Einfluß externer Störungen auf die Stabilität des Wechselwirkungspunktes bei HERA

Diplomarbeit
vorgelegt von Frank Stulle
II. Institut für Experimentalphysik
Universität Hamburg

Hamburg, November 2000

Zusammenfassung

Der Protonen-Leptonen-Speicherring HERA wurde 1991 als weltweit erste Anlage dieser Art in Betrieb genommen. Die seitdem gesammelte Erfahrung ermöglicht es nun, in den Wechselwirkungszonen im Norden und Süden von HERA, in welchen die beiden Teilchenstrahlen zur Kollision gebracht werden, einige Veränderungen der Magnetstruktur vorzunehmen. Das Ziel ist, die an die Experimente H1 und ZEUS gelieferte Luminosität auf $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{31}\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ zu steigern. Es entstehen dann deutlich mehr physikalisch interessante Ereignisse.

Allerdings schränken sich in Folge dieses Umbaus auch die Fehlertoleranzen ein. So liegt die tolerierbare transversale Fehlaufstellung der letzten Magnete vor den Wechselwirkungspunkten dann bei wenigen zehntel Millimetern. Diese Anforderung stellt normalerweise kein größeres Problem dar, wird aber in den Wechselwirkungszonen von HERA durch einen wichtigen Umstand erschwert. Auf Grund der baulichen Ausführung der Experimentierhallen und des Beschleunigertunnels stehen diese letzten Magnete auf Stahlkonstruktionen, deren Positionen durch verschiedene externe Einflüsse gestört werden können. Die dabei entstehende Magnetverschiebung ist durch mehrere, voneinander unabhängige Meßsysteme detektierbar und muß durch Schrittmotoren korrigiert werden.

Influence of external Disturbances on the Stability of the Interaction Point at HERA

Diplomathesis
by Frank Stulle
II. Institut für Experimentalphysik
University of Hamburg

Hamburg, November 2000

Abstract

HERA, the first proton lepton storage ring ever built, started operation in 1991. With the experience collected since then it is now possible to increase the luminosity by changing part of the magnet lattice in the interaction regions in the north and south of HERA, where the two beams collide. The aim is to increase the luminosity to $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$. Then the detectors H1 and ZEUS will be able to collect much more data than in the past.

The disadvantage of this reconstruction is that errors will be less tolerable. The accuracy of the transverse position of the magnets close to the interaction points has to be better than a few tenths of a millimeter. Since these magnets are mounted on steel girders, many different external disturbances can influence their position. This movement can be detected by independent measurement systems and has to be corrected by moving the girders with stepper motors or by compensating the orbit distortion with correction dipoles.

Vorwort

HERA wurde 1991 als weltweit erste Anlage in Betrieb genommen, die zwei völlig unterschiedliche Teilchensorten speichert und zur Kollision bringt. Die Umsetzung der Idee, die Kollision von Protonen und Elektronen bzw. Protonen und Positronen zu untersuchen, erforderte den Bau zweier getrennter Speicherringe, die nur in zwei Wechselwirkungszonen in ein gemeinsames System übergehen. Hier durchlaufen die unterschiedlichen Teilchen also dieselbe Magnetstruktur. Da aber die Protonen deutlich energiereicher sind als die Elektronen und Positronen, kann mit diesen Magneten auf ihre Bahn fast kein Einfluß genommen werden. Wären die Magnete stark genug, um die Protonenbahn zu beeinflussen, würden die Elektronen und Positronen durch die für sie viel zu hohen Kräfte verloren gehen. Es war daher für den Bau von HERA notwendig, ein neues Konzept für die Wechselwirkungszonen zu entwickeln. Die letzten Magnete des Protonenringes stehen weit genug vor den Wechselwirkungspunkten, sodaß die Teilchenstrahlen dort schon ausreichend voneinander getrennt sind und die Elektronen bzw. Positronen diese Magnete nicht passieren müssen. Dennoch müssen in den Wechselwirkungspunkten die Querschnitte der Teilchenstrahlen exakt übereinstimmen und ihre Kollision darf nicht unter einem Kreuzungswinkel geschehen.

Seit der Inbetriebnahme von HERA wurden in beiden Speicherringen die Optiken durch Änderungen der Magnetfeldstärken modifiziert, ohne den Aufbau der Magnetstrukturen ändern zu müssen. Dies schuf die Voraussetzung dafür, im Jahr 1997 das gesteckte Ziel einer Luminosität von $\mathcal{L} = 1.5 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ an die Experimente H1 und ZEUS, die sich in den Wechselwirkungszonen befinden, zu liefern. Die einhergehende Steigerung der Betriebseffizienz ermöglichte es, im Jahr 2000 die jährliche integrierte Luminosität für ZEUS auf $\mathcal{I} = 67\mathrm{pb}^{-1}$ und für H1 sogar auf $\mathcal{I} = 69.5\mathrm{pb}^{-1}$ zu steigern. Die Luminosität $\mathcal{L}$ ist dabei ein Maß für die Teilchenrate $\dot{N}$, die bei der Strahlkollision entsteht. Diese Teilchenrate hängt dabei natürlich auch von dem Wirkungsquerschnitt σ ab, der von der Natur für die beobachtete Reaktion vorgegeben wird, und es gilt $\dot{N} = \sigma\,\mathcal{L}$. Die in einem Zeitabschnitt Δt erzeugte Gesamtzahl N von Teilchen ist dann $N = \sigma \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \mathcal{L}\,d\tau = \sigma\,\mathcal{I}$. $\mathcal{I}$ bezeichnet die integrierte Luminosität.

Um die Luminosität weiter steigern zu können, ist es nötig, die Magnetstruktur in den Wechselwirkungszonen neu zu gestalten. Dieser Umbau („Luminositäts-Upgrade“) wird ab September 2000 in beiden Wechselwirkungszonen von HERA durchgeführt, wobei einige Magnete durch neue ersetzt werden, die sich dann auch an anderen Positionen befinden. Es werden die letzten Magnete des Protonenringes nicht mehr 27m vor den Wechselwirkungspunkten stehen, sondern nur noch etwa 11m und die Elektronen werden zuletzt in den Detektoren H1 und ZEUS 2m vor den Wechselwirkungspunkten fokussiert. Mit der neuen, verbesserten Strahloptik können dadurch die Strahlquerschnitte σ_{x}^* und σ_{z}^* beider Strahlen an den Wechselwirkungspunkten von $\sigma_{\mathrm{x}}^* = 200\mu\mathrm{m}$ bzw. $\sigma_{\mathrm{z}}^* = 50\mu\mathrm{m}$ auf $\sigma_{\mathrm{x}}^* = 118\mu\mathrm{m}$ bzw. $\sigma_{\mathrm{z}}^* = 32\mu\mathrm{m}$ verringert werden. Die Luminosität steigt auf $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$.

Nachteilig ist die erhöhte Empfindlichkeit der neuen Optik gegenüber Störungen. Gerade die Quadrupolmagnete des Leptonenringes dicht an den Wechselwirkungspunkten erfordern dabei besondere Aufmerksamkeit, weil hier durch Fehlaufstellungen der Mag-

nete die Synchrotronstrahlungsfächer, welche in ihnen entstehen, abgelenkt werden können. Dadurch erhöhen sich die von den Detektoren gemessenen Untergrundraten. Aber auch die Teilchenbahnen reagieren stärker auf Optikfehler, sodaß die letzten Magnete vor den Detektoren auch aus diesem Grund transversal mit einer Genauigkeit von wenigen zehntel Millimetern positioniert sein müssen.

In dieser Diplomarbeit wird die Stabilität der Aufstellung bestimmter Quadrupolmagnete bei HERA und deren Einfluß auf die Stabilität der Wechselwirkungspunkte betrachtet. Dazu wird die zu erwartende Fehlaufstellung dieser Magnete aus Meßdaten abgeschätzt, die bisher bei HERA aufgenommen wurden. Die Magnete vor den Wechselwirkungspunkten befinden sich auf Stahlkonstruktionen (Magnetbrücken), und nach dem Umbau wird jeweils der vorderste sogar komplett in den Detektor eingebaut sein. Ihre Position ist dadurch einigen externen Einflüssen ausgesetzt, die zu unzulässig großen Verschiebungen führen können. Um dies auszuschließen, müssen die Magnetpositionen ständig überwacht und gegebenenfalls Korrekturen durchgeführt werden.

Es stehen zur Diagnose der transversalen Fehlaufstellung der Magnete drei voneinander unabhängige Meßsysteme zur Verfügung, aus deren Daten Ort und Größe der Störungen bestimmt und damit auch ihr Einfluß kompensiert werden kann. Als Korrekturmöglichkeiten kommen dabei Schrittmotoren zum Einsatz, mit deren Hilfe die Magnetbrücken bewegbar sind. Zusätzlich sind Korrekturdipolmagnete zur Kompensation der Orbitstörungen vorhanden.

An Hand von Rechnungen und Computersimulationen wird dann beurteilt, ob der Einfluß dieser Aufstellungsfehler mit den vorhandenen Systemen genügend korrigierbar ist, um die Störungen auf ein tolerierbares Niveau zu unterdrücken.

Inhaltsverzeichnis

1 Physikalische Grundlagen **7**

1.1 Lineare Strahloptik 7
1.2 Dispersion, Transformationsmatrizen 9
1.3 Momentum-Compaction-Factor 11
1.4 Twissparameter 12
1.5 Arbeitspunkt, optische Resonanzen 14
1.6 Periodische Lösung der gestörten Hill'schen Gleichungen 15
1.7 Optikstörungen 16
1.8 Chromatizität, Sextupole 18
1.9 Lokale Orbitbeulen 19
1.10 Luminosität 20

2 Mathematische Grundlagen **23**

2.1 Methode der kleinsten Quadrate, Matrixinversion 23
2.2 Singulärwert-Zerlegung 26
2.3 MICADO 27
2.4 Fehlerfortpflanzung 27

3 HERA-Optiken **29**

3.1 Die alte HERA-Optik 29
3.2 Die neue HERA-Optik 30

4 Magnete und Brücken in den Experimentierhallen Nord und Süd **33**

4.1 Aufbau der Magnetbrücken 33
4.2 Korrekturmöglichkeiten von Brückenfehlaufstellungen 38
4.3 Bewegung der Magnete 39
4.4 Meßvorrichtungen 41
4.4.1 Strahllagemonitore 41
4.4.2 Optisches und elektronisches Drahtmeßsystem 42
4.4.3 Hydrostatisches Höhenmeßsystem 43
4.5 Störungen der Brückenpositionen 44

5 Simulation von Optikstörungen, Fehlertoleranzen **50**

5.1 Bewegung von Magnetbrücken 50
5.2 Apertureinschränkung durch Fehler in der Wechselwirkungszone 54
5.3 Synchrotronstrahlung 56

6 Analyse der Meßdaten **58**

6.1 Auswertung der Strahllagemonitore 58
6.2 Phasen- und Amplitudenanalyse 64

6.3 Auswertung der Drahtmeßsysteme 67
6.4 Auswertung des hydrostatischen Höhenmeßsystems 70

7 Orbitanalysen an der alten HERA-Optik 72
7.1 Einfluß von Korrekturdipolen 72
7.2 Einfluß von Brückenbewegungen 75

8 Zusammenfassung 78

A Quellcode des Programms zur Phasen- und Amplitudenanalyse 80

1 Physikalische Grundlagen

Die Bewegung geladener Teilchen läßt sich durch elektromagnetische Felder beeinflussen. Sie erfahren die dem elektrischen Feld $\vec{E}$ und magnetischen Feld $\vec{B}$ proportionale Lorentzkraft

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = e\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})\,.$$

Der magnetische Anteil wächst also mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$, die bei den Teilchen in einem Beschleuniger in etwa Lichtgeschwindigkeit c beträgt. Es sind daher elektrischer und magnetischer Anteil der Kraft gleich, wenn $\vec{E} = c\,\vec{B}$ gilt. Ein Magnetfeld der Stärke $B = 1\mathrm{T}$ übt dann die gleiche Kraft aus wie ein elektrisches Feld der Stärke $E = 3 \cdot 10^8 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$. Während aber die Erzeugung von Magnetfeldern mehrerer Tesla Stärke kein technisches Problem darstellt, sind elektrische Felder in der Größenordnung von $10^8 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ nicht realisierbar. Beschleuniger verwenden daher fast ausschließlich Magnetfelder, um die Teilchen auf ihre Bahn zu lenken. Magnete werden auch für die nötige Fokussierung der Teilchen verwendet.

Diese beiden Hauptaufgaben in einem Beschleuniger lassen sich vollständig durch die lineare Strahloptik beschreiben. Sie stellt eine lineare Näherung der Bewegung geladener Teilchen im Magnetfeld dar, wobei das Feld nur aus den ersten beiden Gliedern einer Taylor-Entwicklung besteht. Dadurch lassen sich einerseits die Bewegungsgleichungen einzelner Teilchen aufstellen, andererseits kann auch die Dynamik eines Strahls sehr vieler Teilchen hergeleitet werden. Ergänzend werden in Beschleunigern Sextupolmagnete eingesetzt, die mit ihren nichtlinearen Feldern die Impulsabhängigkeit der Fokussierung korrigieren.

Umfangreichere Darstellungen der Beschleunigerphysik finden sich zum Beispiel in [1], [2] und [3].

1.1 Lineare Strahloptik

Die Teilchenbewegung läßt sich in einem rechtwinkligen, mitbewegten Koordinatensystem $\vec{K} = (x, z, s)$ beschreiben, wobei s in Strahlrichtung zeigt (Abb. 1.1). In einem

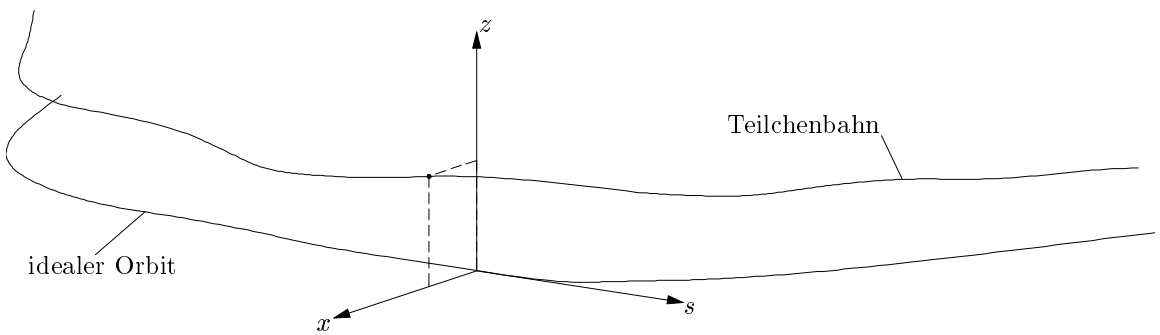

Abbildung 1.1: *Die Bahn eines Teilchens wird relativ zum idealen Orbit gemessen. Das Koordinatensystem bewegt sich in s-Richtung mit und führt dabei auch Drehungen aus.*

Beschleuniger bewegen sich dann die Teilchen weitgehend nur in s-Richtung mit der Geschwindigkeit $\vec{v} \approx (0, 0, v_\mathrm{s})$ durch das Magnetfeld, welches hauptsächlich transversale Komponenten $\vec{B} \approx (B_\mathrm{x}, B_\mathrm{z}, 0)$ besitzt. Horizontale und vertikale Ebene können dabei im Folgenden getrennt mit den gleichen Formalismen behandelt werden. Ebenenkopplungen durch gedrehte Magnete bleiben unberücksichtigt.

Aus dem Gleichgewicht der Lorentz- und der Zentrifugalkraft ergibt sich in der horizontalen Ebene die Beziehung

$$\frac{1}{R(x,z,s)} = \frac{e}{p_0}\, B_\mathrm{z}(x,z,s)\,. \tag{1.1}$$

Durch eine Taylor-Entwicklung des Magnetfeldes in der Umgebung der Idealbahn kann $B_\mathrm{z}(x)$ als Summe von Multipolen dargestellt werden:

$$\begin{aligned}\frac{e}{p_0}\, B_\mathrm{z}(x) &= \frac{e}{p_0}\, B_{\mathrm{z}0} + \frac{e}{p_0}\,\frac{\mathrm{d}B_\mathrm{z}}{\mathrm{d}x}\, x + \frac{1}{2!}\,\frac{e}{p_0}\,\frac{\mathrm{d}^2 B_\mathrm{z}}{\mathrm{d}x^2}\, x^2 + \frac{1}{3!}\,\frac{e}{p_0}\,\frac{\mathrm{d}^3 B_\mathrm{z}}{\mathrm{d}x^3}\, x^3 + \ldots \\ &= \frac{1}{R} - k\,x + \frac{1}{2!}\, m\, x^2 + \frac{1}{3!}\, o\, x^3 + \ldots \\ &\quad\ \text{Dipol} \quad \text{Quadrupol} \quad \text{Sextupol} \quad \text{Oktupol}\end{aligned} \tag{1.2}$$

Die lineare Strahloptik berücksichtigt nur den Dipol- und den Quadrupolanteil zur Bestimmung der Bewegung der Teilchen. Das Dipolfeld lenkt die Teilchen ab, wobei die Anordnung aller Dipolfelder im Beschleuniger den idealen Orbit festlegt. Einer allgemeinen Konvention folgend gilt für einen Quadrupolmagneten mit $k < 0$, daß er den Teilchenstrahl horizontal fokussiert und vertikal defokussiert, während er ihn für $k > 0$ horizontal defokussiert und vertikal fokussiert. Häufig werden um 45° gedrehte Quadrupole zur Korrektur von Ebenenkopplungen eingesetzt. Von den höheren Multipolen dienen noch die Sextupolmagnete gezielt der Kompensation der Impulsabhängigkeit der Fokussierung. Oktupole werden zur Landaudämpfung verwendet.

Im Rahmen der linearen Strahloptik kann nun die Bewegungsgleichung der Teilchen als Abweichung der wahren Teilchenbahn vom idealen Orbit hergeleitet werden. Der Ursprung des Koordinatensystems bewegt sich dabei auf dem idealen Orbit mit. Da dieser Orbit im Allgemeinen aber gebogen ist und damit das Koordinatensystem Drehungen ausführt, muß auch die Teilchenbewegung in einem gedrehten System beschrieben werden. Vereinfachend soll dabei angenommen werden, daß nur in der horizontalen Ebene Dipolfelder für eine Strahlablenkung sorgen, die Drehung des Koordinatensystems erfolgt dann nur um die z-Achse. Nach Gl. 1.2 gilt also für die Magnetfelder B_x und B_z in x- bzw. z-Richtung:

$$\frac{e}{p_0}\, B_\mathrm{z} = \frac{1}{R} - k\,x \tag{1.3}$$

$$\frac{e}{p_0}\, B_\mathrm{x} = -k\,z\,. \tag{1.4}$$

Der Impuls $p = p_0 + \Delta p$ der Teilchen weicht in Beschleunigern nur wenig von dem Sollimpuls p_0 ab, daher kann er durch

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_0}\left(1 - \frac{\Delta p}{p_0}\right)$$

abgeschätzt werden. Näherungsweise können dann unter der Annahme sehr kleiner transversaler Teilchengeschwindigkeiten lineare Bewegungsgleichungen für Teilchen in einem ebenen Beschleuniger hergeleitet werden. Sie werden Hill'sche Differentialgleichungen genannt:

$$x''(s) + \left(\frac{1}{R^2(s)} - k(s)\right) x(s) = \frac{1}{R(s)} \frac{\Delta p}{p_0} \tag{1.5}$$

$$z''(s) + k(s)\, z(s) = 0\ . \tag{1.6}$$

Dabei werden hier und im Folgenden mit den gestrichenen Variablen die Ableitungen nach dem Ort bezeichnet:

$$x' = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}s},\ x'' = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}s^2}\ .$$

In Gl. 1.5 stellt der Term $1/R(s)^2\, x(s)$ den Beitrag der schwachen Fokussierung in den Dipolen dar. Die schwache Fokussierung ist ein geometrischer Effekt, der aber meistens gegenüber der starken Fokussierung $k(s)\, x(s)$ der Quadrupolmagnete deutlich schwächer ausfällt. In einem Rechteckmagneten wird sie in der horizontalen Ebene durch die Kantenfokussierung aufgehoben, dafür tritt dann in der vertikalen eine Fokussierung dieser Stärke auf.

1.2 Dispersion, Transformationsmatrizen

Die Hill'schen Differentialgleichungen 1.5 und 1.6 ermöglichen die Beschreibung der Teilchenbahn durch eine ebene Magnetstruktur. Da Gl. 1.5 eine inhomogene Differentialgleichung darstellt, kann ihre Lösung als die Summe aus der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung und einer speziellen Lösung der inhomogenen Gleichung dargestellt werden. Dazu sollen die Felder innerhalb der Magnete als konstant angesehen und außerhalb vernachlässigt werden. Die Gleichung der Teilchenbahn kann dann stückweise in den Magneten und den feldfreien Driftstrecken gelöst werden. Dabei ergeben sich die Integrationskonstanten aus den Anfangsbedingungen vor den Elementen.

Eine Impulsabweichung $\Delta p \neq 0$ führt in erster Näherung nur in den Dipolen zu einer Bahnänderung. Die Teilchenbahn $x(s)$ ist dann eine Überlagerung der Bahn der Teilchen ohne Impulsabweichung $x_\beta(s)$ (Lösung der homogenen Gleichung) und der sogenannten Dispersionsbahn $x_\mathrm{D}(s)$ (spez. Lösung der inhomogenen Gleichung). Sie ergibt sich aus der Dispersion $D(s)$, welche die Bahn von Teilchen mit $\Delta p = p_0$ darstellt:

$$D''(s) + \frac{1}{R^2}\, D(s) = \frac{1}{R}\ . \tag{1.7}$$

Die Bahn von Teilchen mit einer beliebigen Impulsabweichung Δp ist dann

$$\begin{aligned} x(s) &= x_\beta(s) + x_\mathrm{D}(s) \\ &= x_\beta(s) + D(s)\, \frac{\Delta p}{p_0}\ . \end{aligned} \tag{1.8}$$

Für die Darstellung der Teilchenbahn in beiden Ebenen bietet sich die Matrixschreibweise an:

$$\begin{pmatrix} x(s) \\ x'(s) \\ z(s) \\ z'(s) \\ \frac{\Delta p}{p_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\mathrm{x} & S_\mathrm{x} & 0 & 0 & D \\ C'_\mathrm{x} & S'_\mathrm{x} & 0 & 0 & D' \\ 0 & 0 & C_\mathrm{z} & S_\mathrm{z} & 0 \\ 0 & 0 & C'_\mathrm{z} & S'_\mathrm{z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(s_0) \\ x'(s_0) \\ z(s_0) \\ z'(s_0) \\ \frac{\Delta p}{p_0} \end{pmatrix}.$$

Jedes Beschleunigerelement kann durch eine Transformationsmatrix beschrieben werden. Die Matrix für die Transformation durch die gesamte Magnetstruktur ergibt sich dann aus Multiplikationen der einzelnen Matrizen. Als Elemente in Beschleunigern werden horizontal fokussierende Quadrupole ($k < 0$), vertikal fokussierende Quadrupole ($k > 0$) und Dipole eingesetzt. Auf Grund der Geometrie tritt bei rechteckigen Dipolen noch die Kantenfokussierung auf. Zusätzlich sind auch die Driftstrecken zu berücksichtigen. Um die Teilchenbahn vollständig beschreiben zu können, werden also fünf verschiedene Transformationsmatrizen benötigt. Jede kann aus den Hill'schen Gleichungen hergeleitet werden, wenn jeweils nur die auftretenden Felder berücksichtigt werden. Dabei soll von Elementen der Länge l ausgegangen werden:

1. horizontal fokussierender Quadrupol, $k < 0$, $\frac{1}{R} = 0$:

$$\mathbf{M}_\mathrm{QF} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \frac{1}{\sqrt{|k|}}\sin\psi & 0 & 0 & 0 \\ -\sqrt{|k|}\sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cosh\psi & \frac{1}{\sqrt{|k|}}\sinh\psi & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{|k|}\sinh\psi & \cosh\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.9}$$

$$\psi = l\sqrt{|k|}$$

2. vertikal fokussierender Quadrupol, $k > 0$, $\frac{1}{R} = 0$:

$$\mathbf{M}_\mathrm{QD} = \begin{pmatrix} \cosh\psi & \frac{1}{\sqrt{|k|}}\sinh\psi & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{|k|}\sinh\psi & \cosh\psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\psi & \frac{1}{\sqrt{|k|}}\sin\psi & 0 \\ 0 & 0 & -\sqrt{|k|}\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.10}$$

$$\psi = l\sqrt{|k|}$$

3. Dipol, $k = 0$, $\dfrac{1}{R} > 0$:

$$\mathbf{M}_{\text{Dipol}} = \begin{pmatrix} \cos\dfrac{l}{R} & R\,\sin\dfrac{l}{R} & 0 & 0 & R\left(1-\cos\dfrac{l}{R}\right) \\ -\dfrac{1}{R}\,\sin\dfrac{l}{R} & \cos\dfrac{l}{R} & 0 & 0 & \sin\dfrac{l}{R} \\ 0 & 0 & 1 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.11}$$

4. Kantenfokussierung, $k = 0$, $\dfrac{1}{R} > 0$:

$$\mathbf{M}_{\text{Kante}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{1}{R}\,\tan\Psi & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{1}{R}\,\tan\Psi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.12}$$

$$\Psi = \frac{\pi}{2} - \text{Strahlaustrittswinkel}$$

5. Driftstrecke, $k = 0$, $\dfrac{1}{R} = 0$:

$$\mathbf{M}_{\text{Drift}} = \begin{pmatrix} 1 & l & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.13}$$

1.3 Momentum-Compaction-Factor

Bahnen von Teilchen mit Impulsabweichung haben normalerweise eine andere Länge als der Sollorbit. Dies wirkt sich auf die longitudinale Phasenfokussierung aus, weshalb der Momentum-Compaction-Factor α_{c} eingeführt wird. Er stellt das Verhältnis von relativer Bahnlängenänderung zu relativer Impulsänderung dar:

$$\alpha_{\text{c}} = \frac{\Delta L/L}{\Delta p/p_0}\,.$$

Die Bahnlänge L setzt sich aus der Länge des Sollorbits $L_0 = \oint ds$ und der Längenabweichung

$$\Delta L = \oint \frac{R(s) + x_D(s)}{R(s)}\,ds - \oint R(s)\,ds = \frac{\Delta p}{p_0} \oint \frac{D(s)}{R(s)}\,ds$$

zusammen, die sich aus der Dispersionsbahn $x_D(s)$ ergibt. Für den Momentum-Compaction-Factor ergibt sich dann

$$\alpha_{\text{c}} = \frac{1}{L_0} \oint \frac{D(s)}{R(s)}\,ds\,. \tag{1.14}$$

1.4 Twissparameter

Die Transformationsmatrizen ermöglichen zwar die Berechnung der Bahnen einzelner Teilchen, enthalten aber nicht die Dynamik eines Strahls aus sehr vielen Teilchen. Sie kann aber aus den Hill'schen Gleichungen 1.5 und 1.6 hergeleitet werden. Vorausgesetzt sei, daß keine Impulsabweichungen auftreten. Es ist dann die Gleichung

$$x''_\beta(s) + \left(\frac{1}{R(s)^2} - k(s)\right) x_\beta(s) = 0$$

zu lösen. Dies ist die Gleichung eines harmonischen Oszillators. Die Teilchen führen also Schwingungen um den Orbit aus, die Betatronschwingungen genannt werden. Sie lassen sich mit dem Ansatz

$$x_\beta(s) = I\, i(s)\, \cos\left(\Phi(s) + \varphi\right)$$

in Abhängigkeit von der Betatronphase $\Phi(s)$ beschreiben. Die Integrationskonstanten I und φ werden durch die Anfangsbedingungen am Ort s_0 festgelegt. Es lassen sich die Betafunktion $\beta(s) = i^2(s)$, sowie die Einteilchenemittanz $\epsilon = I^2$ einsetzen und zusammen mit der Lösung von $\Phi(s)$ gilt

$$\begin{aligned} x_\beta(s) &= \sqrt{\epsilon\,\beta(s)}\, \cos\left(\Phi(s) + \varphi\right) \\ \Phi(s) &= \int_{s_0}^{s} \frac{du}{\beta(u)}\,. \end{aligned} \tag{1.15}$$

Die Amplitude der Betatronschwingung ist also ortsabhängig und wird durch $E(s) = \sqrt{\epsilon\,\beta(s)}$ festgelegt. Diese Definition gilt für jedes Teilchen, wobei die Betafunktion ortsabhängig und für jedes Teilchen gleich ist, da sie eine Eigenschaft des Beschleunigers darstellt. Die Einteilchenemittanz hingegen ist ortsunabhängig und variiert zwischen den Teilchen. Es muß daher noch eine Definition der Emittanz des gesamten Teilchenstrahls eingeführt werden.

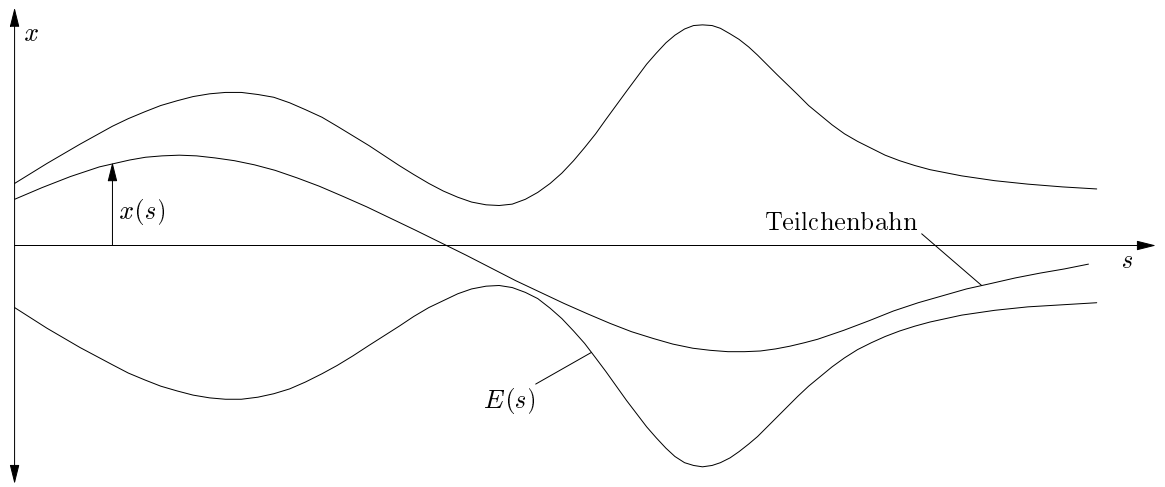

Abbildung 1.2: *Zwei Drittel der Teilchen bewegen sich innerhalb der Envelope $E(s)$.*

Bei den Leptonen in HERA kann in sehr guter Näherung angenommen werden, die transversale Ladungsdichte sei gaußförmig [4]. Daher wird als Emittanz ϵ des Strahls die Einteilchenemittanz ϵ_σ der Teilchen mit einem Abstand zur Strahlachse von einer Standardabweichung $\sigma(s) = \sqrt{\epsilon_\sigma\,\beta(s)}$ definiert:

$$\epsilon = \epsilon_\sigma = \frac{\sigma^2(s)}{\beta(s)}\,.$$

Die Teilchen eines Strahls bewegen sich also hauptsächlich innerhalb der Envelope $E(s) = \sqrt{\epsilon\,\beta(s)}$ (Abb. 1.2).

Die erste Ableitung von $x_\beta(s)$ kann einfach aus Gl. 1.15 gewonnen werden:

$$x'_\beta(s) = -\sqrt{\frac{\epsilon}{\beta(s)}}\,\left(\alpha(s)\,\cos\left(\Phi(s)+\varphi\right) + \sin\left(\Phi(s)+\varphi\right)\right). \tag{1.16}$$

Dabei darf $\alpha(s) = -\frac{\beta'(s)}{2}$ jedoch nicht mit dem Momentum-Compaction-Factor verwechselt werden, der mit α_c bezeichnet wird (siehe Gl. 1.14). Beschreibt man die Schwingung eines Teilchens im Phasenraum (x, x'), so ergibt sich aus Gl. 1.15 und 1.16 die Gleichung einer Ellipse:

$$\gamma(s)\,x_\beta^2(s) + 2\alpha(s)\,x_\beta(s)\,x'_\beta(s) + \beta(s)\,x'^2_\beta(s) = \epsilon\,. \tag{1.17}$$

Der Parameter $\gamma(s) = \frac{1+\alpha^2(s)}{\beta(s)}$ wurde zur Vereinfachung eingesetzt und entspricht nicht dem relativistischen γ. Man erkennt, daß die Emittanz ein Maß für die Fläche der Phasenraumellipse ist (Abb. 1.3). Nach dem Liouville'schen Satz ist diese Fläche konstant, und damit ist auch die Emittanz eine Invariante der Teilchenbewegung. Aus diesem Grund wird Gl. 1.17 auch Courant-Snyder-Invariante genannt.

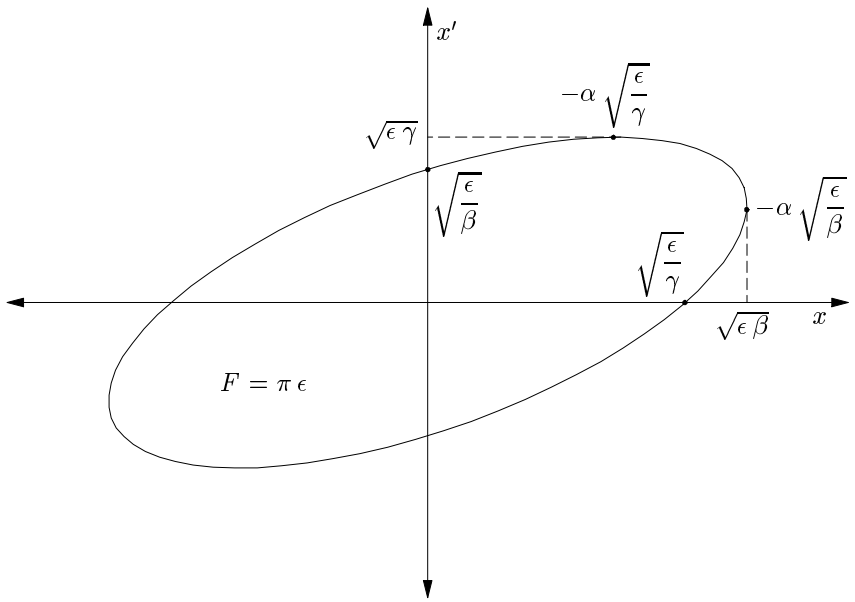

Abbildung 1.3: *Im Phasenraum bewegen sich die Teilchen auf Ellipsen, deren Fläche durch die Emittanz ϵ gegeben ist.*

Auf Grund der Definition der Strahlemittanz liegt etwa ein Drittel aller Teilchenbahnen außerhalb der Envelope $E(s)$. Die Vakuumkammer muß also im gesamten Beschleuniger deutlich größer sein als der über $E(s)$ definierte Strahlquerschnitt, um den Teilchenverlust möglichst gering zu halten. Durch die Ortsabhängigkeit des Strahlquerschnittes kann zur Beurteilung aber nicht direkt die Apertur d der Vakuumkammer verwendet werden, sondern das Minimum des Verhältnisses $d/\sqrt{\beta(s)}$ markiert die engste Stelle (Abb. 1.4). Als Akzeptanz A des Beschleunigers wird daher

$$A = \left(\frac{d^2}{\beta}\right)_{\min} \tag{1.18}$$

definiert. Die Akzeptanz muß also deutlich größer sein als die Emittanz.

Die Vakuumkammern bei HERA sind so dimensioniert, daß für den Leptonenstrahl überall mindestens 20σ freie Apertur zur Verfügung stehen und für den Protonenstrahl 12σ. Das heißt, die Apertur d der Vakuumkammer ist zwanzigmal bzw. zwölfmal größer als die Strahlenvelope $E(s)$.

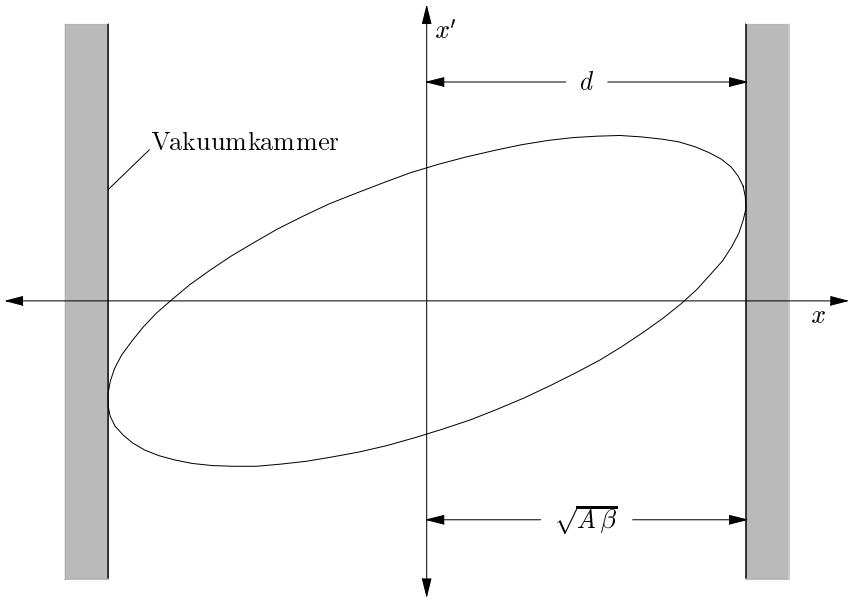

Abbildung 1.4: *Die Akzeptanz A entspricht der größtmöglichen Emittanz, die gerade noch in die Vakuumkammer paßt.*

1.5 Arbeitspunkt, optische Resonanzen

In Ringbeschleunigern muß bei der Lösung der Hill'schen Gleichungen die Periodizität der Magnetfelder beachtet werden. Nach einem vollen Umlauf der Länge L um den Beschleuniger geht also auch die Betatronschwingung in Gl. 1.15 wieder in sich über:

$$x_\beta(s) = x_\beta(s + L) \; .$$

Als Änderung der Betatronphase für einen Umlauf wird daher der Arbeitspunkt

$$Q_{x,z} = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{ds}{\beta_{x,z}(s)} \tag{1.19}$$

definiert. Der Arbeitspunkt ist ein Maß für die Anzahl der Betatronschwingungen pro Umlauf.

Aus ihm können wichtige Erkenntnisse über das Resonanzverhalten der Teilchen gewonnen werden. Resonanzen entstehen durch Feldfehler, welche die Betatronschwingung anregen. Wird zum Beispiel eine Orbitstörung immer mit der gleichen Betatronphase durchlaufen (Q ganzzahlig), so wird sich die resultierende Schwingung jedesmal verstärken. Ein stabiler Betrieb ist dann nicht möglich. Aber auch wenn nach zwei- oder mehrmaligen Umlauf die Anregung phasengleich ist ($2Q$, $3Q, \ldots$ ganzzahlig), kann die Betatronschwingung resonanzartig verstärkt werden. Dabei nimmt die Stärke der Resonanz mit der Ordnung ab. Es muß also insbesondere darauf geachtet werden, den Arbeitspunkt von den Resonanzen niedriger Ordnung fernzuhalten.

Da es in einem Beschleuniger auch immer Kopplungen zwischen den Ebenen gibt, entstehen Koppelresonanzen, die durch

$$m\,Q_x + n\,Q_z = p, \quad m, \,, n \,, p = ganzeZahlen$$

beschrieben werden. Die Summe $|m| + |n|$ wird Ordnung der Resonanz genannt.

1.6 Periodische Lösung der gestörten Hill'schen Gleichungen

Auf Grund von Feld- und Aufstellungsfehlern der Magnete wirken dipolfeldartige Störungen $F(s)$ auf die Teilchen. Sie werden also auch vertikal abgelenkt und Gl. 1.6 wird zu einer inhomogenen Differentialgleichung. Die Teilchenbewegung in der horizontalen und der vertikalen Ebene läßt sich also durch ähnliche Formeln beschreiben:

$$x''(s) + \left(\frac{1}{R^2(s)} - k(s)\right) x(s) = F_{\mathrm{x}}(s)$$
$$z''(s) + k(s)z(s) = F_{\mathrm{z}}(s)\,.$$

Um diese beiden Formeln zu lösen, ist nur eine allgemeine Gleichung

$$Y''(s) + K(s)\,Y(s) = F(s)$$

aufzustellen, deren Lösung sich in beide Ebenen übertragen läßt.

Zu berücksichtigen sind in einem Ringbeschleuniger die periodischen Randbedingungen, da die ortsabhängigen Größen nach einem vollständigen Umlauf in sich selbst übergehen müssen:

$$K(s) = K(s+L),\ F(s) = F(s+L),\ Y(s) = Y(s+L)\,.$$

Als Lösung ergibt sich daraus $Y(s)$ (s.a. [1]), wodurch die Teilchenbahn unter dem Einfluß der Störung $F(s)$ beschrieben wird:

$$Y(s) = \frac{\sqrt{\beta(s)}}{2\,\sin\pi Q} \oint \sqrt{\beta(u)}\,F(u)\,\cos\left(|\Phi(u) - \Phi(s)| - \pi\,Q\right) du\,. \tag{1.20}$$

In einem Beschleuniger kann diese Gleichung auch diskretisiert werden, da in sehr guter Näherung die Felder in den Magneten konstant sind und außerhalb verschwinden:

$$Y_i = \frac{\sqrt{\beta_i}}{2\,\sin\pi Q} \sum_j \sqrt{\beta_j}\,F_j\,l_j\,\cos\left(|\Phi_j - \Phi_i| - \pi\,Q\right). \tag{1.21}$$

Es entsteht also eine Überlagerung von harmonischen Schwingungen, deren Amplitude mit der Wurzel der ortsabhängigen Betafunktion moduliert ist.

1.7 Optikstörungen

Im Allgemeinen gibt es zwei Arten von Magnetfehlern. Zum einen können die Feldstärken von ihrem idealen Wert abweichen und zum anderen ist eine Fehlaufstellung der Magnete möglich.

Die Wirkung von Magneten mit Abweichungen in ihrer Feldstärke läßt sich als Überlagerung des Sollfeldes B_0 und eines Störfeldes ΔB schreiben:

$$B = B_0 + \Delta B \; .$$

Das heißt, auch den Multipolstärken muß ein Störterm hinzugefügt werden:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{\Delta R}, \;\; k = k_0 + \Delta k, \;\; m = m_0 + \Delta m, \ldots$$

Dipol Quadrupol Sextupol

Der Störterm wirkt wie ein zusätzlicher Magnet am gleichen Ort, der die Optik ändert. Er muß in Quadrupolen und höheren Multipolmagneten auch berücksichtigt werden, wenn der Teilchenstrahl den Magneten mit einer Ablage gegenüber dem idealen Orbit durchläuft. Die Störung wirkt dann wie ein verschobener Magnet dieser Stärke.

Longitudinale Verschiebungen von Magneten sind hier vernachlässigbar, da sie sich erst ab einigen Millimetern merklich auswirken. Transversale Aufstellungsfehler haben dagegen einen deutlich stärkeren Einfluß. Das Feld eines um Δx transversal verschobenen Magneten setzt sich aus verschiedenen Multipolen zusammen:

$$\begin{aligned}
\text{Quadrupol}: \quad & \frac{e}{p_0} B_{\mathrm{z}} = k\,(x_0 + \Delta x) = k x_0 + k\,\Delta x \\
& \frac{e}{p_0} B_{\mathrm{x}} = k\, z_0 \\
\text{Sextupol}: \quad & \frac{e}{p_0} B_{\mathrm{z}} = \frac{m}{2}\left((x_0 + \Delta x)^2 - z^2\right) \\
& \qquad = \frac{m}{2}\left(x_0^2 - z^2\right) + m\,\Delta x\, x_0 + m\,\Delta x^2 \\
& \frac{e}{p_0} B_{\mathrm{x}} = m\,(x_0 + \Delta x)\, z = m\, x_0\, z + m\,\Delta x\, z \; .
\end{aligned}$$

Ein verschobener Quadrupol hat neben seinem Sollfeld $k\,x_0$, $k\,z_0$ auch einen Dipolanteil $k\,\Delta x$ und ein Sextupol besitzt dann Quadrupolanteile $m\,\Delta x\,x_0$, $m\,x_0\,z$ und Dipolanteile $m\,\Delta x^2$, $m\,\Delta x\,z$. In allen fehlaufgestellten Multipolmagneten überlagern sich also Felder niedrigerer Multipole dem Sollfeld. Die Behandlung von Optikstörungen kann sich daher auf den Einfluß von Feldstärkefehlern beschränken. Bei Sextupolen und Multipolen höherer Ordnung treten dabei Ebenenkopplungen auf.

Die durch Dipolfelder gestörte Bahn der Teilchen läßt sich mit Hilfe von Gl. 1.21 berechnen. Ein Dipolkick $\Delta x'(s_0)$ am Ort s_0 erzeugt in einem Beschleuniger eine transversale Betatronschwingung, deren Steigung sich am Ort des Kicks von $x'(s_0) - \Delta x'(s_0)$ auf $x'(s_0)$ ändert. Die Orbitablage ist dort $x(s_0)$ (Abb. 1.5):

$$\Delta x'(s_0) = \frac{e}{p}\,\Delta B\, l$$

$$x(s_0) = \Delta x'(s_0)\,\frac{\beta(s_0)}{2\,\tan \pi Q} \tag{1.22}$$

$$x'(s_0) = \frac{\Delta x'(s_0)}{2}\,\left(1 - \frac{\alpha(s_0)}{\tan \pi Q}\right). \tag{1.23}$$

Quadrupolfeldfehler beeinflussen die Fokussierung des Teilchenstrahls und bewirken dadurch eine Verschiebung des Arbeitspunktes, sowie eine Veränderung der Betafunktion. Nimmt man sehr kleine Fehler an, dann gilt (s.a. [3]):

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi}\,\oint \Delta k(s)\,\beta(s)\,ds \tag{1.24}$$

$$\Delta\beta(s) = -\frac{\beta(s)}{2\,\sin(2\pi Q)}\,\oint \beta(t)\,\Delta k(t)\,\cos\left(2|\Phi(t) - \Phi(s)| - 2\pi Q\right)\,dt\,. \tag{1.25}$$

Hieran kann man zusätzlich erkennen, wie ein halbzahliger Arbeitspunkt einen stabilen Betrieb beeinträchtigt. Die Betafunktion wächst schon bei kleinsten Quadrupolstörungen über alle Grenzen.

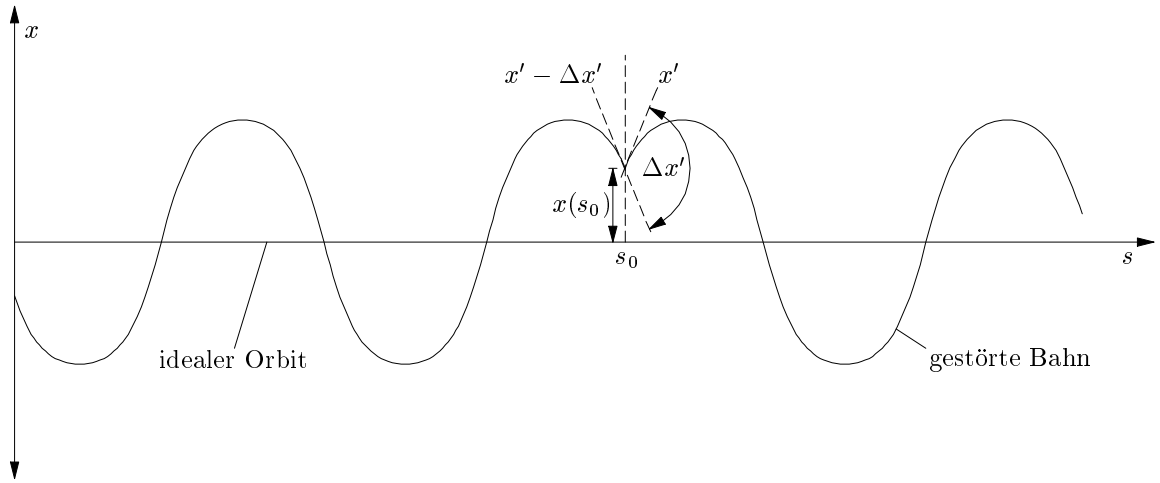

Abbildung 1.5: *Ein einzelner Dipolkick erzeugt eine transversale Schwingung, die am Ort der Störung ihre Steigung ändert. Sind mehrere Dipolkicks vorhanden, so überlagern sich die einzelnen Schwingungen.*

1.8 Chromatizität, Sextupole

Zum Verständnis des Einflusses von Sextupolfeldern soll noch eine zusätzliche Wirkung von Impulsabweichungen hergeleitet werden. Teilchen mit einer Impulsabweichung erfahren in den Quadrupolen eine veränderte Fokussierung

$$k(p) = -\frac{e}{p}\, g = -\frac{e}{p_0 + \Delta p}\, g \approx -\frac{e}{p_0}\left(1 - \frac{\Delta p}{p_0}\right)\, g = k_0 - \Delta k$$
$$\Rightarrow \quad \Delta k = k_0\, \frac{\Delta p}{p_0}\,.$$

Die effektive Quadrupolstärke ist also um einen impulsabhängigen Betrag gegenüber dem Sollwert gestört. Da aber Quadrupolfeldstörungen den Arbeitspunkt beeinflussen (s.a. Kap. 1.7), muß auch das impulsabhängige Quadrupolfeld eine impulsabhängige Arbeitspunktverschiebung bewirken:

$$\Delta Q = \frac{1}{4\pi}\, \frac{\Delta p}{p_0}\, \oint k(s)\, \beta(s)\, ds\,. \tag{1.26}$$

Den Quotienten

$$\xi = \frac{\Delta Q}{\Delta p/p_0} = \frac{1}{4\pi}\, \oint k(s)\, \beta(s)\, ds \tag{1.27}$$

aus Arbeitspunktverschiebung und relativer Impulsabweichung nennt man dann Chromatizität ξ. Die Arbeitspunktverschiebung ist meistens so stark, daß kein stabiler Betrieb möglich ist. Die Chromatizität muß also korrigiert werden.

Ihre Korrektur wird mit Hilfe der Sextupolmagnete erreicht. Da man die Sextupole als Quadrupole mit einer von der transversalen Strahllage abhängigen Quadrupolstärke k_{Sextupol} auffassen kann, bewirken sie eine lageabhängige Fokussierung

$$k_{\mathrm{Sextupol}} = \frac{e}{p_0}\, g'\, x = m\, x\,.$$

An Orten nichtverschwindender Dispersion laufen die Teilchen abhängig von ihrem Impuls auf unterschiedlichen Dispersionsbahnen (Gl. 1.8). Hier bewirkt ein Sextupol also eine impulsabhängige Fokussierung

$$k_{\mathrm{Sextupol}} = m\, D\, \frac{\Delta p}{p_0}\,.$$

Für die Gesamtchromatizität ξ_{g} ergibt sich dann mit Gl. 1.27:

$$\xi_{\mathrm{g}} = \frac{1}{4\pi}\, \oint \left(m(s)\, D(s) + k(s)\right) \beta(s)\, ds\,. \tag{1.28}$$

Nachteilig an der Verwendung von Sextupolen ist die Kopplung zwischen horizontaler und vertikaler Ebene. Sie tritt auf, wenn ein Sextupolmagnet fehlaufgestellt ist, oder der Teichenstrahl ihn nicht auf dem idealen Orbit durchquert (s.a. Kap. 1.7). Außerdem werden nichtlinearer Felder eingeführt, welche die nutzbare Apertur einschränken.

1.9 Lokale Orbitbeulen

Der Teilchenstrahl muß häufig lokal verschoben werden, wobei global keine Beeinflussung der Teilchenbahn stattfinden soll. Das heißt, die vorgegebenen Randbedingungen $x(s)$ und $x'(s)$ vor und nach der Beule müssen exakt eingehalten werden. So eine lokale Orbitbeule überlagert sich linear der Teilchenbahn, welche daher als Referenzorbit angesehen werden kann und bei der Herleitung der Orbitbeule nicht berücksichtigt zu werden braucht. Dann müssen $x(s)$ und $x'(s)$ beide außerhalb der Beule Null sein. Die wahre Teilchenbahn ist nun einfach die Summe aus Referenzorbit und Beule. Dieses Prinzip des Referenzorbits wird auch an anderer Stelle angewendet, um isoliert den Einfluß einzelner Störungen betrachten zu können. Wie hier ist die wahre Teilchenbahn immer die Summe aus Referenzorbit und der durch die Störungen hervorgerufenen Bahn.

Die einfachste Möglichkeit, eine Orbitbeule zu erzeugen, ist, zwei Korrekturdipole im Abstand von $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \pi$ zu verwenden. Der erste Dipol lenkt den Strahl um den Winkel $\Delta x_1'$ ab. Durch die nachfolgende Fokussierung wird die Teilchenbahn zurückgebogen und nach einem Phasenvorschub von $\Delta\Phi = \pi$ kreuzt der Strahl wieder den ungestörten Orbit. Mit dem zweiten Dipol kann er nun zurück auf seine ursprüngliche Bahn gelenkt werden, wobei der Winkel $\Delta x_2'$ auch von den Betafunktionen abhängt:

$$\Delta x_2' = \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\,\Delta x_1' \; .$$

Meistens haben die Korrekturdipole allerdings nicht genau einen Phasenabstand von $\Delta\Phi = \pi$. Mit Hilfe eines dritten Dipols am Ort Φ_3 kann jedoch für jeden beliebigen Phasenabstand eine abgeschlossene Orbitbeule erzeugt werden. Ist $\Delta x_1'$ vorgegeben, so gilt:

$$\begin{aligned}
\Delta x_2' &= -\sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_2}}\,\frac{\sin(\Phi_3 - \Phi_1)}{\sin(\Phi_3 - \Phi_2)}\,\Delta x_1' \\
\Delta x_3' &= \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_3}}\left(\frac{\sin(\Phi_3 - \Phi_1)}{\tan(\Phi_3 - \Phi_2)} - \cos(\Phi_3 - \Phi_1)\right)\Delta x_1' \; .
\end{aligned}$$

Ein vierter Dipol am Ort Φ_4 ermöglicht es, an einem beliebigen Punkt P zwischen dem zweiten und dritten Dipol Ablage x_P und Winkel x_P' festzulegen (Abb. 1.6) (s.a. [2]):

$$\begin{aligned}
\Delta x_1' &= \frac{1}{\sqrt{\beta_1\beta_\mathrm{P}}}\,\frac{\cos(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_2) - \alpha_\mathrm{P}\,\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_2)}{\sin(\Phi_2 - \Phi_1)}\,x_\mathrm{P} - \sqrt{\frac{\beta_\mathrm{P}}{\beta_1}}\,\frac{\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_2)}{\sin(\Phi_2 - \Phi_1)}\,x_\mathrm{P}' \\
\Delta x_2' &= -\frac{1}{\sqrt{\beta_2\beta_\mathrm{P}}}\,\frac{\cos(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_1) - \alpha_\mathrm{P}\,\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_1)}{\sin(\Phi_2 - \Phi_1)}\,x_\mathrm{P} + \sqrt{\frac{\beta_P}{\beta_2}}\,\frac{\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_1)}{\sin(\Phi_2 - \Phi_1)}\,x_\mathrm{P}' \\
\Delta x_3' &= -\frac{1}{\sqrt{\beta_3\beta_\mathrm{P}}}\,\frac{\cos(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_4) - \alpha_P\,\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_4)}{\sin(\Phi_4 - \Phi_3)}\,x_\mathrm{P} + \sqrt{\frac{\beta_\mathrm{P}}{\beta_3}}\,\frac{\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_4)}{\sin(\Phi_4 - \Phi_3)}\,x_\mathrm{P}' \\
\Delta x_4' &= \frac{1}{\sqrt{\beta_4\beta_\mathrm{P}}}\,\frac{\cos(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_3) - \alpha_\mathrm{P}\,\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_3)}{\sin(\Phi_4 - \Phi_3)}\,x_\mathrm{P} - \sqrt{\frac{\beta_\mathrm{P}}{\beta_4}}\,\frac{\sin(\Phi_\mathrm{P} - \Phi_3)}{\sin(\Phi_4 - \Phi_3)}\,x_\mathrm{P}' \; .
\end{aligned}$$

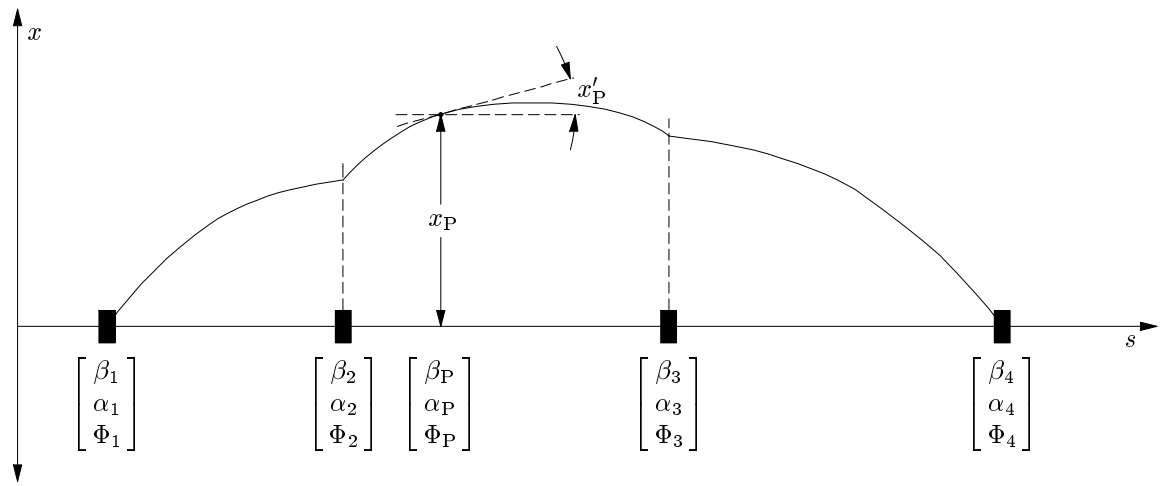

Abbildung 1.6: *Mit vier Dipolen lassen sich Ablage x_{P} und Winkel x'_{P} in einem beliebigen Punkt P zwischen dem zweiten und dritten Dipol einstellen, ohne die Teilchenbahn außerhalb des gewählten Bereichs zu beeinflussen.*

1.10 Luminosität

Die durch Kollision zweier Teilchenstrahlen erzeugte Teilchenrate $\dot{N}$ ist gegeben durch den Wirkungsquerschnitt σ und die Luminosität $\mathcal{L}$ des Beschleunigers:

$$\dot{N} = \sigma\,\mathcal{L}\,.$$

Innerhalb der Zeit Δt ist dann die Gesamtzahl der Ereignisse

$$N = \sigma \int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \mathcal{L}\,d\tau = \sigma\,\mathcal{I}\,.$$

Dabei bezeichnet $\mathcal{I}$ die integrierte Luminosität. Der Wirkungsquerschnitt σ der untersuchten Reaktion ist von der Natur vorgegeben, hingegen wird die Luminosität $\mathcal{L}$ von den Beschleunigerparametern am Ort der Kollision festgelegt. Sie ist abhängig von der Teilchendichte in den Strahlen und kann daher durch die Strahlströme und die Fokussierung beeinflußt werden.

Obwohl die Protonen im Gegensatz zu den Leptonen nicht notwendigerweise innerhalb eines Teilchenpakets gaußverteilt sind, kann in guter Näherung die Luminosität durch

$$\mathcal{L} = \frac{n_{\mathrm{b}}\,f_{\mathrm{u}}}{2\pi}\,\frac{N_{\mathrm{e}}\,N_{\mathrm{p}}}{\sqrt{\sigma_{\mathrm{ex}}^{*\,2}+\sigma_{\mathrm{px}}^{*\,2}}\,\sqrt{\sigma_{\mathrm{ez}}^{*\,2}+\sigma_{\mathrm{pz}}^{*\,2}}}$$

berechnet werden, wenn man annimmt, daß sich jeweils N_{e} bzw. N_{p} Teilchen in einem der n_{b} Teilchenpakete befinden. Dabei sind σ^*_{ex} und σ^*_{px} bzw. σ^*_{ez} und σ^*_{pz} die Strahlquerschnitte der Leptonen und Protonen in x- bzw. z-Richtung am Ort des Wechselwirkungspunktes. Die Umlauffrequenz der Teilchenpakete wird mit f_{u} bezeichnet.

Meistens ist es einfacher, die Luminosität in Abhängigkeit von den Stromstärken I_{e} und I_{p} auszudrücken:

$$\begin{aligned} I_{\mathrm{e,p}} &= N_{\mathrm{e,p}}\,e\,f_{\mathrm{u}}\,n_{\mathrm{b}} \\ \Rightarrow\quad \mathcal{L} &= \frac{1}{2\pi\,e^2\,n_{\mathrm{b}}\,f_{\mathrm{u}}}\,\frac{I_{\mathrm{e}}\,I_{\mathrm{p}}}{\sqrt{\sigma_{\mathrm{ex}}^{*\,2}+\sigma_{\mathrm{px}}^{*\,2}}\,\sqrt{\sigma_{\mathrm{ez}}^{*\,2}+\sigma_{\mathrm{pz}}^{*\,2}}}\,. \end{aligned}$$

Außerdem müssen die Querschnitte beider Teilchenstrahlen am Wechselwirkungspunkt zur Minimierung nichtlinearer Effekte der Strahl-Strahl-Wechselwirkung gleich sein [5]. Es vereinfacht sich daher obige Formel:

$$\begin{aligned} \sigma^*_{\mathrm{ex}} &= \sigma^*_{\mathrm{px}} = \sigma^*_{\mathrm{x}} \\ \sigma^*_{\mathrm{ez}} &= \sigma^*_{\mathrm{pz}} = \sigma^*_{\mathrm{z}} \\ \Rightarrow \mathcal{L} &= \frac{1}{4\pi\, e^2\, n_{\mathrm{b}}\, f_{\mathrm{u}}} \frac{I_{\mathrm{e}}\, I_{\mathrm{p}}}{\sigma^*_{\mathrm{x}}\, \sigma^*_{\mathrm{z}}} \,. \end{aligned} \tag{1.29}$$

Sind die beiden Teilchenstrahlen gegeneinander um Δx und Δz verschoben, so verringert sich die Luminosität gegenüber dem zentralen Stoß um den Faktor

$$\eta = \exp\left(-\frac{\Delta x^2}{4\,\sigma^{*2}_{\mathrm{x}}} - \frac{\Delta z^2}{4\,\sigma^{*2}_{\mathrm{z}}}\right). \tag{1.30}$$

Da die Umlauffrequenz f_{u} durch den Umfang des Speicherringes vorgegeben wird und die Paketanzahl n_{b}, sowie die Teilchenanzahlen N_{p} und N_{e} von den Hochfrequenzsystemen bzw. den Quellen beeinflußt werden, kann eine Erhöhung der Luminosität am Besten durch Verkleinerung der Strahlquerschnitte σ^*_{x} und σ^*_{z} erreicht werden. Die Teilchenstrahlen müssen vor den Wechselwirkungspunkten möglichst stark fokussiert werden. Teil der Luminositäts-Erhöhung bei HERA ist jedoch auch, durch eine verbesserte Effizienz der Injektionswege den Protonenstrom zu erhöhen. Der Leptonenstrom soll durch das schon modifizierte Hochfrequenzsystem gesteigert werden.

Aus dem Liouville'schen Satz folgt auf Grund der Konstanz der Emittanz

$$\beta(s) = \beta^* + \frac{s^2}{\beta^*} \,.$$

Die Betafunktion $\beta(s)$ ist also abhängig von der Betafunktion β^* am Ort des Wechselwirkungspunktes und steigt quadratisch mit wachsendem Abstand s bis zum ersten Quadrupol an. Es wird deutlich, daß die Betafunktion in der Umgebung der Wechselwirkungspunkte kleiner bleibt, wenn die Fokussierung früher beginnt. Die Akzeptanz in den Quadrupolen wird also nicht so stark eingeschränkt. Es ist daher häufig sehr wirkungsvoll, die Fokussierung durch Heranrücken der Quadrupole an die Wechselwirkungspunkte zu verbessern. Dieses Prinzip wird auch Mini-Beta-Prinzip genannt.

Da jedoch diese Magnete starke Felder haben, müssen bei HERA die Teilchenstrahlen vollständig separiert sein, bevor die Protonen fokussiert werden können. Die Magnete des Protonenringes sind so stark, daß die Leptonen in ihnen sofort verlorengehen würden. Es ist ein wichtiger Aspekt des Umbaus der Magnetstruktur, die Strahlen schneller zu separieren, um sie näher an den Wechselwirkungspunkten fokussieren zu können (Abb. 1.7).

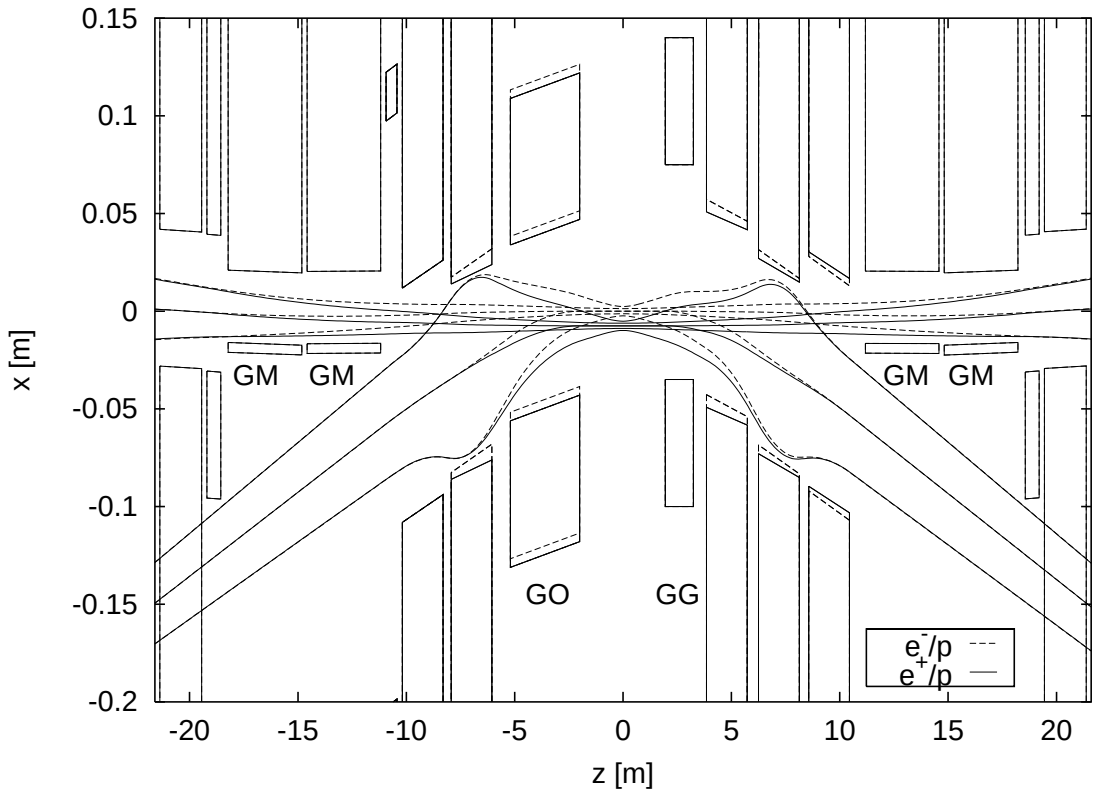

Abbildung 1.7: *Die Magnete GO und GG haben Dipolfelder zur Separation der Teilchenstrahlen. Zusätzlich hat der GO auch ein Quadrupolfeld zur Fokussierung der Leptonen. Die Quadrupole GM sind die ersten protonenfokussierenden Magnete. Bei Elektronen- und Positronenbetrieb sind die Bahnen etwas unterschiedlich, wozu Magnete verschoben werden müssen. (Abb. aus [6])*

2 Mathematische Grundlagen

Die Korrektur von Orbitfehlern basiert auf einer richtigen Analyse der Meßdaten, welche von den vorhandenen Meßsystemen geliefert werden (s.a. Kap. 4.4). Dazu stellt die Mathematik mehrere geeignete Werkzeuge zur Verfügung, die auf verschiedenen Methoden basieren und daher unterschiedliche Vor- und Nachteile besitzen (s.a. [7]). Es ist also wichtig, einen geeigneten Algorithmus zur Datenauswertung zu verwenden und auch dessen Grenzen zu kennen.

Die Methode der kleinsten Quadrate erweist sich in der Physik bei der Analyse von Meßdaten als sehr effektiv. Daher stellt sie die Grundlage für die meisten hier verwendeten Analysealgorithmen dar. Gerade in der Matrixdarstellung läßt sie sich einfach verwenden, wobei zu berücksichtigen ist, daß bei überbestimmten Gleichungssystemen die zur Lösung benötigte Matrixinversion nicht möglich ist. Ein weiteres Problem tritt auf, wenn das Gleichungssystem sehr kleine Eigenwerte besitzt. Als Lösung bietet sich die Singulärwert-Zerlegung (SVD) an.

Anwendung findet die Methode der kleinsten Quadrate in Kapitel 6 bei der Analyse von den Meßdaten der Strahllagemonitore und der Drahtmeßsysteme. Bei der Auswertung der Strahllagemonitore muß auch die Singulärwert-Zerlegung verwendet werden. Stehen zum Beispiel mehr Korrekturdipole als Strahllagemonitore zur Verfügung, so gibt es mehrere Korrekturdipoleinstellungen, die an den Strahllagemonitoren die gleiche Orbitablage erzeugen. Außerdem kann es vorkommen, daß bei der einfachen Matrixinversion für einzelne Korrekturdipole sehr hohe Feldstärken berechnet werden.

Einen anderen Ansatz zur Meßwertanalyse stellen die iterativen Verfahren dar. Im Gegensatz zur Matrixinversion oder Singulärwert-Zerlegung wird nicht der ganze Lösungsvektor auf einmal berechnet, sondern seine Elemente werden nacheinander in einzelnen Schritten bestimmt. Dabei ist in der Beschleunigerphysik das MICADO-Verfahren [8] weit verbreitet. Es hat den Vorteil, daß zuerst die Elemente mit dem größten Einfluß berechnet werden. Dadurch lassen sich sehr gute Näherungen mit wenigen Korrektoren erreichen.

Auch das MICADO-Verfahren wird mit den in Kapitel 6 vorgestellten Formalismen zur Orbitkorrektur eingesetzt.

Da Meßwerte immer mit Fehlern behaftet sind, gehört zu einer Datenanalyse auch eine Fehleranalyse. Die Auswirkung der Meßfehler auf das Ergebnis wird durch das Fehlerfortpflanzungsgesetz beschrieben.

2.1 Methode der kleinsten Quadrate, Matrixinversion

Meßwerte y_i, $i = 1, \ldots, n$, weichen von den wahren Werten immer Meßfehler ab, die durch die Standardabweichungen σ_{y_i} beschrieben werden. Geht man davon aus, daß sich die wahren Werte in Abhängigkeit von Parametern a_j, $j = 1, \ldots, p$, und einer Variablen x durch ein Modell $y_{\mathrm{M}}(x) = f(x, a_1, \ldots, a_p)$ beschreiben lassen, so läßt sich die Abweichung dieser Modellwerte von den Meßwerten durch Anpassung der Parameter a_j minimieren. Es ergibt sich also ein Modell $y_{\mathrm{M}}(x)$, welches unter Berücksichtigung

der Meßfehler den Meßdaten am Besten entspricht. Dadurch können zum Beispiel die Dipolkicks der Korrekturdipole berechnet werden, die benötigt werden, um an den Strahllagemonitoren die gemessene Orbitablage zu erzeugen.

Dazu wird gefordert, daß die Summe der Quadrate der Differenzen Δy_i von Meßwert zu Modell den kleinstmöglichen Wert annimmt. Sind die Daten unkorreliert, haben aber unterschiedliche Standardabweichungen σ_{y_i}, dann ergibt sich die Lösung aus dem Minimum von

$$S = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta y_i^2}{\sigma_{y_i}^2} \; . \tag{2.1}$$

In Matrixform kann Gl. 2.1 durch den Residuenvektor $\vec{\Delta y} = (\Delta y_1, \ldots, \Delta y_n)^T$ ausgedrückt werden. Unter Berücksichtigung von Korrelationen der Meßwerte und unterschiedlichen Standardabweichungen muß die Kovarianzmatrix $\mathbf{V}[\vec{y}]$ eingeführt werden und es gilt dann

$$S = \vec{\Delta y}^{\,T} \, \mathbf{V}[\vec{y}]^{-1} \, \vec{\Delta y} \; . \tag{2.2}$$

Im Folgenden soll die Beschränkung auf unkorrelierte Meßwerte vorausgesetzt werden, wie es bei den gemessenen Orbitablagen in einem Beschleuniger der Fall ist. Die Kovarianzmatrix $\mathbf{V}[\vec{y}]$ ist dann eine Diagonalmatrix und besteht nur aus den Varianzen der Meßwerte:

$$\mathbf{V}[\vec{y}] = \begin{pmatrix} \sigma_{y_1}^2 & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & \sigma_{y_2}^2 & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \sigma_{y_n}^2 \end{pmatrix} .$$

Normalerweise kann $y_{\mathrm{M}}(x)$ als lineare Überlagerung von Funktionen der Form $a_j \, f_j(x)$ angenommen werden. Dies entspricht der linearen Überlagerung der Orbitablagen, die durch die Korrekturdipole erzeugt werden:

$$y_{\mathrm{M}}(x) = \sum_{j=1}^{p} a_j \, f_j(x) \; .$$

Mit den Vektoren der Meßwerte $\vec{y} = (y_1, \ldots, y_n)^T$ (Randbedingungen) und Modellparameter $\vec{a} = (a_1, \ldots, a_p)^T$ (Freiheitsgrade) läßt sich daher der Residuenvektor

$$\vec{\Delta y} = \vec{y} - \mathbf{A} \, \vec{a} \tag{2.3}$$

in Abhängigkeit von der Matrix der Funktionen

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} f_1(x_1) & f_2(x_1) & \ldots & f_p(x_1) \\ f_1(x_2) & f_2(x_2) & & f_p(x_2) \\ \vdots & & & \vdots \\ f_1(x_n) & f_2(x_n) & \ldots & f_p(x_n) \end{pmatrix} \tag{2.4}$$

schreiben. Die Modellparameter $\vec{a} = (a_1, \ldots, a_p)^T$ entsprechen den Dipolkicks und die Matrix $\mathbf{A}$ enthält nach Gl. 1.21 Elemente der Form

$$\mathbf{A}_{i,j} = \frac{\sqrt{\beta_i}}{2 \, \sin \pi Q} \, \sqrt{\beta_j} \, \cos \left(|\Phi_j - \Phi_i| - \pi \, Q \right) .$$

Der Parametervektor $\vec{a}$, der die Bedingung aus Gl. 2.2 am Besten erfüllt, kann mit Hilfe der Gewichtsmatrix

$$\mathbf{W}[\vec{y}] = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sigma_{y_1}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{y_2}^2} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & & \frac{1}{\sigma_{y_n}^2} \end{pmatrix}$$

berechnet werden, welche die Inverse der Kovarianzmatrix $\mathbf{V}[\vec{y}]$ ist. Für $\vec{a}$ und seine Kovarianzmatrix $\mathbf{V}[\vec{a}]$ folgt dann aus einer Matrixinversion von $\vec{y} = \mathbf{A}\,\vec{a}$

$$\vec{a} = (\mathbf{A}^T\,\mathbf{W}[\vec{y}]\,\mathbf{A})^{-1}\,\mathbf{A}^T\,\mathbf{W}[\vec{y}]\,\vec{y} \tag{2.5}$$

$$\mathbf{V}[\vec{a}] = (\mathbf{A}^T\,\mathbf{W}[\vec{y}]\,\mathbf{A})^{-1}\,. \tag{2.6}$$

Dies ist die Lösung von Gl. 2.2 nach der Methode der kleinsten Quadrate. Sie gilt allerdings nur, wenn in dem Modell $y_{\mathrm{M}}(x)$ die Variable x als fehlerfrei angesehen werden kann. In einem Beschleuniger müßten also in der Matrix $\mathbf{A}$ die Betafunktionen, die Betatronphasen und der Arbeitspunkt exakt bekannt sein. Dies ist aber nicht immer möglich und dann muß auch ihr Fehler n Gl. 2.1 berücksichtigt werden:

$$S = \sum_{i=1}^{n} \frac{\Delta y_i^2}{\sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_{\mathrm{M},i}}^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\vec{y} - \mathbf{A}\,\vec{a})_i^2}{\sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_{\mathrm{M},i}}^2} \tag{2.7}$$

mit

$$\sigma_{y_{\mathrm{M},i}}^2 = \sum_k \left(\sigma_{x_k}^2 \left(\sum_j a_j \frac{\partial \mathbf{A}_{i,j}}{\partial x_k} \right)^2 \right).$$

Im Allgemeinen sind die dabei entstehenden Gleichungen

$$\frac{\partial S}{\partial a_1} = 0,\ \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0, \dots,\ \frac{\partial S}{\partial a_p} = 0$$

nur numerisch lösbar.

Sind Eigenwerte des zu lösenden Gleichungsystems sehr klein, so kann die exakte Lösung durch die Matrixinversion bei physikalischen Aufgabestellungen große Probleme verursachen. Es ist zum Beispiel bei der Berechnung von Korrekturdipolstärken in einem Beschleuniger auf Grund der Meßfehler möglich, daß extrem starke Dipolfelder berechnet werden, die nicht einstellbar sind. Erschwerend kommt noch hinzu, daß meist Fehlerquellen und Korrekturmöglichkeiten an verschiedenen Orten sind und sich daher unterschiedlich auswirken. Auch dies kann zu sehr hohen Korrekturwerten führen. Damit die Lösung physikalisch brauchbar ist, müssen also auch die einzelnen Elemente des Lösungsvektors $\vec{a}$ minimiert werden.

Probleme treten immer dann auf, wenn wie in Gl. 2.5 die einfache Matrixinversion zur Lösung von Gl. 2.2 verwendet wird, obwohl Eigenwerte der Matrix $\mathbf{A}$ gleich Null oder sehr klein sind. Die Matrix heißt dann singulär bzw. nahezu singulär. Umgehen kann man diese Probleme durch die Verwendung der Singulärwert-Zerlegung anstatt der Matrixinversion.

2.2 Singulärwert-Zerlegung

Die Singulärwert-Zerlegung findet immer dann Anwendung, wenn Matrizen singulär oder nahezu singulär sind, aber trotzdem invertiert werden müssen. Eine $n \times p$ Matrix $\mathbf{A}$ kann immer in ein Produkt von Matrizen

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\,\mathbf{S}\,\mathbf{V}^T \tag{2.8}$$

zerlegt werden. Es seien $\mathbf{U}$ eine orthogonale $n \times p$ Matrix, $\mathbf{S}$ eine diagonale $p \times p$ Matrix und $\mathbf{V}$ eine orthogonale $p \times p$ Matrix. Die Matrix $\mathbf{S}$ hat dann in ihrer Diagonale sogenannte Singulärwerte, die positiv oder Null sein können. Die Matrizen $\mathbf{U}$ und $\mathbf{V}$ haben die Eigenschaften

$$\mathbf{U}^T\mathbf{U} = 1,\ \mathbf{V}^T\mathbf{V} = 1,\ \mathbf{V}\mathbf{V}^T = 1\,.$$

Unter der Annahme gleicher Standardabweichungen kann in Gl. 2.5 die Gewichtsmatrix wegfallen:

$$\vec{a} = (\mathbf{A}^T\,\mathbf{A})^{-1}\,\mathbf{A}^T\,\vec{y}\,.$$

Durch Einsetzen von Gl. 2.8 kann

$$\vec{a} = ((\mathbf{U}\,\mathbf{S}\,\mathbf{V}^T)^T\,\mathbf{U}\,\mathbf{S}\,\mathbf{V}^T)^{-1}\,(\mathbf{U}\,\mathbf{S}\,\mathbf{V}^T)^T\,\vec{y}$$

in Abhängigkeit der Matrizen $\mathbf{U}$, $\mathbf{S}$ und $\mathbf{V}$ geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= (\mathbf{V}\,\mathbf{S}^T\,\mathbf{U}^T\,\mathbf{U}\,\mathbf{S}\,\mathbf{V}^T)^{-1}\,\mathbf{V}\,\mathbf{S}^T\,\mathbf{U}^T\,\vec{y} \\
&= (\mathbf{V}\,\mathbf{S}^T\,\mathbf{S}\,\mathbf{V}^T)^{-1}\,\mathbf{V}\,\mathbf{S}^T\,\mathbf{U}^T\,\vec{y} \\
&= \mathbf{V}^{T\,-1}\,\mathbf{S}^{-1}\,\mathbf{S}^{T\,-1}\,\mathbf{V}^{-1}\,\mathbf{V}\,\mathbf{S}^T\,\mathbf{U}^T\,\vec{y} \\
&= \mathbf{V}\,\mathbf{S}^{-1}\,\mathbf{U}^T\,\vec{y}\,.
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Sind alle Singulärwerte von $\mathbf{S}$ ungleich Null, dann ist für $n = p$ Gl. 2.9 unmittelbar die Lösung der Matrixgleichung

$$\vec{y} = \mathbf{A}\,\vec{a}\,,$$

da dann genauso viele Randbedingungen $\vec{y}$ (Monitore) wie Freiheitsgrade (Korrekturdipole) $\vec{a}$ eingehen. Wenn mehr Randbedingungen vorhanden sind als Freiheitsgrade ($n > p$) entspricht Gl. 2.9 einer Matrixinversion. Sind aber einzelne Singulärwerte S_{ii} sehr klein oder sogar gleich Null, wie es bei $n < p$ immer der Fall ist, dann kann eine modifizierte Matrix $\mathbf{S}^{*-1}$ definiert werden, in der alle Werte $1/S_{ii}$, die gegen unendlich streben, zu Null gesetzt werden.

Da die Orbitablagen an den Monitoren durch verschiedene Dipolkicks der Korrekturdipole erzeugt werden können, gibt es keine eindeutige Lösung. Indem man die Matrix $\mathbf{S}^{*-1}$ einführt, wird der Lösungsraum jedoch so weit reduziert, daß er nur noch eine der Lösungen enthält. Dies ist gerade der Lösungsvektor

$$\vec{a} = \mathbf{V}\,\mathbf{S}^{*-1}\,\mathbf{U}^T\,\vec{y}$$

mit der kürzesten Länge. Also der, bei dem die Felder der Korrekturdipole am kleinsten bleiben.

2.3 MICADO

Das MICADO-Verfahren [8] nutzt zwar auch die Methode der kleinsten Quadrate, löst Gl. 2.5 dabei aber nicht für alle Elemente von $\vec{a} = (a_1, a_2, \ldots, a_p)^T$ gleichzeitig, sondern schrittweise. Dabei wird in jedem neuen Schritt ein Korrekturdipol mehr berücksichtigt als in dem Schritt vorher.

Im ersten Schritt wird der Einzelkorrektor gesucht, welcher das beste Ergebnis liefert, wenn alle anderen Korrekturdipole ausgeschaltet sind. Dazu werden nacheinander für jedes $j = 1, 2, \ldots, p$ jeweils bis auf die Zeile j alle anderen Zeilen von $\mathbf{A}$ gestrichen. Übrig bleibt jedesmal eine Gleichung mit einer Unbekannten a_j, die nach der Methode der kleinsten Quadrate den Wert für a_j bestimmt, für den die berechneten Orbitablagen den Meßwerten $\vec{y}$ am nächsten kommen:

$$a_j \sum_{i=1}^{n} \mathbf{A}_{i,j}^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{A}_{j,i}\, y_i \,.$$

Der Korrekturdipol für den das Residuum $\vec{\Delta y} = \vec{y} - \mathbf{A}\,\vec{a}$ den kleinsten Wert annimmt, stellt unter den insgesamt p Lösungen die Beste dar. Mit diesem Einzelkorrektor wird die Abweichung von berechneten Orbitablagen zu den Meßwerten am Besten minimiert. Er steht im Vektor $\vec{a}$ an der Stelle j1 und wird mit a_{j1} bezeichnet.

Im zweiten Schritt werden nun zwei Korrekturdipole zur Lösung verwendet. Der eine ist der eben gefundene beste Einzelkorrektor a_{j1} und a_{j2} soll neu bestimmt werden. Dazu wird wie oben vorgegangen, wobei nun jedesmal zusätzlich die Zeile j1 von $\mathbf{A}$ beibehalten wird. Es müssen also zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten gelöst werden:

$$a_{\mathrm{j1}} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{A}_{i,\mathrm{j1}}^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{A}_{\mathrm{j1},i}\, y_i$$
$$a_j \sum_{i=1}^{n} \mathbf{A}_{i,j}^2 = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{A}_{j,i}\, y_i \,.$$

Das beste Korrektorpaar ist dann wieder jenes, welches zum kleinsten Residuum $\vec{\Delta y}$ führt.

Die folgenden Schritte gehen analog und die Iteration wird abgebrochen, wenn entweder eine vorgegebene Anzahl von Korrekturdipolen gefunden wurde, oder das Residuum unter einen bestimmten Wert gefallen ist. Man erhält mit dem MICADO-Verfahren also einen Satz von Korrektoren, der eine festgelegte Größe besitzt und eine sehr gute Näherung der Lösung der Methode der kleinsten Quadrate darstellt.

2.4 Fehlerfortpflanzung

Das Fehlerfortpflanzungsgesetz kann für unterschiedliche Arten von Variablentransformationen angegeben werden. Der einfachste Fall ist die lineare Transformation eines Vektors $\vec{x}$ durch eine $n \times p$ Matrix $\mathbf{B}$, wie schon in Kapitel 2.1 angewendet:

$$\vec{y} = \mathbf{B}\,\vec{x} \,.$$

Hierbei gilt für die Kovarianzmatrix von $\vec{y}$:

$$\mathbf{V}[\vec{y}] = \mathbf{B}\,\mathbf{V}[\vec{x}]\,\mathbf{B}^T\,.$$

Ist die Transformation nichtlinear, so kann die Kovarianzmatrix nur durch eine Näherung bestimmt werden. Dazu wird die Matrix der Ableitungen verwendet:

$$\mathbf{B}_\mathrm{A} = \begin{pmatrix} \partial y_1/\partial x_1 & \partial y_1/\partial x_2 & \ldots & \partial y_1/\partial x_p \\ \partial y_2/\partial x_1 & \partial y_2/\partial x_2 & & \partial y_2/\partial x_p \\ \vdots & & & \vdots \\ \partial y_n/\partial x_1 & \partial y_n/\partial x_2 & \ldots & \partial y_n/\partial x_p \end{pmatrix}\,.$$

Die Ableitungen werden jeweils am Ort des Mittelwertes $\bar{y}$ genommen. Als Relation zwischen den Kovarianzmatrizen $\mathbf{V}[\vec{x}]$ und $\mathbf{V}[\vec{y}]$ ergibt sich dann das allgemeine Gesetz der Fehlerfortpflanzung:

$$\mathbf{V}[\vec{y}] = \mathbf{B}_\mathrm{A}\,\mathbf{V}[\vec{x}]\,\mathbf{B}_\mathrm{A}^T\,.$$

Sind die Elemente von $\vec{x}$ unkorreliert, dann ist $\mathbf{V}[\vec{x}]$ eine Diagonalmatrix und es ergibt sich als Spezialfall das gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_{y_i}^2 = \sum_{j=1}^{p} \left(\frac{\partial y_i}{\partial x_j}\right)^2 \sigma_{x_j}^2\,.$$

3 HERA-Optiken

HERA ist der erste Speicherring, in dem zwei Strahlen vollkommen verschiedener Teilchensorten zur Kollision gebracht werden. Um auf unerwartete Probleme reagieren zu können, die aus der bis dahin unerforschten Wechselwirkung von Protonen und Leptonen entstehen, wurden die Magnetstrukturen und Optiken sehr flexibel ausgelegt. Die seit der Inbetriebnahme von HERA gesammelte Erfahrung konnte daher schon durch viele Verbesserungen in die Optiken einfließen, die Magnetstruktur selbst ist dabei weitgehend unverändert geblieben. Es zeigte sich aber auch, daß es realisierbar ist, die Luminosität in den Wechselwirkungszonen Nord und Süd deutlich zu steigern, indem in diesem Bereich ein Teil der Magnetstruktur modifiziert wird. Dies wird im Rahmen des Projektes zur Erhöhung der Luminosität durchgeführt.

Einige der Eigenschaften von alter und neuer Optik sollen hier vorgestellt werden. Dabei wird auch auf die grundlegenden Randbedingungen, die zu den Optiken führten, eingegangen (s.a. [6], [9]).

3.1 Die alte HERA-Optik

HERA besteht aus zwei getrennten Speicherringen, die in zwei nahezu symmetrischen Wechselwirkungszonen in eine gemeinsame Magnetstruktur übergehen. Das heißt, nur hier bewegen sich Leptonen und Protonen durch die gleichen Magnete, wobei jeweils links und rechts vom Wechselwirkungspunkt die Magnetstruktur gleich ist. Die weitgehend getrennten Magnetstrukturen werden durch die unterschiedliche Teilchenenergie der Protonen und Leptonen erzwungen, bedingen aber auch eine aufwendige Anpassung der Strahlparameter an den Wechselwirkungspunkten.

Um eine hohe Luminosität zu erreichen, müssen die Strahlquerschnitte im Wechselwirkungspunkt sehr klein sein (Gl. 1.29). Dazu ist eine starke Fokussierung nötig, die durch die Apertur der Quadrupole und die Chromatizität begrenzt wird. Indem die letzten fokussierenden Quadrupole vor den Wechselwirkungspunkten sehr dicht an sie heran gerückt werden, können diese Probleme eingeschränkt werden. Allerdings müssen die Strahlen zur Fokussierung der Protonen vollständig separiert sein, da die Leptonen in den sehr starken Magneten verloren gehen würden.

Diese Separation kann nur durch Magnetfelder erzeugt werden, denn würde die Kollision unter einem Kreuzungwinkel stattfinden, wären die Strahlen auf Grund der Synchro-Betatron-Kopplung instabil [10]. Der Nachteil einer Separation durch Magnetfelder ist allerdings, daß die in diesen Magneten entstehende Synchrotronstrahlung zu sehr hohen Untergrundraten in den Detektoren führen kann. Um die Strahlungsleistung zu begrenzen, wurde daher als untere Grenze für den Ablenkradius der Leptonen 1300m festgelegt, wodurch auch die Dispersion des Leptonenstrahls in diesen Magneten eingeschränkt werden konnte.

Andererseits führte der große Ablenkradius auch zu einer sehr langsamen Trennung der Strahlen, und die ersten Quadrupole des Protonenringes mußten weit vor den Wechselwirkungspunkten stehen. Sie standen 27m von den Wechselwirkungspunkten

	Leptonen	Protonen
Energie [GeV]	27.5	920
Strahlstrom [mA]	45	100
Emittanz ϵ_x^*, ϵ_z^* [nm]	40, 4	5.7, 5.7
Betafunktion β_x^*, β_z^* [m]	1, 0.7	7, 0.5
Strahlgröße σ_x^*, σ_z^* [μm]	200, 50	200, 50
rms-Bunchlänge [mm]	11	128
Strahl-Strahl ΔQ_x, ΔQ_z	0.012, 0.034	0.0012, 0.0004
minimale Apertur σ	20	10
Luminosität	$1.5 \cdot 10^{31}$ cm^{-2}s^{-1}	

Tabelle 3.1: *Durch die geänderte Fokussierung der Teilchenstrahlen konnte die geplante Luminosität erreicht werden.*

entfernt, wodurch die ursprünglichen Betafunktionen des Protonenstrahls an den Wechselwirkungspunkten mit $\beta_x^* = 10$m und $\beta_z^* = 1$m relativ groß waren. Sie konnten später durch Optikänderungen auf $\beta_x^* = 7$m und $\beta_z^* = 0.5$m verkleinert werden. Die Betafunktionen des Elektronenstrahls hatten am Anfang Werte von $\beta_x^* = 2$m und $\beta_z^* = 0.9$m und wurden dann auf $\beta_x^* = 1$m und $\beta_z^* = 0.7$m verkleinert. Da die erreichten Strahlströme unter den erwarteten lagen, konnte erst durch die Optikverbesserungen die angestrebte Luminosität von $\mathcal{L} = 1.5 \cdot 10^{31}$ cm^{-2}s^{-1} erreicht werden.

Die wichtigsten Strahlparameter von HERA mit den veränderten Optiken, wie sie bisher verwendet wurden, sind in Tab. 3.1 zusammengestellt.

3.2 Die neue HERA-Optik

Wie sich zeigte, sind die von den Detektoren gemessenen Untergrundraten durch die Synchrotronstrahlung sehr gering, wenn die Teilchenstrahl- und Kollimatorpositionen gut eingestellt werden. Der größte Anteil an den Untergrundraten entsteht außerdem durch gestreute Strahlung an den Synchrotronstrahlungsmasken. Infolge einer Optimierung des Kollimationssystems ist daher mehr Synchrotronstrahlung in den Wechselwirkungszonen tolerierbar. Das bedeutet auch, daß die Magnetfelder zur Separation von Protonen- und Leptonenstrahl dann deutlich stärker sein können und somit eine frühere Fokussierung der Protonen durchführbar ist. Der Einfluß der dabei entstehenden Synchrotronstrahlung auf den H1-Detektor und ein neues Kollimationssystem wurden in [4] untersucht.

In Abb. 3.1 ist die neue Wechselwirkungzone skizziert, in der die Protonen schon 11m vor dem Wechselwirkungspunkt fokussiert werden und die Leptonen 2m. Die links vom Detektor entstehende Synchrotronstrahlung von etwa 15kW kann durch den Detektor hindurch geleitet werden. Da jedoch die Absorber hinter ihm Strahlung zurückstreuen, muß er durch ein Kollimatorsystem geschützt werden. Auf Grund der Synchrotronstrahlung wurde auch die Symmetrie zwischen linker und rechter Seite der Wechselwirkungszone aufgegeben. Außerdem steht auf der rechten Seite der Hallen mehr Raum zur Verfügung, da die Detektoren asymmetrisch zum Wechselwirkungspunkt sind. Hier wird anstatt des supraleitenden Magneten, der in die linke Seite des Detektors eingesetzt wird, einen kleinerer supraleitender und ein normalleitender verwendet.

	Leptonen	Protonen
Energie [GeV]	27.5	920
Strahlstrom [mA]	58	140
Emittanz ϵ^*_x, ϵ^*_z [nm]	22, 4	5.7, 5.7
Betafunktion β^*_x, β^*_z [m]	0.63, 0.26	2.45, 0.18
Strahlgröße σ^*_x, σ^*_z [μm]	118, 32	118, 32
rms-Bunchlänge [mm]	12	128
Strahl-Strahl ΔQ_x, ΔQ_z	0.027, 0.041	0.002, 0.0005
minimale Apertur σ	20	12
Luminosität	$7 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$	

Tabelle 3.2: *Für den Umbau der Wechselwirkungszonen wurden die Strahlströme und Strahlquerschnitte so gewählt, daß die Luminosität um den Faktor* 4.7 *steigt.*

Die Installation von Magneten in die Detektoren führt dazu, daß keine Solenoidmagnete zur Kompensation des Solenoidfeldes der Detektoren eingesetzt werden können. Der Einfluß dieser Felder muß dann durch gedrehte Quadrupolmagnete korrigiert werden, was zum Beispiel im LEP-Speicherring am CERN in Genf erfolgreich angewendet wird.

Die Fokussierung der Protonen wird über eine doppelte Doublett-Struktur realisiert, die aus insgesamt 13 Einzelmagneten besteht. Gegenüber einer einfachen Doublett-Struktur hat dies den Vorteil, daß die Betafunktion kleiner bleibt. Sie erreicht auch bei Verwendung der doppelten Doublett-Struktur Spitzenwerte von 1400m vertikal und 1750m horizontal. Die Verwendung einer Triplett-Struktur ist zur Fokussierung der Protonen nicht möglich, da dann die Quadrupole in den Bögen von HERA umgepolt werden müßten. Für die Leptonen reicht ein einfaches Triplett aus drei Quadrupolen aus.

In den Wechselwirkungspunkten werden mit diesem Fokussierungsschema Betafunktionen für die Protonen von $\beta^*_x = 2.45$m und $\beta^*_z = 0.18$m erreicht und die Leptonen haben hier Betafunktionen von $\beta^*_x = 0.63$m und $\beta^*_z = 0.26$m. Diese Werte wurden zusammen mit den Emittanzen so gewählt, daß die Strahl-Strahl-Wechselwirkung bei dem Leptonenstrahl maximal eine Arbeitspunktverschiebung von $\Delta Q_z = 0.04$ erzeugt. Mit den neuen Optiken wird dann eine Luminosität von $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ erzielt.

Die wichtigsten Strahlparameter, die für die Luminositäts-Erhöhung vorgesehen wurden, sind in Tab. 3.2 zusammengestellt.

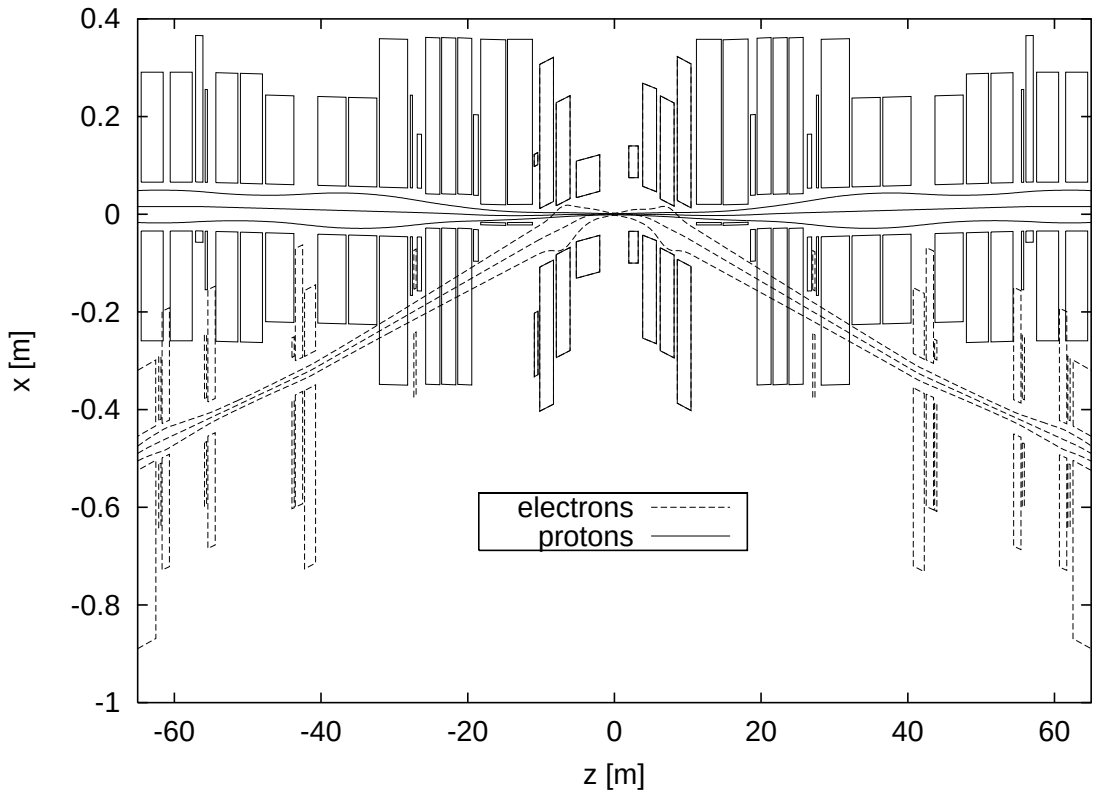

Abbildung 3.1: *In den neuen Wechselwirkungszonen ändert sich die Fokussierung der Teilchenstrahlen. Dafür stehen die Magnete dichter am Wechselwirkungspunkt. Zu sehen sind die* 20σ*-Envelopen der Elektronen und der Protonen. (Abb. aus [6])*

4 Magnete und Brücken in den Experimentierhallen Nord und Süd

In den Experimentierhallen Nord und Süd von HERA stehen die letzten Magnete links und rechts von den Wechselwirkungspunkten auf Stahlkonstruktionen (Brücken). Diese Quadrupole dienen nicht nur der Fokussierung der Leptonen, sondern auch der Trennung von Protonen- und Leptonenstrahl. Da die alten Magnete in Folge des Umbaus durch neue ersetzt werden, müssen auch die Brücken neu konstruiert und aufgebaut werden. Dann wird auch links und rechts vom Wechselwirkungspunkt je ein Magnet komplett in den Detektor eingesetzt sein. Dies ist nötig, damit die Teilchenstrahlen innerhalb einer möglichst kurzen Strecke separiert werden können und dadurch die Fokussierung der Protonen früher beginnen kann (s.a. Kap. 1.10). Bei ZEUS bleiben diese Magnete mit den Magnetbrücken verbunden, bei H1 werden sie gegenüber den Brücken frei beweglich aufgehängt.

Die Brücken, und damit auch die Magnete auf ihnen, sind verschiedenen externen Einflüssen unterworfen, welche zu Fehlaufstellungen der Magnete gegenüber ihrer Sollposition führen können. Diese Bewegung ist schon lange Zeit bekannt und teilweise auch vermessen. Die Toleranzen der alten Optik sind aber weit genug, um nur in speziellen Situationen vor Ort die Brücken und Magnete nachjustieren zu müssen. Normalerweise kann der Einfluß einer leicht fehlaufgestellten Brücke mit Hilfe von Korrekturdipolen kompensiert werden. So wirkt sich zum Beispiel eine Neigung der Brücke links vom H1-Detektor um 0.5mm in einer rms-Amplitude der Elektronenbahn von 1.8mm aus. Die Protonenbahn wird nur sehr schwach beeinflußt, da die Protonen deutlich energiereicher sind als die Elektronen.

Infolge der Änderung von Magnetstruktur und Optik erhöhen sich jedoch die Anforderungen an die Strahlstabilität und auf diese Weise auch an die Magnetpositionen. So sollte die transversale Aufstellgenauigkeit der Quadrupole dann bei wenigen zehntel Millimetern liegen. Es muß also auch die Bewegung der Brücken bekannt und einfach korrigierbar sein, denn eine Kompensation ihres Einflusses auf die Teilchenbahn mit Hilfe der Korrekturdipole reicht häufig nicht mehr aus. Eine Neigung der Brücke links vom H1-Detektor um 0.5mm wird dann die Elektronenbahn so stark stören, daß ihre rms-Amplitude bei 3.0mm liegt.

Zur Erkennung von transversalen Fehlaufstellungen der Magnete sind drei voneinander unabhängige Meßsysteme installiert. Dies sind Strahllagemonitore zur Messung der Teilchenbahn, Drahtmeßsysteme, welche Magnetbewegungen relativ zu gespannten Drähten feststellen, und hydrostatische Höhenmeßsysteme, mit denen Hallenneigungen und vertikale Positionen der detektornahen Brückenenden bestimmt werden können.

4.1 Aufbau der Magnetbrücken

Bisher wurden auf den vier Magnetbrücken jeweils fünf schwächere Quadrupole verwendet, die nach den gleichen Spezifikationen gebaut wurden, wie die Quadrupole in den Bögen von HERA. Für den Umbau der Wechselwirkungszonen wurden nun neue

speziell zur Fokussierung der Leptonen und Separation der Teilchenstrahlen entwickelt. Sie müssen auf neu konstruierten Magnetbrücken installiert werden. Bei deren Konstruktion wurde auch die erhöhte Anforderung an die Positionsgenauigkeit der Magnete berücksichtigt.

Die alten Brücken bestehen aus je zwei etwa 6m langen Stahlträgern, welche mit Stahlbügeln an ihrer Unterseite verbunden sind. Zwischen den Trägern sind dann die fünf Magnete QL11, QK11, QC12, QC12, QC12 befestigt (Abb. 4.1).

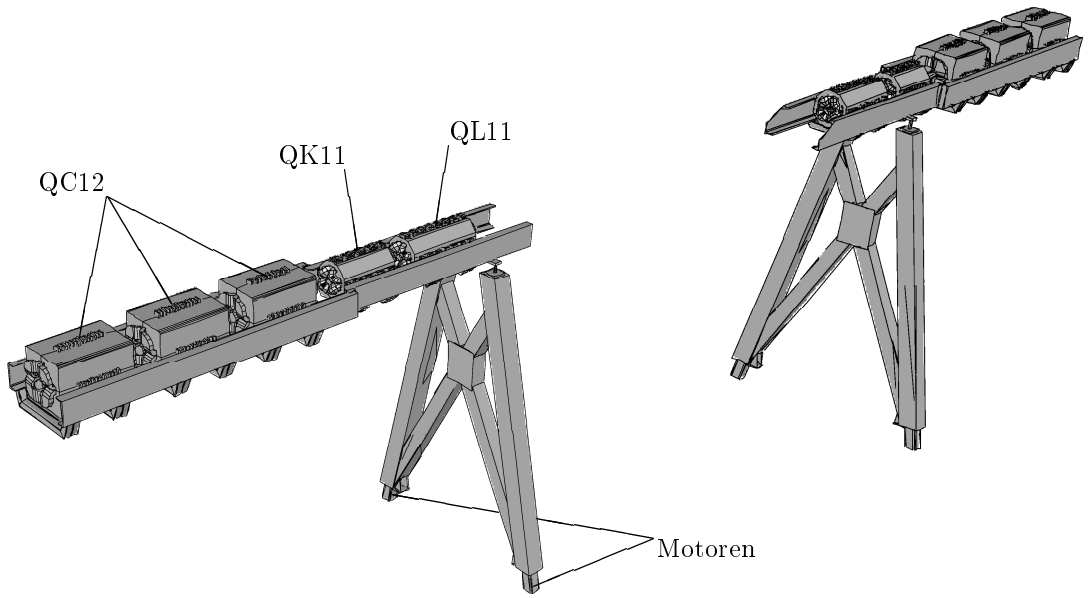

Abbildung 4.1: *Die alten Brücken in den HERA-Hallen Nord und Süd sind alle gleich aufgebaut, die vorderen Stützen befinden sich allerdings an unterschiedlichen Positionen. In der Halle Nord wurde auf der rechten Seite anstatt der Stütze ein Stahlgerüst aufgebaut, in welchem die Brücke aufliegt. Auf den Brücken sind jeweils die Quadrupole QL11, QK11 und drei QC12 installiert.*

Da die alte HERA-Magnetstruktur symmetrisch aufgebaut ist, sind auch die vier Brücken gleich konstruiert. Nur im Detail waren Anpassungen an örtliche Gegebenheiten nötig, sodaß die vorderen Stützen, auf denen die Brücken mit ihrem detektornahen Ende aufliegen, unterschiedliche longitudinale Positionen haben und in der Halle Nord die Stütze rechts vom Detektor durch ein Stahlgerüst ersetzt werden mußte. Die hinteren Enden der Brücken liegen alle im Tunnel auf.

Ein großer Nachteil der alten Magnetbrücken ist, daß relativ viel Platz bei der Magnetjustierung benötigt wird, um die Magnetbefestigungen zu erreichen. Da aber die Betonabschirmung sehr dicht an den Brücken steht, war ein wichtiges Kriterium bei der Neukonstruktion der Brücken, schon durch das Entfernen von wenigen Abschirmsteinen eine gute Zugänglichkeit der Magnetbefestigungen zu erhalten. Ein Zugang zu den Magnetbrücken ist zum Beispiel nötig, wenn zwischen Elektronen- und Positronenbetrieb gewechselt werden soll, da dann Magnete auf den Brücken verschoben werden müssen.

Die neuen Brücken bestehen aus 30mm dicken Stahlplatten, die zu einem U-Profil verbunden wurden, wobei die neue, asymmetrische Magnetstruktur etwas unterschiedliche Konstruktionen der linken und rechten Brücken verlangt. Beim Umbau von HERA werden auf den linken Brücken die Quadrupole GIL7, GJL9, sowie der Korrekturdipol BOL11 installiert, wodurch sie fast 5m lang werden (Abb. 4.2). Auf den rechten Brücken werden die Quadrupole GIR5, GIR7 und GJR10 eingebaut, wodurch diese eine Länge von etwa 6.5m erreichen (Abb. 4.3). Jeder der neuen Magnete wird an drei Punkten fest eingespannt, weitere drei Aufhängungen dienen zu ihrer Justierung.

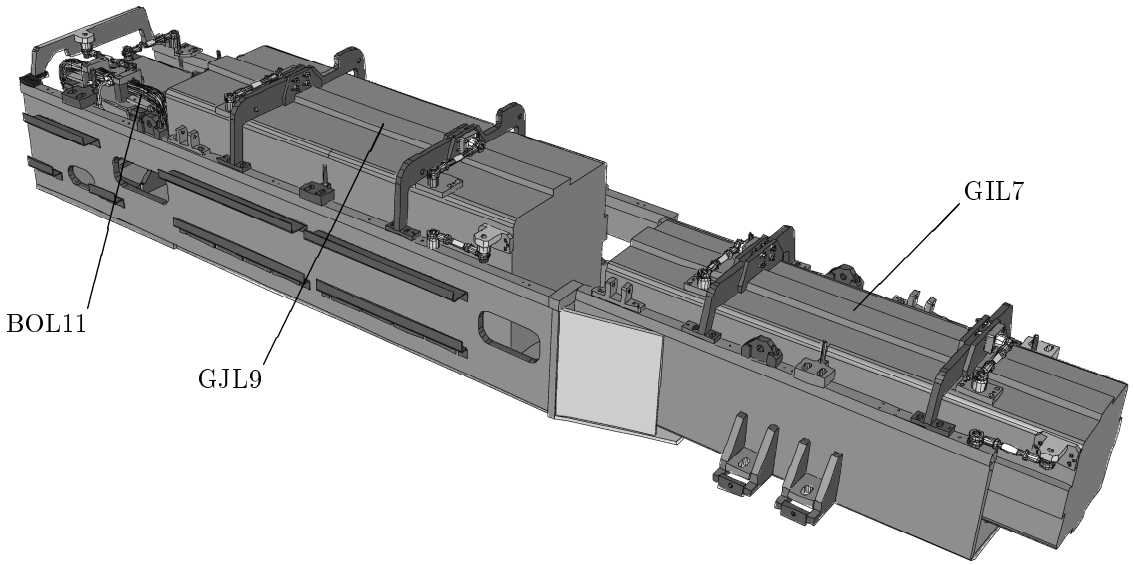

Abbildung 4.2: *Auf den neuen linken Brücken sind die zwei Quadrupole GIL7 und GJL9 und der Korrekturdipol BOL11 installiert.*

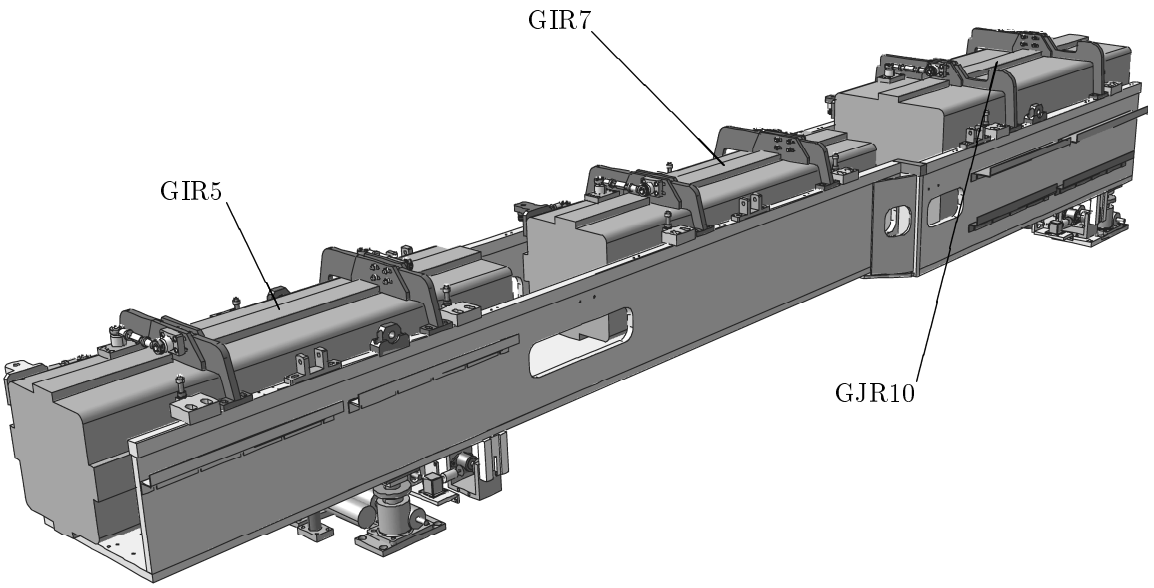

Abbildung 4.3: *Die rechten Brücken tragen die Quadrupole GIR5, GIR7 und GJR10.*

Des Weiteren wird in die linke Seite der Detektoren der supraleitende Magnet GOL4 und in die rechte Seite der supraleitende Magnet GGR3 eingesetzt. Bei H1 sind sie gegenüber den Brücken frei beweglich, bei ZEUS hingegen bleiben die Magnete GOL4 und GGR3 mit den Brücken verbunden. Diese Verbindung ist allerdings um die beiden transversalen Achsen frei drehbar, sodaß sich die den Brücken zugewandten Magnetenden zwar mit der Brücke bewegen, aber keine mechanischen Spannungen auftreten [11]. In beiden Fällen wird die zulässige Bewegung der Brücken durch das Vakuumsystem begrenzt, da die Federbälge maximal einen Versatz von einigen zehntel Millimetern ausgleichen können [12].

Mit der Erneuerung der Brücken ändern sich auch ihre vorderen, detektornahen Auflagen. Auf der rechten Seite der Halle Nord wird das Gerüst durch einen Betonblock ersetzt, in der Halle Süd wird die rechte Brücke in einem Stahlgerüst aufliegen. Die beiden Stützen links von den Detektoren bleiben zwar stehen, werden aber modifiziert. Damit keine Torsionen der Brücken auftreten können, liegen sie dann nur noch an einem Punkt in der Mitte auf (Abb. 4.4). Sie bleiben hier aber horizontal und longitudinal verschiebbar. Um sie horizontal zu justieren, werden Querlenker verwendet, die vertikal und longitudinal frei beweglich sind. Die longitudinale Bewegung der Brücken wird weitgehend durch Fixierungen verhindert, die bei den Brücken rechts vom Detektor das vordere Ende in dem Betonblock bzw. Stahlgerüst festhalten und bei den linken Brücken das hintere Ende am Tunnel befestigen (Abb. 4.5).

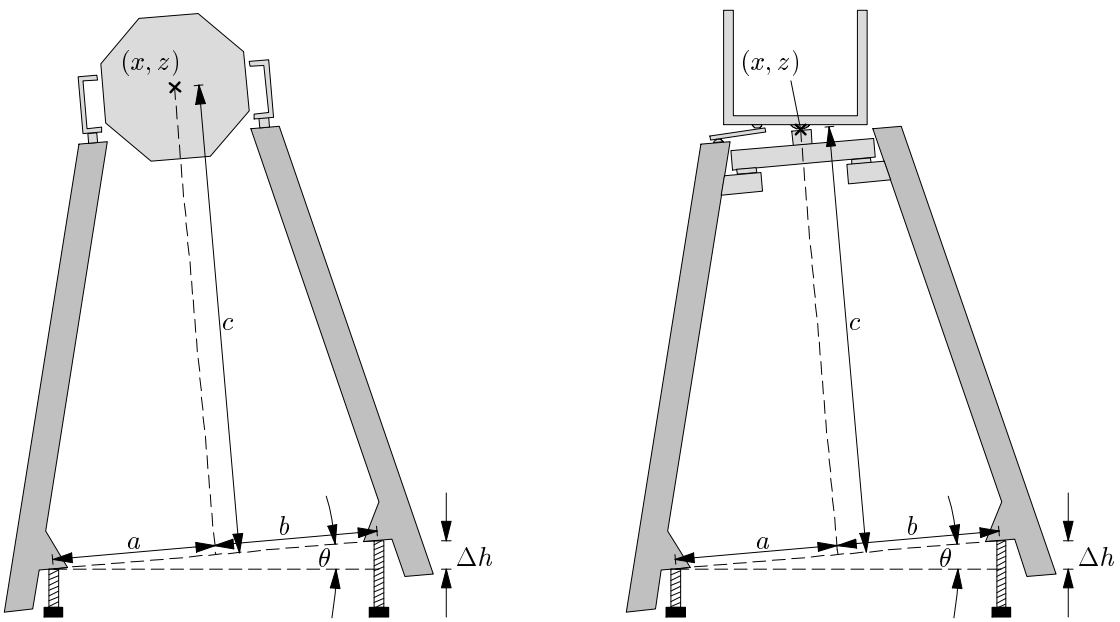

Abbildung 4.4: *In der linken Skizze ist erkennbar, wie sich die Verstellung eines einzelnen Motors einer alten Stütze auch in einer Torsion der Magnete auswirkt. Damit dies nicht mehr auftreten kann, werden die Stützen so geändert, daß die Brücke nur noch an einem Punkt aufliegt (rechts). Hier bleibt sie auf Grund der Lagerung horizontal und longitudinal frei beweglich. Ihre horizontale Bewegung wird jedoch durch einen längenverstellbaren, drehbar gelagerten Querlenker verhindert.*

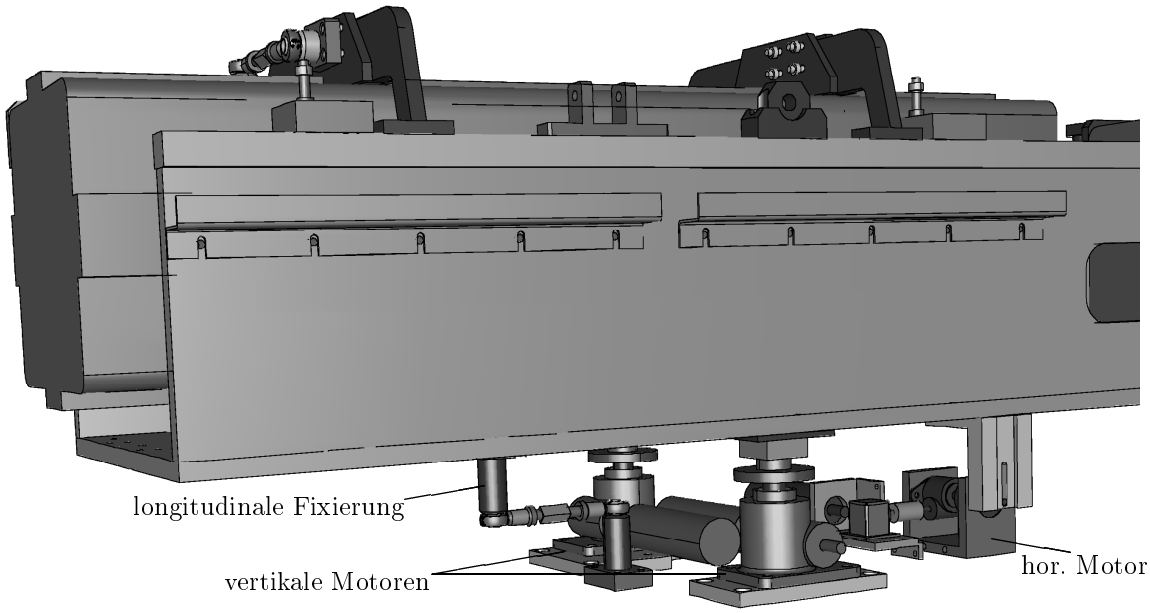

Abbildung 4.5: *Die Magnetbrücken sind an ihrem vorderen und hinteren Ende so gelagert, daß sie über Schrittmotoren beweglich sind. Zu sehen ist hier das vordere Ende einer neuen Brücke, die rechts vom Detektor eingebaut wird. Unter ihr befinden sich Motoren, die eine vertikale und horizontale Bewegung ermöglichen. Solche Motoren sind genauso unter allen hinteren Brückenenden im Tunnel installiert, sodaß auch hier die Brücken horizontal und vertikal frei beweglich sind. Zusätzlich ist an den rechten Brücken eine Fixierung montiert, die ihr vorderes Ende mit der Betonauflage bzw. dem Stahlgerüst verbindet und so longitudinale Brückenbewegungen verhindert. Diese Fixierungen befinden sich bei den beiden linken Brücken an deren hinterem Ende.*

H1 / ZEUS	Magnet	Anfang in mm	Ende in mm
links	BOL11	-10431	-10931
	GJL9	-8302	-10182
	GIL7	-6050	-7930
	GOL4	-2000	-5200

H1 / ZEUS	Magnet	Anfang in mm	Ende in mm
rechts	GGR3	1950	3250
	GIR5	3852	5732
	GIR7	6253	8133
	GJR10	8567	10447

Tabelle 4.1: *Die Positionen der Magnete sind bei H1 und ZEUS gleich. Eingetragen sind hier Anfang und Ende in longitudinaler Richtung relativ zu den Wechselwirkungspunkten.*

Die longitudinalen Positionen der Magnete auf den neuen Brücken und in den Detektoren stehen in Tab. 4.1. Sie sind in den beiden Experimentierhallen gleich. Die Symmetrie der Magnetstruktur links und rechts von den Wechselwirkungspunkten ist nur auf den Brücken nicht gegeben.

4.2 Korrekturmöglichkeiten von Brückenfehlaufstellungen

Die Brücken bieten schon heute die Möglichkeit, sie mit Hilfe mehrerer Schrittmotoren zu bewegen. Diese sind aber nicht Teil standardmäßiger Orbitkorrekturen und müssen nur in besonderen Fällen vor Ort zur Nachjustierung genutzt werden. Erst mit dem Umbau von HERA sollen die Schrittmotoren aus dem Beschleunigerkontrollraum fernsteuerbar werden. Dies ist sinnvoll, da bei der neuen Optik Fehler der Brückenaufstellungen einen deutlich stärkeren Einfluß auf den Teilchenstrahl und die Lage des Synchrotronstrahlungsfächers haben werden, eine Nachjustierung der Magnete vor Ort aber zu zeitaufwendig wäre.

Alle vier Brücken liegen mit ihrem hinteren, dem Tunnel zugewandten Ende nicht direkt auf dem Tunnelboden auf, sondern dazwischen befinden sich je zwei Schrittmotoren, mit denen die Brücken vertikal angehoben werden können, und je ein Schrittmotor, welcher die Brücken horizontal verschieben kann. Dabei beeinflussen sich die Motoren nicht gegenseitig in ihrem Stellbereich von $\pm$10mm, sodaß die Brücken hier vertikal und horizontal frei bewegt werden können. Der Stellbereich muß jedoch zum Schutz des Vakuumsystems und der Detektoren vor mechanischen Beschädigungen durch Endschalter auf wenige zehntel Millimeter eingeschränkt werden. Diese Motorkonfiguration bleibt nach dem Umbau der Magnetstruktur erhalten und wird auch rechts von den Detektoren zwischen den vorderen, detektornahen Enden der Brücken und der Betonauflage in der Halle Nord bzw. dem Stahlgerüst in der Halle Süd eingesetzt (Abb. 4.5).

Da auf der linken Seite der Hallen kein Platz für Betonauflagen oder Gerüste ist, müssen die alten Stützen stehen bleiben. Hier befinden sich Schrittmotoren unter den Stützen, die eine vertikale Bewegung ermöglichen (Abb. 4.1). Es ist also keine horizontale Verstellmöglichkeit vorhanden. Aus geometrischen Gründen wirkt sich jedoch die Verwendung eines Motors nicht nur vertikal, sondern auch horizontal aus (Abb. 4.4). Es kann also horizontal korrigiert werden, wobei die vertikale Bewegung durch entgegengesetztes Fahren des anderen Motors ausgeglichen werden kann. Die Positionen aller Schrittmotoren sind in Tab. 4.2 zusammengetragen.

H1			Abs.
	Pos.	Richtung	in mm
links	vorn	vert.	-6909
		hor.	-6909
	hinten	vert.	-10745
		hor.	-10895
rechts	vorn	vert.	5025
		hor.	5480
	hinten	vert.	9655
		hor.	10055

ZEUS			Abs.
	Pos.	Richtung	in mm
links	vorn	vert.	-7170
		hor.	-7170
	hinten	vert.	-10745
		hor.	-10895
rechts	vorn	vert.	5025
		hor.	5480
	hinten	vert.	9655
		hor.	10055

Tabelle 4.2: *Die Abstände der Schrittmotoren zu den Wechselwirkungspunkten sind weitgehend gleich bei H1 und ZEUS. Sie unterscheiden sich nur in der Position der vorderen Stützen der linken Brücken.*

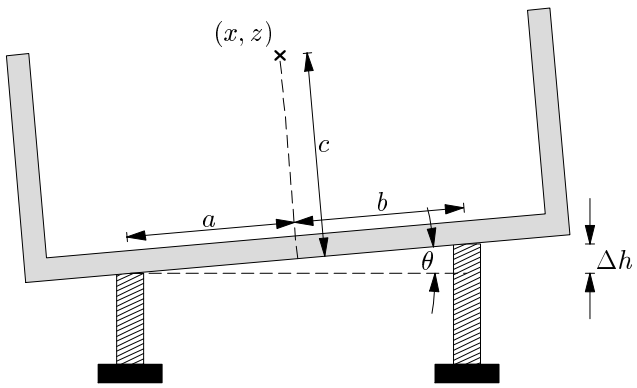

Abbildung 4.6: *Die vertikale Bewegung einer Brücke kann aus der Anordnung der beiden Motoren unter ihr und der Lage der Magnetachse berechnet werden.*

Die Koordinaten des Punktes (x, z) über den Motoren beschreiben bei den alten und neuen Brücken die transversale Verschiebung der Magnetachse aus ihrer Sollposition. Diese Koordinaten können bei Benutzung nur eines Motors in Abhängigkeit von dessen Bewegungshöhe Δh angegeben werden. Die dazu nötigen Größen a, b und c sind durch die Geometrie der Stütze in Abb. 4.4 festgelegt. Die Anfangswerte bei $\Delta h = 0$ seien $x = 0$ und $z = 0$. Mit dem Neigungswinkel

$$\sin\theta = \frac{\Delta h}{a + b}$$

kann dann die Verschiebung der Magnetachse angegeben werden:

$$x = a\,\cos\theta - c\,\sin\theta - a \tag{4.1}$$

$$z = a\,\sin\theta + c\,\cos\theta - c\,. \tag{4.2}$$

Diese Gleichungen gelten nicht nur, wenn die Stützen der Brücken links von den Detektoren über die Motoren bewegt werden, sondern auch bei Benutzung der vertikalen Motoren, welche sich unter den hinteren Enden der vier Brücken und den vorderen Enden der rechten Brücken befinden (Abb. 4.6). Werden die horizontalen Motoren verwendet, so überträgt sich deren Verstellung direkt auf die horizontale Position der Brücken.

4.3 Bewegung der Magnete

Mit den Brücken bewegen sich auch die daraufstehenden Magnete. Deren Bewegung ist bei gleichzeitigem Verfahren zweier benachbarter, vertikaler Motoren, oder eines horizontalen Motors eine reine Verschiebung aus der Sollposition, da in den Brücken keine Verwindungen auftreten. Diese Situation tritt auch in allen Fällen bei Bewegung der neuen linken Stützen auf, da hier die Brücken nur an einem Punkt aufliegen und daher prinzipiell keine Verwindungen auftreten können. Komplizierter ist die Magnetbewegung, wenn nur an einem Motor, oder an gegenüberliegenden Motoren die Brückenhöhe verändert wird, denn dann treten im Allgemeinen in der Brücke Verzerrungen auf. Da

sich aber auch hierbei die neuen Brücken weitgehend starr verhalten, sind diese Verzerrungen so klein, daß auch in diesem Fall die Bewegung der Magnete in sehr guter Näherung linear aus ihrer Anordnung abgeleitet werden kann. Solche Verwindungen können durch Störungen der Brückenposition auf Grund einer Bewegung ihrer Auflagen entstehen.

Die Bewegung der Magnete kann meist allein durch einen Verschiebevektor $\vec{V}(s)$ beschrieben werden, welcher von der Bewegung der Brücke durch die Motoren abhängt. Er enthält die Verschiebung der Magnetachse aus ihrer Sollposition am Ort s in Abhängigkeit von der Brückenbewegung am Ort der Motoren. Nur wenn dabei eine Torsion der Brücke auftritt, überlagert sich ihm ein Drehvektor $\vec{D}(s)$, der eine Verschiebung der Magnetachse auf Grund eines Abstands zur Drehachse enthält. Zusätzlich haben alle Magnete in diesem Fall einen Drehwinkel $\theta(s)$ (Abb. 4.7).

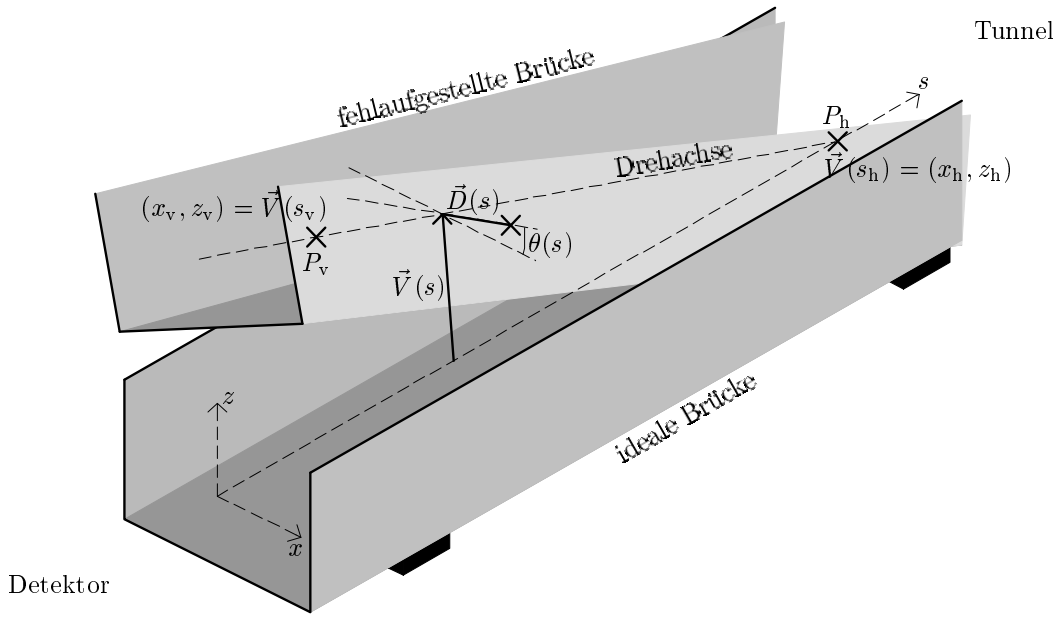

Abbildung 4.7: *Die Bewegung der Magnete auf den Brücken läßt sich aus einer Verschiebung und einer Drehung zusammengesetzt werden.*

Der Verschiebevektor $\vec{V}(s)$ resultiert aus der Verbindung der vorn bzw. hinten über den Motoren liegenden Punkte P_v und P_h bzw. ihrer Ortsvektoren $\vec{V}(s_\mathrm{v}) = (x_\mathrm{v}, z_\mathrm{v})$ und $\vec{V}(s_\mathrm{h}) = (x_\mathrm{h}, z_\mathrm{h})$, die immer durch die Motorstellungen und die Geometrie der Brücken, sowie ihrer Auflagen festgelegt sind (Gl. 4.1 und 4.2):

$$\vec{V}(s) = \begin{pmatrix} x(s) \\ z(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{x_\mathrm{v}}{s_\mathrm{h} - s_\mathrm{v}}(s_\mathrm{h} - s) + \dfrac{x_\mathrm{h}}{s_\mathrm{h} - s_\mathrm{v}}(s - s_\mathrm{v}) \\ \dfrac{z_\mathrm{v}}{s_\mathrm{h} - s_\mathrm{v}}(s_\mathrm{h} - s) + \dfrac{z_\mathrm{h}}{s_\mathrm{h} - s_\mathrm{v}}(s - s_\mathrm{v}) \end{pmatrix} . \tag{4.3}$$

Der möglicherweise auftretende Drehwinkel $\theta(s)$, der die Verdrehung einer Brücke um ihre longitudinale Achse beschreibt, ist so klein, daß er linearisiert werden kann:

$$\theta(s) = \frac{\theta(s_\mathrm{v})}{s_\mathrm{v} - s_\mathrm{h}}(s_\mathrm{h} - s) + \frac{\theta(s_\mathrm{h})}{s_\mathrm{h} - s_\mathrm{v}}(s - s_\mathrm{v}) .$$

Verdreht sich eine Brücke um den Winkel $\theta(s)$, so bewegt sich auch ein Punkt $P(s)$, welcher normalerweise horizontal um $x_{\mathrm{d}}(s)$ und vertikal um $z_{\mathrm{d}}(s)$ von der Drehachse entfernt ist. Der Drehvektor $\vec{D}(s)$, der diese Bewegung beschreibt, hängt also von der lokalen Geometrie ab:

$$\vec{D}(s) = \begin{pmatrix} x_{\mathrm{D}}(s) \\ z_{\mathrm{D}}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{\mathrm{d}}(s)\,\cos\theta(s) - z_{\mathrm{d}}(s)\,\sin\theta(s) - x_{\mathrm{d}}(s) \\ x_{\mathrm{d}}(s)\,\sin\theta(s) + z_{\mathrm{d}}(s)\,\cos\theta(s) - z_{\mathrm{d}}(s) \end{pmatrix}. \tag{4.4}$$

4.4 Meßvorrichtungen

Bei HERA existieren in den Wechselwirkungszonen Nord und Süd derzeit drei voneinander unabhängige Systeme zur Messung von Magnetfehlaufstellungen und Orbitstörungen, die in teilweise verbesserter Form auch in Zukunft weiter verwendet werden. Im gesamten Ring verteilt stehen Strahllagemonitore, welche die Ablagen des Teilchenstrahls von seinem idealen Orbit messen. Die Drahtmeßsysteme messen die Position von Magneten relativ zu gespannten Drähten. Das bisher verwendete optische Drahtmeßsystem mit nur einer Kamera pro Ebene 14m vor dem Wechselwirkungspunkt wird durch ein neues System mit mehreren elektronischen Sensoren ersetzt. Als Drittes gibt es das hydrostatische Höhenmeßsystem, welches die vertikale Bewegung der Brücken relativ zum Hallenboden und dessen Neigung bestimmt.

4.4.1 Strahllagemonitore

Die Strahllagemonitore (BPM) dienen zur Messung der Teilchenbahn im gesamten Beschleuniger. Ihre Funktionsweise beruht auf einem sehr einfachen Prinzip. Da der gespeicherte Strahl einen von einem elektromagnetischen Feld umgebenen Strom darstellt, braucht nur die Lage dieses Feldes gemessen werden, in dessen Zentrum sich der erzeugende Strom befindet. Diese Messung erfolgt über vier Sensoren, an denen das elektromagnetische Feld Potentialänderungen erzeugt, welche abhängig sind von dem Abstand der Sensoren zum Teilchenstrahl (Abb. 4.8).

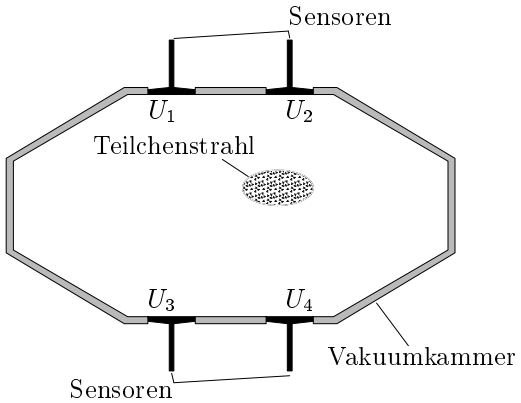

Abbildung 4.8: *Ein Strahllagemonitor besteht aus vier Sensoren, in denen der Teilchenstrahl abstandsabhängige Potentialänderungen erzeugt.*

Bewegen sich die Teilchen nicht genau durch die Mitte des Strahllagemonitors, so ist aus der Differenz der Potentiale an den Sensoren die Strahllage ermittelbar. Ist die

Potentialänderung an den beiden oberen Sensoren größer als an den beiden unteren, so muß auch der Strahl über der Monitormitte liegen. Zeigen die beiden linken Sensoren ein stärkeres Signal als die rechten, dann liegt der Teilchenstrahl weiter links. Dabei kann in guter Näherung ein linearer Zusammenhang zwischen den Strahlverschiebungen Δx, Δz und Signalen U_1, U_2, U_3, U_4 angenommen werden:

$$\Delta x = A_{\mathrm{x}} \frac{(U_1 + U_2) - (U_3 + U_4)}{U_1 + U_2 + U_3 + U_4}$$
$$\Delta z = A_{\mathrm{z}} \frac{(U_1 + U_3) - (U_2 + U_4)}{U_1 + U_2 + U_3 + U_4} \; .$$

Die Proportionalitätskonstanten A_{x} und A_{z} können über eine Kalibration gewonnen werden.

Der Meßaufbau muß der Länge der zu messenden Teilchenpakete angepaßt sein, um optimale Ergebnisse erzielen zu können. Daher ist es besonders problematisch Strahllagemonitore zu bauen, die bei HERA sowohl Leptonen- als auch Protonenstrahl messen können. Solche Monitore werden in den Wechselwirkungszonen sehr dicht am Detektor eingesetzt, wenn die Teilchenstrahlen noch nicht vollständig separiert sind. Gerade hier ist es wichtig, die Lage der Teilchenstrahlen zu kennen, da schon relativ kleine Störungen in diesem Bereich einen großen Einfluß auf die Datennahme der Detektoren haben können. Die Meßgenauigkeit der bei HERA verwendeten Strahllagemonitore liegt bei 50μm [13].

4.4.2 Optisches und elektronisches Drahtmeßsystem

Mit Hilfe der Drahtmeßsysteme kann direkt die Position der Magnete in den Wechselwirkungszonen Nord und Süd relativ zu gespannten Drähten gemessen werden, wobei jede Wechselwirkungszone auf beiden Seiten vom Detektor derzeit noch über je ein eigenständiges Meßsystem verfügt. Nach dem Umbau der Wechselwirkungszonen stehen dann jeweils zwei zur Verfügung.

Gleichmäßig gespannt wird ein Draht, indem er an der Spitze der Brücke circa 6m vor dem Wechselwirkungspunkt fixiert ist und bis etwa 61m vor dem Wechselwirkungspunkt entlang des Protonenringes mit einem Gewicht von etwa 30kg Masse über eine Umlenkrolle gestreckt wird. Er verläuft zum Schutz vor Beschädigungen innerhalb von Metallprofilen.

Das bisher verwendete optische Drahtmeßsystem mißt die Draht- und damit auch die Brückenbewegung relativ zum Tunnel mit Hilfe je einer vertikalen und einer horizontalen CCD-Kamera 14m vor dem Wechselwirkungspunkt, welche die Position des Drahtes aufnehmen. Da bei dieser Meßmethode nur jeweils ein Meßwert pro Ebene zur Verfügung steht, können nur horizontale und vertikale Bewegungen des Brückenkopfes, an dem der Draht befestigt ist, festgestellt werden. Es ist nicht möglich, zu unterscheiden, ob sich die Brücke verschoben oder geneigt hat, geschweige denn die Bewegung einzelner Magnete zu bestimmen. Die Meßgenauigkeit dieses Aufbaus beträgt 30μm [13].

Um den engeren Toleranzanforderungen nach dem Umbau der Wechselwirkungszonen gerecht zu werden, wird das Drahtmeßsystem erweitert und verbessert. Es werden auf jeder Seite der Wechselwirkungszonen je zwei Drahtmeßsysteme installiert, was zu

einer höheren Genauigkeit der bestimmten Magnetpositionen führt, aber auch die Ausfallsicherheit erhöht und Torsionsmessungen ermöglicht. Die Verbesserung des neuen elektronischen Drahtmeßsystems besteht darin, daß die relative Position des Drahtes zu den Magneten nicht mehr durch Kameras, sondern über elektronische Sensoren gemessen wird, wozu an die Drähte ein Hochfrequenzsignal angelegt wird.

Die Sensoren können an beliebigen Positionen angebracht werden. Geplant ist, im Tunnel am Protonenring pro Seite und Draht je einen Sensor an den Magneten GML13, GML17, BQL19, GNL20, GNL23, GNL25, GAL30, GBL34, GBL39, GBL46, QRL49, QRL53, QRL59 longitudinal in der Mitte zu befestigen. Auf den Brücken sollen die Quadrupole GIL7 und GJL9 bzw. GIR5, GIR7 und GJR10 mit je einem Sensor bestückt werden, wobei sich diese Sensoren nicht genau in der Mitte befinden, da auf Grund der Magnetaufhängungen hier kein Platz vorhanden ist. Es stehen nach der Erweiterung also wesentlich mehr Informationen bereit. Zusätzlich verbessert sich die Genauigkeit einer einzelnen Messung auf 20μm [13].

4.4.3 Hydrostatisches Höhenmeßsystem

Das hydrostatische Höhenmeßsystem mißt die Neigung des Hallenbodens und die Höhe der detektornahen Brückenenden über dem Hallenboden. Zur Neigungsbestimmung stehen sechs wassergefüllte, über Leitungen verbundene Sensoren zu Verfügung, die jeweils die Höhe der Wassersäule messen. Ist der Boden waagerecht, so zeigen alle Sensoren die gleiche Wasserhöhe an. Neigt er sich aber, so strömt durch die Leitungen Wasser in die tieferliegenden Sensoren und hier steigt die Wassersäule (Abb. 4.9).

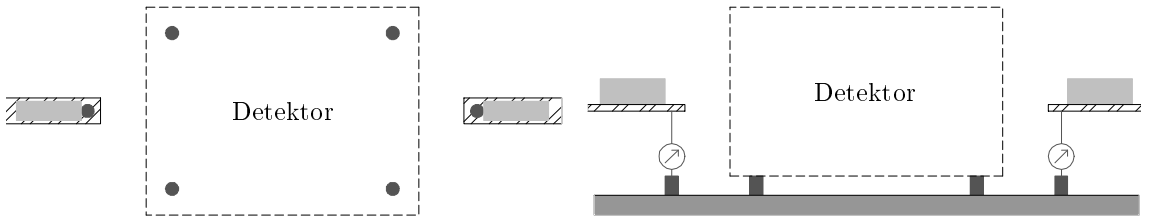

Abbildung 4.9: *Das hydrostatische Höhenmeßsystem bestimmt an sechs Punkten in der Halle die relative Höhe der Sensoren zueinander. Zusätzlich existieren unter den Brücken Meßuhren, die über Invarstäbe Änderungen in der Höhe des Brückenkopfes relativ zum Hallenboden messen.*

Die Sensoren erreichen eine Auflösung von 5μm [14]. Dadurch sind sie aber auch sehr anfällig gegenüber Störungen. Zum einen muß an allen Sensoren der gleiche Druck herrschen, was über zusätzliche luftgefüllte Rohre erreicht wird. Zum anderen ist überall die unterschiedliche Ausdehnung auf Grund von Temperaturunterschieden zu berücksichtigen, was mit Hilfe von Temperatursensoren von der Auswertelektronik durchgeführt wird, die auch Schwingungen auf der Wasseroberfläche durch eine Mittelung glättet.

Die Änderung der Höhe der beiden Brückenköpfe über dem Hallenboden wird von je einer Meßuhr bestimmt, die sich an dem Sensor direkt unter der Brücke befindet und über einen Invarstab mit der Brücke verbunden ist. Invar ist deutlich temperaturstabiler als normaler Stahl und hat einen Längenausdehnungskoeffizienten von etwa $\alpha = 1.5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$, der nur einem Zehntel des Längenausdehnungskoeffizienten

von Strahl entspricht. Dadurch wird mit diesem System die Wärmeausdehnung der Brückenauflage meßbar. Wäre der Verbindungsstab aus normalem Stahl, würde er sich bei Temperaturschwankungen genauso stark ausdehnen oder zusammenziehen wie die Stütze der Brücke und die Meßuhr könnte keine Veränderungen aufnehmen. Die Genauigkeit der Meßuhren beträgt 10μm [15].

4.5 Störungen der Brückenpositionen

Eine Reihe von externen Faktoren ist in der Lage, die Aufstellung der Magnete in einem Beschleuniger zu beeinflussen. Sie verschieben sich dadurch langsam aus ihrer Sollposition. Diese Störungen können durch Orbitkorrekturen kompensiert werden und müssen erst wenn sie zu groß geworden sind, durch eine Nachjustierung der Magnete behoben werden.

Im Bereich der Wechselwirkungszonen sind die Fehlertoleranzen allerdings so eng, daß es sinnvoll ist, die Position der Magnete genau zu überwachen. Besonders die Magnetbrücken und damit die Positionen der Quadrupole direkt vor den Wechselwirkungspunkten sind sehr kritisch. Hier können neben der langsamen Positionsdrift auch schneller wachsende Störungen bis hin zu Vibrationen einiger 10Hz auftreten.

Ein wichtiger Effekt sind die Bewegungen der Brücken durch Temperaturveränderungen. Diese entwickeln sich sowohl in Folge einer langsamen Temperaturdrift, als auch bei lokalen Temperatursprüngen (z.B. kalter Luftzug). Die Temperatur in den Experimentierhallen kann um mehrere Grad schwanken und ruft damit Längenausdehnungen in den Bauelementen hervor, die einige zehntel Millimeter betragen können. Dies ist in Abb. 4.10 und Abb. 4.11 erkennbar, die aus Daten des hydrostatischen Höhenmeßsystems entstanden sind.

Die gemessenen Werte stimmen dabei auch mit einer einfachen Rechnung überein, die für die Stahlstützen bei einer Erwärmung von 20°C auf 24°C eine Längenausdehnung von etwa 0.2mm vorhersagt. Genaue Ergebnisse hängen natürlich von Form, Größe und Material der Elemente ab, liegen aber in ähnlichen Größenordnungen. Gerade der Einfluß der Temperatur auf die Länge der Stahlstützen und des Stahlgerüstes, wie es bei ZEUS eingesetzt wird, ist groß. Eine horizontale Bewegung kann dagegen durch Temperaturschwankungen kaum hervorgerufen werden.

Der Einfluß kurzzeitiger Temperaturwechsel auf die Brückenposition kann durch Isolation unterdrückt werden. Dies ist bei der in Halle Nord rechts vom Detektor neu aufgebauten Betonauflage nicht nötig, da sie auf Grund ihrer großen Masse wesentlich temperaturstabiler ist und sich hier Temperaturschwankungen nur in einer langsamen Drift auswirken können. Es ist aber auf alle Fälle nötig, während des Beschleunigerbetriebes die Temperatur in den Hallen auf wenige Grad konstant zu halten.

Zusätzlich führt die Erwärmung der Magnete im Betrieb zu einer Verzerrung der Brücke und damit zu einer Verschiebung der Magnete. Eine von DESY in Auftrag gegebene Finite-Elemente-Analyse zeigt, wie sich eine neue rechte Brücke im Betrieb um mehrere zehntel Millimeter verzieht, wenn sich die Magnete auf 45°C erwärmen [16]. Zu ähnlichen Ergebnissen kommen auch Messungen der DESY Vermessungsabteilung an einer der neuen linken Brücken. Die beiden bisher durchgeführten Messungen führten jedoch zu unterschiedlichen Ergebnissen, sodaß es wahrscheinlich nicht möglich sein wird, die Verschiebungen der Magnete schon bei ihrer Justierung im kalten Zustand zu

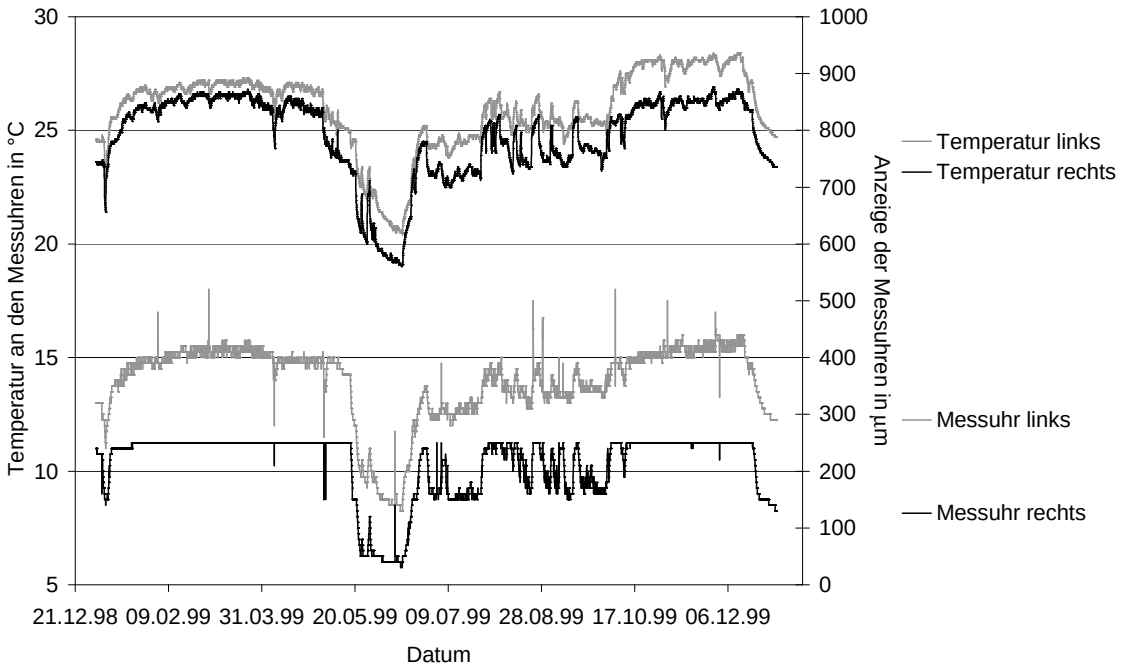

Abbildung 4.10: *Das hydrostatische Höhenmeßsystem benutzt Meßuhren, um Längenänderungen der Stahlstützen zu erkennen. Man sieht für die Halle Süd, wie sich die Längen der Stützen während eines Jahres relativ mit der gemessenen Temperatur an den Sensoren unter den Brücken ändern. Da hier nur die relative Längenänderung wichtig ist, sind die Daten der beiden Meßuhren zur besseren Übersicht gegeneinander verschoben.*

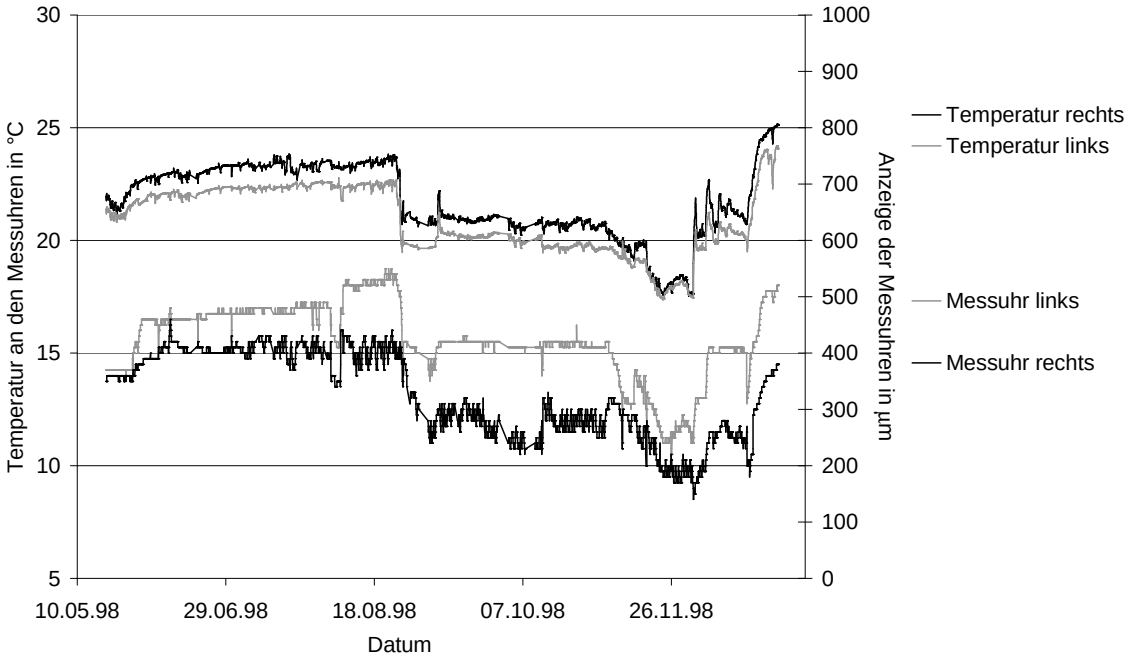

Abbildung 4.11: *Auch in der Halle Nord können die Längenänderungen der Stützen anhand von Meßuhren festgestellt werden. Wegen der Übersichtlichkeit sind auch hier die Daten der beiden Meßuhren relativ zueinander verschoben.*

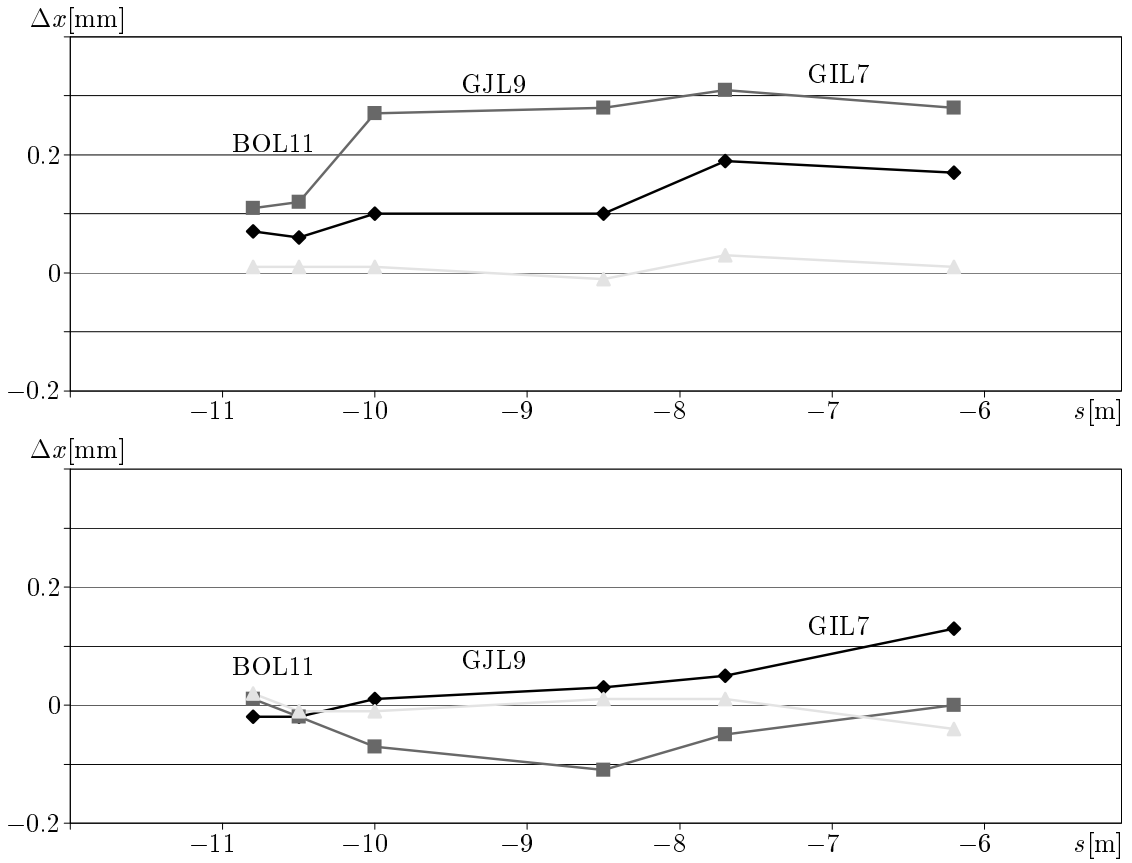

Abbildung 4.12: *Im Betrieb verziehen sich die Magnetbrücken durch die Magnetfelder und die Erwärmung der Magnete. Relativ zu einer Nullmessung vor Einschalten der Magnete sind die radialen Verschiebungen der Magnete unmittelbar nach Einschalten der Magnete (schwarz), 19 Std. (oben) bzw. 18 Std. (unten) nach Einschalten der Magnete (grau) und 4 Std. (oben) bzw. 72 Std. (unten) nach Abschalten der Magnete (hell) eingezeichnet. Oberes und unteres Bild sind aus zwei verschiedenen Meßreihen entstanden [17].*

berücksichtigen (Abb. 4.12 und 4.13) [17]. Die gleichen Messungen haben auch gezeigt, daß sich beim Einschalten des Magnetfeldes die Magnete auf der Brücke um wenige zehntel Millimeter aus ihrer Position verschieben.

Die Magnetfelder müssen auch bei der Aufhängung der supraleitenden Magnete GOL4 und GGR3 in den Detektoren berücksichtigt werden. Hier entstehen Wechselwirkungen mit den Solenoidmagneten der Detektoren, die nicht nur Kräfte, sondern auch Drehmomente ausüben, welche mit der Feldstärke variieren und beim Übergang zwischen Elektronen- und Positronenbetrieb durch die Umpolung der Magnete ihre Richtung umkehren. In vertikaler Richtung treten Kräfte von mehreren kN auf, während sie sich in der Horizontalen auf Grund der Symmetrie des Solenoidfeldes in erster Näherung aufheben. Zusätzlich entstehen Drehmomente einiger Nm [9].

Die Auswirkung von longitudinalen Fehlaufstellungen der Magnete ist im Allgemeinen unproblematischer als eine Störung der transversalen Position. Mit Hilfe von Gl. 1.25 kann abgeschätzt werden, daß bei einer longitudinalen Verschiebung eines

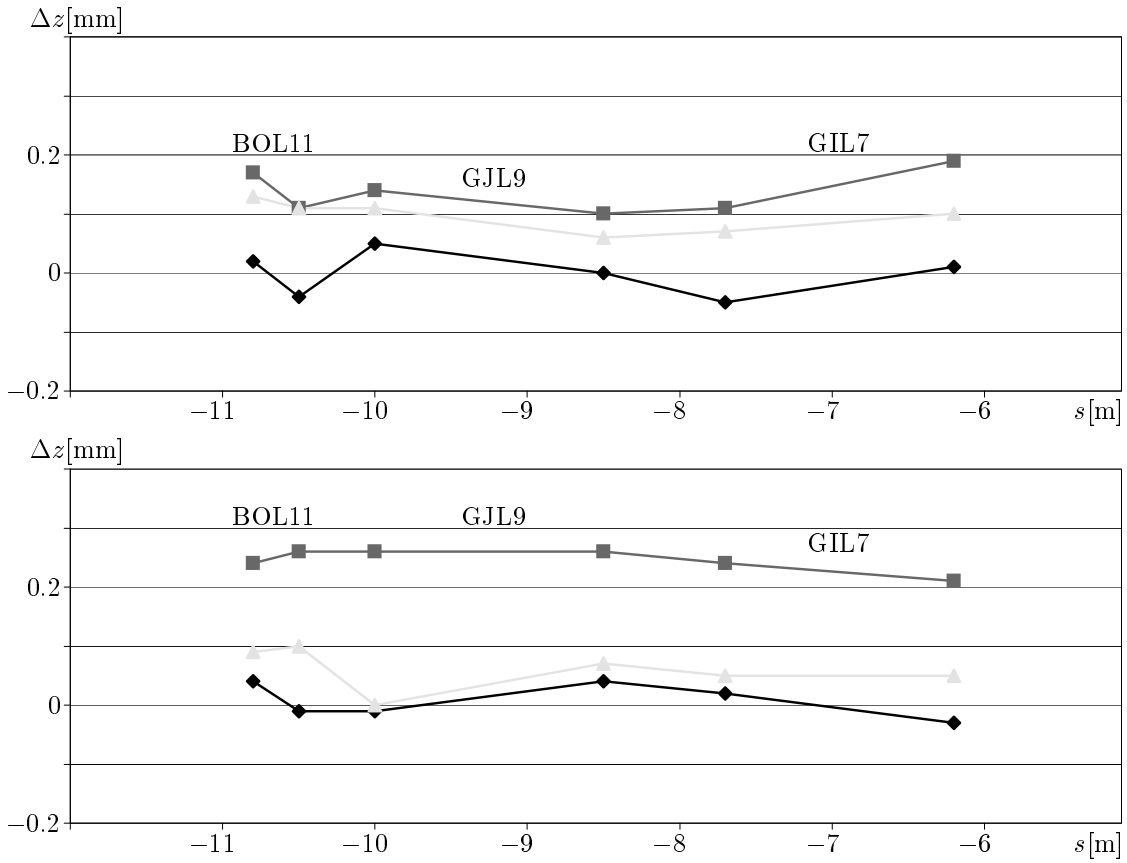

Abbildung 4.13: *Die Erwärmung der Magnete führt auch zu ihrer vertikalen Verschiebung. Relativ zu einer Nullmessung vor Einschalten der Magnete sind die vertikalen Verschiebungen der Magnete unmittelbar nach Einschalten der Magnete (schwarz), 19 Std. (oben) bzw. 18 Std. (unten) nach Einschalten der Magnete (grau) und 4 Std. (oben) bzw. 72 Std. (unten) nach Abschalten der Magnete (hell) eingezeichnet. Die beiden Bilder sind aus zwei verschiedenen Meßreihen entstanden [17].*

Quadrupols der Länge l und Stärke k um Δs die Betafunktion dort um $\frac{\Delta\beta}{\beta} \approx \Delta s\, l\, k$ gestört wird. Bei HERA beträgt die gesamte Betafunktionsabweichung etwa 10%. Der Beitrag eines einzelnen Quadrupols dazu liegt dann bei 0.1%. Um diesen Wert zu erreichen, müßte ein Quadrupol der Länge $l = 1\text{m}$ und Stärke $k = 0.2\text{m}^{-2}$ um $\Delta s = 10\text{mm}$ verschoben werden.

Die longitudinalen Fixierungen an den Brücken verhindern weitgehend alle Bewegungen in dieser Richtung (Abb. 4.5), nur die Längenausdehnung auf Grund von Temperaturschwankungen wirkt sich aus. Durch die Erwärmung der Magnete kann eine Erwärmung der Brücken während des Betriebes von 20°C auf 40°C angenommen werden, die zu einer Verlängerung der neuen rechten Brücken von etwa 1.6mm führen würde [18]. Eine so starke Erwärmung der Brücken ist durchaus realistisch, da sie sehr eng von der Betonabschirmung umschlossen sind und damit eine Luftzirkulation weitgehend unterdrückt wird. Die Brücken werden fast die gleiche Temperatur erreichen wie die Magnete.

Während des Beschleunigerbetriebes werden in den Brücken zum Beispiel durch die Wasserkühlung und die Netzgeräte Vibrationen angeregt, deren Amplituden kaum vorhersagbar sind. Schon bei der Konstruktion wurde daher darauf geachtet, die Eigenfrequenzen der Brücken von starken Anregungen, wie zum Beispiel 50Hz, fernzuhalten. Erste Rechnungen zeigen, daß die Eigenfrequenzen der transversalen Schwingungen der Brücken bei 40Hz liegen, wodurch keine starken Schwingungen zu erwarten sind [18].

Neben der Brückenbewegung zeigen sich zusätzlich Bewegungen der gesamten Halle. Sie lassen sich durch Bewegungen des Erdreichs und Grundwasserschwankungen erklären, die hauptsächlich Halle Nord beeinflussen. Die Größenordnung dieser Bewegung lag in den Monaten nach dem Bau der Hallen bei wenigen Millimetern, da sich der Boden erst noch setzen mußte. Nachdem dieser Prozeß aber abgeschlossen war, wurden auch die Positionen der Hallen sehr stabil und ihre Bewegung wird als gering eingeschätzt, ist allerdings nicht vermessen [15]. Anhand der Meßdaten, die in längeren Wartungsperioden etwa alle ein bis zwei Jahre zur Nachjustierung der Magnete aufgenommen wurden, war keine auffällige korrelierte Magnetbewegung feststellbar. Dies wäre ein Hinweis auf Tunnel- und Hallenbewegungen gewesen. Da aber die gemessenen Magnetverschiebungen nur wenige zehntel Millimeter betrugen [15], kann eine Tunnel- und Hallenbewegung nicht von der Magnetdrift unterschieden werden. Dieser Drift aus ihrer Sollposition sind alle Magnete eines Beschleunigers unterworfen. Sie ist eine zufällige Eigenbewegung und baut sich über viele Monate auf, wodurch nach ein bis zwei Jahren eine Nachjustierung erforderlich wird.

Neben der langsamen Drift durch Bodenbewegungen sind der Tunnel und die Hallen schwachen Bodenvibrationen ausgesetzt. Messungen dieser Bodenvibrationen bei HERA haben ergeben, daß bei Frequenzen ab 0.01Hz ihre rms-Amplituden unterhalb von 1μm liegen (Abb. 4.14). Vergleiche mit dem Protonenorbit zeigten, daß nur bei einzelnen Frequenzen im Bereich mehrerer Hertz die Korrelation zwischen den Bodenvibrationen und den Orbitbewegungen resonanzartig ansteigt. Da schon bei Frequenzen unterhalb von 1Hz die Wellenlänge über 300m liegt, wird die Teilchenbahn durch niederfrequente Bodenvibrationen nicht beeinflußt [19].

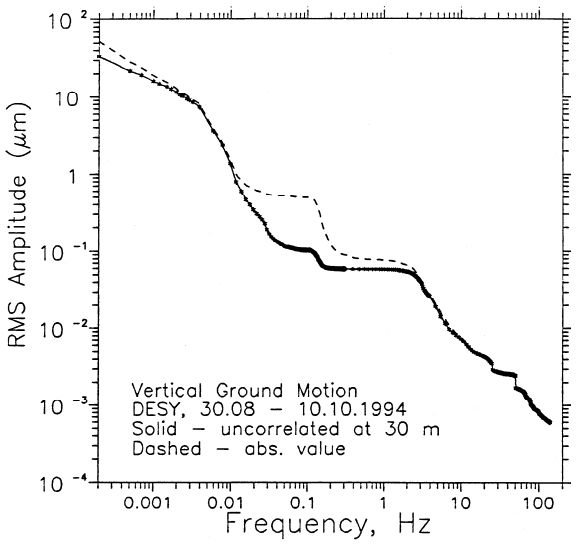

Abbildung 4.14: *Die Amplituden der Bodenvibrationen in den Hallen und im Tunnel sind bei Frequenzen oberhalb von* 0.01Hz *sehr klein. (Abb. aus [19])*

Zu Beginn des Betriebes von HERA wurden in [20] Berechnungen durchgeführt, die zeigten, daß Protonen- und Leptonenstrahl in den Wechselwirkungspunkten durch Bodenvibrationen im Frequenzbereich von 1Hz bis 50Hz um mehrere μm abgelenkt werden. Die dadurch entstehende Luminositätsreduktion lag unterhalb von 1%. Mit den Parametern der neuen Optik ergibt eine analoge Rechnung eine Luminositätsreduktion, die auch unterhalb von 1% liegt (Gl. 1.30). Es zeigte sich jedoch schon damals, daß das Problem nicht die verringerte Luminosität ist, sondern die Strahl-Strahl-Wechselwirkung, welche zur Instabilität der Strahlen führt. Um dies zu verhindern, dürfen in den Wechselwirkungspunkten die Strahlpositionen relativ zu einander nur um wenige μm voneinander abweichen.

Große Gewichtsverlagerungen innerhalb der Hallen haben einen meßbaren Effekt auf ihre Position. An den Meßdaten des hydrostatischen Höhenmeßsystems und des optischen Drahtmeßsystems kann abgelesen werden, wie sich die Halle um mehrere 100μm bewegt, wenn eine Hälfte des Eisenjochs vom Detektor zusammen mit der Betonabschirmung zur Seite gefahren wird. Schließt man den Detektor wieder, so bewegt sich die Halle in ihre alte Position zurück (Abb. 4.15). Zu dem gleichen Ergebnis kommt auch eine Untersuchung der ZEUS-Kollaboration [21].

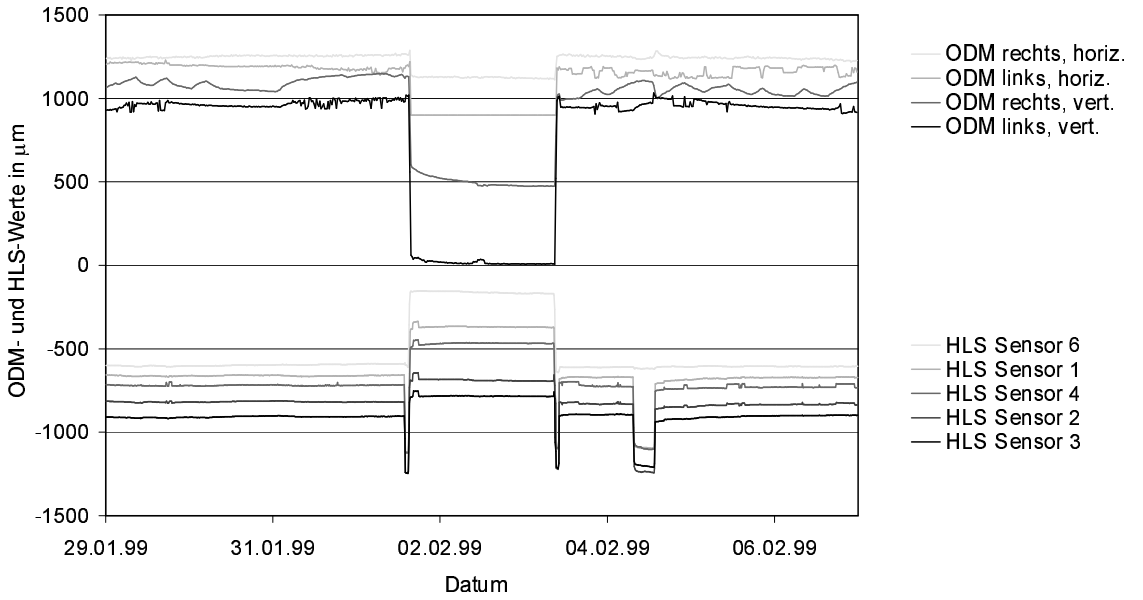

Abbildung 4.15: *Beim Öffnen des ZEUS-Detektors bewegt sich die Halle Süd um mehrere* 100μm. *Wird er wieder geschlossen, so geht auch die Halle in ihre alte Position zurück. Dies ist aus den Meßdaten der Drahtmeßsysteme (ODM) links und rechts vom Detektor und aus den Sensoren des hydrostatischen Höhenmeßsystems (HLS) ersichtlich, von denen fünf relativ zu Sensor 5 angegeben sind. Da nur die relativen Änderungen interessieren, sind alle Meßdaten zur besseren Übersicht gegeneinander verschoben.*

Externe Baumaßnahmen können ebenso einen Einfluß auf die Lage des Tunnels und der Hallen haben. So hat sich gezeigt, daß der Bau mehrerer Bürogebäude mit Tiefgaragen zu einer Bodenbewegung führte, durch die der darunterliegende Teil des Tunnels um bis zu 7mm verschoben wurde [15]. Es war dadurch unerläßlich in diesem Bereich die Magnete nachzujustieren.

5 Simulation von Optikstörungen, Fehlertoleranzen

Die Vakuumkammern, in denen sich die Teilchenstrahlen bewegen, sind so ausgelegt, daß für die Leptonen überall mindestens 20σ freie Apertur zur Verfügung stehen und für die Protonen mindestens 12σ (s.a. Kap. 1.4). Die Erfahrung hat bei HERA gezeigt, daß diese Apertur benötigt wird, um eine gute Strahllebensdauer zu erhalten. Wenn sich allerdings die Strahlen nicht auf ihrem idealen Orbit bewegen, sondern durch Orbitstörungen transversal abgelenkt werden, wird die Apertur eingeschränkt und damit auch die Lebensdauer gesenkt.

Um eine hohe Luminosität zu erreichen und die Strahl-Strahl-Kräfte zu unterdrücken, welche zu einer Abstoßung der Strahlen führen würden, müssen sich beide Teilchenstrahlen exakt treffen. Ihre Lage am Wechselwirkungspunkt sollte also stabil gehalten werden. Abweichungen von der idealen Position müssen in jedem Fall durch eine lokale Orbitbeule (s.a. Kap. 1.9) mit Hilfe der Korrekturdipole behoben werden.

Neben der Lebensdauer der Teilchenstrahlen kommt in den Wechselwirkungszonen ein weiteres Kriterium zur Beurteilung der Aufstellungstoleranzen hinzu. Die in den Magneten GJL9, GIL7 und GOL4 links von den Wechselwirkungspunkten entstehende Synchrotronstrahlung kann erst hinter den Detektoren absorbiert werden. Durch die Detektoren muß daher Strahlung einer Leistung von je 15kW geleitet werden, welche auch dahinter nicht auf die Vakuumkammerwand bzw. die Notabsorber treffen darf. Im Falle einer Ablenkung des Synchrotronstrahlungsfächers durch Orbitabweichungen kann die zurückgestreute Strahlung sehr schnell zu einer Erhöhung der gemessenen Untergrundraten führen. Dieses Problem kann auch auftreten, wenn die Magnete GIR5, GIR7 und GJR10 aus ihrer Sollposition verschoben sind, da auch in ihnen Synchrotronstrahlung entsteht.

Untersucht werden soll hier der Einfluß von Bewegungen der Magnetbrücken auf den Elektronenstrahl. Die Protonen passieren zwar auch die auf den Brücken befindlichen Quadrupole des Leptonenringes, ihre Energie ist allerdings so hoch, daß sie nur schwach beeinflußt werden. Die Computersimulationen werden mit dem Programm PETROS [22] durchgeführt, wobei als Optik die Rev3.2-Optik für Elektronen aus dem Mai 2000 eingesetzt wird. Alle Rechnungen werden für den Luminositätsbetrieb mit Elektronen der Energie 27.5GeV ausgeführt.

5.1 Bewegung von Magnetbrücken

Bewegt sich eine ganze Magnetbrücke, so heben sich die Orbitstörungen der verschobenen Quadrupole zum Teil auf, da sie unterschiedliche Polaritäten besitzen. In erster Näherung können die Betatronphasen, an denen sich die Quadrupole einer Brücke befinden, durch eine mittlere Betatronphase Φ_{eff} ersetzt werden. Die Betatronphasen variieren zwischen den Quadrupolen nur um wenige Grad, wodurch der Fehler dieser Abschätzung auch nur einige Prozent beträgt. Allerdings muß bei der Bewegung der Brücke links vom ZEUS-Detektor auch der Magnet GOL4 berücksichtigt werden, bei

dem die Betatronphase um mehrere Grad verschoben ist. Hier ist also auch der Fehler größer. Für die gesamte Störung $Y_{\mathrm{B},i}$, die durch eine Brücke erzeugt wird, folgt dann näherungsweise aus Gl. 1.21:

$$Y_{\mathrm{B},i} = \frac{\sqrt{\beta_i}}{2\,\sin\pi Q}\,\cos\left(|\Phi_{\mathrm{eff}} - \Phi_i| - \pi\,Q\right)\Big(\sqrt{\beta_{\mathrm{Quad1}}}\,k_{\mathrm{Quad1}}\,l_{\mathrm{Quad1}}\,\Delta x_{\mathrm{Quad1}} + \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad2}}}\,k_{\mathrm{Quad2}}\,l_{\mathrm{Quad2}}\,\Delta x_{\mathrm{Quad2}} + \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad3}}}\,k_{\mathrm{Quad3}}\,l_{\mathrm{Quad3}}\,\Delta x_{\mathrm{Quad3}}\Big)\,.$$

Die Orbitstörung, die durch die Verschiebung einer Brücke hervorgerufen wird, läßt sich also effektiv als Kick

$$\begin{aligned}\sqrt{\beta_{\mathrm{eff}}}\,k_{\mathrm{eff}}\,l_{\mathrm{eff}}\,\Delta z_{\mathrm{eff}} = {} & \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad1}}}\,k_{\mathrm{Quad1}}\,l_{\mathrm{Quad1}}\,\Delta x_{\mathrm{Quad1}} \\ & + \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad2}}}\,k_{\mathrm{Quad2}}\,l_{\mathrm{Quad2}}\,\Delta x_{\mathrm{Quad2}} \\ & + \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad3}}}\,k_{\mathrm{Quad3}}\,l_{\mathrm{Quad3}}\,\Delta x_{\mathrm{Quad3}}\end{aligned}$$

eines einzelnen Quadrupols bei Φ_{eff} auffassen.

Als Beispiel soll hier der Fall einer Neigung der linken Brücke bei H1 auf Grund einer vertikalen Bewegung der vorderen Stütze um Δz berechnet werden. Mit Hilfe von Gl. 4.3 kann daraus die Bewegung der einzelnen Magnete und damit die Störung

$$Y_{\mathrm{B},i} = \frac{\sqrt{\beta_i}}{2\,\sin\pi Q}\,\sqrt{\beta_{\mathrm{eff}}}\,k_{\mathrm{eff}}\,l_{\mathrm{eff}}\,\Delta z_{\mathrm{eff}}\,\cos\left(|\Phi_{\mathrm{eff}} - \Phi_i| - \pi\,Q\right)$$

mit dem Mittelwert der Betatronphasen

$$\Phi_{\mathrm{eff}} = 0.455\frac{\mathrm{rad}}{2\pi}$$

und

$$\sqrt{\beta_{\mathrm{eff}}}\,k_{\mathrm{eff}}\,l_{\mathrm{eff}}\,\Delta z_{\mathrm{eff}} = 1.87\,\frac{1}{\sqrt{\mathrm{m}}}\,\Delta z$$

bestimmt werden. Dies entspricht in etwa einer Orbitstörung, die der Magnet GIL7 bei einer Verschiebung um $0.66\,\Delta z$ bewirken würde, obwohl er bei der Brückenneigung um $0.98\,\Delta z$ angehoben wird. In Abb. 5.1 ist zu erkennen, daß eine Verschiebung des GIL7 um 0.2mm nach oben fast den gleichen Orbiteffekt hat, wie eine Brückenneigung auf Grund einer Verlängerung der Stützen um 0.3mm. Obwohl also mehr Magnete bewegt werden, verstärken sich die Störungen nicht, sondern heben sich teilweise auf.

Dieser Effekt tritt in gleicher Weise auch bei Neigung der anderen Brücken auf und natürlich auch bei einer parallelen Verschiebung der vier Brücken. Die Größe der Magnetverschiebung bei horizontalen und vertikalen Brückenbewegungen ist in Tab. 5.1 dargestellt. Die Werte für eine dieser Brückenbewegung äquivalente Verschiebung eines einzelnen Magneten sind in Tab. 5.2 zusammengetragen. Dabei ist auch berücksichtigt, daß sich der Quadrupol GOL4, der in den ZEUS-Detektor eingesetzt ist, mitbewegt. Der Magnet GGR3 bewegt sich zwar auch mit, er hat aber ein reines Dipolfeld und braucht daher nicht berücksichtigt zu werden.

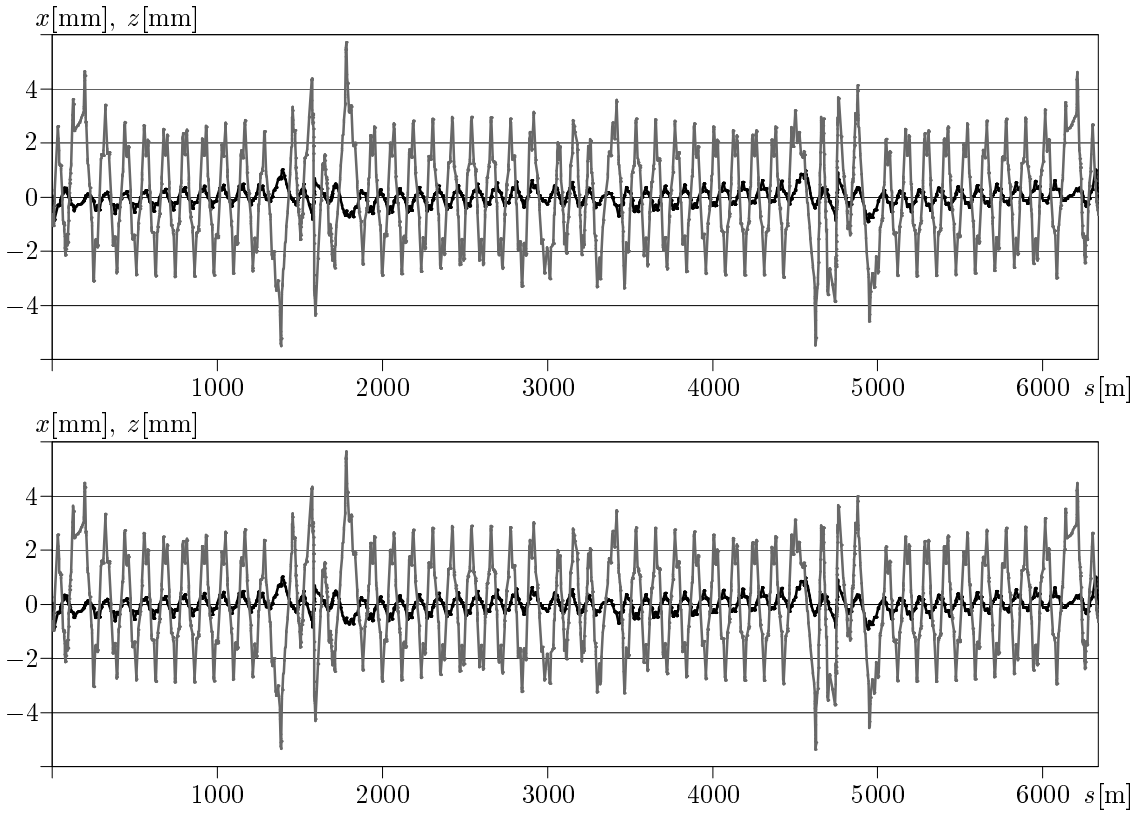

Abbildung 5.1: *Die Neigung der linken Brücke in Halle Nord (oben) hat den gleichen Orbiteffekt in x-Richtung (grau) und z-Richtung (schwarz), wie eine schwächere Verschiebung des auf ihr befindlichen Quadrupols GIL7 in die gleiche Richtung (unten).*

H1		Magnetbewegung in % der Brückenbewegung				
Pos.	Richtung	GJL9	GIL7	GIR5	GIR7	GJR10
vorn	vert.	39	98	105	53	3
	hor.	41	98	115	63	12
hinten	vert.	61	2	-5	47	97
	hor.	59	2	-15	37	88

ZEUS		Magnetbewegung in % der Brückenbewegung					
Pos.	Richtung	GJL9	GIL7	GOL4	GIR5	GIR7	GJR10
vorn	vert.	44	105	78	105	53	3
	hor.	42	105	76	115	63	12
hinten	vert.	58	-5	-28	-5	47	97
	hor.	56	-5	-26	-15	37	88
gesamt	vert.	100	100	50	100	100	100
	hor.	100	100	50	100	100	100

Tabelle 5.1: *Bei einer Neigung oder Verschiebung der Brücken bewegen sich die Magnete um die angegebenen Anteile in % von der Brückenbewegung am Ort der Motoren.*

H1		Magnetbewegung in % der Brückenbewegung				
			links		rechts	
	Pos.	Richtung	GJL9	GIL7	GIR5	GJR10
	vorn	vert.		66	58	
		hor.		81	-18	
	hinten	vert.	58			11
		hor.	53			-36
	gesamt	vert.		18	64	
		hor.		60	-47	

ZEUS		Magnetbewegung in % der Brückenbewegung				
			links		rechts	
	Pos.	Richtung	GJL9	GIL7	GIR5	GJR10
	vorn	vert.		-13	58	
		hor.		52	-18	
	hinten	vert.	28			11
		hor.	38			-36
	gesamt	vert.		-36	64	
		hor.		37	-47	

Tabelle 5.2: *Bei einer Neigung oder Verschiebung der Brücken heben sich die Orbitstörungen der Quadrupole teilweise auf. Berechnet wurde die Verschiebung eines einzelnen Magneten, die in ihrer Wirkung einer Brückenbewegung entspricht. Hier angegeben ist der prozentuale Anteil an der Bewegung der Brücken am Ort der Motoren.*

Verschiebt sich ein einzelner Magnet auf einer Brücke, so läßt sich umgekehrt daraus schließen, daß eine Korrektur dieser Bewegung durch Verfahren der Brücken zwar möglich ist, dafür aber eine relativ große Brückenverschiebung benötigt wird. Es ist daher sehr wichtig, die Magnete auf den Brücken relativ zueinander richtig und stabil zu positionieren. Berechnet man die Verstellung der beiden horizontalen Motoren, die nötig ist, um eine horizontale Verschiebung des Magneten GJR10 um 0.1mm auf der Brücke rechts vom ZEUS-Detektor auszugleichen, so ergibt sich eine gekoppelte Verstellung der Motoren. Wird die horizontale Verschiebung der Brücke am Ort des vorderen Motors mit x_{v} und am Ort des hinteren mit x_{h} bezeichnet, dann kann der Effekt der Verschiebung des Magneten GJR10 durch folgende gekoppelte Motoreinstellungen kompensiert werden:

$$x_{\mathrm{h}} = -0.274\mathrm{mm} - 0.606\, x_{\mathrm{v}}$$

Das heißt, durch gleichzeitiges Verfahren der vorderen und hinteren horizontalen Motoren um -0.17mm kann die Orbitstörung des GJR10 kompensiert werden. Werden die Motoren jedoch unterschiedlich eingestellt, so muß einer immer weiter als -0.17mm gefahren werden (Abb. 5.2).

Unkorrelierte Bewegungen der Magnete auf den Brücken können zu Orbitstörungen führen, die durch eine Brückenbewegung, welche eine korrelierte Magnetbewegung darstellt, nur schwer korrigierbar sind. In solchen Fällen müssen Korrekturdipole zur Kompensation der Orbitstörung verwendet werden, was gut möglich ist, solange die

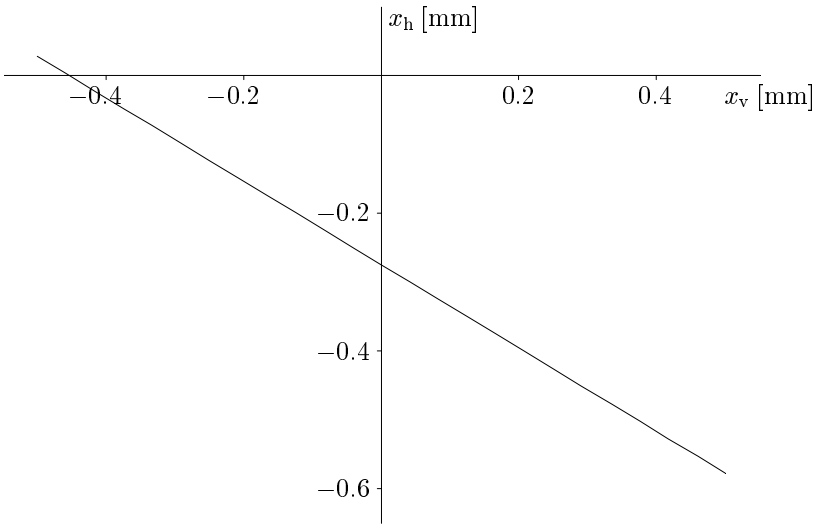

Abbildung 5.2: *Versucht man eine Verschiebung des Magneten GJR10 um* 0.1mm *in der Wechselwirkungszone Süd durch eine Bewegung der rechten Brücke auszugleichen, so muß diese vorn und hinten eine gekoppelte Bewegung ausführen, welche relativ groß ist. Die nötige Verschiebung an ihrem vorderen Ende ist mit* x_v *bezeichnet und* x_h *bezeichnet die Bewegung an ihrem hinteren Ende. Die eingezeichnete Gerade stellt die möglichen Lösungen dar.*

Magnete nur wenige zehntel Millimeter aus ihrer Sollposition verschoben sind. Probleme mit der direkten und der gestreuten Synchrotronstrahlung sind aber auch dann nicht vollständig auszuschließen, da die Leptonen in den fehlaufgestellten Magneten etwas abgelenkt werden. Dadurch erhalten auch die Synchrotronstrahlungsfächer eine leichte Ablenkung.

Mit Hilfe der Meßsysteme, die in den Wechselwirkungszonen vorhanden sind, können solche Fehlaufstellungen der Magnete bestimmt werden. Dies ermöglicht dann auch eine Positionskorrektur durch Nachjustierung dieser Magnete (s.a. Kap. 6).

5.2 Apertureinschränkung durch Fehler in der Wechselwirkungszone

Im Folgenden soll abgeschätzt werden, wie weit eine einzelne Brücke ohne Korrektur bewegt werden darf, bis für den Elektronenstrahl an der Stelle der kleinsten Akzeptanz $A = \left(\frac{d^2}{\beta}\right)_{\min}$ nur noch eine freie Apertur von 15σ zur Verfügung steht. Dieser Ort befindet sich im Bereich BQL19/GNL20 etwa 19m links von den Wechselwirkungspunkten. Hier steht schon im idealen Fall für den Leptonenstrahl horizontal nur eine Apertur von 19.5σ zur Verfügung. Da auch im Bereich BQR19/GNR20, sowie in den Quadrupolen GIL7 und GIR7 die Vakuumkammerwand nur wenig mehr als die geforderten 20σ freie Apertur erlaubt, wird bei der Abschätzung an diesen Orten in ähnlicher Weise die Apertur eingeschränkt. Die erlaubte Orbitstörung entspricht dann einer Orbitablage im Bereich BQL19/GNL20 von $\Delta x = 5.6$mm.

Vertikal ist die Apertur deutlich größer als nur 20σ. Daher soll in der folgenden Rechnung die Orbitstörung bestimmt werden, welche im Bereich BQL19/GNL20 auch vertikal eine Orbitablage von $\Delta z = 5.6$mm erzeugt. Die Berechnung erfolgt nach Gl. 1.21, wobei wie im vorherigen Kapitel angenommen wird, die Magnete befänden sich bei der gleichen Betatronphase (Abb. 5.3).

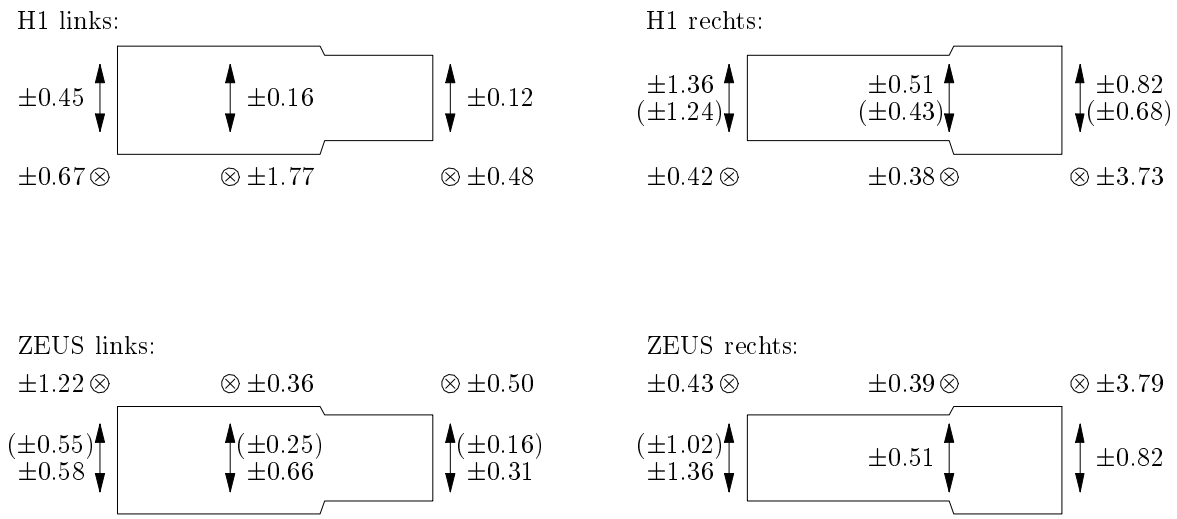

Abbildung 5.3: *Die horizontalen (↕) und vertikalen (⊗) Verschiebungen und Neigungen der Brücken haben einen relativ großen Einfluß auf den Orbit. Um an der Engstelle im Bereich BQL19/GNL20 horizontal und vertikal eine Orbitablage von etwa* 5.6mm *zu erzeugen, sind teilweise nur sehr kleine Brückenbewegungen nötig. Angegeben sind die Brückenbewegungen in Millimeter für eine reine Verstellung der vorderen Motoren und der hinteren Motoren, sowie für eine parallele Brückenverschiebung. Da die benutzte Abschätzung relativ grob ist, wurde mit PETROS die Grenze der Strahlstabilität bestimmt, und wenn diese Werte kleiner sind als die abgeschätzten Bewegungen, sind sie in Klammern mit angegeben.*

Es zeigt sich, daß im unkorrigierten Fall die Brückenbewegung schon im Bereich weniger zehntel Millimeter einen sehr großen Effekt auf die Teilchenbahn ausübt und die rms-Amplitude der Teilchenbahn in x-Richtung etwa 2.7mm beträgt, sowie in z-Richtung etwa 2.9mm. Die benutzte Abschätzung berücksichtigt jedoch nur die Orbitablage und keine anderen Effekte, wie zum Beispiel die Strahlaufweitung in den Sextupolen, welche von den Teilchen auf einer falschen Bahn durchlaufen werden. Die Abschätzung ist dadurch so grob, daß Simulationen mit PETROS zeigen, daß teilweise die Stabilitätsgrenze überschritten wurde und der Strahl nicht mehr umlaufen kann. In Abb. 5.3 sind dann die maximal zulässigen Bewegungen in Klammern mit angegeben. Gerade die horizontale Bewegung der linken Brücken an ihrem detektornahen Ende hat schon bei sehr kleinen Werten einen sehr großen Einfluß auf den Strahl, der aber gut durch Korrekturdipole kompensierbar ist (Abb. 5.4).

Dabei ist zu beachten, daß auch diese Werte eine zu optimistische Obergrenze darstellen. Wird die Teilchenbahn nicht korrigiert, bläht sich der Strahl auf und die Betafunktion, sowie die Dispersion werden stark gestört. Fehlaufstellungen der Brücken müssen also auf alle Fälle früher korrigiert werden. Die Brücken und die Magnete auf

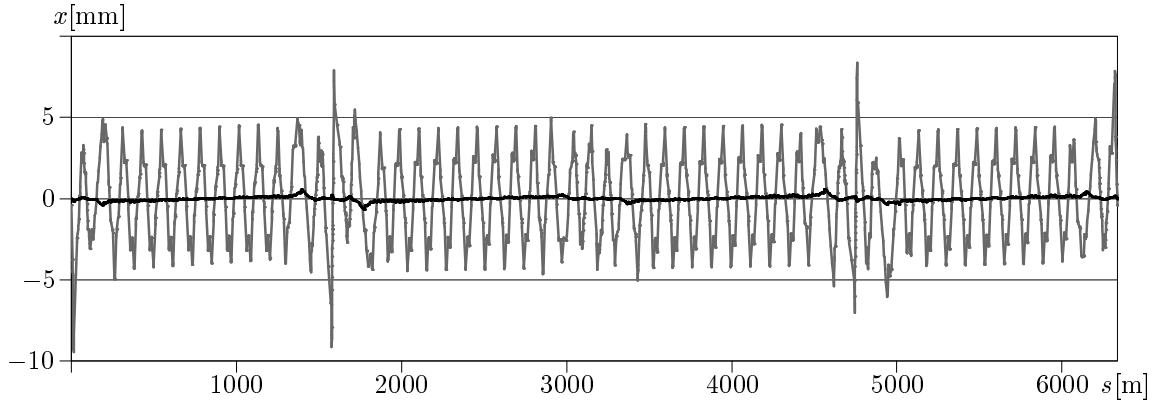

Abbildung 5.4: *Eine horizontale Bewegung des vorderen Endes der linken Brücken in Halle Süd von* −0.16mm *hat einen großen Einfluß auf die Teilchenbahn (grau), der sich aber schon durch zwei Korrekturdipole weitgehend ausgleichen läßt (schwarz).*

ihnen sollten dazu entweder unterhalb von 0.1mm richtig justiert sein, oder aber ihr Effekt auf die Teilchenbahn wird durch die Verwendung von Korrekturdipolen kompensiert. Dies ist bei relativ kleinen Fehlaufstellungen von wenigen 0.1mm noch gut möglich und die Teilchenbahn kann bis zu einer rms-Amplitude von unter 0.1mm durch Korrekturdipole geglättet werden.

5.3 Synchrotronstrahlung

Da die Quadrupole auf den Magnetbrücken und in den Detektoren neben der Fokussierung des Leptonenstrahls auch dazu verwendet werden, die Teilchenstrahlen zu separieren, entsteht in ihnen Synchrotronstrahlung. Dabei ist die links vom Detektor erzeugte Synchrotronstrahlung besonders problematisch, da sie durch den Detektor hindurch geleitet werden muß.

Der Magnet GOL4 sorgt für einen Ablenkwinkel der Leptonen von 8.21mrad, welcher vom GIL7 auf 7.2mrad verringert wird und im GJL9 wieder auf 8.0mrad ansteigt, um dann im BOL11 seinen bis 41m vor dem Wechselwirkungspunkt gültigen Wert von 8.6mrad zu erhalten. Dieses Schema wurde gewählt, damit sich der im GJL9 entstehende Synchrotronstrahlungsfächer vollständig dem vom GIL7 erzeugten überlagert. Aus Symmetriegründen wurde rechts vom Detektor das gleiche Schema gewählt, allerdings ist hier der resultierende Winkel mit 8.8mrad etwas größer.

Fehler in der Position der linken Brücken und des Quadrupols GOL4 wirken sich direkt auf die Synchrotronstrahlung in den Detektoren aus. Die Strahlungsleistung wird variieren und der Fächer wird abgelenkt. Beides muß innerhalb enger Grenzen verhindert werden, damit nicht die Notabsorber getroffen werden, welche die Vakuumkammer schützen, aber auch Strahlung zurückstreuen und damit die von den Detektoren gemessenen Untergrundraten erhöhen. Strahlung wird auch dann an den Absorbern zurückgestreut, wenn die rechten Brücken fehlaufgestellt sind. Untersuchungen dazu wurden in [4] für den H1-Detektor durchgeführt.

Simulationen des Einflusses zufälliger, gaußverteilter Aufstellungsfehler aller Quadrupole in den Wechselwirkungszonen einschließlich der Brückenmagnete und Strahl-

lagemonitore auf die Synchrotronstrahlung zeigten, daß trotz einer Orbitkorrektur mit den Korrekturdipolen, welche auf Grund der BPM-Fehler nicht ideal ist, die Wahrscheinlichkeit, einen Notabsorber zu treffen, in etwa linear mit der rms-Amplitude der Fehlaufstellung der Magnete und Monitore ansteigt. Sie liegt schon ab einer rms-Amplitude von 0.2mm über 10%. Werden die Monitore als fehlerfrei angesehen, kann die Teilchenbahn genauer korrigiert werden und die Wahrscheinlichkeit, einen Notabsorber zu treffen, ist weitgehend unabhängig von der rms-Amplitude der Magnetfehlaufstellung. Sie liegt dann bei 4% [23].

Die Synchrotronstrahlung kann sicher durch die Detektoren und an den Notabsorber vorbeigeleitet werden, wenn der Aufstellungsfehler der Quadrupole nicht einige 0.1mm übersteigt. Um dies zu erreichen, ist zusätzlich eine gute Orbitkorrektur nötig.

Die Korrektur der Magnetbrückenposition sollte sicherstellen, daß der Teilchenstrahl in den einzelnen Quadrupolen auf der Brücke Magnetfelder durchläuft, deren absolute Beträge nur wenig von den idealen Feldern abweichen. Es reicht nicht aus, die Brücke so zu bewegen, daß sich die Orbitstörungen der Quadrupole gegenseitig aufheben. Auf der linken Brücke bei H1 kann eine Fehlaufstellung der beiden Quadrupole immer durch die Schrittmotoren behoben werden, wodurch auch kein von seinem Soll abweichendes Magnetfeld auftritt. Da sich mit der linken Brücke bei ZEUS auch der Magnet GOL4 bewegt, ist hier eine vollständige Korrektur der Positionen nicht immer erreichbar. Dieses Problem tritt auch bei den beiden rechten Brücken auf, da sie jeweils drei Quadrupole tragen. Wenn der Positionsfehler nicht vollständig korrigierbar ist, so sollte zumindest die Summe K der Absolutwerte der Kicks der Magnete minimiert werden. Die Magnetverschiebung wird dabei auf die weniger effektiven Quadrupole verlagert:

$$\begin{aligned} K = & \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad1}}}\,|k_{\mathrm{Quad1}}\,\Delta z_{\mathrm{Quad1}}|\,l_{\mathrm{Quad1}} \\ & + \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad2}}}\,|k_{\mathrm{Quad2}}\,\Delta z_{\mathrm{Quad2}}|\,l_{\mathrm{Quad2}} \\ & + \sqrt{\beta_{\mathrm{Quad3}}}\,|k_{\mathrm{Quad3}}\,\Delta z_{\mathrm{Quad3}}|\,l_{\mathrm{Quad3}}\ . \end{aligned}$$

6 Analyse der Meßdaten

Der Einfluß möglicher Störungen auf die Teilchenbahn kann durch Korrekturdipole, welche im gesamten Ring verteilt stehen, kompensiert werden. Zusätzlich sind bei HERA die Magnetbrücken, auf denen in den Experimentierhallen Nord und Süd die letzten Quadrupole stehen, über Schrittmotoren verschiebbar. Hier bietet sich also die Möglichkeit, Fehlaufstellungen von Magneten direkt zu beheben.

Es stehen in den Wechselwirkungszonen Nord und Süd zur Diagnose von Störungen drei voneinander unabhängige Meßsysteme zur Verfügung. Anhand der im gesamten Ring vorhandenen Strahllagemonitore (BPM) kann die Abweichung der Teilchenbahn von einem Referenzorbit festgestellt werden. Aus diesen Relativdaten können dann die zur Verbesserung der Bahn nötigen Korrekturdipolstärken und Brückenbewegungen berechnet werden. Außerdem ist es möglich, Phasenlage und Amplitude der Betatronschwingung zu bestimmen und so Störungen zu lokalisieren (s.a. [23] und [24]). Relativ zu Drähten, die von dem vorderen Ende der Brücken bis etwa 61m in den Tunnel hinein gespannt sind, kann die Fehlaufstellung von Magneten direkt gemessen werden. Darüberhinaus sind hydrostatische Höhenmeßsysteme in der Lage, die Höhenänderung der Brückenköpfe relativ zum Hallenboden und dessen Neigung zu messen. Zusammen ergeben diese drei Systeme ein recht genaues Bild von Brückenbewegungen und anderen Störungen, ermöglichen also deren Korrektur.

6.1 Auswertung der Strahllagemonitore

Anhand der Meßdaten der Strahllagemonitore sollen die besten Orbitkorrektoren gefunden werden. In Frage kommen dafür alle Korrekturdipole im Ring und die Positionen der Quadrupole auf den Brücken im Norden und Süden. Es können bei Bedarf Positionen von weiteren Quadrupolen als Korrektoren in die Rechnung mit eingehen. Im Folgenden werden horizontale und vertikale Ebene als getrennt angenommen, eine mögliche Kopplung bleibt hier unbeachtet.

Die Auswertung der BPM-Daten erfolgt nach der Methode der kleinsten Quadrate. Die in Kapitel 2 vorgestellte Singulärwert-Zerlegung (SVD) und der MICADO-Algorithmus stellen hierzu sinnvolle Erweiterungen dar. Die Singulärwert-Zerlegung muß eingesetzt werden, weil häufig mehr Magnete als Monitore in die Rechnung eingehen. Es gibt also keine eindeutige Lösung für die Korrektoreinstellungen und der Lösungsvektor muß durch die SVD minimiert werden. Da aber mit den Quadrupolverschiebungen und Dipolstärken sehr unterschiedliche Größen in dem Lösungsvektor auftreten, kann diese Minimierung fehlschlagen. Die Minimierung der Länge des Lösungsvektors durch die SVD setzt voraus, daß die Korrektoren in ihrer Stärke gleich gewichtet sind. Würde die Brückenbewegung in mm mit einbezogen werden, so wären diese Werte um ein Vielfaches höher als die Korrekturdipolstärken in m^{-1} und sie würde durch die SVD ausgeschlossen. Es werden daher im Folgenden auch die Quadrupolverschiebungen in Form von Dipolkicks berücksichtigt.

Für eine Ebene können die Orbitablagen an allen Monitoren im Beschleuniger in dem Vektor $\vec{Y}$ zusammengefaßt werden. Er läßt sich dann nach Gl. 1.21 über die Koeffizientenmatrix $\mathbf{A}$ aus dem Vektor der Dipolkicks $\vec{F}$ bestimmen:

$$\vec{Y} = \mathbf{A}\,\vec{F} \tag{6.1}$$

mit

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2\,\sin\pi Q} \begin{pmatrix} \sqrt{\beta_{\mathrm{Y},1}\,\beta_{\mathrm{F},1}}\,\cos\big(|\Phi_{\mathrm{Y},1}-\Phi_{\mathrm{F},1}|-\pi Q\big) & \cdots & \sqrt{\beta_{\mathrm{Y},1}\,\beta_{\mathrm{F},p}}\,\cos\big(|\Phi_{\mathrm{Y},1}-\Phi_{\mathrm{F},p}|-\pi Q\big) \\ \vdots & & \vdots \\ \sqrt{\beta_{\mathrm{Y},m}\,\beta_{\mathrm{F},1}}\,\cos\big(|\Phi_{\mathrm{Y},m}-\Phi_{\mathrm{F},1}|-\pi Q\big) & \cdots & \sqrt{\beta_{\mathrm{Y},m}\,\beta_{\mathrm{F},p}}\,\cos\big(|\Phi_{\mathrm{Y},m}-\Phi_{\mathrm{F},p}|-\pi Q\big) \end{pmatrix}.$$

Die Strahlparameter $\beta_{\mathrm{Y},j}$ und $\Phi_{\mathrm{Y},j}$ bezeichnen Betafunktion und Phase an den Monitoren, $\beta_{\mathrm{F},j}$ und $\Phi_{\mathrm{F},j}$ sind Betafunktion und Phase an den Magneten. Es bezeichnet der Index p die Anzahl der berücksichtigten Quadrupole und Korrekturdipole, m ist die Anzahl der Strahllagemonitore im Ring.

Auch die Wirkungen verschobener Quadrupole können als Dipolkicks aufgefaßt werden. Der Dipolkickvektor $\vec{F}$ sieht dann folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} \vec{F} = \Big(& k_{\mathrm{B},1}\,l_{\mathrm{B},1}\,\Delta v_{\mathrm{B},1}, \ldots, k_{\mathrm{B},b}\,l_{\mathrm{B},b}\,\Delta v_{\mathrm{B},b}, \\ & k_{\mathrm{R},1}\,l_{\mathrm{R},1}\,\Delta v_{\mathrm{R},1}, \ldots, k_{\mathrm{R},n}\,l_{\mathrm{R},n}\,\Delta v_{\mathrm{R},n}, \\ & \frac{1}{R_{\mathrm{K},1}}\,l_{\mathrm{K},1}, \ldots, \frac{1}{R_{\mathrm{K},d}}\,l_{\mathrm{K},d}\Big)^T . \end{aligned} \tag{6.2}$$

Hier bezeichnen $k_{\mathrm{B},j}$, $l_{\mathrm{B},j}$ und $\Delta v_{\mathrm{B},j}$ Quadrupolstärke, Länge und transversale Verschiebung der insgesamt

$$b = b_{\mathrm{B1}} + b_{\mathrm{B2}} + b_{\mathrm{B3}} + b_{\mathrm{B4}}$$

Quadrupole auf den vier Brücken B1, B2, B3, B4 und mit $k_{\mathrm{R},j}$, $l_{\mathrm{R},j}$ und $\Delta v_{\mathrm{R},j}$ sind Quadrupolstärke, Länge und Verschiebung der restlichen n Quadrupole benannt, die bei Bedarf mit in der Rechnung berücksichtigt werden können. Die Kicks der d Korrekturdipole gehen über die Dipolstärke $\frac{1}{R_{\mathrm{K},j}}$ und die Magnetlänge $l_{\mathrm{K},j}$ ein.

Auf den Brücken wird nicht immer die wahre Orbitablage $\vec{Y}$ gemessen, da sich die

$$w = w_{\mathrm{B1}} + w_{\mathrm{B2}} + w_{\mathrm{B3}} + w_{\mathrm{B4}}$$

Monitore auf ihnen mitbewegen können. Ihre Meßwerte werden dadurch um den Betrag dieser Verschiebung verfälscht. Der wahre Orbitablagevektor $\vec{Y}$ setzt sich also aus der gemessenen Orbitablage $\vec{Y}_{\mathrm{g}}$ und der Monitorverschiebung $\Delta\vec{M}$ auf Grund von Brückenbewegungen zusammen:

$$\begin{aligned} \vec{Y} &= \vec{Y}_{\mathrm{g}} + \Delta\vec{M} \\ \vec{Y}_{\mathrm{g}} &= (y_{\mathrm{g},1}, \ldots,\, y_{\mathrm{g},m})^T \\ \Delta\vec{M} &= (\Delta m_1, \ldots,\, \Delta m_m)^T . \end{aligned} \tag{6.3}$$

Die Verschiebung der Monitore durch die Bewegung von Brücken ist natürlich nur bei den Monitoren von Null verschieden, welche sich auf einer der Brücken befinden.

Es existiert auf den Brücken ein Zusammenhang zwischen der Bewegung $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}$ der Brückenquadrupole und der Bewegung $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}}$ der Brückenmonitore. Alle nicht zu $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}}$ gehörenden Elemente von $\Delta\vec{M}$ können zu Null gesetzt werden. Man erhält nun aus den Gleichungen 6.1 und 6.3:

$$\vec{Y}_{\mathrm{g}} = \mathbf{A}\,\vec{F} - \Delta\vec{M}\ . \tag{6.4}$$

Zur Lösung dieser Gleichung muß der Zusammenhang von Dipolkickvektor $\vec{F}$ und Monitorverschiebung $\Delta\vec{M}$ bekannt sein. Er kann jedoch nur hergestellt werden, wenn über die Methode der kleinsten Quadrate ein vollständiger Satz von Korrektoreinstellungen einschließlich der Verschiebungen der Magnete auf den Brücken berechnet wird. In allen anderen Fällen, also auch bei dem MICADO-Algorithmus und der im nächsten Kapitel vorgestellten Phasen- und Amplitudenanalyse, ist dies nicht möglich und die Meßwerte der Monitore auf den Brücken müssen mit einem größeren Fehler berücksichtigt werden. Da schon Brückenbewegungen weniger zehntel Millimeter Orbitablagen von mehreren Millimetern hervorrufen können (s.a. Kap. 5), ist der relative Fehler dieser Meßwerte jedoch klein.

Bei Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate kann der Zusammenhang von Dipolkickvektor $\vec{F}$ und Monitorverschiebung $\Delta\vec{M}$ hergestellt werden. Dazu müssen nur die Brücken betrachtet werden. Hier ist die transversale Verschiebung der w Monitore $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}} = (\Delta m_{\mathrm{B},1}, \ldots, \Delta m_{\mathrm{B},w})^T$ von den Brückenbewegungen und daher auch von den Bewegungen der b Quadrupole $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}} = (\Delta v_{\mathrm{B},1}, \ldots, \Delta v_{\mathrm{B},b})^T$ abhängig. Es kann jede der vier Brücken einzeln betrachtet werden, wodurch $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}$ und $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}}$ in je vier Untervektoren zerfallen:

$$\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}} = \left(\Delta\vec{V}_{\mathrm{B1}}{}^T, \Delta\vec{V}_{\mathrm{B2}}{}^T, \Delta\vec{V}_{\mathrm{B3}}{}^T, \Delta\vec{V}_{\mathrm{B4}}{}^T\right)^T \tag{6.5}$$

$$\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}} = \left(\Delta\vec{M}_{\mathrm{B1}}{}^T, \Delta\vec{M}_{\mathrm{B2}}{}^T, \Delta\vec{M}_{\mathrm{B3}}{}^T, \Delta\vec{M}_{\mathrm{B4}}{}^T\right)^T\ . \tag{6.6}$$

Im folgenden Abschnitt soll nun für eine Brücke Bi, $i = 1, \ldots, 4$, der Vektor der Fehlaufstellung $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}i}$ der Monitore auf dieser Brücke aus dem Vektor der Fehlaufstellung $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}i}$ der Quadrupole auf dieser Brücke rein durch die geometrische Anordnung der Elemente hergeleitet werden.

Die Bewegung einer Brücke setzt sich aus einer parallelen Verschiebung und einer Neigung zusammen (Abb. 6.1). Beide Anteile können bestimmt werden, indem eine Gerade den Quadrupolfehlaufstellungen angepaßt wird. Dabei ergeben sich automatisch Neigungswinkel $\alpha_{\mathrm{B}i}$ und Parallelverschiebung der Brücke. Die Geradengleichung lautet allgemein:

$$y = a_{\mathrm{V}} + a_{\mathrm{N}}\, x\ .$$

Auf den hier behandelten Fall läßt sie sich durch Einsetzen der Vektoren $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}i}$ und $\vec{S_{\mathrm{B}i}} = (s_{\mathrm{B}i,1}, \ldots,\ s_{\mathrm{B}i,b_{\mathrm{B}i}})^T$ übertragen. Der Positionsvektor $\vec{S_{\mathrm{B}i}}$ beschreibt den Abstand der Quadrupole auf der Brücke von deren Drehpunkt, ist also vollständig bekannt. Die Gleichung

$$\begin{aligned}\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}i} &= a_{\mathrm{V}}\,\vec{1} + a_{\mathrm{N}}\,\vec{S_{\mathrm{B}i}} \\ &= \underbrace{\left(\vec{1},\ \vec{S_{\mathrm{B}i}}\right)}_{\mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}} \begin{pmatrix} a_{\mathrm{V}} \\ a_{\mathrm{N}} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

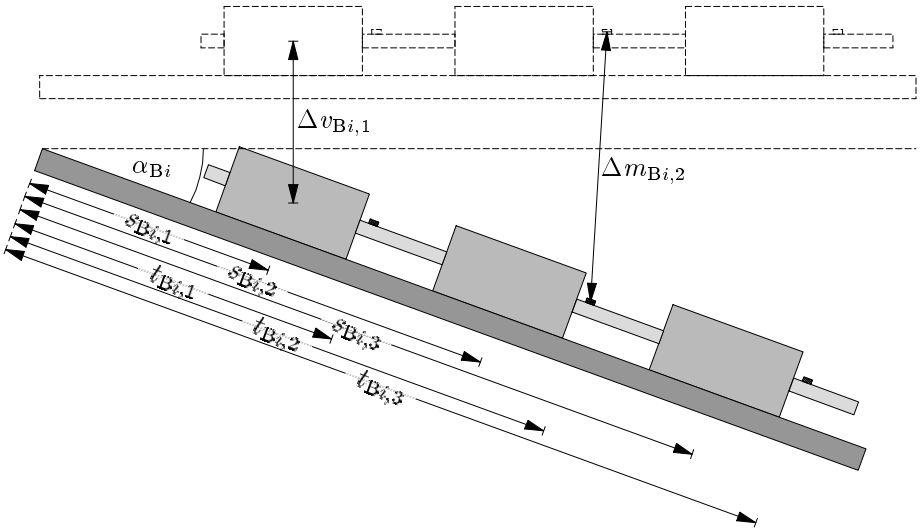

Abbildung 6.1: *Eine Brücke kann parallel verschoben werden und eine Neigung ausführen. Dabei verschieben sich auch die Monitore, die sich auf dieser Brücke befinden. Ihre Meßwerte werden dabei um den Betrag dieser Bewegung verfälscht.*

kann dann mittels Matrixinversion gelöst werden:

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} a_{\mathrm{V}} \\ a_{\mathrm{N}} \end{pmatrix} = \left(\mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}^{T}\mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}\right)^{-1}\ \mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}^{T}\,\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}i}\ . \tag{6.7}$$

Die einfache Matrixinversion ist hier gerechtfertigt, da der Fehler $\sigma_{s_{\mathrm{B}i}}$ von $\vec{S_{\mathrm{B}i}}$ auf Grund seines Größenverhältnisses zu $\vec{S_{\mathrm{B}i}}$ vernachlässigbar ist. Die Werte von $\vec{S_{\mathrm{B}i}}$ liegen im Bereich einiger Meter, ihr Meßfehler $\sigma_{s_{\mathrm{B}i}}$ beträgt aber nur wenige 0.1mm.

Damit ist die beste Gerade durch die Quadrupole bestimmt und hierdurch auch Neigung und Verschiebung der Brücke Bi. Der Geradenparameter a_{V} beschreibt die Parallelverschiebung und a_{N} entspricht $\sin\alpha_{\mathrm{B}i}$, ist also ein Maß für den Neigungswinkel. Die Monitorverschiebung $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}i}$, die durch die Brückenbewegung entsteht, ist dann unter der Annahme, die Monitore würden genau der eben berechneten Gerade folgen, errechenbar:

$$\begin{aligned}
\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}i} &= \underbrace{\left(\vec{1}, \vec{T_{\mathrm{B}i}}\right)}_{\mathbf{P}_{\mathrm{T,B}i}} \begin{pmatrix} a_{\mathrm{V}} \\ a_{\mathrm{N}} \end{pmatrix} \\
&\overset{(6.7)}{=} \underbrace{\mathbf{P}_{\mathrm{T,B}i}\ \left(\mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}^{T}\mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}\right)^{-1}\ \mathbf{P}_{\mathrm{S,B}i}^{T}}_{\mathbf{P}_{\mathrm{B}i}}\ \Delta\vec{V}_{\mathrm{B}i} \qquad (6.8) \\
\vec{T_{\mathrm{B}i}} &= \left(t_{\mathrm{B}i,1}, \ldots,\ t_{\mathrm{B}i,w_{\mathrm{B}i}}\right)^{T}\ .
\end{aligned}$$

$\vec{T_{\mathrm{B}i}}$ ist der Positionsvektor der Monitore auf der Brücke Bi. Auch sein relativer Fehler ist extrem klein, $\sigma_{t_{\mathrm{B}i}}$ kann daher hier vernachlässigt werden.

Für eine Brücke ist also der Zusammenhang zwischen der Bewegung der Quadrupole $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}i}$, welche durch eine Bewegung der Brücke hervorgerufen wird, und der Bewegung der Monitore $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}i}$ auf dieser Brücke berechenbar. Nach Gl. 6.5 und 6.6 sind diese

Vektoren für die vier Brücken zu einem zusammensetzbar, der die Abhängigkeit der Positionen aller Monitore $\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}}$ auf den vier Brücken von der Bewegung der zugehörigen Quadrupole $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}$ beschreibt:

$$\Delta\vec{M}_{\mathrm{B}} = \begin{pmatrix} \Delta\vec{M}_{\mathrm{B1}} \\ \Delta\vec{M}_{\mathrm{B2}} \\ \Delta\vec{M}_{\mathrm{B3}} \\ \Delta\vec{M}_{\mathrm{B4}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\mathrm{B1}}\,\Delta\vec{V}_{\mathrm{B1}} \\ \mathbf{P}_{\mathrm{B2}}\,\Delta\vec{V}_{\mathrm{B2}} \\ \mathbf{P}_{\mathrm{B3}}\,\Delta\vec{V}_{\mathrm{B3}} \\ \mathbf{P}_{\mathrm{B4}}\,\Delta\vec{V}_{\mathrm{B4}} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\mathrm{B1}} & & & \\ & \mathbf{P}_{\mathrm{B2}} & & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{P}_{\mathrm{B3}} & \\ & \mathbf{0} & & \mathbf{P}_{\mathrm{B4}} \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}_{\mathrm{B}}} \Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}\,. \tag{6.9}$$

Dieser Vektor unterscheidet sich von dem in Gl. 6.4 benötigtem Vektor $\Delta\vec{M}$ nur dadurch, daß $\Delta\vec{M}$ zur Anpassung seiner Dimension für alle Monitore, welche sich nicht auf einer Brücke befinden, mit Nullen aufgefüllt wird, da sich diese Monitore nicht mit den Brücken bewegen:

$$\Delta\vec{M} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{P}_{\mathrm{B1}} & & & \\ & \mathbf{P}_{\mathrm{B2}} & & \mathbf{0} \\ & & \mathbf{P}_{\mathrm{B3}} & \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{P}_{\mathrm{B4}} \\ & & \mathbf{0} & \end{pmatrix}}_{\mathbf{M}} \Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}\,. \tag{6.10}$$

Um den direkten Zusammenhang von $\Delta\vec{M}$ und $\vec{F}$ herzustellen, der zur Lösung von Gl. 6.4 notwendig ist, fehlt noch die Abhängigkeit von $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}$ und $\vec{F}$. Dazu betrachtet man am Besten noch einmal die Definition von $\vec{F}$ in Gl. 6.2. Der Dipolkickvektor hängt von den Verschiebungen der Quadrupole auf den Brücken ab, welche durch $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}$ beschrieben werden. Man kann dies also auch umdrehen und $\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}}$ durch die Dipolkicks $\vec{F}$ ausdrücken:

$$\Delta\vec{V}_{\mathrm{B}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{k_{\mathrm{B},1}\,l_{\mathrm{B},1}} & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \frac{1}{k_{\mathrm{B},b}\,l_{\mathrm{B},b}} \end{pmatrix}}_{\mathbf{H}} \vec{F}\,. \tag{6.11}$$

Mit Hilfe von Gl. 6.10 und Gl. 6.11 läßt sich nun Gl. 6.4 vollständig in Abhängigkeit von den Dipolkicks $\vec{F}$ formulieren:

$$\vec{Y_{\mathrm{g}}} = \mathbf{A}\,\vec{F} - \mathbf{M}\,\mathbf{H}\,\vec{F} = \underbrace{(\mathbf{A} - \mathbf{M}\,\mathbf{H})}_{\mathbf{L}}\,\vec{F}\,. \tag{6.12}$$

Diese Gleichung kann invertiert werden, wodurch die Dipolkicks aus den gemessenen Orbitablagen $\vec{Y_{\mathrm{g}}}$ berechenbar werden:

$$\vec{F} = \left(\mathbf{L}^T\,\mathbf{L}\right)^{-1}\mathbf{L}^T\,\vec{Y_{\mathrm{g}}}\,. \tag{6.13}$$

Dabei muß meistens die Singulärwert-Zerlegung verwendet werden (s.a. Kap. 2.2) und es gilt mit Gl. 2.8 und Gl. 2.9:

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \mathbf{L}_\mathrm{U}\,\mathbf{L}_\mathrm{S}\,\mathbf{L}_\mathrm{V}^T \\ \Rightarrow \vec{F} &= \mathbf{L}_\mathrm{V}\,\mathbf{L}_\mathrm{S}^{-1}\,\mathbf{L}_\mathrm{U}^T\,\vec{Y}_\mathrm{g}\ . \end{aligned}$$

Soll das MICADO-Verfahren verwendet werden (s.a. Kap. 2.3), so ist es nicht sinnvoll Gl. 6.13 zu lösen, da die Matrizen $\mathbf{M}$ und $\mathbf{H}$ nur dann anwendbar sind, wenn alle Quadrupole einer Brücke berücksichtigt werden. Es kann in diesem Fall also nur Gl. 6.1 schrittweise gelöst werden.

Gleichung 6.13 muß noch begründet werden. Sie gilt nämlich nur, wenn der Fehler von $\mathbf{L}$ vernachlässigbar oder eine Konstante ist. Gerade hier gehen jedoch mit den Strahlparametern, den Positionen und Magnetstärken viele fehlerbehaftete Meßgrößen ein, sodaß eigentlich etwas mehr Aufwand zu treiben ist, um $\vec{F}$ zu erhalten. Das Prinzip der Methode der kleinsten Quadrate basiert auf der Minimierung der Summe der Abweichungsquadrate (s.a. Kap. 2.1). Nach Gl. 2.7 muß das Minimum von

$$\begin{aligned} S &= \sum_i \frac{\left(y_{\mathrm{g},i} - \left(\mathbf{L}\vec{F}\right)_i\right)^2}{\sigma_{\mathrm{S},i}^2} \\ &= \sum_i \frac{\left(y_{\mathrm{g},i} - \sum\limits_j \mathbf{L}_{i,j} f_j\right)^2}{\sigma_{\mathrm{S},i}^2} \end{aligned}$$

bestimmt werden. Die Varianzen $\sigma_{\mathrm{S},i}^2$ von $\left(y_{\mathrm{g},i} - \sum_j \mathbf{L}_{i,j} f_j\right)$ gehen dabei als Gewichte mit ein und nur wenn alle $\sigma_{\mathrm{S},i}^2$ gleich sind, stellt die einfache Matrixinversion die Lösung der Methode der kleinsten Quadrate dar. Da $\mathbf{L}$ jedoch aus Parametern l_k zusammengesetzt ist, die unterschiedliche Fehler σ_{l_k} besitzen, ist dies im Allgemeinen nicht erfüllt und es gilt:

$${\sigma_{\mathrm{S},i}}^2 = \sigma_{y_\mathrm{g},i}^2 + \sum_k \left(\sigma_{l_k}^2 \left(\sum_j f_j \frac{\partial \mathbf{L}_{i,j}}{\partial l_k} \right)^2 \right) .$$

Es ist also

$$S = \sum_i \frac{\left(y_{\mathrm{g},i} - \sum\limits_j \mathbf{L}_{i,j} f_j\right)^2}{\sigma_{y_\mathrm{g},i}^2 + \sum\limits_k \left(\sigma_{l_k}^2 \left(\sum\limits_j f_j \frac{\partial \mathbf{L}_{i,j}}{\partial l_k} \right)^2 \right)} \tag{6.14}$$

zu minimieren. Dieses Problem ist nicht trivial und im Allgemeinen nur numerisch lösbar. Auch die richtige Bedingung

$$\sigma_{y_\mathrm{g},i}^2 = \sigma_{y_\mathrm{g}}^2 \quad \forall i$$

vereinfacht die Rechnung noch nicht weit genug. Zusätzlich muß als Abschätzung der Fehler von $\mathbf{L}$ konstant angesetzt werden. Sinnvoll ist, ihn durch

$$\sigma_{\mathbf{L},max}^2 = Max \left[\sum_k \left({\sigma_{l_k}}^2 \left(\sum_j f_j \frac{\partial \mathbf{L}_{i,j}}{\partial l_k} \right)^2 \right) \right]$$

zu überschätzen. Unter dieser Annahme kann nun Gl. 6.13 als die gesuchte Lösung des Problems verstanden werden. Als Kovarianzmatrix von $\vec{F}$ ergibt sich dann

$$\mathbf{V}\left[\vec{F}\right] = \left(\sigma_{y_\mathrm{g}}^2 + \sigma_{\mathbf{L},max}^2\right) \left(\mathbf{L}^T\,\mathbf{L}\right)^{-1} .$$

6.2 Phasen- und Amplitudenanalyse

Betrachtet man Gl. 1.21, so wird bei einer Normierung auf $Y_i/\sqrt{\beta_i}$ deutlich, daß Dipolkicks in der Teilchenbahn Schwingungen der Art $A\,\cos(\Phi + \varphi(\Phi))$ anregen:

$$\frac{Y_i}{\sqrt{\beta_i}} = Y_{\mathrm{N},i} = \frac{1}{2\,\sin\pi Q}\,\sum_j \sqrt{\beta_j}\,F_j\,l_j\,\cos\left(|\Phi_j - \Phi_i| - \pi\,Q\right). \tag{6.15}$$

Eine auf diese Weise erzeugte Betatronschwingung besitzt am Ort des Dipolkicks einen Phasensprung, ist aber ansonsten harmonisch und hat eine konstante Amplitude A. Da die Teilchenbahn normalerweise aus einer Überlagerung vieler solcher Schwingungen besteht, welche von Dipolkicks an verschiedenen Orten hervorgerufen werden, wird $Y_{\mathrm{N},i}$ an den Orten dieser Dipolkicks auch seine Amplitude ändern. Phasen- und Amplitudensprünge können daher zur Lokalisierung von Störungen der Teilchenbahn verwendet werden.

Aus Gl. 6.15 ergibt sich als Amplitude A_j der normierten Betatronschwingung, die durch einen einzelnen Dipolkick $F_j\,l_j$ hervorgerufen wird, der Ausdruck

$$A_j = \frac{\sqrt{\beta_j}\,F_j\,l_j}{2\,\sin\pi Q}\,. \tag{6.16}$$

Sie bleibt also im gesamten Ring konstant, ist aber abhängig von der Stärke des Kicks. Im Gegensatz dazu macht die Phase am Ort des Kicks einen Sprung

$$\Delta\varphi = -2\pi Q\,, \tag{6.17}$$

der unabhängig ist von der Dipolkickstärke. Dies kann aus einer Betrachtung der Schwingungsphase von $\cos\left(|\Phi_j - \Phi_i| - \pi\,Q\right)$ vor und hinter der Störung abgeleitet werden:

$$\begin{aligned}
\Phi_i + \varphi_\mathrm{vor} &= \Phi_i - \Phi_j + \pi\,Q,\ \Phi_i < \Phi_j \\
\Phi_i + \varphi_\mathrm{nach} &= \Phi_i - \Phi_j - \pi\,Q,\ \Phi_i \geq \Phi_j \\
\Rightarrow \varphi_\mathrm{vor} &= -\Phi_j + \pi\,Q \\
\varphi_\mathrm{nach} &= -\Phi_j - \pi\,Q\,.
\end{aligned}$$

Setzt man andererseits φ_vor und φ_nach als bekannt voraus, so kann mit

$$\begin{aligned}
\Phi_j &= \pi\,Q - \varphi_\mathrm{vor} \\
\Phi_j &= -\pi\,Q - \varphi_\mathrm{nach}\,.
\end{aligned} \tag{6.18}$$

der Ort Φ_j einer einzelnen Störung sehr genau bestimmt werden.

Störungen, die hierdurch detektiert werden können, sind nicht nur Feldfehler von Dipolmagneten oder verschobene Quadrupole, sondern auch Feld- und Aufstellungsfehler höherer Multipole (s.a. Kap. 1.7). Dabei ist zu beachten, daß Feldfehler von Quadrupolen und allen höheren Multipolen erst dann einen Einfluß haben, wenn die Teilchen sich nicht auf dem idealen Orbit bewegen, sondern in diesen Magneten eine Orbitablage besitzen. In [24] wurden auf diese Weise Ebenenkopplungen und Fokussierungsstörungen untersucht. Dort ist auch eine formalere Herleitung der grundlegenden Formeln zu finden.

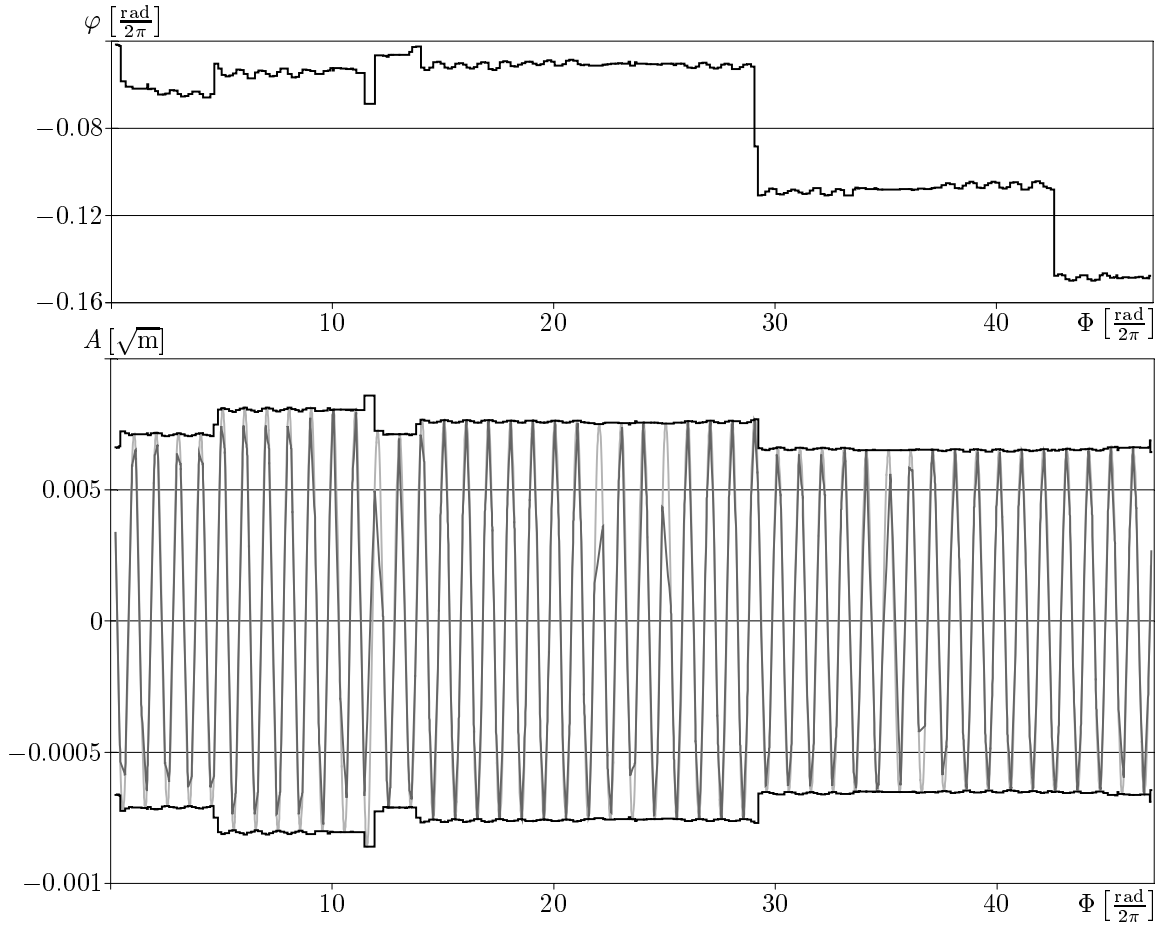

Abbildung 6.2: *Im oberen Bild ist die berechnete Phasenverschiebung φ gegen die Betatronphase Φ für simulierte Orbitstörungen des HERA Leptonenringes aufgetragen. Darunter ist für den gleichen Fall die berechnete Amplitude A (schwarz) zusammen mit den BPM-Werten (grau) und der interpolierten Schwingung (hell) zu sehen. Die Störungen sind an den Orten $\Phi = 0.5, 4.7, 11.6, 12.1, 14.0, 29.2, 42.7\ \frac{\mathrm{rad}}{2\pi}$*

Berechnen lassen sich Phasenverschiebung φ und Amplitude A, indem den normierten Meßwerten $Y_{\mathrm{N},i}$ und $Y_{\mathrm{N},i+1}$ zweier benachbarter Strahllagemonitore i und $i+1$ die allgemeine Gleichung der harmonischen Schwingung angepaßt wird:

$$Y_{\mathrm{N},i} = A\ \cos(\Phi_i + \varphi)$$
$$Y_{\mathrm{N},i+1} = A\ \cos(\Phi_{i+1} + \varphi)\ .$$

Dies ist ein Gleichungssystem mit den beiden Unbekannten φ und A und kann daher eindeutig gelöst werden:

$$A = \frac{\sqrt{Y_{\mathrm{N},i}^2 + Y_{\mathrm{N},i+1}^2 - 2\,Y_{\mathrm{N},i}\,Y_{\mathrm{N},i+1}\,\cos(\Phi_{i+1} - \Phi_i)}}{\sin(\Phi_{i+1} - \Phi_i)} \tag{6.19}$$

$$\varphi = \pm \arccos\left(\frac{Y_{\mathrm{N},i}}{A}\right) - \Phi_i\,. \tag{6.20}$$

Zur Analyse eines gesamten Strahlorbits wird diese Rechnung für alle Paare $(i, i+1)$ durchgeführt und man erhält an jedem Ort im Beschleuniger Phasenverschiebung φ und Amplitude A der normierten Betatronschwingung $Y_{\mathrm{N},i}$. Treten zwischen den Monitoren keine Dipolkicks auf, so ändern sich auch nicht die berechneten Phasenverschiebungen φ und Amplituden A, am Ort eines Dipolkicks ändern sie sich jedoch. Danach sind die Werte wieder bis zur nächsten Störung konstant (Abb. 6.2). Die Fallunterscheidung für φ ist nötig, da der Arkuskosinus nur Lösungen im Bereich von 0 bis π ergibt.

Ein systematisches Problem dieser Analyse ist, daß immer der Wert für φ und A, der aus zwei Monitoren gewonnen wird, zwischen denen ein Dipolkick liegt, unsinnig ist. Dies liegt daran, daß in diesem Bereich die ansonsten harmonische Schwingung durch den auftretenden Phasensprung anharmonisch ist. Die Anpassung einer Kosinusfunktion muß hier fehlschlagen (Abb. 6.3).

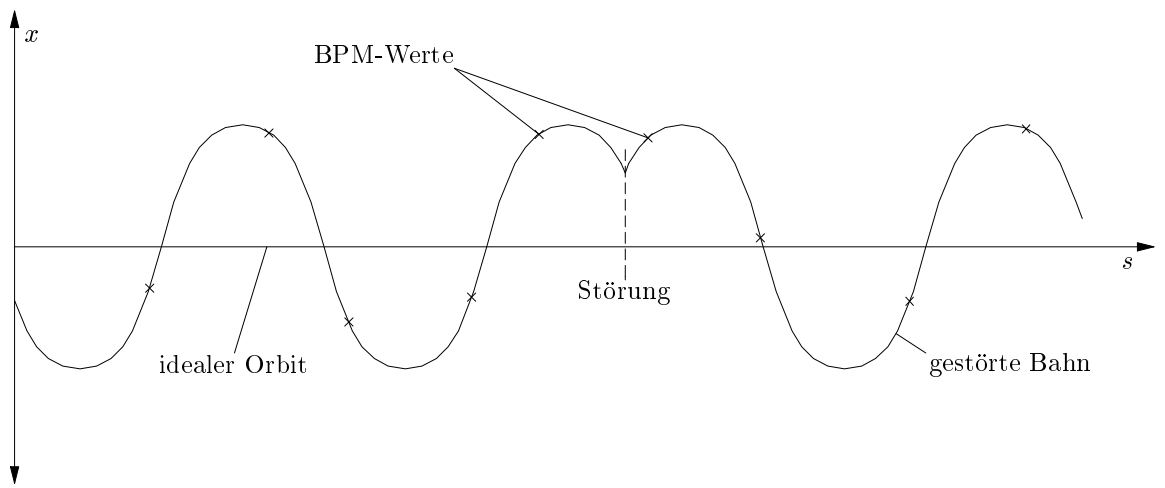

Abbildung 6.3: *Da die Teilchenbahn am Ort der Störung einen Phasensprung ausführt, muß eine Berechnung von φ und A mit Hilfe von Gl. 6.19 und 6.20 aus dem BPM-Wert vor der Störung und dem BPM-Wert hinter der Störung sinnlose Werte ergeben.*

Zusätzlich ist die nach Gl. 6.19 berechnete Amplitude im Gegensatz zur Amplitude aus Gl. 6.16 unabhängig vom Vorzeichen des Dipolkicks. Ein negatives Vorzeichen der Störung führt daher bei der Bestimmung des Ortes der Störung durch Gl. 6.18 zu einer um π veränderten Phasenverschiebung.

In der Praxis steigt Φ_i relativ stark an und daher strebt bei einfacher Anwendung von Gl. 6.20 die Phasenverschiebung φ gegen stark negative Werte. Dies macht sich dadurch bemerkbar, daß φ Sprünge der Höhe 2π ausführt, welche zwar an der Richtigkeit des Ergebnisses nichts ändern, aber die graphische Darstellung unübersichtlich

machen. Sprünge sollten eigentlich nur an Orten von Störungen auftreten. Auch eine einfache Verschiebung aller Werte um 2π-Schritte in den Bereich von $-\pi$ bis π hilft nicht weiter. Denn liegt ein Wert dicht bei $-\pi$ oder π, so könnte der nächste Wert schon durch eine kleine Schwankung bei π bzw. $-\pi$ liegen. Die Phasen π und $-\pi$ liegen als Winkel sehr dicht beieinander, in einem einfachen Diagramm aber sehr weit auseinander. Der Hauptaufwand, welcher bei der Programmierung der Phasen- und Amplitudenanalyse im Rahmen dieser Diplomarbeit für das HERA Kontrollprogramm „Optics and Orbits“ betrieben werden mußte, war daher, eine sinnvolle Darstellung der berechneten Phasenverschiebung φ zu finden.

In einem ersten Schritt wird global die Standardabweichung $\sigma_\varphi^2 = \sum_i (\varphi_i - \bar{\varphi}_i)^2$ minimiert. Dazu wird σ_φ^2 für den vorliegenden Fall berechnet und dann mit $\sigma_{\varphi,\mathrm{p}}^2$ und $\sigma_{\varphi,\mathrm{m}}^2$ verglichen, wobei für $\sigma_{\varphi,\mathrm{p}}^2$ ein einzelnes φ_i um 2π und für $\sigma_{\varphi,\mathrm{m}}^2$ um -2π verschoben wurde. Diese Rechnung wird wiederholt für alle φ_i durchgeführt und die Situation mit dem kleinsten σ_φ^2 ist die Beste. Die gleiche Rechnung wird auch noch lokal durchgeführt, wobei nur die φ-Werte in einer kleinen Umgebung berücksichtigt werden. Dadurch erreicht man eine sehr gute Glättung von ungewollten 2π-Sprüngen, nur in extrem ausgefallenen Situationen können vereinzelt noch solche Sprünge auftreten.

Ein weiteres auftretendes Problem in der Darstellung ist die Fehlerstreuung der BPM-Daten. In bestimmten Situationen können einzelne Monitorwerte zu extrem großen Amplituden A führen, welche das gesamte Diagramm dominieren, so daß alle anderen Amplituden nicht mehr unterscheidbar sind. Auch dies läßt sich beheben, dazu müssen allerdings solche Monitore komplett aus allen Rechnungen herausgenommen werden. Gefunden werden sie, indem ein Vergleich der aus $Y_{\mathrm{N},i}$ und $Y_{\mathrm{N},i+1}$ berechneten Amplitude mit der Amplitude aus $Y_{\mathrm{N},i}$ und $Y_{\mathrm{N},i+2}$ vorgenommen wird. Übersteigt die erste Amplitude die andere um ein Vielfaches, so wird der Monitorwert $Y_{\mathrm{N},i+1}$ bei allen Rechnungen nicht weiter berücksichtigt. Andererseits können dadurch auch fehlerhafte Strahllagemonitore ausfindig gemacht werden, wenn auf diese Weise bei verschiedenen Orbitanalysen die gleichen Monitore gefunden werden.

Implementiert ist das Programm zur Phasen- und Amplitudenanalyse als Unterprogramm in dem HERA Kontrollprogramm „Optics and Orbits“. Es zeigt die berechneten Phasenverschiebungen φ und Amplituden A an, welche nach oben beschriebenen Methoden aufbereitet wurden. In Anhang A ist der Quellcode des Programms zu finden.

6.3 Auswertung der Drahtmeßsysteme

Als zusätzliche, eigenständige Meßsysteme stehen gespannte Drähte zur Verfügung, zu denen über Sensoren Relativbewegungen der Magnete gemessen werden. Für jede der vier Brücken stehen dabei je zwei getrennte Drahtmeßsysteme zur Verfügung, sodaß einerseits eine höhere Fehlersicherheit besteht und andererseits die Verdrehung der Magnete um ihre longitudinale Achse meßbar wird. Die Datenauswertung zur Bestimmung der Magnetbewegung ist für alle Systeme gleich, dabei können auch vertikale und horizontale Ebene eines Systems getrennt mit dem gleichen Formalismus behandelt werden. Im Folgenden wird daher ein einzelnes Drahtmeßsystem in einer Ebene betrachtet.

Der Draht ist im Tunnel und an dem Magneten GIL7 bzw. GIR5 auf der Brücke befestigt, wird sich also mit der Brücke mitbewegen. Der Abstand der Befestigungs-

punkte l_D ist bekannt und kann auch bei einer Brückenbewegung als konstant und fehlerfrei angesehen werden, da es sich bei Bewegung und Meßfehler nur um wenige zehntel Millimeter handelt, während der Draht etwa 60m lang ist. Auch die longitudinalen Positionen $\vec{T}_\mathrm{T}$ der Sensoren im Tunnel können als fehlerfrei angesehen werden, da sie mehrere Meter betragen, aber auch ihr Fehler nur im Bereich von 0.1mm liegt. Das Gleiche gilt für die longitudinalen Positionen $\vec{T}_\mathrm{B}$ der Sensoren auf der Brücke. Die Positionen $\vec{T}_\mathrm{T}$ und $\vec{T}_\mathrm{B}$ werden relativ zum Drahtbefestigungspunkt im Tunnel gemessen.

Die Bewegung des Drahtes kann aus den Meßwerten $\vec{Y}_\mathrm{T}$ der t Sensoren im Tunnel bestimmt werden, da hier keine gekoppelte Sensorbewegung auftritt, sondern nur der Aufstellungs- und Meßfehler σ_y^2 aller Sensoren zu berücksichtigen ist (Abb. 6.4). Es

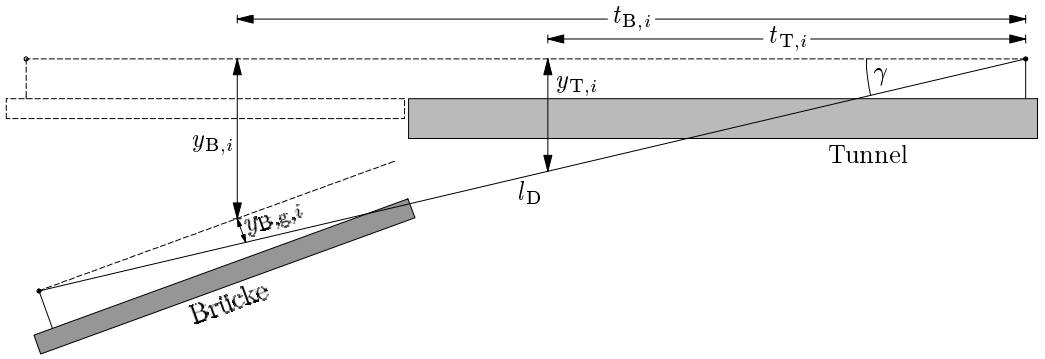

Abbildung 6.4: *Auch aus dem Drahtmeßsystem kann die Bewegung der Brücken und einzelner Magnete bestimmt werden.*

läßt sich dann einfach eine Gerade durch die Meßwerte legen, wobei zu beachten ist, daß sich durch eine Verschiebung des hinteren Befestigungspunktes auch eine parallele Verschiebung des Drahtes seiner Neigung überlagern kann:

$$\begin{aligned}
\vec{Y}_\mathrm{T} &= a_\mathrm{V}\,\vec{1} + a_\mathrm{N}\,\vec{T}_\mathrm{T} \\
&= \underbrace{\left(\vec{1}, \vec{T}_\mathrm{T}\right)}_{\mathbf{P}_\mathrm{T}} \begin{pmatrix} a_\mathrm{V} \\ a_\mathrm{N} \end{pmatrix} \qquad (6.21) \\
\vec{Y}_\mathrm{T} &= (y_{\mathrm{T},1}, \ldots,\, y_{\mathrm{T},t})^T \\
\vec{T}_\mathrm{T} &= (t_{\mathrm{T},1}, \ldots,\, t_{\mathrm{T},t})^T \,.
\end{aligned}$$

Der Parameter a_V ist dabei ein Maß für die Drahtverschiebung und a_N entspricht dem Neigungswinkel $\tan\gamma$. Aus Gl. 6.21 können a_V und a_N, sowie die zugehörige Kovarianzmatrix $\mathbf{V}[(a_\mathrm{V}, a_\mathrm{N})]$ berechnet werden:

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} a_\mathrm{V} \\ a_\mathrm{N} \end{pmatrix} &= \left(\mathbf{P}_\mathrm{T}^T \mathbf{P}_\mathrm{T}\right)^{-1} \mathbf{P}_\mathrm{T}^T \vec{Y}_\mathrm{T} \qquad (6.22) \\
\mathbf{V}[(a_\mathrm{V}, a_\mathrm{N})] &= \begin{pmatrix} \sigma^2_{a_\mathrm{V}} & 0 \\ 0 & \sigma^2_{a_\mathrm{N}} \end{pmatrix} = \sigma_y^2 \left(\mathbf{P}_\mathrm{T}^T \mathbf{P}_\mathrm{T}\right)^{-1} .
\end{aligned}$$

Relativ zu der nun bekannten Drahtlage nehmen auf der Brücke die Sensoren ihre Meßwerte $\vec{Y}_{\mathrm{B,g}}$. Sie sind also durch die oben berechnete Drahtbewegung verfälscht. Um

dies zu korrigieren, kann aus Gl. 6.22 die Drahtverschiebung $\vec{Y_{\mathrm{D}}}$ am Ort der b Sensoren $\vec{T_{\mathrm{B}}}$ auf der Brücke zusammen mit ihrem Fehler $\vec{\sigma^2_{Y_{\mathrm{D}}}}$ bestimmt werden:

$$\begin{aligned}
\vec{Y_{\mathrm{D}}} &= a_{\mathrm{V}}\,\vec{1} + a_{\mathrm{N}}\,\vec{T_{\mathrm{B}}} \\
&= \left(\vec{1}, \vec{T_{\mathrm{B}}}\right) \begin{pmatrix} a_{\mathrm{V}} \\ a_{\mathrm{N}} \end{pmatrix} \\
\vec{\sigma^2_{Y_{\mathrm{D}}}} &= \left(\sigma^2_{a_{\mathrm{V}}} + t^2_{\mathrm{B},1}\,\sigma^2_{a_{\mathrm{N}}}, \ldots, \sigma^2_{a_{\mathrm{V}}} + t^2_{\mathrm{B},b}\,\sigma^2_{a_{\mathrm{N}}}\right)^T \\
\vec{T_{\mathrm{B}}} &= \left(t_{\mathrm{B},1}, \ldots,\, t_{\mathrm{B},b}\right)^T .
\end{aligned}$$

Die Differenz von $\vec{Y_{\mathrm{D}}}$ und $\vec{Y_{\mathrm{B,g}}}$ ist dann gerade die wahre Verschiebung

$$\vec{Y_{\mathrm{B}}} = \vec{Y_{\mathrm{D}}} - \vec{Y_{\mathrm{B,g}}} \tag{6.23}$$

der Sensoren auf Grund der Brückenbewegung mit dem Fehler

$$\vec{\sigma^2_{Y_{\mathrm{B}}}} = \vec{\sigma^2_{Y_{\mathrm{D}}}} + \sigma^2_y\,\vec{1}\,.$$

Da jeder Quadrupol auf den Brücken einen Sensor besitzt, der longitudinal fast genau in seiner Mitte befestigt ist, können in guter Näherung die Magnet- und Sensorpositionen als gleich angesehen werden (s.a. Kap. 4.4.2). Es ist also auch ihre Bewegung gleich und der Vektor der Sensorverschiebung $\vec{Y_{\mathrm{B}}}$ entspricht der Verschiebung der Quadrupole auf der Brücke.

Dies ist allerdings noch nicht alles, was aus der Messung hervorgeht. Durch die Geradenanpassung an die Sensorwerte im Tunnel wird nur die Bewegung des Drahtes berücksichtigt. Sind jedoch die Meßwerte durch eine Verschiebung der Sensoren aus ihrer Sollposition verfälscht, so kann diese Eigenbewegung als Abweichung

$$\Delta\vec{Y}_{\mathrm{T,E}} = \vec{Y_{\mathrm{T}}} - a_{\mathrm{V}}\,\vec{1} + a_{\mathrm{N}}\,\vec{T_{\mathrm{T}}}$$

der Meßwerte $\Delta\vec{Y}_{\mathrm{T}}$ zum berechneten Wert verstanden werden.

Stellt sich heraus, daß einzelne Sensoren besonders starke Eigenbewegungen zeigen, so sollte eine Kontrollrechnung durchgeführt werden, bei der diese Sensoren zur Geradenbestimmung in Gl. 6.21 nicht herangezogen werden. Anhand eines Vergleichs der berechneten Eigenbewegungen zeigt sich, ob die erste Rechnung durch die Ausreißer verfälscht wurde. Praktisch kann dies so aussehen, daß als Entscheidungskriterium ein statistischer Test durchgeführt wird, der die Richtigkeit der Annahme prüft, die berechneten Eigenbewegungen folgten einer Gaußverteilung. Diese Annahme ist nämlich nur solange gültig, wie die Eigenbewegungen als reine Meßfehler anzusehen sind. Geeignet ist z.B. der χ^2-Test.

Die Verdrehung der Quadrupole um ihre longitudinale Achse kann aus einem Vergleich der vertikalen Bewegungsdaten $\vec{Y_{\mathrm{v},1}}$ und $\vec{Y_{\mathrm{v},2}}$ der zwei Drahtmeßsysteme einer Brücke bestimmt werden, die nach Gl. 6.23 aus den Meßdaten berechnet wurden. Da der Drehwinkel sehr klein ist, kann als horizontaler Abstand der Sensoren weiterhin der Abstand der Drähte d verwendet werden. Für den Vektor $\vec{\theta}$ der Drehwinkel an den Sensoren gilt dann

$$\vec{\theta} = \frac{\vec{Y_{\mathrm{v},1}} - \vec{Y_{\mathrm{v},2}}}{d}\,.$$

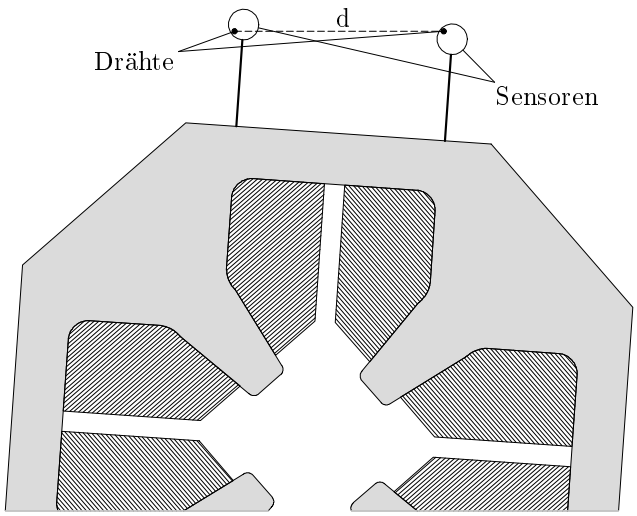

Abbildung 6.5: *Die Verdrehung der Quadrupole um ihre Achse kann aus den Daten der beiden Drahtmeßsysteme berechnet werden.*

Hauptursache für eine Verdrehung von Magneten ist eine Verdrehung der Brücken. Diese überträgt sich zum einen auf die Magnete auf den Brücken und zum anderen werden die Drähte ungleichmäßig verschoben. Es werden also die Sensoren im Tunnel eine Verdrehung der zu ihnen gehörenden Magnete vortäuschen. Der Drehwinkel sollte linear mit dem Abstand zum Wechselwirkungspunkt abnehmen und am Ende der Drähte Null sein. Den gleichen Effekt erzeugt auch eine Höhendifferenz der Befestigungspunkte im Tunnel, der einzige Unterschied ist, daß nun der Drehwinkel θ in Richtung des Wechselwirkungspunktes linear abnimmt.

6.4 Auswertung des hydrostatischen Höhenmeßsystems

Das dritte in einer Halle zur Verfügung stehende Meßsystem ist das HLS. Mit ihm wird nur lokal die vertikale Relativbewegung der vorderen Enden der beiden Brücken zum Hallenboden und dessen Neigung gemessen. Bei der Positionierung der Brücken muß also unterschieden werden, ob sich die Halle oder die Brücke bewegt hat. Dies ist in vielen Fällen prinzipiell nicht möglich. Das HLS ist daher nur als Ergänzung anderer Meßsysteme gedacht und kann nicht alleine Verwendung finden. Es liefert aber wichtige Daten, die sonst nicht zugänglich wären.

Auf dem Hallenboden befinden sich sechs wassergefüllte Sensoren, die mit Rohren verbunden sind. Treten zwischen ihnen Höhenunterschiede auf, so strömt Wasser in die tieferliegenden Sensoren, dort steigt der Wasserspiegel also an (Abb. 6.6).

Eine Änderung der Hallenneigung kann aus den Differenzen der sechs Sensorwerte d_i gewonnen werden, Sensor 6 wird hier als Referenz verwendet:

$$\Delta h_{6,i} = d_i - d_6, \; i = 1, 2, 3, 4, 5$$

Aus den Höhendifferenzen und den Abständen der Sensoren zueinander, kann der Neigungswinkel des Hallenbodens bestimmt werden. Eine vertikale oder horizontale Bewegung der Halle ohne Neigung kann durch dieses System nicht detektiert werden.

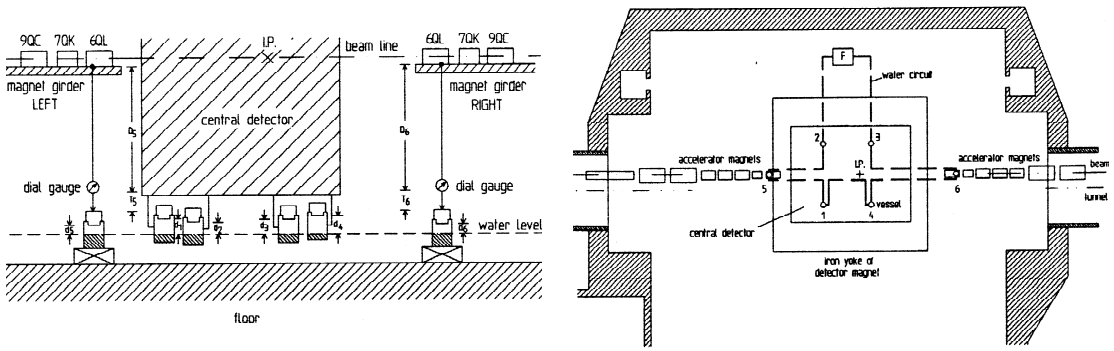

Abbildung 6.6: *Aus der relativen Höhe der Sensoren zueinander kann die Neigung des Hallenbodens berechnet werden. Die Meßuhren unter den Brücken messen Änderungen in deren vertikaler Position. (Abb. aus [14])*

Zusätzlich zu dieser Neigungsmessung gibt es an den Sensoren 5 und 6 Meßuhren, die über Invarstäbe der Längen D_5 bzw. D_6 mit den Brückenköpfen verbunden sind. Dadurch ist der vertikale Abstand von Sensor und Brücke meßbar. Auch hier wird Sensor 6 als Referenz verwendet und zusammen mit den Meßuhrwerten T_5 und T_6 ergibt sich die Höhe der Brückenköpfe über diesem Sensor:

$$\Delta h_{6,\mathrm{li}} = \Delta h_{6,5} + D_5 + T_5$$
$$\Delta h_{6,\mathrm{re}} = D_6 + T_6$$

7 Orbitanalysen an der alten HERA-Optik

Da die Phasen- und Amplitudenanalyse (s.a. Kap. 6.2) bei HERA ein neues Verfahren zur Orbitanalyse darstellt, wurden einige Tests an simulierten und an echten Orbitdaten von HERA durchgeführt. Die originalen Orbitdaten wurden hauptsächlich von dem Archiv-Server genommen, auf dem regelmäßig die Teilchenbahnen und die Korrekturdipoleinstellungen gespeichert werden. Zusätzlich wurden einmal direkt nach dem Injizieren des Positronenstrahls gezielt Korrekturdipole zur Orbitstörung eingesetzt und im Rahmen der Maschinenstudien, die Ende August 2000 stattfanden, wurde die Magnetbrücke links vom H1-Detektor an ihrem vorderen Ende um etwa 0.08mm angehoben [25]. Funktionalität und Nutzen der Phasen- und Amplitudenanalyse konnten durch diese Tests gezeigt werden.

7.1 Einfluß von Korrekturdipolen

Für einen Test der Phasen- und Amplitudenanalyse mit originalen HERA Orbitdaten wurde zunächst das Feld des Korrekturdipols NL616CH verändert und der Orbit mit den Strahllagemonitoren aufgenommen. Zusätzlich wurde dann noch der Korrekturdipol NL499CH in seiner Feldstärke verändert und auch dieser Orbit wurde gesichert. Die Differenz dieser Teilchenbahnen mit dem Referenzorbit, also der Teilchenbahn ohne die Störungen durch die Korrekturdipole, zeigt dann den reinen Einfluß, den die Korrekturdipoländerungen haben. Analysiert man nun hiervon die Phasenverschiebung φ und die Amplitude A der Betatronschwingung, so zeigt sich in beiden Fällen der Verlauf den man nach Kapitel 6.2 erwarten würde. Im ersten Fall, bei dem nur ein Dipolfeld verändert wurde, ist die Amplitude konstant, während die Phasenverschiebung am Ort der Störung einen Sprung aufweist (Abb. 7.1). Sind beide Korrekturdipole verstellt, zeigen sich zwei Sprünge in der Phasenverschiebung, die in diesem Fall dicht beieinander liegen. Zusätzlich ändert sich im Bereich zwischen den Störungen auch die Amplitude der Schwingung (Abb. 7.2).

In beiden Bildern sind jeweils zum Vergleich auch die Phasenverschiebungen und Amplituden eingezeichnet, die sich aus Daten von Simulationen mit dem Programm PETROS ergeben. Die große Abweichung der simulierten Amplitude, welche sich aus den vorgegebenen Feldstärken ergibt, ist weitgehend durch eine Abweichung des wahren Feldes des Korrekturdipols NL616CH von seinem Sollfeld um 18% erklärbar. Auch dieser Fall ist in den Bildern eingezeichnet. Wodurch das Feld dieses Korrekturdipols allerdings eine derart große Abweichung aufweisen sollte, ist nicht klar.

Die Abweichungen der Phasenverschiebungen können durch einen gegenüber seinem idealen Wert um etwa $\Delta Q = 0.03\ \frac{\mathrm{rad}}{2\pi}$ erhöhten Arbeitspunkt begründet werden.

Es zeigt sich, daß durch die Phasen- und Amplitudenanalyse des gestörten Strahlorbits die Störquellen gut lokalisierbar sind, auch wenn sie dicht beieinander liegen. In diesem Fall lagen die gezielt zur Orbitstörung eingesetzten Korrekturdipole nur um einen Phasenvorschub von $\Delta\Phi = 0.835\frac{\mathrm{rad}}{2\pi}$ auseinander. Ihr Einfluß auf die Teilchenbahn ist an Hand der Phasenverschiebung φ und der Amplitude A aber deutlich voneinander unterscheidbar.

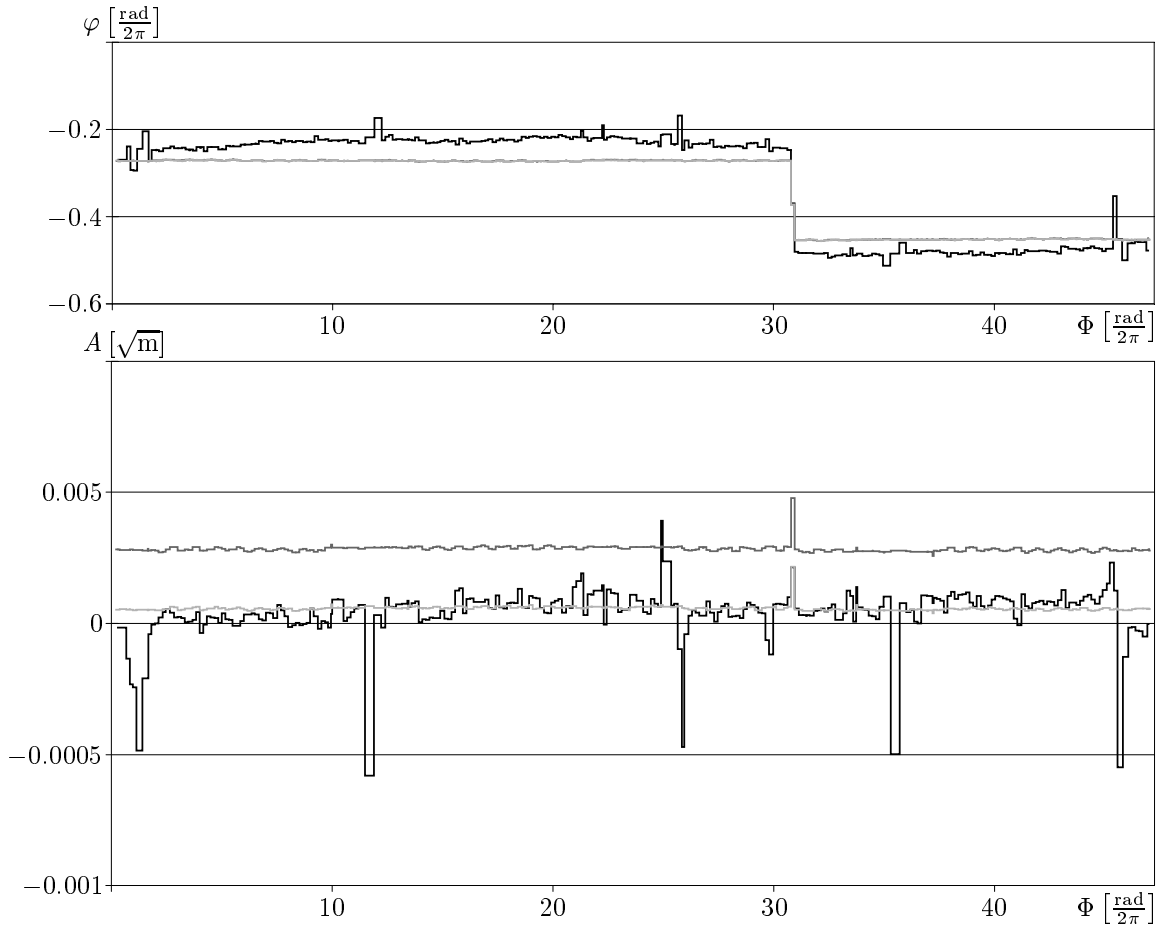

Abbildung 7.1: *Im oberen Bild ist die Phasenverschiebung φ gegen die Betatronphase Φ für den Differenzorbit aufgetragen, bei dem der Korrekturdipol NL616CH bei $\Phi = 30.864\ \frac{\text{rad}}{2\pi}$ zur gezielten Störung der Teilchenbahn verwendet wurde. Darunter ist für diesen Fall die Amplitude A zu sehen. Ein Vergleich der aus den Meßwerten berechneten Daten (schwarz) mit simulierten Daten, die sich aus der eingestellten Feldstärke ergeben (grau), zeigt, daß die Phasenverschiebungen weitgehend übereinstimmen. Die Amplituden hingegen weichen sehr stark voneinander ab. Berechnet man aus den Meßwerten die nötige Dipolstärke, um auch die Amplituden anzugleichen, so ergibt sich eine um etwa 18% geringere Feldstärke als der erwartete Wert (hell).*

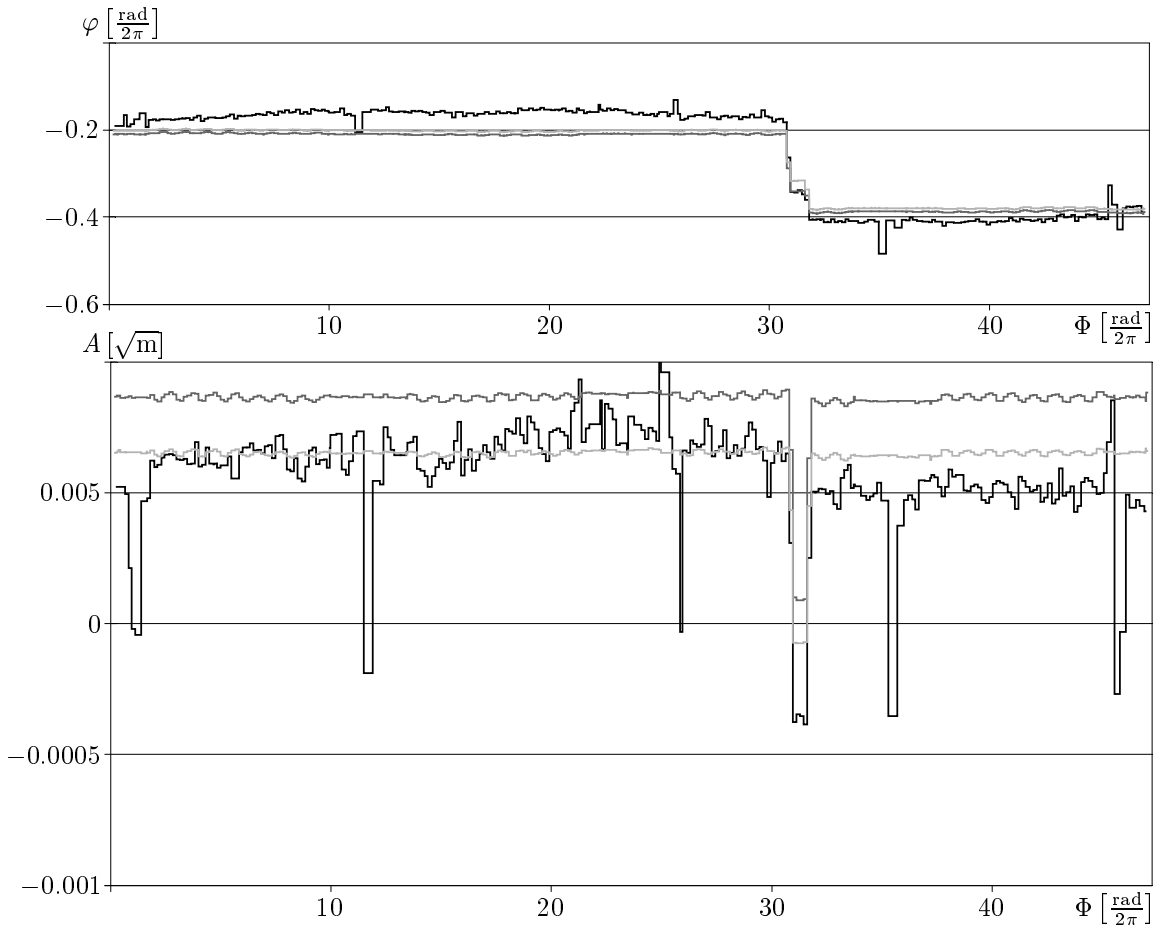

Abbildung 7.2: *Oben ist die Phasenverschiebung φ gegen die Betatronphase Φ aufgetragen, die sich durch die gezielte Störung mit den beiden Korrekturdipolen NL616CH und NL499CH bei $\Phi = 30.864\,\frac{\mathrm{rad}}{2\pi}$ und $\Phi = 31.699\,\frac{\mathrm{rad}}{2\pi}$ ergibt. Beide Phasensprünge sind in den Graphen deutlich erkennbar. Auch in diesem Fall paßt die aus den eingestellten Feldstärken berechnete Amplitude (grau) nicht exakt zu den Meßwerten (schwarz). Nimmt man auch hier eine um 18% niedrigere Feldstärke für den Korrekturdipol NL616CH an, so ist die Übereinstimmung deutlich besser (hell).*

7.2 Einfluß von Brückenbewegungen

Im Rahmen der Maschinenstudien Ende August 2000 wurde gezielt die vordere Stütze der Magnetbrücke links vom H1-Detektor über die Schrittmotoren soweit angehoben, bis die Meßuhr des hydrostatischen Höhenmeßsystems, welche sich unter dieser Brücke befindet, einen um 0.1mm höheren Wert angezeigt hat [25] (s.a. Kap. 4.4.3). Da diese Meßuhr etwas dichter am Detektor angeordnet ist, als die Stütze der Brücke, hat sich auf Grund der Geometrie die Brücke am Ort der Stütze dabei nur um etwa 0.08mm angehoben. Die Mittelpunkte der Magnete QL11, QK11, QC12, QC12, QC12 bewegten sich dabei um etwa 0.09mm, 0.07mm, 0.04mm, 0.02mm und -0.01mm.

Ziel dieses Experimentes war, herauszufinden, ob verschobene Quadrupole auf den Brücken mit Hilfe der Phasen- und Amplitudenanalyse anhand ihrer Orbitstörungen lokalisierbar sind. Dies ist mit den anderen Analysemethoden (z.B. MICADO) häufig nicht möglich. Da aber eine Methode zur genauen Lokalisierung von Orbitstörungen in den Wechselwirkungszonen nach dem Umbau von HERA bereitstehen sollte, wurde die Phasen- und Amplitudenanalyse in Form eines Unterprogramms in das HERA Kontrollprogramm „Optics and Orbits“ eingebaut.

Bevor die Brücke bewegt wurde, wurde ein Referenzorbit mit Positronen bei 12GeV aufgenommen. Dazu wurden in HERA nur einige Milliampere Positronen injiziert, Protonen wurden nicht verwendet. Die einzige Möglichkeit, die Brückenmotoren zu steuern, besteht darin, die Steuerelektronik im Beschleunigertunnel an die dort zugänglichen Schrittmotorkabel anzuschließen. Das heißt, nachdem der Referenzorbit gesichert war, mußte der Positronenstrahl vernichtet werden, um den Zugang in den Tunnel zu ermöglichen.

Normalerweise werden für diesen Zugang sicherheitshalber auch die Magnetströme abgestellt. Da die Magnete nach dem erneuten Einschalten der Magnetströme allerdings etwas andere Felder aufweisen können, wurde darauf verzichtet. Dies stellte sicher, daß auch beim nächsten aufzunehmenden Strahlorbit keine anderen Störungen auftreten als die verschobene Brücke.

Um die Brücke zu bewegen, wurde an beide Motoren, die sich unter der vorderen Stütze befinden, je eine Steuerelektronik angeschlossen. Dadurch konnten beide Motoren gleichzeitig gefahren werden, wodurch eine horizontale Bewegung der Brücke ausgeschlossen wurde (s.a. Kap. 4.2). Diese horizontale Bewegung ist auf Grund der Geometrie der Stütze deutlich größer als die gewünschte vertikale Bewegung und muß zum Schutz des Vakuumsystems und des Detektors vermieden werden.

Nachdem die Brücke soweit bewegt wurde, bis sich der Meßwert der Meßuhr um 0.1mm erhöht hatte, wurden wieder Positronen in HERA injiziert. Auch diese Teilchenbahn wurde gespeichert. Zum Abschluß des Experimentes wurde die Brücke wieder in ihre alte Position zurück gefahren.

Die Analyse der Teilchenbahn wurde an der Differenz von gestörtem Orbit und Referenzorbit durchgeführt. Es zeigte sich, daß die Teilchenbahn durch die Neigung der Brücke relativ wenig gestört wurde und die rms-Amplitude des Differenzorbits nur knapp 0.3mm betrug. Die aus diesen Werten berechnete Amplitude A wird dadurch sehr klein und der relative Fehler steigt an. Sie ist daher stark verrauscht. Die Phasenverschiebung φ ist etwas weniger anfällig, da der Sprung am Ort der Brücke groß ist, wodurch der relative Fehler kleiner wird (Abb. 7.3).

Betrachtet man die Amplitude der Teilchenbahn, welche sich aus Simulationen für die eingestellte Brückenbewegung ergibt, so fällt auf, daß sie im Vergleich zu dem Mittelwert der Amplitude, welche aus den Meßwerten berechnet wurde, etwas zu klein ist. Dies legt den Schluß nahe, daß sich die Brücke etwas mehr angehoben hat als erwartet. Dabei liegt der aus den Meßwerten errechnete Wert für die Erhöhung der Stützen bei etwa 0.09mm, was zu einer Veränderung der Meßuhranzeige um 0.11mm führen würde. Dieser Wert liegt noch innerhalb der Meßgenauigkeit der Meßuhr von $\pm$0.01mm.

Aus der Amplitudenanalyse kann also, obwohl die Amplitude sehr klein und verrauscht ist, relativ gut die Größe der Orbitstörung bestimmt werden.

Da die fünf Magnete auf der Brücke in etwa bei der gleichen Betatronphase liegen, ist an den Graphen der Phasenverschiebung nicht erkennbar, daß sich die Störung aus fünf einzelnen zusammensetzt. Die vier hinteren Magnete werden weniger verschoben als der vorderste und heben sich in ihrer Wirkung zum Teil auf, sodaß der Magnet QL11 den stärksten Einfluß auf die Teilchenbahn ausübt.

Die aus den simulierten und den gemessenen Daten berechneten Phasenverschiebungen stimmen sehr gut über ein. Auch die Höhe der Phasensprünge ist fast gleich. Der einzelne, weit oberhalb der anderen Werte liegende Wert in dem Graphen, der aus der Messung entstanden ist, liegt am Ort der Störung und ist systematisch bei dem verwendeten Algorithmus zur Phasen- und Amplitudenanalyse (s.a. Kap. 6.2). Er braucht nicht beachtet zu werden. Als weiteres Problem bei der Messung kam hinzu, daß mehrere Strahllagemonitore in dem Bereich um den Wechselwirkungspunkt keine sinnvollen Daten lieferten. Wäre hier die Diagnostik besser, könnte eine Orbitstörung in diesem Bereich noch besser lokalisiert werden.

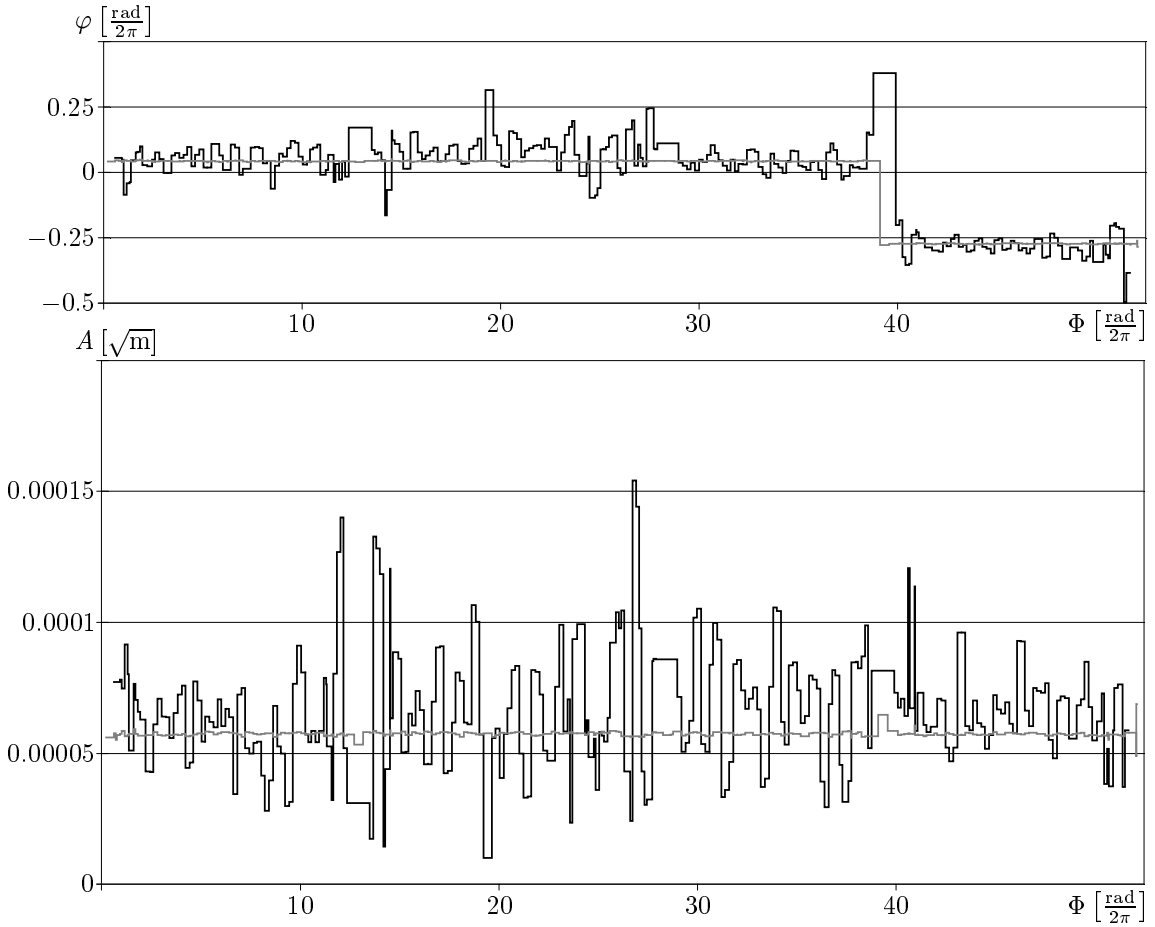

Abbildung 7.3: *Die aus den Meßwerten berechnete Phasenverschiebung φ (schwarz) im oberen Bild zeigt deutlich einen Sprung am Ort der Brücke und stimmt gut mit der aus Simulationen erwarteten überein (grau). Die normierte Amplitude, welche im unteren Bild dargestellt ist (schwarz), ist stark verrauscht, da der Differenzorbit von ungestörter und durch die Brücke gestörter Teilchenbahn nur eine rms-Amplitude von knapp* 0.3mm *ausweist. Zum Vergleich ist auch hier die simulierte Amplitude eingezeichnet (grau).*

8 Zusammenfassung

Die von HERA an die Experimente H1 und ZEUS gelieferte Luminosität soll durch einen Umbau der Wechselwirkungszonen Nord und Süd („Luminositäts-Upgrade“) auf $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{31}\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ steigen. Dazu wird die Fokussierung der Teilchenstrahlen vor den Wechselwirkungspunkten verbessert, wodurch hier die Strahlquerschnitte auf $\sigma_x^* = 118\mu\mathrm{m}$ und $\sigma_z^* = 32\mu\mathrm{m}$ verkleinert werden. Nötig für die stärkere Fokussierung ist, daß die Quadrupolmagnete dichter an den Wechselwirkungspunkt heranrücken. Dies wiederum erzwingt eine frühere Trennung von Leptonen- und Protonenstrahl. Die Quadrupole dicht am Wechselwirkungspunkt dienen daher nicht nur zur Fokussierung der Leptonen, sondern auch zur Separation der Strahlen.

Diese letzten Magnete vor dem Wechselwirkungspunkt sind auf Magnetbrücken montiert, die in den Experimentierhallen den Abstand zwischen dem Ende des Tunnels und dem Detektor überbrücken. Im Laufe der Jahre hat sich an Messungen gezeigt, daß die bisher verwendeten Brücken verschiedenen externen Einflüssen unterworfen sind, die sich auch bei den neu konstruierten auswirken können. Dadurch ist es möglich, daß sich die Brücken transversal um mehrere zehntel Millimeter bewegen. Zusätzlich haben Messungen an einer neuen Brücke gezeigt, daß sich auch die Magnete innerhalb der Brücke um einige zehntel Millimeter verschieben können. Zur Korrektur solcher Aufstellungsfehler stehen Schrittmotoren zur Verfügung, die die Brücken an ihrem detektornahen und dem tunnelseitigen Ende horizontal und vertikal bewegen können.

Simulationen haben gezeigt, daß Fehlaufstellungen der Quadrupole auf den Magnetbrücken den Leptonenstrahl sehr stark stören und schon Magnetverschiebungen unterhalb von 0.1mm mit Hilfe der Korrekturdipole kompensiert werden müssen. Bei einer Fehlaufstellung von mehreren 0.1mm muß die Position der Magnete korrigiert werden. Korrigierbar sind durch die Schrittmotoren der Brücken Fehler auf Grund von Bewegungen der Brückenauflagen und Stützen, sowie anderen Einflüssen, die eine korrelierte Magnetbewegung hervorrufen. Bewegen sich jedoch die einzelnen Magnete auf einer Brücke unkorreliert, so ist eine Korrektur ihres Orbiteinflusses mit Hilfe der Schrittmotoren häufig nur durch relativ große Bewegungen möglich und die Korrekturdipole sollten unterstützend eingesetzt werden

Da die Magnete nur wenige Meter vor dem Wechselwirkungspunkt stehen und jeweils einer sogar in den Detektor eingesetzt ist, kann die links vom Wechselwirkungspunkt entstehende Synchrotronstrahlung nicht vor dem Detektor absorbiert werden, sondern muß durch ihn hindurch geleitet werden. Die Absorption erfolgt erst sehr weit hinter dem Detektor und daher muß die Vakuumkammer durch Notabsorber geschützt werden, die getroffen werden, wenn der Synchrotronstrahlungsfächer abgelenkt wird. Die Notabsorber streuen dann allerdings einen Teil der Strahlung zurück und die Untergrundraten in dem jeweiligen Detektor werden erhöht. Dies muß also verhindert werden. Hier haben Simulationen gezeigt, daß die Magnete in den Wechselwirkungszonen auf wenige zehntel Millimeter genau justiert sein müssen und der Orbit mit Hilfe der Korrekturdipole sehr gut korrigiert werden muß. Daraus läßt sich schließen, daß auch auf den Brücken die Magnete nur wenige zehntel Millimeter von ihrer Sollposition abweichen dürfen.

Um eine Fehlaufstellung von Quadrupolmagneten in den Wechselwirkungszonen zu detektieren stehen mit den Strahllagemonitoren, den Drahtmeßsystemen und den hydrostatischen Höhenmeßsystemen drei verschiedene, voneinander unabhängige Meßsysteme zur Verfügung. Mit ihrer Hilfe können Ort und Größe einer Bewegung der Magnete sehr genau erkannt werden. Drahtmeßsysteme und hydrostatische Höhenmeßsysteme messen dabei direkt die Bewegung von Magneten, während die Daten der Strahllagemonitore über geeignete Algorithmen ausgewertet werden müssen. Um die Schrittmotoren der Magnetbrücken und damit die transversalen Positionen der Quadrupolmagnete als Korrektoren zu berücksichtigen, wurden die Korrekturalgorithmen MICADO (Effcorr) und Methode der kleinsten Quadrate (SVD) erweitert. Da es mit diesen Standardalgorithmen teilweise schwer ist, den Ort einer Orbitstörung zu erhalten, wurde im Rahmen dieser Diplomarbeit mit der Phasen- und Amplitudenanalyse ein neues Verfahren ausgearbeitet und in dem HERA Kontrollprogramm „Optics and Orbits“ implementiert. Anhand von Experimenten bei HERA, bei denen auch eine Magnetbrücke bewegt wurde, hat sich gezeigt, daß damit der Ort einer Orbitstörung gut lokalisiert werden kann.

Trotz der Korrekturmöglichkeiten der Brücken durch die Schrittmotoren werden die Positionen der Magnete auf den rechten Brücken eine kleine Abweichung im Bereich weniger 0.1mm behalten. Ihre Orbitstörung kann normalerweise durch die Korrekturdipole kompensiert werden. Auf der linken Brücke bei H1 stehen nur zwei Quadrupole und der Magnet GOL4 ist nicht mit ihr verbunden. Daher können hier die Fehlaufstellungen der beiden Magnete vollständig durch die Schrittmotoren korrigiert werden. Bei ZEUS ist der Magnet GOL4 mit der linken Brücke verbunden, sodaß hier drei Magnete durch die Schrittmotoren bewegt werden und damit eine vollständige Korrektur ihrer Position nicht mehr möglich ist. Es bleibt also eine Störung des Synchrotronstrahlungsfächers bestehen, die aber klein genug sein sollte, um keine Probleme zu verursachen.

Mit Hilfe der Korrekturdipolmagnete können Orbitstörungen, welche durch kleine Bewegungen der Magnetbrücken entstehen, auch während des Beschleunigerbetriebes kompensiert werden. Damit wird auch die Ablenkung der Synchrotronstrahlungsfächer minimiert. Größere Fehlaufstellungen der Magnetbrücken können durch die vorhandenen Meßsysteme detektiert und durch eine Nachjustierung behoben werden. Es ist daher zu erwarten, daß die Wechselwirkungspunkte bei HERA trotz der auftretenden Störungen stabil gehalten werden können und damit die geplante Luminosität von $\mathcal{L} = 7 \cdot 10^{31}\ \mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ erreicht wird.

A Quellcode des Programms zur Phasen- und Amplitudenanalyse

Dies ist der Quellcode des Unterprogramms zur Phasen- und Amplitudenanalyse wie er in dem HERA Kontrollprogramm „Optics and Orbits“ implementiert ist. Wie jedes Programm ist auch dieses Änderungen unterworfen, die grundlegenden Algorithmen entsprechen aber den in Kapitel 6.2 vorgestellten. Der unten abgedruckte Quellcode entspricht dem Stand vom 15.08.2000. Geschrieben ist das Programm in C++.

phase_calc.C:

```
#include "phase_calc.h"
// ------------------------------------------------------------
// class FindPhaseJump : public OrbitCor
// ------------------------------------------------------------

FindPhaseJump::FindPhaseJump(double* value, ostream& ls,
                             int debug = -1):
  OrbitCor(value,ls,debug){
    XAmp  =(float*)(cflagz + max_cor());
    XDelta=XAmp+max_mon();
    XPhi  =XDelta+max_mon();
    ZAmp  =XPhi+max_mon();
    ZDelta=ZAmp+max_mon();
    ZPhi  =ZDelta+max_mon();

    if (swapped()){
      SwapByte(XAmp, 6*max_mon());
      }
  }

FindPhaseJump::~FindPhaseJump(){
  if (!error()) ToPC();
  }

int FindPhaseJump::ToPC(){
  int rc=0;
  if (!swapped()) return 0;
  if (_format==HP_FORMAT){
    SwapByte(XAmp, 6*max_mon());
    }
  else { rc = hp_wrong_swap_direction; }
  return rc;
  }
```

```
int FindPhaseJump::DoFindPhaseJump(){
  float* XOrb  = new float[max_mon()];
  float* ZOrb  = new float[max_mon()];
  float* XBeta = new float[max_mon()];
  float* ZBeta = new float[max_mon()];
  float* Amp   = new float[max_mon()];
  float* Delta = new float[max_mon()];
  int*   XFlag = new int[max_mon()];
  int*   ZFlag = new int[max_mon()];

  int   XDim,ZDim,XNum,ZNum;

  int   i,j,k;


  // get horizontal and vertical data
  XDim=cmops.num_mons(0);
  ZDim=cmops.num_mons(1);

  j=0;
  for(i=0;i<XDim;i++){
    XFlag[i]=mflagx[i];
    if(XFlag[i]==0){
      XPhi[j]=cmops.phim_x[i];
      XOrb[j]=orbitx[i]/1000;
      XBeta[j]=cmops.betam_x[i];
      j++;
      }
    }
  XNum=j;

  j=0;
  for(i=0;i<ZDim;i++){
    ZFlag[i]=mflagz[i];
    if(ZFlag[i]==0){
      ZPhi[j]=cmops.phim_z[i];
      ZOrb[j]=orbitz[i]/1000;
      ZBeta[j]=cmops.betam_z[i];
      j++;
      }
    }
  ZNum=j;
```

```
// calculate amplitude and phase
PhaseAmpCalc(Amp,Delta,XPhi,XOrb,XBeta,&XNum,XFlag);
j=0;
k=0;
for(i=0;i<XDim;i++){
  if((XFlag[i]==0)&&(XNum-2>j)){
    k++;
    if(k==2){
      j++;
      k=1;
      }
    }

  XPhi[i]=cmops.phim_x[i];
  XAmp[i]=fabs(Amp[j]);
  XDelta[i]=Delta[j];
  }

PhaseAmpCalc(Amp,Delta,ZPhi,ZOrb,ZBeta,&ZNum,ZFlag);
j=0;
k=0;
for(i=0;i<ZDim;i++){
  if((ZFlag[i]==0)&&(ZNum-2>j)){
    k++;
    if(k==2){
      j++;
      k=1;
      }
    }

  ZPhi[i]=cmops.phim_z[i];
  ZAmp[i]=fabs(Amp[j]);
  ZDelta[i]=Delta[j];
  }

delete[] XOrb;
delete[] ZOrb;
delete[] XBeta;
delete[] ZBeta;
delete[] Amp;
delete[] Delta;
delete[] XFlag;
delete[] ZFlag;
return(0);
}
```

```
int FindPhaseJump::PhaseAmpCalc(float *Amp,float *Delta,float *Phi,
                                float *Orb,float *Beta,int *DimPointer,
                                int *Flag){

  if (hpdebug()>2)
    logstream<<"PhaseAmpCalc, size of arrays="<<max_mon()<<endl;

  float* OrbNorm = new float[max_mon()];
  float* Delta_p = new float[max_mon()];
  float* Delta_m = new float[max_mon()];

  int    i,j,k,l;
  double testDelta,testOrb1,testOrb2;

  int    Dim,change,count;
  float  ampsin,amptest1,amptest2;
  float  mean,mean_p,mean_m;
  float  sq_sum,sq_sum_p,sq_sum_m;

  Dim=*DimPointer;

  // calculation of the normalized Orbit
  for(i=0;i<Dim;i++)
    OrbNorm[i]=Orb[i]/sqrt(Beta[i]);


  // calculation of the amplitude
  for(i=0;i<Dim-1;i++){
    ampsin=sin(2*Pi*(Phi[i+1]-Phi[i]));

    if(ampsin!=0){
      Amp[i]=
        sqrt(OrbNorm[i]*OrbNorm[i]+OrbNorm[i+1]*OrbNorm[i+1]
        -2*OrbNorm[i]*OrbNorm[i+1]*cos(2*Pi*(Phi[i+1]-Phi[i])))
          /ampsin;
      }
     else{
      Amp[i]=10000;
      }
    }
```

```
// elimination of single monitors, if the corresponding
// amplitude is rather strange
change=1;
count=0;
while((change==1)&&(count<10)){
  change=0;
  count++;

  mean=0;
  for(i=0;i<Dim-1;i++){
    mean=mean+fabs(Amp[i]);
    }
  mean=mean/(Dim-1);

  k=0;
  for(i=0;i<Dim-1;i++){
    if(fabs(Amp[i])>fabs(Amp[k])){
      k=i;
      }
    }

  if(k<Dim-2){
    ampsin=sin(2*Pi*(Phi[k+2]-Phi[k]));
    if(ampsin!=0){
      amptest1=
        sqrt(OrbNorm[k]*OrbNorm[k]+OrbNorm[k+2]*OrbNorm[k+2]
        -2*OrbNorm[k]*OrbNorm[k+2]*cos(2*Pi*(Phi[k+2]-Phi[k])))
          /ampsin;
      }
     else{
      amptest1=1000;
      }
    }
   else{
    amptest1=Amp[k-1];
    }

  if(k>0){
    ampsin=sin(2*Pi*(Phi[k+1]-Phi[k-1]));
    if(ampsin!=0){
      amptest2=
        sqrt(OrbNorm[k-1]*OrbNorm[k-1]+OrbNorm[k+1]*OrbNorm[k+1]
        -2*OrbNorm[k-1]*OrbNorm[k+1]*cos(2*Pi*(Phi[k+1]-Phi[k-1])))
          /ampsin;
      }
```

```
   else{
    amptest2=1000;
    }
  }
 else{
  amptest2=Amp[k+1];
  }

if((fabs(fabs(amptest1)-mean)<fabs(fabs(amptest2)-mean))&&
   (fabs(fabs(amptest1)-mean)<fabs(fabs(Amp[k])-mean)/3)){
  Amp[k]=amptest1;

  for(i=k+1;i<Dim-1;i++){
    Amp[i]=Amp[i+1];
    OrbNorm[i]=OrbNorm[i+1];
    Phi[i]=Phi[i+1];
    }

  Dim=Dim-1;
  change=1;

  i=0;
  j=0;
  while (j<k+1){
    i++;

    if(Flag[i]==0)
      j++;
    }
  if(Flag[0]!=0)
    i++;

  Flag[i]=1;
  }
 else{
  if((fabs(fabs(amptest2)-mean)<fabs(fabs(amptest1)-mean))&&
     (fabs(fabs(amptest2)-mean)<fabs(fabs(Amp[k])-mean)/3)){
    if(k>0){
      Amp[k-1]=amptest2;
      }

    for(i=k;i<Dim-1;i++){
      Amp[i]=Amp[i+1];
      OrbNorm[i]=OrbNorm[i+1];
      Phi[i]=Phi[i+1];
      }
```

```
      Dim=Dim-1;
      change=1;
      i=0;
      j=0;
      while (j<k){
        i++;

        if(Flag[i]==0)
          j++;
        }
      if(Flag[0]!=0)
        i++;

      Flag[i]=1;
      }
    }
  }

*DimPointer=Dim;

// calculation of the phase
for(i=0;i<Dim-1;i++){
  if(fabs(Amp[i])<1E-9){
    Delta[i]=0;
    }
  else{
    testDelta=acos(OrbNorm[i]/Amp[i])-2*Pi*Phi[i];
    testOrb1=Amp[i]*cos(2*Pi*Phi[i]+testDelta);
    testOrb2=Amp[i]*cos(2*Pi*Phi[i+1]+testDelta);

    if((fabs(testOrb1-OrbNorm[i])<1E-6)
       &&(fabs(testOrb2-OrbNorm[i+1])<1E-6)){
      Delta[i]=testDelta/(2*Pi);
      }
    else{
      testDelta=-acos(OrbNorm[i]/Amp[i])-2*Pi*Phi[i];
      testOrb1=Amp[i]*cos(2*Pi*Phi[i]+testDelta);
      testOrb2=Amp[i]*cos(2*Pi*Phi[i+1]+testDelta);

      if((fabs(testOrb1-OrbNorm[i])<1E-6)
         &&(fabs(testOrb2-OrbNorm[i+1])<1E-6)){
        Delta[i]=testDelta/(2*Pi);
        }
```

```
      else{
        Delta[i]=0;
        logstream<<
          "PhaseJump::PhaseAmpCalc: no solution found"<<endl;
        }
      }

    // eliminate 1pi-jumps
    if(i>0){
      while( Delta[i]-Delta[i-1] < -0.5 )
        Delta[i]+=1;
      while( Delta[i]-Delta[i-1] > 0.5 )
        Delta[i]-=1;
      }
    }
  }

// eliminate 2Pi-jumps, global
change=1;
count=1;

while((change==1)&&(count<15)){
  change=0;
  count++;
  Delta_p[0]=Delta[0];
  Delta_m[0]=Delta[0];

  for(i=1;i<Dim-1;i++){
    mean=0;
    for(j=0;j<=i;j++){
      mean=mean+Delta[j];
      }
    mean=mean/(i+1);

    sq_sum=0;
    for(j=0;j<=i;j++){
      sq_sum=sq_sum+(Delta[j]-mean)*(Delta[j]-mean);
      }

    mean_p=mean+1/(i+1);
    Delta_p[i]=Delta[i]+1;

    sq_sum_p=0;
    for(j=0;j<=i;j++){
      sq_sum_p=sq_sum_p+(Delta_p[j]-mean_p)*(Delta_p[j]-mean_p);
      }
```

```
  if(sq_sum_p<sq_sum){
    Delta[i]=Delta_p[i];
    Delta_m[i]=Delta_p[i];
    change=1;
    }
  else{
    Delta_p[i]=Delta[i];

    mean_m=mean-1/(i+1);
    Delta_m[i]=Delta[i]-1;

    sq_sum_m=0;
    for(j=0;j<=i;j++){
      sq_sum_m=sq_sum_m+(Delta_m[j]-mean_m)*(Delta_m[j]-mean_m);
      }

    if(sq_sum_m<sq_sum){
      Delta[i]=Delta_m[i];
      Delta_p[i]=Delta_m[i];
      change=1;
      }
    else{
      Delta_m[i]=Delta[i];
      }
    }
  }
}
```

```
// eliminate 2Pi-jumps, local
change=1;
count=1;

while((change==1)&&(count<15)){
  change=0;
  count++;

  Delta_p[0]=Delta[0];
  Delta_m[0]=Delta[0];

  for(i=1;i<Dim-1;i++){
    k=i-10;
    l=11;
    if(k<0){
      l=11+k;
      k=0;
      }

    mean=0;
    for(j=k;j<=i;j++){
      mean=mean+Delta[j];
      }
    mean=mean/l;

    sq_sum=0;
    for(j=k;j<=i;j++){
      sq_sum=sq_sum+(Delta[j]-mean)*(Delta[j]-mean);
      }

    mean_p=mean+1/l;
    Delta_p[i]=Delta[i]+1;

    sq_sum_p=0;
    for(j=k;j<=i;j++){
      sq_sum_p=sq_sum_p+(Delta_p[j]-mean_p)*(Delta_p[j]-mean_p);
      }

    if(sq_sum_p<sq_sum){
      Delta[i]=Delta_p[i];
      Delta_m[i]=Delta_p[i];
      change=1;
      }
```

```
    else{
      Delta_p[i]=Delta[i];

      mean_m=mean-1/l;
      Delta_m[i]=Delta[i]-1;

      sq_sum_m=0;
      for(j=k;j<=i;j++){
        sq_sum_m=sq_sum_m+(Delta_m[j]-mean_m)*(Delta_m[j]-mean_m);
        }

      if(sq_sum_m<sq_sum){
        Delta[i]=Delta_m[i];
        Delta_p[i]=Delta_m[i];
        change=1;
        }
      else{
        Delta_m[i]=Delta[i];
        }
      }
    }
  }

// shift all values closer to zero if possible
mean=0;
for(i=0;i<Dim-1;i++){
  mean=mean+Delta[i];
  }
mean=mean/(Dim-1);

if(mean>0.5){
  for(i=0;i<Dim-1;i++){
    Delta[i]=Delta[i]-1;
    }
  }
else{
  if(mean<-0.5){
    for(i=0;i<Dim-1;i++){
      Delta[i]=Delta[i]+1;
      }
    }
  }
```

```
  if(Dim==0){
    Amp[0]=0;
    Delta[0]=0;
    }

  delete[] OrbNorm;
  delete[] Delta_p;
  delete[] Delta_m;
  return(0);
}

phase_calc.h:
#ifndef PHASE_CALC_H_
#define PHASE_CALC_H_

#include "rpc_orbcor.h"

// ------------------------------------------------------------
// class FindPhaseJump : public OrbitCor
// ------------------------------------------------------------
class FindPhaseJump : public OrbitCor{

public:
  FindPhaseJump(double* value, ostream& ls, int debug = -1);
  ~FindPhaseJump();
  int DoFindPhaseJump();
  int ToPC();

private:
int PhaseAmpCalc(float *Amp,float *Delta,float *Phi,float *Orb,
                 float *Beta,int *Dim,int *Flag);
float *XAmp,*ZAmp;
float *XDelta,*ZDelta;
float *XPhi,*ZPhi;
};

#endif
```

Literatur

[1] J. Roßbach, P. Schmüser, Basic Course on Accelerator Physics, DESY M-93-02, Februar 1993

[2] K. Wille, Physik der Teilchenbeschleuniger und Synchrotronstrahlungsquellen, B.G. Teubner Stuttgart, 1996

[3] E. D. Courant, H. S. Snyder, Theory of the Alternating-Gradient Synchrotron, Annals of Physics 281, S. 360-408, Academic Press San Diego, 2000

[4] A. Meseck, The Electron Distribution in HERA and the Consequences for the H1 Detector after the Luminosity Upgrade, DESY Thesis 2000-42, November 2000

[5] R. Brinkmann, A Simulation Study for the Beam-Beam Interaction of Protons with a Flat Electron Beam in HERA, DESY HERA 89-24, November 1989

[6] M. Seidel, The Upgraded Interaction Regions of HERA, DESY HERA 00-01, April 2000

[7] V. Blobel, E. Lohrmann, Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse, B.G. Teubner Stuttgart/Leipzig, 1998

[8] B. Autin, Y. Marti, Closed Orbit Correction of A.G. Machines using a small Number of Magnets, CERN ISR-MA/73-17, März 1973

[9] U. Schneekloth (Hrsg.), The HERA Luminosity Upgrade, DESY HERA 98-05, Juli 1998

[10] A. Piwinski, Computer Simulation of the Beam-Beam Interaction at a Crossing Angle, IEEE Trans. Nucl. Sci. 32, S. 2240-2242, 1985

[11] A. Papaconstantinou, ZEUS Kollaboration, persönliche Mitteilung

[12] M. Schwartz, Vakuumgruppe MVA, persönliche Mitteilung

[13] F. Peters, Beschleunigerphysikgruppe MPY, persönliche Mitteilung

[14] F. Löffler, T. Dobers, G. Neubauer, High Precision Levelling System for the HERA-Detectors and Interaction Quadrupoles, High Energy Accelerators 1992, Konferenzbericht, Band 1, S. 370-372, Hamburg, 1992

[15] J. Prenting, Vermessungsabteilung ZMEA2, persönliche Mitteilung

[16] ARTIKON, Abschlussbericht, Finite-Elemente-Analyse Hera-Brücke (Temperaturberechnung), September 1999

[17] Messungen der Vermessungsabteilung ZMEA2, August / September 2000

[18] G. Weichert, Planungsgruppe MPL, persönliche Mitteilung

[19] V. Shiltsev, B. Baklakov, P. Lebedev, Ch. Montag, J. Rossbach, Measurements of Ground Vibrations and Orbit Motion at HERA, DESY HERA 95-06, Juni 1995

[20] W. Decking, Zusammenhang zwischen Bodenbewegungen und Strahlschwankungen in Speicherringen am Beispiel HERA, DESY HERA 90-13, August 1990

[21] B. Loehr, ZEUS Kollaboration, persönliche Mitteilung

[22] J. Kewisch, Berechnung der linearen gekoppelten Optik und der Strahlparameter in Elektronenspeicherringen unter Berücksichtigung von Magnetfehlern, Diplomarbeit, Uni Hamburg, 1978

[23] Ch. Montag, F. Stulle, Simulation of Orbit Correction and Synchrotron Radiation Aspects in the Upgraded HERA Interaction Regions, EPAC 2000, Konferenzbericht, S. 370-372, Wien, 2000

[24] Y. Alexahin, F. Brinker, E. Gianfelice-Wendt, Detection of Localized Sources of Coupling and Focusing Perturbations from the Injected Beam First Turn Trajectories, HERA Accelerator Studies 1999, S. 58-64, DESY HERA 00-02, Mai 2000

[25] F. Stulle, Orbit Effect of a misaligned Magnet Girder, HERA Accelerator Studies 2000, S. 48-52, DESY HERA 00-07, 2000

Danksagung

Ich möchte mich bei all denen bedanken, die mir während meiner Diplomarbeit mit Rat und Tat zur Seite standen. Insbesondere gilt mein Dank den Herren Prof. P. Schmüser, Dr. B. Holzer und Dr. F. Willeke. Sie gaben mir durch ihre Aufgabenstellung die Gelegenheit, zum DESY zu kommen und halfen mir in den folgenden Monaten, einen Einblick in die Arbeit des DESY vor allem bei HERA zu erhalten.

Von den anderen Mitarbeitern der DESY Maschinengruppen, die durch das gute Arbeitsklima dazu beigetragen haben, daß ich hier ein angenehmes Jahr verbrachte, möchte ich mich besonders bei Herrn Dr. Ch. Montag bedanken, der mich mit seinen typographischen Kenntnissen bei der Gestaltung der Arbeit unterstützte.

Auch Herrn Dr. F. Brinker gilt mein Dank. Seine Erklärungen zum HERA Kontrollsystem und sein mathematisches Wissen ermöglichten mir, mein Programm beizutragen. Dabei darf ich auch Herrn Dr. M. Lomperski nicht vergessen, der all die Anmerkungen, welche ich zu seinem Kontrollprogramm hatte, schnell umgesetzt hat.

Frau Dipl. Ing. G. Weichert hat durch ihre Erläuterungen zur Konstruktion der HERA Magnetbrücken einiges zu meinem Verständnis des Diplomarbeitsthemas beigesteuert. Dafür möchte ich mich herzlich bedanken. Dies gilt genauso für Herrn Dr. J. Prenting, dessen Darstellung der Vermessungstechnik mir die Probleme eröffnete, welche bei den Magnetbrücken auftreten.

Meine Diplomarbeit am DESY bot mir die Möglichkeit, weit mehr zu lernen, als nur die Beschleunigerphysik. Der Dank dafür geht an alle, mit denen ich in meiner Zeit als Diplomand Kontakt hatte.

Erklärung

Hiermit erkläre ich, die vorliegende Diplomarbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Quellen erstellt zu haben.

Hamburg, November 2000