Suche nach Kontakt-Wechselwirkungen und Gravitoneffekten in der tief-inelastischen Streuung bei HERA

Von der Fakultät für Mathematik, Informatik und Naturwissenschaften
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom-Physiker
Jürgen Johann Scheins
aus Aachen

Berichter: Universitätsprofessor Dr. Ch. Berger
Universitätsprofessor Dr. G. Flügge

Tag der mündlichen Prüfung: 11.7.2001

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek online verfügbar.

Kurzfassung

Die am H1-Experiment gemessenen Ereignisse des Neutralen Stromes aus der tief-inelastischen Streuung bei HERA werden im Hinblick auf Abweichungen zur Standardmodell-Erwartung untersucht. Unter Verwendung der ermittelten inklusiven Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dQ^2$ für $Q^2 > 200\,\mathrm{GeV}^2$ in den Reaktionen $e^{\pm}p \to e^{\pm}X$ wird nach Anzeichen von Kontakt-Wechselwirkungen sowie möglichen Gravitoneffekten in Verbindung mit großen Extra-Dimensionen gesucht. Die insgesamt analysierte Datenmenge entspricht dabei einer integrierten Luminosität von $\mathcal{L}_{\mathrm{int}} = 115\,\mathrm{pb}^{-1}$.

Ein Vergleich aller Datensätze mit der jeweiligen Standardmodell-Erwartung zeigt keine Evidenz auf neue Physik, so daß Ausschlußgrenzen auf die oben genannten physikalischen Szenarien jenseits des Standardmodells bestimmt werden. Durch die Kombination aller Datensätze erreichen wir dabei eine maximale Sensitivität, so daß die erhaltenen Ausschlußgrenzen eine signifikante Verbesserung gegenüber früheren Resultaten seitens H1 darstellen.

Abstract

Neutral current events in deep inelastic scattering at HERA taken with the H1 detector are examined with respect to standard model expectations. The measured inclusive cross section $d\sigma/dQ^2$ for $Q^2 > 200\,\mathrm{GeV}^2$ in reactions $e^{\pm}p \to e^{\pm}X$ is analysed in terms of contact interactions or graviton effects in combination with large extra dimensions. The total amount of analysed data corresponds to an integrated luminosity of $\mathcal{L}_{\mathrm{int}} = 115\,\mathrm{pb}^{-1}$.

The comparison of all data sets to their corresponding standard model expectation shows no evidence for new phenomena. Therefore exclusion limits are derived for the mentioned physical scenarios beyond the standard model. The combination of all data sets leads to maximum sensitivity and significantly improved limits compared to earlier results of H1.

"This requires a little thought..."

Oliver Hardy to Stan Laurel

Meinen Eltern

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung und Motivation **1**

2 Tief-inelastische Streuung **5**
2.1 Struktur des Protons . . . 5
2.2 Kinematik . . . 7
2.3 Wirkungsquerschnitt des Neutralen Stromes . . . 9
2.3.1 Approximation niedrigster Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ . . . 10
2.3.2 Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ . . . 11
2.3.3 Partondichten . . . 13

3 Physik jenseits des Standardmodells **15**
3.1 Formfaktoren und Quarkradius . . . 16
3.2 Kontakt-Wechselwirkungen . . . 17
3.2.1 Grundlagen . . . 17
3.2.2 Compositeness . . . 20
3.2.3 Leptoquarks . . . 22
3.3 Große Extra-Dimensionen . . . 25
3.3.1 Strings und Kaluza-Klein-Theorie . . . 25
3.3.2 Phänomenologie . . . 26
3.3.3 Effektive Theorie . . . 28
3.4 Theoretische Sensitivität . . . 31
3.5 Partondichten und Neue Physik . . . 32

4 HERA und das H1 Experiment **35**
4.1 HERA – *ep*-Beschleuniger . . . 35
4.2 H1-Detektor . . . 36
4.2.1 Kalorimeter . . . 38
4.2.2 Inneres Spursystem . . . 41
4.2.3 Luminositätssystem . . . 42
4.2.4 Flugzeitsysteme . . . 43
4.2.5 Trigger und Datenaquisition . . . 43

4.2.6 Subtrigger und Triggerelemente 44
4.3 Rekonstruktionsmethoden 44

5 Wirkungsquerschnittsmessung des Neutralen Stromes 47
5.1 H1-Datensätze ①-③ im Überblick 47
5.2 Datensatz ③ 48
5.2.1 Elektronidentifikation 48
5.2.2 Vorselektion 50
5.2.3 Winkelmessung 52
5.2.4 Energiekalibration 55
5.2.5 Nachweis-Effizienzen 60
5.2.6 Endgültige Selektion 69
5.2.7 Bestimmung des Wirkungsquerschnitts 73
5.2.8 Systematische Unsicherheiten 76
5.3 Datensatz ① 81
5.3.1 Ereignisselektion 81
5.3.2 Elektron-Energiekalibration 82
5.3.3 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ 83
5.4 Datensatz ② 85
5.4.1 Überblick 85
5.4.2 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ 85

6 Statistische Analysemethode 87
6.1 Statistische Grundlagen 87
6.2 χ^2-Test 89
6.3 Behandlung von Korrelationen 90
6.4 Konfidenz-Intervalle 91
6.5 Ausschlußgrenzen 93
6.6 Ergänzende Monte Carlo-Studie 94

7 Test des Standardmodells und Ausschlußgrenzen 97
7.1 Behandlung systematischer Unsicherheiten 97
7.2 Test des Standardmodells 100
7.3 Ergebnisse 102
7.3.1 Formfaktoren und Quarkradius 103
7.3.2 Compositeness 105
7.3.3 Leptoquarks 113
7.3.4 Große Extra-Dimensionen 118

8 Zusammenfassung und Ausblick 123

A Tabellen der Wirkungsquerschnitte und systematischen Fehler **127**
A.1 Datensatz ① 127
A.2 Datensatz ② 128
A.3 Datensatz ③ 129

B Elektronidentifikation **131**

C Compositeness-Limits im Vergleich zu anderen Experimenten **133**

Abbildungsverzeichnis **135**

Tabellenverzeichnis **139**

Quellenverzeichnis **141**

Curriculum Vitae **147**

Danksagung **149**

Vorbemerkung

Die vielen in der Physik gebräuchlichen, englischen Fachbegriffe ließen sich zwar konsequent in die Deutsche Sprache übersetzen. Doch wirken manche Übersetzungen danach so befremdlich, daß dem werten Leser ein gewisses Maß englischer Ausdrücke in dieser Arbeit nicht erspart werden konnte. Alle englischsprachigen Begriffe sind zur leichteren Orientierung jedoch *kursiv* gekennzeichnet. Sofern sich aus einzelnen Bezeichnungen und Begriffen geläufige Akronyme ableiten, sind die zugehörigen Buchstaben beim ersten Auftreten durch Unterstreichung kenntlich gemacht.

1

Einleitung und Motivation

„*Das Ziel jeder Wisssenschaft ist es, die größtmögliche Zahl von empirischen Tatsachen durch logische Ableitung aus der kleinsten möglichen Zahl von Hypothesen oder Deduktionen zu erfassen.*“, schrieb Albert Einstein. Damit bemißt sich die Bedeutung einer wissenschaftlichen Theorie offenbar nicht alleine an ihrer Verifizierbarkeit, vielmehr sucht man nach umfassenden Theorien mit größtmöglicher Vorhersagekraft, deren Eleganz durch eine minimale Anzahl von Grundhypothesen und Parametern zum Tragen kommt.

In der Vergangenheit war nun die Entwicklung physikalischer Theorien häufig durch die Vereinheitlichung scheinbar verschiedener Phänomene geprägt. So konnte bereits Isaac Newton die Flugbahnen auf der Erde fallender Körper und die Bahnen von Himmelskörpern durch sein Gravitationsgesetz auf die gleiche physikalische Ursache zurückführen. Maxwell fand durch seine berühmten Gleichungen eine Vereinheitlichung zwischen Elektrizität und Magnetismus. Glashow, Salam und Weinberg gelang die Vereinigung von schwacher und elektromagnetischer Kraft. Stets wurde ein breiteres Spektrum von Beobachtungen und Messungen auf eine gemeinsame Grundlage gestellt, so daß damit eine Reduktion erforderlicher Hypothesen einherging. Dies gibt Grund zu der Annahme, daß die in der Natur bislang beobachteten vier Grundkräfte, d.h. Gravitation, starke Kraft, elektromagnetische sowie schwache Kraft, sich möglicherweise alle zusammen auf eine einzige Urkraft zurückführen lassen. Damit sind wir letztlich auf der Suche nach einer „Theorie für Alles“.

Bislang existiert das Standardmodell der Elementarteilchen zur Beschreibung der Vorgänge der subatomaren Welt. Mit Ausnahme der Gravitation, können wir in diesem Rahmen die übrigen drei Grundkräfte erstaunlich gut beschreiben. Die elektromagnetische und die schwache Kraft sind darin bereits durch die Theorie der elektroschwachen Wechselwirkungen erfolgreich vereinigt worden. Eine fundamentale Rolle spielen hier innere Symmetrien, so daß bestimmte physikalische Observablen sich gegenüber speziellen Symmetrieoperationen invariant verhalten. Innerhalb des Kalküls von Eichtheorien lassen sich durch die Einführung von Eichfeldern unter der Annahme bestimmter Eichsymmetrien die dynamischen Eigenschaften der zwischen den Teilchen wirkenden Kräfte störungstheoretisch berechnen. Den erforderlichen Eichfeldern lassen sich bestimmte Eichbosonen zuordnen, welche durch Austausch zwischen zwei Fermionen als „Übermittler“ der Kräfte fungieren.

Die Konstituenten der Materie sind im Standardmodell fundamentale Fermionen. Wir unterscheiden Quarks und Leptonen, welche sich jeweils in drei Generationen unterteilen. Innerhalb jeder Generation gruppieren sich Quarks und Leptonen gemäß der Symmetriegruppe $\mathrm{SU}(2)_T \times \mathrm{U}(1)_Y$ mit dem schwachen Isospin T und der schwachen Hyperladung Y dann in linkshändige Dubletts ($T = \frac{1}{2}$) und rechtshändige Singletts ($T = 0$) unter Erfüllung der Gell-Mann-Nishijima-Relation

$Q = T_3 + Y/2$. Die elektrische Ladung Q steht dadurch in direktem Zusammenhang zur schwachen Hyperladung sowie dritten Komponente des schwachen Isospins T_3.

$$\text{Leptonen} \left\{ \begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \\ e_R & \mu_R & \tau_R \end{array} \right. \qquad \text{Quarks} \left\{ \begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L & \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \\ u_R & c_R & t_R \\ d_R & s_R & b_R \end{array} \right.$$

Alle Quarks tragen einen zusätzlichen Farb-Freiheitsgrad mit drei möglichen Zuständen (rot, blau, grün), so daß sie als *Colour*-Triplett-Zustände innerhalb der $\mathrm{SU}(3)_C$-Symmetrie auftreten. Damit ergibt sich die zentrale Symmetrie

$$\mathrm{SU}(3)_C \times \mathrm{SU}(2)_T \times \mathrm{U}(1)_Y \ ,$$

welche dem Standardmodell zugrunde liegt. Unter der Bedingung lokaler Eichinvarianz ergeben sich damit zwölf Eichbosonen als Träger der Kräfte. Die starken Kräfte werden durch acht verschiedene Gluonen vermittelt. Die Eichbosonen der elektroschwachen Kräfte werden durch die massiven $W^{\pm}$- und Z^o-Bosonen sowie durch das masselose Photon repräsentiert. Alleine durch die angegebene Symmetrie des Standardmodells wären aber alle Teilchen masselos. Daher muß diese tiefere Symmetrie bis zu einer bestimmten Energie gebrochen bzw. verdeckt sein. Erst durch den Higgs-Mechanismus erhalten Fermionen sowie $W^{\pm}$- und Z^o-Bosonen eine Masse. So wird beispielsweise durch spontane Symmetriebrechung der Gruppe $\mathrm{SU}(2)_T \times \mathrm{U}(1)_Y$ zur verbleibenden Symmetrie des Elektromagnetismus $\mathrm{U}(1)_{\mathrm{em}}$ den Bosonen der schwachen Wechselwirkung eine Masse verliehen. Diese liegt in der Größenordnung von 100 GeV und liefert damit gleichzeitig eine Begründung der beobachteten Schwäche der schwachen Wechselwirkung. Als Konsequenz des Higgs-Mechanismus zur Erklärung der Teilchenmassen innerhalb des Standardmodells folgt die Existenz mindestens eines Higgs-Bosons, nachdem bereits fieberhaft gefahndet wird. Zur Untermauerung der Standardmodell-Theorie ist dessen Entdeckung unabdingbar.

Trotz der bisherigen Erfolge des Standardmodells, welches eine Vielzahl verifizierter Vorhersagen beinhaltet, darf nicht übersehen werden, daß einige elementare Fragen über die Struktur der Materie bisher unbeantwortet geblieben sind, und dieses Modell in seiner jetzigen Form daher keine endgültige Theorie sein kann.

- Das Standardmodell benötigt insgesamt 18 Parameter, darunter beispielsweise sämtliche Fermionenmassen sowie die Kopplungskonstanten der elektromagnetischen, der starken und schwachen Wechselwirkung, um theoretische Vorhersagen treffen zu können. Ist dies tatsächlich die ökonomischste Form, die Natur zu beschreiben?

- Insgesamt finden wir in der Natur die Fermionen in drei Generationen von Quarks und Leptonen vor, die sich lediglich durch ihre Massen unterscheiden, während alle übrigen Eigenschaften identisch sind. Warum sind es genau drei Generationen?

- Warum ist die Ladung von Elektron und Proton vom Betrag exakt gleich? Oder anders formuliert, warum stehen Quarkladungen und Elektronladung in einfachen Verhältnissen von 1:3?

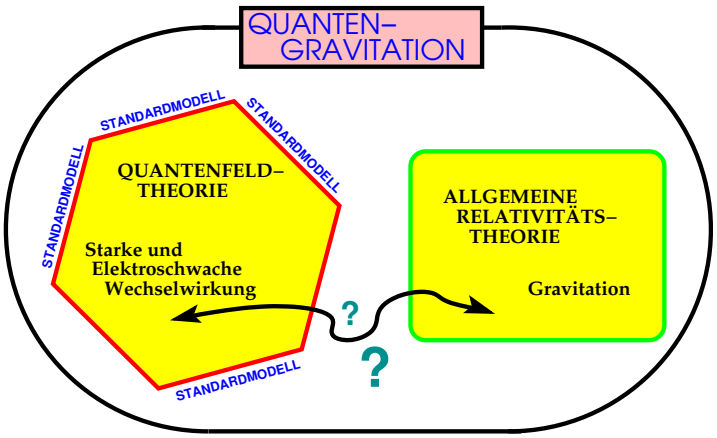


Abbildung 1.1: *Die Zusammenführung von Allgemeiner Relativitätstheorie und Quantentheorie zu einer übergeordneten Quantengravitations-Theorie ist bisher nicht gelungen. Gravitation und die Starke resp. elektroschwache Kraft bleiben daher bislang unvereinigt. Interessante Ansätze zur Überwindung dieser Schwierigkeiten beruhen auf neueren Entwicklungen auf dem Gebiet der String-Theorien.*

– Kann die Gravitation in eine vereinheitlichte Theorie integriert werden? Bisher spielt die Gravitation in der subatomaren Welt keine Rolle, da ihre Wirkung bei den bisher erreichbaren Energien vernachlässigbar gering ist. Dies würde sich erst bei Erreichen der Planck-Skala ($\approx 10^{19}\,\mathrm{GeV}$) ändern. Allerdings müssen unsere bisherigen Theorien spätestens hier zusammengebrochen sein. Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation und daraus resultierenden möglichen Fluktuationen in Verbindung mit der Allgemeinen Relativitätstheorie wäre das gewohnte Raum-Zeit-Gefüge nicht mehr existent. Erforderlich wäre eine Vereinigung beider Theorien zu einer Theorie der Quantengravitation (Abb. 1.1).

Um Antworten auf diese und andere Fragen zu finden gibt es eine Vielzahl von Erweiterungen des Standardmodells. Diese Erweiterungen basieren i.allg. auf übergreifenden neuen Symmetrien, so daß neuartige Teilchen und Wechselwirkungen denkbar wären. So könnten beispielsweise im Rahmen Großer Vereinheitlichungstheorien (*Grand Unified Theories*) starke und elektroschwache Kräfte durch die Einführung übergeordneter Symmetriegruppen (SU(5), SU(15), etc.) vereinigt werden. Gleichzeitig bestünde eine gesuchte Verbindung zwischen Leptonen und Quarks durch die mögliche Existenz von Leptoquarks. Diese neuartigen Bosonen würden Übergänge zwischen Quarks und Leptonen erlauben und ließen sich ggf. in Beschleunigerexperimenten nachweisen. Neben vielen verschiedenen Erweiterungsansätzen des Standardmodells könnte beispielsweise auch eine gemeinsame Substruktur von Quarks und Leptonen vorliegen, welche oberhalb einer gewissen Energieschwelle in Erscheinung tritt. In *Compositeness*-Modellen wird davon ausgegangen, daß Quarks und Leptonen nicht elementar sind, sondern vielmehr aus gemeinsamen Konstituenten bestehen und untereinander durch Austausch dieser Konstituenten wechselwirken können. Unabhängig von diesen konkreten Modellen lassen sich durch den Formalismus der Kontakt-Wechselwirkungen beliebige solcher Wechselwirkungen als Niederenergie-Approximation parametrisieren, so daß wir gezielt nach Anzeichen solcher Phänomene in der tief-inelastischen Streuung suchen können. Wir wollen diesen Ansatz innerhalb der hier vorliegenden Arbeit konsequent weiterverfolgen (Abschn. 3.2).

Ein völlig anderes theoretisches Konzept stellt die *String*-Theorie dar. Hier wird tatsächlich eine Vereinigung zwischen Quantenmechanik und Allgemeiner Relativitätstheorie ermöglicht. Ausgangspunkt sind darin nicht mehr punktförmige Teilchen, sondern eindimensionale oszillierende Objekte, genannt *Strings* (Abschn. 3.3.1). Je nach Schwingungszustand entsprechen diese *Strings* den bisher

beobachteten Elementarteilchen. Allerdings werden zusätzliche räumliche Dimensionen erforderlich, um widerspruchsfreie Vorhersagen machen zu können. Diese Extra-Dimensionen sollten der Theorie nach bis zu einer bestimmten Ausdehnung „kompaktifiziert“ sein. In der ursprünglichen Form der *String*-Theorien wird davon ausgegangen, daß die Größe solcher Extra-Dimensionen in der Nähe der Planck-Länge ($\approx 10^{-33}$cm) sein müssen. Neuere Ideen erwägen nun die Möglichkeit, daß solche Extra-Dimensionen durchaus eine Größe erreichen könnten, welche auch in bereits bestehenden Beschleunigerexperimenten zu sichtbaren Modifikationen der Standardmodell-Physik führen würde. Wir wollen auch hierfür im Rahmen einer Niederenergie-Approximation (Abschn. 3.3.3) gezielt nach solchen Signaturen suchen. Die Entdeckung neuer räumlicher Dimensionen würde unser Verständnis der Struktur des Universums und dessen Ursprung revolutionieren, wie dies schon einmal durch die Entwicklung der Allgemeinen Relativitätstheorie geschehen ist!

2

Tief-inelastische Streuung

Die Physik der tief-inelastischen Streuung (*Deep Inelastic Scattering*) umfaßt allgemein Prozesse, bei denen Leptonen (e, μ, ν_e, ν_μ) unter hohen Impulsüberträgen an Nukleonen (p, n) gestreut werden. Im Gegensatz zur elastischen Streuung wird das Nukleon bei der inelastischen Streuung zerstört, und es kann eine Vielzahl neuer Teilchen entstehen. Die tief-inelastischen Prozesse lassen sich als Streuung von Leptonen an Quarks aufgrund elektroschwacher Wechselwirkungen quantitativ verstehen. Die Vermittlung der Wechselwirkung geschieht über den Austausch von Eichbosonen der elektroschwachen Theorie. Die elektrisch neutralen γ- und Z°-Bosonen werden darin als Neutrale Ströme (*Neutral Currents*), die geladenen $W^\pm$-Bosonen entsprechend als Geladene Ströme (*Charged Currents*) interpretiert. Modifikationen ergeben sich hier durch die Existenz der starken Wechselwirkung, der alle Quarks unterliegen und ihnen dadurch eine komplexe Dynamik verleiht.

2.1 Struktur des Protons

Die Fülle der bis in die fünfziger Jahre entdeckten Teilchen, zusätzlich zum Proton, Neutron und den Pionen, warf die Frage auf, ob alle diese Teilchen elementar sein können. 1963 schlugen Gell-Mann und Zweig unabhängig voneinander die gleiche Erklärung der Hadronen-Vielfalt vor und brachten so Ordnung in den Teilchenzoo. Danach sind die ausgedehnten Hadronen aus punktförmigen Bausteinen aufgebaut. Gell-Mann nannte sie „Quarks“. Diese Quarks existieren in verschiedenen Sorten (*Flavours*) und generieren aufgrund verschiedener erlaubter *Flavour*-Kombination alle hadronischen Teilchen. Messungen Ende der sechziger Jahre [1] enthüllten dann in Streuexperimenten die Existenz harter, punktförmiger Konstituenten innerhalb des Protons. Feynman gab diesen Bausteinen den Namen „Partonen“. Nach dieser tiefgreifenden Entdeckung gelang schließlich die Identifizierung der Partonen mit den von Gell-Mann und Zweig vorgeschlagenen Quarks und mündete in das sogenannte Quark-Parton-Modell der Hadronen als zentralen Bestandteil des Standardmodells. Danach existieren Quarks in sechs *Flavours* mit den Bezeichnungen *up*, *down*, *strange*, *charm*, *bottom*, *top*.

Alle Quarks tragen außer einer drittelzahligen elektrischen Ladung auch eine Farbladung. Die ursprüngliche Idee, den Quarks Farbeigenschaften zuzuordnen, geht auf einen Vorschlag von O.W. Greenberg aus dem Jahr 1964 zurück. Dahinter stand die Motivation, das Pauli-Prinzip im Quarksektor nicht aufgeben zu müssen. Ohne die Einführung einer weiteren Quantenzahl stünden Quark-Kombinationen, bestehend aus **drei** gleichartigen Quarks, wie z.B. im Falle einer Δ^{++}-Resonanz mit dem Zustand $|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle\,|\uparrow\uparrow\uparrow\rangle$ in direktem Widerspruch zum Pauli-Prinzip. Insgesamt werden **drei** verschiedene Farbzustände benötigt, welche in Anlehnung an die additive Farbmischung

mit Rot, Grün und Blau bezeichnet werden. Diese Wahl gibt eine anschauliche Erklärung, warum im Spektrum der Hadronen keine „Farb-Eigenschaft“ beobachtet werden und diese offenbar farblos, d.h. weiß sind. Durch additive Farbmischung eines roten, blauen und grünen Quarks entsteht ein kombinierter farbloser Zustand. Farbneutrale Zustände aus drei Quarks, zu denen auch das Proton und Neutron zählen, bezeichnen wir als Baryonen. Darüber hinaus besteht noch eine weitere Möglichkeit zu Generierung farbneutraler Zustände. Die zu den Quarks korrespondierenden Antiquarks tragen jeweils eine Antifarbe. Damit sind Quark-Antiquark-Zustände gleichzeitig Antifarb-Farb-Zustände, die ebenfalls farbneutral sind und als Mesonen bezeichnet werden.

Die Weiterentwicklung dieses Modells farbiger Quarks und Antiquarks führt zu einer unmittelbaren Verbindung mit der Dynamik der starken Wechselwirkung. Die Farbladungen der Quarks als Erhaltungsgröße, ähnlich der elektrischen Ladung, sind im heutigen Standardmodell die Quelle der starken Kraft und bilden einen zentralen Bestandteil der Theorie der starken Wechselwirkung, die QuantenChromoDynamik (zu griech. chroma „Farbe“). Alle Quarks unterliegen der starken Wechselwirkung, so daß gebundene, farbneutrale Quark-Systeme möglich sind, wie z.B. das Proton. Alleine die resultierenden abstoßenden Coulombkräfte der Quarks eines Protons würden keinen stabilen Bindungszustand erlauben. Erst die starke Kraft ermöglicht dessen Existenz.

Als kraftvermittelnde Eichbosonen der starken Wechselwirkung tragen die Gluonen im Rahmen der Quantenchromodynamik ihrerseits wiederum Farbladungen. Aufgrund der erhaltenen Farbladungen und der damit verbundenen Eichsymmetrie existieren insgesamt acht Gluon-Zustände aus Kombinationen von Farben mit Antifarben. Die Gluonen sind ihrerseits Quellen der starken Kraft (!), so daß Selbst-Wechselwirkungen der Gluonen untereinander möglich sind. Dies unterscheidet sie beispielsweise von den Photonen der elektromagnetischen Wechselwirkung. Als Folge dieser Eigenschaft nimmt die Kraft zwischen zwei Farbladungen aufgrund der Vakuumpolarisation mit zunehmenden Abstand zu. Übersteigt der Abstand zweier Farbladungen eine gewisse Schwelle, reicht die Energie im starken Kraftfeld zur Bildung neuer Quark-Antiquark-Paare aus. Folglich erscheinen Quarks in der Natur nicht als freie Teilchen, sondern rekombinieren in farbneutrale hadronische Zustände, bevor sie separiert werden können. Dieser Vorgang wird gemeinhin als Hadronisation bezeichnet. Somit findet die bisherige Nicht-Beobachtung freier Quarks, auch bekannt unter dem Begriff „Quark*confinement*“, ihre natürliche Erklärung in den dynamischen Prozessen der starken Wechselwirkung. Umgekehrt verhalten sich die Quarks bei kleinen Abständen wie freie Teilchen, da die starken Kräfte für schrumpfende Abstände immer geringer erscheinen. In diesem Zusammenhang sprechen wir von der „asymtotischen Freiheit“ der Quarks bei kleinen Abständen. Obwohl sich einzelne Quarks aufgrund der zunehmenden Bindungsstärke also nicht aus einem Hadron isolieren lassen, bewegen diese sich innerhalb des Hadrons quasi frei.

Mit diesem Wissen stellt sich das Proton für uns als sehr komplexes System dar. Innerhalb des Protons sind die drei Valenzquarks durch virtuellen Gluonenaustausch aneinander gebunden. Die virtuellen Gluonen ihrerseits können aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation in virtuelle Quark-Antiquark-Paare fluktuieren, so daß mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit beispielsweise auch Antiquarks im Proton angetroffen werden können. Wir unterscheiden daher zwischen den reellen Valenzquarks und den virtuellen Seequarks, welche aus den Fluktuationen hervorgehen. Insgesamt stellt ein Proton also ein dynamisches System aus drei Valenzquarks (uud) sowie Seequarks und Gluonen dar, dominiert durch die Prozesse der starken Wechselwirkung (Abb. 2.1).

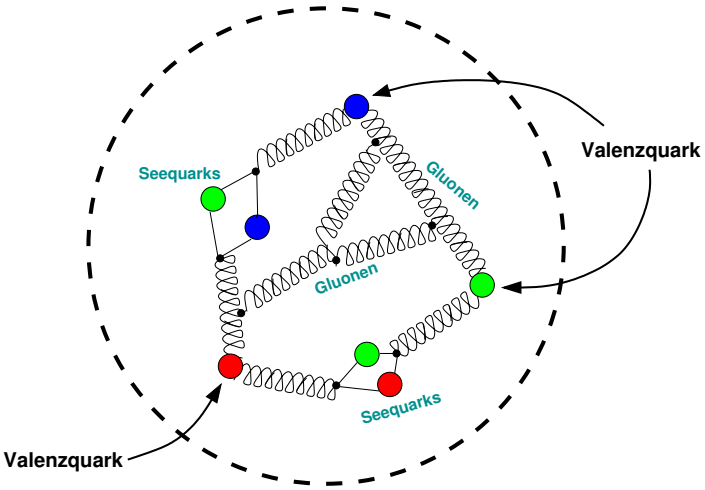


Abbildung 2.1: *Struktur des Protons bestehend aus drei Valenzquarks, welche durch die starke Wechselwirkung über virtuellen Gluonaustausch aneinander gebunden sind. Aufgrund der Heisenbergschen Unschärferelation fluktuieren Gluonen auch in Quark-Antiquark-Paare (Seequarks). Außerdem sind Selbst-Wechselwirkungen der Gluonen untereinander möglich.*

2.2 Kinematik

Die großen Strahlenergien bei HERA (Abschn. 4.1) mit $E_\mathrm{e} = 27.5$ GeV für Elektronen und $E_\mathrm{p} = 820$ GeV (920 GeV seit 1998) für Protonen erlauben problemlos die Vernachlässigung der Elektron- und Proton-Massen. Die einlaufenden Viererimpulse (Abb. 2.2) lassen sich dann wie folgt angeben, falls die positive z-Richtung entlang des Protonstrahls verläuft:

$$\begin{aligned} p_\mathrm{e} &= (E_\mathrm{e},\, p_{x_\mathrm{e}},\, p_{y_\mathrm{e}},\, p_{z_\mathrm{e}}) = (27.5,\, 0,\, 0,\, -27.5)\,\mathrm{GeV} \qquad \text{mit} \qquad E_\mathrm{e} = -p_{z_\mathrm{e}}\,, \\ p_\mathrm{p} &= (E_\mathrm{p},\, p_{x_\mathrm{p}},\, p_{y_\mathrm{p}},\, p_{z_\mathrm{p}}) = (820.0,\, 0,\, 0,\, 820.0)\,\mathrm{GeV} \qquad \text{mit} \qquad E_\mathrm{p} = p_{z_\mathrm{p}}\,. \end{aligned} \tag{2.1}$$

Die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s}$ des Elektron-Proton-Systems resultiert über $s = (p_\mathrm{e}+p_\mathrm{p})^2$ zu 300 GeV (313 GeV seit 1998) und stellt gleichzeitig die obere Massengrenze zur direkten Erzeugung neuartiger, schwerer Teilchen dar. Eine einfache Lepton-Quark-Streuung durch Austausch eines virtuellen Bosons bedeutet einen Viererimpulsübertrag zwischen Lepton und Quark. Die invariante Masse q des ausgetauschten virtuellen Bosons reicht aus, den elastischen Streuprozeß $eq \to eq$ vollständig zu beschreiben, sofern die Schwerpunktsenergie des eq-Systems festliegt. Die invariante Masse kann leicht über die Viererimpulse des ein- und auslaufenden Leptons durch

$$q^2 = (p_\mathrm{e} - p'_\mathrm{e})^2 \tag{2.2}$$

bestimmt werden. Typischerweise bedient man sich der Größe $Q^2 = -q^2 > 0$, definiert als negatives Massenquadrat des virtuellen Bosons.

Das bei der Elektron-Proton-Streuung beteiligte Quark trägt jedoch nur einen gewissen Impulsbruchteil ξ am gesamten Protonimpuls, so daß die Schwerpunktsenergie des elastischen, harten

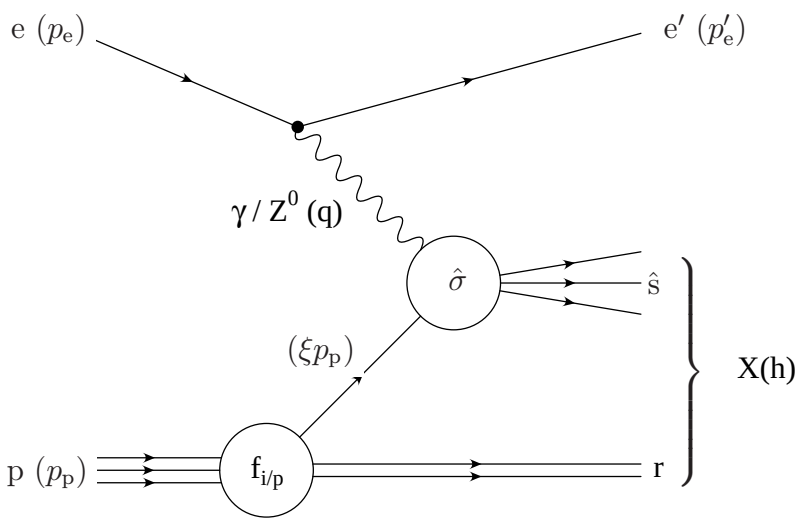


Abbildung 2.2: *Kinematische Variablen in der tief-inelastischen ep-Streuung für Neutrale Ströme (γ, Z^o)*

Streuprozesses $\hat{\sigma}$ nicht mehr unmittelbar festliegt. Folglich benötigt man zur vollständigen Beschreibung der inelastischen Elektron-Proton-Streuung insgesamt zwei lorentzinvariante Größen. Eine Möglichkeit zur Bildung einer zusätzlichen lorentzinvarianten Größe besteht innerhalb des Boson-Proton-Systems durch

$$W^2 = (q + p_\mathrm{p})^2 = p_\mathrm{p} \cdot q - Q^2 \qquad \text{mit} \qquad 0 \leq W^2 \leq s \ .$$

W entspricht der invarianten Masse des totalen hadronischen Endzustandes X, welcher den Protonenrest (*Proton Remnant*) einschließt. Eine Alternative stellen die dimensionslosen Variablen

$$y = \frac{p_\mathrm{p} \cdot q}{p_\mathrm{p} \cdot p_\mathrm{e}} \qquad 0 \leq y \leq 1 \tag{2.3}$$

$$x_\mathrm{Bj} = \frac{Q^2}{2 p_\mathrm{p} \cdot q} \qquad 0 \leq x_\mathrm{Bj} \leq 1 \tag{2.4}$$

dar. Die Variable y charakterisiert die Inelastizität der Wechselwirkung und beschreibt den relativen Energieverlust des gestreuten Elektrons im Proton-Ruhesystem. Der Variablen x_Bj, auch bekannt als Bjørkensche Skalenvariable, kommt eine einfach physikalische Bedeutung innerhalb des Partonmodells zu. Aus der quadrierten invarianten Masse des harten Streuprozesses $\hat{s} \equiv (q + \xi p_\mathrm{p})^2 = 2\,\xi\, q \cdot p_\mathrm{p} - Q^2 = (\xi / x_\mathrm{Bj} - 1)\, Q^2$ ergibt sich folgender Zusammenhang

$$\xi = \left(1 + \frac{\hat{s}}{Q^2}\right) x_\mathrm{Bj} \, . \tag{2.5}$$

Für $\hat{s} = 0$, d.h. im Falle eines einzelnen gestreuten, masselosen Partons (Abb. 2.3, links), entspricht x_Bj dem vom Quark an der harten Wechselwirkung beitragenden Impulsbruchteil ξ. Diese Interpretion gilt im Grenzfall eines Bezugssystems, in dem die Partonen als kollinearer Teilchenstrom mit vernachlässigbaren Transversalimpulsen betrachtet werden dürfen. Aufgrund der hohen Energie

der Protonen bei HERA ist diese Voraussetzung im Laborsystem in guter Näherung erfüllt. Da nur zwei kinematische Größen unabhängig sind, lassen sich die Variablenpaare ineinander überführen $(Q^2, W^2) \longleftrightarrow (x_{\mathrm{Bj}}, y)$:

$$\begin{array}{lcl} x = \dfrac{Q^2}{Q^2 + W^2} & & Q^2 = sxy \\ & \longleftrightarrow & \\ y = \dfrac{Q^2 + W^2}{s} & & W^2 = s\,(1-x)\,y \end{array} \tag{2.6}$$

Neben dem dargestellten Austausch der neutralen γ- und Z^0-Bosonen in Abbildung 2.2 können auch $W^{\pm}$-Bosonen ausgetauscht werden, so daß statt eines gestreuten Elektrons nun ein im Detektor nicht nachweisbares Neutrino im Endzustand vorliegt. Damit ist die Topologie von Ereignissen des geladenen Stroms durch fehlenden Transversalimpuls gekennzeichnet. Die obigen kinematischen Gleichungen behalten ihre volle Gültigkeit. Allerdings läßt sich die Kinematik hierfür nur über den hadronischen Endzustand bestimmen. In dieser Arbeit werden Ereignisse des geladenen Stroms nicht weiter untersucht, da ihre Messung schwieriger ist und deutlich größere systematische Unsicherheiten aufweist.

2.3 Wirkungsquerschnitt des Neutralen Stromes

Bei ausreichend kleinen Abständen bzw. genügend großen Impulsüberträgen verhalten sich die Quarks im Proton nahezu frei und der Streuprozeß läßt sich in zwei getrennte Schritte zerlegen. Zunächst geschieht die ungestörte, elastische Streuung des Elektrons an einem quasifreien Quark. Anschließend laufen die Quarks auseinander und bei Erreichen eines gewissen Abstandes beginnt die Hadronisation der farbgeladenen Partonen. Die beiden Vorgänge liegen auf deutlich verschiedenen Zeitskalen und sind damit praktisch unabhängig voneinander. Der Hadronisationsvorgang läuft bei größeren Abständen ab, so daß die Kräfte der starken Wechselwirkung für eine störungstheoretische Behandlung innerhalb der QCD zu stark werden. Für den totalen Wirkungsquerschnitt spielt die Hadronisation jedoch keine Rolle.

Dennoch ist es bisher nicht möglich, die Struktur des Protons und allgemein von Hadronen aus Ur-Prinzipien der starken Wechselwirkung unter Berücksichtigung der jeweiligen partonischen Zusammensetzung abzuleiten. Daher kann auch die tief-inelastische Lepton-Proton-Streuung nicht aus „ersten“ Prinzipien berechnet werden. Aufgrund des Faktorisierungstheorems der QCD läßt sich das Problem jedoch aufspalten. Wirkungsquerschnitte können wir danach aus einer Faltung von Partondichten $f_{i/p}$, welche die Wahrscheinlichkeitsdichte der Impulsbruchteile eines Partons vom Typ i im Proton p wiedergeben, mit dem perturbativ behandelbaren Wirkungsquerschnitt der Lepton-Parton-Streuung bestimmen. In symbolischer Schreibweise heißt das

$$\sigma_{ep} = \sum_i \left[f_{i/p} \otimes \sigma_{ei} \right] \ .$$

Die eingehenden Partondichten sind nicht analytisch berechenbar und müssen durch experimentelle Informationen bestimmt werden (vgl. Abschn. 2.3.3), gelten dann aber universell in dem Sinne,

daß sie aus einem Prozeß bestimmt, sich auf andere Prozesse übertragen lassen. Hingegen kann der elastische Lepton-Parton-Wirkungsquerschnitt störungstheoretisch berechnet werden. Eine Zusammenfassung dieses Themas wird z.B. in [2] gegeben.

2.3.1 Approximation niedrigster Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$

In niedrigster Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ bzw. im Rahmen des einfachen Quark-Parton-Modells koppeln die γ- oder Z^o-Bosonen an ein Quark oder Antiquark, welches einen Impuls $p = \xi p_{\mathrm{p}}$ innerhalb des Protons besitzt. Wie bereits erwähnt ist im Quark-Parton-Modell mit masselosen Partonen der Impulsbruchteil ξ nichts anderes als die Skalenvariable x_{Bj} (Abb. 2.3, links). Die Approximation in „führenden Logarithmen“ (*Leading Log Approximation*) führt zu evolvierenden Partondichten, d.h. aufgrund von QCD-Effekten ergibt sich eine Q^2-Abhängigkeit der Partondichten. In dieser Näherung bleibt die Callan-Cross-Relation aufgrund der Helizitätserhaltung am elektromagnetischen Vertex gültig und die Beiträge zur longitudinalen Strukturfunktion $F_L \equiv F_2 - 2xF_1$ verschwinden. Der inklusive Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma^2}{dQ^2\,dx}$ kann jetzt mittels der beiden Strukturfunktionen F_2 und F_3 ausgedrückt werden und hat dann für links- bzw. rechtshändige Elektronen ($e^-_{\mathrm{L,R}}$) die Struktur [3]

$$\frac{d^2\sigma(e^-_{\mathrm{L,R}}\, p \to e^-_{\mathrm{L,R}}\, X)}{dx\, dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{x\, Q^4}\left[Y_+\, F_2^{\mathrm{L,R}} \;+\; Y_-\; xF_3^{\mathrm{L,R}}\right] \quad \text{mit} \quad Y_\pm = 1 \pm (1-y)^2\,, \tag{2.7}$$

$$F_2^{\mathrm{L,R}}\,(x,Q^2) = \sum_q \left\{xq(x,Q^2) + x\bar{q}(x,Q^2)\right\}\left\{|V_q^{\mathrm{L,R}}(Q^2)|^2 + |A_q^{\mathrm{L,R}}(Q^2)|^2\right\}\;, \tag{2.8}$$

$$xF_3^{\mathrm{L,R}}\,(x,Q^2) = \pm 2\sum_q \left\{xq(x,Q^2) - x\bar{q}(x,Q^2)\right\}\left\{V_q^{\mathrm{L,R}}(Q^2)\, A_q^{\mathrm{L,R}}(Q^2)\right\}\;. \tag{2.9}$$

Die in F_2 und F_3 auftretenden Kopplungsfunktionen V_q und A_q haben die einfache Form:

$$V_q^{\mathrm{L}}(Q^2) = \; Q_q - (v_e + a_e) v_q\, P_Z(Q^2) \tag{2.10}$$

$$V_q^{\mathrm{R}}(Q^2) = \; Q_q - (v_e - a_e) v_q\, P_Z(Q^2) \tag{2.11}$$

$$A_q^{\mathrm{L}}(Q^2) = \quad -(v_e + a_e) a_q\, P_Z(Q^2) \tag{2.12}$$

$$A_q^{\mathrm{R}}(Q^2) = \quad -(v_e - a_e) a_q\, P_Z(Q^2) \tag{2.13}$$

Dabei definiert $P_Z(Q^2)$ den Propagator-Term aufgrund des Z^o-Austausches in der typischen Form massiver Bosonen:

$$P_Z(Q^2) = \frac{1}{\sin^2\theta_{\mathrm{w}}\cos^2\theta_{\mathrm{w}}}\,\frac{Q^2}{Q^2 + M_Z^2} \tag{2.14}$$

Die Standardmodell-Kopplungen der möglichen Fermionen $\mathcal{F} = \{e, u, d\}$ haben in dieser Notation folgendes Aussehen:

$$v_{\mathcal{F}} = \frac{1}{2}T_{3,\mathcal{F}} - Q_{\mathcal{F}}\sin^2\theta_{\mathrm{w}} \qquad\qquad a_{\mathcal{F}} = \frac{1}{2}T_{3,\mathcal{F}} \tag{2.15}$$

Die Vektor- und Axialvektorkopplungen werden ausgedrückt über die elektrischen Ladungen $Q_{\mathcal{F}}$ und die dritte Komponente des schwachen Isospins $T_{3,\mathcal{F}} = \pm\frac{1}{2}$. Der entsprechende Wirkungsquerschnitt für Positronen ergibt sich durch die Ersetzung:

$$(e^- \to e^+): \qquad F_2^{\mathrm{L,R}} \to F_2^{\mathrm{R,L}} \qquad \text{und} \qquad xF_3^{\mathrm{L,R}} \to -xF_3^{\mathrm{R,L}} \tag{2.16}$$

Beim Übergang von Elektronen zu Positronen nach dieser Ersetzungsvorschrift bleiben Kopplungen und Ladungen weiterhin für Teilchen definiert und nicht, wie man fälschlischerweise vermuten könnte, für Antiteilchen.

Bei kleinen Q^2-Werten ($Q^2 \lesssim 1\,000\ \mathrm{GeV}^2$) dominiert der reine γ-Austausch den Wirkungsquerschnitt. Die Beiträge durch zusätzlichen Z^o-Austausch sowie durch γ-Z^o-Interferenz sind stark unterdrückt, daß bedeutet $V_q \approx Q_q$ und $A_q \approx 0$. Die Strukturfunktion F_2 beschreibt dann im wesentlichen den reinen γ-Austausch und reicht für gewöhnlich zur genauen Beschreibung aus. Bei HERA sind jedoch auch deutlich höhere Q^2-Werte möglich ($Q^2 > 10\,000\,\mathrm{GeV}$). Folglich werden die elektroschwachen Beiträge durch den Propagator-Term (2.14) für zunehmendes Q^2 immer wichtiger. F_3 beschreibt dabei den paritätsverletzenden Anteil der schwachen Wechselwirkung an der Streuamplitude und verhält sich proportional zu den Differenzen von Quark zu Antiquark der verschiedenen *Flavours*.

Der Wirkungsquerschnitt (2.7) ist getrennt notiert für rechtshändige und linkshändige Elektronen. Bei unpolarisiertem oder teilweise polarisiertem Strahl müssen die Anteile der beiden Wirkungsquerschnitte entsprechend gewichtet werden. Sei $\rho \in [-1, 1]$ der Polarisationsgrad, dann erhalten wir den endgültigen Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d^2\sigma(e^{\pm}_{\mathrm{pol}})}{dx\,dQ^2} = \frac{1}{2}(1-\rho)\frac{d^2\sigma(e^{\pm}_{\mathrm{L}})}{dx\,dQ^2} + \frac{1}{2}(1+\rho)\frac{d^2\sigma(e^{\pm}_{\mathrm{R}})}{dx\,dQ^2}\ . \tag{2.17}$$

Der Übergang zum Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$, wie er im Rahmen dieser Analyse benötigt wird, macht eine triviale Integration über x innerhalb des zugelassenen Phasenraumes erforderlich:

$$\left.\frac{d\sigma}{dQ^2}\right|_{Q_0^2} = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \left.\frac{d^2\sigma(e^{\pm}p)}{dx\,dQ^2}\right|_{Q_0^2} dx\,. \tag{2.18}$$

2.3.2 Korrekturen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$

Bei Berücksichtigung von Effekten der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$, d.h. virtuelle QCD-Korrekturen der Quarklinie (Abb. 2.3, rechts) sowie Korrekturen durch die Prozesse der Gluon-Abstrahlung (QCD-Compton) und Boson-Gluon-Fusion, modifiziert sich der Wirkungsquerschnitt. Darüber hinaus ergeben sich Beiträge durch die mögliche Produktion schwerer Quarks (*Heavy Flavour*) über die BGF-Prozesse. Wir vernachlässigen in allen weiteren Betrachtungen relevante Quarkmasseneffekte, also die Beiträge durch HF-Produktion. Die Modifikationen resultieren dann zum einen in nicht verschwindenden Beiträgen zur longitudinalen Strukturfunktion F_L und zum anderen in einer notwendigen Renormierung der Partondichtefunktionen durch ein festzulegendes Renormierungsschema, um die ansonsten auftretenden Massensingularitäten zu vermeiden. Alle Massensingularitäten lassen sich vom perturbativen partonischen Wirkungsquerschnitt separieren und in den Partondichteverteilungen absorbieren, d.h. die Partondichten sind in einem bestimmten Renormierungsschema

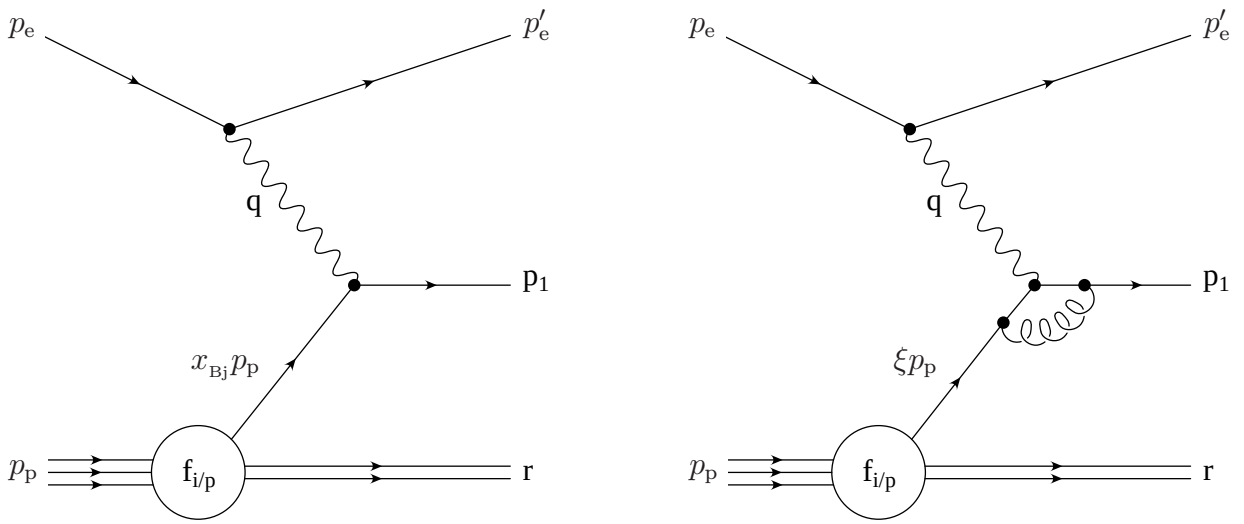


Abbildung 2.3: *Feynman-Graph niedrigster Ordnung im Quark-Parton-Modell (links) und Beispiel einer virtuellen Korrektur (rechts)*

anzugeben. Im Vergleich zur *Leading Log*-Approximation (Abschn. 2.3.1) werden die Korrekturberechnungen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ entsprechend in der *Next to Leading Log*-Approximation durchgeführt. Damit ergibt sich der inklusive Wirkungsquerschnitt [3]

$$\frac{d^2\sigma(e^-_{\mathrm{L,R}})}{dx\,dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{x\,Q^4}\{Y_+\,F_2^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{NLL}] + Y_-\,xF_3^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{NLL}] - y^2F_L[\mathrm{NLL}]\}\ . \tag{2.19}$$

Die Abhängigkeiten der Strukturfunktionen von x und Q^2 sind hier nicht mehr explizit angegeben. Dafür müssen nun die einzelnen Ausdrücke für LL- und NNL-Approximation unterschieden werden. In der NNL-Approximation erhalten die Strukturfunktionen die Gestalt

$$F_2^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{NLL}] = F_2^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{LL}] + \frac{\alpha_s}{2\pi}\ F_2^{\mathrm{L,R}}[\alpha_s]\ , \tag{2.20}$$

$$xF_3^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{NLL}] = xF_3^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{LL}] + \frac{\alpha_s}{2\pi}xF_3^{\mathrm{L,R}}[\alpha_s]\ , \tag{2.21}$$

$$F_L^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{NLL}] = \frac{\alpha_s}{2\pi}\ F_L^{\mathrm{L,R}}[\alpha_s]\ . \tag{2.22}$$

Die LL-Terme repräsentieren die bereits bekannten Strukturfunktionen der *Leading Log*-Approximation (2.8) und (2.9), jedoch sind die Partondichten der LL-Approximation ($q_{\mathrm{LL}}, \bar{q}_{\mathrm{LL}}$) durch die renormierten Partondichtefunktionen ($q_{\mathrm{LL}}, \bar{q}_{\mathrm{LL}} \to q_{\mathrm{NLL}}, \bar{q}_{\mathrm{NLL}}$) eines festen Schemas zu ersetzen. Die $[\alpha_s]$-Terme hängen nun von dem gewählten Renormierungsschema ab und beinhalten die masselosen $\mathcal{O}(\alpha_s)$-Korrekturen. Die beiden gebräuchlichen Schemata sind das $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema und das DIS-Schema. Am zweckmäßigsten für diese Analyse erweist sich das DIS-Schema, welches so konzipiert ist, daß der Term $F_2[\alpha_s]$ in (2.20) verschwindet. Im DIS-Schema (NLL $\equiv$ DIS) lassen sich die einzelnen Strukturfunktionen vergleichsweise einfach angeben ($T_R = 1/2$ und $C_F = 4/3$) [3]:

$$F_2^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{DIS}] = \sum_q \{xq_{\mathrm{DIS}} + x\bar{q}_{\mathrm{DIS}}\} \left\{|V_q^{\mathrm{L,R}}|^2 + |A_q^{\mathrm{L,R}}|^2\right\} \tag{2.23}$$

$$\begin{aligned} F_3^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{DIS}] &= \pm\, 2 \sum_q \{q_{\mathrm{DIS}} - \bar{q}_{\mathrm{DIS}}\} \left\{V_q^{\mathrm{L,R}}\, A_q^{\mathrm{L,R}}\right\} \\ &\quad \mp \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_q \left\{V_q^{\mathrm{L,R}}\, A_q^{\mathrm{L,R}}\right\} \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} \left[q_{\mathrm{DIS}}(\frac{x}{x_p}, Q^2) - \bar{q}_{\mathrm{DIS}}(\frac{x}{x_p}, Q^2)\right] C_F\,(1 + x_p) \end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned} F_L^{\mathrm{L,R}}[\mathrm{DIS}] =& x\frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_q \left\{|V_q^{\mathrm{L,R}}(Q^2)|^2 + |A_q^{\mathrm{L,R}}(Q^2)|^2\right\} \\ & \int_x^1 \frac{dx_p}{x_p} \left\{ \left[q_{\mathrm{DIS}}(\frac{x}{x_p}, Q^2) - \bar{q}_{\mathrm{DIS}}(\frac{x}{x_p}, Q^2)\right] C_F 2x_p + g(\frac{x}{x_p}, Q^2) T_R 8 x_p (1 - x_p) \right\} \end{aligned} \tag{2.25}$$

F_L vereinfacht sich für den Fall des reinen Photonaustausches und wird für links- und rechtshändige Elektronen gleich [3, 4]

$$\begin{aligned} F_L = \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \int_x^1 \frac{d\eta}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^2 \Bigg\{ & x \sum_q Q_q^2 \left(q(\eta, Q^2) + \bar{q}(\eta, Q^2)\right) + \\ & \left(\sum_q Q_q^2\right) \frac{4T_R}{C_F} \left(1 - \frac{x}{\eta}\right) \eta g(\eta, Q^2) \Bigg\} \,. \end{aligned} \tag{2.26}$$

2.3.3 Partondichten

Die Partondichten des Protons müssen aus Meßdaten extrahiert werden. Die einzige Bedingung an die Partondichten aufgrund farbdynamischer Effekte resultiert aus den Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Paresi-Evolutionsgleichungen [5, 6]. Sind die Partondichten als Funktion von x für eine zu wählende Referenzskala $\mu_{f,0}$ bestimmt, so liegen die Partondichten bei einer anderen Skala μ_f aufgrund der DGLAP-Gleichung fest. Typischerweise werden die Partondichten aus einer größeren Anzahl verschiedener Experimente und Meßdatensätze bestimmt, welche jeweils unterschiedliche Sensitivitäten auf einzelne Partonsorten oder Linearkombinationen davon haben. Die Partondichten werden in geeigneter Weise parametrisiert und die freien Parameter an die ausgewählten Meßdaten unter Berücksichtigung der experimentellen Unsicherheiten angepaßt. Die einzelnen Sätze von Partondichten unterscheiden sich z.T. in den zugrundegelegten Parametrisierungsfunktionen, der Auswahl der experimentellen Informationen sowie den erforderlichen zusätzlichen Annahmen, um die Partondichten eindeutig festlegen zu können. Die auftretenden Unterschiede verursachen zwangsläufig verschiedene Standardmodell-Vorhersagen der Wirkungsquerschnitte.

In der vorliegenden Arbeit wurden die Parametrisierungen von CTEQ (CTEQ5D [7]) sowie der Gruppen MRST (MRST 99 [8]) und GRV (GRV 94 [9]) verwendet, welche das existierende Spektrum unterschiedlicher Parametrisierungen abdeckt. Im Falle von GRV greifen wir auf ältere Partondichten zurück, da für die neuesten GRV-Partondichten (GRV 98 [10]) die Parametrisierungen der schweren Quarks nicht enthalten sind. Alle drei verwendeten Partondichte-Sätze ergeben sehr ähnliche Vorhersagen bezüglich des inklusiven Wirkungsquerschnitts (Abb. 7.2). Dargestellt

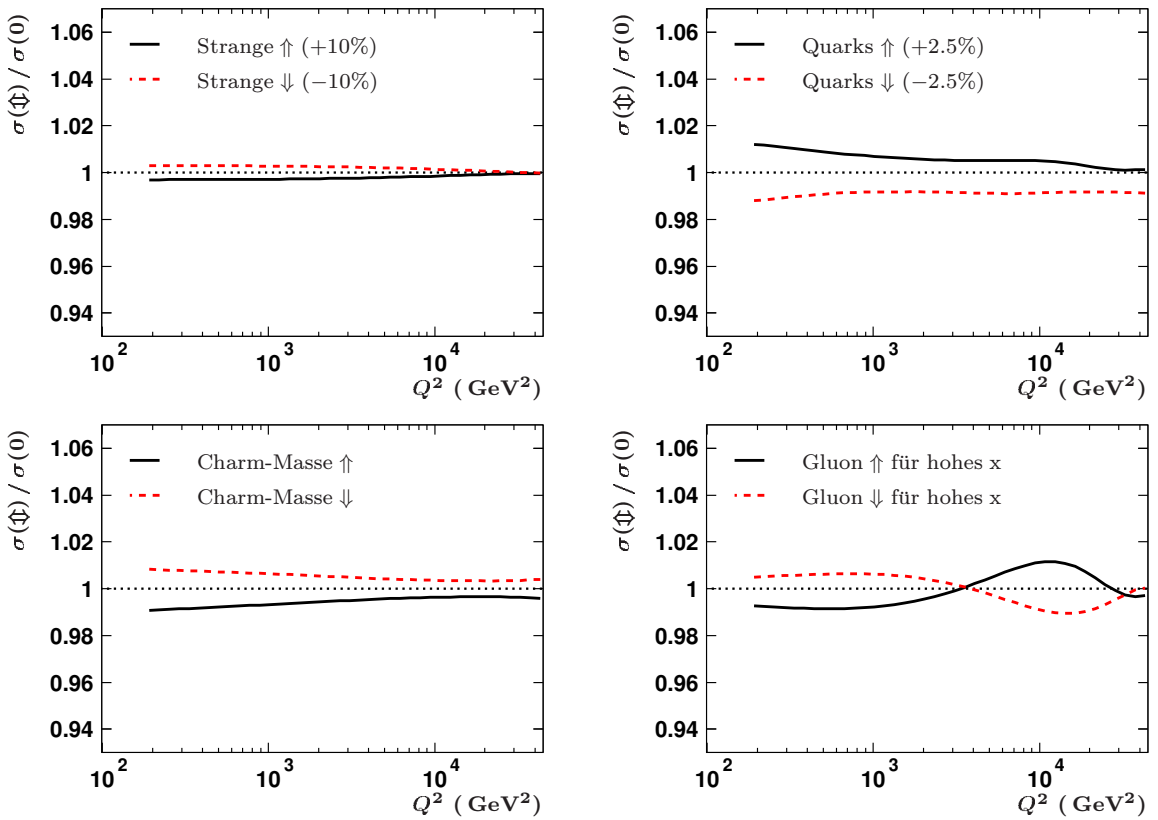


Abbildung 2.4: *Relative Änderung des inklusiven Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dQ^2$ in Abhängigkeit von Q^2 aufgrund verschiedener MRST 99-Partondichten [8], welche sich durch Variation einzelner Parameter unterscheiden*

sind die im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dQ^2$ (Abschn. 5.2) im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung, welche auf Grundlage der drei genannten Partondichte-Parametrisierungen berechnet wurde. Die beobachtbaren Abweichungen der einzelnen Vorhersagen beschränken sich im wesentlichen auf die absolute Normierung, während die Q^2-Abhängigkeit der drei Wirkungsquerschnitt-Vorhersagen zwar nahezu identisch ist. Die beste Datenbeschreibung erhalten wir von CTEQ5D, während MRST 99 und GRV 94 nahezu identische Vorhersagen liefern, aber in der Normierung ca. 4-5% von CTEQ5D abweichen.

Neben den Unsicherheiten aufgrund der Existenz verschiedener Partondichten ergeben sich weitere Unsicherheiten durch statistische und systematische Fehler der eingehenden Meßdaten. Die Abbildungen 2.4 und 7.1 zeigen resultierende relative Änderungen im Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ auf der Grundlage von Studien der MRST-Gruppe [8] für eine Reihe gezielter Parametervariationen, welche experimentelle Unsicherheiten reflektieren und sich auf die erhaltenen Partondichten auswirken. Die größten Variationen ergeben sich aus der experimentellen Unsicherheit der Kopplungskonstanten der starken Wechselwirkung (Abb. 7.1). Diese Unsicherheit werden wir in den später vorgestellten χ^2-Tests als Quelle korrelierter Fehler behandeln (vgl. Abschn. 7.1). Alle übrigen Variationen (Abb. 2.4) zeigen nur einen geringen Einfluß auf den Verlauf des Q^2-Spektrums und verursachen im wesentlichen nur Änderungen der absoluten Normierung.

3

Physik jenseits des Standardmodells

„... Mit einem Modell ist ein mathematisches Konstrukt gemeint, das unter Zusatz bestimmter sprachlicher Interpretationen Phänomene der Beobachtungswelt beschreibt. Die Berechtigung eines solchen mathematischen Konstrukts beruht einzig und alleine auf der Hoffnung, daß es funktioniert."

John von Neumann

Das Hauptaugenmerk bei HERA richtet sich auf die genaue Bestimmung der Struktur des Protons. Insbesondere die Strukturfunktionen bzw. die partonische Zusammensetzung des Protons sind von großer Bedeutung nicht zuletzt auch für den zukünftigen, in der Projektierung befindlichen *Large Hadron Collider*. Eine zentrale Stellung kommt hier der Vermessung der inklusiven Wirkungsquerschnitte bis hin zu den höchsten erreichbaren Impulsüberträgen zu. Das StandardModell (SM) läßt sich dadurch in kinematischen Bereichen überprüfen, in denen sich auch neuartige Phänomene zeigen könnten. Signifikante Abweichungen des Wirkungsquerschnitts der Reaktionen $e^{\pm}p \rightarrow e^{\pm}X$ vom Standardmodell könnten Indizien für bislang unentdeckte physikalische Phänomene liefern. So testen die Ereignisse mit den höchsten Impulsüberträgen gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation $\Delta p\,\Delta x \gtrsim \hbar$ räumliche Strukturen mit einer Ortsauflösung [11]

$$\Delta x \approx \frac{\hbar c}{\sqrt{Q^2}} \qquad \text{mit} \qquad \hbar c \approx 200\,\text{MeV fm}\ . \tag{3.1}$$

Beispielsweise liegt das am H1-Experiment gemessene Ereignis des Neutralen Stromes mit dem bisher höchsten beobachteten Impulsübetrag bei $Q^2 \approx 55\,000\,\text{GeV}^2$ (Abb. 3.1). Dies entspricht einer Ortsauflösung in der Größenordnung von $\Delta x \approx 8.5 \cdot 10^{-19}$ m.

Es existiert eine Fülle physikalischer Szenarien zur Erweiterung des Standardmodells, motiviert durch fundamentale Fragen, welche das Standardmodell in seiner jetzigen Form unbeantwortet läßt (vgl. Kap. 1). Das Spektrum der Erweiterungen reicht von Leptoquarks, über Substrukturen der Leptonen und Quarks (*Compositeness*), neuen supersymmetrischen Teilchen bis hin zu zusätzlichen gefalteten, räumlichen Dimensionen, deren Entdeckung unser Verständnis über die Gravitation revolutionieren würde.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit soll es daher sein, aus den am H1-Experiment gemessenen inklusiven Wirkungsquerschnitten $d\sigma/dQ^2$ Rückschlüsse auf die (Nicht)-Existenz von „Physik jenseits des Standardmodells" zu ziehen. In diesem Zusammenhang sollen denkbare Szenarien der Kontakt-Wechselwirkungen (*Contact Interactions*) und ein Modell über Große Extra-Dimensionen (*Large Extra Dimensions*), ebenso wie die Möglichkeit eines endlichen Quarkradius untersucht werden.

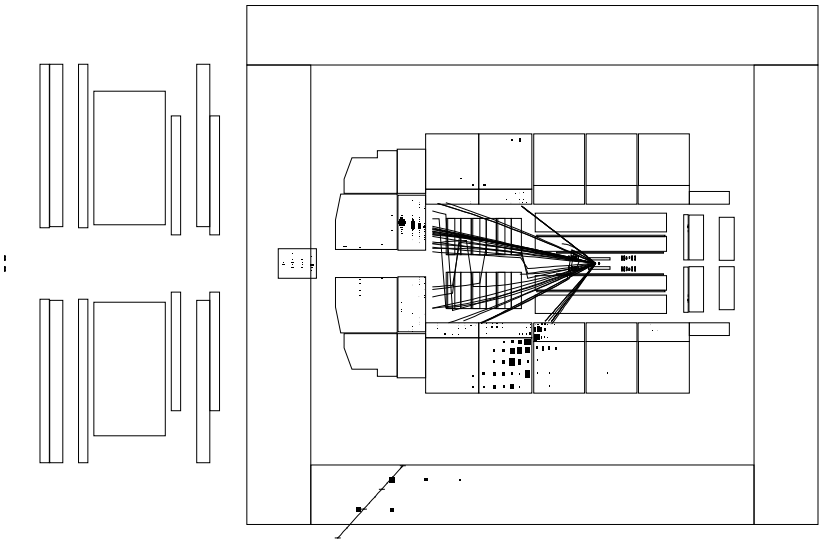


Abbildung 3.1: *Ereignis mit dem bislang höchsten beobachteten Q^2-Wert von $55\,000\,\mathrm{GeV}^2$; der gemessene Jet enthält ein niederenergetisches μ.*

3.1 Formfaktoren und Quarkradius

Das Standardmodell geht von punktförmigen Fermionen aus, die weder eine Substruktur noch eine räumliche Ausdehnung besitzen. Für den Fall der Nicht-Punktförmigkeit von Leptonen und/oder Quarks wären folglich Abweichungen des inklusiven Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dQ^2$ von den Vorhersagen des Standardmodells zu erwarten. Die einfachste Möglichkeit, solche Abweichungen zu parametrisieren, besteht durch die Einführung eines „klassischen“ Formfaktors f, welcher eine Reduzierung des Wirkungsquerschnitts in Abhängigkeit der Abstandsskala beschreibt. Bei immer höherer Ortsauflösung resp. quadriertem Impulsübertrag Q^2, werden nur noch Teile des „Kraftzentrums“ an der Wechselwirkung beteiligt sein, so daß sich die Stärke der Wechselwirkung entsprechend verringert. Wir folgen der Parametrisierung [12], d.h.

$$f(Q^2) = 1 - \frac{1}{6}\langle r^2\rangle Q^2 \,, \tag{3.2}$$

$$\frac{d\sigma}{dQ^2} = \frac{d\sigma^{\mathrm{SM}}}{dQ^2}\, f_{\mathrm{e}}^2(Q^2)\, f_{\mathrm{q}}^2(Q^2) \,, \tag{3.3}$$

mit Formfaktoren für Elektronen und Quarks, während die γ- und Z^o-Eichbosonen hier weiterhin als punktförmig angenommen werden. Der Teilchenradius R definiert sich über das zweite Moment der räumlichen Verteilung der elektroschwachen Ladung durch die Beziehung $R = \sqrt{\langle r^2\rangle}$. Für den Grenzfall $R \to 0$ ergeben sich wieder die Wirkungsquerschnitte des Standardmodells.

In Abschnitt 7.3.1 wollen wir aus den gemessenen Wirkungsquerschnitten eine obere Ausschlußgrenze auf den Quarkradius R_q geben, wobei von der Punktförmigkeit des Elektrons ausgegangen wird, d.h. $f_{\mathrm{e}} \equiv 1$. Dies ist gerechtfertigt, da die Punktförmigkeit der Elektronen in e^+e^-- und $(g-2)_{\mathrm{e}}$-Experimenten [13] bis zu extrem kleinen Abständen $R_e \lesssim 2 \cdot 10^{-21}$ cm, unterhalb der erreichbaren Sensitivität bei HERA, überprüft wurde. Die bestehenden Limits sind allerdings z.T. modellabhängig [12].

3.2 Kontakt-Wechselwirkungen

3.2.1 Grundlagen

Bei der Suche nach neuen physikalischen Effekten jenseits des Standardmodells lassen sich für gewöhnlich zwei Strategien verfolgen. Einerseits besteht die Möglichkeit, bei der direkten Suche neuartige Resonanzen zu entdecken; im Falle eines Zwei-Körper-Zerfalls beispielsweise läßt sich aus den gemessenen Zerfallsprodukten die invariante Masse des Anfangszustandes ermitteln, und das resultierende Massenspektrum weist eine charakteristische Resonanzkurve auf. Konkret könnten zum Beispiel in der Elektron-Quark-Streuung unmittelbar Leptoquarks erzeugt werden, deren Masse M_{LQ} sich aus dem Endzustand des Elektron-Quark-Systems rekonstruieren ließe. Die direkte Suche bleibt allerdings auf Massenbereiche unterhalb der zur Verfügung stehenden Schwerpunktsenergie beschränkt, da die neuen Teilchenzustände zunächst reell im s-Kanal erzeugt werden müssen.

Ein wesentlich größerer kinematischer Bereich hingegen läßt sich durch die Untersuchung möglicher Effekte aufgrund des virtuellen Austausches neuer, schwerer Teilchen oder zusammengesetzter Objekte erfassen. Für Teilchenmassen $\Lambda_{\mathrm{x}} \gg \sqrt{s}$ lassen sich die indirekten Effekte als Kontakt-Wechselwirkungen (*Contact Interaction*), d.h. punktförmige Vier-Fermion-Wechselwirkungen, beschreiben. Die auftretenden Feynman-Graphen im Rahmen einer vollständigen, renormierbaren Theorie mit den dazugehörigen Propagator-Termen kontrahieren in der nicht mehr renormierbaren Niederenergie-Approximation zu einer punktförmigen Wechselwirkung, die alleine durch eine effektive Kopplung $g_{\mathrm{x}}^2/\Lambda_{\mathrm{x}}^2$ bestimmt wird (Abb. 3.2). Dieser Formalismus geht bereits auf Fermi zurück und wurde von ihm ursprünglich zur Beschreibung des Betazerfalls eingesetzt [14]. Neben Leptoquarks oder einer weiteren Generation schwerer Vektorbosonen (Z') kann auch der Austausch gemeinsamer Konstituenten zwischen Quarks und Leptonen in sogenannten *Compositeness*-Szenarien mathematisch behandelt werden [15]. Die Hinzufügung allgemeiner Kontakt-Wechselwirkungsterme

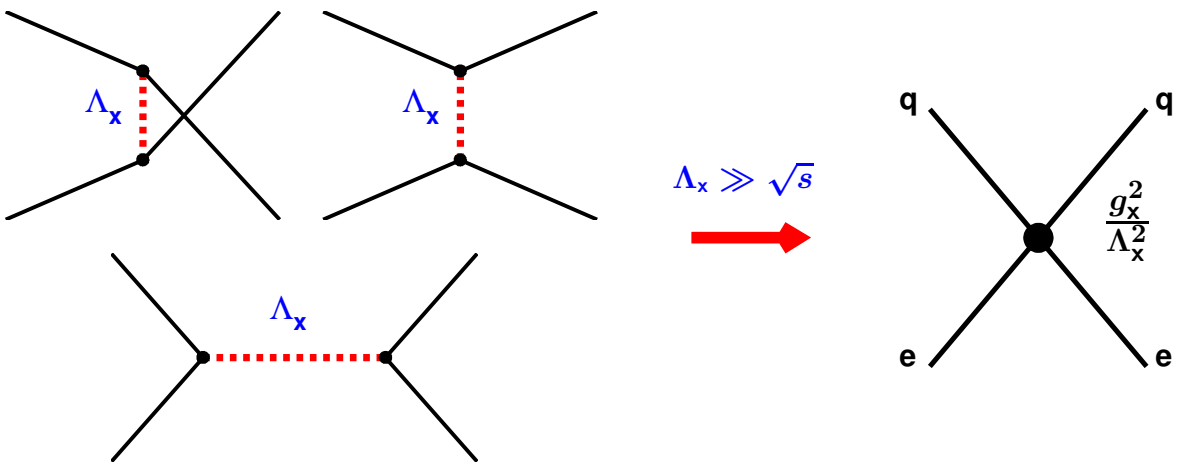


Abbildung 3.2: *Die Feynman-Graphen (s-, t-, u-Kanal) einer vollständigen, renormierbaren Theorie mit neuartigen, schweren Bosonen kontrahieren in der Niederenergie-Approximation, d.h. $\Lambda_{\mathrm{x}} \gg \sqrt{s}$, zu einer punktförmigen Vier-Fermion-Wechselwirkung mit effektiver Kopplung $g_{\mathrm{x}}^2/\Lambda_{\mathrm{x}}^2$.*

zur Lagrangedichte des Standardmodells $\mathcal{L}_{\mathrm{SM}}$

$$\mathcal{L}^{\mathrm{NC}} \;=\; \mathcal{L}^{\mathrm{NC}}_{\mathrm{SM}} + \mathcal{L}^{\mathrm{NC}}_{\mathrm{CI}} \tag{3.4}$$

ermöglicht eine modellunabhängige Beschreibung der genannten Szenarien [15, 16, 17, 18, 19, 20], wobei wir hier nur an den Implikationen für die Neutralen Ströme (*Neutral Currents*) interessiert sind. Die Lagrangedichte der Kontaktterme spaltet sich aufgrund der möglichen Spinor-Anordnungen, d.h. skalare ($\overline{\Psi}_a\Psi_b$), vektorielle ($\overline{\Psi}_a\gamma^\mu\Psi_b$) und tensorielle ($\overline{\Psi}_a\sigma^{\mu\nu}\Psi_b$) Bilineare Kovarianten entsprechend in drei unabhängige Beiträge auf

$$\mathcal{L}^{\mathrm{NC}}_{\mathrm{CI}} \;=\; \mathcal{L}^{\mathrm{Skalar}}_{\mathrm{CI}} + \mathcal{L}^{\mathrm{Vektor}}_{\mathrm{CI}} + \mathcal{L}^{\mathrm{Tensor}}_{\mathrm{CI}} \;. \tag{3.5}$$

Skalare und tensorielle Kontakt-Wechselwirkungsterme werden nicht weiter berücksichtigt, da diese aufgrund ihrer Struktur, wie z.B. für $(\bar{e}_{\mathrm{L}}e_{\mathrm{R}})(\bar{q}_{\mathrm{L}}q_{\mathrm{R}})$, helizitätswechselnde Kopplungen (*Helicity Flip Couplings*) beinhalten, welche proportional zur jeweiligen Fermionmasse und damit bei HERA stark unterdrückt sind. Auf diese Beiträge existieren bereits starke Ausschlußgrenzen durch Niederenergie-Experimente zur Messung helizitätsunterdrückter, seltener Zerfälle [15, 21, 22].

Unter der Annahme, daß die im Standardmodell gültige $SU(3)_C \times U(1)_{\mathrm{em}}$-Symmetrie auch für die neuen Austauschteilchen erfüllt ist, ergibt sich für die verbleibenden Vektorströme aus den chiralen Projektionen (e_a, $\bar{e}_a$, q_b, $\bar{q}_b$) der Elektron- und Quark-Spinoren folgende Struktur der Lagrangedichte [15]:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}^{\mathrm{Vektor}}_{\mathrm{CI}} = \sum_q [\, &\eta^q_{\mathrm{LL}}(\bar{e}_{\mathrm{L}}\gamma_\mu e_{\mathrm{L}})(\bar{q}_{\mathrm{L}}\gamma^\mu q_{\mathrm{L}}) + \eta^q_{\mathrm{LR}}(\bar{e}_{\mathrm{L}}\gamma_\mu e_{\mathrm{L}})(\bar{q}_{\mathrm{R}}\gamma^\mu q_{\mathrm{R}}) \\ &+ \eta^q_{\mathrm{RL}}(\bar{e}_{\mathrm{R}}\gamma_\mu e_{\mathrm{R}})(\bar{q}_{\mathrm{L}}\gamma^\mu q_{\mathrm{L}}) + \eta^q_{\mathrm{RR}}(\bar{e}_{\mathrm{R}}\gamma_\mu e_{\mathrm{R}})(\bar{q}_{\mathrm{R}}\gamma^\mu q_{\mathrm{R}})\,] \,.\end{aligned} \tag{3.6}$$

Die Lagrangedichte enthält vier unabhängige Koeffizienten der effektiven Kopplungen für jeden beteiligten Quark*flavour* q der Form

$$\eta^q_{ab} \equiv\; \epsilon^q_{ab}\,\frac{g^2}{\Lambda^{q\;2}_{ab}} \;, \tag{3.7}$$

wobei $a, b \in \{\mathrm{L}, \mathrm{R}\}$ die Helizitäten der beteiligten Fermionen definieren, und g die globale Kopplungsstärke sowie Λ^q_{ab} die relevante effektive Skala festlegen. Der Vorfaktor ϵ^q_{ab} bestimmt durch sein Vorzeichen das jeweilige Interferenzverhalten bezüglich der Standardmodell-Amplituden des γ- resp. Z^o-Austausches und wird typischerweise zu $\epsilon^q_{ab} = \pm 1$ gesetzt.

In Abschnitt 2.3.1 sind die Formeln (2.7)–(2.18) zur Berechnung der Standardmodell-Wirkungsquerschnitte des Neutralen Stromes in niedrigster Ordnung angegeben. Von diesen Formeln ausgehend erfolgt die Berücksichtigung der zusätzlichen Kontaktterme dann formal ausschließlich durch die Modifikation der Kopplungsfunktionen (2.10)-(2.13), welche nun zusätzliche Terme mit den effektiven Kopplungen enthalten:

$$V_q^{\mathrm{L}}(Q^2) = Q_q - (v_e + a_e)\, v_q\, P_Z(Q^2) + \frac{Q^2}{2\alpha}\left(\eta^q_{\mathrm{LL}} + \eta^q_{\mathrm{LR}}\right) \tag{3.8}$$

$$V_q^{\mathrm{R}}(Q^2) = Q_q - (v_e - a_e)\, v_q\, P_Z(Q^2) + \frac{Q^2}{2\alpha}\left(\eta^q_{\mathrm{RL}} + \eta^q_{\mathrm{RR}}\right) \tag{3.9}$$

$$A_q^{\mathrm{L}}(Q^2) = -(v_e + a_e)\, a_q\, P_Z(Q^2) + \frac{Q^2}{2\alpha}\left(\eta^q_{\mathrm{LL}} - \eta^q_{\mathrm{LR}}\right) \tag{3.10}$$

$$A_q^{\mathrm{R}}(Q^2) = -(v_e - a_e)\, a_q\, P_Z(Q^2) + \frac{Q^2}{2\alpha}\left(\eta^q_{\mathrm{RL}} - \eta^q_{\mathrm{RR}}\right) \tag{3.11}$$

Alle übrigen Gleichungen bleiben zur Berechnung der Effekte von Kontakt-Wechselwirkungen unverändert gültig und wir erhalten den modifizierten Wirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der neuen Kopplungskoeffizienten η^q_{ab}, welcher im Grenzfall $\eta \to 0$ bzw. $\Lambda \to \infty$ wieder in den Wirkungsquerschnitt des Standardmodells übergeht. Eine Schwierigkeit besteht darin, daß die Standardmodell-Wirkungsquerschnitte der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ (Abschn. 2.3.2) präziser und den Rechnungen niedrigster Ordnung somit vorzuziehen sind, während die Berechnungen der Kontakt-Wechselwirkungen nur in niedrigster Ordnung durchgeführt werden können. Durch die fehlende Renormierbarkeit der effektiven Theorie sind keine definierten Berechnungen in höheren Ordnungen möglich. Die Kontaktterme liefern daher Beiträge zu den Strukturfunktionen F_2 und xF_3, nicht aber zur longitudinalen Strukturfunktion $F_L = F_2 - 2xF_1$, welche in niedrigster Ordnung vernachlässigt wird. Die inhärenten Unterschiede zwischen LO-Kontakttermen und NLO-Standardmodell-Wirkungsquerschnitten fallen am geringsten aus, wenn wir für die Berechnungen der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ das DIS-Renormierungsschema verwenden. Die NLO-Ausdrücke bleiben gegenüber den LO-Ausdrücken für F_2 unverändert und lediglich für xF_3 erfolgt eine geringfügige Korrektur durch den Term $F_3^{\mathrm{L,R}}[\alpha_s]$ in (2.21). Alle Berechnungen der Kontakt-Wechselwirkungs-Szenarien werden daher mit den Formeln (2.19)–(2.25) durchgeführt, d.h. bezüglich der Ordnung $\mathcal{O}(\alpha_s)$ im DIS-Schema mit den zugehörigen Partondichten. Jedoch verwenden wir die Kopplungsfunktionen (3.8)–(3.11), welche um die Kontaktterme erweitert wurden. Die Berücksichtigung der F_L-Beiträge zum totalen Wirkungsquerschnitt ($\mathcal{O}(1\%)$) erfolgt durch eine entsprechende Korrektur der experimentellen Wirkungsquerschnitte.

Bei HERA sind die Beiträge der zweiten und dritten Quark-Generation zu den Wirkungsquerschnitten durch den Protoninhalt und der damit verbundenen, gemessenen Partondichten deutlich unterdrückt. Die größten Beiträge resultieren aus den u- und d-Valenzquark-Verteilungen, während die Anteile aller Seequarks, und damit die Anteile der *Flavours* s, c und b, vergleichsweise gering sind. In allen Berechnungen bezüglich der Kontakt-Wechselwirkungs-Szenarien nehmen wir Quark-*Flavour*-Symmetrie für alle Helizitätskombinationen an, d.h.

$$\eta^d_{ab} = \eta^s_{ab} = \eta^b_{ab} \qquad \text{und} \qquad \eta^u_{ab} = \eta^c_{ab} \tag{3.12}$$

für alle $a, b \in \{\mathrm{L}, \mathrm{R}\}$. Diese Annahme hat auf die später angegebenen Auschlußgrenzen nur geringen Einfluß. Ähnliches Überlegungen gelten für Kontakt-Wechselwirkungs-Limits aus Lepton-Paarproduktion der TEVATRON-Experimente, welche ebenfalls wesentlich von den Partonverteilungen im Proton abhängen. Im Gegensatz dazu sind die LEP-Limits aus Reaktionen ($e^+e^- \to q\bar{q}$) stark von den getroffenen Annahmen über mögliche Quark-*Flavour*-Symmetrien abhängig und bei

Vergleichen ggf. zu beachten. Beiträge des *Top*-Quarks sind aufgrund ihrer hohen Masse bei HERA nahezu vollständig unterdrückt und daher vernachlässigbar. Durch die vorausgesetzte Quark-*Flavour*-Symmetrie enthält (3.6) insgesamt noch acht unabhängige Koeffizienten effektiver Kopplungen (3.7), was zunächst zu einer großen Anzahl möglicher Kontakt-Wechselwirkungs-Szenarien führt. Wir wollen uns auf relativ wenige Szenarien der *Compositeness*-Modelle beschränken (Abschn. 3.2.2), ohne jedoch wesentliche Informationen einzubüßen.

3.2.2 Compositeness

In *Compositeness*-Szenarien werden Quarks und Leptonen nicht mehr als strukturlos angesehen. Vielmehr handelt es sich um zusammengesetzte Objekte (*Composite Objects*), welche sich aus neuartigen Grundkonstituenten aufbauen. Neue Wechselwirkungen zwischen Quarks und Leptonen könnten dann durch den Austausch gemeinsamer Konstituenten erfolgen (Abb. 3.3), dessen Effekte sich durch den Formalismus der Kontakt-Wechselwirkungen analysieren lassen [16, 17].

Aufgrund der Bedingungen (3.12) verbleiben zunächst acht unabhängige effektive Kopplungen, d.h. jeweils vier für u- bzw. d-artige Quarks. Wir nehmen ferner an, daß nur eine einzige relevante Skala Λ für alle Kopplungen existiert. Folgen wir außerdem der für *Compositeness*-Modelle gebräuchlichen Konvention $g^2 = 4\pi$, so vereinfachen sich die effektiven Kopplungen (3.7) zunächst zu

$$\eta^q_{ab} = \epsilon^q_{ab} \frac{g^2}{\Lambda^2} = \epsilon^q_{ab} \frac{4\pi}{\Lambda^2} \tag{3.13}$$

und Λ ist identisch für alle Kopplungen. Durch Festlegung der Koeffizienten $\epsilon^q_{ab} \in \{0, \pm 1\}$ lassen sich dann unterschiedliche chirale Strukturen mit der Skala Λ als einzig freiem Parameter untersuchen. Aus der Vielzahl möglicher chiraler Kombinationen greifen wir die folgenden Modelle heraus:

- reine chirale Kopplungen (LL, LR, RL, RR)
- Vektor-Kopplungen (VV, AA, VA)
- chirale Mischungen (LL+RR, LR+RL)

Tabelle 3.1 zeigt für die verschiedenen Modelle die zugeordneten Koeffizienten ϵ^q_{ab}. Dabei kennzeichnet das Vorzeichen einer chiralen Struktur (z.B. VV^+) das jeweilige Interferenzverhalten. Der Übergang zum entgegengesetzten Interferenzverhalten innerhalb einer chiralen Struktur erfolgt durch

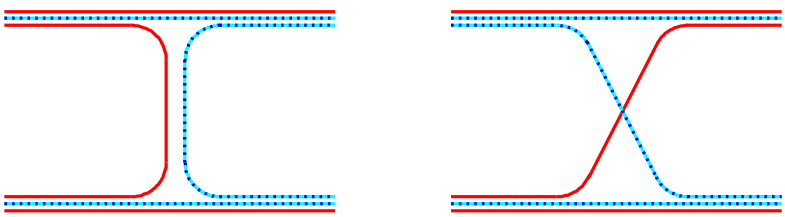


Abbildung 3.3: *Quarks und Leptonen als zusammengesetzte Systeme in Compositeness-Modellen können möglicherweise gemeinsame Konstituenten untereinander austauschen und dadurch miteinander wechselwirken*

Modell	ϵ^u_{LL} , ϵ^d_{LL}	ϵ^u_{LR} , ϵ^d_{LR}	ϵ^u_{RL} , ϵ^d_{RL}	ϵ^u_{RR} , ϵ^d_{RR}
$\mathrm{LL}^{\pm}$	± 1	0	0	0
$\mathrm{LR}^{\pm}$	0	± 1	0	0
$\mathrm{RL}^{\pm}$	0	0	± 1	0
$\mathrm{RR}^{\pm}$	0	0	0	± 1
$\mathrm{VV}^{\pm}$	± 1	± 1	± 1	± 1
$\mathrm{VA}^{\pm}$	± 1	∓ 1	± 1	∓ 1
$\mathrm{AA}^{\pm}$	± 1	∓ 1	∓ 1	± 1
$(\mathrm{LL}+\mathrm{RR})^{\pm}$	± 1	0	0	± 1
$(\mathrm{RL}+\mathrm{LR})^{\pm}$	0	± 1	± 1	0

Tabelle 3.1: *Übersicht der untersuchten Compositeness-Modelle; alle acht effektiven Kopplungen* $\eta^q_{ab} = \epsilon^q_{ab} 4\pi/\Lambda^2$ *mit* $a, b \in \{\mathrm{L}, \mathrm{R}\}$ *und* $q \in \{u, d\}$ *sind innerhalb jedes Modells durch die zugehörigen Koeffizienten* ϵ^q_{ab} *relativ zueinander festgelegt. Die Kennzeichnung* $(\pm)$ *legt das Interferenzverhalten fest. Alle Modelle erfüllen die Bedingung* $\eta^u_{ab} = \eta^d_{ab}$.

Umkehrung der Vorzeichen aller effektiven Kopplungen η^q_{ab}, d.h. $\eta^q_{ab} \to -\eta^q_{ab}$ resp. $\epsilon^q_{ab} \to -\epsilon^q_{ab}$. Entsprechend ergeben sich für jede chirale Struktur zwei untere Ausschlußgrenzen auf die Skala, welche wir korrespondierend zum Interferenzvorzeichen mit Λ^+ und Λ^- bezeichnen.

Niederenergie-Experimente zu paritätsverletzenden Übergängen in Cäsium-Atomen [22, 23, 24] geben sehr restriktive Ausschlußgrenzen auf paritätsverletzende Kontakt-Wechselwirkungen, d.h. auf die Szenarien mit chiralreinen Kopplungen (LL, LR, RL, RR). Die Sensitivität bei HERA ist hierfür deutlich geringer. Dennoch sollen auch für diese Modelle Ausschlußgrenzen angegeben werden, da diese elementar sind und bei HERA experimentell für Energieskalen bestimmt werden können, die um Größenordnungen höher liegen. Die restriktiven Limits der Niederenergie-Experimente lassen sich für paritätserhaltende Kontakt-Wechselwirkungen vollständig umgehen, d.h. wenn die Paritäts-Bedingung

$$\eta^q_{\mathrm{LL}} + \eta^q_{\mathrm{LR}} - \eta^q_{\mathrm{RL}} - \eta^q_{\mathrm{RR}} = 0 \tag{3.14}$$

erfüllt ist. Dies trifft für alle übrigen Modelle (VV, VA, AA, LL+RR, RL+LR) in der Tab. 3.1 zu.

Abbildung 3.4 illustriert die Auswirkungen des *Compositeness*-Modells VV^+ (links) und VV^- (rechts) für verschiedene Werte des Skalenparameters Λ auf den inklusiven Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$. Dargestellt sind die relativen Änderungen im Verhältnis zum Standardmodell-Wirkungsquerschnitt. In beiden Fällen reduziert sich die Änderung des Wirkungsquerschnitts mit zunehmdenden Werten der Skala Λ. Aufgrund der modifizierten Kopplungsfunktionen (3.8)-(3.11) in Verbindung mit (2.8) bzw. (2.9) erhalten wir grundsätzlich zwei Arten zusätzlicher Terme. Zum einen gibt es Terme proportional zu $\eta^2 \sim 1/\Lambda^4$, welche den Wirkungsquerschnitt bei hohen Q^2-Werten immer stärker ansteigen lassen, je näher Λ (von höheren Werten ausgehend) an die Schwerpunktsenergie rückt. Zum anderen erhalten wir Terme proportional zu $\eta \sim 1/\Lambda^2$, welche Interferenzen mit den Standardmodell-Amplituden verursachen und den Wirkungsquerschnitt im mittleren Q^2-Bereich sowohl erhöhen (VV^-) als auch reduzieren können (VV^+).

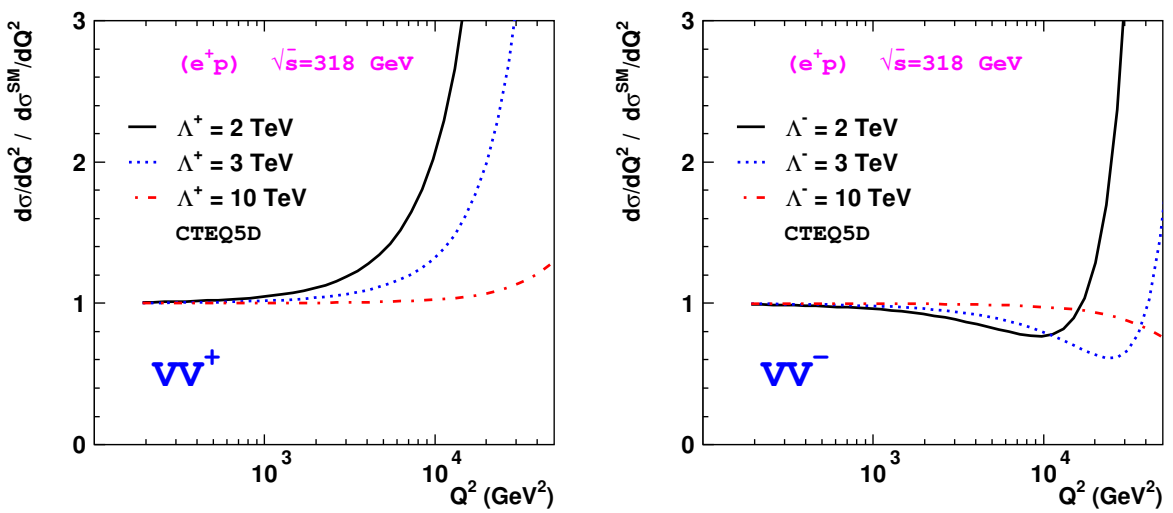


Abbildung 3.4: *Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dQ^2$ des Compositeness-Modells VV im Falle konstruktiver Interferenz (VV^+, links) und destruktiver Interferenz (VV^-, rechts) für $\Lambda^\pm = 2$, 3 und 10 TeV im Verhältnis zum Wirkungsquerschnitt des Standardmodells resultierend aus den CTEQ5D-Partondichte-Parametrisierungen. Die Berechnungen beziehen sich auf e^+p-Reaktionen mit $\sqrt{s} = 318\,\mathrm{GeV}$.*

3.2.3 Leptoquarks

Leptoquarks (LQ) treten in verschiedenen Erweiterungen des Standardmodells auf und könnten eine mögliche Erklärung für die beobachteten Symmetrien zwischen Quarks und Leptonen (Kap. 1) liefern. Die Ladungsquantisierung beispielsweise, d.h. die exakte Gleichheit der Ladungen von Proton (drei Quarks) und Elektron, bleibt innerhalb des Standardmodells völlig ohne Erklärung. Theorien der Großen Vereinheitlichung (*Grand Unified Theories*) stellen diesbezüglich eine Verbindung zwischen Leptonen und Quarks her. Durch umfassendere Symmetriegruppen, die über das Standardmodell hinaus gehen, wie z.B. $SU(5)$ [25], $SU(15)$ [26] oder aus Superstring-Modellen abgeleitete Szenarien mit der Eichgruppe E_6 [27], werden Leptonen und Quarks in gemeinsamen Multipletts zusammengefaßt, wobei die zugrundeliegende Symmetrie unterhalb einer Energieskala der Vereinheitlichung gebrochen ist. Als Konsequenz dieser Vereinheitlichungsansätze folgt die Existenz von Leptoquarks als neue Teilchenzustände, welche nun prizipiell Übergänge zwischen Leptonen und Quarks ermöglichen.

Leptoquarks vereinen Eigenschaften und Quantenzahlen von Leptonen und Quarks, d.h. sie treten als Farb-Triplett-Bosonen mit Spin 0 oder 1 auf und tragen gleichzeitig Leptonenzahl (L) und Baryonenzahl (B) sowie eine drittelzahlige elektrische Ladung. Entsprechend koppeln sie an Lepton-Quark-Paare (Abb. 3.5) und vermitteln dadurch eine neuartige Wechselwirkung. Leptoquarks lassen sich zunächst aufgrund ihrer Kopplungen durch die Fermionzahl $F = L + 3B$ klassifizieren. Kopplungen an e^-q-Zustände entsprechen $F = 2$, während Kopplungen an $e^-\bar{q}$-Zustände $F = 0$ bedeuten. Für Positronen ändert sich wegen $L_{e^-} = -L_{e^+}$ die Fermionzahl entsprechend um zwei Einheiten.

Liegen die Massen der Leptoquarks oberhalb der verfügbaren Schwerpunktsenergie, so lassen sich die Effekte des virtuellen Austausches, analog zu den *Compositeness*-Szenarien, durch

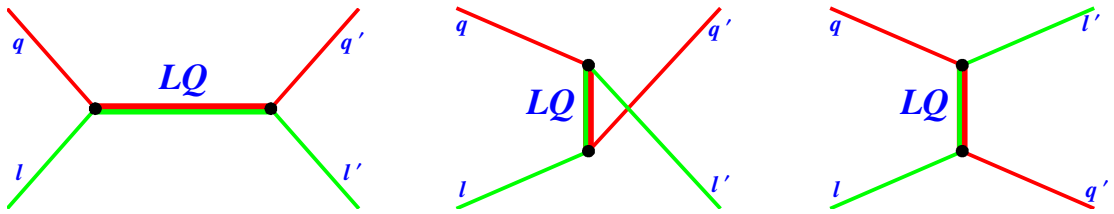


Abbildung 3.5: *Möglicher Austauch von Leptoquarks (LQ) in der Lepton-Quark-Streuung (s-, u-, t-Kanal)*

Kontakt-Wechselwirkungen als effektive Niederenergie-Approximation parametrisieren. Die Kopplungs-Koeffizienten (3.13) werden nun durch den Quotienten aus Kopplungsstärke λ und Leptoquark-Masse M_{LQ} bestimmt, d.h.

$$\frac{g}{\Lambda} \;\rightarrow\; \frac{\lambda}{M_{\mathrm{LQ}}} \qquad \text{bzw.} \qquad \eta^q_{ab} = \epsilon^q_{ab}\frac{g^2}{\Lambda^2} \;\rightarrow\; \epsilon^q_{ab}\frac{\lambda^2}{M^2_{\mathrm{LQ}}}\,. \tag{3.15}$$

Durch geeignete Wahl der Koeffizienten ϵ^q_{ab} wird dabei spezifiziert, welcher Leptoquark-Typ durch die Kontaktterme parametrisiert werden soll. Als einzig freier Parameter verbleibt dann für einen bestimmten Leptoquark-Typ ausschließlich das Verhältnis λ/M_{LQ}, so daß wir auf den Wert M_{LQ}/λ eine untere Ausschlußgrenze ermitteln wollen. Im Gegensatz zu den *Compositeness*-Modellen liegt das Interferenzverhalten für jeden Leptoquark-Typ eindeutig fest.

Die Tabelle 3.2 gibt einen Überblick der untersuchten Leptoquark-Typen und die zugehörigen Kopplungskoeffizienten[1] η^q_{ab}. Dabei handelt es sich um die Leptoquark-Typen des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells [29] unter Verwendung der „Aachener Nomenklatur“ [30]. Die insgesamt 14 Leptoquark-Typen gruppieren sich in verschiedenen Isospin-Multipletts [29, 31]. Für Skalar-Leptoquarks S und Vektor-Leptoquarks V werden durch die Notation die Lepton-Chiralität L, R und der Schwache Isospin $I = 0, \frac{1}{2}, 1$ angezeigt. Die Leptoquark-Typen $\tilde{S}$ und $\tilde{V}$ unterscheiden sich von den korrespondierenden Typen S bzw. V durch ihre Hyperladungen, welche jeweils um zwei Einheiten differieren.

Die Leptoquark-Typen des BRW-Modells folgen aus verschiedenen Forderungen, welche durch experimentelle Befunde motiviert sind. Ausgangspunkt des BRW-Modells bildet zunächst die im Standardmodell erfüllte Symmetrie $SU(3)_C \times SU(2)_T \times U(1)_Y$, welche auch der neuen Wechselwirkung zugrunde gelegt wird. Alle auftretenden BRW-Leptoquark-Typen garantieren Leptonzahl- und Baryonzahl-Erhaltung. Letzteres ist notwendig, um einen schnellen Protonenzerfall im Falle leichter Leptoquarks zu unterbinden. Aufgrund restriktiver Ausschlußgrenzen aus der Analyse helizitätsunterdrückter Seltener Zerfälle [32, 33] dürfen Leptoquarks entweder nur an rechtshändige oder nur an linkshändige Leptonen koppeln. Des weiteren bleiben die möglichen Kopplungen für die BRW-Leptoquarks auf *flavour*-erhaltende Wechselwirkungen beschränkt. *Flavour*-wechselnde Kopplungen, die prinzipell auftreten könnten, werden durch Niederenergie-Experimente je nach Leptoquark-Typ z.T. deutlich ausgeschlossen [32].

[1] Die Kopplungskoeffizienten stammen aus Referenz [15] mit korrigierten Vorzeichen für skalare Leptoquarks mit $F = 2$ und vektorielle Leptoquarks mit $F = 0$ gemäß Referenz [28]. Zusätzlich sei in diesem Zusammenhang auf das Erratum zu Referenz [29] hingewiesen.

Leptoquark	Fermionzahl $F = 3B + L$	Kopplung an u-Quarks $[\,\mathrm{GeV}^{-2}]$	Kopplung an d-Quarks $[\,\mathrm{GeV}^{-2}]$
S_0^L	2	$\eta^u_{\mathrm{LL}} = +\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	
S_0^R	2	$\eta^u_{\mathrm{RR}} = +\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	
$\tilde{S}_0^R$	2		$\eta^d_{\mathrm{RR}} = +\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
$S_{1/2}^L$	0	$\eta^u_{\mathrm{LR}} = -\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	
$S_{1/2}^R$	0	$\eta^u_{\mathrm{RL}} = -\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	$\eta^d_{\mathrm{RL}} = -\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
$\tilde{S}_{1/2}^L$	0		$\eta^d_{\mathrm{LR}} = -\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
S_1^L	2	$\eta^u_{\mathrm{LL}} = +\frac{1}{2}(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	$\eta^d_{\mathrm{LL}} = +1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
V_0^L	0		$\eta^d_{\mathrm{LL}} = -1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
V_0^R	0		$\eta^d_{\mathrm{RR}} = -1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
$\tilde{V}_0^R$	0	$\eta^u_{\mathrm{RR}} = -1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	
$V_{1/2}^L$	2		$\eta^d_{\mathrm{LR}} = +1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
$V_{1/2}^R$	2	$\eta^u_{\mathrm{RL}} = +1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	$\eta^d_{\mathrm{RL}} = +1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$
$\tilde{V}_{1/2}^L$	2	$\eta^u_{\mathrm{LR}} = +1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	
V_1^L	0	$\eta^u_{\mathrm{LL}} = -2(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$	$\eta^d_{\mathrm{LL}} = -1(\lambda/M_{\mathrm{LQ}})^2$

Tabelle 3.2: *Fermionzahl und nicht-verschwindende Kopplungskoeffzienten η^q_{ab} (beachte hierzu die Fußnote auf Seite 23) für skalare (S) und vektorielle (V) Leptoquarks des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells; die Leptoquark-Notation kennzeichnet die Leptonchiralität R, L sowie den Schwachen Isospin $I = 0, \frac{1}{2}, 1$. Die Leptoquark-Typen $\tilde{S}$ und $\tilde{V}$ unterscheiden sich von den verwandten Typen S bzw. V um zwei Einheiten in ihrer Hyperladungen. Die Quantenzahlen und Helizitäten sind in dieser Konvention auf $e^- q$- und $e^- \bar{q}$-Zustände bezogen.*

3.3 Große Extra-Dimensionen

3.3.1 Strings und Kaluza-Klein-Theorie

Mit der Entwicklung der *String*-Theorie enstand ein revolutionäres Konzept, welches das Problem der Unvereinbarkeit von Allgemeiner RelativitätsTheorie und Quantenmechanik zu überwinden versucht. Ausgangspunkt dieser Theorie sind eindimensionale, ausgedehnte Objekte, genannt *Strings*, welche sich in verschiedenen angeregten Schwingungszuständen befinden können, ähnlich einer schwingenden Violinensaite. Die erlaubten Oszillationen sind quantisiert und in Abhängigkeit des Schwingungsmodus repräsentieren diese *Strings* beispielsweise die bekannten Eichbosonen, Fermionen oder das Graviton, gleichsam den erzeugten Tönen einer Violinensaite. Daher gelingt es der *String*-Theorie die Standardmodell-Wechselwirkungen und die Gravitation in einem übergreifenden theoretischen Konzept zusammenzufassen. Alle vorkommenden Kräfte und Teilchen lassen sich durch oszillierende *Strings* beschreiben. Wechselwirkungen finden statt, indem sich verschiedene *Strings* verbinden und wieder trennen und dabei auch Änderungen ihrer Schwingungszustände erfahren können. Die Ausdehnung dieser elementaren *Strings* sollte sich der Theorie nach in der Größenordnung der Planck-Länge[2] $L_{\text{Planck}} = \sqrt{\hbar\, G_{\text{N}}/c^3} = 1.616 \cdot 10^{-35}\,\text{m}$ bewegen, so daß experimentell keine Möglichkeit besteht, Abweichungen von der Punktförmigkeit der *Strings* festzustellen. Das eigentlich Besondere an der *String*-Theorie ist nun aber die Tatsache, daß sie zusätzlicher räumlicher Dimensionen bedarf, um prinzipiell funktionieren zu können! Eine lesenswerte und leicht verständliche Einführung in die Entwicklung und Konzeptionen der *String*-Theorie wird in [34] gegeben. Im übrigen sei auf [35] verwiesen und insbesondere darin enthaltene Literaturhinweise.

Die Idee zusätzlicher räumlicher Dimensionen, welche im Widerspruch zu jeglicher Alltagserfahrung steht, geht bereits auf Theodor Kaluza im Jahr 1919 zurück [36, 37]. Während Einstein die ART für drei räumliche und eine zeitliche Dimension formuliert hatte, erweiterte Kaluza den mathematischen Formalismus um eine neue räumliche Dimension und erhielt somit zusätzliche Gleichungen, die über Einsteins Gleichungssystem hinaus gingen. Kaluza fand heraus, daß sich dadurch die Maxwell-Gleichungen für den Fall verschwindender Quellen ergaben! Durch die Hinzufügung einer zusätzlichen räumlichen Dimension hatte Kaluza eine Verbindung zwischen der ART und den Maxwell-Gleichungen entdeckt. Da man jedoch nur drei räumliche Dimensionen beobachtet, mußte diese Extra-Dimension nach einem Vorschlag von Oskar Klein (1926) offenbar gefaltet oder aufgerollt sein [36, 38]. Abbildung 3.6 verdeutlicht den Vorgang der sogenannten Kompaktifizierung einer zusätzlichen raumartigen Dimension, welche in eine endliche, periodische Topologie übergeht. Die kompaktifizierte Dimension ist dabei an **jedem** Raumpunkt entlang der ausgedehnten Dimensionen existent. Schließlich verknüpfte Klein die neue Geometrie mit der quantenmechanischen Wellenfunktion und gelangte durch Berechnungen zu dem Schluß, daß die zusätzliche Dimension periodisch und kompakt sein muß mit einer Ausdehnung in der Größenordnung der Planck-Länge. Es zeigte sich, das Impulse in der zusätzlichen Dimension als Ladungen in der dreidimensionalen Welt zu interpretieren waren; Ladungserhaltung ist demnach eine Folge der Translationsinvarianz in der Extra-Dimension; Ladungsquantisierung entspricht dann einer Impulsquantisierung in der Extra-Dimension aufgrund der räumlichen Periodizität. Die Kaluza-Klein-Theorie erwog zum ersten

[2] Die Planck-Länge definiert offenbar eine fundamentale Längeneinheit, welche sich aus den Naturkonstanten der Gravitation (G_{N}), Relativitätstheorie (c) und Quantenmechanik ($\hbar$) ableitet.

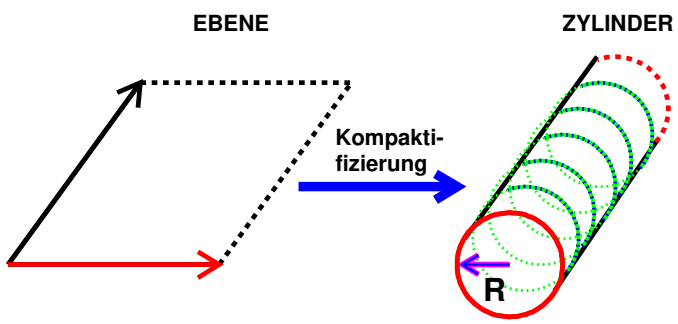


Abbildung 3.6: *Zweidimensionale Veranschaulichung des Prozesses der Kompaktifizierung; ausgehend von einer Ebene mit zwei ausgedehnten Dimensionen, wird eine Dimension zusammengerollt, d.h. kompakifiziert auf eine Größe R. In diesem Fall haben wir eine zirkulare Topologie angenommen. An* **jedem** *Raumpunkt entlang der verbleibenden ausgedehnten Dimension existiert die kompaktifizierte Dimension.*

Mal in der Physik die Existenz kompaktifizierter Extra-Dimensionen und stellte gleichzeitig eine Verbindung zwischen beobachtbaren Eigenschaften der Elementarteilchen und der Struktur dieser Extra-Dimensionen her. Allerdings zeichneten sich schon bald nach dieser wichtigen Entdeckung evidente Widersprüche ab, die sich bei Annahme großer spezifischer Ladungen e/m ergaben, wie z.B. für das Elektron, und nicht beseitigt werden konnten. Das Interesse an der ursprünglichen Kaluza-Klein-Theorie ging daher wieder verloren.

Die heutige *String*-Theorie verwendet jedoch genau dieses Konzept kompaktifizierter, raumartiger Extra-Dimensionen. Im Gegensatz zur ursprünglichen Kaluza-Klein-Theorie benötigt die moderne *String*-Theorie mehr als eine zusätzliche Dimension. Gegenwärtig werden in der gängigen Formulierung einer widerspruchsfreien *String*-Theorie insgesamt elf Dimensionen, d.h. ein zeitliche und zehn räumliche Dimensionen, erforderlich. Da die winzigen *Strings* in allen Dimensionen Oszillationen ausführen können, ergeben sich ihre möglichen Schwingungsmuster aus der exakten Topologie der gefalteten und verschachtelten Dimensionen. Diese Muster wiederum legen das Spektrum der Teilchen und ihrer Eigenschaften (Masse, Ladung, etc.) fest, welches in der dreidimensionalen Welt beobachtet werden kann. Mit anderen Worten, die physikalischen Attribute der Teilchen und die Gesetze, denen sie unterliegen, sind nach der *String*-Theorie eine Folge der zugrundeliegenden Geometrie der Extra-Dimensionen. Trotz beachtlicher Erfolge auf diesem Forschungsgebiet steht die Entwicklung wahrscheinlich erst am Anfang. Die Komplexität möglicher Topologien einer „vieldimensionalen Welt“, von der wir (noch) nicht viel wissen, macht es äußerst schwierig, eine funktionierende Theorie zu finden.

3.3.2 Phänomenologie

Die moderne *String*-Theorie postuliert, daß wir in einer Welt mit insgesamt elf Dimensionen leben. Bislang war diese Möglichkeit mit unseren Beobachtungen einer vier-dimensionalen Welt nur vereinbar, wenn alle zusätzlichen Dimensionen kompaktifiziert und äußerst klein sind, d.h. in der Nähe der Planck-Länge liegen würden [39]. Die Planck-Skala $M_{\text{Planck}} = 1/\sqrt{G_{\text{N}}} \sim 1.22 \cdot 10^{19}\,\text{GeV}$ definierte zunächst die natürliche Skala der *Strings*. Gleichzeitig wären die zum direkten Test erforderlichen Energien unerreichbar. In der weiteren Entwicklung der *String*-Theorie kamen Szenarien hinzu, die *String*-Skala in der Größenordnung der Großen Vereinheitlichnung $M_{\text{GUT}} \sim 2 \cdot 10^{16}\,\text{GeV}$ anzusiedeln [40]. Mittlerweile gibt es radikale Vorschläge, daß die fundamentale *String*-Skala sogar im TeV-Bereich liegen könnte [41]. Dadurch könnten Effekte der Gravitation bereits bei sehr niedrigen

Skalen (*Low Scale Quantum Gravity*) in Verbindung mit entsprechend ausgedehnten Kaluza-Klein-Extra-Dimensionen (*Large Extra Dimensions*) auftreten. Arkani-Hamed, Dimopoulos und Dvali schlagen in diesem Kontext eine „neue“ Planck-Skala $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}$ in der Größenordnung 1 TeV vor, die in direkter Verbindung mit n großen Extra-Dimensionen steht [41]. Die Skala $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}$ entspricht der Idee nach der „wahren“ Planck-Skala, d.h. einzig fundamentalen Skala der Gravitation und beschreibt deren Stärke in $4+n$ Dimensionen. Die spezifische Wahl $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)} \equiv \mathcal{O}(\mathrm{TeV})$ der Skala bedeutet, daß die „wahre“ Stärke der Gravitationskraft sich nicht von der Stärke der übrigen Kräfte unterscheiden würde und somit das Hierarchieproblem[3] nicht mehr auftreten kann. Der enorme Unterschied zwischen $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}$ und dem in vier Dimensionen beobachteten Wert M_{Planck} läßt sich dabei auf den Einfluß der Extra-Dimensionen zurückführen. Das einfache Newtonsche Gravitationspotential

$$V_{\mathrm{Newt}}(r) \sim \frac{1}{M_{\mathrm{Planck}}^2} \cdot \frac{m_1\, m_2}{r} \tag{3.16}$$

würde sich infolge vorhandener Extra-Dimensionen mit festem Radius R modifizieren. Der Gravitationsfluß hängt von der Anzahl der Dimensionen ab. Entsprechend ergibt sich durch den Gauß'schen Flußsatz das Gravitationspotential mit

$$V_{(4+n)}(r) \sim \frac{1}{M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}^{2+n}} \cdot \frac{m_1\, m_2}{r^{n+1}} \qquad \text{für} \qquad r \ll R\,, \tag{3.17}$$

$$V_{(4+n)}(r) \sim \frac{1}{M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}^{2+n}\, R^n} \cdot \frac{m_1\, m_2}{r} \qquad \text{für} \qquad r \gg R\,. \tag{3.18}$$

Ist der Abstand r zweier Massen kleiner als die Ausdehnung R der Extra-Dimensionen, so erscheint für die Gravitation die verantwortliche Raumgeometrie $(4+n)$-dimensional und entsprechend ändert sich das Abstandsverhalten des Gravitationspotentials auf $1/r^{n+1}$. Für Abstände r hingegen, die größer sind als die Ausdehnung R, kann sich das Gravitationsfeld nur noch in den drei ausgedehnten Raumdimensionen ausbreiten und wir erhalten das gewohnte Gravitationspotential mit einer $1/r$-Abhängigkeit. Ein Vergleich der Gravitationspotentiale (3.16) und (3.18) ergibt

$$M_{\mathrm{Planck}}^2 \sim R^n\, M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}^{2+n} \tag{3.19}$$

und stellt einen Zusammenhang zwischen der beobachteten Planck-Skala und der „wahren“ Planck-Skala her. Danach ist die Gravitation nur scheinbar so schwach, da wir sie bisher nur auf Skalen unterhalb der Eintrittsschwelle in die zusätzlichen Dimensionen untersucht haben. Die gigantische Größe der Planck-Skala ist demzufolge eine Konsequenz der großen Ausdehnung R und Anzahl n bzw. des Volumens der Extra-Dimensionen. Genau genommen ist damit die Antwort auf das Hierarchieproblem lediglich verlagert auf die Frage, warum die Extra-Dimensionen genau eine Ausdehnung aufweisen, welche die Großenverhältnisse zwischen M_{Planck} und $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}^{2+n}$ erklären kann.

Tatsächlich beruht unser ganzes Wissen über die Stärke der Gravitationskraft bzw. über die Interpretation der Planck-Skala M_{Planck} als fundamentale, natürliche Energieskala auf der Annahme, daß die Gravitation über 33 Zehnerpotenzen (!) unverändert gültig ist. Ausgehend von Messungen

[3] Die eigentliche Argumentation verhält sich umgekehrt, d.h. die Wahl $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)} \equiv \mathcal{O}(\mathrm{TeV})$ ist wesentlich aus der Behebung des Hierarchieproblems motiviert.

im cm-Bereich nach dem Cavendish-Prinzip wird schließlich bis hinunter zur Planck-Länge extrapoliert. Solchen Extrapolationen sollten wir jedenfalls nicht unkritisch gegenüberstehen, so daß viel Spielraum für Spekulationen besteht.

Wieviele Extra-Dimensionen sind denkbar und wie groß wären sie? Gehen wir von der Annahme $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)} \sim 1\,\mathrm{TeV}$ aus und verlangen, daß R so gewählt ist, die Planck-Skala M_{Planck} zu reproduzieren, dann erhalten wir die Größe R der Dimensionen in Abhängigkeit ihrer Anzahl

$$R \sim 10^{\frac{30}{n}-17}\,\mathrm{cm}\ . \tag{3.20}$$

Für $n = 1$ ergibt sich eine Ausdehnung von $R \sim 10^8\,\mathrm{km}$, d.h. ungefähr die Größe des Sonnensystems. Auf dieser Skala werden keine Abweichungen vom Newtonschen Gravitationsgesetz beobachtet. Für $n = 2$ treten zu erwartende Modifikationen des Gravitationsgesetzes bei Abständen $R \sim 0.1 - 1\,\mathrm{mm}$ auf, welche durch aktuelle Experimente untersucht werden [42]. Indirekte Ausschlußgrenzen bestehen hierfür aufgrund astrophysikalischer und kosmologischer Erwägungen. Beispielsweise ergibt sich durch die Beobachtung der Supernova SN1987A für den den Fall $n = 2$ eine untere Grenze auf die effektive Planck-Skala $M_{\mathrm{Pl}\,(4+n)}$ von $30 - 100\,\mathrm{TeV}$ [43]. Die Möglichkeiten $n \geq 3$, d.h. $R \lesssim 0.1\,\mathrm{nm}$, stehen bisher in keinem Widerspruch zu experimentellen Ergebnissen. Hier können bestehende und zukünftige Beschleuniger wichtige Beiträge liefern, da mit ihnen Untersuchungen auf wesentlich kleineren Abstandsskalen möglich sind. So wird bereits rege nach Indizien für Extra-Dimensionen gesucht [44]. Neben der reellen Gravitonemission sind auch Effekte aufgrund eines virtuellen Gravitonaustausches denkbar. Während die reelle Gravitonproduktion typischerweise durch Signaturen fehlenden Transversalimpules analysiert wird, könnte der virtuelle Austausch zu Modifikationen der Standardmodell-Wirkungsquerschnitte führen.

Die Existenz von Extra-Dimensionen könnte sich vielleicht auch durch zum Teil äußerst spektakuläre Signaturen verraten. Standardmodell-Teilchen könnten aus der vier-dimensionalen Welt in Extra-Dimensionen verschwinden, wenn ihre de Broglie-Wellenlänge kleiner ist als die entsprechenden Ausmaße der Extra-Dimensionen. Oberhalb einer Energieschwelle $E_{\mathrm{esc}} \gtrsim R^{-1}$ wäre dies durch den Phasenraum deutlich bevorzugt, so daß möglicherweise eine scharfe Barriere des beobachtbaren Transversalimpulses mit $p_T = E_{\mathrm{esc}}$ bei Kollisionsexperimenten in vier Dimensionen besteht! Mehr noch wäre es möglich, daß die verschwundenen Elementarteilchen je nach der Topologie der Extra-Dimensionen sogar zurückkehren! Im interessantesten Fall könnten die Teilchen in den Extra-Dimensionen umlaufen und durch Wechselwirkungen periodisch Energie in den vier-dimensionalen Raum mit einer Frequenz $R^{-1} \sim 10^{27-30/n}\,\mathrm{Hz}$ re-emittieren. Es entstünde ein kontinuierliches „Feuerwerk“, welches z.B. für den Fall $n = 2$ millimeterweise versetzte Vertices erzeugt [41].

3.3.3 Effektive Theorie

Der Idee von Arkani-Hamed, Dimopoulos und Dvali [41] nach kann nur das Graviton frei in großen Extra-Dimensionen[4] propagieren, während alle Elementarteilchen und Felder des Standardmodells in den üblichen drei Raumdimensionen[5] eingeschlossen bleiben müssen, um keine Widersprüche zu experimentellen Ergebnissen zu verursachen (Abb. 3.7). Die Standardmodell-Physik spielt sich auf

[4] In diesem Zusammenhang auch bezeichnet als *'the bulk'*.

[5] Häufig auch bezeichnet mit *'the wall'*.

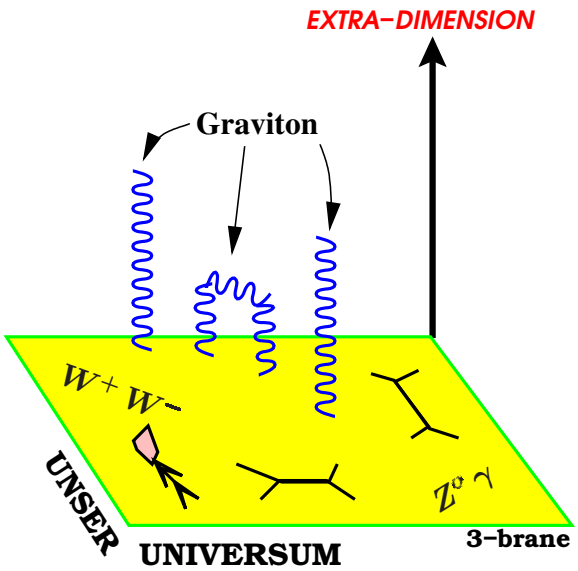


Abbildung 3.7: *Im Modell von Arkani-Hamed, Dimopoulos und Dvali propagieren nur die Gravitonen in die Extra-Dimensionen. Alle Standardmodell-Teilchen und -Felder hingegen sind in den vertrauten drei Dimensionen (*3-brane*) eingeschlossen; diese Bedingung ist durch die Tatsache motiviert, daß die bisherige Physik des Standardmodells sich bisher immer „drei-dimensional" verhielt. Damit werden per Konstruktion mögliche Widersprüche zu den bisherigen Beobachtungen vermieden.*

einem sogenannten 3-*brane* (abgeleitet von *membrane*) ab. Allerdings gibt es bisher noch keinen eindeutigen Mechanismus, der diesen Einschluß physikalisch erklären könnte, sofern tatsächlich große Extra-Dimensionen existieren sollten.

Die Graviton-Quantenzustände werden durch quantisierte Impulse in den Extra-Dimensionen charakterisiert, wobei die Quantisierung durch die Periodizität der Extra-Dimensionen bestimmt ist. Zustände mit nicht-verschwindendem Impuls werden als Kaluza-Klein-Anregungen (KK) bezeichnet. Der Impulsbeitrag aus den Extra-Dimensionen, d.h. der Impuls orthogonal zum 3-*brane*, läßt sich nun in den üblichen vier Dimensionen als Ruhemasse interpretieren. Die ursprünglich masselosen Graviton-Quantenzustände in (4+n) Dimensionen verhalten sich äquivalent zu massiven KK-Zuständen in vier Dimensionen. Insgesamt ergibt sich eine unendliche Anzahl von KK-Anregungen mit Massen $M_j = 2\pi j/R$ $(j = 0, 1, 2, ..., \infty)$, alle zusammen auch als KK-*Tower* bezeichnet. Die Kopplung dieser massiven KK-Zustände $G_{\mu\nu}^{(j)}$ an die Standardmodell-Teilchen über den Energie-Impuls-Tensor $T^{\mu\nu}$ ist zunächst mit der Planck-Masse $1/M_{\text{Planck}}$ unterdrückt und die Wechselwirkungen werden durch die Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{\text{G}} = -\frac{\sqrt{8\pi}}{M_{\text{Planck}}}\, G_{\mu\nu}^{(j)}\, T^{\mu\nu} \tag{3.21}$$

beschrieben. Jedoch kompensiert die Summation über alle massiven KK-Zustände, welche für immer größere Extra-Dimensionen immer höherer Zustandsdichten erreichen, die starke Unterdrückung der Kopplung und resultiert in eine effektive Kopplung

$$\eta_{\text{G}} = \frac{\lambda}{M_S^4}\ , \tag{3.22}$$

wobei der *Cutoff*-Parameter M_S mit $M_S \ll M_{\text{Planck}}$ die Rolle der effektiven Skala übernimmt und die Stärke der möglichen Effekte aufgrund eines Gravitonaustausches parametrisiert. Der Parameter λ legt die effektive Kopplungstärke fest und wird in der Größenordnung eins erwartet. Der genaue Wert hängt allerdings von der vollständigen Theorie ab. Eine Auswertung von (3.21) als effektive Niederenergie-Approximation [45, 46, 47] geht von der Kompaktifizierung der n Extra-Dimensionen

auf einem Torus mit einem gemeinsamen Radius R aus. Die Beiträge des virtuellen Gravitonaustausches in der tief-inelastischen Streuung wurden aus den Wirkungsquerschnittsformeln für den Prozeß $e^+e^- \to f\bar{f}$ aus Referenz [45] unter Verwendung der *Crossing*-Symmetrien abgeleitet [48]. Die Formeln für die elementaren Prozesse der elastischen Streuung in den Reaktionen $e^+q \to e^+q$ und $e^+g \to e^+g$ haben die Gestalt[6]

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(e^+q \to e^+q)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\sigma^{SM}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\sigma^{G}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\sigma^{\gamma G}}{\mathrm{d}t} + \frac{\mathrm{d}\sigma^{ZG}}{\mathrm{d}t} \;, \tag{3.23}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{G}}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi\,\lambda^2}{32\,M_S^8}\,\frac{1}{s^2}\left\{32\,u^4 + 64\,u^3t + 42\,u^2t^2 + 10\,u\,t^3 + t^4\right\} \;, \tag{3.24}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{G\gamma}}{\mathrm{d}t} = -\frac{\pi\,\lambda}{2\,M_S^4}\,\frac{\alpha\,e_q}{s^2}\,\frac{(2\,u+t)^3}{t} \;, \tag{3.25}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma^{GZ}}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi\,\lambda}{2\,M_S^4}\,\frac{\alpha}{s^2\sin^2 2\,\theta_W}\left\{v_e v_q\,\frac{(2\,u+t)^3}{t-m_Z^2} - a_e a_q\,\frac{t\,(6\,u^2+6\,u\,t+t^2)}{t-m_Z^2}\right\} \;, \tag{3.26}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(e^+g \to e^+g)}{\mathrm{d}t} = \frac{\pi\,\lambda^2}{8\,M_S^8}\,\frac{u}{s^2}\left\{2\,u^3 + 4\,u^2t + 3\,u\,t^2 + t^3\right\} \;. \tag{3.27}$$

Der totale elastische Wirkungsquerschnitt (3.23) für die Reaktion $e^+q \to e^+q$ setzt sich aus den Einzelbeiträgen des Standardmodells (SM), des reinen Gravitonaustausches (G) und der Interferenzen für G–γ sowie G–Z^o zusammen. Die Größen s, $t = -Q^2$ und u sind die bekannten Mandelstam-Variablen, e_q die Quarkladung und v_f sowie a_f die Vektor- bzw. Axialvektor-Kopplungen der Fermionen f an die Z^o-Bosonen. Die korrespondierenden Beiträge für $e^+\bar{q}$-Streuung ergeben sich durch Substitution von $e_q \to -e_q$ und $v_q \to -v_q$ in (3.24)–(3.26). Die angegebenen Formeln sind für Positronen formuliert, bleiben aber auch für Elektronen gültig, sofern eine entsprechende Vertauschung der Bedeutung der Terme erfolgt, d.h. im einzelnen

$$(\,e^+q \longleftrightarrow e^-\bar{q}\,)\,, \qquad (\,e^+\bar{q} \longleftrightarrow e^-q\,)\,, \qquad (\,e^+g \longleftrightarrow e^-g\,)\,. \tag{3.28}$$

Um den inklusiven $e^{\pm}p$-Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ zu erhalten, sind alle Wirkungsquerschnitte der Subprozesse mit den x-abhängigen Partondichten $q(x)$, $\bar{q}(x)$ und $g(x)$ zu falten, aufzusummieren und schließlich über x zu inegrieren

$$\frac{\mathrm{d}\sigma(e^{\pm}p \to e^{\pm}X)}{\mathrm{d}Q^2} = \int \mathrm{d}x \sum_q \left\{q(x)\,\frac{\mathrm{d}\sigma(e^{\pm}q)}{\mathrm{d}t} + \bar{q}(x)\,\frac{\mathrm{d}\sigma(e^{\pm}\bar{q})}{\mathrm{d}t}\right\} + \int \mathrm{d}x\, g(x)\,\frac{\mathrm{d}\sigma(e^{\pm}g)}{\mathrm{d}t} \;. \tag{3.29}$$

Der Prozeß der Elektron-Gluon-Streuung kommt im Standardmodell nicht vor. Allerdings sind die Beiträge hierdurch gegenüber den übrigen Beiträgen des virtuellen Gravitonaustausches mit $1/M_S^8$ unterdrückt. Der stärkste Einfluß dieses Prozesses auf den inklusiven Wirkungsquerschnitt liegt für die höchsten Q^2-Werte gerade in der Größenordnung von einem Prozent.

[6] Die folgenden Formeln aus Referenz [45] werden verwendet: Gleichung (79) für die eq-Beiträge, Gleichung (77) für die eg-Beiträge mit Ersetzung der Photonen durch Gluonen, und Gleichnung (A.5), (A.7) – (A.9) zur Expansion der Funktionen $G_i(s/t)$. Die vorgestellten Formeln für den eq-Prozeß befinden sich in Übereinstimmung mit [49], während für den eg-Prozeß ein Unterschied um einen Faktor 1/4 besteht. Die Formeln für die Wirkungsquerschnitte aus Referenz [50] und aus Referenz [51] können nicht bestätigt werden und sind untereinander inkonsistent.

3.4 Theoretische Sensitivität

Die Suche nach virtuellen Effekten in den inklusiven Streureaktionen $e^{\pm}p \to e^{\pm}X$ kann einerseits durch die Analyse der gemessenen doppelt-differentiellen Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma^2}{dQ^2\,dx}$, andererseits durch den einfach-differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ erfolgen. Hier stellt sich die Frage, ob für die Suche nach Kontakt-Wechselwirkungen eine statistische Analyse in zwei Variablen (Q^2, x) eventuell eine Steigerung der Sensitivität gegenüber einer ein-dimensionalen Analyse (Q^2) mit sich bringt. Prinzipiell sollte die Sensitivität mit der Anzahl der eingebrachten Informationen und damit entsprechend mit der Zahl der eingehenden Meßpunkte ansteigen. Darüber hinaus aber hängt die Sensitivität entscheidend von der statistischen Präzision der einzelnen Meßpunkte ab. Dies bedeutet für eine vorgegebene totale Ereignisanzahl resp. integrierte Luminosität, daß eine Aufteilung in mehr Intervalle, die statistische Signifikanz jedes einzelnen Intervalls reduziert und den möglichen Informationsgewinn konterkarieren kann. Dies gilt insbesondere, wenn die statistischen Fehler gegenüber allen systematischen Fehlern dominieren. Die größten sichtbaren Unterschiede zwischen Standardmodell und Szenarien der Kontakt-Wechselwirkungen liegen nun im Bereich der höchsten Q^2-Werte, korrespondierend zu Bereichen geringer Statistik und entsprechender Dominanz der statistischen Fehler. Somit ist *a priori* nicht klar, ob eine zwei-dimensionale Analyse hier eine Verbesserung erzielt.

Die zu erwartenden Sensitivitätsunterschiede für die verschiedenen Modelle der Kontakt-Wechselwirkungen lassen sich leicht abschätzen. Dazu verwenden wir die integrierten Wirkungsquerschnitte in einem ein-dimensionalen (1d) bzw. zwei-dimensionalen (2d) Raster des Phasenraumes

$$\sigma^{i,j}_{\mathrm{2d}}(\eta) = \int_{Q^2_{i,\,\min}}^{Q^2_{i,\,\max}} \int_{x_{j,\,\min}}^{x_{j,\,\max}} \frac{d\sigma^2}{dQ^2\,dx}(\eta)\; dx\, dQ^2\,, \qquad \sigma^{i}_{\mathrm{1d}}(\eta) = \sum_j \sigma^{i,j}_{\mathrm{2d}}(\eta) \tag{3.30}$$

und werten die χ^2-Funktion (6.6) jeweils in Abhängigkeit des Modellparameters η für verschiedene Kontakt-Wechselwirkungsmodelle aus. Die verwendete χ^2-Methode wird ausführlich in Kapitel 6 besprochen. Gehen wir zunächst von den Standardmodell-Wirkungsquerschnitten $\sigma^{i,j}_{\mathrm{2d}}(\eta \equiv 0)$ bzw. $\sigma^{i}_{\mathrm{1d}}(\eta{\equiv}0)$ als „hypothetische Messung“ aus und berücksichtigen ausschließlich statistische Fehler der Wirkungsquerschnitte. Die Fehler skalieren dann mit der integrierten Luminosität $\mathcal{L}_{\mathrm{int}}$ wie folgt:

$$\sigma_x = \frac{N_x}{\mathcal{L}} \quad \Rightarrow \quad \Delta\sigma_x = \Delta N_x \frac{\partial\sigma_x}{\partial N_x} + \Delta\mathcal{L}\frac{\partial\sigma_x}{\partial\mathcal{L}} \overset{\Delta\mathcal{L}\equiv 0}{\approx} \frac{\sqrt{N_x}}{\mathcal{L}} = \frac{\sqrt{\sigma_x\mathcal{L}}}{\mathcal{L}} = \sqrt{\frac{\sigma_x}{\mathcal{L}}}\,. \tag{3.31}$$

Damit ergibt sich die χ^2-Funktion aus der Definition (6.6) in Abhängigkeit von η zu

$$\chi^2_{\mathrm{1d}}(\eta) = \mathcal{L}_{\mathrm{int}} \sum_i \frac{\left[\sigma^i_{\mathrm{1d}}(0) - \sigma^i_{\mathrm{1d}}(\eta)\right]^2}{\sigma^i_{\mathrm{1d}}(0)} \qquad \text{bzw.} \tag{3.32}$$

$$\chi^2_{\mathrm{2d}}(\eta) = \mathcal{L}_{\mathrm{int}} \sum_i \sum_j \frac{\left[\sigma^{i,j}_{\mathrm{2d}}(0) - \sigma^{i,j}_{\mathrm{2d}}(\eta)\right]^2}{\sigma^{i,j}_{\mathrm{2d}}(0)}\,. \tag{3.33}$$

Wir können damit für jedes Kontaktterm-Modell die Abweichungen zum Standardmodell als Funktion der Luminosität und des Kontaktterm-Parameters η quantifizieren und die Unterschiede der ein- bzw. zwei-dimensionalem Analyse in einen gewählten Phasenraumraster studieren. Das zugrundegelegte Raster orientiert sich an der experimentellen Auswertung des doppelt-differentiellen

Wirkungsquerschnitts in [52] und wurde von dort übernommen. Die Einteilung der Q^2-Intervalle ist hierbei identisch mit den Intervallen in Tabelle 5.3.

Compositeness

Einen Vergleich zwischen ein- und zwei-dimensionaler χ^2-Funktion zeigt Abbildung 3.8 für eine Reihe von *Compositeness*-Modellen. Dargestellt ist jeweils $\chi^2/\mathcal{L}_{\text{int}}$ als Funktion von $\eta/4\pi = \epsilon/\Lambda^2$. Die „erwartete“ Sensitivität ergibt sich aus der Breite der jeweiligen χ^2-Kurven entlang eines festen Wertes $\delta^2/\mathcal{L}_{\text{int}}$ auf der Abszisse, wobei breitere Kurven eine geringere Sensitivität bedeuten (vgl. Abschn. 6.5). Die eingezeichnete Linie für $\delta^2/\mathcal{L}_{\text{int}} = 3.84/65\,\text{pb} = 0.06\,\text{pb}$ entspricht einem 95%-Konfindenz-Niveau (vgl. Tab. 6.1) für $\mathcal{L}_{\text{int}} = 65\,\text{pb}^{-1}$. Die meisten Modelle verhalten sich für die ein- oder zwei-dimensionale Analyse nahezu identisch und weisen keine Unterschiede in der Sensitivität auf. Lediglich die Modelle RR^-, LL^- und AA^+ zeigen im Falle einer zwei-dimensionalen Analyse eine leichte Sensitivitätssteigerung, welche von der Luminosität abhängig sind. Aufgrund der geringen zu erwartenden Verbesserung der Sensitivität verwenden wir für die Bestimmung von Ausschlußgrenzen (Abschn. 7.3.2) daher ausschließlich die ein-dimensionale Auswertung (Q^2), womit sich auch der Aufwand zur Behandlung der sytematischen Unsicherheiten reduziert.

Leptoquarks

Auch für die Bestimmung von Leptoquark-Ausschlußgrenzen (Abschn. 7.3.3) beschränken wir uns auf die ein-dimensionale Analyse des Q^2-Spektrums. Die Untersuchung der Leptoquark-Szenarien im Hinblick auf die Sensitivität bezüglich einer ein- bzw. zwei-dimensionalen Analyse belegt, ähnlich den *Compositeness*-Modellen, daß die sich ergebenden Unterschiede für die meisten Leptoquark-Typen nur sehr gering ausfallen. Lediglich für den Leptoquark-Typ S_L^1 ergibt sich eine Steigerung der Sensitivität um ca. 20% im Falle einer Analyse in zwei Variablen.

Interessant ist abschließend noch die Berechnung „erwarteter“ Ausschlußgrenzen. Dazu können die χ^2-Kurven aus (3.32) in Verbindung mit der Definition der Ausschlußgrenzen für ein festgelegtes Konfidenz-Niveau (6.16) verwendet werden. Die 95%-Ausschlußgrenzen als Funktion der intergrierten Luminosität $\mathcal{L}_{\text{int}}$ sind in Abbildung 3.9 für alle Leptoquark-Typen der Tabelle 3.2 dargestellt. Die Ausschlußgrenzen verbessern sich im Mittel erwartungsgemäß proportional zu $\sqrt[4]{\mathcal{L}_{\text{int}}}$. Dabei zeigen die vektoriellen Leptoquark-Typen insgesamt eine höhere Sensitivität, d.h. wir erhalten restriktivere Ausschlußgrenzen im Vergleich zu den skalaren Leptoquark-Typen.

3.5 Partondichten und Neue Physik

Auf der Suche nach Physik jenseits des Standardmodells muß ein wichtiger Aspekt bedacht werden. Das Standardmodell ist in der jetzigen Form keine in sich abgeschlossene Theorie, insofern es zunächst einer gewissen Anzahl experimenteller Informationen bedarf, um damit innerhalb der theoretischen Konzeptionen universelle Vorhersagen treffen zu können. Dazu zählen die für HERA fundamentalen Partondichten des Protons (Kap.2). Deren genaue Kenntnis ist erforderlich, um beispielsweise Wirkungsquerschnitte der tief-inelastischen Streuung berechnen zu können. Jedoch besteht bisher keine Möglichkeit, diese Funktionen alleine aus fundamentalen Prinzipien heraus zu berechnen. Wir benötigen stattdessen experimentelle Informationen, diese festlegen zu können.

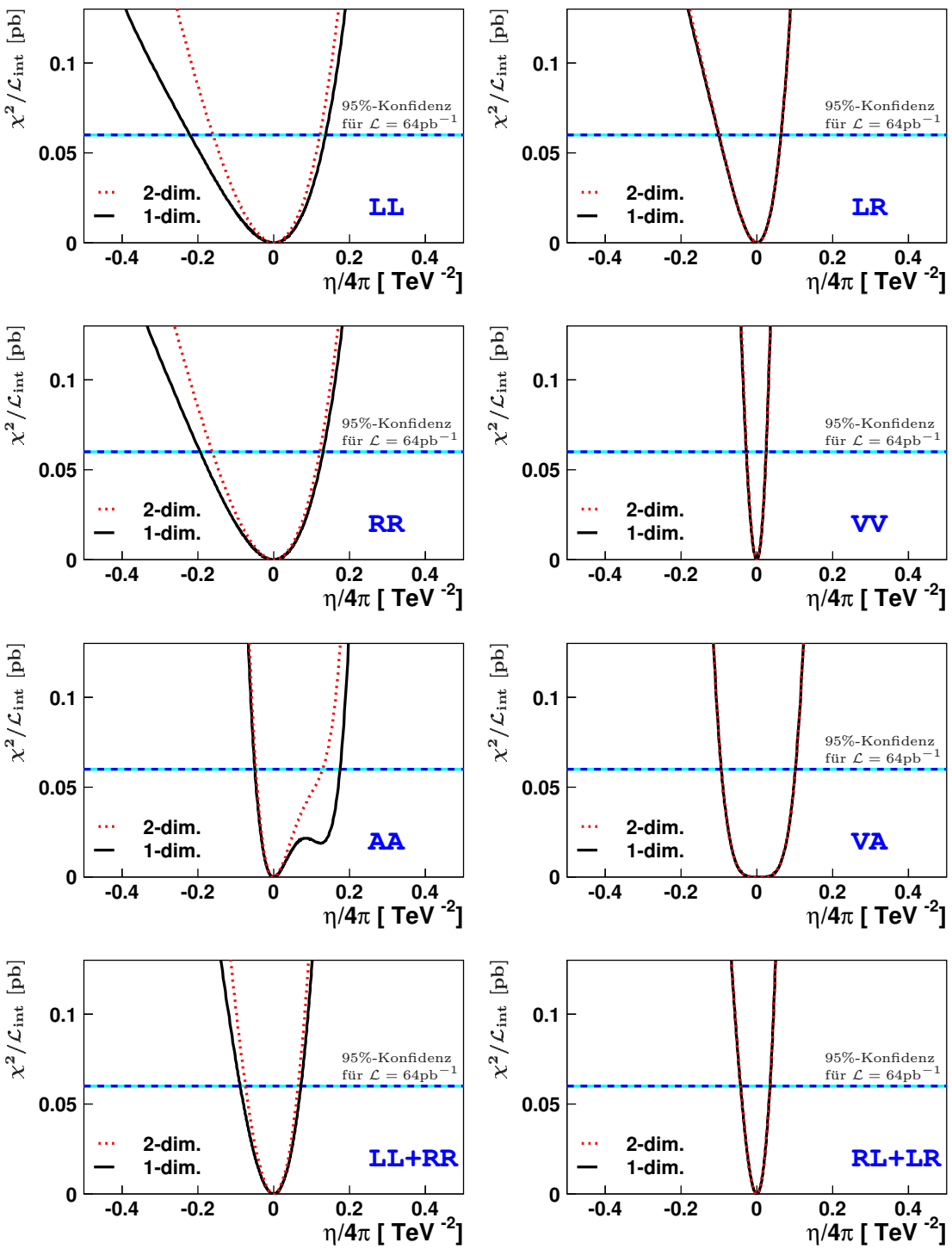


Abbildung 3.8: *$\chi^2/\mathcal{L}_{\rm int}$ als Funktion von $\eta/4\pi = \epsilon/\Lambda^2$ aus einer ein- bzw. zwei-dimensionalen Auswertung für verschiede Compositeness-Modelle; den Berechnungen liegen die e^+p-Wirkungsquerschnitte für $\sqrt{s} = 318\,\text{GeV}$ zugrunde. Die eingezeichnete Linie für $\delta^2/\mathcal{L}_{\rm int} = 3.84/65 = 0.06\,\text{pb}$ entspricht einem 95%-Konfindenz-Niveau für $\mathcal{L}_{\rm int} = 65\,\text{pb}^{-1}$.*

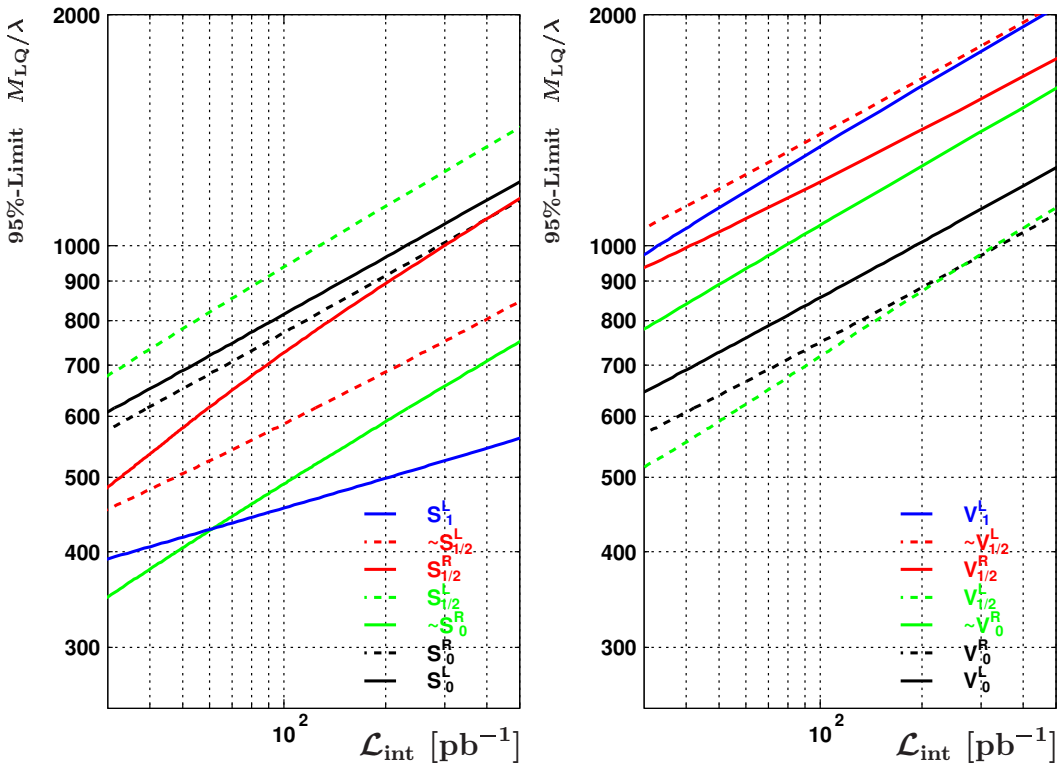


Abbildung 3.9: *„Erwartete“ Ausschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus gemäß der Definition (6.16) auf Grundlage der theoretischen χ^2-Funktion (3.32); dargestellt sind die „erwarteten“ Ausschlußgrenzen als Funktion der integrierten Luminosität $\mathcal{L}_{\text{int}}$ für skalare Leptoquark-Typen (links) und vektorielle Leptoquark-Typen (rechts) des BRW-Modells aus Tabelle 3.2.*

Aus den experimentellen Befunden werden unter der Annahme der Richtigkeit des Standardmodells universelle Partondichten extrahiert. Genau an dieser Stelle kann ein prinzipielles Problem entstehen, dann nämlich, wenn einzelne oder mehrere Meßdaten bereits „neue“ Physik enthalten sollten, ohne das wir dies zunächst bemerken. In diesem Falle könnte die „neue“ Physik solange ins Standardmodell „absorbiert“ werden, bis irgendwann Widersprüche entstünden.

Was bedeutet dies für die Suche nach Kontakt-Wechselwirkungen, aber auch für die Suche nach neuen Phänomenen bei HERA allgemein? Im Rahmen dieser Arbeit untersuchen wir die Wirkungsquerschnitte des Neutralen Stromes und vergleichen sie mit den Vorhersagen des Standardmodells unter Verwendung von Partondichten. Um unsere Messungen unabhängig bewerten zu können und Zirkelschlüsse zu vermeiden, dürfen die verwendeten Partondichten daher keinerlei Informationen der zu untersuchenden Messung enthalten. Die Partondichte-Parametrisierungen, die wir hier verwenden wollen (CTEQ5, MRST 99, GRV 94), erfüllen diese Bedingung. Insofern ist die Sensitivität auf „neuartige“ Physik sichergestellt. Solange aber die Partondichten auf experimentellen Informationen beruhen, steht stets die Frage im Raum, inwieweit wir mögliche Abweichung zwischen Messung und Vorhersage auf unsere bisherige Unkenntnis über die Partondichten oder aber auf die Existenz neuer physiklische Phänomene zurückführen können. Abweichungen zu entdecken und zu interpretieren ist damit gleichermaßen herausfordernd.

4

HERA und das H1 Experiment

4.1 HERA – ep-Beschleuniger

Die Hadron-Elektron-Ring-Anlage (HERA) am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) bietet bislang die einzige Möglichkeit auf der Welt zur Untersuchung hochenergetischer Kollisionen zwischen Elektronen[1] und Protonen. Es handelt sich bei HERA um einen Doppel-Speicherring, in dem Elektronen auf eine Energie von $E_\mathrm{e} = 27.5\,\mathrm{GeV}$ und Protonen auf eine Energie $E_\mathrm{p} = 820\,\mathrm{GeV}$ gegensinnig umlaufen und zur Kollision gebracht werden. Daraus resultiert eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 300\,\mathrm{GeV}$. Im Jahr 1998 wurde die Proton-Strahlenergie auf 920 GeV angehoben, wodurch sich die Schwerpunktsenergie entsprechend auf $\sqrt{s} = 318\,\mathrm{GeV}$ erhöhte.

Ein Überblick über den Speicherring und dessen Vorbeschleuniger (Abb. 4.1) macht den Aufbau und die Größe der gesamten Anlage deutlich. Der Beschleuniger befindet sich in einem unterirdischen Tunnel und besitzt einen Umfang von etwa 6.3 km. An zwei Stellen des Speicherrings werden Elektronen und Protonen zur Kollision gebracht, und die dort befindlichen Experimente, H1 im Norden und ZEUS im Süden, vermessen die ablaufenden ep-Wechselwirkungen. Darüber hinaus existieren zwei weitere Großexperimente. HERMES im Osten der Anlage verwendet den longitudinal-polarisierten Elektronenstrahl in Verbindung mit ruhenden, polarisierten Gas*targets* (H_2, D, ^{3}He, ^{4}He) und untersucht damit die Spinstruktur der Nukleonen. HERA-B im Westen nutzt den Protonstrahl durch Einbringung von Wolfram-Drähten in den Randbereich des Strahls zur Produktion von B-Mesonen, um CP-Verletzungen in den Zerfallskanälen des B^0-$\bar{B}^0$-Systems zu vermessen.

Die Protoninjektion beginnt mit der Beschleunigung von H^--Ionen im Linearbeschleuniger H-LINAC (*Linear Accelerator*) auf 50 MeV Teilchenenergie. Nach dem Abstreifen der Elektronen werden die Protonen in den Beschleunigern DESY-III zunächst auf eine Energie von 7.5 GeV und in PETRA dann auf 40 GeV gebracht, um nach Injektion in den HERA-Speicherring auf die engültige Energie beschleunigt zu werden. Elektronen kommen aus dem Vorbeschleuniger e-LINAC mit einer Energie von 500 MeV und werden in den Ringen DESY-II auf 7 GeV und PETRA auf 12 GeV weiter beschleunigt. Über PETRA erfolgt schließlich die Einspeisung der Elektronen in HERA, um hier ihre Maximalenergie zu erhalten.

[1] Der Begriff „Elektronen“ ist hier und im folgenden als Sammelbegriff für Elektronen und Positronen zu verstehen, da HERA mit beiden Teilchenarten betrieben werden kann.

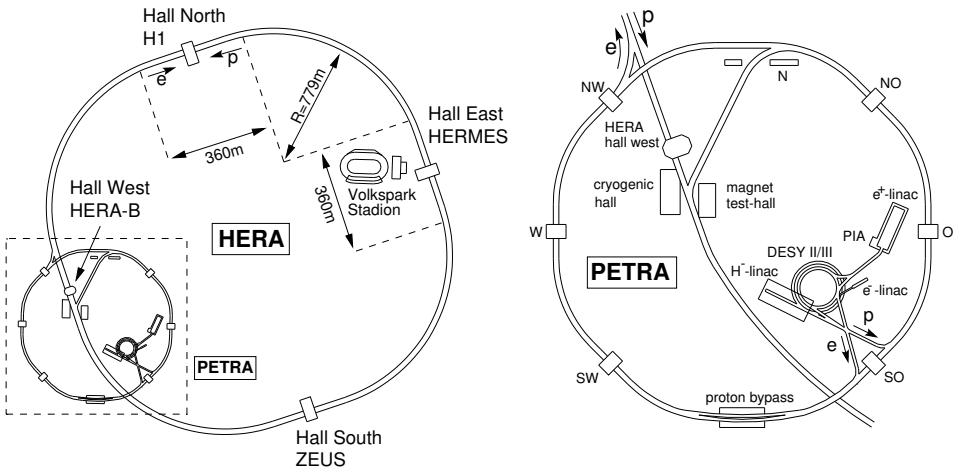


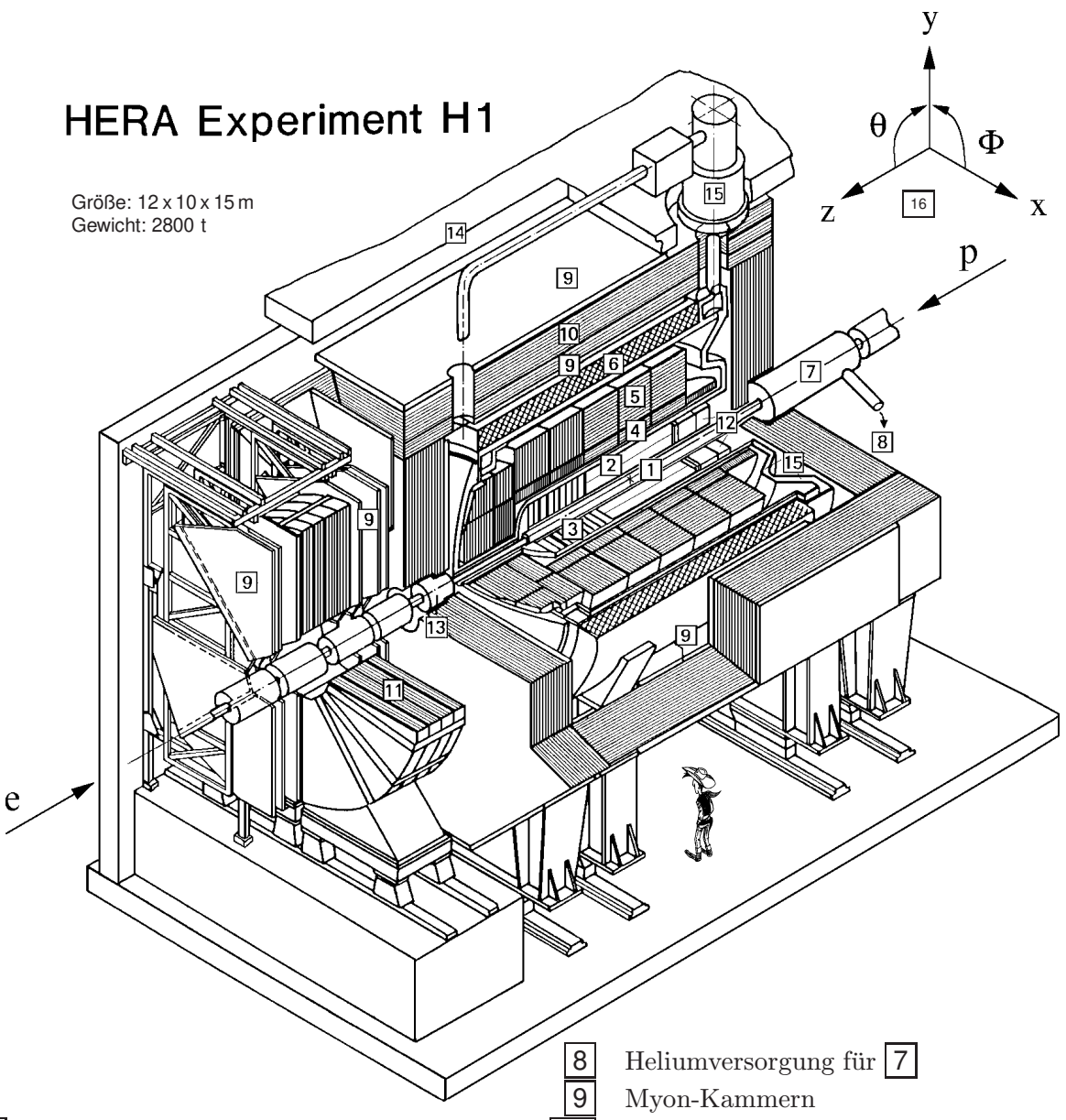
Abbildung 4.1: *Elektron-Proton-Speicherring HERA (links) sowie dessen Vorbeschleuniger auf dem DESY-Gelände LINAC I–III, DESY I–III und PETRA (rechts)*

Die HERA-Teilchenstrahlen sind jeweils in ca. 210 einzelne Teilchenpakete (*bunches*) strukturiert, welche bis zu 10^{11} Teilchen beinhalten können. Von diesen Paketen werden ungefähr 175 zu Kollisionen gebracht. Die übrigen Pakete (*Pilot Bunches*) kollidieren nicht mit Paketen des anderen Strahls, so daß sich damit der Reaktionsuntergrund für Nicht-*ep*-Wechselwirkungen untersuchen läßt. Die Paket-Kreuzungsfrequenz (*Bunch Crossing Frequency*) resultiert aus den Paketabständen und beträgt $\nu_{\mathrm{BC}} = 10.4\,\mathrm{MHz}$, d.h. Wechselwirkungen können in zeitlichen Abständen von $T_{\mathrm{BC}} = 96\,\mathrm{ns}$ an den Kollisionspunkten erfolgen. Die technischen Designwerte von HERA mit maximalen Strömen von $I_{\mathrm{e}} = 50\,\mathrm{mA}$ bzw. $I_{\mathrm{p}} = 110\,\mathrm{mA}$ zu Beginn einer Füllung und einer maximalen Luminosität von $\mathcal{L} = 1.5 \cdot 10^{31}\,\mathrm{cm}^{-2}\mathrm{s}^{-1}$ wurden im Jahre 2000 routinemäßig erreicht.

Im September 2000 wurde der Betrieb von HERA unterbrochen, um umfangreiche Umbauten bei HERA und an den *ep*-Experimenten H1 und ZEUS vorzunehmen. Ziel ist es, die spezifische Luminosität um einen Faktor 4-5 zu erhöhen. Beispielsweise wird dann die Suche nach neuen physikalischen Effekten wesentlich an Bedeutung gewinnen, da sich bisher noch unerforschte Regionen genauer untersuchen lassen. Erreicht werden soll dies durch die Verwendung einer neuen Strahloptik im Bereich von ZEUS und H1 zur stärkeren Fokussierung der Teilchenstrahlen. Die volle Wiederaufnahme des Betriebs ist für das Jahr 2002 vorgesehen.

4.2 H1-Detektor

Die Aufgaben des H1-Detektors liegen im Nachweis und einer möglichst umfassenden Vermessung der aus den *ep*-Kollisionen hervorgehenden Reaktionsprodukte. Der schematische Aufbau (Abb. 4.2) läßt erkennen, welcher technische Aufwand dazu erforderlich ist. Der H1-Detektor umschließt fast den gesamten Raumwinkelbereich um den nominellen Wechselwirkungspunkt zur Gewinnung einer möglichst vollständigen Ereignistopologie. Auffällig ist der asymmetrische Aufbau. Die schnelle Bewegung des Schwerpunktsystems in Protonrichtung aufgrund des viel größeren Protonimpulses verursacht eine erhöhte Teilchenflußdichte in Protonrichtung. Die Proton-Flugrichtung definiert



1	Strahlröhre und Strahlmagnete	8	Heliumversorgung für 7
2	Zentraler Spurdetektor	9	Myon-Kammern
3	Vorwärts-Spurkammern	10	Instrumentiertes Eisenjoch
4	Elektromagnetisches LAr-Kalorimeter	11	Vorwärts-Myon-Toroid
5	Hadronisches LAr-Kalorimeter	12	SPACAL und rückwärtige Driftkammer
6	Supraleitende Spule (1.15 T)	13	PLUG-Kalorimeter
7	Kompensationsmagnet	14	Betonabschirmung
		15	Flüssig-Argon-Kryostat
		16	H1-Koordinatensystem

Abbildung 4.2: *Isometrische Darstellung des H1-Detektors*

die positive z-Achse des H1-Koordinatensystems, welche üblicherweise auch als Vorwärts-Richtung bezeichnet wird. Die x-Achse weist zum Mittelpunkt des Speicherringes und die y-Achse senkrecht dazu nach oben.

Wie die meisten Detektoren der Hochenergie-Physik ist auch der H1-Detektor „schalenförmig“ aufgebaut (Abb. 4.2). Der Wechselwirkungspunkt ist von einem Spursystem umgeben, welches aus einer Zentralen Spurkammer [2] und Vorwärts-Spurkammern [3] besteht. Diese sind von den Kalorimetern umschlossen. Der zentrale und der vorwärtige Bereich werden durch das Flüssig-Argon-Kalorimeter abgedeckt, welches sich aus einer inneren elektromagnetischen [4] und einer äußeren hadronischen [5] Sektion zusammensetzt. Im rückwärtigen Bereich vervollständigt das SPACAL-Kalorimeter und eine zugehörige Driftkammer [12] den Detektor. Eine supraleitende Spule [6] umgibt die Kalorimeter und sorgt für ein homogenes Magnetfeld von 1.2 T. Das instrumentierte Eisenjoch [10] zur Rückführung des magnetischen Flusses enthält überall Lagen von Myon-Kammern [9]. Myonen werden zusätzlich durch das Vorwärts-Myon-Spektrometer erfaßt [9],[11]. Im Vorwärtsbereich nahe der Strahlröhre [1] wird der Detekor durch das PLUG-Kalorimeter [13] vervollständigt. Eine der wichtigsten Komponenten bildet das Luminositätssystem, welches sich in negativer z-Richtung hinter dem H1-Detektor befindet. Weitere Komponenten, welche für diese Arbeit jedoch keine Bedeutung haben, sind CST (*Central Silicon Tracker*), BST (*Backward Silicon Tracker*), FPS (*Forward Proton Spectrometer*) und FNC (*Forward Neutron Counter*).

Die nun folgenden Erläuterungen erheben keinerlei Anspruch auf Vollständigkeit, sondern sollen einen Überblick der zentralen Detektorkomponenten vermitteln. Eine detaillierte Beschreibung des H1-Detektors wird in [53] gegeben.

4.2.1 Kalorimeter

Insgesamt enthält der H1-Detektor vier kalorimetrische Systeme. Von zentraler Bedeutung für die vorliegende Arbeit ist das Flüssig-Argon-Kalorimeter. Hiermit werden alle gestreuten Elektronen dieser Analyse nachgewiesen und der hadronische Endzustand vermessen. Außerdem basieren die Trigger wesenlich auf dieser Detektorkomponente. Die übrigen drei Kalorimeter, namentlich SPACAL, PLUG, und *Tail Catcher*, spielen hier nur eine untergeordnete Rolle.

Flüssig-Argon-Kalorimeter

Das Flüssig-Argon-Kalorimeter (*Liquid Argon*) deckt den zentralen Winkelbereich des H1-Detektors mit $4^o \lesssim \theta \lesssim 154^o$ ab. Konzipiert ist es als „Stichproben“-Kalorimeter [54]. Im Unterschied zu homogenen Kalorimetern, wo die Schauerentwicklung und Signalbildung innerhalb eines Mediums stattfindet, wechseln sich beim LAr-Kalorimeter passive Absorberschichten ab mit aktiven Lagen, bestehend aus Auslesezellen zur Messung auftretender Ionisation. Die passiven Lagen zur Herbeiführung der Schauerentwicklung bestehen in der inneren elektromagnetischen Sektion aus Blei und erreichen 20-30 Strahlungslängen. In der darüber liegenden hadronischen Sektion bestehen die Absorberlagen aus Stahl und erreichen zusammen mit der elektromagnetischen Sektion 5-8 hadronische Wechselwirkungslängen. Die aktiven Kalorimeterzellen nehmen jeweils Stichproben aus der gesamten räumlichen Energiedeposition, wobei als aktive Komponente flüssiges Argon verwendet wird. Eine äußere Kryostatummantelung umschließt das gesamte Kalorimeter und sorgt für die

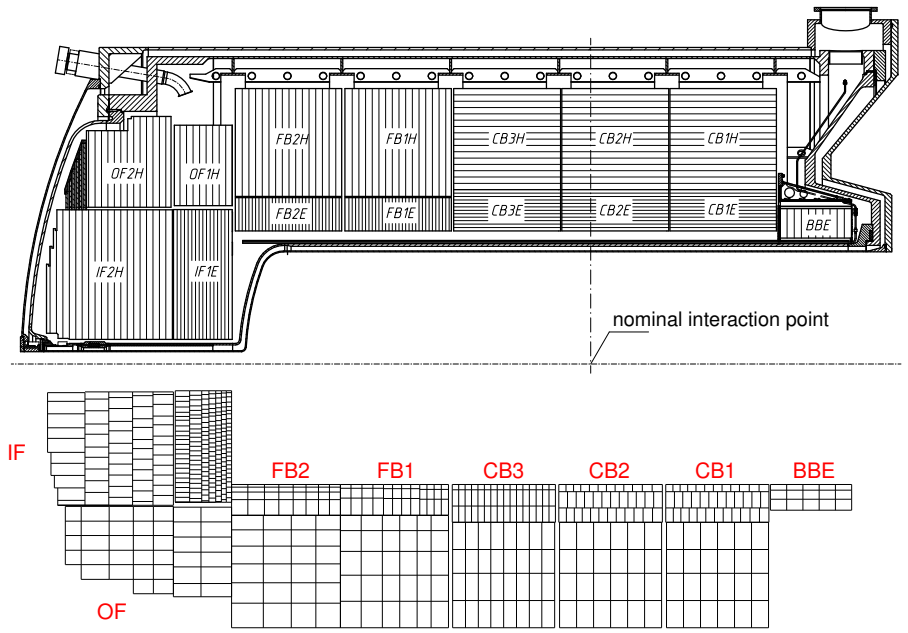


Abbildung 4.3: *Seitenansicht (R–z-Ebene) der Struktur des Flüssig-Argon-Kalorimeters; dargestellt ist die Ausrichtung der Absorberplatten (oben). Die innenliegenden elektromagnetischen Sektionen sind jeweils mit (E) gekennzeichnet, die äußeren hadronischen Sektion mit (H) für alle Module. Korrespondierend dazu sind die Zellenkonfigurationen zur Auslese (unten) gezeigt.*

notwendigen Betriebsbedingungen. Da mit dieser Konstruktion nur ein Teil der deponierten Energie als Stichprobe gemessen wird, ist das Energieauflösungsvermögen schlechter als das homogener Kalorimeter. Dafür ist eine kompakte Bauweise möglich. Teststrahl-Messungen [55] der Kalorimetermodule haben eine Energieauflösung von $\sigma_{\mathrm{em}}(E)/E = 0.12/\sqrt{E/\,\mathrm{GeV}} \oplus 0.01$ für Elektronen und $\sigma_{\mathrm{had}}(E)/E = 0.50/\sqrt{E/\,\mathrm{GeV}} \oplus 0.02$ für geladene Pionen ergeben. Das LAr-Kalorimeter ist nichtkompensierend, d.h. die Signale von Hadronen fallen gegenüber denen von Elektronen bzw. Photonen jeweils gleicher Energie bis zu 30 % geringer aus, so daß Energiekorrekturen durch Gewichtungsmethoden [56] notwendig sind. Details zur Rekonstruktion der LAr-Energien sind in [57] beschrieben. Abbildung 4.3 zeigt die Struktur des LAr-Kalorimeters in der R–z-Ebene. Es besteht aus separaten Modulen (*Barrels*) entlang der z-Achse:

- rückwärtiges elektromagnetisches Kalorimeter BBE (*Backward Barrel Electromagnetic*)
- Module des Zentralbereiches CB1, CB2, CB3 (*Central Barrel*)
- Vorwärtsmodule FB1, FB2 (*Forward Barrel*)
- Innere und äußere Vorwärtsmodule IF, OF (*Inner/Outer Forward*)

Die obere Darstellung von Abbildung 4.3 zeigt die Ausrichtung der Absorberplatten innerhalb der einzelnen Kalorimetermodule, während die untere Darstellung die Zellenstruktur der Auslese skizziert. Insgesamt ist das Kalorimeter in über 44 000 Auslesezellen segmentiert und gewährleistet eine gute Ortsauflösung der Energiedepositionen, so daß z.T. eine Teilchenidentifikation durch Analyse von Schauerprofilen möglich ist. Alle Module, mit Ausnahme von BBE und OF, setzen sich aus

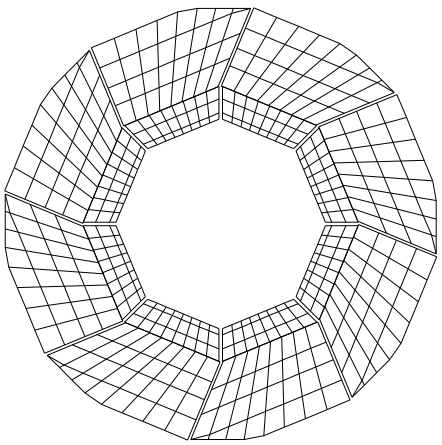


Abbildung 4.4: *Radiale Ansicht (x–y-Ebene) der Zellenstruktur des LAr-Kalorimetermodules CB1, bestehend aus acht Oktanden*

einer elektromagnetischen und einer hadronischen Sektion zusammen. Das BBE-Modul hat nur eine elektromagnetische Sektion. Die beiden OF-Moldule bestehen nur aus einer hadronischen Sektion. Jedes Modul wiederum besteht aus acht Oktanden in der x–y-Ebene, zu erkennen in Abbildung 4.4. Aufgrund der Struktur des LAr-Kalorimeters entstehen zwischen angrenzenden Modulen z-Lücken (*z-cracks*) und zwischen benachbarten Oktanden eines Modules ϕ-Lücken (ϕ-*cracks*), welche zu Ineffizienzen der Messungen führen können und in einer Analyse entsprechend berücksichtigt werden müssen.

Rückwärtiges Kalorimeter – SPACAL

Das SPACAL [58] deckt den rückwärtigen Bereich ab für $155^o \lesssim \theta \lesssim 178^o$ und besteht ähnlich zum LAr-Kalorimeter aus einer inneren elektromagnetischen und einer äußeren hadronischen Sektion (Abb. 4.5). Als aktives Material fungieren szintillierende Lichtleiter die von Photomultipliern ausgelesen werden. Die Lichtleiter sind dabei in Blei als Absorberaterial eingefaßt. In Verbindung mit der vorgelagerten Driftkammer BDC (*Backward Drift Chamber*) können Elektronen für $1\,\mathrm{GeV}^2 \lesssim Q^2 \lesssim 120\,\mathrm{GeV}^2$ identifiziert und vermessen werden. Die elektromagnetische Auflösung für das SPACAL wurde in Teststrahl-Messungen [58] zu $\sigma_{\mathrm{em}}(E)/E = 0.075/\sqrt{E/\,\mathrm{GeV}} \oplus 0.02$ ermittelt. Im Rahmen dieser Analyse wird das SPACAL zu Vermessung der rückwärtsgerichteten hadronischen Aktivität verwendet.

„Tail Catcher“

Das Eisenjoch ist neben Myonkammern [59] auch noch mit großflächigen Elektroden (*Pads*) ausgestattet, die Energiedepositionen von Teilchen erfassen, welche nicht bereits im LAr-Kalorimeter vollständig absorbiert wurden. Daher auch der Name „*Tail Catcher*“. Entsprechend tragen die registrierten Energiedepositionen zum hadronischen Endzustand bei. Die Energieauflösung dieser Detektorkomponente beträgt $\sigma(E)/E \approx 1.0/\sqrt{E/\,\mathrm{GeV}}$.

PLUG-Kalorimeter

Das PLUG-Kalorimeter deckt den Vorwärtsbereich sehr nahe der Strahlröhre ab für Polarwinkel $0.7^o \lesssim \theta \lesssim 3.2^o$, wird aber in dieser Analyse nicht weiter verwendet.

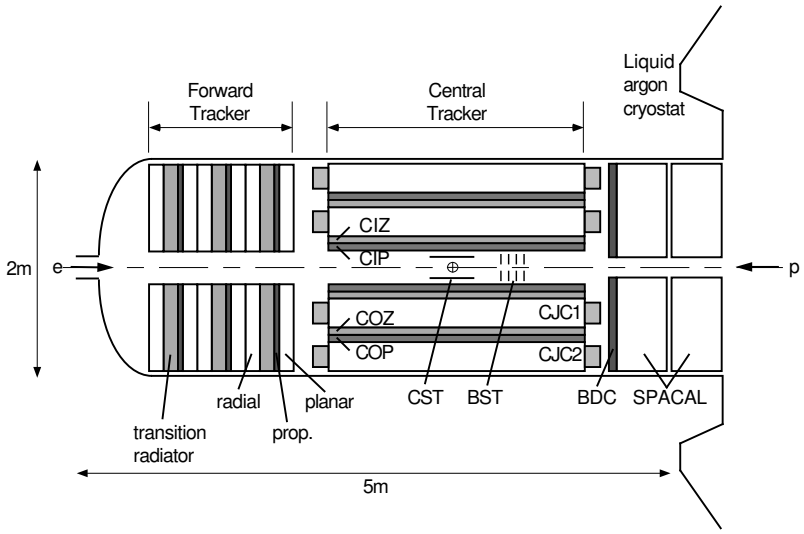


Abbildung 4.5: *Seitenansicht (R–z-Ebene) des inneren Spursystems und des rückwärtigen Kalorimeters SPACAL; das Spursystem unterteilt sich in einen Vorwärts-Spurdetektor sowie einen Zentralen Spurdetektor (Erläuterungen siehe Text)*

4.2.2 Inneres Spursystem

Eine Seitenansicht (R–z-Ebene) des inneren Spursystems ist in Abbildung 4.5 gezeigt. Die verschiedenen Komponenten vermessen die Impulse und Winkel geladener Teilchen und stellen gleichzeitig schnelle Trigger zu Verfügung. Der Zentrale Spurdetektor (*Central Tracker*) besteht aus einer inneren und einer äußeren Jetkammer CJC1 und CJC2 (*Central Jet Chamber*), zwei z-Kammern CIZ (*Central Inner Z Chamber*) und COZ (*Central Outer Z Chamber*) sowie zwei Proportionalkammern CIP (*Central Inner Proportional Chamber*) und COP (*Central Outer Proportional Chamber*). Der Vorwärts-Spurdetektor (*Forward Tracker*) besteht aus planaren und radialen Segmenten, Übergangsstrahlungsmoderatoren (*Transition Radiators*) und einer Vorwärts-Proportionalkammer FPC (*Forward Proportional Chamber*). Die zentralen Kammern haben einen Akzeptanzbereich von $25^o \lesssim \theta \lesssim 155^o$, welcher durch den Vorwärts-Spurdetektor bis auf $5^o \lesssim \theta$ erweitert wird.

Zentrale Jetkammern CJC1 und CJC2

Die Jetkammern CJC1 und CJC2 werden zur Rekonstruktion zentraler Spuren bzw. eines Vertex verwendet und bilden damit neben dem Flüssig-Argon-Kalorimeter eines der Herzstücke des H1-Detektors. Die Kammern haben eine aktive Länge vom 2.2 m und beginnen in der rückwärtigen Region ab einer Position $z = -1.125\,\mathrm{m}$. Die innere/äußere Kammer CJC1/CJC2 besteht aus 30/60 Zellen mit 24/32 Meßdrähten parallel zur z-Achse. Dabei handelt es sich um Driftkammern mit einer radialen Auflösung von $\sigma_{r\phi} = 170\,\mu\mathrm{m}$ und einer Auflösung in z von $\sigma_z = 22\,\mathrm{mm}$. Aus den Driftzeiten kann der Zeitpunkt einer Wechselwirkung mit einer zeitlichen Genauigkeit von einer Nanosekunde ermittelt werden.

Proportionalkammern CIP und COP

Die Kammern CIP und COP sind Vieldraht-Proportionalkammern MWPC (*Multi Wire Proportional Chamber*), welche ein schnelles Triggersignal mit einer zeitlichen Auflösung von 21 ns erzeugen. Eine Kombination von Treffern in CIP, COP und FPC liefert schließlich einen kombinierten Trigger für geladene Teilchen, die vom Wechselwirkungsvertex stammen.

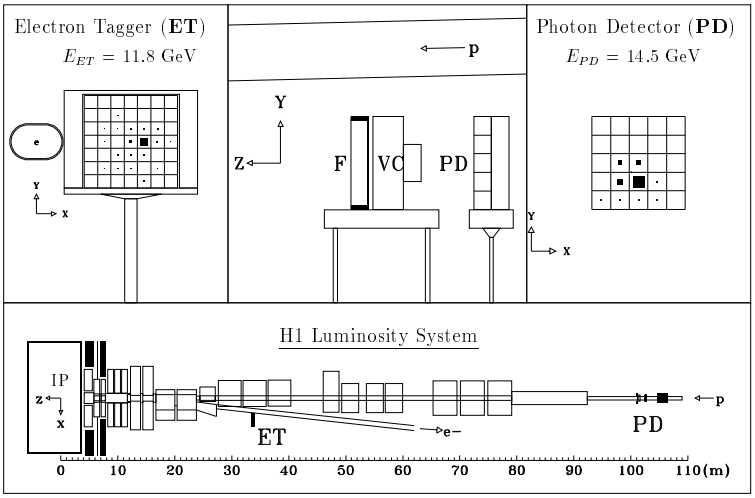


Abbildung 4.6: *Bethe-Heitler-Bremsstrahlungs-Ereignis gemessen mit dem H1-Luminositätssystem*

Z-Kammern CIZ und COZ

Die Drähte der Driftkammern CIZ und COZ verlaufen senkrecht zur Strahlachse Die z-Auflösung resultiert aus den ermittelten Driftzeiten und beträgt $\sigma_z = 0.26\,\text{mm}$. Dadurch kann die z-Position von Spuren und somit ihr Polarwinkel präziser bestimmt werden als durch alleinige Messung der Spuren in den Jetkammern mit einer deutlich schlechteren z-Auflösung. Die innere/äußere z-Kammer setzt sich aus 15/24 konzentrischen Ringen um die Strahlachse zusammen. Jeder Ring hat eine Breite von 12/9 cm und enthält vier Lagen sensitiver Drähte.

4.2.3 Luminositätssystem

Zur Bestimmung von Wirkungsquerschnitten ist die Kenntnis der integrierten Luminosität der analysierten Daten unerläßlich. Zu diesem Zweck existiert das Luminositätssystem [60] (Abb. 4.6), welches aus zwei Kalorimetern besteht, dem Elektron-*Tagger* (ET) und dem Photon-Detektor (PD). Damit werden die Energien von Elektronen und Photonen aus Bethe-Heitler-Ereignissen ($ep \to ep\gamma$) gemessen. Der Wirkungsquerschnitt für Bethe-Heitler-Bremsstrahlung ist sehr präzise bekannt, so daß sich aus den gemessenen Ergeigniszahlen die Luminosität bestimmen läßt. Die Luminostitätsdetektoren befinden sich weit von der Wechselwirkungsregion entfernt im HERA-Tunnel an den Positionen $z = -33.3\,\text{m}$ (ET) und $z = -102.9\,\text{m}$ (PD). Die Luminosität wird aus der Rate von Bethe-Heitler-Ereignissen bestimmt, welche mit dem Photon-Detektor registriert wurden. Zur zusätzlichen Kontrolle dienen Ereignisse mit Signalen in Koinzidenz von Elektron-*Tagger* und Photon-Detektor. Eine nachträgliche Korrektur ist erforderlich, um den Anteil der Luminosität aus Satellitenpaketen (*Satellite Bunches*) zu berücksichtigen [61]. Dabei handelt es sich um Teilchenpakete die nicht im Takt mit den normalen Paketen umlaufen und im allgemeinen nicht physikalisch verwertbar sind, jedoch die Luminositätsmessung beeinflussen. Diese Korrektur hängt von den jeweiligen Strahlbedingungen einer Füllung ab und kann daher erst im Nachhinein erfolgen.

4.2.4 Flugzeitsysteme

Die Flugzeitzähler ToF (*Time of Flight*) erkennen und verwerfen Untergrundergnisse aus Kollisionen mit Atomen des Restgases oder der Strahlrohrwände, die nicht im richtigen Zeitfenster liegen. Aufgrund der exakt festgelegten Taktung der HERA-Ereignisse ist der erwartete Zeitpunkt des Durchgangs von Teilchen aus *ep*-Kollisionen für jeden Flugzeitzähler genau definiert, so daß nur solche Ereignisse zur Aufzeichnung gelangen können, die im erwarteten Zeitfenster liegen. Flugzeitzähler befinden sich im Vorwärts- und Rückwärtsbereich sowie im PLUG-Kalorimeter, d.h. bei $z = 7.9\,\mathrm{m}$ (*Forward* ToF), bei $z = -2.75\,\mathrm{m}$ (*Backward* ToF) und bei $z = 5.4\,\mathrm{m}$ (PToF). Darüber hinaus existieren zwei Szintillatorwände (*Veto Walls*) an den Positionen $z = -6.5\,\mathrm{m}$ und $z = -8.1\,\mathrm{m}$. Alle Flugzeitzähler sind als Szintillatoren konzipiert mit einer zeitlichen Auflösung von etwa einer Nanosekunde.

4.2.5 Trigger und Datenaquisition

Die Aufgabe des Triggers besteht darin, eine schnelle Entscheidung darüber herbeizuführen, ob ein stattgefundenes Ereignis ausgelesen werden soll. Dabei wollen wir prinzipiell nur physikalisch „interessante“ Ereignisse aufzeichnen. Jedoch liegt die Rate von Untergrundereignissen, z.B. Strahl-Gas-Wechselwirkungen, zunächst gegenüber Ereignissen aus *ep*-Kollisionen um einen Faktor 10^4 höher. Um die gestellten Anforderungen erfüllen zu können, ist das H1-Triggersystem in insgesamt fünf Triggerstufen (*Trigger Level*) organisiert, wobei in jeder höheren Stufe durch die reduzierte Ereignisfrequenz mehr Zeit zur Triggerentscheidung bleibt und damit mehr Informationen für eine Entscheidung gesammelt und verarbeitet werden können.

Die erste Triggerstufe (L1) führt nach $2\,\mu$s zu einer Entscheidung darüber, ein Ereignis entweder zu verwerfen oder zunächst zu akzeptieren. Dabei müssen die Entscheidungen mit der *Bunch Crossing*-Frequenz von 10.4 MHz erfolgen. Eine Entscheidung geschieht auf der Grundlage von 128 verschiedenen Subtriggern (ST 0-ST 127), welche aus verschiedenen logischen Kombinationen von Triggerelementen resultieren. Die Triggerelemente stammen ihrerseits wieder aus schnell verfügbaren Informationen der Subdetektoren. Die wichtigsten Triggerelemente für diese Analyse werden im nächsten Abschnitt kurz erläutert. Da alle 96 ns eine Reaktion stattfinden kann, eine erste Triggerentscheidung aufgrund der Reaktionszeit der Subdetektoren aber erst nach $2\,\mu$s möglich ist, müssen alle Daten entsprechend lange in *Pipelines* nach dem FIFO-Prinzip (*First In First Out*) zwischengespeichert werden. Mit einer positiven Entscheidung auf Triggerstufe 1 werden die *Pipelines* angehalten, wodurch die Auslese und Totzeit des gesamten Detektors beginnt.

Die zweite Triggerstufe (L2) fällt eine Triggerentscheidung nach ca. $20\,\mu$s, so daß entsprechend mehr Zeit verwendet werden kann, komplexere Algorithmen anzuwenden. In Triggerstufe 2 wird neben einem Neuronalen Netzwerk ein komplexer „Topologiekorrelator“ eingesetzt, welche jeweils gewünschte Ereignistopologien herausfiltern können. Nach einer positiven L2-Entscheidung werden alle Subdetektoren vollständig ausgelesen und die gewonnenen Auslesedaten an Triggerstufe 4 weitergeleitet. Die Triggerstufe 3 (L3) wurde bislang nicht zu Triggerentscheidungen eingesetzt und steht optional für künftige Erweiterungen zu Verfügung.

Auf Triggerstufe 4 (L4) sind alle Subdetektoren bereits vollständig ausgelesen und sämtliche Daten stehen 35 RISC-Prozessor*board*s zu einer vereinfachten Ereignisrekonstruktion zur Verfügung.

Jeder Prozessor verarbeitet jeweils ein vollständiges Ereignis und durch die komplette Rekonstruktion sind dezidierte Triggerentscheidungen möglich. Die L4 Software-Filter-*Farm* kann dabei eine Eingangsrate von ca. 35 Hz verarbeiten und liefert ihrerseits eine Ausgangsrate von 8-10 Hz, mit der schließlich die Ereignisse permanent abgespeichert werden. Triggerstufe 5 (L5) klassifiziert zu einem späteren Zeitpunkt (*offline*) über die erfolgte vollständige H1-Rekonstruktion alle Ereignisse nach physikalischen Gesichtspunkten und erzeugt die vorläufigen Analysedaten.

4.2.6 Subtrigger und Triggerelemente

Die Trigger für Ereignisse des neutralen Stromes mit $Q^2 \gtrsim 100\,\mathrm{GeV}^2$ basieren wesentlich auf Informationen aus dem LAr-Kalorimeter. Der LAr-Trigger ist in Triggertürmen (*Trigger Towers*) organisiert, welche größere Zusammenfassungen von Kalorimeterzellen sind, die vom nominellen Vertex ausgehend in radialer Richtung hintereinander liegen. Gestreute Elektronen deponieren elektromagnetische Energie in diesen Triggertürmen und bei Erreichen einer gewählten Energieschwelle wird ein Triggersignal ausgelöst. Zwei LAr-Triggerelemente für Elektronen „LAr-el1“ und „LAr-el2“ werden aus diesen Triggertürmen gebildet. Diese Triggerelemente werden auf Triggerstufe 1 (L1) mit *Timing*-Informationen des LAr-Kalorimeters „LAr-T0“ sowie der zentralen und vorwärtigen Proportionalkammern „*Ray*-T0“ zu physikalischen Subtriggern ST 67 bzw. ST 75 verknüpft, welche wir in dieser Analyse verwenden. Eine detaillierte Beschreibung der LAr-Trigger und ihrer Leistungsfähigkeit kann in [62] gefunden werden. Weitere Informationen zu den Subtriggern für Ereignisse des Neutralen Stromes sind z.B. in [52] nachzulesen.

4.3 Rekonstruktionsmethoden

Die Präzision, mit welcher die Wirkungsquerschnitte der Reaktion $ep \to eX$ gemessen werden können, ist nicht alleine aufgrund der begrenzten Luminosität statistisch limitiert, sondern hängt maßgeblich vom Auflösungsvermögen und dem gesamten Verständnis des benutzten Detektors ab. Da bei Ereignissen des neutralen Stromes sowohl das gestreute Elektron als auch der hadronische Endzustand im allgemeinen vollständig meßbar sind, ergibt sich eine gewisse Redundanz, welche sich für Kalibrationen und Kontrollen ausnutzen läßt. Insgesamt existieren vier inklusive Meßgrößen, d.h. jeweils die Energie und der Winkel von Elektron und des hadronischen Endzustandes. Zur Bestimmung der kinematischen Variablen Q^2 und x eines Ereignisses stehen folglich mehrere Rekonstruktionsmethoden zu Verfügung, welche sich durch unterschiedliche systematische Fehler in verschiedenen Bereichen des erlaubten Phasenraumes auszeichnen.

– Die **Elektron-Methode** [63] verwendet ausschließlich die Informationen des gestreuten Elektrons, also die Energie E'_e, und den Streuwinkel θ_e und eignet sich aufgrund der eindeutigen Detektorsignatur eines Elektrons ausgezeichnet zur Rekonstruktion der Ereigniskinematik.

$$Q^2_\mathrm{e} \equiv 4E_\mathrm{e}E'_\mathrm{e}\cos^2\frac{\theta_\mathrm{e}}{2} \qquad y_\mathrm{e} \equiv 1 - \frac{E'_\mathrm{e}}{E_\mathrm{e}}(1-\cos\theta_\mathrm{e}) \qquad x_\mathrm{e} = \frac{Q^2_\mathrm{e}}{y_\mathrm{e}s} \tag{4.1}$$

  Die Elektron-Methode zeigt im gesamten kinematischen Bereich ein nahezu konstantes Auflösungsvermögen bezüglich Q^2. Zusammen mit der Doppelwinkel-Methode ergibt sich die

beste Auflösung in Q^2 (Abb. 4.7). Die Auflösung in den Variablen x_e und y_e nimmt jedoch für kleine y-Werte signifikant ab.

– Die **Hadron-Methode** [64] zieht ausschließlich den hadronischen Endzustand zur Messung der kinematischen Variablen heran. Gleichzeitig ist dies die einzige Methode bei Ereignissen des geladenen Stromes. Allerdings ergibt sich nur ein eingeschränktes Auflösungsvermögen durch die schlechtere kalorimetrische Meßbarkeit des hadronischen Systems. Die Einführung der Größen Σ_h, dem hadronischen Transversalimpuls $P_{T,h}$, sowie inklusiven Hadronwinkel γ_h, definiert durch

$$\Sigma_h = \sum_i (E_i - p_{z,i}) \qquad P_{T,h} = \sqrt{(\sum_i p_{x,i})^2 + (\sum_i p_{y,i})^2} \qquad \tan\frac{\gamma_h}{2} = \frac{\Sigma_h}{P_{T,h}} \tag{4.2}$$

erweist sich als nützlich. Die Summation geht über alle hadronischen Teilchen i und E_i, $p_{x,i}$, $p_{y,i}$, $p_{z,i}$ beschreiben die zugehörige Energie und Impulskomponenten unter Vernachlässigung etwaiger Teilchenmassen. Die kinematischen Variablen ergeben sich aus (4.2) folgendermaßen:

$$y_h = \frac{\Sigma_h}{2E_e} \qquad Q^2_h = \frac{P^2_{T,h}}{1-y_h} \qquad x_h = \frac{Q^2_h}{s y_h} \tag{4.3}$$

– Die **Doppelwinkel-Methode** [63] basiert auf der Winkelmessung von θ_e und γ_h und ist dadurch von der Energiekalibration des Kalorimeters nahezu unabhängig.

$$\begin{aligned} Q^2_{dw} &= \frac{4E_e^2(1+\cos\theta_e)\sin\gamma_h}{\sin\gamma_h + \sin\theta_e - \sin(\theta_e+\gamma_h)} \\ y_{dw} &= \frac{\sin\theta_e(1-\cos\gamma_h)}{\sin\gamma_h + \sin\theta_e - \sin(\theta_e+\gamma_h)} \qquad x_{dw} = \frac{Q^2_{dw}}{s y_{dw}} \end{aligned} \tag{4.4}$$

Die Auflösung in x und Q^2 reduziert sich für große und kleine Winkel θ_e und γ_h. Bei mittleren y-Werten, wenn nahezu alle Teilchen im zentralen Detektorbereich nachgewiesen wurden, ergibt sich eine gute Auflösung (Abb. 4.7). Die Eigenschaften der Doppelwinkel-Methode machen diese zu einem idealen Kalibrationswerkzeug des Kalorimeters. Die Energie des gestreuten Elektrons kann aufgrund der gemessenen Winkel leicht berechnet werden

$$E_{dw} = \frac{2E_e \sin\gamma_h}{\sin\gamma_h + \sin\theta_e - \sin(\gamma_h+\theta_e)} = \frac{2E_e}{1-\cos\theta_e + \sin\theta_e \tan(\gamma_h/2)} \tag{4.5}$$

und dient als Referenzenergie zur Elektron-Energiekalibration.

– Die **Σ-Methode** [65] kombiniert die Variablen des Elektrons und des hadronischen Endzustandes unter Ausnutzung von Energie- und Impulserhaltung zwischen Anfangs- und Endzustand.

$$\sum_{\text{total}} (E - p_z) = \Sigma_h + E'_e(1+\cos\theta_e) = 2E_e \qquad P_{T,h} = P_{T,e} = E'_e \sin\theta_e \tag{4.6}$$

Die kinematischen Ausdrücke der Σ-Methode resultieren aus der Hadron-Methode unter Verwendung von (4.6) und haben folgende Gestalt:

$$y_\Sigma = \frac{\Sigma_h}{\Sigma_h + E'_e(1-\cos\theta_e)} \qquad Q^2_\Sigma = \frac{(E'_e \sin\theta_e)^2}{1-y_\Sigma} \qquad x_\Sigma = \frac{Q^2_\Sigma}{s y_\Sigma}. \tag{4.7}$$

Messungen durch die Σ-Methode sind im Gegensatz zu den übrigen Rekonstruktionsmethoden unabhängig von der Energie E_e des einlaufenden Elektrons und somit nicht mehr sensitiv auf radiative Effekte durch Abstrahlung eines Photons im Anfangszustand (*Initial State Radiation*).

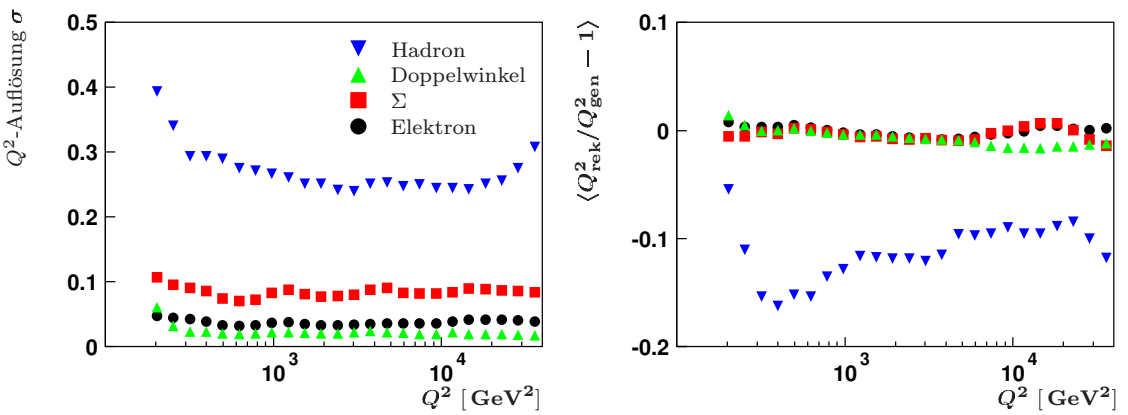


Abbildung 4.7: *Q^2-Auflösung σ_{Q^2} des H1 Detektors (links) und Mittelwerte $\langle Q^2_{rek}/Q^2_{gen} - 1\rangle$ (rechts) als Funktion von Q^2 für die Elektron-, Doppelwinkel, Σ- und Hadron-Rekonstruktionsmethoden gewonnen aus einem radiativem DJANGO-Monte Carlo*

In Abbildung 4.7 ist das Q^2-Auflösungsvermögen für die vier Rekonstruktionsmethoden dargestellt in Abhängigkeit von Q^2. Dazu wurde das gleiche radiative DJANGO-Monte Carlo herangezogen, welches auch in der späteren Wirkungsquerschnittsanalyse (Abschn. 5.2) Verwendung findet. Zur Bestimmung der Auflösung haben wir in Q^2-Intervallen jeweils die Größe $Q^2_{rek}/Q^2_{gen} - 1$ histogrammiert und die Parameter der zugehörigen Gaußkurve ermittelt. Die linke Abbildung zeigt die ermittelten Halbwertsbreiten der erhaltenen Gaußkurven, welche der Q^2-Auflösung entsprechen. Die rechte Abbildung zeigt die Mittelwerte $\langle Q^2_{rek}/Q^2_{gen} - 1\rangle$. Das beste Auflösungsvermögen für Q^2 ergibt sich mit der Doppelwinkel-Methode ($\approx 3\%$) oder der Elektron-Methode ($\approx 4\%$) und ist hierfür nahezu unabhängig von Q^2. Die Σ-Methode weist bereits eine deutlich schlechtere Auflösung ($\approx 10\%$) auf, welche für die Hadron-Methode sogar Werte von ca. 30% annimmt. Wichtig ist auch eine Überprüfung der Mittelwerte (rechts), welche mit Ausnahme der Hadron-Methode um eins liegen und keine auffälligen Verschiebungen aufweisen. Durch die Hadron-Methode werden die Q^2-Werte jedoch um etwa 10% unterschätzt.

5

Wirkungsquerschnittsmessung des Neutralen Stromes

5.1 H1-Datensätze ①-③ im Überblick

Von 1994 bis 2000 wurde HERA unter drei verschiedenen Strahlbedingungen betrieben. Daher existieren insgesamt drei mit dem H1-Experiment gemessene getrennte Datensätze. Abbildung 5.1 zeigt die über die einzelnen Jahre erzielte Luminosität, welche durch kontinuierliche Effizienzensteigerung seitens HERA immer höhere Raten erreichte. Der neueste und größte Datensatz, aufgenommen zwischen Juni 1999 und September 2000, repräsentiert eine integrierte Luminosität $\mathcal{L}_{\text{int}}$ von über $60\,\text{pb}^{-1}$ und erlaubt uns damit den bisher genauesten Einblick in die Region der höchsten Impulsüberträge. Eine Übersicht der wechselnden Strahlbedinungen bei HERA und den jeweils dazugehörigen Datenumfang gibt die Tabelle 5.1.

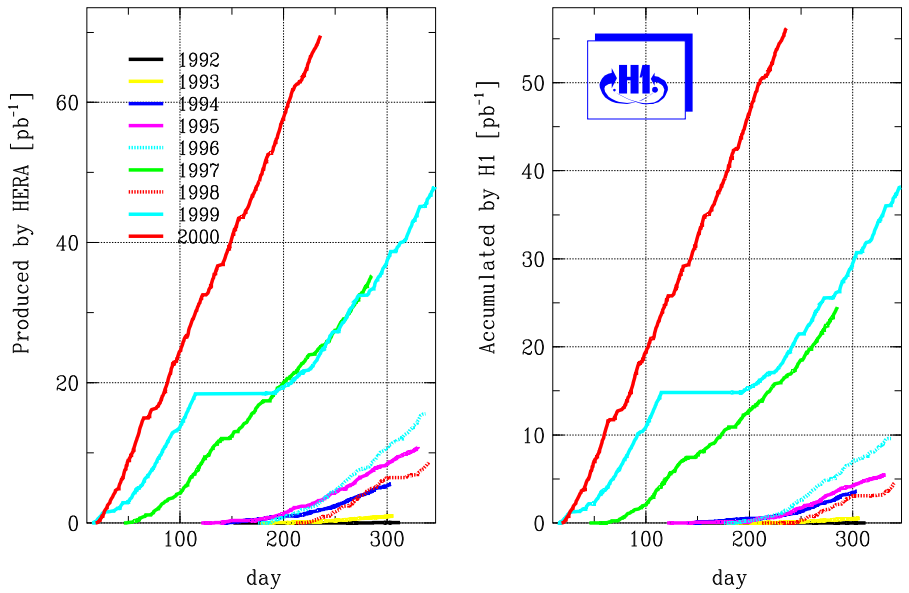


Abbildung 5.1: *Integrierte Luminosität der Jahre 1992-2000, wie sie HERA produzierte (links) und vom H1-Experiment aufgenommen werden konnte (rechts).*

Run – Periode	Leptonenart	E_e [GeV]	E_p [GeV]	$\sqrt{s}$ [GeV]	$\mathcal{L}_{int}$ [pb^{-1}]
①: 1994-1997	e^+	27.5	820	300	35.6
②: 1998-1999	e^-	27.5	920	318	16.4
③: 1999-2000	e^+	27.5	920	318	63.0

Tabelle 5.1: *Strahlbedingungen der verschiedenen Datennahmeperioden bei HERA. Eine Unterbrechung zwischen April und Juni 1999 wurde zum Übergang von Elektronen zu Positronen benötigt. Die integrierte Luminositäte $\mathcal{L}_{int}$ gibt den endgültigen Wert für die jeweilige Messung des Wirkungsquerschnitts an.*

Eine vollständige Analyse des neuesten Datensatzes ③ soll innerhalb des Abschnittes 5.2 mit Schwerpunkt auf den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ ausführlich diskutiert werden. Hingegen sind die Analysen der Datensätze ① und ② bezüglich der inklusiven Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma^2}{dx\,dQ^2}$ welche für den Neutralen **und** Geladenen Strom bestimmt wurden, bereits abgeschlossen und publiziert [66, 67]. Die für uns wichtigsten Attribute dieser beiden Analysen sind in den Abschnitten 5.3 und 5.4 ergänzend aufgeführt. Die Verfahren zur Kalibration und Bestimmung der Nachweis-Effizienzen sind für alle drei Datensätze nahezu identisch bzw. nur in einigen Details variiert. Trotz der Gemeinsamkeiten sind die beiden Datensätze ① und ③ der Positron-Perioden aufgrund der verschiedenen Schwerpunktsenergie nicht unmittelbar kombinierbar und bleiben daher bei den Wirkungsquerschnittsmessungen zunächst getrennt.

5.2 Datensatz ③

Positron-Proton-Kollisionen
$$\sqrt{s} = 318\ \text{GeV}$$
$$\mathcal{L}_{\text{int}} = 63.04\,\text{pb}^{-1} \pm 1.5\%$$

In den nächsten Abschnitten wollen wir auf die Analyse des größten und neuesten Datensatzes ③ näher eingehen. Uns interessiert hier ausschließlich der differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$. Den Erläuterungen zur Elektronidentifikation als Grundvoraussetzung dieser Analyse folgt eine Beschreibung der Vorselektion. Auf dieser Grundlage können wir verschiedene Konsistenzüberprüfungen, die Energiekalibration und notwendige Effizienzstudien vornehmen. Damit wiederum gelangen wir zu einer wohlverstandenen endgültigen Selektion, deren Q^2-Spektrum schließlich zum Wirkungsquerschnitt entfaltet werden kann.

5.2.1 Elektronidentifikation

Die Identifikation von Elektronen als essentieller Bestandteil einer Analyse des Neutralen Stromes setzt einen kompakten isolierten elektromagnetischen Energie*cluster* im LAr-Kalorimeter voraus. Für diese Analyse, ebenso wie für die Analyse der anderen Datensätze, wurde der Elektron-Suchalgorithmus QECFWD [68] verwendet. Elektronkandidaten lassen sich durch bestimmte Anforderungen an das gemessene Schauerprofil im Kalorimeter selektieren. QECFWD ermittelt dazu

Estimator	**Definition**	**Schwellenwert**
ETOT	totale *Cluster*energie	$> 5\,\mathrm{GeV}$
NCEL	Anzahl der Kalorimeterzellen	> 3
EAEM	Energiebruchteil in den ersten beiden Lagen der elektromagnetischen Sektion (3 Lagen in *IF*)	$> 0.94 + 0.05\cos(2\theta_\mathrm{e})$
EAHN	(ETOT–EAEM) / EAEM	> 0.4 im Vorwärtsbereich > 0.8 im Rückwärtsbereich
EATR	Transversale Dispersion	< 3.0 im Vorwärtsbereich < 7.5 im Rückwärtsbereich
EAIF	Energiebruchteil der totalen *Cluster*energie zur Gesamtenergie in einem Isolationskonus um den Elektronkandidaten mit $R = \sqrt{(\eta_\mathrm{e} - \eta_\mathrm{zelle})^2 + (\phi_\mathrm{e} - \phi_\mathrm{zelle})^2} < 0.25$	EAIF > 0.98
EAHD	hadronische Energie im Isolationskonus	EAIF > 0.95 oder EAHD – ETOT (1 – EAEM) < 300 MeV

Tabelle 5.2: *Cluster-Estimatoren, zugehörige Definitionen und Schwellenwerte, welche QECFWD zur Identifikation von Elektronkandidaten auswertet.*

aus den Schauerprofilen sogenannte *Estimator*en, welche eine Diskriminierung zwischen Elektronen bzw. Photonen und hadronischen Teilchen ermöglichen. Tabelle 5.2 zeigt die Profilparameter und Schwellenwerte, die ein Elektronkandidat erfüllen muß. Die *Estimator*en EAEM, EAHN und EATR gewährleisten die Selektion eines kompakten, elektromagnetischen Objekts im Kalorimeter. Darüber hinaus ergibt sich der Grad der Isolation des Kandidaten aus den *Estimator*en EAIF und EAHD. Der Anteil der totalen Energie aller Kalorimeterzellen in einem Konus um den Elektronkandidaten mit $R_\mathrm{zelle} = \sqrt{(\eta_\mathrm{e} - \eta_\mathrm{zelle})^2 + (\phi_\mathrm{e} - \phi_\mathrm{zelle})^2} < 0.25$ und $\eta_\mathrm{x} = -\log(\tan(\theta_\mathrm{x}/2))$ (Pseudo-Rapidität) wird dazu ins Verhältnis zur Energie des Elektronkandidaten gesetzt. Existiert für ein Ereignis mehr als ein Elektronkandidat, so wird der Kandidat mit dem höchsten Transversalimpuls $P_\mathrm{T,e} = E'_\mathrm{e} \sin\theta_\mathrm{e}$ ausgewählt, da das gestreute Elektron gewöhnlich das Detektorobjekt mit dem höchsten Transversalimpuls bildet.

Trotz der optimierten Schauerprofilkriterien des Elektron-Suchalgorithmus kann es zu Fehlidentifikationen kommen, beispielsweise durch Photonen aus π^o-Zerfällen. Diese Photonen lassen sich aufgrund ihres elektromagnetischen Charakters nicht kalorimetrisch von Elektronen unterscheiden. Diese Form des Untergrunds nimmt für abnehmende Elektronenergien immer stäker zu. Deshalb wird ein Elektronkandidat nur dann akzeptiert, wenn zusätzlich eine Spur mit ihm in Verbindung steht. Eine Spur wird als zu einem Kandidaten zugehörig eingeordnet, sofern deren extrapolierter, kleinster Abstand zum *Cluster*schwerpunkt d_spur einen festen Wert nicht übersteigt. Für unsere Zwecke ist dieser Wert auf 16 cm gesetzt und der Schnitt damit sehr weich gewählt. Der gesamte Untergrund photonischen Ursprungs läßt sich durch die zusätzliche Spurinformation effektiv unterdrücken. Es werden alle Spuren der beiden BOS-Bänke [69] namens DTNV und DTRA auf ihre mögliche Zugehörigkeit zu einem Elektronkandidaten hin überprüft. Die Bank DTRA enthält ausschließlich Spuren, die mit einem rekonstruierten Vertex in Verbindung stehen, während DTNV-Spuren bei der Rekonstruktion keinem Vertex zugeordnet werden konnten. Wir schränken das Spur-

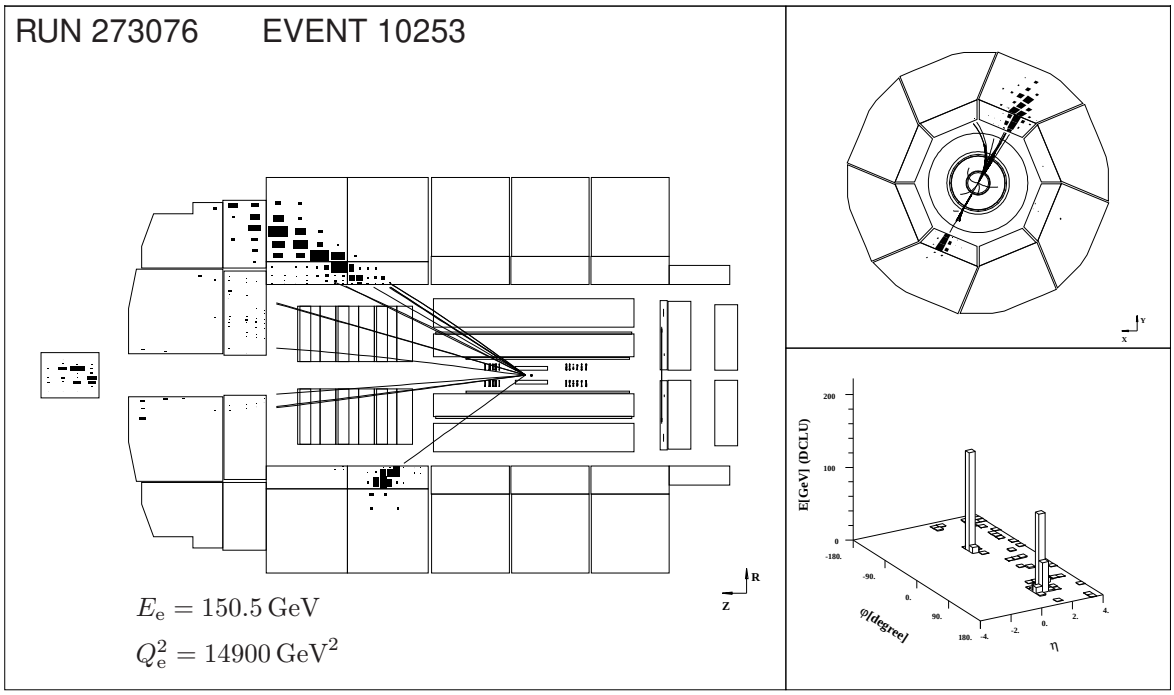


Abbildung 5.2: *Selektiertes Ereignis des Neutralen Stromes mit* $Q^2 = 14900\,\mathrm{GeV}^2$*; das gemessene, isolierte Elektron mit einer Energie von* $E_e = 150.5\,\mathrm{GeV}$ *besitzt eine eindeutige Spur und wird von dem gegenüberliegenden Teilchenjet mit* $\Delta\phi \approx 180^o$ *impulsbalanciert.*

kriterium allerdings auf Streuwinkel $\theta_e > 45^o$ ein. Liegt der Streuwinkel unterhalb von 45^o, so wird der Elektronkandidat auch ohne zugeordnete Spur akzeptiert. Zum einen ist der Untergrund in diesem Bereich deutlich geringer als im rückwärtigen Bereich. Zum anderen sind die systematischen Unsicherheiten des Vorwärts-Spurdetektors bislang nicht ausreichend studiert. Probleme ergeben sich durch die geringe Ereignisrate für Elektronen und durch die schwierige Meßbarkeit einzelner Elektronspuren aufgrund stattfindender Wechselwirkungen mit dem Detektor.

5.2.2 Vorselektion

Die Topologie eines Ereignisses des Neutralen Stromes ist klar umrissen (Abb. 5.2), so daß die physikalischen Kriterien, die ein solches Ereignis zwingend erfüllen muß, leicht definiert werden können. Je nach Wahl der zugrundegelegten Selektionskriterien läßt sich das Maß an Reinheit und Effizienz für die gesuchten Ereignisse variieren. Dabei muß stets ein Kompromiß zwischen beiden Größen gefunden werden, da die Optimierung der Reinheit gewöhnlich eine Verringerung der Effizienz verursacht bzw. eine gesteigerte Effizienz im allgemeinen eine Reduktion der Reinheit nach sich zieht. An dieser Stelle sollen die verwendeten Schnitte der Vorselektion präsentiert werden, welche eine Ereignismenge des Neutralen Stromes mit hoher Reinheit und Effizienz generieren.

Selektionsschnitte:

– **Trigger:**

$$\text{Subtrigger 67} \quad \wedge \quad \text{Subtrigger 75}$$

Es werden nur Ereignisse akzeptiert, welche einen Elektron-Subtrigger aufweisen, genauer die physikalischen Subtrigger 67 und 75 des Zentralen Triggersystems (Abschn. 4.2.6). Motivation für diese Bedingung ist die notwendige Bestimmung der wahren Anzahl $\hat{N}_{\text{wahr}}$ erzeugter Elektron-Ereignisse. Um diese zu ermitteln, bestimmen wir zunächst für die ausgewählten Subtrigger die Triggerwahrscheinlichkeit ϵ_{trig}, mit der unsere Ereignisse zur Auslese bzw. Aufzeichnung gelangen (Abschn. 5.2.5). Die wahre Anzahl resultiert dann aus der Anzahl der nachgewiesenen Ereignisse $\hat{N}_{\text{mess}}$ mittels $\hat{N}_{\text{wahr}} = \hat{N}_{\text{mess}}/\epsilon_{\text{trig}}$.

– **Vertex:**

$$|Z_{\text{vtx}} - Z_{\text{nom}}| < 35 \text{ cm}$$

Alle Ereignisse müssen einen rekonstruierten Vertex innerhalb von 35 cm in z-Richtung um den nominellen Wechselwirkungspunkt besitzen, damit die Ereigniskinematik und die Nachweis-Effizienzen hinreichend präzise bestimmbar bleiben.

– **Elektron:**

$$\begin{aligned} E_{\text{e}} &> 16\,\text{GeV} \\ Q^2_{\text{e}} &> 100\,\text{GeV}^2 \\ y_{\text{e}} &< 0.9 \end{aligned}$$

Der Elektronkandidat genügt den in Abschnitt 5.2.1 aufgeführten Kriterien. Liegt mehr als ein Kandidat vor, so wird die Kinematik aus dem Kandidaten mit dem höchsten Transversalimpuls $P_{\text{T,e}}$ berechnet. Die drei aufgeführten Schnitte bewirken eine deutliche Reduktion des Photoproduktionsuntergrundes.

– **Kinematik:**

$$\begin{aligned} \not{P}_{\text{T}} &= \sqrt{\left(\sum_{\text{total}} p_x\right)^2 + \left(\sum_{\text{total}} p_y\right)^2} < 25\,\text{GeV} \\ \mathcal{P}_l &= \sum_{\text{total}} (E - p_z) = \Sigma_{\text{h}} + E'_{\text{e}}(1 - \cos\theta_{\text{e}}) > 40\,\text{GeV} \end{aligned}$$

Energie- und Impulserhaltung ergeben zwei zusätzliche Bedingungen, welche innerhalb der Meßtoleranzen erfüllt sein müssen. Damit kann ein Großteil des *ep*-Untergrundes wie des Nicht-*ep*-Untergrundes vermieden werden. Der Schnitt auf die longitudinale Impulsbilanz $\mathcal{P}_l$ reduziert zudem radiative Effekte.

– **Akzeptanz:**

$$Z_e > -180 \text{ cm}$$
$$Z_e \notin [15, 25] \text{ cm}$$
$$|\phi_e - \phi_{\text{lücke}}| > 2^o \qquad \text{mit} \qquad \phi_{\text{lücke}} \in [0^o, 45^o, 90^o, 135^o, 180^o, 225^o, 270^o, 315^o]$$

Akzeptanzschnitte auf die z-Position des Elektron*clusters* Z_e im LAr-Kalorimeter und den Winkel ϕ_e in der Umgebung von Detektorlücken sollen zusätzlich systematische Unsicherheiten verringern.

– **Untergrund:**

$$\frac{P_{T,e}(1)}{P_{T,e}(2)} \notin [0.95, 1.05]$$

Die Eliminierung elastischer QED-Compton-Ereignisse erfolgt durch die Erkennung eines zusätzlich gefundenen Elektronkandidaten; der zweite Kandidat muß dabei nicht notwendigerweise das Spurkriterium erfüllen. Ein Ereignis wird letztendlich verworfen, wenn beide Kandidaten den gleichen Transversalimpuls innerhalb von 5 % aufweisen.

Mit diesen Schnitten erhalten wir eine Ereignismenge des Neutralen Stromes, die nur noch einen sehr geringen Anteil an Untergrund-Ereignissen enthält. Auf Basis dieser Vorselektion wollen wir im Anschluß die systematischen Untersuchungen der Effizienzen und der Energiekalibration durchführen. Paradigmatisch zeigt Abbildung 5.2 ein selektiertes Ereignis mit eindeutiger Elektronsignatur und balanciertem Transversalimpuls.

5.2.3 Winkelmessung

Eine möglichst genaue Rekonstruktion des Elektronwinkels θ_e ist entscheidend für die korrekte Bestimmung der kinematischen Variablen eines Ereignisses. Die systematische Abhängigkeit der kinematischen Größen von einer Variation des Winkels $\delta\theta_e$ ergibt sich für die Elektron-Methode auf der Grundlage von (4.1) gemäß der Fehlerfortpflanzung aus der jeweiligen partiellen Ableitung nach θ_e.

$$\left|\frac{\delta Q_e^2}{Q_e^2}\right| = \tan(\frac{\theta_e}{2})\,\delta\theta_e \qquad \left|\frac{\delta y_e}{y_e}\right| = \frac{1-y_e}{y_e}\cdot\frac{\sin\theta_e}{1-\cos\theta_e}\,\delta\theta_e \tag{5.1}$$

Abbildung 5.3 verdeutlicht den Einfluß einer Fehlmessung des Elektronwinkels um 1 mrad auf die kinematische Größe Q_e^2. Aufgetragen ist der relative Fehler als Funktion von θ_e. Der Meßfehler wirkt sich auf Q^2 gerade im Bereich großer Winkel θ bzw. kleiner Q^2-Werte stark aus.

Der H1-Detektor erlaubt die Winkelmessung des gestreuten Elektrons sowohl aus der assoziierten Spur als auch aus der Position des Energie*clusters* eines Elektrons. Aus den Schwerpunktskoordinaten $X_e^{sp}, Y_e^{sp}, Z_e^{sp}$ des Energie*clusters* und den Koordinaten des gemessenen Vertex X_{vtx}, Y_{vtx}, Z_{vtx} erhält man den Polarwinkel θ_e^{kalo} durch

$$\tan\theta_e^{kalo} = \frac{\sqrt{(X_e^{sp}-X_{vtx})^2 + (Y_e^{sp}-Y_{vtx})^2}}{(Z_e^{sp}-Z_{vtx})}\,. \tag{5.2}$$

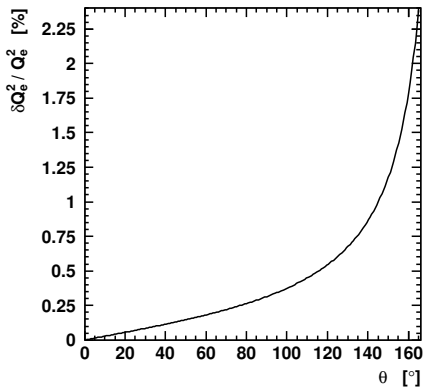


Abbildung 5.3: *Systematischer, relativer Fehler der kinematischen Größe Q_e^2 für eine angenommene Winkelunsicherheit $\delta\theta_e$ von* 1 mrad *des gemessenen Elektronwinkels.*

Maximale Präzision in der Bestimmung des Azimutwinkels ϕ_e wird durch die Spuren der zentralen Jetkammer (CJC) aufgrund der hohen Auflösung $\sigma_{r\phi} = 170\,\mu$m erreicht. Die genaueste Bestimmung des Polarwinkels θ_e resultiert ebenfalls aus der Spur der zentralen Jetkammer, sofern zusätzlich Trefferinformationen aus den z-Spurkammern (CIZ, COZ) zur Spurbestimmung vorliegen. Nur die Messung einer Spur in Verbindung mit Treffern in den z-Spurkammern gewährleistet eine präzise Polarwinkelmessung aufgrund der ausgezeichneten z-Auflösung von $\sigma_z^{\mathrm{COZ}} = \sigma_z^{\mathrm{CIZ}} \approx 0.26\,\mathrm{mm}$ im Gegensatz zur deutlich geringeren z-Auflösung der zentralen Jetkammer mit $\sigma_z^{\mathrm{CJC}} \approx 22\,\mathrm{mm}$. Ein Vergleich der Polarwinkel-Auflösungen einer Spur mit bzw. ohne Treffer in den z-Kammern ergibt ein günstigeres Auflösungsverhalten unter Verwendung des *Cluster*schwerpunktes, wenn bereits eine der beiden Kammern COZ und CIZ keinen Treffer mißt. Abbildung 5.4, extrahiert aus den Meßdaten, vergleicht die Winkeldifferenz zwischen *Cluster*schwerpunkt und Spurmessung für Spuren mit Treffern in beiden z-Kammern (links) und fehlenden Treffern im CIZ-Subdetektor (rechts). Der Unterschied in der Auflösung aufgrund der schlechteren Spurbestimmung ist evident.

Mit Blick auf Abbildung 5.5 wird deutlich, daß es einfacher und für unsere Zwecke auch ausreichend ist, nicht die Spurinformation zur Polarwinkel-Messung des Elektrons heranzuziehen. Die Abbildung zeigt die z-Spurkammer-Effizienzen, für rekonstruierte Elektronspuren einen oder mehrere Treffer in den z-Spurkammern vorzufinden. Die Effizienzen sind in Abhängigkeit der z-Position des Spur-Durchgangspunktes durch die jeweilige Spurkammer dargestellt. Mit den Radien der Kammern $R_{\mathrm{CIZ}} = 18\,\mathrm{cm}$ und $R_{\mathrm{COZ}} = 47\,\mathrm{cm}$ erhalten wir den geometrischen Durchquerungspunkt Z_{CIZ} oder Z_{COZ} aus

$$Z_{\mathrm{COZ,CIZ}} = \frac{R_{\mathrm{COZ,CIZ}}}{\tan\theta_e} + Z_{\mathrm{vtx}}\,. \tag{5.3}$$

Die Kammereffizienz ϵ_{COZ} bzw. ϵ_{COZ} als Funktion von Z ist definiert als das Verhältnis von Elektronspuren mit entsprechenden Treffern in Relation zu allen registrierten Elektronspuren. Die durchschnittliche Effizienz für beide Kammern liegt bei ca. 80 %. Allerdings existieren auch ineffiziente Bereiche insbesondere für die innere Kammer CIZ. Die systematischen Unsicherheiten bezüglich der Polarwinkel-Bestimmung mittels Spuren lassen sich durch die ungünstige Effizienzsituation nur schwer quantifizieren. Daher beschränken wir uns unter den gegebenen Detektorbedingungen auf eine kalorimetrische Polarwinkel-Messung.

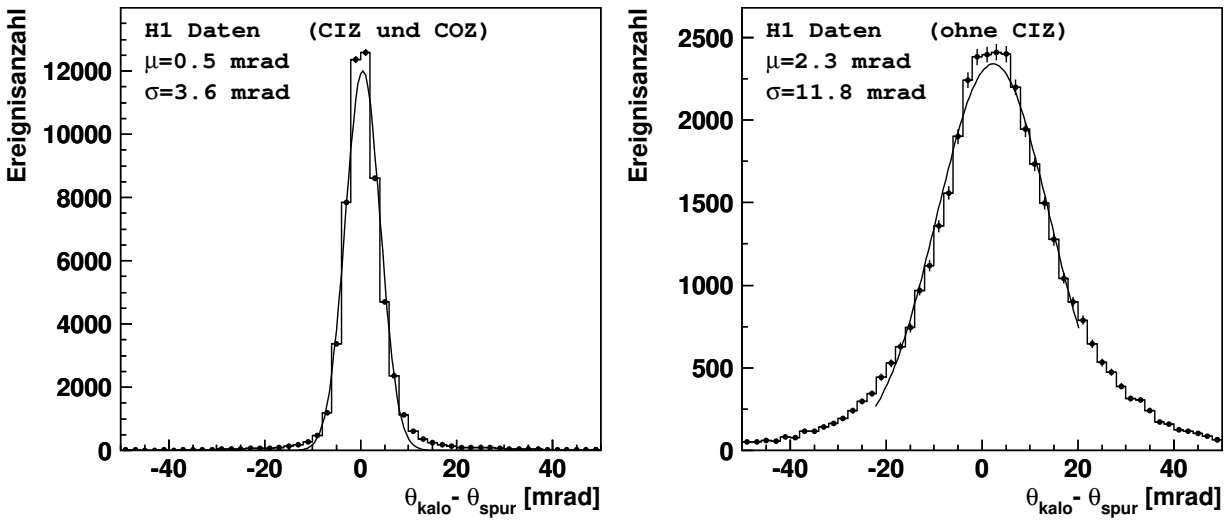


Abbildung 5.4: *Winkeldifferenz $\Delta\theta_e = \theta_{kalo} - \theta_{spur}$ zwischen den ermittelten Winkeln des Elektronkandidaten aus der kalorimetrischen Schwerpunktsbestimmung bzw. assoziierten Spur unter Verwendung von Spuren mit Treffern in beiden z-Spurkammern CIZ und COZ (links) oder ausschließlich Spuren ohne Treffer im CIZ-Subdetektor (rechts); die Verteilungen sind unmittelbar aus den selektierten Meßdaten extrahiert.*

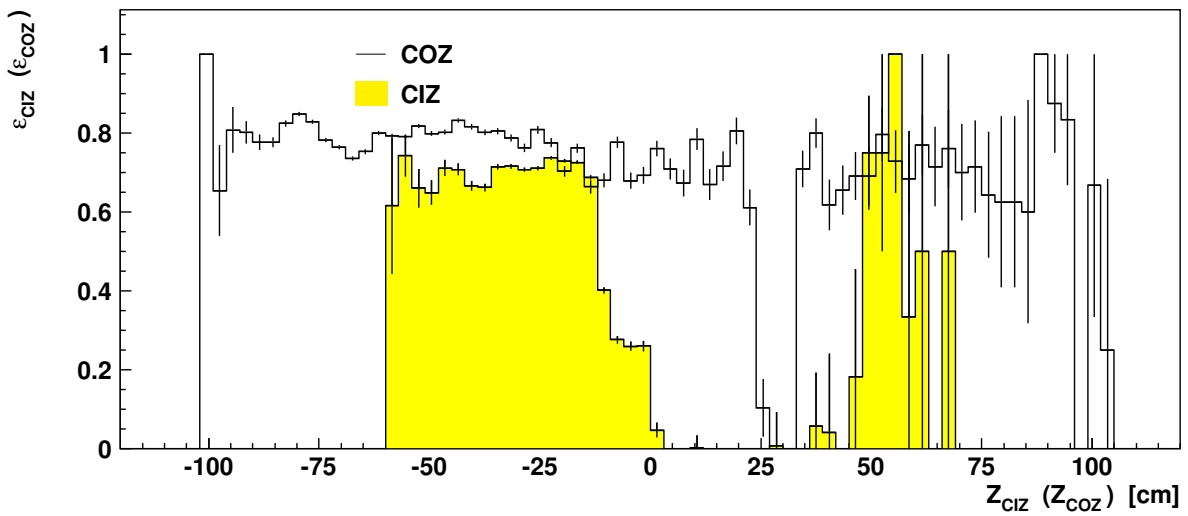


Abbildung 5.5: *Treffer-Effizienz der z-Spurkammern COZ und CIZ des zentralen Spurdetektors für selektierte Elektronspuren als Funktion der z-Koordinate des Durchquerungspunktes*

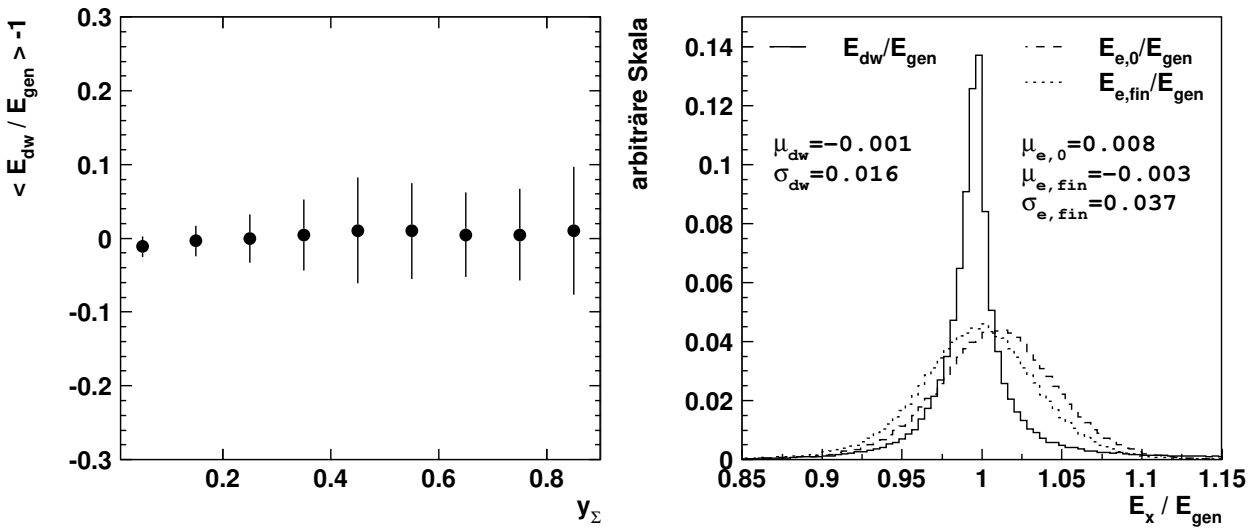


Abbildung 5.6: *Energieauflösung (Fehlerbalken) und Mittelwerte (•) der Doppelwinkel-Methode als Funktion von y_Σ (links) und Vergleich zur Elektron-Methode vor bzw. nach erfolgter Kalibration für y_Σ<0.3 (rechts); alle Werte resultieren aus dem verwendeten radiativen DJANGO-Monte Carlo.*

5.2.4 Energiekalibration

Die Überbestimmtheit der Kinematik für Ereignisse des Neutralen Stromes läßt sich dazu verwenden, die Energie der gestreuten Elektronen im Detektor durch verschiedene Rekonstruktionsmethoden (Abschn. 4.3) zu ermitteln und miteinander zu vergleichen. Die hohe Genauigkeit der Doppelwinkel-Methode definiert mit (4.5) unsere Referenz-Energieskala, die wir zur Kalibration der Elektronenergie im LAr-Kalorimeter verwenden. Um eine möglichst hohe Auflösung mit der Doppelwinkel-Methode zu erzielen, verlangen wir neben den Standardschnitten der Selektion gemäß Abschnitt 5.2.2 zusätzliche Qualitätsschnitte.

Zusatzschnitte:

- $\mathbf{44\,GeV < \sum_{total} E - p_z < 66\,GeV}$
  Diese Bedingung reduziert radiative Effekte durch Photonabstrahlung im Anfangszustand.

- $\boldsymbol{\gamma_h > 8^o}$
  Dieser Schnitt garantiert die vollständige Messung des hadronischen Endzustandes im Kalorimeter und damit eine gute Bestimmung von γ_h selbst.

- $\boldsymbol{y_\Sigma < 0.3}$ **für** $\boldsymbol{Z_e < 20\,cm}$ **und** $\boldsymbol{y_\Sigma < 0.5}$ **für** $\boldsymbol{Z_e > 20\,cm}$
  Diese Bedingung gewährleistet eine gute Auflösung der Doppelwinkel-Energie. Die Einschränkung auf die Region kleiner y_Σ-Werte bedeutet die ausschließliche Nutzung von Ereignissen mit Elektronenergien oberhalb von 25 GeV. Die Gültigkeit der Kalibration für Energien unterhalb dieser Schwelle ist durch das lineare Kalorimeterverhalten gesichert [54]. Die geringere Ereigniszahl im Vorwärtsbereich $Z_e > 20$ cm macht hier einen weicheren y_Σ-Schnitt erforderlich.

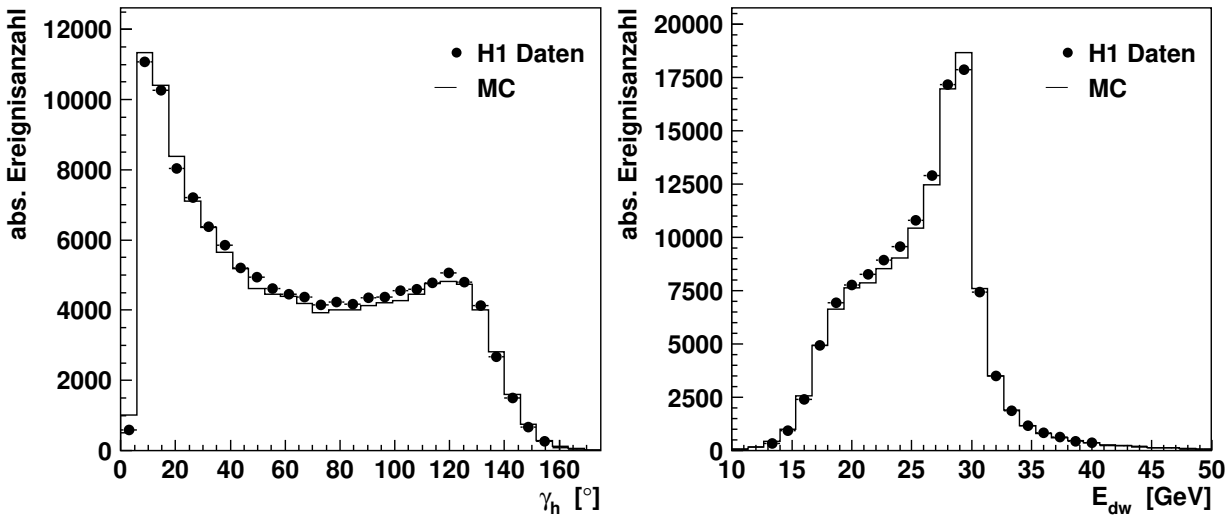


Abbildung 5.7: *Kontrollgrößen der Doppelwinkel-Methode: inklusiver Hadronwinkel γ_h (links) und Elektron-Energiespektrum aus der Doppel-Winkelmethode (rechts) aller selektierten Ereignisse*

Abbildung 5.6 zeigt die erzielte Energieauflösung der Doppelwinkel-Methode als Funktion von y_Σ, gewonnen aus dem verwendeten radiativen DJANGO-Monte Carlo (links). Für $y_\Sigma < 0.3$ liegt die Auflösung unter 2% und für steigende y_Σ-Werte verschlechtert sie sich bis auf ca. 9% durch die abnehmende Genauigkeit mit der γ_h gemessen werden kann sowie durch den wachsenden Einfluß radiativer Korrekturen. Liegt im Monte Carlo zusätzlich ein abgestrahltes Photon im Endzustand vor, wird dieses auf generiertem Niveau zum Elektron addiert, sofern der Öffnungswinkel zwischen beiden kleiner als 4^o ist. Bis zu dieser Schwelle ist ein Photon gewöhnlich vom Elektron im H1-Detektor nicht getrennt nachweisbar [70]. Abbildung 5.6 (rechts) ermöglicht uns den Vergleich der Energieauflösung zwischen Doppelwinkel-Methode und Elektron-Methode. Wir erkennen aus der Monte Carlo-Studie die exzellente Auflösung der Doppelwinkel-Energiemessung E_{dw} mit $\sigma_{\mathrm{dw}} = 0.016$ und einer mittleren Abweichung vom Zentralwert von $\mu_{\mathrm{dw}} = 0.001$. Die Elektron-Methode ergibt deutlich ungenauere Werte mit $\sigma_{\mathrm{e}} = 0.037$. Außerdem weist die unkalibrierte Elektronenergie eine mittlere Verschiebung um $\mu_{\mathrm{e,o}} = 0.8\,\%$ auf, welche durch die Kalibration reduziert wird und eine bessere Übereinstimmung mit dem wahren Wert liefert.

Mit der Doppelwinkel-Methode soll nun die Elektron-Energieskala kalibriert werden, d.h. wir vergleichen die Kalorimeter-Energie E_o mit der besser bestimmbaren Doppelwinkel-Energie E_{dw} für Elektronkandidaten, welche der Elektron-Suchalgorithmus QECFWD indiziert. Ausgangspunkt ist die Energie E_o unter Verwendung der älteren Kalibration des Datensatzes ①, wie sie in Abschnitt 5.3.2 eingehend erläutert wird. Auf Basis dieser detaillierten Kalibration wollen wir mögliche zeitliche Veränderungen der einzelnen Kalorimetersegmente getrennt voneinander korrigieren. Sowohl die Daten, als auch das verwendete Monte Carlo werden dieser Prozedur unterzogen. Zur Kontrolle der Methode dient Abbildung 5.7. Wir sehen die Verteilungen des inklusiven Hadronwinkels γ_h (links) und der Doppelwinkel-Energie E_{dw} (rechts) für alle Ereignisse der Analyseselektion. Daten und Monte Carlo stimmen über den gesamten Wertebereich in ihren absoluten Zahlen sehr gut überein.

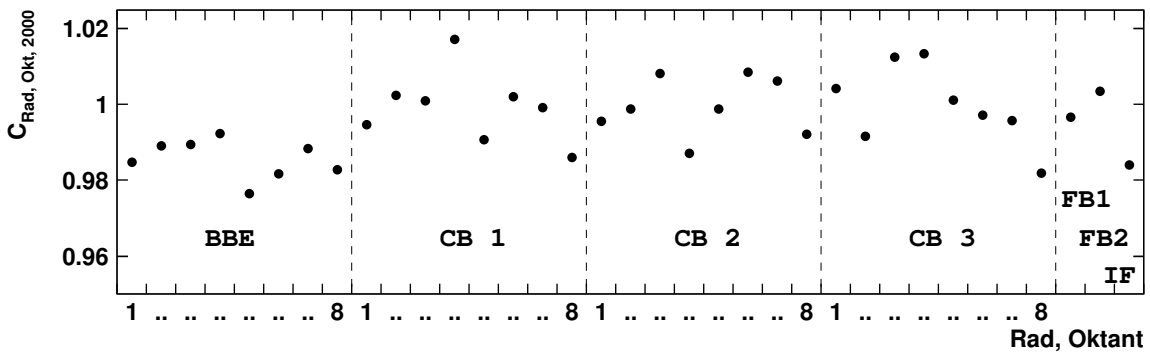


Abbildung 5.8: *Kalibrationskonstanten der einzelnen Kalorimetersegmente für die vorselektierten Daten aus dem Jahr 2000*

Die Berechnung segmentspezifischer Kalibrationskonstanten C_x vollzieht sich über die Mittelung der Energien aus Elektron- bzw. Doppelwinkel-Methode getrennt für alle Kalorimeter-Module (BBE, CB1, CB2, CB3) und Oktanden (1...8) jeweils eines Moduls sowie für die beiden Jahre 1999 und 2000 der Datennahme. Statt die Mittelwerte über einen Gauß-*Fit* festzulegen, wählen wir stattdessen das arithmetische Mittel der gemessenen Energien. Dadurch werden Abweichungen von der Gauß-Form der Kalorimeter-Auflösung, u.a. durch weiter auslaufende Verteilungen, besser berücksichtigt.

$$C_{\text{Modul, Okt, Jahr}} \equiv \left\langle \frac{E_{\text{dw}}}{E_o} \right\rangle_{\text{Modul, Okt, Jahr}} \qquad \begin{cases} \text{Modul} & \in \{\text{BBE, CB1, CB2, CB3}\} \\ \text{Oktant} & \in \{1, ..., 8\} \\ \text{Jahr} & \in \{1999, 2000\} \end{cases} \tag{5.4}$$

Damit erhalten wir die kalibrierte finale Energie $E_{\text{e,fin}}$ eines Elektronkandidaten im LAr-Kalorimeters.

$$\begin{aligned} E_{\text{e,fin}} &= E_o \left\langle \frac{E_{\text{dw}}}{E_o} \right\rangle_{\text{Modul, Okt, Jahr}} \\ &= E_o \, C_{\text{Modul, Okt, Jahr}} \end{aligned} \tag{5.5}$$

Die räumliche Unterteilung der Kalibration in einzelne Kalorimeter-Oktanden und die zusätzliche zeitliche Unterteilung können für die Module FB1, FB2 und IF aufgrund der zu geringen Statistik nicht aufrechterhalten werden. Diese Module müssen derzeit über alle Oktanden sowie zeitlich gemittelt behandelt werden und bekommen nur einen globalen Kalibrationsfaktor C_{Modul} mit Modul $\in \{\text{FB1, FB2, IF}\}$ zugewiesen. Auch die obigen Qualitätsschnitte wurden für diesen Kalorimeterbereich aufgegeben, so daß die Genauigkeit der Kalibration hier einer gewissen Einschränkung unterliegt. Insgesamt schwanken die Kalibrationswerte beispielweise für die im Jahre 2000 gewonnenen Daten zwischen 0.975 und 1.02 (Abb. 5.8).

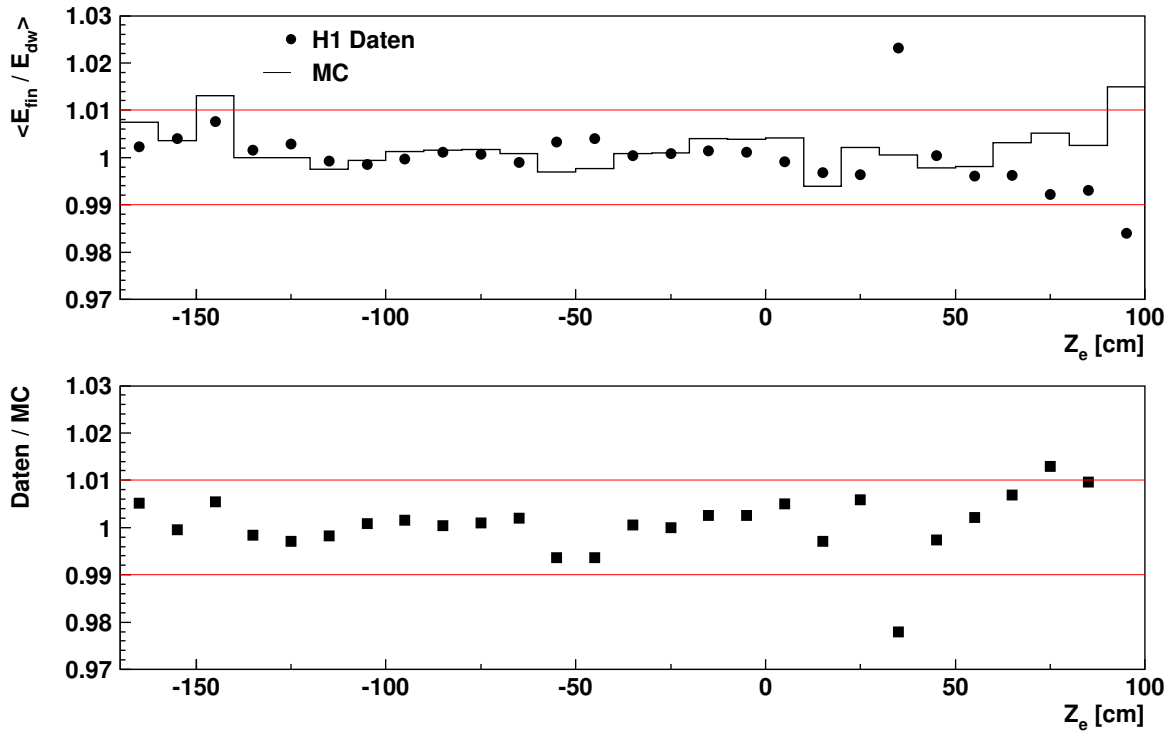


Abbildung 5.9: *Verifikation der Kalibration als Funktion von Z_e getrennt für Daten und Monte Carlo (oben) und relative Unterschiede zwischen Daten und MC (unten); Abweichungen zwischen Daten und Monte Carlo würden zu systematischen Fehlern bei der späteren Entfaltung führen.*

Die Kalibration läßt sich auf ihre Stabilität hin überprüfen, indem wir die bereits kalibrierten Ereignisse Intervallen von Z_e statt Kalorimetersegmenten zuordnen und Kalibrationskonstanten $C_z = \langle E_\mathrm{fin}/E_\mathrm{dw}\rangle|_Z$, diesmal als Funktion von Z_e, nach selbigen Verfahren bestimmen. Die Ergebnisse der Verifikation sind in Abbildung 5.9 dargestellt. Die Unterschiede bewegen sich fast ausschließlich unterhalb von 1% (oben), sowohl für die Daten als auch für das Monte Carlo. In der gleichen Größenordnung liegen folglich auch die Unterschiede beim Vergleich von Daten und Monte Carlo (unten). Die endgültigen Energiespektren innerhalb der Kalorimeter-Module BBE, CB1-3, FB1-2 (Abb. 5.10) beinhalten die entsprechenden Ereignisse der vollständigen Selektion. Die gemessenen Spektren stimmen sehr gut mit der Erwartung des Monte Carlos überein, sowohl in der Form als auch in der absoluten Normierung.

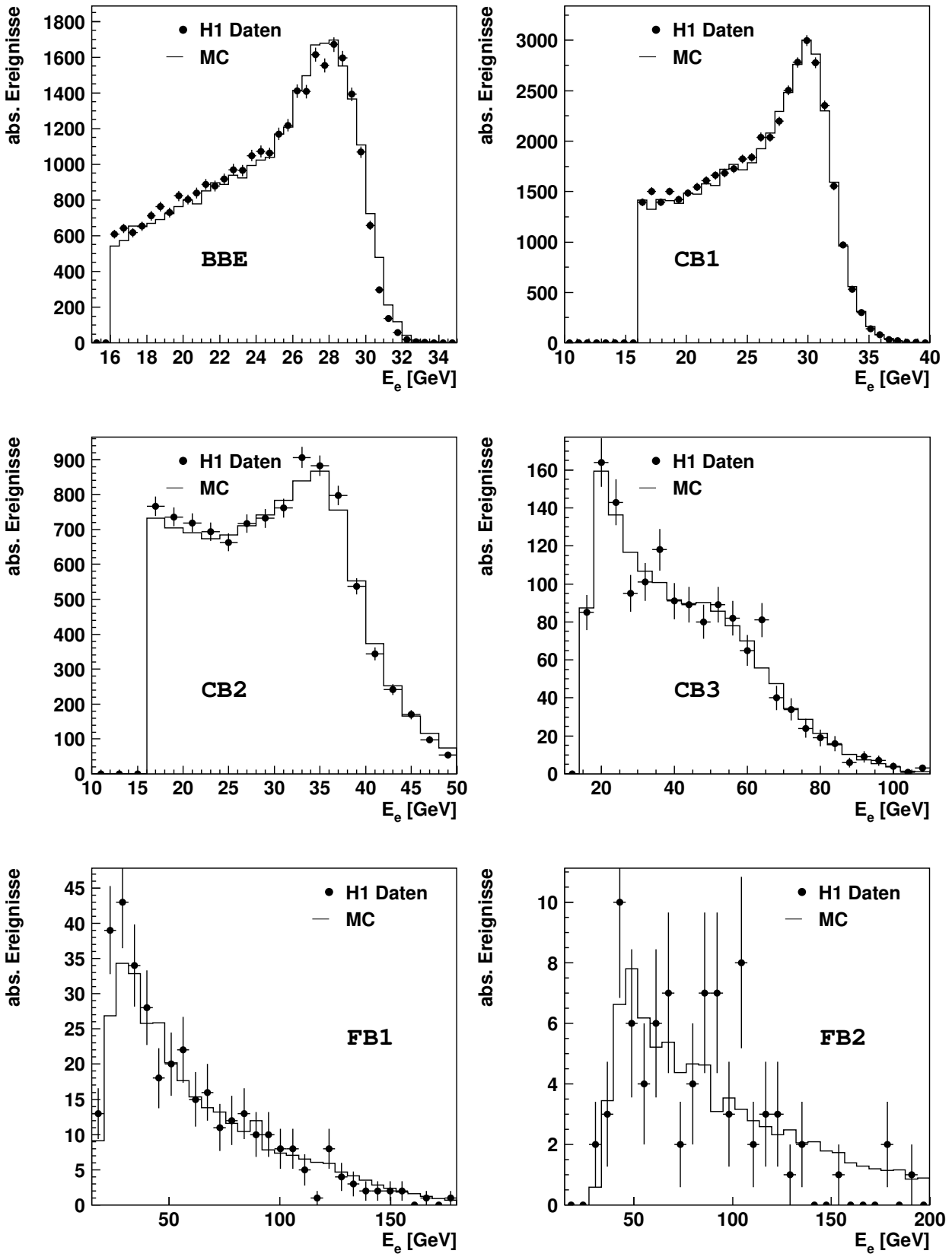


Abbildung 5.10: *Gemessene Energiespektren der Kalorimeter-Module BBE, CB1, CB2, CB3, FB1 und FB2 für alle endgültig selektierten Daten nach erfolgter Kalibration im Vergleich zur Monte Carlo-Erwartung*

5.2.5 Nachweis-Effizienzen

Ein zentraler Bestandteil jeder Wirkungsquerschnittsmessung ist die Bestimmung der totalen Nachweiswahrscheinlichkeit der untersuchten Ereignisse durch die Meßapparatur. Ohne deren Kenntnis können wir die gemessenen Resultate nicht objektivieren, d.h. keinen detektorunabhängigen Wirkungsquerschnitt angeben. Eine spätere Entfaltung der gemessenen Daten durch das benutzte Monte Carlo (Abschn. 5.2.7) ist nur dann sinnvoll, wenn die Einzeleffizienzen der Daten vom Monte Carlo richtig beschrieben werden. Für diese Analyse sind vier verschiedene Effizienzen von Bedeutung, die sich aus den Anforderungen an die Ereignisse des Neutralen Stromes ergeben.

Anforderungen:

- Triggerbedingung
- Existenz eines rekonstruierten Vertex
- Erkennung eines Elektrons im Kalorimeter
- Assoziation einer Elektronspur (für $\theta_e > 45^o$)

Soll die Nachweis-Effizienz bestimmt werden, die sich aufgrund einer der vier aufgelisteten Anforderungen ergibt, so benötigen wir zunächst eine möglichst untergrundfreie Ereignismenge, die **nicht** unter Verwendung der entsprechenden Anforderung selektiert wurde. Die Effizienz ergibt sich dann aus dem Verhältnis der Mächtigkeit dieser Ereignismenge N_{total} zur Anzahl der Ereignisse N_{gut}, welche die untersuchte Anforderung erfüllen, d.h. $\epsilon = N_{\text{gut}}/N_{\text{total}}$. Ausgangspunkt der folgenden Effizienzbestimmungen ist stets die Vorselektion (Abschn. 5.2.2), jedoch ohne die jeweils effizienzrelevante Anforderung explizit zu verlangen. Darüber hinausgehend werden z.T. zusätzliche Schnitte oder/und härtere Schnitte eingeführt, um verfälschende Untergrund-Ereignisse möglichst zu eliminieren.

Trigger-Effizienz

Der für die Analyse verwendete Elektrontrigger, eine logische ODER-Kombination aus Subtrigger 67 und Subtrigger 75, läßt sich zur Effizienzbestimmung durch den Subtrigger 71 ersetzen (Abschn. 4.2.6). Dieser Subtrigger verfügt zwar über eine geringe Effizienz, reagiert aber ebenfalls auf Ereignisse des Neutralen Stromes und verwendet dabei andere Triggerelemente. Zur Effizienzbestimmung wählen wir eine durch die Vorselektion definierte Ereignismenge mit angesprochenem Monitortrigger (ST 71).

Trigger-Effizienz:

$$\epsilon_{\text{trig}} = \frac{\text{Zahl der selektierten Ereignisse getriggert mit } \{ (\text{ST } 67 \vee \text{ST } 75) \wedge \text{ST } 71\}}{\text{Zahl der selektierten Ereignisse getriggert mit } (\text{ST } 71)} \tag{5.6}$$

Die Betrachtung der Triggereffizienz als Funktion von ϕ_e und Z_e gibt Aufschluß über Detektorregionen mit nicht zuverlässig arbeitender Triggerelektronik. Abbildung 5.11 kennzeichnet ineffiziente ϕ_e-Z_e-Bereiche, getrennt für die Jahre 1999 und 2000 der Datennahme. Die markierten Bereiche

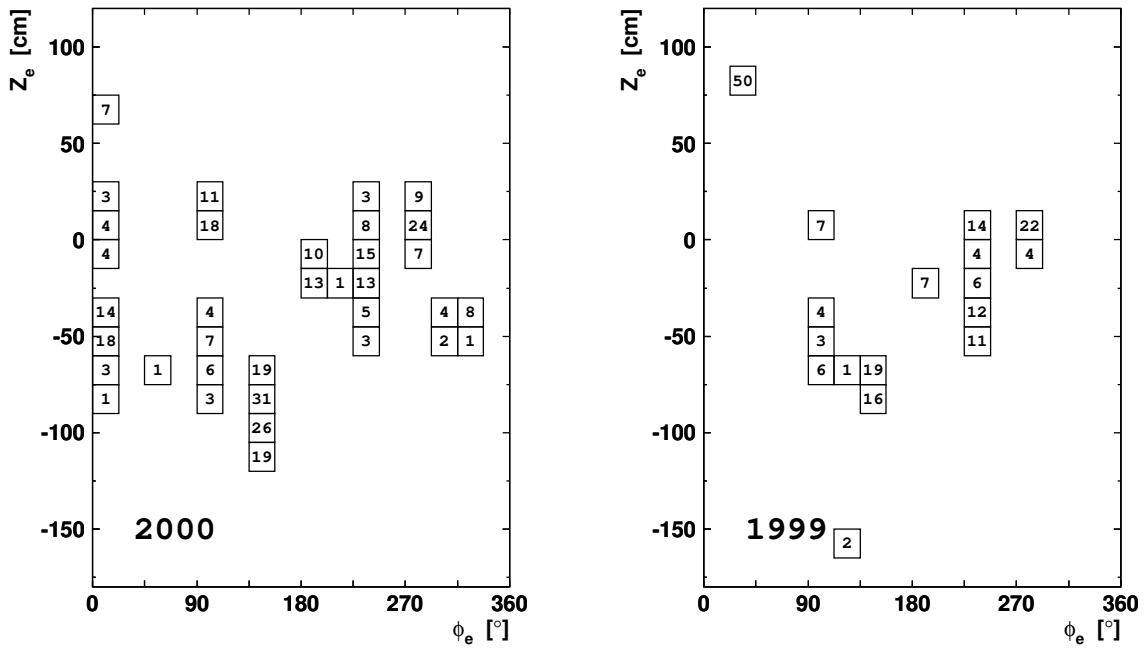


Abbildung 5.11: *Ineffiziente Detektorregionen in der ϕ-z-Ebene für die Elektron-Triggerbedingung (*Subtrigger 67 $\vee$ Subtrigger 75*), zeitlich getrennt für die Zeiträume 1999 und 2000 der Datennahme; die markierten Regionen mit Ineffizienzen über* 1% *sind von der Analyse ausgeschlossen. Die Zahlenwerte entsprechen der regionalen Ineffizienz in Prozent.*

mit Effizienzen von weniger als 99% werden von der Analyse ausgeschlossen, um eine 100%-tige Triggereffizienz unabhängig von der Energieschwelle zu gewährleisten. Dadurch können zusätzliche Korrekturen aufgrund der Triggerbedingung vermieden werden und die tatsächlichen Ursachen der beobachteten regionalen Ineffizienz bleiben ohne Bedeutung für die Auswertung. Lediglich die verringerte Akzeptanz ist bei der Entfaltung zum Wirkungsquerschnitt zu beachten. Abbildung 5.12 zeigt die Triggereffizienz als Funktion der Elektronenergie E_e vor und nach Ausschluß der ineffizienten Triggerregionen. Die partiellen Fehlfunktionen des Triggers reduzieren die Effizienz bis zu einer Energieschwelle von 40 GeV. Durch den Ausschluß erreicht die globale Effizienz über das gesamte Energiespektrum 100%. Verbleibende Unsicherheiten werden später durch einen entsprechenden globalen Fehler berücksichtigt.

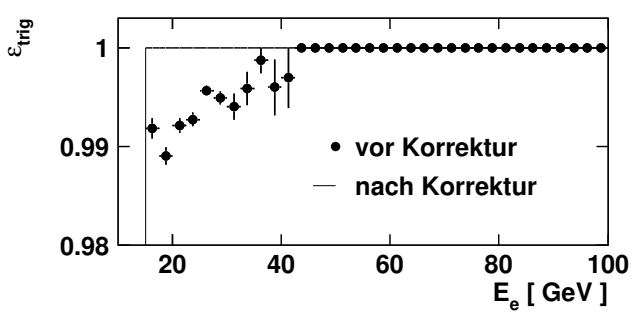


Abbildung 5.12: *Effizienz des verlangten Elektrontriggers (*Subtrigger 67 $\vee$ Subtrigger 75*) als Funktion der Elektronenergie E_e vor und nach Ausschluß der ineffizienten Triggerregionen gemäß Abbildung 5.11*

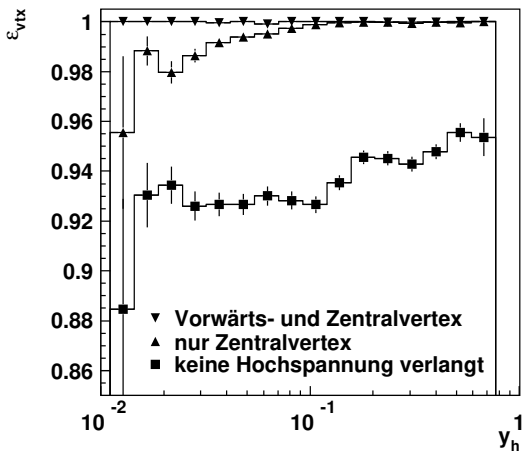


Abbildung 5.13: *Vertexeffizienz als Funktion von y_h ohne permanent nominellen Hochspannungsstatus (■), ausschließlich für zentrale Vertices (▲) und einschließlich der Vertices des Vorwärts-Spurdetektors (▼)*

Vertexeffizienz

Durch die geforderte Existenz eines primären Vertex für Elektron-Ereignisse ist die entsprechende Rekonstruktionswahrscheinlichkeit zu ermitteln und mit dem Entfaltungs-Monte Carlo zu vergleichen. Zur Verifikation definieren wir eine Ereignismenge auf Grundlage der Vorselektion, jedoch ohne einen Vertex zwingend zu fordern. Die Kinematik von Ereignissen ohne einen rekonstruierten Vertex wird dabei unter der Annahme $Z_{\mathrm{vtx}} = 0$ cm berechnet. Die fehlende Vertexbedingung erhöht zunächst den Ereignis-Untergrund. Durch schärfere Schnitte auf die kinematischen Zwangsbedingungen kann dieser jedoch ausreichend reduziert werden.

Zusatzschnitte:

$$\begin{aligned} 60\,\mathrm{GeV} \;&>\; \sum_{\mathrm{total}} (E - p_z) \;>\; 50\,\mathrm{GeV} \\ 0.6 \;&<\; P_{\mathrm{T,h}}/P_{\mathrm{T,e}} \;<\; 1.2 \end{aligned} \tag{5.7}$$

Die Vertexeffizienz hängt von verschiednen Kriterien ab, wie aus Abbildung 5.13 hervorgeht. Die gesamte Hochspannung der zentralen Spurkammer muß immer auf nominellem Niveau liegen. Andernfalls können Spuren nicht vollständig registiert werden und die totale Vertexeffizienz fällt deutlich ab. Die vorgenommenen Hochspannungskorrekturen sind später auch bei der Luminositätsberechnung zu berücksichtigen. Nach erfolgter Korrektur erkennen wir, daß ein zentraler Vertex für alle Ereignisse mit $y_h \gtrsim 0.1$ rekonstruiert wird. Unterhalb dieser Schwelle fällt die Effizienz ab, da hier der hadronische Endzustand stark vorwärts gestreut wird und alle Spuren im Vorwärts-Spurdetektor registriert werden. Im zentralen Spurdetektor kann lediglich die Spur des gestreuten Elektrons zu einem zentralen Vertex führen (Abb. 5.14). Die Ineffizienz für kleine y verschwindet, wenn auch rekonstruierte Vertices aus den Spuren des Vorwärts-Spurdetektors hinzukommen. Die Effizienz bleibt dann durchgängig über 99.9 %. Die Vertexeffizienz des Monte Carlos liegt überall bei 99.99% und weist somit vernachlässigbare Abweichungen zu den Daten auf.

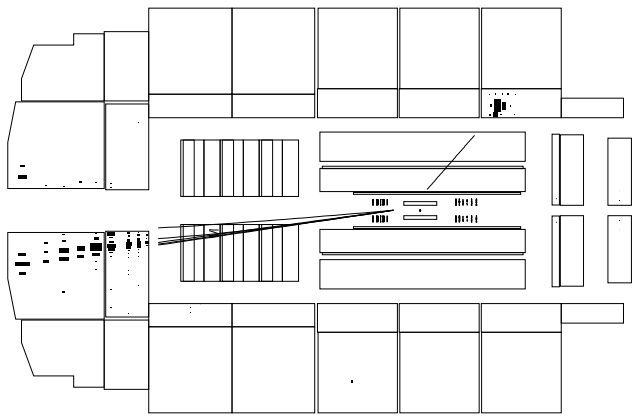


Abbildung 5.14: *Ereignis mit sehr kleinem y_{h} und einem rekonstruierten Vertex aufgrund von Spuren im Vorwärts-Spurdetektor*

Elektronspur-Effizienz

Ausgehend von der Vorselektion wird eine Ereignismenge gebildet, ohne eine Elektronspur zu verlangen. Das fehlende Spurkriterium erhöht allerdings den Anteil des Untergrundes. Zu dessen effektiver Unterdrückung erfolgen die gleichen Schnitte (5.7), wie sie bereits zur Bestimmung der Vertexeffizienz benutzt wurden. Die so generierte Ereignismenge kann nun daraufhin untersucht werden, wieviele Ereignisse eine Elektronspur zur geforderten Validation aufweisen (Abschn. 5.2.1). Abbildung 5.15 beschreibt die sich ergebende Effizienz als Funktion von ϕ_{e} und Z_{e}, zeitlich getrennt für die Jahre 1999 und 2000. Markiert sind die Bereiche mit einer Ineffzienz von mehr als 2.2 %, die von der Analyse ausgenommen werden. Insbesondere im Jahr 1999 liegt eine große, sich über den gesamten z-Bereich erstreckende, ineffiziente Region vor, die durch einen Kurzschluß aufgrund eines gerissenen Drahtes in der zentralen Jetkammer entstand.

Die gewählte Effizienzschwelle von 2.2 % stellt einen Kompromiß dar zwischen der damit erreichbaren totalen Effizienz sowie der resultierenden Akzeptanz und gewährleistet die Eliminierung sämtlicher Detektorbereich mit technischen Problemen, welche zu Effekten führen, die nicht durch das verwendete Monte Carlo beschrieben werden. Eine Variation der Effizienzschwelle hat keinen signifikanten Einfluß auf die abgeleiteten Wirkungsquerschnitte. Änderungen bewegen sich deutlich innerhalb der angegebenen Unsicherheiten der Elektronspur-Effizienz (Abschn. 5.2.8) und sind gegenüber den totalen Fehlern zu vernachlässigen. Beispielsweise würde sich für das Jahr 2000 die beobachtete Anzahl ineffizienter Regionen (Abb 5.15, rechts) und die zugehörigen Akzeptanzkorrekturen mit der Erhöhung der Effizienzschwelle reduzieren, ohne jedoch die resultierenden Wirkungsquerschnitte relevant zu beeinflussen. Somit ist ausgeschlossen, durch den zielgerichteten Ausschluß ineffizienter Bereiche eine signifikante systematische Erhöhung der Spureffizienz in den Daten hervorzurufen.

Entscheidend an dieser Stelle ist ausschließlich eine möglichst gute Übereinstimmung der Spur-Effizienzen zwischen den Daten und dem zur späteren Entfaltung verwendeten Monte Carlo, ohne die wahren Ursachen für die Ineffizienz ausgeschlossener Regionen weiter studieren zu müssen. Abbildung 5.16 zeigt die Spureffizienz nach Ausschluß der ineffizienten Bereiche in Abhängigkeit der Elektronenergie E_{e} (links) bzw. z-Position (rechts). Bei kleinen Energien $E_{\mathrm{e}} \lesssim 30\,\mathrm{GeV}$ liegt die Effizienz im Monte Carlo ursprünglich um bis zu 0.9 % höher als bei den Daten und wurde

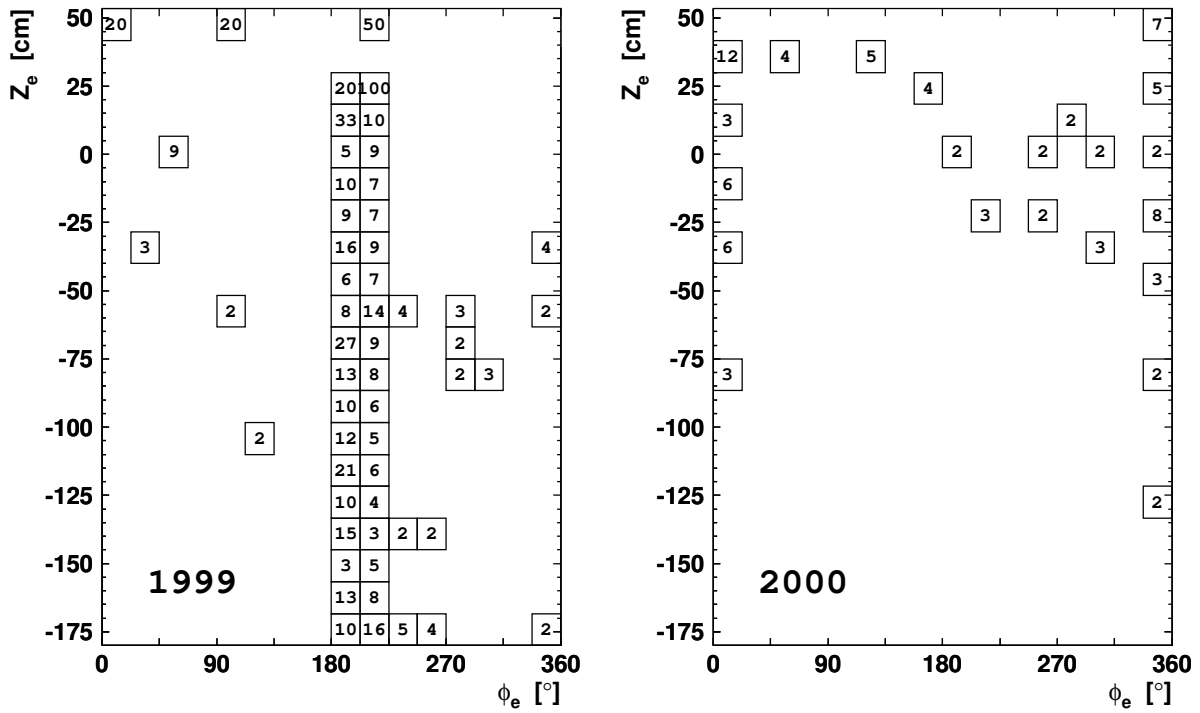


Abbildung 5.15: *Ineffiziente Regionen für Elektronspuren in der ϕ-z-Ebene, zeitlich getrennt für die Jahre 1999 und 2000 der Datennahme; die markierten Regionen mit Ineffizienzen über 2.2 % sind von der Analyse ausgeschlossen. Die Zahlenwerte entsprechen der regionalen Ineffizienz in Prozent.*

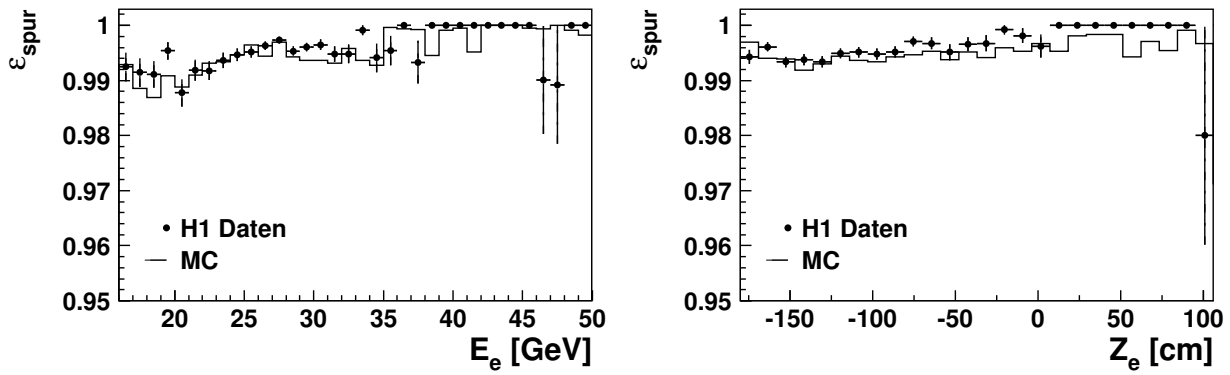


Abbildung 5.16: *Spureffizienz der Elektronkandidaten mit $\theta_e > 45^o$ in Abhängigkeit der Energie E_e (links) bzw. der z-Position des Elektrons (rechts); die urspünglichen Diskrepanzen zwischen Daten und Monte Carlo für $E_e \lesssim 30\,\mathrm{GeV}$ sind bereits im Monte Carlo korrigiert.*

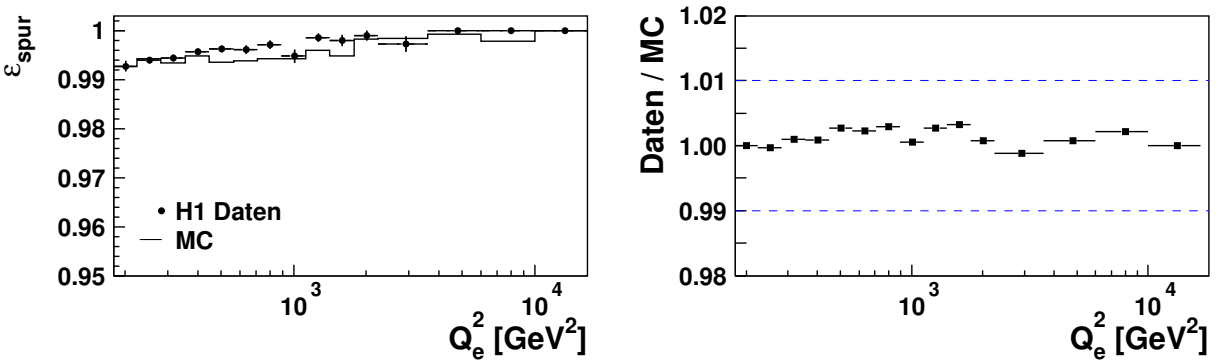


Abbildung 5.17: *Spureffizienz der Elektronkandidaten mit $\theta_e > 45^o$ in den Q^2-Intervallen zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes (links) und zugehöriges Effizienzverhältnis $\hat{\epsilon}_{\rm spur} = \epsilon_{\rm dat}/\epsilon_{\rm mc}$ zwischen Daten und Monte Carlo (rechts)*

dementsprechend nach unten korrigiert. Nach der Korrektur stimmen die Effizienzen von Monte Carlo und Daten bezüglich ihrer Abhängigkeiten von der Energie sowie z-Position ausgezeichnet überein und liegen fast überall oberhalb der 99 %-Schwelle.

Schließlich wird in Abbildung 5.17 die totale Effizienz jeweils für Monte Carlo und Daten als Funktion von Q_e^2 verglichen (links). Die Q^2-Intervalle sind hier analog zu den Intervallgrenzen der Wirkungsquerschnittsmessung (Abschn. 5.2.7) gewählt. Die Unterschiede zwischen Monte Carlo und den Daten (rechts) liegen nach allen Korrekturen im gesamten Q^2-Bereich unterhalb von 0.5 %. Bei der späteren Entfaltung der Daten mit dem Monte Carlo lassen sich die verbleibenden Diskrepanzen

$$\hat{\epsilon}_{\rm spur}(Q^2) = \frac{\epsilon^{\rm dat}_{\rm spur}(Q^2)}{\epsilon^{\rm mc}_{\rm spur}(Q^2)} \tag{5.8}$$

getrennt für alle Q^2-Intervalle korrigieren, da die erhaltenen Wirkungsquerschnitte linear mit den Unterschieden $\hat{\epsilon}_{\rm spur}(Q^2)$ skalieren.

Effizienz der Elektronidentifikation

Die genaue Kenntnis der Elektron-Erkennungseffizienz ist unerläßlich, um den Wirkungsquerschnitt bestimmen zu können. Es bleibt zu überprüfen, inwieweit das zur Entfaltung benutzte Monte Carlo die Effizienz der Messung beschreibt. Da der eingesetzte Elektron-Suchalgorithmus QECFWD (Abschn. 5.2.1) sich wesentlich auf eine Schauerprofil-Analyse stützt, muß seine Effizienz durch eine schauerprofil-unabhängige Suchmethode verifiziert werden. Für diese Aufgabe haben wir hier den Jet-Algorithmus CDFCONE [71] ausgewählt. Dieser Jet-Algorithmus faßt kalorimetrische Einzel-Energiedepositionen innerhalb eines Konus mit frei wählbarem Radius $R_{\rm cone}$ zu sogenannten Jets mit maximiertem Transversalimpuls zusammen. Da gestreute Elektronen gewöhnlich die Detektorobjekte mit dem größten Transversalimpuls bilden, definiert der Jet mit maximalem Transversalimpuls mit hoher Wahrscheinlichkeit einen Elektronkandidaten. Die zur Suche verwendete Konusgröße wurde zu $R_{\rm cone} = 0.5$ gesetzt. Der geforderte Energieanteil in der elektromagnetischen Sektion des Kalorimeters muß mehr als 90% der Gesamt-Jetenergie betragen. Ein Jet wird letztendlich als Elektron akzeptiert, sofern genau eine Spur existiert, die dem Kandidaten zugeordnet werden kann und

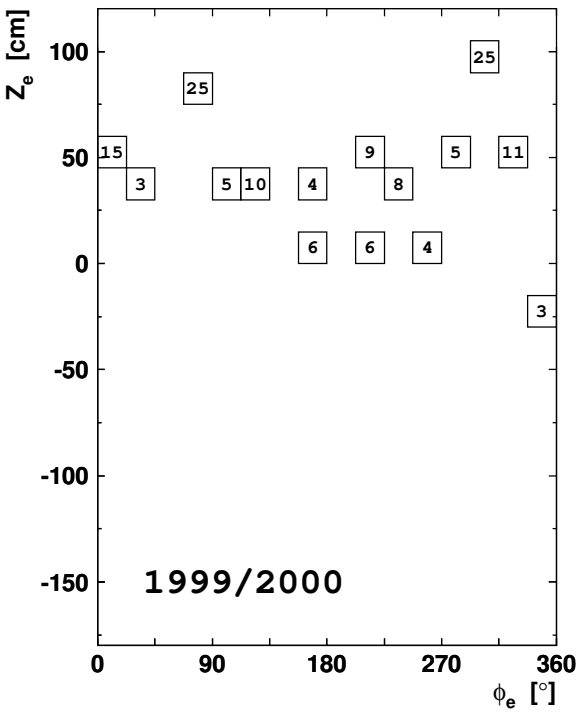


Abbildung 5.18: *Ineffiziente Regionen bezüglich der Elektronidentifikation mit QECFWD in der ϕ-z-Ebene; die markierten Regionen mit Ineffizienzen über 3.0 % sind von der Analyse ausgeschlossen. Die Zahlenwerte entsprechen der regionalen Ineffizienz in Prozent.*

ansonsten in einer weiter gefaßten Umgebung sich keine zusätzlichen Spuren befinden. Das Spurkriterium wird durch die Differenzen der Azimutalwinkel (ϕ) und Pseudo-Rapiditäten (η) zwischen Spur und Jet festgelegt.

Spurkriterium:

$$\text{Genau eine Spur mit} \qquad |\phi_{\text{jet}} - \phi_{\text{spur}}| < 90^o \qquad \text{und} \qquad |\eta_{\text{jet}} - \eta_{\text{spur}}| < 1 \ . \tag{5.9}$$

Alle Ereignisse mit zwei oder mehr Jets, welche das Spurkriterium erfüllen, werden verworfen. Zur Reduktion des Untergrundes verwenden wir erneut die Schnitte (5.7). Die erforderliche Berechnung der kinematischen Variablen geschieht durch Verwendung der ermittelten Jetobservablen, d.h. $\theta_{\text{e}} \equiv \theta_{\text{jet}}$, $\phi_{\text{e}} \equiv \phi_{\text{jet}}$ bzw. $E_{\text{e}} \equiv E_{\text{jet}}$. Die so konstruierte Ereignismenge ermöglicht eine Effzienzbestimmung des angewendeten Elektron-Suchalgorithmus QECFWD.

Elektron-Effizienz:

$$\epsilon_{\text{qecfwd}} = \frac{\text{Zahl der mit CDFCONE } \textbf{und} \text{ QECFWD gefundenen Ereignisse}}{\text{Zahl aller mit CDFCONE gefundenen Ereignisse}} \tag{5.10}$$

Dabei wird nur verlangt, daß QECFWD einen Elektronkandidaten gefunden hat. Eine Überprüfung auf Identität mit dem QDFCONE-Kandidaten findet jedoch nicht mehr statt. Diesbezügliche Mehrdeutigkeiten haben aufgrund der harten kinematischen Schnitte nur marginale Bedeutung. Analog zur Elektronspur-Effizienz schließen wir auch für die Elektron-Erkennungseffizienz ineffiziente Bereiche in der ϕ-z-Ebene von der Analyse aus (Abb. 5.18), sofern die Ineffizienz mehr als 3 % beträgt. Diese Bereiche häufen sich um $Z_{\text{e}} \approx 50\,\text{cm}$. Die gewählte Effizienzschwelle von 3.0% stellt einen Kompromiß dar zwischen der erreichbaren Effizienz sowie der resultierenden Akzeptanz und

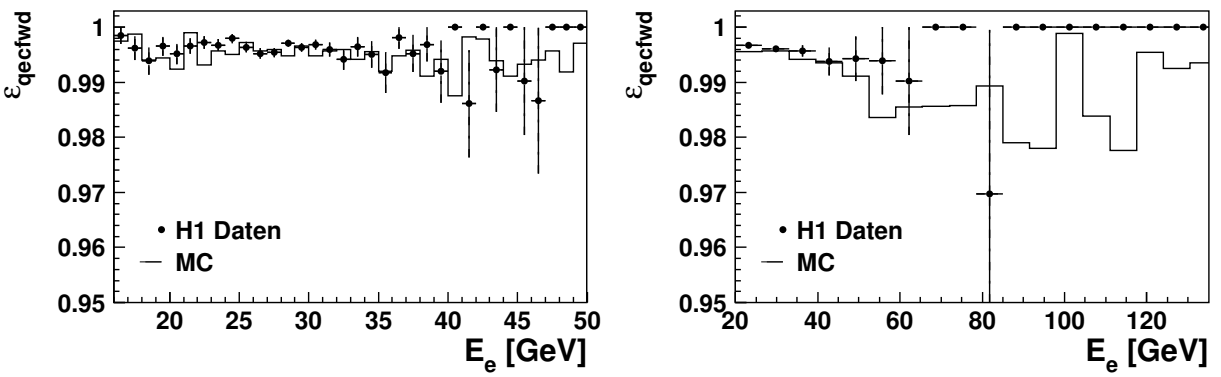


Abbildung 5.19: *Effizienz $\epsilon_{\mathrm{qecfwd}}$ der Elektronidentifikation in Abhängigkeit der Elektronenergie E_{e} bis* 50 GeV *(links) und* 150 GeV *(rechts) nach Ausschluß ineffizienter Bereiche*

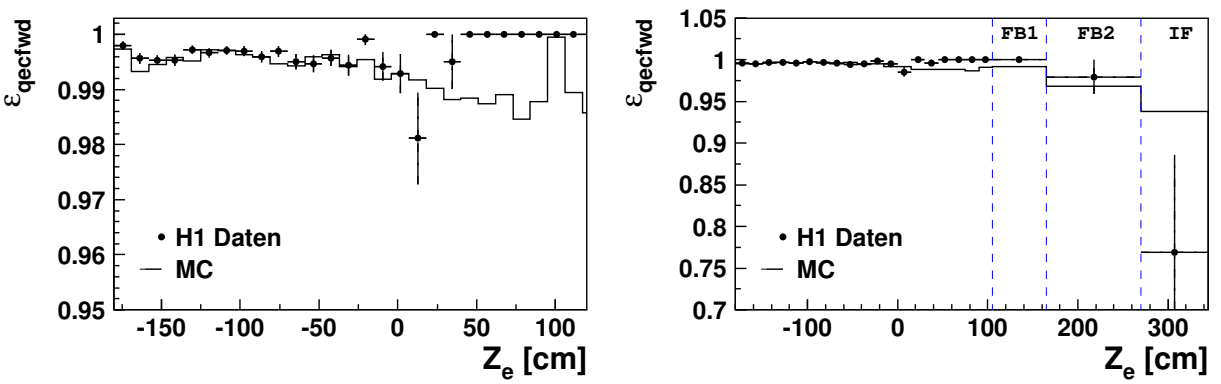


Abbildung 5.20: *Effizienz $\epsilon_{\mathrm{qecfwd}}$ der Elektronidentifikation in Abhängigkeit der z-Position Z_{e} bis* 120 cm *(links) und über den gesamten z-Bereich (rechts) nach Ausschluß ineffizienter Bereiche*

eliminiert auffällige ineffiziente Detektor-Bereiche. Eine Variation der Effizienzschwelle hat auch hier keinen signifikanten Einfluß auf die abgeleiteten Wirkungsquerschnitte. Änderungen der Wirkungsquerschnitte bewegen sich deutlich innerhalb der angegebenen Unsicherheit der Elektron-Erkennungseffizienz (Abschn. 5.2.8) und sind gegenüber den totalen Fehlern zu vernachlässigen. Damit ergibt sich durch den zielgerichteten Ausschluß ineffizienter Bereiche keine relevante systematische Effizienzerhöhung.

Entscheidend ist, wie schon bei der Spureffizienzbestimmung, ausschließlich eine möglichst gute Übereinstimmung der Elektron-Erkennungseffizienzen zwischen den Daten und dem zur späteren Entfaltung verwendeten Monte Carlo, ohne die Ursachen für die Ineffizienz ausgeschlossener Regionen weiter verfolgen zu müssen. In den Abbildungen 5.19 und 5.20 ist die Elektroneffizienz $\epsilon_{\mathrm{qecfwd}}$ als Funktion der Elektronenergie bzw. der z-Position abgetragen. Abweichend von den Daten treten ab einer Energie von $E_{\mathrm{e}} \gtrsim 60\,\mathrm{GeV}$ in Korrelation mit $Z_{\mathrm{e}} \gtrsim 50\,\mathrm{cm}$ im Monte Carlo Ineffizienzen in der Größenordnung bis zu 2 % auf. Darunter bewegen sich die Effizienzen übereinstimmend auf einem Niveau von ca. 99 %.

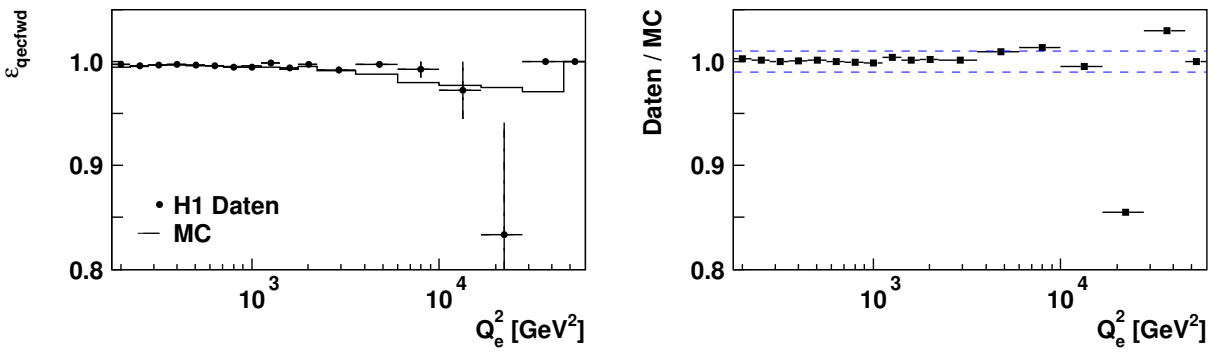


Abbildung 5.21: *Effizienz $\epsilon_{\mathrm{qecfwd}}$ der Elektronerkennung in den Q^2-Intervallen zur Bestimmung des Wirkungsquerschnittes (links) nach Ausschluß ineffizienter Bereiche und zugehöriges Effizienzverhältnis $\hat{\epsilon}_{\mathrm{elec}}(Q^2_{\mathrm{e}}) = \epsilon_{\mathrm{dat}}/\epsilon_{\mathrm{mc}}$ zwischen Daten und Monte Carlo (rechts)*

Die Untersuchung des extremen Vorwärtsbereiches, d.h. der Kalorimeter-Module FB2 und IF gestaltet sich in Ermangelung ausreichender Statistik deutlich schwieriger. Mit den obigen Auswahlkriterien verbleiben keine Ereignisse zur Effizienzbestimmung. Daher wird die Spurbedingung hier aufgegeben und die übrigen Selektionskriterien weniger restriktiv angesetzt. Alle Ereignisse mit $Q^2 \gtrsim 10000\,\mathrm{GeV}^2$ werden zusätzlich einer visuellen Überprüfung unterzogen, um Untergrund-Ereignisse eliminieren zu können. Ereignisse des QED-Compton-Prozesses mit einem Elektron und einem Photon im Endzustand sind dabei nicht zwingend zu verwerfen, da das vorhandene Elektron in allen Fällen erkannt werden sollte. Die gewonnenen Effizienzen beziehen sich jeweils auf ein vollständiges Kalorimeter-Modul (Abb. 5.20; FB1, FB2, IF). Im Modul IF liegt die Dateneffizienz bei 75 % und damit deutlich unterhalb der Monte Carlo-Vorhersage; jedoch ist die statistische Unsicherheit sehr hoch. Insgesamt tragen hier drei Ereignisse zur Ineffizienz bei (Anhang B).

Die Abweichungen wirken sich auf die Q^2-Abhängigkeit der Effizienz aus. Abbildung 5.21 vergleicht die totale Effizienz jeweils für Monte Carlo und Daten als Funktion von Q^2_{e} (links). Die Q^2-Intervalle sind identisch mit den Intervallgrenzen der Wirkungsquerschnittsmessung (Abschn. 5.2.7) gewählt. Unterschiede zwischen dem Monte Carlo und den Daten drücken wir durch das Effizienzverhältnis

$$\hat{\epsilon}_{\mathrm{elec}}(Q^2) = \frac{\epsilon^{\mathrm{dat}}_{\mathrm{qecfwd}}(Q^2)}{\epsilon^{\mathrm{mc}}_{\mathrm{qecfwd}}(Q^2)} \tag{5.11}$$

aus (rechts). Die Diskrepanzen bewegen sich bis $Q^2 < 6000\,\mathrm{GeV}^2$ innerhalb des markierten 1 %-Bandes. Andererseits ist im Intervall $Q^2 \in [16666\,\mathrm{GeV}^2, 27777\,\mathrm{GeV}^2]$ ein deutlicher Abfall auf $\approx 85\,\%$ für die Dateneffizienz zu verzeichnen, wenn auch mit hoher statistischer Unsicherheit. Verantwortlich hierfür sind die selben Ereignisse, die schon im Zusammenhang mit Abbildung 5.20 erwähnt wurden. Bei der späteren Entfaltung der Daten mit dem Monte Carlo lassen sich die Effizienzunterschiede $\hat{\epsilon}_{\mathrm{elec}}(Q^2)$ getrennt für alle Q^2-Intervalle näherungsweise korrigieren, da die resultierenden Wirkungsquerschnitte linear mit den Effizienzunterschieden $\hat{\epsilon}_{\mathrm{elec}}$ skalieren.

5.2.6 Endgültige Selektion

H1-Daten

Mit den gewonnenen Informationen über Elektron-Energiekalibration, Winkelmessung und Lage ineffizienter Bereiche wollen wir die endgültige Selektion durchführen. Durch die Energiekalibration sind jetzt die kinematischen Variablen genauer bekannt. Wir gehen erneut von der Gesamtmenge aller Ereignisse aus und selektieren zunächst gemäß den Schnitten der Vorselektion (Abschn. 5.2.2) Ereignisse des Neutralen Stromes. Somit sind mögliche Migrationseffekte aufgrund der durchgeführten Kalibration an den Schnittgrenzen korrekt berücksichtigt und wir erhalten eine nicht vorbeeinflußte Ereignisselektion. Hinzu kommen nun zusätzliche Selektionskriterien. Die ineffizienten Bereiche bezüglich Trigger, Elektronspuren und Elektronerkennung (Abschn. 5.2.5) werden von der endgültigen Selektion ausgenommen, um eine ausreichende Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo zu garantieren. Aus Gründen einer möglichst genauen Luminositätsbestimmung werden nur *Runs* akzeptiert, die insgesamt eine integrierte Luminosität von mehr als $0.5\,\mathrm{nb}^{-1}$ aufweisen. Schließlich ist der nominelle Hochspannungsstatus für alle analyserelevanten Detektorkomponenten zu fordern. Somit verbleiben insgesamt für die Wirkungsquerschnittsanalyse 127400 Ereignisse mit einer integrierten Luminosität $\mathcal{L}_{\mathrm{int}}$ von $63.04\,\mathrm{pb}^{-1}$ nach allen Korrekturen.

Abbildung 5.22 gibt Aufschluß über die Stabilität der Ereignisrate $\hat{\sigma} = \Delta N_{\mathrm{Ereig}}/\Delta\mathcal{L}_{\mathrm{int}}$ der endgültigen Selektion im Verlauf der akkumulierten Datenmenge über einen Zeitraum von 14 Monaten. Die Rate liegt im Jahre 1999 deutlich niedriger als im darauffolgenden Jahr. Dies resultiert aus der geringeren Detektorakzeptanz insbesondere wegen der deutlich reduzierten Spureffizienz. Folglich ergeben sich bei der Wirkungsquerschnittsentfaltung erhöhte Akzeptanzkorrekturen für 1999. Ansonsten erweist sich die Selektion als ausreichend stabil über die gesamte Meßperiode.

Monte Carlo

Die Messung des Wirkungsquerschnitts erfordert Korrekturen der Daten aufgrund von Akzeptanz, Effizienz sowie von Auflösungseffekten des H1-Detektors. Diese Korrekturen werden mit einem Monte Carlo ermittelt. In den vorherigen Abschnitten haben wir uns deshalb davon überzeugt, daß Energiekalibration, Winkelmessung und alle relevanten Effizienzen in den Daten vom Monte Carlo richtig wiedergegeben werden. Dann nämlich ist die Korrektheit der Ergebnisse durch eine einfache Entfaltung mit der „*Bin-by-Bin*“-Methode garantiert, wie wir sie in Abschnitt 5.2.7 anwenden wollen.

Die Monte Carlo-Ereignisse des Neutralen Stromes, die in dieser Analyse Verwendung finden, generiert das Programm DJANGO 6.2 [72]. DJANGO berechnet zuerst den Wirkungsquerschnitt innerhalb des zugelassenen Phasenraumes unter Verwendung des Programms HERACLES 4.4 [73] sowie der MRSH-Parametrisierung der Partondichte-Funktionen [74]. Die Berechnungen beinhalten den eigentlichen harten Subprozeß auf Born-Niveau und den leptonischen Anteil der QED-Strahlungskorrekturen. Dann werden Ereignisse im Phasenraum gemäß des ermittelten Wirkungsquerschnitts erwürfelt. Das Programm ARIADNE 4.08 [75] in seinen Standardeinstellungen generiert daran anknüpfend sogenannte Partonschauer zur verbesserten Beschreibung des hadronischen Endzustandes. Die abschließende Partonfragmentation übernimmt das Programm JETSET 7.4 [76].

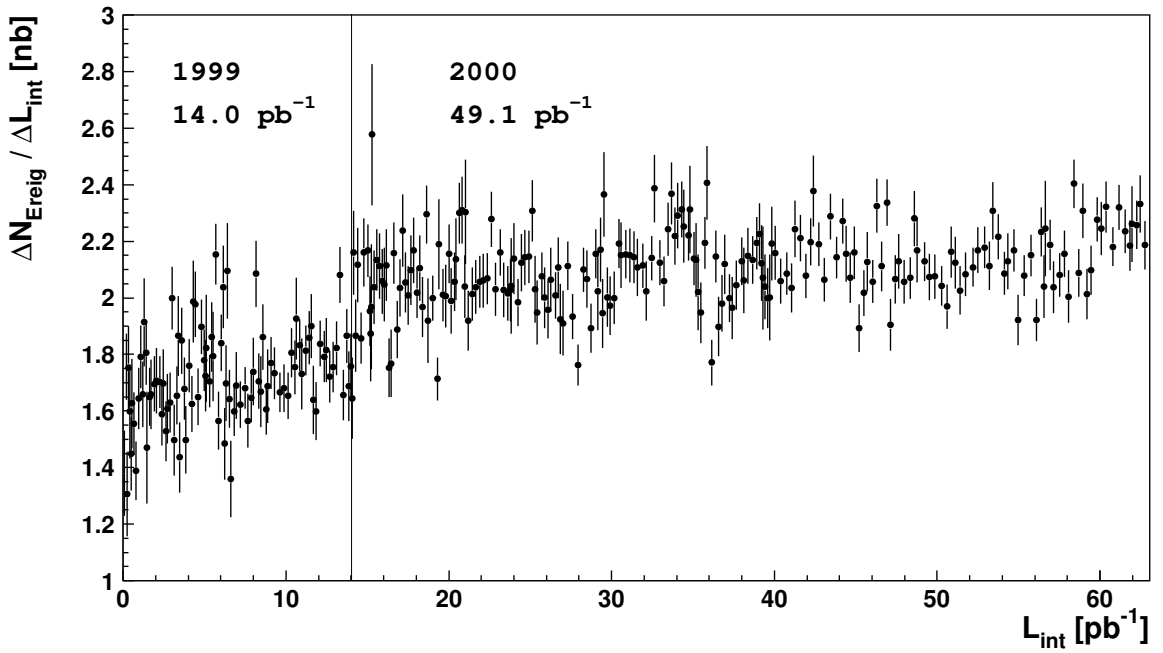


Abbildung 5.22: *Ereignisrate $\hat{\sigma} = \Delta N_{\mathrm{Ereig}}/\Delta\mathcal{L}_{\mathrm{int}}$ der endgültigen Selektion in Abhängigkeit der akkumulierten integrierten Luminosität $\mathcal{L}_{\mathrm{int}}$; jeder Datenpunkt faßt jeweils 25 Runs zusammen, wobei der statistische Fehler aus der jeweiligen Summe der selektierten Ereignisse resultiert.*

Die Detektorantwort auf die generierten Teilchen wird von dem Detektor-Simulationsprogramm H1SIM erzeugt, welches auf dem Simulationspaket GEANT [77] aufbaut. Zur Beschleunigung der Simulationsvorgänge im Kalorimeter wurde eine Schauerparametrisierung durch das Programm H1FAST [78] implementiert. Nach Ablauf dieser Programmkette erhalten wir Ereignisse, die sich ebenso analysieren lassen, wie reale Detektordaten, mit dem Unterschied, den vollständigen Endzustand ohne Meßfehler zu kennen! Genau diese Informationen sind zur Entfaltung erforderlich.

Daten und Monte Carlo im Vergleich

Um eine optimale Anpassung des Monte Carlos an die Daten zu erzielen, sind zwei Umgewichtungen vorzunehmen. Einerseits sollte die Vertexverteilung der Daten vom Monte Carlo möglichst genau nachgebildet sein. Wir gewichten dafür das Monte Carlo um, indem jedem Ereignis ein von der Vertexposition Z_{vtx} abhängiges Gewicht zugewiesen wird, ohne die totale Ereignisanzahl zu ändern. Die zweite Umgewichtung ist aufgrund der zur Generierung verwendeten MRSH-Partondichtefunktionen erforderlich. Alle durchgeführten Studien zeigen, daß diese Parametrisierung die H1-Daten nur recht unvollkommen beschreibt und somit als veraltet gelten muß. Im Bereich kleiner x-Werte weicht der berechnete MRSH-Wirkungsquerschnitt um bis zu $\approx 10\,\%$ ab. Besser geeignet sind die CTEQ5D-Partondichtefunktionen, mit denen das Monte Carlo umgewichtet wurde. Jedes Ereignis erhält in Abhängigkeit der generierten Werte von x und Q^2 ein neues Gewicht w_{pdf}, daß aus dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte (2.7) bzw. (2.17) hervorgeht.

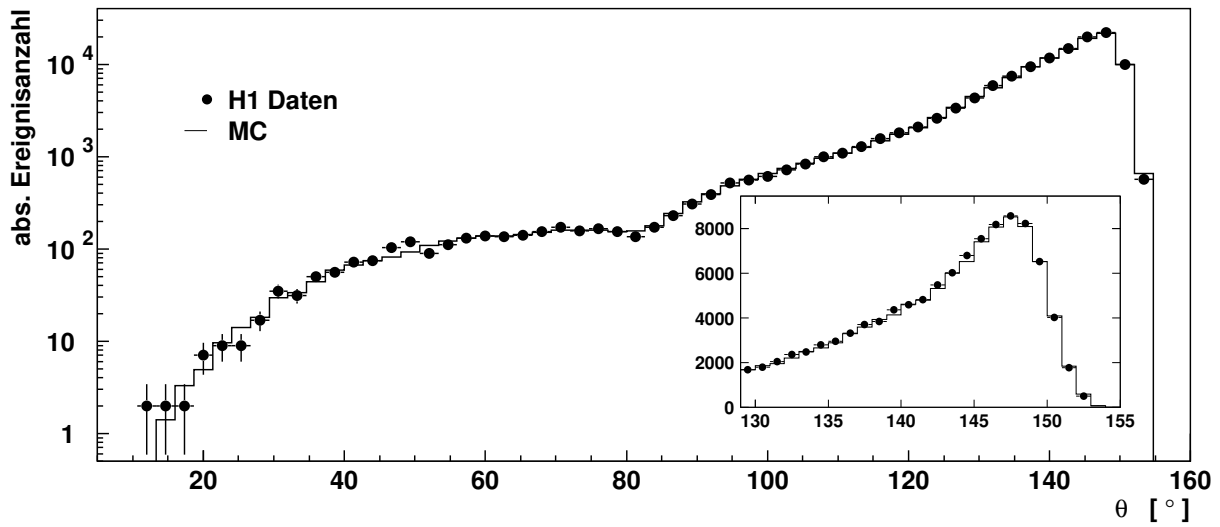


Abbildung 5.23: *Polarwinkel-Verteilung des gestreuten Elektrons aller Ereignisse der endgültigen Selektion. Die gemessenen Daten sind der Erwartung aus dem verwendeten DJANGO-Monte Carlo gegenübergestellt.*

$$w_{\mathrm{pdf}}(x_{\mathrm{gen}}, Q^2_{\mathrm{gen}}) = \frac{\frac{d\sigma^2}{dx\,dQ^2}\,[\mathrm{CTEQ5D}]}{\frac{d\sigma^2}{dx\,dQ^2}\,[\mathrm{MRSH}]} \tag{5.12}$$

Das benutzte Monte Carlo unterliegt der gleichen Analyseprozedur wie die Daten. Alle Akzeptanzschnitte aus Abschnitt 5.2.5 müssen auch auf die Monte Carlo-Ereignisse angewendet werden, um die richtigen Detektorkorrekturen zu erhalten. Allerdings entfallen die technisch bedingten Schnitte auf den Hochspannungsstatus und auf die Triggerbedingung. Aufgrund der bei 100 % liegenden Triggereffizienz sind zur Datenbeschreibung diesbezüglich keine Korrekturen am Monte Carlo erforderlich. Nach Normierung des Monte Carlos mit der gemessenen Datenluminosität ergibt sich eine totale Erwartung von 122 700 Ereignissen in guter Übereinstimmung mit den Daten (120 800 Ereignisse). Die Verteilungen in den Abbildungen 5.23 und 5.24 geben einen Überblick über den Grad der erreichten Beschreibungsgenauigkeit in den verschiedenen relevanten Kontrollgrößen. Dabei handelt es sich überall um die final selektierten Ereignisse, die zur Messung des Wirkungsquerschnitts ausgewertet wurden. Die realen Daten stehen dem auf die integrierte Luminosität normierten DJANGO-Monte Carlo gegenüber.

Die Verteilung des gemessenen Polarwinkels ist in Abbildung 5.23 dargestellt. Der gesamte θ-Bereich ist sehr gut von dem verwendeten Monte Carlo beschrieben. Wie bereits erläutert (Abschn. 5.2.1), wird für Winkel $\theta < 45^o$ keine Spur zur Verifikation des Elektrons verlangt. Etwaige Unterschiede in den Vertex-Verteilungen (Abb.5.24, links, Mitte) würden sich gerade auf den steilen Abfall der Winkelverteilung bei $\theta_{\mathrm{e}} \approx 155^o$ aufgrund des notwendigen z-Akzeptanzschnittes auswirken und die Beschreibungsgenauigkeit zwischen Daten und Monte Carlo dort sichtbar reduzieren.

Nach allen vorgenommenen Abstimmungen zeigt keine der Meßgrößen signifikante Abweichungen zwischen den H1-Daten und dem DJANGO-Monte Carlo.

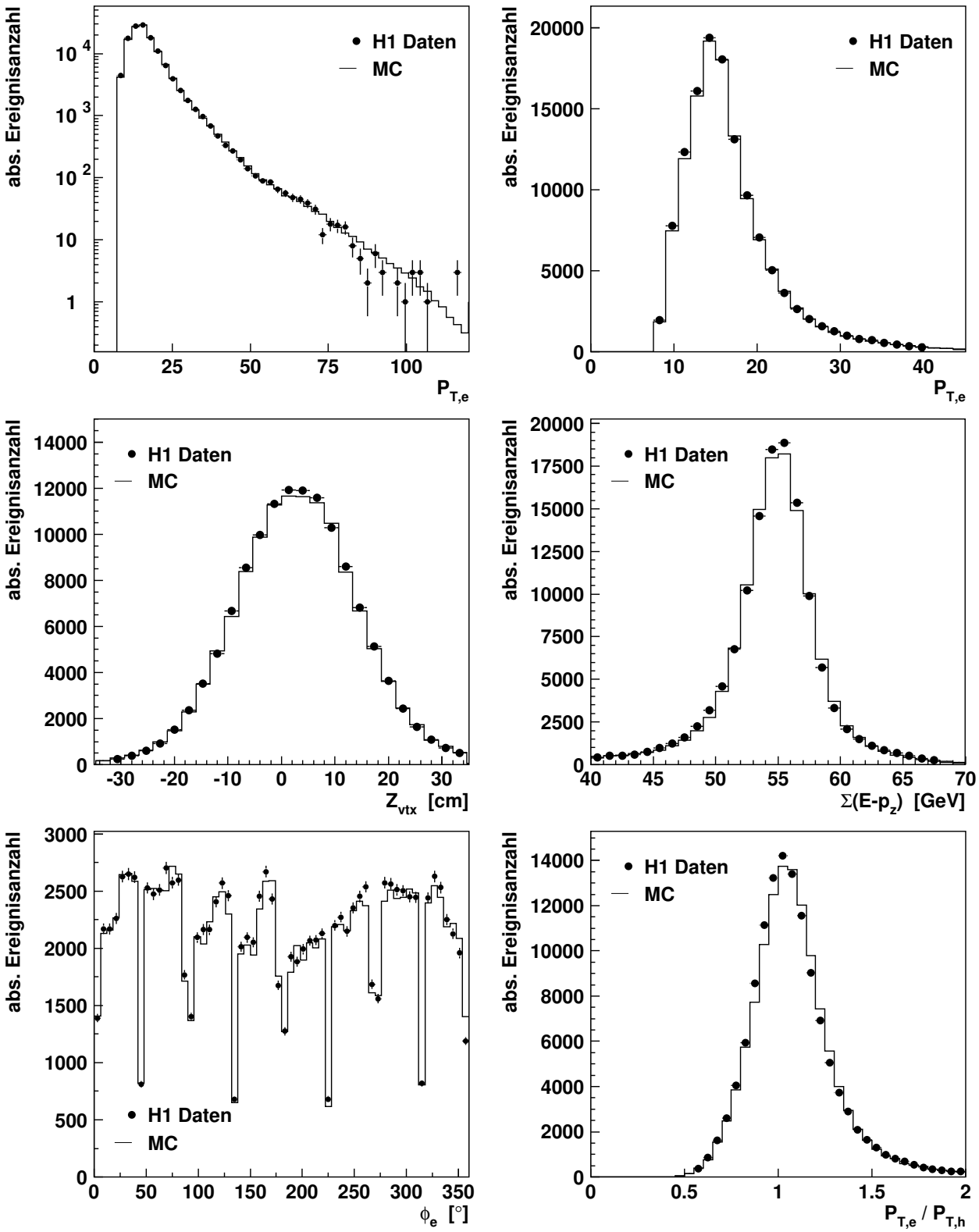


Abbildung 5.24: *Kontrollverteilungen der endgültigen Selektion für Daten und Monte Carlo; das Monte Carlo repräsentiert die absolute Vorhersage bezüglich der Datenluminosität* $\mathcal{L}_{\text{int}}$=63.04 pb^{-1} *basierend auf der CTEQ5D-Parametrisierung der Partondichten.*

Inter-vall i	$Q^2_{i,\min}$ [GeV]	$Q^2_{i,\max}$ [GeV]	$Q^2_{\text{meß}}$ [GeV]	Elektron-Meth.			Doppelw.-Meth.		Σ-Meth.	
				N_{tot}	N_{MC}	$N_{\gamma p}$	N_{tot}	N_{MC}	N_{tot}	N_{MC}
1	177.8	223.9	200	22055	21629	44	22073	21611	21166	20981
2	223.9	281.8	250	26070	26114	39	26570	26246	24848	25253
3	281.8	354.8	300	20056	20003	28	20494	20240	19800	19734
4	354.8	446.7	400	14831	14542	15	15067	14774	14719	14431
5	446.7	562.3	500	10206	10088	11	10228	10105	10219	10138
6	562.3	708.0	650	6680	6763	4	6697	6750	6591	6714
7	708.0	891.3	800	4499	4450	9	4533	4516	4486	4438
8	891.3	1122	1000	3169	3077	5	3127	3142	3268	3074
9	1122	1413	1200	2255	2197	4	2257	2203	2243	2223
10	1413	1778	1500	1593	1586	6	1587	1592	1562	1576
11	1778	2239	2000	977	1056	6	1028	1082	1016	1043
12	2239	3600	3000	1078	1112	10	1107	1125	1083	1114
13	3600	6000	5000	614	602	8	632	619	620	603
14	6000	10000	8000	279	266	2.6	267	265	283	267
15	10000	16666	12000	68	85.9	0.9	73	83	70	88
16	16666	27777	20000	9	18.9	0.06	10	18	13	19
17	27777	46300	30000	5	2.06	0.06	6	2.01	6	2.01
18	46300	60000	50000	1	0.07	–	1	0.06	1	0.06

Tabelle 5.3: *Q^2-Analyseintervalle zur Wirkungsquerschnittsbestimmung; neben den Intervallgrenzen sind die Werte $Q^2_{\text{meß}}$ angegeben, für welche der Wirkungsquerschnitt angegeben wird. Desweiteren sind Anzahl der endgültig selektierten Ereignisse N_{tot} und die zugehörige Monte Carlo-Erwartung N_{MC} (rad. DJANGO-MC; CTEQ5D) für die drei Rekonstruktionsmethoden aufgeführt. Der erwartete Photoproduktionsuntergrund $N_{\gamma p}$ ist nur für die Elektron-Methode angegeben, weist aber im Falle der anderen Rekonstruktionsmethoden nur geringfügige Abweichungen auf.*

5.2.7 Bestimmung des Wirkungsquerschnitts

Die Messung des Wirkungsquerschnitts erfolgt in Intervallen (*Bins*) von Q^2. Tabelle 5.3 gibt Auskunft über die verwendeten Intervallgrenzen und die in ihnen gemessenen Ereignisse sowie die Erwartung aus dem zugrunde gelegten radiativen DJANGO-Monte Carlo mit der CTEQ5D-Parametrisierung. Alle drei Rekonstruktionsmethoden liefern sehr ähnliche Resultate. Die Intervalle i sind unter Berücksichtigung von Reinheit (*Purity*) $\mathcal{P}$, Stabilität $\mathcal{S}$ und Akzeptanz $\mathcal{A}$ konzipiert. Diese drei Größen werden aus dem Monte Carlo bestimmt und charakterisieren die Qualität der einzelnen *Bins* bezüglich ihres physikalischen Informationsgehaltes für die Messung.

$$\mathcal{P}(i) = \frac{N^{\text{MC}}_{\text{rek+gen}}(i)}{N^{\text{MC}}_{\text{rek}}(i)} \qquad \mathcal{S}(i) = \frac{N^{\text{MC}}_{\text{rek+gen}}(i)}{N^{\text{MC}}_{\text{gen+sel}}(i)} \qquad \mathcal{A}(i) = \frac{N^{\text{MC}}_{\text{rek}}(i)}{N^{\text{MC}}_{\text{gen}}(i)} \tag{5.13}$$

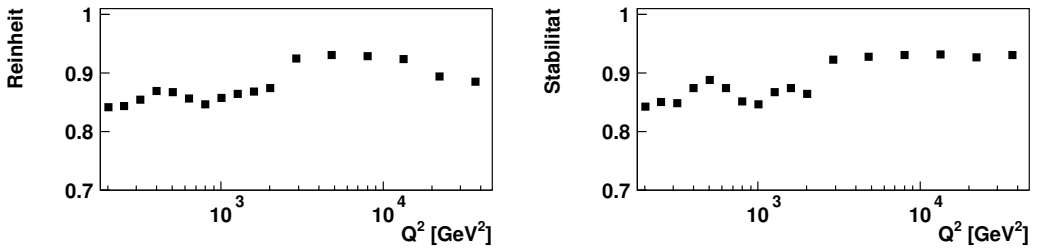


Abbildung 5.25: *Reinheit (links) und Stabilität (rechts) der Q^2-Analyseintervalle angegeben für die Elektron-Methode*

$N^{\mathrm{MC}}_{\mathrm{gen}}(i)$ ist die Anzahl der im Intervall i generierten Ereignisse und $N^{\mathrm{MC}}_{\mathrm{rek}}(i)$ ist die Anzahl der darin rekonstruierten Ereignisse. $N^{\mathrm{MC}}_{\mathrm{rek+gen}}(i)$ entspricht der Anzahl der gleichzeitig im Intervall i generierten und rekonstruierten Ereignisse. Schließlich ergibt sich $N^{\mathrm{MC}}_{\mathrm{gen+sel}}(i)$ als die Anzahl generierter Ereignisse im Intervall i, welche alle Selektionskriterien erfüllen und in einem beliebigen Intervall rekonstruiert wurden. Reinheit und Stabilität liegen für alle Q^2-Intervalle der Analyse (Tab. 5.3) deutlich über 80 % (Abb. 5.25) und gewährleisten damit eine problemlose Messung des Wirkungsquerschnitts in allen Q^2-Intervallen.

Der Wirkungsquerschnitt ergibt sich durch separate Entfaltung jedes einzelnen *Bins* i (*Bin-by-Bin Unfolding*). Dabei berücksichtigen wir die unterschiedlichen Akzeptanzen für die beiden Jahre 1999 und 2000 der Datennahme. Insgesamt wird der Wirkungsquerschnitt einschließlich aller Korrekturen durch folgenden Ausdruck berechnet:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2}(i) = \left[\frac{N^{99}_{\mathrm{dat}}(i) - N^{99}_{\gamma p}(i)}{\mathcal{A}^{99}(i)} + \frac{N^{00}_{\mathrm{dat}}(i) - N^{00}_{\gamma p}(i)}{\mathcal{A}^{00}(i)}\right] \frac{1}{\mathcal{L}_{\mathrm{int}}} \left[\delta_{Q^2_{\mathrm{meß}}}(i)\, \delta_{\mathrm{rad}}(i) \cdot \frac{1}{\hat{\epsilon}_{\mathrm{spur}}(i)} \cdot \frac{1}{\hat{\epsilon}_{\mathrm{elec}}(i)}\right] \tag{5.14}$$

Die Bedeutung der einzelnen Variablen sehen wie folgt aus:

- $\boldsymbol{N^{99}_{dat}}$, $\boldsymbol{N^{00}_{dat}}$:
  Anzahl selektierter Ereignisse im Intervall i für die Jahre 1999 und 2000

- $\boldsymbol{N^{99}_{\gamma p}}$, $\boldsymbol{N^{00}_{\gamma p}}$:
  Anzahl der erwarteten Untergrund-Ereignisse im Intervall i, welche alle Selektionskriterien erfüllen; hierfür wurde ein Photoproduktions-Monte Carlo auf Grundlage des Generators PYTHIA [79] analysiert.

- $\boldsymbol{\mathcal{A}^{99}}$, $\boldsymbol{\mathcal{A}^{00}}$:
  Detektorakzeptanz im Intervall i für die Jahre 1999 und 2000; die Definition geht aus (5.13) hervor.

- $\boldsymbol{\mathcal{L}_{int}}$:
  Totale integrierte Luminosität nach allen Korrekturen ($\mathcal{L}_{\mathrm{int}} = 63.04\,\mathrm{pb}^{-1}$)

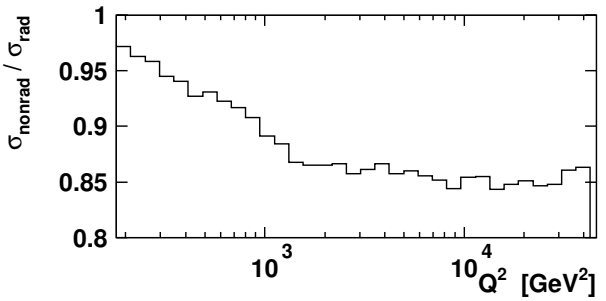


Abbildung 5.26: *Größe der radiativen Korrekturen $\delta_{\mathrm{rad}} = \sigma_{\mathrm{nonrad}}/\sigma_{\mathrm{rad}}$ als Funktion von Q^2 ermittelt mit dem DJANGO-Generator durch Variation der HERACLES-Programmparameter*

– $\boldsymbol{\delta_{Q^2_{\mathrm{meß}}}}$:
Korrektur des im Intervall i der Größe $\Delta Q_i^2 = Q^2_{i,\max} - Q^2_{i,\min}$ gemessen Wirkungsquerschnitts auf den Wert des Wirkungsquerschnitts genau an der Stelle $Q^2_{i,\mathrm{meß}}$; diese Korrektur berechnet sich wie folgt:

$$\delta_{Q^2_{\mathrm{meß}}} = \frac{\left.\frac{d\sigma}{dQ^2}\right|_{Q^2_{\mathrm{meß}}}}{\int_{Q^2_{\min}}^{Q^2_{\max}} \frac{d\sigma}{dQ^2}\, dQ^2} \tag{5.15}$$

– $\boldsymbol{\delta_{\mathrm{rad}}}$:
QED-Strahlungskorrektur des radiativen Wirkungsquerschnitts auf den Wirkungsquerschnitt des Born-Niveaus; die Korrekturen basieren auf dem Vergleich des zur Akzeptanzbestimmung verwendeten radiativen DJANGO-Monte Carlos zu einem nicht-radiativen, ansonsten aber identischen DJANGO-Monte Carlo. Abbildung 5.26 zeigt die Größe der radiativen Korrekturen $\delta_{\mathrm{rad}} = \sigma_{\mathrm{nonrad}}/\sigma_{\mathrm{rad}}$ als Funktion von Q^2. Die Berechnungen der Strahlungskorrekturen erfolgen auf der Grundlage von HERACLES [73]. Eingeschlossen in die QED-Strahlungskorrekturen sind Effekte reeller Photonemission vom Lepton, d.h. *Initial State Radiation* und *Final State Radiation*, sowie virtuelle Korrekturen am leptonischen Vertex.

– $\boldsymbol{\hat{\epsilon}_{\mathrm{spur}}}$:
Korrektur der beobachteten Diskrepanz zwischen Daten und Monte Carlo bezüglich der Spureffizienz getrennt für jedes Q^2-Meßintervall (Abb. 5.17)

– $\boldsymbol{\hat{\epsilon}_{\mathrm{qecfwd}}}$:
Korrektur der beobachteten Diskrepanz zwischen Daten und Monte Carlo bezüglich der Elektronnachweis-Effizienz getrennt für jedes Q^2-Meßintervall (Abb. 5.21)

Der Wirkungsquerschnitt, der sich aus der Elektron-Methode ergibt, ist in Abbildung 5.27 dargestellt. Er erstreckt sich über sechs Größenordnungen und wird von der Standardmodell-Erwartung für die CTEQ5D-Parametrisierung sehr gut beschrieben. Oberhalb von $Q^2 > 10000\,\mathrm{GeV}^2$, d.h. für $Q^2_{\mathrm{meß}} = 20\,000\ \mathrm{GeV}^2$ und $30\,000\ \mathrm{GeV}^2$, liegt der gemessene Wirkungsquerschnitt jedoch erkennbar unterhalb der Vorhersage. Ein Vergleich zu den Standardmodell-Vorhersagen aufgrund anderer Partondichte-Parametrisierungen (vgl. Abschn. 7.2) ist in Abbildung 7.2 gezeigt. Der in Abschnitt 7.2 durchgeführte χ^2-Test ergibt für alle verwendeten Parametrisierungen eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Messung und Standardmodell.

Neben der Bestimmung des Wirkungsquerschnitts aus der Elektron-Rekonstruktionsmethode besteht darüber hinaus die Möglichkeit, die Doppelwinkel- und Σ-Methoden stattdessen einzusetzen, d.h. $Q^2_e \rightarrow Q^2_\Sigma$ bzw. $Q^2_e \rightarrow Q^2_{dw}$. Zur Entfaltung sind aus dem Monte Carlo nur die geänderten Detektorkorrekturen erneut zu ermitteln. Die Wirkungsquerschnitte unterliegen unterschiedlichen systematischen Einflüssen, und ein Vergleich der Ergebnisse der drei Methoden (Abb. 5.28) erlaubt Rückschlüsse auf die Stabilität der Messung. Alle drei Messungen stimmen sehr gut überein. Allerdings weist der Wirkungsquerschnitt für $Q^2 = 20000\,\mathrm{GeV}^2$ Unterschiede aufgrund von Migrationseffekten auf. Die Elektron-Methode ergibt hier die größten Abweichungen zur Standardmodell-Erwartung, während die Σ-Methode einen um ca. 45 % höheren Wert liefert. Die Ergebnisse der Σ-Methode liegen insgesamt der Standardmodell-Erwartung am nächsten, haben allerdings aufgrund der schlechteren Auflösung (Abschn. 4.3) auch größere Unsicherheiten.

Abbildung 5.29 stellt die Migrationen zwischen Elektron- und Σ-Methode für alle Ereignisse mit $Q^2_e > 12000\,\mathrm{GeV}^2$ graphisch dar. Jedes Ereignis entspricht einem Pfeil der auf der Abszisse mit dem Wert x_Σ abgetragen ist. Die Pfeilenden markieren den Q^2-Wert der Elektron-Methode, die Pfeilspitzen den Wert für die Σ-Methode. Die senkrechten Linien kennzeichnen die *Bin*-Grenzen der Analyse. Wir erkennen insbesondere die Migrationen im Intervall 16. Fünf Ereignisse, die sehr nahe an der Intervallgrenze liegen, migrieren für die Σ-Methode ins *Bin* hinein und eines wieder hinaus. Aufgrund der kleinen Ereigniszahlen ist dies ein deutlicher Effekt hinsichtlich der Wirkungsquerschnittsmessung für $Q^2_{meß} = 20000\,\mathrm{GeV}^2$.

Die im nächsten Kapitel abzuleitenden Ausschlußgrenzen sollen aus den Wirkungsquerschnitten der Elektron-Methode folgen, da die bereits publizierten Wirkungsquerschnitte ① und ② ebenfalls hiermit bestimmt wurden. Darüber hinaus wollen wir die Auswirkungen der aus den drei Rekonstruktionsmethoden folgenden Unterschiede im Wirkungsquerschnitt auf die Ausschlußgrenzen diskutieren.

5.2.8 Systematische Unsicherheiten

Die angegebenen systematischen Unsicherheiten im Wirkungsquerschnitt sind abgeleitet aus den einzelnen Fehlerquellen, welche die Messung deutlich beeinflussen. Dabei variieren wir alle Ereignis-Meßgrößen jeweils getrennt für eine Fehlerquelle nach Maßgabe der ermittelten oder angenommenen Größe der Unsicherheit und berechnen erneut die vollständige Kinematik aller Ereignisse und letztlich den vollständigen Wirkungsquerschnitt. Die sich ergebenden Unterschiede des „variierten“ Wirkungsquerschnitts zum Wirkungsquerschnitt ohne Variation reflektieren die Unsicherheit aufgrund der untersuchten Fehlerquelle. Dabei sollen korrelierte und unkorrelierte Effekte unterschieden werden. Die dominanten Fehlerquellen sind im einzelnen:

- **Energiekalibration des Elektrons**
  Die Unsicherheiten der Elektronenergie wurden aus den Kalibrationsstudien des Datensatzes ① übernommen und sind in Abbildung 5.30 dargestellt. Diese Unsicherheiten ergeben sich aus der quadratischen Addition eines korrelierten und eines unkorrelierten Fehlers. Die gesamte Unsicherheit schwankt je nach Kalorimeterregion zwischen 0.7 % und 3.0 %. Der korrelierte Anteil ist im gesamten Kalorimeter mit 0.5 % abgeschätzt, wofür im wesentlichen ein

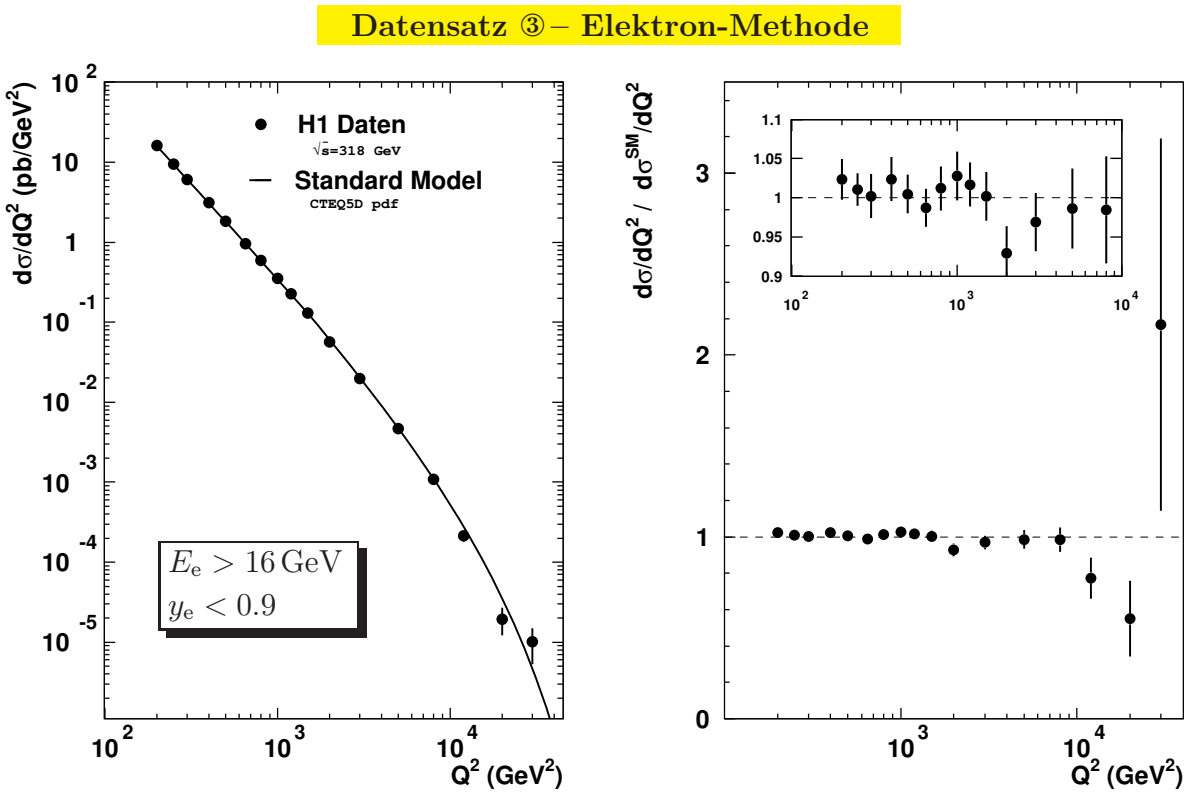
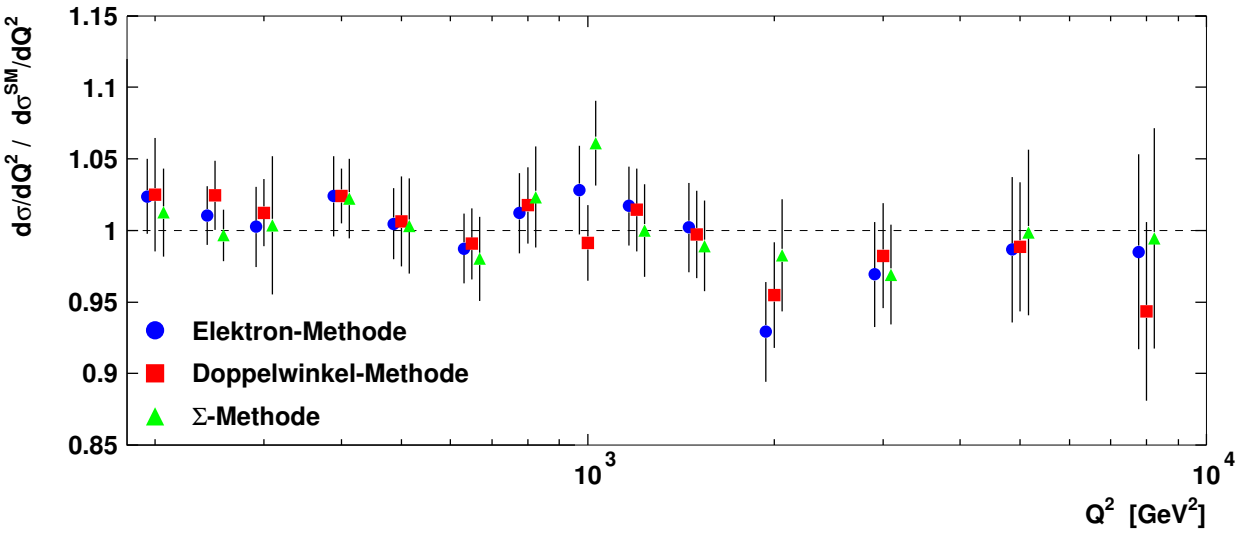


Abbildung 5.27: *Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$, gewonnen mit der Elektron-Methode, im Vergleich zur Standardmodell-Vorhersage unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichte-Funktionen; dargestellt ist der vollständige Wertebereich (links) sowie der Quotient aus Messung und Vorhersage (rechts). Die Fehler zeigen die statistischen und systematischen unkorrelierten Unsicherheiten, jedoch nicht die Luminositätsunsicherheit von* 1.5 %.

möglicher systematischer Effekt der Kalibrationsmethode verantwortlich ist. Die Variationen der Elektronenergien sind getrennt für den korrelierten und unkorrelierten Anteil ausgeführt worden, so daß für die Wirkungsquerschnitte beide Einflüsse angegeben werden können.

– **Elektron-Streuwinkel**
Die Unsicherheit in der Messung des Elektron-Streuwinkels aus der kalorimetrischen Information in Verbindung mit dem gemessenen Vertex ist mit 1 mrad jeweils für einen korrelierten bzw. unkorrelierten Beitrag abgeschätzt. Der Einfluß dieser Unsicherheit wird im Bereich kleiner Q^2-Werte wichtig (Abb. 5.3). Der Selektionsschnitt auf die z-Position des Elektrons verursacht einen steilen Abfall der Winkelverteilung für $\theta_e \approx 150°$, so daß ein systemtischer Unterschied von 1 mrad zwischen Daten und Monte Carlo-Beschreibung deutliche Diskrepanzen verursachen würde (Abb. 5.23). Die ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen Daten und Monte Carlo zeigt, daß eine Winkelunsicherheit von 1 mrad bereits eine obere Abschätzung darstellt.

– **Einfluß des Z_e-Akzeptanzschnitts**
Der geforderte Akzeptanzschnitt $Z_e > -180\,\mathrm{cm}$ befindet sich in einem äußerst steil abfallenden Bereich der Z_e-Verteilung und verursacht eine entsprechend steile Flanke in dieser



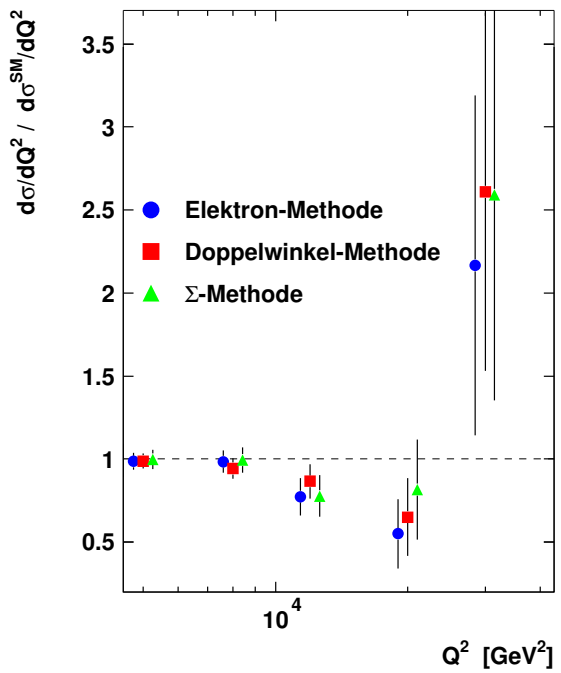


Abbildung 5.28: *Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ der verschiedenen Rekonstruktionsmethoden normiert auf die Standardmodell-Vorhersage $d\sigma^{\mathrm{SM}}/dQ^2$ unter Verwendung der CTEQ5D-Parametrisierung; dargestellt ist der Bereich $Q^2 < 10000\,\mathrm{GeV}^2$ (oben) bzw. vergrößert der Bereich $Q^2 > 4000\,\mathrm{GeV}^2$ (links). Die Fehler zeigen die statistischen und systematischen unkorrelierten Unsicherheiten, jedoch nicht die Luminositätsunsicherheit von 1.5 %. Jeweils drei Punkte beziehen sich auf den gleichen Q^2-Wert, sind jedoch zur besseren Erkennbarkeit versetzt aufgetragen.*

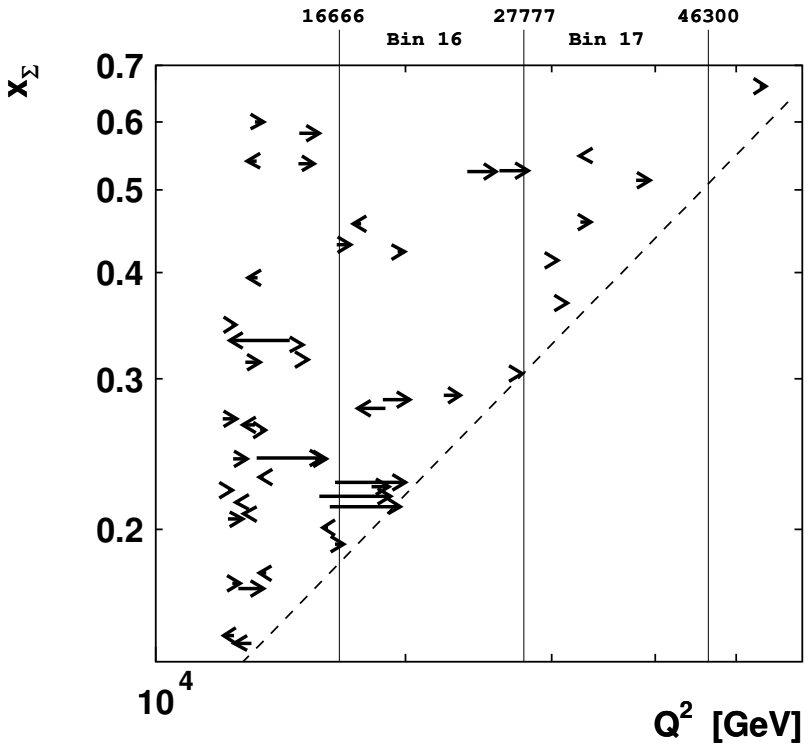


Abbildung 5.29:
Migrationen aller Ereignisse mit $Q^2_e > 12000\,\mathrm{GeV}^2$ zwischen Elektron- und Σ-Methode; jedes Ereignis entspricht einem Pfeil der auf der Abszisse mit dem Wert x_Σ abgetragen ist. Die Pfeilenden markieren den Q^2-Wert der Elektron-Methode, die Pfeilspitzen den Wert für die Σ-Methode. Die senkrechten Linien kennzeichnen die Bin-Grenzen der Analyse.

wie auch in der θ_e-Verteilung. Ungenauigkeiten in der Z_e-Messung beeinflussen hierdurch auch das Q^2-Spektrum. Eine Variation des Schnitts um $Z_e = 180 \pm 3\,\mathrm{cm}$ für Monte Carlo und Daten **gleichzeitig** bewirkt eine Unsicherheit des Wirkungsquerschnitts im Intervall des niedrigsten Q^2-Wertes von 0.5 %. Für die folgenden Q^2-*Bins* nimmt der Einfluß sehr rasch ab.

– **Hadronische Energiekalibration**

Die derzeit genaueste Bestimmung der hadronischen Energie ergibt sich aus einer Kombination der kalorimetrischen Energiedepositionen mit sämtlichen, überwiegend niederenergetischen Spurimpulsen. Gerade Teilchen geringerer Energien lassen sich genauer durch Spuren als auf kalorimetrischem Wege erfassen. Die Kombinierung übernimmt der Algorithmus des Programmpakets FSCOMB [80], welches in die Analyseumgebung H1PHAN [81] integriert ist. Die Unsicherheiten der hadronischen Energieskala im LAr-Kalorimeter unter Verwendung des Algorithmus FSCOMB sind für Datensatz ① studiert worden und liegen bei 2.0 %, resultierend aus der quadratischen Fehleraddition eines korrelierten Beitrags von 1.7 % bzw. eines unkorrelierten Beitrags von 1.0 %. Der korrelierte Fehler kennzeichnet die Unsicherheiten der Kalibrationsmethode sowie der Referenzskala $P_{T,e}$. Da der gesamte Einfluß der hadronischen Unsicherheiten auf den inklusiven Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ nur sehr gering ausfällt ($\approx 0.3\%$), bestimmen wir nur die Gesamtfehler auf Grundlage der Variationsbreite von 2 %.

– **Elektronidentifikation**
  Die Größe der Korrekturen $\hat{\epsilon}_{\mathrm{elec}}(i)$ aufgrund der bestehenden Unterschiede der Elektron-Identifikationseffizienzen zwischen Daten und Monte Carlo (Abb. 5.21) definieren die angenommene unkorrelierte Unsicherheit der Elektronidentifikation in den einzelnen Q^2-Intervallen i; in den meisten *Bins* betragen die Abweichungen weniger als 1 % und nur für $Q^2_{\mathrm{meß}} = 20000\,\mathrm{GeV}^2$ ergibt sich eine großer Wert von $\approx 15\,\%$.

– **Photoproduktionsuntergrund**
  Der mit einem PYTHIA-Monte Carlo abgeschätzte verbleibende Photoproduktionsuntergrund ist in den meisten Q^2-Intervallen deutlich kleiner als 1.0 % und geht mit einer angenommenen Unsicherheit von 100 % unkorreliert in den Gesamtfehler ein.

Die berechneten Fehler, aufgeschlüsselt für alle Fehlerquellen sowie für die drei verwendeten Rekonstruktionsmethoden, sind in Anhang A.3 zu finden. Beispielsweise ergeben sich bei der Elektron-Methode die größten Unsicherheiten aus den Fehlern der Elektron-Energiekalibration, während die Doppelwinkel-Methode hierauf nur wenig sensitiv ist, dafür jedoch stärker von der Winkelauflösung abhängig ist. Betrachten wir die Gesamtfehler, so weist die Σ-Methode die höchsten Meßungenauigkeiten auf. Neben diesen Fehlerquellen, die für jedes Q^2-*Bin* unterschiedliche Beiträge liefern, existieren weitere unkorrelierte Unsicherheiten, deren Einfluß global für alle *Bins* abgeschätzt wird. Die berücksichtigten Unsicherheiten sehen folgendermaßen aus:

– Fehler in der Bestimmung der Triggereffizienz von 0.5 %

– Fehler in der Bestimmung der Elektronspur-Effizienz von 0.5 % (Abb. 5.17)

– Fehler aufgrund der radiativen QED-Korrekturen von 1.0 %

Es verbleibt eine Normierungsunsicherheit von $\Delta\mathcal{L}_{\mathrm{int}}/\mathcal{L}_{\mathrm{int}}$ =1.5% aufgrund der Luminositätsbestimmung. Ein Vergleich der statistischen und systematischen Fehler zeigt, daß in den unteren Q^2-*Bins* der systematische Fehler deutlich dominiert (Abschn. A.3).

5.3 Datensatz ①

Positron-Proton-Kollisionen
$\sqrt{s} = 300$ GeV
$\mathcal{L}_{\text{int}} = 35.6\,\text{pb}^{-1} \pm 1.5\,\%$

Dieser Datensatz wurde im Hinblick auf die inklusiven Wirkungsquerschnitte $d\sigma/dQ^2$ sowie $\frac{d\sigma^2}{dx\,dQ^2}$ bereits vollständig analysiert; die Ergebnisse der Messung sind bereits publiziert [66]. Zusätzliche Informationen der Analyse sind unter [52] zu finden. Daher folgt nur ein sehr kurzer Überblick über wichtige Aspekte der Selektion und Unterschiede zur Analyse des Datensatzes ③.

5.3.1 Ereignisselektion

Die Ereignisselektion des Datensatzes ① zur Analyse des Neutralen Stromes wurde mit den folgenden Selektionsschnitten realisiert:

- Es wird ein Elektrontrigger gefordert. Die genaue Triggerbedingung lautet, wie schon für Analyse ③:

$$\text{Subtrigger 67} \quad \wedge \quad \text{Subtrigger 75}$$

- Alle selektierten Ereignisse müssen einen rekonstruierten Vertex aufweisen:

$$-36\text{ cm} < Z_{\text{vtx}} < 34\text{ cm}$$

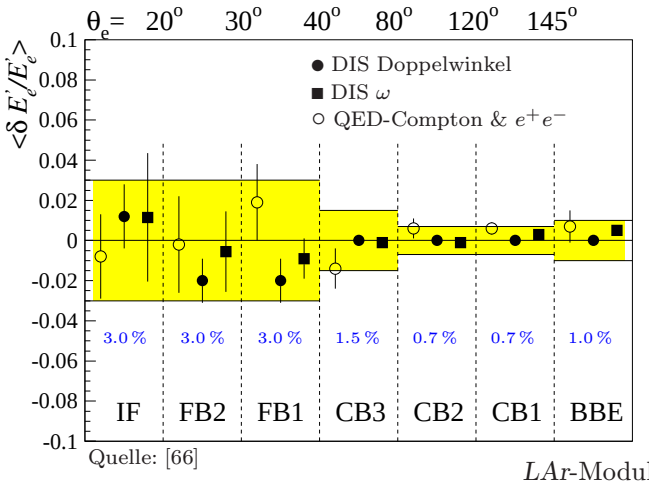
- Die Identifikation des Elektrons basiert auf dem Elektron-Suchalgorithmus QECFWD [68]. Weitere Details dazu wie auch zur Validation des Elektronkandidaten durch eine Spur sind bereits in Abschnitt 5.2.1 vorweggenommen. Lediglich die Parameter betreffend des Spurkriteriums sind geringfügig anders definiert. Eine Spur wird für Streuwinkel $\theta_{\text{e}} > 35^o$ verlangt. Für Analyse ③ liegt der Wert bei $\theta_{\text{e}} > 45^o$. Außerdem wird der kleinste akzeptierte Spurabstand zum Elektronkandidaten zu $d_{\text{spur}} < 12$ cm gesetzt.

$$d_{\text{spur}} < 12\text{ cm} \qquad \text{für} \qquad \theta_{\text{e}} > 35^o$$

  Die Bestimmung des Streuwinkels erfolgt mit der bestmöglichen Genauigkeit. Verfügt die Spur über Treffer aus beiden z-Spurkammern COZ und CIZ, so wird θ_{e} aus der Spur ermittelt ansonsten auf kalorimetrischem Wege durch den Schauerschwerpunkt. Die Vermischung beider Meßmethoden ist entsprechend zu kontrollieren. Dies ist aufgrund der besseren Effizienz der z-Spurkammern im Vergleich zu Meßperiode ③ einfacher möglich.

- Der Schnitt auf die Elektronenergie liegt bei einer Schwelle von 11 GeV im Gegensatz zu 16 GeV für Analyse ③. Der y_{e}-Schnitt bleibt unmodifiziert.

$$\begin{aligned} E'_{\text{e}} &> 11\,\text{GeV} \\ y_{\text{e}} &< 0.9 \end{aligned}$$



Quelle: [66]

Abbildung 5.30: *Abweichungen der absoluten elektromagnetischen Energieskala durch verschiedene Kalibrationsmethoden in den einzelnen Kalorimeter-Modulen. Das Fehlerband repräsentiert die totale systematische Unsicherheit der Energieskala, welche der Analyse ① zugrunde liegt.*

– Der Schnitt auf die longitudinale Impulsbilanz ist nur marginal unterschiedlich zu Analyse ③.

$$\sum_{\text{total}} (E - p_z) > 35\,\text{GeV}$$

– Die Akzeptanzschnitte auf Detektorlücken sind identisch zu Analyse ③, so daß sich auch die entsprechenden Effizienzstudien kaum unterscheiden.

$$Z_\text{e} > -180\ \text{cm}$$
$$Z_\text{e} \notin [15, 25]\ \text{cm}$$
$$|\phi_\text{e} - \phi_\text{lücke}| > 2^o \qquad \text{mit} \qquad \phi_\text{lücke} \in [0^o, 45^o, 90^o, 135^o, 180^o, 225^o, 270^o, 315^o]$$

– Die Diskriminierung des elastischen QED-Compton- und $\gamma\gamma$-Untergrundes geschieht über das Verhältnis der totalen zur rein hadronischen Energie $E_\text{had}/E_\text{tot}$ in Kombination mit dem Fehlen hadronischer Aktivität im extremen Vorwärtsbereich $\eta > 4$.

5.3.2 Elektron-Energiekalibration

Die präzise Bestimmung der Elektronenergie zum Zwecke der Kalibration erfolgt, wie schon in Abschnitt 5.2.4 dargelegt, durch die Doppelwinkel-Methode. Die Elektronenergiekalibration für Datensatz ① unterteilt sich in zwei Schritte. Zuerst werden globale Kalibrationskonstanten des LAr-Kalorimeters, getrennt für die einzelnen Oktanden und Jahre der Datennahme, bestimmt. Darauf aufbauend erfolgt in einem zweiten Schritt die endgültige Kalibration als Funktion der z-Koordinate des Elektronauftreffpunktes Z_e auf das Kalorimeter in Intervallen von einem Zentimeter. Für die Kalorimeter-Module BBE, CB1, CB2 und CB3 ist dieses Verfahren anwendbar. Aufgrund der geringen Ereignisanzahlen in den vorwärtigen Modulen FB1, FB2 und IF muß die feine Segmentierung aufgeben werden. Die Kalibration ist nur noch für jeweils ein ganzes Kalorimeter-Modul möglich. Die DIS-Ereignisse werden hier nicht mehr mit der Doppelwinkel-Methode, sondern mit der ω-Methode [82] kinematisch ausgewertet, welche weniger sensitiv auf Photonabstrahlung im Anfangszustand ist. Zusätzlich kommen elastische QED-Compton- und e^+e^--Ereignisse zur Auswertung. Diese Ereignisse erzeugen ausschließlich zwei elektromagnetische Energiedepositionen im

Kalorimeter, so daß die Energie des vorwärtigen *Clusters* aufgrund der Transversalimpuls-Erhaltung aus dem kalibrierten, rückwärtigen *Cluster* bestimmbar ist. Weitere Einzelheiten der Kalibrierung lassen sich unter [52] finden.

Ein Vergleich der elektromagnetischen Energieskala aus den Kalibrierungen mit *DIS*-, QED-Compton- und e^+e^--Ereignissen ist in Abbildung 5.30 gezeigt. Die Größe $\delta E'_e/E'_e$ definiert die Abweichungen der einzelnen Verfahren von der absoluten Energieskala nach endgültiger Kalibration. Die drei Verfahren stimmen für alle Kalorimeter-Module sehr gut überein. Der angenommene Fehler der absoluten Energieskala ist durch ein schattiertes Fehlerband gekennzeichnet und schwankt zwischen 0.7% im Zentralbereich und 3.0% im vorwärtigen Bereich. Die geringe Ereignisanzahl im Vorwärtsbereich führt erwartungsgemäß zu größeren systematischen Unsicherheiten der elektromagnetischen Energieskala. Die Fehler setzen sich aus einem korrelierten bzw. unkorrelierten Anteil durch quadratische Fehleraddition zusammen; der korrelierte Fehler liegt im gesamten Kalorimeter bei $\approx 0.5\,\%$ und reflektiert die Unsicherheit in der Bestimmung der wahren Energieskala mit der Kalibrationsmethode.

5.3.3 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$

Der inklusive Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ auf Born-Niveau, gewonnen aus der Elektron-Methode, ist in Abbildung 5.31 dargestellt. Die Abbildung zeigt den Wirkungsquerschnitt für den Phasenraum mit $y_e < 0.9$. Der Einfluß des Schnitts auf die Elektronenergie $E_e > 11\,\mathrm{GeV}$ wurde entsprechend korrigiert. Der Wirkungsquerschnitt erstreckt sich über sechs Größenordnungen im Q^2-Bereich von $200\,\mathrm{GeV}^2$ bis $30\,000\,\mathrm{GeV}^2$, und die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten systematischen Unsicherheiten jedoch ohne Luminositätsunsicherheit von 1.5 % (links). Die theoretische Vorhersage wurde unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten berechnet. Es lassen sich keine signifikanten Abweichungen der Messung zum Standardmodell erkennen (rechts). Lediglich für $Q^2_{\mathrm{meß}} = 12000\,\mathrm{GeV}^2$ liegen die Daten sichtbar unterhalb der Erwartung. Dieser Aspekt wird im Hinblick auf die später abzuleitenden Ausschlußgrenzen (Kap. 7) von Bedeutung sein. Die wichtigsten Fehlerquellen der Messung sowie die Größe der zugehörigen Unsicherheiten sind in Tabelle A.1 des Anhangs zusammengefaßt. Die Tabelle beinhaltet sowohl korrelierte als auch unkorrelierte Beiträge der einzelnen Fehlerquellen. Tabelle A.2 stellt alle Werte der Messung einschließlich der relevanten Fehler bereit, welche für die späteren *Fits* erforderlich sind.

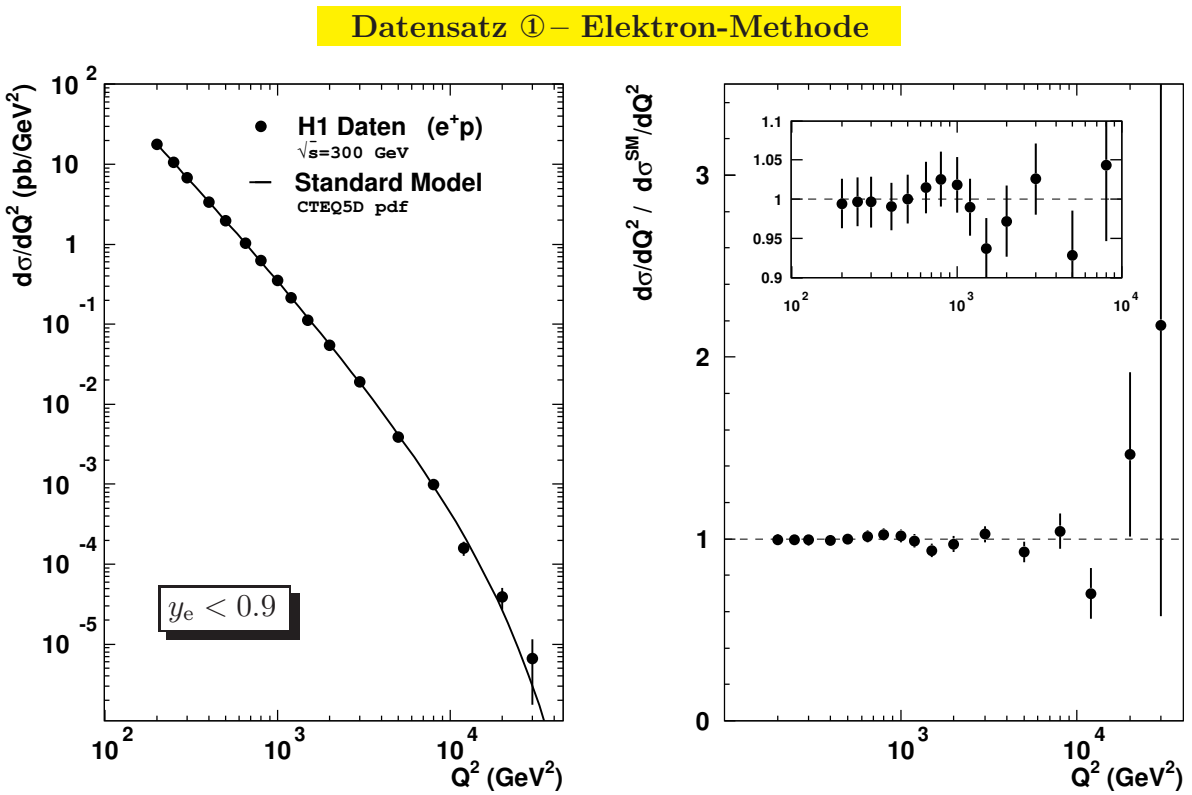


Abbildung 5.31: *Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ gewonnen mit der Elektron-Methode im Vergleich zur Standardmodell-Vorhersage unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichte-Funktionen; dargestellt ist der vollständige Wertebereich (links) sowie der Quotient aus Messung und Vorhersage (rechts). Die Fehler enthalten die statistischen und systematischen Unsicherheiten, jedoch nicht die Luminositätsunsicherheit von 1.5 %.*

5.4 Datensatz ②

Elektron-Proton-Kollisionen
$\sqrt{s} = 318$ GeV
$\mathcal{L}_{\text{int}} = 16.4\,\text{pb}^{-1} \pm 1.8\,\%$

Ebenso wie Datensatz ① ist auch Datensatz ② bezüglich der inklusiven Wirkungsquerschnittes $d\sigma/dQ^2$ und $\frac{d\sigma^2}{dQ^2\,dx}$, sowohl für den Neutralen wie Geladenen Strom, vollständig analysiert und bereits publiziert [67]. Dieser Datensatz repräsentiert bislang die genauste Bestimmung des inklusiven Wirkungsquerschnittes der e^-p-Streuung. Weiterführende Details der Analyse sind in [83] zu finden.

5.4.1 Überblick

Ein Vergleich mit Analyse ① zeigt, daß die Unterschiede nur unwesentlich ausfallen, und die gesamte Verfahrensweise sich bereits für die Auswertung des vorherigen Datensatzes bewährt hat. Sowohl das Kalibrationsverfahren als auch die Selektionsschnitte sind unmodifiziert übernommen worden. Die Messung weicht lediglich in drei wichtigen Punkten von Analyse ① ab.

- Die Bestimmung des Polarwinkels θ_e erfolgt im gesamten Detektor grundsätzlich auf Basis der Elektron*cluster*position und nicht durch Spurinformationen (Abschn. 5.2.3).
- Für $Q^2 < 890\,\text{GeV}^2$, d.h. zusammenfallend mit einer Q^2-*Bin*-Grenze, besteht zusätzlich ein kinematischer Schnitt $y_e < 0.63$. Damit bleibt sichergestellt, daß die Triggereffizienz im gesamten Kalorimeter über 99.5 % liegt. Der angegebene Wirkungsquerschnitt wird auf den Phasenraum bis $y_e < 0.9$ extrapoliert.
- Die Validation des Elektronkandidaten durch eine assozierte Spur erfolgt im Bereich $\theta_e > 40°$, wo die Spurrekonstruktionseffizienz stets mehr als 97 % beträgt.

5.4.2 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$

Der e^-p-Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ des Neutralen Stromes ist in Abbildung 5.32 dargestellt für $y_e < 0.9$ nach Korrektur des zusätzlichen Phasenraumschnittes $y_e < 0.63$ für $Q^2 < 890\,\text{GeV}^2$ (links). Tabelle A.4 stellt alle Werte der Messung einschließlich der relevanten Fehler bereit, welche für die späteren *Fits* erforderlich sind. Die Standardmodell-Erwartung stimmt sehr gut mit der Messung überein, und im Verhältnis des gemessenen zum theoretischen Wirkungsquerschnitt (rechts) treten keine signifikanten Abweichungen auf. Zusätzlich läßt sich der theoretische e^+p-Wirkungsquerschnitt bei gleicher Schwerpunktsenergie vergleichen. Oberhalb $Q^2 \gtrsim 2000\,\text{GeV}^2$ zeigt der Wirkungsquerschnitt des Neutralen Stromes klare Evidenz auf eine Asymmetrie zwischen e^+p- und e^-p-Streuung, wie sie vom Standardmodell aufgrund der Beiträge durch Z°-Austausch vorhergesagt wird. Für $Q^2 > 30000\,\text{GeV}^2$ ist der theoretische Wirkungsquerschnitt im Falle der e^-p-Streuung ungefähr um einen Faktor vier vergrößert (rechts). Die Meßdaten unterstützen dieses Verhalten sehr deutlich.

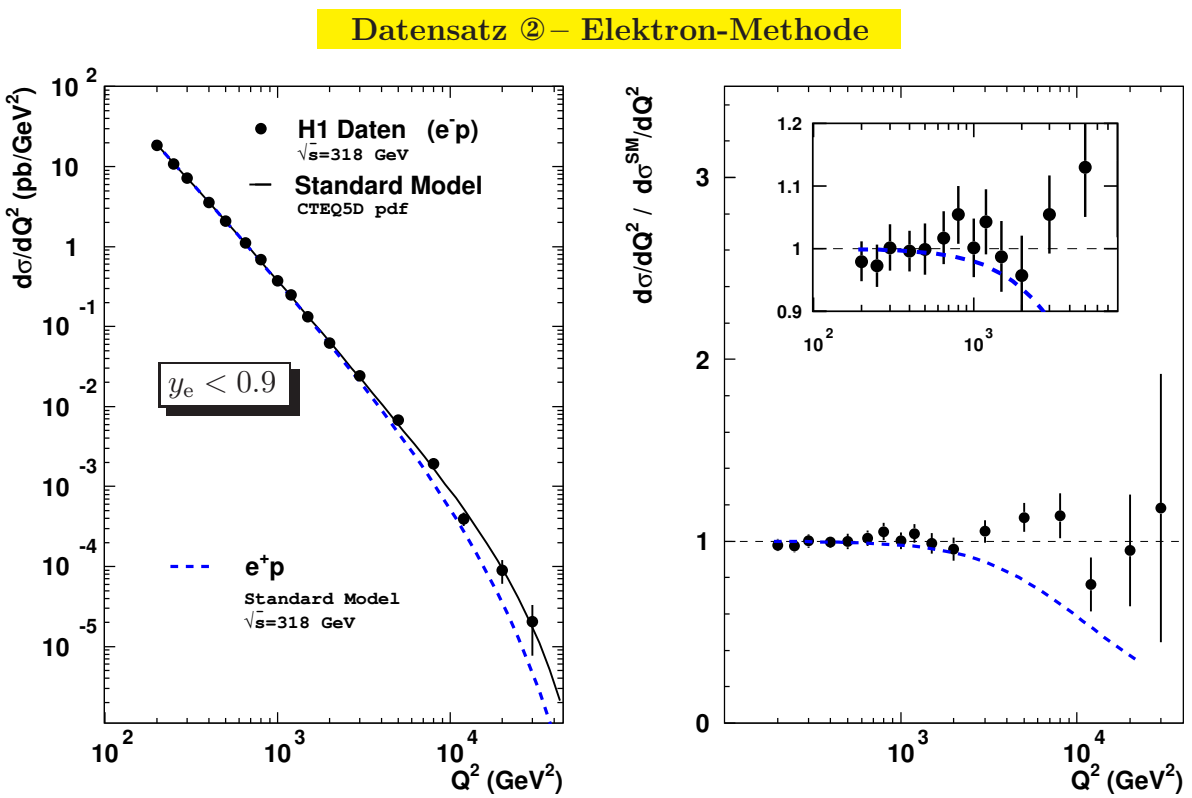


Abbildung 5.32: *Differentieller Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2(e^-p)$ gewonnen mit der Elektron-Methode im Vergleich zur Standardmodell-Vorhersage unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichte-Funktionen; dargestellt ist der vollständige Wertebereich (links) sowie der Quotient aus Messung und Vorhersage (rechts). Die Fehler enthalten die statistischen und systematischen Unsicherheiten, jedoch nicht die Luminositätsunsicherheit von 1.8 %. Zusätzlich ist der theoretische Wirkungsquerschnitt für den Fall $e^+p \to e^+p$ zum Vergleich aufgetragen (gestrichelte Linien). In der rechten Abbildung ist der Quotient der Wirkungsquerschnitte $\sigma(e^+p)/\sigma(e^-p)$ angeben.*

6

Statistische Analysemethode

Die Frage, ob eine zu überprüfende Theorie mit einer Messung verträglich und konsistent ist, oder aber ob diese Theorie aufgrund signifikanter Abweichungen von den Meßdaten abgelehnt werden muß, läßt sich durch die Methode der kleinsten Quadrate (*Method of Least Squares*) quantitativ beantworten. Wir wollen mit dieser Methode freie Parameter einer Theorie abschätzen, deren Werte *a priori* unbekannt sind und sich einer direkten Beobachtung entziehen. Die Definition von Konfidenz-Intervallen für derartige theoretische Parameter ist dabei eng verknüpft mit Ausschlußgrenzen, welche die zentralen Ergebnisse dieser Arbeit bilden.

6.1 Statistische Grundlagen

Prinzip der Maximum-Likelihood

Das übergeordnete Prinzip zur Abschätzung freier unbekannter Parameter einer Theorie bildet die *Maximum-Likelihood*-Methode. „*From a theoretical point of view, the most important general method of estimation so far known is the method of maximum likelihood*“ [84, 85].

Betrachten wir eine Zufallsvariable Y, deren Wahrscheinlichkeitsdichte-Funktion durch $f(y;\eta)$ definiert ist und von einem freien Parameter η der zugrundeliegenden Theorie abhängt, dessen wahrer Wert η_{wahr} zunächst unbekannt ist. Haben wir N Messungen der Zufallsvariablen Y vorgenommen, mit dem Ergebnis y_i für die i-te Messung, so ist die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_i$, einen Wert im Intervall $[y_i, y_i+dy_i]$ vorzufinden, gegeben durch $\mathcal{P}_i = f(y_i;\eta)\,dy_i$. Entsprechend ergibt sich im Falle unabhängiger Messungen die Gesamtwahrscheinlichkeit $\mathcal{P}(y_1,...,y_N;\eta)$, eine bestimmte Stichprobe bestehend aus N Messungen zu erhalten, als Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten

$$\mathcal{P}(y_1,...,y_N;\eta) = \prod_{i=1}^{N} \mathcal{P}_i = \prod_{i=1}^{N} f(y_i;\eta)\,dy_i\,. \tag{6.1}$$

Variieren wir nun den Parameter η für eine vorgegebene Stichprobe, so stellt sich eine hohe Gesamtwahrscheinlichkeit ein, falls η nahe dem wahren Wert liegt ($\eta \approx \eta_{\text{wahr}}$), während falsche Hypothesen für den Parameter η, die weit vom wahren Wert η_{wahr} entfernt liegen, zu kleinen Werten der Gesamtwahrscheinlichkeit führen. Die Differentiale dy_i in 6.1 sind parameter-unabhängig, so daß im allgemeinen die Betrachtung der sogenannten *Likelihood*-Funktion L ausreicht, welche gegeben ist durch

$$L(\eta) = \prod_{i=1}^{N} f(y_i; \eta)\,. \tag{6.2}$$

Die *Likelihood*-Funktion $L(\eta)$ ist bei einer Stichprobe von Messungen y_i eine Maß für die Wahrscheinlichkeit, für einen bestimmten Wert des Parameters η, gerade diese Meßwerte zu erhalten. Aus diesen Überlegungen heraus läßt sich eine Abschätzung des freien Parameters gewinnen; der Wert $\hat{\eta}$, für den die *Likelihood*-Funktion L ein absolutes Maximum annimmt, definiert einen Schätzwert (*Maximum Likelihood Estimator*) des gesuchten wahren Wertes und repräsentiert den wahrscheinlichsten Wert des Parameters für die vorliegende Stichprobe. Es erweist sich als zweckmäßig, mit dem Logarithmus der *Likelihood*-Funktion zu arbeiten, der sogenannten *Log-Likelihood*-Funktion. Das Produkt der Wahrscheinlichkeitsdichten geht in eine Summe ihrer Logarithmen über. Die Maximierung der *Log-Likelihood*-Funktion ist äquivalent zur Maximierung der *Likelihood*-Funktion, da die Logarithmus-Funktion streng monoton ansteigt. Weitere Details über die Eigenschaften von *Likelihood*-Funktionen und Schätzwerten $\hat{\eta}$ sind beispielsweise in [86, 87] zu finden.

Verbindung zum Maximum-Likelihood-Prinzip

Die Methode der kleinsten Quadrate resultiert formal aus dem *Likelihood*-Ansatz für den Fall, daß alle Messungen y_i eine normalverteilte Wahrscheinlichkeitsdichte aufweisen, d.h.

$$f(y_i; \mu_i, \sigma_i^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right)\,, \tag{6.3}$$

mit einem Erwartungswert μ_i und einer Varianz σ_i^2. Die Anwendung dieser Methode bleibt jedoch nicht auf diesen Fall beschränkt, sondern ist auch bei andere Wahrscheinlichkeitsdichten möglich.

Nehmen wir nun an, daß an exakt bekannten Punkten x_i eine Messung durchgeführt wurde mit den Ergebnissen $y_i(x_i)$. Des weiteren sollen die Erwartungswerte der einzelnen Messungen von einem gemeinsamen Parameter η abhängen, d.h. $\mu_i = \mu(x_i, \eta)$, dessen wahrer Wert unbekannt ist. Für N unabhängige Messungen ergibt sich die vollständige *Likelihood*-Funktion dann zu

$$L(y_1, ..., y_N; \sigma_1^2, ..., \sigma_N^2, \mu_1, ..., \mu_N) = \prod_{i=1}^{N} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{(y_i(x_i) - \mu(x_i; \eta))^2}{2\sigma_i^2}\right)\,. \tag{6.4}$$

Die *Log-Likelihood*-Funktion hat dann die Form

$$\log L(\eta) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i(x_i) - \mu(x_i; \eta))^2}{\sigma_i^2}\,, \tag{6.5}$$

wobei parameter-unabhängige additive Terme nicht berücksichtigt sind. Die Maximierung dieser Funktion bezüglich des Parameters η ist äquivalent zu einer Minimierung der χ^2-Funktion, die definiert ist als

$$\chi^2(\eta) = \sum_{i=1}^{N} \frac{(y_i(x_i) - \mu(x_i;\eta))^2}{\sigma_i^2}\,. \tag{6.6}$$

Dies stellt die Grundlage der Methode der kleinsten Quadrate dar und definiert ein einfaches Verfahren zur Extraktion theoretischer Parameter [86, 88, 89]. Das Verfahren wird häufig auch dann angewendet, wenn die Einzelmessungen y_i keiner Normalverteilung unterliegen [88]. Jedoch gibt es dann keine einfache Wahrscheinlichkeitsinterpretation der χ^2-Funktion (vgl. Abschn. 6.2).

6.2 χ^2-Test

Die Methode der kleinsten Quadrate erlaubt neben einer Parameterbestimmung auch die direkte Überprüfung einzelner Hypothesen. Aus dem Wert $\chi^2(\eta)$ in (6.6) für eine Hypothese H_η läßt sich die Wahrscheinlichkeit dafür ableiten, die beobachtete Stichprobe zu erhalten, sofern H_η tatsächlich zutreffend ist. Folglich wird die Verträglichkeit der Messung mit einer Hypothese H_η getestet. Falls die Einzelmessungen normalverteilt sind und die untersuchte Hypothese zutrifft, so hat die Variable χ^2 bei Wiederholung des Experiments die folgende Wahrscheinlichkeitsdichte [88]

$$u_n(\chi^2) = \frac{1}{2\Gamma(\frac{n}{2})}\left(\frac{\chi^2}{2}\right)^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{1}{2}\chi^2} \quad \text{mit} \quad n = N - n_{\text{par}}\,. \tag{6.7}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichte ist nur von der Anzahl der Freiheitsgrade n abhängig, die sich aus der Anzahl N der eingehenden Messungen abzüglich der Anzahl der freien Parameter n_{par} ergibt. Der Erwartungswert der χ^2- Verteilung entspricht der Anzahl der Freiheitsgrade, d.h. $\langle\chi^2\rangle = n$. Deshalb wird häufig das Verhältnis χ^2/n zur Quantifizierung der Übereinstimmungsgüte (*Goodness of Fit*) angegeben. Liegt der Wert um eins, bedeutet dies eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Liegt er deutlich darunter, so kann dies ein Hinweis auf überschätze Fehler oder unterschätze Korrelationen von Fehlern sein. Falls χ^2/n deutlich größer als eins ist, sind daher entweder die Fehler unterschätzt worden oder die Hypothese ist dementsprechend unwahrscheinlich und ggf. abzulehnen. Typischerweise wird eine Wahrscheinlichkeit $P(\chi^2 > \chi^2_{\text{b}})$ angegeben, mit der ein größerer χ^2-Wert als der beobachetete Wert χ^2_{b} zu erwarten ist

$$P(\chi^2 > \chi^2_{\text{b}}) = \int_{\chi^2_{\text{b}}}^{\infty} u_n(\chi^2)\, d\chi^2\,. \tag{6.8}$$

Die resultierenden Wahrscheinlichkeiten sind in Abbildung 6.1 als Funktion von χ^2_{b} dargestellt für $n = 3, 5, 10, 17$ und 34 Freiheitsgrade. Es gibt jedoch keine völlig eindeutige Antwort darauf, wann eine Hypothese oder ein Modell als widerlegt gilt. Die *Particle Data Group* [85] äußert sich wie folgt: „*... most people do not regard a model as being truly* **inconsistent** *unless the probability is as low as that corresponding to four or five standard deviations for a Gaussian (*$6.0 \cdot 10^{-3}\,\%$ *or* $6.0 \cdot 10^{-5}\,\%$*)* “.

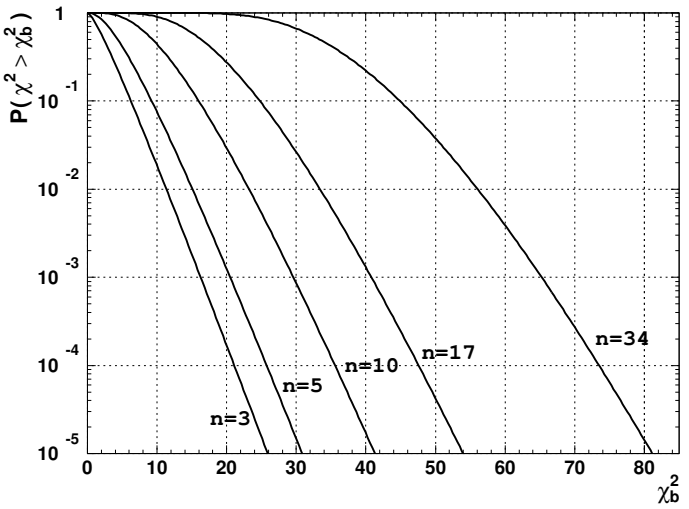


Abbildung 6.1: *Wahrscheinlichkeit* $P(\chi^2 > \chi^2_\mathrm{b})$ *als Funktion von* χ^2_b *für* $n = 3, 5, 10, 17, 34$ *Freiheitsgrade*

6.3 Behandlung von Korrelationen

Die mathematische Formulierung von (6.6) beinhaltet nur unkorrelierte gaußverteilte Fehler σ_i der Einzelmessungen. Sowohl experimentelle, als auch theoretische Unsicherheiten sind im allgemeinen jedoch korreliert. Diese Korrelationen lassen sich durch Modifikation der χ^2-Funktion berücksichtigen.

Normierungsunsicherheit

Einer allen Meßpunkten gemeinsamen Normierungsunsicherheit σ_n wird in dieser Definition der χ^2-Funktion durch die Einführung eines Normierungsparamter f_n Rechnung getragen [15]

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{f_\mathrm{n}\, y_i(x_i) - \mu(x_i;\eta)}{f_\mathrm{n}\, \sigma_i} \right)^2 + \left(\frac{f_\mathrm{n} - 1}{\sigma_\mathrm{n}} \right)^2 . \tag{6.9}$$

Der Parameter f_n wirkt auf alle Meßpunkte y_i gleichermaßen und ergibt sich für eine vorgegebene Konfiguration (y_i, σ_i) durch Minimierung der gesamten χ^2-Funktion im Parameterraum $(f_\mathrm{n},\, \eta)$. Der Faktor f_n im Nenner gewährleistet dabei die Konstanz der relativen Fehler. Durch den Term $(f_\mathrm{n} - 1)^2/\sigma_\mathrm{n}^2$ ergibt sich ein zusätzlicher Beitrag zum totalen χ^2, welcher Abweichungen von eins gemäß der Normierungsunsicherheit σ_n gewichtet und so unser Vorwissen über die absolute Normierung berücksichtigt. Dadurch ist f_n kein freier Parameter und reduziert infolgedessen nicht die Anzahl der Freiheitsgrade der χ^2-Funktion.

Allgemeine Korrelationen

Durch die Einführung zusätzlicher Funktionen $\delta_{i,k}(\epsilon_k)$ lassen sich allgemeine Korrelationen behandeln und wir gelangen zu der folgenden χ^2-Definition [90, 91]

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{y_i(x_i) - \mu(x_i;\eta)\,(1 - \sum_k \delta_{i,k}(\epsilon_k))}{\sigma_i} \right)^2 + \sum_k \epsilon_k^2 . \tag{6.10}$$

Die Funktionen $\delta_{i,k}(\epsilon_k)$ parametrisieren die relative Variation der einzelnen Meßwerte y_i aufgrund der Unsicherheit einer bestimmten Einflußgröße X_k. Die Unsicherheit der Einflußgröße verursacht für alle Meßpunkte y_i korrelierte Fehler. Wir setzen voraus, daß alle Einflußgrößen X_k einer gauß'schen Wahrscheinlichkeitsverteilung unterliegen mit bekanntem σ_{X_k}. Die Variation der Einflußgröße X_k um $\pm\sigma_{X_k}$ verursacht nun entsprechende Variationen der Meßgrößen $y_i + \Delta y^{\pm}_{i,k}$ und somit relative Änderungen $\hat{\sigma}^{\pm}_{i,k} = \Delta y^{\pm}_{i,k}/y_i$. Diese korrelierten Variationen werden für jeden Meßwert y_i durch ein Polynom zweiten Grades in ϵ_k wie folgt parametrisiert

$$\delta_{i,k}(\epsilon_k) = \epsilon_k \frac{\hat{\sigma}^{+}_{i,k} - \hat{\sigma}^{-}_{i,k}}{2} + \epsilon_k^2 \frac{\hat{\sigma}^{+}_{i,k} + \hat{\sigma}^{-}_{i,k}}{2} \tag{6.11}$$

und erfüllen damit die Bedingungen

$$\delta_{i,k}(0) = 0\,, \qquad \delta_{i,k}(+1) = \hat{\sigma}^{+}_{i,k}\,, \qquad \delta_{i,k}(-1) = \hat{\sigma}^{-}_{i,k}\ . \tag{6.12}$$

Für den Fall symmetrischer Korrelationen, also $\hat{\sigma}_{i,k} \equiv \hat{\sigma}^{+}_{i,k} = -\hat{\sigma}^{-}_{i,k}$, vereinfacht sich (6.11) zu

$$\delta_{i,k}(\epsilon_k) = \epsilon_k\, \hat{\sigma}_{i,k}\ . \tag{6.13}$$

Der Wert des Parameters ϵ_k definiert nun die Variation der Einflußgröße $\Delta X_k = \epsilon_k\, \sigma_{X_k}$ in Einheiten von deren Standardabweichnung und gleichzeitig die dadurch verursachte korrelierte Variation der Meßgrößen $\Delta y_i = \delta_{i,k}(\epsilon_k)$. Alle ϵ_k sind als unabhängige Zufallsvariablen der standardisierten Gauß-Verteilung (vgl. Abb. 6.2) zu interpretieren und geben durch quadratische Addition einen Beitrag zum totalen χ^2. Es handelt sich daher nicht um freie Parameter, so daß die Anzahl der Freiheitsgrade der χ^2-Funktion durch diese Parameter nicht reduziert wird. Die Festlegung der Parameter ϵ_k erfolgt für eine vorgegebene Konfiguration (y_i, σ_i) durch Minimierung der totalen χ^2-Funktion im Parameterraum $(\epsilon_1, ..., \epsilon_k; \eta)$. Neben der Behandlung experimenteller Korrelationen, lassen sich mit diesem Ansatz ohne Einschränkung theoretische Korrelationen, wie z.B. eine α_s-Abhängigkeit des inklusiven Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dQ^2$, völlig analog behandeln.

6.4 Konfidenz-Intervalle

Normalverteilte Meßgrößen

Durch Integration der Gauß'schen Wahrscheinlichkeitsdichte (6.3) nach der Observablen y_i ergibt sich je nach Wahl der Integrationsgrenzen ein Konfidenz-Intervall, innerhalb dessen mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit P ein Meßergebnis enthalten ist. Dies illustriert Abbildung 6.2 mittels der standardisierten Gauß-Verteilung, d.h. $\mu = 0$ und $\sigma = 1$. Beispielsweise erhalten wir für ein zentrales Konfidenz-Intervall mit $|\, y - \mu\,| < 1\sigma$ eine Wahrscheinlichkeit von $P_{\rm zent}(1\sigma) = 68.27\,\%$ (links). Demnach liegen $68.27\,\%$ aller Messungen in diesem Intervall. Obwohl im allgemeinen der wahre Wert μ unbekannt ist, kann im Umkehrschluß gefolgert werden, daß dieser sich mit $68.27\,\%$ Wahrscheinlichkeit im Intervall $y \pm \sigma$ befindet. Die Tabelle 6.1 zeigt für eine Reihe von zentralen

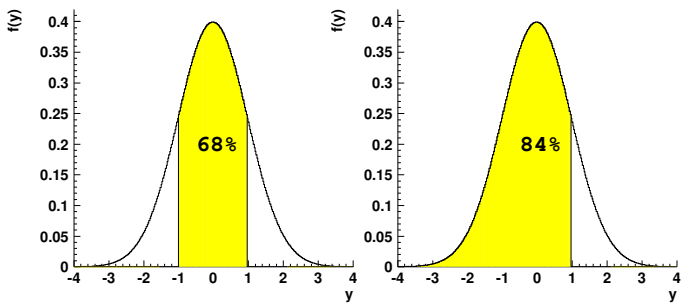


Abbildung 6.2: *Standardisierte Gauß-Verteilung ($\mu = 0$, $\sigma = 1$); die schattierte Fläche für ein zentrales Konfidenz-Intervall (links) repräsentiert die Wahrscheinlichkeit $P_{\text{zent}}(1\,\sigma) = 68.26\,\%$ einen Meßwert y mit $|\,y - \mu\,| < 1\sigma$ zu erhalten. Für ein einseitiges Konfidenz-Intervall mit $y - \mu < 1\sigma$ (rechts) beträgt die Wahrscheinlichkeit $P_{\text{eins}}(1\,\sigma) = 84.13\,\%$*

Konfidenz-Intervallen $|\,y - \mu\,| < \delta$ die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten $\epsilon_{\text{zent}} = 1 - P_{\text{zent}}$, einen Meßwert außerhalb des definierten Intervalls vorzufinden. Im Gegensatz dazu liegt die Wahrscheinlichkeit P_{eins} für ein einseitiges Konfidenz-Intervall, d.h. $y - \mu < \delta$ (linksseitig) oder $y - \mu > -\delta$ (rechtsseitig), bei gleichem Wert δ um $(1 - P_{\text{zent}})/2 = \epsilon/2$ höher, d.h. $P_{\text{eins}} = (P_{\text{zent}} + 1)/2$.

$\epsilon_z = 1 - P_z$ [%]	δ
31.73	$1\,\sigma$
4.55	$2\,\sigma$
0.27	$3\,\sigma$
6.3×10^{-3}	$4\,\sigma$
5.7×10^{-5}	$5\,\sigma$
2.0×10^{-7}	$6\,\sigma$

$\epsilon_z = 1 - P_z$ [%]	δ
20	$1.28\,\sigma$
10	$1.64\,\sigma$
5	$1.96\,\sigma$
1	$2.58\,\sigma$
0.1	$3.29\,\sigma$
0.01	$3.89\,\sigma$

Tabelle 6.1: *Zentrale Konfidenz-Intervalle $|\,y - \mu\,| < \delta$ einer normalverteilten Meßgröße y mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit $\epsilon_z = 1 - P_{\text{zent}}$, einen Meßwert außerhalb des definierten Intervall vorzufinden.*

Parameterbestimmung mit der Log-Likelihood- oder χ^2-Methode

Die *Maximum-Likelihood*-Methode und die χ^2-Methode ermöglichen eine Abschätzung freier Parameter einer zugrundeliegenden Theorie (Abschn. 6.1). Ebenso wie für die direkte Messung einer Größe, wollen wir auch für den indirekt ermittelten Wert eines theoretischen Parameters die Genauigkeit der Bestimmung quantifizieren bzw. entsprechende Konfidenz-Intervalle angeben. Es läßt sich zeigen, daß, auch wenn die *Likelihood*-Funktion keine gauß'sche Funktion in Bezug auf den Parameter η ist, dennoch näherungsweise ein zentrales Konfidenz-Intervall $[\hat{\eta} - c,\, \hat{\eta} + d]$ aus der Beziehung

$$\log L(\hat{\eta}^{+d}_{-c}) = \log L_{\max} - \frac{\delta^2}{2} \tag{6.14}$$

bestimmt werden kann [86]. Der Wert δ in Einheiten einer Gauß'schen Standardabweichung (Tab. 6.1) legt das gewünschte Konfidenz-Niveau (*Confidence Level*) fest. Zum Beispiel entspricht ein Wert $\delta = 1.96 = \sqrt{3.84}$ einem Konfidenz-Niveau von 95 %. Für die Methode der kleinsten Quadrate, d.h. mit $\log L = -\chi^2/2$ lautet der zu (6.14) äquivalente Ausdruck

$$\chi^2(\hat{\eta}^{+d}_{-c}) = \chi^2_{\min} + \delta^2\ . \tag{6.15}$$

Die beiden Gleichungen (6.14) und (6.15) stellen eine der am häufigsten verwendeten Methoden zur Abschätzung statistischer Unsicherheiten dar. Ein heuristischer Beweis darüber, daß die mit

(6.14) und (6.15) definierten Konfidenz-Intervalle näherungsweise den üblichen Konfidenz-Niveaus entsprechen, erfolgt in [87] oder [92].

6.5 Ausschlußgrenzen

Prämisse:

Das gewählte Verfahren zur Bestimmung von Ausschlußgrenzen für neuartige physikalische Phänomene ist stets anwendbar. Allerdings ist die Angabe solcher Grenzen nur dann zulässig und aussagekräftig, wenn das Standardmodell tatsächlich eine gute Beschreibung der Daten gewährleistet. Die Interpretation von Ausschlußgrenzen geht zunächst von der Richtigkeit des Standardmodells aus.

Ausschlußgrenzen für einen theoretischen Parameter η sind unmittelbar verknüpft mit den im vorherigen Abschnitt eingeführten Konfidenz-Intervallen. Der konkrete Wert einer Ausschlußgrenze bezieht sich stets auf ein vorher festgelegtes Konfidenz-Niveau ϵ, welches die statistische Signifikanz des ermittelten Grenzwertes festlegt. Typischerweise werden Ausschlußgrenzen für ein Konfidenz-Niveau von $\epsilon = 95\,\%$ angegeben.

Betrachten wir zunächst exemplarisch die beiden *Compositeness*-Modelle VA und LL (vgl. Abschn. 3.2.2), für die Grenzwerte auf den freien Parameter $\eta = \pm 4\pi/\Lambda^2$ bzw. auf die Skala Λ ermittelt werden sollen (Abb. 6.3). Für das VA-Modell (links) liegt das Minimum der χ^2-Kurve bei $\eta_{\min} \approx 0$, d.h. das Standardmodell mit $\eta = 0$ bzw. $\Lambda \to \infty$ ergibt die beste Beschreibung der Messung. Die Grenzwerte für ein 95 %-Konfidenz-Niveau werden dann eindeutig durch (6.15) mit $\delta^2 = 3.84$ festgelegt, und wir erhalten $\eta_+ = 0.117$ und $\eta_- = -0.115$. Diese Werte entsprechen den 95 %-Ausschlußgrenzen, d.h. der unbekannte wahre Wert η_{wahr} liegt mit 95 %-tiger Wahrscheinlichkeit im Intervall $[\eta_-, \eta_+]$. Gewöhnlich sind wir an einseitigen Ausschlußgrenzen für die Skala Λ interessiert, wobei die beiden Fälle $\eta \geq 0$ und $\eta \leq 0$ als unabhängige Modelle gelten und wir getrennt Λ_+ und Λ_- bestimmen. Aus dem vorherigen Abschnitt über Konfidenz-Intervalle würden wir zunächst folgern, daß bei gleichem Wert δ eine einseitige Ausschlußgrenze entsprechend einem höheren Konfidenz-Niveau ($P_{\text{eins}}(\delta) > P_{\text{zent}}(\delta)$) zuzuordnen ist. Da sich die einseitigen Ausschlußgrenzen hier jeweils nur auf einen eingeschränkten Wertebereich beziehen, d.h. entweder $\eta > 0$ oder $\eta < 0$, bleibt das Konfidenz-Niveau jedoch unverändert!

Auch wenn das Standardmodell die korrekte Theorie darstellt, ist aufgrund statistischer Fluktuationen natürlich zu erwarten, daß Werte $\eta_{\min} \neq 0$ auftreten werden. Dies trifft z.B. auf das LL-Modell (Abb. 6.3; rechts) zu, mit $\eta_{\min} = -0.249$ und $\chi^2_{\min} = 11.1$. Der χ^2-Wert für das Standardmodell liegt um $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\text{SM}} - \chi^2_{\min} = 1.16$ über dem Minimum. In Abhängigkeit der Fluktuationen und zu testenden Modelle können sich zwei „ungünstige“ Situationen ergeben. Zum einen führt die Bedingung $\Delta\chi^2 \approx \delta_{95\,\%}$ dazu, daß eine Konfidenz-Intervallgrenze zwangsläufig sehr nahe bei Null liegt, d.h. $\eta_- \approx 0$ oder $\eta_+ \approx 0$, woraus eine willkürlich sehr hohe Ausschlußgrenze für $\Lambda \sim 1/\sqrt{\eta}$ resultieren kann, die nicht immer physikalisch gerechtfertigt ist. Des weiteren ist für $\Delta\chi^2 > \delta_{95\,\%}$, gleichbedeutend mit einer 95%-tigen Unverträglichkeit zwischen Standardmodell und bestem *Fit*, ein Bereich $\eta \gtrless 0$ auf 95%-Konfidenz-Niveau bereits vollständig ausgeschlossen. Um eindeutig definierte Ausschließungsgrenzen angeben zu können, wird nicht von $\chi^2_{\min}$, sondern von

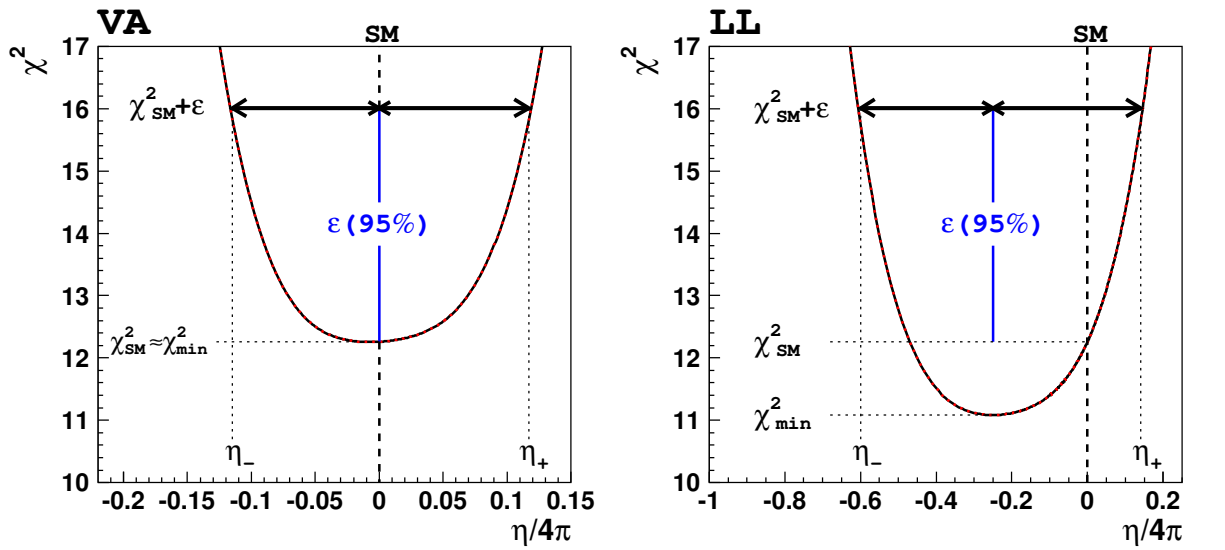


Abbildung 6.3: *χ^2-Kurven der Compositeness-Modelle VA und LL für den Datensatz ① unter Verwendung der CTEQ5D-Parton-Dichtefunktionen; im VA-Modell ist $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\rm SM} - \chi^2_{\rm min} \approx 0$ und $\eta_{\rm min} \approx 0$, während das LL-Modell Abweichungen zwischen Standardmodell und bestem Fit zeigt. Die Ausschlußgrenzen η_- und η_+ für ein Konfidenz-Niveau von 95 % werden jeweils ausgehend von $\chi^2_{\rm SM}$ ermittelt.*

$\chi^2_{\rm SM}$ ausgegangen, da die beobachteten Abweichungen vom Standardmodell lediglich auf statistische Fluktuationen zurückgeführt werden. Die zur Bestimmung von Ausschlußgrenzen verwendete modifizierte Bedingung lautet somit

$$\chi^2(\eta_\pm) = \chi^2_{\rm SM} + \delta^2 \ , \tag{6.16}$$

welche die Grundlage aller in dieser Arbeit zitierten Grenzwerte bildet. Da die meisten untersuchten Modelle nur geringe Unterschiede $\Delta\chi^2$ aufweisen, ergeben sich aus (6.15) bzw. (6.16) in der Regel ähnliche Ergebnisse, welche für $\chi^2_{\rm min} \approx \chi^2_{\rm SM}$ schließlich identisch werden. Jedenfalls bedeutet eine Bestimmung der Ausschlußgrenzen mittels (6.16) generell eine konservativere, also weniger restriktive Abschätzung der Skalenparameter Λ; wir deklarieren alle Ausschlußgrenzen stets mit einem 95 %-Konfidenz-Niveau. Ein mit (6.16) ermittelter Grenzwert ließe sich wegen (6.15) jedoch einem entsprechend höheren Konfidenz-Niveau ($\delta^2 \to \delta^2 + \Delta\chi^2$) zuordnen.

6.6 Ergänzende Monte Carlo-Studie

Zum besseren Verständnis der statistischen Aussagen über χ^2-Tests und Ausschlußgrenzen untersuchen wir ein einfaches, willkürlich ausgewähltes Test-Modell, in dem die theoretische Vorhersage durch eine nicht lineare Funktion

$$f_{\rm th}(x;\,\eta) = (x-\eta)^3 + x + 5 \tag{6.17}$$

definiert ist, wobei η ein freier Parameter der gewählten Test-Theorie sein soll. Der wahre Wert sei $\eta_{\rm wahr} \equiv 0.3$. Des weiteren soll die Funktion an $N = 16$ Punkten $x_i = -1.02 + (i \cdot 0.1)$ mit $i = 0, .., 15$ untersucht werden. Ein einzelnes Monte Carlo-Experiment mit den Meßwerten $f_{\rm m}(x_i)$

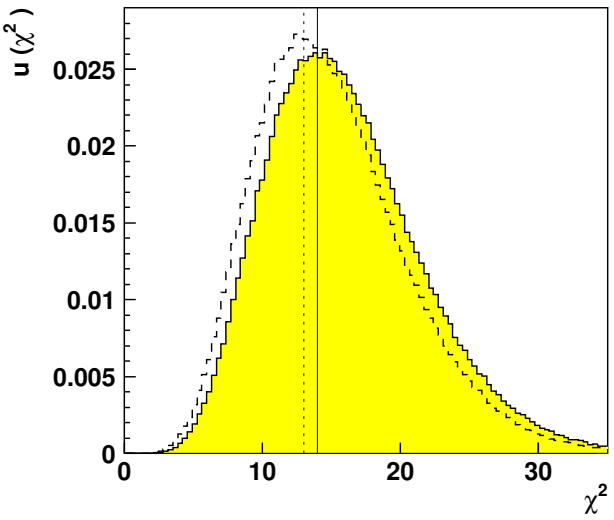


Abbildung 6.4: *χ^2-Häufigkeitsverteilung, gewonnen aus der Test-Theorie (6.17), für $\chi^2(\eta = 0.3)$ (schattierte Fläche) und $\chi^2_{\min}$ (gestrichelte Linie), korrespondierend zu 16 bzw. 15 Freiheitsgraden. Die Maxima liegen erwartungsgeäß um zwei Einheiten versetzt.*

wird simuliert durch gauß'sche Verschmierung der theoretischen Werte $f_{\rm th}(x_i; \eta = 0.3)$ mit einer angenommenen Unsicherheit von $\sigma_i / f_{\rm th}(x_i) = 5\,\%$ für alle Meßpunkte x_i. Für jedes durchgeführte Monte Carlo-Experiment wird nun die resultierende χ^2-Funktion (6.6) ausgewertet

$$\chi^2(\eta) = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{f_{\rm m}(x_i) - f_{\rm th}(x_i;\, \eta)}{\sigma_i} \right)^2 \quad . \tag{6.18}$$

Die Abbildung 6.4 zeigt die Häufigkeitsverteilungen für $\chi^2(\eta = 0.3)$ mit 16 Freiheitsgraden und für den minimalen Wert $\chi^2_{\min}$ bei freiem Parameter η mit 15 Freiheitsgraden. Die Häufigkeitsverteilungen folgen den erwarteten Wahrscheinlichkeitsdichten aus (6.7), welche sich durch ein Maximum an der Stelle $n - 2$ auszeichnen, wobei n der Anzahl der Freiheitsgrad entspricht. Des weiteren sind in Abbildung 6.5 die Häufigkeitsverteilungen für $\eta_{\min}$ und für die rechtsseitigen Grenzwerte η^+ gemäß (6.15) mit $\delta = 1\sigma$ und $\delta = 2\sigma$ dargestellt. Die Mittelwerte der Gauß-Verteilungen liegen bei $\bar{\eta}_{\min} = 0.300$, $\bar{\eta}^+_{1\sigma} = 0.315$ und $\bar{\eta}^+_{2\sigma} = 0.330$. Die im Modell festgelegte Unsicherheit von 5 % für alle Meßpunkte resultiert in einer Breite von $\sigma \approx 0.05 \cdot 0.3 = 0.015$ der η-Verteilungen, welche tendenziell für größere δ zunimmt. Die Vertrauensintervalle gemäß (6.15) entsprechen somit in guter Näherung der erwarteten Wahrscheinlichkeitsinterpretation. Schließlich stellt Abbildung 6.6 die Häufigkeitsverteilung einer rechtsseitigen Ausschlußgrenze des Parameters η auf 95%-Konfidenz-Niveau dar, wie sie aus der Definition (6.16) hervorgeht.

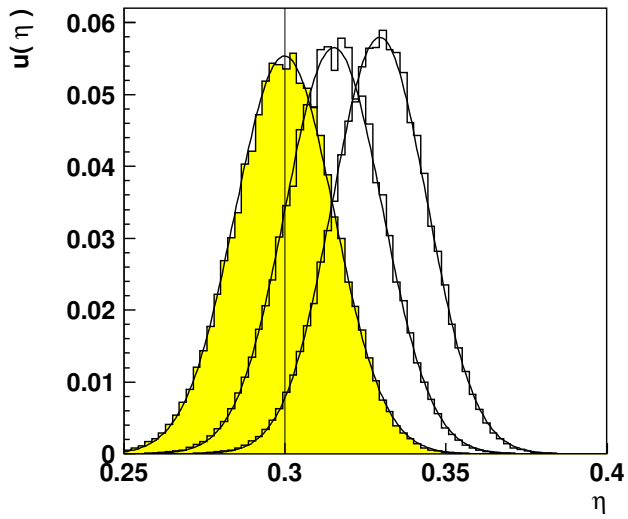


Abbildung 6.5: *Häufigkeitsverteilungen für $\eta_{\min}$ (schattierte Fläche) und für die rechtsseitigen Grenzwerte η^+ gemäß (6.15) mit $\delta = 1\sigma$ und $\delta = 2\sigma$. Den Verteilungen liegt $\eta_{\text{wahr}} = 0.3$ zugrunde.*

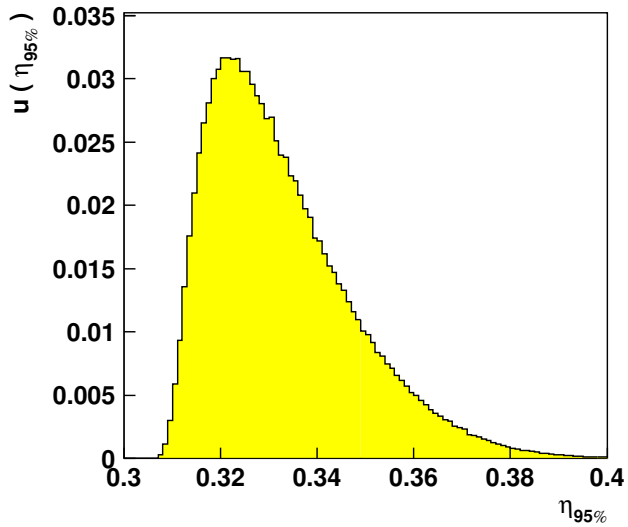


Abbildung 6.6: *Häufigkeitsverteilung einer rechtsseitigen Ausschlußgrenze des Parameters η auf 95%-Konfidenz-Niveau; der Verteilung liegt $\eta_{\text{wahr}} = 0.3$ zugrunde.*

7

Test des Standardmodells und Ausschlußgrenzen

Aus den drei Messungen des Wirkungsquerschnitts des Neutralen Stromes wollen wir unter Verwendung der Methode der kleinsten Quadrate quantifizieren, inwieweit die Vorhersagen des Standardmodells mit den gemessenen Daten übereinstimmen. Da bislang keine signifikanten Abweichungen zu beobachten sind, sollen Ausschlußgrenzen für die in Kapitel 3 besprochenen Szenarien jenseits des Standardmodells ermittelt werden, um die derzeit erlangte experimentelle Sensitivität zu dokumentieren.

7.1 Behandlung systematischer Unsicherheiten

Um innerhalb der Methode der kleinsten Quadrate korrelierte und unkorrelierte Unsicherheiten gleichermaßen berücksichtigen zu können (vgl. Kap. 6), verwenden wir als χ^2-Definition eine Synthese der Gleichungen (6.9) und (6.10). Die χ^2-Funktion nimmt folgende Gestalt an:

$$\chi^2 = \sum_i \left(\frac{f_\mathrm{n} \frac{d\sigma^\mathrm{exp}}{dQ^2}(Q_i^2) - \frac{d\sigma^\mathrm{th}}{dQ^2}(Q_i^2;\,\eta) \left(1 - \sum_k \delta_{i,k}(\varepsilon_k)\right)}{f_\mathrm{n}\,\sigma_i^\mathrm{exp}} \right)^2 + \left(\frac{f_\mathrm{n} - 1}{\sigma_\mathrm{n}}\right)^2 + \sum_k \varepsilon_k^2 \qquad (7.1)$$

Unkorrelierte experimentelle Unsicherheiten

In Anhang A sind alle experimentellen Unsicherheiten der drei Datensätze angegeben. Der unkorrelierte Gesamtfehler σ_i^exp der einzelnen Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma^\mathrm{exp}}{dQ^2}(Q_i^2)$ ergibt sich durch quadratische Addition der jeweiligen unkorrelierten experimentellen Fehlerbeiträge sowie des statistischen Fehlers. Betrachten wir das Verhältnis zwischen statistischen und unkorrelierten systematischen Fehlern, so zeigt sich beispielsweise für Datensatz ③ im Bereich $Q^2 \lesssim 1000\,\mathrm{GeV}^2$ eine Dominanz der systematischen Unsicherheiten. Eine Verringerung der statistischen Fehler durch Erhöhung der integrierten Luminosität würde hier ohne zuätzlichen Aufwand keine signifikante Präzisionssteigerung bewirken. Allerdings könnten die systematischen Studien damit ausgeweitet und verfeinert werden.

Korrelierte experimentelle Unsicherheiten

Die Normierungsunsicherheit σ_{n} erzeugt die größten Korrelationseffeke. Alle Wirkungsquerschnitte eines Datensatzes sind diesbezüglich zu 100 % korreliert. Zur Berücksichtigung dieser Korrelationen werden Variationen der absoluten Normierung f_{n} innerhalb der angegebenen Unsicherheit zugelassen (vgl. Abschn. 6.3).

Darüber hinaus berücksichtigen wir die Korrelationen, welche sich aus Unsicherheiten der absoluten Elektron-Energieskala sowie der Elektronwinkel-Bestimmung ergeben. Die genannten Fehlerquellen generieren nach der Normierungsunsicherheit die größten Korrelationen und werden durch Funktionen $\delta_{i,k}(\varepsilon_k)$ gemäß (6.11) in die χ^2-Funktion (7.1) einbezogen. Die Parameter der Funktionen folgen unmittelbar aus den korrelierten Fehlern, wie sie in den Tabellen des Anhangs A angegeben sind. Der Index k definiert die Art der Fehlerquelle für den i-ten Datenpunkt, d.h. $k \in \{1, 2\}$ mit den Verknüpfungen $(1 \mapsto \Delta^{\mathrm{korr}}_{E_{\mathrm{e}}})$ und $(2 \mapsto \Delta^{\mathrm{korr}}_{\theta_{\mathrm{e}}})$. Insgesamt ist der Einfluß beider Korrelationen auf die χ^2-Funktion und somit auf abzuleitende Auschlußgrenzen im Vergleich zu den wesentlich größeren unkorrelierten Fehlern sehr gering. Die übrigen experimentellen Korrelationen, mit noch geringeren Beiträgen, können daher vernachlässigt werden.

Theoretische Unsicherheiten

Die größten Unsicherheiten der Wirkungsquerschnittsberechnungen ergeben sich aus den Partondichtefunktionen, welche für gewöhnlich ohne systematische Fehler vorgegeben werden. Die einzelnen Parametrisierungen unterscheiden sich z.T. in den verwendeten Meßdaten sowie den notwendigen Zusatzannahmen, insbesondere aber auch in der Gestalt der verwendeten zentralen Parametrisierungsfunktionen. Zwangsläufig entstehen Diskrepanzen in den berechneten Wirkungsquerschnitten bei VErwendung verschiedener Partondichten (Abschn. 2.3.3), welche sich auf die χ^2-Funktion auswirken. Um diese Unsicherheiten mit in die χ^2-Analyse einzubeziehen, werden drei unterschiedliche Parametrisierungen parallel ausgewertet. Außer der CTEQ5D-Parametrisierung [7], welche für alle drei H1-Datensätze die beste Übereinstimmung ergibt (Tab. 7.1), verwenden wir ergänzend die MRST 99- und die GRV 94-Parametrisierungen [8, 9]. Alle in dieser Arbeit angegebenen Ausschlußgrenzen beinhalten die Variationen aufgrund der drei gewählten Partondichtefunktionen; für die drei Parametrisierungen bestimmen wir unabhängig voneinander Ausschlußgrenzen und geben als endgültigen Grenzwert dann jeweils das schwächste Limit an.

Neben diesen Modellabhängigkeiten existieren innerhalb jeder einzelnen Parametrisierung Unsicherheiten aufgrund systematischer Fehler in den Eingangsgrößen. Prägnantes Beispiel hierfür ist der Einfluß der starken Kopplungskonstanten $\alpha_s(M_Z)$, deren Fehler die endgültigen Partondichten deutlich beeinflußt. Die MRST-Arbeitsgruppe stellt ergänzend eine Reihe variierter Sätze von Partondichtefunktionen zur Verfügung, die sich für systematische Studien verwenden lassen. Darunter befinden sich u.a. zwei Sätze, die sich ausschließlich durch variierte Werte der starken Kopplungskonstanten $\alpha_s(M_Z)$ zur Bestimmung der Partondichten voneinander unterscheiden, d.h. konkret $\alpha_s^{\pm}(M_Z) = 0.1175 \pm 0.005$. Abbildung 7.1 zeigt diesen Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$. Dargestellt sind die relativen Änderungen der resultierenden Wirkungsquerschnitte in Bezug auf die Wirkungsquerschnitte aus den nominellen Partondichten mit $\alpha_s(M_Z) = 0.1175$. Verschiebungen des zentralen α_s-Wertes um ± 0.005 in den Partondichten verursachen Variationen

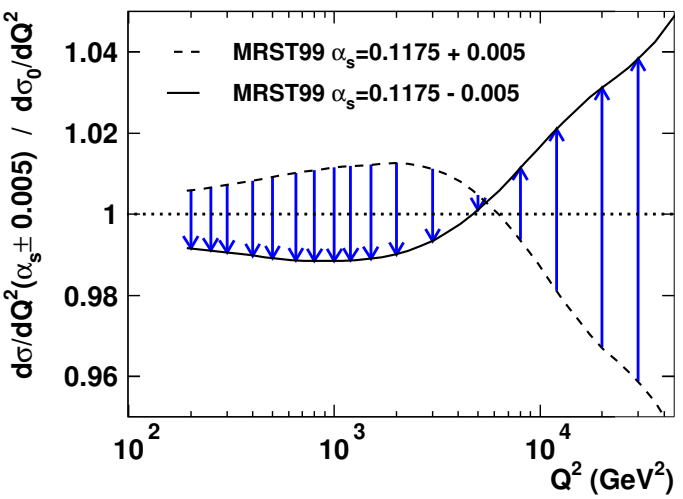


Abbildung 7.1: *Relative Änderungen der Wirkungsquerschnitte resultierend aus MRST-Partondichten mit variierter starken Kopplungskonstanten* $\alpha_s^{\pm} = 0.1175 \pm 0.005$ *in Bezug auf die Wirkungsquerschnitte* ($e^+p \to e^+X$; $\sqrt{s} = 920\,\mathrm{GeV}$) *aus den nominellen Partondichten mit* $\alpha_s(M_Z) = 0.1175$.

in $d\sigma/dQ^2$ von $\pm 1\,\%$ bei kleinen Q^2-Werten und $\mp 4\,\%$ bei hohen Q^2-Werten. Weitere Sätze von MRST-Partondichten basierend auf Variationen einzelner Quarkdichten, der Gluonendichte sowie unterschiedlicher Behandlung von *charm*- und *strange*-Quarks ergeben keine signifikanten Änderungen des Q^2-Spektrums (Abschn. 2.3.3), so daß der Fehler der starken Kopplungskonstanten für den inklusiven Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ die größten korrelierten theoretischen Unsicherheiten verursacht. Daher wollen wir diese Fehlerquelle, analog zu den bereits behandelten experimentellen Korrelationen, durch Funktionen $\delta_{i,k}(\varepsilon_k)$ der Form (6.11) in unserer χ^2-Definition ebenfalls berücksichtigen. Die numerischen Werte $\hat{\sigma}^{\pm}_{i,k}$ der Korrelationsfunktionen $\delta_{i,k}(\varepsilon_k)$ sind in Abbildung 7.1 als Pfeilspitzen bzw. Pfeilenden markiert. Der Index k definiert weiterhin die Art der Fehlerquelle, d.h. an dieser Stelle $k = 3$ mit der symbolischen Verknüpfung $(3 \mapsto \Delta^{\mathrm{korr}}_{\alpha_s})$. Die relativen Änderungen $\hat{\sigma}^{\pm}$ sind dabei nahezu unabhängig von dem zugrundegelegten nominellen Wirkungsquerschnitt, d.h. beispielsweise unabhängig von der Lepton-Polarität ($\hat{\sigma}^{\pm}(e^+p) \cong \hat{\sigma}^{\pm}(e^-p)$) oder Schwerpunktsenergie ($\hat{\sigma}^{\pm}(\sqrt{s_1}) \cong \hat{\sigma}^{\pm}(\sqrt{s_2})$).

Mit den üblichen Partondichtefunktionen ohne Informationen über experimentelle Fehler und Korrelationen ist bislang keine exakte Behandlung der theoretischen Unsicherheiten möglich. Alle Untersuchungen zeigen jedoch, daß sich die theoretischen Unsicherheiten im Hinblick auf Ausschlußgrenzen nicht signifikant auswirken. Dennoch sind Verbesserungen der Fehlerbehandlung wünschenswert. Eine neuere QCD-Analyse im $\overline{\mathrm{MS}}$-Schema [93] gibt Partondichten und zugehörige Fehler sowie Korrelationen an. Darin enthaltene Vergleiche zu anderen Partondichten (z.B. CTEQ) belegen, daß die in dieser Arbeit getroffene Auswahl von Partondichten eine vernünftige Abschätzung der systematischen Unsicherheiten darstellt.

Kombination verschiedener Datensätze

Durch die Kombination der vorhandenen Messungen ①-③ des Wirkungsquerschnitts des Neutralen Stromes läßt sich die Sensitivität auf einzelne Szenarien jenseits des Standardmodells deutlich steigern. Neben der einfachen Erhöhung der statistischen Präzision sorgen komplementäre Informa-

tionen aus e^+p- und e^-p-Wirkungsquerschnitten für eine signifikante Verbesserung der Sensitivität einiger Szenarien.

Jeder Datensatz wird zu Beginn einzeln mittels der χ^2-Definition (7.1) einschließlich aller unkorrelierten, statistischen sowie der beschriebenen korrelierten Unsicherheiten auf die spezifische Abhängigkeit von dem theoretischen Parameter η untersucht. Die Kombination der drei Einzelmessungen besteht dann in der einfachsten Form aus einer Summation der drei χ^2-Funktionen, d.h.

$$\chi^2_{\text{komb}}(\eta) = \sum_{\mathcal{M}=1}^{3} \chi^2_{\mathcal{M}}(\eta) \; . \tag{7.2}$$

Allerdings sind auf diese Weise keinerlei Korrelationen zwischen den einzelnen Datensätzen berücksichtigt. Für die experimentellen Unsicherheiten liegen derzeit keine verifizierten Informationen über das Korrelationsverhalten vor. So gibt es beispielsweise keine Informationen darüber, inwieweit die Normierungsunsicherheiten der Datensätze korreliert sind. Die experimentellen Korrelationen zwischen den Datensätzen werden daher bei der Kombination vernachlässigt.

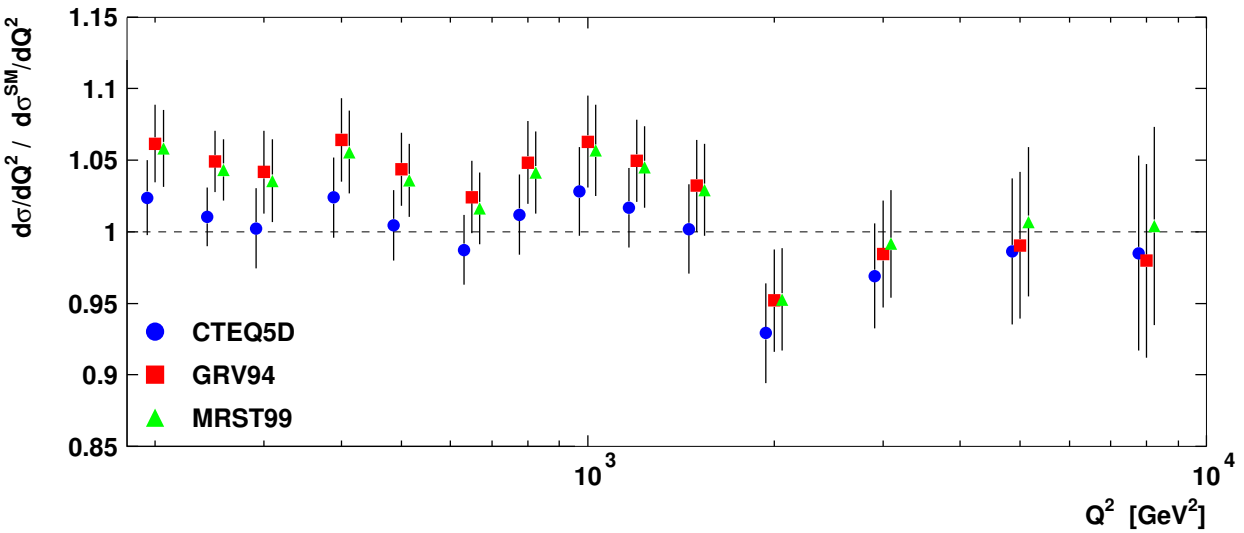
Im Gegensatz dazu können Korrelationen aufgrund der Unsicherheit in $\alpha_s(M_Z)$ (Abb. 7.1) auf einfache Weise datensatzübergreifend behandelt werden. Die kombinierte χ^2-Funktion darf aufgrund der Universalität der Kopplungskonstanten α_s nur **einen gemeinsamen** Korrelationsparameter ε_k mit $(k \mapsto \Delta^{\text{korr}}_{\alpha_s})$ für alle drei Datensätze beinhalten. Dieser Parameter bestimmt dann das Korrelationsverhalten **aller** Meßpunkte gleichzeitig.

7.2 Test des Standardmodells

Auf der Suche nach neuen physikalischen Phänomenen jenseits des Standardmodells müssen wir zunächst beurteilen, inwieweit Übereinstimmung zwischen den Vorhersagen des Standardmodells und den verschiedenen Messungen herrscht. Zu diesen Zweck verwenden wir den χ^2-Test (Abschn. 6.2) in der mathematischen Formulierung (7.1).

Die Ergebnisse sind in Tabelle 7.1 zusammengefaßt für die Standardmodell-Vorhersage aus den drei Parametrisierungen CTEQ5D, MRST 99 und GRV 94. Die besten Übereinstimmungen, d.h. kleinsten χ^2-Werte, ergeben sich durchweg aus den Standardmodell-Vorhersagen unter Verwendung der CTEQ5D-Parametrisierung. Gleichzeitig liegt der bevorzugte Normierungsparameter f_{n} hierfür sehr nahe um eins. Daten und theoretische Vorhersagen stimmen für $Q^2 \lesssim 10\,000\,\text{GeV}^2$ bezüglich der absoluten Normierung hervorragend überein. Dem gegenüber unterschätzen die anderen Parametrisierungen die gemessenen Wirkungsquerschnitte, so daß die Normierungsparameter sich hier zwischen 0.971 und 0.990 bewegen und die χ^2-Werte erhöht sind. Dieses Verhalten zeigt exemplarisch Abbildung 7.2 Dort sind die gemessenen Wirkungsquerschnitte für Datensatz ③, gewonnen aus der Elektron-Methode, den verschiedenen Vorhersagen gegenübergestellt, welche sich aufgrund der drei verwendeten Partondichte-Parametrisierungen ergeben. Abgesehen von der absoluten Normierung ergeben sich für die verschiedenen Vorhersagen keine auffälligen Unterschiede. Insgesamt liegen sämtliche χ^2-Werte pro Freiheitsgrad um eins oder darunter, und alle Messungen erweisen sich als völlig kompatibel mit den Vorhersagen des Standardmodells. Insofern ist keine Evidenz auf neue physikalische Phänomene zu beobachten. Dies trifft auch im Falle der Kombination aller Datensätze ohne Einschränkung zu.

Datensatz ③ – Elektron-Methode



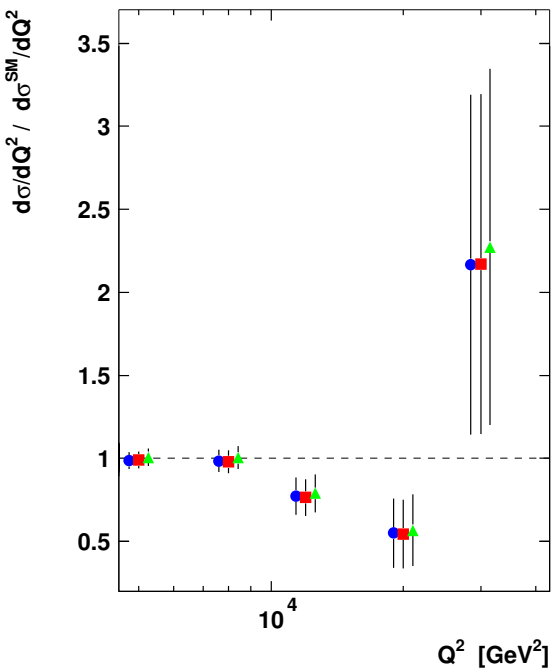


Abbildung 7.2: *Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ für Datensatz ③ ausgewertet mit der Elektron-Methode normiert auf Standardmodell-Vorhersagen $d\sigma^{\mathrm{SM}}/dQ^2$ unter Verwendung der drei Parametrisierungen CTEQ5D, MRST 99 und GRV 94; dargestellt ist der Bereich $Q^2 < 10000\,\mathrm{GeV}^2$ (oben) bzw. vergrößert der Bereich $Q^2 > 4000\,\mathrm{GeV}^2$ (links). Die Fehler zeigen die statistischen und systematischen unkorrelierten Unsicherheiten, jedoch nicht die Luminositätsunsicherheit von 1.5 %. Jeweils drei Punkte beziehen sich auf den gleichen Q^2-Wert, sind jedoch zur besseren Erkennbarkeit versetzt aufgetragen.*

Daten-satz	Rekonstruktions-Methode	Freiheits-grade n	CTEQ5D χ^2	CTEQ5D f_n	MRST 99 χ^2	MRST 99 f_n	GRV 94 χ^2	GRV 94 f_n
①	Elektron	17	12.3	1.005	14.2	0.989	16.4	0.990
②	Elektron	17	10.4	0.997	10.5	0.973	10.7	0.971
③	Elektron	17	17.1	1.001	20.1	0.987	24.2	0.988
③	Doppelwinkel	17	11.7	0.999	15.5	0.985	19.5	0.986
① & ② & ③	Elektron	51	40.7	–	48.3	–	55.5	–

Tabelle 7.1: *χ^2-Werte, Anzahl der Meßpunkte resp. Freiheitsgrade n und Normierungsparameter f_n für die Datensätze ① -③ unter Verwendung der Partondichte-Parametrisierungen CTEQ5D, MRST 99 und GRV 94 zur Berechnung der theoretischen Wirkungsquerschnitte. Zusätzlich sind die Werte für Datensatz ③ basierend auf der Doppelwinkel-Methode und für die Kombination aller drei Datensätze angegeben. Bei Kombination der Datensätze (unterste Zeile) kann kein einzelner Parameter f_n angegeben werden.*

Trotzdem existieren innerhalb der Datensätze z.T. deutlichere Abweichnungen für einzelne Meßpunkte. Auffällig verhält sich der ermittelte Wirkungsquerschnitt für $Q^2_{\text{meß}} = 12\,000\,\text{GeV}^2$, welcher in allen drei Messungen unterhalb der Standardmodell-Erwartung liegt (Kap. 5). Die signifikantesten Abweichungen und folglich die höchsten χ^2-Werte treten für Datensatz ③ auf, wo beispielsweise der Wirkungsquerschnitt für $Q^2_{\text{meß}} = 20\,000\,\text{GeV}^2$ um ca. 50 % von der Vorhersage abweicht. Die Verwendung der Doppelwinkel-Methode verringert an dieser Stelle die Diskrepanzen (vgl. Abb. 5.28), ersichtlich aus dem kleineren χ^2. Schließlich ergibt sich für $Q^2_{\text{meß}} = 30\,000\,\text{GeV}^2$ in den beiden e^+p-Datensätzen ① und ③ ein um ca. 100 % höherer Wirkungsquerschnitt. Allerdings ist die Signifikanz der Abweichungen hier durch den statistischen Fehler derzeit äußerst gering.

Kritisch bleibt anzumerken, daß größtenteils $\chi^2/n \lesssim 1$ zu beobachten ist. In diesem Zusammenhang ist insbesondere Datensatz ② mit $\chi^2/n \approx 0.6$ für alle Parametrisierungen hervorzuheben. Dies sind Indizien für zu großzügig abgeschätze Unsicherheiten oder/und unterschätzte Korrelationen.

7.3 Ergebnisse

Die gute Übereinstimmung zwischen Standardmodell und den bisher beobachteten Wirkungsquerschnitten bedeutet gleichzeitig nur wenig Spielraum für neue physikalische Phänomene in der Interpretation von Kontakt-Wechselwirkungen oder Gravitoneffekten. Infolge der fehlenden Evidenz auf neuartige Effekte ist es daher von Bedeutung, Ausschlußgrenzen für die einzelnen physikalischen Erweiterungsmodelle zu ermitteln. Diese Grenzen dokumentieren die erlangte experimentelle Sensitivität und repräsentieren damit „Grenzen unseres Wissens“.

In Kapitel 3 haben wir mögliche Erweiterungen des Standardmodells diskutiert, deren Einfluß sich auf den beobachteten Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ auswirken. Dabei beinhalten alle Modelle mindestens einen freien Parameter, dessen Wert die Stärke eines möglichen Effekts bestimmt, jedoch *a priori* unbekannt ist. Im folgenden sollen durch Ausschlußgrenzen die Wertebereiche dieser Parameter möglichst gut eingeschränkt werden. Es sei darauf hingewiesen, daß alle in dieser Arbeit zitierten Ausschlußgrenzen mit den Wirkungsquerschnitten resultierend aus der Elektron-

Rekonstruktionsmethode ermittelt werden. Für Datensatz ③ wollen wir zusätzlich die erhaltenen Ergebnisse partiell den Ergebnissen resultierend aus den Wirkungsquerschnitten der Doppelwinkel-Methode gegenüberstellen.

7.3.1 Formfaktoren und Quarkradius

Den möglichen Einfluß von Quarkradien $R_q = \sqrt{\langle r^2 \rangle}$ haben wir bereits in Abschnitt 3.1 erläutert und wollen an dieser Stelle für die Formfaktor-Parametrisierung (3.3) Ausschlußgrenzen angeben. Dabei wird angenommen, daß die Elektronen sich punktförmig verhalten, gleichbedeutend mit $f_\mathrm{e} = 1$ (Abschn. 3.1).

Obere Ausschlußgrenzen für einen Quarkradius R_q, bezogen auf ein 95 %-Konfidenz-Niveau, schwanken für die verschiedenen Datensätze zwischen $R_q < 1.1 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ und $R_q < 1.9 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ (Tab. 7.2). Zusätzlich befinden sich in der Tabelle 7.2 Angaben über die maximale und minimale Abweichnung $\Delta\chi^2 = \chi^2_\mathrm{SM} - \chi^2_\mathrm{min}$, die sich aus den drei untersuchten Partondichte-Parametrisierungen ergeben. Die beiden e^+p-Datensätze ① und ③ bevorzugen einen von null verschiedenen Quarkradius. Dabei zeigt Datensatz ③ bei Auswertung mit der Elektron-Methode die deutlichsten Abweichungen zum Standardmodell mit $\Delta\chi^2$-Werten zwischen 4.0 und 6.8, entsprechend einer Signifikanz von $2\,\sigma$ bis $2.6\,\sigma$. Die beobachteten Abweichungen sind bei Verwendung der Doppelwinkel-Methode für Datensatz ③ weniger stark ausgeprägt, so daß sich auch die Signifikanz auf Werte zwischen $1.6\,\sigma$ und $2.3\,\sigma$ verringert. Das Zustandekommen dieser Abweichungen illustriert Abbildung 7.3. Die χ^2-Funktion, aufgetragen als $\chi^2 - \chi^2_\mathrm{SM}$, in Abhängigkeit des angenommenen Quarkradius R_q besitzt für $R_q \approx 1.2 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ ein Minimum (links). Die Ursache hierfür ist in der rechten Abbildung ersichtlich. Gezeigt sind die Wirkungsquerschnitte des Datensatzes ③, sowie für die Quarkradius-Szenarien $R_q = 1.9 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ (95 %-Auschlußgrenze) und $R_q = 1.2 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ (bester *Fit*) im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung mit der CTEQ5D-Parametrisierung. Die gemessenen Wirkungsquerschnitte liegen für $Q^2 \gtrsim 10\,000\,\mathrm{GeV}^2$ unterhalb der Erwartung und ein von null verschiedener Quarkradius verursacht eine ähnliche Reduktion des Wirkungsquerschnitts, so daß insgesamt eine verbesserte Beschreibung der Messung daraus resultiert. Die Existenz eines besten *Fits* in Verbindung mit großen $\Delta\chi^2$-Werten ist dabei stets mit schlechten Auschlußgrenzen verknüpft, wie dies auch hier zu beobachten ist. Demgegenüber ergibt sich aus Datensatz ② das beste Limit mit $R_q < 1.1 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ und der beste *Fit* für $R_q = 0$ aus dem Standardmodell. Eine Kombination aller Messungen führt aufgrund ihres gegensätzlichen Einflusses zu keinen weiteren Verbesserung der Sensitivität.

Die Resultate sind kompatibel mit denen anderer Experimente. Bei Vergleichen ist zu beachten, daß für manche Ausschlußgrenzen gleichzeitig einen Formfaktor für Quarks und Elektronen angenommen wurde, d.h. $f_q = f_e \neq 1$, so daß der Wirkungsquerschnitt (3.3) sich proportional zu f^4 statt f^2 verhält. Dadurch erhalten wir dann restrikivere Ausschlußgrenzen auf den Radius R. Eine Analyse der CDF-Kollaboration kommt zu einem oberen Grenzwert $R_q < 1.0 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ für Drell-Yan-Produktion von e^+e^-- und $\mu^+\mu^-$-Paaren in $p\bar{p}$-Streuung [94] unter der Annahme punktförmiger Leptonen. Eine komplementäre Analyse hadronischer Z^o-Zerfälle zur Untersuchnung von Beiträgen anomaler magnetischer Dipolmomente zum $Zq\bar{q}$-Vertex gelangt zu einem Wert $R_q < 1.2 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{cm}$ für die leichten u- und d-Quarks [12].

Quarkradius – Ausschlußgrenzen

Datensatz	Rekonstruktions-methode	95 %-Ausschluß-grenze R_q	$\Delta\chi^2$
①	Elektron	$1.7{\cdot}10^{-16}$ cm	0.6 – 1.7
②	Elektron	$1.1{\cdot}10^{-16}$ cm	–
③	Elektron	$1.9{\cdot}10^{-16}$ cm	4.0 – 6.8
③	Doppelwinkel	$1.7{\cdot}10^{-16}$ cm	2.5 – 5.1
① & ② & ③	Elektron	$1.5{\cdot}10^{-16}$ cm	2.3 – 5.3

Tabelle 7.2: *Obere Ausschlußgrenzen für einen Quarkradius R_q, bezogen auf ein 95 %-Konfidenz-Niveau und maximale bzw. minimale Abweichnung $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\mathrm{SM}} - \chi^2_{\mathrm{min}}$ aufgrund der drei untersuchten Partondichte-Parametrisierungen. Für Datensatz ③ sind neben den Ergebnissen aus den Wirkungsquerschnitten der Elektron-Methode ergänzend die Ergebnisse aus der Doppelwinkel-Methode aufgeführt.*

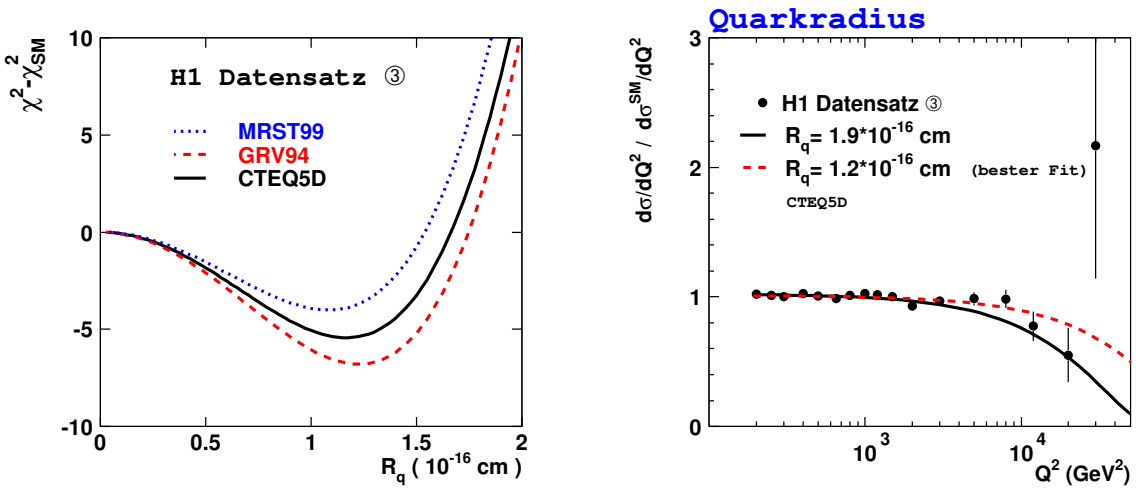


Abbildung 7.3: *$\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ bezüglich Datensatz ③ (Elektron-Methode) in Abhängigkeit des angenommenen Quarkradius R_q für verschiedene Partondichte-Parametrisierungen (links) und korrespondierende Wirkungsquerschnitte des Datensatzes ③ sowie der Quarkradius-Szenarien $R_q = 1.9 \cdot 10^{-16}$ cm (95 %-Auschlußgrenze, nur CTEQ5D) und $R_q = 1.2 \cdot 10^{-16}$ cm (bester Fit, nur CTEQ5D) im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung mit der CTEQ5D-Parametrisierung (rechts)*

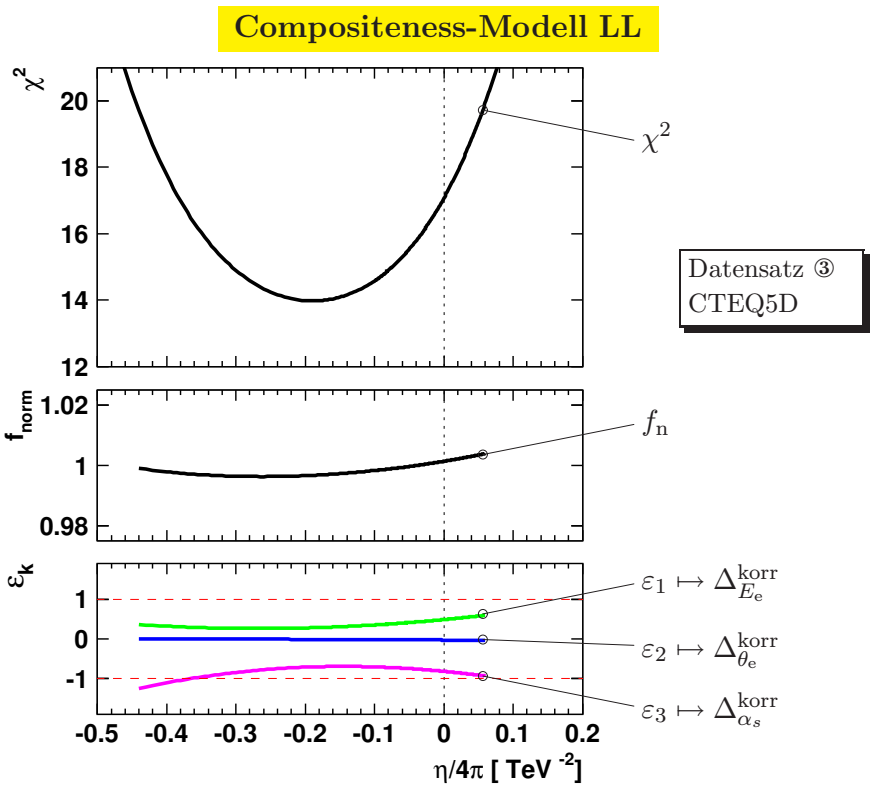


Abbildung 7.4: *Numerische Werte der χ^2-Funktion (7.1) (oben), des Normierungsparametes f_n (Mitte) sowie der Korrelationsparameter $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ (unten) als Funktion von $\eta/4\pi$ für die chirale Struktur LL unter Verwendung der theoretischen Vorhersagen durch die CTEQ5D-Parametrisierung für Datensatz ③*

7.3.2 Compositeness

Der Einfluß einer fermionischen Substruktur bzw. einer Zusammensetzung der Fermionen aus fundamentaleren Bausteinen über den Austausch neuartiger Bosonen oder zusammengesetzter Objekte kann mit dem Formalismus der Kontakt-Wechselwirkungen auf einfache Weise beschrieben werden (Abschn. 3.2.2). Wir wollen nun für die in Tabelle 3.1 aufgeführten chiralen Strukturen Ausschlußgrenzen der Parameter $\eta = \epsilon\, g^2/\Lambda^2$ bzw. auf die *Compositeness*-Skala Λ bestimmen. Dabei wird Quark-*Flavour*-Symmetrie vorausgesetzt, d.h. die Skalen Λ für *up*- und *down*-artige Quarks sind identisch angenommen und für jede chirale Struktur verbleibt nur ein unabhängiger Skalenparameter Λ. Alle angegebenen Ausschlußgrenzen beziehen sich auf eine festgelegte Kopplungsstärke g mit der gebräuchlichen Konvention $g^2 = 4\pi$. Ferner ist jeder Grenzwert Λ mit einem Vorzeichen gekennzeichnet ($\epsilon = +1 \mapsto \Lambda^+$, $\epsilon = -1 \mapsto \Lambda^-$), welches das Interferenzverhalten des jeweiligen Modells festlegt (vgl. Abschn. 3.2.2).

Das numerische Verhalten der Fits zeigt exemplarisch Abbildung 7.4 für die chirale Struktur LL unter Verwendung der theoretischen Vorhersagen durch die CTEQ5D-Parametrisierung für Datensatz ③. Dargestellt sind die χ^2-Funktion gemäß (7.1) (oben), der Normierungsparameter f_n (Mitte) sowie die Korrelationsparameter $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ (unten) in Abhängigkeit von $\tilde{\eta} = \eta/4\pi$. Die χ^2-Werte ergeben sich für einen fixierten Wert $\tilde{\eta}$ durch die Minimierung der gesamten χ^2-Funktion

im Parameterraum $(f_{\mathrm{n}}, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$. Um verläßliche Ergebnisse aus der χ^2-Funktion zu erhalten, ist zu gewährleisten, daß die *Fit*-Parameter sich innerhalb eines physikalisch vernünftigen Wertebereichs bewegen. Der Normierungsparameter f_{n} weist im gesamten $\tilde{\eta}$-Wertebereich keine signifikanten Variationen auf und liegt nahe bei eins. Ebenso variieren die Korrelationsparameter ε_k nur geringfügig und bewegen sich mit $|\varepsilon_k| \lesssim 1$, äquivalent zu korrelierten Abweichungen in der Nähe oder unterhalb des 1σ-Niveaus. Die Korrelationen verursachen demnach keine signifikanten Änderungen des *Fit*-Verhaltens. Auch die übrigen Modelle verhalten sich bezüglich der *Fit*-Parameter sehr ähnlich, so daß alle *Fits* ohne numerische Instabilitäten durchgeführt werden können.

Ergebnisse der Einzelmessungen

Für Datensatz ③ zeigt die Abbildung 7.7 die χ^2-Funktion ausgewählter *Compositeness*-Modelle in Abhängigkeit von $\eta/4\pi = \epsilon/\Lambda^2$, wobei die Änderungen $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{min}}$ aufgetragen sind. Zu jedem Modell gehört eine Schar von drei Kurven, resultierend aus den drei verwendeten Partondichte-Parametrisierungen zur Berechnung der theoretischen Wirkungsquerschnitte. Alle χ^2-Kurven einer Schar besitzen nahezu die gleiche Form, obwohl die absoluten Werte der Kurven deutlich differieren (vgl. Tab. 7.1). Die untersuchten Partondichte-Parametrisierungen haben folglich nur geringen Einfluß auf die Ausschlußgrenzen.

Hauptmerkmal der meisten *Compositeness*-Modelle ist eine sichtbare Bevorzugung negativer Werte für den Parameter η. Dies ergibt sich im wesentlichen aus den Eigenschaften der Datensätze ① und ③, deren Wirkungsquerschnitte für $Q^2 \gtrsim 10\,000\,\mathrm{GeV}$ unterhalb der Standardmodell-Erwartung liegen, so daß Modelle mit negativer Interferenz dieses Verhalten teilweise nachbilden und ein verbessertes χ^2 bewirken. Dies illustriert Abbildung 7.5, welche die Wirkungsquerschnitte des Datensatzes ③ sowie der *Compositeness*-Modelle LR und VV für die Ausschlußgrenzen $\Lambda^{\pm}$ und des besten *Fits* im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung darstellt. Besonders deutlich dokumentiert diesen Effekt das VV-Modell (rechts), wo der beste Fit auch die Meßpunkte unterhalb der Standardmodell-Erwartung sehr gut beschreiben kann. Die verbesserte Beschreibung gelingt nur für Modelle mit negativem Interferenzverhalten, welche auch Wirkungsquerschnitte unterhalb der Standardmodell-Erwartung hervorrufen können. Hingegen ergeben Modelle mit positivem Interferenzverhalten stets Wirkungsquerschnitte, die im gesamtem Q^2-Bereich größer sind als vom Standardmodell vorhergesagt. Die größten Abweichungen zwischen Standardmodell und bestem *Fit* liegen für Datensatz ③ im Falle der Modelle LR, RL, LL+RR, LR+RL und VV geringfügig über der $2\,\sigma$-Schwelle. Die ermittelten unteren 95%-Ausschlußgrenzen in Tabelle 7.3 zeigen für Datensatz ③ eine entsprechend ausgeprägte Asymmetrie zwischen den Grenzwerten Λ^+ und Λ^- der einzelnen Modelle. Alle in der Tabelle enthaltenen Limits beinhalten die vollständige Fehlerbehandlung einschließlich der Variationen aufgrund der verwendeten Partondichtefunktionen CTEQ5D, MRST 99 und GRV 94. Die Szenarien positiver Interferenz ergeben zum Teil deutlich restriktivere Ausschlußgrenzen. Zusätzlich sind in der Tabelle 7.3 für Datensatz ③ hypothetische „erwartete“ Ausschlußgrenzen angegeben (in Klammer). Diese Grenzwerte würden wir erhalten, wenn Daten und Standardmodell-Vorhersage exakt übereinstimmen ($\chi^2_{\mathrm{min}} = 0$; $\eta_{\mathrm{min}} = 0$) und nur statistische Fehler korrespondierend zur integrierten Luminosität des Datensatzes eingehen. Die tatsächlichen Werte Λ^+ liegen für alle Modelle über den „erwarteten“ Ausschlußgrenzen, was auf die spezifischen Unterschiede zwischen den gemessenen und vorhergesagten Wirkungsquerschnitten zurückzuführen ist. Alternativ lassen sich Auschlußgrenzen

Compositeness – Ausschlußgrenzen

Compositeness Kopplung	Datensatz ①		Datensatz ②		Datensatz ③	
	Λ^+ [TeV]	Λ^- [TeV]	Λ^+ [TeV]	Λ^- [TeV]	Λ^+ [TeV]	Λ^- [TeV]
LL	2.4	1.3	2.5	2.1	3.4 (2.7)	1.5 (2.1)
LR	3.4	1.6	1.4	1.3	5.1 (4.0)	1.8 (3.2)
RL	3.4	1.6	1.4	1.4	5.1 (4.0)	1.9 (3.2)
RR	2.5	1.3	2.4	2.1	3.5 (2.8)	1.5 (2.3)
VV	5.5	2.8	3.5	4.0	8.3 (6.3)	2.3 (6.0)
AA	2.1	3.9	3.3	1.6	2.5 (2.4)	5.8 (4.5)
VA	2.8	2.8	2.4	2.3	3.7 (3.1)	3.8 (3.3)
LL+RR	3.3	1.4	3.3	3.4	4.7 (3.7)	1.6 (3.4)
LR+RL	4.6	1.8	1.8	1.9	7.1 (5.3)	2.0 (4.8)

Tabelle 7.3: *Untere Ausschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus auf die Compositeness-Skala Λ^+ bzw. Λ^- für verschiedene chirale Kopplungen getrennt für die Datensätze ①, ② und ③ (Elektron-Methode). Die angebenen Limits ergeben sich unter Berücksichtigung der Variationen aufgrund der verschiedenen Partondichtefunktionen (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94) aus dem schwächsten Grenzwert. Für Datensatz ③ sind zusätzlich hypothetische „erwartete" Auschlußgrenzen in Klammern angegeben (Erläuterungen siehe Text).*

auch aus den Wirkungsquerschnitten der Doppelwinkel-Methode (vgl. Abb. 5.28) bestimmen. Die auf diese Weise erhaltenen Limits ergeben nur geringfügige Unterschiede zu den zitierten Grenzwerten. Gleichzeitig reduzieren sich die beobachteten Abweichungen $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\mathrm{SM}} - \chi^2_{\mathrm{min}}$. Tendenziell sind die Doppelwinkel-Ausschlußgrenzen durchgängig um ca. 5-10 % reduziert.

Ausschlußgrenzen für Datensatz ① sind bereits früher publiziert und ausführlich diskutiert worden [95]. Interessanterweise zeigt auch dieser Datensatz, ebenfalls für e^+p-Kollisionen, durchaus analoge Eigenschaften zu ③. Der Wirkungsquerschnitt (Abb. 5.31) liegt für $Q^2_{\mathrm{meß}} = 12\,000\,\mathrm{GeV}^2$ ebenfalls unterhalb der Standardmodell-Erwartung. Allerdings ist das Verhalten im Vergleich zu Datensatz ③ nicht stark ausgeprägt, so daß auch die Asymmetrien zwischen den Auschlußgrenzen Λ^+ und Λ^- nicht so deutlich hervortreten (Tab. 7.3). Die erhaltenen Limits liegen für Λ^+ durchschnittlich 50 % und für Λ^- etwa 10 % – 20 % unterhalb der Werte des Datensatzes ③. Dies begründet sich teilweise durch die geringere Luminosität. Für die signifikant abweichenden Λ^+-Grenzwerte ist aber wesentlich der Unterschied in den Wirkungsquerschnitten bei $Q^2_{\mathrm{meß}} = 20\,000\,\mathrm{GeV}^2$ verantwortlich zu machen.

Komplementäre Informationen erhalten wir aus Datensatz ②, welcher eine Messung des e^-p-Wirkungsquerschnitts zur Verfügung stellt. Zwar liegt auch hier der Wirkungsquerschnitt für $Q^2_{\mathrm{meß}} = 12\,000\,\mathrm{GeV}^2$ geringfügig unterhalb der Standardmodell-Erwartung (Abb. 5.32), jedoch beeinflussen die Messungen im Bereich $Q^2 \approx 3000 - 10\,000\,\mathrm{GeV}^2$, welche ein bis zwei Standard-Abweichungen

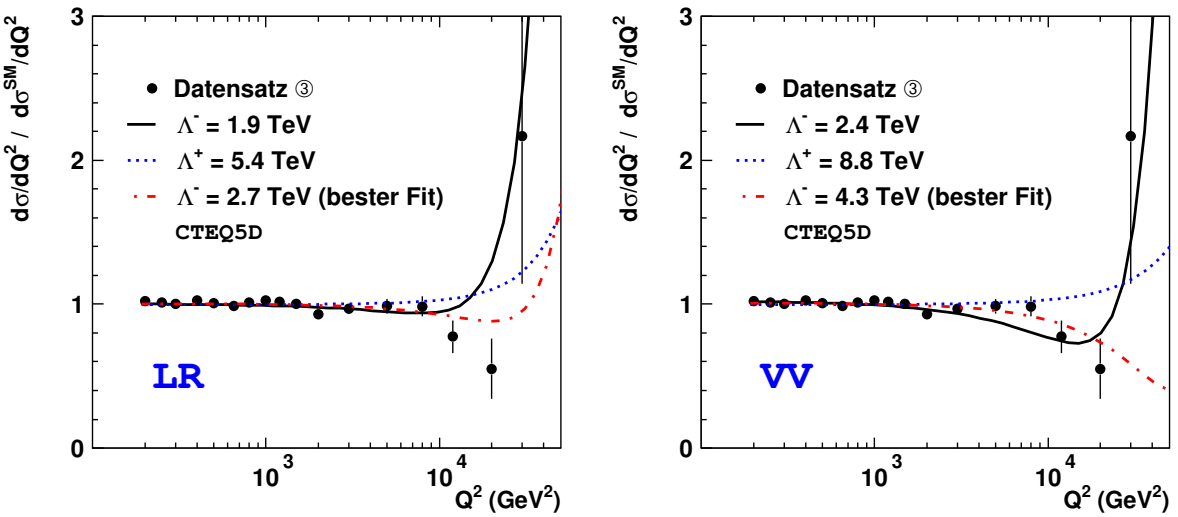


Abbildung 7.5: *Wirkungsquerschnitte des Datensatzes ③ (Elektron-Methode) sowie der theoretischen Wirkungsquerschnitte der Compositeness-Modelle LR (links) und VV (rechts) für die 95%-Ausschlußgrenzen $\Lambda^{\pm}$ bzw. für den besten Fit (nur CTEQ5D) im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten. Die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten Unsicherheiten ohne die globale Normierungsunsicherheit von 1.5 %.*

oberhalb der Vorhersagen liegen, die χ^2-*Fits* wesentlich signifikanter. Alle Ausschlußgrenzen weisen nahezu symmetrische Werte für Λ^+ bzw. Λ^- sämtlicher Modelle auf (Tab. 7.3). Trotz der vergleichsweise geringen statitistischen Präzision mit einer integrierten Luminosität von $16.4\,\mathrm{pb}^{-1}$ können die Szenarien LL^-, RR^-, $(\mathrm{LL}+\mathrm{RR})^-$, VV^- und AA^+ aufgrund der komplementären Sensitivität mit Datensatz ② am besten eingeschränkt werden.

Schließlich ist allen Datensätzen die Tatsache gemeinsam, daß die Grenzwerte der Modelle LL und RR, ebenso wie der Modelle LR und RL innerhalb eines Datensatzes nahezu identisch sind. Diese Modelle lassen sich in ihrer theoretischen Vorhersage kaum voneinander unterscheiden, solange die Teilchenstrahlen unpolarisiert sind.

Kombination aller Datensätze

Die einzelnen Datensätze können in einem einzigen globalen *Fit* zusammengefaßt werden (Abschn. 7.1), um die bestmöglichen Ausschlußgrenzen zu erhalten. Abbildung 7.8 zeigt analog zu Abbildung 7.7 die χ^2-Funktion in Abhängigkeit von $\tilde{\eta} = \epsilon/\Lambda^2$ mit der Auftragung $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{min}}$ für die gleichen chiralen Kopplungen. Diesmal ist jedoch die globale χ^2-Funktion für die Kombination der drei Einzelmessungen dargestellt. Alle Kurven einer Schar, resultierend aus den verschiedenen Partondichten (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94), stimmen in ihrer Form gut überein, obwohl sich auch hier die absoluten Werte der Kurven deutlich unterscheiden. Beispielsweise differieren die χ^2-Werte um ca. 15 Einheiten zwischen der CTEQ5D- und der GRV 94-Parametrisierung (Tab 7.1). Insgesamt werden die kombinierten Kurven aufgrund der statistischen Signifikanz durch Datensatz ③ dominiert. Erneut zeigt sich eine Bevorzugung negativer Werte für den Parameter $\tilde{\eta}$, welche sich durch die Kombination mit Datensatz ① für einige Szenarien noch leicht verstärkt.

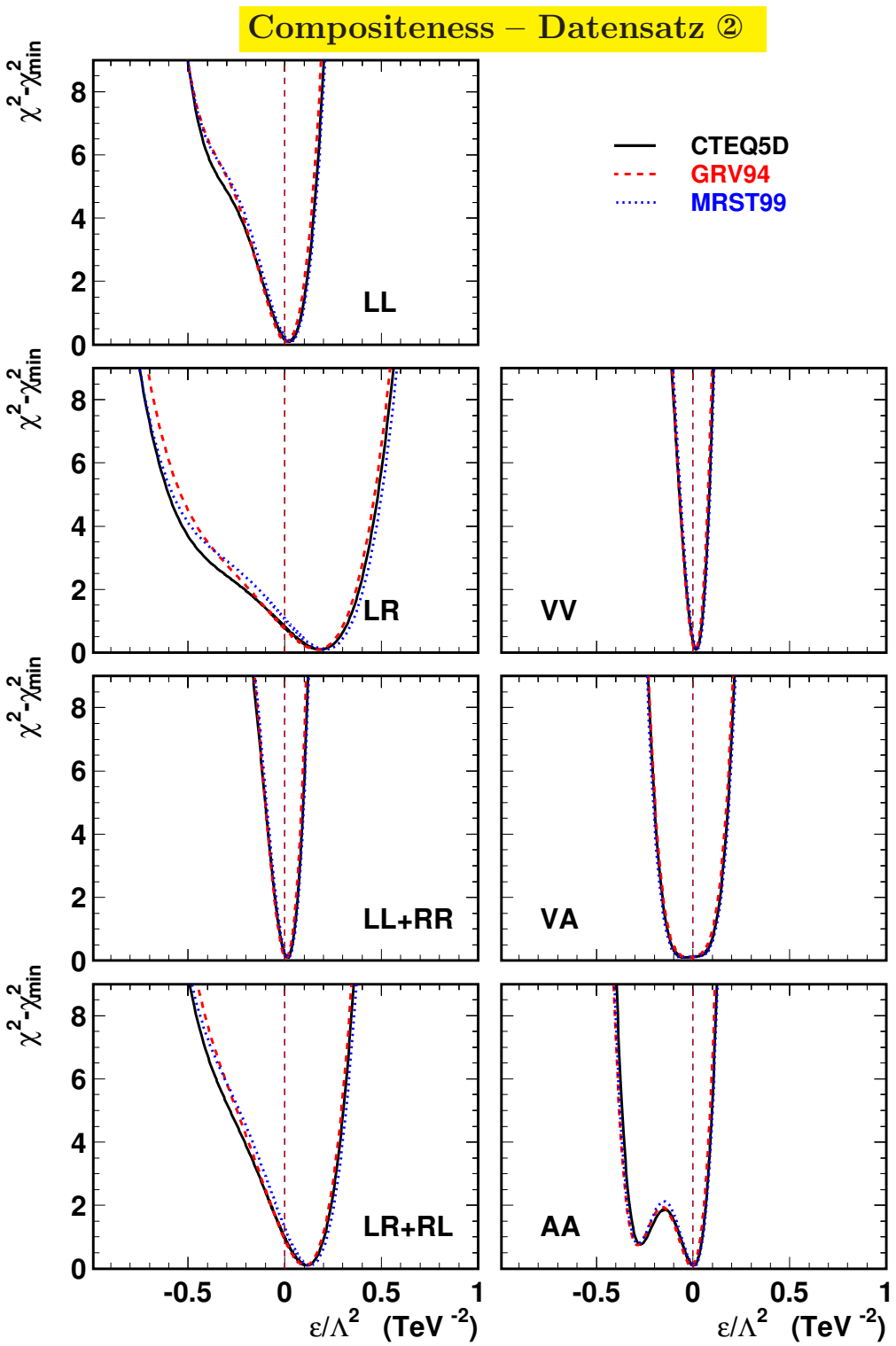


Abbildung 7.6: *χ^2-Funktion von Compositeness-Modellen verschiedener chiraler Kopplungen für Datensatz ② (Elektron-Methode) aufgetragen als $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{min}}$ in Abhängigkeit von $\eta/4\pi = \epsilon/\Lambda^2$; dargestellt ist jeweils eine Schar von drei Kurven, resultierend aus den verschiedenen Partondichtefunktionen (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94) zur Berechnung der theoretischen Vorhersagen. Bei Vergleich zu Abbildung 7.7 und 7.8 ist die unterschiedliche Auftragung in ϵ/Λ^2 zu beachten.*

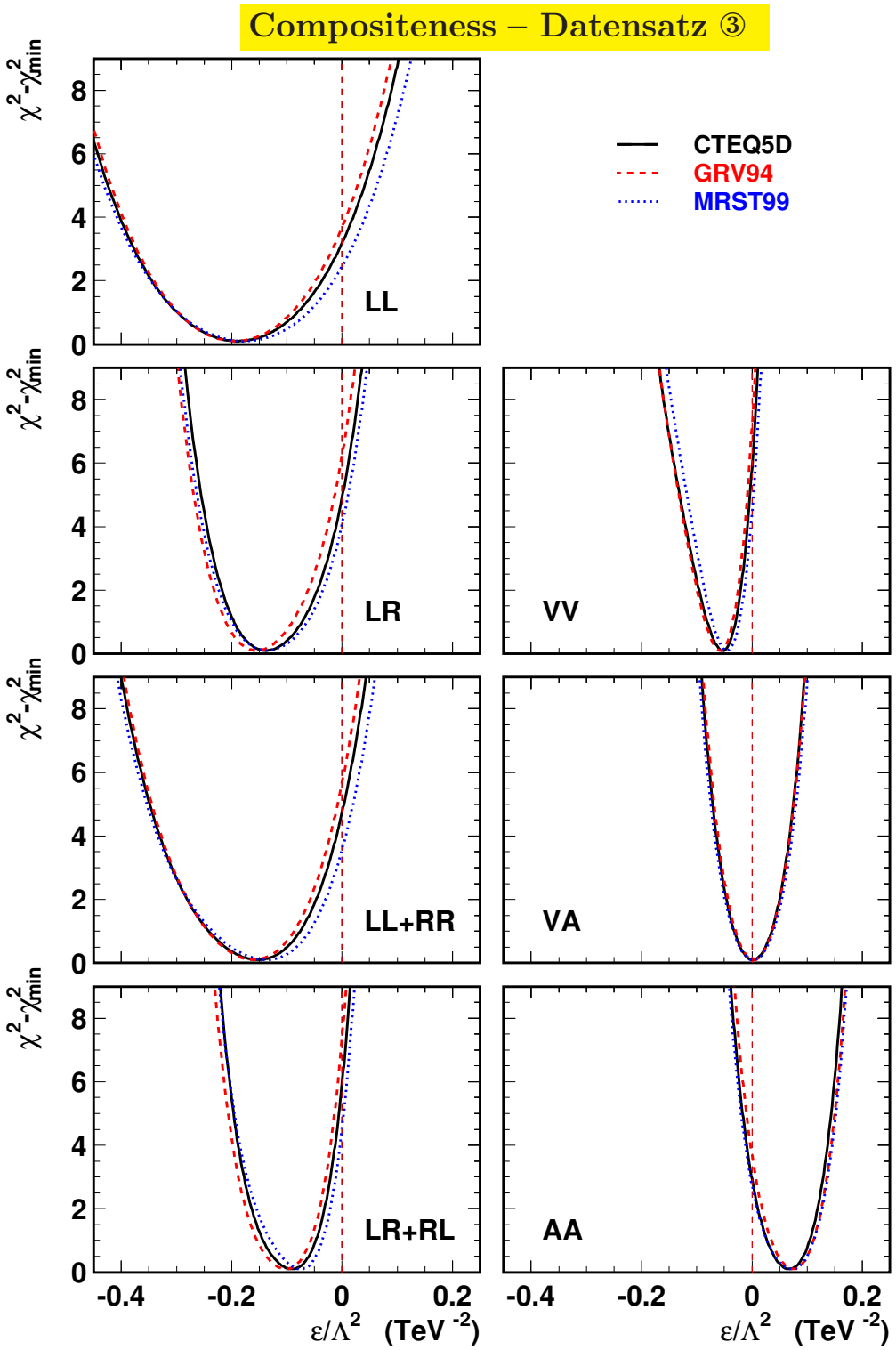


Abbildung 7.7: *χ^2-Funktion von Compositeness-Modellen verschiedener chiraler Kopplungen für Datensatz ③ (Elektron-Methode) aufgetragen als $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{min}}$ in Abhängigkeit von $\eta/4\pi = \epsilon/\Lambda^2$; dargestellt ist jeweils eine Schar von drei Kurven, resultierend aus den verschiedenen Partondichtefunktionen (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94) zur Berechnung der theoretischen Vorhersagen.*

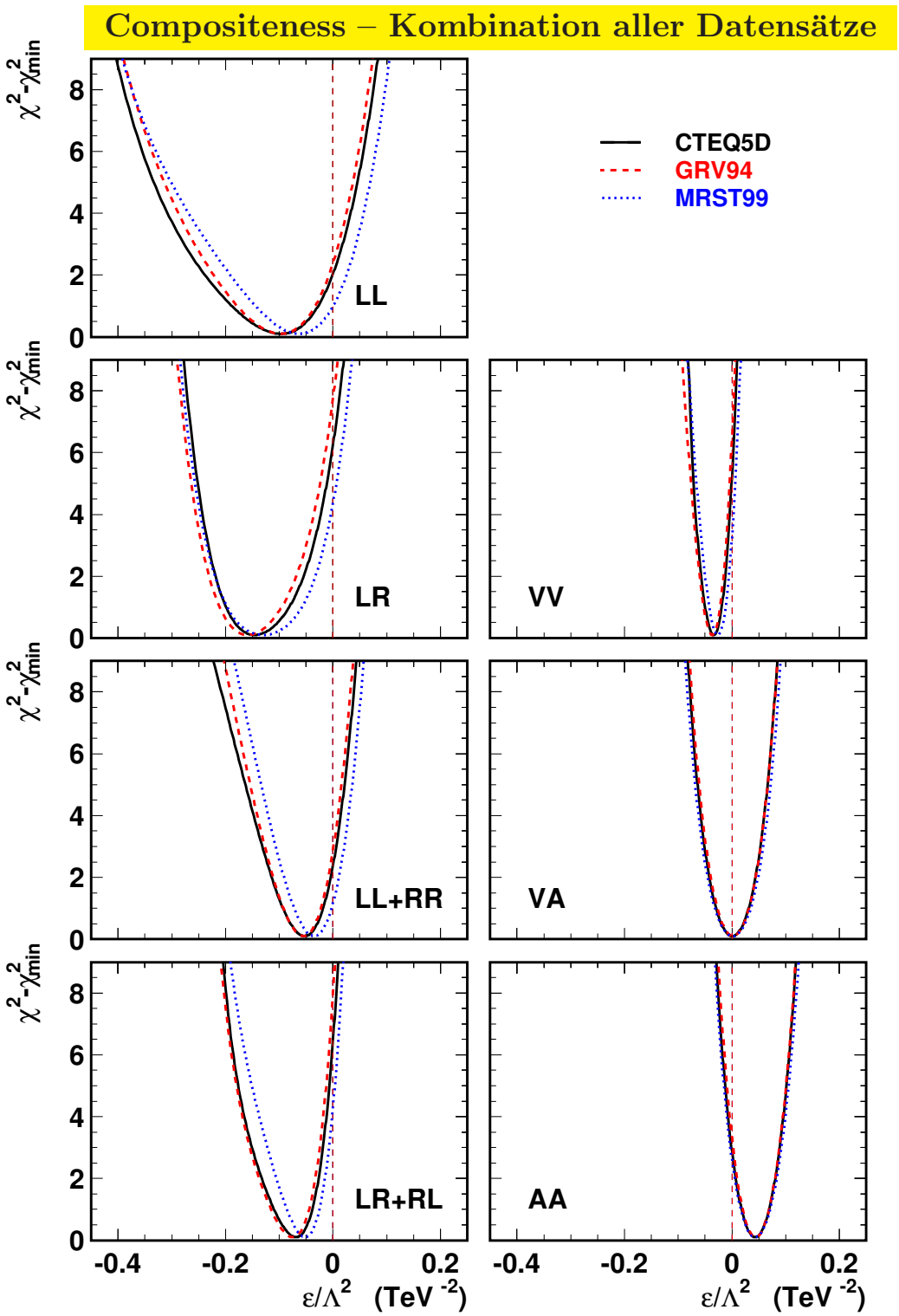


Abbildung 7.8: *χ^2-Funktion von Compositeness-Modellen verschiedener chiraler Kopplungen bei Kombination aller Datensätze aufgetragen als $\chi^2 - \chi^2_{\min}$ in Abhängigkeit von $\eta/4\pi = \epsilon/\Lambda^2$; dargestellt ist jeweils eine Schar von drei Kurven, resultierend aus den verschiedenen Partondichtefunktionen (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94) zur Berechnung der theoretischen Vorhersagen.*

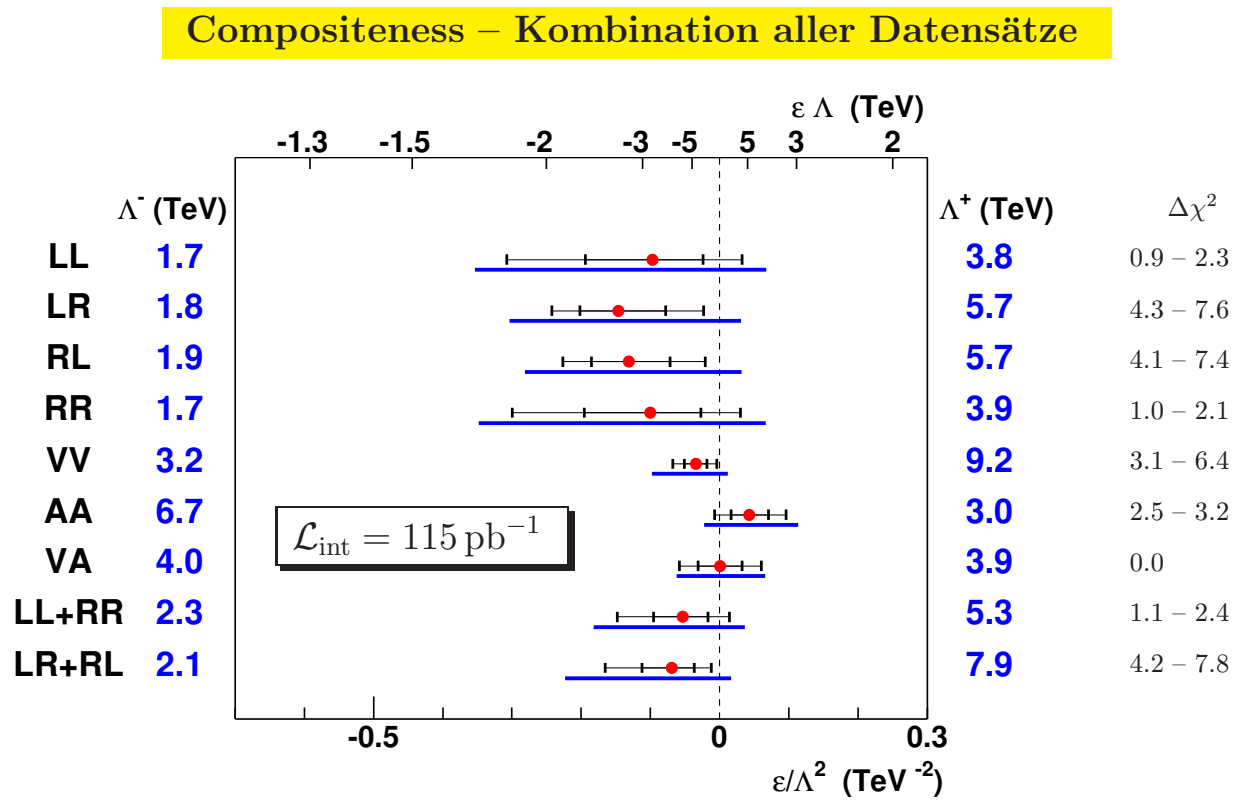


Abbildung 7.9: *Fit-Ergebnisse bezüglich des Parameters $\tilde{\eta} = \epsilon/\Lambda^2$ für verschiedene Compositeness-Modelle nach Kombination aller drei Datensätze (jeweils Elektron-Methode) mit einer integrierten Luminosität von insgesamt $115\,\text{pb}^{-1}$. Die dicken Linien kennzeichnen die ermittelten unteren Ausschlußgrenzen auf 95%-Konfidenz-Niveau Λ^+ und Λ^- unter Berücksichtigung der Partondichtevariationen; Werte außerhalb der markierten Regionen sind auf 95%-Konfidenz-Niveau ausgeschlossen. Die korrespondierenden dünnen Linien zeigen die Fit-Ergebnisse unter Verwendung der CTEQ5D-Parametrisierung; gekennzeichnet sind der beste Fit (●) sowie die zugehörige 1σ-Umgebung (innere Fehlerbalken) und 2σ-Umgebung (äußere Fehlerbalken).*

Eine Zusammenfassung der kombinierten *Fit*-Ergebnisse und erhaltenen Ausschlußgrenzen gibt die Abbildung 7.9. Untere Auschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus liegen zwischen 1.7 TeV (LL^-, RR^-) und 9.2 TeV (VV^+) und sind mit einer totalen integrierten Luminosität von $115\,\text{pb}^{-1}$ verknüpft. Des weiteren zeigt die Abbildung für die verschiedenen chiralen Kopplungen den Wert $\tilde{\eta} = \epsilon/\Lambda^2$ des besten *Fits* sowie die 1σ- und 2σ-Umgebung resultierend aus der CTEQ5D-Parametrisierung. Der beste *Fit* wird bei fast allen chiralen Kopplungen abweichend vom Standardmodell durch einen negativen Wert $\tilde{\eta}$ erreicht. Die Werte $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\text{SM}} - \chi^2_{\text{min}}$ (Spalte rechts) geben Aufschluß über die Signifikanz der beobachteten Abweichungen zwischen Standardmodell und bestem *Fit* der *Compositeness*-Skala. Je nach verwendeter Partondichte stellen sich unterschiedliche Werte $\Delta\chi^2$ ein, wobei der minimale Wert $\min(\Delta\chi^2)$ und der maximale Wert $\max(\Delta\chi^2)$ angegeben sind. Bei den Modellen RL, LR und LR+RL repräsentieren die Werte $\min(\Delta\chi^2)$ jeweils Abweichungen von ungefähr zwei Standard-Abweichungen. Die insgesamt größte Abweichung ist für das LR+RL-Modell mit $\max(\Delta\chi^2)$=7.8 zu beobachten, entsprechend einer Signifikanz von $2.8\,\sigma$. Gleichzeitig liegt der minimale Wert für dieses Modell bei $\min(\Delta\chi^2)$=4.2 ($2\,\sigma$).

Vergleich zu anderen Experimenten

Ein tabellarischer Vergleich zwischen den verschiedenen Messungen bei HERA, LEP und TEVATRON ist in [96] aufgeführt und im Anhang C wiedergegeben. Die *Compositeness*-Szenarien bei HERA und TEVATRON sind im Vergleich zu LEP nicht sensitiv auf Beiträge von Quarks der zweiten bzw. dritten Generation, wie sie beispielsweise unter der Annahme der *Flavour*-Universalität auftreten. Gerade unter dieser Voraussetzung zeigen sich aktuelle Ausschlußgrenzen der ALEPH-Kollaboration [97] bei kombinierter Verwendung von Wirkungsquerschnitts- und Winkelverteilungsmessungen mit selektierten (*getaggten*) Schweren Quarks als äußerst restriktiv und erreichen beispielsweise Werte in der Größenordnung von 10 TeV für die Modelle VV und AA. Ausschlußgrenzen der OPAL-Kollaboration [98] für Modelle, welche ausschließlich *eeuu*- und *eedd*-Wechselwirkungen annehmen, zeigen jedoch eine vergleichbare Sensitivität zu den HERA-Ausschlußgrenzen. Auch im Hinblick auf die Ausschlußgrenzen der TEVATRON-Experimente [99, 100] erweisen sich die H1-Limits von vergleichbarer Sensitivität.

Darüber hinaus werden modellabhängige indirekte Limits in der Größenordnung von bis zu 10 TeV von Experimenten zu paritätsverletzenden Übergängen in Atomen (*Atomic Parity Violation*) für die rein chiralen *Compositeness*-Modelle (RR, LL, LR, RL) erreicht [22, 23, 24]. Jedoch haben die APV-Limits für chirale Mischungen (LL+RR, RL+LR, VV, AA, VA) keine Gültigkeit. Eine neuere Messung zu Paritätsverletzungen [101] beobachtet Abweichnungen von $2.3\,\sigma$, welche zu einem besten *Fit* für Werte $\Lambda \sim 12\,\text{TeV}$ [102] führen, sofern genau ein Kopplungskoeffizient $\eta^q_{\alpha\beta}$ mit $\alpha\,,\beta \in \{\text{L},\text{R}\}$ von null verschieden angenommen wird.

7.3.3 Leptoquarks

Leptoquarks lassen sich formal identisch zu den *Compositeness*-Modellen (Abschn. 3.2.2) behandeln. Statt g^2/Λ^2 bestimmt nun das Verhältnis $\lambda^2/M^2_{\text{LQ}}$ zwischen Leptoquark-Masse M_{LQ} und Kopplungsstärke λ als einzig unbekannter Parameter mögliche Auswirkungen auf den Wirkungsquerschnitt. Wir betrachten skalare (S) und vektorielle (V) Leptoquarks des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells (Abschn. 3.2.3). Tabelle 7.4 enthält die aus den einzelnen Datensätzen resultierenden unteren Ausschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus für den Parameter M_{LQ}/λ. Die Ausschlußgrenzen der verschiedenen Leptoquark-Typen beinhalten die vollständige Fehlerbehandlung einschließlich der Variationen der Partondichten (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94). Außerdem sei angemerkt, daß die Angabe von Ausschlußgrenzen alleine auf die Kopplungstärke λ in Abhängigkeit der Leptoquark-Masse M_{LQ} nur für den Bereich $M_{\text{LQ}} > \sqrt{s}$ zulässig ist. Unterhalb dieser Schwelle lassen sich für λ alleine keine gültigen Aussagen treffen.

Ergebnisse der Einzelmessungen

Die besten Limits ergeben sich für die beiden e^+p-Datensätze ① und ③ in Verbindung mit Leptoquark-Typen, welche bezüglich des e^+p-Wirkungsquerschnitts positive Interferenzbeiträge liefern, d.h. im gesamten Q^2-Bereich einen Wirkungsquerschnitt über der Standardmodell-Vorhersage aufweisen. Dies gilt für die Leptoquark-Typen S^L_0, S^R_0, $\tilde{S}^L_{1/2}$, S^L_1, V^L_0, V^R_0, $V^R_{1/2}$ und $\tilde{V}^L_{1/2}$. Abbildung 7.10 verdeutlicht diesen Sachverhalt. Die Wirkungsquerschnitte des Leptoquark-Typs $V^R_{1/2}$

Leptoquark–Ausschlußgrenzen

Leptoquark	F	Datensatz ① M_{LQ}/λ [GeV]	Datensatz ② M_{LQ}/λ [GeV]	Datensatz ③ M_{LQ}/λ [GeV]	① & ② & ③ M_{LQ}/λ [GeV]
S_0^L	2	620	550	890 (740)	**990**
S_0^R	2	570	500	810 (700)	**890**
$\tilde{S}_0^R$	2	220	310	250 (440)	**290**
$S_{1/2}^L$	0	340	390	330 (840)	**380**
$S_{1/2}^R$	0	320	270	370 (630)	**380**
$\tilde{S}_{1/2}^L$	0	450	220	640 (530)	**680**
S_1^L	2	420	500	540 (430)	**620**
V_0^L	0	670	500	920 (780)	**1000**
V_0^R	0	550	440	750 (680)	**790**
$\tilde{V}_0^R$	0	410	830	380 (950)	**600**
$V_{1/2}^L$	2	380	310	450 (640)	**470**
$V_{1/2}^R$	2	960	400	1440 (1100)	**1600**
$\tilde{V}_{1/2}^L$	2	1060	390	1630 (1300)	**1790**
V_1^L	0	450	1130	490 (1200)	**790**

Tabelle 7.4: *Untere Ausschlußgrenzen auf 95%-Konfidenz-Niveau bezüglich des Parameters M_{LQ}/λ für skalare (S) und vektorielle (V) Leptoquark-Typen des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells [29] mit Fermionenzahl $F = 0$ oder $F = 2$. Die Ausschlußgrenzen beinhalten die Variationen aufgrund der verschiedenen Parametrisierungen der Partondichten (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94) und sind für die einzelnen Datensätze ①-③ (Elektron-Methode) sowie für die Kombination aller Datensätze angegeben. Die Notation definiert die Lepton-Chiralität L, R und den schwachen Isospin $I = 0, \frac{1}{2}, 1$. Die Leptoquark-Typen $\tilde{S}$ und $\tilde{V}$ unterscheiden sich um zwei Einheiten in der Hyperladung von S bzw. V. Die Quantenzahlen und Helizitäten beziehen sich stets auf $e^- q$- und $e^- \bar{q}$-Zustände. Auschlußgrenzen auf die Kopplung λ sind nur für Leptoquark-Massen $M_{\mathrm{LQ}} > \sqrt{s}$ gültig. Ausschlußgrenzen über 1 TeV sind unterstrichen.*

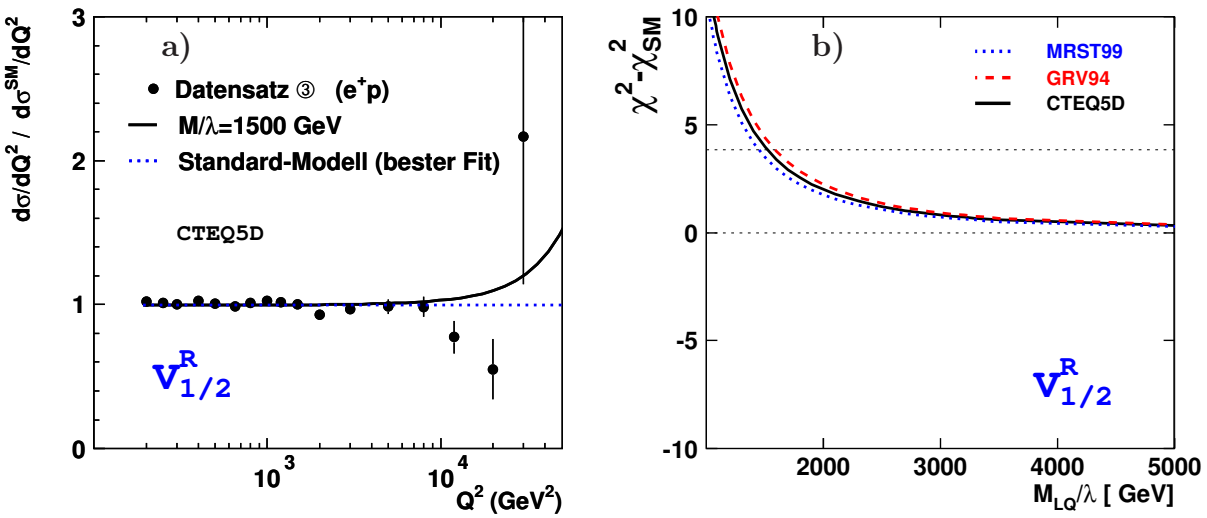


Abbildung 7.10: a) *Wirkungsquerschnitt des Datensatzes ③ (Elektron-Methode) sowie des theoretischen Wirkungsquerschnitts für den Leptoquark-Typ $V^R_{1/2}$ mit $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda = 1500\,\mathrm{GeV}$ entsprechend der 95%-Ausschlußgrenze (nur CTEQ5D) im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten. Die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten Unsicherheiten ohne die globale Normierungsunsicherheit von 1.5 %.* **b)** $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ *als Funktion von M_{LQ}/λ für verschiedene Partondichten.*

liegen stets über der Standardmodell-Vorhersage, während die gemessenen Wirkungsquerschnitte des Datensatzes ③ für $Q^2_{\mathrm{meß}} = 12\,000\,\mathrm{GeV}^2$ und $Q^2_{\mathrm{meß}} = 20\,000\,\mathrm{GeV}^2$ unterhalb der Erwartung liegen (links). Dadurch ergibt sich der beste Fit für das Standardmodell und der χ^2-Wert nimmt für abnehmende Werte M_{LQ}/λ zu, d.h. Leptoquark-Modell-Vorhersage und Meßdaten entfernen sich mehr und mehr voneinander. Datensatz ③ generiert im Vergleich zu Datensatz ① für die genannten Leptoquark-Typen um ca. 35% – 50% erhöhte Ausschlußgrenzen aufgrund der stärkeren Ausprägung der Unterschiede zwischen Daten und Standardmodell. Da die Kopplungskoeffizienten der Vektor-Leptoquarks um einen Faktor zwei gegenüber denen der skalaren Leptoquarks größer sind, ergeben sich die restriktivsten Ausschlußgrenzen für die Vektor-Leptoquarks mit Kopplung an u-Quarks im Bereich $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda \sim \mathcal{O}(1.5\,\mathrm{TeV})$. Ergänzend sind für Datensatz ③ in der Tabelle 7.4 hypothetische „erwartete“ Ausschlußgrenzen angegeben (in Klammer). Diese Grenzwerte würden wir erhalten, wenn Daten und Standardmodell-Vorhersage exakt übereinstimmen und nur statistische Fehler korrespondierend zur integrierten Luminosität des Datensatzes berücksichtigt werden. Die tatsächlichen Limits liegen für alle Leptoquark-Modelle mit positiver Interferenz über den „erwarteten“ Ausschlußgrenzen in Übereinstimmung mit den Beobachtungen für die *Compositeness*-Szenarien (Abschn. 7.3.2).

Demgegenüber erhalten wir deutlich schlechtere Ausschlußgrenzen für die verbleibenden Leptoquark-Typen, welche durch negative Interferenzbeiträge eine Reduktion des e^+p-Wirkungsquerschnitts verursachen können. Korrespondierend zu Abbildung 7.10 zeigt Abbildung 7.11 den Einfluß des Leptoquark-Typs $S^L_{1/2}$ mit negativer Interferenz. Durch die mögliche Reduzierung des Wirkungsquerschnitts ergibt sich eine verbesserte Beschreibung der Daten für endliche Werte M_{LQ}/λ (links). Der beste Fit stellt sich im Falle der CTEQ5D-Partondichten für $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda = 580\,\mathrm{GeV}$ ein.

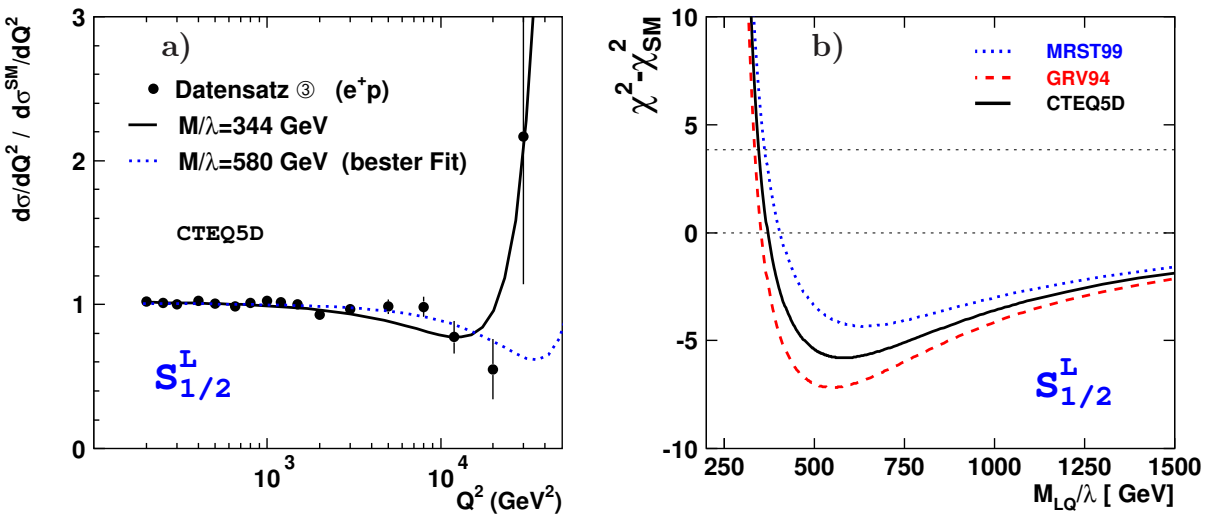


Abbildung 7.11: **a)** *Wirkungsquerschnitt des Datensatzes ③ (Elektron-Methode) sowie des theoretischen Wirkungsquerschnitts für den Leptoquark-Typ $S^L_{1/2}$ mit $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda = 344\,\mathrm{GeV}$ entsprechend der 95%-Ausschlußgrenze (nur CTEQ5D) und $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda = 580\,\mathrm{GeV}$ entsprechend des besten Fits im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten. Die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten Unsicherheiten ohne die globale Normierungsunsicherheit von 1.5 %.* **b)** $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ *als Funktion von M_{LQ}/λ für verschiedene Partondichten.*

Abbildung 7.11 (rechts) zeigt $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ als Funktion von M_{LQ}/λ, wobei negative Werte eine verbesserte Beschreibung der Messung im Vergleich zum Standardmodell bedeuten. Der Leptoquark-Typ $S^L_{1/2}$ in Verbindung mit Datensatz ③ repräsentiert die größten auftretenden Abweichungen $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\mathrm{SM}} - \chi^2_{\mathrm{min}}$ sämtlicher Leptoquark-Modelle, welche sich hierfür zwischen $\min(\Delta\chi^2) = 4.3$ (MRST 99) und $\max(\Delta\chi^2) = 7.2$ (GRV 94) bewegen. Dies entspricht einer Signifikanz von $2.1\,\sigma$ bis $2.7\,\sigma$. Die Beobachtung asymmetrischer Ausschlußgrenzen für die Datensätze ① und ③ zwischen Leptoquark-Typen mit positiven bzw. negativen Interferenzbeiträgen ist konsistent mit den gefundenen Ergebnissen der *Compositeness*-Modelle (Abschn. 7.3.2).

Aufgrund der verschiedenen Sensitivitäten für Leptoquarks mit Fermionenzahl $F = 2$ (e^-q- oder $e^+\bar{q}$-Zustände) und $F = 0$ (e^+q- oder $e^-\bar{q}$-Zustände) resultieren für einige Leptoquark-Szenarien die restriktivsten Ausschlußgrenzen aus dem e^-p-Datensatz ② . Dies trifft beispielsweise auf den Leptoquark-Typ $\tilde{S}^R_0$ zu. Abbildung 7.12 illustriert den Wirkungsquerschnitt aus Datensatz ② sowie den Wirkungsquerschnitt des Leptoquark-Typs $\tilde{S}^R_0$ für $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda = 308\,\mathrm{GeV}$ als untere 95%-Ausschlußgrenze im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung. Der beste *Fit* ergibt sich für das Standardmodell. Die Sensitivitätssteigerung durch die komplementären Informationen des Datensatzes ② ist wegen der vergleichsweise geringen statistischen Präzison nicht stark ausgeprägt.

Kombination aller Datensätze

Wie schon bei den *Compositeness*-Modellen, so können auch hier die einzelnen Datensätze in einem einzigen globalen *Fit* zusammengefaßt werden (Abschn. 7.1), um die bestmöglichen Ausschlußgrenzen zu erzielen (Tab. 7.4). Die zuvor diskutierten Aspekte der aus den einzelnen Datensätzen

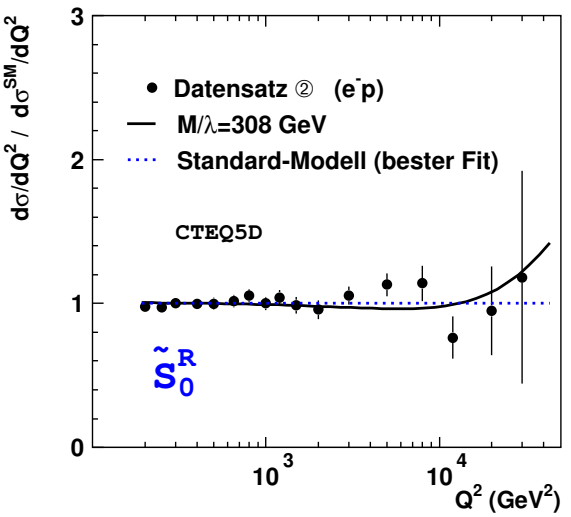


Abbildung 7.12: *Wirkungsquerschnitt des Datensatzes ② sowie des theoretischen Wirkungsquerschnitts für den Leptoquark-Typ $\tilde{S}_0^R$ mit $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda = 308\,\mathrm{GeV}$ entsprechend der 95%-Ausschlußgrenze (nur CTEQ5D) im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten. Die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten Unsicherheiten ohne die globale Normierungsunsicherheit von 1.8 %.*

stammenden Ausschlußgrenzen bleiben auch bei den kombinierten Limits nahezu unverändert. Datensatz ③ mit der höchsten Luminosität und höchsten statistischen Präzision dominiert für die meisten Leptoquark-Typen die Ergebnisse. Die kombinierten unteren Ausschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus erreichen für die skalaren Leptoquark-Typen Werte M_{LQ}/λ bis ca. 1.0 TeV und für die vektoriellen Leptoquarks bis ca. 1.8 TeV und verhalten sich vollständig konsistent zu früheren Ergebnissen für einen kombinierten Datenumfang von $\mathcal{L}_{\mathrm{int}} \approx 100\,\mathrm{pb}^{-1}$ [103]. Bei Massen $M_{\mathrm{LQ}} \approx 300\,\mathrm{GeV}$ sind für alle untersuchten Leptoquark-Typen (außer $\tilde{S}_0^R$) nur noch Kopplungstärken $\lambda \lesssim 1$ nicht ausgeschlossen. Für einige Leptoquark-Typen reichen die Ausschlußgrenzen sogar bis hin zur elektromagnetischen Kopplungsstärke.

Die größten beobachteten Abweichungen $\Delta\chi^2 = \chi^2_{\mathrm{SM}} - \chi^2_{\mathrm{min}}$ stellen sich bei Kombination aller Datensätze für die beiden Leptoquark-Typen $S_{1/2}^L$ und $S_{1/2}^R$ ein. Aufgrund der verschiedenen Partondichte-Parametrisierungen liegt die Schwankungsbreite der Abweichungen für beide Leptoquark-Typen zwischen $\min(\Delta\chi^2) = 3.7$ und $\max(\Delta\chi^2) = 7.4$. Für den Leptoquark-Typ $S_{1/2}^R$ ist eine Erhöhung der Abweichungssignifikanz bei vollständiger Kombination der Daten im Vergleich zu den beobachteten Einzelabweichungen zu verzeichnen. Im Gegensatz dazu verringern sich die Abweichungen, welche für Datensatz ③ zu beobachten sind, bei Leptoquark-Modellen, welche am besten durch den $e^- p$-Datensatz ② eingeschränkt werden. Dies gilt für die Modelle $\tilde{S}_0^R$, $\tilde{V}_0^R$ und V_1^L.

Vergleich zu anderen Messungen und Experimenten

Die angegebenen Limits auf Leptoquarks im Rahmen der indirekten Suche nach Kontakt-Wechselwirkungen knüpfen unmittelbar an die Ergebnisse für eine direkte Suche nach Leptoquark-Resonanzen an. Die direkten Ausschlußgrenzen bezüglich der Kopplungstärke λ auf die Leptoquark-Typen des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells seitens H1 [104] reichen in ihrer Sensitivität über die Schwelle der zur Verfügung stehenden Schwerpunktsenergie bis zu Massen von $M_{\mathrm{LQ}} \backsimeq 400\,\mathrm{GeV}$ hinaus. Trotz der unterschiedlichen Analysestrategien ergeben sich im Vergleich konsistente Ausschlußgrenzen in der kinematischen Übergangsregion.

LQ-Typ	L3 (LEP) M_{LQ}/λ [GeV]	H1 (HERA) M_{LQ}/λ [GeV]
S_0^L	1300	990
S_0^R	1000	890
$\tilde{S}_0^R$	270	290
$S_{1/2}^L$	180	380
$S_{1/2}^R$	370	380
$\tilde{S}_{1/2}^L$	–	680
S_1^L	670	620

LQ-Typ	L3 (LEP) M_{LQ}/λ [GeV]	H1 (HERA) M_{LQ}/λ [GeV]
V_0^L	1870	1000
V_0^R	430	790
$\tilde{V}_0^R$	930	600
$V_{1/2}^L$	630	470
$V_{1/2}^R$	570	1600
$\tilde{V}_{1/2}^L$	470	1790
V_1^L	1270	790

Tabelle 7.5: *Untere Ausschlußgrenzen auf 95%-Konfidenz-Niveau für den Parameter M_{LQ}/λ resultierend aus Messungen der L3-Kollaboration (LEP) bei Schwerpunktsenergien zwischen 130 GeV und 189 GeV [106] im Vergleich zu den kombinierten Ausschlußgrenzen dieser Arbeit (Tab. 7.4; Spalte 4). Das im direkten Vergleich bessere Limit ist jeweils unterstrichen.*

Effekte durch virtuellen Austausch von Leptoquarks in der e^+e^--Annihilation wurden auch in den LEP-Experimenten studiert [97, 98, 105, 106]. Exemplarisch sind in Tabelle 7.5 Ausschlußgrenzen der L3-Kollaboration [106] für die Messungen bei Schwerpunktsenergien zwischen 130 GeV und 189 GeV den kombinierten H1-Limits (Tab. 7.4) gegenübergestellt. Die Limits aller skalaren Leptoquark-Typen erweisen sich im Vergleich der Experimente von gleicher Güte, während sich für die vektoriellen Leptoquark-Typen teilweise deutlichere Sensitivitätsunterschiede erkennen lassen. So stammen in diesem Vergleich die besten Grenzen der Leptoquark-Typen V_0^L und V_1^L von L3, die besten Limits für die Typen $V_{1/2}^R$ und $\tilde{V}_{1/2}^L$ aber von H1. Somit liefert das H1-Experiment komplementäre Ausschlußgrenzen.

Weitere Informationen über Leptoquark-Ausschlußgrenzen erhalten wir u.a. durch die Ergebnisse der APV-Experimente. Die in neuester Zeit beobachtete Abweichung von $2.3\,\sigma$ [101] ließe sich beispielsweise durch die Existenz der Leptoquark-Typen $S_{1/2}^R$ oder S_1^L mit $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda \approx 3.4$ TeV resp. $M_{\mathrm{LQ}}/\lambda \approx 4.2$ TeV erklären, ohne in Konflikt mit bestehenden Ausschlußgrenzen zu geraten [102]. Diese Szenarien liegen derzeit außerhalb des Sensitivitätsbereiches bestehender Beschleuniger-Experimente.

7.3.4 Große Extra-Dimensionen

Der Einfluß möglicher Großer Extra-Dimensionen auf den Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ wird durch den Kopplungskoeffizienten $\eta_{\mathrm{G}} = \lambda/M_s^4$ charakterisiert (Abschn. 3.3). Die Kopplung λ hängt von der vollständigen Theorie ab, sollte aber der Erwartung nach in der Größenordnung eins liegen. In Analogie zu den *Compositeness*-Modellen wollen wir auch hier das genaue Interferenzverhalten offen lassen [47]. Alle Experimente untersuchen beide Möglichkeiten $\lambda = \pm 1$. In den durchgeführten Berechnungen [45, 46] unter Angabe von Feynman-Regeln besteht zunächst kein solcher Freiheits-

Große Extra-Dimensionen – Ausschlußgrenzen

Kopplung	Datensatz ① M_s [TeV]	Datensatz ② M_s [TeV]	Datensatz ③ M_s [TeV]	① & ② & ③ M_s [TeV]
$\lambda = +1$	0.48	0.60	0.50	**0.57**
$\lambda = -1$	0.72	0.61	0.93	**1.01**

Tabelle 7.6: *Untere Ausschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus auf die Skala M_s des Extra-Dimensionen-Modells mit positiver ($\lambda = +1$) und negativer ($\lambda = -1$) Kopplung für die Datensätze ①, ② und ③ (Elektron-Methode) sowie für die Kombination aller Datensätze in einem globalen Fit. Die Ausschlußgrenzen beinhalten die vollständige Behandlung der systematischen Fehler und Variationen aufgrund der verschiedenen Parametrisierungen der Partondichten (CTEQ5D, MRST 99, GRV 94).*

grad (vgl. dazu auch [49]). Zur Bestimmung von Ausschlußgrenzen folgen wir der Konvention[1] in [45]. Die Tabelle 7.6 faßt die unteren Ausschlußgrenzen auf die Skala M_s bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus zusammen.

Ergebnisse der Einzelmessungen

Die resultierenden unteren 95%-Ausschlußgrenzen $M_s^{\pm}$ ($\lambda = +1 \mapsto M_s^+$, $\lambda = -1 \mapsto M_s^-$) weisen für die beiden e^+p-Datensätze ① und ③ jeweils eine Asymmetrie zwischen M_s^+ und M_s^- auf. Die Ursache hierfür verhält sich in völliger Analogie zu den beobachteten Asymmetrien im Rahmen der *Compositeness*-Modelle (vgl. Abschn. 7.3.2). Die Situation ist in Abbildung 7.13 für Datensatz ③ dargestellt und äußerst ähnlich beispielsweise zu dem *Compositeness*-Modell VV in Abbildung 7.5 (rechts). Im Falle destruktiver Interferenz, d.h. $\lambda = +1$ für $e^+p \to e^+X$, wird das Verhalten der gemessenen Wirkungsquerschnitte bei $Q^2 = 12\,000\,\mathrm{GeV}$ und $Q^2 = 20\,000\,\mathrm{GeV}$ teilweise besser nachgebildet als durch die Standardmodell-Vorhersage alleine. Dadurch existiert ein bester *Fit* und die Sensitivität bezüglich der Ausschlußgrenze M_s^+ reduziert sich. Auf der Grundlage der verschiedenen Partondichte-Parametrisierungen liegt die Schwankungsbreite der Abweichungen zwischen $\min(\Delta\chi^2) = 4.3\,(2.1\,\sigma)$ und $\max(\Delta\chi^2) = 7.0\,(2.6\,\sigma)$. Bei Auswertung des Wirkungsquerschnitts durch die Doppelwinkel-Methode reduzieren sich die Diskrepanzen und bewegen sich dann zwischen 2.4 und 4.7, wobei sich die „Doppelwinkel"-Limits nur geringfügig von den zitierten „Elektron"-Limits unterscheiden. Im Gegensatz dazu folgt bei konstruktiver Interferenz ($\lambda = -1$ für $e^+p \to e^+X$) eine Erhöhung der Sensitivität, und der beste *Fit* stellt sich für das Standardmodell ein. Wie bereits bei den *Compositeness*-Modellen zeigt sich erneut eine stärkere Ausprägung der Asymmetrie für Datensatz ③ gegenüber Datensatz ①.

In Analogie zu den Leptoquark- und *Compositeness*-Modellen erhalten wir durch den e^-p-Datensatz ② für das Extra-Dimensionen-Modell komplementäre Informationen. Abbildung 7.14 belegt, daß sich das Interferenzverhalten für $\lambda = \pm 1$ durch Ladungskonjugation des Elektrons umkehrt. Für M_s^+ ergibt Datensatz ② die restriktivste Ausschlußgrenze, obwohl die statistischen Unsi-

[1] Bei Vergleich von Ausschlußgrenzen sind die verschiedenen Konventionen zu beachten und Limits ggf. umzurechnen. Die getroffenen Konventionen in [47, 51] ergeben im Vergleich zu [45, 50] um einen Faktor $\sqrt[4]{\pi/2} = 1.1195$ kleinere Ausschlußgrenzen, falls jeweils $\lambda = \pm 1$ angenommen wird.

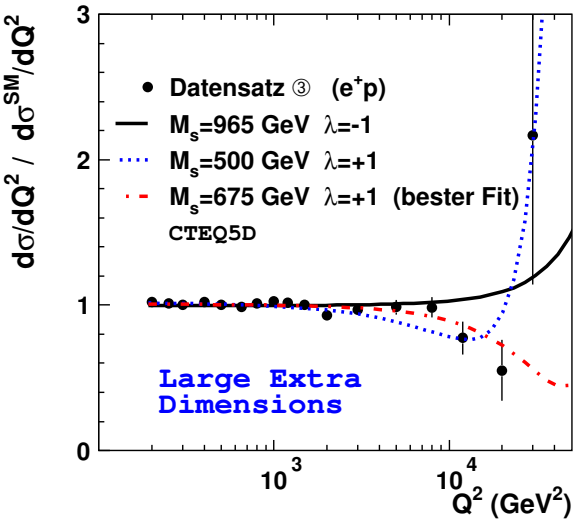


Abbildung 7.13: *Wirkungsquerschnitte (e^+p) des Datensatzes ③ (Elektron-Methode) sowie des Extra-Dimensionen-Modells für die 95%-Ausschlußgrenzen M_s^+ und M_s^- und des besten Fits im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten. Die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten Unsicherheiten ohne die globale Normierungsunsicherheit von 1.5 %.*

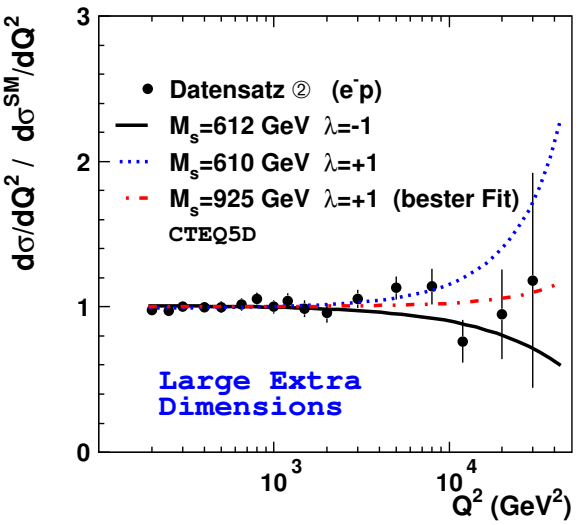


Abbildung 7.14: *Wirkungsquerschnitte (e^-p) des Datensatzes ② sowie des Extra-Dimensionen-Modells für die 95%-Ausschlußgrenzen M_s^+ und M_s^- und des besten Fits im Verhältnis zur Standardmodell-Erwartung unter Verwendung der CTEQ5D-Partondichten. Die Fehler repräsentieren die statistischen und unkorrelierten Unsicherheiten ohne die globale Normierungsunsicherheit von 1.8 %.*

cherheiten dieser Messung am höchsten sind. Schließlich verhalten sich die 95%-Aschlußgrenzen M_s^+ und M_s^- symmetrisch, wiederum in Übereinstimmung mit den Beobachtungen bei den *Compositeness*-Modellen.

Kombination aller Datensätze

Die bestmöglichen Ausschlußgrenzen erhalten wir durch die Kombination aller drei Datensätze in einem globalen *Fit*. Die Asymmetrie zwischen den unteren Auschlußgrenzen M_s^+ und M_s^- bleibt auch nach der Kombination bestehen und läßt sich im wesentlichen auf die statistische Dominanz des Datensatzes ③ zurückführen. Die Abbildung 7.15 zeigt jeweils eine Kurvenschar für $\lambda = +1$ und $\lambda = -1$, welche die Werte $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ der globalen *Fits* als Funktion von M_s darstellen. Jede Schar enthält drei Kurven korrespondierend zu den verwendeten Partondichte-Parametrisierungen. Das asymmetrische Verhalten für postive bzw. negative Interferenzbeiträge kommt deutlich zum Ausdruck. Negative Werte $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ für $\lambda = +1$ bedeuten eine verbesserte Beschreibung der gemessenen Wirkungsquerschnitte im Vergleich zur Standardmodell-Vorhersage. Die Abweichungen

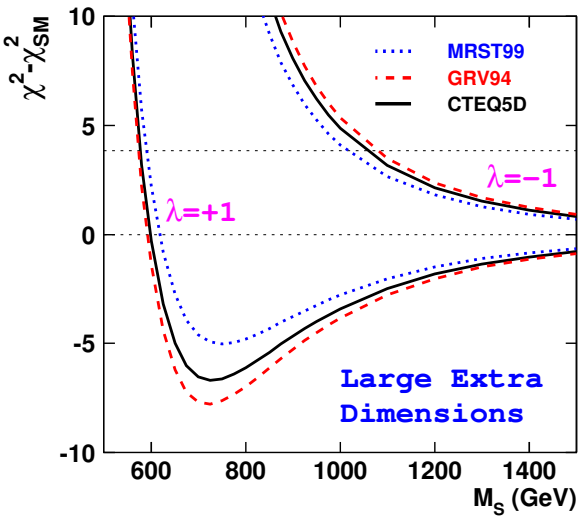


Abbildung 7.15: $\chi^2 - \chi^2_{\mathrm{SM}}$ *der kombinierten Fits aller Datensätze als Funktion von* M_s *für die Kurvenscharen mit* $\lambda = +1$ *und* $\lambda = -1$ *resultierend aus den Partondichten CTEQ5D, MRST 99 und GRV 94.*

liegen für den globalen *Fit* zwischen $\min(\Delta\chi^2) = 5.0\,(2.2\,\sigma)$ und $\min(\Delta\chi^2) = 7.8\,(2.8\,\sigma)$. Verwenden wir für Datensatz ③ die Wirkungsquerschnitte aus der Doppelwinkel-Methode, so reduzieren sich die Diskrepanzen auf Werte zwischen $3.4\,(1.8\,\sigma)$ und $5.9\,(2.4\,\sigma)$ in Abhängigkeit der gewählten Partondichten, während sich die Grenzwerte M_s^+ und M_s^- nur unwesentlich verändern.

Vergleich zu anderen Experimenten

Den LEP-Experimenten ist es möglich, Ausschlußgrenzen anzugeben, für verschiedene Endzustände, wie z.B. $\mu^+\mu^-$, $\tau^+\tau^-$ oder $q\bar{q}$. Die besten LEP-Ausschlußgrenzen auf die Skala $M_s^{\pm}$ des Extra-Dimensionen-Modells basieren auf Messungen zur Bhabba-Streuung und zur Photon-Paarproduktion. (In Bezug auf die Fußnote auf Seite 119 sind alle folgenden Limits umittelbar mit den Ausschlußgrenzen in Tabelle 7.6 vergleichbar.) Beispielsweise erhält die ALEPH-Kollaboration aus der Photon-Paarproduktion folgende 95%-Ausschlußgrenzen [107, 108]:

$$\text{ALEPH:}\quad (e^+e^- \to \gamma\gamma) \qquad M_s^- > 0.92\,\text{TeV} \qquad \mathrm{M_s^+} > 0.91\,\text{TeV}\ .$$

Die insgesamt besten Limits bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus ergeben sich aus der Bhabba-Streuung für die Kombination der Meßdaten aller vier LEP-Experimente [108]:

$$\text{LEP:}\quad (e^+e^- \to e^+e^-) \qquad M_s^- > 1.43\,\text{TeV} \qquad \mathrm{M_s^+} > 1.27\,\text{TeV}\ .$$

Neben den totalen Wirkungsquerschnitten für verschiedene Schwerpunktsenergien werden hier zusätzlich Informationen über Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrien der gestreuten e^+e^--Paare in den *Fits* verwendet. Die LEP-Ausschlußgrenzen sind durch die sehr hohe intergrierte Luminosität bei Kombination aller vier Experimente deutlich restriktiver als die ermittelten H1-Limits. Dies gilt insbesondere für den Wert M_s^+.

Auch die ZEUS-Kollaboration gibt vorläufige Ausschlußgrenzen unter Kombination aller zu Verfügung stehenden Datensätze an [109]:

$$\text{ZEUS:}\quad M_s^- > 0.82\,\text{TeV} \qquad \mathrm{M_s^+} > 0.81\,\text{TeV}\ .$$

Die Limits beider HERA-Kollaborationen weisen die gleiche Sensistivität auf. Allerdings verhalten sich die von ZEUS angegebenen Ausschlußgrenzen symmetrisch, während die H1-Meßdaten dazu tendieren, Modelle mit negativem Interferenzverhalten für $e^+p \to e^+X$ zu bevorzugen.

8

Zusammenfassung und Ausblick

„Worin der wundersamen Enthüllungen soviele sind, daß diese Überschrift, um sie zusammenzufassen, so lang sein müßte wie das ganze Kapitel, was den Gebräuchen krass widerspräche."

Der Name der Rose, Umberto Eco

Die vorliegende Arbeit hat sich mit der Suche nach neuen physikalischen Phänomenen bei HERA beschäftigt. Untersucht wurde die Möglichkeit von Kontakt-Wechselwirkungen ebenso wie die Existenz großer Extra-Dimensionen durch eine Analyse der am H1-Experiment gemessenen *ep*-Wirkungsquerschnitte des Neutralen Stromes. Insbesondere die gleichermaßen spektakuläre wie spekulative Idee großer Extra-Dimensionen, wie sie jüngst von Arkani-Hamed, Dimopoulos und Dvali [41] formuliert wurde, ist gegenwärtig ein Gebiet reger Forschungsaktivität. HERA liefert hierzu einen interessanten Beitrag.

Zusammenfassung

Für die Analyse stand ein Datenumfang korrespondierend zu einer integrierten Luminosität $\mathcal{L}_{\text{int}}$ von $115\,\text{pb}^{-1}$ zur Verfügung, wobei die gewonnenen Daten aus drei Datennahmeperioden mit jeweils unterschiedlichen Strahlbedingungen stammen. Von diesem Wert entfallen $63\,\text{pb}^{-1}$ auf Messungen von Positron-Proton-Kollisionen bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 318\,\text{GeV}$ (Datensatz ③), welche zwischen Juni 1999 und September 2000 aufgenommen wurden. Diesen größten Datensatz des H1-Experimentes haben wir darauf verwendet, den inklusiven Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ im Bereich $Q^2 > 200\,\text{GeV}^2$ und $y < 0.9$ zu vermessen. Die gewonnenen Ergebnisse resultieren aus umfangreichen Detektorstudien zu Energiekalibration, Auflösungsvermögen sowie Nachweiswahrscheinlichkeiten und stellen einen zentralen Bestandteil dieser Arbeit dar. Darüber hinaus wurde eine vollständige Fehleranalyse durchgeführt, um mögliche Abweichungen vom Standardmodell quantifizieren zu können. Wir haben die Ergebnisse verschiedener Rekonstruktionsmethoden auf ihre Konsistenz hin überprüft und mit den Standardmodell-Vorhersagen auf der Grundlage verschiedener Partondichten verglichen. Dabei haben sich keine signifikanten Abweichungen zwischen den Messungen und der Erwartung gezeigt, was quantitativ durch einen χ^2-Test belegt wurde. Des weiteren standen uns zwei Messungen des Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dQ^2$ früherer Datennahmeperioden zur Verfügung, wobei Datensatz ②, resultierend aus e^-p-Kollisionen mit $\mathcal{L}_{\text{int}} = 16.4\,\text{pb}^{-1}$, komplementäre Informationen enthält. Auch für diese beiden Messungen ergibt sich im Rahmen des Standardmodells eine gute Übereinstimmung zur Vorhersage, so daß insgesamt alle drei gemessenen Wirkungsquerschnitte keine Evidenz auf neuartige Phänomene aufweisen. Daher haben

wir die Messungen verwendet, Ausschlußgrenzen auf Kontakt-Wechselwirkungen und große Extra-Dimensionen im Rahmen einer χ^2-Analyse abzuleiten. Die größte Sensitivität läßt sich hier durch eine Kombination aller drei Datensätze erreichen.

Ausschlußgrenzen auf *Compositeness* wurden durch eine modellunabhängige Analyse für Szenarien mit verschiedenen Kombinationen chiraler Kopplungen bestimmt. Untere Ausschlußgrenzen bezüglich des 95%-Konfidenz-Niveaus auf den Skalenparameter $\Lambda^{\pm}$ reichen von 1.8 TeV bis 9.2 TeV bei einer Kopplungsstärke $g = \sqrt{4\pi}$. Gleichzeitig beobachten wir eine Asymmetrie der *Compositeness*-Ausschlußgrenzen der einzelnen chiralen Strukturen zwischen positivem und negativem Interferenzverhalten, welche sich durch eine Bevorzugung negativer Werte für den Parameter $\eta = \pm 4\pi/\Lambda^2$ äußert und wesentlich auf die gemessenen Wirkungsquerschnitte zurückzuführen ist. Für $Q^2_{\text{meß}} = 12\,000\,\text{GeV}^2$ liegen die gemessenen Wirkungsquerschnitte aller drei Datensätze sichtbar unterhalb der Vorhersage, so daß für *Compositeness*-Modelle mit negativem Interferenzverhalten, verbunden mit einer Reduktion des Wirkungsquerschnitts in diesem Q^2-Bereich, eine bessere Übereinstimmung möglich ist. Diese Eigenschaft wird für Datensatz ③ noch verstärkt, da hier außerdem der Wirkungsquerschnitt für $Q^2_{\text{meß}} = 20\,000\,\text{GeV}^2$ unterhalb der Standardmodell-Erwartung liegt. Die größten beobachteten Abweichungen zwischen Standardmodell und bestem *Fit* hängen vom betrachteten Modell und den verwendeten Partondichten ab und bewegen sich beispielsweise für die Kombination LR+RL im Bereich von $2\,\sigma$ bis $2.8\,\sigma$ ($\eta < 0$). Umgekehrt ergeben sich im Falle positiver Interferenz ($\eta > 0$) dann restriktivere Ausschlußgrenzen.

Ein anderer Ansatz, mögliche Substrukturen zu untersuchen, besteht in der Annahme eines nicht verschwindenen Quarkradius R_q, welcher durch die Einführung eines „klassischen“ Formfaktors analysiert wird. Aus Datensatz ② erhalten wir eine obere 95%-Ausschlußgrenze von $R_q < 1.1 \cdot 10^{-16}\,\text{cm}$ unter der Annahme punktförmiger Leptonen. Aus den beiden übrigen Datensätzen erhalten wir jeweils etwas schlechtere Limits mit $R_q < 1.7\,(1.9) \cdot 10^{-16}\,\text{cm}$.

Mit dem Formalismus der Kontakt-Wechselwirkungen können wir auch Effekte eines virtuellen Leptoquark-Austausches untersuchen. Die erhaltenen unteren 95%-Ausschlußgrenzen auf das Verhältnis M_{LQ}/λ für Leptoquark-Typen des Buchmüller-Rückl-Wyler-Modells liegen zwischen ca. 300 GeV und 1000 GeV für skalare, bzw. zwischen 500 GeV und 1900 GeV für vektorielle Leptoquarks nach Kombination aller drei Datensätze. Damit sind für alle Leptoquark-Typen (außer $\tilde{S}_0^R$) bei Massen $M_{\text{LQ}} \approx 300\,\text{GeV}$ grundsätzlich Kopplungen $\lambda \gtrsim 1$ ausgeschlossen. Für einige Leptoquark-Typen können sogar Kopplungen bis zur Stärke der elektromagnetischen Kopplung ausgeschlossen werden. Wie schon für die *Compositeness*-Modelle, zeigen sich auch für die einzelnen Leptoquark-Typen in Abhängigkeit der Interferenzbeiträge unterschiedliche Sensitivitäten. Die größten Abweichnungen zwischen Standardmodell und bestem *Fit* werden für Typen mit negativem Interferzverhalten in Verbindung mit den e^+p-Wirkungsquerschnitten beobachtet und liegen in der gleichen Größenordnung, wie wir sie schon bei den *Compositeness*-Modellen beobachten konnten.

Schließlich haben wir Ausschlußgrenzen auf mögliche Effekte der Quantengravitation bei einer Skala im TeV-Bereich in Verbindung mit großen Extra-Dimensionen bestimmt. Gravitonen könnten in großen Extra-Dimensionen propagieren und durch Kopplung an die Standardmodell-Teilchen zu signifikanten Modifikationen der beobachtbaren Wirkungsquerschnitte führen. Die erhaltenen unteren 95%-Ausschlußgrenzen auf die Skala M_s der effektiven Theorie liegen für die Kombination aller Datensätze bei $M_s > 0.57\,\text{TeV}$ für $\lambda = +1$ und $M_s > 1.01\,\text{TeV}$ für $\lambda = -1$.

Fazit

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß die Ausschlußgrenzen auf *Compositeness*, Leptoquarks sowie Quarkradien in der vorliegenden Arbeit gegenüber früheren Ergebnissen von H1 signifikant verbessert werden konnten. Die neuen Limits weisen eine vergleichbare Sensitivität zu den LEP- oder TEVATRON-Experimenten auf, wobei beispielsweise einige Leptoquark-Limits durch H1 bei Kombination aller Meßdaten korrespondierend zu einer integrierten Luminosität von nunmehr $115\,\mathrm{pb}^{-1}$ am besten ausgeschlossen werden können. Darüber hinaus konnten für das H1-Experiment zum ersten Mal Ausschlußgrenzen auf mögliche Effekte durch virtuellen Gravitonaustausch im Rahmen einer effektiven Theorie nach der Idee von Arkani-Hamed, Dimopoulos und Dvali bestimmt werden.

Einige erhaltene Ausschlußgrenzen weisen eine gewisse Asymmetrie zwischen Modellen mit positivem bzw. negativem Interferenzverhalten auf, welche sich wesentlich auf Abweichungen der Wirkungsquerschnitte des Datensatzes ③ im Q^2-Bereich von $12\,000\,\mathrm{GeV}^2 - 20\,000\,\mathrm{GeV}^2$ zurückführen läßt. So können Modelle mit negativem Interferenzverhalten im Vergleich zum Standardmodell die Messungen z.T. besser beschreiben. Die beobachtete maximale Signifikanz hierfür bewegt sich je nach verwendeter Partondichte in einem Bereich zwischen ca. $2\,\sigma$ und $2.8\,\sigma$. Jedoch müssen wir dabei beachten, daß diese Abweichungen sich für Datensatz ③ verringern, wenn zur Auswertung der Wirkungsquerschnitte statt der Elektron-Rekonstruktionsmethode die Doppelwinkel-Methode verwendet wird. Ursache hierfür sind auftretende Migrationen. Ob sich hinter diesen beobachteten Abweichungen erste Anzeichen neuer physikalischer Phänomene verbergen oder aber dafür statistische Fluktuationen verantwortlich sind, kann schon bald von HERA und H1 beantwortet werden.

Ausblick

Nach Beendigung der letzten Datennahmeperiode im September 2000 wurde mit dem Umbau von HERA begonnen. Durch eine veränderte Strahloptik in der Umgebung der Wechselwirkungszonen von H1 und ZEUS soll künftig eine um einen Faktor 4-5 erhöhte spezifische Luminosität möglich werden. Dadurch können wir die äußerst interessante kinematische Region der höchsten Q^2-Werte mit bislang unerreichter statistischer Präzision untersuchen, welche gerade im Hinblick auf Kontakt-Wechselwirkungen noch Einiges erwarten läßt. Das Entdeckungspotential in diesem Bereich ist bei weitem noch nicht ausgeschöpft und bisher wesentlich durch die zu geringe Datenmenge limitiert !! Wir dürfen gespannt sein, welche Ergebnisse neue Messungen zu Tage fördern werden. Die Neugier ist unersättlich.

A

Tabellen der Wirkungsquerschnitte und systematischen Fehler

A.1 Datensatz ①

Fehlerquelle/Unsicherheit	**unkorrelierter Fehler**	**korrelierter Fehler**
Elektron-Energie BBE	0.87 %	0.5 %
Elektron-Energie CB1-CB2	0.49 %	0.5 %
Elektron-Energie CB3	1.41 %	0.5 %
Elektron-Energie FB1-FB2	2.96 %	0.5 %
Elektron-Energie IF	2.96 %	0.5 %
Elektron-Winkel	2 mrad	1 mrad
Hadronische Energieskala	1.7 %	1.0 %
Elektron-Identifikation	2.0 %	-
$y > 0.5$ und $Q^2 < 500\,\mathrm{GeV}^2$	4.0 %	-
Elektronspur-Effizienz	1.0 %	-
Trigger-Effizienz	0.5 %	-
radiative QED-Korrekturen	1.0 %	-
Luminosität	-	1.5 %

Tabelle A.1: *Fehlerquellen mit jeweiligen Unsicherheiten aufgeschlüsselt nach korrelierten bzw. unkorrelierten Beiträgen (Datensatz ①)*

Q^2	$d\sigma/dQ^2$	δ_{stat}	$\delta_{\mathrm{unkorr.}}$	$\delta_{\mathrm{korr,E_e}+}$	$\delta_{\mathrm{korr,E_e}-}$	$\delta_{\mathrm{korr},\theta_e+}$	$\delta_{\mathrm{korr},\theta_e-}$
200	$1.758{\cdot}10^{1}$	0.85	3.03	-0.9	0.7	-0.6	0.5
250	$1.038{\cdot}10^{1}$	0.78	2.99	0.8	0.0	-0.3	1.0
300	$6.697{\cdot}10^{0}$	0.88	3.15	0.8	-0.9	-0.6	0.5
400	$3.317{\cdot}10^{0}$	1.06	2.86	0.7	-1.0	-0.6	0.4
500	$1.938{\cdot}10^{0}$	1.25	2.83	1.2	-0.5	0.0	0.7
650	$1.026{\cdot}10^{0}$	1.47	2.91	1.2	-1.0	-0.4	0.4
800	$6.158{\cdot}10^{-1}$	1.74	2.94	0.7	-1.5	-0.8	-0.2
1000	$3.468{\cdot}10^{-1}$	2.05	2.80	1.6	0.1	0.5	1.1
1200	$2.111{\cdot}10^{-1}$	2.43	2.78	0.3	-1.5	-0.7	-0.4
1500	$1.118{\cdot}10^{-1}$	2.99	2.81	1.3	-0.7	0.3	0.7
2000	$5.407{\cdot}10^{-2}$	3.55	2.98	1.2	-0.9	-0.2	0.4
3000	$1.882{\cdot}10^{-2}$	3.38	2.81	0.7	-1.1	-0.2	0.1
5000	$3.885{\cdot}10^{-3}$	5.04	3.50	-0.1	-1.7	-1.1	-0.9
8000	$9.870{\cdot}10^{-4}$	7.91	4.87	2.6	-0.3	0.9	1.0
12000	$1.578{\cdot}10^{-4}$	18.29	7.86	1.6	-1.6	0.2	0.3
20000	$3.864{\cdot}10^{-5}$	28.10	12.71	4.2	-0.4	1.5	1.5
30000	$6.555{\cdot}10^{-6}$	71.22	18.07	3.3	-3.3	-0.8	-1.0

Tabelle A.2: *Wirkungsquerschnitte aus Datensatz ① sowie statistische bzw. unkorrelierte Fehler und korrelierte Fehler*

– Q^2 in (GeV^2)
– $d\sigma/dQ^2$ in ($\mathrm{pb}/\mathrm{GeV}^2$)
– Fehlerangaben in (%)

A.2 Datensatz ②

Fehlerquelle/Unsicherheit	**unkorrelierter Fehler**	**korrelierter Fehler**
Elektron-Energie BBE	1.41 %	0.5 %
Elektron-Energie CB1-CB2	0.86 %	0.5 %
Elektron-Energie CB3	1.94 %	0.5 %
Elektron-Energie FB1-FB2	2.96 %	0.5 %
Elektron-Energie IF	2.96 %	0.5 %
Elektron-Winkel	-	3 mrad
Hadronische Energieskala	1.7 %	1.0 %
Elektron-Identifikation	2.0 %	-
Elektronspur-Effizienz	1.0 %	-
Trigger-Effizienz	0.5 %	-
radiative QED-Korrekturen	1.0 %	-
Luminosität	-	1.8 %

Tabelle A.3: *Fehlerquellen mit jeweiligen Unsicherheiten aufgeschlüsselt nach korrelierten bzw. unkorrelierten Beiträgen (Datensatz ②)*

Q^2	$d\sigma/dQ^2$	δ_{stat}	$\delta_{\text{unkorr.}}$	$\delta_{\text{korr,E}_e}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e}$
200	$1.822{\cdot}10^{1}$	1.3	3.0	–1.3	5.1
250	$1.067{\cdot}10^{1}$	1.3	3.2	0.6	1.9
300	$7.109{\cdot}10^{0}$	1.5	3.4	0.8	–1.7
400	$3.536{\cdot}10^{0}$	1.7	2.8	0.7	–1.0
500	$2.062{\cdot}10^{0}$	2.1	3.5	0.6	–1.1
650	$1.103{\cdot}10^{0}$	2.5	3.3	0.9	–1.2
800	$6.83{\cdot}10^{-1}$	3.0	3.2	1.0	–1.1
1000	$3.72{\cdot}10^{-1}$	3.4	3.1	0.7	–1.1
1200	$2.45{\cdot}10^{-1}$	3.9	3.0	0.7	–0.7
1500	$1.32{\cdot}10^{-1}$	4.8	3.0	1.0	–0.7
2000	$6.15{\cdot}10^{-2}$	5.8	3.3	0.5	0.8
3000	$2.39{\cdot}10^{-2}$	5.0	3.1	1.0	1.3
5000	$6.75{\cdot}10^{-3}$	6.1	3.5	0.8	1.0
8000	$1.91{\cdot}10^{-3}$	9.1	5.7	1.0	0.6
12000	$3.95{\cdot}10^{-4}$	18.2	6.7	0.5	0.7
20000	$9.01{\cdot}10^{-5}$	30.6	10.2	2.2	1.3
30000	$2.04{\cdot}10^{-5}$	58.5	21.8	2.9	2.0

Tabelle A.4: *Wirkungsquerschnitte aus Datensatz ② sowie statistische bzw. unkorrelierte Fehler und korrelierte Fehler; die korrelierten Fehler verhalten sich näherungsweise symmetrisch.*

– Q^2 in (GeV^2)
– $d\sigma/dQ^2$ in ($\text{pb}/\,\text{GeV}^2$)
– Fehlerangaben in (%)

A.3 Datensatz ③

Fehlerquelle/Unsicherheit	**unkorrelierter Fehler**	**korrelierter Fehler**
Elektron-Energie BBE	0.87 %	0.5 %
Elektron-Energie CB1-CB2	0.49 %	0.5 %
Elektron-Energie CB3	1.41 %	0.5 %
Elektron-Energie FB1-FB2	2.96 %	0.5 %
Elektron-Energie IF	2.96 %	0.5 %
Elektron-Winkel	1 mrad	1 mrad
Z_e-Akzeptanzschnitt	±3cm	-
Hadronische Energieskala	1.7 %	1.0 %
Elektron-Identifikation	1.0 % (15.0 %)	-
Elektronspur-Effizienz	0.5 %	-
Trigger-Effizienz	0.5 %	-
radiative QED-Korrekturen	1.0 %	-
Luminosität	-	1.5 %

Tabelle A.5: *Fehlerquellen mit jeweiligen Unsicherheiten aufgeschlüsselt nach korrelierten bzw. unkorrelierten Beiträgen für Datensatz ③; ausführlichere Erläuterungen sind in Abschnitt 5.2.8 zu finden.*

Elektron-Methode

Q^2	$d\sigma/dQ^2$	δ_{stat}	$\delta_{\text{unkorr.}}$	$\delta_{\text{korr,E}_e+}$	$\delta_{\text{korr,E}_e-}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e+}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e-}$
200	$1.611{\cdot}10^{1}$	0.67	2.46	–0.25	0.13	1.19	–2.07
250	$9.410{\cdot}10^{0}$	0.62	1.94	0.42	–0.65	–0.45	1.07
300	$6.068{\cdot}10^{0}$	0.71	2.70	0.65	–0.52	–1.46	1.50
400	$3.134{\cdot}10^{0}$	0.82	2.63	0.71	–0.86	–1.86	1.53
500	$1.807{\cdot}10^{0}$	0.99	2.25	1.13	–1.41	–1.47	1.15
650	$9.485{\cdot}10^{-1}$	1.22	2.15	1.03	–0.97	–1.04	1.22
800	$5.912{\cdot}10^{-1}$	1.49	2.33	1.02	–1.30	–1.25	1.31
1000	$3.515{\cdot}10^{-1}$	1.78	2.44	1.35	–1.27	–1.25	1.33
1200	$2.244{\cdot}10^{-1}$	2.11	1.74	0.57	–0.42	–0.26	0.65
1500	$1.286{\cdot}10^{-1}$	2.51	1.85	0.53	–0.83	–0.65	0.73
2000	$5.593{\cdot}10^{-2}$	3.20	1.96	0.95	–1.21	–0.96	0.24
3000	$1.946{\cdot}10^{-2}$	3.05	2.26	1.08	–1.06	–0.40	0.78
5000	$4.620{\cdot}10^{-3}$	4.04	3.24	1.33	–0.58	–0.49	0.53
8000	$1.079{\cdot}10^{-3}$	5.99	3.47	1.02	–0.69	0.05	0.37
12000	$2.109{\cdot}10^{-4}$	12.13	7.93	0.50	–2.22	–0.66	–0.05
20000	$1.936{\cdot}10^{-5}$	33.33	18.16	1.59	–1.72	–0.03	–0.20
30000	$1.002{\cdot}10^{-5}$	44.72	15.14	2.49	–1.65	0.71	–0.25

Tabelle A.6: *Wirkungsquerschnitte aus Datensatz ①* **(Elektron-Methode)** *sowie statistische bzw. unkorrelierte Fehler und korrelierte Fehler*

– Q^2 in (GeV^2)
– $d\sigma/dQ^2$ in (pb/GeV^2)
– Fehlerangaben in (%)

Doppelwinkel-Methode

Q^2	$d\sigma/dQ^2$	δ_{stat}	$\delta_{\text{unkorr.}}$	$\delta_{\text{korr,E}_e+}$	$\delta_{\text{korr,E}_e-}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e+}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e-}$
200	$1.613{\cdot}10^{1}$	0.67	3.82	0.47	–0.42	3.31	–3.34
250	$9.540{\cdot}10^{0}$	0.61	2.28	0.47	–0.35	–1.17	2.05
300	$6.128{\cdot}10^{0}$	0.70	2.21	0.23	–0.07	–1.71	1.25
400	$3.134{\cdot}10^{0}$	0.82	1.68	0.09	–0.33	–0.38	0.57
500	$1.810{\cdot}10^{0}$	0.99	2.96	0.09	–0.35	–2.63	2.37
650	$9.516{\cdot}10^{-1}$	1.22	2.18	0.33	–0.36	–1.63	1.24
800	$5.944{\cdot}10^{-1}$	1.49	2.17	0.13	–0.50	–1.39	1.49
1000	$3.389{\cdot}10^{-1}$	1.79	1.98	0.23	–0.27	–1.02	1.17
1200	$2.238{\cdot}10^{-1}$	2.11	1.90	0.35	–0.07	–0.78	1.08
1500	$1.279{\cdot}10^{-1}$	2.51	1.74	0.19	–0.21	–0.64	0.45
2000	$5.747{\cdot}10^{-2}$	3.12	2.27	0.10	–0.15	–1.30	1.69
3000	$1.972{\cdot}10^{-2}$	3.01	2.23	0.06	0.05	–1.48	0.60
5000	$4.630{\cdot}10^{-3}$	3.98	2.22	0.26	–0.09	0.53	1.14
8000	$1.034{\cdot}10^{-3}$	6.12	2.55	–0.01	0.00	–1.64	0.34
12000	$2.360{\cdot}10^{-4}$	11.70	3.06	0.67	0.04	–0.05	3.17
20000	$2.290{\cdot}10^{-5}$	31.62	17.32	–0.09	–0.07	–2.55	1.95
30000	$1.207{\cdot}10^{-5}$	40.83	6.26	0.08	–0.21	–5.36	4.22

Tabelle A.7: *Wirkungsquerschnitte aus Datensatz* ① **(Doppelwinkel-Methode)** *sowie statistische bzw. unkorrelierte Fehler und korrelierte Fehler*

– Q^2 in (GeV^2)
– $d\sigma/dQ^2$ in (pb/GeV^2)
– Fehlerangaben in (%)

Σ-Methode

Q^2	$d\sigma/dQ^2$	δ_{stat}	$\delta_{\text{unkorr.}}$	$\delta_{\text{korr,E}_e+}$	$\delta_{\text{korr,E}_e-}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e+}$	$\delta_{\text{korr},\theta_e-}$
200	$1.593{\cdot}10^{1}$	0.69	2.96	–1.56	0.38	0.45	–1.87
250	$9.280{\cdot}10^{0}$	0.63	1.70	0.21	0.79	0.53	0.79
300	$6.075{\cdot}10^{0}$	0.71	4.75	1.42	–2.60	–2.66	1.22
400	$3.129{\cdot}10^{0}$	0.82	2.59	0.65	–1.35	–0.95	0.98
500	$1.805{\cdot}10^{0}$	0.99	3.16	2.36	–2.40	–1.66	1.81
650	$9.415{\cdot}10^{-1}$	1.23	2.74	2.10	–1.57	–1.06	1.45
800	$5.978{\cdot}10^{-1}$	1.49	3.11	2.11	–2.24	–1.31	1.19
1000	$3.627{\cdot}10^{-1}$	1.75	2.17	1.14	–1.56	–0.41	0.34
1200	$2.206{\cdot}10^{-1}$	2.11	2.44	1.77	–1.67	–0.41	1.24
1500	$1.269{\cdot}10^{-1}$	2.53	1.95	1.59	–0.76	–0.37	0.55
2000	$5.915{\cdot}10^{-2}$	3.13	2.48	1.78	–1.70	–0.57	0.12
3000	$1.946{\cdot}10^{-2}$	3.04	1.93	1.43	–1.71	–0.13	0.38
5000	$4.677{\cdot}10^{-3}$	4.02	4.18	1.61	–1.27	0.12	–0.00
8000	$1.090{\cdot}10^{-3}$	5.94	4.98	1.83	–0.44	0.36	0.56
12000	$2.121{\cdot}10^{-4}$	11.95	10.92	0.13	–3.34	0.014	–2.27
20000	$2.873{\cdot}10^{-5}$	27.74	24.45	2.42	–2.24	1.44	–1.51
30000	$1.199{\cdot}10^{-5}$	40.83	24.87	4.44	–4.51	3.81	–3.50

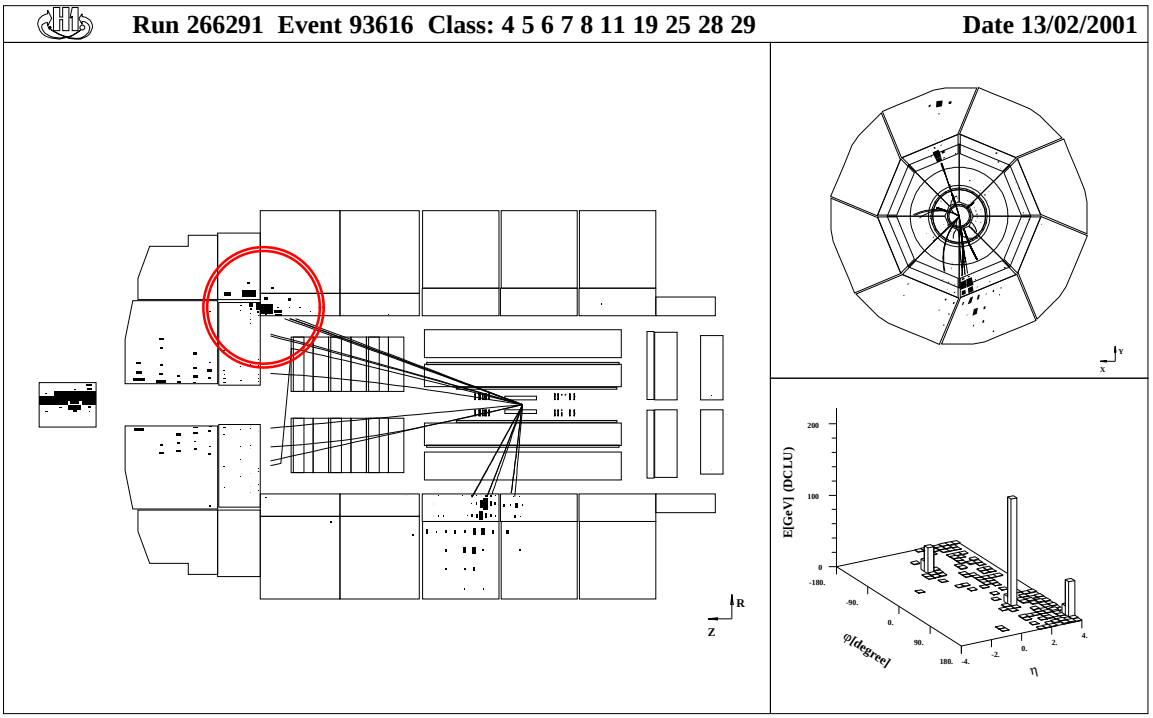
Tabelle A.8: *Wirkungsquerschnitte aus Datensatz* ① **(Σ-Methode)** *sowie statistische bzw. unkorrelierte Fehler und korrelierte Fehler*

– Q^2 in (GeV^2)
– $d\sigma/dQ^2$ in (pb/GeV^2)
– Fehlerangaben in (%)

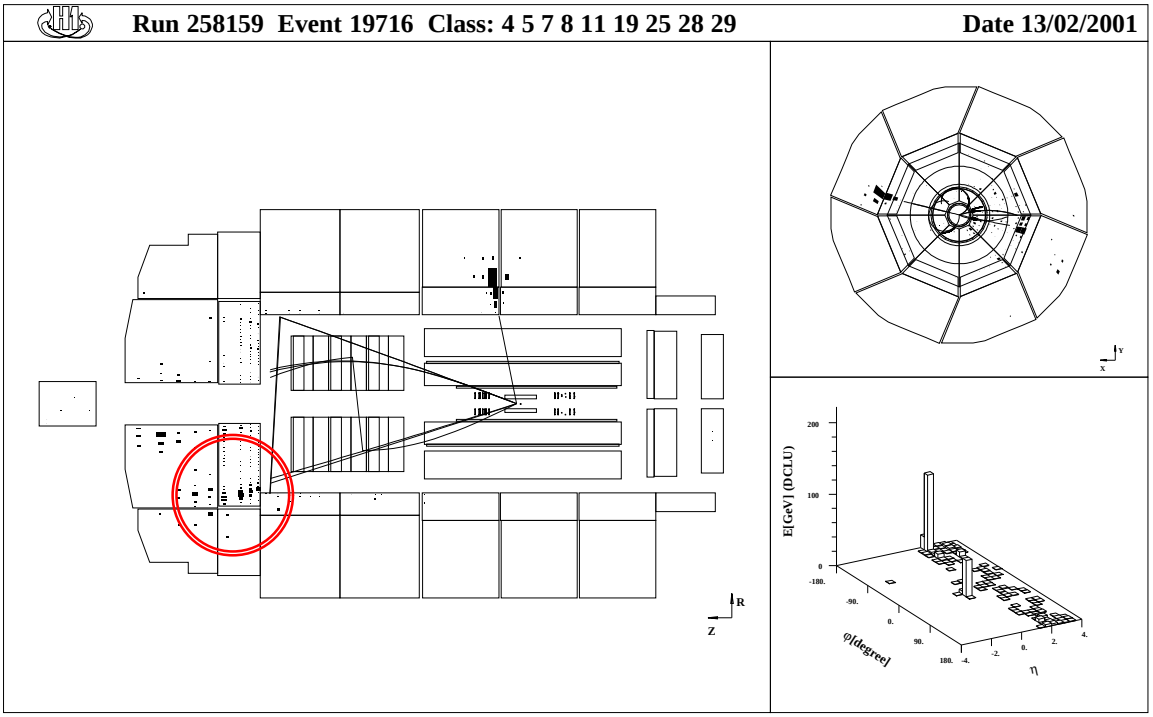
B

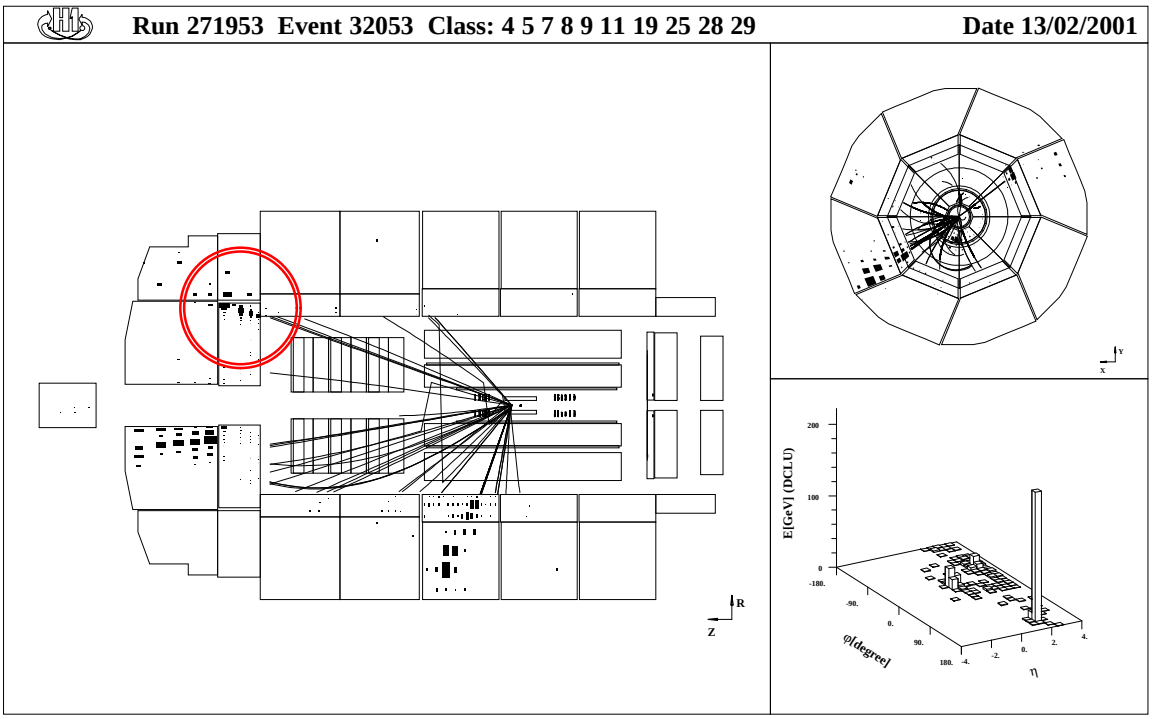
Elektronidentifikation

Die Bestimmung der Elektronidentifikationseffizienz (Abschn. 5.2.1) ergab Abweichungen zwischen Meßdaten und Monte Carlo im Intervall $Q^2 \in [16666\,\mathrm{GeV}^2, 27777\,\mathrm{GeV}^2]$, welche auf drei Elektronkandidaten im Vorwärtsbereich beruhen. Alle drei Ereignisse weisen eine typische NC-Charakteristik bezüglich Topologie und Kinematik auf. Der mutmaßliche kalorimetrische Elektronkandiat wurde durch den Erkennungsalgorithmus QECFWD allerdings nicht erkannt.



QED-Compton-Ereignis (!)





C

Compositeness-Limits im Vergleich zu anderen Experimenten

	LEP				**Tevatron**		**HERA**			
	$ee \to q\bar{q}$		$ee \to u\bar{u}$, $d\bar{d}$		D0		H1		ZEUS	
Modell	Λ^-	Λ^+	Λ^-	Λ^+	Λ^-	Λ^+	Λ^-	Λ^+	Λ^-	Λ^+
LL	3.1	5.5	3.6	2.9	4.2	3.3	**1.7**	**3.8**		
LR	4.4	3.8	3.6	2.9	3.6	3.4	**1.8**	**5.7**		
RL	6.4	2.7	4.3	2.5	3.7	3.3	**1.9**	**5.7**		
RR	4.9	3.5	4.3	2.5	4.0	3.3	**1.7**	**3.9**		
VV	7.2	4.7	6.6	3.2	6.1	4.9	**3.2**	**9.2**	5.0	4.7
AA	4.2	8.1	4.6	4.6	5.5	4.7	**6.7**	**3.0**	3.7	2.7
VA							**4.0**	**3.9**	2.6	2.5
LL–LR					4.5	3.9			2.8	1.8
LL+RL									3.1	3.4
LL+RR	4.4	5.4	5.0	3.0	5.1	4.2	**2.3**	**5.3**	2.8	2.9
LR+RL	7.1	3.4	5.0	3.0	4.4	3.9	**2.1**	**7.9**	4.3	4.0
LR+RR									3.3	3.5
RL–RR					4.3	4.0			1.7	2.8

Tabelle C.1: *Ausschlußgrenzen auf 95%-Konfidenz-Niveau für ausgewählte Compositeness-Modelle seitens LEP, TEVATRON und HERA entnommen aus [96]; die H1-Limits sind allerdings durch die Ergebnisse dieser Arbeit (Abb. 7.9) ersetzt! Die TEVATRON-Werte stammen von D0. Die LEP-Ergebnisse ergeben sich jeweils aus den Annahmen, daß ausschließlich $ee \to u\bar{u}$, $d\bar{d}$-Kontakt-Wechselwirkungen angenommen werden (OPAL) bzw. Flavour-Universalität gilt (ALEPH). Alle Angaben in TeV.*

Abbildungsverzeichnis

1.1 Quantengravitation als übergeordnete Theorie 3

2.1 Struktur des Protons 7
2.2 Kinematische Variablen der tief-inelastischen *ep*-Streuung 8
2.3 Einfache Feynman-Graphen im Quark-Parton-Modell 12
2.4 Einfluß von Unsicherheiten in den Partondichten auf den inklusiven Wirkungsquerschnitts $d\sigma/dQ^2$ 14

3.1 NC-Ereignis mit höchstem beobachteten Q^2-Wert 16
3.2 Kontakt-Wechselwirkung als Niederenergie-Approximation 17
3.3 *Compositeness*-Wechselwirkungen durch Austausch gemeinsamer Konstituenten . . . 20
3.4 Wirkungsquerschnitte des *Compositeness*-Modells VV 22
3.5 Möglicher Leptoquark-Austausch in der Lepton-Quark-Streuung 23
3.6 Veranschaulichung des Prozesses der Kompaktifizierung 26
3.7 Bedeutung der Extra-Dimensionen für Gravitonen und Standardmodell-Teilchen . . 29
3.8 „Erwartete“ Sensitivität verschiedener *Compositeness*-Modelle 33
3.9 „Erwartete“ Ausschlußgrenzen für skalare/vektorielle Leptoquark-Typen 34

4.1 Elektron-Proton-Speicherring HERA 36
4.2 Isometrische Darstellung des H1-Detektor 37
4.3 Seitenansicht des Flüssig-Argon-Kalorimeters 39
4.4 Radiale Ansicht eines LAr-Kalorimetermodules 40
4.5 Seitenansicht des inneren Spursystems und des rückwärtigen Kalorimeters 41
4.6 Bethe-Heitler-Bremsstrahlungs-Ereignis gemessen mit dem H1-Luminositätssystem . 42
4.7 Q^2-Auflösung des H1-Detektors 46

5.1 Integrierte Luminosität bei HERA und H1 47
5.2 Beispiel eines gemessenen Ereignisses des Neutralen Stromes 50
5.3 Systematischer Fehler der Größe Q^2_{e} aufgrund einer Winkelunsicherheit $\delta\theta_{\mathrm{e}}$ 53
5.4 Erreichbare Auflösung des Elektronwinkels 54
5.5 Treffer-Effizienz der z-Spurkammern 54
5.6 Energieauflösung der Doppelwinkel-Methode und Elektronenergie-Kalibration 55
5.7 Kontrollgrößen der Doppelwinkel-Methode 56
5.8 Kalibrationskonstanten der einzelnen Kalorimetersegmente 57

5.9 Verfikation der Elektronenergie-Kalibration als Funktion von Z_e 58
5.10 Energiespektren der Kalorimeter-Module BBE, CB1, CB2, CB3, FB1 und FB2 . . . 59
5.11 Ineffiziente Detektorregionen für die Elektrontrigger 61
5.12 Triggereffizienz als Funktion der Elektronenergie E_e 61
5.13 Vertexeffizienz als Funktion von y_h 62
5.14 Ereignis mit sehr kleinem y_h 63
5.15 Ineffiziente Regionen für Elektronspuren in der ϕ-z-Ebene 64
5.16 Spureffizienz der Elektronkandidaten als Funktion von E_e und z 64
5.17 Spureffizienz der Elektronkandidaten als Funktion von Q^2 65
5.18 Ineffiziente Detektorregionen bezüglich der Elektronidentifikation mit QECFWD . . 66
5.19 Effizienz der Elektronidentifikation in Abhängigkeit der Elektronenergie E_e 67
5.20 Effizienz der Elektronidentifikation in Abhängigkeit der z-Position 67
5.21 Effizienz der Elektronerkennung in Abhängigkeit von Q^2 68
5.22 Stabilität der Ereignisrate $\Delta N_\mathrm{Ereig}/\Delta\mathcal{L}_\mathrm{int}$ 70
5.23 Polarwinkel-Verteilung des gestreuten Elektrons 71
5.24 Kontrollverteilungen der endgültigen Selektion (Datensatz ③) 72
5.25 Reinheit und Stabilität der Q^2-Analyseintervalle 74
5.26 Größe der radiativen Korrekturen δ_rad als Funktion von Q^2 75
5.27 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ (Datensatz ③) 77
5.28 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ im Vergleich verschiedener Rekonstruktionsmethoden . 78
5.29 Migrationen zwischen Elektron- und Σ-Methode 79
5.30 Unsicherheit der absoluten elektromagnetischen Energieskala 82
5.31 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ (Datensatz ①) 84
5.32 Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dQ^2$ (Datensatz ②) 86

6.1 Wahrscheinlichkeit $P(\chi^2 > \chi^2_\mathrm{b})$ als Funktion von χ^2_b 90
6.2 Standardisierte Gauß-Verteilung mit zentralem/einseitigem Konfidenz-Intervall . . . 92
6.3 Bestimmung von Ausschlußgrenzen aus χ^2-Kurven 94
6.4 χ^2-Häufigkeitsverteilung für eine Test-Theorie 95
6.5 Häufigkeitsverteilungen für η_min bezüglich einer Test-Theorie 96
6.6 Häufigkeitsverteilung einer einseitigen Ausschlußgrenze für eine Test-Theorie 96

7.1 Einfluß der starken Kopplungskonstanten α_s auf den inkl. Wirkungsquerschnitt . . . 99
7.2 $d\sigma/dQ^2$ (Datensatz ③) im Vergleich verschiedener Standardmodell-Vorhersagen . . . 101
7.3 χ^2-Verteilungen und Wirkungsquerschnitte des Quarkradius-Szenarios 104
7.4 Zusammenhang zwischen χ^2-Funktion und assoziierten Korrelationsparametern . . . 105
7.5 CI-Modelle LR und VV im Vergleich zu den gemessen Wirkungsquerschnitten 108
7.6 χ^2-Funktion verschiedener *Compositeness*-Modelle für Datensatz ② 109
7.7 χ^2-Funktion verschiedener *Compositeness*-Modelle für Datensatz ③ 110
7.8 χ^2-Funktion verschiedener *Compositeness*-Modellen bei Kombination aller Daten . . 111
7.9 Kombinierte Ausschlußgrenzen der *Compositeness*-Modelle 112
7.10 Wirkungsquerschnitte und χ^2-Verteilungen für Leptoquark-Typ $V^R_{1/2}$ 115
7.11 Wirkungsquerschnitte und χ^2-Verteilungen für Leptoquark-Typ $S^L_{1/2}$ 116

7.12 Wirkungsquerschnitte für Leptoquark-Typ $\tilde{S}_0^R$ (Datensatz ②) 117
7.13 Extra-Dimensionen-Modell (95%-Limit $M_s^{\pm}$) und Datensatz ③ im Vergleich 120
7.14 Extra-Dimensionen-Modell (95%-Limit $M_s^{\pm}$) und Datensatz ② im Vergleich 120
7.15 χ^2-Verteilungen der kombinierten Fits für das Extra-Dimensionen-Modell 121

Tabellenverzeichnis

3.1 Effektive Kopplungen der untersuchten *Compositeness*-Modelle 21
3.2 Leptoquark-Typen im Formalismus der Kontakt-Wechselwirkungen 24

5.1 Datennahmeperioden und Strahlbedigungen bei HERA 48
5.2 Parameter der Elektronidentifikation QECFWD 49
5.3 Anzahl selektierter und erwarteter Ereignisse 73

6.1 Zentrale Konfidenz-Intervalle und assoziierte Meßwahrscheinlichkeiten 92

7.1 Ergebnisse der χ^2-Tests der Wirkungsquerschnittsmessungen 102
7.2 Ausschlußgrenzen auf Quarkradien R_q 104
7.3 Ausschlußgrenzen auf die Skala $\Lambda^{\pm}$ verschiedener *Compositeness*-Modelle 107
7.4 Leptoquark-Ausschlußgrenzen auf den Parameter M_{LQ}/λ 114
7.5 Leptoquark-Ausschlußgrenzen der Experimente H1 und L3 (LEP) im Vergleich . . . 118
7.6 Untere Ausschlußgrenzen auf die Skala M_s des Extra-Dimensionen-Modells 119

A.1 Fehlerquellen mit jeweiligen (un)korrelierten Unsicherheiten (Datensatz ①) 127
A.2 Wirkungsquerschnitte und systematische Fehler (Datensatz ①) 127
A.3 Fehlerquellen mit jeweiligen (un)korrelierten Unsicherheiten (Datensatz ②) 128
A.4 Wirkungsquerschnitte und systematische Fehler (Datensatz ②) 128
A.5 Fehlerquellen mit jeweiligen (un)korrelierten Unsicherheiten (Datensatz ③) 129
A.6 Wirkungsquerschnitte und systematische Fehler (Datensatz ③ , Elektronmethode) . . 129
A.7 Wirkungsquerschnitte und systematische Fehler (Datensatz ③ , Doppelw.-Methode) . 130
A.8 Wirkungsquerschnitte und systematische Fehler (Datensatz ③ , Σ-Methode) 130

C.1 Ausschlußgrenzen für ausgewählte *Compositeness*-Modelle im Vergleich verschiedener Beschleuniger-Experimente 133

Literaturverzeichnis

[1] E.D. Bloom et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 930;
M. Breidenach et al., Phys. Rev. Lett. 23 (1969) 935.

[2] M. Kuhlen, MPI-PhE/97-33 (1997), [hep-ph/9712505].

[3] J.G. Körner, E. Mirkes and G.A. Schuler, Int. J. Mod. Phys. A 4 (1989) 1781.

[4] G. Altarelli, G. Martinelli, Phys. Lett 76B (1978) 89-94.

[5] G. Altarelli and G. Parisi, Nucl. Phys. B 126 (1977) 298.

[6] V.N. Gribov and L.N. Lipatov, Sov. J. Nucl. Phys. 15 (1972) 438 and 675;
Yu.L. Dokshitzer, Sov. Phys. JETP 46 (1977) 641.

[7] H.L. Lai et al., Global QCD analysis of parton structure of the nucleon: CTEQ5 parton distributions, Eur. Phys. J. C12 (2000) 375.

[8] A.D. Martin, R.G. Roberts, W.J. Stirling and R.S. Thorne, Eur. Phys. J. C14 (2000) 133.

[9] M. Glück, E. Reya and A. Vogt, Z. Phys. C67 (1995) 433.

[10] M. Glück, E. Reya and A. Vogt, Eur. Phys. J. C 5 (1998) 461.

[11] Ch. Berger, Teilchenphysik – Eine Einführung, Springer Verlag, (1992).

[12] G. Köpp, D. Schaile, M.Spira and P.M. Zerwas, Z. Phys. C65 (1995) 545.

[13] see reviews by T.Kinoshita and D.R. Yennie, H.-U. Martyn and R.S. van Dyck Jr. in *Quantum Electrodynamics*, ed. T. Kinoshita, World Scientific(1990).

[14] E. Fermi, Z. Phys. 88 (1934) 161;
E. Fermi, Nuovo Cimento 11 (1934) 1.

[15] P. Haberl, F. Schrempp, H.U.Martyn, Proc. Workshop Physics at HERA, ed. W.Buchmüller, G. Ingelmann, HAmburg, Germany, 1991, p.1133.

[16] E. Eichten, K. Lane, M. Peskin, Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 811.

[17] R. Rückl, Phys. Lett. B 129 (1983) 363.

[18] R. Rückl, Nucl. Phys. B 234 (1984) 91.

[19] R.J. Cashmore et al., Phys. Rev. 122 (1985) 275.

[20] P. Chiappetta, J.-M. Virey, Phys. Lett. B 389 (1996) 89.

[21] G. Altarelli et al., Nucl. Phys. B 506 (1997) 3.

[22] V. Barger et al., Phys. Rev. D57 (1998) 391.

[23] A. Deandrea, Phys. Lett. B409 (1997) 277,.

[24] C.S. Wood et al. , Science 275 (1997) 1759.

[25] H. Georgi, S.L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 438,
P. Langacker, Phys. Rep. 72 (1981) 182,
H. Murayama, T. Yanagida, Phys. Lett. A7(1992) 147 .

[26] P.H. Frampton, B.H.Lee, Phys. Rev. Lett. 6(1990) 619,
P.H. Frampton, T.W. Kephart, Phys. Rev. D42 (1990) 3892,
P.B. Pal, Phys. Rev. D43 (1991) 236 .

[27] J.A. Hewett T.G. Rizzo, Phys. Rep. 183 (1989) 193.

[28] J. Kalinowski, R. Rückl, H. Spiesberger, P.M. Zerwas, Z. Phys C74 (1997) 595.

[29] W. Buchmüller, R. Rückl, D. Wyler, Phys. Lett. B191 (1987) 442,
Erratum: Phys. Lett B448 (1999) 320.

[30] M. Spira, T. Köhler, Diploma Thesis, RWTH AAchen (1989),
A. Djouadi, T. Köhler, M.Spira, J.Tutas, Z. Phys. C46 (1990) 679 ,
B. Schrempp, Proceedings, Physics at HERA (Hamburg,1991),
eds. W. Buchmüller and G. Ingelmann.

[31] K. Rosenbauer, PhD Thesis,*Suche nach Leptoquarks und Leptogluonen im H1-Experiment bei HERA* , RWTH Aachen, Germany (1995) PITHA 95/16.

[32] S. Davidson, D. Bailey, B.Campbell, Z. Phys. C61 (1994) 613.

[33] M. Leurer, Phys. Rev D49 (1994) 333,
Phys. Rev D50 (1994) 536.

[34] B. Greene, *The Elegant Universe*, (1999), W.W.Norton & Company, New York,London.

[35] J. Polchinski, Lectures at 1998 SLAC Summer Institute, [hep-th/9812104].

[36] J. van Dongen, to appear in Stud. Hist. Phil. Mod. Phys, *Einstein and the Kaluza-Klein particle*, [gr-qc/0009087].

[37] T. Kaluza, Preuss. Akad. Wiss. (1921) 966.

[38] O. Klein, *Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie*, Z. Phys. 37 (1926) 895, Nature 118(1926) 516.

[39] J. Scherk, J.H. Schwarz, Nucl. Phys. B 81 (1974) 118.

[40] P. Horava, E. Witten, Nucl. Phys. B 475 (1996) 94, [hep-th/9603142], E. Witten, Nucl. Phys. B 471 (1996) 135, [hep-th/9602070].

[41] N. Arkani-Hamed, S. Dimopolous, G. Dvali, Phys. Rev. D 59 (1999) 086004, Phys. Lett. B 429 (1998) 263, [hep-ph/9803315].

[42] J.C Long, H.W. Chan, J.C Price, Nucl. Phys. B 539(1999) 23-34, J.C. Long, A.B. Churnside, J.C. Price, [hep-ph/0009062], C.D. Hoyle et al., Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 1418-1421, [hep-ph/0011014].

[43] S. Cullen, M. Perelstein, Phys. Rev. Lett. 83 (1999) 268, L. Hall, D. Smith, Phys. Rev D60 (1999) 085008, V. Barger et al., Phys. Lett B461 (1999) 3.

[44] K. Cheung, Talk presented at PASCOS'99, Lake Tahoe, California, [hep-ph/0003306].

[45] G.F. Giudice, R. Rattazzi and J.D. Wells G.F. Giudice, private communication: a statistical factor of 2 should be added to eq. (77), Nucl. Phys. B 544 (1999) 3,[hep-ph/9811292].

[46] T. Han, J.D. Lykken, R.Zhang, Phys. Rev. D 59 (1999) 105006, [hep-ph/9811350].

[47] J. Hewett, Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 4765, [hep-ph/9811356].

[48] Ch. Berger, private Mitteilung.

[49] K. Cheung, Phys.Lett. B460 (1999) 383-389, [hep-ph/9904510].

[50] P. Mathews, S. Raychaudhuri, K. Sridhar, Phys. Lett. B455 (1999) 115-119, [hep-ph/9812486].

[51] T. Rizzo, Phys. Rev. D 59 (1999).

[52] B. Heinemann, PhD Thesis, University Hamburg, Germany (1999).

[53] H1 Collaboration, I. Abt et al., Nucl. Instr. Meth. A 386 (1997) 310 and 348.

[54] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., Nucl. Instr. Meth. A 336 (1993) 460.

[55] H1 Calorimeter Group, B. Andrieu et al., Nucl. Instr. Meth. A336 (1993) 499, Nucl. Instr. Meth. A344 (1994) 492, Nucl. Instr. Meth. A350 (1994) 57.

[56] H.P. Wellisch et. al, MPI-PhE/94-03 (1994).

[57] V. Shekelyan, H1 internal report, H1-01/93-288.

[58] H1 SPACAL Group, R. Appuhn et al., Nucl. Instr. Meth. A374 (1996) 149,
Nucl. Instr. Meth. A382 (1996) 395,
Nucl. Instr. Meth. A386 (1997) 397.

[59] C. Keuker, PhD thesis, RWTH Aachen (1998), PITHA 98/01,
H. Itterbeck, PhD thesis, RWTH Aachen (1997), PITHA 97/38.

[60] H1 Collaboration, I. Abt et al., Nucl. Instr. Meth. A386 (1997) 348.

[61] S. Levonian, A. Panitsch, H1 internal report, H1-09/95-445.

[62] T. Carli et. al., H1 Internal Report, H1-07/95-445.

[63] S. Bentvelsen, J. Engelen and P. Kooijman, proceedings of the Workshop Physics at HERA, vol. 1, DESY, Hamburg, Germany (1991) 23.

[64] F. Jacquet and A. Blondel, proceedings of the study of an *ep* facility for Europe 97/48, ed. U. Amaldi, DESY, Hamburg (1979) 391.

[65] U. Bassler and G. Bernardi, Nucl. Instr. Meth. A 361 (1995) 197.

[66] H1 Collaboration, C. Adloff et al., Eur. Phys. J C13 (2000) 609-639.

[67] H1 Collaboration, C. Adloff et al., DESY 00-187, submitted to Eur. Phys. J. C.

[68] P. Bruel, Ph.D. Thesis, Orsay (1998).

[69] V. Blobel, The BOS System, Dynamic memory management, University of Hamburg (1987).

[70] M. Wobisch, Diploma Thesis, RWTH Aachen, Germany (1995) PITHA 95/38.

[71] CDF Collaboration, F. Abe et al., Phys. Rev. D 45 (1992) 1448.

[72] G.A. Schuler and H. Spiesberger, Proceedings of the Workshop "Physics at HERA", Vol. 3, eds. W. Buchmüller, G. Ingelmann, DESY (1992)1419.

[73] A. Kwiatkowski, H. Spiesberger and H.-J. Möhring, Comp. Phys. Comm. 69 (1992) 155.

[74] A.D. Martin, W.J. Stirling and R.G. Roberts, proceeding of the Workshop on Quantum Field Theoretical Aspects of High Energy Physics, Eds. B. Geyer and E. M. Ilgenfritz, Leipzig (1993) 11.

[75] L. Lönnblad, Comp. Phys. Comm. 71 (1992) 15.

[76] T. Sjöstrand, Comp. Phys. Comm. 39 (1986) 347;
T. Sjöstrand and M. Bengtsson, ibid. 43 (1987) 367.

[77] CERN, GEANT, detector description an simulation tool, CERN Program Library Long Writeup W 5013 (1994).

[78] M. Rudowicz, MPI-PhE/92-14, Ph.D.Thesis, Universität Hamburg (1992);
S. Peters, MPI-PhE/92-13, PhD Thesis, Universität Hamburg (1992).

[79] T. Sjöstrand and M. Bengtsson, Comp. Phys. Comm. 43 (1987) 74.

[80] H1 Collab., C. Adloff et al., Z.Phys. C74 (1997) 221.

[81] H1PHAN program manual, available from H1 Collaboration.

[82] U. Bassler, G. Bernardi, Z. Phys. C76 (1997) 223.

[83] B. Reisert, Ph.D.Thesis, Max-Planck-Institut für Physik, Munich, MPI-PhE/2000-26, in preparation.

[84] H. Cramér, *Mathematical Methods of Statistics*, Princeton Univ. Press, New Jersey (1958).

[85] C. Caso et al., Eur. Phys. J. C 3 (1998) 1 and 1999 off-year partial update for the 2000 edition available on the PDG WWW pages (URL: http://pdg.lbl.gov/).

[86] G. Cowan, *Statistical Data Analysis*, Oxford Univ. Press (1998).

[87] W.T.Eadie, D.Drijard, F.E.James, M.Roos, B.Sadoulet, *Statistical Methods in Experimatal Physics*, North Holland, Amsterdam and London, (1971).

[88] V. Blobel, E. Lohrmann, *Statistische und numerische Methoden der Datenanalyse*, Stuttgart, Leipzig: Teubner (1998).

[89] L. Lyons, *A practical guide to data analysis for physical science students*, Cambridge Univ. press.

[90] G. Lobo, C. Pascaud and F. Zomer, internal H1 note, H1-01/98-536 (1998).

[91] V. Barone, C. Pascaud and F. Zomer, A new global analysis of deep inelastic scattering data, Eur. Phys. J. C12 (2000) 243.

[92] A.G. Frodesen, O.Skjeggestad, *Probability and Statistics in Particle Physics*, Universitetsforlaget, Oslo (1979).

[93] M. Botje, Eur. Phys. J. C14 (2000) 185-297, [hep-ph/9912439].

[94] CDF collaboration, F.Abe et al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 2192.

[95] H1 collaboration, C. Adloff et. al., Phys. Lett. B479 (2000) 358-370.

[96] Y. Sirois, Phil. Trans. Royal Society Lond. A(2001) 359, 436-437.

[97] ALEPH collaboration, R. Barate et. al., Eur. Phys. J. C12 (2000) 183.

[98] OPAL collaboration, G.Abbiendi et. al, Eur. Phys. J. C13 (2000) 553.

[99] D0 collaboration, B. Abbott et. al., Phys. Rev. Lett. 82 (1999) 4469.

[100] CDF collaboration, F. Abe et. al., Phys. Rev. Lett. 79 (1997) 2192.

[101] S.C. Bennett, C.E. Wiemann, Phys. Rev. Lett. 82 (1999),2484.

[102] V. Barger, K. Cheung, Phys. Lett. B480(2000)149-154.

[103] H1 collaboration, C. Adloff et. al., contributed paper 951,952 to ICHEP 2000, Osaka, Japan.

[104] H1 collaboration, C. Adloff et. al., Eur. Phys. J. C11 (1999) 447.

[105] DELPHI collaboration, P.Abreu et. al, Eur. Phys. J. C11 (1999) 383.

[106] L3 collaboration, M.Acciarri et. al, Phys. Lett. B489 (2000) 81-92.

[107] ALEPH Collaboration ALEPH 2000-008 CONF 2000-005, CERN, 2000 .

[108] D. Bourilkov, *Two-fermion and Two-photon Final States at LEP2 and Search for Extra Dimensions*, Invited LEP2 review talk, Les Rencontres de Physique de la Vallee d'Aoste, La Thuile, Aosta Valley, [hep-ex/0103039] .

[109] ZEUS collaboration, conference contribution to ICHEP 2000, Osaka, Japan.

Curriculum Vitae

Persönliche Daten

Name:	Jürgen Johann Scheins
Geburtsort:	Aachen
Geburtsdatum:	10.09.1968
Familienstand:	ledig
Staatsangehörigkeit:	deutsch

Schulausbildung

1975 – 1979	Kath. Grundschule Aldenhoven
1979 – 1985	Realschule Aldenhoven
1985 – 1988	Gymnasium Zitadelle Jülich Abschluß: Allgemeine Hochschulreife

Wehrdienst

6/88 – 9/89	Grundwehrdienstleistender

Studium

WS 89/90 – WS 91/92	Grundstudium Physik an der Rheinisch Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
WS 91/92 – SS 96	Hauptstudium Physik an der RWTH Aachen mit phys. Wahlschwerpunkt Hochenergie-/Elementarteilchenphysik Abschluß: Diplom-Physiker
SS 96 – 07/01	Dissertation am H1 Experiment

Studienbegleitende Tätigkeiten

9/90 – 10/93	stud. Mitarbeiter bei Prometec GmbH
11/94 – 9/96	stud. Mitarbeiter der RWTH Aachen
10/96 – 10/97	Stipendiat des Graduiertenkollegs
11/97 – 08/01	wiss. Mitarbeiter der RWTH Aachen
seit 09/01	DESY-Fellowship

Hamburg, den 10.09.2001

Danksagung

Mein erster Dank gebührt natürlich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Christoph Berger, der durch seine beharrliche Unterstützung maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat und mir in zahlreichen Diskussionen stets hilfreich zur Seite stand. Desweiteren möchte ich mich herzlich bei Dr. Hans-Ulrich Martyn für seine unentwegte Zusammenarbeit bedanken. Seine Analyseerfahrungen bei H1 waren für mich unentbehrlich.

Außerdem danke ich Herrn Prof. Dr. G. Flügge für die reibungslose Übernahme des Korreferats meiner Arbeit.

Nicht unerwähnt bleiben sollten die Verdienste der vielen Mitglieder der H1-Kollaboration, ohne deren großes Engagement meine Analyse nicht denkbar gewesen wäre. Meine Erfahrungen mit dem zentralen Myon-System lassen mich nur ahnen, wieviele (Angst)-Schweißperlen bei den Hardware-Experten geflossen sein müssen, um die erreichte Datenmenge auf Magnetband zu bannen. Es war ebenso faszinierend wie lehrreich, in einer derart großen internationalen Kollaboration forschen zu können.

Den anderen „Aachenern Jungforschern“ verdanke ich neben vielen inspirienden Diskussionen und tatkräftiger Unterstützung bei der Arbeit auch tiefschürfende Gespräche über wissenschaftliche und weniger wissenschaftliche Gespräche während meiner Zeit im schönen Hamburg. Hierfür ein Dankeschön an Sascha Caron, Carlo Duprel (Für Carlo: Erich von Däniken), Gilles Frising, Thomas Hadig, Thomas Kluge, Carsten Krauss, Boris Leissner, Peer-Oliver Meyer, Klaus Rabbertz, Ingo Strauch, Martin Wessels und Markus Wobisch.

Für einige Aspekte nicht-physikalischer Erleuchtung geht ein weiteres Dankeschön nach Harburg an Britta Schween und Kerstin Gall.

♢

Margit
Rademacher
danke ich für ein im-
mer offenes Ohr, ihre
Geduld und ihr
Vertrauen.

♢

Schließlich muß ich mich ganz besonders bei meinen lieben Eltern bedanken, die mich nach Kräften unterstützt haben.