

THz-Spektroskopie zur Bunch-Längenmessung an der TESLA-Testanlage TTF

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
des Fachbereichs Physik
der Universität Hamburg

vorgelegt von
Jan Menzel
aus Münster

Hamburg
2005

Gutachter der Dissertation

Prof. Dr. P. Schmüser
Prof. Dr. J. Rossbach

Gutachter der Disputation

Prof. Dr. P. Schmüser
Prof. Dr. M. Tonutti

Datum der Disputation

15. April 2005

Vorsitzender des Prüfungsausschusses

Dr. H. D. Rüter

Dekan des Fachbereichs Physik und
Vorsitzender des Promotionsausschusses

Prof. Dr. G. Huber

Zusammenfassung

Der Betrieb eines Freie-Elektronen-Lasers (FEL) im ultravioletten Wellenlängenbereich stellt hohe Anforderungen an die Strahlqualität. Daher wurde das Strahldiagnoseinstrument der Fourier-Transformationspektroskopie weiterentwickelt, um eine Messung der longitudinalen Ladungsverteilung der Elektronenpakete mit der erforderlichen Präzision zu ermöglichen. Als Strahlungsarten wurde Übergangs-, Diffraktions- und Synchrotronstrahlung verwendet und als Messgerät ein Martin-Puplett-Interferometer. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Messungen mit pyroelektrischen Detektoren, DTGS-Detektoren, Golay-Zellen und Bolometern aufgenommen. Dazu wurde ein Analyseprozess entwickelt und getestet, der u. a. die Frequenzabhängigkeit der verschiedenen Quellen und die Beugung im Interferometer korrigiert und mit Hilfe der Kramers-Kronig Dispersionsrelation asymmetrische Ladungsverteilungen rekonstruieren kann.

Es konnte gezeigt werden, dass sich die erwarteten Ladungsverteilungen mit der entwickelten Methodik dann rekonstruieren lassen, wenn die verwendeten Detektoren niedrige Frequenzen gut registrieren können. Je nach Grad des Rauschens auf den Mess-Signalen lassen sich verschiedene Formen und Breiten mit Fehlern unter 10% rekonstruieren und entsprechend voneinander unterscheiden.

Die Messergebnisse zeigen eine zu schwache Abhängigkeit von der eingestellten Bunchlänge, die Formen und Breiten sind aber in guter Übereinstimmung mit anderen Messungen. Die kürzesten gemessenen Ladungsverteilungen haben Halbwertsbreiten von etwa 1,6ps.

Abstract

THz-Spectroscopy for Bunch Length Measurements at the TESLA Test Facility TTF

The operation of a free electron laser in the VUV regime puts stringent demands on the beam quality of an electron linear accelerator. For this reason the beam diagnostic technique of fourier-transform spectroscopy has been further developed to determine the longitudinal charge profile of the electron bunch with the required precision. Transition, diffraction and synchrotron radiation have been used as radiation sources and as measurement device a Martin-Puplett interferometer. In the frame of this thesis data have been taken using pyroelectric detectors, DTGS detectors, Golay cells and bolometers. An analysis procedure for the data has been developed and thoroughly tested including among other things the correction of the frequency dependence of the different sources and diffraction effects inside the interferometer. It is possible to reconstruct asymmetric charge distributions using the dispersion relation by Kramers and Kronig.

It could be shown, that the analysis is able to reconstruct the expected charge distributions as long as the detectors are not limited in their low frequency acceptance. Depending on the actual amount of noise on the measured data different shapes and widths can be reconstructed with errors below 10% and can hence be distinguished.

The results show only small dependencies on the bunch compression parameters, while the shapes and widths are in good agreement with other results. The shortest bunch length measured has a full width at half maximum of approximately 1.6ps.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Grundlagen	9
2.1	Die TESLA-Testanlage TTF	9
2.2	Der longitudinale Formfaktor des Elektronenpaketes	11
2.3	Grundlagen numerischer Simulationen der Quelle	14
2.4	Übergangsstrahlung	15
2.5	Diffractionsstrahlung	23
2.5.1	Diffractionsstrahlung einer Kreisblende	25
2.5.2	Diffractionsstrahlung einer semi-unendlich ausgedehnten Fläche	27
2.5.3	Übergangsstrahlung einer endlichen, runden Fläche	32
2.6	Synchrotronstrahlung	38
2.7	Abgestrahlte Energie der verschiedenen Strahlungsarten	42
2.7.1	Übergangsstrahlung	42
2.7.2	Diffractionsstrahlung einer Kreisblende	44
2.7.3	Diffractionsstrahlung einer semi-unendlich ausgedehnten Fläche	45
2.7.4	Synchrotronstrahlung	45
2.8	Kramers-Kronig Dispersionsrelation	46
3	Der Messaufbau	53
3.1	Das Interferometer	53
3.1.1	Prinzip des Martin-Puplett-Interferometers	53
3.1.2	Ursprünglicher Aufbau	56
3.1.3	Modifizierter Aufbau	58
3.1.4	Theorie des Messverfahrens	60
3.2	Beugung im Interferometer	61
3.3	Einfluss von Fehljustagen	64
3.4	Verwendete Detektoren	66
3.4.1	Pyroelektrische Detektoren	70
3.4.2	DTGS-Detektoren	72
3.4.3	Golay-Zellen	73
3.4.4	Bolometer	76
3.5	Transferfunktion des Messaufbaus	80
4	Verfahren der Datenauswertung	83
4.1	Übersicht	83
4.2	Beispiel einer Datenauswertung	84
4.2.1	Autokorrelation	84
4.2.2	Frequenzspektrum	85

Inhaltsverzeichnis

4.2.3	Korrektur von Frequenzabhängigkeiten	87
4.2.4	Niederfrequenzverhalten des Spektrums	87
4.2.5	Formfaktor und Ladungsverteilung im Bunch	89
4.2.6	Vergleich der Ergebnisse	91
4.3	Analyse systematischer Fehler der Datenauswertung	91
4.3.1	Vorgehen bei der Simulation	93
4.3.2	Ideale Simulation: ohne Fehlerquelle	93
4.3.3	Ideale Simulation: grobe Abtastung	95
4.3.4	Ideale Simulation: größere Breite der Verteilung	95
4.3.5	Simulation mit Fehlerquelle: konstanter Offset	96
4.3.6	Simulation mit Fehlerquelle: lineare Drift	97
4.3.7	Simulation mit Fehlerquelle: zeitliche Verschiebung	98
4.3.8	Simulation mit Fehlerquelle: Rauschen	99
4.3.9	Simulation: Kombination aller Fehlerquellen	101
4.4	Statistischer Fehler der Auswertung	101
4.5	Simulationen mit bei TTF erwarteten Ladungsverteilungen	106
5	Messungen	111
5.1	Messung der Transferfunktion des Interferometers	111
5.2	Messung der Bunch-Länge	120
5.2.1	Pyroelektrische Detektoren	120
5.2.2	DTGS-Detektoren	125
5.2.3	Golay-Zellen	128
5.2.4	Bolometer	130
6	Ausblick	137
6.1	Verschieben der Detektors	138
6.2	Neue Optik im Interferometer	139
6.3	Kompaktes Interferometer	140
A	Kalibrationsdaten der DTGS-Detektoren	147
B	Übersicht der Messungen	149
	Literaturverzeichnis	151

1 Einleitung

Um die Struktur der Materie bei immer kleineren Abständen untersuchen zu können, werden Teilchenbeschleuniger benötigt, die immer höhere Schwerpunktsenergien erreichen. Der geplante Elektron-Positron-Collider TESLA¹ soll mit einer maximalen Schwerpunktsenergie von 500 GeV, bzw. 800 GeV in weiteren Ausbaustufen, dabei in neue Dimensionen vorstoßen. Der europäische Designvorschlag TESLA [Ric01] sieht im Gegensatz zu anderen Vorschlägen, wie dem vorwiegend nordamerikanischen Next Linear Collider (NLC) [A⁺01b] oder dem asiatischen Global/Japanese Linear Collider (GLC/JLC) [Tog03, A⁺01a], gepulst betriebene supraleitende Beschleunigungsstrecken vor. Die für die Hochenergiephysikexperimente erforderliche Luminosität von $3,4 \cdot 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ wird erreicht, indem die einzelnen Pakete (*engl.* Bunch) mit einer Ladung von bis zu 8 nC vor der Wechselwirkung auf eine transversale Größe von etwa $5 \times 500 \text{ nm}^2$ fokussiert werden und ihre Ausdehnung² unter $300 \mu\text{m}$, entsprechend etwa 1 ps oder 1 THz, liegen. Mit der gleichen supraleitenden Technologie soll auch der Freie-Elektronen-Laser (FEL) XFEL gebaut werden, um 100 fs lange Photonen-Pulse mit extrem hoher Spitzenbrillanz zu erzeugen [Bri02, Mat01]. Dafür sind Elektronenpakete mit einer Ladung von etwa 1 nC und einer Länge von unter $25 \mu\text{m}$, entsprechend etwa 80 fs oder 12,5 THz, erforderlich [Bri01, Mat01]. Insbesondere die hohen Ladungsdichten stellen in Verbindung mit den kurzen Bunch-Längen besondere Anforderungen an einen effizienten Betrieb der beiden Anlagen TESLA und XFEL dar. Zur Erforschung und Entwicklung der hierfür notwendigen Technologien betrieb das Deutsche Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg von 1996 bis November 2002 die TESLA-Testanlage (TESLA Test Facility TTF) [Edw95].

Für die Strahldiagnose stehen Streak-Kameras, longitudinale Phasenraumtomographie, elektrooptische Abtastung und Martin-Puplett-Interferometer zur Verfügung. Mit neuen Streak-Kameras lassen sich direkte Zeitmessungen mit Auflösungen bis hinunter zu 200 fs durchführen [GFH⁺03]. Herausforderungen stellen eine hoch präzise und reproduzierbare Triggerung, geringe Dynamik und ein kleines zeitliches Messfenster dar. Bei der longitudinalen Phasenraumtomographie wird die Phasenraumverteilung des Elektronenpakets in einem dispersiven Element gedreht und die sich ergebende Projektion gemessen. Mit aufwändigen Algorithmen kann aus den Projektionen die ursprüngliche Form des Objekts ermittelt werden [Gei99, Hun02]. Bei der elektrooptischen Abtastung wird ein Kristall durch das elektromagnetische Feld des Bunches doppelbrechend. Das Maß der Anisotropie wird zeitaufgelöst mit einem fs-Laser abgetastet. Das Verfahren ist bereits an anderen Beschleunigern erfolgreich getestet worden [WMG⁺02]. An der TTF fanden hierzu diverse Vorversuche statt [BGG⁺03]. Das Martin-Puplett-Interferometer misst mittels Autokorrelation das Frequenzspektrum der Übergangsstrahlung, die von der Ladungsverteilung, z.B. beim Durchqueren einer dünnen Aluminiumfolie, emittiert wird. Da allerdings die Zeitskala, auf der die mechanischen Komponenten bewegt werden können, einige Größenordnungen über den Zeitskalen der Bunch-Strukturen liegt, sind nur über viele Pakete gemittelte Informationen zugänglich.

¹TeV Energy Superconducting Linear Accelerator

²volle Breite bei halber Höhe (*engl.* FWHM)

1 Einleitung

Diese Arbeit beschäftigt sich in sechs Kapiteln mit speziellen Fragestellungen der präzisen Messung der longitudinalen Ausdehnung der Bunche unter Verwendung verschiedener Martin-Puplett-Interferometer. Im zweiten Kapitel werden die theoretischen Grundlagen der Entstehung von Übergangs-, Diffraktions- und Synchrotronstrahlung, soweit sie für die durchgeführten Messungen wichtig sind, dargestellt. Daran schliesst sich im dritten Kapitel die Beschreibung des Aufbaus und des Messprinzips der zwei verwendeten Martin-Puplett-Interferometer, sowie der für die Messungen verwendeten Detektoren, an. Dabei wird insbesondere die Transferfunktion des Aufbaus diskutiert. Im vierten Kapitel wird das Prinzip der Datenanalyse beschrieben und durch verschiedene Simulationen überprüft. Weiterhin werden die Fehler und damit die Aussagekraft der Ergebnisse des vorgestellten Analyseprozesses für verschieden stark verrauschte Messungen untersucht. Eine Diskussion der bei TTF gemessenen Daten folgt im fünften Kapitel. Das letzten Kapitel enthält Vorschläge für die Verbesserung des Messaufbaus und für ein „10 THz-Interferometer“.

2 Grundlagen

2.1 Die TESLA-Testanlage TTF

Die TESLA-Testanlage TTF am Deutschen Elektronen Synchrotron DESY in Hamburg ist eine Machbarkeitsstudie für einen Linear-Collider mit einer Schwerpunktsenergie von 500 GeV bestehend aus supraleitenden Resonatoren mit Feldgradienten von mindestens 23,4 MV/m und Güten von mehr als $5 \cdot 10^9$. In Abbildung 2.1 ist der Zustand TTF, Phase 1 (TTF1) schematisch dargestellt.

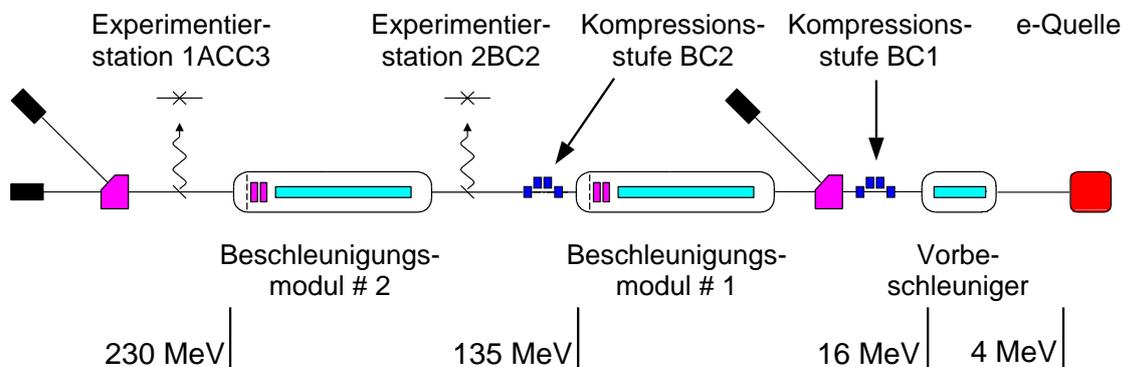


Abbildung 2.1: Schema des TTF-Beschleunigers, Anfang 2003

tisch dargestellt. Ein wichtiger Teil der Anlage ist die Elektronenquelle, bei der ein gepulster Laser auf eine Cs_2Te -Kathode schießt, die daraufhin Elektronenpakete mit einer Ladung von maximal 8 nC und einer Länge von etwa 4 mm abgibt. Die zeitliche Sequenz der Ladungspakete, die so genannten Bunche, $\rho(t)$ zeigt Abbildung 2.2. TTF1 erzeugt mit einer Rate von 1

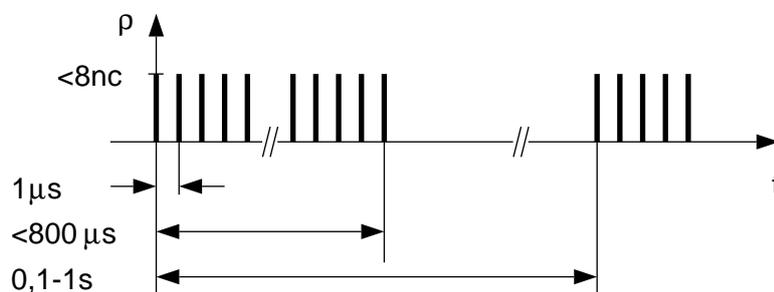


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung der zeitlichen Bunch-Struktur im TTF-Beschleuniger bis 10 Hz so genannte Makropulse. Ein Makropuls besteht aus bis zu 800 Bunchen im Abstand

2 Grundlagen

von $1\ \mu\text{s}$. Nach der Erzeugung werden die Pakete von der supraleitenden Vorbeschleunigungsstufe auf etwa 16MeV beschleunigt, passieren die erste Kompressionsstufe BC1 und gelangen der Reihe nach durch die beiden Beschleunigungsmodule #1 und #2. Die Module bestehen aus je acht neunzelligen Niob-Kavitäten, die bei einer Temperatur von 2K betrieben werden. Die Beschleunigungsphase ist $800\ \mu\text{s}$ lang und das Beschleunigungsfeld hat im Testbetrieb Werte bis zu 20MV/m erreicht. Im ersten Modul wird der Strahl so beschleunigt, dass ihm bei geeignet eingestellter Phase des Hochfrequenzfeldes eine Energieverteilung aufgeprägt wird, bei der die hinteren Teilchen im Paket eine höhere Energie erhalten als die vorderen. An das ersten Modul schließt sich bei einer Strahlenergie von etwa 135MeV der magnetische Kompressor BC2 an. Der Kompressor stellt einen magnetischen Umweg dar, in dem Teilchen mit höherer Energie und damit höherem Impuls einen kürzeren Weg zurück legen als solche mit geringerer Energie. Die Pakete können damit in ihrer longitudinalen Ausdehnung je nach eingestellter Hochfrequenzphase auf bis zu $1/4$ verkürzt werden. So erreichen die Bunche ihre Designlänge von $\sigma_z = 250\ \mu\text{m}$ [Edw95, Sch01].

Im Modul #2 erfolgt die weitere Beschleunigung, bevor der Strahl mit einer Energie von 230MeV auf einige Diagnosekomponenten trifft. Eine dieser Komponenten ist ein Übergangsstrahlungsschirm, oder auch TR-Schirm¹ genannt, der unter einem Winkel von 45° in das Strahlrohr eingebaut ist, deren schematische Anordnung Abbildung 2.3 entnommen werden kann. Der

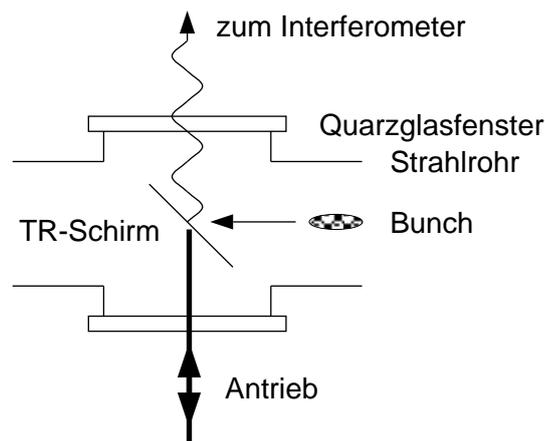


Abbildung 2.3: Anordnung des Übergangsstrahlungsschirms im Strahlrohr. Der Schirm besteht aus einer $25\ \mu\text{m}$ dicken Kaptonfolie, die mit einer 40nm dicken Aluminiumschicht bedampft ist. Ein Schrittmotorantrieb erlaubt es den Schirm aus dem Strahlengang zu fahren. Die Strahlung verlässt den Beschleuniger durch ein Quarzglasfenster vom Typ „Suprasil II“.

Übergangsstrahlungsschirm besteht aus einer 40nm dicken Aluminiumschicht auf einer $25\ \mu\text{m}$ Kaptonfolie [Gei99]. Der reflektierte Teil der entstehenden Übergangsstrahlung wird senkrecht zum Strahl durch ein Quarzglasfenster vom Typ „Suprasil II“ ausgekoppelt. Hinter der Folie wird der Strahl zur Energiebestimmung von einem großen Dipolmagneten abgelenkt und anschließend im Absorber gestoppt.

¹Transition Radiation, engl. Übergangsstrahlung

2.2 Der longitudinale Formfaktor des Elektronenpaketes

Im TTF Linearbeschleuniger werden Bunche mit einer Ladung von bis zu 8 nC, entsprechend $5 \cdot 10^{10}$ Elektronen pro Paket, beschleunigt. In diesem Abschnitt werden die Eigenschaften der kohärenten elektromagnetischen Strahlung untersucht, die Bunche abstrahlen können. Die Ausführungen orientieren sich an [LS97]. Die Abhängigkeit vom Raumwinkel wird dabei nicht weiter betrachtet. Sie trägt zum Kohärenzverhalten kaum bei, hält aber über das von einem einzelnen Teilchen abgestrahlte Spektrum in die Formeln Einzug.

Um einen Ausdruck für die von N Ladungen abgestrahlte Energie zu erhalten, wird zunächst ein geladenes Teilchen betrachtet, das sich im Schwerpunkt des Bunches am Ort $\mathbf{r} = 0$ befindet. In diesem Koordinatensystem ist der Bunch in Ruhe. Dieses Teilchen habe das elektrische Feld $\mathbf{E}(\omega)$ und die von ihm abgestrahlte Energie $I(\omega)$ ist proportional zum Betragsquadrat des elektrischen Feldes. Betrachtet man nun N identische Teilchen, deren Abstände zueinander klein gegen den Abstand R zum Detektor sind (vgl. Abbildung 2.4), so lässt sich das resultieren-

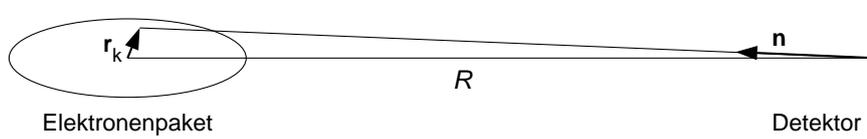


Abbildung 2.4: Schema zur Berechnung der Strahlung eines Elektronenpaketes. Der Abstand der Teilchen im Elektronenpaket r_k soll klein gegen den Abstand R zum Detektor sein.

de Feld als Summe über die Einzelfelder darstellen und man erhält für die Energie $I_{tot}(\omega)$ den Ausdruck

$$I_{tot}(\omega) = I(\omega) \left| \sum_{j=1}^N \exp\left(\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_j\right) \right|^2. \quad (2.1)$$

Dabei wird ausgenutzt, dass alle N Teilchen nach Voraussetzung der Identität das gleiche elektrische Feld $E(\omega)$ haben. Das Betragsquadrat der Summe kann in eine Doppelsumme überführt werden:

$$I_{tot}(\omega) = I(\omega) \left[\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \exp\left(\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k)\right) \right]. \quad (2.2)$$

Um diese nun weiter auszuwerten führt man eine Zerlegung in eine einfache Summe mit $j = k$ und eine Doppelsumme mit $j \neq k$ durch. Die erste Summe über $j = k$ ergibt N , weil das Argument der Exponentialfunktion immer verschwindet. Damit erhält man

$$I_{tot}(\omega) = I(\omega) \left[N + \sum_{j \neq k}^N \exp\left(\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k)\right) \right]. \quad (2.3)$$

Die verbleibende Doppelsumme kann in ein Doppelintegral überführt werden, wenn die normierte Teilchenverteilung $\rho(\mathbf{r})$ verwendet wird und N hinreichend groß ist. So ergibt sich

$$I_{tot}(\omega) = I(\omega) \left[N + N(N-1) \int \int d\mathbf{r} d\mathbf{r}' \rho(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}') \exp\left(\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')\right) \right]. \quad (2.4)$$

2 Grundlagen

Da die Ladungsdichte $\rho(\mathbf{r})$ reell ist, gilt $\rho(\mathbf{r}) = [\rho(\mathbf{r})]^*$ und das Doppelintegral lässt sich zu

$$I_{tot}(\omega) = I(\omega) \left[N + N(N-1) \left| \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}\right) \right|^2 \right] \quad (2.5)$$

umformen. Das Integral in Gleichung 2.5 wird als Formfaktor bezeichnet und $f(\omega)$ genannt:

$$f(\omega) = \int d\mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) \exp\left(\frac{i\omega}{c} \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}\right). \quad (2.6)$$

Der Ausdruck für die totale abgestrahlte Energie vereinfacht sich damit zur endgültigen und gebräuchlichen Form

$$I_{tot}(\omega) = I(\omega) \left[N + N(N-1) |f(\omega)|^2 \right]. \quad (2.7)$$

Hieran lässt sich erkennen, dass das von N Teilchen erzeugte Strahlungsspektrum aus der Summe eines Anteil $\propto N$ und eines $\propto N^2$ besteht. Welcher der beiden Teile dominant ist, hängt von $f(\omega)$ ab. Der Formfaktor ist im wesentlichen die Fourier-Transformierte der Ladungsverteilung im Teilchenpaket (vgl. Gleichung 2.6). Er verschwindet, wenn die korrespondierende Wellenlängen $\lambda = 2\pi c/\omega$ klein gegen die Ausdehnung des Bunches sind. Dann besteht das N -Teilchenspektrum aus dem Spektrum eines einzelnen Teilchens $I(\omega)$ multipliziert mit der Teilchenzahl N , und man spricht von inkohärenter Abstrahlung.

Betrachtet man hingegen Wellenlängen λ , die in der Größenordnung der Ausdehnung des Teilchenpaketes sind, so verschwindet der Formfaktor $f(\omega)$ nicht mehr und das Spektrum skaliert mit N^2 . In diesem Fall spricht man von kohärenter Abstrahlung. Aus einem solchen Spektrum lässt sich der Formfaktor bestimmen, falls das Spektrum eines einzelnen Teilchens $I(\omega)$ bekannt ist.

Abbildung 2.5 zeigt den Formfaktor $f(\omega)$ für verschiedene hypothetische Ladungsverteilungen mit gleicher Varianz von 1 ps, was einer Länge von 300 μm entspricht. Dabei wurde $I(0) \equiv 1$ angenommen und Gleichung 2.6 auf den Fall spezialisiert, bei dem das Teilchenpaket lang gegen seinen Radius ist. Aus dem Dreifachintegral über den gesamten Raum wird dann ein einfaches Integral entlang der z-Achse, indem die Integration für die anderen beiden Raumrichtungen ausgeführt wird. Es ergibt sich mit $\rho(\mathbf{r}) = \delta(x)\delta(y)g(z)$

$$f(\omega) = \int dz g(z) \exp\left(\frac{i\omega z}{c}\right). \quad (2.8)$$

Es lässt sich erkennen, dass die Spektren in Abbildung 2.5 unter 100 GHz etwa identisch sind und bei höheren Frequenzen deutliche Abweichungen aufweisen.

Betrachtet man Teilchenpakete mit der gleichen Form, aber unterschiedlichen Varianzen (Abbildung 2.6), so findet man, dass sich die Lage der fallenden Flanke im Frequenzspektrum umgekehrt proportional zur Länge verschiebt. Je kürzer das Teilchenpaket ist, desto höher ist die Frequenz der fallenden Flanke.

In den beiden Grafiken zum Formfaktor (Abbildungen 2.5 und 2.6) wurde die transversale Ausdehnung gegenüber der longitudinalen vernachlässigt. Für eine zylindersymmetrische Ladungsverteilung mit Radius a und Länge l bedeutet das, dass $a \ll l$ ist. Berechnet man den Formfaktor ohne diese Annahme, so erhält man nach [LKS+96]

$$f(\omega) = 2 \frac{J_1\left(\frac{\omega a}{c} \sin \theta\right) \sin\left(\frac{\omega l}{2c} \cos \theta\right)}{\frac{\omega a}{c} \sin \theta \frac{\omega l}{2c} \cos \theta}. \quad (2.9)$$

2.2 Der longitudinale Formfaktor des Elektronenpaketes

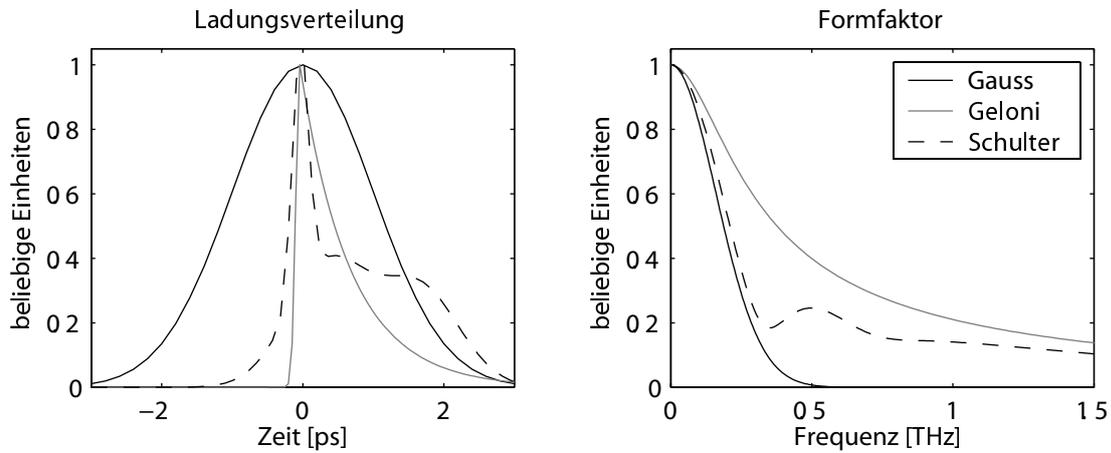


Abbildung 2.5: Verschiedene hypothetische longitudinale Ladungsverteilungen $\rho(t)$ mit gleicher Varianz (links) und die sich daraus ergebenden Formfaktoren $f(\omega)$ (rechts). Die mit „Geloni“ bezeichnete Verteilung stammt aus [GSSY02] und beschreibt die bei TTF1 erwartete Ladungsverteilung mit sechs Parametern. Diese sechs Parameter wurden durch eine Anpassung an Simulationen der kürzesten zu erwartenden Ladungsverteilung von [Sch01] bestimmt. Die transversale Ausdehnung der Ladungsverteilung wurde vernachlässigt.

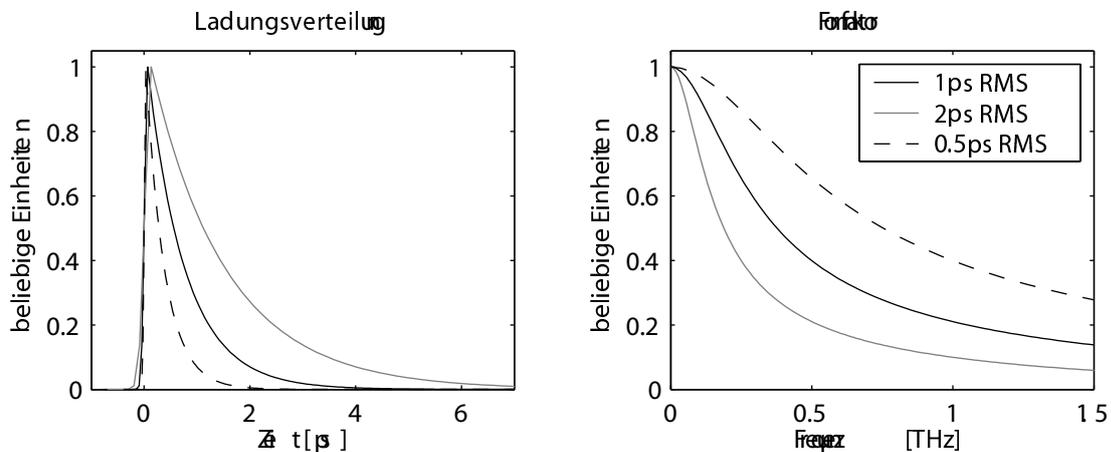


Abbildung 2.6: Ladungsverteilungen $\rho(t)$ verschiedener Varianz (links) und die zugehörigen Formfaktoren $f(\omega)$ (rechts). Die mit „Geloni“ bezeichnete Verteilung stammt aus [GSSY02] und beschreibt die bei TTF1 erwartete Ladungsverteilung mit sechs Parametern. Diese sechs Parameter wurden durch eine Anpassung an Simulationen der kürzesten zu erwartenden Ladungsverteilung von [Sch01] bestimmt. Die sich daraus ergebende Verteilung wurde anschließend auf die angegebenen Varianzen skaliert.

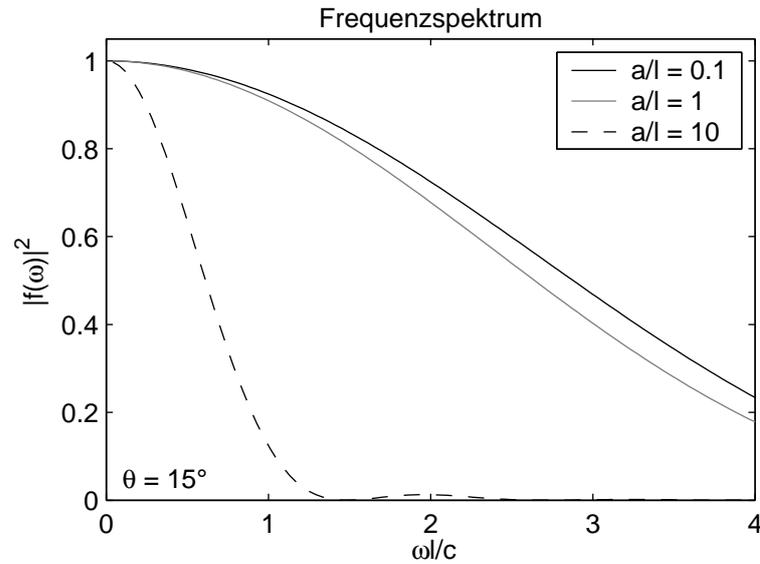


Abbildung 2.7: Frequenzspektrum $|f(\omega)|^2$ einer zylindersymmetrischen Ladungsverteilung wie in Gleichung 2.9 berechnet. Je nach Verhältnis zwischen Länge und Durchmesser ändert sich das Spektrum unter einem festen Betrachtungswinkel.

Dabei bezeichnet J_1 die Besselfunktion erster Ordnung und θ den Winkel zwischen Strahlachse und Detektor. Für $\theta = 0$ verschwindet die Abhängigkeit von der Radialkomponente a der Ladungsverteilung. Mit wachsendem Winkel und/oder radialer Abmessung steigt der Einfluss der Radialkomponente, während der der Longitudinalkomponente abnimmt. Dieser Sachverhalt ist in Abbildung 2.7 dargestellt. Nach [LKS+96] kann der Einfluss des radialen Anteils vernachlässigt werden, solange

$$\frac{2\pi a}{3,83} \tan \theta \ll l \quad (2.10)$$

ist. Den einfachsten Fall von Abstrahlung stellt Übergangsstrahlung dar, deren maximale Intensität unter dem Winkel $\theta \approx 1/\gamma$ auftritt (wie in Abschnitt 2.4 ausgeführt wird). Mit dieser Annahme bedeutet das für den Elektronenstrahl zwischen dem Bunch-Kompressor BC2 und dem zweiten Beschleunigungsmodul (Energie etwa 135 MeV, $\gamma = 270$), dass

$$a \ll 165l \quad (2.11)$$

sein muss. Diese Bedingung ist in der Praxis gut erfüllt, so dass die Vernachlässigung der transversalen Ausdehnung der Ladungsverteilung bei den folgenden Betrachtungen gerechtfertigt ist.

2.3 Grundlagen numerischer Simulationen der Quelle

In den folgenden Abschnitten werden verschiedene Strahlungsquellen diskutiert, die für Bunch-Längenmessungen verwendet werden können. Um die Gültigkeitsbereiche der analytischen Lösungen besser einschätzen zu können, werden diese an den jeweiligen Stellen mit numerischen Simulationen verglichen.

Grundlage der numerischen Simulationen ist das in den Frequenzraum fourier-transformierte elektromagnetische Feld einer relativistisch bewegten Ringladungsverteilung $\rho(t)$ mit Radius a (siehe auch [Gei99]):

$$E_z(k,r) = \frac{ik}{2\pi\epsilon_0\gamma^2}\rho(k) \cdot I_0\left(\frac{ka}{\gamma}\right) \frac{K_0\left(\frac{kb}{\gamma}\right)}{I_0\left(\frac{kb}{\gamma}\right)} I_0\left(\frac{kr}{\gamma}\right) - \frac{ik}{2\pi\epsilon_0\gamma^2}\rho(k) \cdot \begin{cases} K_0\left(\frac{ka}{\gamma}\right) I_0\left(\frac{kr}{\gamma}\right) & \text{für } r < a \\ I_0\left(\frac{ka}{\gamma}\right) K_0\left(\frac{kr}{\gamma}\right) & \text{für } r > a \end{cases} \quad (2.12)$$

$$E_r(k,r) = \frac{k}{2\pi\epsilon_0\gamma}\rho(k) \cdot I_0\left(\frac{ka}{\gamma}\right) \frac{K_0\left(\frac{kb}{\gamma}\right)}{I_0\left(\frac{kb}{\gamma}\right)} I_1\left(\frac{kr}{\gamma}\right) - \frac{k}{2\pi\epsilon_0\gamma}\rho(k) \cdot \begin{cases} K_0\left(\frac{ka}{\gamma}\right) I_1\left(\frac{kr}{\gamma}\right) & \text{für } r < a \\ (-I_0)\left(\frac{ka}{\gamma}\right) K_1\left(\frac{kr}{\gamma}\right) & \text{für } r > a \end{cases} \quad (2.13)$$

Das magnetische Feld besitzt lediglich eine azimuthale Komponente $B_\theta = \beta/cE_r$. I_0 , K_0 , I_1 und K_1 bezeichnen die modifizierten Besselfunktionen 0. und 1. Ordnung. b ist der Radius des Vakuumrohrs. Die z-Komponente des Feldes fällt mit $1/\gamma^2$, die radiale Komponente mit $1/\gamma$ ab. Für Rechnungen mit $\gamma \gtrsim 100$, wird deshalb die z-Komponente des Feldes E_z vernachlässigt.

Nun wird angenommen, dass die Strahlungsquelle ein ideal leitender metallischer, senkrecht zur Strahlachse montierter Schirm sei. An diesem werden die elektromagnetischen Felder aus Gleichung 2.13 vollständig reflektiert und bilden so die Quellverteilung.

Mit Hilfe des Fresnel-Kirchhoff'schen Diffraktionsintegrals können beliebige Quellverteilungen auf beliebige Detektorflächen transportiert werden [BW99, Hec99]:

$$E_{\text{Detektor}}(\mathbf{r}) = -\frac{ik}{4\pi^2} \int_A dA E_{\text{Quelle}}(\mathbf{r}') \cos \alpha \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad (2.14)$$

Dabei ist α der Winkel zwischen der Flächennormalen von A und dem Vektor \mathbf{r} . Die Integration läuft mit \mathbf{r}' über die Quellfläche A . \mathbf{r} bezeichnet hierbei den Ort auf dem Detektor. Gleichung 2.14 ist bisher rein skalar, eben so wie das Quellfeld aus Gleichung 2.13. Die radiale Polarisation des elektrischen Feldes wird berücksichtigt, indem das Quellfeld mit dem Einheitsvektor \mathbf{r}'/r' multipliziert wird. In den folgenden Abschnitten wird vor allem ausgenutzt, dass sich Gleichung 2.14 auf beliebige Quellgeometrien und Abstände zum Detektor anwenden lässt.

Beugung an einer Kreisblende im optischen Frequenzbereich lässt sich mit Gleichung 2.14 ebenfalls beschreiben, wenn die Quellverteilung als konstant angenommen wird. Für einen hinreichend großen Abstand gilt die Fernfeldnäherung und man erhält, wie in Abbildung 2.8 dargestellt, die bekannten Ergebnisse der Fraunhofer-Beugung.

2.4 Übergangsstrahlung

Bewegt sich ein geladenes Teilchen gleichförmig in einem räumlich inhomogenen Medium, so entsteht Übergangsstrahlung. Die vom Teilchen mitgeführten Felder werden dabei so verformt, dass aufgrund der Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen Strahlungsfelder emittiert werden müssen.

2 Grundlagen

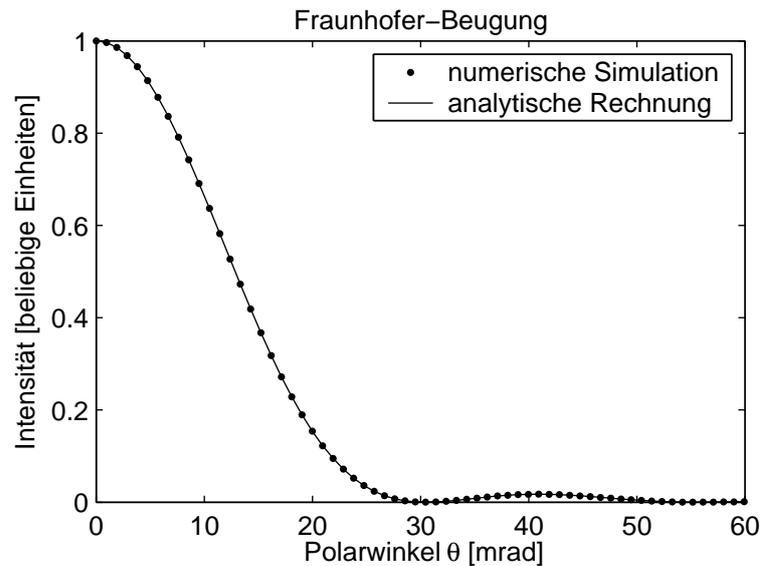


Abbildung 2.8: Fraunhofer-Beugung nach Gleichung 2.14 an einer $20\mu\text{m}$ Kreisblende bei 500nm Wellenlänge, wobei das Quellfeld als konstant angenommen wurde. Hierbei bezeichne der Polarwinkel $\theta = \angle(\mathbf{r}, z\text{-Achse})$.

Zur mathematischen Behandlung werden die Maxwellgleichungen mit der Ladungsverteilung einer relativistisch bewegten Ladung gelöst. Anschließend führt die Betrachtung der Anschluss- und Stetigkeitsbedingungen an den Grenzflächen zum elektrischen Feld, über das sich dann die spektrale Winkelverteilung der Übergangsstrahlung bestimmen lässt. Die im folgenden skizzierte Herleitung orientiert sich an [LL85].

Man betrachtet den Fall, dass sich ein punktförmiges Teilchen mit Ladung e gleichförmig mit Geschwindigkeit \mathbf{v} entlang der z -Achse bewegt. Es treffe, aus dem Vakuum kommend $\epsilon = 1$, senkrecht auf die Grenzfläche zu einem Medium mit Permittivitätszahl $\epsilon = \epsilon_r$ (siehe Abbildung 2.9). Die Ausdehnung der Grenzfläche sei dabei groß gegen die betrachteten Abstände. Für die

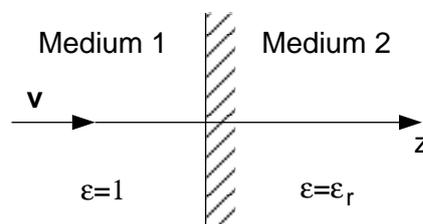


Abbildung 2.9: Skizze zur Berechnung der Übergangsstrahlung, die entsteht, wenn ein Teilchen aus dem Vakuum kommend in ein Medium mit Permittivität ϵ_r eintritt.

Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r},t)$ und die Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$ ist dann der Ansatz

$$\rho(\mathbf{r},t) = e\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \quad \text{mit } \mathbf{v} = v\mathbf{e}_z \quad (2.15)$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},t) = ev\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \quad (2.16)$$

naheliegender. Eingesetzt in die Wellengleichung des Skalaren- und des Vektorpotentials ergeben sich

$$\frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \varphi(\mathbf{r},t) = \frac{\rho(\mathbf{r},t)}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{e}{\epsilon_r \epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \quad (2.17)$$

$$\frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \mu_0 \mathbf{j}(\mathbf{r},t) = \frac{\epsilon_r \mathbf{v}}{c^2} \frac{\rho(\mathbf{r},t)}{\epsilon_r \epsilon_0} = \frac{\epsilon_r \mathbf{v}}{c^2} \frac{e}{\epsilon_r \epsilon_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) \quad (2.18)$$

$$\text{mit } \epsilon_r = \begin{cases} 1 & \text{für } z \leq 0 \\ \epsilon_r & \text{für } z > 0 \end{cases} . \quad (2.19)$$

Die Gleichung für das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{r},t)$ unterscheidet sich dabei nur in dem Faktor $\epsilon_r \mathbf{v}/c^2$ von der des skalaren Potentials $\varphi(\mathbf{r},t)$, so dass eine getrennte Berechnung entfallen kann. Zur weiteren Vereinfachung fourier-transformiert man nun alle Koordinaten, von denen das Problem nicht explizit abhängt, also x , y und t . Man benutzt

$$\delta(\mathbf{r} - \mathbf{v}t) = \delta(\mathbf{r}_\perp) \delta(z - vt) = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{v} \int d\mathbf{q} d\omega \exp \left[i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_\perp + i \left(\frac{z}{v} - t \right) \omega \right] \quad (2.20)$$

$$\varphi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r}_\perp, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{q} d\omega \varphi_{\mathbf{q}\omega}(z) \exp [i(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}_\perp - \omega t)] \quad (2.21)$$

und macht die Annahme, dass die Grenzfläche unendlich ausgedehnt ist. In dem Fall entstehen lediglich ebene Wellen, weil die z -Achse die einzig ausgezeichnete Richtung ist. Insbesondere ist dann $\varphi_{\mathbf{q}\omega} \propto \exp(i\omega z/v)$. Setzt man Gleichungen 2.20 und ?? in Gleichung 2.17 ein, so folgt

$$\varphi_{\mathbf{q}\omega}(z) = \frac{e}{\epsilon_r \epsilon_0 \beta c} \cdot \frac{1}{\mathbf{q}^2 + \frac{\omega^2}{\beta^2 c^2} - \frac{\epsilon_r \omega^2}{c^2}} \exp \left(i \frac{\omega z}{v} \right) \quad (2.22)$$

Zur Berechnung des E-Feldes verwendet man die Maxwell'sche Gleichung

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\nabla \varphi(\mathbf{r},t) - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}(\mathbf{r},t), \quad (2.23)$$

wobei $\partial \mathbf{A}(\mathbf{r},t)/\partial t = \epsilon_r \mathbf{v}/c^2 \cdot \partial \varphi(\mathbf{r},t)/\partial t$ benutzt werden darf, da sich die Ladung nach Voraussetzung gleichförmig bewegt. So erhält man die Felder der Ladung auf den beiden Seiten der Grenzfläche

$$\mathbf{E}_{\mathbf{q}\omega}^{(e)}(z) = i \left[\omega \mathbf{v} \left(\frac{\epsilon_r}{c^2} - \frac{1}{v^2} \right) - \mathbf{q} \right] \varphi_{\mathbf{q}\omega}(z) . \quad (2.24)$$

Der Index (e) soll andeuten, dass es sich um die direkten Felder der Ladung e handelt. Das noch fehlende Strahlungsfeld (Index (s)), das für die Einhaltung der Stetigkeitsbedingungen emittiert werden muss und die eigentliche Übergangsstrahlung darstellt, soll nun als nächstes berechnet werden. Dieses gehorcht der homogenen Wellengleichung für das elektrische Feld

$$\frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}(\mathbf{r},t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r},t) = 0 \quad , \quad (2.25)$$

2 Grundlagen

so dass ein Ansatz mit ebenen Wellen entlang der z-Achse

$$\mathbf{E}_{\mathbf{q}\omega}^{(s)}(z) = \mathbf{ia} \exp(\pm ik_z z) \quad (2.26)$$

gewählt werden kann. Die Konstante k_z ergibt sich zu

$$k_z = \sqrt{\frac{\epsilon_r \omega^2}{c^2} - \mathbf{q}^2} \quad (2.27)$$

und die Amplitude \mathbf{a} aus der Randbedingung $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$ zu

$$\mathbf{a} = b \left(\mathbf{e}_z \mp \frac{\mathbf{q}}{q^2} k_z \right) , \quad (2.28)$$

wobei das obere Vorzeichen für $z \geq 0$, das untere für $z < 0$ gilt, also jeweils eine von der Grenzfläche weggerichtete Welle beschreibt. Die noch unbestimmte Konstante b ergibt sich aus den Stetigkeitsbedingungen des gesamten Feldes $\mathbf{E}_{\mathbf{q}\omega}(z) = \mathbf{E}_{\mathbf{q}\omega}^{(e)}(z) + \mathbf{E}_{\mathbf{q}\omega}^{(s)}(z)$ bei $z = 0$ in beiden Halbräumen.

Die abgestrahlte Energie pro Frequenzintervall und Raumwinkel folgt aus der Integration des reflektierten Feldes über den gesamten Raum:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \epsilon_0 \int dx dy \int_{-\infty}^{\infty} dz \left| \mathbf{E}^{(s)}(\mathbf{r}, t) \right|^2 . \quad (2.29)$$

Dazu nimmt man vereinfachend an, dass es ausreicht das reflektierte Feld allein zu betrachten, ohne das eigentliche Feld der Ladung zu überlagern. In der Literatur [LL85, TM72] findet man für den senkrechten Einfall eines geladenen Teilchens, das aus dem Vakuum kommt und auf eine unendlich ausgedehnte Grenzfläche mit Permittivität ϵ_r trifft, in der Fernfeldnäherung die Formel von *Ginzburg und Frank* mit $\beta = v/c$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = & \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2} \\ & \cdot \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \left| \frac{(\epsilon_r - 1) \left(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta} \right)}{\left(1 + \beta \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta} \right) \left(\epsilon_r \cos \theta - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2 \theta} \right)} \right|^2 . \end{aligned} \quad (2.30)$$

Abbildung 2.10 verdeutlicht die Definition des Polarwinkels θ . Trifft das Teilchen aus dem Vakuum kommend auf eine metallische Grenzfläche, und sind die betrachteten Frequenzen klein gegen die Plasmafrequenz des Metalls ($\omega \ll \omega_p$), so kann der Übergang $\epsilon_r \rightarrow \infty$ vollzogen werden und man erhält:

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} . \quad (2.31)$$

Der Verlauf der Funktion ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Das Maximum der Intensität liegt für relativistische Teilchen bei $\theta \approx 1/\gamma$ und bildet damit einen Kegel um die Teilchenbahn. Das Spektrum ist unabhängig von der Frequenz. Des Weiteren ist die Strahlung radial polarisiert. Im relativistischen Grenzfall $\beta \rightarrow 1$ vereinfacht sich Gleichung 2.31 weiter zu

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\theta^2}{[\theta^2 + (1 - \beta^2)]^2} . \quad (2.32)$$

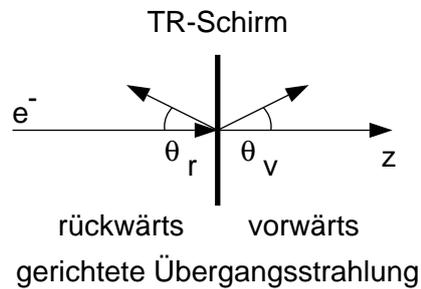


Abbildung 2.10: Der Polarwinkel θ der Übergangsstrahlung ist zur Strahlachse hin durch $\theta = \angle(\mathbf{r}, z\text{-Achse})$ definiert. Da sowohl beim Eintritt in die Folie als auch beim Austritt Übergangsstrahlung emittiert wird, existieren zwei Winkel θ_r und θ_v . Mit dieser Definition gilt Gleichung 2.30 für beide Winkel.

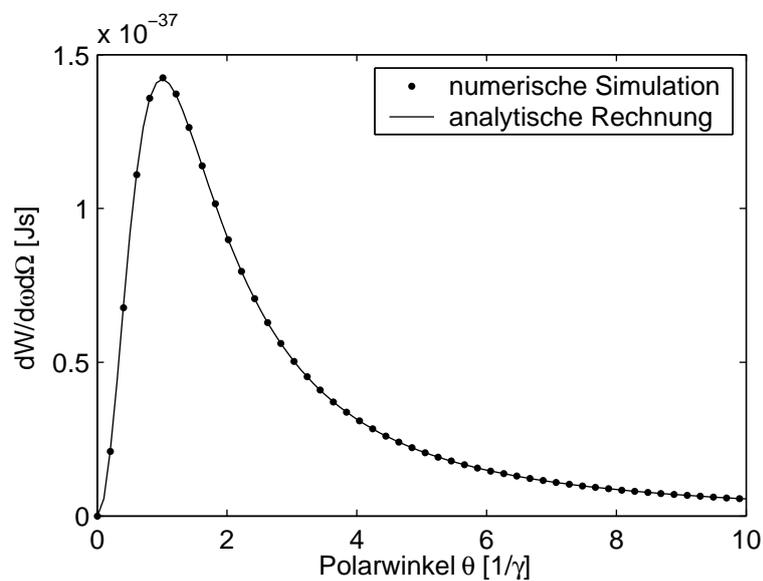


Abbildung 2.11: Winkelverteilung der Übergangsstrahlung von Elektronen, die mit einer Energie von $E \approx 135$ MeV ($\gamma = 270$) auf eine metallische Fläche treffen. Für die numerische Simulation wurde die Frequenz $f = 1$ THz mit 1 m Quellradius und einer Distanz von 100 m zwischen Quelle und Detektor gewählt.

2 Grundlagen

Eine Abschätzung der pro Frequenzintervall abgestrahlten Energie ergibt sich, indem man Gleichung 2.32 über den gesamten Raumwinkel integriert. Mit logarithmischer Genauigkeit erhält man nach [LL85, Seite 509]:

$$\frac{dW}{d\omega} \approx \int_0^{\approx 1} d\theta \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} 2\pi\theta \quad (2.33)$$

$$\approx \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{2e^2}{\pi} \log \gamma \quad . \quad (2.34)$$

Die abgestrahlte Energie skaliert also im relativistischen Grenzfall nur logarithmisch mit dem Lorentz-Faktor γ . Wohl verändert sich aber der Raumwinkel, in den die Strahlung abgegeben wird. Genauere Rechnungen zu Gleichung 2.34 finden sich in [Gei99].

Betrachtet man eine dünne Grenzfläche, so müssen die elektromagnetischen Felder an beiden Seiten, insbesondere an den Grenzflächen, den Maxwell'schen Gleichungen gehorchen. Die Folge ist, dass sich Übergangsstrahlung zu beiden Seiten ausbreitet. Am ersten Übergang vom Vakuum zum Metall wird sie entgegen der Flugrichtung abgestrahlt, am zweiten (vom Metall zum Vakuum) in Flugrichtung.

Der in Abschnitt 2.1 beschriebene Übergangstrahlungsschirm ist um 45° gegen die Strahlachse geneigt, so dass die rückwärtige Keule der Übergangsstrahlung senkrecht aus einem Quarzfenster ausgekoppelt werden kann. Die Beschreibung der Übergangsstrahlung, die an einer unendlich ausgedehnten, metallischen und gegen die Flugbahn geneigten Fläche entsteht, findet man in [TM72]. Dabei ist das Koordinatensystem (siehe Abbildung 2.12) so gewählt, dass der

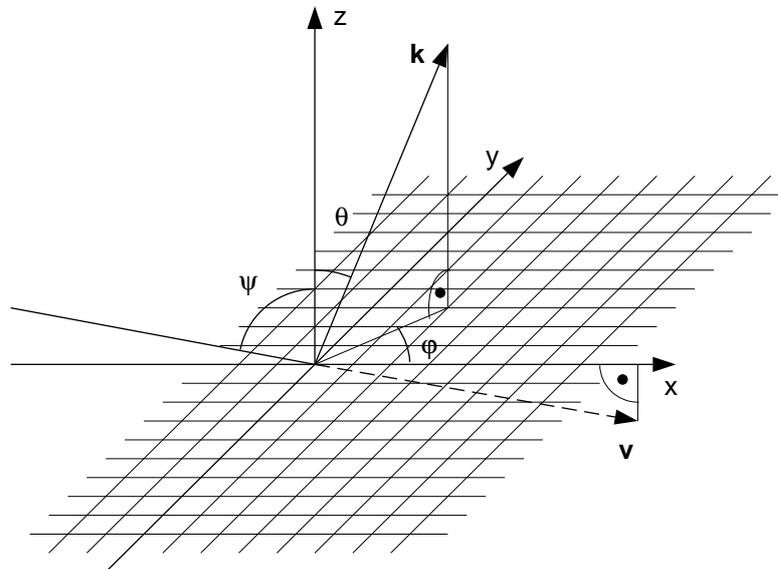


Abbildung 2.12: Skizze des Koordinatensystems für die Berechnung der Übergangsstrahlung bei nicht senkrechtem Einfall auf den Schirm. Der Schirm liege in der xy -Ebene. Die Teilchengeschwindigkeit \mathbf{v} sei senkrecht zur y -Achse, und um den Winkel ψ gegen die z -Achse geneigt. Die Richtung, in die Übergangsstrahlung emittiert wird, ist mit \mathbf{k} bezeichnet und mit den üblichen Winkeln θ und ϕ in räumlichen Polarkoordinaten beschrieben.

Schirm in der xy -Ebene liegt. Die Teilchenflugbahn \mathbf{v} ist damit nicht mehr entlang der z -Achse definiert, sondern schliesst mit ihr den Winkel ψ ein. Die Richtung, in die die Emission der Übergangsstrahlung erfolgt, wird mit \mathbf{k} bezeichnet und durch die Winkel θ und ϕ beschrieben. θ ist dabei wieder der Polarwinkel zwischen \mathbf{k} und der z -Achse und ϕ der zugehörige Azimutalwinkel. Die Winkelverteilung der Übergangsstrahlung wird zweckmäßig in zwei senkrecht zueinander stehende Polarisationsanteile zerlegt:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \right)_{\parallel} + \left(\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \right)_{\perp}. \quad (2.35)$$

Der Term $(d^2W/d\omega d\Omega)_{\parallel}$ enthält dabei den Anteil des Spektrums, dessen Polarisation in der von \mathbf{v} und \mathbf{k} aufgespannten Ebene liegt, $(d^2W/d\omega d\Omega)_{\perp}$ den dazu orthogonalen Anteil. Damit ergibt sich für ein einzelnes Teilchen der Ladung e und Geschwindigkeit β , das auf eine metallische Fläche trifft, nach [TM72]:

$$\left(\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \right)_{\parallel} = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2} \left| \frac{\cos \psi (\sin \theta - \beta \cos \phi \sin \psi)}{(1 - \beta \sin \theta \cos \phi \sin \psi)^2 - \beta^2 \cos^2 \theta \cos^2 \psi} \right|^2 \quad (2.36)$$

$$\left(\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} \right)_{\perp} = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2 \beta^2}{\pi^2} \left| \frac{\beta \cos \psi \cos \theta \sin \phi \sin \psi}{(1 - \beta \sin \theta \cos \phi \sin \psi)^2 - \beta^2 \cos^2 \theta \cos^2 \psi} \right|^2. \quad (2.37)$$

Für $\psi \rightarrow 0$ erhält man das vorherige Resultat: der senkrecht polarisierte Anteil (Gleichung 2.37) verschwindet, während der parallel polarisierte Anteil (Gleichung 2.36) in Gleichung 2.31 übergeht.

Die Winkelverteilung der Übergangsstrahlung, die durch Gleichung 2.35 mit den Komponenten 2.36 und 2.37 beschrieben wird, ist in Abbildung 2.13 dargestellt.

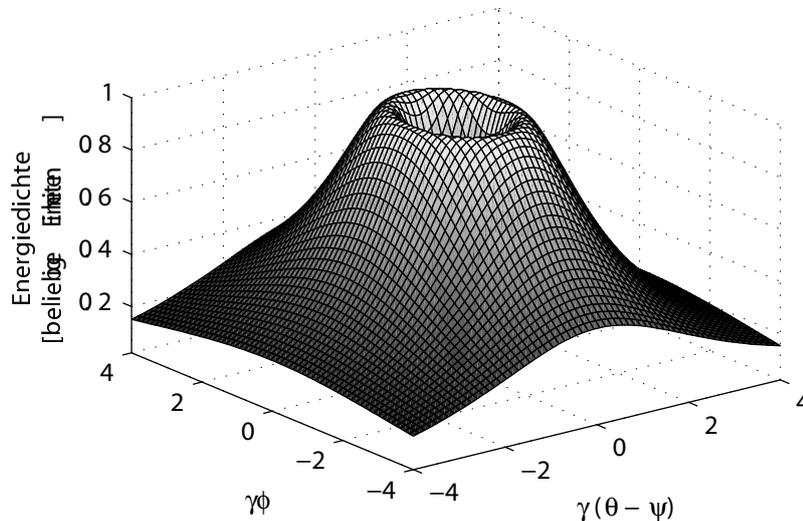


Abbildung 2.13: Intensitätsverteilung der Übergangsstrahlung, die an einem unendlichen Schirm bei $\gamma = 270$ für einen beliebigen Einfallswinkel ψ abgestrahlt wird.

Die bisher diskutierten Lösungen beschreiben Übergangsstrahlung im Fernfeld, die an unendlich ausgedehnten Flächen abgestrahlt wird. In [CCVO99, CVC+01] sind dafür genauere Bedingungen zu finden. So gilt eine Quelle mit Radius a als unendlich ausgedehnt, wenn

$$a > \lambda \gamma \quad (2.38)$$

2 Grundlagen

ist. Dabei beschreibt λ die betrachtete Wellenlänge. Die Fernfeldnäherung ist berechtigt, wenn der Abstand l zwischen Detektor und Quelle

$$l \gg \lambda \gamma^2 \quad (2.39)$$

ist. Für die Situation am Beschleuniger folgt aus dem Abstand $l \sim 200$ mm zwischen der Quelle und dem ersten optischen Element, dass bei $\gamma = 270$ erst für Wellenlängen $\lambda < 3 \mu\text{m}$ die Fernfeldnäherungen gelten. Die Auswirkungen sieht man in Abbildung 2.14. Hier ist eine numerische

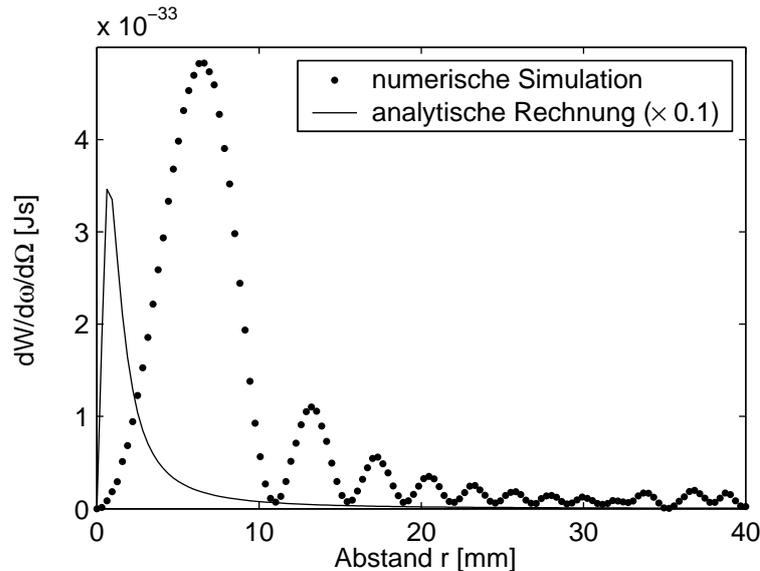


Abbildung 2.14: Winkelverteilung von Übergangsstrahlung unter realen Bedingungen. Mit Hilfe der numerischen Simulationen wurde die Verteilung als Funktion des Abstands r vom Ursprung in der Detektorebene für eine Distanz von $l = 200$ mm zwischen Detektor und Quelle bei $\gamma = 270$ und einer Frequenz von 1 THz berechnet. Die Referenzverteilung (durchgezogene Linie) wurde mit Gleichung 2.31 berechnet und um den Faktor 10 reduziert dargestellt. Sie gilt nur im Fernfeld.

Simulation mit dem Abstand von $l = 200$ mm zwischen Detektor und Quelle der Fernfeldlösung gegenüber gestellt. Die ganze Verteilung ist nach außen weiter geöffnet. Das Maximum hat sich von $1/\gamma$, entsprechend 0,74 mm, auf etwa $9/\gamma$, entsprechend 6,7 mm, verschoben und Nebenmaxima sind entstanden. Aus den Gleichungen 2.38 und 2.39 ergibt sich ferner, dass die Veränderungen mit sinkender Frequenz oder steigendem γ zunehmen.

Zusammen mit der Winkelverteilung ändert sich auch das Frequenzspektrum der Übergangsstrahlung, wenn der Abstand zwischen Quelle und Detektor klein ist. Für $l = 200$ mm ist dies in Abbildung 2.15 dargestellt. Während für Übergangsstrahlung im Fernfeld nach Gleichung 2.34 das Spektrum frequenzunabhängig sein sollte, werden hier die niedrigen Frequenzen deutlich unterdrückt. Zusätzlich sind stufenartige Strukturen zu erkennen.

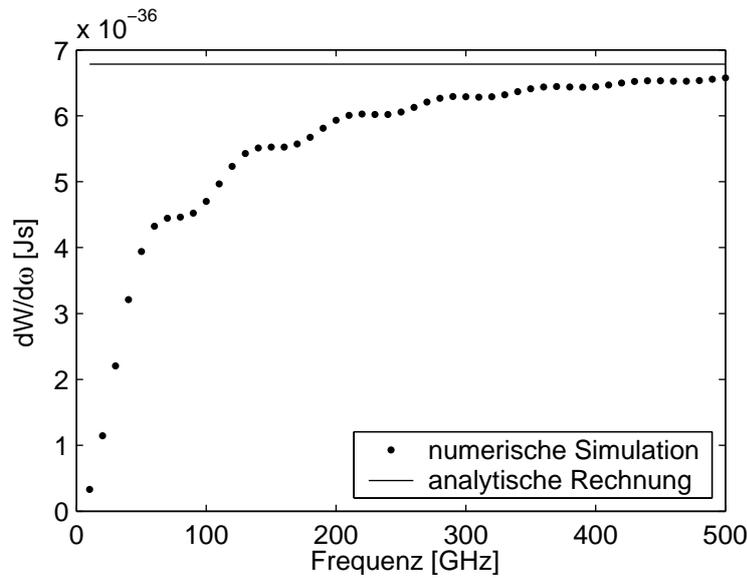


Abbildung 2.15: Frequenzspektrum von Übergangsstrahlung für einen Abstand von $l = 200$ mm zwischen Detektor und Quelle. Die Quelle ist mit einem Radius von 100 m für alle Frequenzen praktisch unendlich ausgedehnt (vgl. Gleichung 2.38). Der Detektor ist runder und hat einen Durchmesser von 80 mm. Die abgestrahlte Übergangsstrahlung wurde über diesen Raumwinkelbereich integriert.

2.5 Diffraktionsstrahlung

Bewegt sich ein geladenes Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit durch eine Apertur in einer Metallfolie, so entsteht dabei Diffraktionsstrahlung.

Die hier skizzierte theoretische Herleitung orientiert sich an [BG00]. Daran folgt die Diskussion der Spezialfälle einer runden Apertur, einer semi-unendlichen Fläche und einer endlichen runden Fläche.

Analog zum Abschnitt 2.4 wird auch hier die inhomogene Wellengleichung

$$\nabla^2 \phi(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = -\frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{\epsilon_0} \quad (2.40)$$

für das elektrische Potential $\phi(\mathbf{r}, t)$ mit der Ladungsdichte $\rho(\mathbf{r}, t)$ angesetzt. Ebenfalls analog wird das Potential und die Ladungsdichte fourier-transformiert und dann als ϕ_ω und ρ_ω bezeichnet. Die Fourier-Koeffizienten erfüllen die inhomogene Helmholtzgleichung

$$\Delta \phi_\omega + k^2 \phi_\omega = -\frac{\rho_\omega}{\epsilon_0} \quad (2.41)$$

Für das weitere Vorgehen wird nun eine in [BG00] eingeführte Beugungstheorie für elektromagnetische Wellen verwendet. Diese wurde unter der Annahme einer freien elektromagnetischen Welle hergeleitet, die auf eine Öffnung in einem senkrecht stehenden, unendlich ausgedehnten Schirm trifft. Weiterhin wurde die Fernfeldnäherung verwendet, bei der der Beobachter weit entfernt ist im Vergleich zur Ausdehnung der Ladungsverteilung. Mit Hilfe dieser Theorie erhält man nun für das elektrische Feld im Frequenzraum einen Ausdruck, der aus zwei Integralen besteht:

2 Grundlagen

$$\begin{aligned} \phi_\omega = & \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{\exp(ikr)}{r} \cdot \left\{ -\frac{ik}{2\pi} \int_{S'} dS' \phi_\omega(\mathbf{r}') \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') \cos \theta \right. \\ & \left. + \int_V dV' \rho_\omega(\mathbf{r}') [\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') - \exp(-i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}')] \right\} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Das Flächenintegral über die Aperturfläche S' beschreibt die an der Apertur gestreute elektromagnetische Welle der sich bewegenden Ladungsverteilung. Der Polwinkel θ ist zwischen der Flugbahn und der Beobachtungsrichtung definiert. Das Volumenintegral beschreibt das Feld der bewegten Ladungsverteilung $\rho_\omega(\mathbf{r}')$. Der erste Term des Integranden ($\propto \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}')$) bezeichnet das Feld der freien Ladungsverteilung in der Fernfeldnäherung. Der zweite Term ($\propto \exp(-i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}')$) sorgt für die Erfüllung der Randbedingungen auf dem Schirm. Dies kann auch als ein Feld der bewegten Spiegelladungsverteilung angesehen werden. Der in den beiden Integralen verwendete Wellenvektor \mathbf{k} hat die Amplitude $k = \omega/c$ und ist zum Beobachter hin orientiert. In der Fernfeldnäherung ist das Feld am Beobachtungsort als Überlagerung des Feldes der Ladungsverteilung mit dem an der Apertur gestreuten zu verstehen. Diese Überlagerung wird durch die Summe der beiden Integrale dargestellt.

Gleichung 2.42 kann weiter ausgewertet werden, wenn der Spezialfall einer unendlich großen Apertur betrachtet wird. Wenn der erste Integrand in Gleichung 2.42 auf den gesamten Schirm S erweitert wird, so entsteht keine Strahlung, weil sich die Ladungsverteilung im Vakuum bewegt und man erhält

$$\begin{aligned} 0 = & -\frac{ik}{2\pi} \int_S dS \phi_\omega(\mathbf{r}') \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') \cos \theta \\ & + \int_V dV' \rho_\omega(\mathbf{r}') [\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') - \exp(-i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}')] \quad . \end{aligned} \quad (2.43)$$

Dabei ist der gesamte Schirm $S = S' + S''$ aus der Fläche der Apertur S' und dem nicht transparenten Teil des Schirms S'' zusammengesetzt, so dass das Integral über S in zwei Anteile zerlegt werden kann. Dadurch erhält man für die von einem Schirm mit Apertur S' abgestrahlte Energie den Ausdruck

$$\begin{aligned} 0 = & -\frac{ik}{2\pi} \int_{S''} dS'' \phi_\omega(\mathbf{r}') \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') \cos \theta \\ & -\frac{ik}{2\pi} \int_{S'} dS' \phi_\omega(\mathbf{r}') \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') \cos \theta \\ & + \int_V dV' \rho_\omega(\mathbf{r}') [\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') - \exp(-i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}')] \quad . \end{aligned} \quad (2.44)$$

Für die weitere Auswertung der Gleichung 2.42 ist es nun erforderlich die Parameter ϕ_ω und ρ_ω zu bestimmen. Dazu wird eine Ladungsverteilung in Analogie zu Gleichung 2.15 so gewählt, dass sich eine Ladung e mit der Geschwindigkeit v entlang der z -Achse bewegt:

$$\rho(\mathbf{r}, t) = e \delta(x) \delta(y) \delta(z - vt) \quad . \quad (2.45)$$

Diese kann nun in Gleichung 2.40 eingesetzt werden, und man erhält nach Fourier-Transformation:

$$\phi_\omega(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e}{\pi \beta c} \exp\left(i \frac{\omega z}{\beta c}\right) \cdot K_0\left(\frac{|\omega| b}{\beta c \gamma}\right) \quad . \quad (2.46)$$

Dabei ist $b = \sqrt{x^2 + y^2}$ der kürzeste Abstand des Beobachters von der Flugbahn und $K_0(x)$ die modifizierte Besselfunktion zweiter Ordnung.

Die Fourier-Transformierte der gewählten Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{r}, t)$ ergibt sich zu

$$\rho_\omega(\mathbf{r}) = \frac{q}{2\pi\beta c} \delta(x)\delta(y) \exp\left(i\frac{\omega z}{\beta c}\right) . \quad (2.47)$$

Setzt man diese beiden Ausdrücke für $\phi_\omega(\mathbf{r})$ und $\rho_\omega(\mathbf{r})$ in Gleichung 2.42 ein, so erhält man

$$\begin{aligned} \phi_\omega = & \frac{\exp(ikr)}{r} \cdot \frac{e}{2\pi\beta c} \left\{ -\frac{1}{4\pi c\epsilon_0} \frac{ik}{\pi} \int_{S'} dx dy K_0\left(\frac{\omega b}{v\gamma}\right) \cdot \exp(-i(k_x x + k_y y)) \cos\theta \right. \\ & \left. + \int_V dx' dy' dz' \delta(x')\delta(y') \exp\left(i\frac{\omega z'}{\beta c}\right) [\exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}') - \exp(-i\mathbf{k} \cdot \hat{\mathbf{r}}')] \right\} . \quad (2.48) \end{aligned}$$

2.5.1 Diffraktionsstrahlung einer Kreisblende

Mit Gleichung 2.48 wurde eine allgemeine Lösung für Diffraktionsstrahlung an beliebigen Blenden abgeleitet. Die zwei darin enthaltenen Integrale sollen nun für eine kreisförmige Apertur mit dem Radius a gelöst werden [BG00]:

$$\begin{aligned} \phi_\omega = & \frac{1}{4\pi c\epsilon_0} \frac{\exp(ikr)}{r} \frac{\cos\theta}{1 - \beta^2 \cos\theta} \cdot \left\{ a \frac{\omega}{c} \sin\theta \cdot J_1\left(a \frac{\omega}{c} \sin\theta\right) \cdot K_0\left(a \frac{\omega}{\beta c\gamma}\right) \right. \\ & \left. - a \frac{\omega}{\beta c\gamma} \cdot J_0\left(a \frac{\omega}{c} \sin\theta\right) \cdot K_1\left(a \frac{\omega}{\beta c\gamma}\right) \right\} . \quad (2.49) \end{aligned}$$

Über die bekannten Beziehungen kann aus dem elektrischen Potential ϕ_ω das Vektorpotential $\mathbf{A}_\omega = \mathbf{v}\phi_\omega/c$ und daraus das magnetische Feld $\mathbf{B}_\omega = \nabla \times \mathbf{A}_\omega$ bestimmt werden. Die Energiedichte ist dann gegeben durch

$$\frac{dW}{d\omega d\Omega} = 4\pi c\epsilon_0 |\mathbf{B}_\omega(\theta)|^2 r^2 . \quad (2.50)$$

Durchquert ein einzelnes Elektron mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} eine Kreisblende mit dem Radius a in einem unendlich ausgedehnten metallischen Schirm, so wird dabei eine Energiedichte von

$$\begin{aligned} \frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = & \frac{1}{4\pi c\epsilon_0} \frac{e^2\beta^4}{\pi^2} \frac{\sin^2\theta \cos^2\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta)^2} \cdot \left\{ a \frac{\omega}{c} \sin\theta \cdot J_1\left(a \frac{\omega}{c} \sin\theta\right) \cdot K_0\left(a \frac{\omega}{v\gamma}\right) \right. \\ & \left. - a \frac{\omega}{v\gamma} \cdot J_0\left(a \frac{\omega}{c} \sin\theta\right) \cdot K_1\left(a \frac{\omega}{v\gamma}\right) \right\}^2 \quad (2.51) \end{aligned}$$

abgestrahlt. Mit wachsendem Radius a verschwindet die abgestrahlte Energie exponentiell, da

$$K_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \exp(-x) \quad \text{für } x \gg 1 \quad (2.52)$$

gilt. Für $a \rightarrow 0$ hingegen geht der Ausdruck in den geschweiften Klammern in Gleichung 2.51 gegen 1 und man erhält das Ergebnis für Übergangsstrahlung zurück:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4\pi c\epsilon_0} \frac{e^2\beta^4}{\pi^2} \frac{\sin^2\theta \cos^2\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta)^2} . \quad (2.53)$$

2 Grundlagen

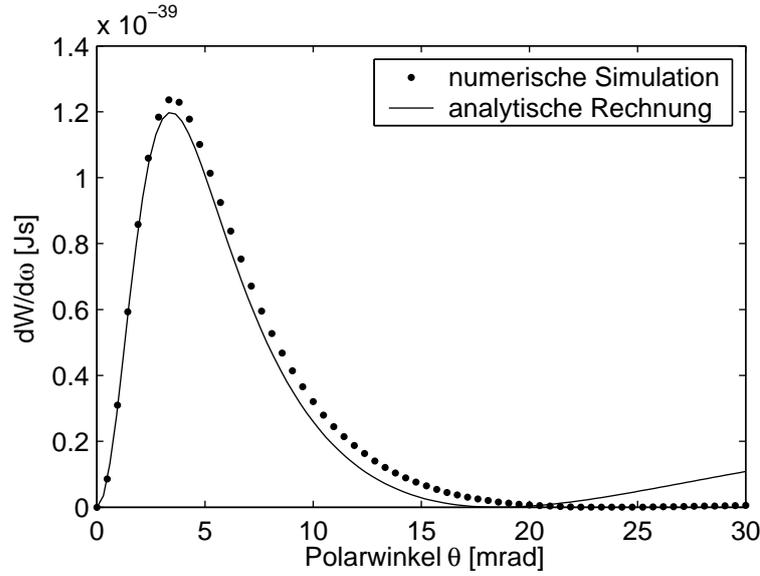


Abbildung 2.16: Winkelverteilung von Diffraktionsstrahlung an einer Blende mit 10 mm Durchmesser bei $\gamma = 270$ und der Frequenz $f = 1$ THz im Fernfeld. Die analytische Lösung stammt aus Gleichung 2.51.

Im Vergleich mit der exakten Lösung in Gleichung 2.31 fällt allerdings eine Differenz um den Faktor $\beta^2 \cos^2 \theta$ auf. Anhand dieses Faktor kann die Grenze für die gemachten Annahmen überprüft werden. $\beta^2 \cos^2 \theta \approx 1$ wird erreicht, wenn die Geschwindigkeit der Ladung relativistisch ist und kleine Polarwinkel θ betrachtet werden. Abbildung 2.16 zeigt einen Vergleich zwischen der analytischen Lösung aus Gleichung 2.51 und der numerischen Simulation im Fernfeld für eine Blende mit 10 mm Durchmesser bei $\gamma = 270$ und der Frequenz $f = 1$ THz. Für Winkel unter 3 mrad sind die Graphen nahe zu identisch und bis etwa 22 mrad zeigt sich eine gute Übereinstimmung. Erst oberhalb von 25 mrad laufen sie deutlich auseinander, so dass die analytische Lösung für Winkel unter 25 mrad und relativistische Geschwindigkeiten praktisch anwendbar bleibt.

Als Folge der Apertur im Schirm wird das Übergangsstrahlungsspektrum mit dem Faktor

$$M = \left\{ a \frac{\omega}{c} \sin \theta \cdot J_1 \left(a \frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \cdot K_0 \left(a \frac{\omega}{v\gamma} \right) - a \frac{\omega}{v\gamma} \cdot J_0 \left(a \frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \cdot K_1 \left(a \frac{\omega}{v\gamma} \right) \right\}^2 \quad (2.54)$$

modifiziert. Für kleine Polarwinkel θ kann $\sin \theta \approx \theta$ gesetzt werden. Der Winkel unter dem die maximale Intensität der Übergangsstrahlung emittiert wird, ist $\theta_{max} \approx 1/\gamma$. Betrachtet man den Winkel in Einheiten von θ_{max} als $\theta \approx \theta'/\gamma$ so erhält man aus Gleichung 2.54

$$M' = \left\{ \xi \theta' \cdot J_1(\xi \theta') \cdot K_0 \left(\frac{\xi}{\beta} \right) - \frac{\xi}{\beta} \cdot J_0(\xi \theta') \cdot K_1 \left(\frac{\xi}{\beta} \right) \right\}^2 \quad (2.55)$$

mit $\xi = (a\omega)/(c\gamma)$. In Abbildung 2.17 ist dieser Modifizierungsfaktor als Funktion von ξ für verschiedene θ dargestellt. Hierbei wurde $\beta = 1$ gesetzt, weil die Abhängigkeit schwach ist. Man sieht eine deutliche Modifikation des Spektrums bei größeren Winkeln θ . Die Blende wirkt ähnlich einem Tiefpassfilter, erzeugt aber zusätzlich noch Strukturen, die auf Resonanzen

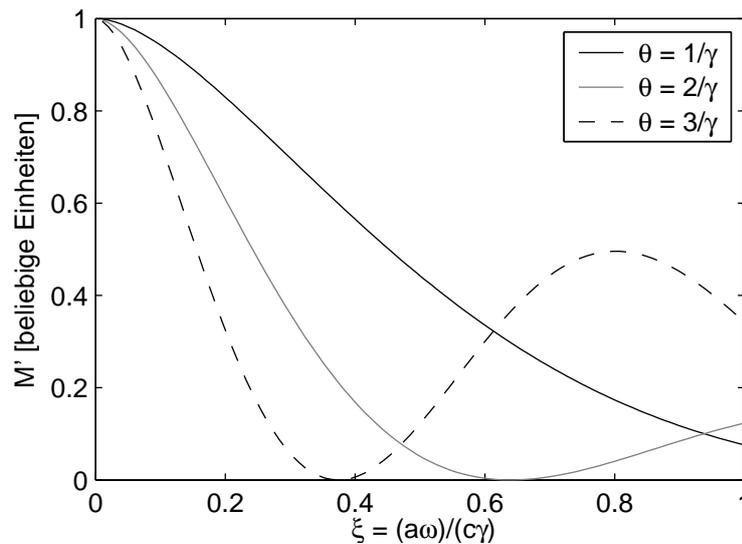


Abbildung 2.17: Modifizierungsfaktor M' zwischen Diffraktionsstrahlung an einer Kreisblende vom Radius a und Übergangsstrahlung für verschiedene Betrachtungswinkel θ . Die Flächen wurden als ideal metallisch und unendlich ausgedehnt angenommen, sowie $\beta = 1$ gesetzt.

schließen lassen. Die Effekte werden mit dem Öffnungswinkel stärker und hängen vor allem von der Geometrie ab, wie in Abbildung 2.18 deutlich zu sehen ist.

Für Bunch-Längenmessungen wird das erzeugte Strahlungsfeld von einem Detektor endlicher Größe aufgefangen und damit über einen gewissen Winkelbereich integriert. Insbesondere ist der Winkelbereich deutlich größer als die bisher angesprochenen Werte. In Abbildung 2.19 ist die Winkelabhängigkeit von Diffraktionsstrahlung an einer 10 mm Kreisblende für $f = 1$ THz auf einem Detektor von 80 mm Durchmesser in 200 mm Abstand dargestellt. Neben der analytischen Lösung im Fernfeld aus Gleichung 2.51 (reduziert auf $1/50$) sind die Lösung der numerischen Simulation im Fern- und Nahfeld dargestellt. Die Verteilung im Nahfeld ist deutlich weiter geöffnet.

Integriert man die auf den Detektor abgestrahlte Energie, so erhält man die Frequenzspektren in Abbildung 2.20. Zwischen den numerischen Simulationen im Nah- und Fernfeld sind nur wenige Unterschiede auszumachen. Für beide wurde der gleiche Winkelbereich von $0,2$ rad verwendet. Zusätzlich wurde die Intensität im Fernfeld auf den Abstand im Nahfeld ($l = 200$ mm) skaliert. Lediglich unter 300 GHz wird im Fernfeld mehr Energie abgestrahlt.

2.5.2 Diffraktionsstrahlung einer semi-unendlich ausgedehnten Fläche

Um die bisher erhaltenen Ergebnisse zur Diffraktionsstrahlung weiter auf die experimentelle Situation zu spezialisieren, soll nun die Lösung für die Abstrahlung an einer semi-unendlich ausgedehnten Fläche angegeben werden. Als semi-unendlich wird in diesem Zusammenhang eine unendlich ausgedehnte (vergleiche Gleichung 2.38) Fläche bezeichnet, die jedoch in einer Dimension so beschränkt ist, dass sie den Elektronenstrahl nicht berührt.

Die Fläche habe ihre Kante entlang der z -Achse und die Ladung e bewege sich senkrecht dazu. Die Winkel zwischen der Bewegungsrichtung und der Fläche sei θ und der minimale Abstand

2 Grundlagen

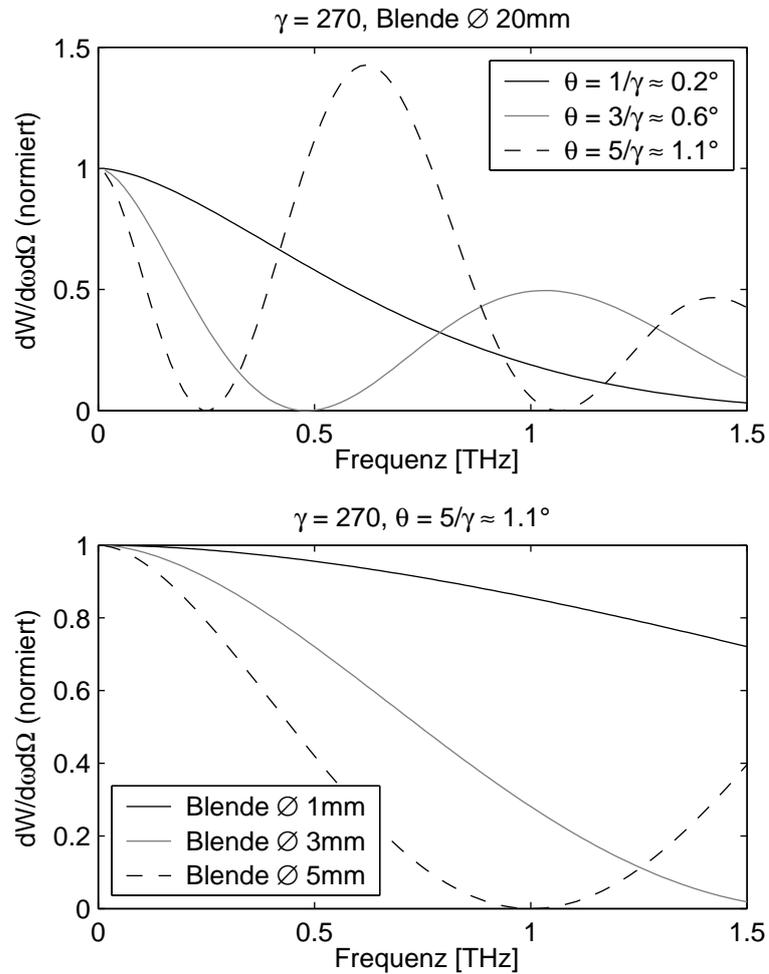


Abbildung 2.18: Intensitätsverteilung der Diffraktionsstrahlung an einer Kreisblende als Funktion der Frequenz im Fernfeld: als Parameter des Öffnungswinkels bei festem Blendendurchmesser (oben), sowie als Parameter des Blendendurchmessers bei festem Öffnungswinkel (unten). Für alle Graphen wurde die Intensität auf den Wert von Übergangsstrahlung, entsprechend Blendendurchmesser = 0, normiert.

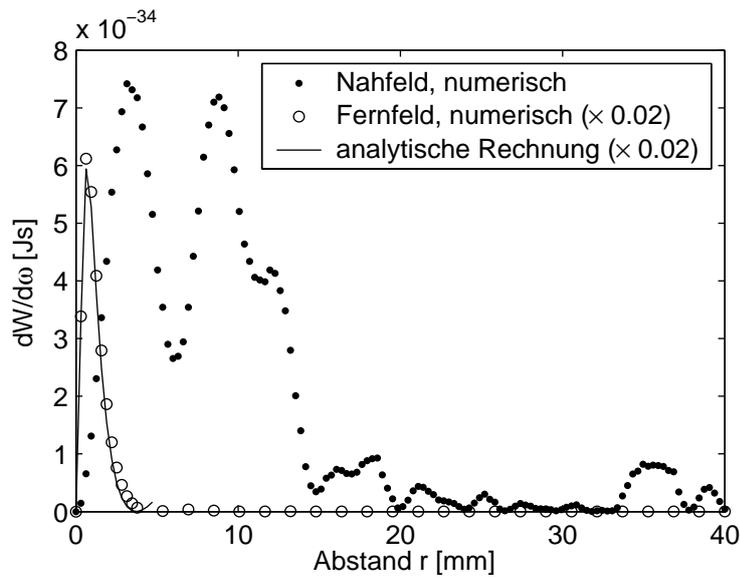


Abbildung 2.19: Radiale Verteilung von Diffraktionsstrahlung an einer Blende mit 10mm Durchmesser bei $f = 1$ THz auf einem Detektor in $l = 200$ mm Abstand. Die analytische Lösung im Fernfeld stammt aus Gleichung 2.51. Sie wurde auf $1/50$ skaliert und auf Winkel unter 25 mrad begrenzt um die Gültigkeit zu bewahren. Die numerische Simulation im Fernfeld wurde ebenfalls auf $1/50$ skaliert.

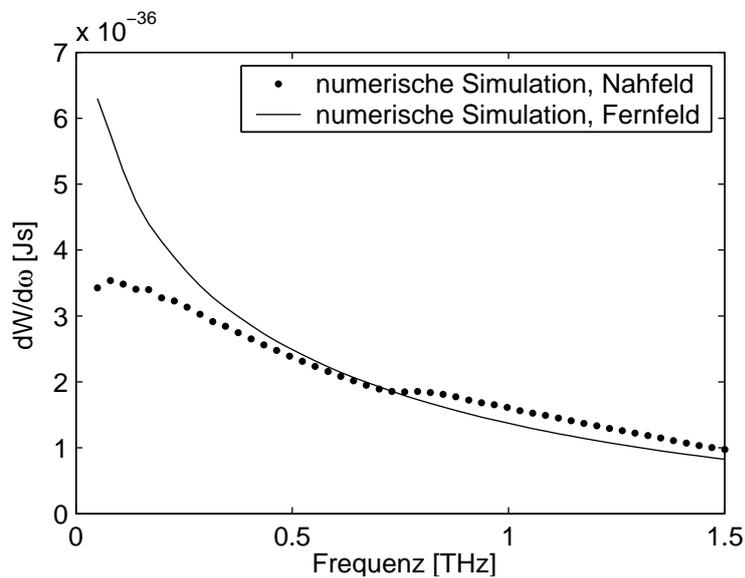


Abbildung 2.20: Frequenzspektrum einer Blende mit 10mm Durchmesser auf einem Detektor mit 80mm Durchmesser in $l = 200$ mm Abstand im Nahfeld. Für die numerische Simulation im Fernfeld wurde der gleiche Winkelbereich von $0,2$ rad verwendet und die Intensität auf den Abstand $l = 200$ mm skaliert. In diesem Bereich ist die analytische Lösung nicht anwendbar.

2 Grundlagen

sei *a.* Abbildung 2.23 zeigt die verwendeten Winkel. In [KS63, TM72] findet man folgende

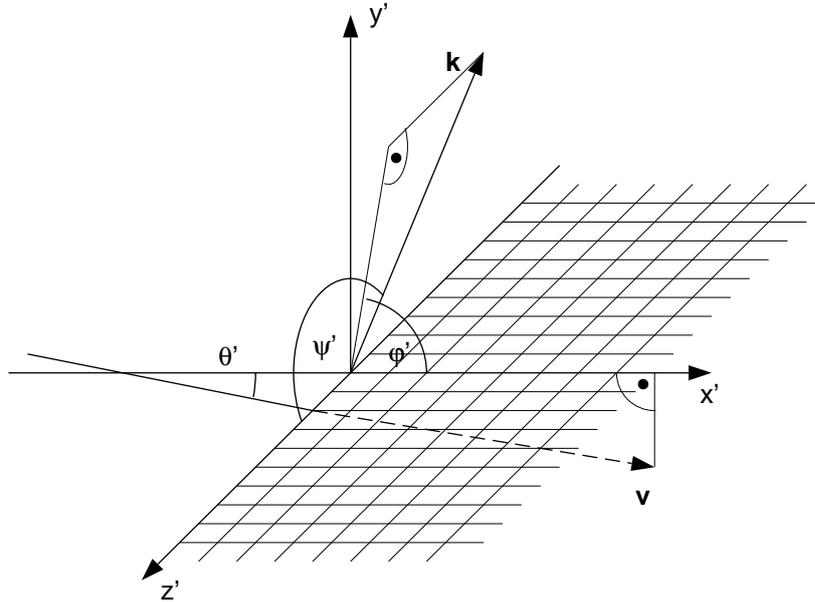


Abbildung 2.21: Schematische Darstellung des Koordinatensystems zu Gleichung 2.56. Der Schirm liegt in der $x'z'$ -Ebene mit $x' > 0$. Die Flugbahn \mathbf{v} des Teilchens liegt in der $x'y'$ -Ebene und ist um den Winkel θ' gegen die x' -Achse geneigt. Die Beobachtung der Strahlung erfolgt in Richtung \mathbf{k} und wird mit den Winkeln ψ' und ϕ' beschrieben. ψ' bezeichnet den Polarwinkel zwischen \mathbf{k} und der z' -Achse und ϕ' den zugehörigen Azimutalwinkel.

Lösung, die hier in der Notation von [Pot98] dargestellt wird:

$$\begin{aligned} \frac{dW^2}{d\omega d\Omega} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2\pi^2} \frac{1}{\sin\theta'} \exp\left(-\frac{2a\omega}{c\gamma\beta} \sqrt{1 + \beta^2\gamma^2 \cos^2\psi'}\right) \\ &\cdot \left\{ \cos^2 \frac{\phi'}{2} \cos^2\psi' (1 - \beta \sin\psi' \cos\theta') \left(\frac{1}{\gamma^2} + \beta^2 \cos^2\psi'\right) \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \frac{\phi'}{2} (1 + \beta \sin\psi' \cos\theta') \right\} \cdot \left(\frac{1}{\gamma^2} + \beta^2 \cos^2\psi'\right)^{-1} \\ &\cdot \left\{ \left(\sin\psi' \cos\phi' - \frac{\cos\theta'}{\beta}\right)^2 + \frac{\left(\frac{1}{\gamma^2} + \beta^2 \cos^2\psi'\right) \sin^2\theta'}{\beta^2} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Mit Hilfe der Transformation

$$\theta' \rightarrow \frac{\pi}{2} - \psi \quad (2.57)$$

$$\psi' \rightarrow \arctan\left(\frac{\sqrt{\sin^2\theta \cos^2\phi + \cos^2\theta}}{-\sin\theta \sin\phi}\right) \quad (2.58)$$

$$\phi' \rightarrow \arctan\left(\frac{\cos\theta}{\sin\theta \cos\phi}\right) \quad (2.59)$$

überführt man die Gleichung in das in Abbildung 2.12 dargestellte System, in dem auch die Betrachtungen zur Übergangsstrahlung gemacht worden sind. Die maximale Intensität findet man im Originalsystem bei $\psi' = \pi/2$ und $\varphi' = \pm\theta'$, im Übergangsstrahlungssystem bei $\phi = 0$ und $\theta = \pm\psi$. Der Beobachter betrachtet die Strahlung also in der Ebene aus Flächennormale und Flugbahn an den zwei Stellen $\theta = \pm\psi$. Dies entspricht der Spiegelung der Strahlung am Schirm. In Bezug zur Flugbahn wird die Strahlung um den doppelten Winkel zum Schirm sowohl in Vorwärts- als auch in Rückwärtsrichtung abgelenkt. Im Punkt der maximalen Intensität vereinfacht sich Gleichung 2.56 mit $\beta = 1$ zu

$$\frac{dW^2}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2 \gamma^2}{4\pi^2} \exp\left(-\frac{2a\omega}{c\gamma}\right) \quad (2.60)$$

und wird damit unabhängig von tatsächlichen Winkel ψ zwischen Flugbahn und Schirm.

Die Intensitätsverteilung als Funktion des Parameters $\xi = (a\omega)/(c\gamma)$ ist in Abbildung 2.22 für $\gamma = 270$ dargestellt. Man sieht eine deutliche Frequenzabhängigkeit. Im Unterschied zu

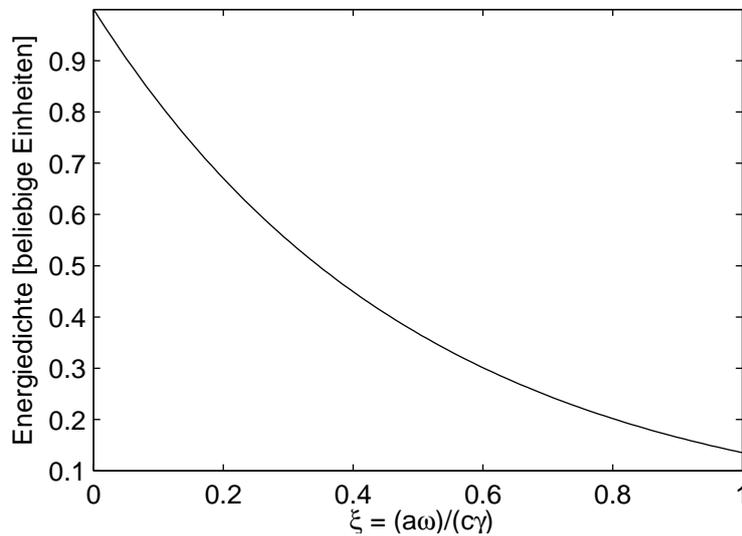


Abbildung 2.22: Intensitätsverteilung von Diffraktionsstrahlung, die an einem semi-unendlichen Schirm abgestrahlt wird. Der Graph ist im Maximum auf 1 normiert. Der Beobachter schaut senkrecht auf den Schirm, es gilt $\gamma = 270$ und $\beta = 1$.

Übergangsstrahlung skaliert die abgestrahlte Energie mit γ^2 .

Die Winkelverteilung der Diffraktionsstrahlung ist in Abbildung 2.23 für einen um $\psi = 45^\circ$ gegen die Strahlachse geneigten Schirm bei $\gamma = 270$ dargestellt. Wie schon bei Übergangsstrahlung in Abbildung 2.13 zu sehen war, entsteht auch hier eine Asymmetrie durch die Neigung des Schirms. Das Profil der Verteilung ist parallel zur Strahlachse ($\phi = 0$) signifikant schmaler als parallel zur Kante des Schirms.

Die Frequenz- und Winkelabhängigkeiten in Gleichung 2.56 sind soweit voneinander separiert, dass keine Frequenzabhängigkeit bei der Integration über einen bestimmten Raumwinkelbereich entsteht. Bei der Beobachtung von Diffraktionsstrahlung an einer halbusendlichen metallischen Fläche gibt es wie bei Übergangsstrahlung an einer unendlich ausgedehnten Fläche keine Frequenzabhängigkeit. Lediglich die Intensität skaliert exponentiell mit dem Abstand und der Frequenz. Diese Eigenschaft kann bei Messungen leicht berücksichtigt werden.

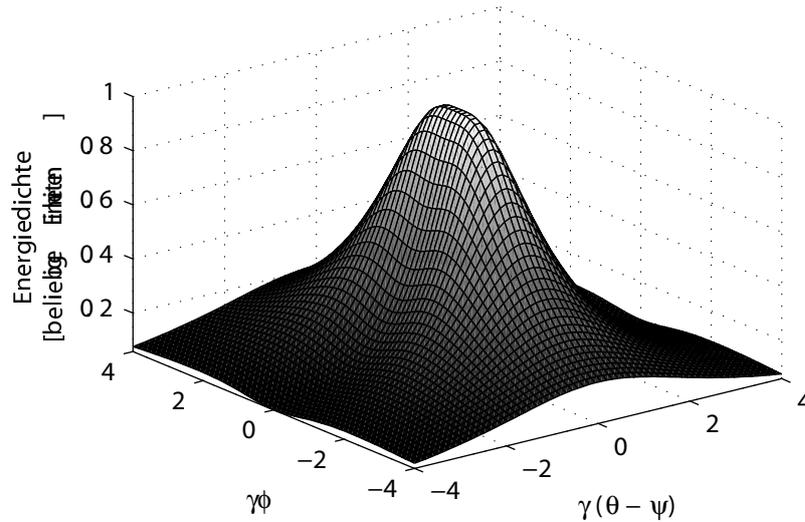


Abbildung 2.23: Intensitätsverteilung von Diffraktionsstrahlung, die an einem semi-unendlichen Schirm für einen beliebigen Winkel ψ abgestrahlt wird. Der Darstellung ist im Maximum auf 1 normiert. Der Beobachter schaut senkrecht auf den Schirm, es gilt $\gamma = 270$ und $\beta = 1$.

Verlässt man die Fernfeldbedingung, so erhält man die erwartete asymmetrische Winkelverteilung, wie man in Abbildung 2.24 deutlich sieht. Dabei wurde angenommen, dass der Schirm senkrecht zur Strahlachse orientiert ist. Der Abstand zwischen Strahl und Schirm beträgt $a = 5$ mm und zwischen Schirm und Detektor $l = 200$ mm. Der Detektor hat einen Durchmesser von 80 mm. Die Winkelverteilungen wurden bei $f = 1$ THz und $\gamma = 270$ senkrecht zur Schirmkante berechnet.

2.5.3 Übergangsstrahlung einer endlichen, runden Fläche

Im Abschnitt 2.4 wurden die Eigenschaften von Übergangsstrahlung diskutiert, die von einem unendlich ausgedehnten Schirm abgestrahlt wird. Mit Hilfe der Rechnungen zur Diffraktionsstrahlung soll nun Übergangsstrahlung einer endlich ausgedehnten, runden Fläche betrachtet werden.

Setzt man Gleichung 2.44 in 2.42 ein, so erhält man in Analogie zu Gleichung 2.48

$$\phi_\omega = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{\exp(ikr)}{r} \frac{ike}{2\pi^2 \beta c} \int_{S''} dx dy K_0 \left(\frac{\omega b}{\beta c \gamma} \right) \cdot \exp(-i(k_x x + k_y y)) \cos \theta \quad (2.61)$$

für eine Ladung e , die sich mit der Geschwindigkeit $v = \beta c$ entlang der z -Achse durch das Zentrum einer metallischen Fläche S'' hindurch bewegt. Die pro Frequenzintervall und Raumwinkelelement abgestrahlte Energie ergibt sich daraus zu

$$\frac{d^2 W}{d\omega d\Omega} = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e^2 \beta^4}{\pi^2} \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \cdot \left\{ a \frac{\omega}{c} \sin \theta \cdot J_1 \left(a \frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \cdot K_0 \left(a \frac{\omega}{v \gamma} \right) - a \frac{\omega}{v \gamma} \cdot J_0 \left(a \frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \cdot K_1 \left(a \frac{\omega}{v \gamma} \right) + 1 \right\}^2 \quad (2.62)$$

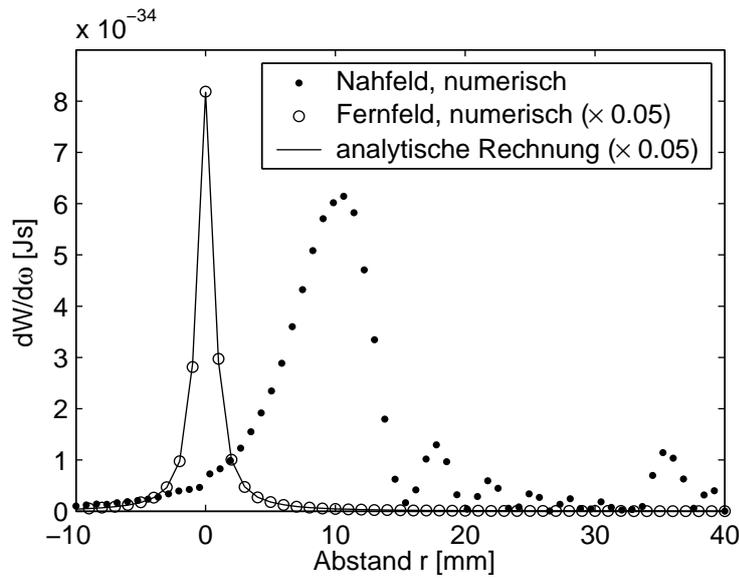


Abbildung 2.24: Intensitätsverteilung für Diffraktionsstrahlung an einem semi-unendlich ausgedehnten Schirm, der sich in einem Abstand von $a = 5$ mm, senkrecht zur Strahlachse orientiert, befindet. Der Detektor wurde in einem Abstand von $l = 200$ mm und mit einem Durchmesser von 80 mm angenommen. Die durchgezogene Linie zeigt die Fernfeldnäherung aus Gleichung 2.56, die Kreuze die numerische Simulation im Fernfeld. Die Winkelverteilungen sind jeweils senkrecht zur Schirmkante mit $f = 1$ THz für $\gamma = 270$ gerechnet. Die beiden Fernfeldlösungen wurden jeweils auf $1/20$ der Intensität im Abstand von $l = 200$ mm skaliert.

a bezeichnet hierbei den Radius der metallischen Fläche. Der einzige Unterschied zu Gleichung 2.51 ist der Summand 1, der am Ende in der geschweiften Klammer hinzugekommen ist. Auch hier wird das Übergangsstrahlungsspektrum um einen Faktor modifiziert. Dieser Faktor lautet

$$M'' = \left\{ a \frac{\omega}{c} \sin \theta \cdot J_1 \left(a \frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \cdot K_0 \left(a \frac{\omega}{v\gamma} \right) - a \frac{\omega}{v\gamma} \cdot J_0 \left(a \frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \cdot K_1 \left(a \frac{\omega}{v\gamma} \right) + 1 \right\}^2 . \quad (2.63)$$

Deutlich sichtbar ist die Ähnlichkeit mit Gleichung 2.54. Die Lösung zeigt das erwartete Verhalten, für $a \rightarrow 0$ geht Gleichung 2.63 gegen 0, d. h. wird die abstrahlende Fläche klein, so entsteht keine Übergangsstrahlung mehr. Für $a \rightarrow \infty$ erhält man die Lösung für Übergangsstrahlung an einer unendlich ausgedehnten metallischen Fläche (siehe Gleichung 2.31) zurück. Allerdings ist wie schon in Gleichung 2.51 wieder der Faktor $\beta^2 \cos^2 \theta$ enthalten, was darauf zurückzuführen ist, da beide Rechnungen mit identischen Annahmen gemacht wurden.

Welche Auswirkungen der Übergang von einer unendlichen Fläche auf eine endlich ausgehende Fläche für die Übergangsstrahlung im Fernfeld (siehe Gleichung 2.39) hat, ist in Abbildung 2.25 dargestellt. Dabei wurde $\beta = 1$ angenommen und Gleichung 2.63 als Funktion von $\xi = (a\omega)/(c\gamma)$ für verschiedene Polarwinkel θ aufgetragen. Die endliche Fläche wirkt ähnlich einem Hochpassfilter. Die Effekte werden mit dem Öffnungswinkel stärker und hängen vor

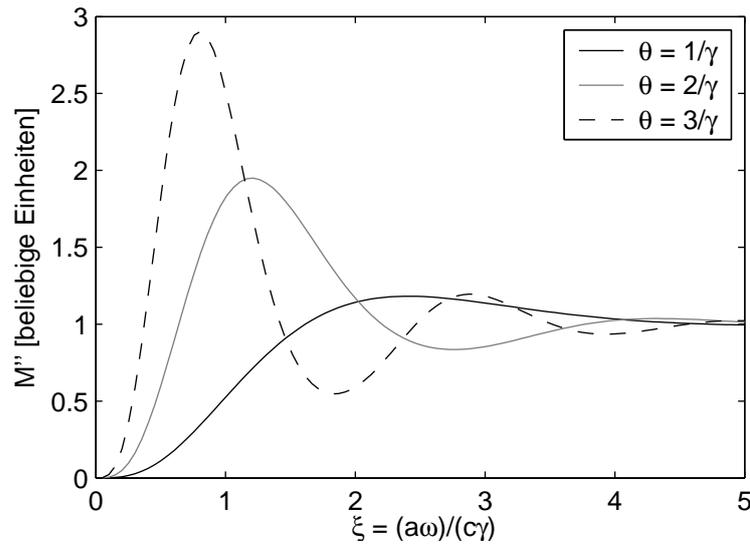


Abbildung 2.25: Modifizierungsfaktor M'' zwischen Übergangsstrahlung an einer kreisförmigen Fläche mit dem Radius a und Übergangsstrahlung an einer unendlichen Fläche als Funktion verschiedener Betrachtungswinkel θ . Die Flächen wurden als ideal leitend angenommen und $\beta = 1$ gesetzt.

allein vom Durchmesser der Quelle ab, wie in Abbildung in 2.26 zu sehen ist.

Verlässt man die Fernfeldzone und betrachtet die Felder auf einem Detektor im Abstand von $l = 200\text{mm}$, so erhält man für eine Quelle mit 35mm Durchmesser das Frequenzspektrum in Abbildung 2.27. Dabei wurde wieder angenommen, dass der Detektor einen Durchmesser von 80mm hat und $\gamma = 270$ ist. Man erkennt kaum Unterschiede im Vergleich zum Spektrum im Fernfeld. Beide zeigen das Verhalten eines Hochpassfilters mit einer Abschneidefrequenz von etwa 80GHz . Dies ist aus den Gleichungen 2.38 und 2.39 leicht nachzuvollziehen. Bei dem gewählten $\gamma = 270$ ist der 35mm -Schirm für Frequenzen $f > 5\text{THz}$ zwar bereits unendlich groß, allerdings gilt die kFernfeldnäherung für $l = 200\text{mm}$ erst ab $f \gg 100\text{THz}$. Wegen der großen Winkelakzeptanz wird aber trotzdem die gesamte abgestrahlte Intensität vom Detektor registriert.

Bezogen auf die effektive Quellgröße $\gamma\lambda$ (vergleiche Gleichung 2.38) von z.B. $\gamma\lambda > 800\text{mm}$ bei $f = 100\text{GHz}$ und $\gamma = 270$ soll nun der Einfluss der Vakuumpipette des Beschleunigers untersucht werden. Bei TTF beträgt der Innendurchmesser 60mm und ist damit signifikant kleiner als die gerade berechnete effektive Quellgröße. Der Einfluss des Strahlrohrs auf das elektromagnetische Feld der Ladung ist in Gleichung 2.46 nicht enthalten. In [BG00] findet man dafür

$$\phi_{\omega}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{e}{\pi \beta c} \exp\left(i \frac{|\omega|z}{\beta c}\right) \cdot \left[K_0\left(\frac{|\omega|b}{\beta c \gamma}\right) - \frac{K_0\left(\frac{|\omega|R}{\beta c \gamma}\right)}{I_0\left(\frac{|\omega|R}{\beta c \gamma}\right)} \cdot I_0\left(\frac{|\omega|b}{\beta c \gamma}\right) \right], \quad (2.64)$$

dabei ist R der Radius des Rohres und $b = \sqrt{x^2 + y^2} < R$ der kürzeste Abstand des Beobachters von der Flugbahn. $I_0(x) = J_0(ix)$ ist die modifizierte Besselfunktion (die Besselfunktion des imaginären Argumentes). Da $I_0(x)$ für große x exponentiell anwächst, verschwindet der zweite Term in Gleichung 2.64, wenn man den Rohrradius $R \rightarrow \infty$ gehen lässt und erhält so das alte Ergebnis aus Gleichung 2.46 zurück.

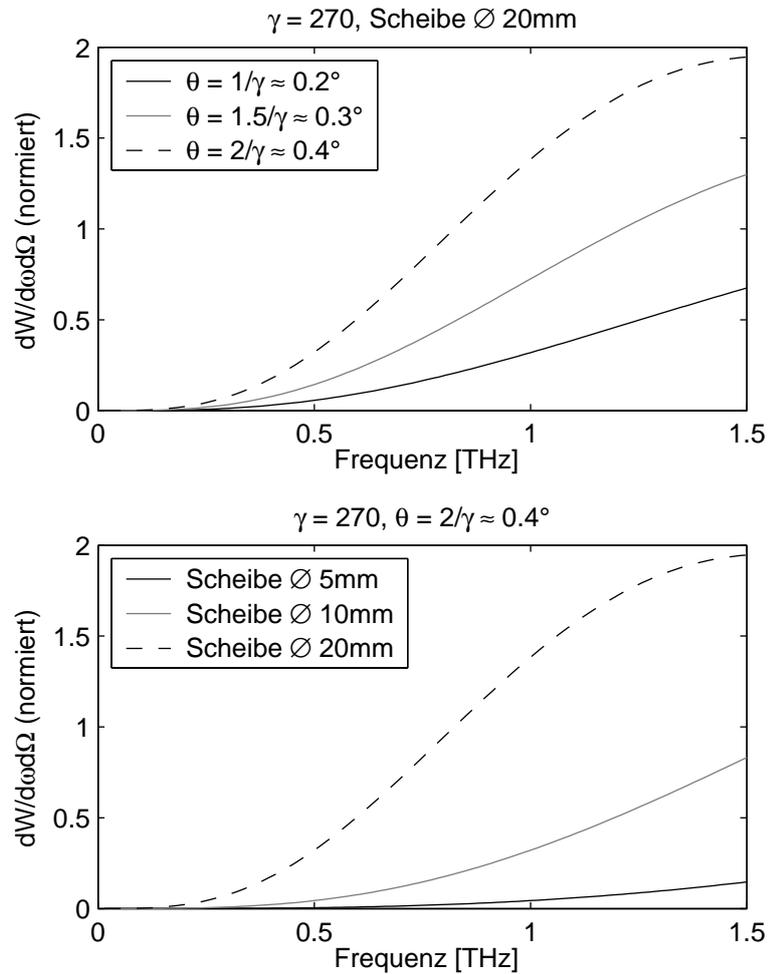


Abbildung 2.26: Intensitätsabhängigkeit der Übergangsstrahlung an einer endlichen Scheibe als Funktion der Frequenz: verschiedene Öffnungswinkel bei festem Scheibendurchmesser (oben), und verschiedene Scheibendurchmesser bei festem Öffnungswinkel (unten). Für alle Graphen wurde die Intensität auf die Intensität der Übergangsstrahlung, entsprechend einer Scheibe mit Durchmesser $\rightarrow \infty$, normiert.

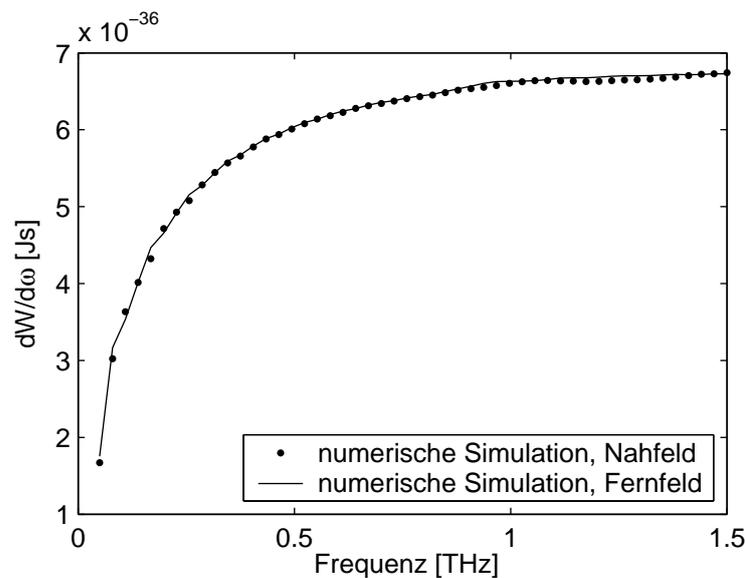


Abbildung 2.27: Übergangsstrahlungsspektrum, das bei $\gamma = 270$ von einer Quelle mit 35 mm Durchmesser erzeugt wird, betrachtet im Abstand $l = 200$ mm mit einem Detektor von 80 mm Durchmesser und mit einem Detektor gleichen Raumwinkels im Fernfeld.

In Analogie zu Gleichung 2.48 müsste nun eigentlich Gleichung 2.64 in Gleichung 2.42 eingesetzt werden. Damit erhielte man einen Ausdruck für das elektrische Potential, das von einer Ladung emittiert wird, wenn diese in einem Rohr mit endlichem Durchmesser durch einen Schirm mit ebenfalls endlichem Durchmesser hindurch fliegt. Analytische Rechnungen existieren hierzu allerdings nicht.

Im Formalismus der numerischen Simulation kann das vom Strahlrohr modifizierte elektromagnetische Feld leicht eingebaut werden, so dass man den Einfluss auf die Winkel- und Frequenzabhängigkeiten berechnen kann. In Abbildung 2.28 ist dies für die 35-mm-Quelle und einen Detektor mit 80 mm Durchmesser im Abstand von $l = 200$ mm bei $\gamma = 270$ dargestellt. Man Unterschiede sind nur sehr gering, durch das Strahlrohr wird die Abstrahlung niedriger Frequenzen leicht begünstigt.

Ändert man die Energie des Elektronenstrahls so, dass sich der Lorentzfaktor von $\gamma = 270$ auf $\gamma = 460$ erhöht, was den unterschiedlichen Messbedingungen an den Experimentierstationen 2BC2 und 1ACC3 entspricht (siehe Abbildung 2.1), so ändert sich ebenfalls wenig, wie Abbildung 2.29 zeigt. Das niederfrequente Verhalten bleibt identisch, lediglich bei höheren Frequenzen wird mit steigendem γ mehr Energie abgestrahlt. Dadurch verschiebt sich die untere Abschneidefrequenz, d. h. die Frequenz bei der die Intensität auf 50% vom Maximum gefallen ist, von 100 GHz auf etwa 130 GHz, und das Spektrum steigt langsamer an. Für Bunch-Längenmessungen sollte das Spektrum möglichst konstant sein. Dazu sollte der Quotient aus Quelldurchmesser und Lorentzfaktor möglichst groß gewählt werden, weil dann bereits für niedrige Frequenzen der Quelldurchmesser groß ist (siehe Gleichung 2.38).

Falls der Detektor in einem anderen Abstand aufgebaut wird, aber den gleichen Winkelbereich abdeckt, ändert sich das Frequenzspektrum ebenfalls kaum. Dies ist in Abbildung 2.30 für die Abstände $l = 200$ mm und $l = \infty$ dargestellt. Die Intensitäten wurden zuerst auf einen

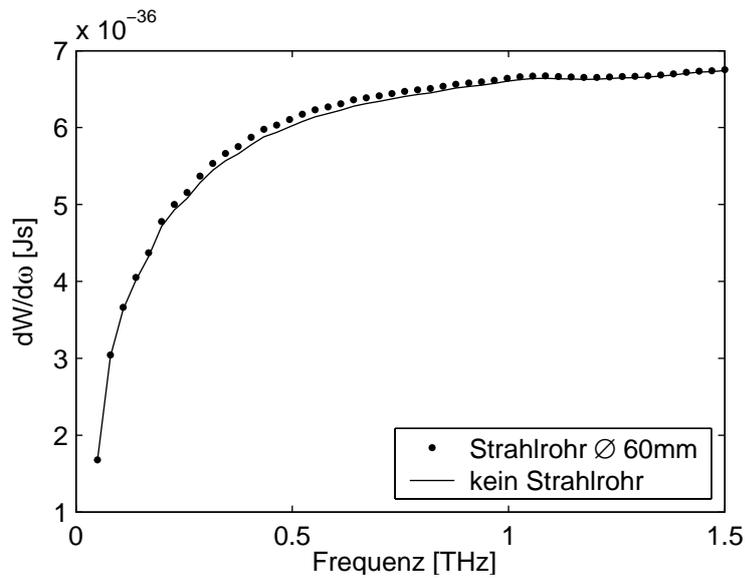


Abbildung 2.28: Übergangsstrahlungsspektrum, das von einer Quelle mit 35 mm Durchmesser in einem Rohr mit 60 mm Durchmesser erzeugt wird. Der Abstand zum Detektor beträgt $l = 200$ mm und der Durchmesser des Detektors 80 mm, sowie $\gamma = 270$. Als Referenz ist das Frequenzspektrum der Quelle im Vakuum angegeben.

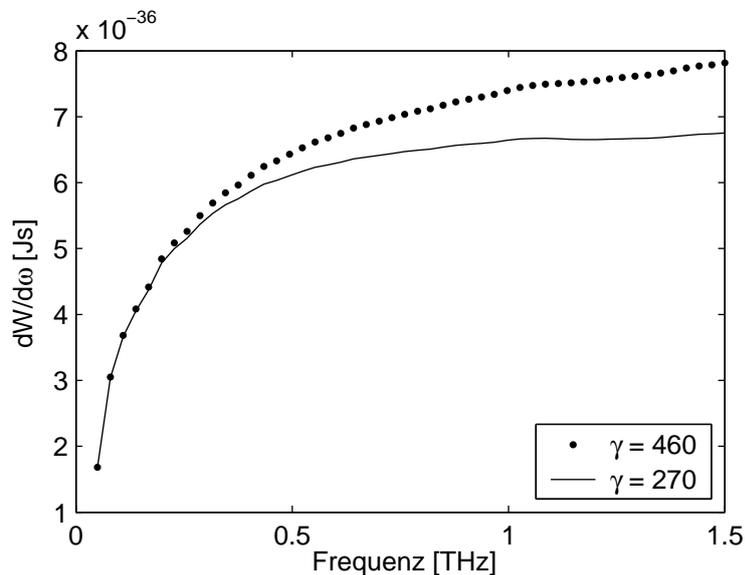


Abbildung 2.29: Übergangsstrahlungsspektrum, das von einer Quelle mit 35 mm Durchmesser bei verschiedenen Lorentz-Faktoren γ erzeugt wird, betrachtet im Abstand $l = 200$ mm mit einem Detektor mit einem Durchmesser von 80 mm. Die untere Abschneidefrequenz, d. h. die Frequenz bei der die Intensität auf 50% vom Maximum gefallen ist, verschiebt sich von 100 GHz auf etwa 130 GHz.

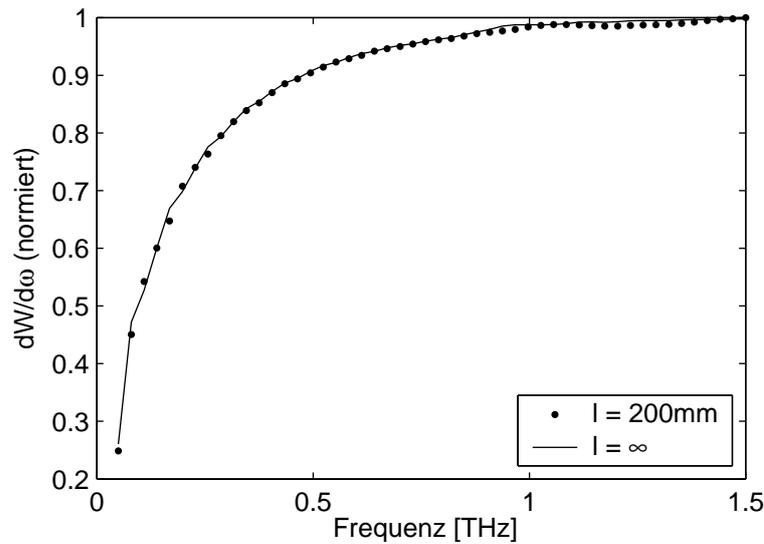


Abbildung 2.30: Frequenzspektrum der Übergangsstrahlung, die von einer Quelle mit 35 mm Durchmesser in einem Rohr mit einem Durchmesser von 60 mm erzeugt wird, betrachtet mit einem Detektor mit einem Durchmesser von 80 mm bei $\gamma = 270$. Gezeigt sind Rechnungen für zwei Abstände zwischen Detektor und Quelle. Zum einfacheren Vergleich wurden die Intensitäten auf einheitliche Abstände normiert und die Skala auf 1 angepasst.

einheitlichen Abstand und dann auf ein Maximum von 1 normiert. Unterschiede sind kaum auszumachen. Das Frequenzspektrum hängt damit vor allem vom Durchmesser der Quelle, dem Lorentzfaktor γ und der Winkelakzeptanz des Detektors ab.

2.6 Synchrotronstrahlung

Wird ein relativistisches geladenes Teilchen transversal beschleunigt, so entsteht dabei Synchrotronstrahlung.

Aufgrund der endlichen Lichtgeschwindigkeit können die Feldlinien eines geladenen Teilchens einer beschleunigten Bewegung nicht beliebig schnell folgen. Zum Ausgleich werden elektromagnetische Wellen abgestrahlt, damit zu jedem Zeitpunkt die Stetigkeitsbedingungen eingehalten werden. Die Theorie der Synchrotronstrahlung findet man unter anderem in [Wie93, Wie99], hier soll eine Ableitung aus [Wie03] und [Jac98] skizziert werden.

Ausgangspunkt ist wie schon in den Abschnitten 2.4 und 2.5 das elektrische und magnetische Potential einer Punktladung. In diesem Fall allerdings relativistisch, weil der Effekt der Synchrotronstrahlung nur bei relativistischen Bewegungen auftritt. In der Literatur findet man diese unter dem Namen Liénard-Wiechert Potentiale. Für eine punktförmige Ladung q am Ort \mathbf{R} und einem Beobachter im Ursprung findet man

$$\mathbf{A}(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{q}{R} \frac{\boldsymbol{\beta}}{1 + \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}} \Big|_{t_r} \quad (2.65)$$

$$\phi(\mathbf{R}, t) = \frac{1}{4\pi c \epsilon_0} \frac{1}{c} \frac{q}{R} \frac{1}{1 + \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\beta}} \Big|_{t_r} \quad (2.66)$$

Dabei ist $R = R(t_r)$ die Trajektorie der Ladung mit der retardierten Zeit t_r und $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$ der Einheitsvektor vom Beobachter zur Ladung. βc beschreibt die Geschwindigkeit, mit der sich die Ladung bewegt, wobei β gegen die bisher übliche Notation hier ein Vektor ist. Die Gleichungen 2.65 und 2.66 müssen bei der retardierten Zeit $t_r = t - R(t_r)/c$ ausgewertet werden.

Die Potentiale werden in die Maxwell'sche Gleichung

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \quad (2.67)$$

eingesetzt. Das elektromagnetische Feld der Ladung ergibt sich damit zu

$$\mathbf{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1-\beta^2}{r^3} (\mathbf{R} + R\beta)_r + \frac{1}{cr^3} \left\{ \mathbf{R} \times \left((\mathbf{R} + R\beta)_r \times \frac{d\beta}{dt_r} \right) \right\} \right]_{t_r} \quad (2.68)$$

nachdem diverse Rechenschritte unter Beachtung der retardierten Zeit durchgeführt wurden. Dabei wurde $r = R(1 + \mathbf{n}\beta)$ benutzt. Auch diese Gleichung ist wieder bei der retardierten Zeit t_r auszuwerten.

Gleichung 2.68 beschreibt das elektrische Feld einer relativistisch bewegten Ladung q . Die Gleichung besteht aus zwei verschiedenen Teilen. Der erste ist umgekehrt proportional zum Quadrat des Abstands zwischen Ladung und Beobachter. Falls die Ladung in Ruhe ist ($|\beta| = 0$) reduziert sich dieser auf das Coulombfeld einer Punktladung q . Für eine hochrelativistische Ladung wird das Feld sehr klein. Für die weiteren Betrachtungen wird dieser Term vernachlässigt, weil hier nur das Strahlungsfeld der Ladung in großer Entfernung von Interesse ist.

Der zweite Term in Gleichung 2.68 ist umgekehrt proportional zum Abstand der Ladung und hängt sowohl von ihrer Geschwindigkeit βc als auch ihrer Beschleunigung $d\beta c/dt_r$ ab. Im Vergleich zum Coulombfeld fällt dieser Term deshalb deutlich schwächer bei großen Abständen ab und wird aus diesem Grund als Strahlungsfeld bezeichnet.

Für das elektromagnetische Strahlungsfeld einer relativistisch bewegten Ladung erhält man somit

$$\mathbf{E}_{rad} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{cr^3} \left[\mathbf{R} \times \left((\mathbf{R} + R\beta \times \frac{d\beta}{dt_r}) \right) \right]_r \quad (2.69)$$

Für die weiteren Betrachtungen soll nun das einfache Bezugssystem, das sich gleichförmig mit der Ladung mitbewegt, gewählt werden. Gleichung 2.69 nimmt darin die Form

$$\mathbf{E}^* = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{cR} \left[\mathbf{n} \times \left(\mathbf{n} \times \frac{d\beta^*}{dt} \right) \right]_r \quad (2.70)$$

an, weil $\mathbf{v} = 0$ ist. Der „*“ kennzeichnet das neue Bezugssystem.

Die pro Raumwinkelement abgestrahlte Leistungsdichte im Abstand R von der Quelle erhält man mit Hilfe des Poynting-Vektors

$$\frac{dP^*}{d\Omega} = -\mathbf{n}\mathbf{S}^*R_r^2 = c^2\epsilon_0 \mathbf{E}^{*2}R^2|_r \quad (2.71)$$

wobei ausgenutzt wurde, dass sich das magnetische Feld \mathbf{B} aus dem elektrischen Feld \mathbf{E} errechnen lässt.

Durch Integration über alle Zeiten erhält man aus Gleichung 2.71 die Energiedichte der abgestrahlten Synchrotronstrahlung pro Raumwinkelement

$$\frac{dW}{d\Omega} = \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{dP^*}{d\Omega} = c^2\epsilon_0 R^2 \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathbf{E}_r^{*2}(t) \quad (2.72)$$

2 Grundlagen

Um die Energiedichte pro Raumwinkelelement und Frequenzintervall zu bestimmen, wird das zeitabhängige elektromagnetische Feld $\mathbf{E}_r^*(t)$ fourier-transformiert. Mit Hilfe des Parseval-Theorems erhält man schließlich

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{c^2 \epsilon_0}{\pi} |\mathbf{E}_r(\omega)|^2 R_r^2 \quad . \quad (2.73)$$

Für die weitere Auswertung muss die Fourier-Transformation berechnet werden. Aus Gleichung 2.70 erhält man den Ausdruck

$$\mathbf{E}_r(\omega) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-ie\omega}{cR} \int_{-\infty}^{\infty} dt_r [\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta})]_r \cdot \exp \left[-i\omega \left(t_r + \frac{R_r}{c} \right) \right] \quad , \quad (2.74)$$

der in Gleichung 2.73 eingesetzt zu

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{\omega^2}{4\pi c} \left| \int_{-\infty}^{\infty} dt_r [\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \boldsymbol{\beta})] \cdot \exp \left[-i\omega \left(t_r + \frac{R_r}{c} \right) \right] \right|_r^2 \quad (2.75)$$

führt. Für die Bewegung der Ladung q in einem Dipolfeld lassen sich \mathbf{n} und $\boldsymbol{\beta}$ parametrisieren und das Integral kann näherungsweise gelöst werden. Damit erhält man einen Ausdruck für die pro Raumwinkel und Frequenzintervall abgestrahlte Energie einer Ladung q :

$$\frac{d^2W}{d\Omega d\omega} = \frac{q^2}{4\pi c \epsilon_0} \frac{3}{4\pi^2} \gamma^2 \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2 (1 + \gamma^2 \theta^2)^2 \left[K_{2/3}^2(\xi) \mathbf{u}_\sigma^2 + \frac{\gamma^2 \theta^2 K_{1/3}^2(\xi)}{1 + \gamma^2 \theta^2} \mathbf{u}_\pi^2 \right] \quad (2.76)$$

$$\text{mit } \omega_c = \frac{3}{2} \frac{|\boldsymbol{\beta}| c \gamma^3}{\rho} \quad (2.77)$$

$$\text{und } \xi = \frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_c} (1 + \gamma^2 \theta^2)^{3/2} \quad . \quad (2.78)$$

$\hbar\omega_c$ wird als kritische Photonenenergie bezeichnet, die durch die Bedingung definiert ist, dass gleich viel Energie für Kreisfrequenzen $\omega > \omega_c$ und $\omega < \omega_c$ abgestrahlt wird. \mathbf{u}_σ ist der Einheitsvektor der σ - und \mathbf{u}_π derjenige der π -Mode der Synchrotronabstrahlung. Die σ -Mode ist in der Ebene der Bewegung und damit senkrecht zum Magnetfeld polarisiert, die π -Mode parallel zum Magnetfeld.

Die Winkelverteilung der beiden Moden ist für ein gegebenes Verhältnis $\omega/\omega_c = 2 \cdot 10^{-3}$ in Abbildung 2.31 dargestellt. Wie man Gleichung 2.76 entnimmt, ist der Öffnungswinkel der Synchrotronabstrahlung umgekehrt proportional zu γ und ω/ω_c . Höhere Frequenzen werden gebündelter abgestrahlt und die Abstrahlung erfolgt senkrecht zur Beschleunigung in Winkelseinheiten von $1/\gamma$.

Bei TTF ist der Biegeradius aller vier Magneten des zweiten Bunch-Kompressors BC2 $\rho = 1,5 \text{ m}$ [Sch01]. Bei $\gamma = 270$ erhält man damit eine kritische Photonenfrequenz von $\omega_c = 2\pi f = 5,9 \cdot 10^{15} \text{ 1/sec}$.

In Abbildung 2.32 ist die Frequenzverteilung der σ -Mode bei $\theta = 0$ und $\gamma = 270$ im Frequenzbereich zwischen 50 GHz und 1,5 THz dargestellt. Die über verschiedene Winkelbereiche θ integrierte abgestrahlte Energie ist in Abbildung 2.33 dargestellt. Die π -Mode gewinnt für nicht zu kleine Winkel an Bedeutung. Die Frequenzabhängigkeit der Moden ist geringfügig verschieden.

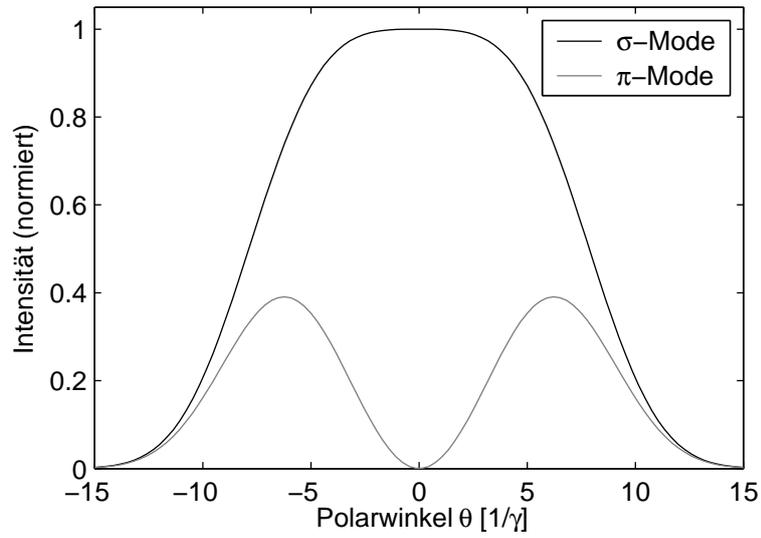


Abbildung 2.31: Synchrotronstrahlungsintensität als Funktion des Polarwinkels θ in Einheiten von $1/\gamma$, normiert auf ein Maximum von 1, wobei $\omega/\omega_c = 2 \cdot 10^{-3}$ und $\gamma = 270$ gewählt wurde. Der Öffnungswinkel der beiden Keulen der π -Mode beträgt etwa $12/\gamma$.

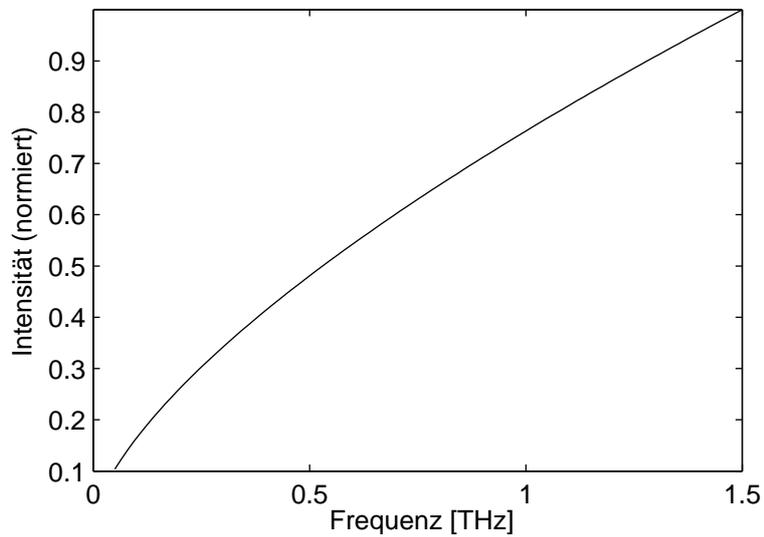


Abbildung 2.32: Synchrotronstrahlungsintensität als Funktion der Frequenz, normiert auf ein Maximum von 1 bei $\gamma = 270$ unter einem Winkel von $\theta = 0$.

2 Grundlagen

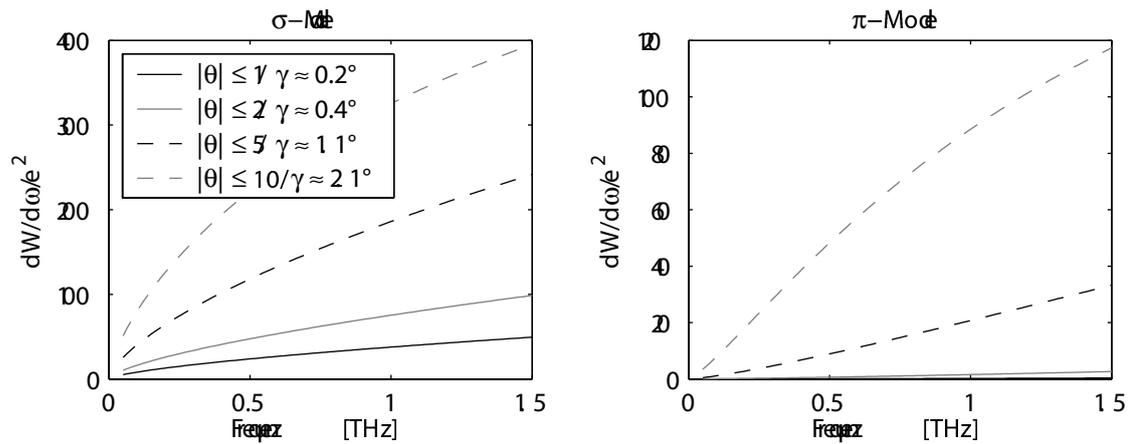


Abbildung 2.33: Synchrotronstrahlungsintensität als Funktion der Frequenz, integriert über verschiedene Raumwinkel θ und normiert auf q^2 bei $\gamma = 270$. Dargestellt sind die σ -Mode (links) und die π -Mode (rechts).

2.7 Abgestrahlte Energie der verschiedenen Strahlungsarten

2.7.1 Übergangsstrahlung

Die mit dem Übergangsstrahlungspuls abgestrahlte Energie lässt sich berechnen, indem man die spektrale Energiedichte über den Frequenzbereich und den Raumwinkel integriert. Hier soll die Spezialisierung auf eine unendlich ausgedehnte metallische Fläche betrachtet werden, da der Übergangsstrahlungsschirm aus einer dünnen Aluminiumfolie besteht. Weiterhin wird der hochrelativistische Grenzfall betrachtet. Beides ist in Gleichung 2.32 berücksichtigt. Integriert man diese über den gesamten Raumwinkel, so erhält man Gleichung 2.34. Das Ergebnis ist unabhängig von der Frequenz. Die Integration über den zu betrachtenden Frequenzbereich liefert also nur einen Faktor für die Bandbreite. Deshalb soll an dieser Stelle die pro 1 THz Bandbreite abgestrahlte Energie angegeben werden.

$$\frac{I_1}{\Delta f} = 2\pi \frac{dW}{d\omega} = 110 \frac{\mu\text{eV}}{\text{THz}} \quad (2.79)$$

Dabei wurde $\gamma = 270$ gewählt. Für den wichtigen Frequenzbereich, in dem kohärente Abstrahlung auftritt und der hier betrachtet werden soll ($50 \text{ GHz} < f < 1,5 \text{ THz}$), entspricht das einer Energie von $I_1 = 160 \mu\text{eV}$. Im sichtbaren Frequenzbereich mit Wellenlängen zwischen 400 und 800 nm, entsprechend $375 \text{ THz} < f < 750 \text{ THz}$, werden $I_1 = 40 \text{ meV}$ abgestrahlt. Bei einer mittleren Photonenenergie von $E_\gamma = \hbar\omega = 3,1 \text{ eV}$ (mit $\omega = 2\pi c/\lambda$ und $\lambda = 600 \text{ nm}$) wird also im Mittel von etwa 80 Elektronen ein einzelnes Photon emittiert.

Die Erweiterung von einem Teilchen auf einen Bunch mit N Teilchen ist durch Gleichung 2.7 gegeben. Man sieht, dass sich die abgestrahlte Energie aus zwei Teilen zusammensetzt. Der eine Teil ist proportional zur Teilchenanzahl N und beschreibt die inkohärente Abstrahlung. Der zweite Teil beschreibt die kohärente Abstrahlung und ist proportional zu $N^2 |f(\omega)|^2$. Darin ist der Formfaktor $f(\omega)$ enthalten. Dieser wurde in Gleichung 2.6 allgemein abgeleitet. Für kleine Beobachtungswinkel θ und eine Ladungsverteilung ρ , die dünn gegen die Länge ist, kann deren

2.7 Abgestrahlte Energie der verschiedenen Strahlungsarten

radiale Ausdehnung vernachlässigt werden, so dass $\rho = \rho(z)$ gilt. Man erhält Gleichung 2.8:

$$f(\omega) = \int dz \rho(z) \exp\left(\frac{i\omega z}{c}\right) \quad . \quad (2.80)$$

Die von N Teilchen abgestrahlte Energie errechnet sich damit zu

$$I_N = N^2 \int d\omega \frac{dW}{d\omega} |f(\omega)|^2 \quad . \quad (2.81)$$

Für eine gaussförmige Ladungsverteilung $\rho(t)$ mit einer Breite von σ_t erhält man

$$f(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2 \sigma_t^2}{2}\right) \quad . \quad (2.82)$$

Wählt man jetzt einen typischen Bunch mit einer Ladung von 1 nC, entsprechend $N = 6,25 \cdot 10^9$ Elektronen, $\gamma = 270$ und eine Pulsbreite von $\sigma_t = 1$ ps, so erhält man das in Abbildung 2.34 dargestellte Frequenzspektrum. Neben dem gaussförmigen ist noch das Spektrum der simulierten

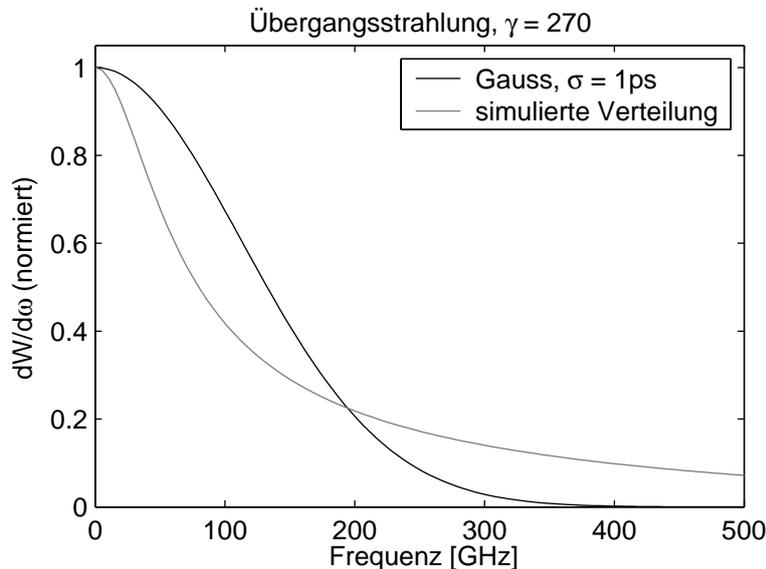


Abbildung 2.34: Frequenzspektrum zweier Ladungsverteilungen an einer Übergangsstrahlungsquelle. Für das durchgezogene Spektrum wurde eine gaussförmige Ladungsverteilung mit einer Breite im Zeitraum von $\sigma_t = 1$ ps. Das andere Spektrum wurde aus einer Simulation der erwarteten kürzesten Verteilung bei TTF (siehe [Sch01]) berechnet. Die Energiedichte wurde über eine Winkelakzeptanz von $|\theta| < 0,25$ rad integriert. Die Spektren sind im Maximum auf 1 normiert.

Ladungsverteilung bei TTF abgebildet [Sch01].

Integriert man das gaussförmige Frequenzspektrum zwischen 50 GHz und 1 THz, so errechnet sich die abgestrahlte Energie zu

$$I_N \approx 130 \mu\text{J} \quad . \quad (2.83)$$

Dabei ist allerdings zu beachten, dass bei der Berechnung der spektralen Energiedichte $dW/d\omega$ Gleichung 2.32 über den gesamten Raumwinkel von 4π integriert wurde, um zu Gleichung 2.34

2 Grundlagen

zu gelangen. Ist die räumliche Akzeptanz beschränkt, so ist dies entsprechend zu berücksichtigen. Wie in Abschnitt 2.4 diskutiert wurde, ist Übergangsstrahlung stark winkelabhängig. Die gesamte Energie wird lediglich in zwei senkrecht zueinander stehende, eng begrenzte Kegel abgestrahlt. Einem einzelnen Detektor steht somit in guter Näherung nur die halbe der hier berechneten Energie zur Verfügung.

Die abgestrahlte Leistung errechnet sich, indem man die longitudinal gaussverteilte Ladungsdichte in eine zeitliche Verteilung umrechnet. Dabei muss berücksichtigt werden, dass die Leistung quadratisch mit dem Formfaktor $f(\omega)$ skaliert (siehe Gleichung 2.7):

$$P_N(t) = I_N \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma_t} \exp\left(-\frac{t^2}{\sigma_t^2}\right) . \quad (2.84)$$

Der Spitzenwert wird bei $t = 0$ erreicht und beträgt

$$P_N(0) \approx 73 \text{ MW} . \quad (2.85)$$

2.7.2 Diffraktionsstrahlung einer Kreisblende

Die spektrale Energiedichte pro Raumwinkel, die von einem Elektron emittiert wird, wenn es durch eine Kreisblende in einer unendlich ausgedehnten Fläche tritt, ist mit Gleichung 2.51 errechnet worden. Die totale abgestrahlte Energie erhält man, indem diese über den gesamten Raumwinkel und den zu betrachtenden Frequenzbereich integriert wird. Aufgrund der in Abschnitt 2.5.1 beschriebenen Zusammenhänge zwischen dem Betrachtungswinkel und der Frequenzabhängigkeit, soll an dieser Stelle der Akzeptanzbereich, über den integriert wird, auf $|\theta| \leq 3/\gamma \approx 10 \text{ mrad}$ beschränkt werden. Daran angepasst wird $\gamma = 270$ gewählt, der Blendenradius auf $a = 1 \text{ mm}$ festgelegt und der Frequenzbereich auf $50 \text{ GHz} < f < 1 \text{ THz}$ begrenzt. Unter diesen Voraussetzungen wird in eine der zwei Keulen eine Energie von

$$I_1 = 12 \mu\text{eV} \quad (2.86)$$

pro Elektron abgestrahlt. In Analogie zum vorhergehenden Abschnitt kann nun noch die von $N = 6,25 \cdot 10^9$ Elektronen in einem gaussförmigen Paket mit einer Varianz von $\sigma_t = 1 \text{ ps}$ abgestrahlte Energie bestimmt werden:

$$I_N = 8 \mu\text{J} . \quad (2.87)$$

Das entsprechende Frequenzspektrum an einer Scheibe mit einem Durchmesser von 20 mm ist in Abbildung 2.35 dargestellt. Als Folge der endlichen Scheibengröße werden die Spektren deutlich verändert. Vor allem die fehlenden niedrigen Frequenzen fallen im Vergleich mit Abbildung 2.34 auf.

Die erwarteten Frequenzspektren für die gleichen Ladungsverteilungen an einem unendlich ausgedehnten Schirm mit einem Loch von 5 mm Durchmesser, durch die die Ladungsverteilung mittig hindurch fliegt, ist in Abbildung 2.36 dargestellt. Wie erwartet sind die Intensitäten bei hohen Frequenzen reduziert und Resonanzen erkennbar.

Betrachtet man beide Effekte gemeinsam, so erhält man die Spektren in Abbildung 2.37. Die tiefen Frequenzen sind durch den endlichen Durchmesser des Schirms beschränkt, während die hohen Frequenzen durch die Blende beeinflusst werden. Dazwischen sind diverse Resonanzen zu erkennen. Verglichen mit den Spektren für Übergangsstrahlung (siehe Abbildung 2.34) sind sehr deutliche Veränderungen festzustellen.

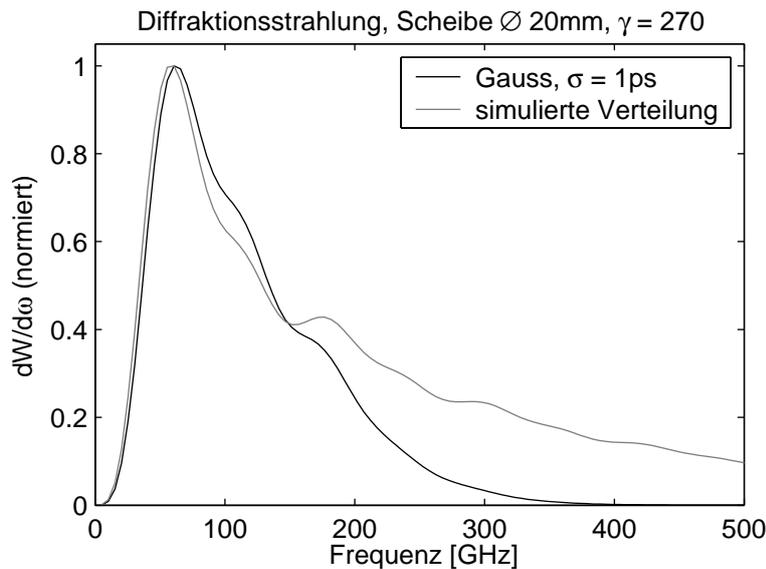


Abbildung 2.35: Frequenzspektrum zweier Ladungsverteilungen an einem Schirm als Diffraktionsstrahlungsquelle. Der ideal metallische Schirm hat einen Durchmesser von 20mm. Für das durchgezogene Spektrum wurde eine gaussförmige Ladungsverteilung mit einer Breite im Zeitraum von $\sigma_t = 1$ ps. Das andere Spektrum wurde aus einer Simulation der erwarteten kürzesten Verteilung bei TTF (siehe [Sch01]) berechnet. Die Energiedichte wurde über eine Winkelakzeptanz von $|\theta| < 0,25$ rad integriert. Die Spektren sind im Maximum auf 1 normiert.

2.7.3 Diffraktionsstrahlung einer semi-unendlich ausgedehnten Fläche

Die Energie, die von einem Teilchen, das an einer semi-unendlich ausgedehnten Fläche vorbeifliegt, abgestrahlt wird, lässt sich durch Integration von Gleichung 2.56 errechnen. Unter den im vorangegangenen Abschnitt aufgeführten Randbedingungen ($\gamma = 270$, $50 \text{ GHz} < f < 1 \text{ THz}$, $0 < \theta < 3/\gamma$, $0 < \phi < 2\pi$) erhält man für einen minimalen Abstand zwischen Teilchen und Schirm von $a = 1$ mm und senkrecht zur Flugbahn angeordneten Schirm eine Energie von

$$I_1 = 4,5 \mu\text{eV} \quad . \quad (2.88)$$

Dabei wurde, wie in den vorangegangenen Abschnitten auch, nur die in eine Keule abgestrahlte Energie errechnet.

Führt man die gleiche Rechnung noch für einen gaussförmigen Bunch mit einer Ladung von 1 nC, entsprechend $N = 6,25 \cdot 10^9$ Elektronen, mit einer zeitlichen Breite von $\sigma_t = 1$ ps aus, so erhält man

$$I_N = 3 \mu\text{J} \quad . \quad (2.89)$$

Das zugehörige Frequenzspektrum ist in Abbildung 2.38 dargestellt. Gegenüber Abbildung 2.34 sind Modifikationen nur bei hohen Frequenzen zu sehen.

2.7.4 Synchrotronstrahlung

Die Energie, die ein Elektron beim Durchfliegen eines Magnetfeldes in Form von Synchrotronabstrahlung abgibt, ist in Gleichung 2.76 angegeben. Konkrete Werte erhält man, indem über

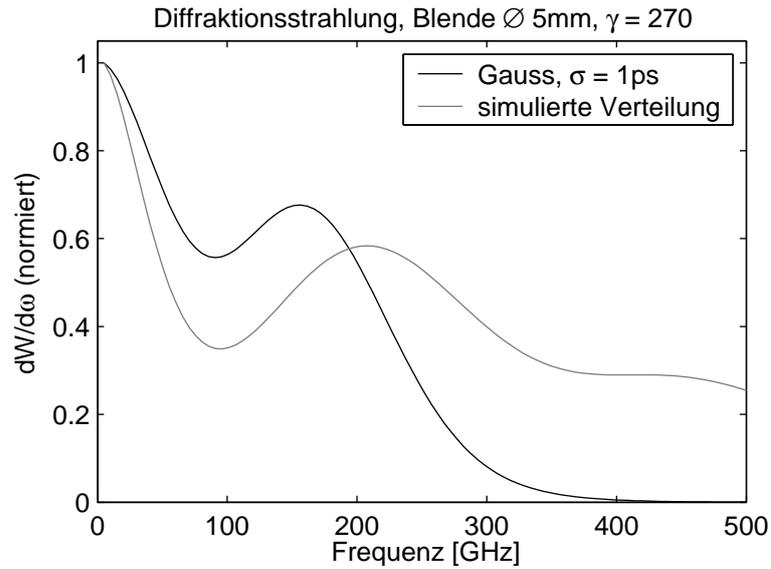


Abbildung 2.36: Frequenzspektrum zweier Ladungsverteilungen an einer Blende als Diffraktionsstrahlungsquelle. Der ideal metallische Schirm hat ein Loch mit einem Durchmesser von 5 mm in der Mitte. Für das durchgezogene Spektrum wurde eine gaussförmige Ladungsverteilung mit einer Breite im Zeitraum von $\sigma_t = 1$ ps. Das andere Spektrum wurde aus einer Simulation der erwarteten kürzesten Verteilung bei TTF (siehe [Sch01]) berechnet. Die Energiedichte wurde über eine Winkelakzeptanz von $|\theta| < 0,25$ rad integriert. Die Spektren sind im Maximum auf 1 normiert.

einen bestimmten Akzeptanzbereich integriert. Für einen Akzeptanzbereich von z.B. 10 mrad erhält man eine Energie von

$$I_1^{10\text{mrad}} = 1,9 \mu\text{eV} \quad (2.90)$$

in einem Frequenzband zwischen 50 GHz und 1 THz bei $\gamma = 270$ und einem Krümmungsradius von $\rho = 1,5$ m, wie man ihn im Bunch-Kompressor BC2 findet.

Betrachtet man die kohärente Abstrahlung von $N = 6,25 \cdot 10^9$ Teilchen, entsprechend 1 nC, in einem gaussförmigen Bunch mit einer zeitlichen Breite von $\sigma_t = 1$ ps, so erhält man

$$I_N = 0,2 \mu\text{J} \quad (2.91)$$

Das zugehörige Frequenzspektrum ist in Abbildung 2.39 dargestellt. Aufgrund der Frequenzabhängigkeit der Synchrotronstrahlung hat das Spektrum ein ausgeprägtes Maximum.

2.8 Kramers-Kronig Dispersionsrelation

Mit Hilfe der Dispersionsrelation von *Kramers und Kronig* kann zu einer analytischen Funktion, von der nur der Absolutwert bekannt ist, die Phase berechnet werden.

Die hier vorgestellte Ableitung orientiert sich an [Sch], sowie an [SLWS97]. Weitergehende Ausführungen finden sich in [Woo72].

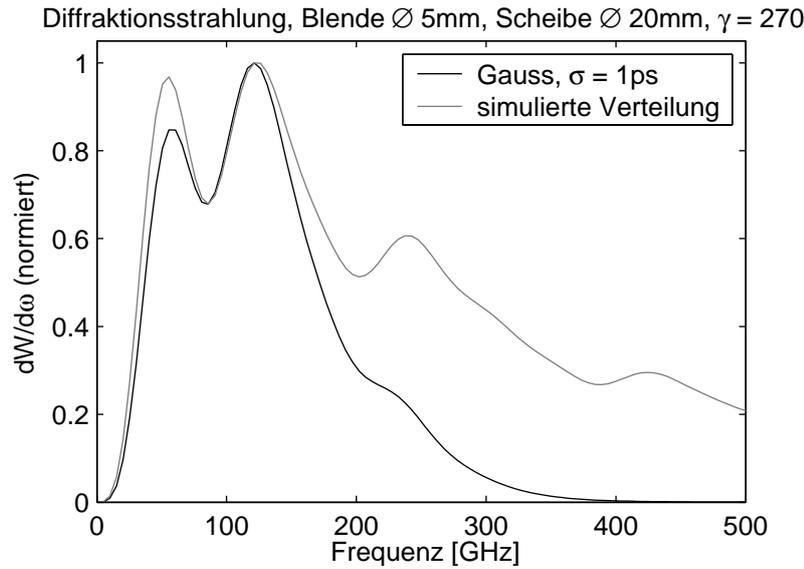


Abbildung 2.37: Frequenzspektrum zweier Ladungsverteilungen an einem endlichen Schirm mit Loch als Diffraktionsstrahlungsquelle. Der ideal metallische Schirm hat einen Durchmesser von 20mm, das Loch in der Mitte 5mm. Für das durchgezogene Spektrum wurde eine gaussförmige Ladungsverteilung mit einer Breite im Zeitraum von $\sigma_t = 1$ ps. Das andere Spektrum wurde aus einer Simulation der erwarteten kürzesten Verteilung bei TTF (siehe [Sch01]) berechnet. Die Energiedichte wurde über eine Winkelakzeptanz von $|\theta| < 0,25$ rad integriert. Die Spektren sind im Maximum auf 1 normiert.

Wird eine elektromagnetische Welle an einer metallischen Grenzfläche reflektiert, so gilt für das Feld der Ansatz:

$$E_r(\omega) = r(\omega)E_e(\omega) \quad . \quad (2.92)$$

Dabei sind die Indizes so gewählt, dass E_e das einlaufende und E_r das reflektierte Feld beschreibt. Die Funktion $r(\omega)$ kann als

$$r(\omega) = \rho(\omega) \exp(i\phi(\omega)) \quad (2.93)$$

angesetzt werden. $\rho(\omega)$ und $\phi(\omega)$ sind dabei beide reell. Die gemessene Reflektivität $R(\omega)$ ergibt sich danach zu

$$R(\omega) = |r(\omega)|^2 = \rho(\omega)^2 \quad . \quad (2.94)$$

Durch Logarithmierung von Gleichung 2.93 erhält man

$$\ln r(\omega) = \ln \rho(\omega) + i\phi(\omega) \quad . \quad (2.95)$$

Allerdings ist hiermit die Randbedingung verknüpft, dass $r(\omega) \neq 0$ für alle ω sein muss, weil die Gleichung ansonsten divergiert. Dies ist in der realen Welt immer erfüllt, da sich $r(\omega)$ als Funktion des Brechungsindex $n(\omega)$ und der Absorption $k(\omega)$ schreiben lässt

$$r(\omega) = \frac{n(\omega) - 1 + ik(\omega)}{n(\omega) + 1 + ik(\omega)} \quad . \quad (2.96)$$

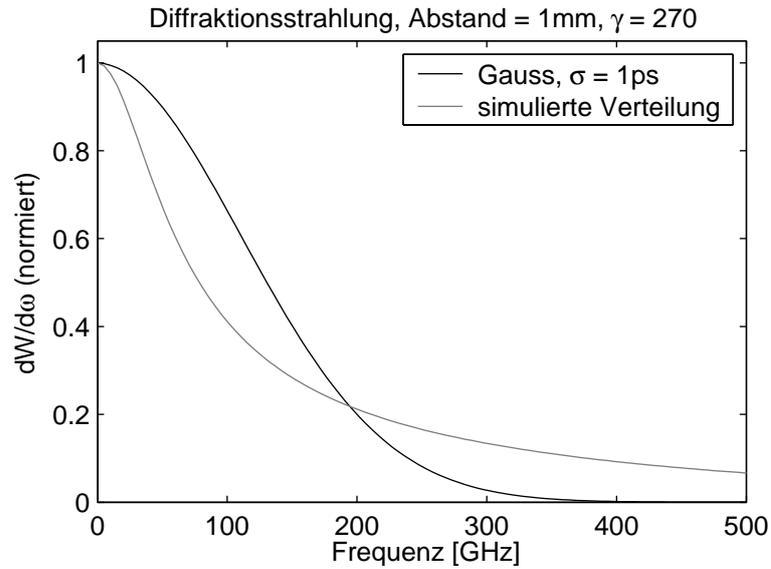


Abbildung 2.38: Frequenzspektrum zweier Ladungsverteilungen an einem semi-unendlich ausgedehnten Schirm als Diffraktionsstrahlungsquelle. Der ideal metallische Schirm hat einen Abstand von $a=1$ mm zum Strahl. Für das durchgezogene Spektrum wurde eine gaussförmige Ladungsverteilung mit einer Breite im Zeitraum von $\sigma_t = 1$ ps. Das andere Spektrum wurde aus einer Simulation der erwarteten kürzesten Verteilung bei TTF (siehe [Sch01]) berechnet. Die Energiedichte wurde über eine Winkelakzeptanz von $|\theta| < 0,25$ rad integriert. Die Spektren sind im Maximum auf 1 normiert.

Aus $r(\omega) = 0$ folgt $n(\omega) = 1$ und $k(\omega) = 0$. $n(\omega) = 1$ kann zwar auftreten, nicht jedoch $k(\omega) = 0$, da in jedem Medium ein Mindestmaß an Absorption vorhanden ist.

Nun wird die Hilfsfunktion $f(\omega)$ mit der komplexen Variablen ω als

$$f(\omega) = \frac{(1 + \omega_0\omega) \ln r(\omega)}{(1 + \omega^2)(\omega_0 - \omega)} \tag{2.97}$$

definiert. ω_0 ist darin ein beliebiger aber fester Parameter. Dies ist erforderlich, weil im folgenden über die obere komplexe Halbebene ($\text{Im}(\omega) > 0$) integriert werden soll. Mit der Funktion $\ln r(\omega)$ ist das nicht möglich, da $|\ln r(\omega)|$ für $|\omega| \rightarrow \infty$ divergiert. Die Funktion $f(\omega)$ verschwindet hingegen, falls $r(\omega)$ durch die Funktion $|r(\omega)| < b\omega^{-s}$ für $|\omega| \rightarrow \infty$ mit $b, s > 0$ beschränkt ist. Dann gilt:

$$\lim_{|\omega| \rightarrow \infty} |f(\omega)| = \lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \left| \frac{(1 + \omega_0\omega)(-s \ln \omega + \ln b)}{(1 + \omega^2)(\omega_0 - \omega)} \right| \tag{2.98}$$

$$\sim \lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \left| \frac{-s \ln \omega + \ln b}{\omega^2} \right| = 0 \quad . \tag{2.99}$$

Für das weitere Vorgehen wird $f(\omega)$ nun über die reelle ω -Achse integriert. Aufgrund der Singularität bei $\omega = \omega_0$ wird dabei der Hauptwert des Integrals bestimmt. Zur Lösung des Integrals bietet sich eine Erweiterung in die komplexe ω -Ebene an. Man wählt die in Abbildung

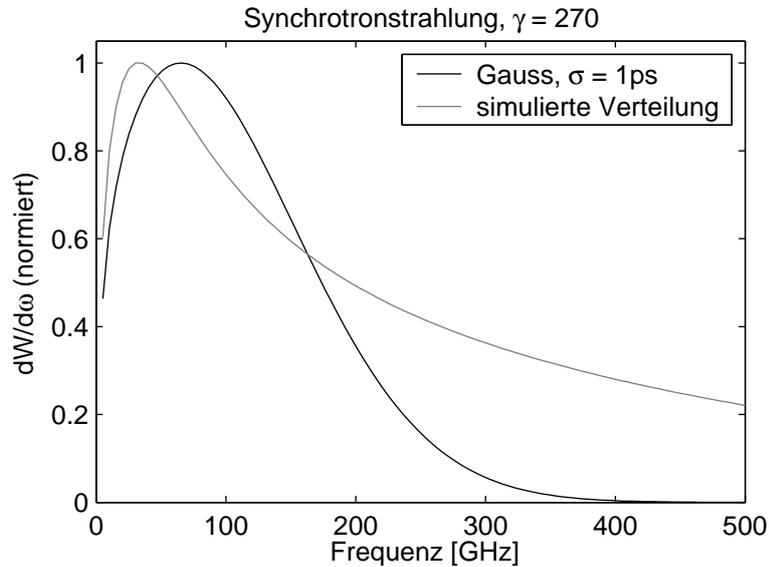


Abbildung 2.39: Frequenzspektrum zweier Ladungsverteilungen an einer Synchrotronstrahlungsquelle. Der Krümmungsradius wurde zu $\rho = 1,5\text{ mm}$ angenommen. Für das durchgezogene Spektrum wurde eine gaussförmige Ladungsverteilung mit einer Breite im Zeitraum von $\sigma_t = 1\text{ ps}$. Das andere Spektrum wurde aus einer Simulation der erwarteten kürzesten Verteilung bei TTF (siehe [Sch01]) berechnet. Die Energiedichte wurde über eine Winkelakzeptanz von $|\theta| < 0,25\text{ rad}$ integriert. Die Spektren sind im Maximum auf 1 normiert.

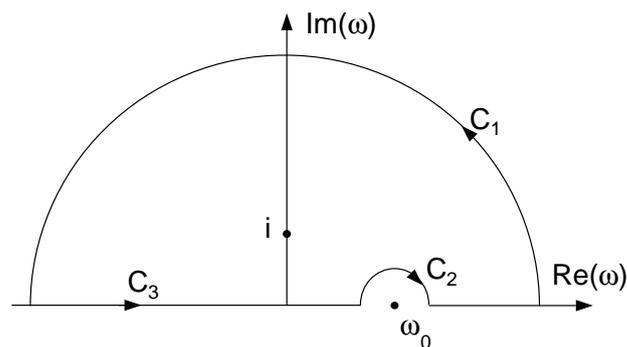


Abbildung 2.40: Integrationsweg C in Gleichung 2.100 die Kramers-Kronig Relation zu errechnen. C_1 beschreibt den äußeren Halbkreis mit $\omega > 0$ und Radius $R \rightarrow \infty$, C_2 den Halbkreis mit $\omega > 0$ aber verschwindendem Radius um den Punkt ω_0 und C_3 ist der Weg zwischen $-\infty < \omega < \infty$.

2 Grundlagen

2.40 dargestellte geschlossene Kurve C bestehend aus den Teilwegen C_1 , C_2 und C_3 . Das Integral lässt sich damit in drei Teilintegrale zerlegen

$$\oint_{-\infty}^{\infty} d\omega f(\omega) d\omega = \underbrace{\oint_C d\omega f(\omega)}_1 - \underbrace{\int_{C_1} d\omega f(\omega)}_2 - \underbrace{\int_{C_2} d\omega f(\omega)}_3 \quad , \quad (2.100)$$

welche im folgenden gesondert gelöst werden. \oint bezeichnet hier das Hauptwertintegral, um die Integration über die Singularität $\omega = \omega_0$ zu kennzeichnen.

1. Das Integral über den geschlossenen Weg C lässt sich unter Verwendung des Residuensatzes lösen, da nur ein Pol bei $\omega = i$ vorliegt:

$$\oint_C d\omega f(\omega) = 2\pi i \frac{(1 + i\omega_0) \ln r(i)}{2i(\omega_0 - i)} \quad (2.101)$$

$$= i\pi \ln r(i) \quad . \quad (2.102)$$

Um $r(i)$ weiter auswerten zu können, nutzt man nun eine allgemeine Darstellung der Reflexionsfunktion als Fourier-Transformierte der linearen Antwortfunktion $G(\tau)$ eines Systems

$$r(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau G(\tau) \exp(i\omega\tau) \quad . \quad (2.103)$$

$G(\tau)$ beschreibt das Verhalten des Systems als Funktion der Zeit. Aus Gründen der Kausalität wird $G(\tau) \equiv 0$ für $\tau < 0$ gesetzt, wodurch die untere Integrationsgrenze 0 wird. Wertet man nun diese Darstellung für $\omega = i$ aus, so erhält man

$$r(i) = \int_0^{\infty} d\tau G(\tau) \exp(-\tau) = \alpha \quad , \quad (2.104)$$

wobei α eine reelle Konstante ist. Damit erhält man als Lösung des ersten Integrals aus Gleichung **2.100**:

$$\oint_C d\omega f(\omega) = i\pi\alpha \quad . \quad (2.105)$$

2. Das Integral über den Halbkreis C_1 wird unter Zuhilfenahme der Randbedingungen der Funktion $f(\omega)$ gelöst. Wird der Radius des Kreises mit R bezeichnet und der Winkel mit θ , so gilt

$$\left| \int_{C_1} d\omega f(\omega) \right| \leq \int_0^{\pi} d\theta |f(\omega)| R \quad . \quad (2.106)$$

Verwendet man

$$\omega = R e^{i\theta} \quad , \quad (2.107)$$

so folgt $|\omega| = R$. Damit erhält man für $R \rightarrow \infty$ unter Verwendung von Gleichung **2.99**

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left| \int_{C_1} d\omega f(\omega) \right| \lesssim \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\ln R}{R} = 0 \quad . \quad (2.108)$$

3. Das Integral über den Halbkreis entlang C_2 um ω_0 herum ergibt sich wieder über den Residuensatz zu

$$\int_{C_2} d\omega f(\omega) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{(1 + \omega_0^2) \ln r(\omega_0)}{(1 + \omega_0^2)} \right) \quad (2.109)$$

$$= -i\pi \ln r(\omega_0) \quad . \quad (2.110)$$

Der Faktor $1/2$ kommt dadurch zustande, dass nur über den Halbkreis $\omega > 0$ integriert wird. Das negative Zeichen entsteht durch die im mathematischen Sinne negative Umlaufrichtung des Weges C_2 .

Fasst man alle drei Teile zusammen, so erhält man als Lösung für Gleichung 2.100 das Hauptwertintegral

$$\oint_{-\infty}^{\infty} d\omega f(\omega) = i\pi\alpha + i\pi \ln r(\omega_0) \quad . \quad (2.111)$$

Unter Verwendung der Definition für $f(\omega)$ aus Gleichung 2.97, sowie der von $\ln r(\omega)$ aus Gleichung 2.95 und unter Beschränkung auf den Realteil, erhält man

$$\oint_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{(1 + \omega_0\omega) \ln \rho(\omega)}{(1 + \omega^2)(\omega_0 - \omega)} = \pi\phi(\omega_0) \quad . \quad (2.112)$$

Dies ist ein erster Ausdruck, mit dem sich eine Phase $\phi(\omega_0)$ zu einem gegebenen Mess-Signal $\rho(\omega)$ errechnen lässt:

$$\phi(\omega_0) = \frac{1}{\pi} \oint_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{(1 + \omega_0\omega) \ln \rho(\omega)}{(1 + \omega^2)(\omega_0 - \omega)} \quad . \quad (2.113)$$

Um diesen noch weiter zu vereinfachen, verwendet man die Eigenschaft, dass die in Gleichung 2.92 eingeführten elektromagnetischen Felder reell sein müssen. Dadurch ergeben sich Symmetrien, die auf ρ und θ übertragen zu

$$\rho(-\omega) = \rho(\omega) \quad (2.114)$$

$$\theta(-\omega) = -\theta(\omega) \quad (2.115)$$

führen. Dadurch lässt sich das Hauptwertintegral in die Form

$$\phi(\omega_0) = \frac{2\omega_0}{\pi} \oint_0^{\infty} d\omega \frac{\ln \rho(\omega)}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (2.116)$$

bringen, falls nur positive Frequenzen betrachtet werden. Die Singularität bei $\omega = \omega_0$ lässt sich noch beseitigen, indem man den Term

$$\frac{2\omega_0}{\pi} \ln \rho(\omega_0) \cdot \oint_0^{\infty} \frac{d\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \equiv 0 \quad (2.117)$$

subtrahiert. Dieser ist identisch 0, da das unbestimmte Integral über $d\omega$ die zwei Lösungen

$$\int \frac{d\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{1}{2\omega_0} \left\{ \begin{array}{l} \ln \frac{\omega_0 + \omega}{\omega_0 - \omega} \\ \ln \frac{\omega + \omega_0}{\omega - \omega_0} \end{array} \right. \quad (2.118)$$

besitzt, woraus folgt:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\oint_0^{\omega_0 - \varepsilon} \frac{d\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} + \oint_{\omega_0 + \varepsilon}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right] = 0 \quad . \quad (2.119)$$

So erhält man die *Kramers-Kronig Relation* unter Umbenennung der Variablen ($\omega \rightarrow x$, $\omega_0 \rightarrow \omega$)

$$\phi(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} \oint_0^{\infty} dx \frac{\ln \rho(x) - \ln \rho(\omega)}{x^2 - \omega^2} \quad , \quad (2.120)$$

welche die gesuchte Phase zur Gleichung 2.92 beschreibt.

2 Grundlagen

3 Der Messaufbau

Für die Messungen bei TTF wurde ein Martin-Puplett-Interferometer aufgebaut. Das Martin-Puplett-Interferometer ähnelt dem Michelson-Interferometer. Der wichtigste Unterschied liegt darin, dass die Strahlen nach Polarisation getrennt werden. Dadurch wird im wesentlichen eine Änderung der Polarisation als Funktion des Gangunterschiedes erzeugt. In einer geeigneten Analysevorrichtung lässt sich diese unabhängig von der Intensität am Eingang des Interferometers messen.

3.1 Das Interferometer

3.1.1 Prinzip des Martin-Puplett-Interferometers

Die prinzipielle Anordnung des Martin-Puplett-Interferometers ist in Abbildung 3.1 dargestellt. Die einlaufende elektromagnetische Strahlung besitzt eine unbekannte Polarisation. Das erste Element des Aufbaus ist der Polarisator, der die einlaufende Strahlung horizontal linear (0°) polarisiert. Die zweite, vertikale Komponente wird nicht verwendet. Als Polarisator dient ein Drahtgitter, das in Transmission oder Reflexion verwendet werden kann. Aus diesem Grund besitzt das Martin-Puplett-Interferometer zwar zwei Eingänge, von denen aber nur einer benutzt wird.

Die polarisierte Strahlung trifft anschließend auf ein zweites Drahtgitter, das den Strahlteiler bildet. Dieser ist so angeordnet, dass die Strahlung nach Polarisationsrichtungen in zwei Teilstrahlen mit gleichen Amplituden aufgespalten wird. Die Orientierung ist deshalb so gewählt, dass die Polarisationen $\pm 45^\circ$ gegen die Eingangspolarisation verdreht sind. Da das Gitter allerdings unter 45° gegen die Einfallrichtung gedreht ist, müssen die Drähte unter $\tan \phi = 1/\sqrt{2}$, also $\phi \approx 34,3^\circ$, angeordnet sein.

Die beiden Teilstrahlen treffen hinter dem Strahlteiler auf je einen Dachspiegel, deren Kanten jeweils senkrecht zur Einfallrichtung (90°) orientiert sind. Dachspiegel haben die Eigenschaft, dass sie das elektromagnetische Feld an einer Ebene aus der Kante des Dachspiegels und der Einfallrichtung spiegeln. Durch die gewählte Anordnung dreht sich die Polarisation der beiden Teilstrahlen um 90° auf $\mp 45^\circ$ und die beiden Teilstrahlen werden zurück in Richtung Strahlteiler reflektiert.

Am Strahlteiler laufen sie nicht in den Eingang zurück, da die Dachspiegel die Polarisationen gedreht haben. Der Teilstrahl, der vorher reflektiert wurde, wird jetzt vom Strahlteiler durchgelassen, während der zweite Teilstrahl, der auf dem Hinweg durchgelassen wurde, auf dem Rückweg reflektiert wird. Hinter dem Strahlteiler überlagern sich die beiden Teilstrahlen. Aufgrund der unterschiedlichen Weglängen, die die Teilstrahlen in den beiden Armen zurückgelegt haben, ist dabei eine Phasendifferenz zu berücksichtigen. Diese wird durch Verschieben der beiden Dachspiegel gegeneinander eingestellt. Die Polarisation der Strahlung ändert sich dadurch von linear (Gangunterschied = 0) über zirkular (Gangunterschied = $\lambda/4$) bis linear 90° gedreht

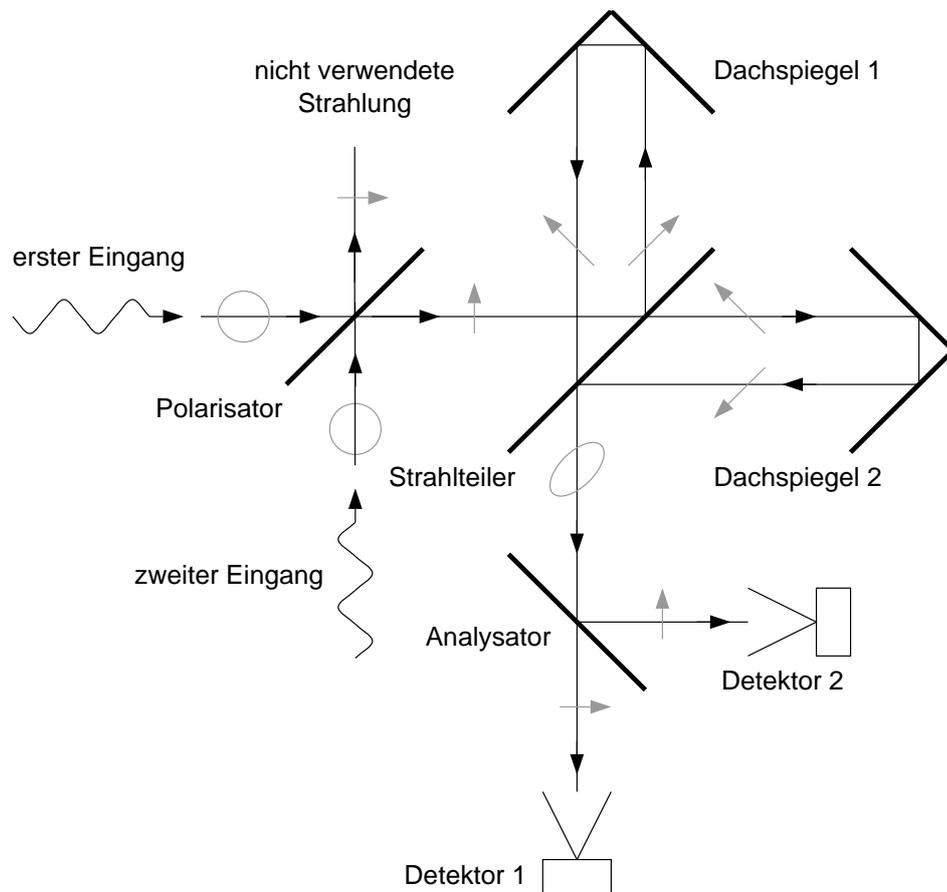


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau eines Martin-Puplett-Interferometers. In grau angedeutet ist die Polarisation der elektromagnetischen Strahlung. Die einlaufende Strahlung wird am Eingang der Interferometers polarisiert. Da der Polarisator in Transmission oder Reflexion verwendet werden kann, besitzt das Interferometer zwei Eingänge. Die jeweilige zweite Polarisationskomponente wird nicht verwendet.

(Gangunterschied = $\lambda/2$). Beim verwendeten Aufbau ist der eine Dachspiegel fixiert, während der andere beweglich auf einem Schlitten montiert ist.

Die Information über den Gangunterschied steckt nach der Interferenz der beiden Teilstrahlen in der elliptischen Polarisation. Um diese zu bestimmen, wird ein weiteres Drahtgitter als Polarisator in den Strahlengang gestellt. Dieses ist so orientiert, dass bei Gangunterschied = 0 nur ein Detektor Intensität wahrnimmt und wird als Analysator bezeichnet.

Die Intensität der beiden Strahlen, die den Analysator in Reflexion bzw. Transmission verlassen, werden mit jeweils einem Detektor gemessen. Die verwendeten Detektoren sind thermische Detektoren, die nur die integrierte Leistung messen können, nicht aber die Polarisation oder Frequenzabhängigkeit.

Im folgenden wird die Leistung, die die beiden Detektoren sehen, mathematisch formuliert. Die Darstellung orientiert sich an [Lei98].

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird angenommen, dass der Polarisator in \mathbf{e}_x orientiert sei. Wenn $E_{in}(\omega)$ die Amplitude des elektromagnetischen Feldes als Funktion der Kreisfrequenz

ω am Eingang des Interferometers ist, dann hat das elektromagnetische Feld hinter dem Polarisator die Form

$$\mathbf{E}_{in}(t, \omega) = E_{in}(\omega) \sin(\omega t) \mathbf{e}_x \quad . \quad (3.1)$$

Der Strahlteiler ist 45° gegen den Polarisator gedreht. Entsprechend hat die Strahlung hinter dem Polarisator die Richtungen $(\mathbf{e}_x \pm \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. Wegen der Teilung in zwei Teilstrahlen haben beide die Amplitude $E_{in}(\omega)/\sqrt{2}$ und man erhält die Felder

$$\mathbf{E}_{1,2}(t, \omega) = \frac{E_{in}(\omega)}{2} \sin(\omega t) (\mathbf{e}_x \pm \mathbf{e}_y) \quad . \quad (3.2)$$

An den beiden Dachspiegeln wird die Polarisation gespiegelt, was einer Drehung um $\mp 90^\circ$ entspricht. Dadurch haben die beiden Teilstrahlen auf dem Rückweg zum Strahlteiler die Richtungen $(\mathbf{e}_x \mp \mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$. Die beiden Weglängen vom Strahlteiler zu den Dachspiegeln und zurück zum Strahlteiler werden noch in Zeiten umgerechnet und $\Delta t_{1,2}$ genannt. Damit erhält man für die zurückgelaufenen elektromagnetischen Felder direkt vor dem Strahlteiler die Form

$$\mathbf{E}_{1,2}(t, \omega) = \frac{E_{in}(\omega)}{2} \sin(\omega(t + \Delta t_{1,2})) (\mathbf{e}_x \mp \mathbf{e}_y) \quad . \quad (3.3)$$

Hinter dem Strahlteiler interferieren diese, was mathematisch einer vektoriellen Addition entspricht. Als resultierendes Feld erhält man

$$\mathbf{E}_{out}(t, \omega) = \mathbf{E}_1(t, \omega) + \mathbf{E}_2(t, \omega) \quad (3.4)$$

$$= \frac{E_{in}(\omega)}{2} [(\sin(\omega(t + \Delta t_1)) + \sin(\omega(t + \Delta t_2))) \mathbf{e}_x + (-\sin(\omega(t + \Delta t_1)) + \sin(\omega(t + \Delta t_2))) \mathbf{e}_y] \quad (3.5)$$

$$= E_{in}(\omega) \left[\sin\left(\frac{\omega}{2}(2t + \Delta t_1 + \Delta t_2)\right) \cos\left(\frac{\omega}{2}(\Delta t_1 - \Delta t_2)\right) \mathbf{e}_x + \sin\left(\frac{\omega}{2}(\Delta t_2 - \Delta t_1)\right) \cos\left(\frac{\omega}{2}(2t + \Delta t_1 + \Delta t_2)\right) \mathbf{e}_y \right] \quad . \quad (3.6)$$

Durch den nun folgenden Analysator wird das elektromagnetische Feld wieder in zwei Teilstrahlen aufgespalten. Der Analysator ist genau wie der Polarisator in Richtung \mathbf{e}_x orientiert. Das bedeutet, dass der eine Detektor das Feld in \mathbf{e}_x -Richtung ($\mathbf{E}_{out}(t, \omega) \cdot \mathbf{e}_x$) und der andere das Feld in \mathbf{e}_y -Richtung ($\mathbf{E}_{out}(t, \omega) \cdot \mathbf{e}_y$) misst. Unter Vernachlässigung einiger Konstanten ergibt sich die Leistung $I_{1,2}(\omega)$, die die Detektoren messen, als Quadrat des elektrischen Feldes. Die verwendeten Detektoren sind langsam verglichen mit den betrachteten Frequenzen und registrieren daher nur das zeitliche Mittel der Leistung, was durch den Strich über dem Argument ausgedrückt wird:

$$I_{1,2}(\omega) = \overline{(\mathbf{E}_{out}(t, \omega) \cdot \mathbf{e}_{x,y})^2} \quad . \quad (3.7)$$

Daraus erhält man für die Änderung der Signale der beiden Detektoren, wenn man den zeitlichen Gangunterschied als $\tau = \Delta t_1 - \Delta t_2$ einführt und $I_{in}(\omega) = E_{in}(\omega)^2/2$ verwendet:

$$I_1(\omega) = I_{in}(\omega) \cos^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \quad (3.8)$$

$$I_2(\omega) = I_{in}(\omega) \sin^2\left(\frac{\omega\tau}{2}\right) \quad . \quad (3.9)$$

3 Der Messaufbau

Die beiden Ausdrücke lassen sich noch weiter zu

$$I_{1,2}(\omega) = \frac{I_{in}(\omega)}{2} (1 \pm \cos(\omega\tau)) \quad (3.10)$$

vereinfachen. Daraus erkennt man, dass die beiden Detektoren antikorrelierte Signale messen. Während der eine für $\tau = 0$ maximale Intensität zeigt, verschwindet das Signal des anderen. Dabei entspricht die maximale Intensität genau der am Eingang in das Interferometer eingekoppelten Leistung bei einer festen Frequenz. Die Summe der beiden Detektorsignale $I_1(\omega) + I_2(\omega) = I_{in}(\omega)$ ist unabhängig vom Gangunterschied im Interferometer.

Integriert man die Intensitäten über alle Frequenzen, so erhält man die Intensität der Signale der Detektoren als Funktion des Gangunterschieds τ im Interferometer:

$$I_{1,2}(\tau) = \int_0^\infty d\omega \frac{I_{in}(\omega)}{2} (1 \pm \cos(\omega\tau)) \quad (3.11)$$

Diese Signale werden bei allen Messungen mit dem Interferometer aufgezeichnet. Man erkennt, dass es sich dabei um eine Kosinus-Transformation des Eingangsspektrums handelt.

Die Intensität $I_{in}(\omega)$ lässt sich bei Bunch-Längenmessungen nach Gleichung 2.7 als Produkt aus verschiedenen Komponenten darstellen:

$$I_{in}(\omega) = I_1(\omega) \left[N + N(N-1) |f(\omega)|^2 \right] \prod_i T_i(\omega) \quad (3.12)$$

Dabei ist $I_1(\omega)$ das Spektrum eines einzelnen Teilchens, das nur vom strahlungserzeugenden Prozess abhängt (vergleiche Abschnitte 2.4 - 2.6) und $f(\omega)$ der Formfaktor, der die Information über die Lage der N Teilchen im Bunch enthält. Mit $T_i(\omega)$ sind die Transferfunktionen der verschiedenen Komponenten bezeichnet, die das Spektrum zwischen der Entstehung und der Messung durch die Detektoren beeinflussen.

Für $N \gg 1$ vereinfacht sich Gleichung 3.12 zu

$$I_{in}(\omega) = N^2 I_1(\omega) |f(\omega)|^2 \prod_i T_i(\omega) \quad (3.13)$$

$$= N^2 |G(\omega)|^2 \quad (3.14)$$

$|G(\omega)|^2$ ist das zu messende Frequenzspektrum. Setzt man dieses Ergebnis in Gleichung 3.11 ein und bildet den Quotienten aus Differenz und Summe, so erhält man

$$\frac{I_1(\tau) - I_2(\tau)}{I_1(\tau) + I_2(\tau)} = \frac{\int_0^\infty d\omega |G(\omega)|^2 \cos(\omega\tau)}{\int_0^\infty d\omega |G(\omega)|^2} \quad (3.15)$$

Diese Gleichung zeigt eine interessante Eigenschaft des Martin-Puplett-Interferometers: der Quotient aus Differenz und Summe der Detektorsignale ist unabhängig von der Intensität der elektromagnetischen Strahlung am Eingang des Interferometers. Diese Eigenschaft wird für die Auswertung der Daten verwendet und ist sehr wichtig, weil Intensitätsschwankungen, die beim Betrieb von TTF zum Zeitpunkt der Datennahmen häufig auftraten, keinen Einfluss auf die Messung haben.

3.1.2 Ursprünglicher Aufbau

Der ursprüngliche Aufbau des verwendeten Interferometers ist in Abbildung 3.2 zu sehen. Am

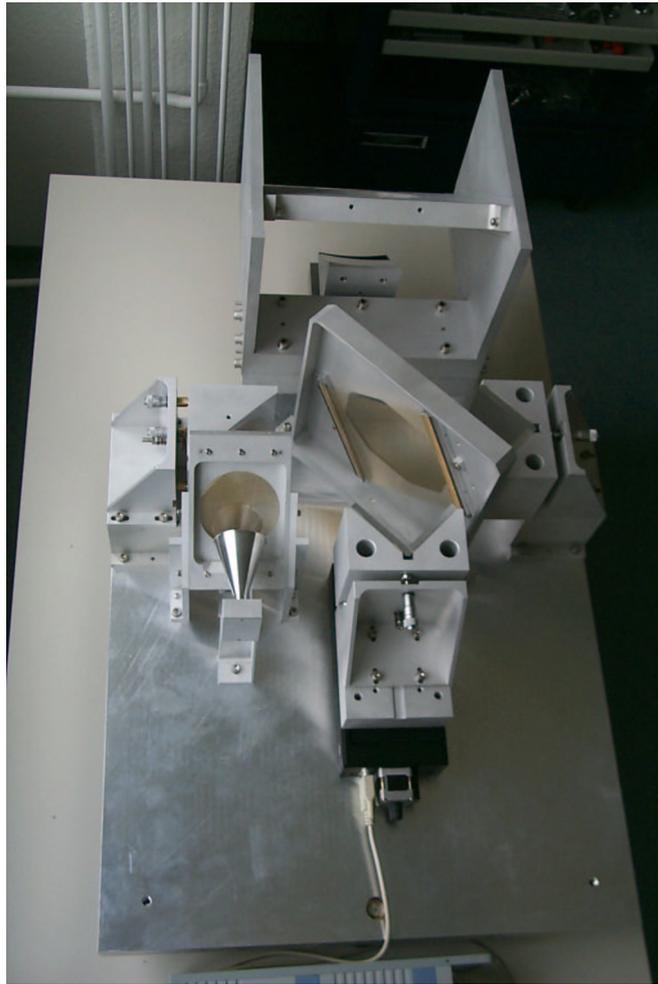


Abbildung 3.2: Foto des Martin-Puplett-Interferometers im ursprünglichen Zustand. In der oberen Bildhälfte erkennt man den Parabolspiegel, der die aus dem Beschleuniger kommende Strahlung zu einer parallelen Wellenfront formt.

Eingang des Interferometers befindet sich ein Parabolspiegel, der aus der Strahlung vom Beschleuniger eine annähernd parallele Wellenfront erzeugt. Der Polarisator ist ein Gitter aus gespannten, feinen Drähten. Das Gitter reflektiert den horizontal polarisierten Anteil der Strahlung Richtung Strahlteiler. Der vertikal polarisierte Anteil wird durchgelassen und nicht weiter verwendet. Für die Messungen standen zwei Sorten von Gittern mit unterschiedlichen Parametern zur Verfügung. Die ersten Gitter wurden aus vergoldeten Wolframdrähten mit einer Dicke von $20\ \mu\text{m}$ bei einem Abstand der Drähte von $100\ \mu\text{m}$ gefertigt [Gei99, Lei98]. Die neueren Gitter besitzen $10\ \mu\text{m}$ dünne Drähte im Abstand von $30\ \mu\text{m}$.

Als Strahlteiler wird ein Gitter mit gleichen Parametern verwendet. Damit in die beiden Arme des Interferometers die gleiche Intensität gelangt, muss der Strahlteiler in der Projektion senkrecht zur Strahlachse um 45° gegen die horizontale Polarisationssebene gedreht sein. Wie bereits erwähnt ist der Winkel ϕ der Drähte gegen die Horizontale damit durch $\tan\phi = 1/\sqrt{2}$, entsprechend $\phi \approx 34,3^\circ$, gegeben.

Hinter dem Strahlteiler laufen die beiden Teilstrahlen in der Strahlebene in orthogonale Rich-

3 Der Messaufbau

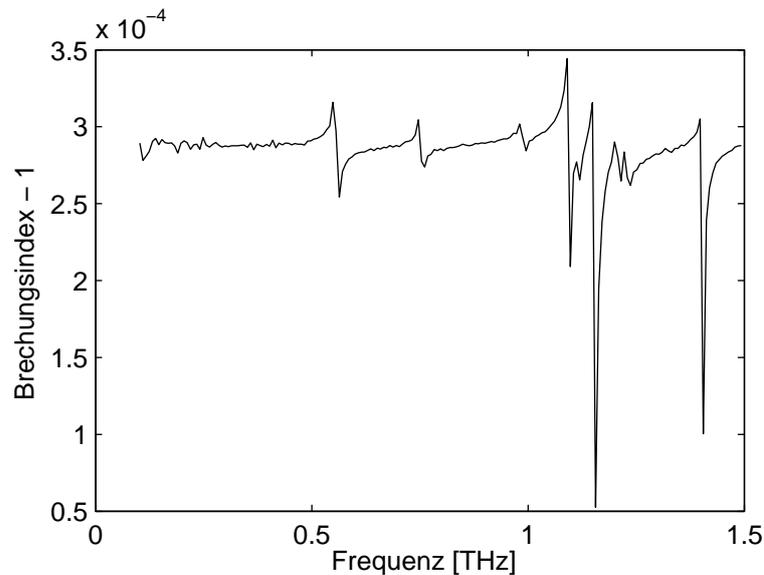


Abbildung 3.3: Brechungsindex von Luft, gemessen im Labor des „Department of Molecular and Optical Physics“ der Universität Freiburg bei 60% relativer Feuchte und 20°C. Mit freundlicher Genehmigung von Herrn P. Uhd Jepsen. [Jep03]

tungen auseinander und treffen auf je einen Dachspiegel, die vertikal orientiert sind. Der eine Dachspiegel ist fest, der andere auf einem Schlitten montiert und kann über einen Schrittmotor ferngesteuert verfahren werden. Der Gangunterschied τ als Funktion des Schlittenweges s beträgt

$$\tau = \frac{2s}{c'} \quad , \quad (3.16)$$

wobei $c' = c/n$ die Lichtgeschwindigkeit in Luft ist. Der Brechungsindex von Luft ist in Abbildung 3.3 dargestellt. Im Frequenzbereich zwischen 100 GHz und 1,5 THz liegt er im Mittel bei $n = 1,00029$. Die Oszillationen entstehen durch die Anregung von Rotationsmoden von Wassermoleküle in der Luft und die dadurch verursachten Absorptionen. Mit diesem Brechungsindex verringert sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit um $1 - 1/n$, was 0,029% entspricht.

Hinter dem Strahlteiler befindet sich ein zweiter Parabolspiegel, der die elektromagnetische Strahlung auf die Detektoren fokussiert. Der kombinierte Strahl ist im allgemeinen elliptisch polarisiert. Die Aufteilung auf die beiden Detektoren erfolgt durch das Analysatorgitter, das sich zwischen Parabolspiegel und Detektoren befindet. Die beiden Detektoren messen jeweils die horizontale und vertikale Komponente des Interferenzsignals.

3.1.3 Modifizierter Aufbau

Im Sommer 2001 wurde das Interferometer, um eine größere Flexibilität zu erlangen, umgebaut. Abbildung 3.4 können die Änderungen entnommen werden. Um genauere Untersuchungen zur kohärenten Synchrotronstrahlung machen zu können, wurde das polarisierende Gitter am Eingang des Interferometers entfernt und durch einen Planspiegel ersetzt. Da das Interferometer aber auf polarisierte Strahlung angewiesen ist, wurde der Polarisator auf einen drehbaren Rahmen hinter dem Planspiegel montiert. Das Gitter wird im neuen Aufbau in Transmission

3.1 Das Interferometer



Abbildung 3.4: Foto des Martin-Puplett-Interferometers nach dem Umbau. Der erste Parabolspiegel befindet sich im oberen Bild vorne rechts und im unteren vorne links. Darüber befindet sich ein Planspiegel. Der Polarisator wurde drehbar dahinter montiert und wird in Transmission verwendet. Im unteren Bild ist der Antrieb zu erkennen. Gleichzeitig sieht man dort einen schwarzen Schlitten, mit dem statt des Parabolspiegels ein Planspiegel in den Strahlengang gefahren werden kann, der den optischen Anteil der Strahlung auf eine unter dem Interferometer montierte Videokamera lenkt.

verwendet. Der dadurch entstehende Nachteil, dass hohe Frequenzen nur unzureichend polarisiert werden, ist zu vernachlässigen, da das erwartete Strahlungsspektrum zu hohen Frequenzen beschränkt ist (vergleiche Abschnitt 4.2.2).

3.1.4 Theorie des Messverfahrens

Das Martin-Puplett-Interferometer misst die Autokorrelation der einfallenden Strahlung. Die einlaufende Welle wird in zwei Teilwellen aufgespalten, von denen die eine zeitlich gegen die andere verschoben wird. Anschließend wird das zeitliche Mittel der Überlagerung gemessen. Dieser Vorgang wird mathematisch als Autokorrelation bezeichnet. Für die Funktion $g(t)$ ist diese wie folgt definiert:

$$\text{corr}(g,g) = a(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} dt g(t+\tau)g(t) \quad . \quad (3.17)$$

Fourier-transformiert man Gleichung 3.17, so erhält man

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau a(\tau)e^{-i\omega\tau} \quad (3.18)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} dt g(t+\tau)g(t)e^{-i\omega\tau} \quad (3.19)$$

und durch umsordieren der Terme, sowie unter Berücksichtigung von $u = \tau + t$

$$A(\omega) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} du g(u)e^{-i\omega u}}_{G(\omega)} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} dt g(t)e^{i\omega t}}_{G^*(\omega)} \quad (3.20)$$

$$= |G(\omega)|^2 \quad . \quad (3.21)$$

Zusammengefasst ergibt sich das *Wiener-Khinchin Theorem* [PFTV92], das eine Verbindung zwischen der Autokorrelation der Funktion $g(t)$ und ihrer Fourier-Transformierten $G(\omega)$ herstellt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \text{corr}(g,g)e^{-i\omega t} = |G(\omega)|^2 \quad . \quad (3.22)$$

Setzt man Gleichung 3.22 in Gleichung 3.15 ein, so erhält man für den Zähler der rechten Seite

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} d\omega |G(\omega)|^2 \cos(\omega\tau) &= \int_0^{\infty} d\omega \int_{-\infty}^{\infty} dt \text{corr}(g,g)e^{-i\omega t} \cos(\omega\tau) \\ &= a(\tau) \quad . \end{aligned} \quad (3.23)$$

Der Nenner in Gleichung 3.15 ist lediglich eine normierende Konstante und wird deswegen im folgenden nicht weiter betrachtet. Das bedeutet, dass das Mess-Signal der beiden Detektoren $(I_1(\tau) - I_2(\tau))/(I_1(\tau) + I_2(\tau))$ im Interferometer die Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ des Eingangssignals $g(t)$ ist, modifiziert durch die frequenzabhängige Transferfunktion (siehe Gleichung 3.13).

Weiterhin erkennt man, dass bei dieser Messmethode die Phaseninformation des Frequenzspektrums (da $A(\omega) = |G(\omega)|^2$) verloren geht da und daher der Vorgang nicht umkehrbar ist. Daher lässt sich aus einer Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ nicht ohne weiteres eine zeitlich oder

räumlich asymmetrische Verteilung rekonstruieren. Dies erkennt man daran, dass die Fourier-Rücktransformation der Funktion $G(\omega)$ in den Zeitraum durch

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G(\omega) e^{-i\omega t} \quad (3.24)$$

gegeben ist. Zerlegt man die Exponentialfunktion in eine Summe aus Sinus- und Kosinusfunktion, so erhält man

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega G(\omega) [\cos(\omega t) + i \sin(\omega t)] \quad (3.25)$$

Per Definition soll die endgültige Ladungsverteilung $g(t)$ nur reell sein. Das heißt, dass $G(\omega)$ nur aus geraden reellen und ungeraden imaginären Anteilen bestehen darf. Die geraden reellen Anteile in $G(\omega)$ erzeugen dabei gerade reelle Anteile in $g(t)$ und die ungeraden imaginären Anteile in $G(\omega)$ ungerade reelle Anteile in $g(t)$.

Aus der gemessenen Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ erhält man das Frequenzspektrum $|G(\omega)|$, das nur gerade reelle Anteile besitzt und damit nur gerade Anteile in $g(t)$ erzeugt. Da man aber bei den hier vorgestellten Messungen asymmetrische Ladungsverteilungen erwartet, greift man auf Dispersionsrelationen, speziell die in Abschnitt 2.8 eingeführte Kramers-Kronig Relation, zurück. Mit dieser lässt sich die Phase zu $G(\omega)$ berechnen, wodurch ungerade imaginäre Anteile in $G(\omega)$ entstehen, so dass asymmetrische Ladungsverteilungen rekonstruiert werden können.

3.2 Beugung im Interferometer

Alle betrachteten Messungen zeigen unabhängig von den jeweils verwendeten Detektoren eine geringe Abhängigkeit vom Grad der Kompression der Elektronenpakete. Dies entspricht nicht den Erwartungen. Die Ursache könnten bisher nicht berücksichtigte Effekte bei der Berechnung der Transferfunktion sein. Dazu gehören unter anderen die Beugung im Interferometer und die Akzeptanz der jeweiligen Detektoren. Über die Akzeptanz der Detektoren ist wenig bekannt. Außerdem ist der Effekt weitestgehend unabhängig von den verwendeten Detektoren.

Um die Beugung im Interferometer zu untersuchen, wurde das Programm ZEMAX der amerikanischen ZEMAX Development Corporation¹ verwendet. ZEMAX ist ein Programm mit dem sich optische Systeme modellieren und analysieren lassen. Dazu wurden in ZEMAX drei Algorithmen implementiert, mit denen der Einfluss beliebiger optischer Elemente berechnet werden kann [Zem04]:

1. *Angular Spectrum Propagator* für sehr kurze Distanzen,
2. *Fresnel-Beugung* für Nahfeldbedingungen und nicht zu kurze Distanzen, sowie
3. *Fraunhofer-Beugung* für Fernfeldbedingungen.

Alle drei Algorithmen verwenden das Prinzip der Fourier-Transformationsoptik, das sich besonders effizient programmieren lässt. Dabei wird der Term $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ des Fresnel-Kirchhoff'schen Diffraktionsintegrals aus Gleichung 2.14 jeweils so genähert, dass für das elektrische Feld eine Abfolge aus Fourier-Transformation, Multiplikation mit einem Phasenfaktor und Fourier-Rücktransformation entsteht. Die Form des Phasenfaktors hängt von der jeweiligen Näherung

¹ZEMAX Development Corporation, 4901 Morena Blvd. Suite 207, San Diego, CA, 92117-7320, USA, <http://www.zemax.com>

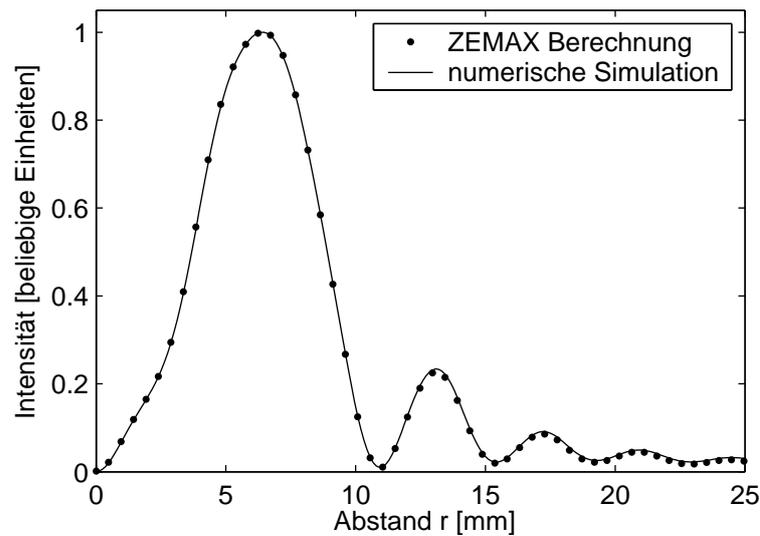


Abbildung 3.5: Vergleich der Winkelverteilungen berechnet mit ZEMAX und mit der numerischen Simulation als Funktion des Abstands r vom Ursprung in der Detektorebene. Dargestellt ist eine Rechnung für $\gamma = 270$, $f = 1$ THz im Abstand $l = 200$ mm. Die Quelle hat einen Durchmesser von 35 mm.

ab und ist für die drei Algorithmen verschieden, weshalb die Wahl des Algorithmus für die physikalische Aussagekraft der Berechnungen entscheidend ist. Um den geeignetsten Algorithmus für die jeweilige Problemstellung auszuwählen, hat ZEMAX ein Verfahren auf der Basis von Gauss'scher Optik implementiert.

Als Grundlage für die Simulationen mit ZEMAX wurde eine spezielle Quelle entwickelt, die die Eigenschaften von Übergangs- und Diffraktionsstrahlung hat. Dazu werden die Amplituden und Phasen des elektromagnetischen Feldes aus Gleichung 2.13 auf einem vordefinierten Gitter berechnet und an ZEMAX übergeben. Dasselbe Feld bildet auch die Grundlage für die in Abschnitt 2.3 diskutierten numerischen Simulationen. Die Quelle wurde so implementiert, dass sich verschiedene Schirme mit rechteckigen, runden oder asymmetrischen Umrissen, sowie mit Löchern oder Schlitzen in der Mitte realisieren lassen. Wie bei den numerischen Simulationen gilt auch hier die Randbedingung, dass das elektrische Feld außerhalb des Schirms verschwinden soll. Diese besondere Quelle lässt sich in ZEMAX nur mit der Analysemethode *Physical Optics Propagation* verwenden. Dabei benutzt ZEMAX nur die Algorithmen *Angular Spectrum Propagator* und *Fresnel-Beugung*.

In Abbildung 3.5 ist der Vergleich der Winkelverteilungen berechnet mit ZEMAX und mit der numerischen Simulation als Funktion des Abstands r vom Ursprung in der Detektorebene dargestellt. Dazu wurde eine runden Quelle mit einem Durchmesser von 35 mm, ein Abstand von $l = 200$ mm zwischen Quelle und Detektor, sowie eine Frequenz von $f = 1$ THz angenommen. Die Übereinstimmung zwischen den ZEMAX Berechnungen und der numerischen Simulation ist auch bei großen Abständen r sehr gut.

Das Interferometer wurde in ZEMAX durch eine Ansammlung von Blenden nachgebildet. Abbildung 3.6 zeigt maßstabsgerecht die Abfolge der Blenden und ihre freien Öffnungen. Die beiden Parabolspiegel sind als ideal reflektierend angenommen worden. Der eine reflektiert in der horizontalen, der andere in der vertikalen Ebene. Die Eigenschaften der Gitter (Polarisator,

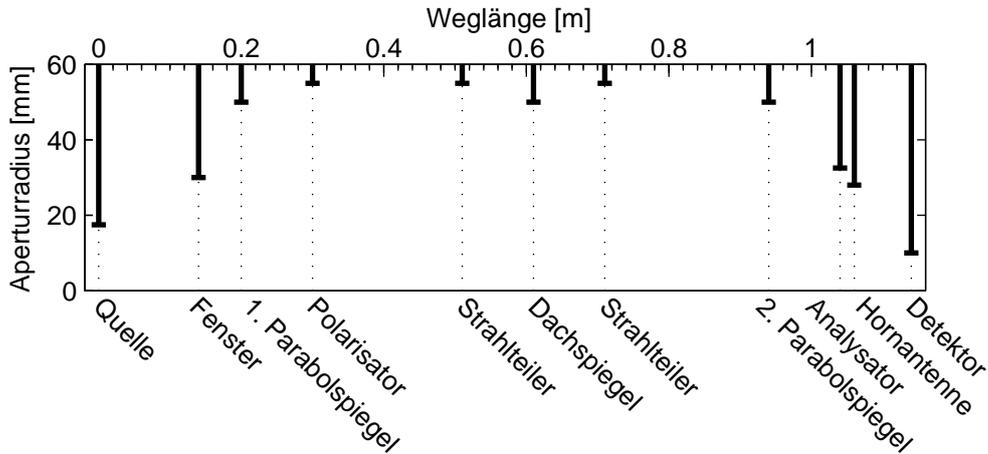


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung der in ZEMAX nachgebildeten Optik des Interferometers. Die beiden Parabolspiegel wurden als ideal reflektierend angenommen. Der erste reflektiert in der horizontalen, der zweite in der vertikalen Ebene. Die Drahtgitter des Polarisators, Strahlteilers und Analysators sind lediglich als Blenden nachgebildet, genauso wie die Dachspiegel und die Hornantenne. Der Detektordurchmesser wird während der Auswertungen variiert. Die Balken zeigen die Begrenzung durch die entsprechende Blende. Der Abstand zwischen Quelle und Detektor beträgt 1140 mm.

Strahlteiler und Analysator) konnten nicht nachgebildet werden, was aber in den zu betrachteten Frequenzbereichen zu keinerlei Einschränkungen führt. Sie sind, genau wie die Dachspiegel und die Hornantenne lediglich als Blenden implementiert. Die Blende, die das Analysatorgitter beschreibt, ist im Interferometer um 45° gegen die Strahlachse gedreht. Sie wurde deshalb als Ellipse mit einer horizontalen Öffnung von 90 mm und einer vertikalen Öffnung von etwa 64 mm realisiert. Um die Polarisation durch den Polarisator zu berücksichtigen, wurden die Berechnungen nur für Felder in x-Richtung, welche senkrecht zur optischen Achse liegt, durchgeführt.

Auf der Basis dieser Optik wurden die Feldverteilungen für verschiedene Frequenzen berechnet. In Tabelle 3.1 sind die Parameter für die Rechnungen zusammengefasst. Das im Verhältnis zum Strahldurchmesser recht grobe Quellraster ist ein Kompromiss zwischen hoher Auflösung und Rechenaufwand. Wenn per Fourier-Transformationsoptik eine Feldverteilung von Element A nach Element B transportiert wird, so bestimmt das Raster in A die Größe von B und umgekehrt. N Punkte im Abstand Δ_A auf dem Element A werden in N Punkte mit Abstand Δ_B auf B über den Zusammenhang

$$\Delta_B = \frac{\lambda l}{N \Delta_A} \quad \text{mit } l = \overline{AB} \quad (3.26)$$

übersetzt, wobei l den Abstand zwischen A und B bezeichnet. Der Zusammenhang ist frequenzabhängig. Für eine Verdopplung der Genauigkeit auf beiden Elementen muss demnach die Anzahl der Punkte N vervierfacht werden, was den Rechenaufwand versechzehnfacht.

Aus der vorgegebenen Anzahl von $N = 2048$ Punkten wurde das Raster auf der Quelle zu $\Delta_A = 0,2$ mm gewählt, damit die Feldverteilungen auf den folgenden Elementen des Interferometers ähnlich genau beschrieben werden. Für die maximale hier zu betrachtende Frequenz von $f_{max} = 1,5$ THz ergibt sich daraus auf dem ersten Parabolspiegel eine Feldgröße von $N \cdot \Delta_B = 200$ mm

Parameter	Wert	Beschreibung
Quelle	TR.DLL	Spezialquelle für Übergangs- und Diffraktionsstrahlung
Punktraster der Quelle	0,2 mm	Das Raster ist für alle Berechnungen konstant.
Punkte auf der Quelle	2048	
Lorentzfaktor γ	270	Standardbedingung an Experimentierstation 2BC2
Strahldurchmesser	0,1 mm	
Quelldurchmesser	35 mm	Standardschirm bei TTF
Strahlrohrdurchmesser	60 mm	Standardstrahlrohr bei TTF

Tabelle 3.1: Parameter für die Berechnung der elektromagnetischen Felder im Interferometer mit ZEMAX.

und ein Raster von $\Delta_B \approx 0,1$ mm. Bei der niedrigsten Frequenz von $f_{min} = 50$ GHz beträgt die Feldgröße $N \cdot \Delta_B = 6$ m bei einem Raster von $\Delta_B \approx 3$ mm.

In Abbildung 3.7 sind die Intensitätsverteilungen, d. h. die Betragsquadrate der Feldverteilungen, bei einer festen Frequenz von $f = 100$ GHz auf den verschiedenen optischen Elementen im Interferometer dargestellt. Die Varianz des Profils, das sich aus den Verteilungen bei $x = 0$ als Funktion der Weglänge im Interferometer ergibt, ist in Abbildung 3.8 zu sehen. Man sieht deutlich, wie sich das Feld von der Quelle aus aufweitet und vom ersten Parabolspiegel gebündelt wird. Dahinter weitet es sich langsam bis zum zweiten Parabolspiegel wieder auf. Vor dort wird das Feld auf den Detektor fokussiert. Der Abstand der beiden Flecken beträgt auf dem Detektor etwa 10 mm.

Aus den Feldverteilungen im Interferometer für verschiedene Frequenzen lässt sich die Transferfunktion bestimmen, die die Übergangsstrahlungsquelle und die Diffraktion im Interferometer umfasst. Dazu wird die Intensität am Detektor über die betrachtete aktive Fläche integriert. In Abbildung 3.9 ist dies für Detektordurchmesser von 2, 5, 10 und 15 mm dargestellt. Die Graphen sind bei $f = 1,5$ THz auf einen Wert von 1 normiert. Vor allem für kleine Detektoren sieht man eine deutlich stärkere Frequenzabhängigkeit. Der Einfluss der Hornantenne wurde lediglich als Begrenzung durch die vordere Öffnung in Form einer Blende berücksichtigt. Die Intensitätsverteilungen zu den Transferfunktionen auf dem Detektor sind in Abbildung 3.10 dargestellt. Zusätzlich zeigt Abbildung 3.11 wieder die Varianz der Projektion bei $x = 0$ für die Intensitätsverteilungen als Funktion der Frequenz.

Durch welche Elemente die Transmission vor allem beeinträchtigt wird, zeigt Abbildung 3.12. Hier sind die Intensitäten auf den verschiedenen Detektorelementen für einige Frequenzen als Funktion der Weglänge im Interferometer dargestellt. Das Fenster ist für alle Frequenzen das größte Hindernis.

3.3 Einfluss von Fehljustagen

In diesem Kapitel soll der Einfluss von Fehljustagen des gesamten Interferometers in Bezug zur Quelle im Beschleuniger untersucht werden. Dazu wurde in der Definition der Optik des Interferometers für ZEMAX vor dem ersten Parabolspiegel ein Element hinzugefügt, über das sich der nachfolgende Teil frei verschieben und verkippen lässt. So wurde die Situation nachgebildet, bei der ein ansonsten perfekt justiertes Interferometer nicht ideal zur Quelle im Beschleuniger ausgerichtet ist. Abbildung 3.13 zeigt die mit dieser Modifikation berechneten Intensitätsvertei-

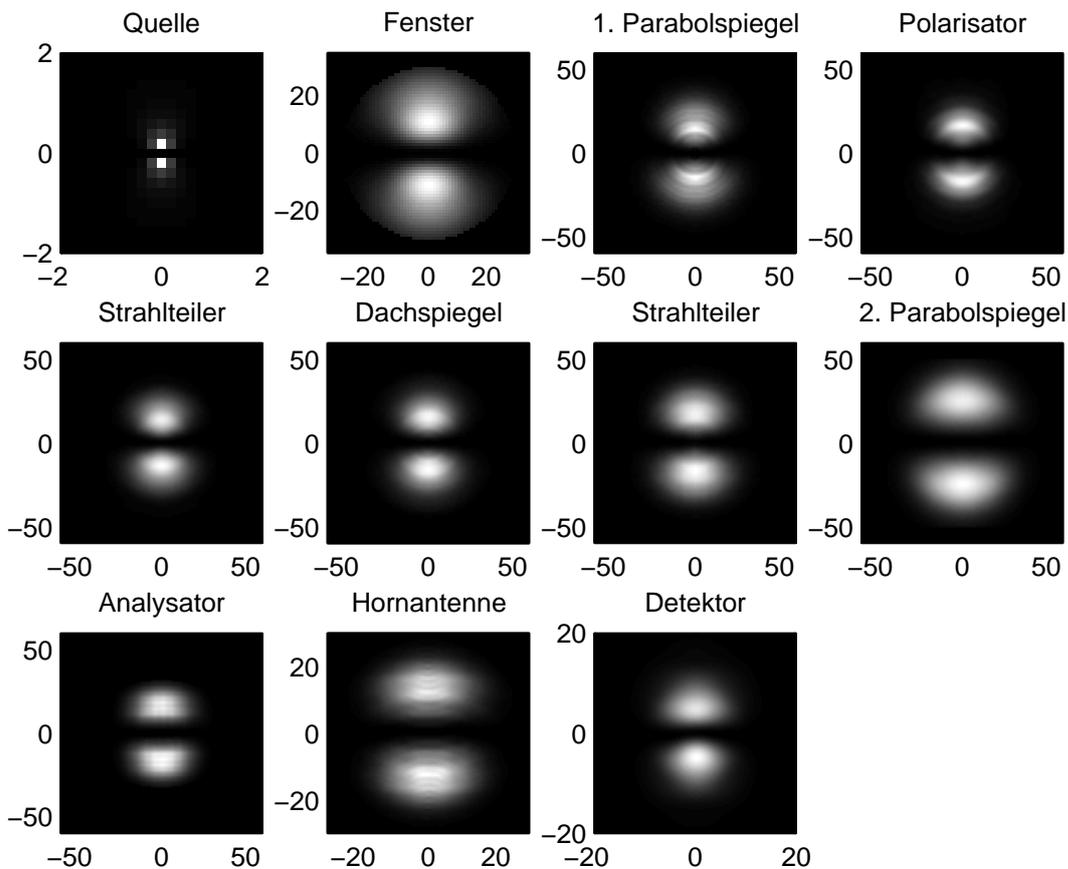


Abbildung 3.7: Intensitätsverteilungen an den verschiedenen Positionen im Interferometer für $f = 100\text{GHz}$ berechnet mit ZEMAX. Die Positionen können Abbildung 3.6 entnommen werden und die Parameter der Berechnungen Tabelle 3.1. Alle Achsen sind in Einheiten von Millimetern.

lungen. In der ersten Zeile ist oben links als Referenz ein fehlerfreier Aufbau dargestellt. Für die drei Verteilungen rechts daneben wurde der Abstand zwischen Quelle und Parabolspiegel variiert. In der Zeile darunter wurden horizontale und vertikale Versätze angenommen und in der unteren Zeile verschiedene Verdrehungen. Für alle Intensitätsverteilungen wurde jeweils die Änderung der gesamten Intensität, sowie der Intensität in einem Durchmesser von 5 mm gegenüber der Referenz bestimmt. Alle Verteilungen wurden für eine Frequenz von $f = 100\text{GHz}$ berechnet.

Die Gesamtintensität bleibt im wesentlichen konstant. Nur für leichte Verdrehungen nimmt sie ab. Dass dabei die Änderungen für Verdrehungen nach rechts und links sowie nach oben und unten nicht identisch sind, ist in der durch die Parabolspiegel verursachten Asymmetrie des Interferometeraufbaus begründet.

Betrachtet man die Intensitätsänderungen auf einer kleinen Fläche mit einem Durchmesser von 5 mm, so ist keine einheitliche Tendenz zu erkennen. Je nach Art der Fehljustage kann es zu deutlichen Verlusten oder sogar Gewinnen kommen. Dies ist dadurch zu verstehen, dass die beiden Flecken in der Referenzverteilung einen Abstand von etwa 10 mm haben, so dass keiner der beiden Flecken die Kreisfläche mit 5 mm Durchmesser gut ausleuchtet. Genauer

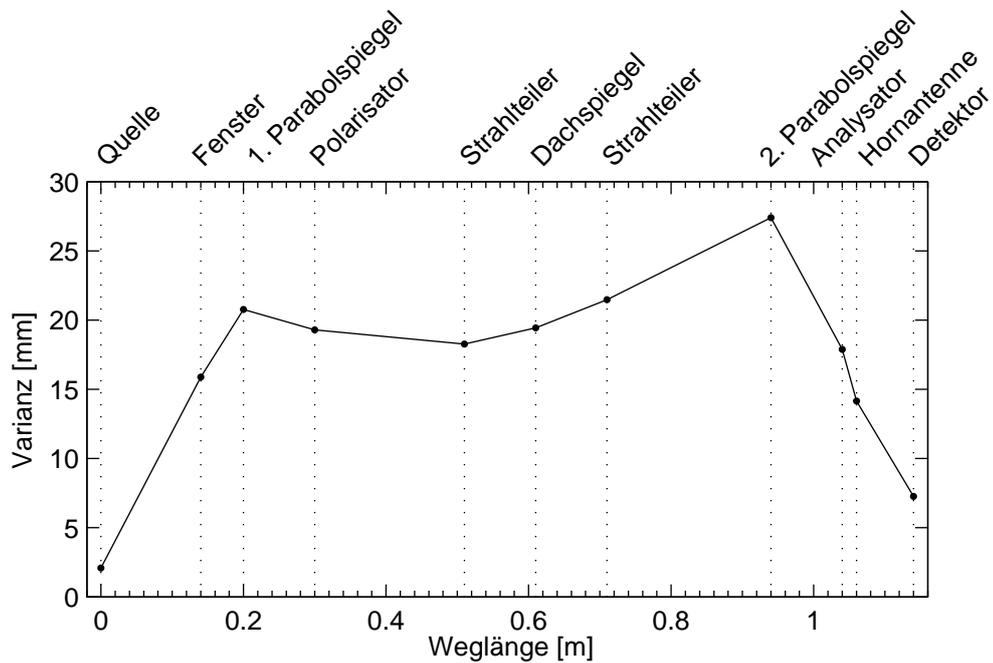


Abbildung 3.8: Varianz der Profile der Intensitätsverteilungen aus Abbildung 3.7 bei $x = 0$ an den verschiedenen Positionen im Interferometer für $f = 100\text{GHz}$ berechnet mit ZEMAX. Die Parameter der Berechnungen können Tabelle 3.1 entnommen werden.

gesagt fallen lediglich 2,7% der gesamten Intensität in diesen Bereich. Die Verschiebungen und Veränderungen der Flecken aufgrund von Fehljustagen führen dann dazu, dass dieser Anteil stark variiert.

Desweiteren sind vorallem Winkelfehler, die durch Verkippungen der optischen Achse entstehen, problematisch, wie Abbildung 3.13 ebenfalls zeigt. Diese Winkelfehler haben die größten Änderungen der registrierten Leistung zur Folge. Wenn beispielsweise der erste Parabolspiegel um etwa $3,9^\circ$ falsch justiert ist, bedeutet das, bei einem Abstand zwischen den beiden Parabolspiegeln von 740mm und einer Breite von 100mm, dass der von ihm geformte Parallelstrahl den zweiten Parabolspiegel gerade auf der Kante trifft und somit mindestens 50% der Intensität verloren gehen. Nicht nur der Aufbau des Interferometers am Beschleuniger, sondern auch die genaue Orientierung der Strahlungsquelle im Beschleuniger ist wichtig für die exakte Bestimmung der Transferfunktion des Aufbaus.

Justagefehler der Elemente innerhalb des Interferometer haben einen geringen Einfluss auf die Messungen, da dieser Teil des Aufbaus gut entwickelt, vorbereitet und gefertigt wurde [Lei98].

3.4 Verwendete Detektoren

Für den Betrieb des Martin-Puplett-Interferometers sind Detektoren erforderlich, die die integrierte Leistung im zu untersuchenden Frequenzband möglichst vollständig und fehlerfrei messen können. Das Interferometer bei TTF wurde mit fünf verschiedenen Detektortypen verwendet. Diese sollen im folgenden vorgestellt werden.

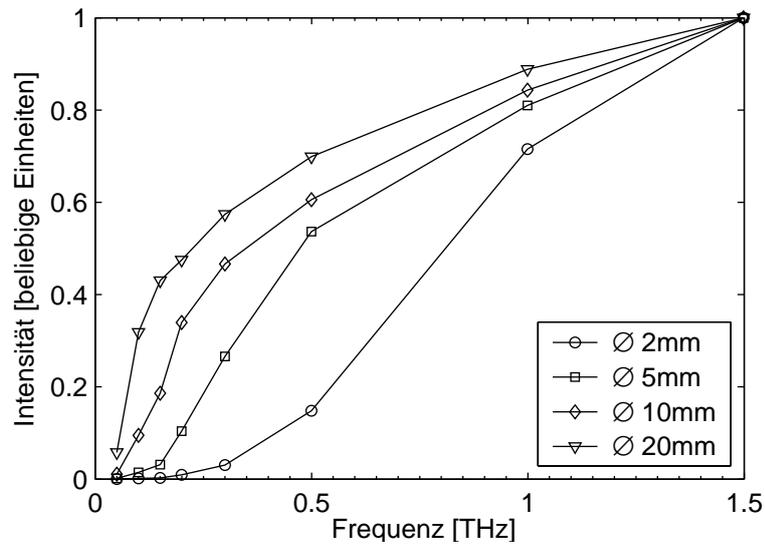


Abbildung 3.9: Transferfunktion des Interferometers berechnet mit ZEMAX. Zu verschiedenen Frequenzen wurden die Feldverteilungen am Detektor berechnet und über vier Flächen integriert. Dies simuliert die unterschiedlich großen aktiven Flächen möglicher Detektoren. Der Einfluss der Hornantenne vor den Detektoren wurde nicht berücksichtigt. Sie ist lediglich als Blende implementiert. Die vier Graphen wurden bei $f = 1,5\text{THz}$ auf 1 normiert.

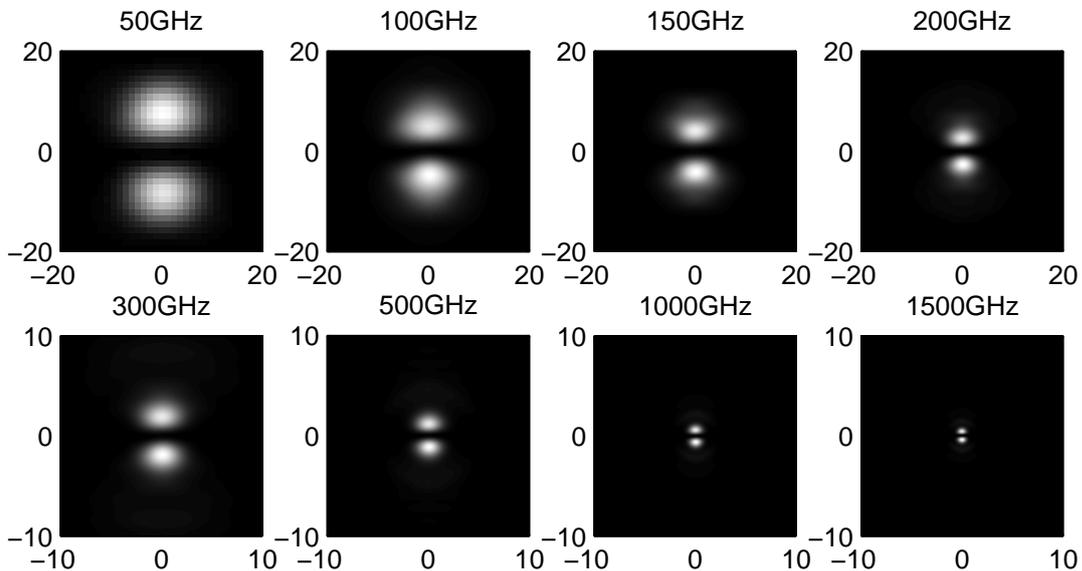


Abbildung 3.10: Intensitätsverteilungen am Detektor für verschiedene Frequenzen berechnet mit ZEMAX. Die Parameter der Berechnungen können Tabelle 3.1 entnommen werden. Aus diesen Verteilungen wurden die Transferfunktionen aus Abbildung 3.9 berechnet. Alle Achsen sind in Einheiten von Millimetern.

3 Der Messaufbau

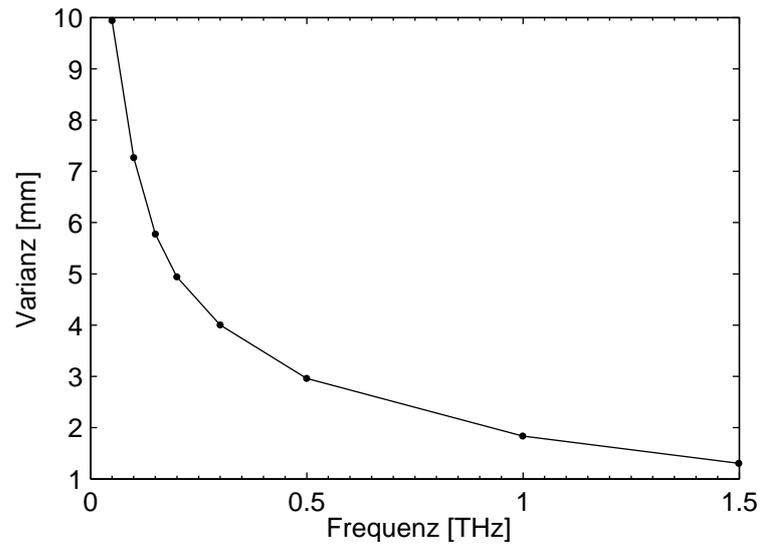


Abbildung 3.11: Varianz der Profile der Intensitätsverteilungen am Detektor aus Abbildung 3.10 bei $x = 0$ als Funktion der Frequenz berechnet mit ZEMAX. Die Parameter der Berechnungen können Tabelle 3.1 entnommen werden.

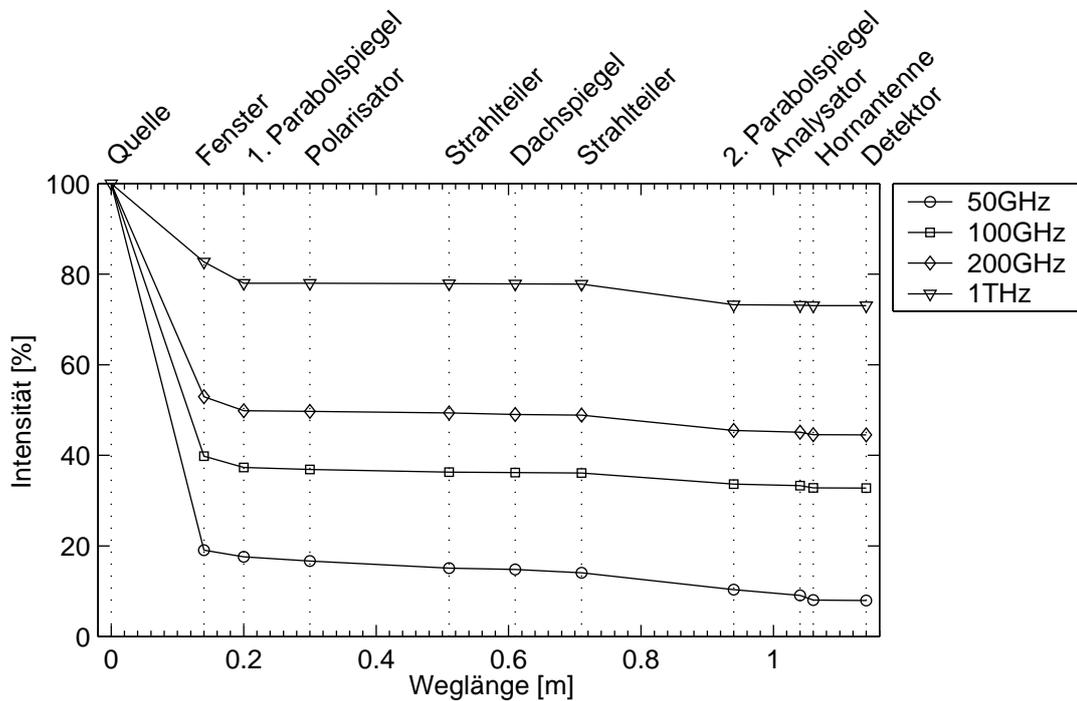


Abbildung 3.12: Transmission durch das Interferometer berechnet mit ZEMAX. Die Parameter der Berechnungen können Tabelle 3.1 entnommen werden. Aufgetragen ist die integrierte Intensität auf den verschiedenen Elementen.

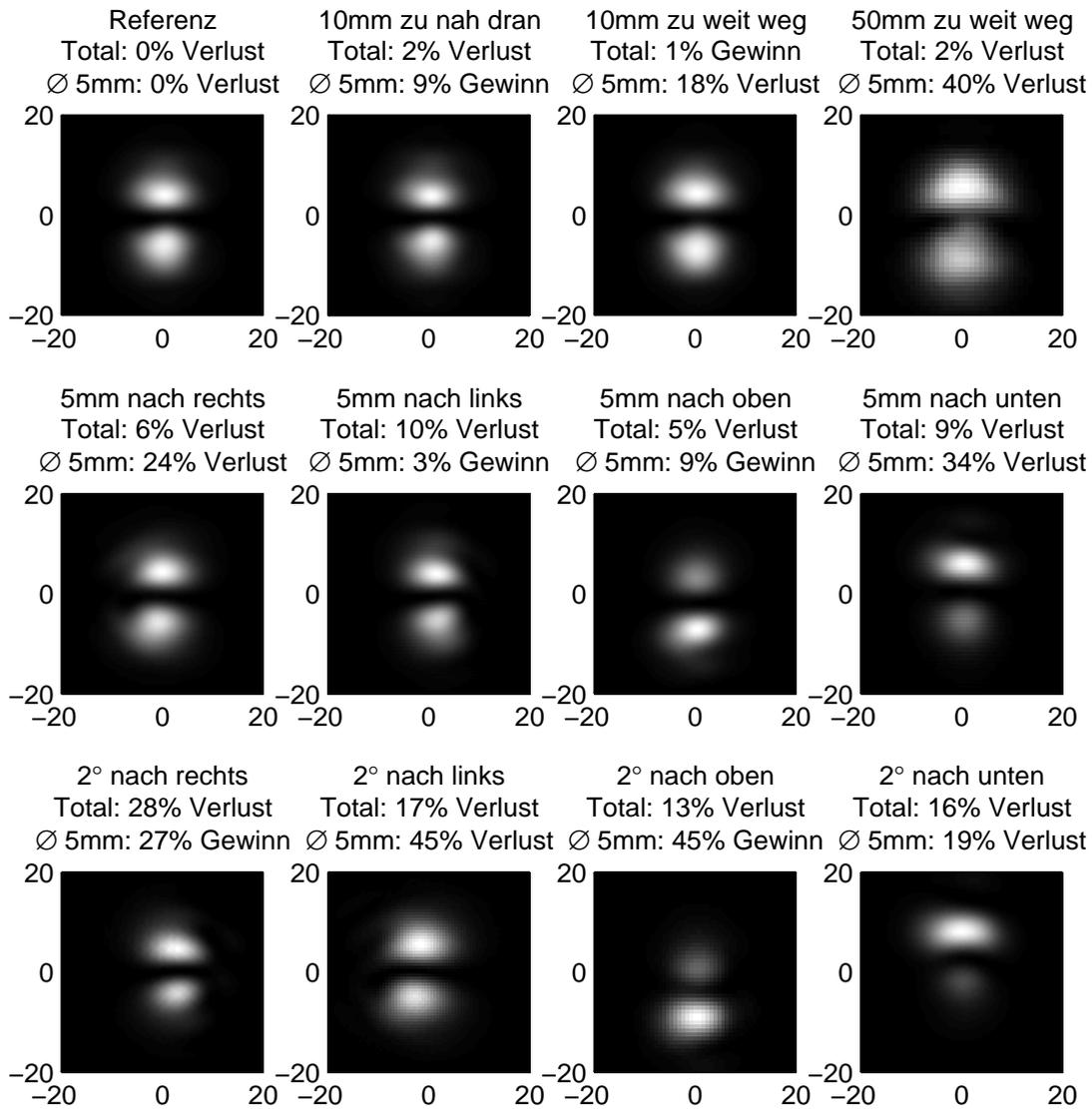


Abbildung 3.13: Intensitätsverteilungen am Detektor für verschiedene Justagefehler. In der ersten Zeile ist links die Referenz ohne Justagefehler aufgeführt. Rechts daneben sind drei Intensitätsverteilungen für unterschiedliche Abstände zwischen der Strahlungsquelle und dem ersten Parabolspiegel angegeben. In der zweiten Zeile ist der Einfluss horizontaler und vertikaler Ablagen dargestellt. Die Auswirkungen von Winkelfehlern bei der Aufstellung des ersten Parabolspiegels im Bezug zur Quelle ist in der dritten Zeile zu sehen. Für alle Verteilungen wurde der Gesamtverlust bzw. -gewinn, sowie die Änderung innerhalb einer Fläche mit einem Durchmesser von 5mm bezogen auf die Referenz angegeben. Alle Verteilungen wurden für eine Frequenz von 100GHz mit den Parameter aus Tabelle 3.1 berechnet. *Alle Achsen sind in Einheiten von Millimetern.*

Pyroelektrische Detektoren	P1-42	P1-45
Kristall-Material	LiTaO ₃	LiTaO ₃
Aktive Fläche, Durchmesser	2 mm	5 mm
Dicke	50 μm	100 μm
Chromabsorber, Dicke	20 nm	20 nm
Stromantwort, Kristall	0,5 μA/W	0,25 μA/W
Kapazität	24 pF	75 pF
Spannungsantwort, Kristall und Verstärker	2,5 · 10 ⁴ V/W	1,3 · 10 ⁴ V/W
Beschädigungsgrenze	50 mW	50 mW
NEP	2 nW/√Hz	10 nW/√Hz

Tabelle 3.2: Technische Daten der pyroelektrischen Detektoren P1-42 und P1-45 von Moleclectron [Mol, Sto03]. Noise Equivalent Power (NEP), eine dem Rauschen äquivalente Leistung, beschreibt die kleinste nachweisbare Leistung pro Quadratwurzel der Bandbreite.

3.4.1 Pyroelektrische Detektoren

Pyroelektrische Detektoren bestehen aus einem Absorber und einem kleinen ferroelektrischen Kristall. Der Kristall wird durch die zu detektierende Strahlung erwärmt, und die dadurch hervorgerufene räumliche Ausdehnung erzeugt eine Polarisationsspannung. Diese Spannung wird über Elektroden abgegriffen und der Messelektronik zugeführt.

Die Standarddetektoren des Interferometers sind die Typen P1-42 und P1-45 der Firma Moleclectron². Die technischen Daten sind in Tabelle 3.2 zusammengefasst, der Aufbau der Detektoren ist in Abbildung 3.14 schematisch dargestellt. Zusätzlich zeigt Abbildung 3.15 Auszüge aus dem Datenblatt von Moleclectron.

Die beiden pyroelektrischen Detektoren bestehen aus einem 50 μm (P1-42) bzw. 100 μm (P1-45) dicken Lithium-Tantalat Kristall (LiTaO₃). Auf der Vorderseite ist eine 20 nm dicke polierte Schicht aus sehr reinem Chrom aufgebracht (Reinheit 99,99%) 15 μm aufstrukturiert. Die Chromschicht dient als Absorber und bildet gleichzeitig eine der Elektroden, das Gitter die andere Elektrode. Die Elektroden des Kristalls sind mit einem Vorverstärker verbunden, der die Signale aufbereitet und wichtige Eigenschaften bestimmt. Durch den Verstärker sind die Bandbreite, das Rauschen und die Sensitivität gegeben. Typische Signalverläufe sind in Abbildung 3.16 dargestellt. Der P1-45 hat mit etwa 7 μs eine langsamere Anstiegszeit als der P1-42 mit etwa 2,7 μs, während die Pulsbreiten der beiden etwa gleich sind (19 μs, bzw. 22 μs volle Breite bei halber Höhe). Die Signalamplituden sind nicht direkt vergleichbar, weil die beiden Kurven zu unterschiedlichen Zeiten aufgenommen worden sind. Die Amplitude hängt vor allem von der Ladung im Linearbeschleuniger ab (siehe Gleichung 3.13) während die Bunch-Länge von etwa 1 ps auf die Anstiegszeit und die Pulsbreite keinen Einfluss hat. Hier sind lediglich die Eigenschaften von Kristall und Verstärker maßgebend.

Aufgrund der geringen Dicke d von etwa 50 bzw. 100 μm der pyroelektrischen Kristalle kommt es zu Interferenzen der einfallenden Strahlung mit sich selber. LiTaO₃ hat einen Brechungsindex n von etwa 6,5 [SHK99]. Damit ergibt sich die erste Resonanz über $\nu = c/(2dn)$ zu 461 GHz (P1-42) und 231 GHz (P1-45). Daher sind diese Detektoren für diese Frequenzen und

²Moleclectron Europe Ltd. Cherwell Innovation Centre 77 Heyford Park, Upper Heyford Bicester, Oxfordshire OX6 3HD, Großbritannien, www.coherent.de

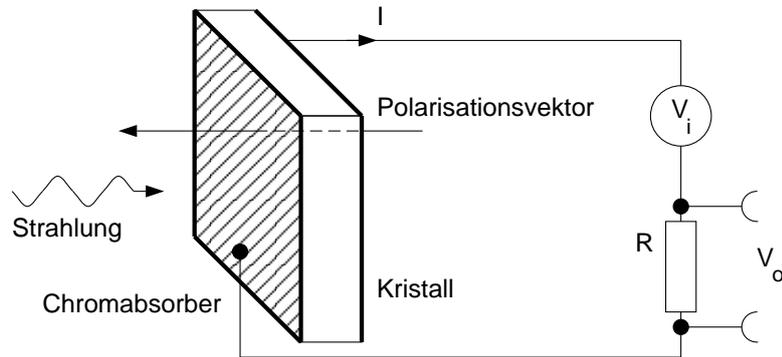
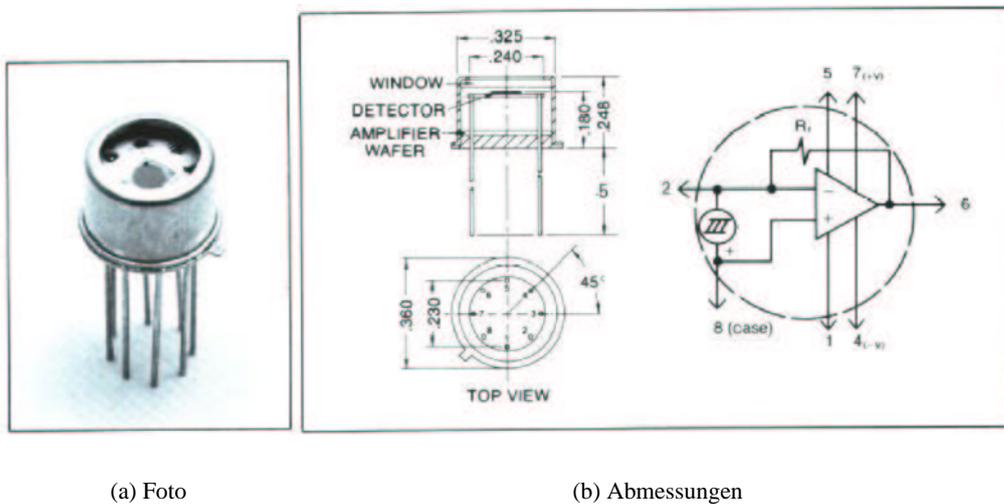


Abbildung 3.14: Schematischer Aufbau der pyroelektrischen Detektoren der Serie P1 von Molelectron: Die Strahlung trifft auf die Chromschicht auf dem Lithium-Tantalat Kristall (LiTaO_3) und wird absorbiert. Dadurch wird der Kristall erwärmt, wodurch sich seine Polarisation ändert. Dies führt zu einer Polarisationsspannung und damit zu einem Stromfluss durch den Arbeitswiderstand R. Die Darstellung orientiert sich an [Coo62].



(a) Foto

(b) Abmessungen

Abbildung 3.15: Details zu den pyroelektrischen Detektoren der Serie P1 von Molelectron: auf der linken Seite ist ein Foto des Detektorchips abgebildet. Die kreisrunde aktive Fläche ist deutlich zu sehen. Auf der rechten Seite ist der mechanische Aufbau dargestellt. Zusammen mit dem Lithium-Tantalat Kristall (LiTaO_3) ist ein Vorverstärker in das Gehäuse eingebaut.

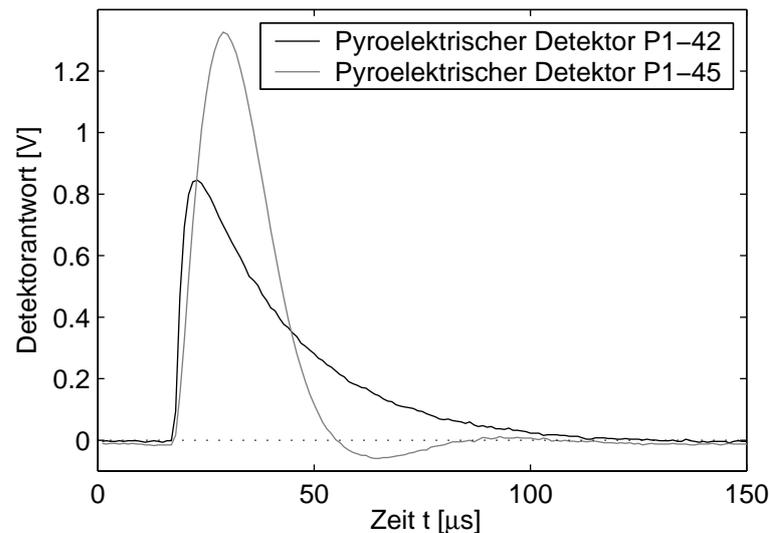


Abbildung 3.16: Typische Signalverläufe der pyroelektrischen Detektoren P1-42 und P1-45 von Molelectron während der Interferometermessungen im Februar 2002. Dabei war $\gamma = 270$ und die Ladung der maximal komprimierten Bunche betrug 1 nC. Die Anstiegszeit des P1-45 beträgt 7 μs , die des P1-42 2,7 μs . Beide Pulse sind auf halber Höhe etwa 20 μs breit.

Vielfache davon nicht sensitiv. Die LiTaO_3 -Kristalle sind jedoch nicht beidseitig geschliffen, so dass die Resonanzen nicht scharf und die Detektoren dort nicht völlig unempfindlich sind. Diese Eigenschaften wurden unter anderem in [Gei99] und [Set01] diskutiert und gemessen.

3.4.2 DTGS-Detektoren

Für einige Messungen wurden DTGS-Detektoren vom Typ „DTGS FIR“ der Firma Bruker³ verwendet. Diese sind ebenfalls pyroelektrische Detektoren. Sie verwenden als ferroelektrischen Kristall deuteriertes Triglyzerinsulfat (DTGS). Dieses zeichnet sich dadurch aus, dass es im infraroten Spektralbereich stark absorbiert und eine sehr hohe pyroelektrische Konstante aufweist. Die Curie-Temperatur liegt mit etwa 60°C deutlich niedriger als bei Lithium-Tantalat mit ca. 600°C. Die sich dadurch ergebende Beschränkung des zulässigen Temperaturbereichs stellt für die vorliegende Anwendung allerdings kein Hindernis dar.

Der DTGS-Detektorchip hat einen Durchmesser von 2 mm. Zum Schutz befindet sich vor dem Chip ein Fenster aus Polyethylen. Dem Detektorchip ist ein Verstärker nachgeschaltet, so dass auch hier die Anstiegszeit, das Rauschen und die Sensitivität maßgeblich durch den Verstärker bestimmt wird. Die mitgelieferten Kalibrationsdaten zu den Detektoren sind im Anhang A abgebildet. Laut Bruker [Zac04] sind die DTGS-Detektoren für Frequenzen oberhalb von 300 GHz geeignet. Die Kalibrationsdaten zeigen dies nicht, weil keine geeignete Quelle verwendet wurde. Unterhalb von 300 GHz ist das Verhalten nicht bekannt.

Typische Signale der DTGS-Detektoren sind in Abbildung 3.17 dargestellt. Die Anstiegszeit der Detektoren beträgt etwa 22 μs , bzw. 20 μs . Beide Pulse sind bei halber Höhe etwa 550 μs

³Bruker Optik GmbH, Rudolf-Plank-Str. 27, 76275 Ettlingen, Deutschland, <http://www.brukeroptics.de>

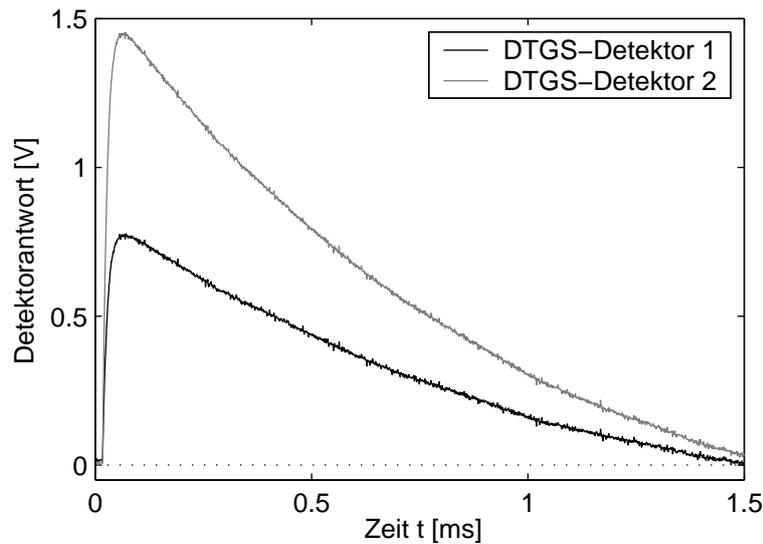


Abbildung 3.17: Typische Signalverläufe der DTGS-Detektoren „FIR-DTGS“ der Firma Bruker während der Interferometermessungen im Februar 2002. Dabei war $\gamma = 270$ und die Ladung der maximal komprimierten Bunche betrug 1 nC. Der Detektoren haben eine Anstiegszeit von etwa $22 \mu\text{s}$, bzw. $20 \mu\text{s}$. Beide Pulse sind bei halber Höhe etwa $550 \mu\text{s}$ breit.

breit. Verglichen mit den pyroelektrischen Detektoren P1-42 und P1-45 ist die Empfindlichkeit deutlich höher und der Rauschpegel etwa gleich.

3.4.3 Golay-Zellen

Optoakustische Detektoren werden als Golay-Zellen bezeichnet. Sie besitzen eine 5-10 mal höhere Sensitivität als die pyroelektrischen Detektoren P1-42 und P1-45, sowie ein flaches Ansprechverhalten für Infrarot- und Ferninfrarotstrahlung. Das Rauschen ist sehr gering. Das Prinzip der Golay-Zelle mit optischer Abtastung wurde 1947 von Marcel J. E. Golay als „pneumatischer Detektor“ vorgestellt [Gol47].

Für einige Messungen wurden uns 2 Golay-Zellen vom Typ OAD-7 der Firma Artas⁴ vom Forschungszentrum Rossendorf⁵ zur Verfügung gestellt. Hersteller ist die russische Firma Tydex⁶. Tabelle 3.3 enthält die technischen Daten einer der verwendeten Golay-Zellen.

Die Golay-Zelle OAD-7 besteht, wie der schematische Aufbau in Abbildung 3.18 zeigt, aus einem Absorber, der in ein Gasvolumen eingebaut ist. Auf der Außenseite des Gasvolumens befindet sich ein Polyethylenfenster⁷ und auf der Rückseite, am Ende eines dünnen Kanals, eine sehr flexible, gut reflektierende Membran. Das Fenster hat einen Durchmesser von 6mm und ist

⁴ARTAS Advanced Research Technologie Vertrieb GmbH, Hopfenweg 22, 93197 Zeitlarn, Deutschland, E-Mail: artas@compuserve.de, Tel: 0941/699130

⁵Forschungszentrum Rossendorf e.V., Bautzner Landstraße 128, 01328 Dresden, Deutschland, <http://www.fz-rossendorf.de>

⁶TYDEX J.S.Co., Stavropolskaya str. 10, office 224, 191124 St. Petersburg, Russland, <http://www.tydex.ru>

⁷Neuere Versionen der OAD-7 Golay-Zelle (OAD-7-2) werden mit einem Fenster aus Diamant ausgeliefert. Verglichen mit Polyethylen hat Diamant eine gleichmäßigere Transmission für Infrarot- und Ferninfrarotstrahlung. Die neuen Golay-Zellen sollten damit eine flachere Akzeptanz als Funktion der Frequenz haben.

Golay-Zelle	OAD-7
Fenstermaterial	Polyethylen
Fensterdurchmesser	6,0 mm
spektrale Akzeptanz des Fensters	20 – 2000 μm
dynamischer Bereich	$10^{-10} - 10^{-5} \text{ W}$
Beschädigungsgrenze	10^{-3} W
Empfindlichkeit	91700 V/W
Rauschen	$14,0 \mu\text{W}/\sqrt{\text{Hz}}$
NEP	$150 \text{ pV}/\sqrt{\text{Hz}}$
Anstiegszeit	25 ms

Tabelle 3.3: Technische Daten der Golay-Zelle vom Typ OAD-7 mit der Seriennummer 980027 der Firma Artas, hergestellt von der Firma Tydex. Noise Equivalent Power (NEP), eine dem Rauschen äquivalente Leistung, beschreibt die kleinste nachweisbare Leistung pro Quadratwurzel der Bandbreite.

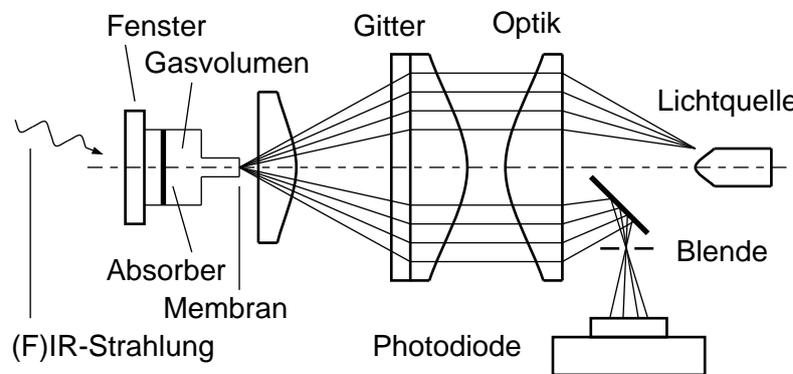


Abbildung 3.18: Schematischer Aufbau der Golay-Zelle OAD-7 mit optischer Abtastung der Firma Artas, hergestellt von der Firma Tydex. Infrarot- und Ferninfrarotstrahlung trifft auf den Detektor, tritt durch das Polyethylen-Fenster und wird vom Absorber absorbiert, wodurch sich dieser und das umgebende Gas erwärmt. Durch den entstehenden Druckunterschied ändert sich die Krümmung der flexiblen Membran, welche von der Optik ausgewertet wird und so eine Veränderung des Signals der Fotodiode erzeugt.

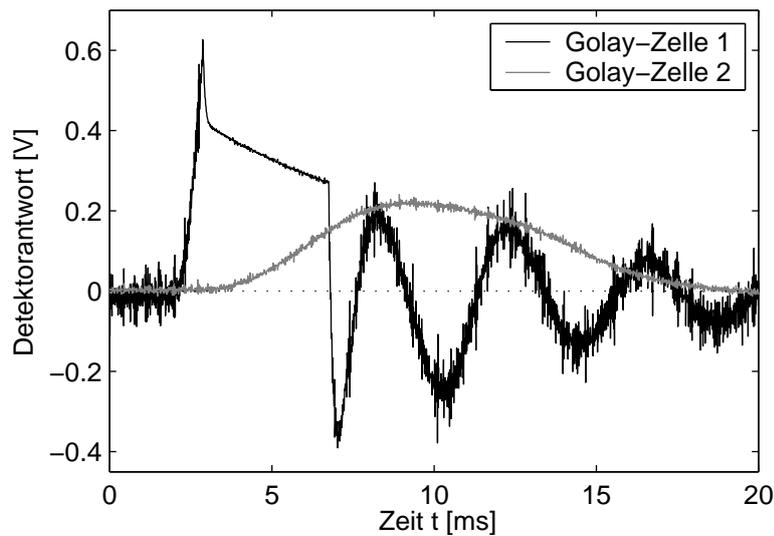


Abbildung 3.19: Typische Signalverläufe der Golay-Zellen OAD-7 der Firma Artas, hergestellt von der Firma Tydex während der Interferometermessungen im Januar 2001. Dabei war $\gamma = 460$ und die Ladung der maximal komprimierten Bunche betrug 5 nC . Die erste Golay-Zelle hat eine Anstiegszeit etwa $1,7 \text{ ms}$ und die zweite eine von etwa $5,7 \text{ ms}$. Die Pulsbreite auf halber Höhe beträgt für die erste Golay-Zelle etwa 3 ms und für die zweite etwa 8 ms . Dabei wurde für die erste nur die Zeit bis zum ersten Nulldurchgang verwendet und die Nachschwinger ab $t > 7 \text{ ms}$ ignoriert. Der RMS-Rauschpegel des ersten Detektors liegt bei 32 mV , der des zweiten bei 5 mV .

für Wellenlängen zwischen $20 \mu\text{m}$ und 2 mm transparent. Fällt Infrarot- oder Ferninfrarotstrahlung durch das Fenster auf den Absorber, erwärmt sich dieser zusammen mit dem umgebenden Gas. Als Folge ändert sich der Druck im Gasvolumen und damit die Krümmung der flexiblen Membran. Die Krümmung wird mit einem optischen System ausgewertet. Dazu wird das Licht der Lichtquelle mit Hilfe einer plankonvexen Linse zu einem parallelen Bündel geformt und mit einem Gitter moduliert, welches sich im Brennpunkt einer weiteren Linse befindet, so dass durch das Gitter räumlich moduliertes paralleles Licht entsteht. Dieses wird von der Membran reflektiert und durch die gleiche Optik auf eine Fotodiode abgebildet. Dabei wird das Licht wieder mit dem Gitter moduliert, wodurch Interferenzen entstehen. Je nach Reflexion an der Membran wird damit die von der Fotodiode registrierte Intensität kleiner oder größer. Prinzipbedingt zeigt die Golay-Zelle damit ein zeitlich stabiles Signal am Ausgang, dessen Wert von der Krümmung der Membran und der Justage der optischen Abtastung abhängt.

Die zwei Golay-Zellen, die uns vom Forschungszentrum Rossendorf zur Verfügung gestellt wurden, waren sowohl mechanisch als auch elektrisch deutlich unterschiedlich. Wie man den typischen Zeitsignalen in Abbildung 3.19 entnimmt, sind die Anstiegszeiten deutlich unterschiedlich. Während der erste Detektor eine Anstiegszeit von etwa $1,7 \text{ ms}$ zeigt und für größere Zeiten ($t > 7 \text{ ms}$) schwingt, beträgt die Anstiegszeit des zweiten Detektors etwa $5,7 \text{ ms}$. Die Pulse sind auf halber Höhe 3 ms , bzw. 8 ms breit und die Rauschpegel betragen 32 mV , bzw. 5 mV RMS . Durch diese Umstände wurden die Messungen mit den Golay-Zellen etwas erschwert.

Während der Auswertung der Zeitsignale konnten die unterschiedlichen Rauschpegel und

Amplituden durch geeignete Mittelung und Skalierung soweit ausgeglichen werden, dass die Autokorrelationen der einzelnen Detektoren vergleichbar wurden (wie in Abbildung 4.2 in Kapitel 4 gezeigt wird). Die Summe der beiden Autokorrelationen ist aber trotzdem nur bedingt konstant, so dass die aus den beiden Detektoren berechnete Autokorrelation der Messung mit einem größeren Fehler behaftet ist (siehe Abbildung 4.3 und Abbildung 4.4 in Kapitel 4). Wichtige Details der Autokorrelationsfunktion, wie die Höhe und Breite des zentralen Maximums, hängen stark von der Mittelungs- und Skalierungsprozedur ab.

3.4.4 Bolometer

Bolometer basieren, wie auch die bisher beschriebenen Detektoren, auf dem Prinzip, einer Erwärmung des Detektorchips durch die nachzuweisende Strahlung. Der Detektorchip eines Bolometers wird mit Thermistor bezeichnet und ist typischerweise auf wenige Kelvin gekühlt.

Für einige Messungen stand ein Bolometer des Max-Planck-Instituts (MPI) für Radioastronomie⁸ in Bonn zur Verfügung, welches in Abbildung 3.20. abgebildet ist. Das Bolometer besteht aus einem tonnenförmigen Kryostaten, der mit flüssigem Helium gefüllt ist. Im Inneren befinden sich zwei Thermistorchips aus neutronen-transmutations-dotiertem Germanium (NTD-Ge) als Temperatursensoren. Diese werden bei einer Temperatur von 2 K betrieben und von einer Konstantstromquelle gespeist. Durch die nachzuweisende Strahlung erwärmen sich die Thermistoren, so dass sich ihr Widerstand erhöht. Dies wiederum führt zu einem Spannungsabfall über den Thermistoren, der proportional zur Strahlungsintensität ist. Der Spannungsabfall wird von empfindlichen Vorverstärkern verarbeitet und nach einer weiteren Verstärkung mit Analog-Digitalwandlern gemessen.

Abbildung 3.21 zeigt ein Foto vom inneren Teil des Bolometers, der bei einer Temperatur von 2 K betrieben wird. Zuerst wird die Strahlung am Strahlteiler nach Polarisationen aufgespalten. Die eine Polarisationsrichtung wird durch gelassen und gelangt auf den dahinter angeordneten Thermistor, während die andere Polarisationsrichtung um 90° abgelenkt wird und dort auf den zweiten Thermistor trifft. Vor den Thermistoren befindet sich jeweils eine Hornantenne, die die Strahlung bündelt. Die Thermistoren sind in einen Kupferblock eingeschraubt, der wiederum auf den Boden des Heliumbehälters geschraubt ist. Das Helium wird auf 35 mbar angepumpt und kühlt dabei die Thermistoren auf eine Temperatur von etwa 2 K. Im Betrieb wird über die Thermistoren eine Kupferabdeckung gestülpt, die ebenfalls thermisch mit dem Heliumbad gekoppelt ist, wie in Abbildung 3.22 zu sehen ist. Dadurch werden die Thermistoren gegen Strahlungswärme abgeschirmt und sicher auf ihre Arbeitstemperatur von 2 K gebracht. Die nachzuweisende Strahlung muss dabei einen Filter durchqueren, der Infrarotstrahlung oberhalb von etwa 1 THz stark unterdrückt um die thermische Belastung des Heliumbads zu reduzieren. Ein weiterer Filter befindet sich in der Außenwand im Boden des Bolometers. Er bildet gleichzeitig das Fenster zwischen dem Isoliervakuum im Bolometer und der Umgebung. Durch die beiden Filter wird die Akzeptanz des Bolometers auf Frequenzen zwischen 150 GHz und 900 GHz beschränkt. Die Transferfunktion wurde aus Messungen von Kreysa bestimmt und ist in Abbildung 3.23 dargestellt [Kre02]. Weitere Untersuchungen zum Verhalten der Filter wurden im Rahmen dieser Arbeit durchgeführt und werden in Abschnitt 5.1 im Kapitel 5 diskutiert.

In Abbildung 3.24 sind typische Signalverläufe des Bolometers dargestellt. Die Thermistoren sind mit empfindlichen und besonders rauscharmen Vorverstärkern verbunden. Dafür wurden die Innenwiderstände der Vorverstärker an die Widerstände der Thermistoren bei 2 K

⁸Max-Planck-Institut für Radioastronomie, Auf dem Hügel 69, 53121 Bonn, Deutschland, <http://www.mpifr-bonn.mpg.de>



Abbildung 3.20: Foto des Bolometers vom Max-Planck-Instituts für Radioastronomie in Bonn. Flüssiger Stickstoff und flüssiges Helium werden von oben in den tonnenförmigen Kryostaten eingefüllt. Der Schlauch verbindet das Heliumbad mit einer Vakuumpumpe um den Druck auf 35 mbar zu senken. Die nachzuweisende Strahlung wird von unten in das Bolometer eingekoppelt. Die schwarze Box am hinteren Rand enthält zwei Vorverstärker und die batteriegespeiste Stromquelle für die Thermistoren.

3 Der Messaufbau

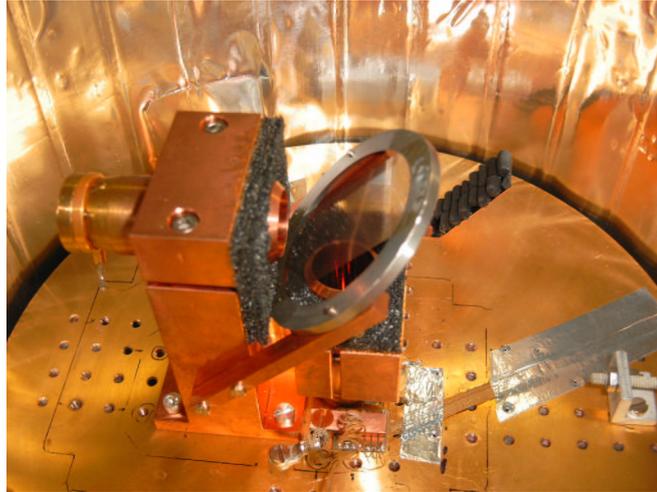


Abbildung 3.21: Foto des inneren Aufbaus des Bolometers. Die Grundplatte ist mit flüssigem Helium bei 35 mbar auf eine Temperatur von 2 K gekühlt. Darauf ist ein Kupferblock geschraubt, der links und unten je einen der zwei Thermistoren kühlt, vor denen sich Hornantennen befinden. In der Mitte ist der Strahlteiler zu erkennen, der die von oben kommende Strahlung nach Polarisationsrichtungen auf die beiden Thermistoren verteilt. An der Unterkante des Fotos sind die Anschlusskabel der Thermistoren zu erkennen und an der Oberkante ist ein Teil des 77 K Flüssig-Stickstoff-Schildes sichtbar.

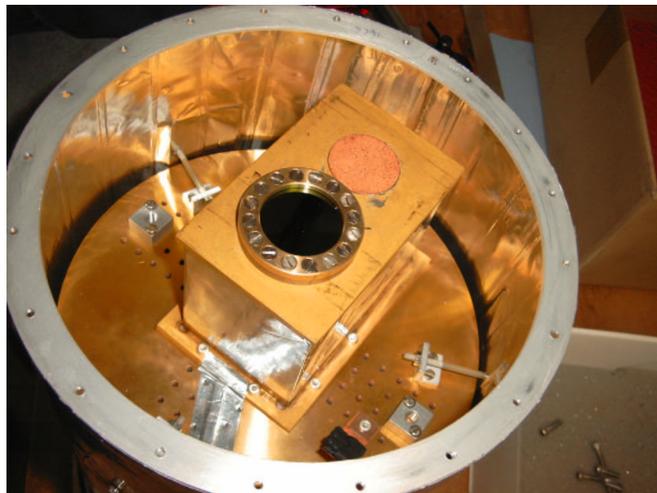


Abbildung 3.22: Foto des inneren Aufbaus des Bolometers mit abgeschirmten Thermistoren. Gegenüber Abbildung 3.21 wurde über die Thermistoren eine Kupferabdeckung gestülpt, die für eine gute thermische Isolation und Abschirmung sorgt. Auf der Oberseite erkennt man den Filter, durch den die Strahlung auf den Strahlteiler trifft.

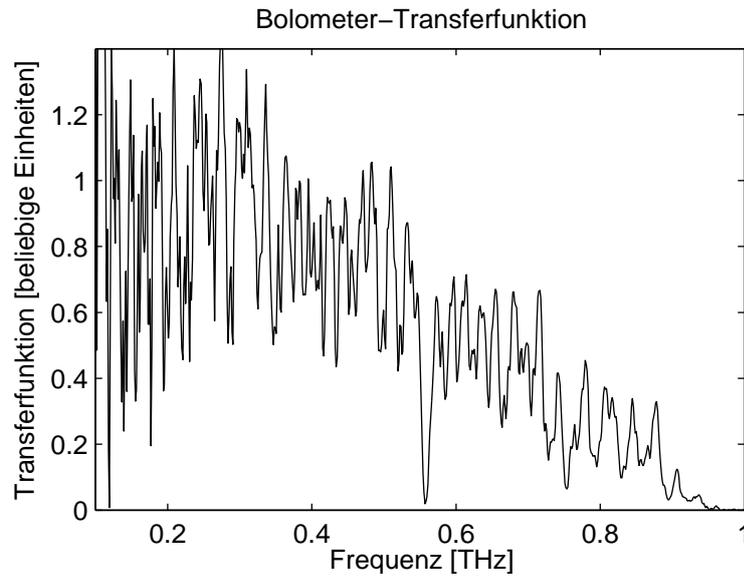


Abbildung 3.23: Transferfunktion des Bolometers, berechnet aus Messungen von Kreysa [Kre02].

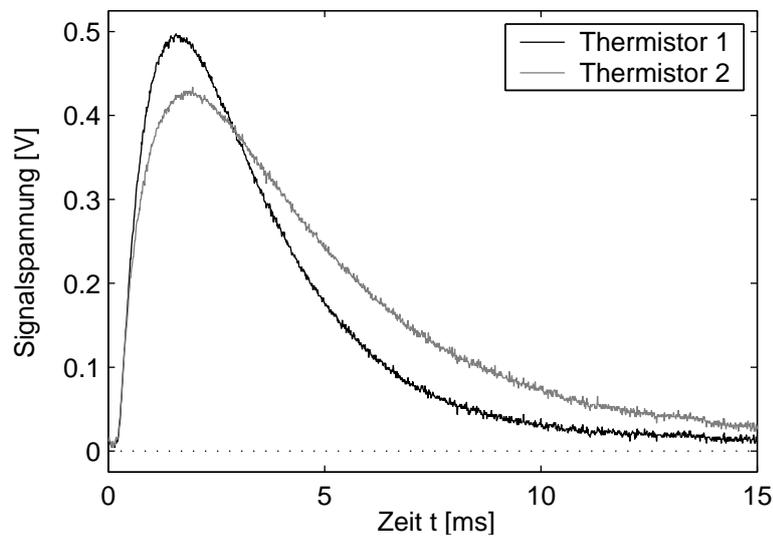


Abbildung 3.24: Typische Signale des Bolometers. Die Widerstandsänderungen der beiden Thermistoren werden mit sehr empfindlichen und rauscharmen Vorverstärkern ausgewertet und nach einer weiteren Verstärkung mit Analog-Digitalwandlern gemessen. Der Rauschpegel ist gering und liegt kaum über dem Auflösungsvermögen der ADCs. Die Anstiegszeit des ersten Thermistors beträgt $780 \mu\text{s}$, die des zweiten $890 \mu\text{s}$. Beide Signale sind mit einer Halbwertsbreite von etwa 4 ms recht breit, aber für Bolometer typisch.

angepasst. Hinter die Vorverstärker sind weitere Verstärker geschaltet, bevor die Signale von Analog-Digitalwandlern aufgezeichnet werden. Das Rauschen der Thermistorsignale ist gering und kaum größer als das Auflösungsvermögen der Analog-Digitalwandler. Beide Thermistoren sind etwa gleich sensitiv. Die Anstiegszeit des ersten beträgt etwa $780\ \mu\text{s}$, die des zweiten $890\ \mu\text{s}$. Die Signale sind beide mit einer Halbwertsbreite von $4\ \text{ms}$ zwar recht breit, aber für Bolometer typisch. Das liegt vor allem daran, dass die Thermistoren des Bolometers an eine Konstantstromquelle angeschlossen sind und sich ihr Widerstand proportional mit der externen Strahlung ändert. Damit ist die an das Heliumbad abgegebene Leistung die Summe aus dem Ohm'schen Verlust der Thermistoren und der externen Strahlung.

3.5 Transferfunktion des Messaufbaus

Das Frequenzspektrum der Autokorrelationsfunktion, das mit dem Interferometer gemessen wird, hängt von den Transferfunktionen der verschiedenen Komponenten des Interferometers ab (siehe Gleichung 3.13). An dieser Stelle sollen nun die wichtigsten Komponenten diskutiert werden und mit Detektoreigenschaften zu den Transferfunktionen des Messaufbaus kombiniert werden.

Das erste strahlbeeinflussende Element ist der Übergangsstrahlungsschirm im Elektronenstrahl. Die Abstrahlcharakteristik der Quelle wurde zusammen mit der Beugung im Interferometer mit ZEMAX berechnet. Dabei wurde angenommen, dass der Quellschirm einen Durchmesser von $35\ \text{mm}$ und das Strahlrohr einen Durchmesser von $60\ \text{mm}$ hat. Der Lorentzfaktor γ wurde zu 270 gewählt, weil die Mehrzahl der Messungen an der Experimentierstation 2BC2 aufgezeichnet wurde. Die Unterschiede, die sich für Messungen bei $\gamma = 460$ an der Experimentierstation 1ACC3 ergeben, sind in Abbildung 2.29 in Kapitel 2 diskutiert. Aus diesen Daten wurde der Umrechnungsfaktor bestimmt, um die ZEMAX-Rechnungen auch bei $\gamma = 460$ verwenden zu können. In Abbildung 3.9 ist die Frequenzabhängigkeit, die durch die kleine Quelle und die Beugung in Interferometer entsteht, dargestellt.

Auf Basis der in [Gei99] veröffentlichten Messungen wurde die Transferfunktion des Quarzglasfensters vom Typ „Suprasil II“ berechnet, das das Vakuum im Strahlrohr gegen die Umgebung abgrenzt.

Der Einfluss der Drahtgitter ist als gering einzuschätzen und wird deshalb nicht weiter berücksichtigt. Ihr Verhalten wurde in der Literatur ausführlich diskutiert [Gei99, Lei98]. Desweiteren existieren Messergebnisse zu freitragenden Gittern aus $10\ \mu\text{m}$ dünnem Draht mit verschiedenen Drahtabständen [BCN⁺81]. Diese zeigen, dass die Gitter mit einem maximalen Fehler von 1% bei einer Frequenz von $1,5\ \text{THz}$ nahezu ideal sind. Dies stimmt damit überein, dass Drahtgitter gut als Polarisatoren geeignet sind, solange ihre Gitterkonstante $\leq \lambda/4$ und ihr Drahtdurchmesser $\leq \lambda/10$ ist [CHNW77]. Mit $10\ \mu\text{m}$ dünnen Drähten und $30\ \mu\text{m}$ Drahtabstand sind beide Bedingungen für die neueren Gitter, die in Abschnitt 3.1.2 angesprochen werden, für Frequenzen $< 3\ \text{THz}$ erfüllt.

Das Absorptionsspektrum von feuchter Luft wurde aus Messungen an der Universität Freiburg (siehe Abbildung 3.3) für eine Wegstrecke von $l = 1140\ \text{mm}$, der optischen Weglänge im Interferometer, berechnet. Die ersten drei Akzeptanzminima befinden sich bei $556\ \text{GHz}$, $754\ \text{GHz}$ und $988\ \text{GHz}$. Oberhalb von $f = 1\ \text{THz}$ nimmt die Anzahl der Minima deutlich zu. Im Frequenzspektrum bis $1,5\ \text{THz}$ sind insgesamt 17 Minima bekannt, bis $3\ \text{THz}$ 68 [HVD66].

Für die pyroelektrischen Detektoren, die Golay-Zellen und die DTGS-Detektoren wird als Durchmesser für die aktive Detektorfläche jeweils $5\ \text{mm}$ gewählt. Der Einfluss der Hornantenne wurde lediglich in Form einer Blende in ZEMAX berücksichtigt. Für das Bolometer wird eine

aktive Detektorfläche von 15 mm Durchmesser angenommen und zusätzlich die Transferfunktion der Filter aus Abbildung 3.23 verwendet.

Die Anteile für feuchte Luft und das Fenster sind in Abbildung 3.25 dargestellt und die Anteile

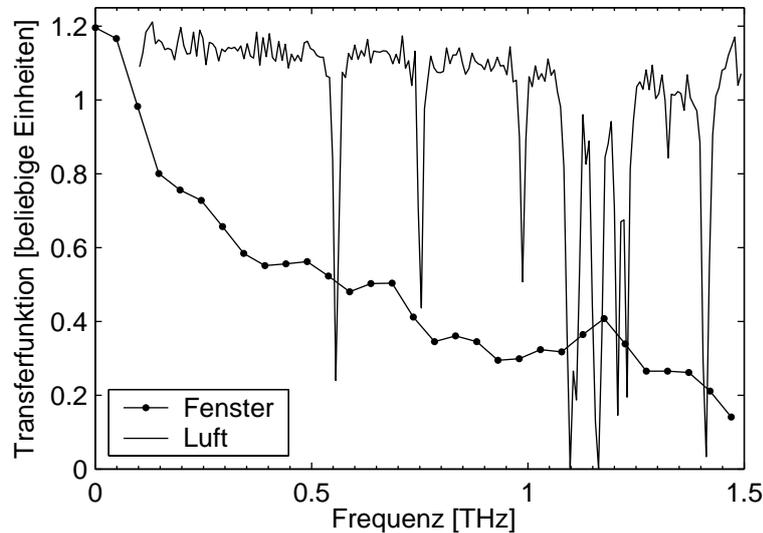


Abbildung 3.25: Transferfunktionen für feuchte Luft und das Quarzglasfenster, die in die zusammengesetzte Transferfunktion des Messaufbaus eingehen. Die Daten für Fenster vom Typ „Suprasil II“ stammen aus [Gei99]. Die Absorption in Luft wurde aus Daten der Universität Freiburg für eine Wegstrecke von $l = 1140$ mm berechnet [Jep03].

für die Quelle und die Beugung im Interferometer finden sich in Abbildung 3.9. Abbildung 3.26 zeigt die zusammengesetzten Transferfunktionen für das Bolometer beim Lorentzfaktor $\gamma = 270$ und die übrigen Detektoren bei $\gamma = 270$ und $\gamma = 460$. Der Anteil der Absorption in feuchter Luft führt bei allen drei Transferfunktionen zu deutlichen Einbrüchen. Der Abfall der Transferfunktion des Fensters kompensiert teilweise den Anstieg der Abstrahlcharakteristik der Quelle, so dass die gesamte Transferfunktion bei Vernachlässigung der Wasserabsorption oberhalb von 500 GHz im Mittel flach ist. Aufgrund des etwas langsameren Anstiegs für $\gamma = 460$ ist diese Eigenschaft für die zugehörige Transferfunktion ein wenig ausgeprägter. Die Transferfunktion des Bolometers ist von den Filtereigenschaften des Detektors dominiert und auf Frequenzen zwischen 150 GHz und 900 GHz beschränkt.

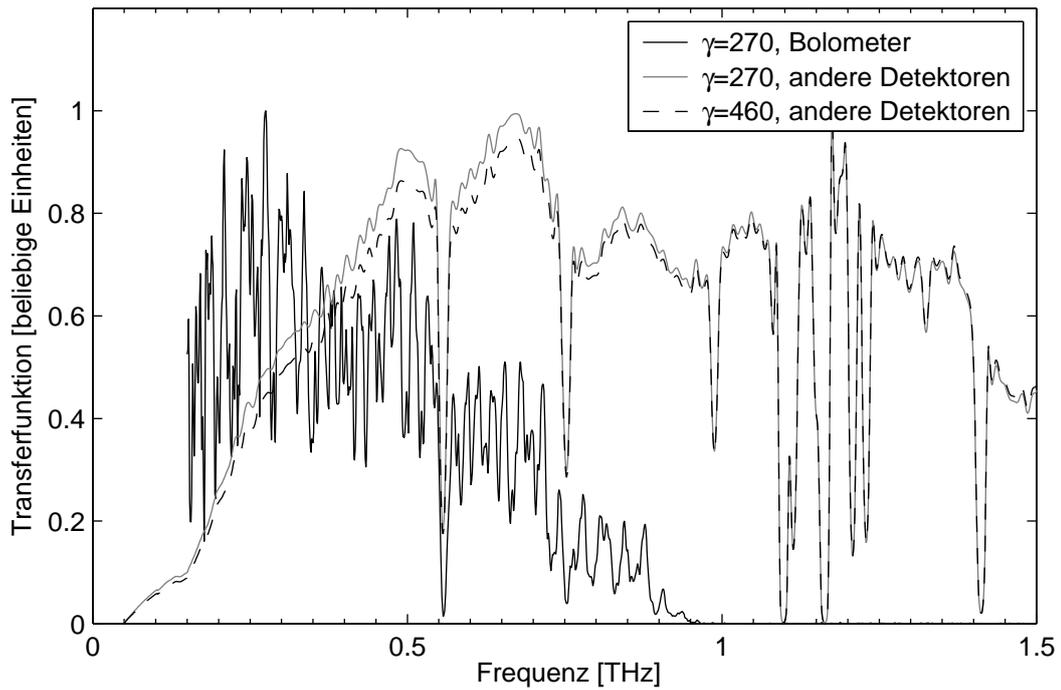


Abbildung 3.26: Zusammengesetzte Transferfunktion des Messaufbaus für das Bolometer beim Lorentzfaktor $\gamma = 270$ und die übrigen Detektoren bei $\gamma = 270$ und $\gamma = 460$. Die Transferfunktionen für die übrigen Detektoren (pyroelektrische Detektoren, DTGS-Detektoren und Golay-Zellen) sind aus den Anteilen für das Abstrahlverhalten der Quelle, die Beugung im Interferometer, die Absorption im Vakuumfenster und die Absorption in 1140mm feuchter Luft zusammengesetzt. Die Transferfunktion für den Messaufbau mit dem Bolometer enthält zusätzlich die von Kreysa gemessene Transferfunktion des Bolometers [Kre02].

4 Verfahren der Datenauswertung

4.1 Übersicht

In Abschnitt 2.2 in Kapitel 2 wird hergeleitet, dass die gesuchte Bunch-Länge in das Frequenzspektrum des abstrahlenden Prozesses kodiert ist (siehe Gleichung 2.7). Weiterhin wird in Abschnitt 3.1.4 in Kapitel 3 diskutiert, dass mit dem Interferometer die Kosinus-Transformierte dieses Frequenzspektrums gemessen wird (siehe Gleichung 3.11). Dies entspricht gleichzeitig der Autokorrelationsfunktion des Zeitsignals am Eingang (siehe Abschnitt 3.1.4 in Kapitel 3).

Die Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ der gemessenen Daten lässt sich nicht umkehren, weshalb die Ladungsverteilung im Bunch nur indirekt zugänglich ist. Daher sind für die Auswertung der Interferometerdaten mehrere Schritte erforderlich. Diese sind in Abbildung 4.1 in Beziehung gesetzt.

1. Berechnung des Frequenzspektrums der Autokorrelationsfunktion mit der inversen Fourier-Transformation (siehe Gleichung 3.11 in Kapitel 3):

$$a(\tau) \implies A(\omega) \quad . \quad (4.1)$$

2. Korrektur von Frequenzabhängigkeiten mit der Transferfunktion und dem Einteilchenspektrum (siehe Gleichung 3.13 in Kapitel 3):

$$A(\omega) = |G(\omega)|^2 \implies |f(\omega)|^2 \quad . \quad (4.2)$$

3. Extrapolation von $|f(\omega)|$ zu niedrigen und zu hohen Frequenzen.
4. Berechnung der Phase $\phi(\omega)$ mit der Kramers-Kronig Relation (siehe Gleichung 2.120 in Kapitel 2) und daraus des komplexen Formfaktors:

$$f(\omega) = |f(\omega)| \exp(i\phi(\omega)) \quad . \quad (4.3)$$

5. Berechnung der Ladungsverteilung $g(t)$ durch Fourier-Rücktransformation des komplexen Formfaktors:

$$f(\omega) \implies g(t) \quad . \quad (4.4)$$

Die Autokorrelationsfunktion hängt nach Gleichung 3.17 in Kapitel 3 nur von einer zeitlichen Differenz, dem Gangunterschied τ ab. Deshalb kann zwischen dem in Schritt 5 gewonnenen $g(t)$ und $g(-t)$ nicht unterschieden werden.

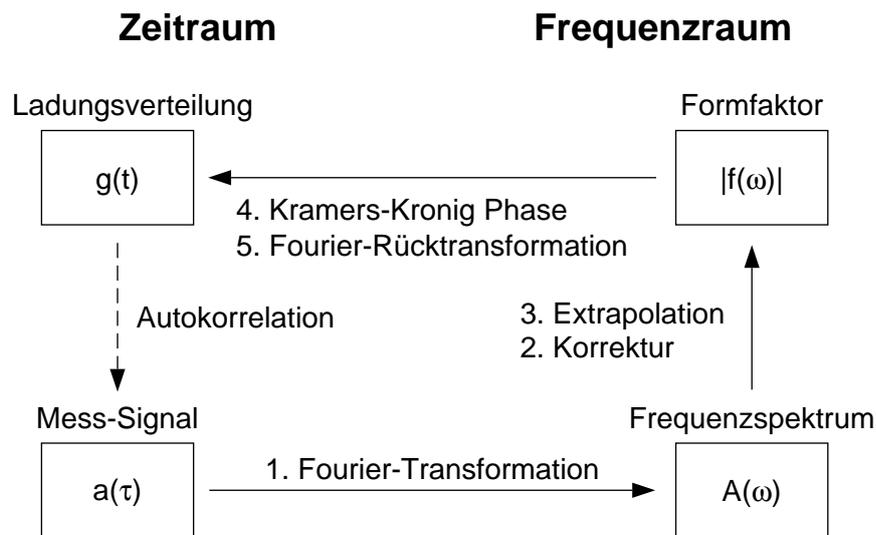


Abbildung 4.1: Schema der Datenauswertung. Die Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ der Ladungsverteilung $g(t)$ wird als Funktion des Gangunterschieds τ gemessen. Zwischen den Darstellungen im Zeitraum (links) und dem Frequenzraum (rechts) wird per Fourier-Transformation gewechselt.

4.2 Beispiel einer Datenauswertung

Im vorangegangenen Abschnitt wurde beschrieben, welche Schritte zur Auswertung gemessener Autokorrelationsfunktionen erforderlich sind. Diese sollen in diesem Abschnitt exemplarisch an einem Datensatz durchgeführt werden.

Das im folgenden zu analysierende Interferogramm 0004_111218 stammt vom 11. April 2000. Zu diesem Zeitpunkt erzeugte der Beschleuniger sehr kurze Ladungsverteilungen. Die Messung wurde mit Übergangsstrahlung an einem Schirm mit 35 mm Durchmesser (vergleiche Abschnitt 2.5.3 in Kapitel 2) bei einer Energie von 230 MeV aufgenommen. Das Interferometer im alten Aufbau (siehe Abschnitt 3.1.2 im Kapitel 3) stand zu diesem Zeitpunkt an der Diagnosestation IACC3 und wurde mit Golay-Zellen (vergleiche Abschnitt 3.4.3 in Kapitel 3) betrieben.

4.2.1 Autokorrelation

Am Beschleuniger werden für jeden Makropuls die Zeitsignale der Detektoren als Funktion der Position des fahrbaren Dachspiegels abgespeichert. Um aus diesen Daten eine Autokorrelationsfunktion zusammensetzen, wird die Amplitude über einem eventuellen Offset bestimmt. Letzterer wird mit Hilfe des Mittelwerts der Daten aus Zeitabschnitten vor dem Strahlungspuls korrigiert. Anschließend wird das Maximum der Verteilung bestimmt und über je 20 Datenpunkte davor und dahinter gemittelt. Als Mess-Signal für die weitere Auswertung wird die Differenz zwischen gemitteltem Maximum und Offset verwendet.

Aufgetragen gegen den Gangunterschied τ im Interferometer ergeben sich für die beiden Detektoren die Autokorrelationsfunktionen in Abbildung 4.2.

Die Summe dieser beiden Autokorrelationsfunktionen soll nach Gleichung 3.10 aus Kapitel 3 konstant sein. Für den ausgewählten Datensatz stimmt das innerhalb einer Abweichung von

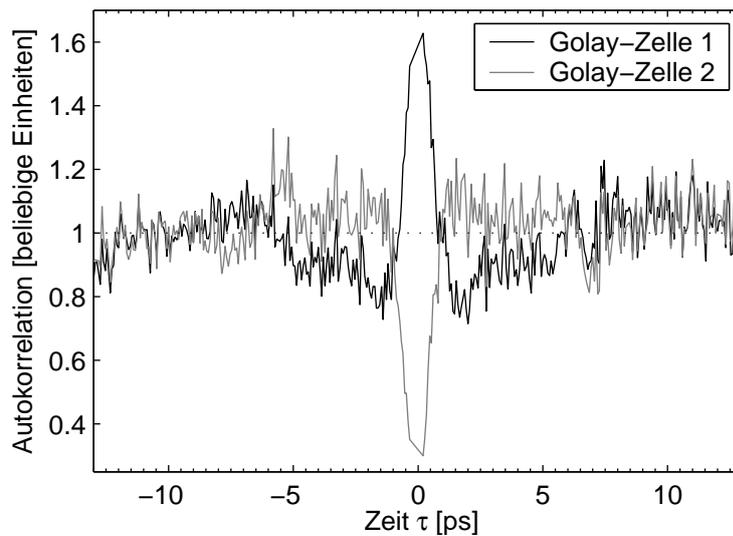


Abbildung 4.2: Autokorrelationsfunktionen der beiden Detektoren zum Interferogramm 0004_111218. Die Amplituden des zweiten Detektors wurde so skaliert, dass die Summe beider Detektoren möglichst konstant ist.

etwa 20%, wie in Abbildung 4.3 zu sehen ist. Über eine Anpassung wird das Signal des zweiten Detektors so skaliert, dass diese Abweichung im Summsignal minimal wird. Damit werden unterschiedliche Verstärkungsfaktoren der beiden Detektoren ausgeglichen.

Mit Hilfe von Gleichung 3.15 aus Kapitel 3 wird die Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ berechnet, die unabhängig von der Eingangsintensität ist. Die Verteilung ist auf halber Höhe etwa 1 ps breit, wie Abbildung 4.4 entnommen werden kann. Der rechte ($t > 0$) und der linke ($t < 0$) Arm sind wie erwartet weitestgehend spiegelsymmetrisch. Nur bei $|t| \approx 2$ ps sind leichte Unterschiede zu erkennen. Der Autokorrelationsfunktion ist Rauschen mit einer Standardabweichung von 1,6% bezogen auf das Maximum überlagert.

Eventuelle Offsets und lineare Drifts werden für die weitere Auswertung korrigiert, indem eine an die beiden Enden der Autokorrelationsfunktion angepasste Gerade subtrahiert wird.

4.2.2 Frequenzspektrum

Mit der Autokorrelationsfunktion aus Abbildung 4.4 kann nun der Schritt 1 der Auswertung aus Abschnitt 4.1 durchgeführt werden. Als Ergebnis der Fourier-Transformation der Autokorrelation erhält man das Frequenzspektrum $A(\omega)$.

Der Theorie der Fourier-Transformation nach werden N komplexen Punkten im Abstand Δt im Zeitfenster $[t_{min}, t_{max}]$ N komplexe Punkte im Abstand Δf im Frequenzraum $[-f_{max} + \Delta f, f_{max}]$ zugeordnet. Für den in der Physik wichtigen Spezialfall, bei dem die N Punkte im Zeitraum rein reell sind, werden diese in $N/2 + 1$ Punkte im Frequenzraum überführt, wobei die $N/2 - 1$ Punkte in $[-f_{max} + \Delta f, -\Delta f]$ komplex konjugierte Kopien der Daten aus $[\Delta f, f_{max} - \Delta f]$ enthalten. Die Punkte bei $f = 0$ und $f = f_{max}$ sind rein reell und enthalten den Mittelwert des Zeitsignals, bzw. die Amplitude der höchsten abtastbaren Frequenz. Die übrigen $N/2 - 1$ Punkte sind komplex, wodurch aus N reellen Informationen im Zeitraum wieder N Informationen im Frequenzraum werden.

4 Verfahren der Datenauswertung

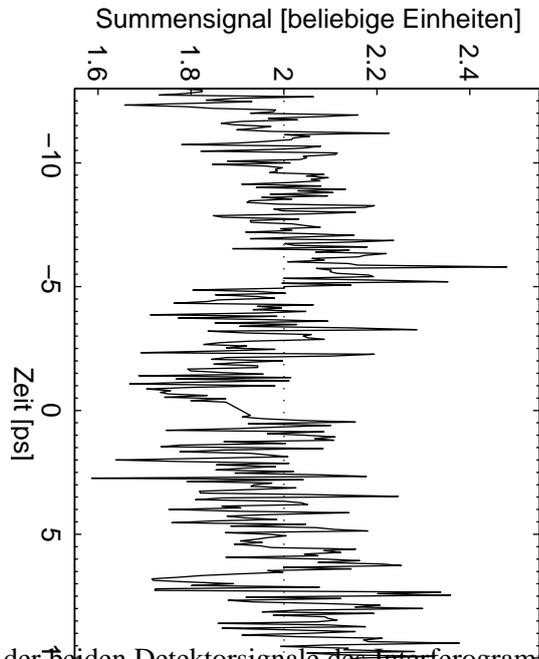


Abbildung 4.3: Summe der beiden Detektorsignale des Interferogramms 0004_111218 aus Abbildung 4.2 mit identischen Einheiten. Die Amplituden des zweiten Detektors wurde so skaliert, dass die Summe beider Detektoren möglichst konstant ist.

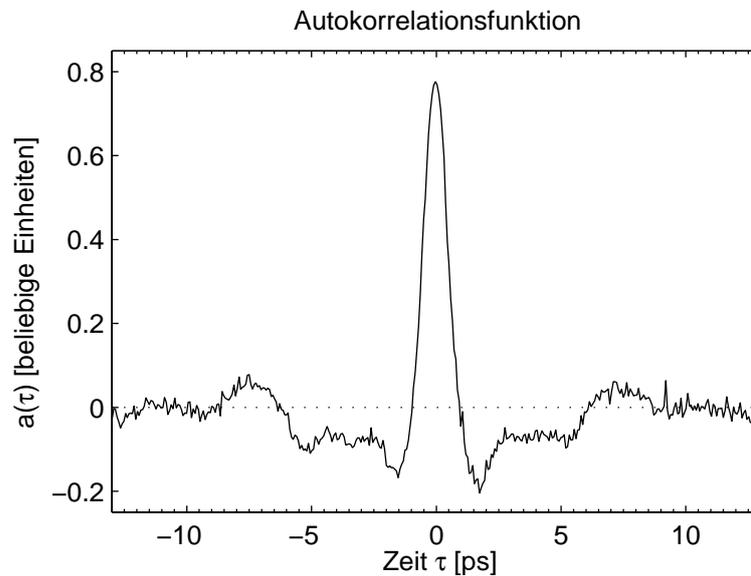


Abbildung 4.4: Normierte Autokorrelationsfunktion zum Interferogramm 0004_111218, berechnet mit Gleichung 3.15 aus den Signalen der beiden Detektoren.

Die höchste Frequenz f_{max} entspricht dem doppelten minimalen Abstand Δt zwischen zwei Punkten im Zeitraum. Dieser Zusammenhang wird als *Nyquist-Theorem* bezeichnet:

$$f_{max} = \frac{\omega_{max}}{2\pi} = \frac{1}{2\Delta t} \quad , \quad (4.5)$$

entsprechend wird die maximale Frequenz f_{max} auch Nyquist-Frequenz genannt. Weiterhin ist der Abstand Δf zwischen zwei Punkten im Frequenzraum durch die Größe des Zeitfensters $t_{max} - t_{min} = N\Delta t$ gegeben:

$$\Delta f = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \frac{1}{t_{max} - t_{min}} \quad (4.6)$$

Aus den Gleichungen 4.5 und 4.6 ergibt sich zusammen mit der Transferfunktion des Interferometers und der erwarteten spektralen Verteilung der zu messenden Strahlung der Bereich, in dem die Autokorrelationsfunktion gemessen werden sollte. Die Transferfunktion des Interferometers ist auf den Frequenzbereich zwischen 50 GHz und 1,5 THz beschränkt [Gei99]. Aus der maximalen Frequenz von $f_{max} = 1,5$ THz ergibt sich die maximale Schrittweite, mit der die Autokorrelationsfunktion abgetastet werden sollte, aus Gleichung 4.5 zu $\Delta t = 330$ fs. Um die Minimale Frequenz von 50 GHz erfassen zu können, darf die Schrittweite im Frequenzraum nicht größer sein als $\Delta f = 50$ GHz und aus Gleichung 4.6 ergibt sich das zeitliche Fenster, in dem die Autokorrelationsfunktion mindestens aufgenommen werden sollte zu $|t| \leq 10$ ps. Ferner ergibt sich aus den beiden Aussagen zusammen, dass die Autokorrelationsfunktion mit mindestens $N \approx 60$ Punkten abgetastet werden sollte. Für eine sichere Identifikation des Maximums in der Autokorrelationsfunktion und zur Kontrolle der Rauschpegel sollte dennoch die Schrittweite nicht größer als 100 fs und das Fenster nicht kleiner als 50 ps gewählt werden.

Aus der so bestimmten Autokorrelationsfunktion kann durch Fourier-Transformation das Frequenzspektrum bestimmt werden. Dieses ist für das Interferogramm 0004_111218 in Abbildung 4.5 dargestellt.

Nach Gleichung 3.17 in Kapitel 3 ist die Autokorrelationsfunktion eine gerade Funktion mit $a(\tau) = a(-\tau)$. Den Messdaten aus Abbildung 4.4 ist dieses Verhalten allerdings nicht direkt zu entnehmen. Als Folge enthält die Fourier-Transformation der Autokorrelationsfunktion imaginäre Anteile, die diese Asymmetrie beschreiben. Da ein solches Verhalten nicht der Erwartung entspricht, ist es auf messtechnische Ungenauigkeiten zurück zu führen. Für die weitere Auswertung der Daten wird deshalb nur der Betrag der Fourier-Transformierten der Autokorrelationsfunktion betrachtet.

4.2.3 Korrektur von Frequenzabhängigkeiten

Die Transferfunktion für diese Messung mit den Golay-Zellen bei $\gamma = 460$ ist in Abschnitt 3.5 in Kapitel 3 diskutiert worden und in Abbildung 3.26 dargestellt.

Die Transferfunktion wurde willkürlich auf einen Mittelwert von 1 normiert, damit sich der Mittelwert des Frequenzspektrums nicht wesentlich verändert. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.5 dargestellt.

Die normierte Transferfunktion wurde auf die Frequenzen beschränkt, bei denen die Amplitude größer als 50% ist. Dadurch wird verhindert, dass das Signal-Rauschverhältnis zu stark anwächst. In den anderen Frequenzbereichen wurden die Messdaten nicht weiter verwendet.

4.2.4 Niederfrequenzverhalten des Spektrums

Wie man dem Spektrum aus Abbildung 4.5 entnimmt, verschwindet die Leistung bei niedrigen Frequenzen, selbst nach der Korrektur einiger systematischer Fehler im Frequenzspektrum durch

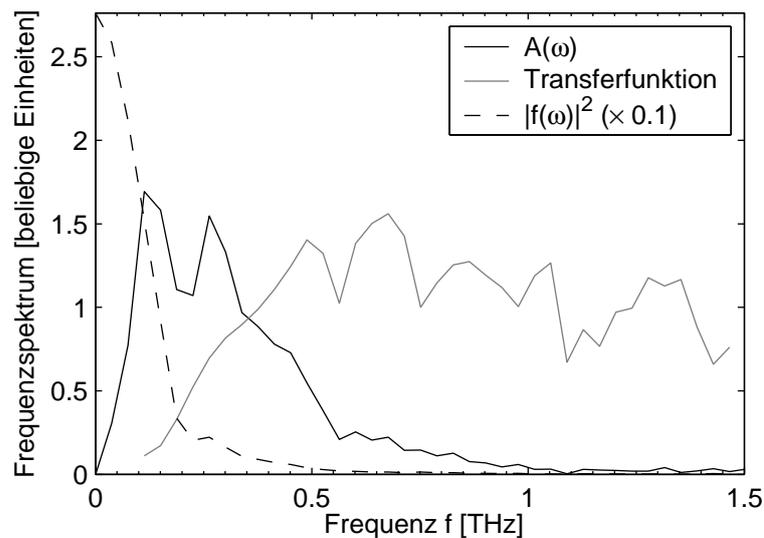


Abbildung 4.5: Frequenzspektrum des Interferogramms 0004_111218. $A(\omega)$ zeigt die Fourier-Transformierte der Autokorrelationsfunktion. Die Kurve $|f(\omega)|^2$ wurde zuerst mit der gezeigten Transferfunktion entfaltet und auf ein $1/10$ skaliert. Die Transferfunktion wurde willkürlich auf einen Mittelwert von 1 normiert. Anschließend wurde im niederfrequenten Bereich eine Gaussverteilung angepasst, um das Hochpassverhalten des Messaufbaus zu kompensieren. Die Daten für $f < 110\text{GHz}$ wurden durch die Gaussfunktion ersetzt.

die Transferfunktion. Würde man die anderen Auswertungsschritte weiter ausführen, so ergäbe sich eine Ladungsverteilung, die positive und negative Anteile hat und im Mittel verschwindet. Der fehlende Anteil im Frequenzspektrum bei $f \leq f_{min}$ ist für diesen Umstand verantwortlich. Um trotzdem eine Ladungsverteilung rekonstruieren zu können, die über den gesamten Zeitraum physikalisch sinnvolle, d. h. positive Anteile enthält, muss der fehlende Teil im Frequenzspektrum ergänzt werden.

Die verbliebene Hochpassfiltercharakteristik wird korrigiert, indem aus den Daten der Punkt f_{min} bestimmt wird, unterhalb dem keine zuverlässigen Daten mehr vorhanden sind. Für diese Arbeit bezeichnet f_{min} willkürlich den Punkt der größten negativen Steigung und für $f \leq f_{min}$ wird stetig differenzierbar eine Gaussfunktion eingefügt. Aufgrund der Freiheiten bei der Wahl von f_{min} und der dortigen Steigung kann es leicht zu Fehlinterpretationen der gemessenen Signale kommen. Gerade bei stark verrauschten Signalen kann die Anpassung bei f_{min} eine zu große Steigung ergeben. Dadurch würde das Verhältnis zwischen dem angepassten Teil des Frequenzspektrums und dem tatsächlich gemessenen so verändert, dass die schlussendlich ausgewertete Ladungsverteilung systematisch zu breit und zu gaussförmig erschiene. Um das zu verhindern wird das Frequenzspektrum um f_{min} gemittelt, wodurch die Steigung allerdings als zu klein bestimmt werden kann. Damit würde die Ladungsverteilung zu schmal und bekäme übermäßig viele hochfrequente Strukturen.

Mit dem gewählten Verfahren wird eine stabile Anpassung erreicht. Dazu wurden in Abbildung 4.6 neben der bestimmten Anpassung auch davon abweichende Anpassungen im Frequenzraum (links) und die sich daraus ergebenden Ladungsverteilungen (rechts) gezeigt. Das Maximum um $t \approx 1\text{ps}$ ändert sich kaum, während die Verteilung bei $t > 3\text{ps}$ umgekehrt pro-

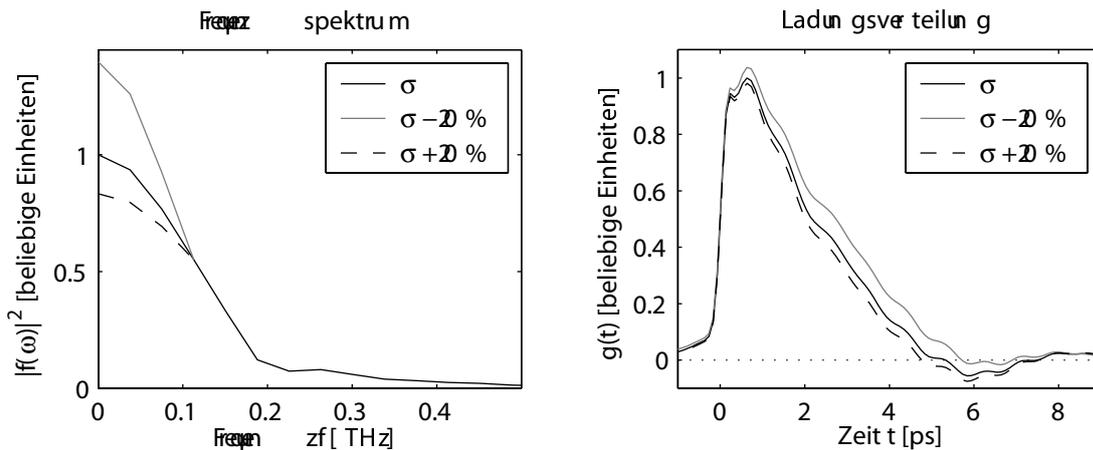


Abbildung 4.6: Vergleich verschiedener niederfrequenter Anpassungen im Frequenzspektrum $|f(\omega)|^2$ der Autokorrelationsfunktion (links) und die sich daraus ergebenden Ladungsverteilungen $g(t)$ (rechts). Die durchgezogene Linie ist mit dem beschriebenen Verfahren unterhalb von $f_{min} = 110$ GHz angepasst worden. Für die beiden Variationen wurde das berechnete σ der Gaussfunktion um 20% verändert.

portional zu σ variiert. Die Halbwertsbreite der rekonstruierten Ladungsverteilung ändert sich von 2,2 ps auf 2,6 ps, bzw. 2,0 ps. Das beschriebene Verfahren ist damit gut geeignet für die erforderlichen Anpassungen der niedrigen Frequenzen.

Abbildung 4.5 zeigt das Frequenzspektrum der Musterdaten des Interferogramms 0004_111218 mit angepassten niedrigen Frequenzen unterhalb von $f_{min} = 110$ GHz.

4.2.5 Formfaktor und Ladungsverteilung im Bunch

Der Formfaktor $|f(\omega)|$ für das Interferogramm 0004_111218 ist in Abbildung 4.7 dargestellt. Da aber die Amplitude am Ende bei $f \approx 1,5$ THz noch einen Wert von etwa 3% hat, wird zuerst eine Erweiterung der hohen Frequenzen durchgeführt. Ohne diese würde in der ausgewerteten Ladungsverteilung eine 1,5 THz Schwingung zu sehen sein, deren Amplitude von diesen 3% abhinge. Zur Erweiterung der hohen Frequenzen wird, ähnlich wie in [LS97] vorgeschlagen, an die geglätteten Daten eine Gaussfunktion stetig differenzierbar angepasst. Das Ergebnis ist ebenfalls in Abbildung 4.7 dargestellt.

Aus dem so um hohe Frequenzen erweiterten Formfaktor kann nun mit Gleichung 2.120 aus Kapitel 2 die Kramers-Kronig Phase $\phi(\omega)$ bestimmt werden. Abbildung 4.8 zeigt den Verlauf. Man erkennt gut, dass die Phase oberhalb von $f \approx 1,5$ THz linear ansteigt, was zu dem Bereich, in dem die Gaussfunktion angepasst wurde, korrespondiert. Die lineare Phase entspricht einer Verschiebung im Zeitraum.

Aus dem Formfaktor $|f(\omega)|^2$ und der Kramers-Kronig Phase $\phi(\omega)$ kann im letzten Schritt der Auswertung mit Hilfe der Fourier-Rücktransformation die asymmetrische Ladungsverteilung bestimmt werden, die in Abbildung 4.9 gezeigt wird. Die Halbwertsbreite beträgt etwa 2,2 ps. Die genaue Form der auslaufenden Verteilung ist, wie in Abbildung 4.6 gezeigt wurde, vor allem durch die niederfrequenten Anpassungen gegeben und daher der Methode nicht näher zugänglich.

4 Verfahren der Datenauswertung

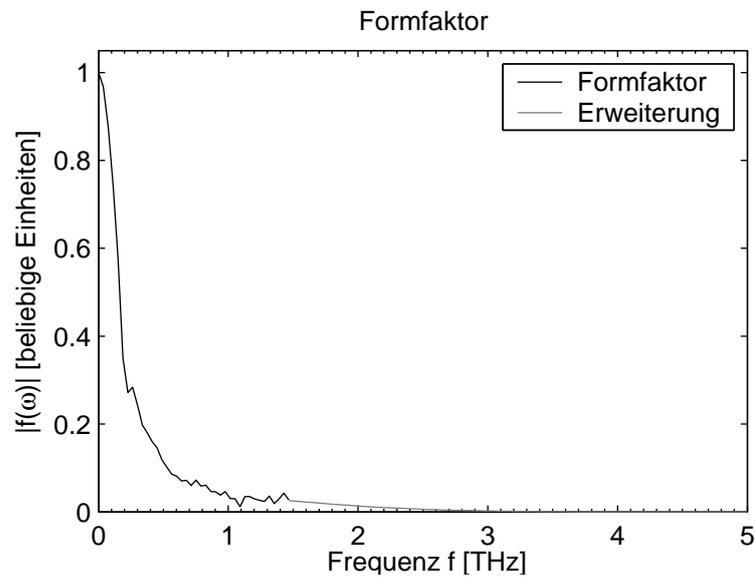


Abbildung 4.7: Betrag des Formfaktors $|f(\omega)|$ des Interferogramms 0004_111218 mit der Erweiterung der hohen Frequenzen durch eine Gaussfunktion.

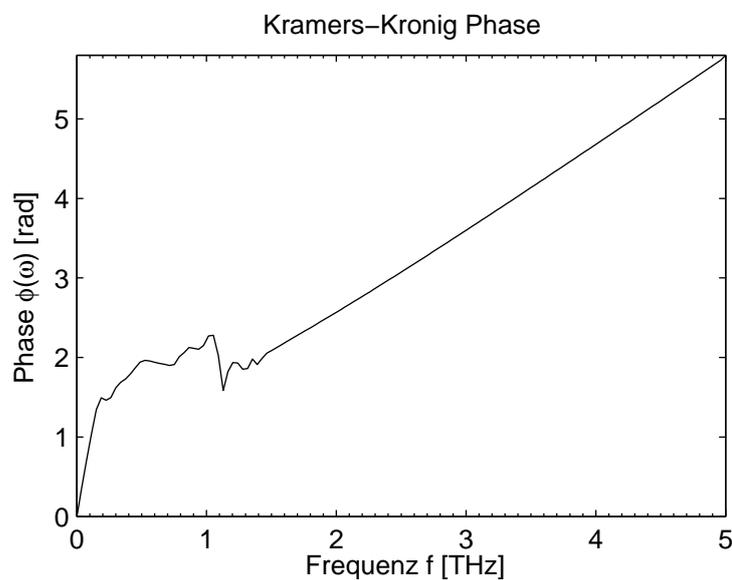


Abbildung 4.8: Kramers-Kronig Phase $\phi(\omega)$ des Interferogramms 0004_111218, berechnet aus dem Betrag des Formfaktors $|f(\omega)|$ mit Gleichung 2.120 aus Kapitel 2.

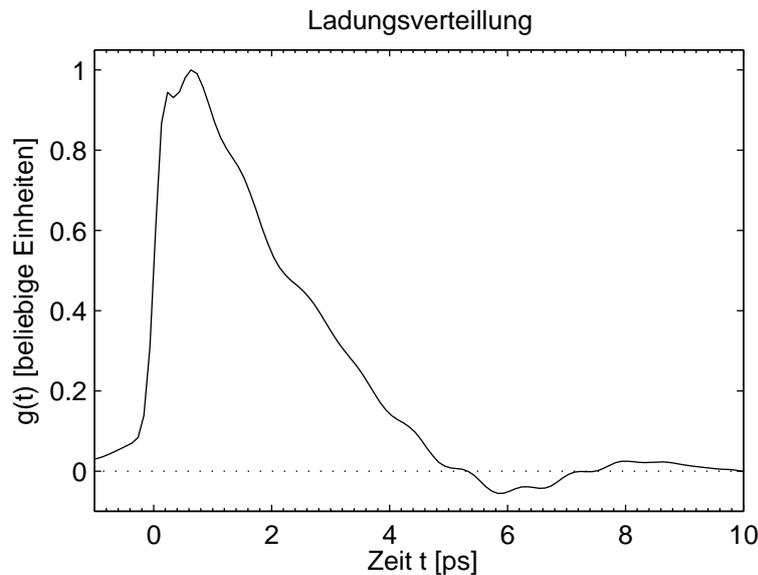


Abbildung 4.9: Rekonstruierte Ladungsverteilung $g(t)$ des Interferogramms 0004_111218.

4.2.6 Vergleich der Ergebnisse

Abbildung 4.9 zeigt die Ladungsverteilung $g(t)$, die aus der gemessenen Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ (siehe Abbildung 4.4) berechnet wurde. Zum Test der Auswertung kann aus der Ladungsverteilung unter Zuhilfenahme der Transferfunktion eine Autokorrelationsfunktion $a'(\tau)$ berechnet werden, welche im Prinzip mit der gemessenen Autokorrelationsfunktion identisch sein sollte. Abbildung 4.10 zeigt, dass die beiden Funktionen tatsächlich einander gut entsprechen. Lediglich an den beiden Rändern liegt die berechnete Funktion etwas zu hoch und die beiden Nebenmaxima bei $t \approx \pm 7$ ps geraten etwas zu klein. Wie bereits erwähnt ist die Asymmetrie zwischen $t \approx \pm 2$ ps ohnehin ein Fehler in der Messung. Vergleicht man die Frequenzspektren der beiden Autokorrelationsfunktionen in Abbildung 4.11, so erkennt man auch hier eine sehr gute Übereinstimmung. Nur unterhalb von $f \approx 150$ GHz sind leichte Abweichungen zu erkennen, was, wie bereits erwähnt, der Messmethode nur eingeschränkt zugänglich ist. Die in Abbildung 4.9 dargestellte Ladungsverteilung $g(t)$ kann damit als zuverlässige Auswertung der gemessenen Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ aus Abbildung 4.4 angesehen werden.

4.3 Analyse systematischer Fehler der Datenauswertung

Um die Qualität und die Möglichkeiten des in den vorangegangenen Abschnitten beschriebenen Auswerteverfahrens besser einschätzen zu können, sollen nun einige Simulationen dazu betrachtet werden. Ziel ist es, eventuelle Schwachstellen und systematische Fehler zu identifizieren. Insbesondere die in Abschnitt 4.2.4 angesprochenen Schwierigkeiten durch die niederfrequente Anpassung sollen hier untersucht werden. Gleichzeitig werden Anhaltspunkte entwickelt, anhand derer sich Artefakte, die durch den Analyseprozess erzeugt werden, in den Ergebnissen identifizieren lassen.

4 Verfahren der Datenauswertung

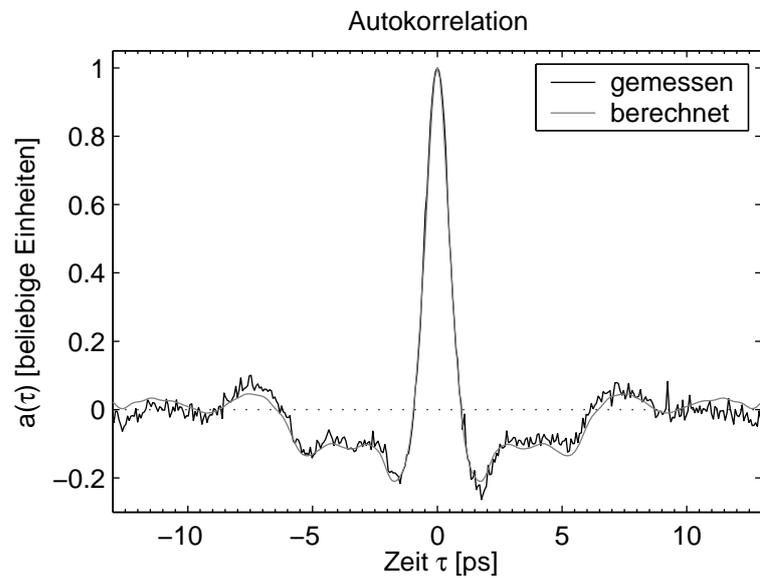


Abbildung 4.10: Vergleich zwischen der gemessenen und der aus der ausgewerteten Ladungsverteilung zurückgerechneten Autokorrelationsfunktion.

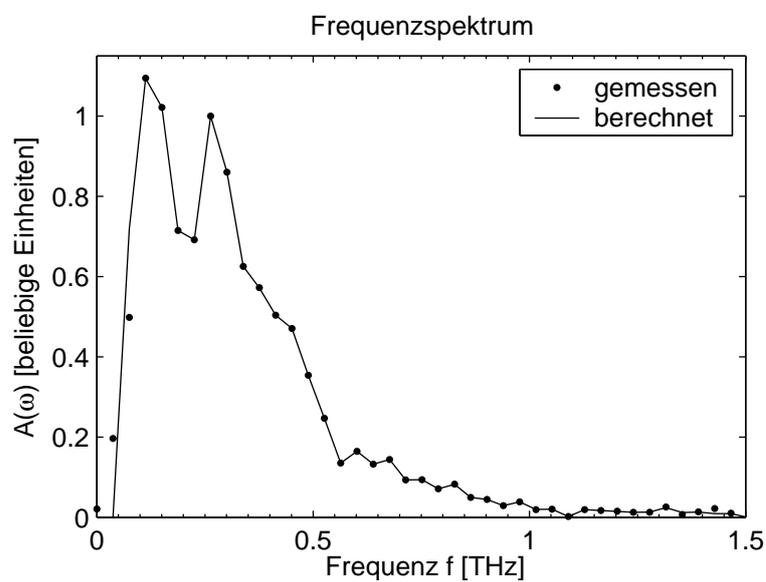


Abbildung 4.11: Vergleich des Frequenzspektrums der gemessenen und der zurückgerechneten Autokorrelationsfunktion aus [Abbildung 4.10](#).

4.3.1 Vorgehen bei der Simulation

Die Ladungsverteilung in den TTF-Bunchen lässt sich durch eine Parametrisierung beschreiben [GSSY02]

$$\rho(t) = \begin{cases} \rho_0 \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau_0^2}\right) & \text{für } -\infty < t < t_1 \\ \frac{A \exp(-t/\tau_1)}{\sqrt{(t+t_0)/\tau_1}} & \text{für } 0 < t_1 < 0 \end{cases}, \quad (4.7)$$

wobei t_1 ein freier Parameter ist, der den Übergang zwischen den beiden Teilen der Funktion beschreibt und hier zusammen mit A so gewählt wird, dass die beiden Teile bei $t = t_1$ stetig differenzierbar aneinander anschliessen. Dadurch wird die Zahl der Parameter von 6 auf 4 reduziert und diese einer Anpassung an Simulationen der Ladungsverteilung hinter dem zweiten Bunch-Kompressor entnommen [Sch01]:

$$\rho_0 = 1 \quad (4.8)$$

$$\tau_0 = 0,2 \text{ ps} \quad (4.9)$$

$$\tau_1 = 3,5 \text{ ps} \quad (4.10)$$

$$t_0 = 60 \text{ fs} \quad (4.11)$$

Der weitere Ablauf der Simulationen ist in Abbildung 4.12 schematisch dargestellt. Die Ladungsverteilung $g(t)$ wird vorgegeben (im Schema links oben). Die Verteilung wird so verschoben, dass die Amplitude der ansteigenden Flanke bei $t = 0$ auf den halben Wert des Maximums angestiegen ist. Das Frequenzspektrum bzw. der Formfaktor $|f(\omega)|$ wird errechnet (im Schema oben rechts). Der Punkt $f = 0$ wird dabei willkürlich auf den Wert von 1 skaliert. Anschließend wird der Formfaktor mit der der zugehörigen Transferfunktion gefiltert (hier „ $\gamma = 460$, andere Detektoren“, siehe Abbildung 3.26 in Kapitel 3). Dies simuliert die Akzeptanz des Interferometers für die verschiedenen Frequenzen. Aus dem Formfaktor wird nun das Frequenzspektrum der Autokorrelation $A(\omega)$ (im Schema unten rechts) und daraus die Autokorrelationsfunktion bestimmt. Beides wird willkürlich so skaliert, dass das Maximum den Wert 1 erhält. Zuletzt werden die zu untersuchenden Fehler berücksichtigt, so dass sich die Autokorrelationsfunktion $a'(\tau)$ ergibt (im Schema unten links).

Die fehlerbehaftete Autokorrelationsfunktion wird anschließend mit dem in Kapitel 4.2 beschriebenen Verfahren analysiert. Die Graphen zum Frequenzspektrum $A'(\omega)$ und Formfaktor $|f'(\omega)|$ werden wieder mit der Skalierung 1 bei $f = 0$ dargestellt. Genauso wird auch die ermittelte Ladungsverteilung $g'(t)$ auf eine maximale Amplitude von 1 skaliert. Der Zeitpunkt $t = 0$ wird wieder auf die ansteigende Flanke gelegt, so dass die Amplitude dort auf den halben Wert des Maximums angestiegen ist. Damit sind die beiden Flanken für die vorgegebene Ladungsverteilung $g(t)$ und die rekonstruierte $g'(t)$ zeitlich identisch.

4.3.2 Ideale Simulation: ohne Fehlerquelle

In Abbildung 4.13 eine Simulation dargestellt, bei der keine Fehler eingebaut wurden. Die Autokorrelationsfunktion wurde, wie in Kapitel 4.2.2 vorgeschlagen, auf ein Messfenster von $-25 \text{ ps} < t < 25 \text{ ps}$ begrenzt und in 100 fs Schritten abgetastet.

Man sieht, dass die vorgegebene Ladungsverteilung gut rekonstruiert wird. An dieser Stelle macht sich die durch die Transferfunktion auf etwa 1,5 THz begrenzte nutzbare Bandbreite der Autokorrelationsfunktion bemerkbar. Sie führt zusammen mit der Anpassung der hohen Frequenzen dazu, dass das Maximum bei $t \approx 0$ etwas zu rund ausfällt. Die Anpassung der niedrigen Frequenzen hingegen ist für die zu niedrig auslaufende Verteilung bei $t > 1,5 \text{ ps}$ verantwortlich.

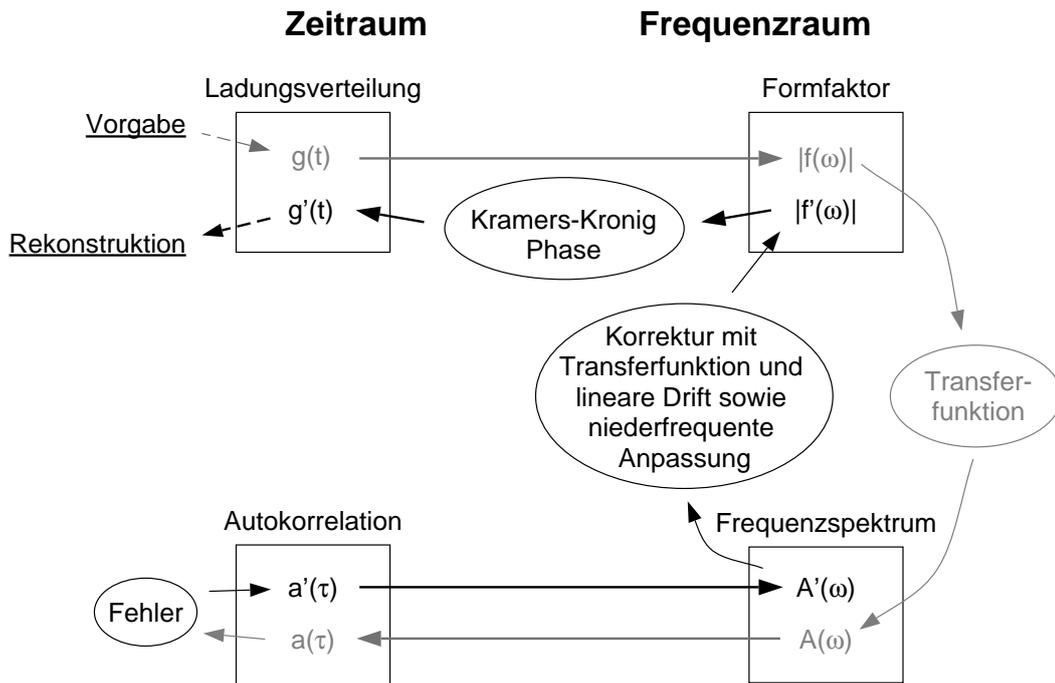


Abbildung 4.12: Schematische Darstellung der Simulationen. Die Ladungsverteilung $g(t)$ wird vorgegeben (oben links) und daraus der Formfaktor $|f(\omega)|$ errechnet (oben rechts). Nach Anwendung der Transferfunktion wird das Frequenzspektrum $A(\omega)$ dargestellt (unten rechts) und abschließend die Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ bestimmt (unten links). Im Analyseprozess werden aus der fehlerbehafteten Autokorrelationsfunktion $a'(\tau)$ der Reihe nach das Spektrum $A'(\omega)$, der Formfaktor $|f'(\omega)|$ und die Ladungsverteilung $g'(t)$ errechnet.

Die vorgegebene Verteilung aus Gleichung 4.7, die zu großen Zeiten hin langsam ausläuft, ist aus einer Gaussfunktion und einer Exponentialfunktion zusammen gesetzt. Die Gaussfunktion hat eine Varianz von $\tau_0 = 200$ fs. Um solche Strukturen auflösen zu können, muss die nutzbare Bandbreite mindestens auf $f_{max} = 1/(2\Delta t) = 2,5$ THz erhöht werden. Die Rekonstruktion ist daher durch die Anpassung der hohen Frequenzen bestimmt.

Weiterhin sieht man, dass die Niederfrequenzanpassung durch eine Gaussfunktion in diesem Fall keine perfekten Ergebnisse liefert, die Krümmung für $f < 100$ GHz ist etwas zu groß. Wie schon an Abbildung 2.5 in Kapitel 2 erkennbar, fällt das Frequenzspektrum einer Gaussfunktion langsamer ab, als das der angenommenen Verteilung. Die Steigung der Gaussfunktion bei der Frequenz f_{min} , an der angepasst werden soll, ist somit geringer und die Amplitude bei $f = 0$ wird zu niedrig. Daraus resultierend ist der niederfrequente Anteil im Formfaktor und daher auch der auslaufende Teil der rekonstruierten Ladungsverteilung etwas kleiner als in der Vorgabe.

Die Schwingungen im Formfaktor bei $f \approx 1,2$ THz rühren daher, dass die Transferfunktion die Wasserabsorptionslinien bei der Auswertung nicht optimal korrigiert.

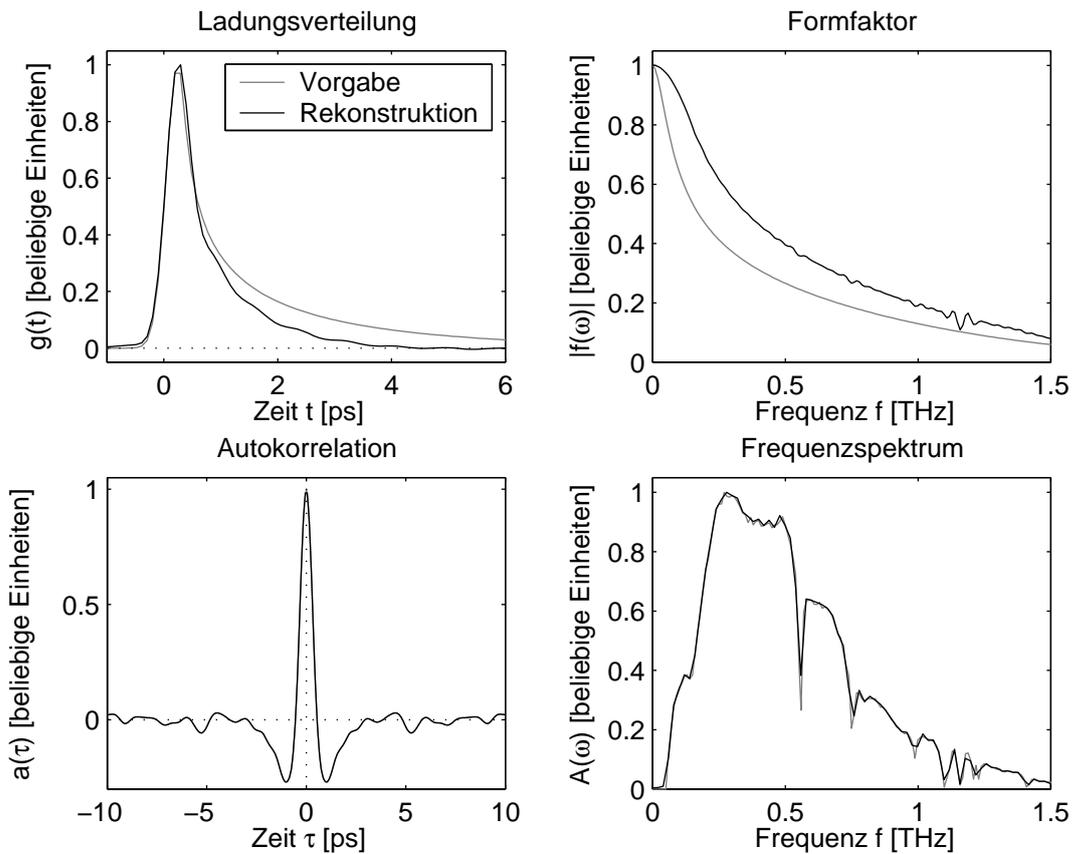


Abbildung 4.13: Simulation ohne Messfehler. Das Messfenster entspricht dem in Kapitel 4.2.2 vorgeschlagenen von $-25 \text{ ps} < t < 25 \text{ ps}$ mit $\Delta t = 100 \text{ fs}$, entsprechend $N = 500$ Punkten. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

4.3.3 Ideale Simulation: grobe Abtastung

Im folgenden soll der Einfluss der Bandbreite auf das rekonstruierte Signal untersucht werden. In Abbildung 4.14 sind der Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ wieder keine Fehler zugefügt worden. Das Messfenster wurde auf das in Abschnitt 4.2.2 diskutierte Minimum von $-10 \text{ ps} < t < 10 \text{ ps}$ verringert und mit 64 Punkten, entsprechend $\Delta t \approx 310 \text{ fs}$ abgetastet. Die Bandbreite der Autokorrelationsfunktion sinkt damit auf $f_{\max} = 1/(2\Delta t) = 1,6 \text{ THz}$.

Die rekonstruierte Ladungsverteilung weist für große Zeiten deutliche Abweichungen auf. Auch der Formfaktor wurde deutlich schlechter rekonstruiert und die Steigung der angepassten Gaussfunktion ist zu klein. Aufgrund der wenigen Daten ist die Bestimmung dieser Steigung schwierig, da der Formfaktor über einen größeren spektralen Bereich gemittelt werden muss, um den Einfluss von Rauschen zu minimieren.

4.3.4 Ideale Simulation: größere Breite der Verteilung

Im folgenden soll der Einfluss der Breite der Ladungsverteilung untersucht werden. In diesem Beispiel wird die Standardabweichung der Ladungsverteilung um den Faktor 2 vergrößert.

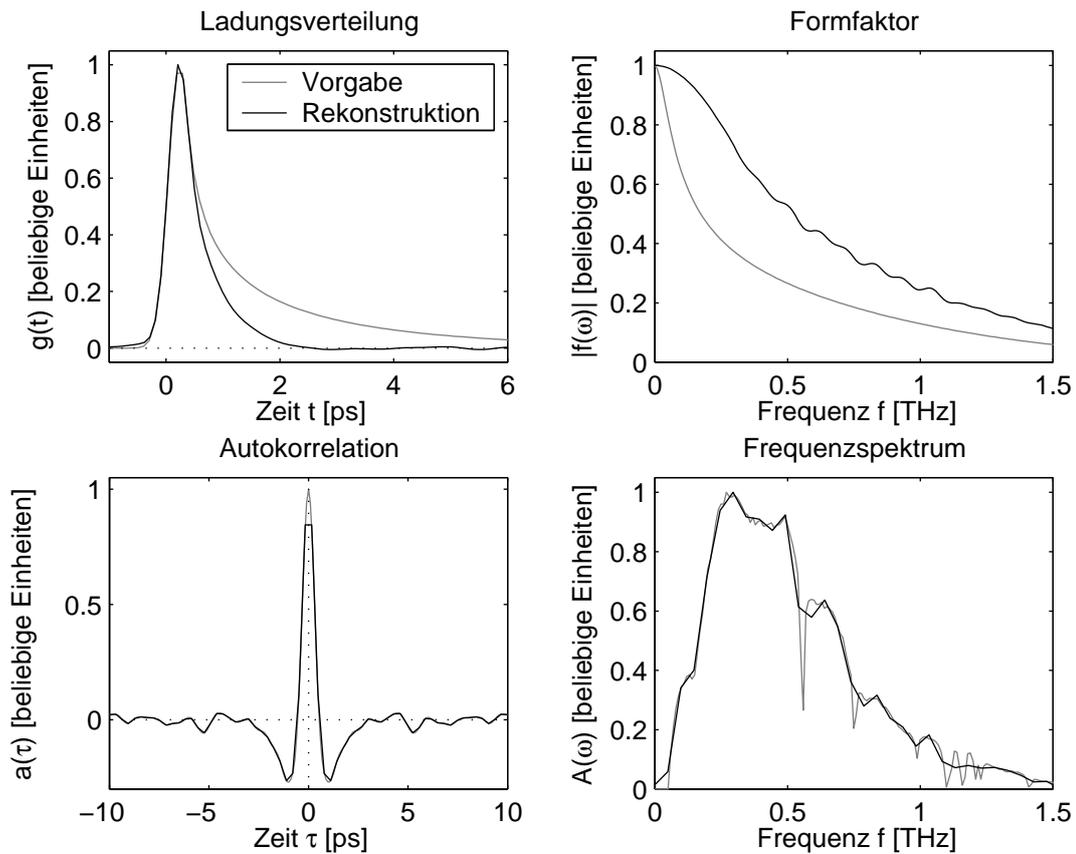


Abbildung 4.14: Simulation mit größerer Auflösung. Das Messfenster wurde auf $-10\text{ps} < t < 10\text{ps}$ verkleinert und mit 64 Punkten abgetastet. Die Bandbreite sinkt damit auf $f_{\text{max}} = 1,6\text{THz}$. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

Abbildung 4.15 zeigt, dass in diesem Fall das Maximum der Verteilung zwar recht gut, für große Zeiten $t > 1,5\text{ps}$ die Verteilung aber deutlich zu niedrig rekonstruiert wird. Die nutzbare Bandbreite ist für Strukturgrößen von 400fs hoch genug, um diese zuverlässig bestimmen zu können. Bei den niedrigen Frequenzen wurde wieder eine zu kleine Steigung für die angepasste Gaussfunktion ermittelt, so dass der niederfrequente Anteil geringer ist als in der Vorgabe.

4.3.5 Simulation mit Fehlerquelle: konstanter Offset

In den folgenden Simulationen soll nun der Einfluss verschiedener Fehler, wie sie bei realen Messungen auftreten können, analysiert werden. Im ersten Schritt wird ein konstanter Offset von 50% der maximalen Amplitude auf die Autokorrelationsfunktion gegeben. Dieser Fehler kann auftreten, wenn die beiden Detektoren oder die ihnen nachgeschaltete Messkette etwas unterschiedliche Offsets haben. Nach Gleichung 3.15 in Kapitel 3 sollte die Differenz der beiden Detektoren für große Zeiten verschwinden. Dies gilt allerdings nur, wenn die beiden Detektoren identisch sind. Die in Abschnitt 4.2.1 besprochene Korrektur der Verstärkungsfaktoren kann solche Fehler nicht vollständig beseitigen, weil das Ziel darin besteht, ein konstantes Sum-

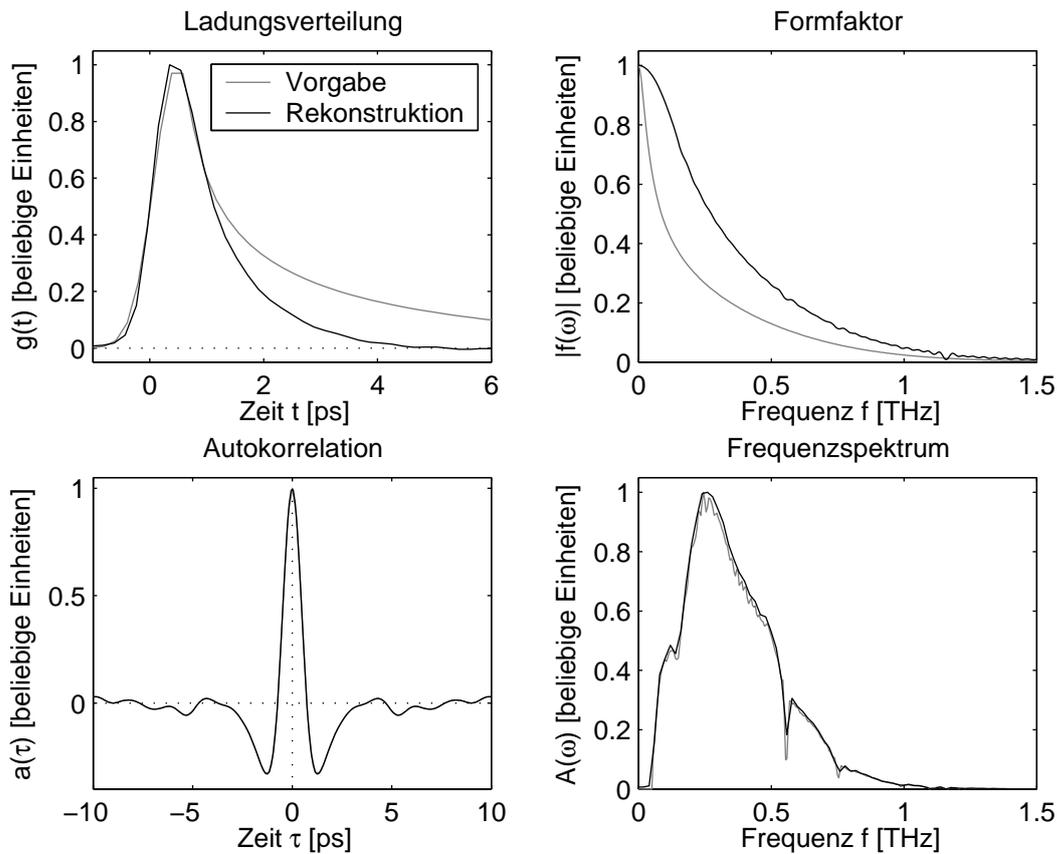


Abbildung 4.15: Simulation einer breiteren Verteilung. Die Breite wurde gegenüber den vorhergehenden Simulationen verdoppelt. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

mensignal der Detektoren zu erhalten, die einzelnen Offsets aber im wesentlichen unverändert bleiben.

Abbildung 4.16 zeigt im Vergleich mit Abbildung 4.13, dass die Rekonstruktion durch Offset-Fehler nicht beeinträchtigt wird. Der Offset erscheint nach der Fourier-Transformation als scharfer Peak bei $f = 0$ im Frequenzspektrum $A(\omega)$ und wird dort durch die Anpassung der niedrigen Frequenzen ersetzt.

4.3.6 Simulation mit Fehlerquelle: lineare Drift

Die Interferometerdaten sind nicht exakt symmetrisch gegen zeitliche Spiegelung, da nur einer der beiden Dachspiegel bewegt wird (vergleiche Abschnitt 3.1.2 in Kapitel 3). Um einen negativen Gangunterschied zu erzeugen, muss der bewegliche Dachspiegel näher an den Strahlteiler herangefahren, und für einen positiven Gangunterschied entsprechend weiter weggefahren werden. Dadurch ändert sich die mittlere Weglänge durch das Interferometer, ebenso wie der abgedeckte Raumwinkelbereich. Als Folge können lineare Abhängigkeiten in den Daten entstehen.

Für den Fall einer linearen Drift, die die Autokorrelationsfunktion mit einer Steigung von

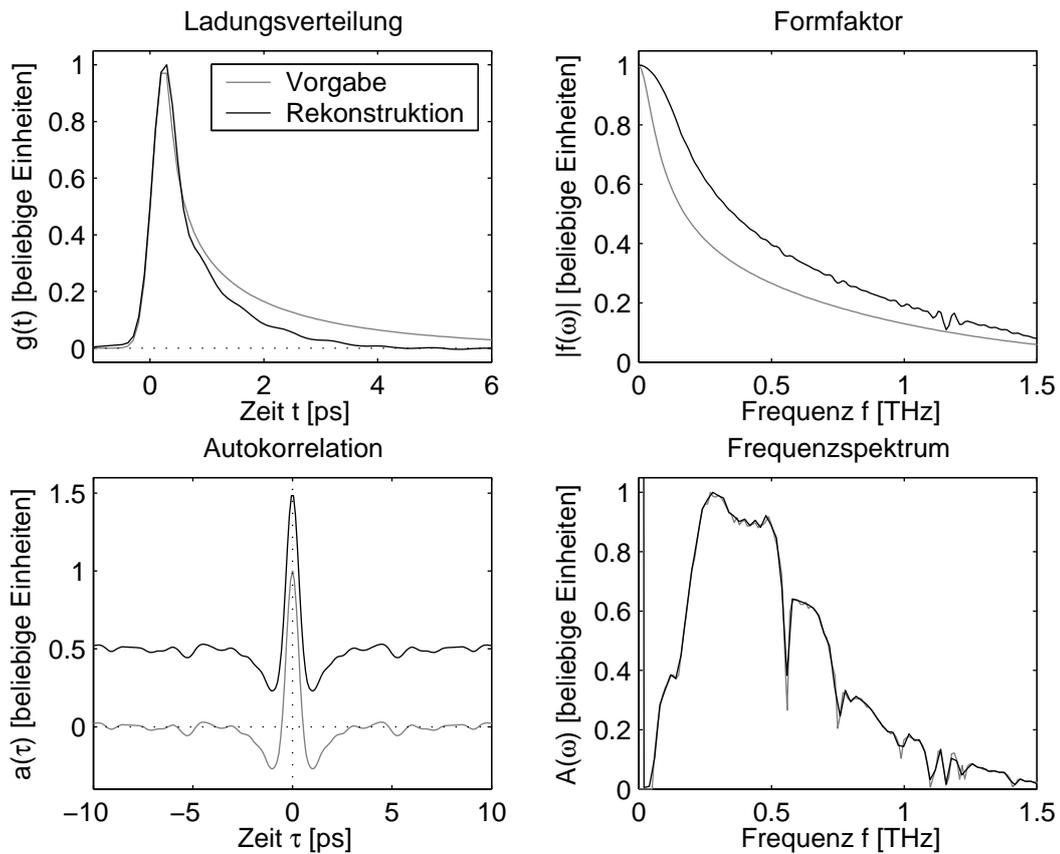


Abbildung 4.16: Simulation mit Offset-Fehler. Die auszuwertende Autokorrelationsfunktion wurde um einen konstanten Wert von 50% der maximalen Amplitude nach oben verschoben und anschließend rekonstruiert. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

0,1/ps anhebt, ist die Simulation in Abbildung 4.17 dargestellt. Dabei wurde die Steigung so klein gewählt, dass eventuelle Verschiebungen des Peaks bei $\tau = 0$ vernachlässigt werden können. Auswirkungen auf die rekonstruierte Ladungsverteilung sind gegenüber Abbildung 4.13 nicht zu beobachten, auch wenn sich das Frequenzspektrum der Autokorrelationsfunktion deutlich verändert. Durch die Korrektur einer solchen Drift der Autokorrelationsfunktion während des Auswerteprozesses können solche Einflüsse fast vollständig eliminiert werden.

4.3.7 Simulation mit Fehlerquelle: zeitliche Verschiebung

Zeitliche Verschiebungen der Autokorrelationsfunktion entstehen, wenn beispielsweise nicht gleich viele Datenpunkte auf den beiden Seiten der Autokorrelationsfunktion gemessen worden sind. Dies lässt sich bei realen Messungen kaum vermeiden, da der Dachspiegel während einer Messung gegen eine beliebige Referenzposition verfahren wird. Zwar lässt sich die Referenzposition auf einen Gangunterschied von 0 setzen, allerdings ist die Präzision mechanisch limitiert. Abbildung 4.18 zeigt eine Simulation, bei der ein zeitlicher Versatz von 5 ps angenommen wurde. Die anschließende Rekonstruktion wird davon kaum beeinflusst. Dies ist verständ-

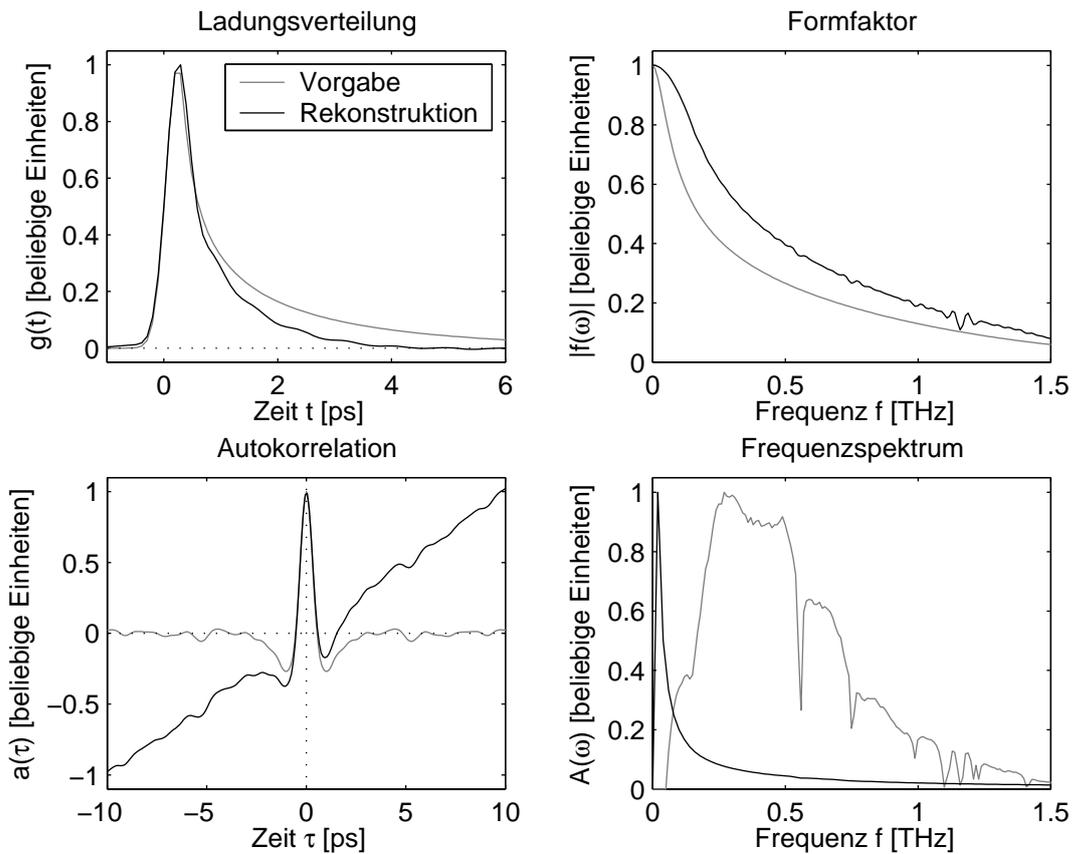


Abbildung 4.17: Simulation mit linearer Drift der Autokorrelationsfunktion. Die auszuwertende Autokorrelationsfunktion wurde mit einem linearen Anstieg von $0,1/\text{ps}$ versehen. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

lich, da eine zeitliche Verschiebung der Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$ in eine lineare Phase des Frequenzspektrums $A(\omega)$ abgebildet wird. Die Auswertung ignoriert diese Phaseninformation.

4.3.8 Simulation mit Fehlerquelle: Rauschen

Ein weiterer wichtiger Fehler entsteht durch Rauschen der Mess-Signalen. Nach Gleichung 3.15 sollten Intensitätsschwankungen vom Beschleuniger keinen Einfluss auf die Messungen haben. Wenn sich aber die Ladungsverteilung von Bunch zu Bunch ändert, so ändert sich damit auch das Frequenzspektrum. Durch solche Fluktuationen während der Messung entsteht Rauschen. Gleichzeitig rauschen die beiden Detektoren und die ihnen nachgeschalteten Messketten unabhängig voneinander, so dass sich diese Anteile ebenfalls nicht herausheben und in den gemessenen Autokorrelationsfunktion erscheinen.

In Abbildung 4.19 ist das Frequenzspektrum $A(\omega)$ der Autokorrelationsfunktion $a(\tau)$, der in Abschnitt 4.2.2 exemplarisch ausgewerteten Messung, logarithmisch aufgetragen. Man erkennt deutlich, dass das Spektrum oberhalb von $f > 2\text{THz}$ stabil ist. Dies rechtfertigt die Annahme einer Normalverteilung des Rauschens. Die Varianz des Rauschens im Interferogramm

4 Verfahren der Datenauswertung

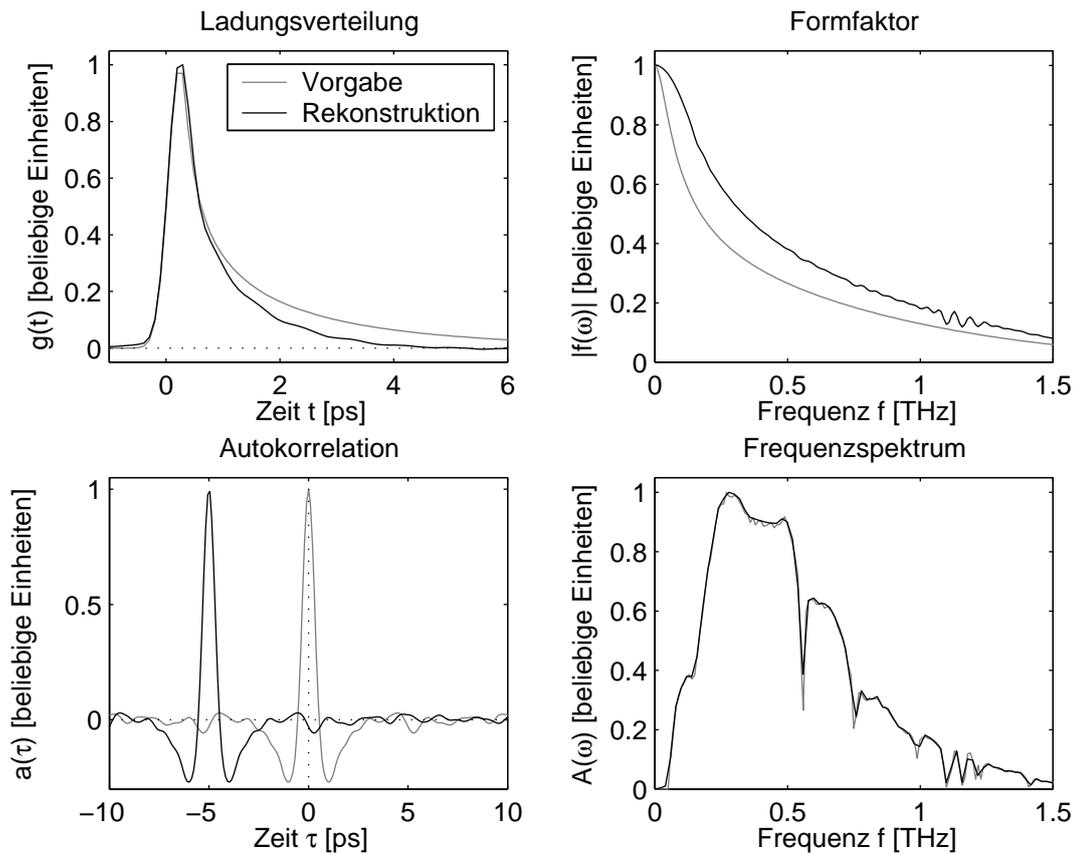


Abbildung 4.18: Simulation einer zeitlich nicht symmetrischen Autokorrelationsfunktion. Die auszuwertende Autokorrelationsfunktion wurde um 5 ps verschoben. Das Messfenster ist weiterhin auf $-25 \text{ ps} < t < 25 \text{ ps}$ mit 500 Punkten eingestellt. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

0004_111218 beträgt etwa 1,6% vom Maximum.

In Abbildung 4.20 wurde der Autokorrelationsfunktion normalverteiltes Rauschen mit einer Varianz von 2% der maximalen Amplitude überlagert. Dadurch ändert sich die Rekonstruktion sowohl im Maximum, als auch bei großen Zeiten. Die Anpassung der Steigung bei niedrigen Frequenzen wird ungenauer, was den auslaufenden Teil der Ladungsverteilung beeinflusst.

Dem Frequenzspektrum und dem Formfaktor entnimmt man weiter, dass durch das Rauschen hohe Frequenzen betont werden. Das normalverteilte Rauschen hat eine konstante spektrale Dichte, was bedeutet, dass der mittlere Betrag der Amplitude für alle Frequenzen gleich groß ist. 2% Rauschen im Zeitraum transformieren sich also in ein konstantes Band im Frequenzraum, was man deutlich am Frequenzspektrum $A(\omega)$ für $f > 1 \text{ THz}$ erkennen kann. Da nur die positiven Amplituden des Frequenzspektrums für die weitere Auswertung betrachtet werden, ist der Mittelwert des Rauschbandes positiv. Das Radizieren, um aus dem Frequenzspektrum den Formfaktor zu errechnen, verdoppelt die Varianz dieses Bandes. Weiterhin werden durch die Korrektur mit der Transferfunktion die Amplituden der hohen Frequenzen bei $f > 1 \text{ THz}$ deutlich angehoben. Durch die Erhöhung des hochfrequenten Anteils des Formfaktors wird die

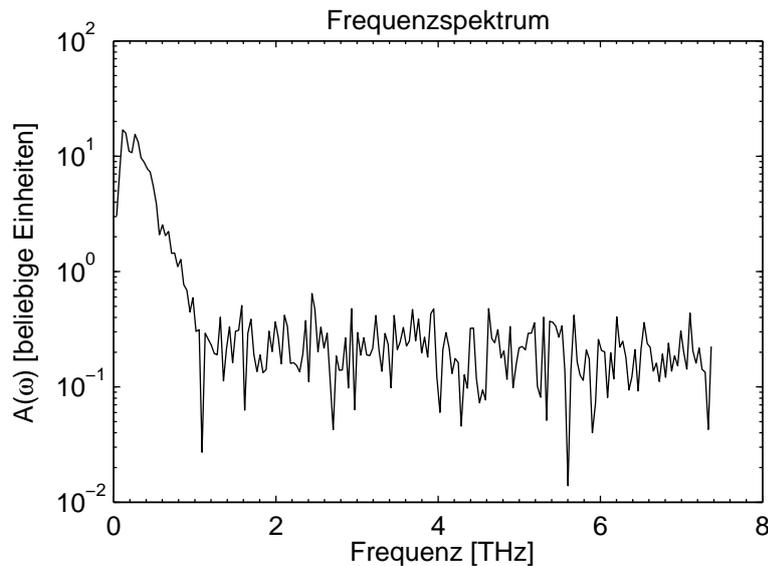


Abbildung 4.19: Frequenzspektrum $A(\omega)$ des Interferogramms 0004_111218, in logarithmischer Auftragung.

Breite des Maximums der Ladungsverteilung zu schmal rekonstruiert und die ansteigende Flanke zu steil. Aufgrund des Rauschens wird die Steigung in f_{min} etwas größer bestimmt, wodurch die Amplitude der angepassten Gaussfunktion ebenfalls etwas größer wird, so dass der auslaufende Teil der Verteilung verglichen mit Abbildung 4.13 besser rekonstruiert wird.

4.3.9 Simulation: Kombination aller Fehlerquellen

Abbildung 4.21 zeigt eine Simulation, bei der die Autokorrelationsfunktion mit einer Kombination aller zuvor getrennt betrachteter Fehlerquellen versehen wurde. Die Rekonstruktion wird nicht wesentlich stärker beeinträchtigt, als durch jede einzelne Störung. Das Rauschen dominiert die Fehlerquellen in der Auswertung. Wie schon in Abbildung 4.20 zu sehen ist, so wird auch hier das Maximum zu schmal und die ansteigende Flanke zu steil rekonstruiert. Durch das Rauschen sind auch in dieser Simulation zu viele hochfrequenten Anteile enthalten, so dass diverse scharfe Strukturen um $t = 0$ entstehen.

4.4 Statistischer Fehler der Auswertung

Die einzige Quelle für statistische Streuung ist das Rauschen der gemessenen Autokorrelationsfunktionen. Durch Hinzufügen statistisch verteilten Rauschens bei mehrfacher Wiederholung der Simulation kann dieser Fehler abgeschätzt werden.

Abbildung 4.22 zeigt eine Zusammenfassung der Ergebnisse für 2% Rauschen. Für die ersten beiden Zeilen wurde die Verteilung aus Abschnitt 4.3 mit Halbwertsbreiten von 0,6ps und 1,2ps vorgegeben und für die unteren beiden je eine Gaussfunktion entsprechender Breite. In der linken Spalte ist jeweils die vorgegebene Ladungsverteilung und das Ergebnis von 1000 Simulationsläufen dargestellt. Dazu wurde der Mittelwert bestimmt und zusammen mit einer Standardabweichung als Fehlerband abgebildet. Die zugehörige Transferfunktion kann Abbildung

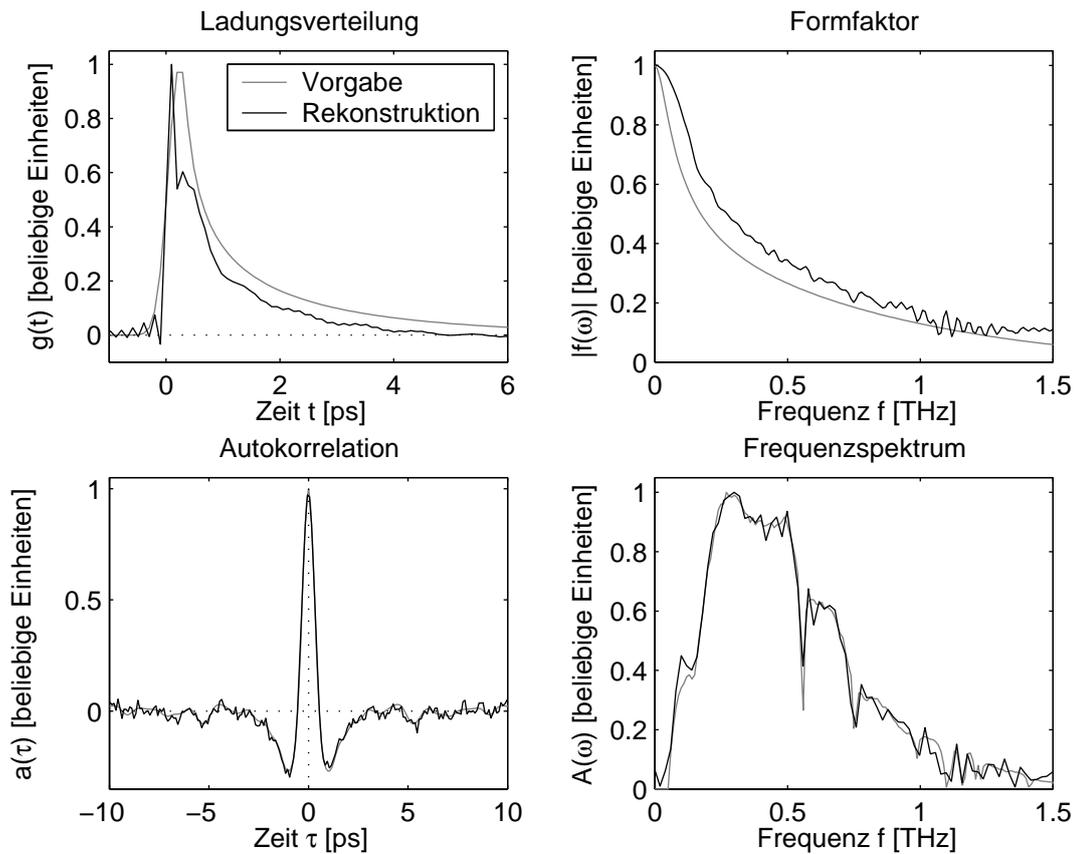


Abbildung 4.20: Simulation mit Rauschen. Der auszuwertenden Autokorrelationsfunktion wurde gaussverteiltes Rauschen mit einer Varianz von 2% der maximalen Amplitude hinzugefügt. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

3.26 aus Kapitel 3 entnommen werden (hier „ $\gamma = 460$, andere Detektoren“). Alle Verteilungen wurden zuerst willkürlich im Integral auf 1 normiert und auf der Zeitachse so verschoben, dass die halbe Höhe der ansteigenden Flanke bei $t = 0$ liegt. Daran anschließend wurden die Graphen der Vorgabe und der mittleren Rekonstruktion im Maximum auf 1 skaliert.

In der rechten Spalte sind die Halbwertsbreiten aller Simulationsläufe dargestellt. Die vertikale Linie verdeutlicht die Breite der vorgegebenen Verteilung.

Alle rekonstruierten Verteilungen stimmen im Mittel recht gut mit den Vorgaben überein. Die Verteilungen in den beiden oberen Zeilen lassen sich gut von den Gaussfunktionen in den unteren Zeilen unterscheiden. Jedoch sind bei allen vieren die Anstiegszeiten mit etwa 260 fs gegenüber 340 fs, 680 fs, 440 fs und 880 fs deutlich zu kurz. Der auslaufende Teil ist für große Zeiten in den oberen beiden Zeilen zu niedrig. In den beiden 1,2 ps breiten Verteilungen der zweiten und letzten Zeile ist bei $t \approx 0,8$ ps ein kleines Plateau zu erkennen.

Die rekonstruierte Breite beträgt für die erste Zeile 560 ± 46 fs, für die zweite 1130 ± 53 fs, für die dritte 560 ± 37 fs und für die letzte Zeile 1320 ± 47 fs. Alle Werte haben ähnlich große absolute Fehler, liegen aber außerhalb der Vorgaben (620 fs und 1240 fs). Bis auf die breite Gaussfunktion in der untersten Zeile werden alle Verteilungen systematisch zu schmal rekon-

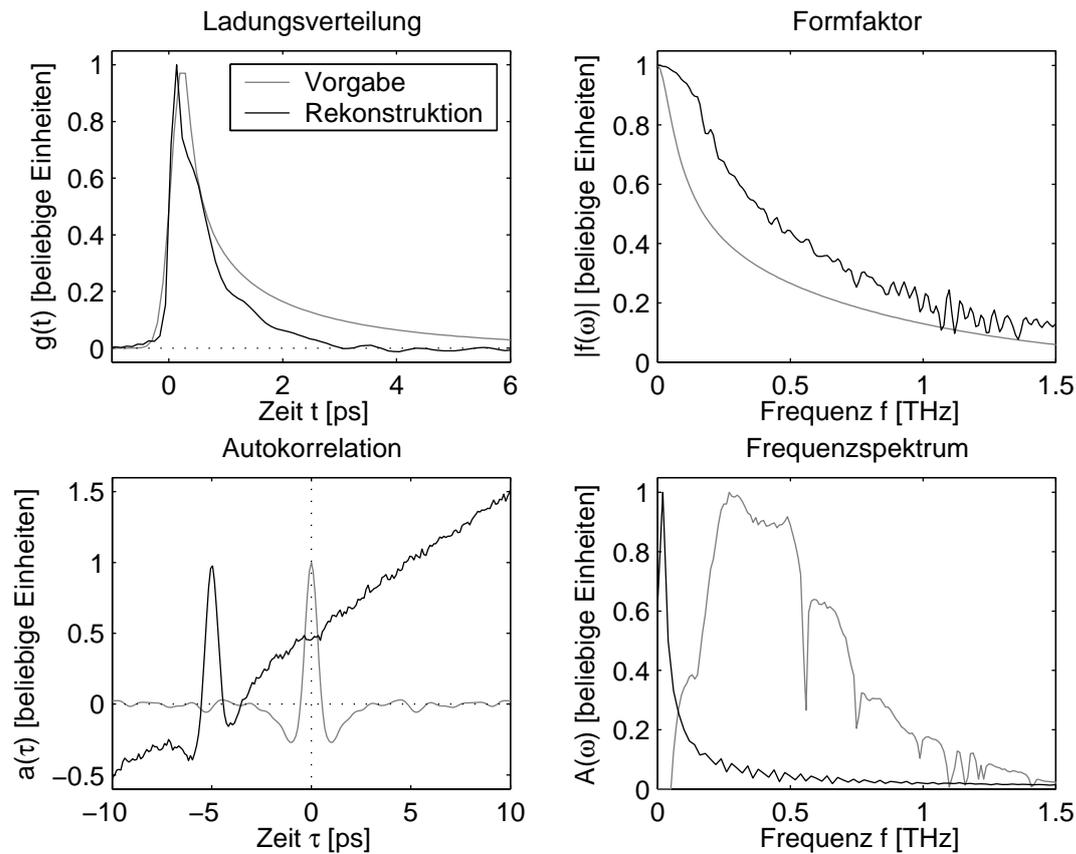


Abbildung 4.21: Simulation mit einer Kombination aller Messfehler. Der Autokorrelationsfunktion wurden alle zuvor einzeln behandelten Fehler hinzugefügt: Amplitudenverschiebung um 50%, lineare Drift mit einer Steigung von 0,1/ps, zeitliche Verschiebung um 5 ps und 2% Rauschen. Die Anordnung der vier Graphen orientiert sich am Schema aus Abbildung 4.12.

struiert. Die Formen der Häufigkeitsverteilungen sind alle etwa gleich, während sie zu großen Breiten hin recht schnell verschwinden, laufen sie zu kleinen hin langsam aus.

Für Abbildung 4.23 wurde der beschriebene Simulationslauf mit 1% Rauschen wiederholt. Die vorgegebenen Verteilungen werden jetzt besser rekonstruiert. In der zweiten und vierten Zeilen sind die Plateaus bei $t \approx 0,8$ ps verschwunden. Nur die Anstiegszeit ist nach wie vor zu klein und auch der auslaufende Teil der Verteilung wird vor allem in der breiten Vorgabe in der zweiten Zeile immer noch deutlich zu niedrig rekonstruiert.

Die Häufigkeitsverteilungen der Breiten sind deutlich schmaler geworden. Die ersten drei liegen mit 590 ± 24 fs, 1180 ± 39 fs und 600 ± 21 fs aber immer noch unterhalb der vorgegebenen Breiten. Lediglich die breite Gaussfunktion wird mit 1340 ± 24 fs wieder zu breit rekonstruiert. Die absoluten Fehler sind wieder in etwa gleich groß.

Abbildung 4.24 zeigt die Ergebnisse zusammen mit einigen anderen Rauschwerten. Darin sind die mittleren Differenzen zwischen den rekonstruierten und den vorgegebenen Halbwertsbreiten der Ladungsverteilungen mit einer Standardabweichung als Funktion des Rauschens dargestellt. Unabhängig von Form und Breite der Verteilung wird mit steigendem Rauschen eine

4 Verfahren der Datenauswertung

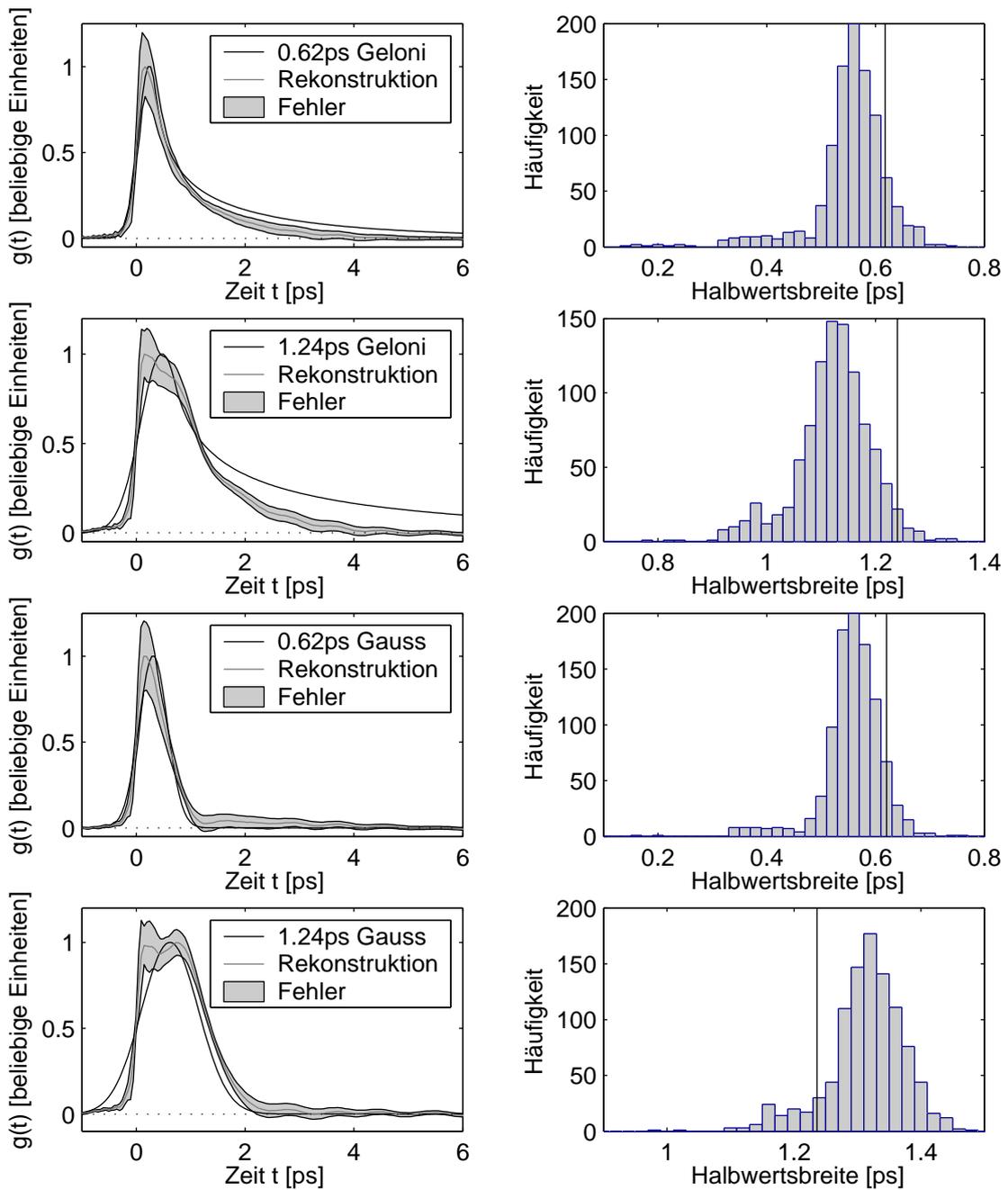


Abbildung 4.22: Statistische Streuung der Auswertung bei 2% Rauschen für verschiedene Ladungsverteilungen. Gezeigt sind die vorgegebenen Ladungsverteilungen und die Mittelwerte mit einer Standardabweichung von 1000 Simulationenläufen (links) und die Häufigkeitsverteilung der rekonstruierten Halbwertsbreiten (rechts). Die vertikale Linie bezeichnet die Breite der vorgegebenen Verteilung. In den ersten beiden Zeilen wurde die Ladungsverteilung aus Gleichung 4.7, für die unteren beiden Gaussfunktionen vorgegeben. Es wurde die Transferfunktion „ $\gamma = 460$, andere Detektoren“ aus Abbildung 3.26 in Kapitel 3 verwendet.

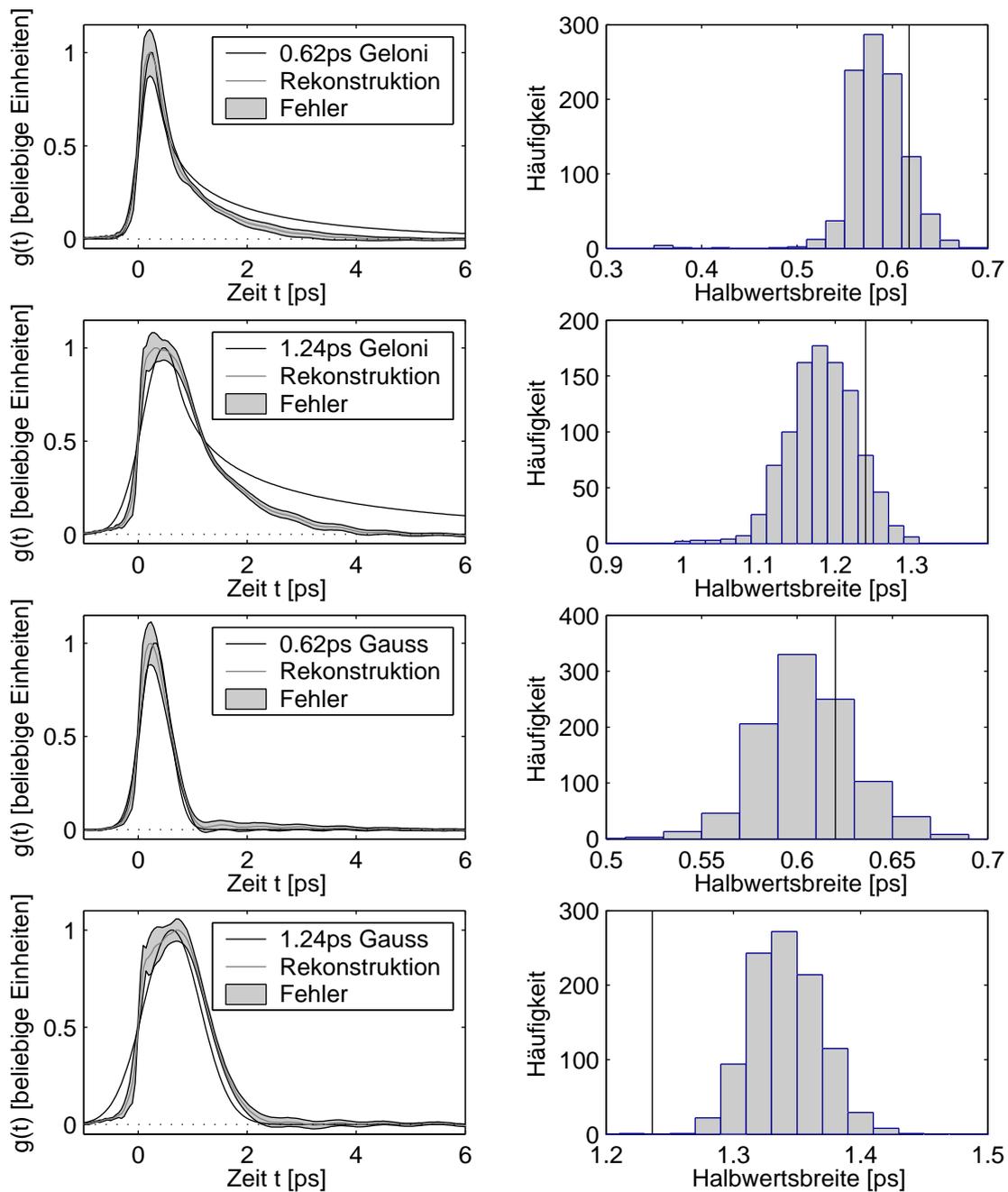


Abbildung 4.23: Statistische Streuung der Auswertung bei 1% Rauschen analog zu Abbildung 4.22. Gezeigt sind die vorgegebenen Ladungsverteilungen und die Mittelwerte mit einer Standardabweichung von 1000 Simulationsläufen (links) und die Häufigkeitsverteilung der rekonstruierten Halbwertsbreiten (rechts). Die vertikale Linie bezeichnet die Breite der vorgegebenen Verteilung. In den ersten beiden Zeilen wurde die Ladungsverteilung aus Gleichung 4.7, für die unteren beiden Gaussfunktionen vorgegeben. Es wurde die Transferfunktion „ $\gamma = 460$, andere Detektoren“ aus Abbildung 3.26 in Kapitel 3 verwendet.

4 Verfahren der Datenauswertung

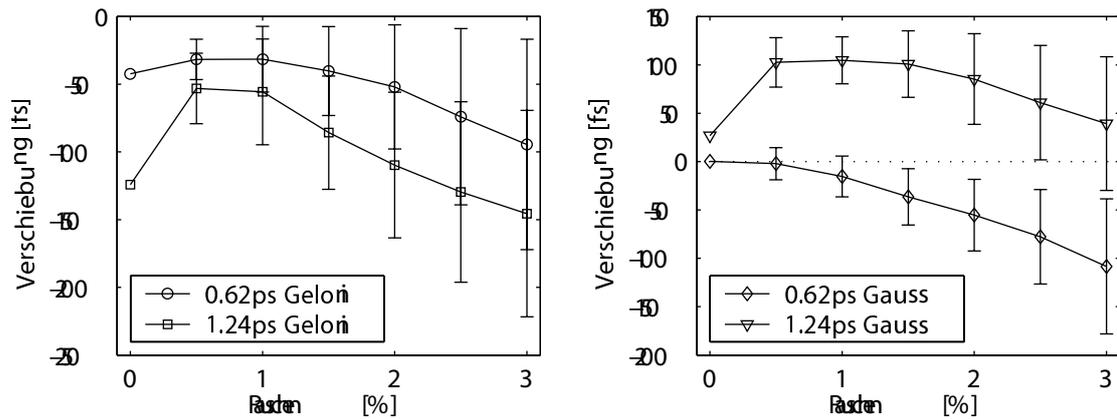


Abbildung 4.24: Zusammenfassung der Ergebnisse der Abbildungen 4.22 und 4.23. Dargestellt ist die mittlere Differenz zwischen rekonstruierter und vorgegebener Halbwertsbreite der Ladungsverteilung als Funktion des Rauschens.

kleinere Breite rekonstruiert wobei gleichzeitig der Fehler der Breite ansteigt. Außer bei der 1,2ps breiten Gaußfunktion wird bei allen Verteilungen die Breite unabhängig vom Rauschwert kleiner als die tatsächliche Breite rekonstruiert.

Zusammenfassend kann man damit sagen, dass sich verschiedene Ladungsverteilungen in Form und Breite gut voneinander unterscheiden lassen, solange das Rauschen auf der Autokorrelationsfunktion nicht zu groß ist. Wird eine Varianz des Rauschens von 1% vom Maximum nicht überschritten, so sind die rekonstruierten Breiten zuverlässig schmal verteilt. Die Anstiegszeiten der steileren Flanken sind im Mittel signifikant zu kurz. Mit Ausnahme sehr breiter gaußförmiger Ladungsverteilungen, werden alle Halbwertsbreiten im Mittel 5% bis 10% zu schmal rekonstruiert.

4.5 Simulationen mit bei TTF erwarteten Ladungsverteilungen

Der Grad der Bunch-Kompression wird bei TTF über die Phase der Hochfrequenz im ersten Beschleunigungsmodul eingestellt (siehe Abschnitt 2.1 in Kapitel 2). Je nach Phase ϕ gewinnt der Kopf des Bunches weniger Energie als das Ende. Aufgrund der unterschiedlichen Energien legt der Kopf in der anschließenden magnetischen Schikane BC2 einen weiteren Weg zurück als das Ende. Bei einem Unterschied von etwa $\phi = 10^\circ$ gegenüber der Phase, bei der der Energiegewinn für den Bunch maximal ist, wird der Bunch am stärksten komprimiert. Alle im folgenden genannten Phasen beziehen sich auf den maximalen Energiegewinn.

Die zu erwartenden Ladungsverteilungen als Funktion der Kompressionsphase wurde mit der in [Sch01] beschriebenen Methode berechnet. Dabei wurde angenommen, dass die Ladungsverteilung vor dem Bunch-Kompressor gaußförmig ist und eine Breite von $\sigma_t = 9$ ps, sowie eine Energieunschärfe von $\sigma_E = 21$ keV hat.

Nimmt man nun die simulierten Ladungsverteilungen für die Kompressionsphasen $\phi = 4^\circ$, 7° und 10° und verwendet den im Abschnitt 4.3 diskutierten Simulationsprozess, so erhält man die Ergebnisse in Abbildung 4.25. Dabei wurde wieder die mit „ $\gamma = 460$, andere Detektoren“ bezeichnete Transferfunktion aus Abbildung 3.26 in Kapitel 3 verwendet.

Oben links sind die vorgegebenen und rechts daneben die rekonstruierten Ladungsverteilungen

4.5 Simulationen mit bei TTF erwarteten Ladungsverteilungen

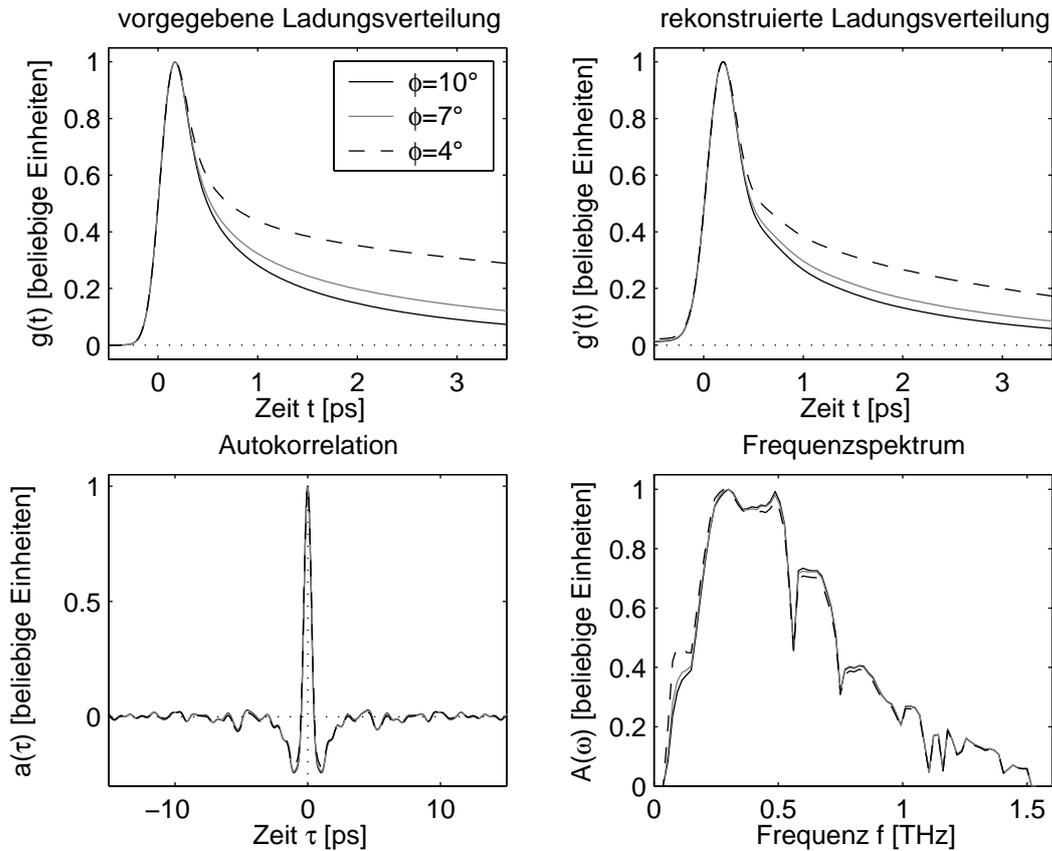


Abbildung 4.25: Simulationen mit bei TTF erwarteten Ladungsverteilungen zu verschiedenen Kompressionszuständen (oben links). Darunter sind die sich daraus ergebenden Autokorrelationsfunktionen dargestellt, wobei die in Abbildung 3.26 in Kapitel 3 diskutierte Transferfunktion „ $\gamma = 460$, andere Detektoren“ verwendet wurde. Alle Verteilungen wurden willkürlich im Maximum auf 1 skaliert.

gen dargestellt. In der unteren Zeile sind zwei Zwischenschritte der Rekonstruktion abgebildet. Die Autokorrelationsfunktionen (links) sind nur schlecht voneinander zu unterscheiden. Sie sind auf halber Höhe alle etwa 560 fs breit. In den Spektren der Autokorrelationsfunktionen (unten rechts) erkennt man kleine Unterschiede. Während der Simulationen wurden keine Fehlerquellen berücksichtigt. Die vorgegebenen Ladungsverteilungen sind auf halber Höhe 500 fs, 530 fs und 710 fs breit. Die rekonstruierten Verteilungen lassen sich mit ihren Breiten von 460 fs, 480 fs und 570 fs recht gut voneinander unterscheiden. Alle Breiten sind, wie erwartet, etwa 50 fs bis 100 fs schmäler als vorgegeben. Wie schon bei den vorangegangenen Simulationen beobachtet, wird auch hier der auslaufende Teil für $t > 1,5$ ps zu niedrig rekonstruiert. Dadurch liegen die Verteilungen dichter beieinander als die Vorgaben.

Man erkennt ferner gut, wie sich das Verhältnis zwischen der Ladung im Maximum (bei $t \approx 0$) und bei großen Zeiten als Funktion der Kompressionsphase ϕ ändert. Bei $\phi = 10^\circ$ sind 36%, bei $\phi = 7^\circ$ 27% und bei $\phi = 4^\circ$ 12% der Ladung im Maximum mit $t < 0,5$ ps konzentriert. In den rekonstruierten Verteilungen Anteile mit 43% bei $\phi = 10^\circ$, 37% bei $\phi = 7^\circ$ und 27% bei $\phi = 4^\circ$ etwas größer. Durch den zu niedrig rekonstruierte Verteilung bei großen Zeiten wird ein

4 Verfahren der Datenauswertung

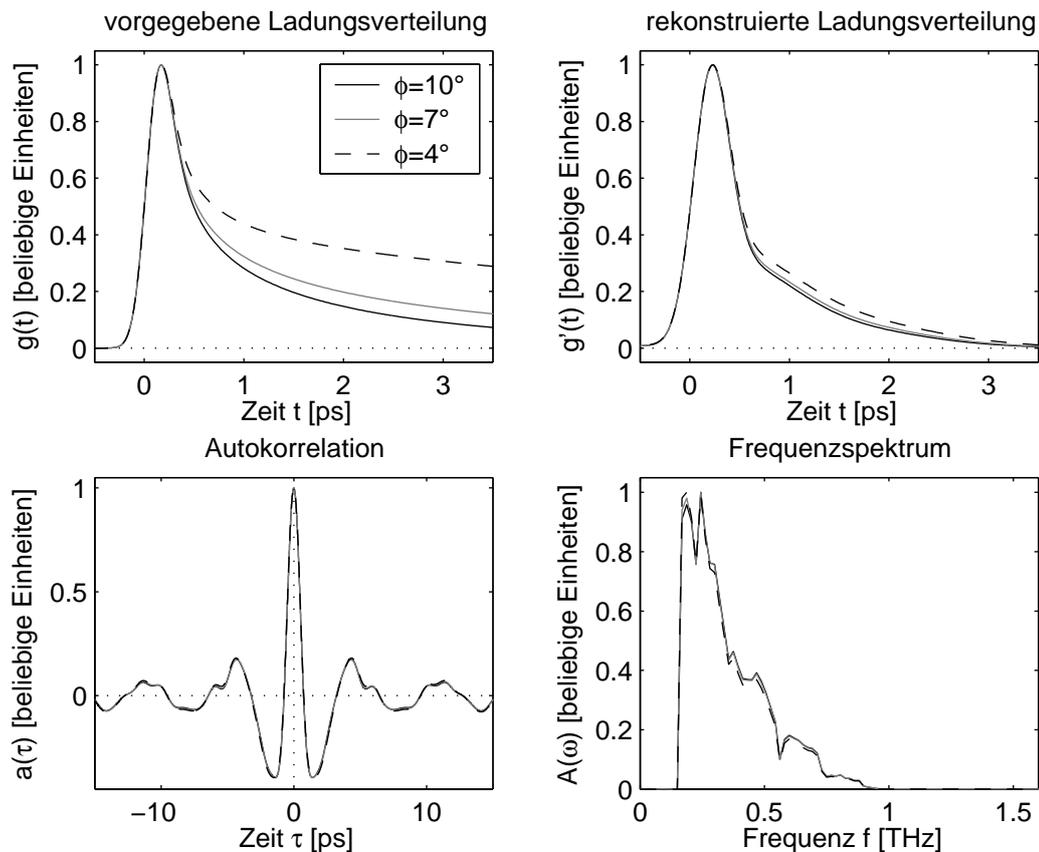


Abbildung 4.26: Simulationen mit bei TTF erwarteten Ladungsverteilungen zu verschiedenen Kompressionszuständen für das Bolometer (oben links). Darunter sind die sich daraus ergebenden Autokorrelationsfunktionen dargestellt, wobei die in Abbildung 3.26 in Kapitel 3 diskutierte Transferfunktion „ $\gamma = 270$, Bolometer“ verwendet wurde. Alle Verteilungen wurden willkürlich im Maximum auf 1 skaliert.

überhöhter Ladungsanteil im Maximum gemessen.

Die zu erwartenden Messergebnisse sehen für die Transferfunktion „ $\gamma = 270$, andere Detektoren“ aus Abbildung 3.26 wegen der hohen Ähnlichkeit fast identisch aus. Erst wenn man für die Berechnung die Transferfunktion für das Bolometer („ $\gamma = 270$, Bolometer“) verwendet, lassen sich deutliche Unterschiede beobachten. Dabei macht sich vor allem die auf den Frequenzbereich zwischen 200 GHz und 900 GHz beschränkte Akzeptanz bemerkbar. Abbildung 4.26 zeigt, dass die rekonstruierten Ladungsverteilungen diesmal kaum voneinander zu unterscheiden sind. Sie sind mit Halbwertsbreiten von 495 fs, 500 fs und 513 fs vergleichbar breit wie die Vorgaben, fallen aber für große Zeiten stärker ab. Bei $\phi = 10^\circ$ stecken 59%, bei $\phi = 7^\circ$ 57% und bei $\phi = 4^\circ$ 53% der Ladung im Maximum für $t < 0,5$ ps. Dies ist deutlich mehr als in der Vorgabe. Der Frequenzbereich ist so stark eingeschränkt, dass wichtige Informationen nicht mehr zugänglich sind. Weder die Form der Verteilung bei großen Zeiten kann aus den niedrigen Frequenzen zuverlässig rekonstruiert werden, noch die Breite des Maximums aus den hohen Frequenzen. Weiterhin sind in der Autokorrelationsfunktion deutliche Schwingungen für $|t| > 5$ ps zu sehen.

4.5 Simulationen mit bei TTF erwarteten Ladungsverteilungen

Diese finden sich als großer Sprung bei $f \approx 200\text{GHz}$ im Frequenzspektrum $A(\omega)$ wieder und sind ebenfalls auf die begrenzte Akzeptanz des Bolometers zurückzuführen. Das Bolometer ist damit weniger gut für die Bestimmung der Bunch-Länge geeignet.

4 Verfahren der Datenauswertung

5 Messungen

An der TESLA Test Facility wurden zwischen 2000 und 2003 mit zwei verschiedenen Aufbauten an zwei verschiedenen Standorten etwa 200 Messungen mit fünf verschiedenen Detektorpaaren durchgeführt. Zusätzlich wurden zur Bestimmung der Transferfunktion des Interferometers etwa 35 Messungen mit einem Schwarzkörperstrahler aufgezeichnet. Eine Übersicht der Messungen ist im Anhang B aufgeführt.

5.1 Messung der Transferfunktion des Interferometers

Wie in Gleichung 3.12 in Kapitel 3 beschrieben, kann das vom Interferometer gemessene Frequenzspektrum als Produkt verschiedener Faktoren dargestellt werden. Neben der Gesamtintensität, die quadratisch von der Anzahl der Teilchen im Bunch abhängt, und dem zu messenden Betragsquadrat des Formfaktors $|f(\omega)|^2$ sind darin das Frequenzspektrum des abstrahlenden Prozesses und die Transferfunktionen $T_i(\omega)$ aller die Strahlung beeinflussenden Elemente enthalten. Wie in Kapitel 4 diskutiert wird, müssen die Daten während der Auswertung auf die Transferfunktionen und das Quellspektrum korrigiert werden.

In diesem Abschnitt soll nun diskutiert werden, wie die Transferfunktion des Interferometers und der Detektoren gemessen wurde. Dazu wurde vor dem Interferometer eine wohldefinierte Strahlungsquelle montiert und deren Spektrum bestimmt. Die Quellen bilden zwei Schwarzkörperstrahler unterschiedlicher Temperatur mit einem Chopper, um am Interferometereingang hinreichend schnell zwischen den beiden Quellen umzuschalten. Dies ist nötig, da alle mit dem Interferometer verwendeten Detektoren lediglich Veränderungen der Strahlungsintensität nachweisen können. Einer der Schwarzkörperstrahler ist ein auf Umgebungstemperatur gehaltenes Absorbermaterial vom Typ „ECCOSORB AN-72“ der Firma Emerson & Cuming Microwave Products¹, der andere ein Bad aus flüssigem Stickstoff. Zwischen diesen beiden Temperaturen (300 K und 77 K) schaltet das Chopper-Rad zu gleichen Teilen hin und her, indem es entweder die 300 K-Strahlung passieren lässt, oder die 77 K-Strahlung reflektiert. Der Aufbau ist schematisch in Abbildung 5.1 dargestellt und Abbildung 5.2 zeigt ein Foto des Versuchsaufbaus. Das Chopper-Rad wird mit einer Rotationsgeschwindigkeit von etwa 830 U/min betrieben. In Scheibe der Scheibe befinden sich zwei Öffnungen, wodurch die Quellen mit einem Takt von etwa 27,7 Hz umgeschaltet werden. Um dem Strahlungsfeld des Teststrahlers eine mit dem Abstrahlprozess im Beschleuniger vergleichbare Divergenz zu geben, wurde eine Blende mit variablem Durchmesser eingebaut.

Das vom Teststrahler erzeugte Spektrum ist durch die Differenz zwischen den zwei Schwarz-

¹Emerson & Cuming Microwave Products, 28 York Ave., Randolph, MA 02368, USA, <http://www.eccosorb.com>

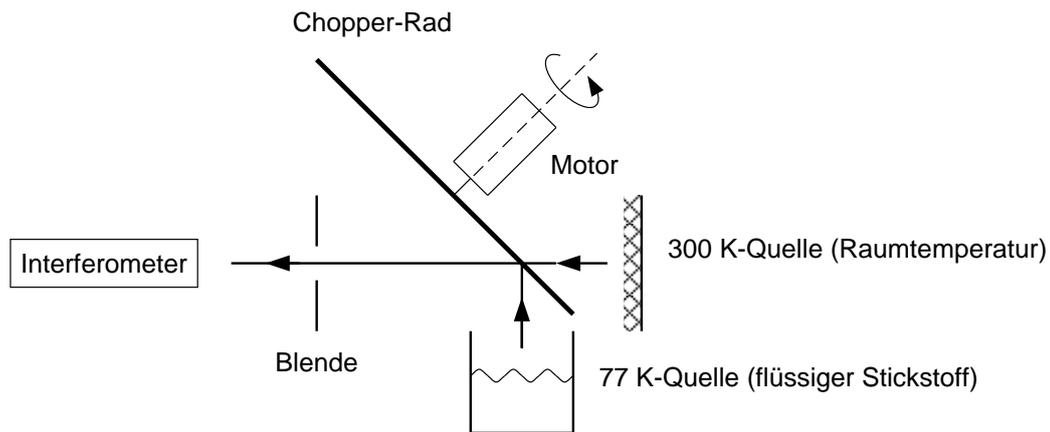


Abbildung 5.1: Schematischer Aufbau der Strahlungsquelle, die für die Messung der Transferfunktion des Interferometers verwendet wurde. Der Aufbau besteht aus zwei Schwarzkörperstrahlern bei 77 K und 300 K, deren Spektren ein Chopper-Rad abwechselnd in das Interferometer einkoppelt.

körperstrahlern gegeben. Für beide gilt die *Plancksche Strahlungsformel*:

$$\Delta P_{\text{Testquelle}} = \frac{2\hbar\omega^3}{\pi c^3} \left[\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B 300\text{K}}\right) - 1} - \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B 77\text{K}}\right) - 1} \right] . \quad (5.1)$$

Das Spektrum steigt mit der dritten Potenz der Frequenz ω . So beträgt das Verhältnis der Intensitäten zwischen 100 GHz und 1 THz etwa 1%, was die Messungen deutlich erschwert. Integriert über Frequenzen zwischen 50 GHz und 1,5 THz strahlt die Testquelle $3,6 \text{ nJ/m}^3$ ab. Im THz-Bereich können die Exponentialfunktionen bis zu ersten Ordnung entwickelt werden, und Gleichung 5.1 vereinfacht sich zum Strahlungsgesetz von *Rayleigh und Jeans*:

$$\Delta P_{\text{Testquelle}} = \frac{2\omega^2}{\pi c^3} k_B \Delta T . \quad (5.2)$$

Die Differenz der abgestrahlten Leistung skaliert linear mit der Temperaturdifferenz zwischen den beiden Schwarzkörperstrahlern. Das bedeutet, dass die Temperatur des 300 K-Schwarzkörperstrahlers deutlich erhöht werden muss, um die Leistung der Testquelle zu erhöhen. Gleichzeitig ist zu beachten, dass sich die gesamte abgestrahlte Leistung P_{tot} pro Flächeneinheit A eines Schwarzkörperstrahlers nach dem *Stefan-Boltzmann-Gesetz* verschiebt:

$$\frac{P_{\text{tot}}}{A} = \sigma T^4 \quad \text{mit } \sigma = \frac{\pi^2}{60c^2\hbar^3} k_B^4 . \quad (5.3)$$

Das bedeutet, dass das Verhältnis zwischen ungenutztem und genutztem Spektralbereich mit der dritten Potenz der Temperatur ansteigt. Für eine Testquelle mit großem Temperaturunterschied ist es deshalb erforderlich, einen Filter einzubauen, der den nahen Infrarotbereich oberhalb von etwa 10 THz stark dämpft. Messungen mit dem Interferometer können ansonsten verfälscht werden, weil alle Detektoren außer dem Bolometer für nahe Infrarotstrahlung sensitiv sind, die Drahtgitter diese aber nur unzureichend polarisieren. Sonst könnten die Detektorsignale von unkontrollierter naher Infrarotstrahlung überdeckt werden.

5.1 Messung der Transferfunktion des Interferometers



Abbildung 5.2: Foto der Testquelle, die für die Messung der Transferfunktion des Interferometers verwendet wurde. Der Aufbau besteht aus zwei Schwarzkörperstrahlern, deren Strahlung ein Chopper-Rad abwechselnd in das Interferometer einkoppelt. Im unteren Teil ist der nach oben offene Kryostat für das 77 K-Bad aus flüssigem Stickstoff zu erkennen. Darüber befindet sich ein Aluminiumblech mit einem Loch als Blende. Darüber wiederum ist das Chopper-Rad unter einem Winkel von 45° zu Horizontalen montiert, welches von einem Motor angetrieben wird. Rechts davon ist der graue Mikrowellenabsorber, der die 300 K-Quelle bildet, zu erkennen. Die Strahlung der 300 K-Quelle transmittiert direkt durch das Chopper-Rad, während die Strahlung vom 77 K-Bad um 90° reflektiert wird. Die Strahlung tritt horizontal, durch die Blende limitiert, aus.

5 Messungen

Der Teststrahler wurde genau an der Stelle vor dem Interferometer platziert, an der sich sonst die Quelle der Strahlung im Beschleuniger befindet, so dass die Einkoppelcharakteristik des Interferometers nicht beeinflusst werden sollte.

Als erstes wurde der Abgleich des Interferometers überprüft. Vor allem die genaue Justage der Parabolspiegel hat sich als schwierig, aber sehr wichtig erwiesen, um ein gutes Signal-Rauschverhältnis zu erreichen. Die Dachspiegel mussten ebenfalls sorgfältig justiert werden, da wegen der kurzen Kohärenzlänge² der Schwarzkörperstrahlung nur bei nahezu verschwindendem Gangunterschied Interferenzeffekte zu beobachten sind.

Ein Interferogramm dient zur Messung der Transferfunktion des Interferometers. Durch Vergleich der Frequenzspektren der gemessenen Daten mit den theoretisch erwarteten erhält man die Transferfunktion des gesamten Interferometers einschließlich der verwendeten Detektoren und des Einflusses der umgebenden feuchten Luft.

In Abbildung 5.3 sind die mit dem Bolometer gemessenen Autokorrelationsfunktionen und die daraus bestimmten Frequenzspektren der Testquelle für verschiedene Blendendurchmesser dargestellt. Zusätzlich wurde das nach Gleichung 5.2 theoretisch zu erwartende Spektrum der Testquelle mit abgebildet. Unterhalb von $f \lesssim 200$ GHz und oberhalb von $f \gtrsim 900$ GHz sind keine Informationen zu sehen. Die Einbrüche bei etwa 560 GHz und 750 GHz sind auf Absorption in normal-feuchter Luft zurückzuführen, wie man durch Vergleich mit Abbildung 3.25 in Kapitel 3 erkennt. Allerdings stimmt lediglich die Lage gut überein. Die Amplitude der Spektren in Abbildung 5.3 ist bei 560 GHz auf etwa 4,5% und bei 750 GHz auf 9% eingebrochen, in den Messungen von Jepsen wird jedoch für diese Punkte ein Einbruch auf 21% und 39% vorausgesagt [Jep03]. Erst bei Verdoppelung der Wegstrecke in Luft, werden mit 4,5% und 15% etwa vergleichbare Werte erreicht. Da allerdings die klimatischen Bedingungen, insbesondere Luftfeuchtigkeit und Temperatur, während der Interferometermessungen nicht genau bekannt sind, kann die Diskrepanz darin vermutet werden.

Die anderen Strukturen in Abbildung 5.3 sind Bestandteil der Akzeptanzfunktion des Bolometers. Dies wird aus Abbildung 5.4 deutlich, die Messungen mit der Blende mit einem Durchmesser von 20 mm mit Messungen von Kreysa aus [Kre02] vergleicht. Diese wurde am Max-Planck-Institut für Radioastronomie in Bonn mit demselben Bolometer am dortigen Interferometer und einer vergleichbaren Testquelle durchgeführt. Auch hier zeigen beide Spektren wieder keine Information für $f \lesssim 200$ GHz und $f \gtrsim 900$ GHz, und die Strukturen dazwischen sind vergleichbar. Die Lage der Extrema stimmt recht gut, während die Amplituden zum Teil deutlich verschieden groß sind. Bei niedrigen Frequenzen unter etwa 250 GHz zeigt die Messung von Kreysa eine etwas größere, bei hohen Frequenzen oberhalb von etwa 900 GHz eine etwas geringere Intensität. Die Lage der zwei Wasserabsorptionslinien bei 560 GHz und 750 GHz stimmt gut überein, ebenso wie die Amplitude bei der ersten. Bei der zweiten zeigt die Messung von Kreysa etwa die doppelte Intensität, was einer Dämpfung auf 22% entspricht. In der Umgebung dieser Linie sind auch die stärksten Differenzen zwischen den Messungen auszumachen. Knapp unterhalb der zweiten Absorptionslinie bei etwa 740 GHz zeigt die Messung von Kreysa ein klares Maximum mit einem Scheitelwert von etwa 0,65 Einheiten, während die Messung mit der Blende mit einem Durchmesser von 20 mm dort ein Minimum der Amplitude von 0,2 Einheiten zeigt.

Setzt man die gemessenen Spektren mit dem theoretischen Spektrum der Testquelle ins Verhältnis, so erhält man die Transferfunktion des Gesamtsystems bestehend aus Blende der Testquelle, der Einkopplung in das Interferometer, dem Interferometer selbst, der Einkopplung in

²Die Kohärenzlänge l ergibt sich aus der Bandbreite des Bolometers $\Delta f \approx 700$ GHz über $l = c/\Delta f$ zu $l \approx 0,43$ mm, was einer Kohärenzzeit von 1,4 ps entspricht.

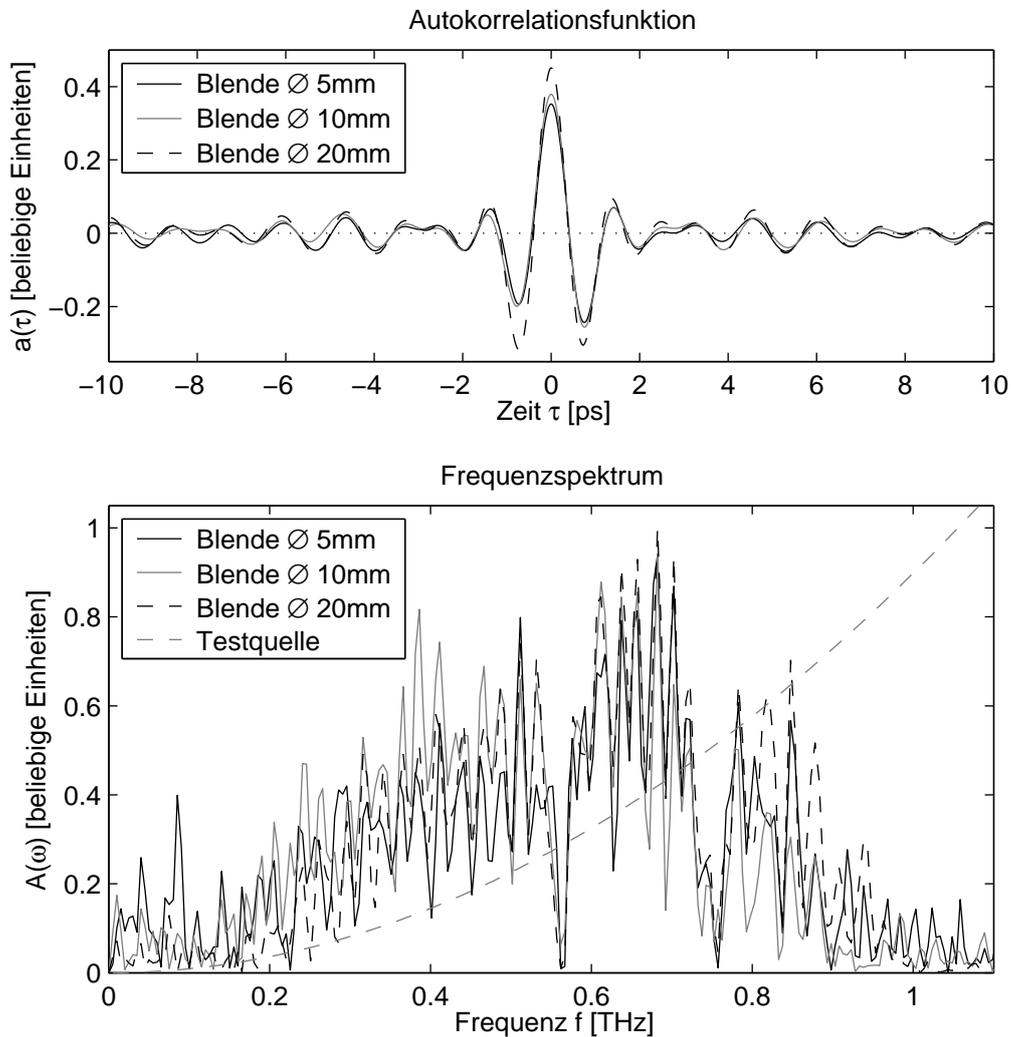


Abbildung 5.3: Autokorrelationsfunktionen der Testquelle (oben) und daraus rekonstruierte Frequenzspektren (unten) für verschiedene Blendendurchmesser. Die Autokorrelationsfunktionen wurden mit dem Bolometer gemessen. Das Frequenzspektrum der Testquelle wurde nach Gleichung 5.2 berechnet. Die Spektren sind auf gleiche integrierte Intensität und im Maximum auf 1 normiert. Die meisten Strukturen im Frequenzspektrum sind auf das Fenster und den Filter am Eingang des Bolometers zurückzuführen. Die Einbrüche bei etwa 560 GHz und 750 GHz sind ein Teil des Absorptionsspektrums der Luft (siehe Abbildung 3.25 in Kapitel 3). Die klimatischen Bedingungen, wie Luftfeuchtigkeit und Temperatur, während der Messung sind nicht genau bekannt.

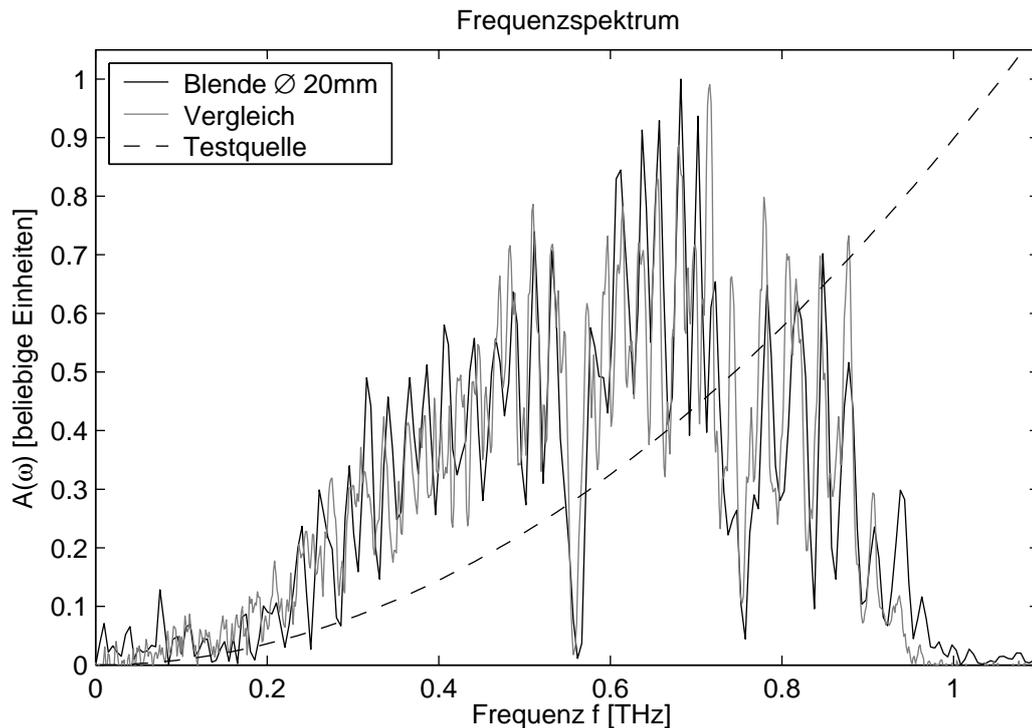


Abbildung 5.4: Vergleich der Transferfunktion des Interferometers mit Bolometer für zwei verschiedene Messaufbauten. Die Vergleichsmessung wurde am Max-Planck-Institut für Radioastronomie in Bonn am dortigen Interferometer mit einer ähnlichen Testquelle aufgezeichnet [Kre02]. Die andere Messung wurde mit der Testquelle und der Blende mit 20 mm Durchmesser durchgeführt. Das Frequenzspektrum der Testquelle wurde nach Gleichung 5.2 berechnet.

das Bolometer, dem Bolometer selbst und der Absorption in feuchter Luft. In Abbildung 5.5 ist diese für das Spektrum mit der Blende mit einem Durchmesser von 20 mm dargestellt. Für die Messungen mit den anderen Blenden ist die Intensität so gering, dass das Rauschen bei niedrigen Frequenzen sehr groß wird.

In einem weiteren Schritt wurde der Einfluss des Vakuumfensters untersucht, dass sich zwischen der Strahlungsquelle im Beschleuniger und dem Interferometer befindet. Wie in Abschnitt 3.5 in Kapitel 3 erwähnt wird, wurde die Transferfunktion des Quarzglasfensters vom Typ „Suprasil II“ auf Basis von in [Gei99] veröffentlichten Messungen berechnet. In [Gei99] wird aus den THz-Spektroskopiemessungen eine Ausgleichsgerade $T_{\text{Fenster}} = 0,86 - 0,52 \cdot f [\text{THz}]$ bestimmt (vergleiche Abbildung 3.25 in Kapitel 3).

Für die Messung der Transferfunktion des Fensters wurde dieses zwischen die Testquelle und den ersten Parabolspiegel montiert. Das gemessene Frequenzspektrum der Testquelle inklusive des Fensters ist in Abbildung 5.6 dargestellt. Neben der Messung mit dem Fenster wurde auch eine Messung ohne Fenster (beide mit der Blende mit 20 mm Durchmesser) angegeben. Zusätzlich wurde das mit der Ausgleichsgeraden T_{Fenster} zur Transferfunktion modifizierte Spektrum der Messung ohne Fenster dargestellt. Alle Spektren sind auf gleiche Flächen für $f \leq 400 \text{ GHz}$ und im Maximum auf 1 normiert. Man sieht, dass das Fenster hohe Frequenzen unterdrückt,

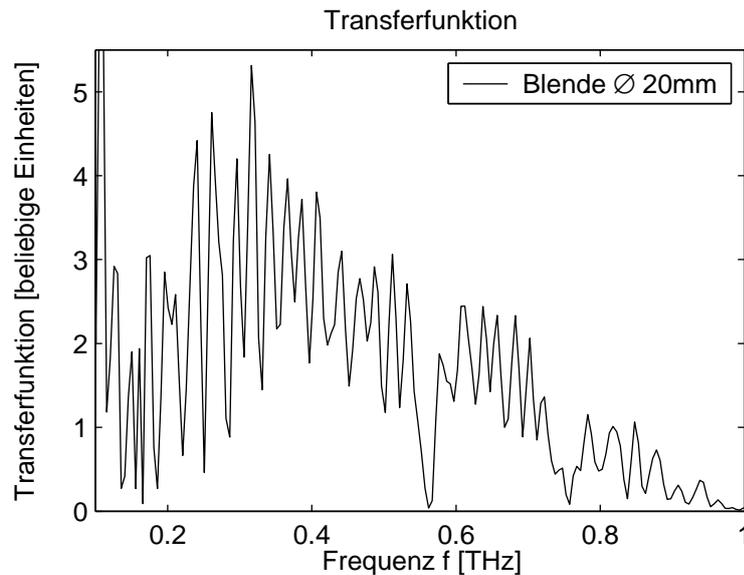


Abbildung 5.5: Transferfunktion des Interferometers mit Bolometer, bestimmt aus den mit der Testquelle gemessenen Spektren für die Blende mit einem Durchmesser von 20 mm. Dazu wurde das gemessene Spektrum aus Abbildung 5.3 mit dem Spektrum der Testquelle ins Verhältnis gesetzt. Aufgrund der Intensitätsverteilung der Testquelle wächst das Rauschen zu niedrigen Frequenzen sehr stark an. Unterhalb von 200 GHz und oberhalb von 900 GHz ist das Bolometer nicht sensitiv. Die Strukturen dazwischen werden vor allem durch das Fenster und den Filter vor dem Bolometer bestimmt (siehe Abschnitt 3.4.4 in Kapitel 3). Bei etwa 560 GHz und 750 GHz sind Einbrüche aufgrund von Wasserabsorption zu erkennen.

also wie ein Tiefpassfilter wirkt. Das gemessene Spektrum zeigt hier einen stärkeren Einfluss als das gerechnete.

Setzt man das Spektrum der Messung mit Fenster zur Messung ohne Fenster ins Verhältnis, so erhält man die Transferfunktion des Fensters. Diese ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Im dem Bolometer zugänglichen Frequenzbereich zwischen 300 GHz und 900 GHz wurde zum Vergleich eine Ausgleichsgerade $T'_{Fenster} = (1,39 \pm 0,07) - (1,22 \pm 0,11) \cdot f [\text{THz}]$ bestimmt, die ebenfalls in Abbildung 5.7 dargestellt ist. Die Standardabweichung der Messpunkte um diese Gerade beträgt 22%. Der Abfall zu hohen Frequenzen ist damit deutlich stärker als er in [Gei99] für das gleiche Fenster bestimmt wurde, und kann in der Wahl der Grenzen der Anpassung begründet liegen. Die Messungen konnten aufgrund der geringen Intensität des Teststrahlers nicht mit anderen Detektoren wiederholt werden.

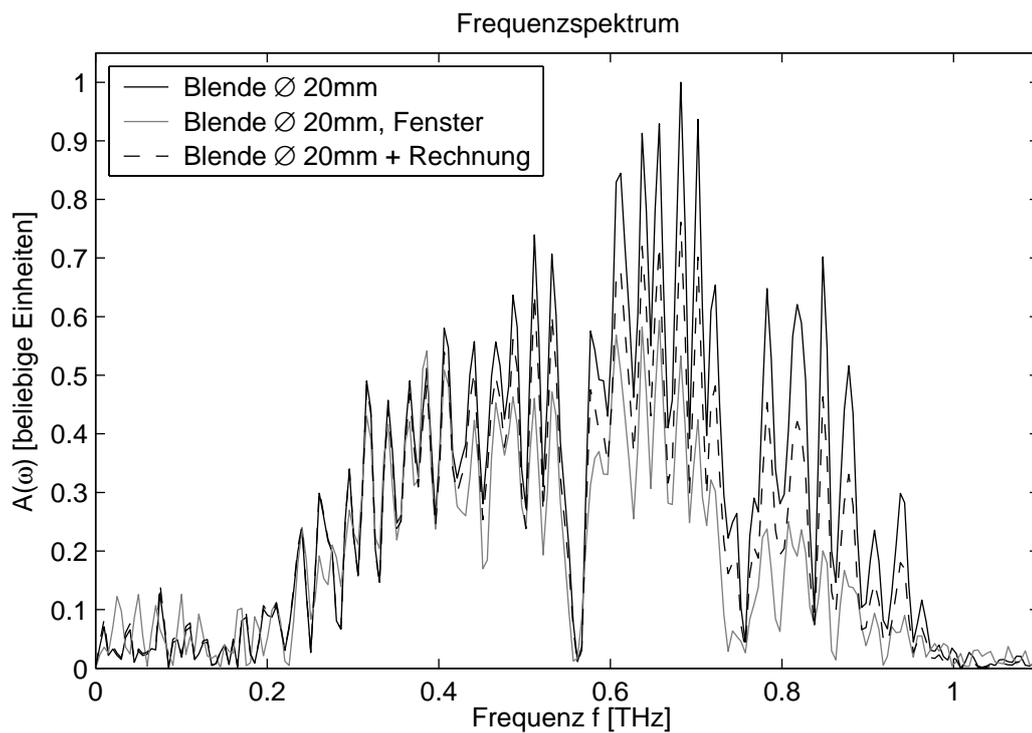


Abbildung 5.6: Frequenzspektren $A(\omega)$, gemessen mit der Testquelle ohne und mit Quarzglasfenster vom Typ „Suprasil II“. Die mit „Blende Ø 20mm + Rechnung“ bezeichnete Kurve zeigt das Spektrum der Messung ohne Fenster, modifiziert mit der Ausgleichsgeraden $T_{Fenster}$ zur Transferfunktion des Fensters (aus [Gei99]). Alle Spektren sind auf gleiche Flächen für $f \leq 400$ GHz um im Maximum auf 1 normiert.

5.1 Messung der Transferfunktion des Interferometers

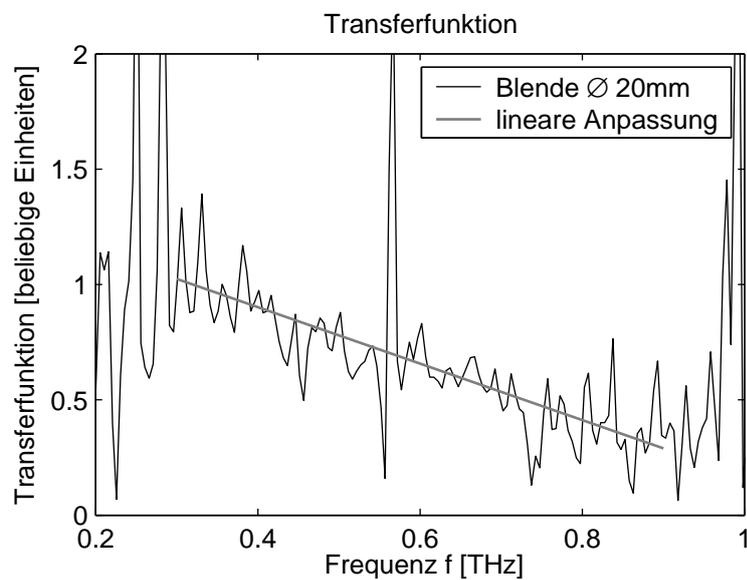


Abbildung 5.7: Transferfunktion des Quarzfensters vom Typ „Suprasil II“, gemessen mit der Testquelle und dem Bolometer. Die eingezeichnete lineare Anpassung wurde für den Frequenzbereich $300\text{ GHz} < f < 900\text{ GHz}$ zu $T'_{\text{Fenster}} = (1,39 \pm 0,07) - (1,22 \pm 0,11) \cdot f [\text{THz}]$ bestimmt.

5.2 Messung der Bunch-Länge

Zur Messung der Bunch-Länge wurden bei verschiedenen Einstellungen der Phase ϕ Autokorrelationsfunktionen mit dem Interferometer aufgezeichnet. Über die Phase der Hochfrequenz im ersten Beschleunigungsmodul wird die Bunch-Länge eingestellt (vergleiche Abschnitt 2.1 in Kapitel 2). Im folgenden werden Messergebnisse für die verschiedenen Detektoren diskutiert.

5.2.1 Pyroelektrische Detektoren

Abbildung 5.8 zeigt drei Autokorrelationsfunktionen, die mit den pyroelektrischen Detektoren P1-42 der Firma Molectron bei Kompressionszuständen von $\phi = 10^\circ$, 8° und 6° gemessen wurden (oben). Weiterhin sind die daraus ausgewerteten Ladungsverteilungen dargestellt (unten). Die Hochfrequenzphase von $\phi = 10^\circ$ entspricht der maximalen Kompression, d. h. der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge. Die Messungen wurden mit dem umgebauten Interferometer an der Experimentierstation 2BC2 (vergleiche Abschnitt 2.1 in Kapitel 2) bei einem Lorentzfaktor $\gamma = 270$ aufgezeichnet.

Die Autokorrelationsfunktionen lassen sich kaum voneinander unterscheiden. Sie sind alle auf halber Höhe etwa 1,6 ps breit und leicht asymmetrisch. Der Rauschpegel ist mit etwa 10% recht hoch. Daher ist es nicht weiter verwunderlich, dass die Ladungsverteilungen ähnlich aussehen. Alle haben ein gleich geformtes Maximum vorne und laufen zu großen Zeiten hin gleich aus. Bei etwa 0,5 ps ist ein Einbruch zu erkennen und bei $t \approx 2,5$ ps wird die Nulllinie unterschritten. Diese beide Effekte sind Artefakte der Rekonstruktion (vergleiche Abschnitt 4.3 in Kapitel 4). Die Verteilung für eine Hochfrequenzphase von $\phi = 8^\circ$ zeigt das ausgeprägteste, schärfste Maximum.

In Abbildung 5.9 sind die Frequenzspektren der Messungen dargestellt. Die erwarteten Akzeptanzminima der pyroelektrischen Detektoren P1-42 bei etwa 461 GHz und 923 GHz (vergleiche Abschnitt 3.4.1 in Kapitel 3) sind nur schwer zu sehen. Das erste Maximum der Akzeptanz bei 231 GHz fällt gut mit dem Maximum des Spektrums zusammen. Das zweite bei 692 GHz ist hingegen kaum zu erkennen.

Verglichen mit den erwarteten Spektren aus Abbildung 4.25 in Kapitel 4 unten rechts hat die Intensität zwar bei etwa 250 GHz ihr Maximum, fällt aber für große Frequenzen zu schnell und zu stark ab. Während um 500 GHz noch annähernd maximale Intensität erwartet wurde, zeigen die Messungen dort wenig. Dies ist eine klare Evidenz für die Resonanzstrukturen in der Akzeptanzfunktion der pyroelektrischen Detektoren.

In Abbildung 5.10 sind drei Messungen mit den pyroelektrischen Detektoren P1-45 der Firma Molectron analog zu Abbildung 5.8 dargestellt. Der Rauschanteil auf den Autokorrelationsfunktionen beträgt etwa 3,7%. Alle drei Ladungsverteilungen wurden bei maximaler Kompression an der Experimentierstation 1ACC3 bei einem Lorentzfaktor $\gamma = 460$ aufgezeichnet. Sie sind nahezu identisch und in guter Übereinstimmung mit den in [Gei99, Abbildungen 7.28 und 7.29] gezeigten Autokorrelationsfunktionen. Die Ladungsverteilungen sind ebenfalls nahezu identisch und auf halber Höhe etwa 1,8 ps breit. Allerdings lassen sie sich nicht mit den Daten von [Gei99] vergleichen, weil dort zur Auswertung nicht die Kramers-Kronig Relation verwendet wurde um eine eventuelle Asymmetrie zu rekonstruieren. Unabhängig davon wurde dort ebenfalls eine Halbwertsbreite von etwa 1,8 ps bestimmt. Betrachtet man die in Abschnitt 4.4 in Kapitel 4 diskutierten Fehlerquellen, so ist die hier rekonstruierte Verteilung systematisch etwa 180 fs zu schmal und besitzt einen statistischen Fehler von etwa ± 90 fs. Damit hat die gemessene Verteilung eine Halbwertsbreite von $2,0 \pm 0,09$ ps.

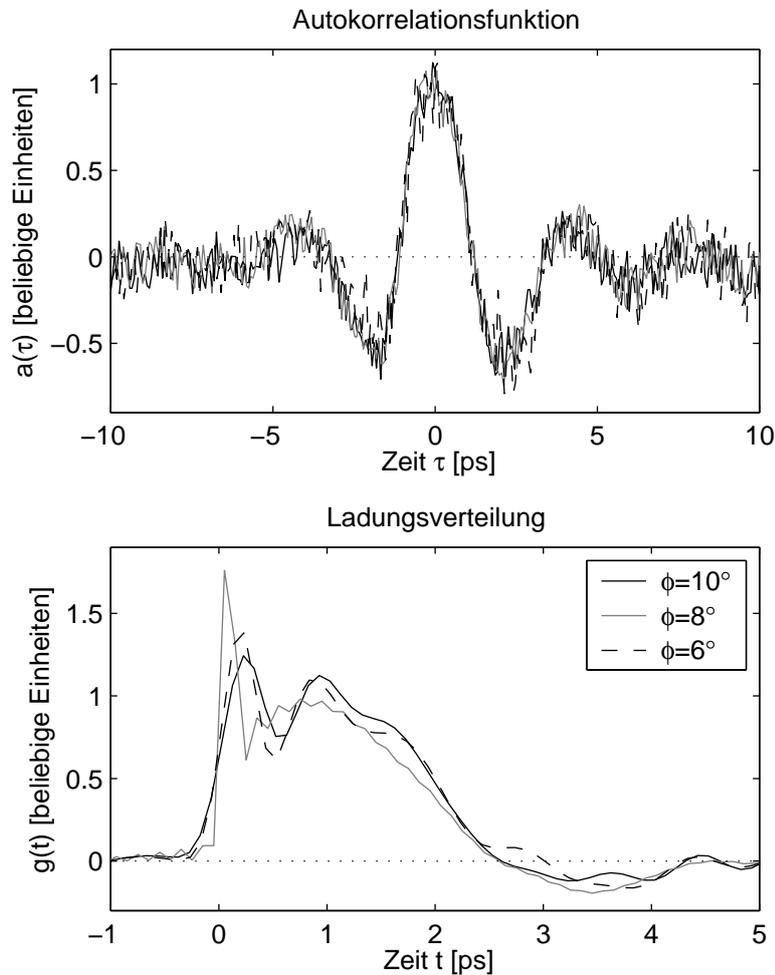


Abbildung 5.8: Messungen der Autokorrelationsfunktion mit den pyroelektrischen Detektoren P1-42 der Firma Molelectron (oben) und die daraus ausgewerteten Ladungsverteilungen (unten). Die Daten wurden an der Experimentierstation 2BC2 aufgezeichnet. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

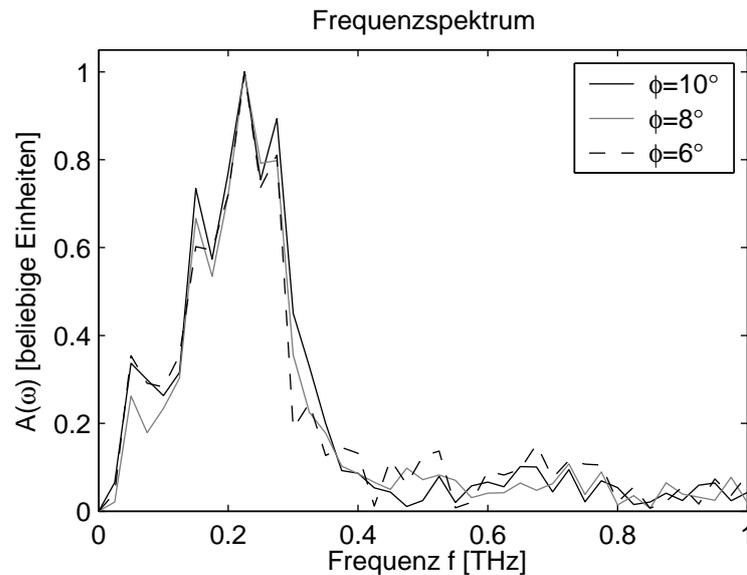


Abbildung 5.9: Frequenzspektren $A(\omega)$ aus den Messungen mit den pyroelektrischen Detektoren P1-42 der Firma Molelectron. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

Die Frequenzspektren zu den Messungen der Autokorrelationsfunktion aus Abbildung 5.10 sind in Abbildung 5.11 dargestellt. Sie sind alle nahezu identisch und zeigen deutliche Maxima und Minima. Die Maxima liegen jeweils bei 120 ± 20 , 365 ± 25 und 611 ± 35 GHz. Daraus ergibt sich mit den Überlegungen zur Resonanz im Kristall aus Abschnitt 3.4.1 in Kapitel 3 das Produkt aus Kristalldicke d und Brechungsindex n für die verwendeten pyroelektrischen Detektoren P1-45 $d \cdot n = 619 \pm 23 \mu\text{m}$. Bei einem Brechungsindex von $n = 6,5$ [SHK99] erhält man eine Dicke des Detektorchips von $95,2 \pm 3,5 \mu\text{m}$. Diese ist in guter Übereinstimmung mit den technischen Spezifikationen, wonach der Kristall eine Dicke von $100_{-5}^{+0} \mu\text{m}$ haben soll [Sto03].

Die in Abschnitt 3.5 in Kapitel 3 diskutierten Transferfunktionen sind allerdings für die Auswertung der Messungen mit den pyroelektrischen Detektoren nur bedingt geeignet, weil damit deren speziellen Eigenschaften nicht korrigiert werden. Leider sind diese Eigenschaften aber auch nicht gut genug bekannt, um daraus eine Transferfunktion aufzustellen. Deshalb soll an dieser Stelle eine alternative Auswertung gezeigt werden. Dafür wurde die mittlere Intensität der drei Maxima im Frequenzspektrum bei 120, 365 und 611 GHz bestimmt und diese Punkte mit einer Kurve verbunden. Weiterhin wurde das Spektrum zu niedrigen und hohen Frequenzen erweitert. Das Ergebnis ist in Abbildung 5.12 zusammen mit den gemessenen Frequenzspektren und eine Transferfunktion ohne Wasserabsorption dargestellt. Wendet man auf dieses Frequenzspektrum die in Abschnitt 4.2 in Kapitel 4 beschriebene Auswertemethode an und benutzt dabei zur Korrektur die dargestellte Transferfunktion, so erhält man die Ladungsverteilung in Abbildung 5.13. Die Verteilung ist auf halber Höhe etwa 1,6 ps breit. Das ist 200 fs schmäler als die zuvor aus der direkten Auswertung bestimmte Breite. Betrachtet man nun die in Abschnitt 4.4 in Kapitel 4 diskutierten Fehlerquellen, so ist die hier rekonstruierte Verteilung systematisch wieder etwa 180 fs zu schmal und besitzt einen statistischen Fehler von etwa ± 90 fs. Die gemessene Ladungsverteilung hat damit eine Halbwertsbreite von $1,8 \pm 0,09$ ps, und stimmt in ihrer Form

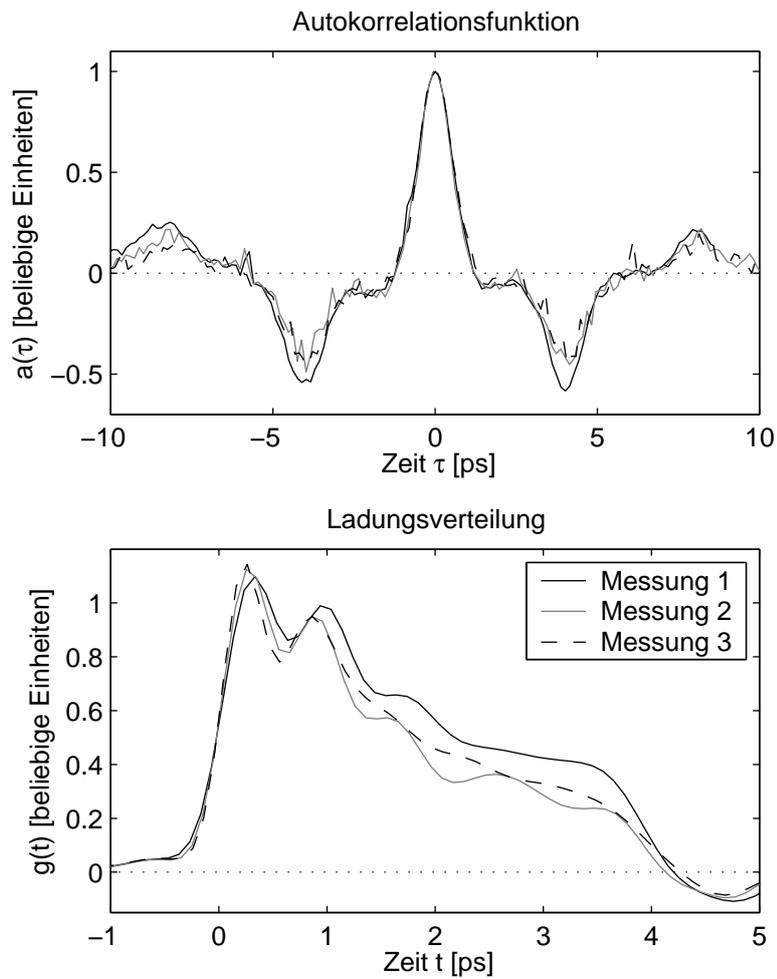


Abbildung 5.10: Messungen der Autokorrelationsfunktion mit den pyroelektrischen Detektoren P1-45 der Firma Molectron (oben) und die daraus ausgewerteten Ladungsverteilungen (unten). Alle drei Messungen wurden bei maximaler Kompression $\phi = 10^\circ$ an der Experimentierstation 1ACC3 bei $\gamma = 460$ aufgezeichnet.

5 Messungen

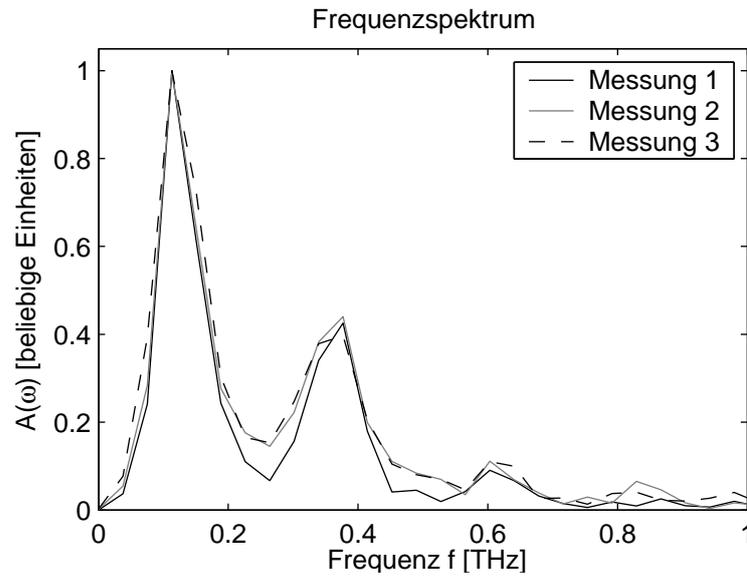


Abbildung 5.11: Frequenzspektren zu den Messungen mit dem pyroelektrischen Detektor P1-45 von Molecron. Alle drei Messungen wurden an der Experimentierstation 1ACC3 bei $\gamma = 460$ und maximaler Kompression aufgezeichnet.

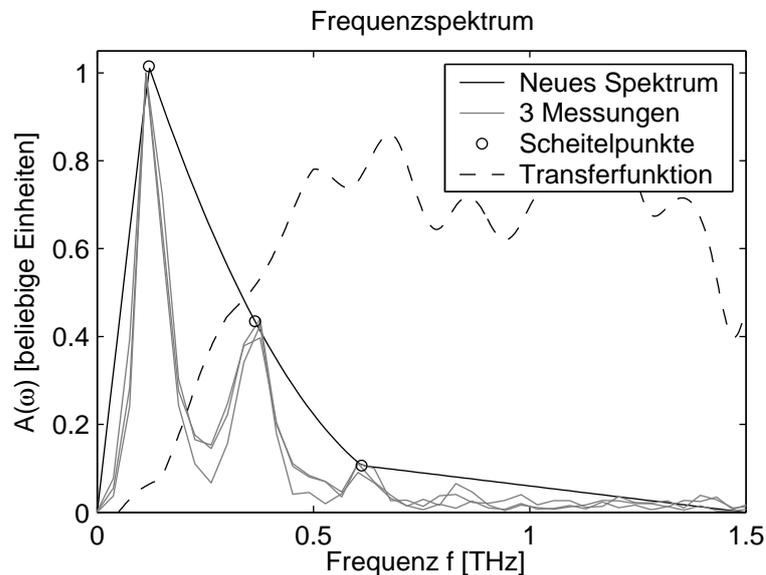


Abbildung 5.12: Modifiziertes Frequenzspektrum aus drei Messungen mit den pyroelektrischen Detektoren P1-45 der Firma Molecron. Es wurde durch parabolische Interpolation aus den gemittelten Maxima der gemessenen Spektren bestimmt. Die Transferfunktion enthält keine Wasserabsorption.

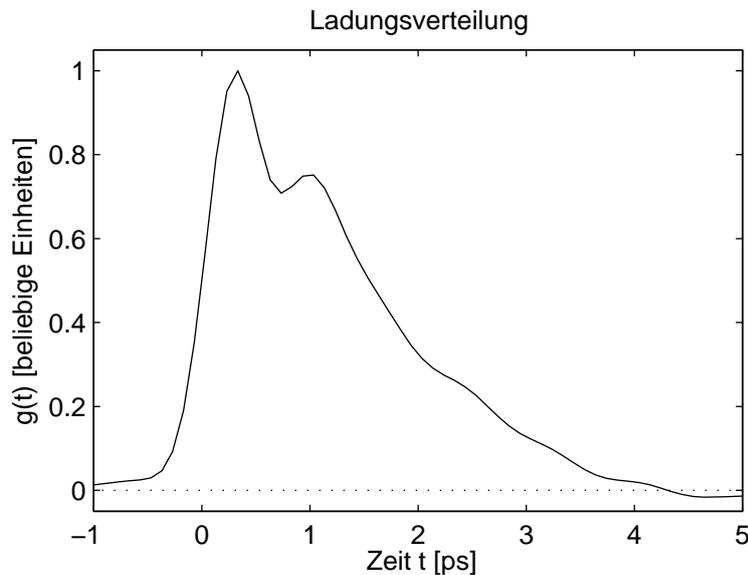


Abbildung 5.13: Ladungsverteilung zu drei Messungen mit den pyroelektrischen Detektoren P1-45 der Firma Molectron bei maximaler Kompression $\phi = 10^\circ$. Zur Bestimmung dieser Ladungsverteilung wurde das Frequenzspektrum aus Abbildung 5.12 verwendet, das durch Interpolation zwischen den Maxima von drei gemessenen Frequenzspektren errechnet wurde.

und Breite gut mit den Streak-Kammermessungen von [GFH⁺03] überein.

5.2.2 DTGS-Detektoren

In Abbildung 5.14 sind Messungen mit den DTGS-Detektoren „FIR-DTGS“ der Firma Bruker dargestellt. Darin sind die Autokorrelationsfunktionen für die drei Kompressionsphasen $\phi = 10^\circ$, 7° und 4° (oben), sowie die rekonstruierten Ladungsverteilungen (unten) abgebildet. Die Messungen wurden mit dem umgebauten Interferometer an der Experimentierstation 2BC2 (vergleiche Abschnitt 2.1 in Kapitel 2) bei einem Lorentzfaktor $\gamma = 270$ aufgefunden.

Die Autokorrelationsfunktionen lassen sich nicht voneinander unterscheiden und zeigen deutliche Schwingungen für $|t| > 10$ ps. Sie sind auf halber Höhe etwa 2,3 ps breit. Die rekonstruierten Ladungsverteilungen lassen sich folgerichtig ebenfalls kaum voneinander unterscheiden. Sie sind auf halber Höhe etwa 3,0 ps breit und laufen zu großen Zeiten hin sehr langsam aus. Die Flanke bei $t \approx 0$ steigt mit 420 fs für $\phi = 10^\circ$, 440 fs für $\phi = 7^\circ$ und 190 fs für $\phi = 4^\circ$ recht schnell an, was nicht Erwartungen entspricht.

Die zu diesen Messungen gehörenden Frequenzspektren sind in Abbildung 5.15 dargestellt. Sie wurden noch nicht mit der Transferfunktion korrigiert. Die Spektren lassen sich kaum voneinander unterscheiden. Alle zeigen ein deutliches Maximum bei $f \approx 60$ GHz und kaum Intensität bei Frequenzen oberhalb von 300 GHz. Diese Eigenschaft wurde, wie Abbildung 5.16 zeigt, auch bei Messungen an der Experimentierstation 1ACC3 (vergleiche Abschnitt 2.1 in Kapitel 2) bei einem Lorentzfaktor $\gamma = 460$ beobachtet, welche unter ungünstigen Bedingungen aufgezeichnet wurden. Sie haben im Frequenzraum ein recht grobes Raster und sind stark veräusert. Trotzdem erkennt man das Maximum und die geringe Intensität bei großen Frequenzen

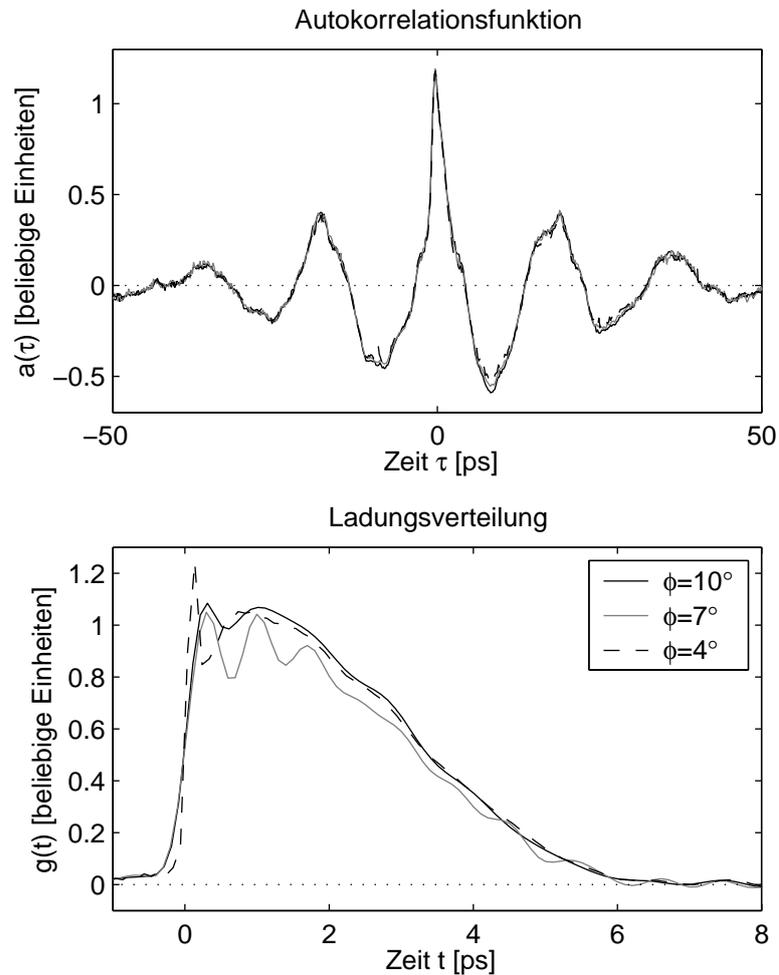


Abbildung 5.14: Messungen der Autokorrelationsfunktion mit den DTGS-Detektoren „FIR-DTGS“ der Firma Bruker (oben) und die daraus ausgewerteten Ladungsverteilungen (unten). Die Daten wurden an der Experimentierstation 2BC2 aufgezeichnet. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

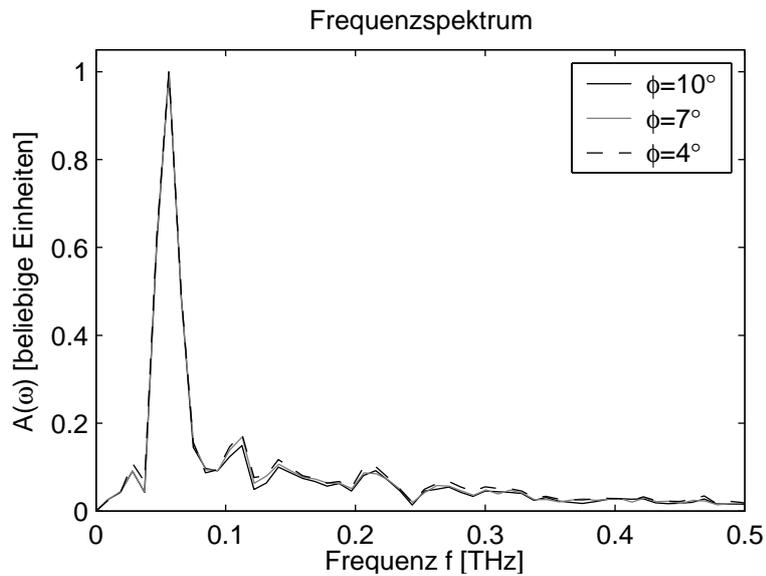


Abbildung 5.15: Frequenzspektren zu den Messungen mit den DTGS-Detektoren „FIR-DTGS“ der Firma Bruker an der Experimentierstation 2BC2. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge. Alle Spektren wurden willkürlich im Maximum auf 1 normiert.

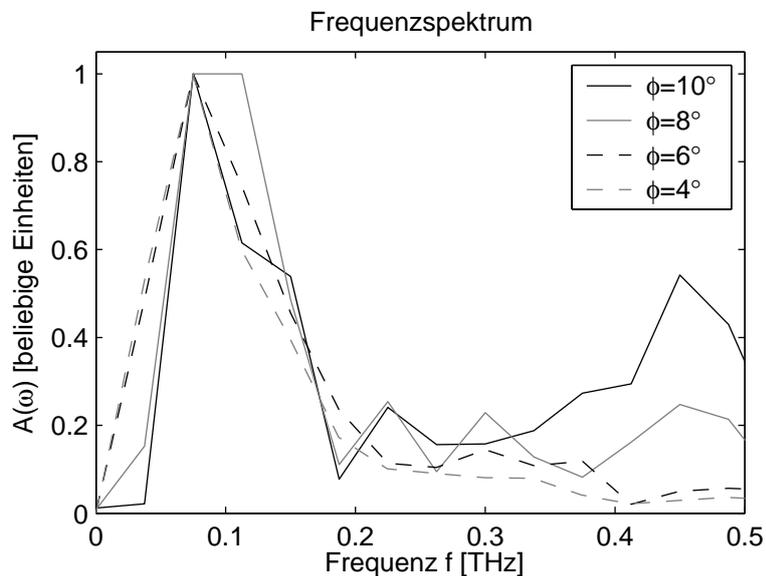


Abbildung 5.16: Frequenzspektren zu einigen anderen Messungen mit den DTGS-Detektoren „FIR-DTGS“ der Firma Bruker an der Experimentierstation 1ACC3 bei einem Lorentzfaktor $\gamma = 460$. Alle Spektren wurden willkürlich im Maximum auf 1 skaliert.

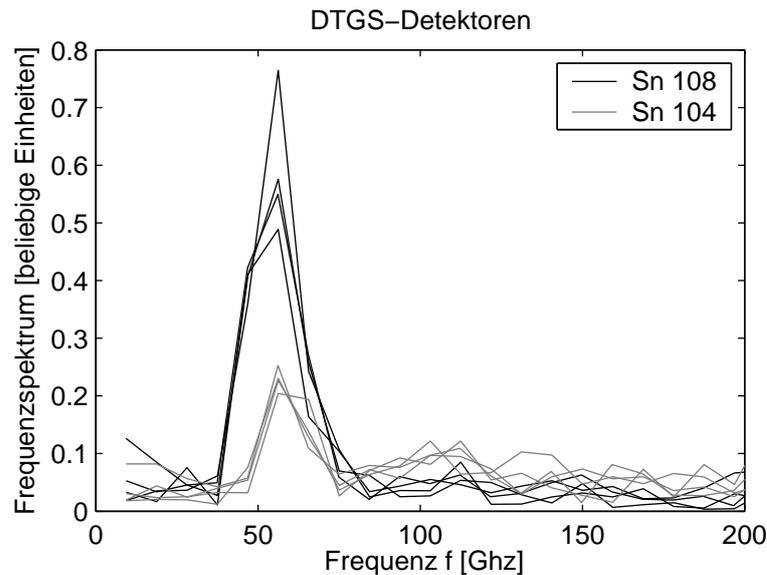


Abbildung 5.17: Frequenzspektren der mit den DTGS-Detektoren „FIR-DTGS“ der Firma Bruker mit den Seriennummern 104 und 108 einzeln gemessenen Autokorrelationsfunktionen.

gut.

Betrachtet man die Frequenzspektren der Mess-Signale der einzelnen Detektoren und vergleicht diese mit den jeweiligen von der Firma Bruker bestimmten Akzeptanzspektren (siehe Anhang A), so findet man eine mögliche Ursache für das Maximum. Diesen entnimmt man, dass die DTGS-Detektoren bei etwa 60GHz ein Maximum in der Akzeptanzfunktion haben. Der Detektor mit der Seriennummer 108 ist dort etwa drei mal empfindlicher als der mit der Seriennummer 104. Eine ähnliche Information entnimmt man Abbildung 5.17. Darin sind die Frequenzspektren der Autokorrelationsfunktionen der beiden einzelnen Detektoren aus drei verschiedenen Messungen dargestellt. Das Maximum liegt bei etwa 60GHz und die Amplitude des Detektors mit der Seriennummer 108 ist etwa 2,3 mal größer als die vom Detektor mit der Seriennummer 104. Es bleibt allerdings die Aussage des Herstellers Bruker zu beachten, wonach die DTGS-Detektoren für den Spektralbereich $f < 300\text{GHz}$ nicht geeignet sind, so dass die Signaturen auch rein zufällig sein könnten.

5.2.3 Golay-Zellen

Abbildung 5.18 zeigt drei Messungen mit den Golay-Zellen der Firma Artas zu verschiedenen Kompressionszuständen ϕ . Im oberen Graphen sind die Autokorrelationsfunktionen und darunter die daraus rekonstruierten Ladungsverteilungen dargestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht dabei wieder der maximalen Kompression, bei der die kürzesten Bunche erwartet werden. Auch hier sind, wie schon bei den Messungen mit den pyroelektrischen Detektoren P1-42 keine Abhängigkeiten von der Kompression festzustellen. Alle drei Verteilungen haben eine Halbwertsbreite von etwa 2,3ps.

Die Frequenzspektren der drei Messungen sind in Abbildung 5.19 dargestellt. Wie zu erwarten war, sind sie sich alle recht ähnlich. Alle zeigen zwischen etwa 200GHz und 250GHz ein

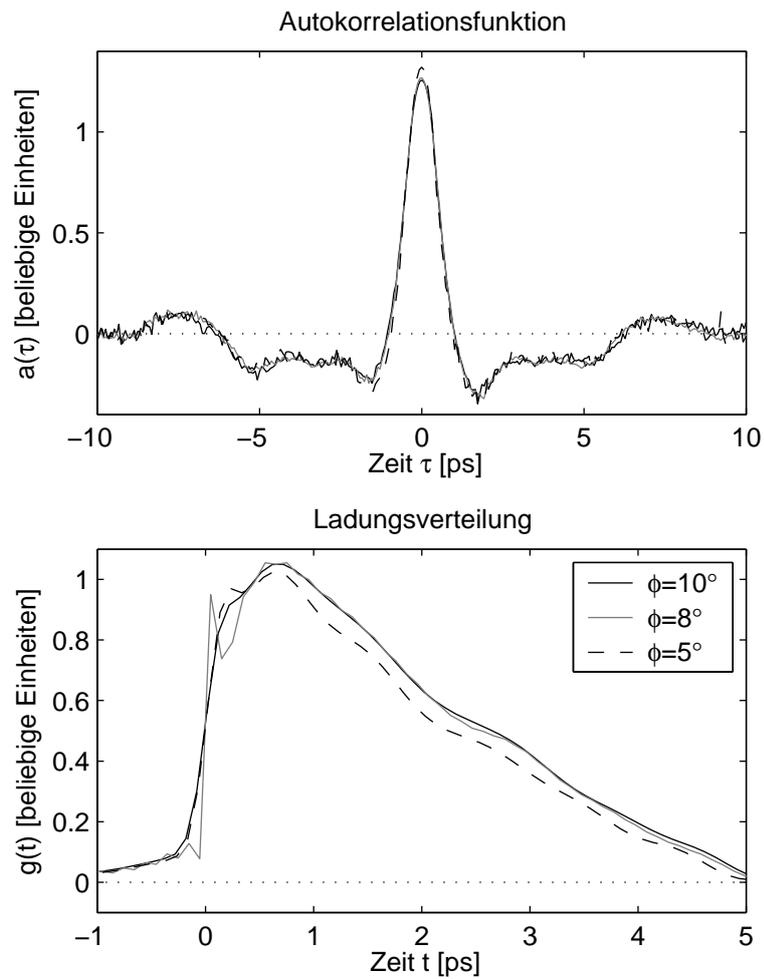


Abbildung 5.18: Messungen der Autokorrelationsfunktion mit den Golay-Zellen der Firma Artas (oben) und die daraus ausgewerteten Ladungsverteilungen (unten). Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

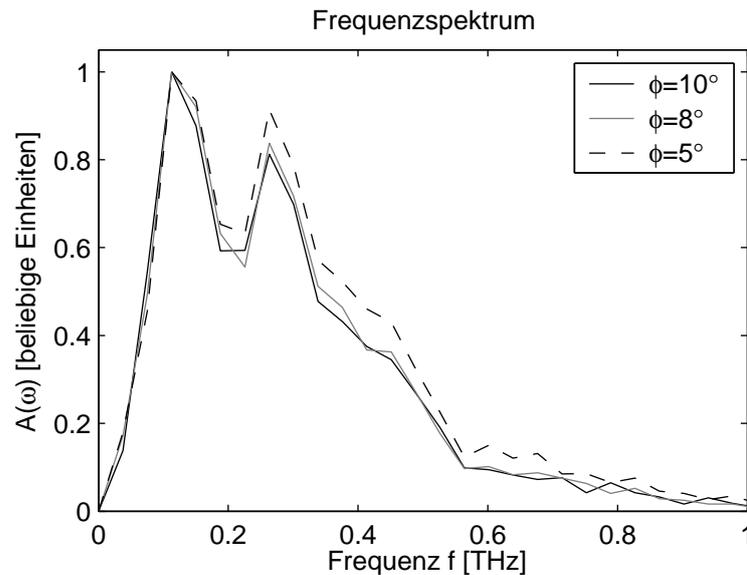


Abbildung 5.19: Frequenzspektrum der Autokorrelationsfunktionen der Messungen mit den Golay-Zellen aus Abbildung 5.18. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

Minimum und fallen bei 400 GHz deutlich ab. Oberhalb von etwa 800 GHz ist keine Intensität mehr zu erkennen. Der Grund für diese Strukturen konnte nicht ermittelt werden.

5.2.4 Bolometer

In Abbildung 5.20 sind Messungen mit dem Bolometer dargestellt. Die Messungen wurden direkt hinter dem Bunch-Kompressor 2BC2 aufgezeichnet. Der Übergangsstrahlungsschirm war so positioniert, dass die Entfernung der Schirmkante zum Strahl 13 mm betrug. Die einfallende Strahlung wurde durch den Polarisator horizontal polarisiert, wodurch vorwiegend mit Diffraktionsstrahlung aber auch Synchrotronstrahlung gemessen wurde. Zur Auswertung wurde eine besondere Transferfunktion verwendet, die sich an der in Abschnitt 3.5 in Kapitel 3 diskutierten orientiert, aber das Frequenzspektrum einer Diffraktionsstrahlungsquelle aus Abschnitt 2.5.2 in Kapitel 2 enthält.

Die Autokorrelationsfunktionen für $\phi = 10^\circ$ und $\phi = 8^\circ$ sind nahezu identisch, während die Messung bei $\phi = 2^\circ$ erwartungsgemäß ein etwas breiteres zentrales Maximum hat. Bei den daraus ausgewerteten Ladungsverteilungen stellt sich die Situation etwas anders dar: die Messungen bei $\phi = 8^\circ$ und $\phi = 2^\circ$ haben etwa ähnlich schmale Maxima bei $t \approx 0,2$ ps und die bei $\phi = 10^\circ$ das breiteste Maximum. Alle drei Verteilungen haben eine Halbwertsbreite von etwa 2 ps. Allerdings wird die Breite stark vom sanften Abfall bei großen Zeiten bestimmt. Die Ladungsverteilungen entsprechen in ihrer Form den Erwartungen. Auch das kleine Minimum bei $t \approx 0,8$ ps bzw. $t \approx 1,2$ ps wurde bereits in Abschnitt 4.4 als systematischer Fehler identifiziert. Die Breiten der Maxima der Verteilungen von etwa 0,5 ps entspricht ebenfalls den Erwartungen für die begrenzte Akzeptanz des Bolometers (vergleiche Abbildung 4.26 in Kapitel 4). Nur die Höhe des Maximums bei $t \approx 0,2$ ps in Relation zu den Ausläufern der Verteilung für $t > 1$ ps

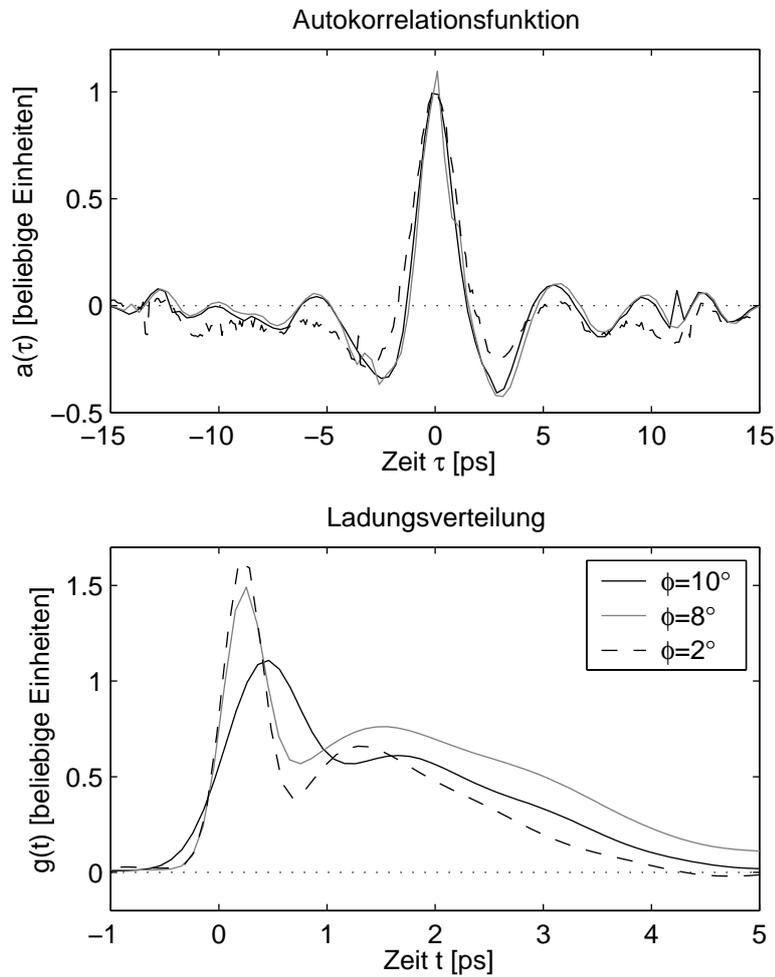


Abbildung 5.20: Messungen mit dem Bolometer vom MPI Bonn. Das Interferometer stand in 2BC2 und der Abstand zwischen der Kante des Übergangsstrahlungsschirms und dem Elektronenstrahl betrug 13 mm. Der Polarisator war auf horizontale Polarisation eingestellt, so dass hauptsächlich Diffraktionsstrahlung aber auch Synchrotronstrahlung gemessen wurde. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

5 Messungen

fällt etwas zu klein aus. Ebenso sind die Ausläufer der Verteilungen etwa doppelt so lang als erwartet.

Weitere Messungen mit dem Bolometer des Max-Planck-Instituts (MPI) in Bonn sind in Abbildung 5.21 dargestellt. Im Unterschied zu den zuvor in Abbildung 5.20 diskutierten Messungen wurde der Abstand zwischen Strahl und Schirmkante auf 20 mm vergrößert. Für die Auswertung wurde eine weitere Transferfunktion berechnet, die dieser Veränderung Rechnung trägt.

Die Autokorrelationsfunktionen zu den drei Messungen sind nahezu identisch zu denen in Abbildung 5.20. Die Messung bei $\phi = 2^\circ$ hat mit 4,7 ps wieder ein deutlich breiteres zentrales Maximum als die anderen beiden Messungen mit etwa 3,2 ps. Die Ladungsverteilungen lassen sich bei diesen Messungen zwar etwas besser voneinander unterscheiden, aber bei $\phi = 10^\circ$ wurde eine höhere Spitze erwartet. Außerdem sollte der Ausläufer der Verteilung der Messung mit $\phi = 2^\circ$ am längsten sein und nicht der bei $\phi = 8^\circ$.

Zum direkten Vergleich des Einflusses der Synchrotronstrahlung auf die Messungen sind in Abbildung 5.22 zwei Messungen mit vertikal polarisierter Strahlung dargestellt. Damit sollte anders als für die Messungen aus den Abbildungen 5.20 und 5.21 keine Synchrotronstrahlung beitragen. Der Abstand zwischen Schirmkante und Elektronenstrahl betrug wieder 20 mm. Man erkennt weder in den Autokorrelationsfunktionen noch in den Ladungsverteilungen größere Unterschiede zu den Messungen aus Abbildung 5.21.

In Abbildung 5.23 sind zwei Messungen mit dem Bolometer und kohärenter Synchrotronstrahlung dargestellt. Wie schon für die anderen Messungen mit dem Bolometer wurde auch hier eine besondere Transferfunktion berechnet, die die Frequenzabhängigkeit der kohärenten Synchrotronstrahlung (vergleiche Abschnitt 2.6 in Kapitel 2) korrigiert.

Die beiden Autokorrelationsfunktionen besitzen im Vergleich zu Abbildung 5.21 mit etwa 3,7 ps ähnlich breite zentrale Maxima, zeigen aber deutlich weniger Strukturen für $|t| > 5$ ps. Sie sind ebenfalls nur schlecht voneinander zu unterscheiden. Die Ladungsverteilungen haben kaum noch ein ausgeprägtes Maximum, laufen aber ähnlich langsam aus.

Messungen mit kohärenter Synchrotronstrahlung sind damit zwar möglich, sie zeigen aber wie die Messungen mit anderen Quellen auch, nur eine geringe Abhängigkeit vom Grad der Kompression.

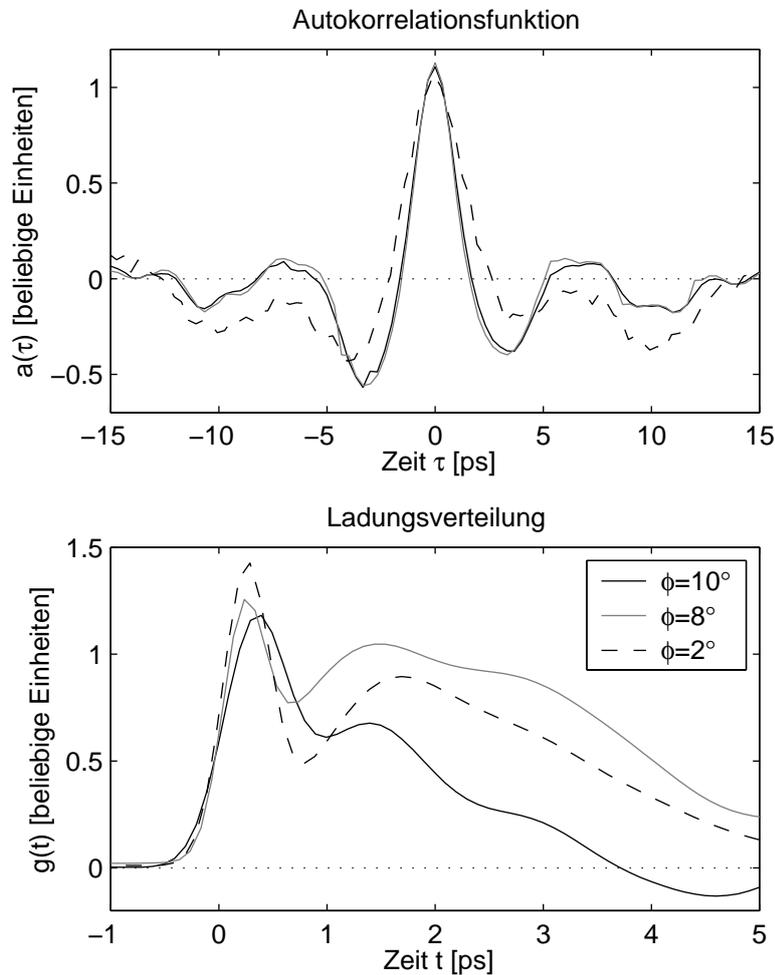


Abbildung 5.21: Messungen mit dem Bolometer vom MPI Bonn. Das Interferometer stand in 2BC2 und der Abstand zwischen der Kante des Übergangsstrahlungsschirms und dem Elektronenstrahl betrug 20 mm. Der Polarisator war auf horizontale Polarisation eingestellt, so dass sowohl Diffraktionsstrahlung als auch Synchrotronstrahlung gemessen wurde. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

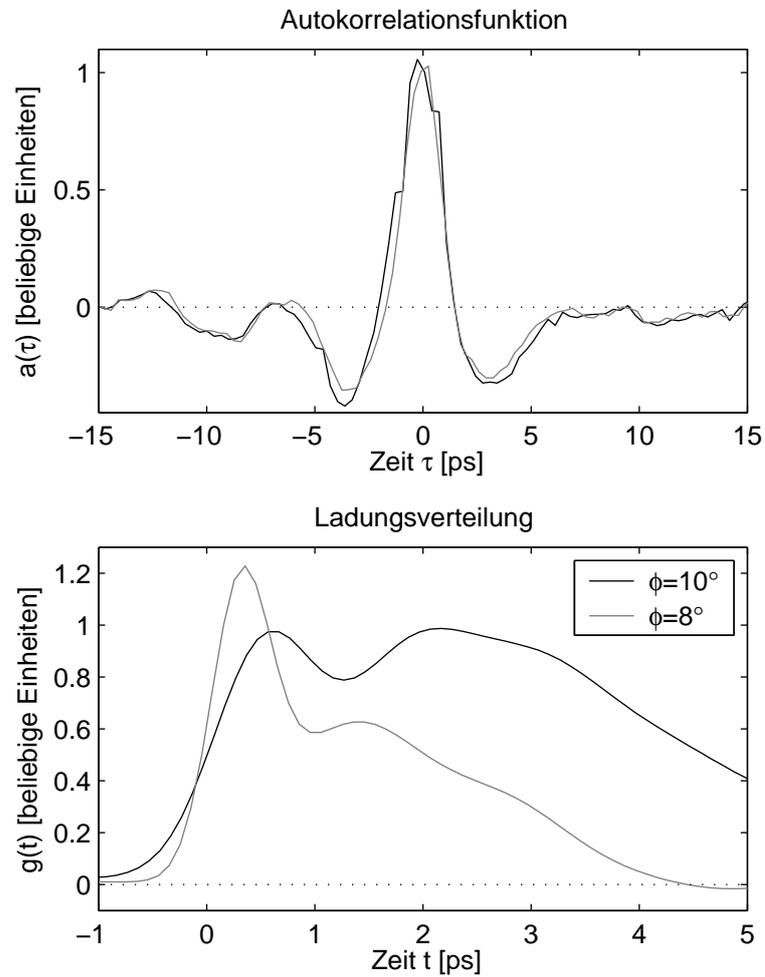


Abbildung 5.22: Messungen mit dem Bolometer vom MPI Bonn. Messungen mit dem Bolometer vom MPI Bonn. Das Interferometer stand in 2BC2 und der Abstand zwischen der Kante des Übergangsschirms und dem Elektronenstrahl betrug 20mm. Der Polarisator war auf vertikale Polarisation eingestellt, so dass hauptsächlich Diffraktionsstrahlung gemessen wurde. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

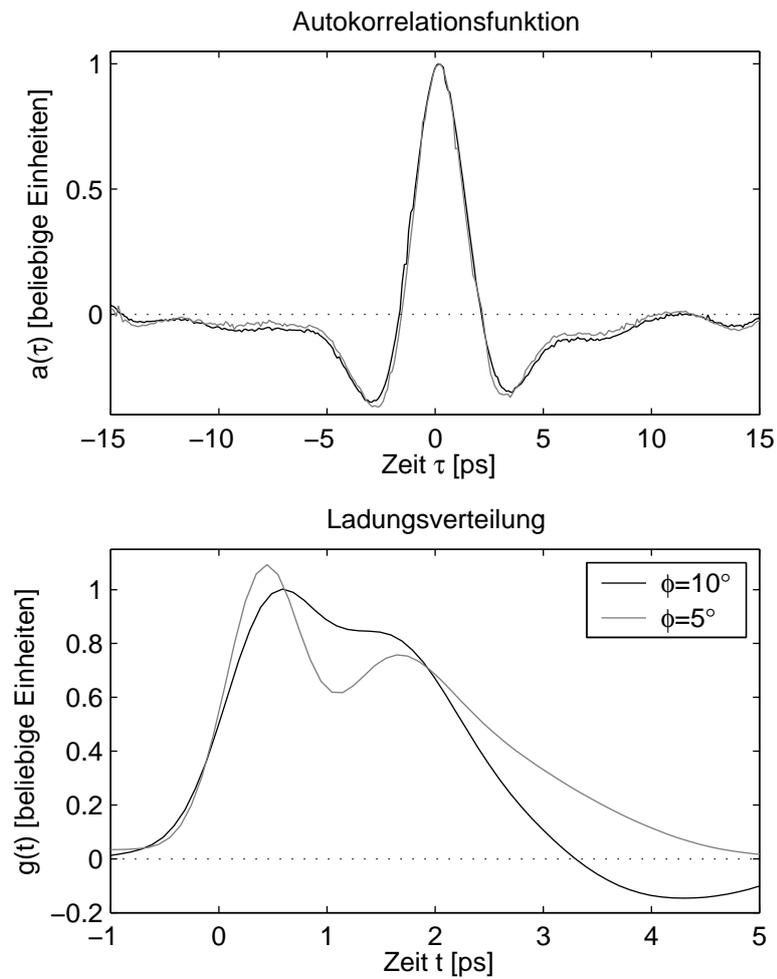


Abbildung 5.23: Messungen mit dem Bolometer vom MPI Bonn mit kohärenter Synchrotronstrahlung am Messplatz 2BC2. Durch Variation der Hochfrequenzphase ϕ wurden verschiedene Bunch-Längen eingestellt. $\phi = 10^\circ$ entspricht der kürzesten zu erwartenden Bunch-Länge.

5 Messungen

6 Ausblick

Für die Bestimmung von Ladungsverteilungen aus Interferometerdaten ist es erforderlich, das Frequenzspektrum für alle niedrigen Frequenzen zu kennen. Wegen der Beugungsbegrenzung ist das nicht möglich. Aus diesem Grund wird während der Auswertung eine Korrektur der niedrigen Frequenzen vorgenommen. Für die Art und Weise dieser Korrekturen gibt es nur wenige physikalische Anhaltspunkte. Es konnte gezeigt werden, dass die vorgeschlagene Form der Korrektur unter gewissen Voraussetzungen zu den richtigen Ergebnissen führt (vergleiche Abschnitt 4.3 in Kapitel 4). Eine der Voraussetzungen ist, dass man das Frequenzspektrum zuverlässig bei relativ kleinen Frequenzen $f \lesssim 50\text{GHz}$ kennt, oder durch eine bekannte Transferfunktion bis dahin korrigieren kann.

Wenn diese Voraussetzungen nicht erfüllt sind, erhält man mit den Korrekturen nicht mehr die richtigen Ergebnisse. Dies ist sowohl bei den Messergebnissen (Abschnitt 5.2 in Kapitel 5) als auch bei den Simulationen zu den mit ZEMAX berechneten Transferfunktionen (Abschnitt 3.2 in Kapitel 3) zu beobachten. Die ermittelten Ladungsverteilungen werden dann durch die Korrekturen der niedrigen Frequenzen dominiert und die gemessenen Daten haben kaum einen Einfluss auf die Ergebnisse.

Es lassen sich folgende Auswege aus dem Problem erkennen:

1. Man könnte die Fragestellung neu formulieren. Wenn nicht mehr die Ladungsverteilung im Vordergrund steht, kann auf die Korrektur der niedrigen Frequenzen verzichtet werden. So erhielte man beispielsweise Informationen über die Veränderungen des Frequenzspektrums, die für andere Methoden bisher nicht zugänglich sind.
2. Wenn man mit einer zweiten Methode Informationen in dem für das Interferometer nicht zugänglichen Bereich des Frequenzspektrum hinzunähme, könnten die Unsicherheiten in den Messungen deutlich reduziert werden. Allerdings sind die Aussagen des Martin-Puplett-Interferometers über das Frequenzspektrum prinzipbedingt unabhängig von der tatsächlichen Intensität. Möchte man auf diese Eigenschaft nicht verzichten, ist es erforderlich, dass das Frequenzspektrum der anderen Methode mit dem des Interferometers einen hinreichenden Überlapp hat.
3. Erhöhte man die Präzision der Transferfunktion des Messaufbaus, so würde die untere Grenzfrequenz, auf die man hin korrigieren kann, nur noch durch die Unsicherheiten in den Interferometerdaten bestimmt, da der relative Fehler nach der Korrektur gerade die Summe aus den relativen Fehlern der Messdaten und der Transferfunktion ist. Bei hinreichend präzisen Interferometerdaten liessen sich dann deutlich zuverlässigere Ladungsverteilungen rekonstruieren.
4. Verzichtete man auf die wichtige Eigenschaft des Martin-Puplett-Interferometers, dass die Messergebnisse unabhängig von der Eingangsintensität sind, kann durch den Vergleich verschiedener Messungen bei konstantem Strahlstrom eine Aussage über die absoluten

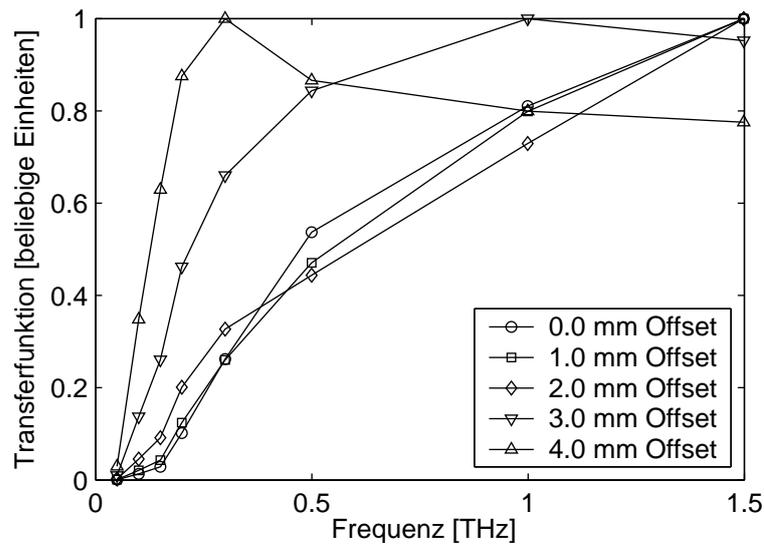


Abbildung 6.1: Transferfunktionen berechnet mit ZEMAX für einen Detektor mit einem Durchmesser von 5 mm. Der Detektor wurde mit unterschiedlichen Verschiebungen zum Zentrum angenommen.

Veränderungen in bestimmten spektralen Bereichen gemacht werden. Falls der Strahlstrom konstant ist, ist das Integral des Frequenzspektrums auch konstant. Damit hätte man einen Zusammenhang, mit dem sich Frequenzspektren direkt miteinander vergleichen liessen.

5. Weiterhin könnte man durch Hinzufügen eines geeigneten Filters die Transferfunktion des Interferometers so verändern, dass sie konstanter wird. Der Filter sollte im Idealfall die inverse Transferfunktion des Interferometers aufweisen, so dass die Kombination der beiden keine wesentlichen Frequenzabhängigkeiten mehr besitzt. Allerdings hat dieser Ansatz zur Folge, dass von der einfallenden Strahlungsintensität nur ein sehr kleiner Anteil für die Messung verwendet wird und deshalb sehr empfindliche Detektoren erforderlich wären.

Andere Möglichkeiten die Transferfunktion des Interferometers bei niedrigen Frequenzen zu verbessern, liegen in der Modifikation des experimentellen Aufbaus, wie im folgenden diskutiert werden soll.

6.1 Verschieben der Detektors

Schaut man auf die Feldverteilungen am Detektor als Funktion der Frequenz (Abbildung 3.10 in Kapitel 3), so gewinnt man den Eindruck, dass ein kleiner, leicht verschobener Detektor einen der beiden Flecken der Feldverteilungen bei niedrigen Frequenzen besser messen können sollte, als wenn er genau auf die Mitte dazwischen schaut. In Abbildung 6.1 ist die Transferfunktion ohne den Einfluss des Vakuumfensters und der Absorption in feuchter Luft dazu dargestellt. Alle Verteilungen sind im Maximum auf 1 normiert. Der Detektor hat eine aktive Fläche mit einem Durchmesser von 5 mm. Gegenüber dem zentral aufgestellten Detektor sieht man bei

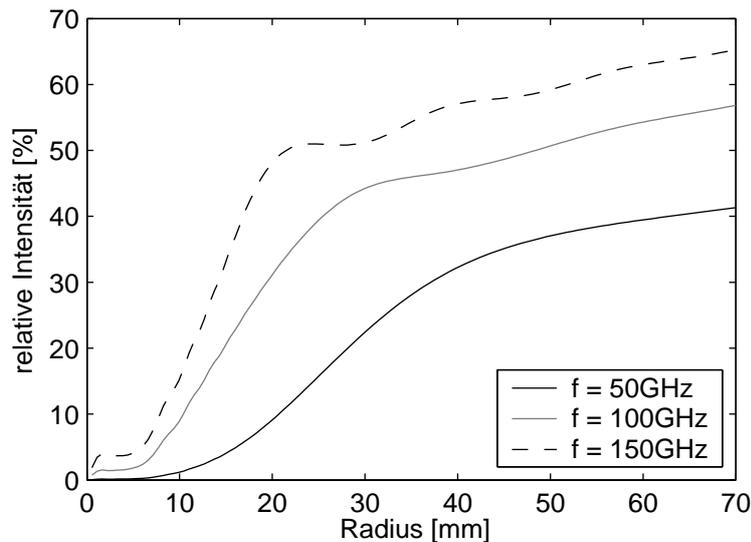


Abbildung 6.2: Akzeptanz des Fensters als Funktion einer radialen Integrationsgrenze normiert auf die Intensität, die bei gleicher Akzeptanz bei $f = 1,5\text{ THz}$ aufgesammelt wird. Der Abstand zur Quelle beträgt 140 mm. Mit dem nominalen Durchmesser von 60 mm werden bei $f = 50\text{ GHz}$ 22% der Intensität aufgesammelt.

einem Offset von 3 mm eine deutliche Verbesserung, weil die Transferfunktion oberhalb von $f = 500\text{ GHz}$ fast konstant ist. Allerdings zeigt sich auch, dass der Aufbau dann sehr empfindlich gegen Fehljustagen ist. Die Transferfunktionen für 2 und 4 mm Offset sind deutlich unterschiedlich. Gleichzeitig sieht man aber auch, dass Offset-Fehler in der Nähe des Zentrums bei diesen Detektorgrößen nur einen geringen Einfluss auf die Transferfunktion haben.

6.2 Neue Optik im Interferometer

Schaut man sich Abbildung 3.12 in Kapitel 3 an, so fallen die großen Verluste an den ersten Elementen im Interferometer auf. Vor allem am Fenster gehen bei $f = 50\text{ GHz}$ etwa 80% der Intensität verloren. In Abbildung 6.2 ist deshalb die Intensität auf dem Fenster als Funktion einer radialen Integrationsgrenze dargestellt. Alle Kurven sind auf die Intensität normiert, die man bei gleicher Akzeptanz für $f = 1,5\text{ THz}$ erwartet. Man erkennt gut, dass im aktuellen Aufbau mit einem Durchmesser von 60 mm lediglich 22% durch das Fenster transmittieren. Bis zu einem Durchmesser von 100 mm gibt es eine deutliche Verbesserung auf 37%. Darüber ist nur noch eine geringe Zunahme der Intensität zu beobachten. Da aber ein solches Fenster von 100 mm Durchmesser nur schlecht realisierbar ist, und der Gewinn durch Beugung bis zum Detektor wieder zunichte gemacht würde, sollte der Abstand zur Quelle reduziert werden. In Abbildung 6.3 ist die Akzeptanz für ein Fenster im Abstand von 40 mm dargestellt. Hier erreicht man bereits mit einem Durchmesser von 50 mm 46% der Intensität bei $f = 50\text{ GHz}$. Durch eine weitere Vergrößerung des Durchmessers erzielt man keine wesentliche Verbesserung mehr.

Durch die 46% statt 22% Intensität bei 50 GHz würde eine deutliche Verbesserung der Messbedingungen für das Interferometer entstehen. In Abbildung 6.4 ist der Intensitätsverlauf durch das Interferometer dargestellt. Dazu wurde angenommen, dass das Fenster mit einem

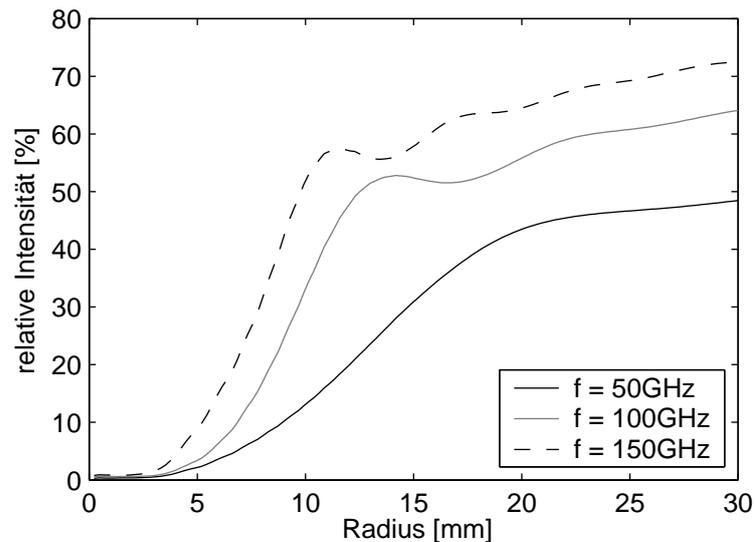


Abbildung 6.3: Akzeptanz eines neuen Fensters im Abstand von 40 mm zur Quelle als Funktion einer radialen Integrationsgrenze, wieder normiert auf die Intensität, die bei $f = 1,5$ THz aufgesammelt wird. Der Durchmesser sollte 50 mm betragen, damit etwa 46% der Intensität aufsammlen werden.

Durchmesser von 50 mm im Abstand von 40 mm zur Quelle angeordnet ist. Der erste Parabolspiegel befindet sich auch weiterhin 60 mm dahinter, so dass der Abstand zur Quelle von 200 mm auf 100 mm gesunken ist. Gleichzeitig wurde die Brennweite ebenfalls auf 100 mm reduziert, um die restliche Optik des Interferometers nicht zu beeinflussen. Als Vergleich ist der Verlauf für den aktuellen Aufbau mit abgebildet. Man erkennt eine deutliche Verbesserung. Statt 10% erreichen nun 24% der Eingangintensität bei $f = 50$ GHz die Detektorebene. Gleichzeitig erkennt man, dass jetzt im hinteren Teil des Interferometers (zweiter Durchgang durch den Strahlteiler, zweiter Parabolspiegel und Analysator) die Verluste deutlich zugenommen haben. Allerdings sind die Verluste beim ersten Durchgang durch den Strahlteiler kleiner, so dass am Ende sogar eine weitere Verbesserung übrig bleibt. Die 120% mehr Intensität am Fenster wachsen auf 140% mehr in der Detektorebene an.

Weitere Verbesserungen des aktuellen Aufbaus lassen sich durch eine Verkürzung der optischen Weglänge erreichen. Allerdings gibt es dafür aufgrund der Randbedingungen enge Grenzen. So erfordern die großen Elemente große und stabile Halter, die den minimalen Abstand vorgeben.

6.3 Kompaktes Interferometer

Um für die Zukunft ein zuverlässiges Messgerät für Bunch-Längenmessungen zur Verfügung zu haben, sollte ein neues Interferometer vor allem kompakt sein. Dadurch gibt es weniger Einschränkungen für den Einsatzort. Gleichzeitig kann ein kompaktes Interferometer leicht so konstruiert werden, dass es eine abgeschlossene Einheit bildet. In der Einheit sollten alle Komponenten fest justiert sein. Auch die Detektoren sollten fest integriert oder zumindest zuverlässig auswechselbar sein. Außerdem sollte ein kleines und kompaktes Interferometer so aufgebaut sein, dass es als Ganzes vor der Strahlungsquelle ferngesteuert justiert werden kann.

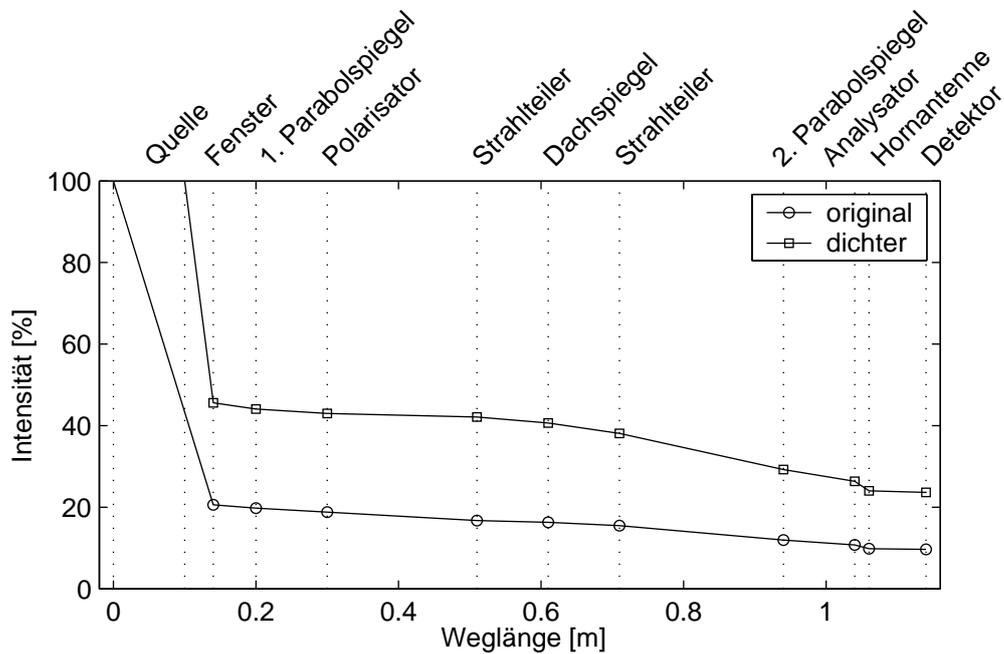


Abbildung 6.4: Vergleich der Transmission durch das Interferometer bei $f = 50\text{ GHz}$ für den Originalaufbau und den Fall, in dem das Fenster mit einem Durchmesser von 50 mm in 40 mm Abstand zur Quelle montiert ist. Damit ist der Abstand zwischen Quelle und erstem Parabolspiegel von 200 mm auf 100 mm geschrumpft. Gleichzeitig wurde die Brennweite des ersten Parabolspiegels von 200 mm auf 100 mm angepasst. Die Intensität am Detektor ist von 10% auf 24% der Eingangsintensität angestiegen.

Damit sich ein neues Interferometer leicht aufbauen lässt, darf die Apertur nicht zu groß sein. Gleichzeitig darf die Apertur auch nicht zu klein werden, um die diffraktiven Verluste gering zu halten. Deshalb wird ein Wert von 50 mm vorgeschlagen. Die verschiedenen Spiegel und Gitter sind für diese Durchmesser kommerziell erhältlich. Aufgrund der kleinen Apertur muss für eine gute Akzeptanz der Abstand zwischen Interferometer und Quelle möglichst klein gewählt werden. Wie in Abschnitt 6.2 diskutiert wird, sollte ein Fenster in 40 mm Abstand zur Quelle schon einen Durchmesser von 50 mm haben, wenn der Schirm auch weiterhin einen Durchmesser von 35 mm haben soll. Bleibt man bei dem Abstand von 40 mm zwischen Quelle und Fenster, so sollte das neue Interferometer einen Abstand zur Quelle von 70 mm haben.

Innerhalb des Interferometers sollte der Aufbau so kompakt wie möglich sein, um die Diffraktion der niedrigen Frequenzen so klein wie möglich zu halten. So sollte beispielsweise die Polarisation der Strahlung senkrecht zu der Ebene erfolgen, in der der erste Parabolspiegel ablenkt. Damit wird erreicht, dass der erste Parabolspiegel keine symmetrische Apertur mehr benötigt und damit dichter an die Quelle gebracht werden kann. Wird die Apertur auf $35 \times 50\text{ mm}^2$ beschränkt, so kann der Abstand zur Quelle auf 60 mm reduziert werden. Hinter dem Strahlteiler entsteht elliptisch polarisierte Strahlung, so dass erst ab dort die volle rotationssymmetrische Apertur von 50 mm erforderlich ist.

Die beiden Dachspiegel sollten ihre Kanten in der Ebene haben, in der die Strahlung auf den

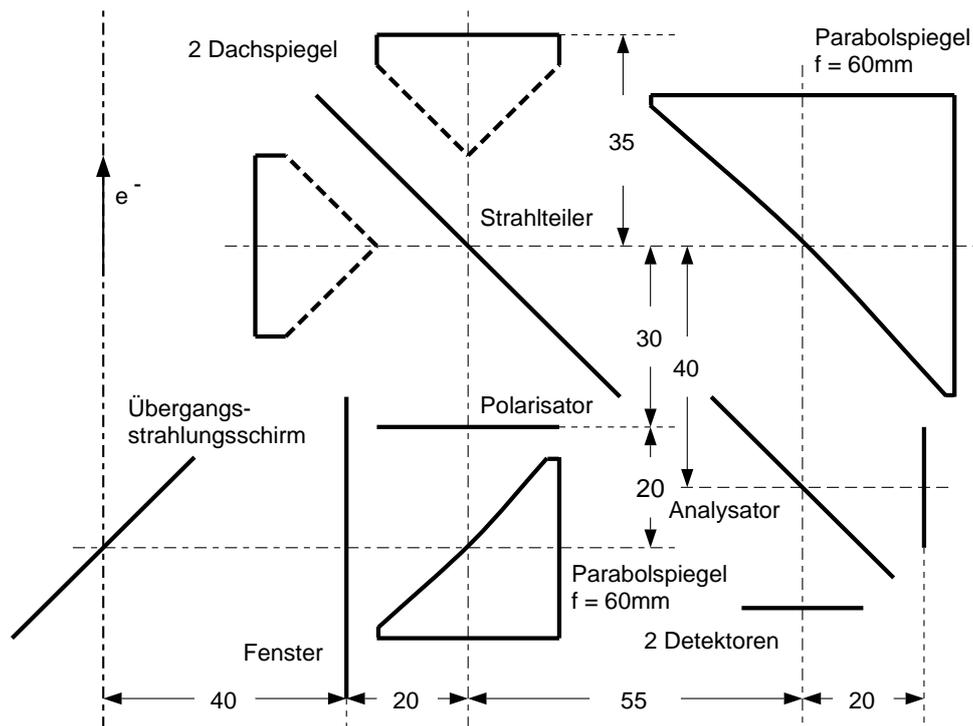


Abbildung 6.5: Schematischer Aufbau des kompakten Interferometers. Der erste Parabolspiegel sowie der Polarisator und die Dachspiegel haben eine asymmetrische Apertur von $35 \times 50 \text{ mm}^2$, weil der Polarisator die Polarisationsrichtung senkrecht zur Betrachtungsebene selektiert. *Alle Abmessungen sind in Einheiten von Millimetern.*

Strahlteiler trifft und diesen verlässt. Dann lassen sich die Ecken so begrenzen, dass die erforderliche Apertur entsteht. Durch die Begrenzung der Apertur und die spezielle Orientierung der Kante entsteht mehr Platz zum Strahlteiler als mit der anderen möglichen Orientierung. Die beiden Dachspiegel sollten gemeinsam gegenläufig verfahren werden. Man erreicht so den doppelten Gangunterschied bei gleicher Bewegung und erhält gleichzeitig einen vollständig symmetrischen Aufbau, in dem die mittlere Weglänge für alle Gangunterschiede gleich groß ist.

Am Ende des Interferometers sollten die Detektoren mit geeigneten Hornantennen ausgestattet sein, um einen möglichst großen Teil der durch das Interferometer hindurchgeleiteten Intensität zu registrieren. Die Öffnung der Hornantennen sollte nicht kleiner als 20 mm sein.

In Abbildung 6.5 ist ein solches kompaktes Interferometer schematisch dargestellt. Wie man sieht, misst es nicht mehr als $11 \times 12 \text{ cm}^2$ ohne die Detektoren. Die Transferfunktion des Interferometers ist in Abbildung 6.6 für einen Detektordurchmesser von 20 mm zu sehen. Als Vergleich sind die Transferfunktionen des aktuellen Interferometers und die für das Interferometer, welches dichter an die Quelle herangerückt ist, jeweils für den aktuellen angenommenen aktiven Detektordurchmesser von 5 mm und einen Detektordurchmesser von 20 mm mit abgebildet. Der Quellschirm im Beschleuniger hat für alle drei einen Durchmesser von 35 mm und der Lorentzfaktor beträgt $\gamma = 270$. Das kompakte Interferometer schneidet am besten ab. Nur bei $f = 50 \text{ GHz}$ ist das dichter aufgestellte große Interferometer mit dem großen Detektordurchmesser 16% besser. Bei $f = 75 \text{ GHz}$ ist das kompakte Interferometer 370% besser als das originale

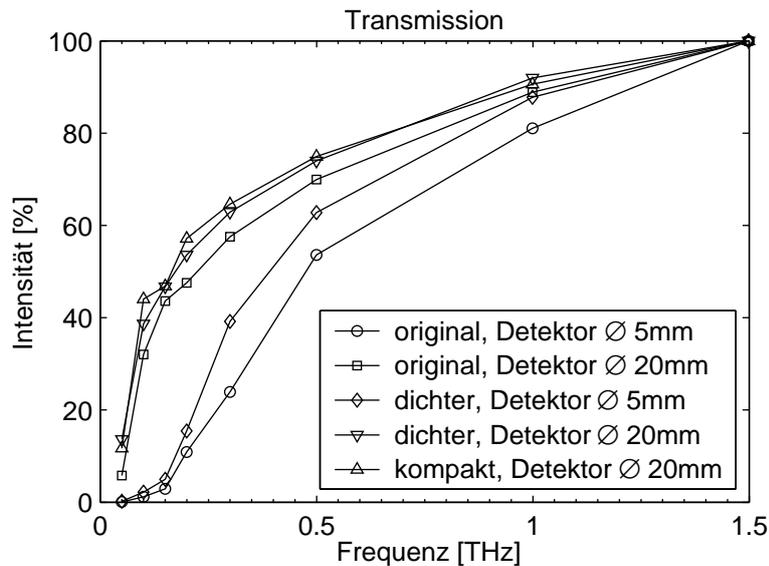


Abbildung 6.6: Vergleich der Transmission durch verschiedene Interferometer. Neben dem originalen Aufbau und der vorgeschlagenen Verbesserung der Akzeptanz durch Verkürzen des Abstands zwischen erstem Parabolspiegel und der Quelle ist auch die Transmission durch das kompakte Interferometer abgebildet. Die Quelle wurde mit einem Durchmesser von 35 mm angenommen und $\gamma = 270$.

mit dem 5 mm-Detektor und 37% besser, wenn der 20 mm-Detektor verwendet wird. Verglichen mit dem dichter aufgestellten Interferometer schmilzt der Gewinn des kompakten Interferometers auf 190% mit dem 5 mm-Detektor und auf 14% mit dem 20 mm-Detektor. Bei $f = 150$ GHz bricht die Transferfunktion des kompakten Interferometers leicht ein.

Die gesamte Transferfunktion für das kompakte Interferometer bestehend aus den ZEMAX Berechnungen, Absorption in feuchter Luft mit einer Weglänge von 255 mm und dem gleichen Vakuumfenster, das auch für alle Messungen verwendet wurde, ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Das Fenster kompensiert den langsamen Anstieg etwas zu stark, so dass die Transferfunktion für große Frequenzen wieder leicht abfällt. Außerdem sind die Beeinträchtigungen durch die feuchte Luft zwar kleiner, aber noch nicht vernachlässigbar. Jedoch kann ein Interferometer in der vorgeschlagenen Größe leicht evakuiert oder mit trockenem Stickstoff gespült werden, um die Wasserabsorption vollständig zu beseitigen. Bereits ab einer Frequenz $f_{min} = 62$ GHz steigt die transmittierte Intensität über 50%.

Um einen Vergleich zum aktuellen Interferometer zu erhalten, wurden die Simulationen, deren Ergebnisse in den Abbildungen 4.25 und 4.26 im Kapitel 4 dargestellt sind, mit der Transferfunktion des kompakten Interferometers aus Abbildung 6.7 wiederholt. Die Ergebnisse dieser Simulationen sind in Abbildung 6.8 zu sehen. Die Art der Darstellung ist identisch mit den Abbildungen 4.25 und 4.26 in Kapitel 4. Oben links sind wieder die erwarteten Ladungsverteilungen für drei verschiedene Kompressionszustände dargestellt. Darunter sind die sich mit der Transferfunktion ergebenden Autokorrelationsfunktionen und unten rechts deren Frequenzspektren dargestellt. Oben rechts schließlich findet man die Ladungsverteilungen, die sich aus den Autokorrelationsfunktionen auswerten lassen. Die Autokorrelationsfunktionen sind zwischen 0,9 ps und 1,1 ps breiter und unterscheiden sich stärker voneinander als die in Abbildung 4.25 in

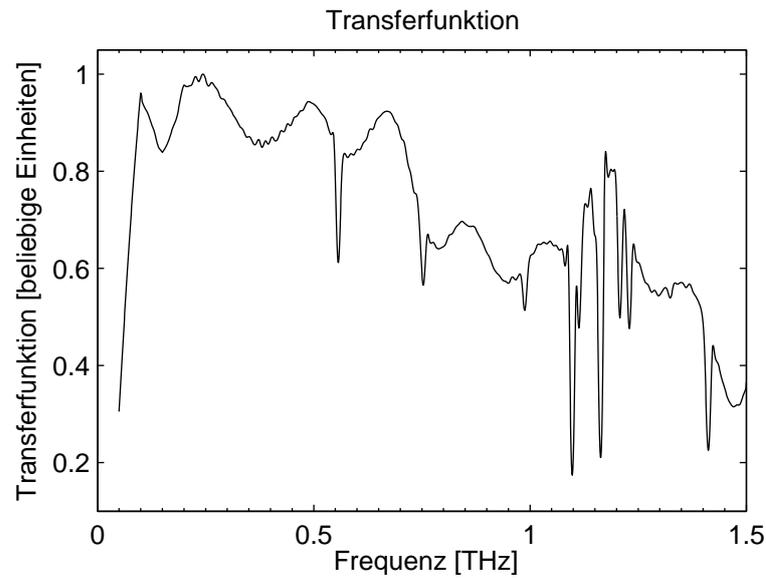


Abbildung 6.7: Transferfunktion des kompakten Interferometers inklusive der Absorption in feuchter Luft einer Wegstrecke von 255 mm und in einem Vakuumfenster, wie es bei den bisherigen Messungen auch verwendet wurde. Die Beschränkung zu niedrigen Frequenzen liegt bei $f_{min} = 62$ GHz, darunter fällt die Intensität unter 50%.

Kapitel 4. Die Frequenzspektren zeigen eine geringere Beeinträchtigung durch Absorption in normal-feuchter Luft und höhere Anteile bei niedrigen Frequenzen. Die ermittelten Ladungsverteilungen sind mit Halbwertbreiten von 460 fs, 480 fs und 570 fs immer noch etwas zu schmal, was aber auf die diskutierte Systematik zurückgeführt werden kann. Um weitere Verbesserungen zu erzielen, müsste das Frequenzspektrum des Interferometers erweitert werden. Dies lässt sich erreichen, indem ein anderes Material, beispielsweise einkristalliner Quarz oder Diamant für das Fenster und feinere Gitter, beispielsweise aus $3 \mu\text{m}$ Draht mit $10 \mu\text{m}$ Gitterkonstante verwendet werden. Das kompakte Interferometer hat dann das Potenzial ein Frequenzspektrum bis 10 THz abzudecken.

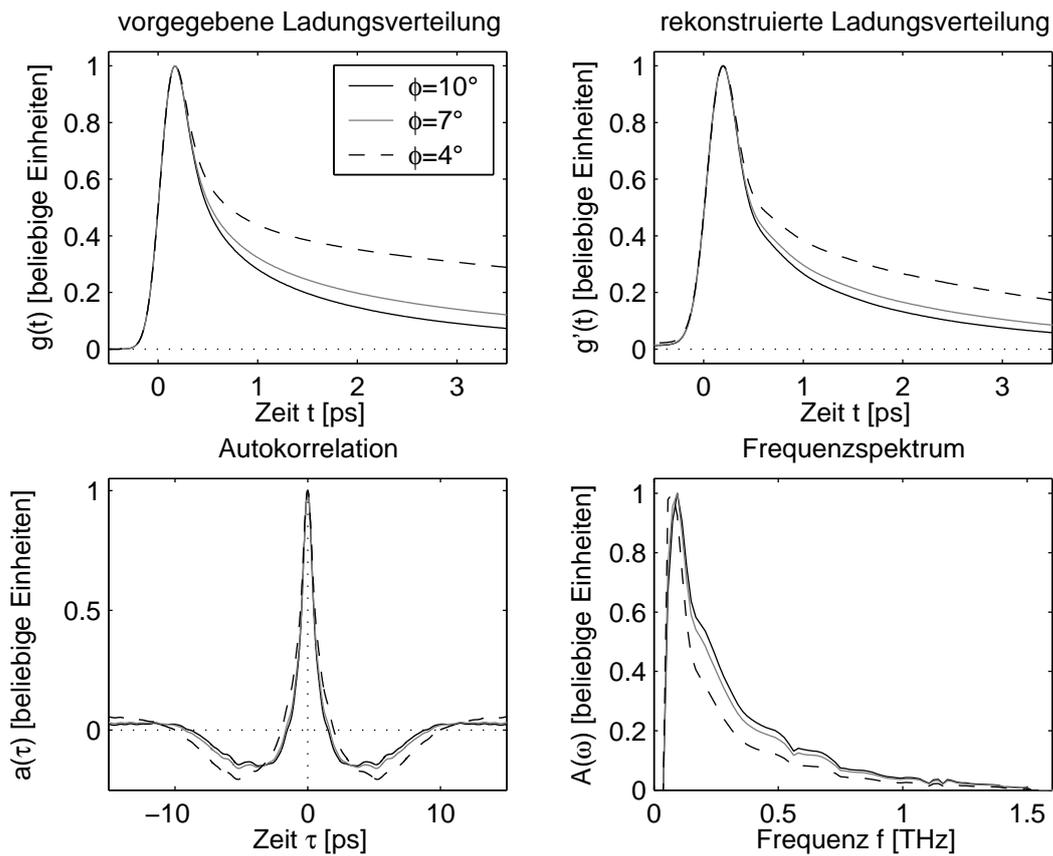
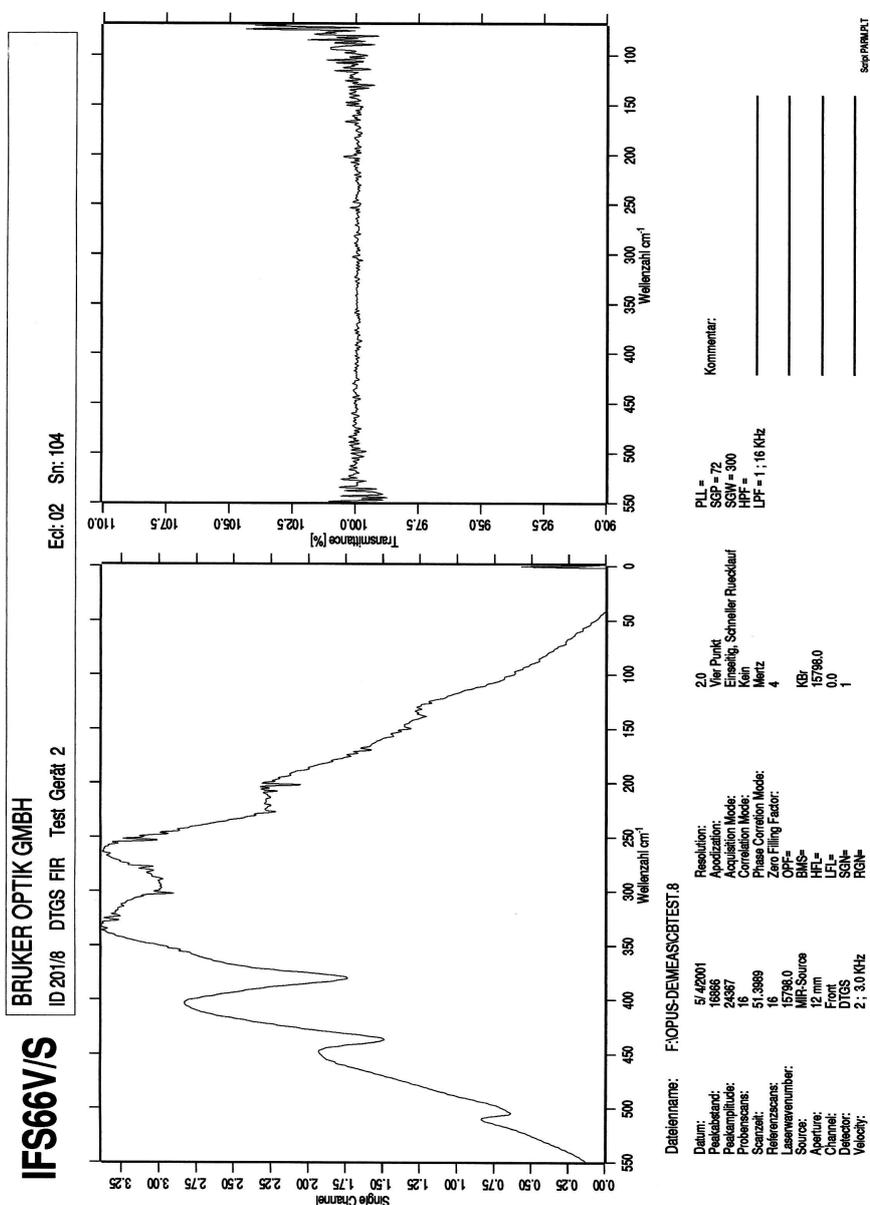


Abbildung 6.8: Erwartete Messergebnisse mit dem kompakten Interferometer bei $\gamma = 270$ an einer Übergangsstrahlungsquelle mit einem Durchmesser von 35 mm. Dargestellt sind die erwarteten Ladungsverteilungen für drei verschiedene Kompressionszustände ϕ (oben links), die sich mit der Transferfunktion des kompakten Interferometers daraus ergebenden Autokorrelationsfunktionen (unten links) und die zugehörigen Frequenzspektren (unten rechts). Die aus den Autokorrelationsfunktionen ausgewerteten Ladungsverteilungen sind oben rechts dargestellt.

6 *Ausblick*

A Kalibrationsdaten der DTGS-Detektoren

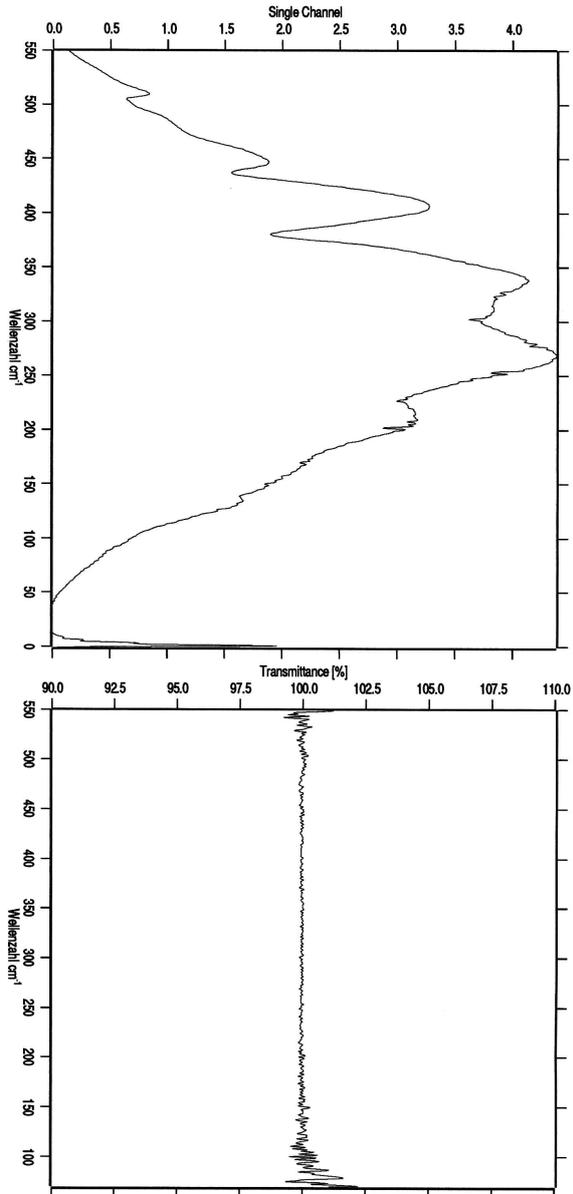


A Kalibrationsdaten der DTGS-Detektoren

IFS66V/S

BRUKER OPTIK GMBH
ID 201/8 DTGS FIR Test Gerät 2

Eci: 02 Sn: 108



Datenname: F:\OPUS-DEWEASCHTEST\1

Datum: 5/4/2001
 Zeitstand: 16:16
 Probenplatz: 22841
 Probenname: 1
 Scanzahl: 51.4018
 Referenzname: 16
 Laserwellenlänge: 15798.0
 Source: MIR-Source
 Apertur: 12 mm
 Channel: Front
 Detector: DTGS
 Velocity: 2; 30/KHz

Resolution: 2.0
 Acquisition Mode: Vier Punkt
 Acquisition Mode: Erweitert
 Phase Correction Mode: Kein
 Zero Filling Factor: 4
 Kernpunkt: 15798.0
 Erweitert: 0.0
 Kein: 1

Resolution: 2.0
 Acquisition Mode: Vier Punkt
 Acquisition Mode: Erweitert
 Phase Correction Mode: Kein
 Zero Filling Factor: 4
 Kernpunkt: 15798.0
 Erweitert: 0.0
 Kein: 1

RL = 72
 SSP = 300
 SSB = 100
 LPF = 1; 16/KHz

Kommentar:

SuperPUNKT

B Übersicht der Messungen

Periode	Zeitraum	#	Ort	Aufbau	Quelle			Detektor						
					Übergangsstrahlung	Diffraktionsstrahlung	Synchrotronstrahlung	Pyro-Detektor P1-45	Pyro-Detektor P1-42	DTGS-Detektor	Golay-Zelle	Bolometer		
1	28.02.2000 - 05.04.2000	12	1ACC3	ursprünglich	x			x						
2	11.04.2000 - 12.04.2000	6	1ACC3	ursprünglich	x							x		
3	11.01.2001	5	1ACC3	ursprünglich	x							x		
4	17.03.2001 - 20.03.2001	21	2BC2	ursprünglich	x							x		
5	07.10.2001 - 18.10.2001	20	2BC2	ursprünglich	x							x		
6	19.12.2001	5	2BC2	modifiziert		x								x
7	29.01.2002	4	2BC2	modifiziert	x							x		
8	30.01.2002	3	2BC2	modifiziert	x				x					
9	30.01.2002 - 13.02.2002	32	2BC2	modifiziert	x									
10	13.02.2002 - 14.02.2002	9	2BC2	modifiziert	x				x					
11	14.02.2002	4	2BC2	modifiziert	x							x		
12	15.02.2002 - 26.02.2002	19	2BC2	modifiziert	x					x				
13	27.02.2002	10	2BC2	modifiziert	x							x		
14	27.02.2002 - 28.02.2002	22	2BC2	modifiziert	x									
15	01.03.2002 - 02.03.2002	28	2BC2	modifiziert		x				x				x
16	02.03.2002	11	2BC2	modifiziert										x
17	02.07.2002 - 03.07.2002	35	Transferfunktion des Bolometers					x						

B Übersicht der Messungen

Literaturverzeichnis

- [A⁺01a] ABE, K. [u. a.]: Particle physics experiments at JLC. (2001). [[hep-ph/0109166](#)]. [[spires](#)]
- [A⁺01b] ABE, T. [u. a.]: Linear collider physics resource book for Snowmass 2001. 1: Introduction. (2001). [[hep-ex/0106055](#)]. [[spires](#)]
- [BCN⁺81] BEUNEN, J. A. ; COSTLEY, A. E. ; NEILL, G. F. ; MOK, C. L. ; PARKER, T. J. ; TAIT, G.: Performace of free-standing grids wound from 10- μ m-diameter tungsten wire at submillimeter wavelengths; computation and measurement. In: *J. Opt. Soc. Am.* 71 (1981), Nr. 2, S. 184–188
- [BG00] BOLOTOVSKY, B. M. ; GALST'YAN, E. A.: diffraction and diffraction radiation. In: *Phys. Usp.* 43 (2000), S. 755–775
- [BGG⁺03] BRUNKEN, M. ; GENZ, H. ; GÖTTLICHER, P. ; HESSLER, C. ; HÜNING, M. ; LOOS, H. ; RICHTER, A. ; SCHLARB, H. ; SCHMÜSER, P. ; SIMROCK, S. ; SUETTERLIN, D. ; TONUTTI, M. ; TÜRKE, D.: Electro-optic sampling at the TESLA test accelerator: Experimental setup and first results. (2003). – DESY- TESLA-2003-11
- [Bri01] BRINKMANN, R. (Hrsg.) ; FLÖTTMANN, K. (Hrsg.) ; ROSSBACH, J. (Hrsg.) ; SCHMÜSER, P. (Hrsg.) ; WALKER, N. (Hrsg.) ; WEISE, H. (Hrsg.): TESLA Technical Design Report Part II: The Accelerator / DESY. 2001. – Forschungsbericht. DESY 2001-011
- [Bri02] BRINKMANN, R. (Hrsg.) ; FAATZ, B. (Hrsg.) ; FLÖTTMANN, K. (Hrsg.) ; ROSSBACH, J. (Hrsg.) ; SCHNEIDER, J. R. (Hrsg.) ; SCHULTE-SCHREPPING, H. (Hrsg.) ; D., Trines (Hrsg.) ; TSCHENTSCHER, Th. (Hrsg.) ; WEISE, H. (Hrsg.): TESLA XFEL: First stage of the X-ray laser laboratory. Technical design report, supplement / DESY. 2002. – Forschungsbericht. DESY-02-167, TESLA-FEL 2002-09
- [BW99] BORN, M. ; WOLF, E.: *Principles of Optics*. 7. Cambridge University Press, 1999. – ISBN 0–521–642221
- [CCVO99] CASTELLANO, M. ; CIANCHI, A. ; VERZILOV, V. A. ; ORLANDI, G.: Effects of diffraction and target finite size on coherent transition radiation spectra in bunch length measurements. In: *Nucl. Instrum. Meth.* A435 (1999), S. 297–307. [[spires](#)]
- [CHNW77] COSTLEY, A. E. ; HURSEY, K. H. ; NEILL, G. F. ; WARD, J. M.: Free-standing fine-wire grids: Their manufacture, performace, and use at millimeter and submillimeter wavelengths. In: *J. Opt. Soc. Am.* 67 (1977), S. 979–981

Literaturverzeichnis

- [Coo62] COOPER, J.: A fast-response pyroelectric thermal detector. In: *J Sci. Instrum.* 39 (1962), S. 197–202
- [CVC⁺01] CASTELLANO, M. ; VERZILOV, V. A. ; CATANI, L. ; CIANCHI, A. ; ORLANDI, G. ; GEITZ, M.: Measurements of coherent diffraction radiation and its application for bunch length diagnostics in particle accelerators. In: *Phys. Rev.* E63 (2001), S. 056501. [[spires](#)]
- [Edw95] EDWARDS, D. A. (Hrsg.): TESLA Test Facility Linac – Design Report / DESY. 1995. – Forschungsbericht. TESLA 95-01
- [Gei99] GEITZ, M. A.: *Investigation of the transverse and longitudinal beam parameters at the TESLA test facility linac*, Universität Hamburg, Diss., 1999. – DESY-THESIS-1999-033
- [GFH⁺03] GERTH, Ch. ; FELDHAUS, J. ; HONKAVAARA, K. ; PIOT, Ph. ; PLUCINSKI, L. ; SCHREIBER, S. ; WILL, I.: Bunch length and phase stability measurements at the TESLA test facility. In: *Nucl. Instrum. Meth.* B507 (2003), S. 335–339
- [Gol47] GOLAY, M. J. E.: Theoretical Consideration in Heat and Infra-Red Detection, with Particular Reference to the Pneumatic Detector. In: *Rev. Sci. Instrum.* 18 (1947), S. 347–356
- [GSSY02] GELONI, G. ; SALDIN, E. L. ; SCHNEIDMILLER, E. A. ; YURKOV, M. V.: A Method for Ultrashort Electron Pulse Shape-Measurement Using Coherent Synchrotron Radiation. (2002). [[physics/0303113](#)]. [[spires](#)]
- [Hec99] HECHT, E.: *Optik*. 2. Oldenburg, 1999. – ISBN 3–486–25186–4
- [Hun02] HUNING, M.: *Analysis of surface roughness wake fields and longitudinal phase space in a linear electron accelerator*, Universität Hamburg, Diss., 2002. – DESY-THESIS-2002-029
- [HVD66] HALL, R. T. ; VRABES, D. ; DOWLING, M.: A High-Resolution, Far Infrared Double-Beam Lamerllar Grating Interferometer. In: *Appl. Opt.* 5 (1966), Nr. 7, S. 1147–1158
- [Jac98] JACKSON, J. D.: *Classical electrodynamics*. 3. John Wiley and Sons, Inc., 1998. – ISBN 0–471–30932–X
- [Jep03] JEPSEN, P. U.: *Daten feuchter Luft*. Private Kommunikation, Juli 2003
- [Kre02] KREYSA, E.: *Akzeptanzfunktion des Bolometers*. Private Kommunikation, Januar 2002
- [KS63] KAZANTSEV, A. P. ; SURDUTOVICH, G. I.: radiation of a changed particle passing close to a metal screen. In: *Sov. Phys. Dokl.* 7 (1963), S. 990–992
- [Lei98] LEISSNER, B.: *Strahluntersuchungen am TESLA Linearbeschleuniger*, RWTH Aachen, Diplomarbeit, 1998. – PITHA 99/4
- [LKS⁺96] LIHN, H.-C. ; KUNG, P. ; SETTAKORN, Ch. ; WIEDEMANN, Helmut ; BOCEK, David: Measurement of subpicosecond electron pulses. In: *Phys. Rev.* E53 (1996), S. 6413–6418. [[spires](#)]

- [LL85] LANDAU, L. D. ; LIFSCHITZ, E. M.: *Lehrbuch der theoretischen Physik*. Bd. 8, Elektrodynamik der Kontinua. 5. Akademie-Verlag Berlin, 1985. – ISBN 3–05–500072–2
- [LS97] LAI, R. ; SIEVERS, A. J.: On using the coherent far IR radiation produced by a charged particle bunch to determine its shape. I: Analysis. In: *Nucl. Instrum. Meth.* A397 (1997), S. 221–231. [spires]
- [Mat01] MATERLIK, G. (Hrsg.) ; TSCHENTSCHER, Th. (Hrsg.): TESLA Technical Design Report Part V: The X-Ray Free Electron Laser / DESY. 2001. – Forschungsbericht. DESY 2001-011
- [Mo1] MOLECTRON DETECTOR INC.: *P1-40 Low Noise, Low Frequency Pyroelectric Detector/FET-Op-Amp*. Datenblatt,
- [PFTV92] PRESS, W. H. ; FLANNERY, B. P. ; TEUKOLSKY, Saul A. ; VETTERLING, William T.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 2. Cambridge University Press, 1992. – ISBN 0–521–43108–5
- [Pot98] POTYLITSYN, A. P.: Transition radiation and diffraction radiation. Similarities and differences. In: *Nucl. Instrum. Meth.* B145 (1998), S. 169–179
- [Ric01] RICHARD, F. (Hrsg.) ; SCHNEIDER, J. R. (Hrsg.) ; TRINES, D. (Hrsg.) ; WAGNER, A. (Hrsg.): TESLA Technical Design Report / DESY. 2001. – Forschungsbericht. DESY 2001-011
- [Sch] SCHMÜSER, P.: *Dispersion Relations*. Seminarvortrag,
- [Sch01] SCHLARB, H.: *Collimation system for the VUV free-electron laser at the TESLA test facility*, Universität Hamburg, Diss., 2001. – DESY-THESIS-2001-055
- [Set01] SETTAKORN, C.: *Generation and use of coherent transition radiation from short electron bunches*, Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Diss., 2001. – SLAC-R-576
- [SHK99] SCHALL, M. ; H., Helm ; KEIDING, S. R.: Far infrared properties of electro-optic crystals measured by THz time-domain spectroscopy. In: *Int. J. of Infrared and Millimeter Waves* 20 (1999), Nr. 4, S. 595
- [SLWS97] SCHNEIDER, G. ; LAI, R. ; WALECKI, W. ; SIEVERS, A. J.: On using the coherent far IR radiation produced by a charged particle bunch to determine its shape. II: Measurement with synchrotron and transition radiation. In: *Nucl. Instrum. Meth.* A396 (1997), S. 283–292. [spires]
- [Sto03] STOUT, M.: *Details zum P1-65 Pyrodetektor*. Private Kommunikation, August 2003. – Coherent Inc., 5100 Patrick Henry Drive, Santa Clara, CA 95054 USA
- [TM72] TER-MIKAELIAN, M. L.: *High-energy electromagnetic processes in condensed media*. Wiley-Interscience, 1972. – ISBN 0–471–85190–6
- [Tog03] TOGE, N. (Hrsg.): GLC project: Linear collider for TeV physics / KEK. 2003. – Forschungsbericht. KEK-REPORT-2003-7

Literaturverzeichnis

- [Wie93] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1993. – ISBN 3–540–56550–7
- [Wie99] WIEDEMANN, H.: *Particle Accelerator Physics II. 2*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1999. – ISBN 3–540–64504–7
- [Wie03] WIEDEMANN, H.: *Synchrotron Radiation*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 2003. – ISBN 3–540–43392–9
- [WMG⁺02] WILKE, I. ; MACLEOD, A. M. ; GILLESPIE, W. A. ; BERDEN, G. ; KNIPPELS, G. M. H. ; MEER, A. F. G. d.: Single-shot electron-beam bunch length measurements. In: *Phys. Rev. Lett.* 88 (2002), S. 124801. [\[spires\]](#)
- [Woo72] WOOTEN, F.: *Optical Properties of Solids*. Academic Press, 1972. – ISBN 0–12–763450–9
- [Zac04] ZACHMANN, G.: *Akzeptanz der DTGS-Detektoren*. Private Kommunikation, Dezember 2004. – Bruker Optik GmbH, Rudolf-Plank-Str. 27, D-76275 Ettlingen
- [Zem04] ZEMAX development corporation: *ZEMAX, Optical Design Program, User's Guide*. März 2004

Danksagung

Ich danke meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Schmüser für das überaus interessante Thema und das mir entgegengebrachte Vertrauen, mich in der großen Arbeitsgruppe der TTF-Kollaboration selbstständig arbeiten zu lassen.

Ich danke Herrn Prof. Dr. Tonutti für sein Engagement mich nach Hamburg zu empfehlen. Damit hat er mir die großartige Möglichkeit eingeräumt, mich mit dieser Arbeit zu beschäftigen. Weiterhin bedanke ich mich für seinen aufopfernden Einsatz bei der Erstellung und Begutachtung meiner Doktorarbeit.

Ich bedanke mich bei Herrn Prof. Dr. Rossbach für seinen beispielhaften Einsatz bei der Bewertung meiner Dissertation.

Herrn Dr. Berhard Schmidt möchte ich für die vielen fruchtbaren Diskussionen und die große Hilfe bei der Erstellung der Arbeit danken. Besonders bei meinen Untersuchungen zu den realen Übergangsstrahlungsquellen mit der numerischen Simulation hat er mir sehr geholfen.

Ich danke Herrn Otto Peters für seinen überragenden Einsatz bei der Konstruktion und Montage der vielen experimentellen Anlagen für meine Arbeit. An dieser Stelle danke ich auch Herrn Mathias Böttcher für seine feinmechanischen Arbeiten.

Mein Dank gilt auch den Mitarbeitern der DESY-Gruppen MVP und MPY für ihre große Unterstützung beim Betrieb des TTF-Beschleunigers. Ohne ihre Rufbereitschaft und der großen Hilfsbereitschaft hätten viele Schichten ergebnislos abgebrochen werden müssen.

Ich möchte mich bei allen Mitarbeitern der DESY-Gruppe FLA (früher FDET) für die herzliche Aufnahme in ihre Mitte bedanken. Die täglichen Gespräche, insbesondere in der Kaffeekunde, waren mir ein ständiger Ansporn. Ich bedanke mich bei Frau Dr. Sara Casalbuoni für die vielen fruchtbaren Diskussionen und ihre große Hilfe vor allem bei den Arbeiten zur Beugung im Interferometer mit ZEMAX. Weiterhin möchte ich Frau Ingrid Nikodem für die hervorragende Unterstützung im Umgang mit der DESY-Verwaltung sehr herzlich danken.

Bei Herrn Dr. Ernst Kreysa vom MPI Bonn möchte ich mich dafür bedanken, dass er uns ein Bolometer nach unseren Wünschen umgebaut und uns zur Verfügung gestellt hat. Damit war es mir möglich, besonders interessante Messungen aufzunehmen.

Von ganzem Herzen danke ich meiner Freundin Blanka Sobloher für ihre große Hilfe bei der Strukturierung, Ausarbeitung und Verfeinerung der Arbeit. Erst ihre überragende moralische Unterstützung hat mich soweit gebracht.

Abschliessend möchte ich noch erwähnen, dass ohne die liebevolle Unterstützung meiner lieben Eltern Wiebke und Gerhard Menzel und Geschwister Felix, Philipp und Maike mein Lebensweg sicherlich einen anderen Verlauf genommen hätte. Für ihr Verständnis und ihre Ermutigungen bin ich ihnen sehr dankbar.