

die korrigierte Asymmetrie $A_{||}$ zu

$$A_{||} = \frac{1}{(\,1 + h_- - h_+\,)} \cdot \left[\, A_{||}^{\text{cs}} + h_- \cdot A_{\text{H}_-} - h_+ \cdot A_{\text{H}_+} \,\right] \,. \tag{B.8}$$

Die Hadron-Asymmetrien werden aus den positiven (negativen) Teilchen berechnet, die alle Kriterien für ein tief inelastisch gestreutes Positron erfüllen, aber durch einen Schnitt von $PID < -2$ (siehe Abschnitt 3.3) als Hadronen identifiziert werden. Abbildung B.1 zeigt die Asymmetrien positiver und negativer Hadronen verglichen mit der korrigierten Positron-Asymmetrie $A_{||}$.
Die Kontamination h_+ wird nach der in Abschnitt 3.3.3 beschriebenen Methode für jedes x-y-Bin bestimmt. Aus h_+ errechnet sich die Kontamination h_- über das Verhältnis der negativen und positiven Hadronen zu $h_- = H_-/(N-E) = h_+ \cdot (H_-/H_+)$. Damit ergibt sich die Streuquerschnitts-Asymmetrie der tief inelastisch gestreuten Positronen $A_{||}$ aus der gemessenen, um ladungssymmetrische Prozesse korrigierten, Asymmetrie $A_{||}^{\text{cs}}$ zu

$$A_{||} = \frac{1}{\left(\,1 + h_+ \cdot (1 - \frac{H_-}{H_+})\,\right)} \cdot \left[\, A_{||}^{\text{cs}} + h_+ \cdot \left(\frac{H_-}{H_+} \cdot A_{\text{H}_-} - A_{\text{H}_+} \right) \right] \,. \tag{B.9}$$

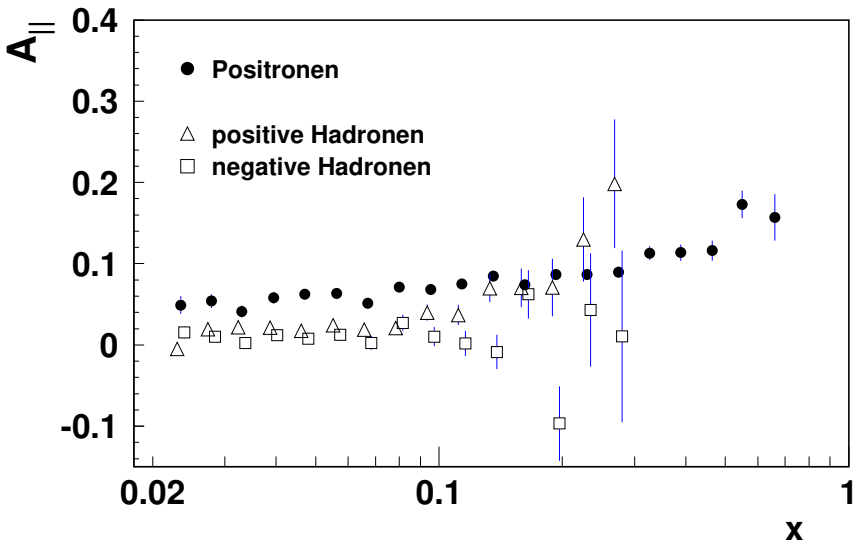

Abbildung B.1.: Die Asymmetrien positiver und negativer Hadronen in Abhängigkeit von x. Für die Korrektur der zum Vergleich ebenfalls dargestellten Positron-Asymmetrie werden nur die Werte im Bereich $x < 0.1$ verwendet, da für Werte $x > 0.1$ eine Kontamination nicht mehr nach weisbar ist.

Im kinematischen Bereich $y < 0.6$ und $x > 0.1$ ist eine Hadronkontamination im Positrondatensatz nicht mehr nachweisbar. Die Korrektur wird daher nur für die ersten 18 x-y-Bins (siehe auch Tabelle A.2) durchgeführt.
Der statistische Fehler der Asymmetrie vergrößert sich durch die Untergrundkorrektur um die statistische Genauigkeit bei der Bestimmung der Elektronzählrate

$$\begin{aligned}\delta A_{||} &= C \cdot \left[\sum_{\overrightarrow{\Rightarrow}(\overrightarrow{\Leftarrow})} \left(\frac{\partial A_{||}}{\partial N} \cdot \delta N \right)^2 + \sum_{\overrightarrow{\Rightarrow}(\overrightarrow{\Leftarrow})} \left(\frac{\partial A_{||}}{\partial E} \cdot \delta E \right)^2 \right]^{1/2} \\ &= C \cdot \frac{L^{\overrightarrow{\Rightarrow}} L_{\mathrm{P}}^{\overrightarrow{\Leftarrow}} + L^{\overrightarrow{\Leftarrow}} L_{\mathrm{P}}^{\overrightarrow{\Rightarrow}}}{N^{\overrightarrow{\Rightarrow}} L_{\mathrm{P}}^{\overrightarrow{\Leftarrow}} + N^{\overrightarrow{\Leftarrow}} L_{\mathrm{P}}^{\overrightarrow{\Rightarrow}}} \cdot \sqrt{(N^{\overrightarrow{\Rightarrow}})^2 (N^{\overrightarrow{\Leftarrow}} + E^{\overrightarrow{\Leftarrow}}) + (N^{\overrightarrow{\Leftarrow}})^2 (N^{\overrightarrow{\Rightarrow}} + E^{\overrightarrow{\Rightarrow}})} \quad , \end{aligned} \tag{B.10}$$

wobei C der Faktor der Kontamination aus Gleichung B.9 ist

$$C = \frac{1}{\left(1 + h_+ \cdot (1 - \frac{H_-}{H_+})\right)} . \tag{B.11}$$

C. Normierungsstudie

Untersuchung des Effektes der Bhabha-Asymmetrie auf die Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$

Aufgrund der Restpolarisation der Targetgas-Elektronen von etwa 1-2 % unter Standardbetriebsbedingungen, weist die für die beiden Targetspinzustände gemessene Luminositätsrate eine Asymmetrie A_{Bh} auf. Die Bhabha-Asymmetrie A_{Bh} kann aus der gemessenen Luminositätsrate L berechnet werden. Die Normierung ist dabei durch den integrierten Strahlstrom $I^{\pm} := \int_{\pm} I\rho \,\mathrm{d}t$ gegeben, wobei die Targetflächendichte ρ als konstant angenommen wird; die Integration wird für die parallele (+) bzw. antiparallele (−) Orientierung der Spinvektoren durchgeführt. Mit der folgenden Definition für die Anzahl der Ereignisse aus der Bhabha-Streuung

$$N_L^+ = \left(\frac{\int L(t)\,\mathrm{d}t}{\int I(t)\rho\,\mathrm{d}t}\right)^+ = \frac{\sum_i^+ \Delta t_i^+ L_i^+}{\sum_i^+ \Delta t_i^+ I_i} \tag{C.1}$$

$$N_L^- = \left(\frac{\int L(t)\,\mathrm{d}t}{\int I(t)\rho\,\mathrm{d}t}\right)^- = \frac{\sum_j^- \Delta t_j^- L_j^-}{\sum_j^- \Delta t_j^- I_j}. \tag{C.2}$$

ergibt sich die Bhabha-Asymmetrie zu

$$A_{\mathrm{Bh}} = \frac{N_L^+ - N_L^-}{N_L^+ + N_L^-}. \tag{C.3}$$

Die Burstlänge Δt beträgt etwa 10 s. Die so berechnete Bhabha-Asymmetrie beträgt über den Messzeitraum gemittelt (0.32 ± 0.02) %.
Wie in Abschnitt 2.3.3 dargelegt, wird die Bhabha-Asymmetrie in der Luminositätsrate durch Mittelung ausgeglichen. Der Einfluss der Bhabha-Asymmetrie auf die Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ (siehe Gleichung 4.8) wurde durch die Normierung der Zählraten auf die gemessene bzw. auf die gemittelte Luminositätsrate unter Verwendung eines einheitlichen Datensatzes untersucht. Die Abweichung $(A_{||}^1 - A_{||}^2)/(A_{||}^1 + A_{||}^2)$ zwischen den jeweils berechneten Asymmetrien $A_{||}^{1,2}$ beträgt 4.5 %. Eine Fehlbestimmung der Streurate in einem Spinzustand von etwa 0.3 % bewirkt somit eine Unsicherheit von 4.5 % in der Normierung der Streuquerschnitts-Asymmetrie.
Eine Korrektur der Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$ auf den Effekt der Bhabha-Asymmetrie A_{Bh} kann explizit durch die Korrektur der Luminositätsraten L auf A_{Bh} erreicht werden

$$A_{||} = \frac{(1 - A_{\mathrm{Bh}})\, L^+ N^- - (1 + A_{\mathrm{Bh}})\, L^- N^+}{(1 - A_{\mathrm{Bh}})\, L_{\mathrm{p}}^+ N^- + (1 + A_{\mathrm{Bh}})\, L_{\mathrm{p}}^- N^+}. \tag{C.4}$$

Hier werden die Definitionen aus Gleichung 4.7 für $L^{+,-}, L_{\mathrm{p}}^{+,-}$ verwendet; $N^{+,-}$ sind die Positronzählraten.
Unter Verwendung der aus Gleichung C.3 folgenden Relation $N_L^+/N_L^- = (1+A_L)/(1-A_L)$, erhält man die Äquivalenz der in C.4 angegeben Korrektur zur Normierung der Positronzählrate auf den Strahlstrom

$$A_{||} \;=\; \frac{\sum_j^- N_j^- \sum_i^+ \Delta t_i^+ I_i - \sum_i^+ N_i^+ \sum_j^- \Delta t_j^- I_j}{\sum_j^- N_j^- \sum_i^+ \Delta t_i^+ I_{\mathrm{p}_i} + \sum_i^+ N_i^+ \sum_j^- \Delta t_j^- I_{\mathrm{p}_j}}\,, \tag{C.5}$$

mit dem Produkt I_{p} aus Strahlstrom, Strahl- und Targetpolarisation.
Zur Überprüfung der Vollständigkeit der Korrektur durch Verwendung der gemittelten Luminositätsraten, wird $A_{||}$ entsprechend Gleichung C.5 auf den Strahlstrom normiert; gleichbedeutend einer expliziten Korrektur mit der berechneten Bhabha-Asymmetrie nach Gleichung C.4. Die unter Verwendung eines einheitlichen Datensatzes für beide Normierungsmethoden berechnete Streuquerschnitts-Asymmetrie ist in Abbildung C.1 dargestellt. Die Abweichung von 0.1 % zwischen beiden Asymmetrien (untere Abbildung) zeigt, dass die Mittelung der Luminositätswerte den Effekt der Bhabha-Asymmetrie vollständig korrigiert. Für die Normierung der Streuquerschnitts-Asymmetrie werden daher die gemittelten Luminositätswerte verwendet.

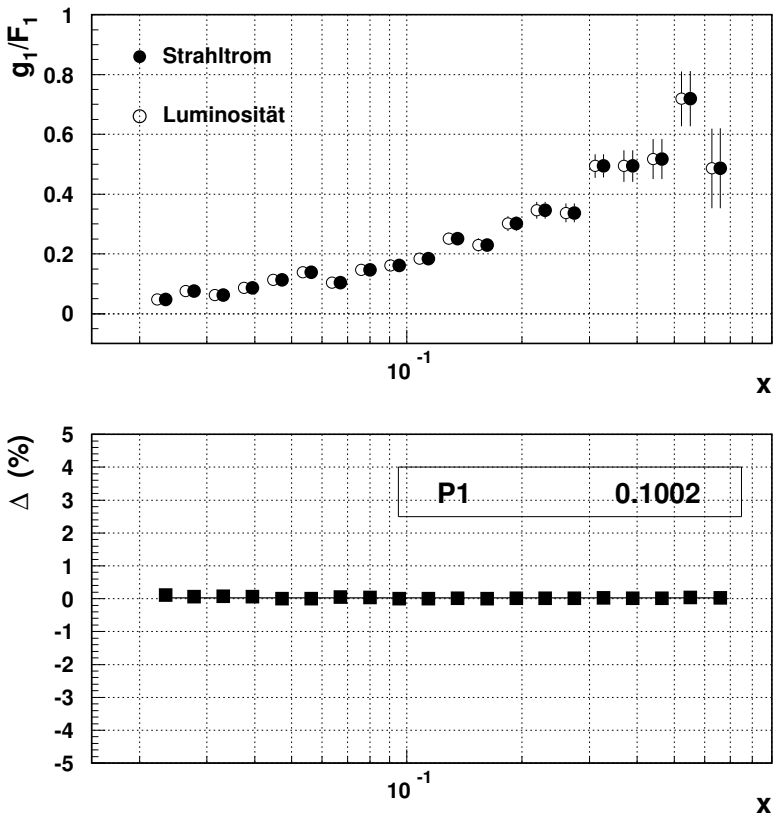

Abbildung C.1.: Vergleich der Asymmetrien $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ berechnet aus der auf die gemittelten Luminositätsraten bzw. auf den Strahlstrom normierten Streuquerschnitts-Asymmetrie $A_{||}$. Die Abweichung ist definiert als $\Delta = (A^1 - A^2)/(A^1 + A^2)$.

Abbildungsverzeichnis

1.1. Tief inelastische Lepton-Nukleon-Streuung 3

2.1. Der HERA-Positronspeicherring 22
2.2. Schematische Darstellung der Spin-Rotation 24
2.3. Zeitlicher Verlauf der Strahlpolarisation während eines Fills 27
2.4. Schematische Darstellung des Wasserstofftargets 28
2.5. Die Hyperfeinaufspaltung von Wasserstoff 30
2.6. Targetpolarisation in Abhängigkeit vom Dissoziationsgrad 31
2.7. Sample-Korrekturen für die Bestimmung des Dissoziationsgrades in der Speicherzelle 32
2.8. Schematische Darstellung des HERMES-Spektrometers 35
2.9. Zeitlicher Verlauf der Luminosität während eines Fills 40

3.1. Schema der Datenproduktion 45
3.2. Der Rekonstruktionsalgorithmus Treesearch 47
3.3. Rekonstruktionseffektivität für Positronen und Hadronen 49
3.4. Bestimmung der Impuls- und Winkelauflösung 50
3.5. Impuls- und Winkelauflösung sowie Auflösung der kinematischen Variablen x und Q^2 51
3.6. Flüsse positiver und negativer Teilchen 53
3.7. Verteilung der Kenngröße zur Positronidentifizierung PID. 54
3.8. Bestimmung der Ausläufer der PID-Verteilung. 55
3.9. Strahl- und Targetpolarisation im gesamten Messzeitraum 57
3.10. Strahlstrom und Totzeit des Datennahmesystems im gesamten Messzeitraum 59
3.11. Vertexverteilungen in longitudinaler und transversaler Richtung 63
3.12. Kinematischer Messbereiches in der (x, Q^2)-Ebene 64

4.1. Einteilung des Messbereiches in x-y-Bins sowie die x- und y-Auflösung . . 66
4.2. Kontamination des Positrondatensatzes 70
4.3. Untergrundkorrektur der Asymmetrie $A_{||}$ 71
4.4. Parametrisierung der transversalen Asymmetrie A_2 der virtuellen Photonen 73
4.5. Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen 75
4.6. Strahlungskorrekturen 77
4.7. Die Asymmetrien $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ für die drei Messperioden 80
4.8. Vergleich der verfügbaren R-Parametrisierungen 85

4.9. Die Born-Asymmetrie $A_{||}$ in Abhängigkeit von x und y 87
4.10. Die Asymmetrie g_1^p/F_1^p in Abhängigkeit von x und y 87
4.11. Die Asymmetrie g_1^p/F_1^p für die beiden Spektrometerhälften 88
4.12. Ergebnis für die Asymmetrie g_1^p/F_1^p 89
4.13. Vergleich der Asymmetrie g_1^p/F_1^p mit den Messungen der Experimente E143 und SMC 90
4.14. F_2- und R-Werte für die HERMES-Kinematik 91
4.15. Die polarisierte Strukturfunktion g_1^p in Abhängigkeit von x 92
4.16. Vergleich der polarisierten Strukturfunktion g_1^p mit den Ergebnissen der Experimente E143 und SMC 93

5.1. Die polarisierte Strukturfunktion $g_1^p(x, Q^2)$ sowie $g_1^p(x, Q_0^2)$ 96
5.2. Extrapolationen von g_1^p in den Bereich $x \to 0$ 98
5.3. Beiträge zum ersten Moment von g_1^p 100
5.4. Beiträge der Quarksorten zum Spin des Protons 102

B.1. Die Asymmetrien positiver und negativer Hadronen 129

C.1. Normierungsstudie für $A_{||}$ 131

Tabellenverzeichnis

2.1. Zusammenstellung der Experimente zur Messung der polarisationsabhängigen tief inelastischen Streuung 21
2.2. Kinematische Schnitte in der Monte-Carlo-Generation 43

3.1. Zusammenstellung der Qualitätskriterien für die Datenselektion 60
3.2. Kinematische und geometrische Schnitte der Ereignisselektion 64

4.1. Werte für die Parametrisierungen der Modell-Asymmetrie 78

5.1. Beitrag des x-Bereiches (0.0 - 0.021) zum ersten Moment von g_1^{p} 99
5.2. Erste Momente der Quarkverteilungen 101
5.3. Zusammenstellung aktueller Ergebnisse für die Singlet-Kombination a_0 . . 106

A.1. Grenzen der Einteilung des kinematischen Messbereiches in x-y-Bins 117
A.2. Beiträge zur Untergrundkorrektur 118
A.3. Monte-Carlo- und Strahlungskorrekturen 119
A.4. Kinematische Größen und unpolarisierte Strukturfunktionen 120
A.5. Ergebnisse für $A_{||}$, $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ und g_1^{p} 121
A.6. Ergebnisse für $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ $g_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2)$ und $g_1^{\mathrm{p}}(x,Q^2)$, gemittelt über y 122
A.7. Beiträge zur systematischen Unsicherheit von $A_{||}$ 123
A.8. Beiträge zur systematischen Unsicherheit von $g_1^{\mathrm{p}}/F_1^{\mathrm{p}}$ 124
A.9. Beiträge zur systematischen Unsicherheit von g_1^{p} 125
A.10. Beiträge zur systematischen Unsicherheit des ersten Moments von g_1^{p} 126

Literaturverzeichnis

[ABFR98] G.Altarelli, R.D.Ball, S.Forte, G.Ridolfi, *Theoretical Analysis of Polarized Structure Functions*, hep-ph/9803237.

[AB 69] S.L. Adler, W. Bardeen Phys. Rev. **182**(1969), 1517.

[ABJ 69] S.L. Adler, Phys. Rev. **177**(1969), 2426.
J.S. Bell, R. Jackiw, Nuovo Cimento **60A**(1969), 47.

[Aksh94] I.V. Akushevich, N.M. Shumeiko, *Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized light nuclei*, J. Phys. **G20** (1994), 513.

[Barb93] D.P. Barber et al., *The HERA polarimeter and the first observation of electron spin polarization at HERA*, Nucl. Instr. Meth. **A329** (1993), 79.

[Barb94] D.P. Barber et al., *High spin polarization at the HERA electron storage ring*, Nucl. Instr. Meth. **A338** (1994), 166.

[Barb95] D.P. Barber et al., *The first achievement of longitudinal spin polarization in a high energy electron storage ring*, Phys. Lett. **B343** (1995), 436.

[BaLa94] S.D. Bass, P.V. Landshoff, Phys. Lett. **B336** (1994), 537.

[Baum98] C. Baumgarten, *The* HERMES *Internal Polarized Hydrogen And Deuterium Targets*, Proc. of Spin98, Protvino, 1998.
Private Mitteilung der Korrekturfunktionen.

[BBDM78] W.A. Bardeen, A.J. Buras, D.W. Duke, T. Mutta, Phys. Rev. **D18** (1978), 3998.

[BC 98] S. Bernreuther et al., *The HERMES back drift chambers*, Nucl. Instr. Meth. **A416** (1998), 45.

[Ben 98] Th. Benisch *Polarisierte Bhabha-Streuung und Luminositätsmessung im* HERMES*-Experiment*, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 1998.

[Beth97] S. Bethke, *Experimental Tests of Asymptotic Freedom*, Nucl. Phys. **B** (Proc. Suppl.) **54 A** (1997), 314.

[BFR 96] R.D.Ball, S.Forte, G.Ridolfi, Phys. Lett. **B378** (1996), 255.

[Bjor66] J.D. Bjorken, *Applications of the Chiral $U(6) \otimes U(6)$ Algebra of Current Densities* , Phys. Rev. **14** (1966), 1467.

[Bjor69] J.D. Bjorken, *Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum*, Phys. Rev. **179** (1969), 1547.

[BjPa69] J.D. Bjorken, E.A. Paschos, *Inelastic Electron-Proton and γ-Proton Scattering and the Structure of the Nucleon*, Phys. Rev. **185** (1969), 1975.

[Brau95] B. Braun, *Spinrelaxation von Wasserstoff und Deuterium in Speicherzellen*, Dissertation, Universität München, 1998.

[Brod95] S.J. Brodsky et al., *QCD constraints on the shape of polarized quark and gluon distributions*, Nucl. Phys. **B441** (1995), 197.

[Brül97] A. Brüll, Proc. of the XVIII International Symposium on Lepton-Photon Interactions, Hamburg, 1997.

[Avak96] H. Avakian et al., Nucl. Instr. Meth. **A378** (1996), 155.

[Chao81] A.W.Chao, Nucl. Instr. Meth. **180** (1981), 29.

[ClRo93] F.E. Close, R.G. Roberts, *Consistent analysis of the spin content of the nucleon*, Phys. Lett. **B316** (1993), 165.

[DGLAP] V.N. Gribov, L.N. Lipatov, Sov. Journ. Nucl. Phys. **15** (1972), 438, 675.
G. Altarelli, G. Parisi, Nucl. Phys. **B126** (1977), 298.
Y.L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP **46** (1977), 641.

[DoLa94] A. Donnachie, P.V. Landshoff, Z. Phys. **C 61** (1994), 139.

[COMP96] COMPASS-Kollaboration, G. Baum et al., *A proposal for a common muon and proton apparatus for structur and spectroscopy*, CERN preprint, CERN SPSLC/96-14 (1996).

[E61-75] E61 Kollaboration, S. Stein et al., *Electron scattering at 4-degrees with energies of 4.5-20 GeV*, Phys. Rev. **D12** (1975), 1884.

[E80-78] E80-Kollaboration, *Deep-Inelastic e-p Asymmetry Measurement and Comparison with Bjorken Sumrule and Models of Spin Structure*, Phys. Rev. Lett. **41** (1978), 70.

[E130-83] E130-Kollaboration, *New Measurement of Deep-Inelastic e-p Asymmetries*, Phys. Rev. Lett. **51** (1983), 1135.

[E142-96] E142-Kollaboration, P.L.Anthony et al., *Deep inelastic scattering of polarized electrons by polarized He-3 and the study of the neutron spin*, Phys. Rev. **D54** (1996), 6620.

[E143-98] E143-Kollaboration, K.Abe et al., *Measurements of the Proton and Deuteron Spin Structure Functions g_1 and g_2*, Phys. Rev. **D58** (1998), 112003.

[E154-97] E154-Kollaboration, K. Abe et al., *Next-to-leading order QCD analysis of polarized deep inelastic scattering data*, Phys. Lett. **B405** (1997), 180.

[E155-98] H. Borel (E155-Kollaboration), *A precision measurement of polarized structure function g_1 of proton and deuteron* Proc. of the 6th Int. Workshop on Deep Inelastic Scattering and QCD (DIS 98), Brussels, Belgium, 1998.

[E155-99] E155-Kollaboration, P.L.Anthony et al., *Measurements of the Proton and Deuteron Spin Structure Functions g_2 and Asymmetry A_2*, hep-ex/9901006, 1999, (eingereicht bei Phys. Lett.)

[E155-99b] E155-Kollaboration, P.L.Anthony et al., *Measurements of the Deuteron Spin Structure Function g_1^d for $1 < Q^2 < 40$ GeV^2*, hep-ex/9904002, 1999, (eingereicht bei Phys. Lett.)

[EJ 76] J. Ellis, R.L. Jaffe, *Sum rule for deep-inelastic electroproduction from polarized protons*, Phys. Rev. **D9** (1974), 1444; **D10** (1974), 1669.

[EMC 88] EMC-Kollaboration, J. Ashman et al., *A measurement of the spin asymmetry and determination of the structure function g_1 in deep inelastic muon-proton scattering*, Phys. Lett. **B 206** (1988), 364.

[Feyn69] R.P. Feynman, *Very High-Energy Collisions of Hadrons*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 1415.

[dFlo98] D. de Florian, O.A. Sampayo, R. Sassot, *Next-to-leading Order Analysis of Inclusive and Semi-inclusive Polarized Data*, Phys. Rev. **D57** (1998), 5803.

[Gärb99] Y. Gärber, private Mitteilung.
Y. Gärber, Dissertation in Vorbereitung, Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin, 1999.

[Geant87] R. Brun et al., *GEANT3 Users's Guide*, CERN-DD/EE 84-1, Geneva(1987).

[GeZw64] M. Gell-Mann, *A Schematic Model of Baryons and Mesons*, Phys. Lett. **8** (1964), 214.
G. Zweig, CERN preprint 8182/TH 401 (1964).

[Gran96] W.H.H. Gränicher, *Messung beendet - was nun ?*, Version 3.3, B.G. Teubner, Stuttgart, 1996.

[GRSV96] M. Glück, E. Reya, M. Stratmann, W. Vogelsang, *Next-to-Leading Order Radiative Parton Model Analysis of Polarized Deep Inelastic Lepton Nucleon Scattering*, Phys. Rev. **D53** (1996), 4775.

[GS 96] T. Gehrmann, W.J. Stirling, *Polarized parton distributions in the nucleon*, Phys. Rev. **D 53** (1996), 6100.

[Gute98] A. Gute, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 1998.

[HaMa84] F.Halzen, A.D. Martin, *Quarks and Leptons*, John Wiley & Sons, 1984.

[Hash95] D. Hasch, *Bestimmung der Parameter einer 6-Ebenen Driftkammer für das* HERMES-*Experiment*, Diplomarbeit, Humboldt-Universität zu Berlin, 1995.

[Heim73] R.L. Heimann, Nucl. Phys. **64** (1973), 429.

[HERA98] A. Deshpande et al., *Physics with Polarized Protons*, Proc. of the workshop, DESY-Proceedings-1998-01.

[Herm97-a] HERMES-Kollaboration, K.Ackerstaff et al., *Measurement of the neutron spin structure function g_1^n with a polarized He-3 internal target*, Phys. Lett. **B** (1997), 383.

[Herm97-P] R. Kaiser, F. Menden, M.C. Vetterli, *Probability analysis of the TRD response and the contrubution of flux ratios to* HERMES*/ particle identification*, HERMES-Interne Veröffentlichung 97-036;
zugänglich über: http://www-hermes.desy.de/notes/ .

[Herm98-a] HERMES-Kollaboration, A. Airapetian et al., *Measurement of the proton spin structure function g_1^p with a pure hydrogen target*, Phys. Lett. **B 442** (1998), 484.

[Herm98-S] HERMES-Kollaboration, K.Ackerstaff et al., *The* HERMES*-Spectrometer*, Nucl. Instr. Meth. **A417** (1998), 230.

[Herm98-T] HERMES-Kollaboration, K.Ackerstaff et al., *Beam-Induced Nuclear Depolarisation in a Gaseous Polarised Hydrogen Target*, hep-ex/9806006, 1998.)

[Hofs56] R.W. McAllister, R. Hofstadter, Phys. Rev. **102** (1956), 851.

[Hugh93] E. Hughes, *Polarized lepton-nucleon scattering*, Invited talk at 21st Annual SLAC Summer School on Particle Physics, Stanford, 1993.

[Kais97] R.Kaiser, *Measurement of the Spin Structure of the Neutron using Polarised Deep Inelastic Scattering*, Dissertation, University of Vancouver, 1997.

[Kaur77] J. Kaur, Nucl. Phys. **128** (1977), 219.

[Kols98] H. Kolster, *The* HERMES *Gaseous Internal Polarized Proton Target and its use in the* HERA*Positron Storage Ring*, Dissertation, Universität München, 1998.

[KuWe71] j. Kuti, V.F. Weisskopf, *Inelastic Lepton-Nucleon Scattering and Pair Production in the Relativistic-Quark-Parton-Model*, Phys. Rev. **D4** (1971), 3418.

[Lari94] S.A. Larin, *The next-to-leading QCD approximation to the Ellis-Jaffe sum rule*, Phys. Lett. **B334** (1994), 192.

[LaVe91] S.A. Larin, J.A.M. Vermaseren, Phys. Lett. **B259** (1991), 345.
S.A. Larin, F.V. Tkachev, J.A.M. Vermaseren, Phys. Rev. Lett. **66** (1991), 862.

[LvRV97-a] S.A. Larin, T. van Ritbergen, J.M. Vermaseren *The four-loop β-function in quatum chromodynamics* , hep-ph/9701390.

[LvRV97-b] S.A. Larin, T. van Ritbergen, J.M. Vermaseren *The α_s^3 approximation of quatum chromodynamics to the Ellis-Jaffe sum rule*, Phys. Lett. **B404** (1997), 153.

[LSS 98] E. Leader, A.V. Sidorov, D.B. Stamenov, *Polarized Parton Densities in the Nucleon*, hep-ph/9807251

[Mano92] A.V. Manohar, *An introduction to spin dependent deep inelastic scattering*, Proc. of the 7th Lake Louise Winter Institute, 1992.

[Meis99] F. Meißner, Dissertation in Vorbereitung, Dissertation, Humboldt-Universität zu Berlin, 1999.

[Mend98] F. Menden, private Mitteilung.

[MeNe96] R. Mertig, W.L. van Neerven, Z. Phys. **C70** (1996), 637.

[NeZi94] W.L. van Neerven, E.B. Zijlstra, Nucl. Phys. **B417** (1994), 61.

[NMC 95] NMC Kollaboration, M. Arneodo et al., *Measurement of the proton and deuteron structure functions, F_2^p and F_2^d*, Phys. Lett. **B364** (1995), 107.

[NMC 97] NMC Kollaboration, M. Arneodo et al., Nucl. Phys. **B483** (1997), 3.

[PDG 96] Particle Data Group, Phys. Rev. **D54** (1996).

[PTG 94] Programming-Techniques-Group, *ADAMO - Entity-Relationship Programming System*, Version 3.3, ECP Division, CERN, Geneva, 1994.

[QCD 95] G. Sterman et al., *Handbook of pertubative QCD*, Rev. Mod. Phys. **67** (1995), 157.

[R1990] L.W. Whitlow et al., *A precise extraction of $R = \sigma_L/\sigma_T$ from a global analysis of the SLAC deep inelastic e-p and e-d scattering cross sections*, Phys. Lett. **B250** (1990), 193.

[R1998] E-143 Kollaboration, K. Abe et al., *Measurements of $R = \sigma_L/\sigma_T$ for 0.03$< x <$0.1 and Fit to World Data*, hep-ex/9808028, 1998, (eingereicht bei Phys. Lett.)

[RHIC97] Y.I. Makdisi, *Polarization in Hadron-Induced Processes at RHIC*, Proc. of Spin96, Amsterdam, 1996.

[Sjos94] T. Sjostrand, *High-Energy Physics Event Generation with Pythia 5.7 and Jetset 7.4*, Computer Physics Commun.**82** (1994), 74.

[SLAC69] M. Breidenbach et al., *Observed Behaviour of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 935.

[SLAC69] M. Breidenbach et al., *Observed Behaviour of Highly Inelastic Electron-Proton Scattering*, Phys. Rev. Lett. **23** (1969), 935.

[SMC-93] SMC-Kollaboration, K.Adeva et al., *Measurement of the spin-dependent structure function $g_1(x)$ of the deuteron*, Phys. Lett. **B302** (1993), 533.

[SMC-94] SMC-Kollaboration, K.Adams et al., *Measurement of the spin-dependent structure function $g_1(x)$ of the proton*, Phys. Lett. **B329** (1994), 399.

[SMC-95] SMC-Kollaboration, K.Adams et al., *Measurement of the spin-dependent structure function $g_1(x)$ of the deuteron*, Phys. Lett. **B357** (1995), 248.

[SMC-97] SMC-Kollaboration, K.Adams et al., *The spin dependent structure function $g_1(x)$ of the deuteron from polarized deep inelastic muon scattering*, Phys. Lett. **B412** (1997), 414.

[SMC-98a] SMC-Kollaboration, K.Adeva et al., *Polarized Quark Distributions in the Nucleon from Semi-inclusive Spin Asymmetries*, Phys. Lett. **B420** (1998), 180.

[SMC-98b] SMC Kollaboration, K.Adeva et al., *Spin asymmetries A_1 and structure functions g_1 of the proton and the deuteron from polarized high energy muon scattering*, Phys. Rev. **D58** (1998), 112001.

[SMC-98b] SMC Kollaboration, K.Adeva et al., *A next-to-leading order QCD analysis of the spin structure functions g_1*, CERN-EP/98-86, 1998, (eingereicht bei Phys. Rev. D.)

[Sokv64] A.Sokolov and I.Ternov, Sov. Phys. Doklady **8** (1964), 1203.

[Stös98] U. Stößlein, private Mitteilung.

[StWe77] G. Sterman, S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **39** (1977), 1436.

[Tasso79] Tasso-Kollaboration, R. Brandelik et al., *Evidence for planar events in e^+e^- annihilation at high energies*, Phys. Lett. **B86** (1979), 243.

[Thom87] G.E. Thomas et al., Nucl. Instr. Meth. **A257** (1987), 32.

[Thom27] L.H.Thomas, *The Kinematics of an electron with an Axis.*, Philos. Mag. **3** (1927), 1.

[BMT 59] V.Bargmann, L.Michel, V.L.Telegdi, *Precession of the Polarization of Particles Moving in an Homogenious Magnetic Field*, Phys. Rev. Lett. **2** (1959), 435.

[Velt91] M. Veltri, *Polarised Quark Distributions from Semiinclusive Leptoproduction*, Proc. of Physics at HERA, DESY (1991), 447.

[Vogl96] W. Vogelsang, , Phys. Rev. **D54** (1996), 2023.

[WaFu97] W. Wander, M.-A. Funk *The* HERMES *Data Production PC Farm*, Proc. of CHEP97, Berlin, 1997.

[Wand95] W. Wander et al., *DAD Distributed ADAMO Database system at* HERMES, Proc. of CHEP95, Rio de Janeiro, 1995.

[Wand96] W.Wander, *Rekonstruktion hochenergetischer Streuereignisse im* HERMES*-Experiment*, Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 1996.

[WW 77] S. Wandzura, F. Wilczek, *Sum rules for spin dependent electroproduction: Test of relativistic constituent quarks*, Phys. Lett. **B72** (1977), 195.

Danksagung

I like to express my thanks to all colleagues in the HERMES collaboration for creating a friendly and inspiring atmosphere which made work really enjoyable and lead to many fruitful discussions. The completition of this thesis would not have been possible without the help and advice of many colleagues. I like to thank all of them.

Besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dr. Wolf-Dieter Nowak für die Möglichkeit am Institut DESY-Zeuthen im Rahmen der HERMES-Kollaboration diese Arbeit anzufertigen. Ich danke ihm für sein entgegengebrachtes Vertrauen und die Freiheit in der Wahl und Gestaltung der Arbeit, vor allem aber für seine beständige Diskussionsbereitschaft und wertvollen Anregungen und Ideen.
Ich danke Herrn Prof. Thomas Lohse von der Humboldt-Universität zu Berlin für die Übernahme der offiziellen Betreuung der Dissertation.

Für die offene und sehr freundliche Atmosphäre in der Zeuthener HERMES-Gruppe danke ich Adolf Schwind, Helmut Böttcher, Wolf-Dieter Nowak, Uta Stößlein, Falk Meissner und Yvo Gärber. Zu ganz besonderem Dank fühle ich mich Uta Stößlein verpflichted für die sehr gute und produktive Zusammenarbeit an der 'g1'-Analyse, für die zahlreichen wertvollen Ideen und Diskussionen. Es war eine ausgesprochene Freude und eine Bereicherung meines Wissens mit ihr über Physik und über Nicht-Physik zu diskutieren. Ebenso besonders danken möchte ich meinem Erlanger Kollegen Andreas Gute für die sehr gute und freundliche Zusammenarbeit an der 'g1'-Analyse sowie Yvo Gärber für seine Mitarbeit und seine Fragen während der Fertigstellung der Analyse.
Ich danke Michael Düren, Antje Brüll, Wolfgang Wander und insbesondere Manfred Ferstl, die mich in der Anfangsphase der Arbeit in die Analyse einführten.
Für das sorgfältige Lesen der Dissertation und für alle kritischen Hinweise und Vorschläge zum Inhalt und zur Struktur der Arbeit danke ich Uta Stößlein, Wolf-Dieter Nowak und Helmut Böttcher.

Meinen Freunden und Geschwistern in Berlin und Hamburg danke ich für ihre Unterstützung und für die interessanten und angenehmen Stunden neben der Arbeit. Ein besonderes Dankeschön an Falk für die lange Freundschaft entlang der Physik.

Sehr herzlich danken möchte ich meinen Eltern für ihr Interesse, ihre Unterstützung und Hilfe während der vergangenen Jahre, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

Ein besonderes Dankeschön an meine Schwester Angela für die sehr schöne Zeit in ihrer Wohnung während meiner Aufenthalte in Hamburg.

Ich möchte meinem Sohn Maximilian und seinem Vater Bernd danken für ihre Liebe und für ihre großzügige Unterstützung und Geduld.

Lebenslauf

Name		Delia Hasch
Geburtsdatum		19.12.1966
Geburtsort		Schwerin
Nationalität		deutsch
Familienstand		verheiratet, ein Kind (geboren 1988)
Schulausbildung	1973 - 1983	Polytechnische Oberschule
Berufsausbildung	1983 - 1986	Lehre als Elektroniker sowie Abiturausbildung Abschluss: Facharbeiter Abschluss: Abitur
	1989 - 1995	Studium der *Physik* an der Humboldt-Universität zu Berlin Abschluss: Diplomphysiker
Beruflicher Werdegang	11/95 - 02/99	Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Forschungsinstitut DESY-Zeuthen
	07/92 - 09/92	Sommerpraktikum am Forschungsinstitut CERN (Schweiz)
	09/86 - 08/89	Technischer Mitarbeiter am Institut für Biophysik der Humboldt-Universität zu Berlin