Magnetooptische Kerr-Effekte im VUV an Eisen und Eisensystemen

DISSERTATION

zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Marc-Andras Schroeder
aus Hamburg

Hamburg
2000

Gutachter der Dissertation:	Prof. Dr. C. Kunz Prof. Dr. R. Johnson
Gutachter der Disputation:	Prof. Dr. C. Kunz Prof. Dr. H. P. Oepen
Datum der Disputation:	25. September 2000
Dekan des Fachbereichs Physik und Vorsitzender des Promotionsausschusses:	Prof. Dr. F.-W. Büßer

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird die Nutzbarkeit der magnetooptischen Kerr-Effekte im Vakuumultravioletten Spektralbereich (VUV) untersucht. Dabei werden die Kerr-Effekte mit anderen magnetooptischen Effekten verglichen. Um ein tieferes Verständnis der verschiedenen magnetooptischen Effekte zu erreichen, werden diese ausgehend von dem Maxwellgleichungen hergeleitet. Im Mittelpunkt der Herleitung steht der Dielektrizitätstensors $\hat{\epsilon}$ und sein Nichtdiagonalelement ε_{xy}.

Anschließend werden Messungen des longitudinalen magnetooptischen Kerr-Effekts (L-MOKE) vorgestellt. Dieser wurde an einem Eiseneinkristall an Fe-3p-Resonanz systematisch winkelabhängig vermessen. Die Drehungen der Polarisationsebene des reflektierten Lichts im Bereich der Fe-3p-Resonanz beträgt hier in einigen Bereichen mehrere Grad. Dies ist verglichen mit dem sichtbaren Spektralbereich, wo die Drehwinkel nur Bruchteile von einem Grad beträgt, sehr viel.

Weiter wurden zwei Eisen-Chrom-Eisen Schichtsysteme mit dem transversalen magnetooptischen Kerr-Effekts (T-MOKE) untersucht. Anhand dieses Systems wird demonstriert, daß er sich der T-MOKE im VUV für ortsaufgelöste Messungen eignet. Desweiteren wurde ein solches Schichtsystem mit dem T-MOKE an der Fe-2p-Resonanz (etwa 700 eV) und an der Cr-2p-Resonanz (etwa 575 eV) energie- und winkelabhängig vermessen.

Magnetooptical Kerr effects in the VUV in iron and iron systems

Abstract

In this work the possibility of exploiting the magnetooptical Kerr effects in the vacuum-ultraviolet spectral region (VUV) is examined. The Kerr effects are compared with other magnetooptical effects. In order to achieve a deeper understanding of the different magnetooptical effects, these are derived from Maxwell's equations. The main issue of this analysis concerns the dielectric tensors $\hat{\epsilon}$ and its off-diagonal element ε_{xy}.

Measurements of the longitudinal magnetooptical Kerr effect (L-MOKE) are presented. The angular dependance of this effect was measured for an iron single crystal at the Fe 3p resonance. The rotation of the polarization plane of the reflected light in the vicinity of the Fe 3p resonance can be several degrees, which is large compared to the visible spectral region where the angles of rotation are only fractions of a degree.

Two layer systems of iron-chrome-iron were investigated using the transverse magnetooptical Kerr effect (T-MOKE) and it was found that T-MOKE in the VUV is suitable for measurements with lateral resolution. Furthermore this layer system was examined using angle and energy dependent T-MOKE at the Fe-2p-resonance (about 700 eV) and at the Cr-2p-resonance (about 575 eV).

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis **3**

Abk.- und Symbolverzeichnis **6**

1 Einleitung **9**

2 Theorie der Magnetooptik **13**
2.1 Klassisches Oszillatormodell 13
2.2 Quantenmechanik 17
2.3 Die Lösungen der Wellengleichung 23
2.3.1 Der Lösungsformalismus 23
2.3.2 Ausbreitung parallel zum Magnetfeld 26
2.3.3 Ausbreitung in der zum Magnetfeld senkrechten Ebene . . 27
2.3.4 Ausbreitung in beliebiger Richtung 28
2.4 Verschiedene magnetooptischen Effekte 31
2.4.1 Allgemeines 31
2.4.2 Der zirkulare magnetische Dichroismus MCD 31
2.4.3 Der Faraday-Effekt 32
2.4.4 Der MLD und der Voigt-Effekt 34
2.5 Effekte in Reflexion 35
2.5.1 Die Stetigkeitsbedingungen 35
2.5.2 Der polare Kerr-Effekt 36
2.5.3 Der longitudinale Kerr-Effekt 38
2.5.4 Der transversale Kerr-Effekt 40
2.5.5 Der T-MOKE im Schichtsystem 43

3 Der Experimentaufbau **47**
3.1 Die Strahlführung und Monochromator 47
3.2 Reflektometer 47
3.3 Polarisation 49
3.4 Aufbau für den transversalen Kerr-Effekt 51
3.5 Aufbau für den longitudinalen Kerr-Effekt 53

4 Messung des L-MOKEs **55**
4.1 Die Probe 55
4.2 Das Meßverfahren 55
4.3 Meßergebnisse an der Fe-3p-Resonanz 58

5 Magnetische Schichtsysteme **63**
5.1 Magnetische Kopplungen 63
5.2 Ortsabhängige T-MOKE Messungen am Fe-Cr-Fe Keil 65
5.3 2p-Resonanz eines Fe-Cr-Fe Systems 69

6 Zusammenfassung und Ausblick **75**

A Herleitung P-MOKE **77**
A.1 s-Polarisation 77
A.2 p-Polarisation 81

B Herleitung L-MOKE **85**
B.1 s-Polarisation 85
B.2 p-Polarisation 88

C Die Fe-Cr-Fe Struktur an der Fe-2p-Resonanz **91**

Literaturverzeichnis **99**

Abbildungsverzeichnis

2.1 Energetischer Verlauf von ε_{xx} an einer Resonanz bei 53 eV 16
2.2 Energetischer Verlauf von ε_{xy} an einer Resonanz bei 53 eV 17
2.3 Energetischer Verlauf von ε_{xx} an der Fe-3p-Resonanz 18
2.4 Energetischer Verlauf von ε_{xy} an der Fe-3p-Resonanz 19
2.5 Energetischer Verlauf von ε_{xx} an den Fe-2p-Resonanzen 20
2.6 Energetischer Verlauf von ε_{xy} an den Fe-2p-Resonanzen 21
2.7 Prinzip des MCD 32
2.8 Prinzip des Faraday-Effekts 33
2.9 Prinzip des MLD 35
2.10 Prinzip des polaren Kerr-Effekts 37
2.11 Prinzip des longitudinalen Kerr-Effekts 39
2.12 Prinzip des T-MOKE. 40
2.13 Reflexion und Brechung der p-Komponente einer Welle beim T-MOKE. 41
2.14 Winkelspektrum an der Eisen 3p Resonanz bei 50,3eV (T-MOKE) 43
2.15 Aufbau eines Schichtsystems 44

3.1 Schematischer Aufbau des Reflektometermeßplatzes. 48
3.2 Abstrahlcharakteristik des Ablenkmagneten für $h\nu = 50eV$ 49
3.3 Abstrahlcharakteristik des Ablenkmagneten für $h\nu = 700eV$ . . . 50
3.4 Polarisierungsgrad P der auf die Probe einfallenden Strahlung . . 51
3.5 Meßaufbau beim transversalen Kerr-Effekt 51
3.6 Probenhalterung beim transversalen Kerr-Effekt 52
3.7 Aufbau zur Messung des longitudinalen Kerr-Effekts 53
3.8 Reflektivität des Polarisierungsspiegels im Energiebereich der Eisen 3p-Resonanz 54

4.1 Der Rahmenkristall mit den Magnetisierungsspulen und den magnetischen Domänen 56
4.2 Rotationsspektrum des Polarisators bei 50 eV und einem Einfallswinkel von 46° auf die Probe 56
4.3 Anregungsspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einem Einfallswinkel von 46° auf die Probe 58

4.4 Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von 25°, 30° und 32° im Bereich der 3d Resonanz. 59
4.5 Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von 35°, 38° und 40° im Bereich der 3d Resonanz. 60
4.6 Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von 44°, 47° und 53° im Bereich der 3d Resonanz. 61
4.7 Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von 55°, 57° und 60° im Bereich der 3d Resonanz. 61
4.8 Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen in Abhängigkeit von Energie und Einfallswinkel. 62

5.1 Sättigungsfeldstärke H_s in Abhängigkeit der Chromschicht. 64
5.2 90° Kopplung durch gegensinnig drehende Spinnschrauben in der Chromschicht 65
5.3 Zwischenschicht-Austauschkopplung in Abhängigkeit der Chromzwischenschichtdicke. 66
5.4 Magnetische Kopplung der beiden Eisenschichten in Abhängigkeit von der Chromdicke 66
5.5 Beleuchtung der Probe. 67
5.6 Ortsabhängige Magnetisierung bei 50,3 eV und 43° Einfallswinkel. Magnetfeld 5 mT. 68
5.7 Ortsabhängige Magnetisierung bei 50,3 eV und 43° Einfallswinkel. Magnetfeld 20 mT. 69
5.8 Hysterese der Magnetisierung bei 50,3 eV und 43° Einfallswinkel am Translationsort 45,75 mm. 70
5.9 Hysterese der Magnetisierung bei 50,3 eV und 43° Einfallswinkel am Translationsort 49,3 mm. 71
5.10 Ortsabhängige Messung in der Chrom-2p-Resonanz bei 577 eV. Der Einfallswinkel lag bei 60°. 72
5.11 Reflektivität in der Cr-2p-Resonanz für beide Magnetfeldrichtungen bei einem Einfallswinkel von 55°. 73
5.12 Reflektivität in der Fe-2p-Resonanz für beide Magnetfeldrichtungen bei einem Einfallswinkel von 60°. 73
5.13 Strahlgeometrie s- und p-Polarisation 74
5.14 Winkelabhängige Reflektivitäten für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 700 eV. 74

A.1 Reflexion und Brechung der s-Komponente einer Welle beim P-MOKE 78
A.2 Reflexion und Brechung der p-Komponente einer Welle beim P-MOKE 81

C.1 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 704 eV. 92
C.2 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 706 eV. 93
C.3 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 709 eV. 94
C.4 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 712 eV. 95
C.5 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 715 eV. 96
C.6 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 722 eV. 97
C.7 Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 725 eV. 98

Abk.- und Symbolverzeichnis

$\hat{1}$	$\in \mathbb{R}^{3\times 3}$	Einheitstensor
α	$\in \mathbb{R}$	Einfalls-, Brechungswinkel zur Normalen
γ	$\in \mathbb{R}$	Winkel zwischen Magnetfeld und Ausbreitungsrichtung einer Welle
δ	$\in \mathbb{R}$	Winkel des Polarisationsanalysators
ε	$\in \mathbb{C}$	skalare Dielektrizitätskonstante
$\hat{\epsilon}$	$\in \mathbb{C}^{3\times 3}$	Dielektrizitätstensor
ε_{xy}	$\in \mathbb{C}$	Komponente des Dielektrizitätstensor im xyz Koordinatensystem.
θ_F	$\in \mathbb{C}$	Faradaydrehung
θ_K	$\in \mathbb{C}$	Kerrdrehung
$\vec{\kappa}$	$\in \mathbb{R}^3$	normierter Wellenvektor $\vec{k}/\lvert\vec{k}\rvert$
λ	$\in \mathbb{R}$	Wellenlänge des Lichts
μ	$\in \mathbb{C}$	Magnetische Permeabilität
ξ	$\in \mathbb{C}$	Normalkomponente des Wellenvektors
φ	$\in \mathbb{R}$	Coulombpotential
ω	$\in \mathbb{R}$	Kreisfrequenz einer Schwingung
ω_L	$\in \mathbb{R}$	Larmorfrequenz
$\hat{\sigma}$	$\in \mathbb{C}^{3\times 3}$	Leitfähigkeitstensor
σ_j	$\in \mathbb{R}$	Rauhigkeit an der j-ten Grenzschicht
$\vec{A}$	$\in \mathbb{C}^3$	Vektorpotential
$\vec{B}$	$\in \mathbb{C}^3$	Magnetische Induktionsdichte
c		Lichtgeschwindigkeit
$c^{\pm}$		Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperator
$\vec{D}$	$\in \mathbb{C}^3$	Dielektrische Verschiebungsdichte
e		Elementarladung
$\vec{e}_x$	$\in \mathbb{R}^3$	Einheitsvektor in Richtung x
$\vec{E}$	$\in \mathbb{C}^3$	Elektrische Feldstärke
GMR		Riesenmagnetowiderstand (engl. Gigant Magneto Resistance)
$\vec{H}$	$\in \mathbb{C}^3$	Magnetische Feldstärke
H_s	$\in \mathbb{R}$	Sättigungsfeldstärke zweier gekoppelter Schichten
$\mathcal{H}$		Hamiltonoperator

k	$\in \mathbb{R}$	Absorptionskonstante
$\vec{k}$	$\in \mathbb{C}^3$	Wellenvektor
k_B		Boltzmannkonstante
L-MOKE		Longitudinaler magnetooptischer Kerr-Effekt
m_e		Masse des Elektrons
MCD		Magnetischer zirkularer Dichroismus
MCP		Mikrokanalplatte (Detektor)
ML		Monolage
MLD		Magnetischer linearer Dichroismus
MSP		Microsphere Plate (MCP ähnlicher Detektor)
N	$\in \mathbb{N}$	Anzahl
n	$\in \mathbb{C}$	Brechungsindex
$\vec{n}$	$\in \mathbb{R}^3$	Normale zur Oberfläche
P	$\in \mathbb{R}$	linearer Polarisationsgrad
$\vec{P}$	$\in \mathbb{C}^3$	elektrische Polarisation
P-MOKE		Polarer magnetooptischer Kerr-Effekt
r	$\in \mathbb{C}$	Reflexionskoeffizient
$\hat{r}$	$\in \mathbb{C}^{2\times 2}$	Reflexionsmatrix
$\vec{r}$	$\in \mathbb{R}$	Ort
$\vec{s}$	$\in \mathbb{R}^3$	Elektronenspin
T-MOKE		Transversaler magnetooptischer Kerr-Effekt
UHV		Ultrahochvakuum
V	$\in \mathbb{R}$	Volumen
$\mathcal{V}(\vec{r})$		Elektrisches Potential einer Ladung am Ort $\vec{r}$
VUV		Vakuumultraviolett, Spektralbereich etwa 10 - 1000 eV

Kapitel 1

Einleitung

In den letzten Jahren sind magnetische Systeme in vielen Bereichen zunehmend wichtiger geworden. In der Computertechnik ist die Entwicklung neuer magnetischer Speichermedien für Festplatten oder magnetooptischer Speichermedien für MO-Disks fast genauso wichtig wie die Entwicklung neuer Prozessoren. Desweiteren werden auch die Anwendungen, in denen Magnetfeldsensoren eingesetzt werden, zahlreicher. Da die Anforderungen an diese Systeme immer größer werden, wird intensiv nach Wegen gesucht, bestehende Systeme zu verbessern. Große Fortschritte werden dabei zur Zeit an Schichten bzw. Schichtsystemen erzielt, die Dicken von wenigen Nanometern haben. Ein entscheidender Schritt war dabei die Entdeckung des Riesenmagnetowiderstands (GMR) 1989 durch Grünberg [Bin89]. Im Januar 1998 brachte IBM als erster Hersteller Festplatten auf den Markt, die mit GMR-Köpfen ausgelesen werden [IBM98]. Eine weitere Anwendung des GMR ist das *magnetoresistive random access memory* (MRAM). Hierbei handelt es sich um ein neues Speichermodul, das zur Zeit entwickelt wird [Poh94] [Boe98].
Um diese nanostrukturierten Systeme besser zu verstehen, werden sie mit vielen Methoden untersucht. Eine Klasse von Untersuchungsmethoden ist die Magnetooptik. Sie zeichnet sich gegenüber anderen Methoden dadurch aus, daß man keinen Kontakt mit der Probe braucht. Dies ist z.B. bei der Blittertechnik oder der Magnetkraftmikroskopie notwendig. In der Magnetooptik wird die Wechselwirkung der magnetischen Eigenschaften eines Systems mit einfallendem Licht ausgenutzt. Die Geschichte der Magnetooptik begann 1845, als M. Faraday eine Drehung der Polarisationsebene von linear polarisierten Licht nach Durchstrahlung eines durchsichtigen Mediums parallel zu einem von außen angelegten Magnetfeld beobachte. 1876 entdeckte Kerr eine Drehung der Polarisationsebene von Licht, das an ferromagnetischen Metallflächen reflektiert wird [Ker76]. Eine weitere wichtige Entdeckung für die Magnetooptik ist der Zeemann-Effekt (1896), der aber erst mit der Entwicklung der Quantenmechanik erklärt werden konnte. 1908 stellte W. Voigt eine umfassende Theorie der Magnetooptik im Rahmen der klassischen Elektrodynamik auf [Voi08].

Die Magnetooptik im VUV bzw. im Röntgenbereich hat gegenüber der im sichtbaren Bereich den Vorteil, daß sie elementspezifisch sein kann. Dies ist der Fall, wenn die Energie der Strahlung in dem Bereich liegt, in dem die Elektronen eines Elements aus den Rumpfniveaus in das Leitungsband übergehen können. Außerdem sind die magnetooptischen Effekte im VUV und im weichen Röntgenbereich häufig um ein Vielfaches stärker als im Sichtbaren.

In dieser Arbeit werden ausschließlich Effekte betrachtet, die auf der Absorption bzw. der Reflexion von Licht beruhen. Effekte, die nur durch die Auswertung von Photoelektronenspektren sichtbar gemacht werden können, werden in dieser Arbeit nicht behandelt.

Bei den Kerr-Effekten arbeitet man, im Gegensatz zum häufig im VUV genutzten zirkularen magnetischen Dichroismus[1] (MCD), mit linear polarisiertem Licht. Dies ist von Vorteil, da zirkulare Synchrotronstrahlungsquellen sehr viel seltener sind als Quellen, die linear polarisiertes Licht emittieren. Weiter ist man beim MCD auf Transmissionsmessungen oder Messungen der totalen Elektronenausbeute beschränkt. Erstere schränkt die Proben auf dünne Filme ein, die zweite läßt nur Messungen an der Oberfläche zu, da Elektronen, die durch VUV-Strahlung freigesetzt werden, nur eine elastische mittlere freie Weglänge im Nanometerbereich haben. In wie weit der longitudinale und der transversale Kerr-Effekt sich zur Probencharakterisierung eignen, soll in dieser Arbeit gezeigt werden.

In Kapitel 2 wird die Elektrodynamik der Magnetooptik beschrieben. Um den Zusammenhang der in dieser Arbeit verwendeten magnetooptischen Kerr-Effekten mit anderen häufig verwendeten magnetooptischen Effekte zu erklären, werden alle Effekte ausgehend von den Maxwellgleichungen ausführlich hergeleitet.

Der Aufbau des Experiments wird im dritten Kapitel beschrieben. Weiter werden dort die Meßverfahren vorgestellt, die in den späteren Kapiteln verwendet werden.

Im vierten Kapitel werden Messungen mit dem longitudinalen magnetooptischen Kerr-Effekt vorgestellt. Die prinzipielle Meßbarkeit des longitudinale Kerr-Effekts im VUV wurde zum ersten Mal 1995 im VUV von Kortright demonstriert [Kor95]. Dabei wurde für eine Messung an der Fe-2p-Resonanz ein Aufbau verwendet, der dem in dieser Arbeit genutzten ähnelt. Der streifende Einfallswinkel lag bei 1° und die gemessene Kerr-Drehung betrug nur $0,6°$. Diese sehr kleine Drehung, die vergleichbar mit der bei sichtbaren Licht ist [Jud68], war nur schwer meßbar. Dies gab Anlaß zu Überlegungen, ob eine andere als die von Kortright genutzte Geometrie nicht zu größeren Drehwinkeln führt, durch die der Effekt besser nutzbar wird. Daher war ein Ziel dieser Arbeit, den L-MOKE an der Fe-3p-Resonanz systematisch winkelabhängig zu zu vermessen.

Gegenstand des fünften Kapitels sind Messungen mit dem transversalen mag-

[1] Absorptionsmessung mit zirkularem Licht siehe Kapitel 2.4.2

netooptischen Kerr-Effekt. Mit diesen wurde an einem Schichtsystem aus Eisen-Chrom-Eisen demonstriert, daß der T-MOKE sich im VUV für ortsaufgelöste Messungen eignet. Desweiteren wurde ein ähnliches Schichtsystem mit dem T-MOKE an der Fe-2p-Resonanz (etwa 700 eV) und an der Cr-2p-Resonanz (etwa 575 eV) energie- und winkelabhängig vermessen.

Abgeschlossen wird die Arbeit mit einer Zusammenfassung und einer Betrachtung über die Nutzbarkeit der einzelne Effekte.

Kapitel 2

Theorie der Magnetooptik

2.1 Klassisches Oszillatormodell

Optische Effekte, die sich auf Reflexion und Absorption beschränken, werden im Rahmen der klassischen Elektrodynamik mit Hilfe des komplexwertigen Dielektrizitätstensors $\hat{\epsilon}$ beschrieben. Im Bereich des VUV ist in der Regel das Verhältnis von Wellenlänge zur Gitterkonstanten des Festkörpers noch so groß, daß die Definition des Dielektrizitätstensors gerechtfertigt ist. Im Fall eines isotropen Mediums in Abwesenheit äußerer Felder hat $\hat{\epsilon}$ identische Diagonalterme. Die Nichtdiagonalelemente sind alle Null. Diese spezielle Form des Tensors erlaubt es, $\hat{\epsilon}$ wie einen Skalar zu behandeln. In Anwesenheit eines äußeren Magnetfelds verändern sich die Diagonalelemente, und es tauchen zusätzlich asymmetrische Nichtdiagonalelemente auf. Für die magnetooptischen Effekte sind dabei diese Nichtdiagonalterme des Tensors, die auch magnetooptische Konstanten genannt werden, von großer Wichtigkeit. Um ein Verständnis für die Form des Tensors und des prinzipiellen Verlaufes der magnetooptischen Konstanten zu bekommen, wird der Tensor nach dem klassischen Oszillatormodell hergeleitet.

Quantenmechanische Effekte, die in diesem Modell nicht berücksichtigt werden, beeinflussen den Verlauf einer Resonanz zum Teil erheblich. Daher ist zum quantitativen Verständnis des energetischen Verlaufs der magnetooptischen Konstanten eine quantenmechanische Behandlung notwendig.

Für einen außerhalb eines Magnetfelds isotropen Festkörper läßt sich jedoch die Form des dielektrischen Tensors aus dem klassischen Bild herleiten. Ebenfalls können einige der magnetooptischen Effekte veranschaulicht werden. Eine anschauliche Interpretation von Effekten ist immer dann von großem Vorteil, wenn die Formeln, die den Effekt beschreiben, unübersichtlich werden. Gerade die Formeln zur Beschreibung der magnetooptischen Kerr-Effekte sind so unübersichtlich, daß ein anschauliches Bild, auch wenn es nur ein klassisches ist, sehr hilfreich beim Verständnis von Spektren ist.

Die Elektronen sollen in einem harmonischen Potential mit der Resonanzfre-

quenz ω_0 gebunden sein. Auf sie wirkt eine zur Geschwindigkeit $\dot{\vec{r}}$ des Elektrons proportionale Kraft $\vec{F}_R = -m_e\Gamma\dot{\vec{r}}$, die einer Dämpfung entspricht. Dabei sind: e die Elementarladung, m_e die Masse des Elektrons und Γ eine Dämpfungskonstante. Weiter wirkt die Kraft $\vec{F}_{el}$ des am Ort des Elektrons $\vec{r}$ herrschenden elektrischen Felds $\vec{E}^{loc}$ mit $\vec{F}_{el} = -e\vec{E}^{loc}$ und die im äußeren Magnetfeld $\vec{B}$ auftretende Lorenzkraft $\vec{F}_L = -e\,\dot{\vec{r}}\times\vec{B}$. Hier ist e die Elementarladung. $\vec{E}^{loc}$ hat die Frequenz der einfallenden elektromagnetische Welle. $\vec{B}$ hingegen soll im Vergleich zu $\vec{E}^{loc}$ statisch sein und ist nicht mit magnetischen Wechselfeld der elektromagnetischen Welle zu verwechseln. Aus diesen Annahmen folgt die Bewegungsgleichung:

$$m_e\ddot{\vec{r}} + m_e\Gamma\dot{\vec{r}} + m_e\omega_0^2\vec{r} = -e\vec{E}^{loc} - e\,\dot{\vec{r}}\times\vec{B}. \tag{2.1}$$

Wenn die Elektronen nun einem elektrischen Wechselfeld $\vec{E}^{loc}$ mit der Kreisfrequenz ω ausgesetzt werden, erhält man mit dem Ansatz $\vec{r} = \vec{r}_0 e^{-i\omega t}$

$$-m_e\omega^2\vec{r} - im_e\omega\Gamma\vec{r} + m_e\omega_0^2\vec{r} = -e\vec{E}^{loc} - ie\omega\,\vec{r}\times\vec{B}. \tag{2.2}$$

Im folgenden sei $\vec{B} \parallel \vec{e}_z$. In Komponenten geschrieben ergeben sich für die x- und y-Richtung zwei gekoppelte Gleichungen

$$r_x = \frac{-eE_x^{loc} + ie\omega r_y B_z}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)} \tag{2.3}$$

und

$$r_y = \frac{-eE_y^{loc} - ie\omega r_x B_z}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)}. \tag{2.4}$$

Für die z-Komponente erhält man die bekannte Form in Abwesenheit eines Magnetfeldes

$$r_z = \frac{-eE_z^{loc}}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)}. \tag{2.5}$$

Wenn man r_y in r_x einsetzt und gleichzeitig den Term mit Hilfe der Larmorfrequenz $\omega_L = eB_z/2m_e c$ vereinfacht, bekommt man

$$r_x = \frac{e}{m_e}\frac{-(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)E_x^{loc} - 2i\omega\omega_L E_y^{loc}}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)^2 - 4\omega^2\omega_L^2}. \tag{2.6}$$

Für r_y erhält man

$$r_y = \frac{e}{m_e}\frac{-(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)E_y^{loc} + 2i\omega\omega_L E_x^{loc}}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)^2 - 4\omega^2\omega_L^2}. \tag{2.7}$$

Für Frequenzen, die nicht in der Nähe von ω_0 liegen, entspricht die Bewegung einer Ellipse, deren große Achse parallel und deren kleine Achse senkrecht zum anliegenden E-Feld liegt. Beim Übergang von Frequenzen kleiner ω_0 zur Frequenz ω_0 ändert sich die Phasenbeziehung zum eingestrahltem Feld. Während die Phase

der großen Achse sich von 0 nach $\pi/2$ verschiebt, ändert sich die Phase der kleinen Achse von $\pi/2$ nach $3/2\pi$. Bei der Resonanzfrequenz ω_0 hat man den Grenzfall einer linearen Schwingung, die allerdings nicht parallel zum eingestrahlten E-Feld, sondern um einen Winkel β gedreht schwingt. Die Drehebene von β steht senkrecht zum Magnetfeld. Für Frequenzen, die größer sind als ω_0, verschiebt sich die Phase der großen Achse weiter zu π, während sich die der kleinen Achse zu $5/2\pi$ verschiebt. Dies entspricht einer Änderung des Drehsinns der Ellipse.
Nun wird die makroskopische komplexwertige Polarisation $\vec{P}$ hergeleitet. Das am Atom herrschende lokale Feld, daß auch effektives Feld genannt wird, setzt sich zusammen aus dem von außen einwirkenden Feld und der umgebenden Polarisation [Bor59].

$$\vec{E}^{loc} = \vec{E} + \frac{1}{3\varepsilon_0}\vec{P} \tag{2.8}$$

Dieser als Lorenz-Lorentz Kopplung bekannte Effekt wird im weiteren nicht berücksichtigt, da er auf den qualitativen Verlauf der Kopplung keine Auswirkung hat, und nur als Multiplikator wirkt. Im folgenden wird deshalb $\vec{E}^{loc} = \vec{E}$ gesetzt. Quantenmechanische Effekte haben hier sehr viel größere Auswirkungen. Die Auslenkung der Elektronen um ihre Gleichgewichtslage induziert ein Dipolmoment $\vec{p}$, das dem Produkt der Elektronenladung und ihrer Auslenkung $\vec{r}$ entspricht. Die Polarisation $\vec{P}$ ist die Anzahl N der Dipolmomente pro Volumeneinheit V.

$$\vec{P} = \vec{p}N/V = e\vec{r}N/V \tag{2.9}$$

Durch einsetzen von $\vec{r}$ in Gleichung(2.9) erhält man:

$$P_x = \frac{e^2N}{m_eV}\frac{-E_x(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma) - 2iE_y\omega\omega_L}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)^2 - 4\omega^2\omega_L^2} \tag{2.10}$$

$$P_y = \frac{e^2N}{m_eV}\frac{-E_y(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma) + 2iE_x\omega\omega_L}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)^2 - 4\omega^2\omega_L^2} \tag{2.11}$$

$$P_z = \frac{e^2N}{m_eV}\frac{-E_z}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma} \tag{2.12}$$

$\vec{P}$ ist aber auch über den dielektrischen Tensor $\hat{\epsilon}$ mit $\vec{E}$ verknüpft:

$$\vec{P} = \varepsilon_0(\hat{\epsilon} - \hat{1})\vec{E}, \tag{2.13}$$

womit

$$(\hat{\epsilon} - \hat{1})\vec{E} = \frac{eN\vec{r}}{\varepsilon_0 V}. \tag{2.14}$$

Für die einzelnen Komponenten des Tensors folgt

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1 + \frac{e^2N}{\varepsilon_0 m_eV}\frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)^2 - 4\omega^2\omega_L^2} \tag{2.15}$$

$$\varepsilon_{zz} = 1 + \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m_e V} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)} \tag{2.16}$$

$$\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = \frac{e^2 N}{\varepsilon_0 m_e V} \frac{-i\omega\omega_L}{(\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma)^2 - 4\omega^2\omega_L^2}. \tag{2.17}$$

Für einen Festkörper, der in z-Richtung magnetisiert wird, hat der Tensor $\hat{\epsilon}$ damit folgendes Aussehen:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

Wenn man bedenkt, daß die Nichtdiagonalelemente des Tensors klein sind gegenüber den Diagonalelementen, bekommt der Tensor Ähnlichkeit mit einer Drehmatrix. Als Drehmatrix interpretiert, gibt es den Winkel $\beta = \arcsin(\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}})$, um den ein Vektor um die z-Achse gedreht wird. Mit dem Winkel β läßt sich die Ablenkung der Elektronen im elektrischen Feld durch die Lorenzkraft beschreiben. Dabei ist zu beachten, daß β in der Regel komplexwertig ist. Die Phase von β gibt an, ob die angeregten Elektronen linear schwingen (β rein reell) oder auf einer Ellipse kreisen (β hat einen Imaginärteil). Diese anschauliche Bedeutung der Nichtdiagonalelemente im klassischen Bild sollte man nicht überstrapazieren. Sie hilft aber das „Wesen“ vieler magnetooptischer Effekte zu verstehen.

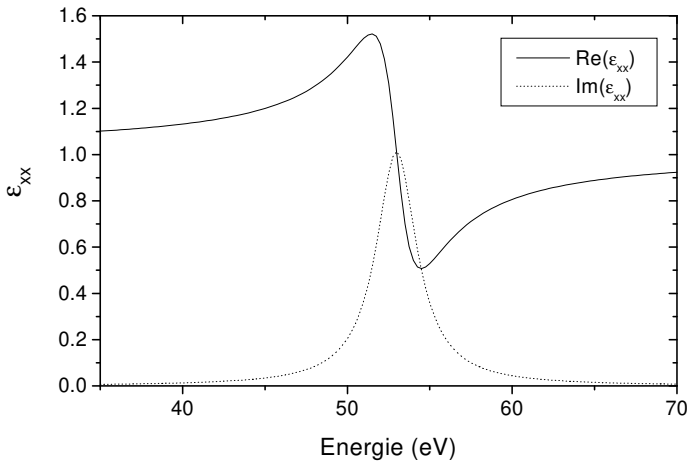

Abbildung 2.1: *Energetischer Verlauf des Diagonalelements ε_{xx} an einer Resonanz bei 53 eV. Berechnet für den Fall des harmonischen Oszillators.*

Allgemein gilt für die Elemente des Tensors die Onsager-Relation [Lan67]:

$$\epsilon_{ik}(\vec{H}) = \epsilon_{ki}(-\vec{H}) \tag{2.19}$$

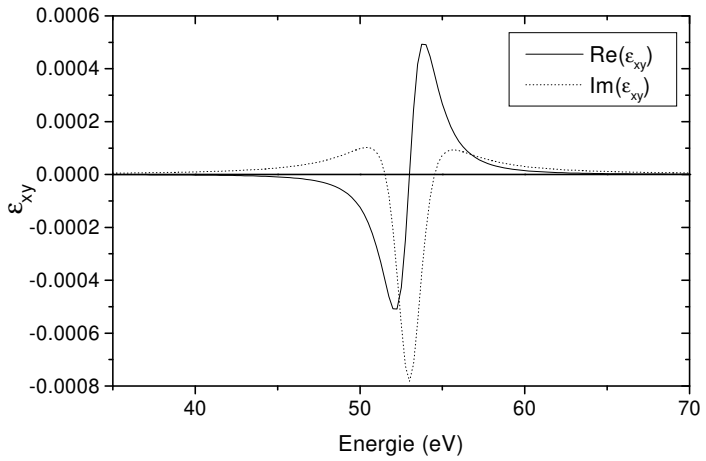

Abbildung 2.2: *Energetischer Verlauf des Nichtdiagonalelements ε_{xy} an einer Resonanz bei 53 eV. Berechnet für den Fall des harmonischen Oszillators.*

Für die Diagonalelemente folgt daraus, daß sie in gerader Ordnung von $\vec{H}$ abhängig sind und daß sich eine Umkehr der Magnetfeldrichtung nur auf die Nichtdiagonalelemente auswirkt. Der energetische Verlauf von ε_{xx} und ε_{xy} in der Nähe von ω_0 ist in den Abbildungen 2.1 und 2.2 zu sehen. Dabei wurde für die ω_0 der Wert der Eisen-3p-Resonanz von 53 eV gewählt. Für die Dämpfungskonstante Γ wurde mit 3 eV ein Wert genommen, der in etwa der Halbwertsbreite der Fe-3p-Resonanz entspricht. Diese 3 eV sind ein rein subjektiver Wert. Ein genauer Wert kann nicht angegeben werden, da die Resonanz nicht aus einen sondern aus mehreren Übergängen besteht, die sich gegenseitig überlagern. Als Magnetfeld wurden 20 Tesla angenommen, was in etwa dem Magnetfeld am Ort eines Eisenkerns entspricht [Son99].

Der Vollständigkeit halber soll hier noch der in der Literatur häufig statt ε_{xy} benutze Parameter Q erwähnt werden, der von Voigt [Voi08] eingeführt wurde. Er steht in folgender Beziehung mit ε_{xy}:

$$\varepsilon_{xy} = i\varepsilon Q \tag{2.20}$$

Hier ist $\varepsilon = \varepsilon_{zz}$ die Dielektrizitätskonstante, die der Körper in Abwesenheit eines Magnetfeldes hat.

2.2 Quantenmechanik

In Abbildung 2.3 und 2.4 ist der experimentell ermittelte Verlauf der beiden Elemente des Dielektrizitätstensors an der Eisen-3p-Resonanz aus [Pre99] zu sehen.

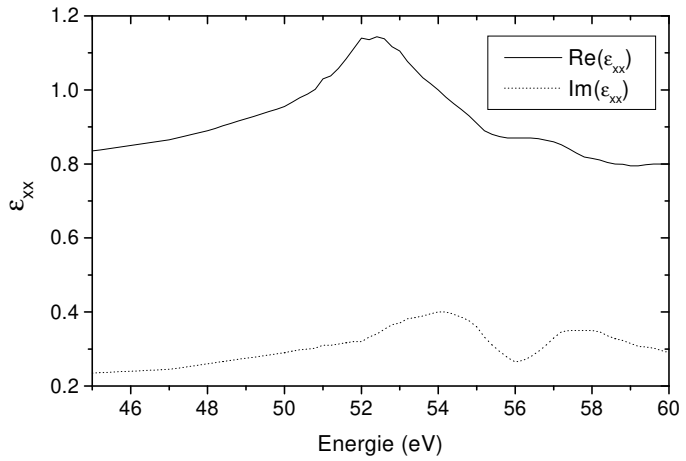

Abbildung 2.3: *Energetischer Verlauf des Diagonalelements ε_{xx} an der Fe-3p-Resonanz aus [Pre99].*

Beim Vergleich der Meßwerte mit den Vorhersagen des Oszillatormodells stellt man fest, daß sich die Verläufe der Spektren, zumindest für das Nichtdiagonalelement, ähneln. Die Amplituden des Oszillatormodells sind jedoch für das Nichtdiagonalelement um zwei Größenordnungen zu niedrig. Um diese Abweichungen erklären zu können, muß man die klassische Physik verlassen und quantenmechanische Vorgänge betrachten.
Zu den Effekten, die im klassischen Bild betrachtet werden, kommen noch weitere Einflußfaktoren hinzu. Zum einen ist dies die Beschaffenheit des Leitungsbandes, in das die Elektronen aus dem Grundzustand angeregt werden. Weiter spielen die Spin-Bahn-Aufspaltung der Grundzustände und Vielteilcheneffekte eine wichtige Rolle.
Zwischen dem Imaginär- und dem Realteil der Komponenten von $\hat{\epsilon}$ lassen sich mit Hilfe der Kramers-Kronig-Beziehung Zusammenhänge herstellen [Ste63]. Für die Diagonalelemente gilt

$$Re(\varepsilon_{xx}(\omega)) - 1 = \frac{2}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\omega' Im(\varepsilon_{xx}(\omega'))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \tag{2.21}$$

bzw.

$$Im(\varepsilon_{xx}(\omega)) = \frac{4\pi\sigma(0)}{\omega} - \frac{2\omega}{\pi} P \int_0^\infty \frac{Re(\varepsilon_{xx}(\omega')) - 1}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \tag{2.22}$$

Für die Nichtdiagonalelemente gilt

$$Re(\varepsilon_{xy}(\omega)) = \frac{2}{\pi} P \int_0^\infty \frac{\omega' Im(\varepsilon_{xy}(\omega'))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega' \tag{2.23}$$

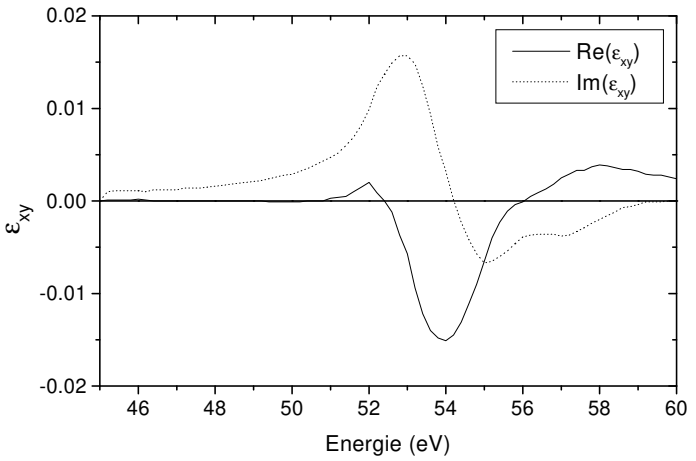

Abbildung 2.4: *Energetischer Verlauf des Nichtdiagonalelements ε_{xy} an der Fe-3p-Resonanz aus [Pre99].*

bzw.

$$Im(\varepsilon_{xy}(\omega)) = -\frac{2\omega}{\pi} P \int_0^\infty \frac{Im(\varepsilon_{xy}(\omega'))}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \tag{2.24}$$

Das P vor dem Integral gibt an das der Hauptwert des Integral genommen werden soll.

Die Kramers-Kronig-Beziehung ist in [Sev97] benutzt worden, um aus Photoabsorptonsmessungen den fehlende Real- bzw. Imaginärteil zu ermitteln. Das Ergebnis ist in den Abbildungen 2.5 und 2.6 dargestellt. Hier ist der Verlauf von ε_{xx} und ε_{xy} im Bereich der Eisen-$2p_{1/2}$- und $2p_{3/2}$-Resonanz zu sehen. Auffällig ist hier, daß der qualitative Verlauf des Real- und des Imaginärteils sich von dem an der Fe-3p-Resonanz unterscheiden. Der Grund für dieses Verhalten in den 2p-Resonanzen liegt an der Spin-Bahn-Aufspaltung des Fe-2p-Grundzustandes. Im Gegensatz zum Eisen-3p-Grundzustand, der nicht aufgespalten ist, werden an den beiden Fe-2p-Resonanzen jeweils Elektronen einer bestimmten Spinrichtung angeregt. Da das Leitungsband von Eisen im magnetisch ausgerichten Festkörper für die beiden Spinrichtungen unterschiedlich viele freie Zustände hat, wirkt sich dies entsprechend auf die Übergangswahrscheinlichkeit der $2p_{1/2}$- und $2p_{3/2}$-Resonanz aus. Dieser Effekt dominiert den Verlauf von ε_{xy} im Bereich der Eisen-2p-Resonanzen.
Eine störungstheoretische Behandlung des Problems wurde von Blume durchgeführt [Blu85]. Die wichtigsten Elemente werden hier verkürzt wiedergegeben. Eine ausführlichere Beschreibung findet man in [Hup99].

Im weiteren Verlauf dieses Unterkapitels wird die Notation von Blume verwendet, die nicht mit der Notation, die im Rest dieser Arbeit verwendet wird,

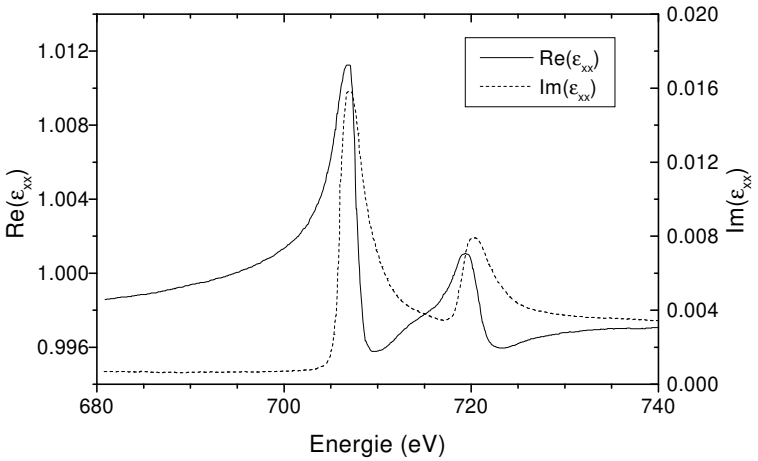

Abbildung 2.5: *Energetischer Verlauf des Diagonalelements ε_{xx} an den Fe-2p-Resonanzen [Sev97].*

übereinstimmt.

Betrachtet wird der Hamiltonoperator $\mathcal{H}$ einer Anzahl von Elektronen in einem quantisierten elektromagnetischen Feld.

$$\begin{aligned}\mathcal{H} \;=\; & \underbrace{\sum_j \frac{1}{2m_e}\left(\vec{P}_j - \frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r}_j)\right)^2}_{kinetische\ Energie} + \underbrace{\sum_{i,j}\mathcal{V}(\vec{r}_{i,j})}_{pot.\ Energie} \\ & \underbrace{-\frac{e\hbar}{m_e c}\sum_j \vec{s}_j \cdot \vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r}_j)}_{Zeemann-Energie} \\ & \underbrace{-\frac{e\hbar}{2(m_e c)^2}\sum_j \vec{s}_j \cdot \vec{E}(\vec{r}_j)\times\left(\vec{P}_j - \frac{e}{c}\vec{A}(\vec{r}_j)\right)}_{Spin-Bahn-Wechselwirkung} \\ & \underbrace{+\sum_k \hbar\omega_k\left(c^+(\vec{k}\lambda)c^-(\vec{k}\lambda)+\frac{1}{2}\right)}_{quantisiertes\ Photonenfeld}\end{aligned} \tag{2.25}$$

Der Hamiltonoperator setzt sich zusammen aus der kinetischen Energie im Vektorpotential $\vec{A}$, der potentiellen Energie $\mathcal{V}$ eines Elektrons im Feld der anderen Elektronen und des Kerns, der Zeemann-Energie, der Spin-Bahn-Wechselwirkung und der Energie eines quantisierten Photonfeldes. Weiter ist

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi - \frac{1}{c}\dot{\vec{A}}. \tag{2.26}$$

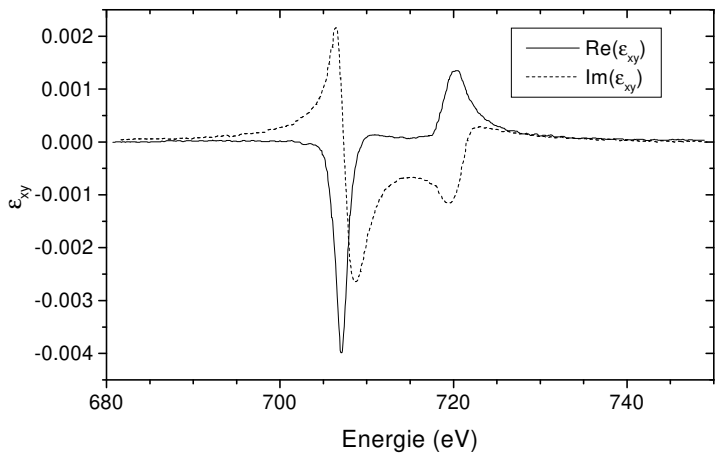

Abbildung 2.6: *Energetischer Verlauf des Nichtdiagonalelements ε_{xy} an den Fe-2p-Resonanzen. [Sev97].*

Dabei ist φ das Coulombpotential. c^+ und c^- sind Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren. $\vec{s}_j$ ist der Spin des j-ten Elektrons und λ ist die Wellenlänge der Photonen.

$\mathcal{H}$ wird nun aufgeteilt in Terme des freien Atoms $\mathcal{H}_0$, Terme des freien, nicht wechselwirkenden, quantisierten Photonenfelds $\mathcal{H}_R$ und Wechselwirkungsterme $\mathcal{H}'$.

Als Ergebnis weiterer Umformungen erhält man die Streuamplitude, die hier explizit dargestellt wird. Diese läßt sich in vier Terme unterteilen. Der erste Term beschreibt die Ladungsstreuung, der zweite die nichtresonante magnetische Streuung, der dritte und der vierte Term beschreiben Streuprozesse zweiter Ordnung.

$$\begin{aligned} A &= -\frac{e^2}{m_e c^2}\epsilon'^{\alpha}_{\lambda}\epsilon^{\beta}_{\lambda}\sum_a p_a \left\{ \langle a|\sum_i e^{i\vec{K}\vec{r}_i}|a\rangle\delta^{\alpha\beta} - i\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}\frac{\hbar\omega}{m_e c^2}\langle a|\sum_i \vec{s}_i^{\,\gamma} e^{i\vec{K}\vec{r}_i}|a\rangle \right. \\ &+ \left. \frac{1}{m_e}\sum_c \left(\frac{\langle a|O^{\alpha\dagger}(\vec{k}')|c\rangle\langle c|O^{\beta}(\vec{k})|a\rangle}{E_a - E_c + \hbar\omega - i\frac{\Gamma}{2}} + \frac{\langle a|O^{\beta}(\vec{k})|c\rangle\langle c|O^{\alpha\dagger}(\vec{k}')|a\rangle}{E_a - E_c + \hbar\omega} \right) \right\} \quad (2.27) \end{aligned}$$

mit $p_a = e^{-E_a/k_B T}/Z$ und $O^{\beta}(\vec{k}) = \sum_i e^{i\vec{k}\vec{r}_i}(p_i^{\beta} - i\hbar(\vec{k}\times\vec{s}_i)^{\beta})$. Hier sind p_a die Wahrscheinlichkeit, daß ein Zustand $|a\rangle$ besetzt ist, k_B die Boltzmannkonstante, Z die Zustandssumme für ein System im thermischen Gleichgewicht, $\epsilon^{\beta}_{\lambda}$ der Polarisationsvektor der Einfallenden Welle, $\epsilon'^{\alpha}_{\lambda}$ der Polarisationsvektor der auslaufenden Welle und $\varepsilon^{\alpha\beta\gamma}$ der total antisymmetrische Tensor 3. Stufe, wobei α, β und γ über die kartesische Koordinaten variieren. $\vec{K} = \vec{k} - \vec{k}'$ ist der Streuvektor und Γ die inverse Lebensdauer des Zustandes $|c\rangle$.

Für den Fall der resonanten Austauschstreuung kann die Streuamplitude folgendermaßen geschrieben werden:

$$A_{res} = -\frac{e^2}{m_e c^2}\epsilon'^{\alpha}_{\lambda}\epsilon^{\beta}_{\lambda}\sum_{n,s} e^{i\vec{K}(\vec{n}+\vec{d}_s)-W_s}\cdot\frac{m_e}{\hbar}\sum_{ca} p_a\frac{\omega^3_{ca}}{\omega}\left\{\frac{\langle a|R^{\alpha}_{ns}|c\rangle\langle c|R^{\beta}_{ns}|a\rangle}{\omega-\omega_{ca}-i\frac{\Gamma}{2\hbar}}\right. \tag{2.28}$$
$$\left. + \frac{1}{2}i\frac{\langle a|R^{\alpha}_{ns}|c\rangle\langle c|Q^{\beta\gamma}_{ns}k^{\gamma}|a\rangle - \langle a|Q^{\beta\gamma}_{ns}k^{\gamma}|c\rangle\langle c|R^{\alpha}_{ns}|a\rangle}{\omega-\omega_{ca}-i\frac{\Gamma}{2\hbar}} + \frac{1}{4}\frac{\langle a|Q^{\alpha\delta}_{ns}k'^{\delta}|c\rangle - \langle c|Q^{\beta\gamma}_{ns}k^{\gamma}|a\rangle}{\omega-\omega_{ca}-i\frac{\Gamma}{2\hbar}}\right\}.$$

Dabei wurden die Symbole $\hbar\omega_{ca} = E_c - E_a (> 0)$, $R^{\alpha}_{ns} = \sum_i^{n,s} r^{\alpha}_i$ und $Q^{\alpha\delta}_{ns} = \sum_i^{n,s} r^{\alpha}_i r^{\delta}_i$ eingeführt Diese Streuamplitude läßt sich in drei Terme aufspalten:

$$A_{res} = A^{dd}_{res} + A^{dq}_{res} + A^{qq}_{res} \tag{2.29}$$

Dabei steht *dd* für einen Dipol-Dipol, *dq* für einen Dipol-Quadrupol bzw. einen Quadrupol-Dipol und *qq* für einen Quadrupol-Quadrupol-Übergang.

Bei den Eisen-2p- oder 3p-Resonanzen wechselwirken die Rumpfelektronen mit den Leitungsbandzuständen, die 3d- und 4s-artig sind. Demnach können die Quadrupolübergänge vernachlässigt werden und im folgenden wird nur noch der Dipol-Dipol-Übergang betrachtet. Der Anteil dieses Übergangs an der resonanten Streuamplitude läßt sich wie folgt schreiben:

$$A^{dd}_{res} = -\frac{e^2}{m_e c^2}\sum_{n,s} e^{i\vec{K}(\vec{n}+\vec{d}_s)-W_s}\epsilon'^{\alpha}_{\lambda}\epsilon^{\beta}_{\lambda}C^{\alpha\beta}_s\frac{m_e\omega^3_0}{\hbar\omega} \tag{2.30}$$

wobei $\omega_{ac} \approx \omega_0$ und

$$C^{\alpha\beta}_s = \sum_{ca} p_a\frac{\langle a|R^{\alpha}_s|c\rangle\langle c|R^{\beta}_s|a\rangle}{\omega-\omega_{ca}-i\frac{\Gamma}{2\hbar}} \tag{2.31}$$

In dem Tensor zweiter Stufe $C^{\alpha\beta}_s$ sind sowohl die Informationen über die Resonanzüberhöhungen als auch die Informationen über die Polarisationsabhängigkeit enthalten. Wenn man die Information der Polarisationsabhängigkeit aus $C^{\alpha\beta}_s$ extrahiert erhält man

$$A^{dd}_{res} = -\frac{e^2}{m_e c^2}\sum_{n,s} e^{i\vec{K}(\vec{n}+\vec{d}_s)-W_s}\frac{m_e\omega^3_0}{\hbar\omega}\left(\vec{\epsilon}_{\lambda}'^{*}\cdot\vec{\epsilon}_{\lambda}C_{0s} + i(\vec{\epsilon}_{\lambda}'^{*}\times\vec{\epsilon}_{\lambda})\cdot\vec{m}C_{1s}\right.$$
$$\left. + \left[(\vec{\epsilon}_{\lambda}'^{*}\cdot\vec{m}_{ns})(\vec{\epsilon}_{\lambda}\cdot\vec{m}_{ns}) - \frac{1}{3}m^2_{ns}\vec{\epsilon}_{\lambda}'^{*}\cdot\vec{\epsilon}_{\lambda}\right]C_{2s}\right) \tag{2.32}$$

Hier ist $\vec{m}$ das magnetische Moment. C_{0s}, C_{1s} und C_{2s} sind nun nur noch energieabhängige Konstanten. Die Polarisationsabhängigkeit der Streuung ist in dem Produkt der Polarisationsvektoren $\vec{\epsilon}_{\lambda}$ und $\vec{\epsilon}_{\lambda}'$ enthalten. Die Polarisationsvektoren können als zwei zweidimensionalen Vektoren auffaßt werden, deren erste Komponente senkrecht zur Einfallsebene schwingt (s-Polarisation). Die zweite

Komponente schwingt parallel zur Einfallsebene (p-Polarisation). Ihr Produkt kann als Matrix geschrieben werden. Dabei geben die Elemente der Matrix an, wie sich die beiden Polarisationen der einfallenden Welle auf die auslaufende Welle auswirken. Der erste Term in dieser Gleichung beschreibt die Ladungsstreuung. Seine Polarisationsabhängigkeit ist folgende:

$$\vec{\epsilon}_\lambda{}'^* \cdot \vec{\epsilon}_\lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \vec{k} \cdot \vec{k}' \end{pmatrix} \tag{2.33}$$

Die Null in den Nichtdiagonalelementen zeigt, daß keine Drehung der Polarisationsebene vorkommt. Das heißt, daß bei einer s-polarisierten einfallende Welle die auslaufende Welle ebenfalls s-polarisiert ist. Bei einer einfallenden p-polarisierten Welle ist die auslaufende Welle ebenfalls p-polarisiert, jedoch ist die Intensität vom Streuwinkel abhängig. Das Verschwinden des Ausdrucks für $\vec{\epsilon} \perp \vec{\epsilon}'$ ist mit dem Brewsterwinkel in der klassischen Elektrodynamik verwandt.

Der zweite Term, der linear von $\vec{m}$ abhängt und somit ein magnetisches Phänomen beschreibt, hat eine völlig andere Polarisationsabhängikeit.

$$\vec{m} \cdot (\vec{\epsilon}_\lambda{}'^* \times \vec{\epsilon}_\lambda) = \vec{m} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -\vec{k}' \\ \vec{k} & 2\vec{k} \times \vec{k}' \end{pmatrix} \tag{2.34}$$

Hier wird ersichtlich, daß sich die Polarisation der auslaufenden Welle von der der einlaufenden Welle unterscheiden kann. Die Nichtdiagonalelemente zeigen eine Drehung der Polarisationsebene an. Ebenfalls von Interesse ist im Fall von p-Polarisation die Abstrahlung bei $\vec{\epsilon} \perp \vec{\epsilon}'$, die für die reine Ladungsstreuung im Dipolübergang unterdrückt ist. Dies hat zur Folge, daß viele magnetooptische Effekte, die auf Reflexion beruhen, im Brewsterwinkel am deutlichsten hervortreten.

Auf den dritten Term, der quadratisch in $\vec{m}$ ist, wird im weiteren nicht eingegangen, da er einen, verglichen mit dem zweiten Term, sehr kleinen Beitrag liefert.

2.3 Die Lösungen der Wellengleichung

2.3.1 Der Lösungsformalismus

In diesem Abschnitt wird gezeigt, wie sich die Tensorform von $\hat{\epsilon}$ auf elektromagnetische Wellen auswirkt. Dazu wird die Wellengleichung hergeleitet und gelöst. Ausgegangen wird von den Maxwellgleichungen:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{2.35}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\vec{J} \tag{2.36}$$

Im weiteren wird angenommen, daß im Medium kein Strom fließt, bzw. ein durch das Wechselfeld induzierter Strom mit Hilfe der elektrischen Polarisierbarkeit beschrieben werden kann. Somit wird im folgenden der zweite Summand in der Gleichung (2.36) vernachlässigt. Im folgenden wird davon ausgegangen, daß im Medium die Felder in Form ebener Wellen wie (2.37) und (2.38) existieren, die sich in Richtung des komplexwertigen Wellenvektors $\vec{k}$ ausbreiten, mit $\vec{\kappa} = \vec{k}/|\vec{k}|$.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega(\frac{n\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}{c} - t)} \tag{2.37}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{i\omega(\frac{n\vec{\kappa}\cdot\vec{r}}{c} - t)} \tag{2.38}$$

Dabei ist c die Lichtgeschwindigkeit und $\vec{r}$ ein Ort. Die skalare und komplexwertige Größe n ist hier als Brechungsindex in Richtung von $\vec{k}$ zu interpretieren. Beachtenswert ist, daß anders als bei isotropen Medien, der Brechungsindex sowohl von der Polarisation als auch von der Richtung der Welle abhängig ist. Für diese Art von Feldern sind die Operatoren $\partial/\partial t$ und $\partial/\partial x$ äquivalent mit der Multiplikation mit $-i\omega$ und $i\omega n\vec{e}_x/c$ [Bor59]. Für diese Art von Feldern lassen sich die Maxwellgleichungen (2.35) und (2.36) folgendermaßen schreiben:

$$\frac{i\omega n}{c}\vec{\kappa} \times \vec{E} = \frac{i\omega}{c}\vec{B} \tag{2.39}$$

$$\frac{i\omega n}{c}\vec{\kappa} \times \vec{H} = -\frac{i\omega}{c}\vec{D} \tag{2.40}$$

In dem Frequenzbereich, der in dieser Arbeit behandelt wird, kann man den Permeabilitätstensor $\hat{\mu}(\omega) = \hat{1}$ setzen. Damit ist nicht gemeint, daß das statische $\hat{\mu}(0)$ vernachlässigt werden kann, dies kann sehr große Werte annehmen. Aber die sich zeitlich verändernden Felder von $\vec{B}$ und $\vec{H}$ werden nur minimal durch $\mu(\omega)$ beeinflußt. Durch Ausnutzen von $\vec{D} = \hat{\epsilon}\vec{E}$ und $\vec{B} = \hat{\mu}\vec{H}$ erhält man durch Einsetzen von Gleichung (2.39) in Gleichung (2.40) die Wellengleichung für anisotrope Körper.

$$\hat{\epsilon}\vec{E} = n^2(\vec{E} - \vec{\kappa}(\vec{E}\cdot\vec{\kappa})) \tag{2.41}$$

Im folgenden sei angenommen, daß der Festkörper in Abwesenheit eines Magnetfeldes isotrop ist. Weiter sei ε_{xy} eine lineare Funktion der statischen magnetischen Feldstärke $\vec{H}$. Wie bereits in Kapitel 2.1 hergeleitet, hat $\hat{\epsilon}$ für einen Festkörper, der in z-Richtung magnetisiert wird, folgendes Aussehen:

$$\hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & 0 \\ -\varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix} \tag{2.42}$$

Hier hat ε_{zz} den Wert der skalaren Dielektrizitätskonstante, die der Körper in Abwesenheit eines Magnetfeldes hat.

Die Gleichung (2.41) ist genauer betrachtet ein System aus drei gekoppelten Gleichungen. Aus diesem System erhält man die zwei Brechungsindizes für die beiden verschiedene Polarisationen. Dies Gleichungssystem ist jedoch im allgemeinen nicht eindeutig in Bezug auf die Polarisationsrichtung. Deshalb wird hier ein in [Lan67] vorgestelltes Verfahren benutzt, um die drei Gleichungen auf zwei zu reduzieren. $\vec{\kappa}$, $\vec{D}$ und $\vec{H}$ sind paarweise orthogonal, wobei $\vec{H}$ orthogonal zu $\vec{D}$ und $\vec{E}$ steht. Da $\vec{\kappa}$ nicht mehr wie im isotropen Festkörper orthogonal zu $\vec{E}$ stehen muß, ist die Gleichung (2.41) nicht geeignet, um den Polarisierungscharakter der Wellen zu bestimmen. Nun wird ausgenutzt, daß $\vec{D}$ orthogonal zu $\vec{\kappa}$ steht. Es ist $\vec{E} = \hat{\epsilon}^{-1}\vec{D}$, wobei $\hat{\epsilon}^{-1}$ der zu $\hat{\epsilon}$ inverse Tensor ist. $\hat{\epsilon}^{-1}$ hat für den obigen Tensor folgendes Aussehen:

$$\hat{\epsilon}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & -\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & 0 \\ \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\varepsilon_{zz}}. \end{pmatrix} \tag{2.43}$$

Im folgenden wird ein neues kartesisches Koordinatensystem gewählt, dessen dritte Achse in Richtung $\vec{\kappa}$ zeigt. Die beiden zu $\vec{\kappa}$ orthogonalen Achsen sind mit a und b, die zu $\vec{\kappa}$ parallele Achse ist mit c bezeichnet. Zu beachten ist, daß auch ϵ in das neue Koordinatensystem transformiert werden muß. Wenn man in die Wellengleichung (2.41) für die zu $\vec{\kappa}$ senkrechten Komponenten von $\vec{E}$ den Ausdruck $\hat{\epsilon}^{-1}\vec{D}$ einsetzt, erhält man das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} D_a &= n^2\epsilon_{aa}^{-1}D_a + n^2\epsilon_{ab}^{-1}D_b \\ D_b &= n^2\epsilon_{ba}^{-1}D_a + n^2\epsilon_{bb}^{-1}D_b. \end{aligned} \tag{2.44}$$

Da $D_c = 0$ ist fällt die dritte Spalte des Tensors weg, und der Ausdruck für $\vec{\kappa}(\vec{E}\cdot\vec{\kappa})$ verschwindet, da er für die zu $\vec{\kappa}$ orthogonalen Komponenten a und b keinen Beitrag liefert. Durch weiteres Umformen erhält man ein zur Wellengleichung (2.41) analoges Gleichungssystem

$$\begin{aligned} (1 - n^2{\epsilon_{aa}}^{-1})D_a &- n^2{\epsilon_{ab}}^{-1}D_b &= 0 \\ -n^2{\epsilon_{ba}}^{-1}D_a &+ (1 - n^2{\epsilon_{bb}}^{-1})D_b &= 0. \end{aligned} \tag{2.45}$$

Hier sind ${\epsilon_{ik}}^{-1}$ die Elemente von $\hat{\epsilon}^{-1}$. Das Gleichungssystem läßt sich lösen, wenn die Determinante der Koeffizentenmatrix verschwindet. Da die Determinante die Größe n in vierter Potenz enthält, können bis zu vier verschiedene Lösungen für n existieren. Dabei sind die Lösungen bei denen der Realteil von n positiv ist, als Brechungsindex in die Richtung von $\vec{\kappa}$ zu interpretieren und die, bei denen der Realteil negative Werte annimmt als Brechungsindex in die Gegenrichtung. Im folgenden werden die Lösungen mit negativen Realteil von n nicht weiter beachtet.

2.3.2 Ausbreitung parallel zum Magnetfeld

Für Wellen, die sich parallel zum Magnetfeld, also in z-Richtung, ausbreiten ($\vec{\kappa} = \vec{e}_z$), sei $a = x$ und $b = y$. Die Gleichung (2.45) schreibt sich dann in Komponenten zerlegt:

$$\left(1 - n^2 \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}\right) D_x + n^2 \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2} D_y = 0 \tag{2.46}$$

$$-n^2 \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2} D_x + \left(1 - n^2 \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}\right) D_y = 0 \tag{2.47}$$

Das Gleichungssystem läßt sich lösen, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix = 0 ist

$$\left(1 - n^2 \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}\right)^2 + \left(n^2 \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}\right)^2 = 0 \tag{2.48}$$

Daraus folgen zwei Lösungen für n^2

$${n_\pm}^2 = \varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy} \tag{2.49}$$

Wenn man (2.49) in (2.46) einsetzt, erhält man als Bedingung für die Komponenten des D-Feldes

$$D_y = \pm i D_x \tag{2.50}$$

Für das E-Feld erhält man ebenso

$$E_y = \pm i E_x \tag{2.51}$$

Danach hat die Welle folgendes Aussehen:

$$\vec{E}_\pm = E_0 \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y) e^{i\omega\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}}\, z}{c} - t\right)} \tag{2.52}$$

Als nächstes wird wieder das D-Feld nach $\vec{D}_\pm = \hat{\epsilon}\vec{E}_\pm$ berechnet

$$\begin{aligned} \vec{D}_\pm &= E_0(\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}) \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{e}_x \pm i\vec{e}_y) e^{i\omega\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{xx} \pm i\varepsilon_{xy}}\, z}{c} - t\right)} \\ &= {n_\pm}^2 \vec{E}_\pm \end{aligned} \tag{2.53}$$

Dies sind eine rechts- und eine linkszirkular polarisierte Welle.

2.3.3 Ausbreitung in der zum Magnetfeld senkrechten Ebene

Für Wellen, die sich in der zum Magnetfeld senkrechten Ebene, also in der xy-Ebene ausbreiten ($\vec{\kappa} = \vec{e}_x \cos\phi + \vec{e}_y \sin\phi$), sei $a = -x\sin\phi + y\cos\phi$ und $b = z$. $\hat{S}$ bezeichnet die Darstellung der neuen Basis a, b und c in Matrixschreibweise. Es gilt demnach:

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \hat{S} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \tag{2.54}$$

Für diese Geometrie ist $\hat{S}$:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} -\sin\phi & 0 & \cos\phi \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.55}$$

Die Umkehrmatrix $\hat{S}^{-1}$ ist

$$\hat{S}^{-1} = \begin{pmatrix} -\sin\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos\phi & \sin\phi & 0 \end{pmatrix} \tag{2.56}$$

Die Darstellung von $\hat{\epsilon}^{-1}$ in der neuen Basis bekommt man durch folgende Matrizenmultiplikation:

$$\hat{\epsilon}'^{-1} = \hat{S}^{-1}\hat{\epsilon}^{-1}\hat{S} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & 0 & \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} \\ 0 & \frac{1}{\varepsilon_{zz}} & 0 \\ -\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & 0 & \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} \end{pmatrix}. \tag{2.57}$$

Man sieht, daß der Drehwinkel ϕ in der xy-Ebene keine Auswirkung auf $\hat{\epsilon}'^{-1}$ hat. Dies ist das Resultat der Zylindersymmetrie, die in diesem Fall vorliegt. Die Gleichung (2.45) schreibt sich dann in Komponenten zerlegt:

$$\left(1 - n^2 \frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2}\right) D_a = 0 \tag{2.58}$$

$$\left(1 - n^2 \frac{1}{\varepsilon_{zz}}\right) D_b = 0 \tag{2.59}$$

Daraus folgen zwei Lösungen für n^2

$${n_1}^2 = \varepsilon_{xx} + \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}} \tag{2.60}$$

$${n_2}^2 = \varepsilon_{zz} \tag{2.61}$$

Dabei ist n_1 die Lösung für eine im D-Feld parallel zu a schwingende Welle, und n_2 die Lösung für die Welle, die parallel zu b schwingt. Nach $\vec{E} = \hat{\epsilon}^{-1}\vec{D}$ erhält man die Bedingungen für die Komponenten der zu den D- gehörigen E-Felder. Die Feldkomponenten zu ${n_1}^2$ lauten:

$$E_c = -\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} E_a \tag{2.62}$$

Wonach die Welle folgendes Aussehen hat:

$$\vec{E}_1 = E_0 \frac{\varepsilon_{xx}^2}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2} \left(\vec{e}_a - \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} \vec{e}_c \right) e^{i\omega\left(\frac{\vec{r}\cdot\vec{\kappa}}{c} \sqrt{\varepsilon_{xx} + \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}}} - t \right)} \tag{2.63}$$

Die zu n_1 gehörige Welle ist linear polarisiert, schwingt aber nicht orthogonal zur Ausbreitungsrichtung. Die Schwingungsebene des E-Feldes ist um den komplexen Winkel

$$\beta = \arcsin\left(\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}} \right) \tag{2.64}$$

in Ausbreitungsrichtung geneigt. Die Welle ist somit nicht mehr rein transversal und hat somit einen longitudinalen Anteil. Die zu ${n_2}^2$ gehörige Lösung der E-Feldkomponenten lautet

$$E_b, \tag{2.65}$$

wonach die Welle folgendes Aussehen hat:

$$\vec{E}_2 = E_0 \vec{e}_b e^{i\omega\left(\frac{\sqrt{\varepsilon_{zz}}\vec{r}\cdot\vec{\kappa}}{c} - t \right)}. \tag{2.66}$$

Hier ist E_b eine normale in z-Richtung polarisierte Welle, die sich genauso wie im unmagnetisiertem Festkörper ausbreitet.

2.3.4 Ausbreitung in beliebiger Richtung

In Kapitel (2.3.3) wurde gezeigt, daß die x- und die y-Richtung äquivalent sind. Deshalb reicht es aus, sich auf Wellen zu beschränken, die sich in xz-Ebene ausbreiten. Für $(\vec{\kappa} = \vec{e}_x \sin\gamma + \vec{e}_z \cos\gamma)$ sei $a = x\cos\gamma - z\sin\gamma$ und $b = y$. Sei $\hat{S}$ die Darstellung der neuen Basis a, b und c in Matrixschreibweise.

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & 0 & \sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{pmatrix} \tag{2.67}$$

Die Umkehrmatrix $\hat{S}^{-1}$ ist

$$\hat{S}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos\gamma & 0 & -\sin\gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\gamma & 0 & \cos\gamma \end{pmatrix} \tag{2.68}$$

Die Darstellung von $\hat{\epsilon}^{-1}$ in der neuen Basis bekommt man durch folgende Matrizenmultiplikation

$$\hat{\epsilon}'^{-1} = \hat{S}^{-1}\hat{\epsilon}^{-1}\hat{S} \tag{2.69}$$

Explizit hat $\hat{\epsilon}'^{-1}$ die Form

$$\hat{\epsilon}'^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}\varepsilon_{zz}\cos^2\gamma+(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)\sin^2\gamma}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} & -\cos\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & -\cos\gamma\sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} \\ \cos\gamma\ \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} \\ -\cos\gamma\sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} & -\sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \frac{\varepsilon_{zz}^2+\varepsilon_{xy}^2\cos^2\gamma}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} \end{pmatrix} \tag{2.70}$$

Zur Vereinfachung wird jetzt die Variable f eingeführt, die den Unterschied zwischen ε_{xx} und ε_{zz} beschreibt.

$$f = \varepsilon_{zz} - \varepsilon_{xx} \tag{2.71}$$

damit wird $\hat{\epsilon}'^{-1}$

$$\hat{\epsilon}'^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2\sin^2\gamma+f^2\cos^2\gamma}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} & -\cos\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & -\cos\gamma\sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} \\ \cos\gamma\ \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} \\ -\cos\gamma\sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} & -\sin\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2} & \frac{\varepsilon_{zz}^2+\varepsilon_{xy}^2\cos^2\gamma}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)} \end{pmatrix} \tag{2.72}$$

Das Gleichungssystem (2.45) wird zu:

$$\begin{aligned} \left(1-n^2\left(\frac{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2\sin^2\gamma+f^2\cos^2\gamma}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)}\right)\right)D_a - n^2\left(-\cos\gamma\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\right)D_b = 0 \\ -n^2\left(\cos\gamma\ \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\right)D_a + \left(1-n^2\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\right)D_b = 0 \end{aligned} \tag{2.73}$$

Nun wird die Determinante der Koeffizientenmatrix Null gesetzt.

$$\begin{aligned} n^4\left(\frac{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2\sin^2\gamma+f^2\cos^2\gamma}{(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)^2}+\frac{\varepsilon_{xy}^2\cos^2\gamma}{(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)^2}\right)+n^2\left(-\frac{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2\sin^2\gamma+f^2\cos^2\gamma}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)}-\frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\right)+1 \\ = n^4\frac{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2+f^2\cos^2\gamma}{(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)^2}-n^2\frac{2\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2\sin^2\gamma+f^2}{\varepsilon_{zz}(\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2)}+1=0 \end{aligned} \tag{2.74}$$

Nun wird die Näherung gemacht, daß $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{zz}$ ist, also $f = 0$ gesetzt wird. Im weiteren wird ε als Symbol für die Diagonalelemente benutzt. Danach erhält man als Lösung für n:

$$n_{1/2}^2 = \frac{2\varepsilon^2+\varepsilon_{xy}^2\sin^2\gamma \pm \sqrt{\varepsilon_{xy}^4\sin^4\gamma - 4\varepsilon^2\varepsilon_{xy}^2\cos^2\gamma}}{2\varepsilon}. \tag{2.75}$$

Für den Fall, daß sich die Welle parallel zum Magnetfeld ausbreitet, wird $\cos\gamma = 1$ und $\sin\gamma = 0$ und die Lösungen vereinfachen sich zu dem Ausdruck (2.49)

aus Kapitel 2.3.2. Im anderen Extremfall, in dem sich die Welle senkrecht zum Magnetfeld ausbreitet, vereinfacht sich (2.75) zu den Lösungen (2.60) und (2.61) aus Kapitel 2.3.3. Durch Einsetzen der beiden Lösungen in (2.73) erhält man als Bedingung für D_a und D_b

$$D_a = \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \gamma}{2\varepsilon \cos \gamma} \mp \sqrt{\frac{\varepsilon_{xy}^2 \sin^4 \gamma}{4\varepsilon^2 \cos^2 \gamma} - 1} \right) D_b \tag{2.76}$$

Diese Beziehung ist recht komplex. In den meisten magnetooptischen Effekten reicht aufgrund zu großer Meßungenauigkeit, die Rechnung mit einer Näherung aus. Deshalb werden im folgenden einige Näherungen eingeführt, auf die später bei der Herleitung der magnetooptischen Effekte zurückgegriffen wird.
Unter der in ε_{xy} linearen Näherung, in der $\varepsilon_{xy}^2 \sin^2 \gamma = 0$ gesetzt wird, vereinfachen sich die Lösungen für $n^2 zu$

$$n_1{}^2 = \varepsilon + i(\varepsilon_{xy} \cos \gamma) \tag{2.77}$$

$$n_2{}^2 = \varepsilon - i(\varepsilon_{xy} \cos \gamma) \tag{2.78}$$

Diese Näherung gilt nicht für große γ, da dann der in ε_{xy} quadratische Term dominant wird. Durch Einsetzen der beiden Lösungen in (2.73) erhält man als Bedingung für D_a und D_b

$$D_b = \pm i D_a \tag{2.79}$$

Unter den Annahme, daß der Betrag von ε_{xy} nicht viel größer als 0,01 wird, stimmt diese Bedingung recht gut mit der exakten Lösung (2.76) überein, so lange γ kleiner als 175 Grad ist. Für das E-Feld erhält man ebenfalls die Bedingung:

$$E_b = \pm i E_a \tag{2.80}$$

Diese Bedingung entspricht der einer rechts und einer links zirkular polarisierten Welle. Für einige Fälle reicht diese Näherung aber nicht aus, und es wird die hier sogenannte quadratische Näherung eingeführt

$$n_{1/2}^2 = \varepsilon \pm i\varepsilon_{xy} \cos \gamma + \frac{\varepsilon_{xy}^2 \sin^2 \gamma}{2\varepsilon}. \tag{2.81}$$

Die Bedingungen für die Amplituden von $\vec{D}$ erhalten nun einen in ε_{xy} linearen Term. Sie lauten

$$D_a = \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \gamma}{2\varepsilon \cos \gamma} \mp i \right) D_b \tag{2.82}$$

Hieraus folgen die E-Felder mit Hilfe von

$$\vec{E} = \hat{\epsilon}^{-1} \vec{D}. \tag{2.83}$$

Es gilt in linearer Näherung von ε_{xy}

$$E_a = \left(\mp i + \frac{\varepsilon_{xy} sin^2\gamma}{2\varepsilon\cos\gamma}\right) E_b \tag{2.84}$$

$$E_c = -\frac{\varepsilon_{xy}\sin\gamma}{\varepsilon} E_b \tag{2.85}$$

Wenn E_c nicht verschwindet, bedeutet dies, daß die E-Welle keine reine transversale Welle ist. Sie hat, wie schon in Kapitel 2.3.3 diskutiert, einen longitudinalen Anteil.

2.4 Verschiedene magnetooptischen Effekte

2.4.1 Allgemeines

In den folgenden Unterkapiteln werden die Zusammenhänge zwischen den verschieden magnetooptischen Effekten zu verdeutlicht. Dazu werden nicht nur die Kerr-Effekte die im Reflektometer genutzt wurden hergeleitet, sondern auch einige andere häufig verwendete Effekte. Die magnetooptischen Effekte können in zwei Kategorien eingeteilt werden. In der ersten Kategorie sind Effekte die nur in Transmission bzw. Absorption gemessen werden. Hierzu gehören der MCD, der Faraday-, der Voigt-Effekt und der MLD.

Die zweite Kategorie beruht auf der Auswirkung der unterschiedlichen Brechungsindizes auf die Reflexionseigenschaften des magnetischen Festkörpers. Zu ihr gehören der transversale, der longitudinale, der polare Kerr-Effekt. Für die Reflexionseigenschaften sind nicht nur die Brechungsindizes verantwortlich, sondern auch die Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen. Dies wird besonders deutlich in der Geometrie des T-MOKE, wo sich der Brechungsindex beim Umkehren des Magnetfelds nicht ändert. Die einzige mir bekannte Quelle, in der die magnetooptischen Kerr-Effekte mit allen Zwischenschritten hergeleitet werden, ist die Abhandlung von Voigt [Voi08]. Durch die inzwischen veraltete Schreibweisen in dieser Arbeit, ist diese schwer verständlich. Deshalb werden in den flogenden Unterkapiteln die Kerr-Effekte ausführlich hergeleitet.

2.4.2 Der zirkulare magnetische Dichroismus MCD

Beim zirkularen magnetischen Dichroismus (MCD) liegt die Magnetisierung parallel zur Ausbreitungsrichtung des Lichts, das zirkular polarisiert ist. Man unterscheidet zwischen einer polaren und einer longitudinalen Geometrie. Bei der polaren Geometrie liegt die Magnetisierung senkrecht zur Oberfläche, bei der longitudinalen liegt die Magnetisierung parallel zur Oberfläche in der Einfallsebene. Hier wird die unterschiedliche Absorption für die beiden Polarisationsrichtungen

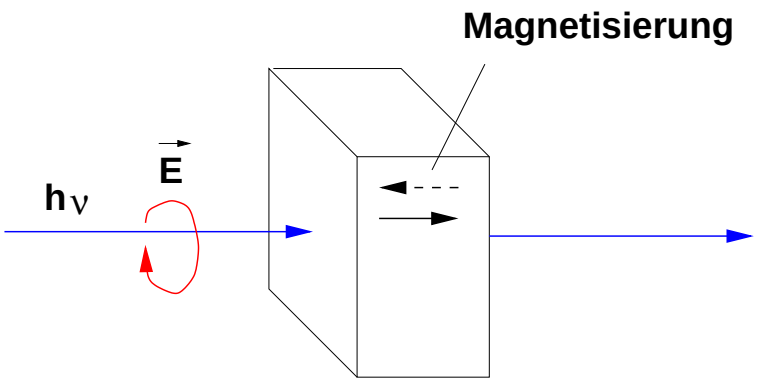

Abbildung 2.7: *Prinzip des MCD*

ausgenutzt. Diese ist proportional zum Imaginärteil vom in Kapitel 2.3.2 hergeleiteten Brechungsindex. Der gemessene Effekt entspricht somit:

$$Im(n_+ - n_-) = Im\left(\sqrt{\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy}} - \sqrt{\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy}}\right) \approx Re\left(\frac{\varepsilon_{xy}}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}}\right) \tag{2.86}$$

Dabei wird bei Transmissionsmessungen die Abhängigkeit der Abschwächung von der Magnetisierung der Probe gemessen. Bei dicken Proben sind im VUV keine Transmissionsmessungen möglich. Deshalb mißt man die Absorption durch eine indirekte Methode, die Messung der totalen Elektronenausbeute. Bei dieser Meßmethode wird ausgenutzt, daß die totale Elektronenausbeute im Energiebereich des VUV in einer dünnen Oberflächenschicht weitestgehend proportional zur Absorption ist. Man kann auf diese Weise zwar nicht die Absorption absolut messen, jedoch reicht es für die Messung des MCDs aus, wenn man das Verhältnis der Absorption für beide Magnetfeldrichtungen kennt, das die totale Elektronenausbeute liefern kann. Beim anlegen eines äußeres Magnetfeld zur Magnetisierung der Probe erweist sich die Messung der totalen Elektronenausbeute als problematisch. Dieses Magnetfeld kann die Trajektorien der emittierten Elektronen so beeinflussen, daß Elektronen die vor anlegen des Feldes im Detektor nachgewiesen worden sind, nicht mehr nachgewiesen werden. In diesem Fall eine Aussage darüber, welche Änderungen im Spektrum durch den MCD bedingt sind und für welche das äußere Magnet verantwortlich ist nur noch schwer möglich.

2.4.3 Der Faraday-Effekt

Beim Faraday-Effekt wird die Polarisation des durch eine magnetisierte Probe transmitierten Strahls verändert. Das bedeutet, das dieser Effekt im VUV nur an dünnen Proben gemessen werden kann. Magnetisierung schließt mit $\vec{\kappa}$ den Winkel γ ein. a und b seien zwei zu $\vec{\kappa}$ und zueinander orthogonale Richtungen. Eine in Richtung a linear polarisierte Welle trifft auf den Festkörper. An der

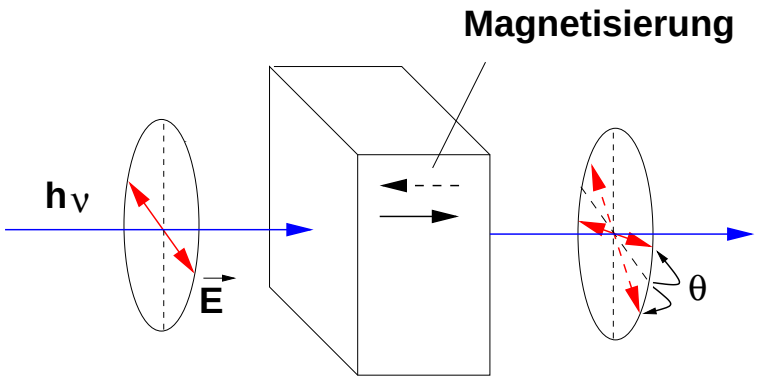

Abbildung 2.8: *Prinzip des Faraday-Effekts*

Oberfläche kommt es zur zirkularen Doppelbrechung. Das heißt, daß die Welle im Festkörper als Summe zweier zirkularer Wellen dargestellt werden muß. Aufgrund der Unterschiede der Brechungsindizes n_+ und n_- gibt es abhängig vom Ort auch eine Amplitude in Richtung b. Im weiteren wird nur die lineare Abhängigkeit der Brechungsindizes von ε_{xy} betrachtet. Die beiden Komponenten D_a und D_b der Welle sind demnach:

$$D_a = \frac{1}{2}\left(e^{i\omega(\frac{\vec{\kappa} n_+ \vec{r}}{c} - t)} + e^{i\omega(\frac{\vec{\kappa} n_- \vec{r}}{c} - t)}\right) \tag{2.87}$$

und

$$D_b = \frac{i}{2}\left(-e^{i\omega(\frac{\vec{\kappa} n_+ \vec{r}}{c} - t)} + e^{i\omega(\frac{\vec{\kappa} n_- \vec{r}}{c} - t)}\right). \tag{2.88}$$

Zur Vereinfachung werden nun zwei neue Größen definiert:

$$n = \frac{1}{2}(n_+ + n_-) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy}\cos\gamma} + \sqrt{\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy}\cos\gamma}\right) \approx \sqrt{\varepsilon_{xx}} \tag{2.89}$$

$$\chi = \frac{1}{2}(n_+ - n_-) = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\varepsilon_{xx} + i\varepsilon_{xy}\cos\gamma} - \sqrt{\varepsilon_{xx} - i\varepsilon_{xy}\cos\gamma}\right) \approx \frac{i\varepsilon_{xy}\cos\gamma}{2\sqrt{\varepsilon_{xx}}} \tag{2.90}$$

Mit Hilfe von n und χ werden die Gleichungen (2.87) und (2.88) in einen zeit- und in einen ortsabhängigen Teil aufgespalten.

$$D_a = \frac{1}{2}e^{i\omega(\frac{n\vec{\kappa}\vec{r}}{c} - t)}\left(e^{\frac{i\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c}} + e^{\frac{-i\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c}}\right) \tag{2.91}$$

$$D_b = \frac{i}{2}e^{i\omega(\frac{n\vec{\kappa}\vec{r}}{c} - t)}\left(-e^{\frac{i\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c}} + e^{\frac{-i\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c}}\right). \tag{2.92}$$

Diese Ausdrücke werden nun weiter vereinfacht.

$$D_a = e^{i\omega(\frac{n\vec{\kappa}\vec{r}}{c} - t)}\cos\left(\frac{\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c}\right) \tag{2.93}$$

$$D_b = e^{i\omega(\frac{n\vec{\kappa}\vec{r}}{c} - t)}\sin\left(\frac{\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c}\right) \tag{2.94}$$

In dieser Schreibweise kann man das Verhalten der Welle im Festkörper als Drehung der Polarisationsebene interpretieren. Dabei ist der Drehwinkel proportional zum zurückgelegten Weg. Der Ausdruck im Sinus bzw. im Cosinus als Faradaywinkel bezeichnet.

$$\theta_F(\omega) = \frac{\omega\chi\vec{\kappa}\vec{r}}{c} \approx \frac{i\omega\varepsilon_{xy}\cos\gamma\vec{\kappa}\vec{r}}{2c\sqrt{\varepsilon_{xx}}} \tag{2.95}$$

Die Interpretation des komplexwertigen Winkels θ_F ist die gleiche wie die für den Winkel θ_K des P-MOKEs.

Historisch wird die Drehung des Faraday-Effektes mit der Verdetschen Konstanten p bestimmt, für die folgende Beziehung gilt

$$\theta_F = p\vec{r}\vec{B} \tag{2.96}$$

In ferromagnetischen Metallen benutzt man allerdings

$$\theta_F = q\vec{r}\vec{H} \tag{2.97}$$

Hier wird q als Kundtsche Konstante bezeichnet.

Ein weiterer Aspekt des Faraday-Effekts ist, daß er komplementär zum MCD ist. Während der MCD proportional zum Realteil von ε_{xy} ist, ist der Realteil von θ_F proportional zum Imaginärteil von ε_{xy}. Zwischen dem MCD und dem Realteil von θ_F läßt sich mit Hilfe der Kramers-Kronig-Beziehung folgender Zusammenhang herstellen:

$$\frac{\theta_F(\omega)\ c}{|\vec{r}|\omega} = \frac{1}{\pi}P\int_0^\infty \frac{\omega k_{MCD}(\omega')}{\omega'^2-\omega^2}d\omega' \tag{2.98}$$

Wobei das P vor dem Integral bedeutet, daß der Hauptwert des Integrals genommen werden soll. Das $k_{MCD}(\omega)$ wird aus den Absorptionkonstanten $k_\pm(\omega)$ für links, bzw. rechts zirkular polarisiertes Licht berechnet.

$$k_{MCD}(\omega) = k_+(\omega) - k_-(\omega) = Im(n_+ - n_-) \tag{2.99}$$

2.4.4 Der MLD und der Voigt-Effekt

Beim MLD (Magnetic Linear Dichroism), dem Voigt-Effekt und dem Cotton-Mouton-Effekt, liegt die Magnetfeldrichtung parallel zur Oberfläche, die von der einfallenden Welle senkrecht getroffen wird. Der Cotton-Mouton-Effekt, der in Flüssigkeiten auftrifft, beruht auf der elektrischen und magnetischen Anisotropie der Moleküle. Durch das angelegte Feld werden die Moleküle ausgerichtet und bewirken eine quadratisch vom Feld abhängige Änderung der Diagonalterme des $\hat{\epsilon}$ Tensors.

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} \neq \varepsilon_{zz} \tag{2.100}$$

Der MLD und der Voigt-Effekt hingegen finden im Festkörper statt. Hier werden nur die Elektronenhüllen ausgerichtet. In Kapitel 2.3.3 wurde gezeigt, daß für die

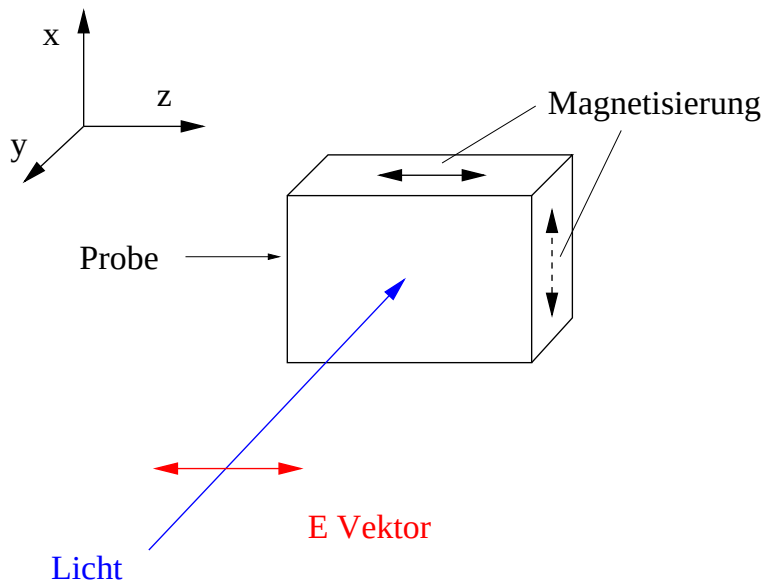

Abbildung 2.9: *Prinzip des MLD*

beiden Polarisationsrichtungen des Lichts im Festkörper, senkrecht und parallel zum Magnetfeld, zwei unterschiedliche Brechungsindizes existieren.

$$Im(n_1 - n_2) = Im\left(\sqrt{\varepsilon_{xx} + \frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}}} - \sqrt{\varepsilon_{zz}}\right) \approx Im\left(\frac{\varepsilon_{xy}^2}{\varepsilon_{xx}^{3/2}} + \frac{1}{2}(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{zz})\right) \quad (2.101)$$

Zu beachten ist, daß n für senkrecht polarisiertes Licht nur aus ε_{xy}^2 und ε_{xx} gebildet wird. Damit hängt es vom Quadrat des Magnetfeldes ab. Das heißt, der Effekt ist empfindlich auf die Stärke des Magnetfeldes, aber nicht darauf, ob sich die Magnetfeldrichtung umdreht. Beim MLD wird wie beim MCD die Absorption gemessen. Beim Voigt- und Cotton-Mouton-Effekt wird hingegen die Änderung der Reflektivität bzw. die Doppelbrechung ausgenutzt. Zu bemerken wäre noch, daß der MLD und der Voigt-Effekt in der Regel viel kleiner sind, als die zuvor behandelten Effekte.

2.5 Effekte in Reflexion

2.5.1 Die Stetigkeitsbedingungen

Ausgehend von den Stetigkeitsbedingungen, die besagen, daß die Normalkomponenten von $\vec{D}$ und $\vec{B}$ und die Tangentialkomponenten $\vec{E}$ und $\vec{H}$ an der Grenzfläche stetig sein müssen, werden in den weiteren Abschnitten die modifizierten Fresnelschen Gleichungen für den Festkörper im Magnetfeld hergeleitet. Unter

Ausnutzung von

$$\vec{B} = n\sqrt{\mu}(\vec{\kappa} \times \vec{E}) \tag{2.102}$$

$$\vec{B} = \hat{\mu}\vec{H} \tag{2.103}$$

können die Stetigkeitsbedingungen wie folgt mit dem E-Feld ausgedrückt werden. Dabei wird angenommen, daß das Medium bezüglich des magnetischen Wechselfeldes isotrop ist. Das bedeutet, daß man den Tensor $\hat{\mu}$ wie einen Skalar behandeln kann.

$$\left[\hat{\epsilon}(\vec{E}_0 + \vec{E}_0'') - \hat{\epsilon}'\vec{E}_0'\right] \cdot \vec{n} = 0 \tag{2.104}$$

$$\left[n\sqrt{\mu}(\vec{\kappa} \times \vec{E}_0 + \vec{\kappa}'' \times \vec{E}_0'') - n'\sqrt{\mu'}(\vec{\kappa}' \times \vec{E}_0')\right] \cdot \vec{n} = 0 \tag{2.105}$$

$$(\vec{E}_0 + \vec{E}_0'' - \vec{E}_0') \times \vec{n} = 0 \tag{2.106}$$

$$\left[\frac{n}{\sqrt{\mu}}(\vec{\kappa} \times \vec{E}_0 + \vec{\kappa}'' \times \vec{E}_0'') - \frac{n'}{\sqrt{\mu'}}(\vec{\kappa}' \times \vec{E}_0')\right] \times \vec{n} = 0 \tag{2.107}$$

Hier ist $\vec{n}$ der Normalenvektor der Oberfläche. Im folgenden wird für das magnetische Wechselfeld $\mu = \mu' = 1$ gesetzt, was im VUV-Bereich eine sehr gute Näherung ist. Bei der Bestimmung der Reflexionseigenschaften einer Trennfläche zweier Medien teilt man die einfallende Welle in zwei Komponenten auf. Die erste schwingt senkrecht zur Einfallsebene und wird s-Komponente genannt. Die andere schwingt parallel zur Einfallsebene und wird p-Komponente genannt. Die reflektierte Welle $\vec{E}''$ wird durch die Reflexionsmatrix $\hat{r}$, wie folgt aus der einfallenden Welle $\vec{E}$ berechnet.

$$\begin{pmatrix} E_s'' \\ E_p'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{ps} & r_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s \\ E_p \end{pmatrix} \tag{2.108}$$

Anzumerken ist, daß bei isotropen Festkörpern die Nichtdiagonalelemente r_{sp} und r_{ps} Null sind.

2.5.2 Der polare Kerr-Effekt

Beim polaren Kerr-Effekt steht das Magnetfeld senkrecht zur Oberfläche. Der Winkel γ aus Kapitel (2.3.4) ist hier mit dem Einfallswinkel α gleichzusetzen. Die Herleitung der Elemente der Reflexionsmatrix soll hier in Anlehnung an Voigt [Voi08] geschehen. Diese Elemente sind zwar auch von Sokolov in [Sok67] auf einem wesentlich kürzerem Weg hergeleitet worden, jedoch unter der Annahme, daß der Brechungsindex wesentlich größer als Eins ist. Dies ist aber im VUV nicht der Fall. Vielmehr ist der Brechungsindex in der Nähe von Eins, womit diese Herleitung für den in dieser Arbeit untersuchten Energiebereich nicht gerechtfertigt ist.
Aus einem isotropen Medium mit dem Brechungsindex n trifft eine Welle auf eine

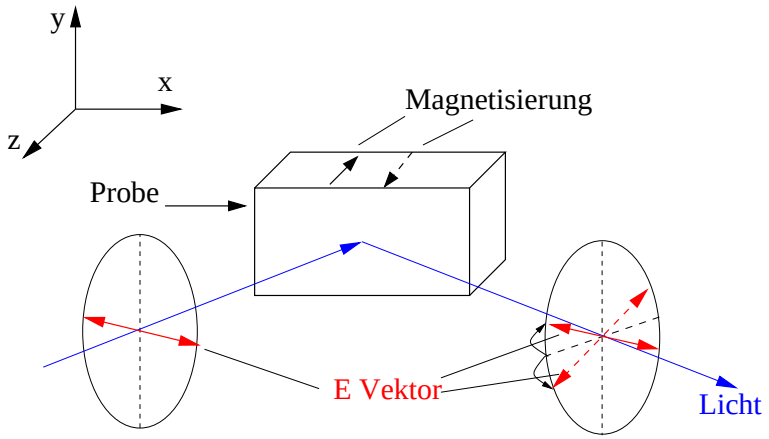

Abbildung 2.10: *Prinzip des polaren Kerr-Effekts*

Grenzschicht zu einem Medium im Magnetfeld. Dieses hat außerhalb des Magnetfeldes den Brechungsindex n'. Im Magnetfeld wird das Medium doppelbrechend und hat für die beiden Polarisationsarten $\pm$ die Brechungsindizes

$$n'_{\pm} = \sqrt{\varepsilon \pm i\varepsilon_{xy}\cos\alpha'_{\pm}}. \tag{2.109}$$

Dieser Umstand erfordert eine Zerlegung der einfallenden Welle in die Form, die die Welle im Medium hat. Die Reflexionskoeffizienten der Reflexionsmatrix $\hat{r}$ werden im Anhang A ausführlich hergeleitet. Hier soll deshalb nur auf deren Interpretation eingegangen werden.

$$r_{ss} = \frac{n\cos\alpha - \sqrt{n'^2 - nn'\sin^2\alpha}}{n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - nn'\sin^2\alpha}} \tag{2.110}$$

$$r_{ps} = r_{sp} = \frac{\varepsilon_{xy} n\cos\alpha}{n'(n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - nn'\sin^2\alpha})(n\sqrt{1 - n/n'\sin^2\alpha} + n'\cos\alpha)} \tag{2.111}$$

und

$$r_{pp} = \frac{n'\cos\alpha - n\sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha}}{n'\cos\alpha + n\sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha}}. \tag{2.112}$$

Die Reflexionsmatrix hat danach folgendes Aussehen:

$$\hat{r} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ r_{sp} & r_{pp} \end{pmatrix} \tag{2.113}$$

Die Kerr Drehung θ_K ergibt sich für s-polarisiertes Licht aus

$$\tan\theta_K = \frac{r_{sp}}{r_{ss}} \tag{2.114}$$

und für p-polarisiertes Licht aus

$$\tan\theta_K = \frac{r_{sp}}{r_{pp}}. \tag{2.115}$$

Dabei ist:

$$\frac{r_{sp}}{r_{ss}} = \frac{\varepsilon_{xy} n\cos\alpha}{n'(n\cos\alpha - \sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha})(n'\cos\alpha + n\sqrt{1-\frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha})} \tag{2.116}$$

und

$$\frac{r_{sp}}{r_{pp}} = \frac{\varepsilon_{xy} n\cos\alpha}{n'(n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha})(n'\cos\alpha - n\sqrt{1-\frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha})} \tag{2.117}$$

Da alle Elemente von $\hat{r}$ komplexwertig sind, ist auch θ_K komplexwertig. Wenn θ_K einen Imaginäranteil hat, wird aus einer ursprünglich linear polarisierten Welle nach der Reflexion eine elliptisch polarisierte Welle. Der Realteil von θ_K entspricht dann dem Winkel, den die große Achse der Ellipse gegenüber der Polarisationsebene der Einfallenden Welle hat. Der Imaginärteil entspricht der Elliptizität der reflektierten Welle.

Im Fall von p-polarisiertem Licht ändert der Realteil von θ_K beim Übergang von kleinen Einfallswinkeln zu großen sein Vorzeichen. Verursacht wird dieser Vorzeichenwechsel in θ_K bzw. in r_{sp}/r_{pp} durch den Term

$$(n'\cos\alpha - n\sqrt{1-\frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha}). \tag{2.118}$$

Dieser Term ist auch in der Reflektivität für die Ausbildung des Minimums im Pseudo-Brewsterwinkel ursächlich. Insofern ist es verständlich, daß der Vorzeichenwechsel von θ_K und der Pseudo-Brewsterwinkel fast zusammenfallen.

Der Umstand, daß in $\hat{r}$ die Koeffizienten r_{sp} und r_{ps} gleich sind führt dazu, daß θ_K, bei Einfallswinkeln, die kleiner als der Pseudo-Brewsterwinkel sind, für s- und p-polarisiertes Licht ein entgegengesetztes Vorzeichen hat. Dies führt dazu, daß bei einer entsprechenden Zusammensetzung der einfallenden Strahlung aus linear s- und p-polarisierten Licht keine Drehung der Polarisationsebene stattfindet.

2.5.3 Der longitudinale Kerr-Effekt

Beim longitudinalen Kerr-Effekt liegt das Magnetfeld in der Einfallsebene parallel zur Oberfläche. Für den Winkel γ zwischen Magnetfeld und Ausbreitungsrichtung der Welle aus Kapitel (2.3.4) und dem Einfallswinkel α gilt: $\gamma + \alpha = 90°$. Oder anders ausgedrückt: $\cos\gamma = \sin\alpha$. Wie im Kapitel 2.5.2 trifft aus einem isotropen Medium mit dem Brechungsindex n eine Welle auf eine Grenzschicht zu einem Medium im Magnetfeld. Dieses hat außerhalb des Magnetfeldes den Brechungsindex n'. Ferner soll angenommen werden, daß für die Komponenten des E-Feldes

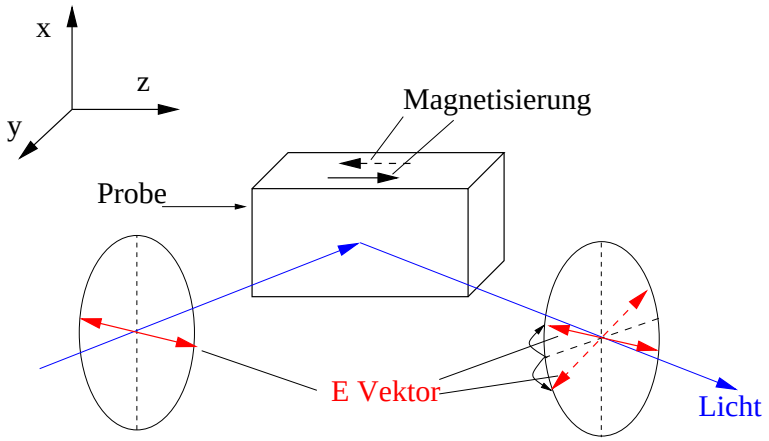

Abbildung 2.11: *Prinzip des longitudinalen Kerr-Effekts*

im Medium die Beziehung (2.84) gilt, die eine lineare Näherung in ε_{xy} ist. Für die beiden Polarisationsarten $\pm$ werden die Brechungsindizes zu:

$$n'_{\pm} = \sqrt{\varepsilon \pm i\varepsilon_{xy} \sin \alpha'_{\pm}}. \tag{2.119}$$

Die Herleitung der Reflexionskoeffizienten der Reflexionsmatrix ist im Anhang B beschrieben.

Die Koeffizienten der Reflexionsmatrix lauten:

$$r_{ss} = \frac{n \cos \alpha - n' \cos \alpha'}{n \cos \alpha + n' \cos \alpha'} \tag{2.120}$$

$$r_{ps} = -r_{sp} = -\frac{\varepsilon_{xy} n \cos \alpha \sin \alpha'}{n' \cos \alpha' (n \cos \alpha + n' \cos \alpha')(n \cos \alpha' + n' \cos \alpha)} \tag{2.121}$$

und

$$r_{pp} = \frac{n' \cos \alpha - n \cos \alpha'}{n' \cos \alpha + n \cos \alpha'}. \tag{2.122}$$

Die Reflexionsmatrix hat danach folgendes Aussehen:

$$\hat{r} = \begin{pmatrix} r_{ss} & r_{sp} \\ -r_{sp} & r_{pp} \end{pmatrix} \tag{2.123}$$

Die Kerr Drehung θ_K ergibt sich für s-polarisiertes Licht aus

$$\tan \theta_K = -\frac{r_{sp}}{r_{ss}} \tag{2.124}$$

und für p-polarisiertes Licht aus

$$\tan \theta_K = \frac{r_{sp}}{r_{pp}}. \tag{2.125}$$

Dabei ist:

$$\frac{r_{sp}}{r_{ss}} = -\frac{\varepsilon_{xy} n \cos\alpha \sin\alpha'}{n' \cos\alpha' (n\cos\alpha - n'\cos\alpha')(n\cos\alpha' + n'\cos\alpha)} \tag{2.126}$$

und

$$\frac{r_{ps}}{r_{pp}} = \frac{\varepsilon_{xy} n \cos\alpha \sin\alpha'}{n' \cos\alpha' (n\cos\alpha + n'\cos\alpha')(n\cos\alpha' - n'\cos\alpha)}. \tag{2.127}$$

Die Interpretation des komplexwertigen Winkels θ_K ist für den L-MOKE die gleiche wie für den P-MOKE. Wie beim P-MOKE ändert θ_K auch beim L-MOKE sein Vorzeichen bei p-polarisieren Licht in der Nähe des Pseudo-Brewsterwinkels. Auch hier ist der Term $(n\cos\alpha - n'\cos\alpha')$, der für die Lage des Pseudobrewsterwinkels den Hauptbeitrag liefert, für den Vorzeichenwechsel von θ_K ursächlich. Im Fall von Einfallswinkeln, die kleiner als der Pseudo-Brewsterwinkel sind, bleibt das Vorzeichen von θ_K für s- und p-Polarisation gleich. Dieser Gegensatz zum P-MOKE ist auf die entgegengesetzten Vorzeichen von r_{sp} und r_{ps} zurückzuführen.

2.5.4 Der transversale Kerr-Effekt

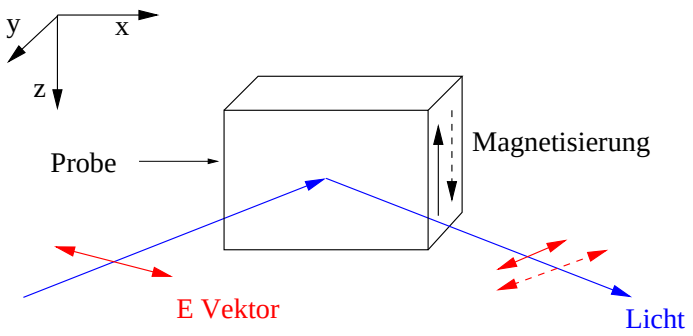

Abbildung 2.12: *Prinzip des T-MOKE.*

Beim transversalen Kerr-Effekt liegt die Oberfläche in der xz-Ebene und die einfallende Welle ist in der xy-Ebene polarisiert. Die Magnetisierung der Probe liegt parallel zur z-Achse wie in Abbildung 2.12 gezeigt wird. Der Effekt betrifft nur die Komponente r_{pp} der Reflexionsmatrix. Im folgenden haben n und n' die Form von n_1 aus Kapitel 2.3.3. Da die einfallende Welle und die reflektierte Welle sich im gleichen Medium befinden, gilt für die Berechnung des Reflexionskoeffizienten r:

$$r = \frac{|\vec{E}''|}{|\vec{E}|} = \frac{|\vec{D}''|}{|\vec{D}|} = \frac{|\vec{B}''|}{|\vec{B}|} = \frac{|\vec{H}''|}{|\vec{H}|} \tag{2.128}$$

Aus rechentechnischen Gründen wird im folgenden r aus dem D-Feld berechnet, welches im Gegensatz zum üblicherweise genommenen E-Feld, immer orthogonal

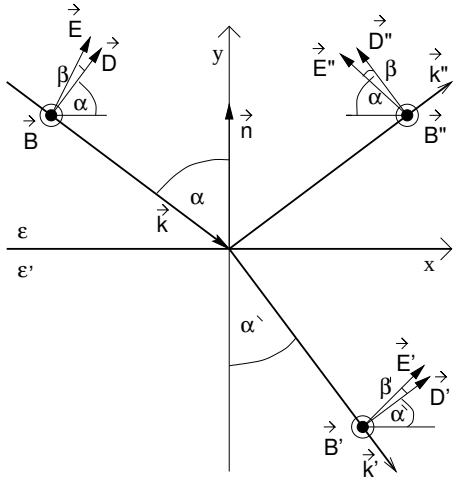

Abbildung 2.13: *Reflexion und Brechung der p-Komponente einer Welle beim T-MOKE. $\vec{E}$ und $\vec{D}$ liegen in der Zeichenebene. Während $\vec{D}$ immer senkrecht auf $\vec{k}$ steht, kann $\vec{E}$ um den komplexen Winkel β (siehe Gleichung 2.64 in Kapitel 2.3.3) gegenüber $\vec{E}$ gedreht sein*

zum Wellenvektor $\vec{k}$ steht. Es sei D die einfallende Welle, D' die transmitierte Welle und D'' die reflektierte Welle. Im folgenden steht als vereinfachende Schreibweise D für den Betrag von $\vec{D}$. Die erste Stetigkeitsbedingung (2.104) (D_y) führt zu

$$\sin\alpha(D + D'') - \sin\alpha' D' = 0. \tag{2.129}$$

Wobei α der Einfallswinkel und α' Brechungswinkel im Medium ist (siehe Abbildung 2.13). Mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes

$$n' \sin(\alpha') = n \sin(\alpha) \tag{2.130}$$

folgt

$$D' = \frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'}(D + D'') = \frac{n'}{n}(D + D'') \tag{2.131}$$

Aus der Stetigkeitsbedingung (2.106) für die Tangentialkomponente von $\vec{E}$ erhält man:

$$E_x + E_x'' - E_x' = 0 \tag{2.132}$$

Allgemein gilt

$$\vec{E} = \hat{\epsilon}^{-1}\vec{D} \tag{2.133}$$

Die x-Komponente von $\vec{E}$ läßt sich durch die Komponenten von $\vec{D}$ folgendermaßen darstellen:

$$E_x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2} D_x - \frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{xy}^2} D_y. \tag{2.134}$$

Dies in Gleichung (2.132) eingesetzt ergibt

$$\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}(D_x+D_x'')-\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}(D_y+D_y'')-\left(\frac{\varepsilon_{xx}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}D_x'-\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}D_y'\right)=0 \tag{2.135}$$

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}(D-D'')\cos\alpha-\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}(D+D'')\sin\alpha\\ -\frac{\varepsilon_{xx}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}D'\cos\alpha'+\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}D'\sin\alpha' &= 0.\end{aligned} \tag{2.136}$$

Nun wird mit Hilfe von (2.131) D' ersetzt.

$$\begin{aligned}\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}(D-D'')\cos\alpha-\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}(D+D'')\sin\alpha\\ -\frac{\varepsilon_{xx}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}\frac{n'}{n}(D+D'')\cos\alpha'+\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}\frac{n'}{n}(D+D'')\sin\alpha' &= 0\end{aligned} \tag{2.137}$$

$$\frac{D''}{D}=\frac{\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\cos\alpha-\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\sin\alpha-\frac{\varepsilon_{xx}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}\frac{n'}{n}\cos\alpha'+\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}\frac{n'}{n}\sin\alpha'}{\frac{\varepsilon_{xx}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\cos\alpha+\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}^2+\varepsilon_{xy}^2}\sin\alpha+\frac{\varepsilon_{xx}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}\frac{n'}{n}\cos\alpha'-\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'^2+\varepsilon_{xy}'^2}\frac{n'}{n}\sin\alpha'} \tag{2.138}$$

$$\frac{D''}{D}=\frac{n'\cos\alpha-n'\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}\sin\alpha-n\cos\alpha'+n\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'}\sin\alpha'}{n'\cos\alpha+n'\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}\sin\alpha+n\cos\alpha'-n\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'}\sin\alpha'} \tag{2.139}$$

Wenn α' mit Hilfe von (2.130) substituiert wird, erhält man

$$\frac{D''}{D}=\frac{n'^2\cos\alpha-n'^2\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}\sin\alpha-n\sqrt{n'^2-n^2\sin^2\alpha}+n^2\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'}\sin\alpha}{n'^2\cos\alpha+n'^2\frac{\varepsilon_{xy}}{\varepsilon_{xx}}\sin\alpha+n\sqrt{n'^2-n^2\sin^2\alpha}-n^2\frac{\varepsilon_{xy}'}{\varepsilon_{xx}'}\sin\alpha} \tag{2.140}$$

Für viele Anwendungen ist es wichtig zu wissen, unter welchem Winkel der Effekt am größten ist. Der Betrag von ε_{xy} ist in der Regel sehr viel kleiner als der von ε_{xx}. Wenn man sich den Zähler in Gleichung (2.139) anschaut, sieht man, daß die für den Effekt verantwortlichen Sinusterme dominieren können, wenn sich die beiden Cosinusterme weitestgehend aufheben. Dieser Fall wird im Pseudo-Brewsterwinkel[1], der im VUV in der Nähe von 45° liegt, realisiert. Die Reflektivität unter diesem Winkel ist im VUV sehr klein. Dies hat zur Konsequenz, daß man dort, wo der Effekt am größten ist, nur ein sehr kleines Signal hat.

Nun wird versucht ein anschauliches Bild für diesen Effekt zu geben. Es beruht auf dem Bild der schwingenden Dipole der klassischen Elektrodynamik. Es soll

[1]Der Winkel, für den die p-Reflektivität minimal wird

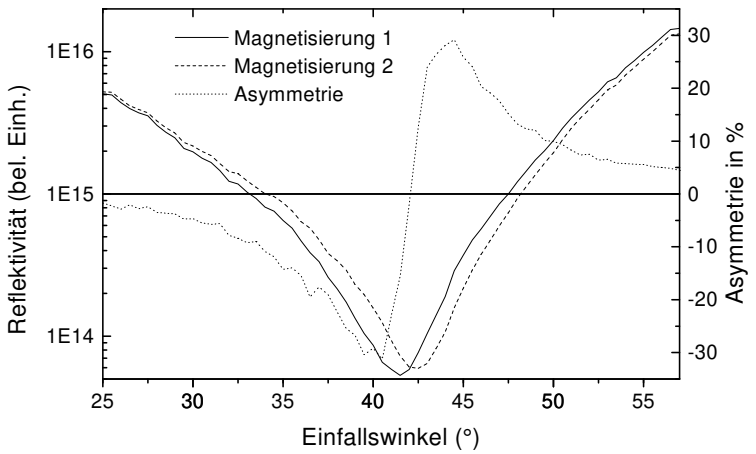

Abbildung 2.14: *Winkelspektrum an der Eisen 3p Resonanz bei 50,3eV, der die Veränderung des Pseudo-Brewsterwinkels beim T-MOKE zeigt.*

deshalb nicht als korrekte Wiedergabe quantenmechanischer Vorgänge verstanden werden. In Kapitel 2.3.3 wurde gezeigt, daß das E-Feld im magnetisierten Körper um einen komplexen Winkel β (Gleichung (2.64)) gegen das D-Feld gedreht ist. Wenn β bei gleicher Phase von ε_{xx} und ε_{xy} reell ist, wird die Vorstellung einer Drehung, der durch die einfallende Welle zur Schwingung angeregten Dipole korrekt. Dieser Fall ist in Abbildung 2.13 dargestellt. Diese anschauliche Interpretation verliert beim auseinanderlaufen der Phasen von von ε_{xx} und ε_{xy} ihre Gültigkeit, die formale mathematische Behandlung des Effekts bleibt jedoch korrekt. Da die im Medium schwingenden Elektronen für die Abstrahlung der reflektierten Welle zuständig sind, muß sich mit dem Magnetfeld auch die Winkelcharakteristik der reflektierten Welle ändern. Besonders deutlich wird dies am (Pseudo-)Brewsterwinkel, der sich, wie in Abbildung 2.14 zu sehen, um den Winkel β verschiebt. Wenn β einen imaginären Teil bekommt, wird auch das Aussehen des Minimums im Pseudo-Brewsterwinkel verändert.

2.5.5 Der T-MOKE im Schichtsystem

In diesem Abschnitt wird das Verhalten des transversalen Kerr-Effektes in Schichtsystemen behandelt. Dabei wird das in [Wol89] vorgestellte Modell für die Reflexionseigenschaften von Schichtsystemen um den transversalen Kerr-Effekt erweitert. Zunächst wird von einem idealen System ausgegangen, bei dem die Probe aus einem Substrat besteht, auf das m-1 verschiedene Schichten parallel aufgebracht wurden und die Rauhigkeit an den Grenzflächen vernachlässigt wird. Die m-1 Schichten bzw. die m Grenzflächen werden von der Oberfläche ausge-

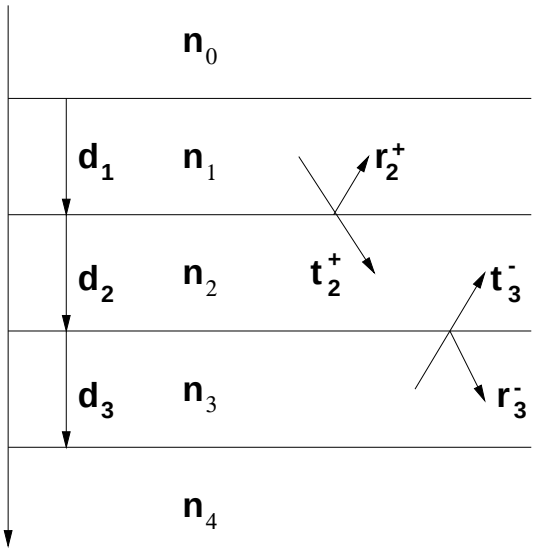

Abbildung 2.15: *Aufbau und Indizierung eines Schichtsystems*

hend in Richtung Substrat nummeriert (siehe Abbildung 2.15). Dabei habe die j-te Schicht mit dem Brechungsindex n_j die Dicke d_j.

Beim Durchgang einer elektromagnetischen Welle durch ein absorbierendes Medium muß beachtet werden, daß sich die Phase der Welle parallel mit der Ausbreitungsrichtung ändert, aber Orte gleicher Amplitude parallel zur Oberfläche liegen.

Für die Normalkomponenten der B und D Felder gelten $B + B'' = B'$ und $D + D'' = D'$. Es sind $r_p = B''/B$, $t_p = B'/B$, $r_s = D''/D$ und $t_s = D'/D$. Wobei die Indizes s und p für die Polarisation des Lichts stehen. Daraus folgt für die Transmissionskoeffizienten $t_{s,p}$

$$1 + r_{s,p} = t_{s,p} \tag{2.141}$$

Im folgenden stehen der Index + für Koeffizienten, die die Ausbreitung in Richtung des Substrats beschreiben (einfallende Welle) und der Index − steht für Koeffizienten, die in Richtung des Vakuums an der Oberfläche (Austretende Welle) benötigt werden. Nach Gleichung (2.139) ist für p-polarisiertes Licht

$$r_j^+ = \frac{n_j \cos\alpha_{j-1} - n_j \frac{\varepsilon_{xy,j-1}}{\varepsilon_{xx,j-1}} \sin\alpha_{j-1} - n_{j-1}\cos\alpha_j + n_{j-1}\frac{\varepsilon_{xy,j}}{\varepsilon_{xx,j}}\sin\alpha_j}{n_j \cos\alpha_{j-1} + n_j \frac{\varepsilon_{xy,j-1}}{\varepsilon_{xx,j-1}} \sin\alpha_{j-1} + n_{j-1}\cos\alpha_j - n_{j-1}\frac{\varepsilon_{xy,j}}{\varepsilon_{xx,j}}\sin\alpha_j}. \tag{2.142}$$

Der Reflexionskoeffizient in die entgegengesetzte Richtung ist

$$r_j^- = -\frac{n_j \cos\alpha_{j-1} - n_j \frac{\varepsilon_{xy,j-1}}{\varepsilon_{xx,j-1}} \sin\alpha_{j-1} - n_{j-1}\cos\alpha_j + n_{j-1}\frac{\varepsilon_{xy,j}}{\varepsilon_{xx,j}}\sin\alpha_j}{n_j \cos\alpha_{j-1} - n_j \frac{\varepsilon_{xy,j-1}}{\varepsilon_{xx,j-1}} \sin\alpha_{j-1} + n_{j-1}\cos\alpha_j + n_{j-1}\frac{\varepsilon_{xy,j}}{\varepsilon_{xx,j}}\sin\alpha_j}. \tag{2.143}$$

Zu bemerken ist, daß im Gegensatz zum unmagnetischen Fall die Beziehung $r_j^+ = -r_j^-$ hier nicht gültig ist, da sich die beiden Nenner unterscheiden.
Bei der Berechnung der Reflexionskoeffizienten eines Schichtsystems muß man neben der Einzelreflexion an der Grenzfläche auch Interferenzeffekte berücksichtigen. Diese entstehen durch kohärente Überlagerung von Teilwellen, die an den verschiedenen Grenzflächen reflektiert werden. Desweiteren muß auch die Absorption während des Durchgangs der Strahlung durch die Schicht berücksichtigt werden. Das hier benutzte iterative Verfahren setzt voraus, daß man ein System mit bekannten Reflexionskoeffizienten R_j hat. Dieses System wird um eine Schicht erweitert, und man erhält den Reflexionskoeffizienten R_{j-1}. Gestartet wird mit dem Reflexionskoeffizienten R_m des Substrats, für den $R_m = r_m$ gilt.

$$R_j^+ = r_j^+ + t_j^- t_j^+ \sum_{k=1}^{\infty} (R_{j+1}^+)^k \exp(2ikd_j\xi_j)(r_j^-)^{k-1} \tag{2.144}$$

Dabei ist $\xi_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j \cos\alpha_j$ die Normalkomponente des Wellenvektors $\vec{k}_j$ in der j-ten Schicht. λ ist die Vakuumwellenlänge der einfallenden Strahlung. Die Summe in Gleichung (2.144) kann als geometrische Reihe berechnet werden. Die Transmissionskoeffizienten werden nun durch die Reflexionskoeffizienten ausgedrückt. Als Ausdruck für die Rekursionsformel erhält man

$$R_j^+ = r_j^+ + \frac{(1+r_j^-)(1+r_j^+)R_{j+1}^+ \exp(2id_j\xi_j)}{1 - R_{j+1}^+ \exp(2id_j\xi_j) r_j^-} \tag{2.145}$$

Grenzflächenrauhigkeit

Im weiteren soll nun der Einfluß der Rauhigkeit auf das Reflexionsverhalten betrachtet werden. Dabei wird auf die Theorie von Beckmann und Spizzichino zurückgegriffen [Bec63]. Eine ausführliche Beschreibung dieses Modells bei der Anwendung auf Schichtsysteme findet man bei [Wol89]. Das Oberflächenprofil wird in dieser Theorie aus vielen kleinen ebenen Tangentialflächen zusammengesetzt. Diese Flächen sind mit unterschiedlichen Steigungen in verschiedenen Höhen über und unter einer mittleren Ebene angeordnet. Unter dar Annahme, daß die Krümmungsradien der Oberflächenstrukturen groß gegen die Wellenlänge des eingestrahlten Lichts ist, können Abschattungseffekte und Mehrfachreflexionen vernachlässigt werden. Im Fall einer Gauß-Verteilung des Höhenprofil mit einer rms-Rauhigkeit σ_j erhält man für die Reflektivität einer rauhen Grenzschicht:

$$R = r_j e^{-4\sigma_j^2 \xi_{j-1}^2} = r_0 e^{-\left(\frac{4\pi}{\lambda}\sigma_j \cos\alpha\right)^2}. \tag{2.146}$$

Wobei r_j die Reflektivität der glatten Grenzschicht ist. Bei Schichtsystemen mit gleichen Rauhigkeitsprofil an allen Grenzflächen, tritt dieser Intensitätsverlust ebenfalls auf.
Bei voneinander unabhängigen Rauhigkeitsprofilen an den Grenzschichten, muß

man jeden Reflexionskoeffizienten einzeln in Gleichung (2.144) berücksichtigen. Damit wird aus Gleichung (2.144)

$$R_j^+ = r_j^+ \exp(-2\sigma_j^2\xi_{j-1}^2) + t_j^- t_j^+ \sum_{k=1}^{\infty} (R_{j+1}^+)^k \exp(2ikd_j\xi_j)(r_j^- \exp(-2\sigma_j^2\xi_j^2))^{k-1}. \tag{2.147}$$

Nun wird wie oben die Summe in Gleichung (2.147) als geometrische Reihe berechnet, und man erhält

$$R_j^+ = r_j^+ \exp(-2\sigma_j^2\xi_{j-1}^2) + \frac{(1+r_j^-)(1+r_j^+)R_{j+1}^+ \exp(2id_j\xi_j)}{1 - R_{j+1}^+ \exp(2id_j\xi_j) r_j^- \exp(-2\sigma_j^2\xi_j^2)}. \tag{2.148}$$

Mit dieser rekursiven Formel lassen sich die Reflektivitäten beliebig aufgebauter Schichtsysteme unter Berücksichtigung des T-MOKE berechnen.

Kapitel 3

Der Experimentaufbau

3.1 Die Strahlführung und Monochromator

Die Messungen wurden am Reflektometermeßplatz am Strahl G1 im HASYLAB gemacht. Der Meßplatz steht an einem Ablenkmagneten von DORIS III. Nach 10,5 Metern trifft der Photonenstrahl auf einen Spiegel, der den Strahl um 4 Grad in der Horizontalen ablenkt. Dieser Spiegel ist um die vertikale Achse drehbar und kann um seine horizontale Achse verkippt werden. Nach 15 Metern trifft der Strahl auf die horizontalen und vertikalen Eintrittsblenden des Monochromators, der in Abb. 3.1 dargestellt ist. Der BUMBLE BEE Monochromator wurde von W. Jark im Rahmen seiner Dissertation [Jar85] konzipiert und aufgebaut. Im Monochromator trifft der Strahl zunächst auf einen Vorspiegel, der ihn von unten auf ein Plangitter reflektiert. Von dort gelangt das Licht auf einen Paraboloidsegmentspiegel, der es unter streifendem Einfall von 2° auf den 90 μm breiten Austrittsspalt fokussiert. Die gewünschte Photonenenergie wird durch die Stellung des Vorspiegels und des Gitters, die unabhängig voneinander verstellt werden können, ausgewählt.

3.2 Reflektometer

Der ursprüngliche Aufbau des Reflektometers wurde im Wesentlichen von H. Hogrefe konstruiert [Hog85]. Ausführliche Beschreibungen des Reflektometermeßplatzes finden sich außerdem noch bei R. Wolf [Wol89] und C. Blessing [Ble95]. Das aus dem Austrittsspalt des Monochromators austretende Licht wird mit einem Kanigen beschichteten Toroidspiegel dreifach vergrößert auf die Detektoreingangsblende abgebildet. Um aus dem Monochromator austretendes Streulicht und höhere Beugungsordnungen des Gitters zu unterdrücken, kann zwischen Toroid und Probe eine Streulichtblende und ein Transmissionsfilter gesetzt werden. Am Probenort liegt bei 125 eV etwa 90 % der Strahlintensität in einem Bereich von etwa 2,0 mm in horizontaler und 0,5 mm in vertikaler Richtung [Ble95].

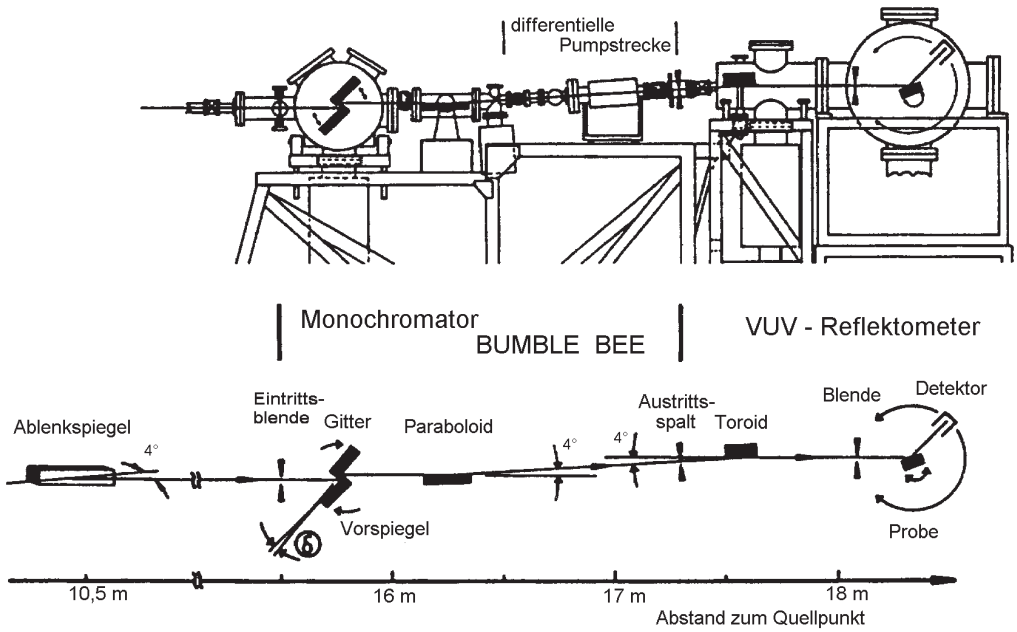

Abbildung 3.1: *Schematischer Aufbaus des Reflektometermeßplatzes (oben) und Verlauf des Strahlengangs von G1 nach [Jar85]*

Das Reflektometer wurde ursprünglich nur für Messungen in s-Geometrie konstruiert. Für diese Messungen gibt es zwei Drehschiebedurchführungen, die so montiert sind, daß die Drehachsen in der Strahlebene und senkrecht zum Strahl liegen. Auf der einen wird die Probe montiert und auf der anderen sind Detektoren montiert. Als Detektoren werden GaAsP Photodioden und Microsphere Plates (MSP) benutzt. Der Photostrom der Dioden wird mit Hilfe von Keithley 617 Elektrometern ausgelesen. Die Pulse des MSPs werden nach Verstärkung durch einen Zähler in einem CAMAC-Bus-Interfacesystem aufaddiert. Um Intensitätsschwankungen im primären Photonenstrom ausgleichen zu können, wird während jeder Messung als Referenz der Photostrom vom Toroidspiegel ebenfalls mit einem Keithley 617 Multimeter gemessen. Um diese Referenzmessung zu ermöglichen, wurde der Toroidspiegel, der das letzte spiegelnde Element vor der Probe ist, vom Rezipienten elektrisch isoliert eingebaut. Die Steuerung des Experiments geschieht mit Hilfe einer Vax 3500, die sowohl an den CAMAC Bus als auch an einen IEEE Bus angeschlossen ist. Über den CAMAC Bus werden die Zähler ausgelesen und die Schrittmotoren, die die Achsen des Reflektometers und des Monochromators bewegen, gesteuert. Am IEEE Bus sind die Keithley Multimeter und das Netzteil zur Erzeugung des Magnetfelds an der Probe angeschlossen.
Für Messungen in s-Geometrie wird die Probe so auf die Drehachse montiert,

daß ihre Oberfläche in der Strahlebene des Speicherringes liegt. Zur Messung der winkelabhängigen Reflektivität wird die Probe um die Drehachse in Richtung des einfallenden Strahls gedreht. Die Drehachse mit dem Detektor wird dabei immer so gedreht, daß der von der Probe reflektierte Strahl auf den Detektor trifft.

3.3 Polarisation

Die Charakteristik der aus dem Ablenkmagneten austretende Synchrotronstrahlung wird durch die von Ivanenko, Pomeranchuk [Pom44] und Schwinger [Sch46] [Sch49] entwickelte Theorie beschrieben. In der Strahlebene ist das austretende Licht parallel zu dieser polarisiert. Ober- und unterhalb der Strahlebene bekommt das Licht einen senkrecht zur Ringebene polarisierten Anteil hinzu, dessen Phase um $\pm\pi/2$ zum parallel austretenden Licht verschoben ist. Anders ausgedrückt: Außerhalb der Ringebene wird elliptisch polarisiertes Licht emittiert [Kun79].
Die Abstrahlcharakteristik bei einer bestimmten Photonenenergie ist sowohl von

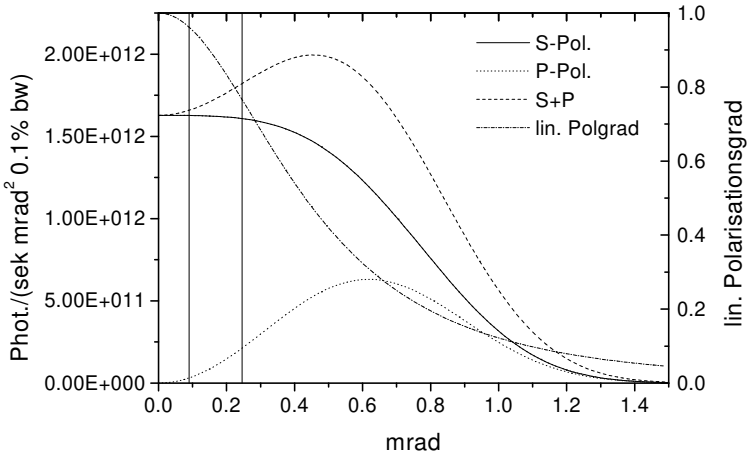

Abbildung 3.2: *Abstrahlcharakteristik des Ablenkmagneten für Photonen mit einer Energie von 50 eV. Auf der x-Achse ist der Winkel zur Horizontalen aufgetragen (Berechnet mit [Gull]). Die senkrechte Linie bei 0.25 mrad zeigt die Akzeptanz des Monochromators bei dieser Energie. Die senkrechte Linie bei 0.09 mrad zeigt welcher Winkelbereich für die Messungen an der Fe 3p-Resonanz genutzt wurde.*

der Elektronen- bzw. Positronenenergie als auch vom Magnetfeld abhängig. Die Positronen haben im DORIS III Ring eine Energie von 4,445 GeV und werden im Ablenkmagneten einem Magnetfeld von 1,218 T ausgesetzt. Als Beispiel sollen hier die Abstrahlcharakteristiken am DORIS III Ablenkmagneten für die Photonenenergie von 50 eV (Abb. 3.2) und 700 eV (Abb. 3.2) gezeigt werden, die den

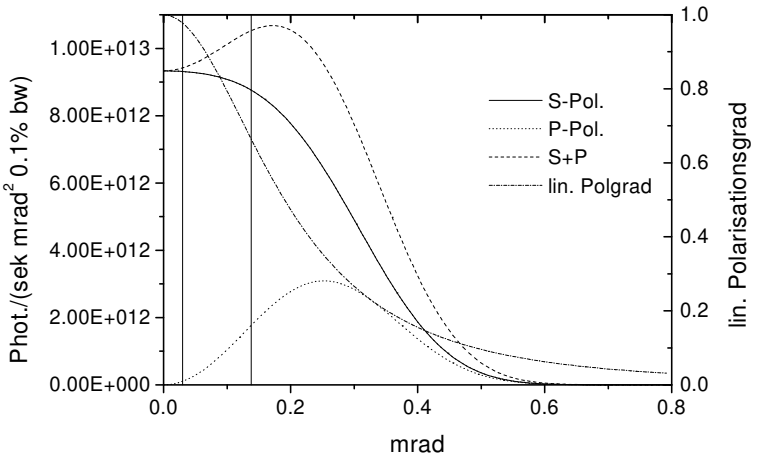

Abbildung 3.3: *Abstrahlcharakteristik des Ablenkmagneten für Photonen mit einer Energie von 700 eV(Berechnet mit [Gull]). Die senkrechte Linie bei 0.14 mrad zeigt die Akzeptanz des Monochromators. Die senkrechte Linie bei 0.03 mrad zeigt welcher Winkelbereich für die Messungen an den 2p-Resonanzen genutzt wurde.*

Energien der 3p und der 2p Resonanzen von Eisen entsprechen.
Durch die verschiedenen optischen Elemente im Strahlengang wird der Polarisationsgrad der Strahlung am Ort der Probe weiter beeinflußt. Die Polarisation der am Probenort ankommenden Strahlung wurde im Rahmen einer Diplomarbeit [Moe92] untersucht. Dabei wurde mit einem Spiegelanalysator, unter Ausnutzung der unterschiedlichen Reflektivitäten für s- und p-polarisiertes Licht, der Polarisationsgrad für Energien zwischen 70 eV und 400 eV gemessen. In Abb. 3.4 ist der lineare Polarisationsgrad P am Ort der Probe in Abhängigkeit von der Energie aufgetragen (aus [Ble95]). Dabei berechnet sich P aus den Intensitäten des horizontal polarisierten Lichts I_s und des vertikal polarisierten Lichts I_p.

$$P = \frac{I_s - I_p}{I_s + I_p} \tag{3.1}$$

Die Kurven sind für die gesammte vertikale Akzeptanz des BUMBLE BEE Monochromators gerechnet worden. Da bei den Messungen des Kerr-Effektes der Akzeptanzbereich des Monochromators durch Blenden weiter eingeschränkt wurde, sind die Werte aus der Abb. 3.4 nur als untere Schranken zu verstehen. Der tatsächliche Polarisationsgrad war besser. Für die Messungen an der Eisen 3p Resonanz (um 50 eV) kann man davon ausgehen, daß die Polarisation besser als 99% ist.

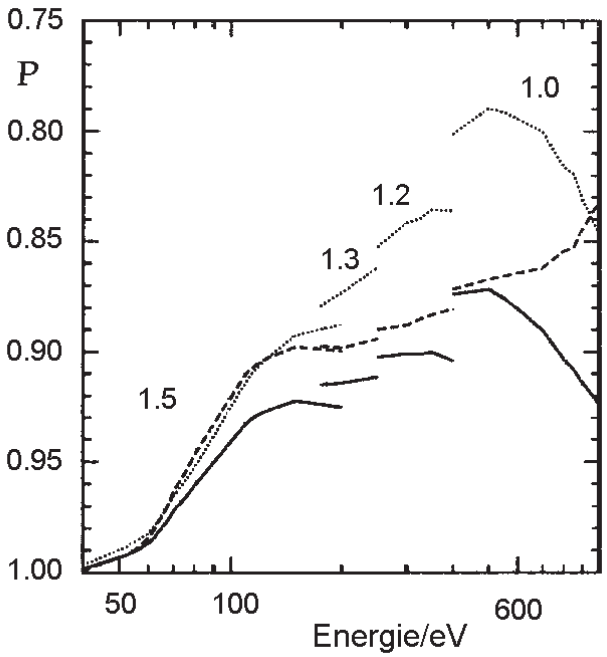

Abbildung 3.4: *Linearer Polarisierungsgrad P der auf die Probe einfallenden Strahlung bei idealer (durchgezogene Linie) und um +1 mm (gestrichelte Linie) bzw. -1 mm (gepunktete Linie) verschobener Strahllage (aus [Ble95]). Zu beachten ist, daß die Polarisation in dieser Darstellung nach unten größer wird.*

3.4 Aufbau für den transversalen Kerr-Effekt

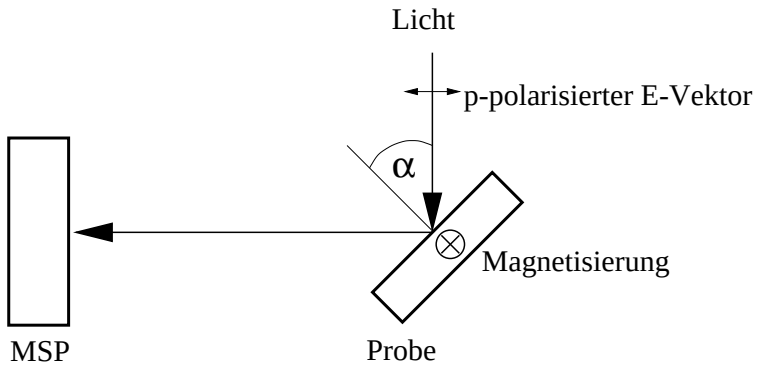

Abbildung 3.5: *Meßaufbau beim transversalen Kerr-Effekt.*

Bei den sonst üblichen Messungen am Reflektometer wird die Probe so eingebaut, daß das Licht auf der Probe s-polarisiert ist. Im Gegensatz dazu, wird für

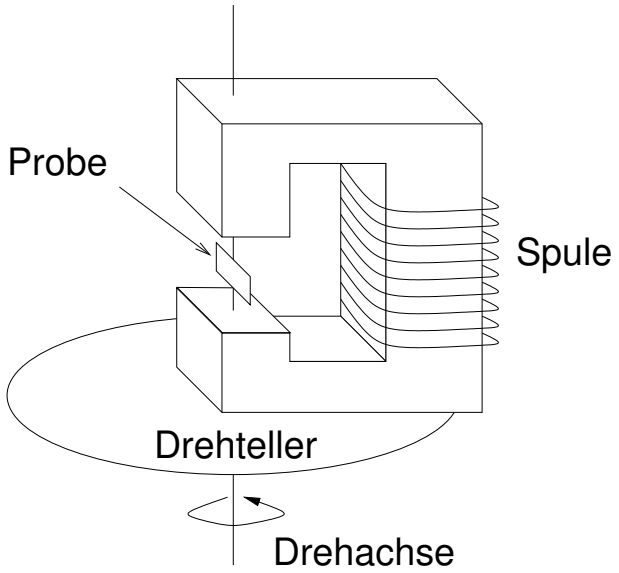

Abbildung 3.6: *Probenhalterung beim transversalen Kerr-Effekt.*

die Messungen des transversalen Kerr-Effekts p-polarisiertes Licht auf der Probe benötigt (siehe Abbildung 3.5). Die vorhandenen Proben- und Detektorrotationsachsen sind für Messungen gebaut worden, bei denen der E-Vektor senkrecht zur Einfallsebene, also in s-Geometrie, liegt. Da die Richtung des E-Vektor des einfallenden Lichts nicht gedreht werden kann, mußten einige Umbauten am Reflektometer vorgenommen werden, damit auch in p-Geometrie gemessen werden konnte. Die Drehachsen der Probe und des Detektors müssen für die Messung des transversalen Kerr-Effekts in der Vertikalen stehen. Auf die Achse des Probenhalters wurde ein Drehteller gesetzt, der mit einem UHV tauglichen Schrittmotor angetrieben wurde. Die Probe konnte nun mit dem Teller um eine vertikale Achse gedreht werden (siehe Abbildung 3.6). Für den Detektor wurde oben auf das Reflektometer eine weitere Drehschiebeachse montiert. Durch sie konnte der Detektor, von oben gehalten, unabhängig von der Probe bewegt werden.
Das für die magnetooptischen Messungen wichtige Magnetfeld, das am Meßort in der Vertikalen liegen muß, wurde durch eine Spule mit Eisenjoch erzeugt. Dieses wurde so auf dem Teller befestigt, daß die Oberfläche der Probe, die im Joch gehaltert wurde, auf der Drehachse des Tellers lag. Vor der Messung wurde mit Hilfe einer Hallsonde das zu einer Stromstärke korrespondierende Magnetfeld bestimmt, um eine Umrechnung von Stromstärke in Magnetfeldstärke zu ermöglichen. Der durch die Spule fließende Strom wurde während der Messung vom Meßrechner kontrolliert.

3.5 Aufbau für den longitudinalen Kerr-Effekt

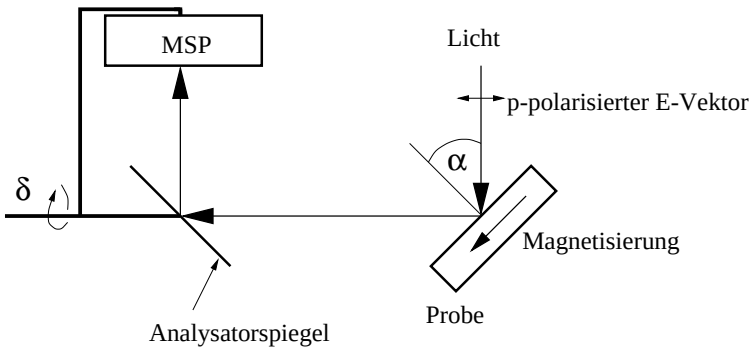

Abbildung 3.7: *Schematische Zeichnung des Aufbaus zur Messung des longitudinalen Kerr-Effekts*

Für die Messungen des longitudinalen Kerr-Effekts wurde wie für die Messungen des transversalen Kerr-Effekts die Probe in p-Geometrie eingebaut. Der UHV taugliche Schrittmotor mit dem Teller wurde bei diesen Messungen für die Polarisationsanalyse gebraucht. Daher wurde die Probe im Gegensatz zu den Messungen des transversalen Kerr-Effekts fest eingebaut. Das heißt, daß die Probe für jeden gemessenen Einfallswinkel ausgebaut werden mußte. Die Richtung des Magnetfelds lag bei den Messungen des longitudinalen Kerr-Effekts in der Horizontalen. Da sich beim longitudinalen Kerr-Effekt die Polarisationsebene dreht, reicht es bei der Messung diese Effektes nicht aus, einfach die Intensität des reflektierten Strahls oder die Anzahl der emittierten Elektronen zu messen. Vielmehr muß die Polarisationsebene des reflektierten Lichts mit einem Polarisationsanalysator bestimmt werden. Wie in Kapitel 3.3 ausgeführt, ist der monochromatisierte Strahl, der auf die Probe fällt, im Bereich der 3p-Resonanz von Eisen (ca. 50eV) besser als 99% linear polarisiert (siehe Abb. 3.4). Eine Methode die Polarisationsebene im weichen Röntgenbereich zu messen, ist die Reflexion des Lichtstrahls an einem Spiegel, der unter dem Pseudo-Brewsterwinkel oder dem 2. Brewsterwinkel[1] getroffen wird. Wenn dieser Spiegel um die Strahlachse gedreht wird, reflektiert er das einfallende Licht gut, wenn die Schwingungsebene des E-Feldes senkrecht zur Einfallsebene des Strahls steht (s-Polarisation). Wenn die Schwingungsebene parallel zur Einfallsebene liegt (p-Polarisation), ist die Reflektivität sehr viel geringer. Durch die Lage des Reflektivitätsmaximums in Abhängigkeit des Drehwinkels, läßt sich die Polarisationsebene bestimmen. Realisiert wurde dieser Aufbau, indem der Polarisationsspiegel auf einem Drehteller montiert wurde. Dieser wurde mit Hilfe eines UHV-Schrittmotors um die Achse des von der Probe reflektierten Strahls gedreht. Der Teller war an der von oben ins Reflek-

[1] Der Winkel, für den das Verhältnis R_s/R_p maximal wird

tometer eingebauten Drehschiebedurchführung befestigt und konnte mit dieser justiert werden.
Diese Methode hat jedoch den Nachteil, daß das Licht zweimal reflektiert werden

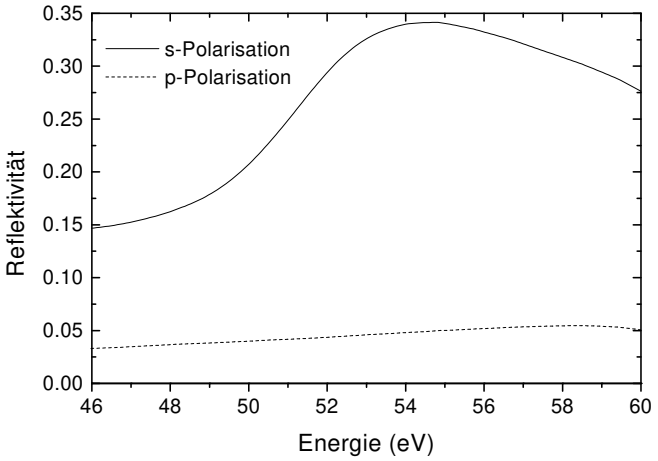

Abbildung 3.8: *Reflektivität des Polarisierungsspiegels in s- und p-Geometrie im Energiebereich der Eisen 3p-Resonanz. Einfallswinkel:* 45°. *Berechnet nach [Hen93] und [Sou97]*

muß, bevor es detektiert wird. Durch die zwei Reflexionen unter großem Winkel, wird die Intensität des Lichts, welche am MSP gemessen wird, stark geschwächt. Deshalb wurde ein Spiegel für den Polarisationsanalysator benötigt, der unter 45° im Bereich der 3p Resonanzen der 3d Übergangsmetalle eine hohe Reflektivität hat. Hohe Reflektivitäten werden in diesem Energiebereich durch Multilayerspiegel erreicht, deren Schichtperioden so gewählt werden, daß der Braggpeak bei der gewünschten Energie liegt. Ein solcher Multilayerspiegel wurde freundlicher weise von E. Louis, vom FOM Institute for Plasma Physics in Rejnhuizen, zur Verfügung gestellt. Die Reflektivität im Braggpeak eines Multilayers nimmt mit der Anzahl der Schichten zu. Gleichermaßen nimmt aber auch die Breite des Braggpeaks mit der Anzahl der Schichten ab. Deshalb mußte für den verwendeten Spiegel ein Kompromiß zwischen Reflektivität auf der einen und Energiebandbreite auf der anderen Seite gefunden werden. Als Resultat dieser Überlegungen ist ein Spiegel entstanden, der aus 4 Perioden Mo/Si auf einem Si-Wafer besteht. Die Schichtperiode ist 18,5 nm mit einem Verhältnis von $\Gamma = 0,3$. Die Reflektivitäten für s- und p-polarisiertes Licht unter einem Einfall von 45° sind in Abb. 3.8 dargestellt. Man kann sehen, daß der Braggpeak etwa den gesamten Bereich der Fe 3p Resonanz abdeckt. Für Messungen an Co oder Ni kann dieser Spiegel auch genutzt werden, wenn man den Einfallswinkel vergrößert und dadurch den Braggpeak zu höheren Energien verschiebt.

Kapitel 4

Messung des longitudinalen Kerr-Effekts

4.1 Die Probe

Die Messungen wurden an einem Eisen Rahmenkristall vorgenommen. Dieser hat eine Kantenlänge von 15 mm. Die Schenkel des Rahmens haben einen Querschnitt von $3 \times 3\ mm^2$. Dieser wurde durch Drahterosion aus einem [100] orientierten Eisen Einkristall geschnitten. Anschließend wurde er in einem aufwändigen Prozeß gereinigt [Tre95]. Dem Einkristall sind 5,7 At.%[1] Silizium beigemengt worden, damit bei der Herstellung ein Übergang der ferromagnetischen α-Phase (bcc-Kristallstruktur) in die diamagnetische γ-Phase (fcc-Gitter) verhindert werden konnte. Zwei der Schenkel des Kristalls sind mit einer Tantal-Spule umgeben, mit der die Magnetisierung im Kristall beeinflußt werden kann (siehe Abbildung 4.1). Unter der Annahme, daß es sich bei dem Kristall um einen Einkristall handelt, sollte nach Anlegen eines genügend großen Magnetfelds, bzw. Stroms durch die Spule im Kristall ein Zustand erreicht werden, der aus nur vier magnetischen Domänen in den jeweiligen Schenkeln des Rahmenkristalls besteht. Die Domänen verändern sich nicht, wenn das angelegte Magnetfeld ausgeschaltet wird, bzw. der Strom in der Spule nicht mehr fließt. Durch Umpolung der Stromrichtung werden die Richtungen der vier magnetischen Domänen umgedreht.

4.2 Das Meßverfahren

Der Kristall wurde unter einem festen Einfallswinkel auf der Probenachse des Reflektometers montiert. Dabei wurde der einfallende p-polarisierte Strahl vom unteren Schenkel des Rahmens reflektiert. In diesem Schenkel liegt das Magnetfeld in der der Einfallsebene des Strahls, wie es für die Beobachtung des longitu-

[1] 1.95 At.% $\hat{=}$ 1 Gew.%

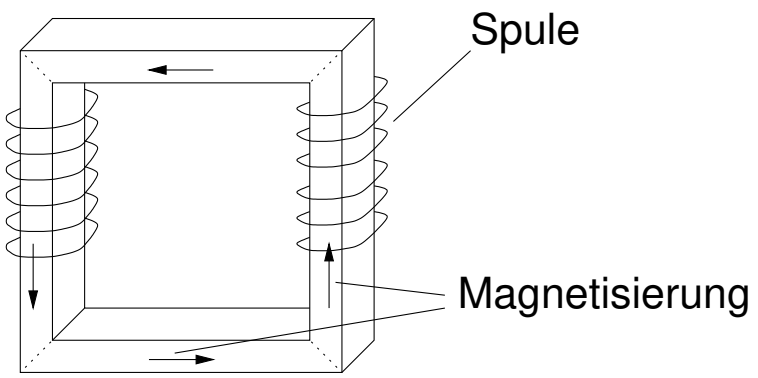

Abbildung 4.1: *Der Rahmenkristall mit den Magnetisierungsspulen und den vier magnetischen Domänen*

dinalen Kerr-Effekts Voraussetzung ist.

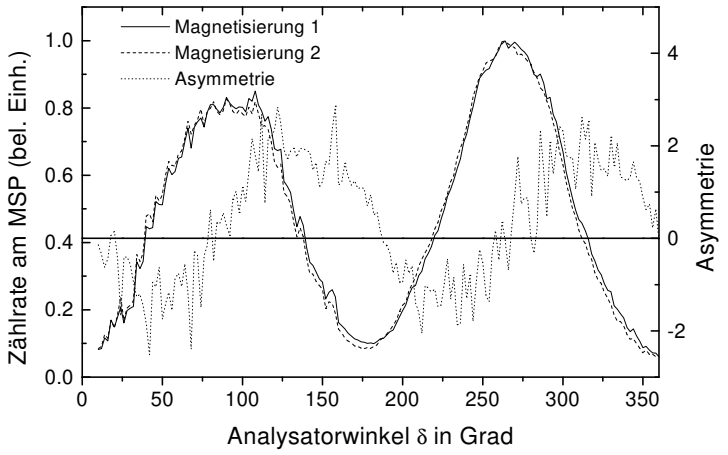

Abbildung 4.2: *Rotationsspektrum des Polarisators bei 50 eV und einem Einfallswinkel von* 46° *auf die Probe*

Es wird angenommen, das die Polarisationsebene des von der Probe reflektierten Strahls um den Winkel ϕ gedreht wurde. Somit ergibt sich für die Intensitäten I_s und I_p:

$$I_s = I_0 Re\left(\frac{r_{ps}}{r_{pp}}\right), \tag{4.1}$$

$$I_p = I_0 Im\left(\frac{r_{ps}}{r_{pp}}\right). \tag{4.2}$$

I_0 ist die Gesamtintensität des reflektierten Strahls. Zur Untersuchung der Polarisationsebene wurde bei einer bestimmten Energie der Drehwinkel δ des Analysators verändert und das am Microsphere Plate (MSP) ankommende Signal für beide Magnetfeldrichtungen gemessen. Auf diese Weise bekommt man für jede Magnetfeldrichtung eine Kurve der Form:

$$f_{1,2}(\delta) = (I_s R_s + I_p R_p)\sin^2(\delta \pm \phi) + (I_s R_p + I_p R_s)\cos^2(\delta \pm \phi). \tag{4.3}$$

Dabei entspricht $f_{1,2}$ den Zählraten für die beiden Magnetisierungsrichtungen. R_s und R_p sind die Reflexionskoeffizienten des Analysatorspiegels.
Beide Kurven sind um den doppelten Drehwinkel ϕ der Polarisationsebene verschoben. Um den Effekt von Strahllageschwankungen und ähnlichen Störungen auf die Differenzkurve zu verringern, wurde bei längeren Messungen die Probe alle 20s ummagnetisiert. Durch diese Maßname ist die Qualität der Differenzkurven besser, als es die Einzelspektren vermuten lassen. Fluktuationen in Zeitbereichen, die länger als 20 Sekunden sind, wirken sich durch die Ummagnetisierung auf beide Spektren gleichermaßen aus. Ein ähnlicher Effekt, der sich kaum auf die Differenz der beiden Kurven auswirkt, kommt durch Inhomogenitäten des MSPs zustande. Bei nicht perfekter Justierung wird bei jedem Analysatorwinkel ein leicht unterschiedlicher Ort auf dem MSP getroffen. Ein Effekt, der ebenfalls auf eine nicht perfekte Justierung des Analysators zurückzuführen ist, ist die unterschiedliche Höhe der Amplituden bei den Winkel von $\delta = 90°$ und $\delta = 270°$.
Ein komplettes Winkelspektrum um 360° dauerte aufgrund der niedrigen Reflektivität etwa 4 Stunden. Daher war es nicht möglich bei jedem Einfallswinkel α und jeder Photonenenergie, ein komplettes Winkelspektrum aufzunehmen. Im folgenden soll gezeigt werden, daß dies auch nicht unbedingt notwendig ist. Die Differenz der beiden Kurven ist bei den den Winkeln δ des Analysators von 45°, 135°, 225° und 315° am größten.

$$f_{1,2}(45°) = (I_s R_s + I_p R_p)\frac{1}{2}(1 \pm \sin 2\phi) + (I_s R_p + I_p R_s)\frac{1}{2}(1 \mp \sin 2\phi) \tag{4.4}$$

Die Differenz von f_1 und f_2 ergibt

$$f_1(45°) - f_2(45°) = (I_s - I_p)(R_s - R_p)\sin(2\phi) \tag{4.5}$$

Um Gleichung (4.5) nach ϕ aufzulösen werden einige Näherungen gemacht. Es wird angenommen, daß I_p klein gegen I_s ist. Weiter ist ϕ klein.

$$2\phi(180/\pi) \approx \frac{f_1(45°) - f_2(45°)}{f_1(45°) + f_2(45°)}\left(1 + \frac{R_p}{R_s}\right) \tag{4.6}$$

Um den Drehwinkel ϕ zu bekommen, muß man nicht einen komplettes Winkelspektrum um 360° messen. Es reicht, eine Messung bei 45° aufzunehmen. In Abbildung 4.3 sind zwei Energiespektren zu sehen, die bei einer Analysatorstellung von 45° aufgenommen wurden. Ebenfalls ist dort der nach Gleichung (4.6)

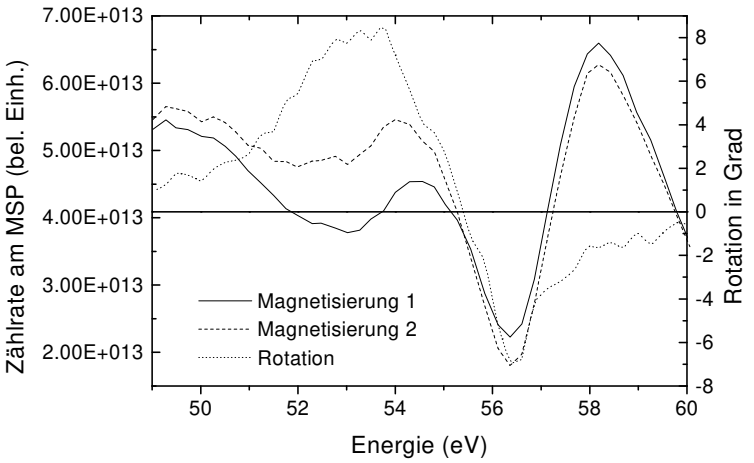

Abbildung 4.3: *Anregungsspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einem Einfallswinkel von* 46° *auf die Probe. Der Analysator stand bei* 45°*. Zu sehen ist auch die aus dem Anregungsspektren berechnete Drehung.*

berechnete Drehwinkel des reflektierten Strahls zwischen beiden Magnetisierungen dargestellt.
Um Ungenauigkeiten bei nicht perfekter Justierung des Analysators auszugleichen, wurde für die Bestimmung des Drehwinkels ϕ immer eine Mittelung über vier Messungen bei Analysatorstellungen von 45°, 135°, 225° und 315° vorgenommen.

Um sicherzustellen, daß die gemessenen Intensitätsschwankungen auf eine Drehung der Polarisationsebene zurückzuführen sind, wurde bei jedem Einbau ein Spektrum bei einer Analysatorstellung von 90° genommen. Bei dieser Stellung hat die Kerrdrehung nur einen minimalen Einfluß auf die Signalintensität. Falls im beleuchteten Ort der Probe Bereiche vorhanden sind, die senkrecht zur Einfallsebene magnetisiert sind, würden sich diese durch den T-MOKE in Form von Intensitätsänderung bemerkbar machen.

4.3 Meßergebnisse an der Eisen-3p-Resonanz

In den Abbildungen 4.4 bis 4.7 ist der Drehwinkel der Polarisationsebene zwischen den beiden Magnetfeldrichtungen im Bereich der Eisen 3p-Resonanz dargestellt. Auffällig ist dabei, daß die Spektren für Einfallswinkel kleiner als 40° einen entgegengesetzten Verlauf zu den Spektren mit einem Einfallswinkel größer als 44° haben. Das Spektrum bei einem Einfallswinkel von 40° zeigt den Übergangsbereich. Dies ist zu verstehen, wenn man beachtet, daß in der Nähe von

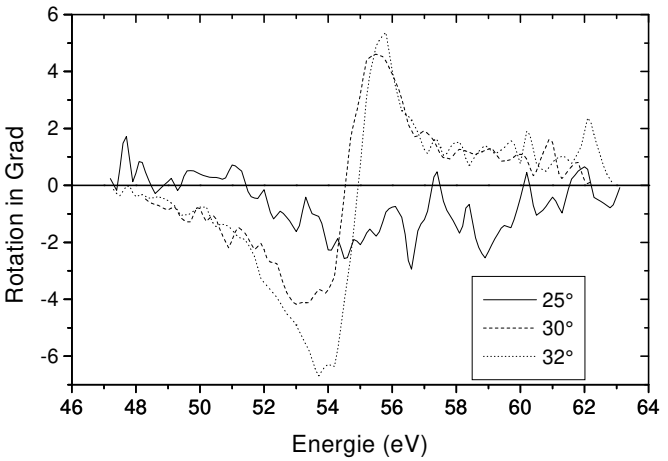

Abbildung 4.4: *Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von* 25°, 30° *und* 32° *im Bereich der 3d-Resonanz.*

45° der Pseudo-Brewsterwinkel liegt, bei dem eine Komponente des reflektierten E-Vektors einen Phasensprung um π macht. In Abbildung 4.8 ist die gesamte Winkel- und Energieabhängigkeit an der 3p Resonanz dargestellt. Hier wird deutlich, daß die Kurve im Wesentlichen zwei Nulldurchgänge hat: Einen energieabhängigen und einen winkelabhängigen. Der Winkelabhängige Nulldurchgang liegt wie in Kapitel 2.5.3 erörtert in der Nähe des Brewsterwinkels.

Der Winkel an dem die Kerrdrehung maximal wird liegt ebenfalls in der Nähe des Pseudo-Brewsterwinkels. Die Kerrdrehung ist etwa um eine Größenordnung größer als im sichtbaren Spektralbereich, wo der Drehwinkel für Eisen unterhalb von einem Grad liegt [Jud68]. Im sichtbaren Spektralbereich ist die Überhöhung der Kerrdrehung in der Nähe des Brewsterwinkels sehr viel geringer als im VUV. Der Grund hierfür liegt an dem relativ hohen Absorptionskoeffizient von Metallen in diesen Spektralbereich. Durch diesen wird das Minimum des Pseudobrewsterwinkel viel stärker unterdrückt als im VUV.

Die Nutzbarkeit der großen Drehwinkel im VUV wird jedoch durch die geringe Reflektivität in der Nähe des Pseudo-Brewsterwinkels eingeschränkt. Bei der Verwendung des L-MOKE zur Charakterisierung magnetischer Eigenschafen von Proben, muß man wohl einen Kompromiß zwischen Drehwinkel und Signalintensität schließen.

Weiter wurde gezeigt, daß im VUV in p-Polarisation die Drehung in der Nähe des Brewsterwinkels am größten ist. Dies ist von Bedeutung, da im sichtbaren Spektralbereich häufig bei streifenden Winkeln gemessen wird. Diese große Drehamplitude erkauft man sich allerdings mit dem Nachteil, daß das die Reflektivität in der Nähe des Brewsterwinkels sehr klein ist.

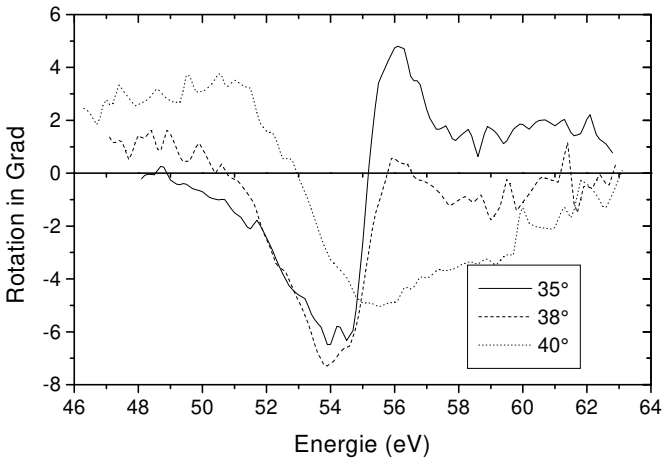

Abbildung 4.5: *Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von* 35°, 38° *und* 40° *im Bereich der 3d-Resonanz.*

Die Nutzung des Polarisationsanalysators kann von Vorteil sein, wenn man die Lage der Magnetisierung in der Probe nicht kennt. Bei einer Analysatorstellung von 90° kann man T-MOKE Messungen machen. Bei einer Stellung von 45° würde man zusätzlich den L-MOKE messen. Durch die Auswertung der beiden Differenzspektren kann dann die Lage der Magnetisierung parallel und senkrecht zur Einfallsebene, bestimmt werden.

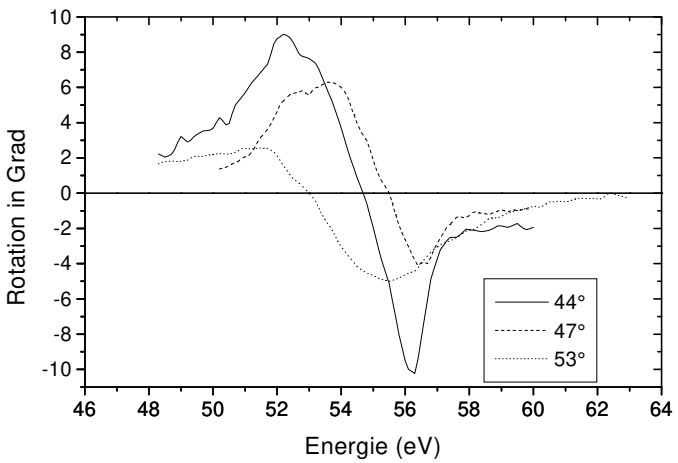

Abbildung 4.6: *Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von* 44°, 47° *und* 53° *im Bereich der 3d-Resonanz.*

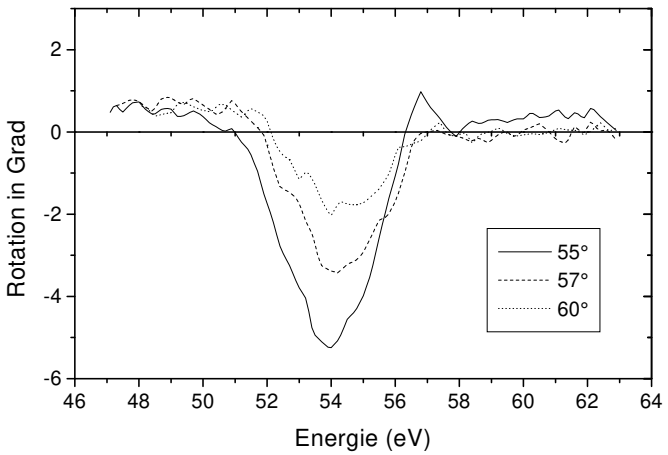

Abbildung 4.7: *Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen bei Einfallswinkeln von* 55°, 57° *und* 60° *im Bereich der 3d-Resonanz.*

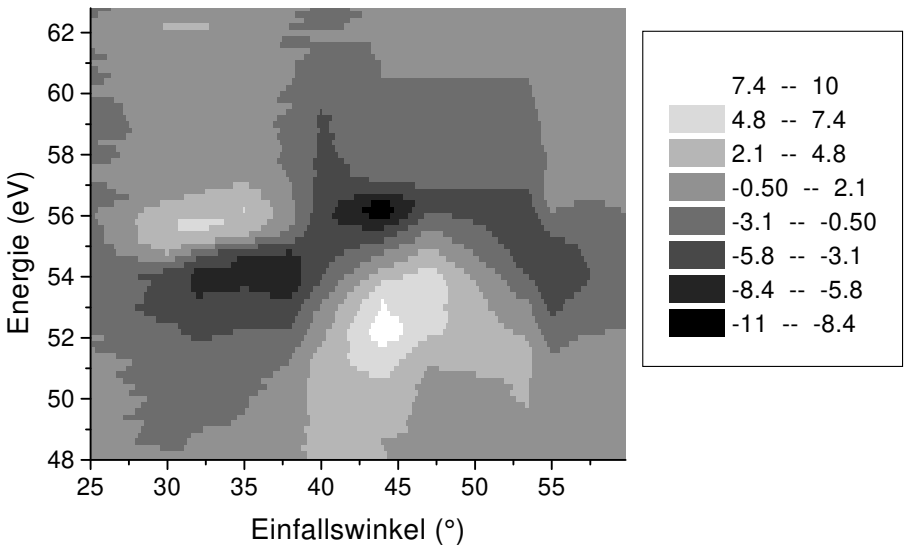

Abbildung 4.8: *Drehwinkel zwischen beiden Magnetfeldrichtungen in Abhängigkeit von Energie und Einfallswinkel im Bereich der 3d-Resonanz.*

Kapitel 5

Magnetische Schichtsysteme

5.1 Magnetische Kopplungen

Gegenstand dieses Kapitels sind Schichtsysteme, die aus zwei Eisenschichten bestehen, deren magnetischen Momente über eine dünne Chromschicht koppeln. Je nach Dicke der Chromschicht koppeln die Momente parallel (ferromagnetische Kopplung) oder antiparallel (antiferromagnetische Kopplung).
Massives Chrom hat eine antiferromagnetische Struktur, bei der die Momente von einer Monolage zur nächsten antiparallel stehen [Gru93]. Überlagert wird diese von einer Amplitudenmodulation von etwa 26 Monolagen. Wenn zwei Eisenschichten durch eine dünne Chromschicht getrennt sind, koppeln die magnetischen Momente dieser beiden Schichten über die Chromschicht miteinander. Die magnetischen Momente der Eisenschicht liegen parallel zur Ausrichtung der Spinrichtung der benachbarten Chromatome. Da jede Monolage Chrom antiparallel zu ihren Nachbarschichten liegt, erhält man für eine ungerade Anzahl von Chromlagen eine ferromagnetische Kopplung. Für eine gerade Anzahl von Chromlagen erhält man eine antiferromagnetische Kopplung.
Durch ein von außen angelegtes Magnetfeld kann die Kopplung der Eisenschichten durch das Chrom aufgebrochen werden und eine Ausrichtung parallel zum angelegten Magnetfeld erzwungen werden. In Abbildung 5.1 ist die Sättigungsfeldstärke H_s in Abhängigkeit der Dicke der Chromschicht aufgetragen. H_s als Maß der Kopplung gibt die Feldstärke an, die gebraucht wird, um die beiden Schichten parallel zum Magnetfeld auszurichten. Bei gleich dicken Eisenschichten wird davon ausgegangen, daß die Schicht, die auf dem Substrat liegt, eine etwas größere Koerzitivfeldstärke hat als die, die an der Oberfläche liegt [Gru93].
Falls die Chromschicht nicht atomar glatt ist, sondern eine kleine Rauhigkeit aufweist und sich so größere Bereiche bilden, in denen eine Monolage nur teilweise vorhanden ist, kann es auch zu einer 90° Kopplung kommen, bei der die magnetischen Momente der beiden Schichten einen Winkel von 90° zueinander haben. An den Stellen dieser monoatomaren Stufen müßten sich eigentlich in einer der

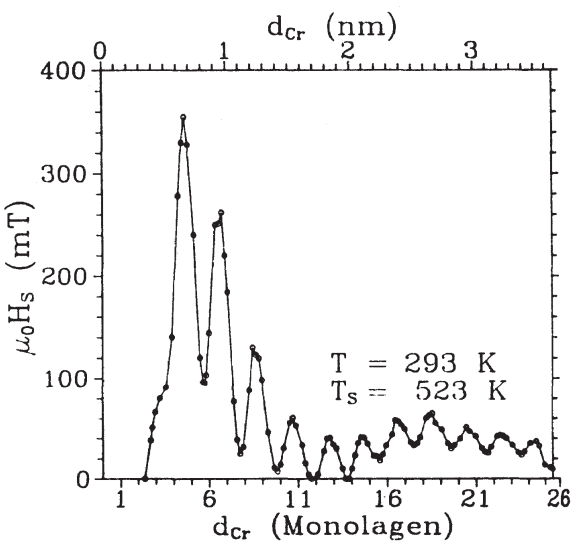

Abbildung 5.1: *Sättigungsfeldstärke H_s eines Fe-Cr-Fe Schichtsystems in Abhängigkeit der Dicke der Chromschicht. T ist die Temperatur der Probe während der Messung und T_s ist die Temperatur während der Herstellung der Probe (aus [Gru93a]).*

Eisenschichten Domänenwände bilden. Energetisch günstiger ist es jedoch, wenn sich ein Kompromiß zwischen ferro- und anti-ferromagnetischer Kopplung bildet. Hierfür ist es erforderlich, daß sich in der Chromschicht Domänen bilden, die je nach Anzahl der Chrommonolangen rechts oder links drehende Spinschrauben bilden, wie es in Abbildung 5.2 zu sehen ist.

Die Rauhigkeit wird entscheidend durch die Temperatur der Probe während des Aufdampfens beeinflußt. Bei 523 K bekommt man sehr glatte Oberflächen, bei Raumtemperatur hingegen werden die Grenzflächen relativ rauh. Für den Fall, daß die Rauhigkeit zwischen den Schichten noch größer ist, wird die Spindichtewelle des Chroms maßgeblich. Die Periodizität der Cr-Spinstruktur beträgt nämlich nicht 2 ML sondern 2,11 ML. Diese etwa 5% Abweichung von der Konsumerabilität sorgt für eine Spindichtewelle, die man als eine Schwebung zwischen der Kristall- und der antiferromagnetischen Spinstruktur mit unterschiedlichen Gitterkonstanten betrachten kann [Zab99]. Diese Spindichtewelle wiederum ist die Ursache für eine langperiodische Oszillation der Kopplungsstärke, die in Abbildung 5.3 dargestellt wird. Schon in Abbildung 5.1 ist diese langperiodische Oszillation als Überlagerung der kurzperiodischen (2 ML) zu sehen.

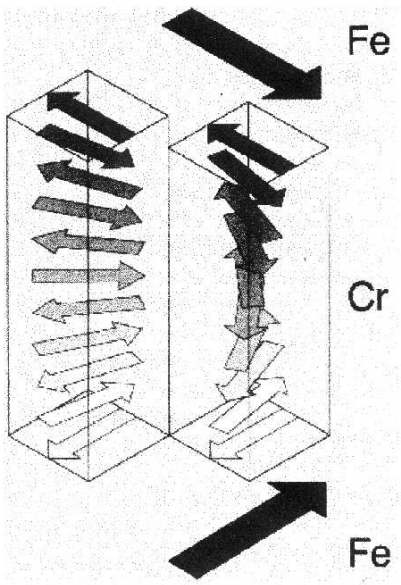

Abbildung 5.2: *Kopplung durch gegensinnig drehende Spinnschrauben in der Chromschicht (aus [Fis98]). Der linke Bereich besteht aus 11 Chromlagen, der rechte Bereich hingegen besteht nur aus 10 Lagen.*

5.2 Ortsabhängige Messungen mit dem transversalen Kerr-Effekt am Fe-Cr-Fe Keil

Nachdem in [Pre99] die Winkelabhängigkeit des T-MOKE an der Eisen-3p-Resonanz vermessen wurde, war das nächste Ziel, mit diesem Effekt lateral inhomogene Proben zu untersuchen. Der erste Nachweis, daß der T-MOKE im VUV für ortsauflösende Messungen nutzbar ist, wurde am Reflektometer an einer Fe-Cr-Fe Struktur erbracht. Inzwischen wird der T-MOKE am Hamburger Röntgenmikroskop als kontrastgebendes Verfahren zu verwendet [Fri99].
Die untersuchte Probe wurde freundlicherweise von F. Voges vom Institut für Festkörperforschung im Forschungszentrum Jülich zur Verfügung gestellt. Sie besteht aus einem Schichtsystem, welches auf einem GaAs-Wafer mit Hilfe einer MBE-Anlage aufgewachsen wurde. Sie ist etwa 6 mm breit und 15 mm lang und entlang der (100) Ebene des GaAs-Wafers gebrochen. Sie hat von unten nach oben folgenden Aufbau:

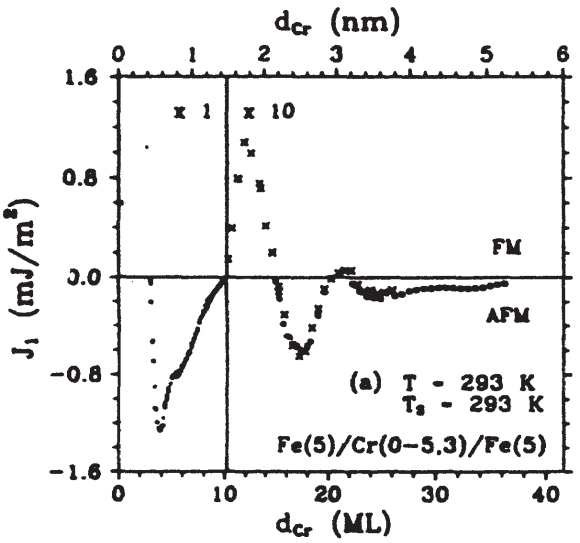

Abbildung 5.3: *Zwischenschicht-Austauschkopplung in Abhängigkeit der Chromzwischenschichtdicke. T ist die Temperatur der Probe während der Messung und T_s ist die Temperatur während der Herstellung der Probe (aus [Wol93]).*

Substrat	GaAs(100)
10 Å	Fe
1500 Å	Ag
100 Å	Fe
0 - 32 Å	Cr
100 Å	Fe

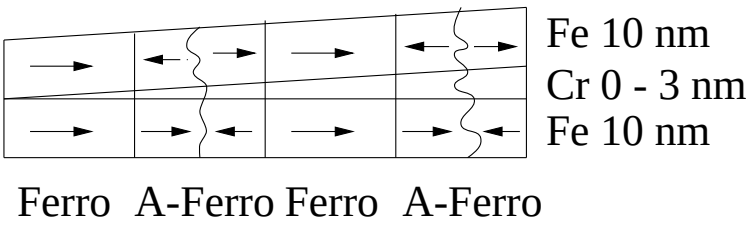

Abbildung 5.4: *Magnetische Kopplung der beiden Eisenschichten in Abhängigkeit von der Chromdicke.*

Die unterste 10 Å dicke Eisenschicht sorgt dafür, daß das Silber epitaktisch auf dem GaAs aufwächst. Die 1500 Å dicke Silberschicht wird benötigt, um die Oberfläche beim Wachstum zu glätten. Auf dem unmagnetischen Silber wächst die erste relevante 100 Å dicke Eisenschicht auf. Die Gitterkonstanten von Silber (fcc, $a_{Ag} = 4{,}09$ Å) und Eisen (bcc, $a_{Fe} = 2{,}87$ Å) haben ein solches Verhältnis

zueinander, daß die Ausrichtung des Eisengitters um 45° zum Silbergitter gedreht ist. Das Verhältnis der Gitterkonstanten von Silber und GaAs (Zinkblende $a_{GaAs} = 5,65$ Å) ist ähnlich wie das von Eisen zu Silber. Hier wächst das Silber unter 45° gedreht auf dem GaAs. Ohne diesen Silberpuffer würde das Eisen mit sehr vielen Versetzungen auf dem GaAs-Wafer aufwachsen und die Grenzflächen würden so rauh werden, daß man keine Kopplungseffekte sehen würde [Bin89]. Die (100) Ebene des Eisens (leichte Magnetisierungsachse) liegt um 45° zur langen Achse der Probe gedreht. Darum wurde die Probe nicht mit der langen Probenachse parallel zur Translationsachse des Detektors, sondern unter 45° gedreht eingebaut. Dadurch lag die leichte Magnetisierungsachse parallel zum angelegten Magnetfeld. Entlang der langen Probenachse wurde auf die Eisenschicht ein Chromkeil gewachsen, der eine Dicke von 0 Å bis 32 Å hat. Auf den Chromkeil folgt wiederum eine 100 Å dicke Eisenschicht.

Bei dieser Probe wurde untersucht, ob sich die Magnetisierungseigenschaften

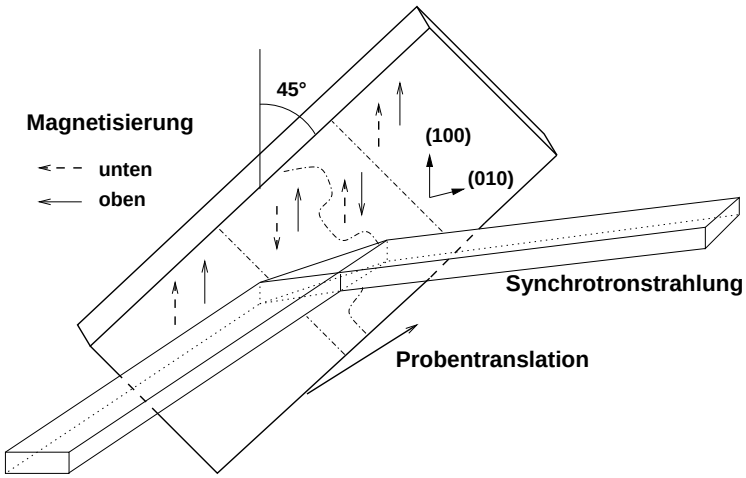

Abbildung 5.5: *Beleuchtung der Probe mit dem etwa 1 mm breiten Strahl.*

der Probe mit der Dicke der Chromschicht ändern. Nach der Theorie sollten die beiden Eisenschichten abhängig von der Chromdicke ferromagnetisch und antiferromagnetisch miteinander koppeln, wie es in Abbilding 5.4 zu sehen ist. Einen sehr guten magnetischen Kontrast bekommt man an der Eisen-3p-Resonanz bei 50,3 eV unter einem Einfallswinkel von 43°. Deshalb wurde die Probe mit diesen Einstellungen untersucht. Bei dieser Energie ist die Eindringtiefe des Lichts so gering, daß man nur ein Signal von der oberen Eisenschicht bekommt. Die Ortsabhängigkeit der Magnetisierung wurde untersucht, indem die Probe in horizontaler Richtung durch den Strahl translatiert wurde. Die Ortsauflösung dieser Messung ist durch die Breite des Strahls von etwa 1 mm am Probenort begrenzt (siehe Abbildung 5.5).

In den Abbildungen 5.6 und 5.7 ist der unterschiedliche magnetische Kontrast für

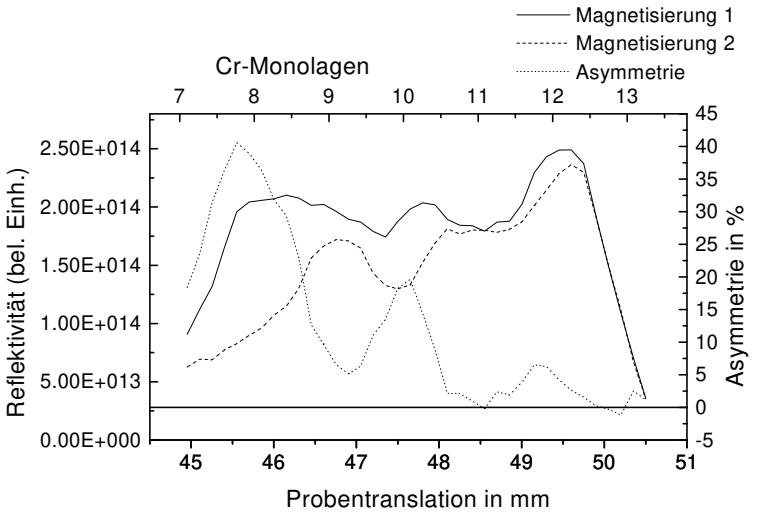

Abbildung 5.6: *Ortsabhängige Magnetisierung bei 50,3 eV und* 43° *Einfallswinkel. Die Probe wurde mit einem Magnetfeld von ca. 5 mT ummagnetisiert.*

zwei unterschiedlich starke Magnetfelder zu sehen, die von außen mit Hilfe einer Spule angelegt wurden (siehe Abbildung 3.6). Man kann anhand des Verlaufs der Asymmetrie deutlich fünf unterschiedliche Bereiche auf der Probe erkennen. Jeder dieser Bereiche entspricht einer Anzahl von Monolagen, die sich beim Übergang zum nächsten Bereich um eins ändert. In drei Bereichen läßt sich die obere Eisenschicht durch das angelegte Magnetfeld beeinflussen, in den beiden Bereichen bei 47 mm und bei 48,5 mm läßt sich die Magnetisierung der oberen Eisenschicht nicht oder nur wenig durch das angelegte äußere Magnetfeld beeinflussen. In diesen Bereichen ist die Chromschicht gerade so dick, daß dort antiferromagnetische Kopplung herrscht. Da der Strahl, der auf die Probe fällt, etwas breiter als ein Bereich ist, sind die Bereiche nicht scharf begrenzt, sondern gehen langsam ineinander über. Übergangsbereiche, in denen 90° Kopplung herrscht, sorgen ebenfalls für einen fließenden Übergang zwischen den beiden Kopplungsarten. Auffällig ist, daß in den drei Bereichen, die auf das äußere Magnetfeld reagieren, eine unterschiedliche Empfindlichkeit zu erkennen ist. Während sich die Magnetisierung an der Translationsposition von 45,75 mm relativ leicht umdrehen läßt, wird die obere Schicht mit steigender Translationsposition unempfindlicher auf das angelegte Feld. Um dies genauer zu untersuchen, wurden am ersten und am dritten Asymmetriemaximum Hysteresemessungen vorgenommen. Abbildung 5.8 zeigt eine Messung am Ort 45,75 mm, wo sich die Probe sehr leicht ummagnetisieren ließ. Die Sättigungsfeldstärke H_s beträgt etwa 7 mT. Am Ort 49,3 mm lag H_s wie Abbildung 5.9 zeigt bei etwa 10 mT. Dieses Verhalten kann man verstehen, wenn man bedenkt, daß die schnell oszillierende Austauschkopplung mit zunehmender Chromdicke abnimmt.

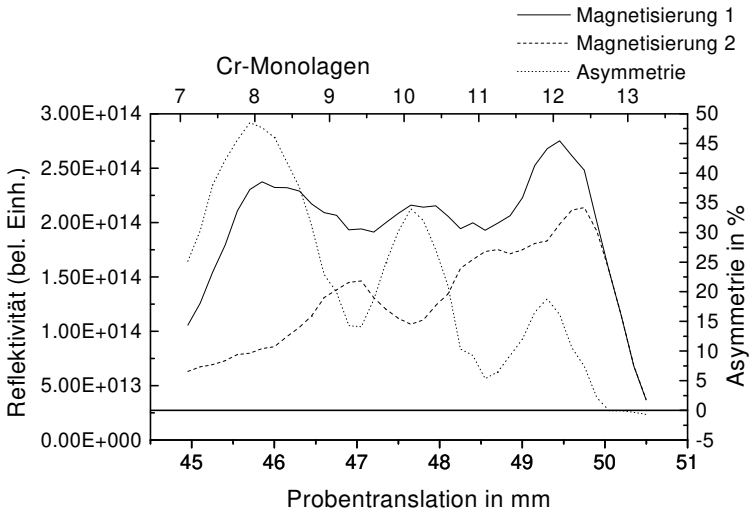

Abbildung 5.7: *Ortsabhängige Magnetisierung bei 50,3 eV und* 43° *Einfallswinkel. Die Probe wurde mit einem Magnetfeld von ca. 20 mT ummagnetisiert.*

5.3 Messungen an der 2p-Resonanz eines Fe-Cr-Fe Systems

Eine weitere Fe-Cr-Fe Probe wurde untersucht. Sie ist ähnlich aufgebaut wie die aus dem vorigen Kapitel, unterscheidet sich aber von dieser in zwei Dingen. Zum einen liegt die leichte Magnetisierungsrichtung dieser Probe entlang der langen Probenachse, zum anderen ist das Chrom nicht als kontinuierlicher Keil aufgebracht. Das Chrom wurde in vier unterschiedlichen Dicken auf die untere Eisenschicht aufgebracht. Sie hat von unten noch oben folgenden Aufbau:

Substrat	GaAs(100)
10 Å	Fe
1500 Å	Au
100 Å	Fe
9 / 17 / 24 / 31 Å	Cr
200 Å	Fe

Als Puffer zwischen dem GaAs und dem Eisen wurde wurde hier Gold gewählt, das nahezu die gleiche Gitterkonstante wie Silber hat (fcc, $a_{Au} = 4.08$ Å). Die untere Eisenschicht ist mit 100 Å halb so dick wie die obere. Damit sollte ein von außen angelegtes Magnetfeld, unabhängig von der Kopplung der beiden Eisenschichten, die obere Schicht ausrichten. Ortsabhängige Messungen, die zur Kontrolle im Energiebereich der Fe-3p-Resonanz gemacht wurden, haben an der oberen Schicht keinen ortsabhängigen Unterschied der Magnetisierbarkeit an der Probe feststellen können.

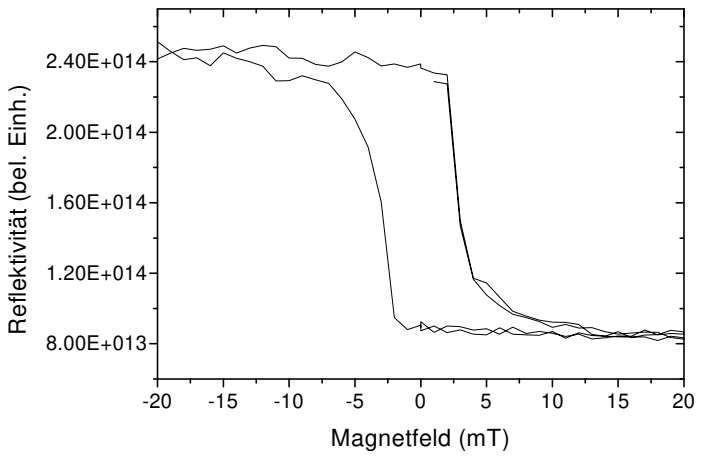

Abbildung 5.8: *Hysterese der Magnetisierung bei 50,3 eV und* 43° *Einfallswinkel am Translationsort 45,75 mm.*

Um Aussagen machen zu können, ob die Art der Kopplung der unteren Schicht an die obere Schicht ferro- oder antiferromagnetisch ist, muß das Licht tiefer als in der vorigen Messungen in die Probe eindringen. Im Bereich der Fe-3p-Resonanz beträgt die freie Weglänge des Lichts wenige Nanometer. Das gemessene Licht kann bei dieser Energie an der obersten Schicht reflektiert werden. Im Bereich der Fe-2p-Resonanz bei etwa 700 eV und der Cr-2p-Resonanz bei etwa 580 eV vergrößert sich die freie Weglänge auf einige 10 bis einige 100 Nanometer. Für den Vorteil der größeren freien Weglänge des Lichts, muß die sehr viel niedrigere Reflektivität bei steileren Einfallswinkeln in Kauf genommen werden. Die lateral unterschiedliche Dicke der Chromschicht wurde an der Cr-2p-Resonanz verifiziert. Dazu wurde eine Messung bei 577 eV aufgenommen (Abbildung 5.10), bei der die Probe unter einem Einfallswinkel von 60° bestrahlt und dann translatiert wurde. Bei diesem Verfahren erhält man ein Signal, das von der Konzentration des Chroms in der Probe abhängig ist. Da der Strahl am Probenort circa 1 mm breit ist, sind in Abbildung 5.10 keine scharfen Abgrenzungen zu erkennen. Dennoch lassen sich die Bereiche, die etwa 1 mm in der Probentranslation ausmachen, erkennen.

In Abbildung 5.11 wird der energetische Verlauf der Reflexion an den Chrom-2p-Resonanzen gezeigt. Deutlich ist hier die Asymmetrie im Verlauf der 2p-Resonanzen an der Translationsposition von 58 mm (was einer Chromdicke von 9 ML entspricht) zu sehen. Dies ist ein direkter Hinweis dafür, daß die dünne Chromschicht ferromagnetisch ist. Im normalen Kristall ist Chrom ein Antiferromagnet.

Der energetische Verlauf der Reflektivität in der Fe-2p-Resonanz ist in Abbildung

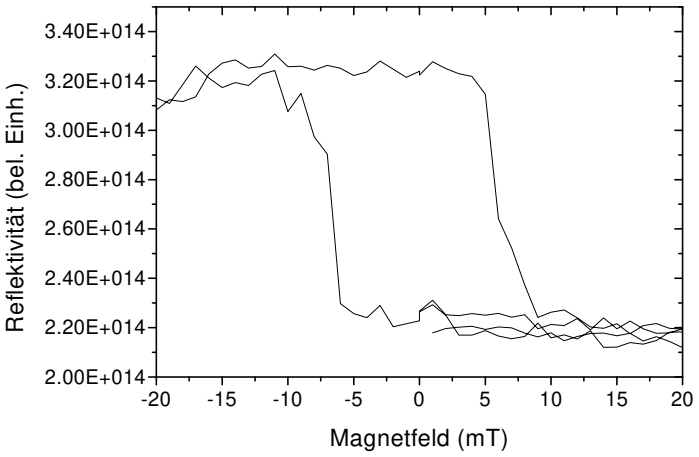

Abbildung 5.9: *Hysterese der Magnetisierung bei 50,3 eV und* 43° *Einfallswinkel am Translationsort 49,3 mm.*

5.12 für beide Magnetfeldrichtungen dargestellt. Um Aussagen über die Kopplungsart der beiden Schichten machen zu können ist es notwendig winkelabhängige Reflektivitäten zu messen. Mit Hilfe der Gleichung 2.148 aus Kapitel 2.5.5 wurden diese Reflektivitäten ebenfalls berechnet, um sie mit den gemessenen Reflektivitäten zu vergleichen. Die optischen und magnetooptischen Konstanten, die für die Berechnung notwendig sind, wurden aus den Abbildungen 2.5 und 2.6 entnommen.

In Abbildung 5.14 ist unten rechts eine Messung der winkelabhängigen Reflektivität bei 700 eV dargestellt. Die Kurve ist mit Hilfe von Messungen, die in s-Geometrie gemacht wurden, normiert worden (zum Vergleich siehe Abbildung 5.13). Bei Gegenüberstellung der Spektren beider Geometrien zeigte sich, daß in den Spektren mit p-polarisierten Licht ein systematischer Fehler enthalten ist. Der Strahl am Probenort hat in horizontaler Richtung eine Breite von etwa 1 mm und in vertikaler Richtung ist er nur 0,1 mm breit. Diese Form ist für Messungen mit p-polarisiertem Licht ungünstig, da bei streifendem Einfall ein Teil des Strahls die Probe nicht trifft. Deshalb ist die Reflektivität in den folgenden Spektren nur für Winkel bis etwa 70° korrekt. Bei größeren Winkeln stimmt zwar die absolute Reflektivität nicht mehr, aber der Wert der Asymmetrie wird durch dieses Problem nicht beeinträchtigt.

Die Kurve oben links in Abbildung 5.14 zeigt eine berechnete Reflektivität unter der Annahme, daß die beiden Eisenschichten ferromagnetisch gekoppelt sind. Die Kurve oben rechts entstammt einer Rechnung, bei der angenommen wurde, daß die beiden Eisenschichten antiferromagnetisch koppeln. Aufgrund der Ausdehnung des Lichtstrahls wird abhängig vom Einfallswinkel auf der Probe ein

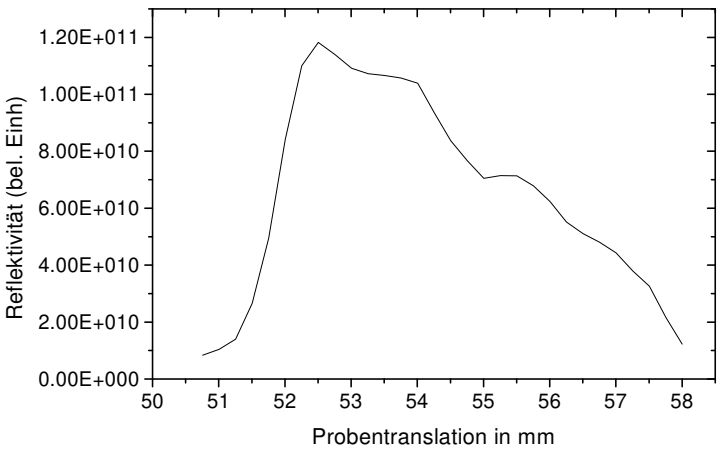

Abbildung 5.10: *Ortsabhängige Messung in der Chrom-2p-Resonanz bei 577 eV. Der Einfallswinkel lag bei* 60°.

Gebiet bestrahlt, in dem die Chromschicht unterschiedlich dick ist. Die beiden Schichten koppeln abhängig von der Dicke der Chromschicht, und damit abhängig vom Probenort, miteinander. Dies hat zur Folge, daß bei einer winkelabhängigen Reflektivitätsmessung eine Mischung aus ferromagnetischer und antiferromagnetischer Kopplung zugrunde liegen sollte. Dabei hängt das Mischungsverhältnis wiederum vom Einfallswinkel ab. Unten links ist eine Kurve dargestellt, bei der angenommen wurde, daß die Hälfte des reflektierten Lichts aus einem Bereich mit ferromagnetischer Kopplung und die andere Hälfte aus einem Bereich mit antiferromagnetischer Kopplung stammt. Diese Kurve weist die größte Ähnlichkeit mit der gemessenden Kurve für kleine Einfallswinkel auf. Für große Winkel ist Ähnlichkeit der Messung mit der Rechnung bei ferromagnetischer Kopplung am größten.

Diese Vergleiche sind für verschiedene Energien im Verlauf der Fe-2p-Resonanz von 700 eV bis 725 eV gemacht worden, wobei sich die gemessenen Daten nicht in allen Fällen durch berechnete Kurven konsistent anpassen lassen. Da diese Spektren aber ein reiches Datenmaterial darstellen sind sie zusammen mit einer Diskussion im Anhang C widergegeben.

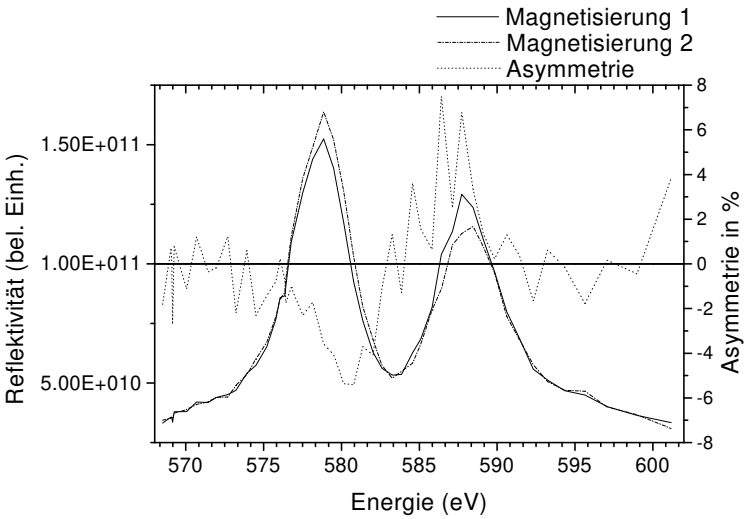

Abbildung 5.11: *Reflektivität in der Cr-2p-Resonanz für beide Magnetfeldrichtungen bei einem Einfallswinkel von* 55°. *Die Probentranslation beträgt 58 mm.*

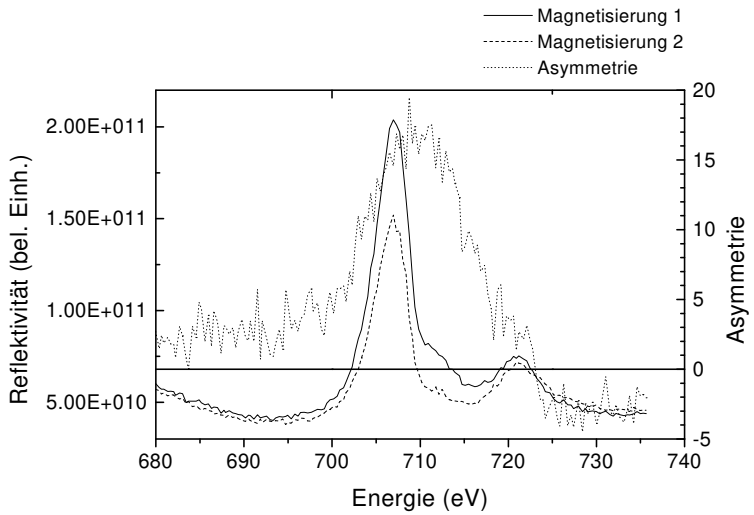

Abbildung 5.12: *Reflektivität in der Fe-2p-Resonanz für beide Magnetfeldrichtungen bei einem Einfallswinkel von* 60°. *Die Probentranslation beträgt 56 mm.*

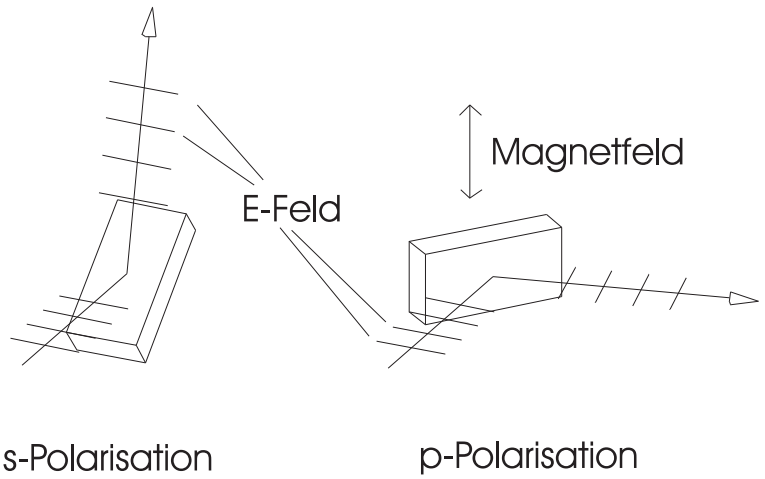

Abbildung 5.13: *Strahlgeometrie: Links die Geometrie in s-Polarisation ohne äußeres Magnetfeld, rechts die Geometrie in p-Polarisation zur Messung des T-MOKEs.*

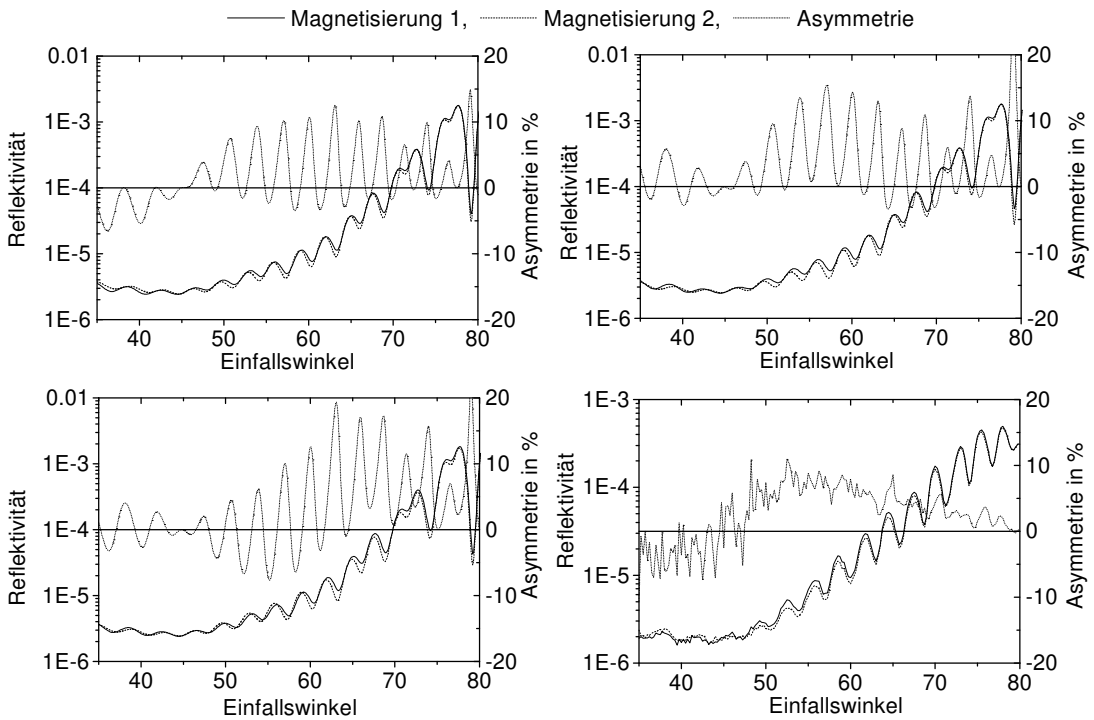

Abbildung 5.14: *Winkelabhängige Reflektivitäten für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie von 700 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Der erste Teil dieser Arbeit besteht aus einer ausführlichen Einführung in die Magnetooptik. Nach der Vorstellung des Dielektrizitätstensors und der Wellengleichung für anisotrope Körper gibt es eine Einführung in den Lösungsformalismus dieser Wellengleichung. Als Resultat dieses Formalismus wird gezeigt, wie sich die elektromagnetische Wellen im magnetischen Festkörper ausbreiten. Darauf aufbauend werden verschiedene magnetooptische Effekte hergeleitet. Im speziellen wird dargestellt, wie diese Effekte von den Elementen des dielektrischen Tensors $\hat{\epsilon}$ abhängen. Die einzige mir bekannte Quelle, in der die magnetooptischen Kerr-Effekte mit allen Zwischenschritten hergeleitet werden, ist die Abhandlung von Voigt [Voi08]. Da in dieser Arbeit jedoch inzwischen veraltete Schreibweisen verwendet werden, ist sie nur schwer verständlich. Durch die einheitliche Herleitung und Beschreibung in dieser Arbeit ist verdeutlicht worden, welche Effekte zueinander komplementäre Informationen über die Elemente von $\hat{\epsilon}$ liefern. Weiter wird gezeigt, wie der Real- und der Imaginärteil der magnetooptischen Konstanten in die Winkelabhängigkeit der Kerr-Effekte eingehen.

Durch Auswertung der Winkelabhängigkeit der Effekte kann die vollständige Information über Real- und Imaginärteil von ε_{xy} erlangt werden. Für den T-MOKE wurde dies im Bereich der Fe-3p-Resonanz mit Hilfe eines Fitprogramms in [Pre99] gemacht. Bemerkenswert ist der Umstand, daß für die vollständige Ermittlung der magnetooptischen Konstanten die Untersuchung mit linear polarisierten Licht ausreicht. Auch eine Kramers-Kronig-Analyse, bei der man viele Annahmen über den spektralen Verlauf der Funktion machen muß, ist nicht notwendig.

Der zweite Teil der Arbeit befaßt sich mit Messungen des L-MOKE und des T-MOKE im VUV. Die Messungen in longitudinaler Geometrie an einem Eiseneinkristall zeigen, daß der L-MOKE im VUV eine sehr viel größere Drehung liefern kann als im sichtbaren Spektralbereich. Weiter wird gezeigt, daß im VUV in p-Polarisation die Drehung in der Nähe des Brewsterwinkels am größten ist. Dies ist von Bedeutung, da im sichtbaren Spektralbereich häufig bei streifenden Winkeln gemessen wird. Diese große Drehamplitude wird durch den Nachteil

erkauft, daß die Reflektivität in der Nähe des Brewsterwinkels sehr klein ist.

Weiter wurde an Hand eines Fe-Cr-Fe-Systems demonstriert, wie der T-MOKE im VUV ortsaufgelöst genutzt werden kann. Insbesondere liegt in der Untersuchung von Schichtsystemen ein großes Potential. Mit Hilfe der Elementspezifität der VUV-Strahlung wurden in einen solchen System das Eisen und das Chrom unabhängig voneinander untersucht. Weiter ist es möglich, durch Auswertung von Interferenzen in winkelabhängigen Reflexionsspektren Aussagen über die einzelnen Schichten zu machen.

Beim Vergleich von T-MOKE und L-MOKE stellt man fest, daß es keinen prinzipiellen Informationsunterschied zwischen beiden Effekten gibt. Mit beiden Effekten können durch winkelabhängige Messungen alle Elemente von $\hat{\epsilon}$ bestimmen. Nachteilig an dem Meßverfahren mit dem L-MOKE ist der hohe Aufwand mit der Polarisationsanalysator, den man für die Messung der Drehung der Polarisationsebene treiben muß. Ein weiterer Nachteil des Meßverfahren ist die Abschwächung des Signals, die durch die zusätzliche Reflexion am Analysatorspiegel verursacht wird. Der Meßaufwand für den T-MOKE ist viel geringer, da man hier nur eine Intensitätsänderung im reflektierten Strahl messen muß.

Hieraus ist der Schluß zu ziehen, daß zur Ermittlung der magnetooptischen Konstanten der T-MOKE dem L-MOKE vorzuziehen ist.

Wenn bei einer Probe die Richtung des Magnetisierung in der Probenoberfläche nicht von vornherein bekannt ist, können mit dem Polarisationsanalysator T-MOKE und L-MOKE gemessen werden und so die Richtung des Magnetisierung ermittelt werden. Diese Möglichkeit macht den Polarisationsanalysator zu einem vielseitigen Instrument zur Probencharakterisierung.

Die Kerr-Effekte beschreiben im Gegensatz zu vielen anderen Effekten die Auswirkungen auf reflektiertes Licht. Effekte, bei denen die totale Elektronenausbeute gemessen wird, haben Probleme mit Magnetfeldern, die zur Magnetisierung der Probe angelegt werden. Diese Magnetfelder beeinflussen die Trajektorien der Elektronen. Reflektiertes Licht hingegen wird nicht durch äußere Felder beeinflußt. Desweiteren gibt es bei Reflexionsmessungen auch keine Probleme mit Isolatoren, bei denen Aufladungseffekte die Messung der Elektronenausbeute stark beeinflussen können.

Weitere Einsatzgebiete für den Polarisationsanalysator sind der P-MOKE und der Faraday-Effekt. Beide Effekte werden an Proben gemessen, deren Magnetisierung senkrecht zur Oberfläche steht. Der Aufwand zur Messung des Faraday-Effekts ist deutlich geringer als der, zur Messung des L- oder P-MOKE. Die Transmissionsgeometrie des Faraday-Effekts ermöglicht eine viel einfachere Proben- und Detektorjustage als die Reflektionsgeometrie. Wie in Kapitel 2.4.3 gezeigt wurde ist die Faraday-Drehung proportional zu $Im(\varepsilon_{xy})$. Damit liefern Messungen dieses Effektes die zum MCD komplementären Informationen von ε_{xy}. Nachteilig an der Transmissionsgeometrie ist die Beschränkung auf dünne Proben. Bei den 3d-Übergangsmetallen wird die Probendicke, bei Messungen an einem Ablenkmagneten an der 3p-Resonanz, auf 30 - 50 nm beschränkt.

Anhang A

Herleitung P-MOKE

Die hier gezeigte Herleitung des P-MOKE geschieht in Anlehnung an die von Voigt in [Voi08] vorgestellte. Die Schreibweise von Voigt ist für die heutige Zeit recht unüblich, und damit schwer verständlich. Deshalb wird in der hier gezeigten Herleitung auf die ursprüngliche Symbolik verzichtet, und die „modernen" Tensorelemente benutzt. Im Gegensatz zu Voigt kommt die Einfallende Welle in hiergezeigte Herleitung nicht aus dem Vakuum, sondern aus einen „unmagnetischen" isotropen Medium mit dem komplexen Brechungsindex n. Mit dieser Erweiterung ist es möglich auch eine Deckschicht auf dem magnetischen Medium zu simulieren.

Die einfallende Welle auf eine Grenzschicht zu einem Medium im Magnetfeld. Dieses hat ohne angelegtes Magnetfeld den Brechungsindex n'. Wobei $n'^2 = \varepsilon$ ist, mit ε als Diagonalelement des Tensors. Im Magnetfeld wird das Medium doppelbrechend. Im weiteren wird auf die Unterscheidung der Diagonalelemente ε_{xx} und ε_{zz} verzichtet. Statt dessen wird vereinfachend nur noch das Diagonalelement ε benutzt. Wie in Kapitel 2.3.4 gezeigt, sind für die beiden Polarisationsarten $\pm$ die Brechungsindizes

$$n'_{\pm} = \sqrt{\varepsilon \pm i\varepsilon_{xy} \cos \alpha'_{\pm}}. \tag{A.1}$$

A.1 s-Polarisation

Zuerst werden nun die Reflexionskoeffizienten für eine in s-Richtung linear polarisierte ebene Welle berechnet. Bei dieser Welle schwingt das E-Feld der einfallenden Welle senkrecht zur Einfallsebene. In Kapitel 2.3.4 wurde gezeigt, daß sich die E-Felder im magnetischen Medium im allgemeinen als elliptisch polarisierte Wellen fortpflanzen. Ferner soll angenommen werden, daß für die Komponenten des E-Feldes im Medium die Beziehung (2.84) gilt, die eine lineare Näherung in ε_{xy} ist. Die Stetigkeitsbedingung für die tangentiale Komponente von $\vec{E}$ (2.106)

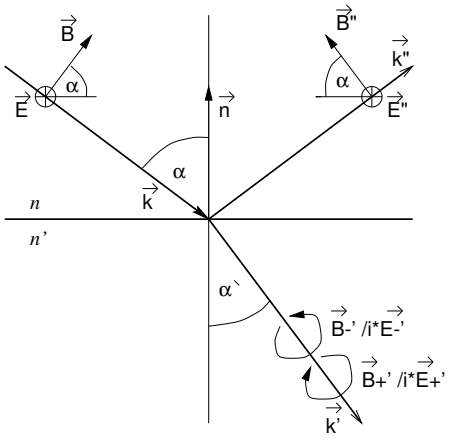

Abbildung A.1: *Reflexion und Brechung der s-Komponente einer Welle. Das von außen anliegende Magnetfeld liegt kolinear zur Oberflächennormalen $\vec{n}$.*

liefert für den Anteil des Feldes, der an der Grenzfläche in p-Richtung schwingt

$$-\cos\alpha E_p'' = \sum_{\pm} \cos\alpha_{\pm}' E_{p\pm}' \tag{A.2}$$

Die Stetigkeitsbedingung für die tangentiale Komponente von $\vec{H}$ (2.107) liefert für die p-Komponente des E-Feldes

$$n E_p'' = \sum_{\pm} n_{\pm}' E_{p\pm}' \tag{A.3}$$

Für die s-Komponente folgt aus der Stetigkeitsbedingung für die tangentiale Komponente von $\vec{E}$ (2.106)

$$E_s + E_s'' = \sum_{\pm} E_{s\pm}' \tag{A.4}$$

Die Stetigkeitsbedingung für die tangentiale Komponente von $\vec{H}$ (2.107) liefert für die s-Komponente des E-Feldes

$$n\cos\alpha(E_s - E_s'') = \sum_{\pm} n_{\pm}' E_{s\pm}' \cos\alpha_{\pm}' \tag{A.5}$$

Die parallel zur Oberfläche liegende Komponente von $E_{p\pm}'$ berechnet sich aus den Komponenten E_a' und E_c' aus Kapitel 2.3.4

$$\begin{aligned}\cos\alpha_{\pm}' E_{p\pm}' &= \left(\cos\alpha_{\pm}'\left(\frac{\varepsilon_{xy}\sin^2\alpha_{\pm}'}{2\varepsilon\cos\alpha_{\pm}'} \mp i\right) + \sin\alpha_{\pm}'\frac{-\varepsilon_{xy}\sin\alpha_{\pm}'}{\varepsilon}\right) E_{p\pm}' \\ &= \cos\alpha_{\pm}'\left(-\frac{\varepsilon_{xy}\sin^2\alpha_{\pm}'}{2\varepsilon\cos\alpha_{\pm}'} \mp i\right) E_{s\pm}'\end{aligned} \tag{A.6}$$

Dies in (A.2) eingesetzt ergibt

$$-\cos\alpha E_p'' = \sum_{\pm} \cos\alpha'_{\pm} \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_{\pm}}{2\varepsilon \cos\alpha'_{\pm}} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{A.7}$$

Für die Amplituden der Wellen $E_{p\pm}$ und $E_{s\pm}$ gilt in linearer Näherung von ε_{xy}:

$$E'_{p\pm} = \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_{\pm}}{2\varepsilon \cos\alpha'_{\pm}} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{A.8}$$

Durch Einsetzen dieser Beziehung in (A.3) erhält man:

$$nE_p'' = \sum_{\pm} n'_{\pm} \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_{\pm}}{2\varepsilon \cos\alpha'_{\pm}} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{A.9}$$

Nun werden E'_{s+} und E'_{s-} mit Hilfe von (A.7) und (A.9) durch E_p'' ausgedrückt

$$\begin{aligned} E_p'' & \left[n'_- \cos\alpha \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} + i \right) + n \cos\alpha'_- \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} + i \right) \right] \\ = \quad & E'_{s+} \left[n_+ \cos\alpha_- \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} + i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - i \right) \right. \\ & \left. -n'_- \cos\alpha_+ \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} + i \right) \right] \end{aligned} \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned} -E_p'' & \left[n'_+ \cos\alpha \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - i \right) + n \cos\alpha'_+ \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - i \right) \right] \\ = \quad & E'_{s-} \left[n'_+ \cos\alpha'_- \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} + i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - i \right) \right. \\ & \left. -n'_- \cos\alpha'_+ \left(-\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy} \sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} + i \right) \right] \end{aligned} \tag{A.11}$$

Jetzt werden die rechten Seiten von (A.10) und (A.11), die identisch sind, vereinfacht. Der Ausdruck wird dazu in Termen dargestellt, die linear in ε_{xy} sind. Es ist

$$\begin{aligned} n'_+ & \cos\alpha'_- - n'_- \cos\alpha'_+ + i\varepsilon_{xy} \left[n'_+ \cos\alpha'_- \left(\frac{\sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} + \frac{\sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} \right) \right. \\ & \left. -n_- \cos\alpha'_+ \left(-\frac{\sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} - \frac{\sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} \right) \right] \\ = \quad & n'_+ \cos\alpha'_- - n'_- \cos\alpha'_+ + i\varepsilon_{xy} \left(n'_+ \cos\alpha'_- + n'_- \cos\alpha'_+ \right) \\ & \cdot \left(\frac{\sin^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \cos\alpha'_+} + \frac{\sin^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \cos\alpha'_-} \right). \end{aligned} \tag{A.12}$$

Im weiteren werden die ersten beiden Summanden des obigen Terms in eine Form gebracht, die linear in ε_{xy} ist.

$$\begin{aligned} n'_+ \cos\alpha'_- - n'_- \cos\alpha'_+ &= \frac{{n'_+}^2 \cos^2\alpha'_- - {n'_-}^2 \cos^2\alpha'_+}{n'_+ \cos\alpha'_- + n'_- \cos\alpha'_+} \\ &= \frac{\varepsilon(\cos^2\alpha'_- - \cos^2\alpha'_+) + i\varepsilon_{xy}(\cos\alpha'_+ \cos^2\alpha'_- + \cos\alpha'_- \cos^2\alpha'_+)}{n'_+ \cos\alpha'_- + n'_- \cos\alpha'_+} \end{aligned} \tag{A.13}$$

Der Faktor von ε in (A.13) ergibt

$$\begin{aligned} \cos^2\alpha'_- - \cos^2\alpha'_+ &= \sin^2\alpha'_+ - \sin^2\alpha'_- \\ &= \sin^2\alpha \left(\frac{n^2}{{n'_+}^2} - \frac{n^2}{{n'_-}^2} \right) \end{aligned} \tag{A.14}$$

unter Ausnutzung von (A.1) wird dies zu

$$-i\varepsilon_{xy} n^2 \sin^2\alpha \frac{\cos\alpha'_- + \cos\alpha'_+}{{n'_+}^2 {n'_-}^2} \tag{A.15}$$

Damit wird (A.13) zu

$$i\varepsilon_{xy} \frac{\varepsilon\left(-n^2\sin^2\alpha \frac{\cos\alpha'_+ + \cos\alpha'_-}{{n'_+}^2 {n'_-}^2}\right) + (\cos\alpha'_- \cos^2\alpha'_+ + \cos\alpha'_+ \cos^2\alpha'_-)}{n'_- \cos\alpha'_+ + n'_+ \cos\alpha'_-} \tag{A.16}$$

Nun werden in (A.12) alle Abhängigkeiten von ε_{xy}, die von höheren Potenzen sind vernachlässigt, indem folgende Näherungen gemacht werden.

$$\cos\alpha'_+ \approx \cos\alpha'_- \approx \cos\alpha' \tag{A.17}$$

$$n'_+ \approx n'_- \approx n' = \sqrt{\varepsilon} \tag{A.18}$$

Damit wird (A.12) zu

$$\begin{aligned} & i\varepsilon_{xy} \frac{\varepsilon\left(-n^2\sin^2\alpha \frac{2\cos\alpha'}{n'^4}\right) + 2\cos^3\alpha' + 2\cos\alpha' 2\sin^2\alpha'}{2n'\cos\alpha'} \\ &= i\varepsilon_{xy} \frac{-\sin^2\alpha' + \cos^2\alpha' + 2\sin^2\alpha'}{n'} = \frac{i\varepsilon_{xy}}{n'} \end{aligned} \tag{A.19}$$

Wenn man bei den Faktoren von E''_p in (A.10) und (A.11) die Terme, die linear in ε_{xy} und damit klein gegen den Rest sind, vernachlässigt, erhält man:

$$E'_{s+} = E'_{s-} = E''_p \frac{n'(n\cos\alpha' + n'\cos\alpha)}{\varepsilon_{xy}}. \tag{A.20}$$

Dies in (A.4) und (A.5) eingesetzt ergibt:.

$$E''_s = E_s \frac{n\cos\alpha - n'\cos\alpha'}{n\cos\alpha + n'\cos\alpha'} \tag{A.21}$$

und

$$E_p'' = E_s \frac{\varepsilon_{xy} n \cos\alpha}{n'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')(n\cos\alpha' + n'\cos\alpha)}. \tag{A.22}$$

Mit Hilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes erhält man

$$r_{ss} = \frac{E_s''}{E_s} = \frac{n\cos\alpha - \sqrt{n'^2 - nn'\sin^2\alpha}}{n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - nn'\sin^2\alpha}} \tag{A.23}$$

und

$$r_{ps} = \frac{E_p''}{E_s} = \frac{\varepsilon_{xy} n \cos\alpha}{n'(n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - nn'\sin^2\alpha})(n\sqrt{1 - n/n'\sin^2\alpha} + n'\cos\alpha)} \tag{A.24}$$

A.2 p-Polarisation

Als zweites wird nun der Fall diskutiert, in dem die einfallende Welle p-polarisiert ist. Die Stetigkeitsbedingung für die Tangentialkomponente des E-Feldes (2.106)

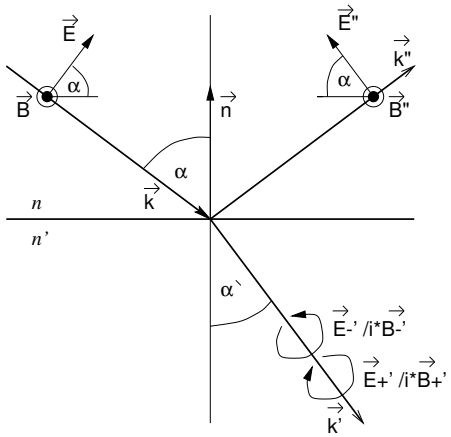

Abbildung A.2: *Reflexion und Brechung der p-Komponente einer Welle.*

liefert für die p-Komponente der E-Felder

$$\cos\alpha(E_p - E_p'') = \sum_{\pm} \cos\alpha'_{\pm} E'_{p\pm} \tag{A.25}$$

Die Stetigkeitsbedingung für die Tangentialkomponente des H-Feldes (2.107) liefert für die p-Komponente der E-Felder

$$n(E_p + E_p'') = \sum_{\pm} n'_{\pm} E'_{p\pm} \tag{A.26}$$

Die Stetigkeitsbedingung für die Tangentialkomponente des E-Feldes (2.106) liefert für die s-Komponente der E-Felder

$$E_s'' = \sum_{\pm} E_{s\pm}' \tag{A.27}$$

Die Stetigkeitsbedingung für die Tangentialkomponente des H-Feldes (2.107) liefert für die s-Komponente der E-Felder

$$-n\cos\alpha E_s'' = \sum_{\pm} n_{\pm}'\cos\alpha_{\pm}' E_{s\pm}' \tag{A.28}$$

Wenn man (2.84) in (A.26) eingesetzt erhält man:

$$n(E_p + E_p'') = \sum_{\pm} n_{\pm}' \left(\frac{\varepsilon_{xy}\sin^2\alpha_{\pm}'}{2\varepsilon\cos\alpha_{\pm}'} \mp i \right) E_{s\pm}' \tag{A.29}$$

Analog zur Herleitung von (A.7) erhält man aus (A.25)

$$-\cos\alpha(E_p - E_p'') = \sum_{\pm} \cos\alpha_{\pm}' \left(-\frac{\varepsilon_{xy}\sin^2\alpha_{\pm}'}{2\varepsilon\cos\alpha_{\pm}'} \mp i \right) E_{s\pm}' \tag{A.30}$$

Aus den Gleichungen (A.27) und (A.28) erhält man durch gegenseitiges Einsetzen

$$E_{s+}' = E_s'' \frac{n_-'\cos\alpha_-' + n\cos\alpha}{n_-'\cos\alpha_-' - n_+'\cos\alpha_+'} \tag{A.31}$$

$$E_{s-}' = -E_s'' \frac{n_+'\cos\alpha_+' + n\cos\alpha}{n_-'\cos\alpha_-' - n_+'\cos\alpha_+'} \tag{A.32}$$

Der Term im Nenner auf der rechten Seite von (A.31) und (A.32) ergibt nach ähnlichen Rechnungen wie (A.13)

$$n_-'\cos\alpha_-' - n_+'\cos\alpha_+' = -\frac{i\varepsilon_{xy}}{n'} \tag{A.33}$$

Womit:

$$E_{s+}' = -E_{s-}' = E_s'' i n' \frac{n'\cos\alpha' + n\cos\alpha}{\varepsilon_{xy}} \tag{A.34}$$

Dies in (A.29) und (A.30) eingesetzt und anschließend in ε_{xy} linearisiert ergibt:

$$n(E_p + E_p'') = 2n' \frac{n'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')}{\varepsilon_{xy}} E_s'' \tag{A.35}$$

und

$$\cos\alpha(E_p - E_p'') = 2\cos\alpha' \frac{n'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')}{\varepsilon_{xy}} E_s'' \tag{A.36}$$

Nach E_p'' aufgelöst erhält man

$$E_p'' = E_p \frac{n' \cos\alpha - n \cos\alpha'}{n' \cos\alpha + n \cos\alpha'} \tag{A.37}$$

und

$$E_s'' = E_p \frac{\varepsilon_{xy} n \cos\alpha}{n'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')(n'\cos\alpha + n\cos\alpha')} \tag{A.38}$$

Damit lauten die Koeffizienten der Reflexionsmatrix

$$r_{pp} = \frac{E_p''}{E_p} = \frac{n'\cos\alpha - n\sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha}}{n'\cos\alpha + n\sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha}} \tag{A.39}$$

und

$$r_{sp} = \frac{E_s''}{E_p} = \frac{\varepsilon_{xy} n \cos\alpha}{n'(n\cos\alpha + \sqrt{n'^2 - n^2\sin^2\alpha})(n'\cos\alpha + n\sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2}\sin^2\alpha})} \tag{A.40}$$

Es gilt also

$$r_{sp} = r_{ps} \tag{A.41}$$

Anhang B

Herleitung L-MOKE

Für den Winkel γ zwischen Magnetfeld und Ausbreitungsrichtung der Welle aus Kapitel (2.3.4) und dem Einfallswinkel α gilt: $\gamma + \alpha = 90°$. Oder anders ausgedrückt: $\cos\gamma = \sin\alpha$. Wie im Kapitel 2.5.2 trifft aus einem isotropen Medium mit dem Brechungsindex n eine Welle auf eine Grenzschicht zu einem Medium im Magnetfeld. Dieses hat außerhalb des Magnetfeldes den Brechungsindex n'. Ferner soll angenommen werden, daß für die Komponenten des E-Feldes im Medium die Beziehung (2.84) gilt, die eine lineare Näherung in ε_{xy} ist. Für die beiden Polarisationsarten $\pm$ werden die Brechungsindizes zu:

$$n'_{\pm} = \sqrt{\varepsilon \pm i\varepsilon_{xy}\sin\alpha'_{\pm}}. \tag{B.1}$$

B.1 s-Polarisation

Zuerst wird wieder der Fall untersucht, daß die einfallende Welle s-polarisiert ist, also senkrecht zur Einfallsebene schwingt. Die Herleitung ist bis zu den Gleichungen (A.5) identisch mit der des polaren Effekts. Nur gilt jetzt für die Wellen im Medium nach (2.82)

$$E'_{p\pm} = \left(\frac{\varepsilon_{xy}\cos^2\alpha'_{\pm}}{2\varepsilon\sin\alpha'_{\pm}} \mp i\right) E'_{s\pm} \tag{B.2}$$

Die parallel zur Oberfläche liegende Komponente von $E'_{p\pm}$ berechnet sich aus den Komponenten E_a und E_c aus Kapitel 2.3.4

$$\begin{aligned}\cos\alpha'_{\pm}E'_{p\pm} &= \left(\cos\alpha'_{\pm}\left(\frac{\varepsilon_{xy}\cos^2\alpha'_{\pm}}{2\varepsilon\sin\alpha'_{\pm}} \mp i\right) - \sin\alpha'_{\pm}\frac{-\varepsilon_{xy}\cos\alpha'_{\pm}}{\varepsilon}\right) E'_{s\pm} \\ &= \cos\alpha'_{\pm}\left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2\alpha'_{\pm} + 2\sin^2\alpha'_{\pm})}{2\varepsilon\sin\alpha'_{\pm}} \mp i\right) E'_{s\pm}\end{aligned} \tag{B.3}$$

Dies in (A.2) eingesetzt ergibt

$$-\cos\alpha E''_p = \sum_{\pm}\cos\alpha'_{\pm}\left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2\alpha'_{\pm} + 2\sin^2\alpha'_{\pm})}{2\varepsilon\sin\alpha'_{\pm}} \mp i\right) E'_{s\pm} \tag{B.4}$$

Für die Amplituden der Wellen $E_{p\pm}$ und $E_{s\pm}$ gilt in linearer Näherung von ε_{xy}:

$$E'_{p\pm} = \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_\pm}{2\varepsilon \sin \alpha'_\pm} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{B.5}$$

Durch Einsetzen dieser Beziehung in (A.3) erhält man:

$$n E''_p = \sum_\pm n'_\pm \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_\pm}{2\varepsilon \sin \alpha'_\pm} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{B.6}$$

Nun werden E'_{s+} und E'_{s-} mit Hilfe von (B.4) und (B.6) durch E''_p ausgedrückt

$$\begin{aligned} E''_p & \left[n'_- \cos\alpha \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + i \right) + n \cos \alpha'_- \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_- + 2\sin^2 \alpha'_-)}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + i \right) \right] \\ = \; & E'_{s+} \left[n'_+ \cos \alpha'_- \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} - i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_- + 2\sin^2 \alpha'_-)}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + i \right) \right. \\ & \left. - n'_- \cos \alpha'_+ \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_+ + 2\sin^2 \alpha'_+)}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} - i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + i \right) \right] \end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned} -E''_p & \left[n'_+ \cos\alpha \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} - i \right) + n \cos \alpha'_+ \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_+ + 2\sin^2 \alpha'_+)}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} - i \right) \right] \\ = \; & E'_{s-} \left[n'_+ \cos \alpha_- \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} - i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_- + 2\sin^2 \alpha'_-)}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + i \right) \right. \\ & \left. - n'_- \cos \alpha'_+ \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_+ + 2\sin^2 \alpha'_+)}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} - i \right) \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + i \right) \right] \end{aligned} \tag{B.8}$$

Jetzt werden die Faktoren von E'_{s+} in (B.7) und E'_{s-} in (B.8), die identisch sind, vereinfacht. Dazu wird dieser Faktor in Termen dargestellt, die linear in ε_{xy} sind. Es ist

$$\begin{aligned} n'_+ & \cos\alpha'_- - n'_- \cos \alpha'_+ + i\varepsilon_{xy} \left[n'_+ \cos \alpha'_- \left(\frac{-2\sin^2 \alpha'_- - \cos^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} + \frac{\cos^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} \right) \right. \\ & \left. + n'_- \cos \alpha'_+ \left(\frac{-2\sin^2 \alpha'_+ - \cos^2 \alpha'_+}{2\varepsilon \sin \alpha'_+} + \frac{\cos^2 \alpha'_-}{2\varepsilon \sin \alpha'_-} \right) \right] \end{aligned} \tag{B.9}$$

Wie schon bei der Herleitung des polaren Kerr-Effektes werden jetzt die ersten beiden Summanden aus (B.9) umgeformt.

$$\begin{aligned} n'_+ \cos \alpha'_- - n'_- \cos \alpha'_+ &= \frac{{n'_+}^2 \cos^2 \alpha'_- - {n'_-}^2 \cos^2 \alpha'_+}{n'_+ \cos \alpha'_- + n'_- \cos \alpha'_+} \\ &= \frac{\varepsilon(\cos^2 \alpha'_- - \cos^2 \alpha'_+) + i\varepsilon_{xy}(\sin \alpha'_+ \cos^2 \alpha'_- + \sin \alpha'_- \cos^2 \alpha'_+)}{n'_+ \cos \alpha'_- + n'_- \cos \alpha'_+} \end{aligned} \tag{B.10}$$

Der Faktor von ε in (B.9) ergibt

$$\begin{aligned}\cos^2\alpha'_- - \cos^2\alpha'_+ &= \sin^2\alpha'_+ - \sin^2\alpha'_- \\ &= \sin^2\alpha\left(\frac{n^2}{{n'_+}^2} - \frac{n^2}{{n'_-}^2}\right)\end{aligned} \tag{B.11}$$

unter Ausnutzung von (B.1) wird dies zu

$$-i\varepsilon_{xy}n^2\sin^2\alpha\frac{\sin\alpha'_- + \sin\alpha'_+}{{n'_+}^2{n'_-}^2} \tag{B.12}$$

Damit wird (B.10) zu

$$i\varepsilon_{xy}\frac{\varepsilon\left(-n^2\sin^2\alpha\frac{\sin\alpha'_+ + \sin\alpha'_-}{{n'_+}^2{n'_-}^2}\right) + (\sin\alpha'_-\cos^2\alpha'_+ + \sin\alpha'_+\cos^2\alpha'_-)}{n'_-\cos\alpha'_+ + n'_+\cos\alpha'_-} \tag{B.13}$$

Nun werden, wie bei der Herleitung des polaren Kerr-Effektes in (B.13), alle Abhängigkeiten von ε_{xy}, die von höheren Potenzen sind vernachlässigt, indem folgende Näherungen gemacht werden.

$$\cos\alpha'_+ \approx \cos\alpha'_- \approx \cos\alpha' \tag{B.14}$$

$$\sin\alpha'_+ \approx \sin\alpha'_- \approx \sin\alpha' \tag{B.15}$$

$$n'_+ \approx n'_- \approx n' = \sqrt{\varepsilon} \tag{B.16}$$

Damit wird (B.13) zu

$$i\varepsilon_{xy}\frac{-\varepsilon\left(2n^2\sin^2\alpha\frac{\sin\alpha'}{n'^4}\right) + 2\sin\alpha'\cos^2\alpha'}{2n'\cos\alpha'} = \frac{i\varepsilon_{xy}\sin\alpha'(-\sin^2\alpha' + \cos^2\alpha')}{n'\cos\alpha'}. \tag{B.17}$$

und (B.9) zu

$$\frac{i\varepsilon_{xy}\sin\alpha'(-\sin^2\alpha' + \cos^2\alpha' - 2\cos^2\alpha')}{n'\cos\alpha'} = \frac{-i\varepsilon_{xy}\sin\alpha'}{n'\cos\alpha'} \tag{B.18}$$

In den Gleichungen (B.7) und (B.8) werden nun im Faktor von E''_p die Terme, die linear in ε_{xy} sind, vernachlässigt. Dies ist gerechtfertigt, da diese Terme in einer Summe und nicht in einer Differenz auftauchen. In der Summe liefern sie nur einen kleinen, sich nahezu aufhebenden Beitrag. Die beiden Gleichungen kann man nun vereinfacht schreiben.

$$E'_{s+} = E'_{s-} = -E''_p\frac{n'\cos\alpha'(n\cos\alpha' + n'\cos\alpha)}{\varepsilon_{xy}\sin\alpha'}. \tag{B.19}$$

Dies wird in (A.4) und (A.5) eingesetzt.

$$E''_s = E_s\frac{n\cos\alpha - n'\cos\alpha'}{n\cos\alpha + n'\cos\alpha'} \tag{B.20}$$

$$E''_p = -E_s\frac{\varepsilon_{xy}n\cos\alpha\sin\alpha'}{n'\cos\alpha'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')(n\cos\alpha' + n'\cos\alpha)} \tag{B.21}$$

B.2 p-Polarisation

Die Berechnung einer einfallenden p-polarisierten Welle ist am Anfang mit den Rechnungen aus dem P-MOKE bis zur Gleichungen (A.28) identisch. Wenn man (B.2) in (A.26) eingesetzt, erhält man:

$$n(E_p + E_p'') = \sum_{\pm} n'_{\pm} \left(\frac{\varepsilon_{xy} \cos^2 \alpha'_{\pm}}{2\varepsilon \sin \alpha'_{\pm}} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{B.22}$$

Analog zur Herleitung von (A.7) erhält man aus (A.25)

$$-\cos\alpha(E_p - E_p'') = \sum_{\pm} \cos \alpha'_{\pm} \left(\frac{\varepsilon_{xy}(\cos^2 \alpha'_{\pm} + 2\sin^2 \alpha'_{\pm})}{2\varepsilon \sin \alpha'_{\pm}} \mp i \right) E'_{s\pm} \tag{B.23}$$

Aus den Gleichungen (A.27) und (A.28) erhält man durch gegenseitiges Einsetzen wieder

$$E'_{s+} = E''_s \frac{n'_- \cos \alpha'_- + n \cos \alpha}{n'_- \cos \alpha'_- - n'_+ \cos \alpha'_+} \tag{B.24}$$

$$E'_{s-} = -E''_s \frac{n'_+ \cos \alpha'_+ + n \cos \alpha}{n'_- \cos \alpha'_- - n'_+ \cos \alpha'_+} \tag{B.25}$$

Der Term im Nenner auf der rechten Seite von (B.24) und (B.25) ergibt nach ähnlichen Rechnungen wie (B.10)

$$n'_- \cos \alpha'_- - n'_+ \cos \alpha'_+ = -\frac{i\varepsilon_{xy} \sin \alpha'}{n' \cos \alpha'} \tag{B.26}$$

Womit:

$$E'_{s+} = -E'_{s-} = E''_s i \frac{n' \cos \alpha' (n' \cos \alpha' + n \cos \alpha)}{\varepsilon_{xy} \sin \alpha'} \tag{B.27}$$

Dies in (B.22) und (B.23) eingesetzt und anschließend in ε_{xy} linearisiert ergibt:

$$n(E_p + E_p'') = 2n' \frac{n' \cos \alpha' (n \cos \alpha + n' \cos \alpha')}{\varepsilon_{xy} \sin \alpha'} E_s'' \tag{B.28}$$

und

$$\cos\alpha(E_p - E_p'') = 2\cos\alpha' \frac{n' \cos \alpha' (n \cos \alpha + n' \cos \alpha')}{\varepsilon_{xy} \sin \alpha'} E_s'' \tag{B.29}$$

Nach E_p'' aufgelöst erhält man

$$E_p'' = E_p \frac{n' \cos \alpha - n \cos \alpha'}{n' \cos \alpha + n \cos \alpha'} \tag{B.30}$$

und nach E_s'' aufgelöst

$$E_s'' = E_p \frac{\varepsilon_{xy} n \cos \alpha \sin \alpha'}{n' \cos \alpha' (n \cos \alpha + n' \cos \alpha')(n' \cos \alpha + n \cos \alpha')} \tag{B.31}$$

Damit lauten die Koeffizienten der Reflexionsmatrix

$$r_{ss} = \frac{n\cos\alpha - n'\cos\alpha'}{n\cos\alpha + n'\cos\alpha'} \tag{B.32}$$

$$r_{sp} = -\frac{\varepsilon_{xy} n\cos\alpha\sin\alpha'}{n'\cos\alpha'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')(n\cos\alpha' + n'\cos\alpha)} \tag{B.33}$$

$$r_{ps} = \frac{\varepsilon_{xy} n\cos\alpha\sin\alpha'}{n'\cos\alpha'(n\cos\alpha + n'\cos\alpha')(n'\cos\alpha + n\cos\alpha')} \tag{B.34}$$

und

$$r_{pp} = \frac{n'\cos\alpha - n\cos\alpha'}{n'\cos\alpha + n\cos\alpha'}. \tag{B.35}$$

Anhang C

Die Fe-Cr-Fe Struktur an der Fe-2p-Resonanz

In diesen Kapitel werden die winkelabhängigen Reflektivitäten an der in Kapitel 5.3 vorgestellten Probe gezeigt. Die Kurven in den Abbildungen C.1 bis C.7 wurden bei verschiedenen Energien im Bereich der Einsen-$2p_{1/2}$- und der $2p_{3/2}$-Resonanz aufgenommen. Jede gemessene Kurve (in den Abbildungen unter rechts) wird berechneten Kurven gegenübergestellt. In jeder Abbildung ist oben links eine berechnete Kurve dargestellt, bei der davon ausgegangen wurde, daß die beiden Eisenschichten ferromagnetisch miteinander koppeln. Oben rechts ist eine berechnete Kurve dargestellt, für die die Annahme gemacht wurde, daß die Eisenschichten antiferromagnetisch miteinander koppeln. Zu Berechnung der Kurve unten links wurde angenommen, daß die Eisenschichten auf der Probe zu einer Hälfte ferromagnetisch und zur anderen Hälfte antiferromagnetisch koppeln.

Bei einigen Kurven zeigen sich jedoch in der Asymmetrie Unterschiede zwischen gemessenden und berechneten Kurven, die nicht auf unterschiedliche große Bereiche von ferro- und antiferromagnetischer Kopplung zurückführen lassen. Um diese Abweichungen erklären zu können muß man annehmen, daß die zur Berechnung verwendeten optischen und magnetooptischen Konstanten nicht mit denen der Probe übereinstimmen. Dies kann zwei Ursachen haben: Erstens, die Probe entspricht nicht den angenommenen Aufbau. Zweitens, die verwendeten optischen- bzw. magnetooptischen-Konstanten sind fehlerhaft.

Ursachen für den ersten Fall können daher rühren, daß die Probe vor der Messung an Luft gelagert wurde. Unter diesen Umstand kann die Oberfläche oxidieren und es bildet sich eine Eisenoxidschicht. Ebenfalls kann sich Kohlenstoff auf der Oberfläche ablagern. In beiden Fällen bekommt man eine undefinierte zusätzliche Schicht auf der Oberfläche.

Ursächlich für den zweiten Fall könnte die Gewinnung der optischen Konstanten durch die Kramers-Kronig-Analyse sein. Bei diesem Verfahren muß man eigentlich über den gesamten Frequenzbereich von Null bis Unendlich integrieren. Da nur in einen Teil dieses Bereichs Meßdaten zur Verfügung stehen, muß

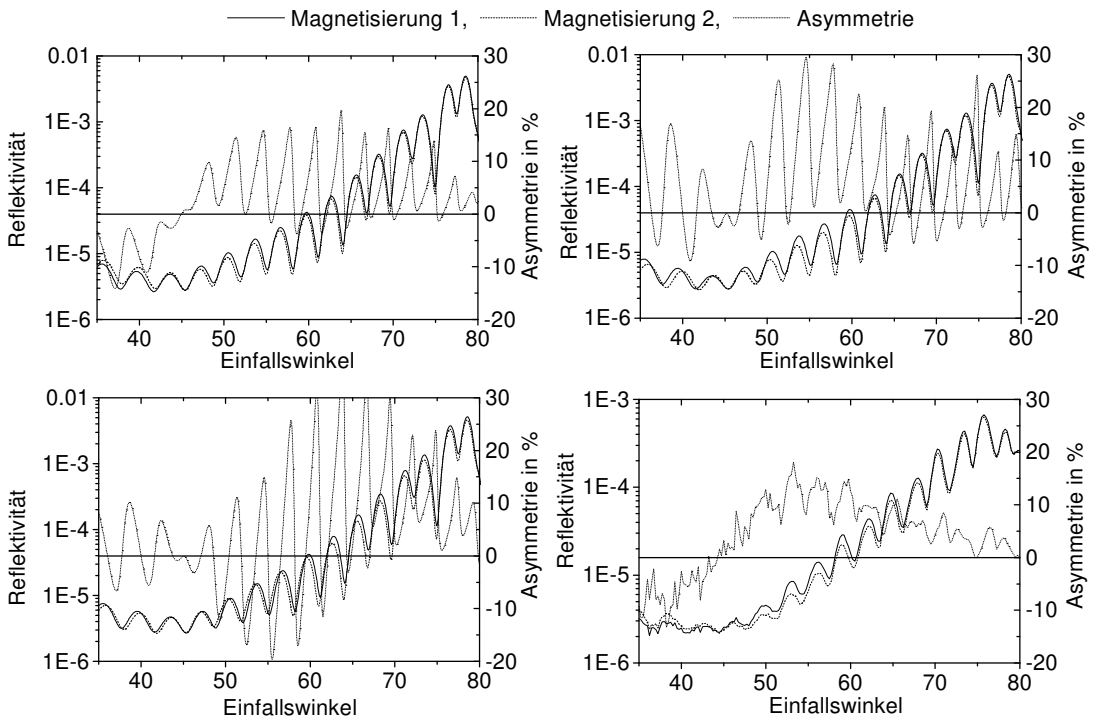

Abbildung C.1: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 704,5 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

man Annahmen über den restlichen Verlauf machen. Wenn diese Annahmen nicht korrekt sind wirkt sich daß auf die gewonnene Funktion aus.

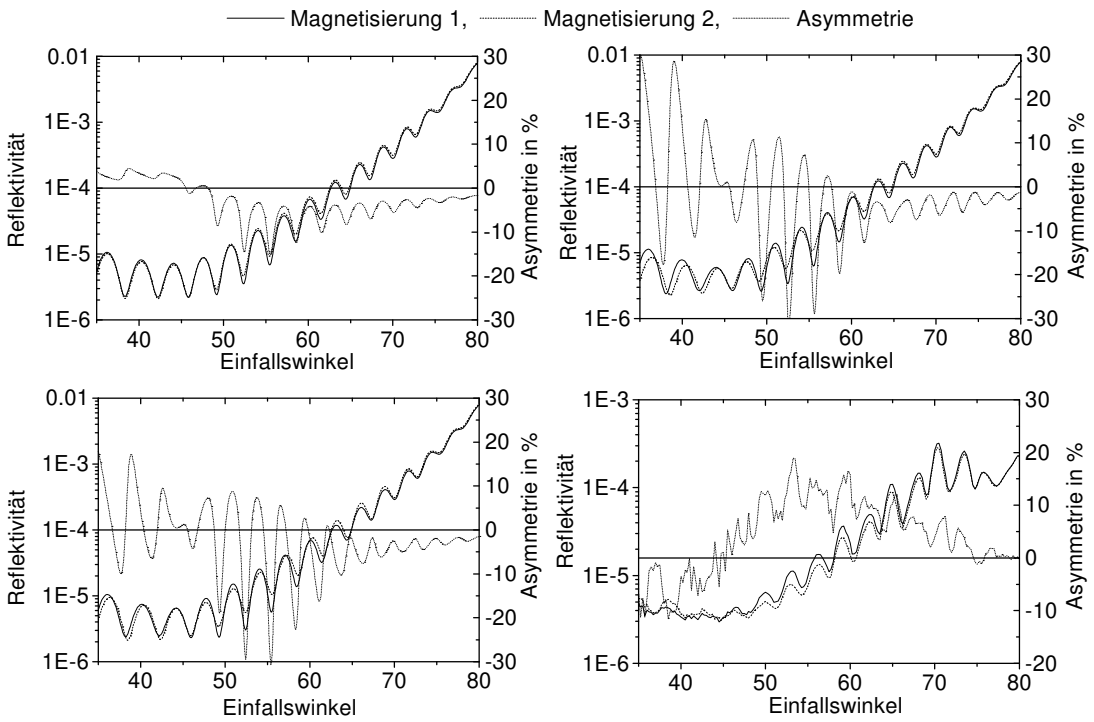

Abbildung C.2: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 706 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

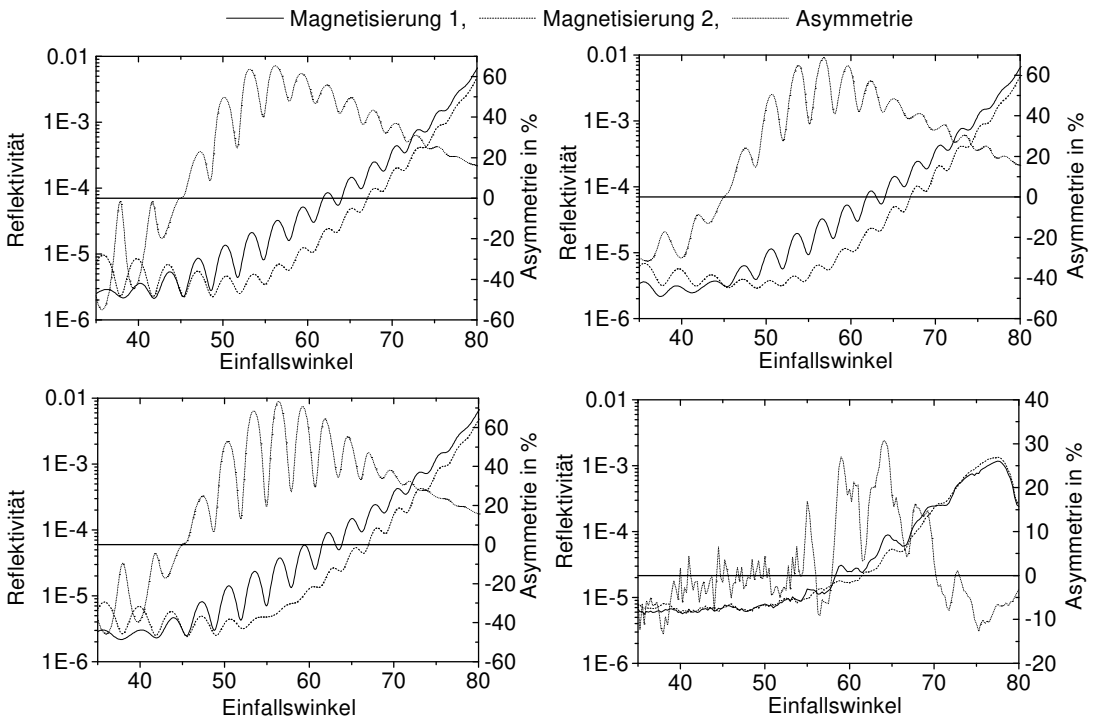

Abbildung C.3: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 709 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

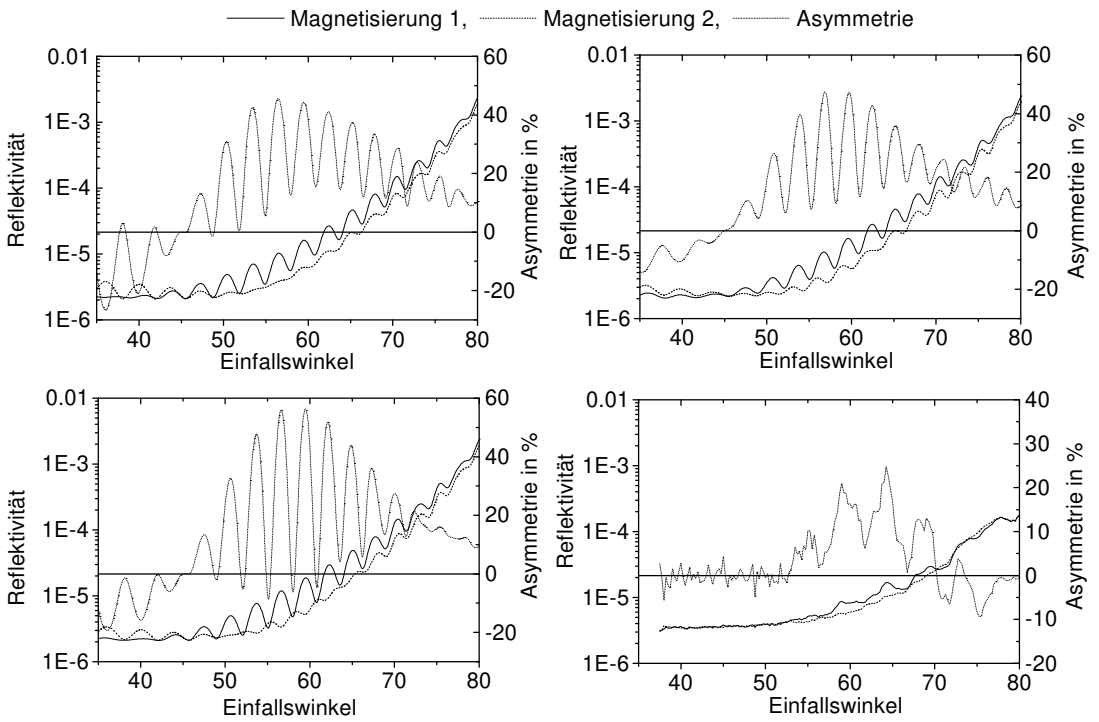

Abbildung C.4: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 712 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

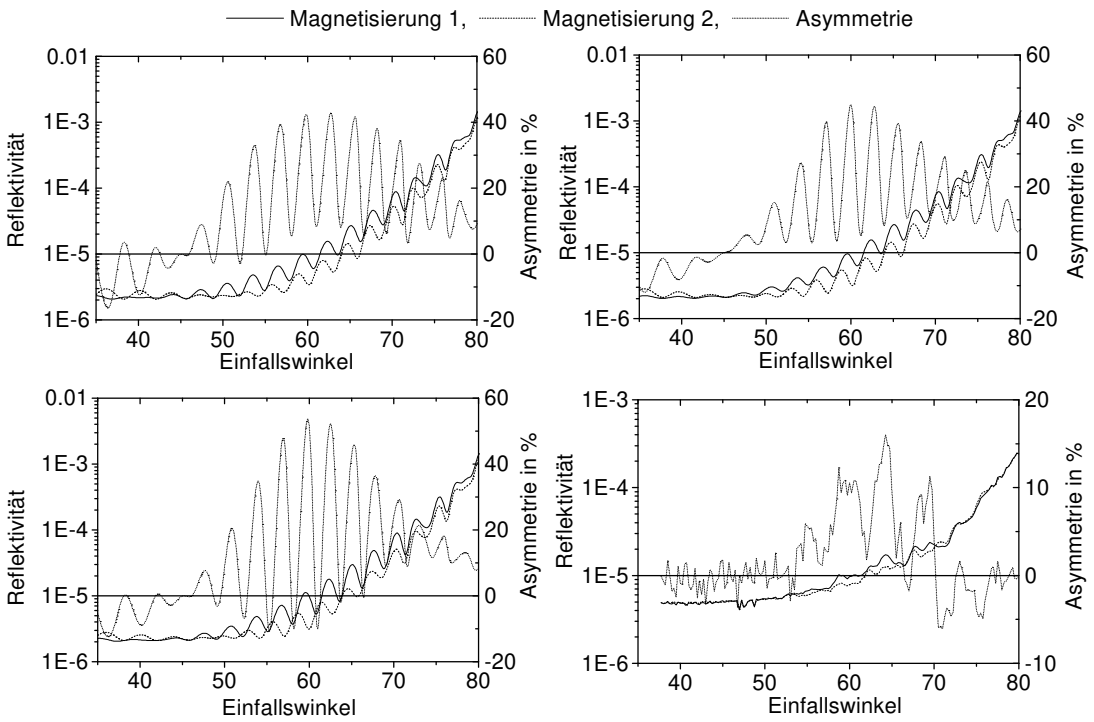

Abbildung C.5: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 715 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

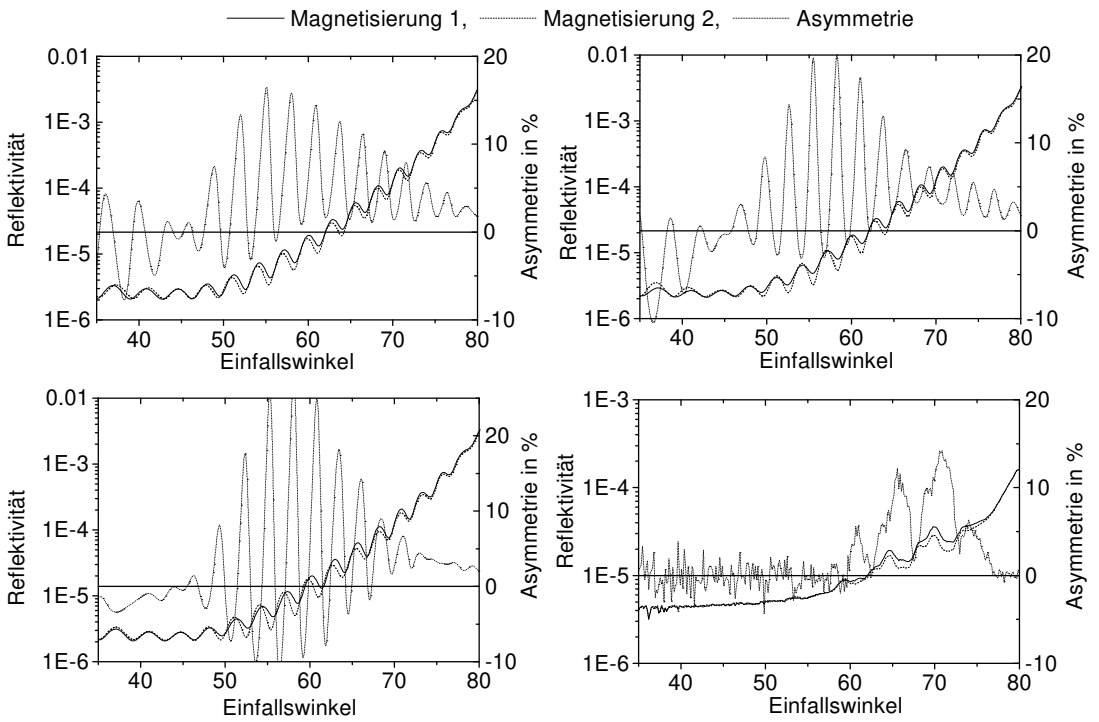

Abbildung C.6: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 722 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

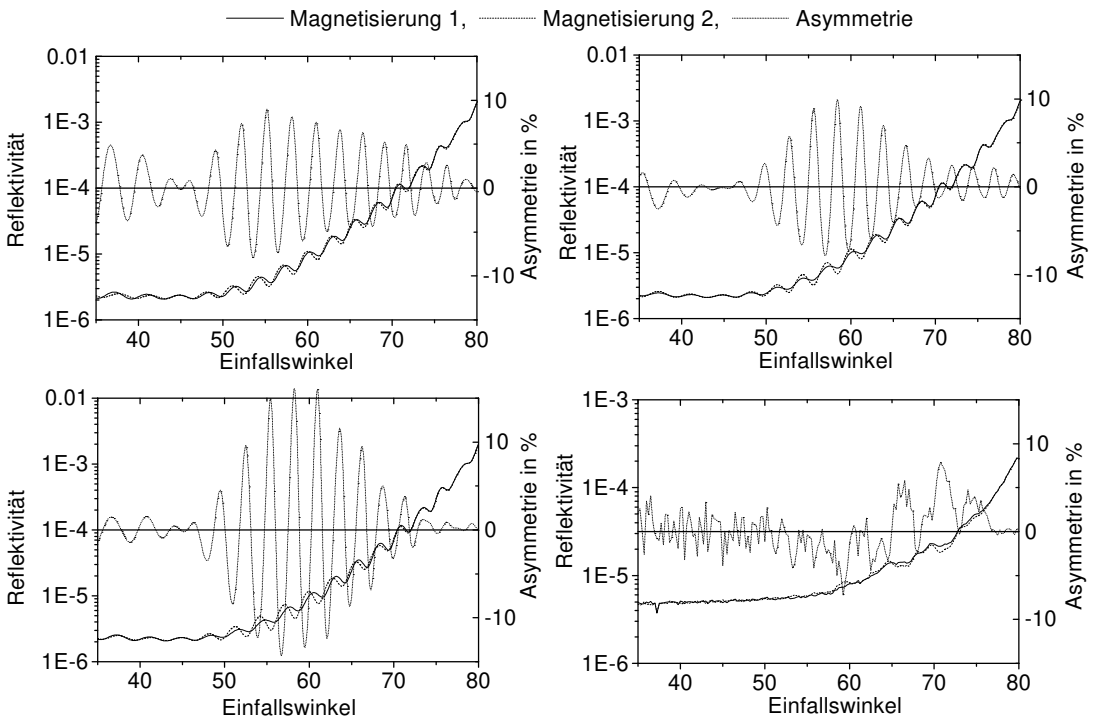

Abbildung C.7: *Winkelspektren für beide Magnetfeldrichtungen bei einer Energie1 von 725 eV. Links oben ferromagnetische Kopplung, rechts oben antiferromagnetische Kopplung, links unten 50% ferro- und 50% antiferromagnetische Kopplung und rechts unten gemessenes Spektrum.*

Literaturverzeichnis

[Bec63] P. Beckmann und A. Spizzichino. *The Scattering of Electromagnetic Waves from Rough Surfaces. Pergamon Press, Oxford (1963)*

[Bin89] G. Binasch, P. Grünberg, F.Saurenbach und W. Zinn. *Physical Rev. B* **39** *(1989) 4828*

[Ble95] C. Blessing. *Optische Eigenschaften von MgO im Bereich weicher Röntgenstrahlung. Dissertation Universität Hamburg (1995)*

[Blu85] M. Blume. *J. Appl. Phys.* **57** *(1985) 3615*

[Blu88] M. Blume, D. Gibbs *Phys. Rev. B* **37** *(1988) 1779*

[Boe98] H. Boeve, J. Das, C. Bruynseraede, J. de Boeck, und G. Borghs. *Electronics Letters* **34** *(1998) 1754*

[Bor59] M. Born und E. Wolf. *Principles of Optics. Pergamon Press, London New York Paris Los Angeles (1959)*

[Fis98] R. S. Fishman. *Phys. Rev. Lett.* **81** *(1998) 4979*

[Fre68] J. Freiser. *IEEE Trans. on Mag.* **4** *(1968) 152*

[Fri99] J. Friedrich, I. Rozhko, J. Voss, F. U. Hillebrecht und E. Kisker. *J. Appl. Phys.* **85** *(1999) 4610*

[Gru93] P. Grünberg. In Forschungszentrum Jülich GmbH (Hrsg.),*24. IFF-Ferienkurs Magnetismus von Festkörpern und Grenzflächen (1993) 28*

[Gru93a] P. Grünberg. *Phys. Blätter* **49** *(1993) 27*

[Gull] E. Gullikson am Center for X-Ray Optics (CXRO) at the Lawrence Berkeley National Laboratory (LBNL), Programmpaket erreichbar unter: *http://www-cxro.lbl.gov:80/opticalconstants.*

[Hen93] B.L. Henke, E.M. Gullikson, und J.C. Davis. *Atomic Data and Nuclear Data Tables* **54** *(1993) 181*

[Hog85] D. Hogrefe. *Spekulare und diffuse Reflexion von weicher Röntgenstrahlung an optischen Oberflächen. Dissertation Universität Hamburg (1985)*

[Hup99] H. Hupfeld. *Untersuchung der magnetischen Eigenschaften von Gadolinium-Europium-Sulfid-Mischkristallen mit resonanter Austauschstreuumg. Dissertation Universität Hamburg (1999)*

[IBM98] S. S. P. Parkin. *IBM J. Research and Development* **42.1** *(1998) 3*

[Jar85] W. Jark. *Eigenschaften reflektierender optischer Komponenten und ihr Zusammenwirken in einem Monochromator für weiche Röntgenstrahlung. Dissertation Universität Hamburg (1985)*

[Jud68] J. H. Judy, J. K. Alstadt, G. Bate und J. R. Wiitala. *IEEE Trans. on Mag.* **4** *(1968) 401*

[Ker76] J. Kerr. *Rep. Brit. Assoc (1876) 85*

[Kor95] J. B. Kortright und M. Rice. *Mat. Res. Soc. Symp. Proc.* **384** *(1995) 461*

[Kun79] C. Kunz. *Synchrotron Radiation, Topics in Current Physics 10. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York (1979)*

[Lan67] L. D. Landau und E.M. Lifschitz. *Elektrodynamik der Kontinua. Akademie-Verlag, Berlin (1967)*

[Mai96] N. Mainkar, D. A. Browne, and J. Callaway. *Phys. Rev. B* **53** *(1996) 3692*

[Moe92] S. Möller. *Bau und Charakterisierung eines Polarisationsanalysators für weiche Röntgenstrahlung. Diplomarbeit Universität Hamburg (1992)*

[Pre99] M. Pretorius. *Magnetooptische Effekt mit linear polarisierter Synchrotronstrahlung im Bereich der 3p-Absorptionskanten der 3d Übergangsmetalle Fe, Co und Ni. Dissertation Hamburg (1999)*

[Poh94] A. V. Phom, C. S. Comstock und K. T. M. Ranmuthu. *IEEE Trans. Magn. MAG* **30** *(1998) 4650*

[Pom44] D. D. Ivanenko und I. Pomeranchuk. *Phys. Rev. 65 (1944) 343*

[Sch46] J. Schwinger. *Phys. Rev. 70 (1946) 798*

[Sch49] J. Schwinger. *Phys. Rev. 75 (1949) 1912*

[Sev97] L. Seve *Diffraction magnetique rosonante des rayons X. Dissertation Universität Joseph Fourier-Grenoble I (1997)*

[Sok67] A. V. Sokolov. *Optical Properties of Metals. Blackie and Son Limited, London and Glasgow (1967)*

[Son99] B. Sonntag. *Pers. Mitteilung (1999)*

[Sou97] R. Soufli und E.M. Gullikson. *submitted to Applied Optics. (1997)*

[Spe95] M. Speckmann, H. P. Oepen, und H. Ibach. *Phys. Rev. Lett.* **75** *(1995) 2035*

[Ste63] F. Stern. *Elementary Theory of the Optical Properties of Solids. In F. Seitz und D. Turnbull (Hrsg.), Solid State Physics, Band 15. Academic Press, New York, 1963.*

[Tre95] R. Treusch. *Untersuchung dünner magnetischer Filme mit Röntgenstrahlung: Gd/Fe(100). Dissertation Universität Hamburg (1995)*

[Wol89] R. Wolf. *Vergleich von optischen Konstanten aus Reflexions- und Transmissionsmessungen im Bereich weicher Röntgenstrahlung am Beispiel von Polymid und Gold. Dissertation Universität Hamburg (1989)*

[Wol93] J. A. Wolf, Q. Leng, R.Schreiber, P. Grünberg und W. Zinn. *J. Mag. Mag. Mat. 121 (1993) 253*

[Voi08] W. Voigt. *Magneto- und Elektrooptik. Teubner, Leipzig (1908)*

[Zab99] H. Zabel. In Forschungszentrum Jülich GmbH (Hrsg.) *30. IFF-Ferienkurs Magnetische Schichtsysteme (1999) B5*

Danksagung

Diese Arbeit entstand im II. Institut für Experimentalphysik der Universität Hamburg am Hamburger Synchrotronstrahlungslabor HASYLAB. Besonders danke ich

- Herrn Prof. C. Kunz für die Möglichkeit diese Arbeit am Reflektometer zu erstellen.
- dem Graduiertenkolleg "Physik nanostrukturierter Festkörper" danke ich für die finanzielle Unterstützung. Für die vielen Gelegenheiten des Informationsaustauschs mit seinen Mitgliedern danke ich stellvertretend den Sprechen des Kollegs Herrn Prof. H. Heyszenau und Herrn Prof. W. Hansen.
- E. Louis, vom FOM Institute for Plasma Physics in Rejnhuizen für den Multilayerspiegel des Polarisationsanalysator.
- F. Voges und R. Schreiber aus der Arbeitsgruppe von Prof. Grünberg vom Institut für Festkörperforschung im Forschungszentrum Jülich für die Fe-Cr-Fe Proben.
- Prof. G. Materlik und R. Treusch dafür daß sie den Eisen-Rahmenkristall für Messungen mit dem Reflektometer zur Verfügung gestellt haben.
- J. Friedrich für seine tatkräftige Unterstützung am Reflektometer und die vielen sehr hilfreichen Diskussionen.
- A. Ranck, S. Vielhauer und P. Wernet für die Klärung vieler Detailfragen.
- H. Sievers für die Unterstützung in organisatorischen Fragen.
- Der mechnanischen Werkstatt des II. Instituts für die zügige und präzise Ausführung der Arbeiten.
- den Professoren R. Johnson und E. Kisker für ihre Unterstützung in vielerlei Hinsicht.

Und allen sonstgen Mitarbeitern der Universität und des HASYLABs, insbesonders des dritten Stocks, danke ich für die freundliche Atmosphäre die sie geschaffen haben.